2015

Cristina María
Durán Fernández

[ALUMNA CON TALENTO MATEMÁTICO Y JUEGOS TOPOLÓGICOS]

Resolución de puzles de alambre de una alumna con sobredotación

Universidad de Granada

ÍNDICE

Este documento describe el informe de un Trabajo Fin de Grado de Educación Primaria. Consiste en un problema de investigación sobre una alumna con talento matemático, detallando las estrategias topológicas y de visualización que pone en funcionamiento a la hora de resolver puzles topológicos. El informe consta de tres partes; en la primera detallo una breve introducción referente al problema y a la estructura de la investigación realizada; a continuación, desarrollo el marco teórico, a través del cual clarifico los conceptos necesarios para la comprensión del trabajo; por último, describo la investigación propiamente dicha, con el análisis e interpretación de los resultados.

1. INTRODUCCIÓN

Durante mis prácticas de enseñanza de Educación Primaria, en la mención de Educación Especial, realizadas en el CEIP Mariana Pineda, tuve la oportunidad de entrar en contacto con una alumna con talento matemático.

Es muy frecuente que los niños con talento matemático tengan un alto rendimiento en aritmética, aunque no sea tan destacado en aspectos visuales y espaciales. Es por ello que surgió el interés por este trabajo de investigación. Motivado por apreciar cómo se comporta esta alumna cuando se aborda un enriquecimiento curricular.

La elección del tema se debe a mi particular afición a los juegos de ingenio, lo que me hizo interesarme por las ventajas que tienen para la enseñanza de las matemáticas. Estas circunstancias me hicieron centrarme en estudiar si esta niña tenía un comportamiento destacado en la resolución de puzles topológicos. Y con ello apreciar qué estrategias de visualización pone en juego.

El problema de investigación consiste en entender la capacidad de una alumna con sobredotación al realizar puzles topológicos, (formados por piezas de alambre, cuerdas, estructuras metálicas, etc., cuyo reto consiste en separar unas piezas de otras).

En la investigación se analiza el tiempo que tarda la alumna en solucionar el puzle y las posibles estrategias que se pueden observar, las ayudas de las que precisa y la actitud que presenta.

2. MARCO TEÓRICO

"No hay más talento que el despertado por una buena educación"

A través del marco teórico se clarifican los aspectos necesarios para la comprensión de los resultados de la investigación y la necesidad de fomentar los elementos de enriquecimiento curricular en Educación Primaria.

2.1. NIÑOS SUPERDOTADOS

La recomendación 1248 sobre la Educación de los Alumnos Superdotados, estudiada por la Comisión de Cultura y Educación del Consejo de Europa (1994), indica que los alumnos superdotados han de poder beneficiarse de las condiciones educativas apropiadas que les permitan desarrollar plenamente sus capacidades, por su propio bien y el de la sociedad en general. Para ello es necesario contar con las herramientas adecuadas.

Erróneamente asociamos altas capacidades al éxito académico, esto en la mayoría de los casos está muy lejos de la realidad. Muchos niños superdotados presentan unas NEE que si no son atendidas adecuadamente, desemboca en el fracaso escolar. El aburrimiento, la desmotivación, el aislamiento… son síntomas que pueden acompañar a este alumnado en algún momento de su escolaridad.

Los sistemas curriculares actuales están adaptados para la media del grupo, por lo que resultan ser poco motivantes, además los recursos que deben ser empleados suelen ser escasos, e incluso, desconocidos para la comunidad educativa. En definitiva, nuestro sistema de enseñanza está mejor adaptado para niños que presentan bajas capacidades, que para atender quiénes, en teoría, no deberían tener problemas debido a su alta capacidad intelectual.

El alumnado con sobredotación presenta necesidades educativas específicas, Banús (2015), en su página Psicodiagnosis.es, divide las NEE en los tres siguientes niveles:

En primer lugar, a nivel psicológico, es fundamental proporcionarles un entorno dinámico. Deben desarrollarse sesiones en las que se emplee una metodología activa, con el objetivo de que el papel de los alumnos no se limite a ser meros agentes receptores de información.

Un aspecto a destacar es que no se debe ejercer presión, respecto a su rendimiento, notas o expectativas, es decir, no se tiene que dar por hecho que siempre deben sacar las mejores notas o saberlo todo.

En segundo lugar, a nivel social, el principal reto consiste en conseguir que se sientan integrados y aceptados en clase. Los alumnos sobredotados presentan intereses específicos que difieren del resto del alumnado. Se les tiene que proporcionar un entorno donde puedan confiar en sus profesores y compañeros, para que tengan claro que es lo que realmente se espera de ellos.

Por último, a nivel intelectual, se recomienda evitar la monotonía y la rutina para trabajar con estos alumnos. Para ello es necesario introducir una enseñanza individualizada en las materias en las que superan a los demás compañeros. Facilitarles el acceso a recursos adicionales y proporcionarles estímulos que potencien su creatividad, son elementos esenciales para que puedan utilizar sus habilidades a la hora de resolver problemas que les supongan verdaderamente un reto. Debemos ser capaces como maestros de incentivar su desarrollo personal pero también favorecer que compartan con los demás sus intereses y habilidades.

En este proyecto voy a centrarme en el alumnado que presenta talento matemático, por lo que voy a clarificar la diferencia existente entre alumnos sobredotados y con talento.

Hay niños que denominamos **“talentosos” o “con talento”**, haciendo referencia con ello a la posesión de una gran capacidad para destacar en algún tema o área de interés concreto (lenguas, matemáticas, música, etc.). No obstante, estas habilidades quedan restringidas a dichas áreas y, por tanto, sería un estado diferente a la superdotación.

Los alumnos superdotados son aquellos que sobresalen en todos los tipos de inteligencia (lingüística, social, matemática…).

2.1.1. NIÑOS CON TALENTO MATEMÁTICO

Según el talento es una posibilidad de logro. Esta posibilidad es educable, por lo que debemos potenciarlo y trabajarlo dentro de las aulas.

Fernández y Pérez (2011) alegan que el **talento matemático** dota al alumno de una alta capacidad para el manejo de la información cuantitativa y numérica, y también para la representación espacial y la resolución de problemas.

Las matemáticas, como disciplina, tienen un modo de desarrollar el conocimiento que encaja muy bien con las características y el perfil de este alumnado. El aprendizaje de las matemáticas puede ser una estimulación para el desarrollo de las capacidades en general y, si los métodos de enseñanza que se utilizan son los adecuados, se conseguirá tanto el desarrollo de las capacidades cognitivas básicas (atención, memoria, análisis, síntesis…), como de las habilidades metacognitivas (planificación, supervisión de la tarea, control ejecutivo…).

Los alumnos con talento reúnen algunas características que pueden hacer que sus profesores, al observarlas, les animen a presentarse a pruebas o test que determinen si tienen o no un talento especial en matemáticas.

Entre estas características, el profesor Miguel de Guzmán en su documento *Tratamiento especial del talento matemático 2* señala, citando a Greenes, las siguientes:

· Capacidad especial para la resolución de problemas.
· Formulación espontánea de problemas
· Flexibilidad en el uso de datos
· Habilidad para la organización de datos
· Riqueza de ideas
· Originalidad de interpretación
· Habilidad para la transferencia de ideas
· Capacidad de generalización

Las características enumeradas permiten la detección inicial del posible talento matemático, pero no son suficientes para realizar una identificación o un diagnóstico.

Aparte de los tests y pruebas, pueden desarrollarse una serie de actividades para detectar al alumnado talentoso. Entre estas actividades destaco las competiciones, las cuales consisten en que los alumnos compitan entre sí con problemas matemáticos en cuya resolución deben emplear modos de razonamiento, ingenio y capacidad intelectual propios de este colectivo. Un ejemplo de estas competiciones es la Olimpiada

Matemática. Los concursos en los que se proponen problemas difíciles pero que no requieren conocimientos avanzados de matemáticas sino talento especial para dicha materia. Y los exámenes de nivel superior en los que los alumnos superan pruebas de niveles más avanzados al que le corresponden.

Banús (2015) ofrece una serie de estrategias para ayudar a los alumnos con talento matemático. Éstas no son excluyentes sino que pueden combinarse en función de los recursos disponibles y las características del alumno y su entorno.

La primera es la aceleración, durante años ha sido la estrategia más utilizada para dar respuesta a las necesidades de los alumnos con talento. Podemos diferenciar tres tipos de aceleración:

- Avanzar el ritmo de aprendizaje situando al niño un curso más adelantado. La actual normativa permite (si el caso está detectado y diagnosticado) avanzar un curso a lo largo de Primaria y otro en Secundaria.

- Otra forma de aceleración sería la admisión en la escuela a una edad más temprana de lo estipulado teniendo en cuenta las características del niño.

El problema de esta estrategia es que olvida que la superioridad intelectual no tiene por qué estar asociada al desarrollo afectivo y social, de modo que solo resuelve la parte intelectual.

También puede plantearse la aceleración en términos de asignaturas en lugar de cursos, adaptándolo a las características del niño. Este tipo de aceleración sería el más adecuado, ya que mantiene al alumno con sus iguales.

Otra estrategia es el agrupamiento, el cual consiste en agrupar a los niños con altas capacidades en grupos dentro de un mismo centro o hacerlo en centros especializados donde se llevan a cabo programas adecuados a sus capacidades y destrezas. Pero la legislación española establece que los alumnos superdotados deben estar escolarizados en centros ordinarios. Otra forma de agrupamiento es aplicarlo de manera parecida al que se utiliza en el aula de apoyo, lo que se conoce como modalidad de escolarización B, el alumno se encuentra escolarizado en el aula ordinaria con sus iguales, recibiendo apoyos puntuales en el aula específica.

La última de sus estrategias propuestas y en la que se centra este informe es el enriquecimiento curricular. Es la opción más desarrollada recientemente, y consiste en mantener al alumno superdotado junto con el resto de compañeros pero elaborando un currículo cualitativamente diferente que se adecue a sus necesidades.

Esta estrategia favorece la motivación del alumno superdotado y presenta bastantes ventajas tanto para el propio alumno como para sus compañeros y profesores.

No obstante hay también tiene inconvenientes, como la sobrecarga de trabajo de los profesores y la falta de tiempo o escasez de recursos. Un principio importante del enriquecimiento curricular indica que la adaptación no debe significar el avance en programa, con lo que sería una forma encubierta de aceleración, sino que las tareas que se plantean deben profundizar en los contenidos que trabajan los compañeros, dándole ocasión al niño con talento de resolver problemas nuevos, que no forman parte del currículo escolar. Este es el sistema que adopto en esta investigación, en la que atiendo a una tarea ajena al currículo del curso de la alumna estudiada, los juegos topológicos.

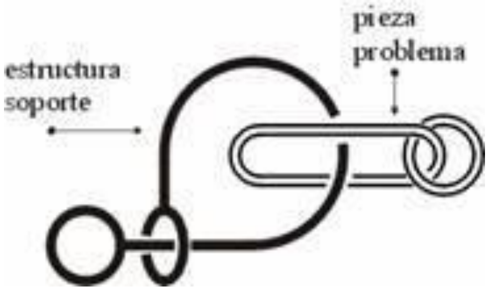
2.2. JUEGOS TOPOLÓGICOS: TOPOLOGÍA

Los juegos de ingenio llamados puzles topológicos son estructuras generalmente de alambre, que plantean al jugador el reto de separar una pieza de otra. Se componen de dos partes (Flores, 2002), una estructura base, constituida por una pieza abierta y una pieza problema, generalmente cerrada, que hay que separar de la estructura base. En el artículo de Flores (2002), se hace una clasificación en las siguientes topologías: A) Meter- salvar, B) Escamoteo, C) Clavos o juegos de separación.

Los puzles de “meter- salvar” se caracterizan por tener una estructura base formada por una pieza simple o compuesta, en la que varias piezas están enlazadas, pero dejando algún lugar por el que puede salir la pieza problema. La pieza problema en general es una pieza cerrada.

De acuerdo al análisis de puzles topológicos realizado por Flores (2002) y (Montoya y Flores, 2003), podemos diferenciar distintos tipos según la complicación de la estructura base, esta pieza es abierta con al menos uno de sus extremos terminado en una anilla que abraza a otra pieza, o al final del otro extremo. Esta parte abrazada termina en un ensanchamiento, que impide pasarla a través de la anilla.

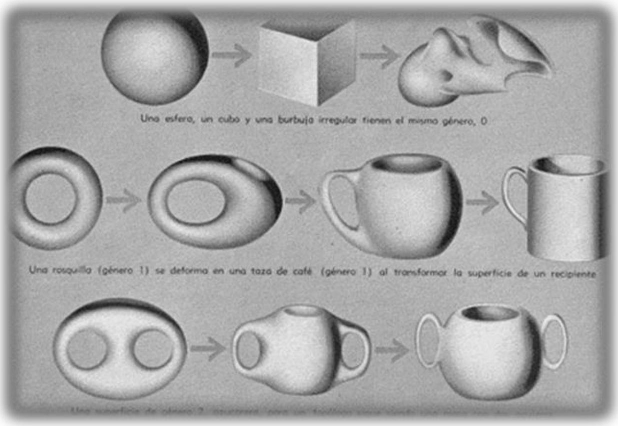
La pieza problema puede ser cerrada, con una parte alargada, que pasa a través de la anilla del final del extremo de la estructura soporte.



El nombre meter-salvar se debe a que para solucionarlos hay que introducir una parte de la pieza problema a través de una parte de la estructura base, y salvar algún obstáculo que esta última presenta.

Podemos diferenciar distintos tipos según la complicación de la estructura base, el objeto de investigación está enfocado a las estructuras simples.

A estos juegos se les llama "Puzles Topológicos". Para Núñez (2006) la topología es la ciencia que estudia la forma y sus invariancias, es decir, no cambia aunque se le apliquen una serie de transformaciones (no podremos distinguir una taza de una rosquilla).

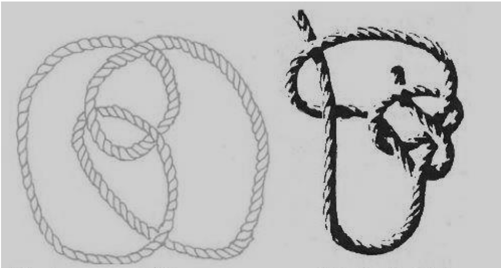


Cabe destacar que la realización de juegos de alambre no se basa en meter y sacar piezas al azar, hay que entender cómo se hace, hecho que fomenta el desarrollo de destrezas como la visión espacial.

Explicar la relación existente entre la topología y los juegos de alambre no es tarea fácil, para clarificarlo voy a basarme en el documento de Flores (2002), quién en un primer plano, justifica esta conexión en que para su resolución hay que tener en cuenta aspectos como; abierto-cerrado, fuera-dentro, etc. Y continúa profundizando más sobre esta relación detallando el concepto de topología y la teoría de nudos.

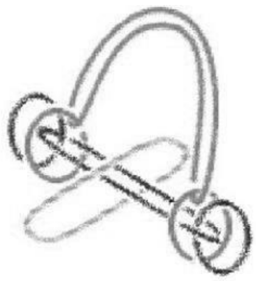
Como ya he dicho la topología estudia la forma y sus invariancias, es decir, las propiedades de los cuerpos que no varían ante transformaciones topológicas. Una de las propiedades topológicas es el número de regiones de las cuales se compone una figura, las regiones están delimitadas por los bordes, por lo que ambos conceptos se encuentran relacionados. Gracias a estos elementos podemos definir lo que entendemos por figura abierta y cerrada.

En relación a los puzles de alambre, la topología nos permite analizar el modo de cierre del puzle, un puzle con piezas abiertas requiere estrategias diferentes que otro con piezas cerradas. En este proyecto todos los puzles usados están formados por una estructura base abierta y una pieza problema cerrada, gracias a la topología diferenciamos ambas piezas.


Nudo matemático Nudo de Balso

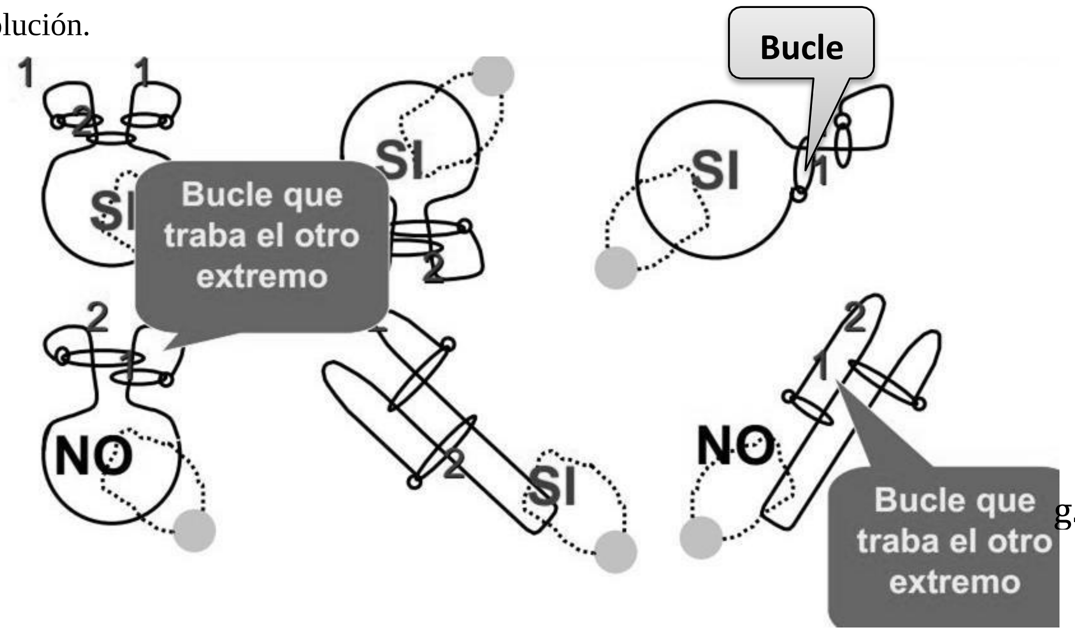
La Teoría de Nudos es una parte de la Topología que estudia las curvas trazadas en el espacio, de forma que se inicien y terminen en un mismo punto. Los nudos matemáticos han de tener ambos extremos unidos, ya que si estuvieran abiertos podrían convertirse en cuerda no anudada mediante transformaciones topológicas.

Según la teoría de nudos los puzles de alambre carecerían de solución ya que serían estructuras cerradas.



Montoya y Gómez-Alcalá (2001) transformaron los nudos en enlaces matemáticos, con objeto de poder aplicar algunos resultados de la Teoría de Nudos a los puzles. Un puzle de alambre sólo tiene solución sí al convertir el alambre en cuerda elástica (que permite transformaciones elásticas), se puede extraer la pieza problema de la estructura soporte.

A partir de la teoría de nudos podemos establecer si los puzles de alambre tienen solución.



Para saber si tienen o no solución, hemos de fijarnos en los bucles y en los alambres;

-Si el bucle encierra un número impar de alambres NO tiene solución.

-Si el bucle encierra un número par de alambres SI tiene solución.

También nos permite clasificarlos según el tipo de pieza.

Podemos diferenciar entre: Meter- salvar, Escamoteables y Clavos (Flores, 2002).

En este proyecto me he basado en los puzles de meter- salvar, aunque también introduje a modo de toma de contacto los clavos.

2.3. VISUALIZACIÓN

Ramírez, Flores y Castro, (2010) apreciaron que la visualización es una característica presente en los niños con talento matemático. La visión espacial es una cualidad importante que debería desarrollarse en las aulas, pero esto no es tarea fácil, ya que es considerada, erróneamente, como una habilidad innata y no educable. Empleando la teoría de las inteligencias múltiples, estos autores consideran que la visualización es una cualidad que puede desarrollarse, por lo que es interesante que se fomente en los niños con talento matemático para que mejoren su razonamiento. Gutiérrez (2006) entiende la visualización como el conjunto de tipos de imágenes, procesos y habilidades necesarios para que los estudiantes puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos geométricos.

Una buena forma de trabajar la visión espacial seria a través de los juegos de alambre, ya que al resolverlos, el alumno va creando imágenes mentales que les permite relacionar la figura real con las transformaciones de la misma.

Montoya y Flores (2003), señalan entre las estrategias de resolución de estos puzles el ensayo y error, la representación mental y el análisis de las piezas.

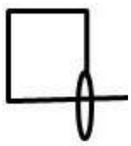
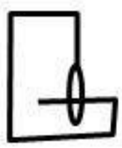
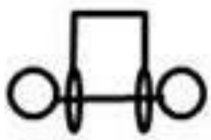
3. INVESTIGACIÓN

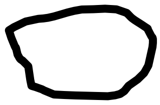
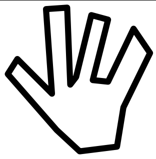
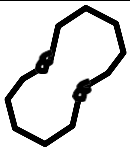
Nos planteamos apreciar la visualización que muestra una alumna con talento matemático cuando resuelve puzles topológicos de alambre. Por tanto los objetivos son:

-Entender la capacidad de una alumna con sobredotación al realizar puzles topológicos, (formados por piezas de alambre y cuerdas, cuyo reto consiste en separar unas piezas de otras).

-Extraer elementos de la capacidad topológica y la visualización.

El procedimiento de investigación consiste en una entrevista en la que vamos a plantear a la alumna una serie de puzles de alambre del tipo “meter-salvar”. Estos puzles se diferencian según su estructura base y su pieza problema. Según estudios anteriores las estructuras base se diferencian según la forma en que terminan (hacia fuera o hacia dentro), si son simples o compuestos, y si presentan un obstáculo a la pieza problema. En la tabla siguiente aparecen clasificadas las estructuras base según dos de estas variables: terminación y tipo de obstáculo.

<table>
<tr><th colspan="6">ESTRUCTURAS BASE</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="5">Terminación</td></tr>
<tr><td>Simple hacia Fuera</td><td colspan="2">Simple hacia Dentro</td><td></td><td>Compuesta, doble</td></tr>
<tr><td>Sin obstáculo</td><td></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Con obstáculo un aro</td><td></td><td colspan="2"></td><td>(1)
</td><td>(2)
</td></tr>
<tr><td>Obstáculo un espiral</td><td></td><td>Continua
</td><td>Cambio de sentido
</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

PIEZAS PROBLEMA				
Cuerda	Rígida sin obstáculo	Rígida con obstáculo	Rígida forma de mano	Articulada
				

La entrevista fue grabada en vídeo para posteriormente examinar las respuestas de la alumna.

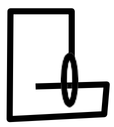
Como variables de investigación se emplearon tanto los tipos de estructura base y pieza problema, como la forma en que la alumna resolvía. Para ello se ordenaron los puzles de mayor a menor complejidad y se apreció el tiempo que tardaba la alumna en resolver cada uno, si lo hacía con éxito, o si necesitaba apoyo.

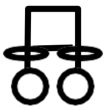
- **Sujeto de investigación:** La investigación es realizada a una niña de 8 años, perteneciente al 2º ciclo de Educación Primaria (3º). Es de nacionalidad española y está diagnosticada como alumna de altas capacidades con un C.I de 131 y gran creatividad.
- **Resultados**

Una vez realizada las entrevistas, que se desarrollaron durante 5 días, en sesiones de 35 minutos, pasé a visionar los vídeos y tomar nota de lo que había sucedido, empleando también para ello las notas tomadas durante la entrevista. En la tabla 1 aparecen recogidas los aspectos estudiados, comenzando por expresar el puzle de alambre entregado (compuesto por una estructura base fija, y diversas piezas problema, en grado creciente de dificultad, tanto por la estructura base, como por la pieza problema). Se entrega primero una estructura base y luego se le van danto diversas piezas problema, de manera que comience por introducirlos para enlazarlos, y luego extraer la pieza problema. En la tabla se recoge el éxito de la alumna en su resolución (introducirlo y extraerlo), así como algunas observaciones sobre la forma en que lo resuelve o las ayudas necesarias.

La pieza problema que introduzco en los últimos vídeos (pieza articulada, formada por dos arcos unidos por sus extremos, de forma que pueden abatirse uno sobre otro) presenta unas características muy distintas a las otras utilizadas (no presenta en apariencia un estrechamiento que se pueda emplear para pasarlo a través de la anilla del final de las estructuras base, aunque se si abate se puede lograr, introduciéndose entera, sin presentar obstáculo). Por esta razón resulta prácticamente nuevo para la niña. En un primer momento se la doy junto a una estructura base de espiral para comprobar si era capaz de resolverlo. Al ver que no podía, mantengo la misma pieza problema y le doy una estructura base simple, siendo la alumna capaz de resolverlo rápidamente. Esto demuestra las estrategias de visualización y topológicas que la alumna pone en juego, ya que aprecia cualidades que permiten realizar las mismas acciones que con las otras piezas problema, aunque sea mediante procesos de ensayo y error.

- **Análisis de datos**

ESTRUCTURA BASE	PIEZA PROBLEMA	ÉXITO / TIEMPO	OBSERVACIONES
1. Simple hacia fuera	1. Cuerda	Logrado (8s)	La pieza problema carece de obstáculo, por lo que resuelve el puzle desde fuera hacia dentro.
	2. Rígida sin obstáculo	Logrado (4s)	La pieza problema carece de obstáculo, por lo que resuelve el puzle desde fuera hacia dentro.
	3. Rígida con obstáculo	Logrado (6s)	Intenta nuevamente resolver el puzle desde fuera hacia dentro pero al darse cuenta del obstáculo, lo introduce de la forma correcta (de dentro hacia fuera).
4. Simple hacia dentro 	4. Cuerda	Logrado (14s)	Esta estructura base, es similar a la anterior, por lo que la alumna intentó meterla desde dentro hacia fuera, pero rápidamente se dio cuenta del cambio, y a pesar de no tener obstáculo que se lo impidiera, la metió de la forma correcta, desde fuera hacia dentro.
	5. Rígida sin obstáculo	Logrado (5s)	Resuelto correctamente, desde fuera hacia dentro.
	6. Rígida con obstáculo	Logrado (2s)	Resuelto correctamente, desde fuera hacia dentro.
	7. Rígida forma de mano	Logrado (35s)	Esta estructura base ya es conocida por la alumna, por lo que aunque cambie la pieza problema, se da cuenta que las estrategias para su resolución son parecidas, la única dificultad añadida es, que en este caso, tiene que escoger el “dedo” para salvar el obstáculo, ya que tienen

			diferentes tamaños.
	8. Rígida forma de mano	Logrado (6s)	Puzle resuelto correctamente, desde fuera hacia dentro.
9.Compuesta, doble (1)	9. Rígida sin obstáculo	No logrado (1:17) Logrado con ayuda (5s)	La alumna hace bien en centrarse solo en uno de los extremos, pero no es capaz de ver que es hacia fuera. Cambio la pieza problema y le doy la cuerda. Tras resolverlo con la cuerda le doy el alambre sin obstáculo y lo resuelve repitiendo la misma estrategia desde fuera hacia dentro.
	10. Cuerda	Logrado (4s)	Al no tener obstáculo lo hace desde fuera hacia dentro.
	11. Rígida forma de mano	Logrado (8s)	En primer lugar repite el mismo proceso que en los casos anteriores (cuando no tenía obstáculo) pero inmediatamente se da cuenta y lo realiza correctamente, hacia fuera. Siendo capaz de explicarlo.
12. Compuesta, doble (2) 	12. Cuerda	Logrado (8s)	Lo resuelve hacia dentro, ya que la pieza problema no tiene obstáculo.
	13. Rígida sin obstáculo	Logrado (6s)	Lo resuelve hacia dentro, ya que la pieza problema no tiene obstáculo.
	14. Rígida forma de mano	No logrado (2:30) Resuelto inmediatamente tras haber recibido ayuda.	El obstáculo le impide meterlo hacia dentro y no se da cuenta que tiene que ser desde dentro hacia fuera. Le doy la estructura base simple hacia fuera, lo que le ayuda a la comprensión del puzle.
15.Espiral continua	Rígida sin obstáculo	Logrado (18s)	La pieza al no tener obstáculo, entra a través de la espiral, la cual le causa distracción a la alumna. El puzle está resuelto pero no de la forma correcta, ya que no ha salvado la espiral. Mete y saca la pieza problema de la misma forma.
	16. Rígida con obstáculo	Logrado (20s)	Vuelve a intentar pasarla por toda la espiral, pero como el obstáculo se lo impide salva la espiral entera, resolviendo correctamente el puzle.
17.Espiral cambio de	17. Rígida con obstáculo	Logrado (+2min)	En este caso, aunque lo haya resuelto se nota que no lo ha

sentido			comprendido, por lo que le pido que lo vuelva a hacer. A los 30s ya lo hace y entiende perfectamente.
	18. Articulada	No logrado (1:27) Consigue resolverlo a los 20s tras haber recibido ayuda y realizado puzles de menor dificultad.	Esta pieza problema presenta características muy diferentes a las anteriores.
19. Simple hacia fuera	19. Articulada	Logrado (20s)	Lo resuelve en sólo 20 segundos, pero no lo comprende. De modo que le doy otra pieza problema con obstáculo, e inmediatamente es capaz de resolverlo con ambas piezas problema.

- **Interpretación de los resultados**

La investigación comprende un total de 19 puzles topológicos, combinando 6 estructuras base con 5 piezas problema. Para interpretar los resultados vamos a atender a diferentes variables, analizaremos el porcentaje de éxito y el tiempo empleado a la hora de resolver los puzles, así como los bloqueos de la alumna y la necesidad de ayuda.

En primer lugar, señalar que la alumna ha conseguido resolver satisfactoriamente todos los puzles, aunque en algunos ha necesitado ayuda. Esta ayuda consiste en ofrecerle una pieza que ya haya resuelto, la cual requiere de unas estrategias de resolución similares a la que le causa el bloqueo. El objetivo era conseguir la resolución de los puzles de forma autónoma a través del ensayo-error, para que la niña observara las características comunes de cada pieza y pusiera en juego las estrategias de visualización y topológicas necesarias. De los 19 puzles, sólo ha necesitado ayuda en tres.

Atendiendo al tiempo empleado en cada resolución, la alumna tarda menos de 30s en resolver cada puzle, la mayoría de ellos lo hace en menos de 10s, únicamente en cuatro ocasiones supera el minuto, tres de estas ocasiones son debidas a la introducción de una pieza nueva por lo que no hay una relación directa entre tiempo y dificultad, sino que la alumna tarda más en resolver aquellos puzles que introducen alguna característica específica, como por ejemplo, cuando se le introdujo por primera vez la espiral, la estructura base compuesta doble o la pieza problema articulada.

Los bloqueos coinciden con las veces que la niña ha tardado más en resolver el puzle, para evitar el agobio de la alumna, ante cualquier bloqueo, le cambiaba el puzle, no superando los 2:30 min en ningún caso. Como antes he comentado, la ayuda que se le proporcionaba era introducirle un puzle ya dominado de características similares al que provoca el bloqueo. Esto ocurre por ejemplo en el caso 9, dónde se le introduce por primera vez la estructura base compuesta doble (1), con la pieza problema rígida sin obstáculo, la alumna es incapaz de poner en marcha por sí sola las estrategias propias de la visualización, por lo que la ayudo cambiando la pieza problema por una cuerda, ya que esta permite transformaciones elásticas. Gracias a esto, la niña inconscientemente deduce que ambas piezas problema son topológicamente iguales y que el proceso de resolución es el mismo. La cuerda, al carecer de obstáculos, le permite realizar el paso de dentro hacia fuera (al extraer), lo que le recuerda la forma de resolución iniciada con los puzles simples.

Algo parecido ocurre en el puzle 14, en el que tras bloquearse en la estructura compuesta doble (2), le introduzco la simple hacia fuera, ya que ambas se solucionan de igual forma, la alumna es capaz de observar esta cualidad y de resolver el puzle sin ninguna dificultad.

Para finalizar voy a describir un último bloqueo, el cual se produce por la introducción de una nueva pieza problema, alambre articulado. Primero quise comprobar si la alumna era capaz de solucionar el puzle con esa pieza problema y la base de espiral, ya que esta base tiene mayor dificultad, pero como era de esperar, no pudo. Entonces le cambié la base, dándole la estructura base hacia fuera simple, que ya tenía afianzada y cuya terminación, al igual que la espiral, es simple hacia dentro. En este caso, aunque consiguió resolverlo, se notaba que aún no comprendía esta nueva pieza problema, así que le di la pieza problema rígida con obstáculo para que lo resolviera y observara que el problema estaba en buscar la forma de abatir la pieza articulada para hacerla pasar por la anilla final de la pieza base, una vez logrado aprecia que el proceso de resolución era bastante parecido. Tras esto la alumna consiguió resolver todos los puzles anteriormente propuestos.

4. CONCLUSIONES

Respecto al proyecto de investigación, puedo decir que ha servido para observar el razonamiento de una alumna de 3ª de Educación Primaria con talento matemático ante los juegos de ingenio, más específicamente, los denominados como puzles topológicos.

A la hora de resolver los puzles la alumna no podía recibir pistas, mi papel únicamente era de guía. Iba cambiando los puzles de modo que la propia alumna pusiera en marcha las estrategias necesarias para su resolución.

Antes de comenzar la investigación establecí dos premisas, la primera era que si la alumna se atascaba con alguna pieza problema, le diría que realizara el puzle con la cuerda, ya que al permitir transformaciones elásticas, ofrece una resolución más fácil del puzle, además que pondría en marcha en la alumna, de forma inconsciente, las estrategias necesarias para resolver el puzle con las piezas iniciales. La segunda es que hay estructuras base cuya forma de resolución es idéntica, sólo que introducen elementos nuevos que provocan distracciones, cuando la niña se atasca en piezas que presentan estas características, para evitar su frustración al no poder resolverlo, le daba la pieza más simple, cuyas estrategias de resolución eran idénticas a la que le producía el bloqueo. De esta forma, la alumna debía ser capaz de observar las características comunes y dispares de ambas piezas y conseguir la resolución del puzle.

Y así fue, en los ejemplos descritos anteriormente y como muestran los vídeos, en tres ocasiones pude comprobar ambas premisas, con un resultado satisfactorio en todas ellas.

En un primer momento, cuando la alumna se enfrenta a puzles con la cuerda, no tiene dificultad para apreciar el hueco de la estructura base y usarlo para entrar y extraer la cuerda. Posteriormente, cuando se enfrenta a la pieza problema con obstáculo, que no puede resolver por el procedimiento lógico que aplicaba antes, comienza a probar, poniendo en juego escasas estrategias de visualización. Al percibir el nuevo reto, y tras aprovechar que la estrategia de resolverlo de dentro a fuera funciona, parece que organiza sus apreciaciones. Lo mismo puede decirse al suministrarle estructuras base novedosas, que requieren un proceso guiado que le hace mejorar su capacidad visual, ya que ella misma da cuenta de las características topológicas de las piezas y las traspone de unas a otras para conseguir resolver los puzles de forma correcta, llegando en algunos casos a solucionarlos prácticamente de forma mecánica, tardando menos de 10 segundos.

La alumna no había tenido experiencia previa con este tipo de juegos, sin embargo debía tener cualidades visuales que mostraron disposición a enriquecerse a través de las escasas ayudas ofrecidas. Parece confirmar que la visualización, puede y debe ser educada en las aulas ya que esto presenta numerosas ventajas en el desarrollo de los alumnos.

Con respecto al TFG, he de decir que es uno de los trabajos que más dificultad me han presentado a lo largo de la carrera, ya que exige formalismos que nunca antes he utilizado; como las citaciones, bibliografía o la forma de redactar. A mí me ha supuesto un reto el hecho de redactar en prosa, ya que mi estilo en trabajos anteriores era más esquemático ya que me resulta más fácil destacar la información importante. Por el contrario, también he de reconocer que es uno de los proyectos que más interés me ha despertado, ya que el tema a desarrollar lo he elegido yo, basándome en una de mis aficiones, además he aprendido bastante sobre como unos juegos tan simples puedes ayudar en el aprendizaje de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

Banús, S. (2015). Psicodiagnosis: Psicología Infantil y Juvenil. Página web. Recuperado en http://www.psicodiagnosis.es/

Courant, R. y Robbins, H. (1969). Topología. En Newman, J.R. (Ed.), *Sigma. El mundo de las Matemáticas*. (pp. 173-191). Barcelona, Grijalbo,

Fernández, E. y Pérez, A. (2011). Las Altas Capacidades y el Desarrollo del Talento Matemático. El Proyecto Estalmat-Andalucía. *UNION nº* 27, 89-113.

Flores, P. (2002). Laberintos con alambre. Estructuras topológico–métricas. SUMA *41*. 29-35.

Flores, P. (2003). Forma i mesura. Les puzles topològics. *Perspectiva Escolar*. Maig

2003, 17-24.

Flores, P. (2005). De la geometría del elástico (topología) a los puzzles de alambre. XII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Albacete, junio. En *Actas de las XII Jornadas para aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. (pp. 641-648). .Badajoz, Servicio de publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), ISBN: 978-84-689-5194-3

Gutiérrez. A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. En Flores, P., Ruíz, F. y De la Fuente, M. (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp.13-58). Badajoz: Federación Española de Profesores de Matemáticas y SAEM THALES.

Guzmán, M. de. (s.f.). *El tratamiento educativo del talento escolar en matemáticas*. Recuperado de: http://thales.cica.es/cordoba/sites/thales.cica.es.estalmat/files/MGUZMAN_TRATAMIENTO_EDUCATIVO.pdf

Hernández, A.R. (2010), Colección de juegos: juegos con alambre. Publicación del Museo del Juego. Descargado en: http://museodeljuego.org/wp-content/uploads/contenidos_0000000840_docu1.pdf

Montoya, C. y Flores, P. (2003). Los puzles de alambre como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*.

Montoya, C. y Gómez-Alcalá, G. (2001). Una aproximación a los rompecabezas de alambre. Comunicación presentada en la RELME 15, Buenos Aires, 23-27 junio 2001.

Ramírez, R., Flores, P. y Castro, E. (2010a). Visualización y talento matemático: una experiencia docente. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 499-510). Lleida: SEIEM.

Reyes-Santander, P. (2009). Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas. En González, M.J., González, M.T. y Murillo, J. (Eds.). *Investigación en educación matemática XIII* / (pp. 403-414). Santander, SEIEM. ISBN 978-84-8102-548-4.