

APLICACIÓN DE UN PROGRAMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN SEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Javier Ortega Dumont



TRABAJO FIN DE GRADO

Universidad de Granada

Departamento de Didáctica de la Matemática

Junio 2016

INDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	1
2. JUSTIFICACIÓN	3
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
4. MARCO TEÓRICO.....	10
5. METODOLOGÍA	11
5.1. La muestra	11
5.2. El instrumento.....	12
5.3. Procedimiento	14
6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	14
7. CONCLUSIONES	16
REFERENCIAS	18
ANEXOS.....	22
Ficha de Resolución de Problemas. Evaluación inicial.....	23
Ficha de Resolución de Problemas 1.....	24
Ficha de Resolución de Problemas 2.....	26
Ficha de Resolución de Problemas 3.....	28
Ficha de Resolución de Problemas 4.....	30
Ficha de Resolución de Problemas 5.....	32
Ficha de Resolución de Problemas. Evaluación final.	33

APLICACIÓN DE UN PROGRAMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN SEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Autor: Javier Ortega Dumont

RESUMEN:

El Trabajo Fin de Grado aborda la resolución de problemas en la educación primaria como eje vertebrador de la educación matemática. Haremos una breve reseña histórica partiendo del origen de esta metodología, para seguidamente hablar de la importancia que tiene que los alumnos estructuren bien su proceso de resolución de problemas mediante una serie de fases y heurísticos. El inconveniente que supone para el aprendizaje de las matemáticas, las actitudes negativas de los alumnos causadas por malas experiencias anteriores. Estudiaremos el rol que juega la resolución de problemas en el currículo de educación primaria y la relación con las competencias clave. Por otra parte, hemos realizado un programa de enseñanza-aprendizaje sobre resolución de problemas. En dicho programa, hemos evaluado inicialmente el nivel de los estudiantes en resolución de problemas para posteriormente pasarles una ficha semanal durante 5 semanas, y concluir con una evaluación final donde veremos la mejora que se ha producido durante esas semanas en la forma de resolver problemas en los alumnos.

Palabras clave: *Matemáticas, Resolución de Problemas, fases, heurísticos, Educación Primaria.*

ABSTRACT:

The final project addresses problem solving in primary education as the backbone of mathematics education. We will make a brief history from the dawn of this methodology to further discuss the importance of students well structured process of solving problems through a series of phases and heuristics. The inconvenience of learning mathematics, negative attitudes of students caused by previous bad experiences. We will study the role played by problem solving in the curriculum of primary education and relationship with key competences. Moreover, we performed a program of teaching and learning about problem solving. In this program, we assessed the level of students in problem solving later pass a file weekly for 5 weeks and conclude with a final evaluation where we will see the improvement that has occurred during those weeks on how to solve problems in students.

Keywords: *Mathematics; Problem Solving; phases; heuristics; Primary Education.*

1. INTRODUCCIÓN

En primer lugar, debemos definir en qué consiste un Trabajo Fin de Grado (TFG). Un TFG, como usualmente se conoce, es un proyecto que se presenta al terminar los estudios universitarios de grado, en la universidad. Dicho trabajo debe seguir una estructura según una tipología prefijada anteriormente, en este caso, vamos a seguir la estructura parecida a la de un trabajo de investigación educativa, la cual expondremos más adelante.

Es de gran importancia la realización de un TFG debido a que permite llevar a cabo un proyecto realizado en primera persona basado en tus propias preferencias, hacer una labor investigadora y converger todos o gran parte de los conocimientos aprendidos durante el grado en un proyecto final, único y original.

El TFG va a estar enfocado en el área de la matemática. Un área de gran relevancia ya que consideramos que la enseñanza de la matemática es una misión que la mayoría de los docentes de educación primaria tendrán que abordar en algún momento de su carrera profesional. En este trabajo, dentro del área curricular de las matemáticas, hemos puesto el foco de atención en la Resolución de Problemas (RP).

Es una evidencia destacar que el aprendizaje de las matemáticas siempre ha desempeñado dificultad en el alumnado, sobre todo si lo comparamos en relación a otras materias, ya que requiere un nivel de abstracción mayor. Por eso, la consideramos un área compleja para poder realizar un correcto proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, dada la importancia que tiene su valor práctico en la vida diaria, es una materia que conviene que los alumnos aprendan. Así pues, destacamos que una correcta formación en el área de la matemática repercute en un correcto desarrollo de la persona.

Dentro de las directrices curriculares, vemos la gran relevancia que tiene la resolución de problemas ya que permite trabajar todas las competencias clave que se exponen en la Ley Orgánica de la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) (MECD, 2013). También permite un aprendizaje para la vida cotidiana del alumnado, ya que son problemas basados en situaciones que se les puede plantear en la vida, en cualquier contexto.

Esta metodología supone un gran reto para los estudiantes debido a que hay que afirmar la falta de éxito del alumnado en la resolución de problemas, ya que cuando no pueden realizarlos de manera mecánica, en la mayoría de los casos, se produce un

rechazo hacia los problemas y las matemáticas. Según Gregorio (2005), en una mayoría de ocasiones este rechazo viene dado porque no comprenden correctamente lo que leen, causado principalmente por una baja comprensión lingüística. En otras ocasiones, es porque no saben cómo afrontar y abordar el problema o no tienen suficiente autoestima matemática, motivación o una actitud positiva debido a fracasos previos, y acaban abandonando el problema (Silver, 1994). Además, el hecho de no conocer estrategias, heurísticos o algoritmos para abordar el problema o no tener un correcto plan de resolución es un factor a tener en cuenta en las dificultades que pueden encontrar los estudiantes en la resolución de problemas (Polya, 1945).

Son numerosos los investigadores que han centrado sus esfuerzos en el proceso de resolución de problemas, como por ejemplo Polya (1945), Schoenfeld (1985), Rico (1988) y Delgado (1999), entre otros. Sin embargo, si tuviéramos que buscar el “padre” de la resolución de problemas habría que remontarse al año 1945, cuando Polya publica su obra “How to solve it”. A partir de la publicación de esta obra, la resolución de problemas sufre un giro marcando una nueva etapa que se sigue manteniendo en la actualidad (Delgado, 1999). Es importante identificar a Polya como pionero en la formulación de unos determinados heurísticos y estrategias para resolución de problemas, todo ello recogido en su obra principal anteriormente nombrada y a sus posteriores obras con sus dos volúmenes: “Mathematical and Plausible Reasoning” (Polya, 1954a, 1954b) y “Mathematical Discovery” (Polya, 1965a, 1965b).

Hasta hace poco tiempo, se pensaba que solamente unos pocos alumnos podían desarrollar la habilidad de resolución de problemas de una forma espontánea, sin embargo, se ha podido comprobar que el uso de herramientas heurísticas puede promover la mejora de dicha habilidad.

Creemos que la RP además puede abordarse desde una perspectiva de ocio, para hacer pensar y reflexionar, además de ser un ámbito estrictamente matemático, quizás si se consigue atraer la curiosidad de los alumnos hacia la resolución de problemas, es probable que se formen buenos alumnos en el ámbito matemático. Creemos que consiste en ponerles temas de interés para ellos y hacerles preguntas que puedan sucederle en la vida real, lo cual haría que la actitud de los alumnos respecto a la resolución de problemas diera un giro notable.

Referente a la estructura del trabajo, decir que en uno de los puntos que vamos a tratar durante el mismo, abordaremos la importancia que el currículum le ha dado y le da a la resolución de problemas a lo largo de las diversas leyes educativas que ha ido sufriendo el sistema educativo español a lo largo de su historia reciente. Cómo se ha tratado esta metodología y cómo se ha ido implantando en el sistema educativo actual.

En el apartado de investigación se ha presentado la elaboración de unas fichas que hemos pasado a alumnos de sexto curso de educación primaria. Con la ficha de evaluación inicial se ha pretendido evaluar el nivel inicial que poseen estos alumnos en la resolución de problemas matemáticos, con las cinco siguientes, su progresión mediante un programa de enseñanza-aprendizaje estructurado durante 5 semanas en resolución de problemas y, por último, realizaremos una evaluación final para comprobar si ha habido una mejora respecto a la evaluación inicial. A partir de la información recogida se analizará la efectividad de la aplicación de dicho programa con los alumnos.

Finalmente, acabaremos señalando las conclusiones donde enmarcaremos los resultados obtenidos dentro del contexto de la resolución de problemas. Haremos una reseña sobre la experiencia durante la realización del trabajo y algunas reflexiones. También incluiremos aspectos a mejorar de nuestro propio trabajo y limitaciones que nos hayan podido surgir durante el mismo.

2. JUSTIFICACIÓN

El tema de estudio de este Trabajo Fin de Grado es la Resolución de Problemas (RP) en matemáticas, ya que me llamó la atención y me sentí atraído por esta metodología en la asignatura de Competencias matemáticas.

Nos ha parecido un tema muy interesante para investigar, ya que ayuda a los alumnos a pensar por sí mismos, de manera más lógica y razonada, situación a la que no están habituados en clase. Además esos conocimientos que adquieren cuando resuelven problemas, no sólo se quedan en el espacio escolar sino que luego pueden ser extrapolados a situaciones de su vida cotidiana.

Este trabajo tiene su punto de mira en estudiar la importancia de fomentar, de una forma adecuada, la resolución de problemas matemáticos en clase con el fin de

ayudar a que los alumnos adquieran la competencia matemática. También pensamos que en clase el proceso de enseñanza de las matemáticas se debe abordar desde una perspectiva práctica que, obviamente, deberá ir acompañada de un marco conceptual donde se les presenten los contenidos a los alumnos y donde se sustente dicha práctica. Pero nos alejamos de esa perspectiva tradicional donde se le expone un determinado contenido a la clase y posteriormente se trabaja de forma analítica y no global, es decir, no se les presenta a los alumnos los contenidos en su conjunto.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En 1910, Dewey hizo una descripción de las fases de pensamiento en la resolución de problemas, éstas fueron el antecedente de las que posteriormente propuso Polya en 1945 en su obra “How to solve it”, la cual fue una herramienta destinada al docente para ayudar a sus alumnos de la forma más efectiva en la resolución de problemas. Desde entonces, se han sucedido numerosas investigaciones en este ámbito.

Romberg (1969) destaca que la resolución de problemas se había convertido en uno de los campos de investigación en educación matemática durante esa década. Estos trabajos de investigación crecerían en la década de los 70. Un ejemplo es Beagle (1979), quien considera la resolución de problemas como una de sus categorías más productivas dentro de su revisión de investigaciones.

Castro (2008) nos advierte que es a partir de la década de los 80, cuando se aprecia la preocupación por investigar la resolución de problemas en España. Ejemplo de ello son los trabajos publicados por la Universidad de Barcelona (Cobo y Fortuny, 2000), la Universidad de Valencia (Puig, 1996) y los estudios realizados por el grupo de Pensamiento Numérico de la Universidad de Granada (Castro, 1991, 1995; Fernández, 1997; Rico, 1988; Rico, Castro, González y Castro, 1994), entre otros.

Actualmente, podemos decir que aunque la resolución de problemas forma parte del currículo de matemáticas, los problemas con los que se encuentran los alumnos en los libros de texto dejan mucho que desear. Esto es debido a que consisten en una aplicación de los contenidos de forma analítica, es decir, los problemas están estrechamente relacionados con el contenido que estén dando en cuestión, por lo que se encuentran alejados de situaciones relacionadas con la vida cotidiana del alumnado, donde todo está relacionado.

A continuación procederemos a definir la palabra problema para luego pasar a determinar el concepto de resolución de problemas. El término *problema* puede explicarse como el uso de problemas o proyectos difíciles mediante los cuales el alumno aprende a pensar matemáticamente (Schoenfeld, 1985). En la literatura, también es posible encontrar que el término problema también puede definirse como una situación que produce un cierto grado de incertidumbre en la persona que se dispone a resolver el problema, es decir, al resolutor, y que además crea en él una actitud enfocada a la búsqueda de la solución del problema (Dumás-Carré, 1987).

Atendiendo a su definición, es necesario destacar que no consideramos como problemas, aquellos ejercicios matemáticos habituales que son resueltos mediante la aplicación mecánica de fórmulas, teoremas, propiedades matemáticas, principios o conceptos. Entendemos como *problema matemático* cualquier enunciado que posea un dato desconocido para el resolutor y que para hallarlo sea necesario llevar a cabo una serie de procedimientos matemáticos.

Sabemos que un problema lleva inmerso en sí la necesidad de resolverlo. Podemos decir entonces, que la *resolución de problemas* se caracteriza como “la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándole un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea” (Puig, 1996, p. 31).

Por lo tanto, la *resolución de problemas* la podemos definir como una actividad matemática cuya finalidad es hacer que el alumno investigue procedimientos y estrategias que le ayuden a conseguir la solución correcta del problema.

En la definición de estos términos no podemos obviar los elementos que intervienen en la resolución de problemas. Según Kilpatrick (1987) desde la perspectiva educativa, tenemos que tener en cuenta que en toda situación de resolución de problemas matemáticos intervienen tres elementos: el “problema” que se plantea, la “situación” en la que se resuelve el problema, que vendría a ser el aula y el “profesor”.

La resolución de problemas como objetivo central de las matemáticas requiere de paciencia y sistematización tanto para el maestro que enseña como para el alumno que aprende. Por lo que decir que el objetivo de la resolución de problemas es aplicar una fórmula incomprensible para el alumno o un algoritmo determinado, explicado por el docente y extraído del libro de texto, es caer en el error (Blanco, 1997). Esta situación

creará una visión y una actitud equivocada en el alumno respecto a las matemáticas, ya que les hará creer que lo importante es memorizar las fórmulas y aplicar las reglas expuestas en clase y como consecuencia el proceso de aprendizaje estará enfocado en aprender por recuerdo y repetición (Llinares y Sánchez, 1996; Blanco, 1997; Chacón, 2000). Por lo que podemos afirmar que la correcta enseñanza de las matemáticas y la resolución de problemas residen en una interacción dinámica y en consonancia entre los contenidos y los procesos que se deben emplear para resolverlos.

Obviamente, lo expuesto anteriormente no tiene gran relación con el concepto de competencia y con el objetivo específico de enseñar a resolver problemas, utilizando determinadas estrategias matemáticas llevadas a cabo por el alumno, como proclaman los currículos de educación y como es racional. El objetivo de las matemáticas es hacer que los alumnos lleguen a desarrollar habilidades y estrategias para usarlas y aplicarlas, independientemente de la presencia del maestro o no, es decir, en cualquier contexto donde se encuentren.

Las estrategias en la resolución de problemas y las capacidades básicas deben reforzarse a través de la actividad matemática: realizando generalizaciones y abstracciones, haciendo hipótesis y sometiéndolas a pruebas, llevando a cabo exploraciones, tomando decisiones, proponiendo ideas nuevas, haciendo frente a situaciones problemáticas con la confianza de que pueden ser comprendidas y, en su caso, resueltas (Grupo Cero, 1984).

Llevar a cabo la resolución de un problema con comprensión requiere de una construcción cognitiva de los elementos de la cuestión y la relación que hay entre dichos elementos. Para ello, la relación debe ser coherente y cohesionada con otros aspectos del conocimiento que posea el estudiante y que se adecúe a la situación planteada, entonces podremos afirmar que el problema ha sido resuelto con comprensión.

Tampoco hay que olvidar una de las barreras más importantes que condiciona a los alumnos, como es la actitud que tienen hacia las matemáticas y específicamente hacia la resolución de problemas matemáticos, lo cual determina en la mayoría de los casos, el éxito o el fracaso en esta área. Sin embargo, el estudio por parte de los investigadores respecto a las actitudes no ha sido de gran intensidad, debido a que a menudo han centrado más sus esfuerzos en los aspectos cognitivos que los estudiantes desarrollan durante la resolución de problemas. Aun así, algunos autores que sí han

centrado sus investigaciones en este tema, como es el caso de McLeod (1992) que clasifica el dominio afectivo en tres apartados: emociones, actitudes y creencias.

Tenemos que tener en cuenta, que la actitud que tiene el alumnado hacia las matemáticas y la resolución de problemas es un ámbito relevante a tratar y no se le ha prestado la suficiente atención. Este aspecto marca la diferencia entre el alumno motivado, que no se da por vencido en la búsqueda de la solución correcta hasta que no la encuentra, y entre el que no aborda el problema porque no cree que vaya a encontrar la solución.

Pasando a analizar la resolución de problemas en el currículo, tenemos que ser conscientes y afirmar la importancia que se le debe asignar a la resolución de problemas en los currículos de matemáticas. Establecer la gran importancia de la resolución de problemas como medio para presentar los contenidos matemáticos a los alumnos, por lo cual esta metodología debe ser aplicada con los alumnos desde las primeras edades (Osborne y Karsten, 1980). Sin embargo, tenemos que ser conscientes de que la resolución de problemas no es el único método para enseñar matemáticas, aunque sea cierto que debe ser el eje principal en su enseñanza.

Adentrándonos brevemente en el ámbito jurídico de nuestro sistema educativo, debemos saber que la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) del 1990 (MEC, 1990), que sustituyó la anterior ley franquista, la Ley General de Educación (LGE) de 1970 (MEC, 1970), fue interrumpida de forma inmediata cuando el Partido Popular se impuso en las elecciones de 1996. Por lo cual se disolvió la LOGSE y publicó la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) en 2002 (MECD, 2002), la cual condujo a tener un nuevo currículo de matemáticas, donde la resolución de problemas no tenía un papel central en la enseñanza de esta. Posteriormente, con la entrada de los socialistas al poder, se promulgó la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006 (MEC, 2006), donde la resolución de problemas tenía un poco más de importancia aunque dejaba bastante que desear.

En la ley actual, la Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación (LOMCE) de 2013 (MECD, 2013), la resolución de problemas aparece en los distintos puntos que conforman dicha ley de la siguiente forma:

- En primer lugar, nos habla de la importancia del docente como herramienta para diseñar tareas y situaciones que promuevan la resolución de problemas y la aplicación de conocimientos aprendidos por los alumnos. (MECD, 2013, p. 19350)
- En los objetivos de la educación primaria, se nos expone que debemos desarrollar también las competencias matemáticas e iniciarlos en la resolución de problemas así como hacer que sean capaces de aplicarlos a las situaciones de la vida cotidiana. (MECD, 2013, p. 19357)
- Al final del tercer ciclo de educación Primaria, uno de los ámbitos que se les evaluarán a los alumnos será la resolución de problemas en relación con comunicación lingüística y la competencia matemática. (MECD, 2013, p. 19386).

Para concluir la referencia que se hace sobre la resolución de problemas en el currículo de las distintas leyes educativas, podemos decir que la resolución de problemas es cierto que ha estado presente en el currículo durante las últimas tres décadas, pero también hay que afirmar que ha estado de forma intrascendente y sin llegar a instalarse en las aulas como metodología de enseñanza matemática (Santos-Trigo, 2008).

Teniendo en cuenta las evaluaciones internacionales como PISA (Program for International Student Assessment) y TIMSS (Third International Mathematics and Science Study), podemos comprobar la poca eficacia de las múltiples leyes educativas que se han sucedido en la historia reciente de nuestro país. En algunos países los resultados de los estudiantes en estas evaluaciones han sido cruciales para poner en evidencia a su sistema educativo e intentar mejorarlo. En España, se han producido algunas modificaciones en el currículo tras conocer los resultados en dichas pruebas, causando la inclusión de las competencias dentro del mismo.

Tenemos que tener en cuenta que la palabra competencia está emparentada con las palabras “saber hacer”, es decir, da respuesta al conjunto de procedimientos que deben adquirir los alumnos para hacer frente a una gran variedad de problemas que se les planteen en diversos contextos relacionados con su vida cotidiana. Por lo cual, a continuación, trataremos de dar respuesta a cómo afecta la resolución de problemas en la adquisición de las competencias clave.

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: es la principal que trabajamos mediante la resolución de problemas matemáticos.

- Competencia lingüística: es muy importante debido a que el procesamiento de los problemas, enunciados verbalmente, se realiza mediante el lenguaje. (Fernández, Castro, Segovia y Rico, 1996). Diversas investigaciones han evidenciado que cambios en el lenguaje a la hora de plantear los problemas, pueden afectar a su resolución (Carpenter, 1985; Hudson, 1983).
- Competencia digital: esta competencia puede estar muy presente si utilizamos herramientas computacionales o la calculadora en la resolución de problemas, para hacer que los alumnos resuelvan muchos problemas en poco tiempo y así asegurarnos de que han adquirido las estrategias y heurísticos necesarios para la búsqueda de su solución. (Santos-Trigo, 2007; 2008).
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: se fomenta cuando pedimos a los alumnos que sean ellos los autores de sus propios problemas, es decir, cuando inventan un problema.
- Competencia social y cívica: se trabaja cuando se realiza una puesta en común grupal acerca de la solución correcta al problema o cuando trabajamos en grupo para inventar problemas. Esta competencia se trabaja en todo momento, debido a que la propia clase ya es un entorno social donde se mueve el alumno y se encuentra en permanente contacto con otros compañeros de clase y profesores.
- Competencia para aprender a aprender: esta competencia es fundamental que sea adquirida por el alumno, ya que el profesor debe dar las herramientas para que el alumno, en ausencia del profesor, sea capaz de seguir aumentando y creando sus propios conocimientos a partir de los aprendidos en clase. Para ello, es imprescindible que los alumnos tengan una buena actitud hacia las matemáticas.
- Conciencia y expresiones culturales: esta competencia puede ser trabajada en los textos donde se presenten los problemas a los alumnos o en dibujos donde se basen. Desde el punto de vista histórico, la matemática tiene una gran riqueza cultural, de la cual deben ser conscientes los alumnos.

4. MARCO TEÓRICO

George Polya plantea en su obra más conocida “How to solve it” (1945) que los alumnos deben interiorizar cuatro fases a la hora de realizar la resolución de cualquier problema, estas son: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución. Además de las preguntas propias que todo resolutor debe hacerse durante el proceso. Las fases en la resolución de problemas propuestas por Polya han sido finalmente recogidas en algunos documentos oficiales referidos a leyes educativas. Ejemplo de ello queda reflejado en la Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (CECD, 2015):

“En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer, reflexionar, planificar el proceso de resolución, establecer estrategias y procedimientos, revisarlos, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado y comunicar los resultados” (CECD, 2015, pp. 220).

Polya nos advierte de lo beneficioso que puede ser que los alumnos vayan reflexionando sobre los pasos que dan durante el proceso de resolución y nos propone la estructura que todo proceso de resolución de problemas debe tener para realizarlo correctamente.

Para alejarnos de caer en el error, no podemos quedarnos con el primer plan que se nos ocurra y ejecutarlo, sino que siempre debe llevarse a cabo un proceso de reflexión, ya que la correcta resolución de problemas reside en la paciencia y sistematización del alumno durante su trabajo. Para ello, Polya nos presenta una serie de heurísticos donde nos da las claves para representar y comprender un problema, idear un plan, valorar si el resultado que hemos obtenido es correcto o no, reflexionar sobre el proceso y generalizarlo, lo cual nos permite relacionar el problema realizado con otros problemas o situaciones similares.

Está comprobado y algunas investigaciones así lo demuestran, que los alumnos que conocen más estrategias heurísticas tienen más recursos para afrontar la resolución de un problema, ya que si de primeras no eligen la estrategia adecuada, conocen otras diferentes para abordar la tarea (Suydam, 1987).

Los heurísticos son una herramienta de gran utilidad para el alumnado ya que la resolución de problemas se mejora adquiriendo soltura y familiaridad con un gran

abanico de técnicas de resolución y no resolviendo muchos problemas (García, 1992). Tenemos que valorar todas las ventajas que llevan consigo inmersas la enseñanza de los heurísticos a los alumnos. Dicha enseñanza permite proveerles de una serie de destrezas y estrategias prácticas que pueden poner en funcionamiento a la hora de resolver todo tipo de problemas. Estrategias que van a facilitarle su proceso de resolución y a ayudarles a tener un mayor éxito en la búsqueda de su solución.

También consideramos que los heurísticos deben ser introducidos en los alumnos de manera implícita en los problemas, al igual que nosotros hemos pretendido durante este programa. Es decir, llevar al alumno a que considere que es necesaria una correcta comprensión del problema para posteriormente configurar un plan, llevarlo a cabo y finalmente examinar si hemos llegado a la solución correcta, o por el contrario, debemos empezar a resolver el problema de nuevo si fuera necesario.

El aprendizaje y la posesión de dichos heurísticos por parte del alumnado van a crearle en ellos una actitud positiva de cara a la resolución de problemas, debido a que van a verse más capaces al contar con más herramientas para su resolución, lo cual les ocasionaría una mayor probabilidad de éxito en cuanto a la búsqueda de la solución correcta se refiere. Pues tenemos que tener en cuenta que un factor clave que incide en la resolución de problemas es la actitud con la que el alumno afronte dicho problema. Como decía Polya (1945) “sería un error el creer que la solución de un problema es un “asunto puramente intelectual”; la determinación y las emociones juegan un papel importante” (p. 80-81).

5. METODOLOGÍA

A continuación procederemos a hablar sobre la metodología que se ha llevado a cabo en nuestro programa sobre la resolución de problemas. Para ello, analizaremos las variables de las que consta dicho programa: la muestra, el instrumento y el procedimiento llevado a cabo.

5.1. La muestra

La investigación ha sido realizada en un colegio público de educación infantil y primaria de la provincia de Granada. Los participantes que han formado parte de esta investigación pertenecen a sexto curso de educación primaria. De forma general, la edad de los estudiantes es de 11-12 años. Contamos con la colaboración de 22 alumnos

aunque los alumnos evaluados han sido 18. No se ha evaluado la totalidad de los participantes porque no han completado el programa, debido a faltas de asistencia en algunas de las pruebas de evaluación.

5.2. El instrumento

El material utilizado para la realización de la investigación en resolución de problemas matemáticos ha sido mediante fichas, donde hemos trabajado principalmente la aritmética. Hemos pasado dos fichas referentes a la evaluación, una para realizar la evaluación inicial al comienzo del programa y la otra para la evaluación final al terminar el programa, para comprobar si se ha obtenido mejoría en comparación con la primera. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (o entrenamiento), hemos llevado a cabo cinco fichas cuya aplicación se ha producido a lo largo de cinco semanas, es decir, una por semana. Con estas fichas hemos intentado que los alumnos interioricen heurísticos y estrategias para la mejora en la resolución de problemas. En el cuadro 1 podemos ver los heurísticos que se han ido trabajando en cada ficha.

Cuadro 1. Heurísticos trabajados en las fichas

	Ficha 1	Ficha 2	Ficha 3	Ficha 4	Ficha 5
Representar o Comprender el problema	X	X	X		X
Idear un plan		X	X	X	X
Valoración del resultado			X	X	X
Reflexión del proceso			X	X	X
Generalización				X	X

A continuación pasaremos a ver los objetivos que hemos intentado conseguir y nuestras pretensiones mediante la realización por parte de los alumnos de las fichas de las que se compone el programa de resolución de problemas:

Ficha 1: el objetivo de la primera ficha ha sido que los alumnos comprendan los enunciados de los ejercicios y los completen, en algunos casos haciendo frases que signifiquen lo mismo que el enunciado original y en otros casos, se les ha pedido que completen el enunciado de un problema, teniendo como referencia la pregunta que les hace. Que identifiquen los datos de relevancia y los superfluos e inventen preguntas.

Hemos estructurado la ficha 1 de esta forma ya que entendemos que resolver un problema consiste en entender la cuestión que se plantea y las palabras con las que se enuncia. Por lo que es importante una correcta comprensión lingüística.

Ficha 2: en esta ficha hemos pretendido que los alumnos realicen operaciones en la recta numérica, completen un esquema y escriban la operación con los datos que conocen. Con estos ejercicios hemos intentado que los alumnos utilicen la representación del problema como medio para facilitar su comprensión y ayudarles a ideas planes de resolución de problemas. También hemos metido algunos ejercicios de repaso de la ficha anterior; planteamientos de preguntas a partir de los datos que se les proporcionan e inventar datos para un problema cuya pregunta es dada.

Ficha 3: en esta ficha hemos pedido que los alumnos completen los enunciados con las unidades de tiempo que correspondan en cada caso, que lean un problema y lo comprendan para poder contestar a las preguntas que se les pide. Comprender un problema, representarlo en un esquema ya estructurado, y resolverlo, comprobando posteriormente si la solución es correcta o no. Finalmente, los alumnos deben leer un problema y ser capaces de reconocer el significado de las diferentes expresiones que se les dan en los subapartados

Con esta ficha hemos pretendido que los alumnos mejoren la forma de representar un problema y comprenderlo, que conozcan como idear un plan, a valorar el resultado y reflexionar sobre el proceso seguido durante el proceso de resolución de problemas.

Ficha 4: con esta ficha se ha intentado que los alumnos mejoren su forma de idear un plan a la hora de abordar un problema. También hemos pretendido que valoren el resultado obtenido, reflexionen sobre el proceso que han seguido y su toma de decisiones y finalmente, a que generalicen este problema con otros que hayan resuelto anteriormente en matemáticas. Los alumnos también han tenido que inventar un problema con una serie de requisitos y han seguido mejorando su comprensión lingüística.

Ficha 5: el objetivo de esta ficha ha sido realizar una evaluación previa a la final, que sirva de prueba para los alumnos. En la mayoría de ejercicios se les pide que reflexionen sobre el proceso seguido y que comprueben las soluciones. Con esta ficha hemos intentado trabajar todo lo aprendido en las anteriores fichas sobre los heurísticos que propone Polya.

5.3. Procedimiento

El procedimiento llevado a cabo para la realización de fichas por parte de los alumnos ha sido el mismo durante las fichas de evaluación y las de entrenamiento. Las fichas han sido realizadas totalmente en horario lectivo, en 45 minutos aproximadamente, siguiendo un proceso similar al que utilizan cuando hacen un examen ordinario.

6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este apartado analizaremos los datos de las evaluaciones en una tabla donde se compara los resultados de las evaluaciones inicial y final. Seguidamente, la puntuación obtenida por los estudiantes en dichas evaluaciones se ha representado en un gráfico, donde podemos ver los alumnos que han mejorado, mantenido o empeorado su capacidad de resolución de problemas. Posteriormente, hemos realizado un test de hipótesis para comprobar que la realización del programa ha sido significativo para la mejora en resolución de problemas. Como la muestra obtenida no ha demostrado la hipótesis, hemos recurrido al test de Wilcoxon, el cual nos ha confirmado que se ha producido una mejora en la evaluación final. Por lo tanto, llegamos a la conclusión de que dicha mejora se ha podido producir gracias a la aplicación del programa de resolución de problemas durante estas semanas en clase.

Pasando a ver los resultados, como se ha mencionado anteriormente, de los 22 estudiantes que forman la muestra, solamente se han seleccionado aquellos que han realizado ambas pruebas de evaluación, por ello el tamaño total de la muestra es 18. En la realización del análisis de resultados se ha recurrido al software estadístico SPSS. En una primera toma de contacto se han calculado los estadísticos descriptivos, véase Tabla 1. En ella se observa que en la prueba inicial se obtuvo una nota media de la clase de 4,6944 mientras que después de su aplicación se incrementó hasta 6,1944.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Antes	18	,00	10,00	4,6944	2,88576
Después	18	,00	10,00	6,1944	3,74220
N válido (según lista)	18				

Con objeto de tener una visión más clara sobre el cambio que ha sufrido las calificaciones de los estudiantes, se presenta la Figura 1. La Figura 1 recoge la información referente a la calificación obtenida en la prueba inicial (línea azul) y la obtenida en la prueba final (línea roja), también se ha incluido la recta $y=5$ (umbral de no aptos - aptos). Puede apreciarse que la mayoría de los estudiantes incrementaron positivamente su nota (11 estudiantes de 18). El resto de alumnos disminuyeron o mantuvieron constante la calificación.

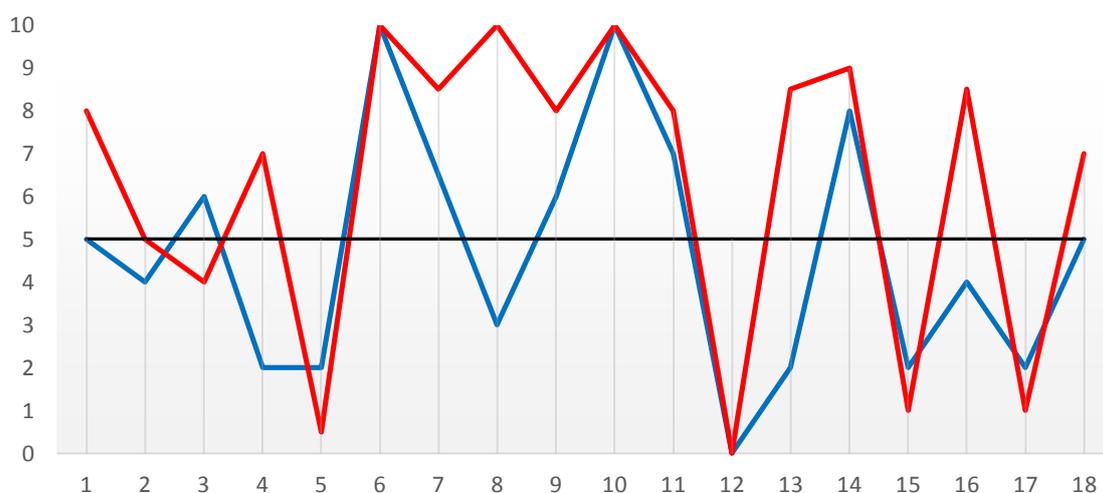


Figura 1. Calificación obtenida por los 18 estudiantes, de la prueba de evaluación antes de aplicar el taller (en azul), después de aplicar el taller (en rojo) y la recta $y=5$

En especial, cabe mencionar a los alumnos 4, 8, 13 y 16, cuyos resultados han mejorado notablemente respecto a la evaluación inicial. Se observa que la mejora en estos casos va de 4 a 7 puntos respecto a la nota anterior. Con la información obtenida podemos considerar que el programa ha ayudado a progresar a estos sujetos en la resolución de problemas.

Con el fin de comprobar si las fichas que se han realizado sobre resolución de problemas han influido o no en la calificación media de la clase, se plantea un contraste de hipótesis para dos muestras apareadas. En el estudio de normalidad, se ha comprobado que los resultados muestrales obtenidos después de llevar a cabo el programa de fichas, no verifica la hipótesis. Teniendo en cuenta que el p -valor, 0,01 (véase Tabla 3), es inferior a 0,05, se rechaza la hipótesis nula, a un nivel de significación del 5%. Es por ello que ha sido necesaria la aplicación del test de Wilcoxon, mediante el cual y teniendo en cuenta la información muestral, se ha

concluido que la aplicación del programa de resolución de problemas ha influido en la nota media de la prueba final.

Por tanto, los resultados obtenidos parecen indicar que el programa de resolución de problemas ha incrementado la nota media de las evaluaciones realizadas (rango promedio de 4,5 frente a rango promedio de 7,45, véase Tabla 2). Es por eso que, el test de Wilcoxon nos permite observar la existencia de diferencias significativas entre ambas pruebas de evaluación, y se podría asumir que el programa de resolución de problemas incrementa las notas en las evaluaciones enfocadas en la resolución de problemas.

Tabla 2. Rangos de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon

	N	Rango promedio	Suma de rangos
Rangos negativos	2 ^a	4,50	9,00
Rangos positivos	11 ^b	7,45	82,00
Empates	5 ^c		
Total	18		

a. Después < Antes; b. Después > Antes; c. Después = Antes

Tabla 3. Estadísticos de contraste^a

	Después - Antes
Z	-2,567 ^b
Sig. asintót. (bilateral)	,010

a. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

b. Basado en los rangos negativos.

7. CONCLUSIONES

Es cierto que el programa sobre resolución de problemas con los alumnos, ha sido satisfactorio y de gran utilidad de cara a hacernos reflexionar que la manera tradicional de enseñar matemáticas, y la más extendida, no es la más efectiva de cara a la adquisición de las distintas competencias clave de las que consta el currículo de educación primaria. Ya que vemos, como mediante la resolución de problemas, los alumnos pueden aprender a resolver situaciones que se les pueden presentar en la vida

cotidiana, lo cual difiere mucho de los ejercicios o tareas a los que están acostumbrados, los cuales son de bajo potencial práctico.

Se ha podido comprobar mediante la realización de este trabajo que los alumnos pueden ser entrenados para la resolución de problemas y mejorar en este aspecto que es tan básico para la vida cotidiana. Trabajar con esta metodología también nos va a permitir lograr mejores resultados en evaluaciones internacionales, donde se mide en nivel de competencia matemática que poseen los alumnos, cuyo desastroso resultado, el cual solemos obtener, nos hace cuestionarnos si nuestro sistema educativo es eficaz.

La experiencia durante la realización del trabajo ha sido buena y no se nos ha presentado inconvenientes reseñables durante el proceso. El programa se ha podido realizar durante 7 semanas, como había sido planeado desde un comienzo. La primera y última semana fueron destinadas a evaluar a los alumnos y las semanas centrales a la realización de las fichas de entrenamiento en resolución de problemas.

Aunque estamos contentos con los resultados, cabe destacar que nos hubiera gustado disponer de más tiempo para su realización debido a que para comprobar la eficacia de un programa sobre resolución de problemas sería conveniente aplicarlo desde 1° a 6° curso de educación primaria. Sin embargo, nuestro programa solo ha tenido una duración de 7 semanas. No obstante, esto nos ha permitido darnos cuenta de que si la mejora producida en los alumnos en estas escasas semanas ha sido notable, la aplicación de un programa de resolución de problemas durante toda la etapa de educación primaria produciría grandes resultados.

Para concluir, decir que hemos trabajado duro en la realización del Trabajo Fin de Grado, lo cual nos ha reportado satisfacción al analizar los resultados de las pruebas y ver que los resultados fueron favorables, esto era algo que nos preocupaba desde un primer momento, ya que no sabíamos la reacción que tendrían los alumnos ante el taller sobre resolución de problemas ni como saldrían los resultados finales.

Finalmente decir que me ha parecido una metodología digna de que sea conocida por todos los docentes, ya que tiene múltiples aplicaciones en diferentes áreas curriculares, no solamente en matemáticas y cuya puesta en marcha puede aportarnos grandes beneficios dentro de la comunidad educativa.

REFERENCIAS

- Beagle, E.G. (1979). *Critical Variables in Mathematics Education*. Washington, D.C.: Mathematical Association of American and National Council of Teachers of Mathematics, NCTM.
- Blanco, L.J. (1997). Concepciones y creencias sobre la resolución de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculares. En *Cuadrante, Revista Teórica e de Investigaciao*, 6(2), 45-65.
- Carpenter, T.C. (1985). Learning to add and subtract: An exercise in problem solving. En E.A. Silver (Ed.) *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives*. Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Granada: Universidad de Granada.
- Castro, E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Tesis doctoral. Granada: Comares.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM
- CECD. Consejería de Educación, Cultura y Deporte (2015). *Orden de 17 de marzo, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*.
- Chacón, I. M. G. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Cobo, P., y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 115-140.
- Delgado, J. R. (1999). *La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales matemáticas*. Ciudad de la Habana, Cuba: Tesis Doctoral, Universidad de La Habana.

- Dewey, J. (1933). *How we think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. San Francisco: New Lexington Press.
- Dumas-Carré, A. (1987). *La Résolution de Problèmes en Physique au Lycée ; Le Procédural : Apprentissage et Evaluatio*. Tesis doctotal. Universidad de París 7: Francia.
- Fernández, F. (1997). Evaluación de competencias en álgebra elemental a través de problemas verbales. *Granada, España: Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática*.
- Fernández, F., Castro., Segovia, A. y Rico, L. (1996). El lenguaje matemático. En A. Romero (Coord.), *Lenguaje y enseñanza* (pp. 317-344). Granada: Fundación Educación y futuro.
- García, J. E. (1992). *Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas*. Aula de innovación educativa, (6), 14-21.
- Gregorio, J. (2005). La resolución de problemas en primaria. *Sigma: revista de matemáticas= matematika aldizkaria*, (27), 9-34.
- Grupo Cero, (1984). *De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas*. Valencia, España: Editorial Mestral.
- Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: Where do good problems come from? En A. H. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale. NJ: LEA.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (1996): Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de Primaria. En Giménez, Llinares y Sánchez (eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. (pp. 96-118). Granada: Comares
- McLeod, D.B. (1992). Research of affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching* (pp. 575-596). New York: Macmillan.

- MEC, Ministerio de Educación y Ciencia (1970). *Ley 14/1970, de 4 de agosto, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. Autor: Madrid.
- MEC, Ministerio de Educación y Ciencia (1990). *Real Decreto 1006/1991, de 14 de junio por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria*. Autor: Madrid.
- MEC, Ministerio de Educación y Ciencia (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por las que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. Autor: Madrid
- MECD, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2002). *Real Decreto 10/2002, de 24 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Autor: Madrid.
- MECD, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- Osborne, A., y Kasten, M. B. (1980). Opinions about problem solving in the curriculum for the 1980's: A report. *Problem solving in school mathematics*, 51-60.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton University Press. Princeton, NJ.
- Polya, G. (1954a). *Mathematics and plausible reasoning: vol 1: Induction and analogy in mathematics*. Oxford University Press.
- Pólya, G. (1954b). *Mathematics and plausible reasoning: vol 2: patterns of plausible inference*. Oxford University Press.
- Polya, G. (1965a). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving: vol 1*. Wiley.
- Polya, G. (1965b). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving: vol 2*. Wiley.
- Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas*. Granada: Comares.
- Rico, L. (1988) (Coord.) *Didáctica activa para la resolución de problemas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

- Rico, L., Castro, E., González, E. y Castro, E. (1994). Two-setp addition problems with duplicated semantic structure. En J.P. Da Ponte y J.F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of mathematical Education* (pp.121-128). Lisboa, Portugal: University of Lisboa.
- Romberg, T. (1969). Current research in Mathematics Education. *Review of Educational Research*, 39(4), 473-491.
- Santos-Trigo, M. (2007). La resolución de problemas matemáticos. *Fundamentos cognitivos*. Mexico: Trillas.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (5-6), 523-536.
- Santos-Trigo, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. *Investigación en Educación Matemática XII*. 157-187.
- Santos-Trigo, M. (2008). On the use of technology to represent and explore mathematical objects or problem dynamically. *Mathematics and Computer Education Journal*, 42(2), 123-139.
- Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. En *La enseñanza de la matemática a debate*. (pp. 13-47). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic press.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1) 19-28.
- Suydam, M. (1987). Indications from research on problem solving. *Teaching and learning: A problem-solving focus*, 99-114.

ANEXOS

En primer lugar aclarar que en las fichas se les ha proporcionado el espacio suficiente a los alumnos para que puedan contestar a las preguntas que se les plantean. Dicho espacio ha sido suprimido en los anexos para que las fichas ocupen el menor espacio posible y así conseguir una mejor visión de las mismas. Las fichas también contaban con un encabezado donde se les pedía que introdujeran el número que tienen asignado en la lista de clase y su curso académico actual.

Hemos considerado oportuna la presentación de las fichas de la siguiente manera, debido a que es el orden cronológico que se ha seguido en el momento de su aplicación. Comenzaremos con la evaluación inicial para seguir con las fichas 1-5 y culminar con la evaluación final. Recordar que en las fichas se ha trabajado principalmente la aritmética.

Ficha de Resolución de Problemas. Evaluación inicial.

1.- El padre de Adolfo es pintor. Por el trabajo de esta última semana ha cobrado 375 €. ¿Cuánto ganó cada día, sabiendo que el sábado y el domingo no fue a trabajar?

2.- Una pareja recién casada está buscando una casa y ha encontrado un adosado con las siguientes condiciones:

PRECIO: 280.000€
ENTRADA: 15%
RESTO: A PAGAR EN 40 AÑOS

¿Cuánto tendrán que pagar cada mes durante 40 años?

3.- En el pabellón deportivo municipal se ha organizado un campeonato de tenis de mesa. Se han presentado 6 alumnos. Todos los participantes tienen que jugar un único partido con todos los participantes. ¿Cuántos partidos de tenis de mesa en total se jugará ese día?

4.- Lucía trabaja en una empresa que está a 360 km de Logroño. A las 8:00 tiene una reunión de trabajo que durará como mínimo cuatro horas. Hoy es el cumpleaños de su sobrino y la fiesta empieza a las 12:00, ¿A qué hora como muy tarde tendrá que salir de la reunión teniendo en cuenta que viajará en coche a una velocidad media de 120 km/h y que realizará dos descansos de 15 minutos cada uno?

5.- Andrea tiene un reloj que siempre se adelanta 20 segundos todos los días y su hermana Paula tiene otro reloj similar que se retrasa 35 segundos todas las semanas. La noche de fin de año de 2015, ambas pusieron sus relojes a la misma hora y mismos segundos. ¿Cuál será la diferencia en minutos y segundos que habrá entre ambos relojes el día 21 de enero, después de tres semanas?

6.- En la cocina de casa hay una caja de cartón que contiene 24 piezas de fruta. Entre esas frutas tenemos: melones, sandías y limones. Hay un total de 14 melones, de los cuales, 8 están sanos, es decir, en buen estado. Sabemos que hay más sandías que limones en la caja. También un total de 10 piezas de fruta podrida y que 4 de esas piezas podridas, son limones. Averigua cuantas sandías hay en total en la caja rellenando la tabla que aparece a continuación:

	<u>Melones</u>	<u>Sandías</u>	<u>Limones</u>	<u>Total</u>
Sanas				
Podridas				
Total				

Ficha de Resolución de Problemas 1.

Actividad 1.1. Reconstruye las oraciones siguientes de tal manera que signifiquen lo mismo que las originales.

1.- José tiene 12 cromos. Su hermano Antonio tiene 18 cromos más que José.

Antonio tiene cromos. José tieneque Antonio.

2.- Un camión pequeño transporta 2 toneladas de aceite. Un camión grande tiene 3 veces más capacidad que el pequeño.

El camión grande puede transportar toneladas de aceite. El camión pequeño tiene menos capacidad que el camión grande.

3.- La serpiente se come a la rana y la rana a la mariposa.

La mariposa

4.- Roberto ha visitado 8 países, 6 menos que Fernando.

Fernando ha visitado que Roberto.

Fernando ha visitado países.

Entre los dos han visitado países.

Actividad 2.1. ¿Qué puedo calcular con los datos del telegrama y con los datos conocidos? Hago preguntas.

1.- Juan es vendedor de ropa. La primera semana vende 29 prendas de hombre y 35 de mujer. 13 de las prendas de mujer estaban en rebajas.

¿.....?

2.- José Carlos mide 1.80 metros.
Su hija pequeña mide 90 centímetros.

¿.....?

¿.....?

Actividad 2.2. Leo los datos. ¿Qué preguntas se pueden contestar?

Datos:

En la cocina de mi abuela hay 20 platos y 8 cucharones. En la cocina de mi tía hay 17 platos y muy pocos cucharones. En la cocina de mi abuela hay el doble de cucharones que en mi cocina.

Preguntas:

¿Cuántos cucharones hay en mi cocina?

¿Cuántos elementos de cocina útiles de cocina tenemos en total?

¿Hay en total más de 30 platos entre todas las cocinas?

Actividad 3.1. ¿Qué dato no necesitas para contestar a la pregunta? Táchalo y subraya los datos importantes

1.- Mi madre me ha comprado cinco prendas de vestir, entre camisetas y pantalones. He contado los pantalones y había tres, pero dos de ellos eran cortos. ¿Cuántos pantalones largos me habrá comprado mi madre?

2.- Cuando fui este verano de vacaciones a China me compré siete kimonos y tres pares zapatos típicos de allí. De esos kimonos, tres eran negros y los demás blancos. Después de aterrizar en España nuestro avión de la compañía Ryanair, me di cuenta que se habían perdido en el aeropuerto todos los kimonos negros. ¿Cuántos kimonos blancos me quedan?

3.- Esta semana me han mandado en el colegio hacer un trabajo sobre matemáticas, lengua y ecología. Estoy muy agobiado. El trabajo de matemáticas es muy fácil pero el de ecología se compone de energías renovables y reciclaje. De ocho apartados que tiene el tema de energías renovables he terminado cinco. ¿Cuántos apartados me quedan para terminar el tema de energías renovables?

Actividad 3.2. ¿Qué dato falta para poder contestar a la pregunta? Escríbelo.

Datos:

Tengo 4 veces más cromos que Alberto.
.....

Pregunta:

¿Cuántos cromos tengo?

Datos:

Mi amigo tiene 15 años.
.....

Pregunta:

¿Cuántos años tiene su hermana?

Actividad 4.1. Piensa en la pregunta. Escribe los datos necesarios para poder contestarla.

“Un avión es más rápido que un coche”

Datos:

·
·

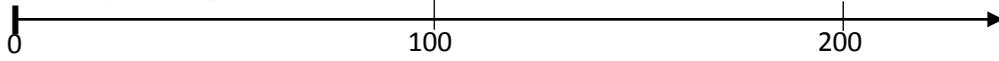
Pregunta:

¿Cuántas veces es más rápido un avión que un coche?

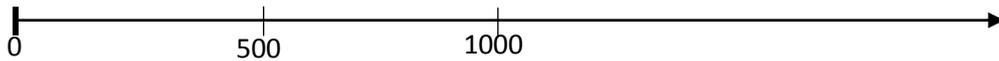
Ficha de Resolución de Problemas 2.

1.- Realizar en la recta numérica las siguientes operaciones.

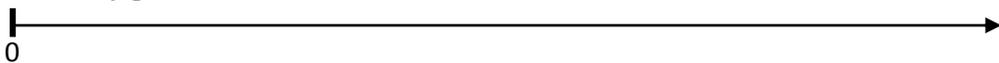
a) “Tengo 120 y me regalan 45”



b) “Comparar 850 con 520”

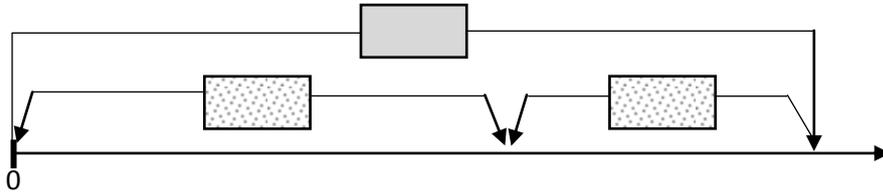


c) “Gané 2300 y perdí 1500”



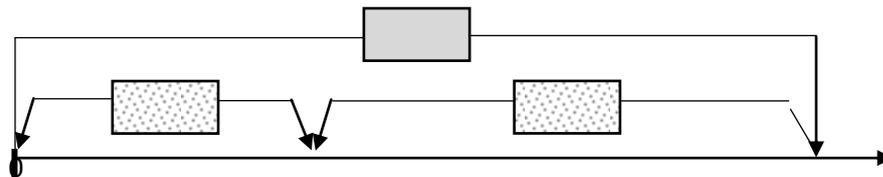
2.- Completa el esquema con los datos que conoces y escribe la operación.

a) Francisco es un fontanero al que le han quitado este mes de su salario 450€. Después de haberle descontado esa cantidad, a Francisco sólo le quedan 920€. ¿Cuál era el salario inicial de Francisco?



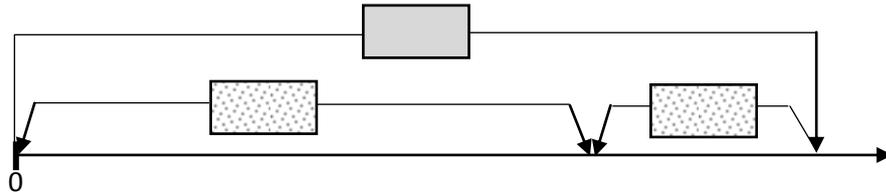
Operación:

b) Patricia tiene una fiesta esta noche y necesita encontrar unos pendientes para ponerse. Cuando mira el cajón donde los tiene guardados los 20 pendientes observa que sólo tiene 6 pendientes, ¿cuántos pendientes ha perdido Patricia?



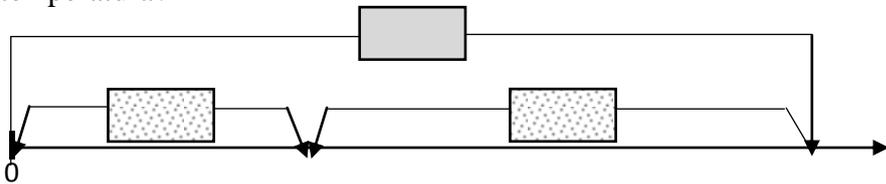
Operación:

c) Nerea está convencida que ayer cuando compró un regalo para su amiga María llevaba en el bolsillo 17,40€. Sin embargo, al llegar al llegar a casa vio que no tenía ninguna moneda en el bolsillo así que miró la factura y se dio cuenta de que el regalo le había costado 13,75€. ¿Cuánto dinero habrá perdido por el camino de vuelta a casa?



Operación:

d) Ayer fui de viaje a Sierra Nevada. Cuando salí de Granada había una temperatura de 16 °C, sin embargo, cuando estaba en la sierra la temperatura era de 2 °C. ¿Cuántos grados bajó la temperatura?



Operación:

3.- A partir de los datos, plantea dos preguntas.

Datos:

Antonio José compra 20 cromos.

Su prima Gloria compra 3 veces más cromos que Antonio José.

¿.....?

¿.....?

4.- Sabiendo que

Las serpientes comen ranas,

y a partir de la pregunta,

¿Cuántas serpientes hacen falta para comerse 120 ranas? Escribe los datos necesarios para poder contestarla.

Datos:

.....

Ficha de Resolución de Problemas 3.

1.- Completa con las unidades de tiempo correspondientes:

- a) Cinco horas, ¿cuántos minutos son?
- b) Dos semanas, ¿cuántas horas son?
- c) Qué dura más, ¿dos días o 3.000 minutos?
- d) ¿Cuántos segundos hay en un día?
- e) Qué dura más, ¿una semana o 160 horas?

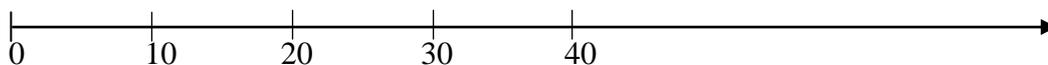
2.- Lee el siguiente problema, compréndelo y contesta a las preguntas siguientes:

- a) Me aseguro de que he comprendido el texto intentándomelo contar de que trata.

PROBLEMA: En el puerto, a las 8 de la mañana, hay 17 lanchas motoras, 4 barcos y 7 motos de agua. Durante la mañana, salen 4 motos de agua y 13 lanchas motoras. Por la tarde, entran 5 barcos y 9 lanchas motoras y por la noche entran 2 motos de agua. ¿Cuántos vehículos marinos hay en el puerto al final del día?

¿Qué es lo que sé del problema? ¿Cuál es la pregunta?

- b) Comprendo los datos y hago relaciones entre los datos que me dan y la pregunta. Realizo un esquema.



- c) Realizo la operación y escribo el resultado final.

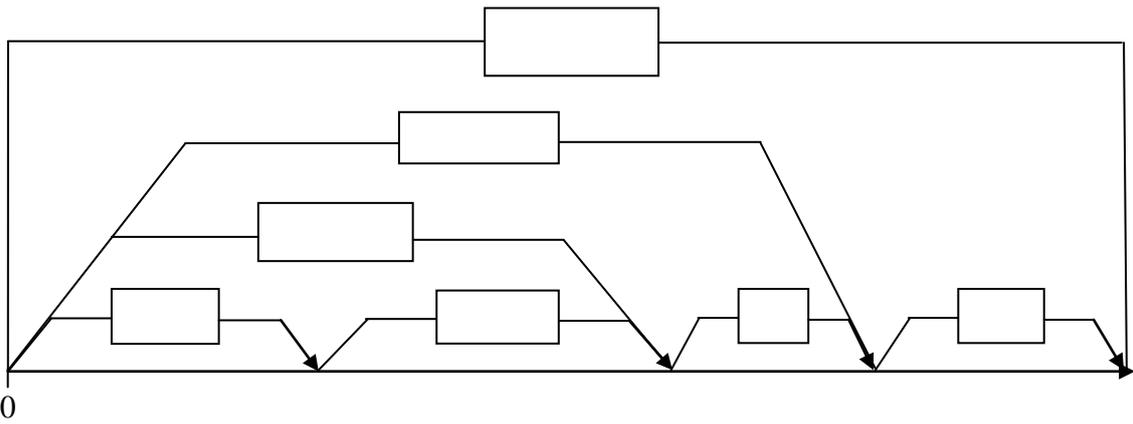
? = =

Solución:.....

- d) Compruebo la solución del problema y la traslado al texto. Leo como queda el problema. ¿Tiene sentido?

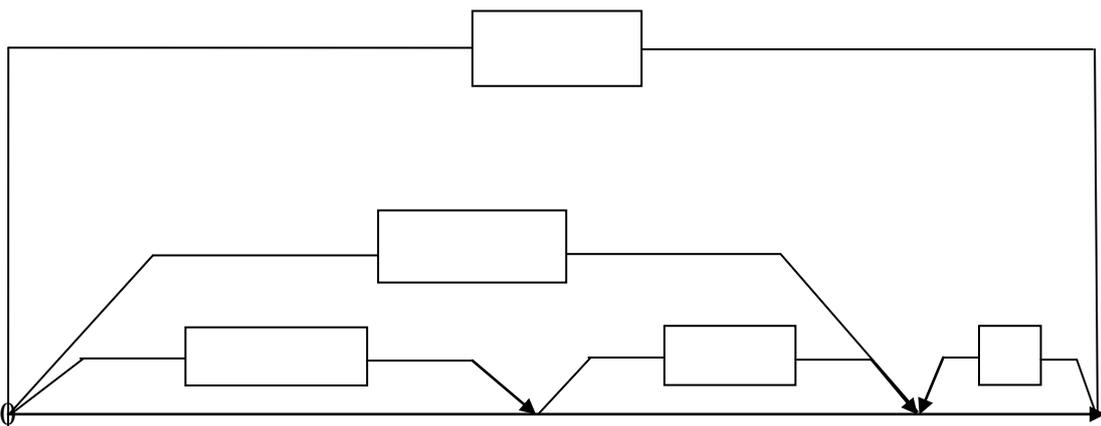
3.- Comprendo el problema, lo represento en el esquema y lo resuelvo. Posteriormente compruebo si la solución es adecuada.

PROBLEMA: Natalia tiene una colección de sellos. Sólo le faltan 15 para acabar dicha colección. A comienzos de semana, Natalia tenía 35 sellos pero luego su hermano, que ya se había cansado de coleccionar sellos, le regaló sus 33 sellos suyos y posteriormente su padre hizo lo mismo, dándole 12 sellos. ¿Cuántos sellos tiene la colección?



Comprobación:

PROBLEMA: Francisco tiene pensado hacer un viaje a Roma (Italia). Para ello ha estado ahorrando durante mucho tiempo. El viaje le cuesta 500 euros. Francisco tiene ahorrada una cantidad de 350 euros. Esta semana ha conseguido 200 euros pero ha tenido otros gastos que le han supuesto 50 euros. ¿Podrá Francisco ir finalmente de viaje a Roma? Completa el esquema y justifica tu respuesta a continuación.



Comprobación:

4.- Lee el problema siguiente atentamente

PROBLEMA: Antonio ha ido a la librería a comprarse unos cómics de “Batman”. Llevaba 20 euros. Cada cómic cuesta 1,50 euros y cada cómic trae aproximadamente 30 páginas.

Escribe con tus propias palabras que quiere calcular Antonio con las siguientes operaciones.

- a) $1,50 + 1,50 + 1,50 + 1,50 + 1,50$
- b) $20 - 4,50$
- c) 8×30
- d) $5 \times 1,50$
- e) $30 + 30 + 30$

Ficha de Resolución de Problemas 4.

1.-Completa el siguiente cuadro teniendo en cuenta que la suma de cada fila y cada columna siempre da como resultado 300.

136	85		300
63			300
		58	300
300	300	300	

2.- Coloca los números en su correspondiente casilla y sitúa el signo de las operaciones entre las casillas para obtener un correcto resultado.

a) La mitad del doble de 20 =

b) El triple de 60, más 15. =

3.- Inventa un enunciado de un problema teniendo en cuenta que la solución del problema es 100 y que para resolverlo se han realizado las operaciones que aparecen a continuación:

1ª operación $500 - 175 = 325$

2ª operación $325 + 75 = 400$

3ª operación $400 : 4 = 100$

4.-Tengo 60 cromos de la liga española y mi amigo tiene 40 cromos.

- a) Tengocromos más que mi amigo.
- b) Tengo veces más cromos que mi amigo.
- c) Tendré veces más cromos que mi amigo si compro 20.
- d) Tendré los mismos que mi amigo si le regalo cromos.

5.-Paola es dueña de una fábrica de coches. Sólo sabe que de lunes a viernes se fabrican 20 coches al día, pero que 3 de ellos salen defectuosos. Si la producción de coches a la semana es de 100 coches. ¿Cuántos coches no defectuosos se habrán producido en la semana?

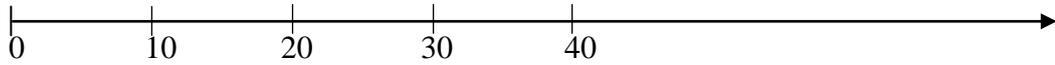
Reflexiona acerca de los datos que conoces y qué operaciones debes realizar. Pon en marcha tu plan de resolución.

6.- Lee el siguiente problema, compréndelo y contesta a las siguientes preguntas:

En un lago, por la mañana había 20 ranas, 12 mariposas y 8 serpientes. Resulta que las serpientes se han comido 5 ranas y las ranas se han comido 7 mariposas. Por la tarde, vinieron 15 ranas más y 10 mariposas. Por la noche, las serpientes se comieron 13 ranas. ¿Cuántos animales quedaron al final del día en el lago?

- a) Me aseguro de que he comprendido el texto intentándomelo contar de que trata. ¿Qué es lo que sé del problema? ¿Cuál es la pregunta?

- b) Comprendo los datos y hago relaciones entre los datos que me dan y la pregunta. Realizo un esquema.



- c) Realizo la operación y escribo el resultado final.

? = =

Solución:.....

- d) Traslado al texto la solución y compruebo que es correcta, ¿Tiene sentido el resultado obtenido? ¿Por qué?

7.- A principio de curso, el padre de mi amigo Juan se encargó de comprar el material escolar. Con 238€ el padre de Juan ha comprado 15 libros que valen 10 € cada uno, 15 rotuladores a 2 € la unidad y 15 reglas. Si después de realizar la compra le siguen sobrando 40 €. ¿Cuánto costaba cada regla?

Reflexiona acerca de los datos que conoces y qué operaciones debes realizar. Pon en marcha tu plan de resolución.

Ficha de Resolución de Problemas 5.

1.- En una granja hay 1800 gallinas. Cada gallina pone 2 huevos cada 3 días. Al cabo de 15 días, ¿cuántas docenas de huevos se recogen en la granja?

Lee el problema anotando los datos relevantes y elabora un plan de resolución.

Ejecuta ese plan y comprueba la solución.

2.- Paola tiene una caja con juegos de la PlayStation. Su amigo Carlos le ha pedido prestados 15 juegos. Ahora Paola tiene 25 juegos más que su hermano. ¿Cuántos juegos tenía Paola si su hermano tiene 12?

Lee el problema anotando los datos relevantes y elabora un plan de resolución.

Ejecuta ese plan y comprueba la solución.

3.- Un lápiz y un sacapuntas valen 1 euro. Si el lápiz cuesta 80 céntimos más que el sacapuntas. ¿Cuánto vale cada material?

Reflexiona y comprueba que tu solución es correcta.

4.-Un agricultor de Granada vende tomates a 5€ la unidad y un agricultor de Jaén vende fresas a 3€. Si entre los dos han conseguido una ganancia de 180 €, de los cuales 120€ son del agricultor de Jaén. ¿Cuántos tomates ha vendido el agricultor de Granada?

5.- Pedro quiere comprarse una parcela de 8 metros de largo por 12 de ancho en la montaña pero no sabe si va a tener suficiente dinero. Él tiene 25.000 € y sabe que el metro cuadrado le sale a 300€. ¿Tendrá suficiente dinero para poner comprarlo?

Haz un dibujo de la parcela de Pedro y comprueba si tiene suficiente dinero para comprarla.

6.- Alfonso está en el piso 13º y quiere bajar al piso -3º para coger su coche del parking. Pero cuando va a coger el ascensor, resulta que está completo y tiene que bajar la mitad de los pisos andando. ¿Cuántos pisos habrá hecho caminando por las escaleras?

Ficha de Resolución de Problemas. Evaluación final.

1.- Manuel es un chico que todos los días para ir a clase necesita coger dos autobuses, uno de ida y otro de vuelta, para volver a casa. El billete de autobús por cada viaje que da es de 1.10 €. Si Manuel tiene clase de lunes a viernes, ¿cuánto gastará en 5 semanas?

2.- Estamos a día 10 de mayo. Si todos los meses tuvieran 30 días, ¿cuántas semanas faltarían para el día de Navidad?

3.- Paula se encuentra en el suelo tiradas una gran cantidad de monedas de 1€, 2€ y billetes de 5 €. Utilizando la tabla indica **5 maneras** distintas con las que tu cogerías 15€.

Número de monedas de 1 €	Número de monedas de 2 €	Número de billetes de 5 €

4.- El taller de la marca Audi repara 36 coches a la semana y trabaja de lunes a sábado. El taller de la marca BMW repara 28 coches a la semana, pero trabaja de lunes a jueves. ¿Qué marca de coches reparará más vehículos en un día? ¿Y en 5 semanas?

5.-Antonio es un buen lector de libros y le gusta leer la mayor cantidad de páginas posibles. Un día caminando por la calle ve dos ofertas en una librería. ¿Qué oferta crees que le gustará más a Antonio?

Oferta A	Oferta B
7 libros	5 libros
120 páginas	200 páginas
15€	15€

6.- Pepe hizo una inversión de 600 € y plantó espárragos en su parcela. Ahora está recogiendo la cosecha de espárragos y obtiene 15 kg al día y trabaja de lunes a viernes. Una vez recogidos, los hace paquetes de 5 kg y los vende a 10 € el paquete. ¿Habrá recuperado su inversión en 4 semanas?