Legitimación en una práctica matemática. Una mirada desde el enfoque ontosemiótico

Legitimation in a mathematical practice. A view from the onto-semiotic approach

Antonio José Lopes[1], Yuly Vanegas[2] y Joaquin Giménez[3]

[1]CEM São Paulo, [2]UniversitatAutònoma de Barcelona, [3]Universitat de Barcelona

Resumen

En este reporte se muestra el análisis de una práctica escolar, sobre resolución de problemas desarrollada con estudiantes de 12-14 años, en donde se caracterizan aspectos relacionados con las interacciones y lo normativo usando herramientas del enfoque ontosemiótico. Se resalta el valor del tipo de propuesta de actividad matemática, y sobre todo, una forma de negociación en donde las normas epistémicas son gestionadas conjuntamente por estudiantes y docente. Se muestra el papel del profesor como catalizador, dejando la legitimación en manos de los estudiantes.

Palabras clave: enfoque ontosemiótico, análisis de prácticas matemáticas, legitimación

Abstract

This report shows the analysis of a problem-solving school practice developed with 12-14 year-old students, where aspects related to interactions and normative are characterized using tools from the onto-semiotic approach. It is emphasized the value of the type of proposed mathematical activity, and in particular, a form of negotiation in which the epistemic norms are managed by students and teacher together. The role of the teacher as a catalyst, leaving legitimation in the hands of students is shown.

Keywords: onto-semiotic approach, analysis of mathematical practices, legitimation

1. Introducción

Una preocupación de la investigación reciente en Educación matemática es el estudio de las condiciones y variables que posibilitan que los alumnos sean capaces de producir matemáticas de calidad, en entornos de discusión abierta y democrática, así como desarrollando negociaciones y creando comunidades de investigación. En este estudio, analizamos trabajos de aula, en los que estudiantes (de 12-14 años) producen escritos matemáticos. Y a partir de ellos, junto con los registros del docente, evidenciamos, no sólo el valor de este tipo de propuestas de actividad matemática sino también y sobre todo, una forma de negociación que acabaremos por llamar de “inspiración lakatosiana” en donde el alumnado es legitimado en su construcción de conocimiento.

Nos proponemos como objetivo principal, la caracterización de un contexto de producción social de conocimiento matemático que aquí será llamado: Ambiente de Inspiración Lakatosiana (AIL), mediante un análisis de las prácticas basado en diferentes herramientas del Enfoque Ontosemiótico (de ahora en adelante, EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007). En particular, reconocemos que el análisis de las normas e interacciones que condicionan y soportan los procesos de estudio matemático, permiten justificar que el ambiente generado, legitima el conocimiento desarrollado por los estudiantes.

Lopes, A, Vanegas, Y. y Giménez, J. (2017). Legitimación en una práctica matemática. Una mirada desde el enfoque ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

2. Marco teórico

Diversos autores han hablado de la clase de matemáticas como un lugar en donde se generan ambientes de aprendizaje, que se ocultan tras prácticas sociales que requieren para su comprensión algunos contenidos matemáticos. Interpretamos la clase como una comunidad de práctica discursiva y argumentativa, que debe posibilitar a los estudiantes tomar conciencia del uso de las matemáticas, para modelar fenómenos sociales y culturales con sus correspondientes consecuencias éticas y sociales. Los ambientes de aprendizaje en estos escenarios encarnan aspectos democráticos propios de la micro-sociedad de la clase de matemáticas.

Convenimos con los teóricos de la argumentación, en que dicho proceso (la argumentación), se convierte en una forma de organización de los procesos cognitivos de los estudiantes. La caracterización del razonamiento está dada por procesos que realiza el sujeto, en los que a partir de informaciones previas se intenta pasar a nuevas formas de información. (Rabello y Bolite, 2009). Al expresar ideas en el colectivo (la clase), se pueden modificar o reforzar los significados comunes desarrollados.

En este estudio, llamamos *conocimiento legítimo* a aquél que se encuentra aprobado por lo dialógico (Lins, 1995), en donde existen unas reglas compartidas por una institución que se aceptan como forma de autoridad o poder conquistada, y no impuestas. En un planteamiento legitimado por lo dialógico, el docente (u otros actores) son ante todo facilitadores. Los conocimientos son, en ese sentido, subjetivos, y el proceso de aprendizaje es personal, interpersonal e irrepetible. Todos los actores van creando los conocimientos que integran, y se dan a sí mismos las lecciones que se quieren dar: se trata de un proceso en el cual "si no quiero ser generoso conmigo mismo", "voy a aprender poco".

La reflexión crítica en el aula es uno de los modos de enseñanza-aprendizaje heurístico que promueve legitimación, porque mantiene una actitud abierta y participada a los cambios (Heller y Martin-Jones, 2001). Asumimos con Lins (1995), que el conocimiento es entendido como algo que el sujeto cree y expresa, y que se caracteriza, como una afirmación justificada. El rol de la justificación no es explicar la creencia-afirmación, sino volver su enunciación legítima. Las justificaciones desempeñan un doble rol en la constitución del conocimiento pues, al mismo tiempo que ellas son parte del proceso de legitimarlo, también son parte del proceso de constituir objetos.

Legitimar implica reconocer un cierto tipo de persuasión para un consenso, en situaciones de validación. La legitimidad no puede sustentarse sólo en sentimientos. Legitimidad no implica consenso sobre las afirmaciones sino constatación de posibilidad de refuerzo o refutación de las propias afirmaciones. La hipótesis que sigue de estos principios es la de ofrecer la posibilidad de que las verdades matemáticas no se institucionalizan sólo en las manos del docente como representante de una comunidad histórica, sino por el valor mismo de las afirmaciones. El docente tiene un valor pero no dominante.

Asumimos que algunos autores suscriben un modelo en que la educación debe ser concebida como "siendo por un lado, el lugar de encuentro/confrontación de diferencias y de su negociación, y por otro lado, el lugar de la diferencia en sí misma" (Stoer y Magalhães, 2005, p.140). De este modo, se considera esencial que el profesor asuma un papel de orientador y mediador del aprendizaje, facilitando las relaciones entre culturas y sabiendo explorar, en cada una de ellas, sus potencialidades, en particular, para la educación matemática. Tales alteraciones implican un cambio en el propio contrato didáctico (César, 2003).

3. Metodología

Se describe y analiza aquí una práctica escolar realizada con tres grupos de estudiantes de 12-14 años en una escuela brasilera (Escola da Vila), la cual fue documentada de 1995 a 1998. Aunque esta documentación pueda considerarse "vieja" en el tiempo, conserva la originalidad como documentos auténticos dignos de ser analizados (Lopes, 2016). A partir de la experiencia, se escribe una narrativa de investigación (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2003) de la práctica, que ahora es objeto de análisis. A través de los textos narrativos de los estudiantes y del docente, los procesos de documentación narrativa llevados a cabo de forma colaborativa, estos procesos se presentan como vías válidas para la reformulación, la ampliación y la transformación de una cierta "visión pedagógica" del propio alumnado. Lo cual permite incursionar en lo inédito, en lo silenciado, en lo aún no descrito ni dicho.

La tarea matemática propuesta en la experiencia, proponía que los alumnos reconocieran como problema inicial: *encontrar el ángulo que forman las manecillas del reloj en una hora determinada*. Para ello, se pidió que los alumnos *buscaran en relojes de sus casas el ángulo que formaban las manecillas a la hora de entrada a la escuela, del patio y de la salida de clase, y posteriormente se plantearan la misma situación con la hora en que cada uno había nacido*. Esta situación pretendía la generación de un proceso de resolución inductivo general como caso crucial (en sentido de Balacheff).

Subdividimos la práctica desarrollada en varios episodios, tal y como se enuncia a continuación:

- Problema inicial particular: buscar el ángulo correspondiente a una hora, 7:20
- Sobre las limitaciones del método experimental a partir del ejemplo de 11.40
- Tentativas de generalización. Búsqueda de una unidad de relación pequeña.
- Propuesta generalizadora. Del ángulo a la hora.

Para analizar características observables en dicha práctica escolar se identifican inicialmente las prácticas matemáticas, y posteriormente, se reconocen los objetos y procesos. En una investigación más amplia, se analizan todas las prácticas en los cuatro episodios, pero en esta presentación se mostrará sólo el análisis del primero de los episodios. También se analizarán las normas e interacciones, usando herramientas combinadas del EOS (Vanegas, Font y Giménez, 2009). Nuestro propósito es identificar que en los procesos de estudio analizados, se dan características diferenciales, como por ejemplo, el hecho de que los estudiantes son los que establecen un mayor número de objetos y procesos matemáticos. Ello no sólo muestra el potencial de la tarea para promover aprendizaje matemático, sino que constata un tipo de interacción que no está centrada en el profesor. A continuación se presenta la identificación de las prácticas matemáticas en el primer episodio.

Tabla 1. Prácticas matemáticas en el episodio 1

Episodio	PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	Sujetos
PP1	Plantea la pregunta de cuál es la medida del ángulo correspondiente a lo que marcan tres horas específicas (7:20; 10:40; 12:45) en un reloj de agujas (asociadas a horarios de entrada al colegio, hora del recreo, hora de salida).	P
PP2	Plantea una segunda pregunta en donde se pide el ángulo firmado por las agujas del reloj en la hora que nació cada estudiante.	P
PP3	Pide a los estudiantes exponer sus soluciones argumentándolas	P
PP4	Interviene para que el estudiante explique su respuesta	P
PP5	Repite la respuesta del estudiante dando relevancia a los procesos de representación y medición.	P
PP6	Pide a toda la clase que se reconozca el método matemático usado por F	P
PP7	Pregunta al grupo si algún estudiante ha llegado a la solución por otro método (con el objetivo implícito de distinguir entre método experimental y la que se basa en argumentos lógicos).	P
PP8	Pregunta que busca que el estudiante amplíe la explicación	P
PE1	Un estudiante F explica el método que utilizó para las la hora de las 7:20	E
PE2	F Dibuja una curva (que quiere que sea una circunferencia)	E
PE3	F Marca los cuartos de hora, colocándolas en orden 12, 3, 6, 9 y posteriormente hace las señales correspondientes a 1, 2, 4, 5 y 7	E
PE4	F enuncia su respuesta	E
PE5	F enuncia procesos de representación y medida desarrollados	E
PE6	I reconoce y denomina la respuesta como método experimental	E
PE7	Combina dos representaciones, dibujo inicial con gesto	E
PE8	Establece la relación “1 hora vale 30 grados”	E
PE9	Enuncia que a las 7:20 las agujas forman un ángulo de más de 90 grados	E
PE10	Justifica su respuesta y no aludiendo a la representación	E
PE11	G reconoce la relación 2 minutos corresponden a 1 grado	E
PE12	Justifica que 20 minutos recorren 10 grados	E
PE13	Enuncia que la respuesta buscada son 100 grados	E
PE13	H expresa incomprensión de la explicación dada	E
PE14	Explica el procedimiento con mayor detalle “90 de antes y 10”	E
PE15	Otro estudiante interviene para aclarar el procedimiento explicado, ayudándose de la representación gráfica y gestualizando.	E
PE16	Otro estudiante muestra un razonamiento, que se apoya en el hecho de que la aguja de las horas se mueve más allá del 7, relacionando que 20 minutos que avanza, se corresponde con un tercio de hora, que son 10 grados más de 90 y no sólo 90.	E
PE17	Otro estudiante problematiza , preguntando qué ocurre a las 7:14	E
PE18	Otro estudiante enuncia que el resultado será fraccionario.	E

Nota: Profesor: P; Estudiante: E

En un segundo episodio se propone a los alumnos si es posible usar el método de Ian (I), de forma generalizada, partiendo de la pregunta de saber el ángulo correspondiente a las 11:40. Como en el episodio anterior, en un momento inicial del episodio 2, se indica la importancia de argumentar las explicaciones y procesos usados. Se continúa abordando el tema de medición de ángulos, la tarea que se pretende analizar tiene un carácter abierto y de implicación emocional, ya que se alude a la medida del ángulo que forma las manecillas del reloj en la hora de nacimiento de cada estudiante. En este sentido, cada estudiante, tiene un problema diferente a resolver, pero como elemento común para la discusión, la descripción de la manera como determinan la medición de dicho ángulo.

En el análisis que se observó en la Tabla 1, se ve ya que los estudiantes realizan un número doble de prácticas matemáticas respecto a las del profesor, lo cual hace ver que se asume como natural que en el proceso de resolución del problema se dan argumentos diferentes, se contrastan, se asumen cuando son consistentes y se acaba por problematizar nuevamente.

A continuación nos proponemos mostrar qué tipo de objetos y procesos emergen de las prácticas citadas. En formato de tabla, mostramos los objetos encontrados en el episodio inicial. Como se puede observar, contra lo que suele ser habitual, surgen casi totalmente de parte de los alumnos. Incluso los conceptos que se relacionan en la resolución del problema no son ni tan sólo reforzados por el profesor. Con lo que podemos ver que eso es debido a la función de la intervención básicamente provocadora, que jamás responde o concluye por los estudiantes, sino que ánima a la discusión con preguntas que alimentan las interacciones entre los participantes del grupo.

Tabla 2. Objetos matemáticos en el episodio 1

OBJETOS MATEMÁTICOS	Sujetos
PROBLEMA:	
Determinar el ángulo formado por las manecillas del reloj cuando marca las 7:20 h (hora de entrada al colegio)	P
PROPOSICIONES:	
P1 *Gab* *“*Da 110 grados”	E
P2 *Fla* *“*Dibujé y medí”	E
P3 *Ian*“ Usó el método experimental” (un aluno hablando de otro)	E
P4 *Gab* *“*Cada hora vale 30 grados”	E
P5 *Gab* *“*El ángulo que buscamos vale más de 90 grados”	E
P6 *Gab* *“*Cada dos minutos de la manecilla en las horas corresponde a un grado”	E
P7 *Gab* *“*20 minutos recorren diez grados”	E
P8 *Gab* *“*Da 100 grados”	E
P9 *Gab* *“*90 que teníamos más 10 que la aguja de las horas recorrió, da 100”	E
P10 *Ian* *“*Si la aguja de las horas no se moviera, las 7 y 20 darían 90 grados”	E
P11 *Ian* *“*La manecilla de las horas se mueve, corresponde a un tercio de horas”	E
P12 *Ian* *“*La aguja de las horas correrá un tercio de 30 grados, que es 10 grados”	E
P13 *Ian* *“*Dará quebrado”	E
P14 *Ian* *“*Los ángulos serán fracciones”	E
CONCEPTOS:	
C1 Medida de ángulos	E
C2 Ángulo como giro (rotación)	E
C3 Medida de tiempo	E
C4 Relación entre medida de tiempo cronológico y variación ángulo	E
C5 Proporción (no explícita)	E
PROCEDIMIENTO**S**	
M1 Comparación (de representación, de relaciones)	E
M2 Aproximar la medida de ángulos (medida directa)	E
M3 Reconocimiento de propiedades de las relaciones	E
M4 Lectura de horas en el reloj	E
LENGUAJE	
L1 *Verbal oral* [7 y 20; ángulos; 110 grados; 100 grados; 30 grados; horas; 20 minutos; 7 y 14; fracciones; quebrados ; medí; más de 90]	P/E E

L2 *Verbal escrito* [los números del reloj]	E
L3 *Gráfico* [representación del reloj analógico, colocando los números de las horas y señales]	E
L4 *Gestual* [movimientos de la mano indicando apertura del ángulo de las manecillas]	
ARGUMENTOS	
A1: *Fla*“Dibujé y medí”	E
A2: *Gab* “Cada hora vale 30 grados”	E
A3: *Gab* “Cada dos minutos en la manecilla de las horas corresponde a 1 grado”	E
A4: *Gab* “20 minutos recorren 10 grados”	E
A5: *Ian* “La manecilla de las horas se mueve, (20 minutos) corresponde a un tercio”	E

Nota: Profesor: P; Estudiante: E

Los estudiantes siguen siendo también los protagonistas de la mayor parte de prácticas en todos los episodios. Si bien es evidente que al ser una segunda propuesta, que sube el estatus de la reflexión, el convencimiento de encerrar una generalización, hace que el episodio se desarrolle mucho más rápidamente. Proponiendo sus casos particulares respecto a la hora de su nacimiento y manifestando su interés por explicar sus procedimientos para determinar la medida del ángulo. Podemos reconocer que aunque el profesor en algún momento se dirige a un estudiante en particular, los demás también se sienten involucrados en la pregunta y responden a ella. También se puede evidenciar el interés de comentar su caso, dado que la tarea daba la oportunidad de dar una respuesta por cada estudiante. En el episodio 3, el proceso de explicación y discusión de la tarea con todo el grupo, es enriquecido por el planteamiento novedoso de un estudiante, quien propone hablar de su hora de nacimiento no aludiendo al tiempo, sino a la medida del ángulo: “Yo nací cuando el ángulo era 100º”, lo cual no sólo plantea la situación inversa de la inicial, sino que genera que la clase considere un nuevo tipo de relaciones y se planteen nuevas situaciones, haciendo que haya una evolución en la significación de los objetos matemáticos involucrados en la tarea. Después de los problemas que surgen de las propias discusiones en la dinámica de proposiciones – explicaciones, el maestro decide dar por finalizada la discusión. A continuación se presenta la identificación de los procesos matemáticos del episodio analizado.

Tabla 3. Procesos matemáticos en el episodio 1

PROCESOS MATEMÁTICOS	Sujetos
ENUNCIACIÓN / PARTICULARIZACIÓN: Al detallar el enunciado de las horas escogidas, y los alumnos establecen la relación entre las horas y los ángulos.	P/ E
DESCOMPOSICIÓN/REIFICACIÓN: aproximaciones de una medida.	E
REPRESENTACIÓN y MATERIALIZACIÓN: Al mostrar el reloj dibujado para reconocer mejor la abertura del ángulo.	E
ENUNCIACIÓN: Proposiciones que indican comparaciones.	E
COMUNICACIÓN: Al explicitar las relaciones que deben interpretarse También se da un proceso de comunicación cuando el profesor busca llamar la atención sobre la diferencia de métodos para llegar a la solución de una medida. Otro proceso de comunicación surge con las intervenciones del profesor cuestionando no la solución sino procurando que se amplíen las explicaciones ente ellos mismos.	E/P
ARGUMENTACIÓN: para explicar las soluciones encontradas.	E
INSTITUCIONALIZACIÓN: Al resaltar la importancia de las formas de resolución que no dan una única estrategia. Por otro lado, aunque no se institucionaliza un procedimiento general, se permite que en el caso particular ya haya algún estudiante que generaliza el método y reconozca que a según qué minutos que no sea divisor de 60 no va a dar un resultado exacto en el ángulo.	E/P
GENERALIZACION: Para establecer el uso las propiedades de las proporciones que	E

permiten resolver el problema de formas diferentes.	
PROBLEMATIZACION: Cuando un estudiante propone un enunciado para ver que en algunos casos el proceso no dará un número natural sino fraccionario.	E
PERSONALIZACION: Cuando se identifica que se puede encontrar una solución al caso particular por medida directa.	E

En todos los episodios, el maestro coordina la discusión colectiva y actúa como catalizador. Aunque los alumnos que hacen proposiciones puedan parecer pocos, el hecho es que los demás están atentos a lo que ocurre, razonando sobre los problemas que va surgiendo. Aunque en el registro de este episodio no hay referencia a la utilización del lenguaje escrito, se supone que es utilizada por los alumnos en sus borradores escritos, antes de dar respuestas o hacer proposiciones. El profesor en todo el proceso hace preguntas, y no enuncia proposiciones, lo cual es propio de un discurso investigativo (Ponte, Segurado y Oliveira, 2003).

Después de identificar las prácticas, objetos y procesos en los diferentes episodios, se reconoce una trayectoria fundamentalmente de tipo actuativo, en donde lo lingüístico se deja al alcance de los estudiantes, que usan sus propias notaciones. Lo *conceptual* aparece en este caso en el ámbito de dar valor a la representación de la medida. Lo *proposicional*: en tanto se enuncian e interpretan propiedades. En cuanto a lo *argumentativo*, los estudiantes gestionan las justificaciones y enuncian propiedades. Del análisis de objetos y procesos en los diferentes episodios, podemos concluir que los estudiantes asumen un papel preponderante en la construcción de significados.

4. Resultados sobre lo interaccional y normativo

Al analizar los fenómenos de interacción social de la clase, en los diversos episodios, reconocemos distintos tipos de normas (Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009). Como ejemplo de ello, en la Tabla 4 se muestran los tipos de normas que fueron identificadas en el episodio 1.

Tabla 4. Normas observadas en el episodio 1

NORMAS	Sujetos
METAEPISTÉMICAS:	
N1: Los enunciados de los problemas se pueden modificar, permitiendo problematizar otros casos particulares.	P/E P/E
N2: La argumentación en la clase de matemáticas es importante. Permite analizar y concluir cuando las respuestas ante una pregunta son diferentes.	P
N3: La contextualización es fundamental para la introducción y desarrollo de conexiones matemáticas.	P
N4: Diferentes maneras de resolver problemas, ayudan a mejorar la comprensión de los objetos matemáticos involucrados.	P
N5: Es importante reafirmar las respuestas y explicación dada por un estudiante sobre una tarea para que sea asumida por toda la clase.	P
N6: No basta con dar un resultado a una tarea, sino que hay que explicar el proceso de resolución.	P
N7: El profesor no institucionaliza el resultado como correcto o incorrecto, sino que valora que se dieron justificaciones sin refutación.	
EPISTÉMICA	
N8: Las situaciones comparativas en las que se hace una representación a escala, son proporcionalidades, como es el caso de relacionar tiempo del reloj y ángulo.	E
N9: Las representaciones son importantes para la construcción de significados.	E
COGNITIVAS:	
N10: El profesor valora el momento adecuado de incorporar una generalización, toma decisión de no seguir un problema propuesto porque encuentra que no es el momento	P

adecuado de generalizar, sino más tarde.	
INTERACTIVAS: N11: El profesor genera preguntas para que se den explicaciones y argumentos cada vez más potentes	P/E
AFECTIVAS: N12: Los estudiantes se sienten motivados y legitimados a dar justificaciones diferentes de un proceso de resolución. N13: Los estudiantes se sienten espontáneos para colaborar solidariamente con los compañeros que no entienden algo.	E E
MEDIACIONALES: N14: Relojes	E
ECOLOGICAS: N15: Cultura de investigación, valoración del conocimiento como un bien. N16: El centro es de tradición democrática N17: Hay libertad curricular que es ejercida N18: Los maestros de las varias asignaturas mantiene interacciones didácticas entre si	E/C P P/C
INTERACTIVAS: N19: Los estudiantes intervienen cuando tienen dudas N20: Los estudiantes dan explicaciones a petición del profesor N21: Hay elementos, referentes en lo cotidiano que nos ayudan a comprender lo matemático y establecer relaciones, como es el caso del dibujo del reloj. N22: Los estudiantes reflejan, argumentan y problematizan entre sí.	E E E

Nota: Profesor: P; Estudiante: E, Comunidad: C

En todos los textos analizados se ha encontrado rastros de una comunidad en donde los estudiantes se hacen oír, oyen unos a los otros y el docente los escucha y es escuchado, pero se trata de una escucha (la de los alumnos) reflexiva. No oyen solamente para aceptar todo como verdades definitivas, se puede constatar que se trata de una escucha crítica. Esto permite al maestro acercarse a la complejidad con que los alumnos construyen sus estructuras conceptuales, procesos en general, no observables en los ambientes tradicionales. En suma, hemos mostrado cómo las herramientas del EOS han permitido visualizar la legitimación en términos de prácticas matemáticas, objetos, y procesos centrados en el estudiante y a partir del reconocimiento de normas epistémicas, cognitivas, interactivas y mediacionales que también emergen fundamentalmente del discurso de los estudiantes.

5. Reflexiones finales

Entre las diversas observaciones que hemos realizado, usando el análisis con las herramientas del EOS, se reconocen características del ambiente de aula en cuanto se ha legitimado el conocimiento y se ha dado al alumno el protagonismo de dicha legitimación. No sólo se asocia la legitimación a lo normativo, sino también al análisis de prácticas matemáticas, al reconocimiento de objetos y procesos en dichas prácticas. Las proposiciones, enunciados construidos y externalizados son sometidos a un proceso de pruebas y refutaciones (inspirado en Lakatos, como se cita en Soury-Lauvergne, 1998) cuando habla de legitimación.

El error se considera como una auténtica provocación y es explorado como contenido. No sólo se utiliza como fuente de reflexión, sino también como un objeto de conocimiento, aunque provisional (Lopes, 2016), pero sobre todo como un promotor de una reflexión metacognitiva de alto nivel provocando legitimación del trabajo de descubrimiento del grupo. El aula es el laboratorio/usina de matemáticas, un laboratorio en donde se construyen las ideas, proposiciones, conjeturas, refutaciones, validaciones y exploraciones.

La institucionalización no ha quedado en manos del profesor únicamente, sino que el valor de verdad ha quedado validado por el modelo que acepta aquello que no ha sido refutado, y rechaza lo que un cierto argumento consigue refutar.

En cuanto a los medios, juegan un papel diferente al habitual, en donde la pizarra ya no es el lugar de encuentro, sino el cuaderno. Se da un tipo de actividad reguladora en la realización de textos (Lopes, 2016) como elementos de reflexión que contribuye a generar respeto por el grupo y los individuos que se sienten constructores de significados institucionales. Una característica especial de estos textos es que buscan tener una intencionalidad didáctica como producción escrita que se dirige a un lector. Se valoriza el aprecio por lo estético en la utilización de diferentes recursos lingüísticos y semióticos con el propósito de garantizar comunicación con audiencia, en donde hay flexibilidad sin imposiciones para llegar a un punto final o resultado, que los alumnos y alumnas piensen que es lo esperado por el maestro.

Las prácticas enunciadas, son de tipo interactivo dialógico. Y esa calificación se da en muchos de los episodios analizados. En los análisis se destaca cómo las normas no son sólo asumidas por el alumnado sino muchas de ellas se han generado por ellos mismos. Los procesos matemáticos se han centrado en el alumnado mucho más que en el profesorado, lo que hace ver que el papel del docente es claramente secundario, y ha generado diálogos matemáticos de calidad. Así pues, las herramientas del EOS han permitido reconocer que la gestión ha propiciado la construcción de objetos y procesos matemáticos de parte del alumnado, que ha legitimado dichas construcciones. La legitimación, y la institucionalización no ha quedado en manos del profesor únicamente, sino que el valor de verdad ha quedado validado por el modelo que acepta aquello que no ha sido refutado, y rechaza lo que un cierto argumento consigue refutar. El análisis de los textos, nos permite afirmar que se da un potencial cognitivo fuerte en las actividades propuestas en este ambiente, que ha permitido que se constaten contenidos de alto nivel, como procesos de reificación y generalización que no se dan habitualmente en las aulas regulares.

Referencias

César, M. (2003). A escola inclusiva enquanto espaço-tempo de diálogo de todos e para todos. En D. Rodrigues (Ed.), *Perspectivas sobre a inclusão: da educação à sociedade* (pp. 117-149). Porto: Porto Editora.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y De Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 59–76.

Heller, M. y Martin-Jones, M. (2001). Introduction: Symbolic domination, education and linguistics differences. En M. Heller y M. Martin-Jones (Eds). *Voices of authority: Education and linguistics differences*(pp.1-28). Westport, CT: Abblex.

Lins, R. (1995). O modelo teórico dos campos semânticos: Uma analise epistemológica da álgebra e do pensamento algebraico. *In Dynamis*,*1*(7), 29- 39.

Lopes, A. J. (2016). *Análisis y características del potencial cognitivo de producciones escolares matemáticas, con alumnos de 11 a 14 año*s. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona. Disponible en, http://www.tdx.cat/handle/10803/367459

Ponte, J. P., I. Segurado y H. Oliveira, (2003). What happens when pupils work on mathematical investigations?. En A. Peter-Koop et ál.,(Eds.), *Collaboration in Teacher Education: Examples from the Context of Mathematics Education*(pp. 85-97). Dordrecht, Kluwer.

Rabello, M. y Bolite, J. (2011). *Modelo da Estratégia Argumentativa: análise da fala e de outros registros em contextos interativos de aprendizagem.* Curitiba: UFPR

Stoer, S. y Magalhaes, A. (2005). Contributos para a reconfiguração da educação inter/multicultural. En S. Stoer y A. Magalhães, *A diferença somos nós. A gestão da mudança social e as politicas educativas e sociais* (pp 137-142). Porto: Edições Afrontamento.

Soury-Lauvergne, S. (1998). *Etayage et explicationv dans le préceprtoratdistant, lecas de télécabri.* Thèse de Doctorât. Université Joseph-Fourier. Grenoble.

Suarez, D. (2005). *La documentación narrativa de experiéncias pedagógicas. Una estratégia para la formación de maestros*. Buenos Aires: MECyT/OEA.

Vanegas, Y., Font, V. y Giménez, J. (2009). Outils pour analyser la classe de Mathématique. *Quaderni di recerca in didattica (Matematica), 19,* supplemento 2, 246-250