Departamento de Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Granada

Tesis Doctoral

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO MEDIANTE NUEVAS TECNOLOGÍAS

Rubí Concepción López Sánchez

GRANADA, 2014

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Rubí Concepción López Sánchez
D.L.: GR 2063-2014
ISBN: 978-84-9083-246-2

Departamento de Didáctica de la Matemática
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Granada

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO MEDIANTE NUEVAS TECNOLOGÍAS

Tesis Doctoral que presenta

RUBÍ CONCEPCIÓN LÓPEZ SÁNCHEZ

Dirigida por los doctores

MARTA MOLINA GONZÁLEZ   ENRIQUE CASTRO MARTÍNEZ

GRANADA, 2014

Esta investigación se ha desarrollado en el Grupo de investigación “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico” de la Universidad de Granada, del Plan Andaluz de Investigación de la Junta de Andalucía (FQM-193) y dentro del proyecto de investigación EDU2009-11337 “Modelización y representaciones en Educación Matemática del Plan Nacional de Investigación, Desarrollo e Innovación 2010-2012” del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

La realización del trabajo ha sido posible gracias a una beca otorgada a la doctoranda por el Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP) de la Secretaría de Educación Pública (SEP) en México, a través de gestiones ante este organismo por parte de las autoridades de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán, institución donde la doctoranda presta sus servicios como profesora desde hace más de 30 años.

A la memoria de Rafael

A la memoria de mis padres

Agradecimientos

En primer lugar a Dios, por darme fortaleza en los momentos más difíciles. Dios sin ti nada soy, sin ti nada puedo, contigo todo es posible.

Al Dr. Enrique Castro Martínez, mi Director de Tesis, por sus valiosas aportaciones y comentarios que contribuyeron a enriquecer este trabajo. La experiencia es un factor importante en el desarrollo de un trabajo de investigación, Profesor Enrique, gracias por compartir su experiencia y su sabiduría.

A la Dra. Marta Molina González, mi Directora de Tesis, por su enorme paciencia, dedicación y profesionalismo en la revisión de este trabajo, por todas sus valiosas enseñanzas, sugerencias y aportaciones para que este trabajo poco a poco fuera tomando forma y así poder llegar al cierre del mismo. Marta, quedan pobres todas las palabras de agradecimiento que pueda emitir por el tiempo de calidad que invertiste tanto en nuestras reuniones durante la implementación de la investigación y en las reuniones periódicas, por Skype, así como también en las revisiones personalizadas de este trabajo. Gracias también por vuestra calidad humana, por vuestra comprensión en momentos difíciles, personales, académicos y administrativos.

A Lupita y Omar, mis padres, gracias por darme la vida, por apoyarme siempre en mis estudios y por enseñarme a luchar hasta no desfallecer aún en los momentos más estresantes. A mi madre por todo su sacrificio físico en la casa y a mi padre por las horas dedicadas al trabajo, para que mi formación desde primaria hasta licenciatura fuera aprovechada de la mejor manera. Dios no les concedió la gracia de vivir este momento, pero sin ustedes no sería lo que soy.

A Rafael, mi esposo por más de 27 años, quien inició conmigo esta larga, emotiva, difícil y enriquecedora aventura de continuar mis estudios en un país lejano al nuestro que nos abrió los brazos. Por todo su amor y paciencia para brindarme su apoyo en todos y cada uno de los momentos para el cumplimiento de este sueño mientras Dios se lo permitió. Dios no te concedió en vida ver cumplido este sueño, pero estoy más que segura que donde quiera que te encuentres lo estarás viviendo con la misma intensidad que yo. Rafael, siempre en mi corazón.

A Rafael Adonay, mi hijo, gracias por existir. Gracias por tu amor y cariño, por todo tu apoyo y por confiar siempre en que podía lograrlo. Adonay, agradezco a Dios que me permitiera ser tu madre.

A Nico, mi esposo, por su amor y enorme paciencia, por apoyarme en mi investigación, por ayudarme en todo lo que estaba en sus manos académica y personalmente, por tener siempre esas palabras de aliento en el momento justo, por encomendarme siempre en sus oraciones para el cumplimiento de esta meta, gracias por solamente escucharme, gracias por el tiempo que dejé de darte. Nico, te amo y soy feliz a tu lado.

A la Universidad de Granada, por brindarme la oportunidad de superarme, en particular al Departamento de Didáctica de la Matemática.

Al profesor Antonio Codina de la Universidad de Almería, por sus valiosas aportaciones en el análisis secuencial de los datos y por compartir su experiencia y conocimientos para enriquecer el mismo, así como por su disposición de ayuda en todo momento y su pronta respuesta a las dudas vía correo electrónico.

Al profesor Luis Reyna de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, por su tiempo y sus valiosas aportaciones en el análisis de pruebas no paramétricas y, por sus amables sugerencias que contribuyeron a enriquecer dicho análisis.

A la Universidad Autónoma de Yucatán, por el apoyo de hacer posible mis estudios en la Universidad de Granada, en particular a la Facultad de Ingeniería y en especial al Dr. José Humberto Loría Arcila, Director de la misma, por su confianza y apoyo para el logro de esta meta.

A la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, quien a través de su Directora, la Maestra Luci Torres Sánchez y el personal a su cargo, me permitieron implementar la investigación en las aulas de cómputo de esta facultad y me brindaron todo el apoyo. Luci, gracias por tu amistad.

Al Dr. José Méndez Gamboa, Secretario Académico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán, por permitirme realizar mi investigación con un grupo de alumnos de dicha facultad y por todo su apoyo.

A David, el profesor de Cálculo Diferencial e Integral I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán, por prestarme su grupo durante el tiempo que duró la experiencia de aula y por su apoyo antes y durante la misma; así como también a todos y cada uno de los alumnos que participaron en el experimento de enseñanza.

A Lucy Ceballos, quien siempre estuvo pendiente de los trámites administrativos de la aplicación de los recursos de mi beca y de quien siempre recibí apoyo incondicional para que estos se realizaran con prontitud. Gracias Lucy por tu calidad humana.

A familiares que estuvieron siempre ahí, para darme la mano en los momentos más difíciles, a mis hermanos, en especial a Gabi, mi hermana menor que me ayudaba desde lejos a resolver problemas personales y que siempre me brindó su apoyo moral y económico en los momentos más difíciles.

A todos los amigos que confiaron en mí, en especial, a Mauricio, quien una vez con sus palabras marcó una de las motivaciones para iniciar esta aventura académica y por sus ánimos en momentos difíciles; al Ing. Luis Moreno por las ideas aportadas; al Ing. Jorge García, por su apoyo en la distancia y por compartir importantes documentos; y a Pedro Arteaga, por sus palabras de aliento.

A todos y cada uno de los profesores del Máster, en especial a Encarnación Castro, Isidoro Segovia, Luis Rico y Pablo Flores, quienes con su actitud y ejemplo, en algún momento de mi formación en la Universidad de Granada, marcaron mi desempeño académico y personal en esta institución.

Índice

Índice de Tablas

Índice de Figuras

Presentación

Esta tesis se centra en un tema específico del Cálculo Diferencial, la resolución de problemas de optimización, aplicando el proceso de modelización matemáticay mediante el uso de tecnología. Adicionalmente el trabajo atiende a evaluarlas actitudes de los estudiantes participantes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas, antes y después de la experimentación en el aula. El problema de investigación que aquí nos planteamos es por tanto doble:

1) Analizar la implementación del proceso de modelización por parte de estudiantes de ingeniería de recién ingreso a la universidad, cuando resuelven problemas de optimización con la ayuda del software Maple, en el marco de un experimento de enseñanza;
2) Evaluar las actitudes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas de dichos estudiantes y comparar estas actitudes antes y después de la experiencia de aula referida.

Nuestro interés nos lleva a elegir, para la investigación, un diseño mixto (Creswell, 2003) que combina un experimento de enseñanza en el marco del paradigma de la investigación de diseño y un estudio mediante encuesta de las actitudes de los estudiantes.

Estructura de la memoria

El informe de la tesis está articulado en seis capítulos. El diagrama que se presenta en la figura 0.1 muestra una visión general del proceso seguido para el diseño y desarrollo de esta investigación y del modo en que su descripción se distribuye en los diferentes capítulos de la memoria. La composición de cada uno de estos capítulos es la que sigue.

Capítulo 1. Se contextualiza y plantea el problema de investigación, justificando el tema de estudio desde tres perspectivas: experiencia e interés personal de la investigadora responsable del proyecto de investigación, desde la importancia del estudio para la

Educación Matemática y desde su conexión con los trabajos previos realizados por el grupo de investigación "Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico" (FQM-193). En este capítulo también se precisa el problema de investigación abordado por medio de los objetivos generales y específicos.

Capítulo 2. Se describe el marco teórico y conceptual de referencia donde está inmerso nuestro estudio de investigación, así como los antecedentes más destacados en relación con el problema de investigación planteado, atendiendo a las siguientes temáticas: la modelización matemática, las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas, el uso de las tecnologías como recurso didáctico en las matemáticas y las actitudes hacia el uso de la tecnología en matemáticas.

Capítulo 3. Se detallan los aspectos particulares referentes a la metodología de la investigación realizada. Se describe la estructura de la recogida de datos, los participantes en el estudio, así como el diseño de la primera versión del cuestionario de actitudes. Una segunda parte del capítulo lo constituye la descripción del diseño y de la implementación del experimento de enseñanza.

Capítulo 4. Se describe la validación e implementación de la primera versión del cuestionario de actitudes, así como el proceso seguido para elaborar el diseño final del mismo, a implementar antes y después de la experiencia de aula. Se recoge también el análisis y descripción de los resultados correspondientes a la evaluación de las actitudes del grupo de estudiantes participante en el experimento de enseñanza.

Capítulo 5. Presentamos tres estudios de caso en los que se analiza el desarrollo del proceso de modelización, en cada una de las sesiones de resolución de problemas, por cada uno de los tres estudiantes seleccionados de entre los participantes en el experimento de enseñanza. Estos estudiantes presentan perfiles diferentes en cuanto a su conocimiento previo de la tecnología utilizada, sus actitudes hacia hacer y aprender matemáticas con tecnología y sus conocimientos matemáticos previos.

Capítulo 6. Se recoge una comparativa de los tres estudios de casos detallados en el capítulo previo. El análisis inter casos compara el desempeño de los tres alumnos atendiendo a las mismas componentes consideradas en los estudios de casos individuales.

Capítulo 7. Resumimos la forma en que hemos dado respuesta a los objetivos de esta investigación. Concluimos señalando las limitaciones del trabajo, sus aportaciones y las perspectivas identificadas que representan cuestiones abiertas para la continuación de la misma.

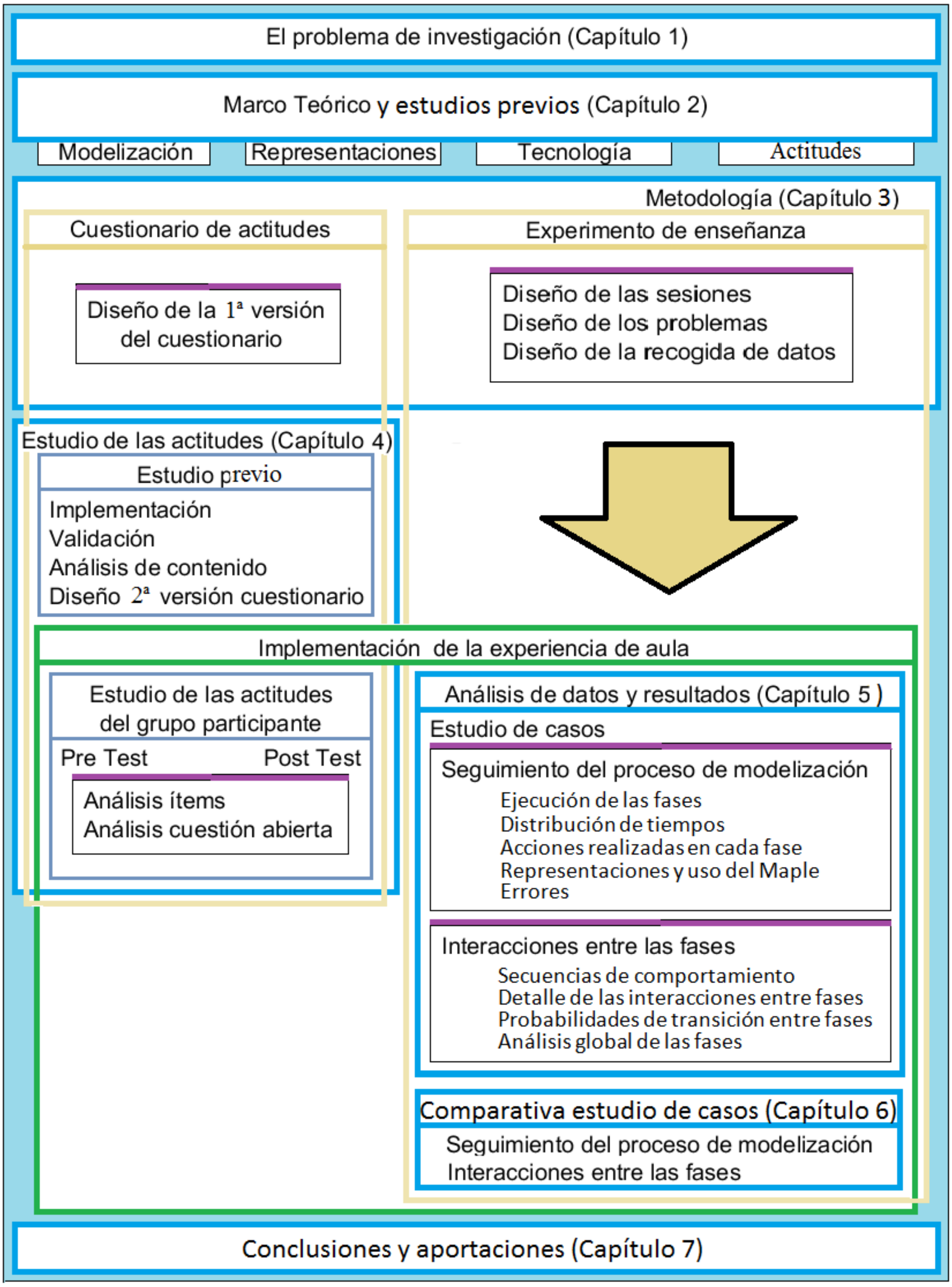


Figura 0. 1. Esquema general de la investigación

Capítulo 1

El problema de investigación

En este capítulo contextualizamos la investigación que se recoge en esta memoria en el marco de la Didáctica del Cálculo, justificamos el interés de la investigación realizada y concretamos el problema de investigación presentando las preguntas de investigación que lo motivaron y los objetivos de investigación generales y específicos que han guiado el desarrollo de la investigación.

1.1 La enseñanza y el aprendizaje del Cálculo

Dedicamos este apartado a presentar algunas ideas que permiten contextualizar el problema de investigación y argumentar la pertinencia del uso de la modelización con tecnología en los estudios de ingeniería.

1.1.1 El Cálculo en el currículo de las ingenierías

La enseñanza y el aprendizaje del cálculo ha sido objeto de mucho debate e investigación durante la década pasada y todavía es considerado un componente de gran importancia en el currículum de matemáticas de la enseñanza universitaria (Berry y Nyman, 2003). La siguiente afirmación de Hughes-Hallett, Gleason, Flath, Gordon, Lomen, Lovelock, et al. (2007) argumenta su relevancia:

> *El cálculo es uno de los grandes logros del intelecto humano. Hace 300 años Newton y Leibniz desarrollaron sus bases inspirados por problemas de astronomía. Desde entonces, se ha demostrado la importancia del cálculo en diferentes áreas, como las matemáticas, ciencias físicas, ingenierías, ciencias sociales y biológicas.* (p. 1)

En la práctica, la enseñanza del Cálculo tiene un énfasis muy marcado en el desarrollo de habilidades algebraicas, desatendiendo el discernimiento intelectual para la comprensión de ideas, nociones y conceptos (Zúñiga, 2007). En un curso introductorio de Cálculo los estudiantes tienden a experimentar dificultades con la manipulación algebraica (Orton, 1983), la comprensión de los límites (Barnes, 1993; Cornu, 1991; Ferrini-Mundy y Graham, 1991; Orton, 1986 y White, 1993), el uso de notaciones (Frid, 1992; Orton, 1986; Tall, 1985) así como la comprensión del concepto de función (Markovits, Eylon y Bruckheimer, 1988; Tall y Bakar, 1992 y White, 1993) y los problemas de razón de cambio (White y Mitchelmore, 1996).

Esta situación ha llamado la atención de variados investigadores que aportan desde argumentaciones teóricas hasta propuestas prácticas para mejorar la calidad del aprendizaje (Farfán, 1991 y 1994; Artigue, 1995; Dolores, 1999; Salinas, Alanís, Pulido, Santos, Escobedo y Garza, 2002).

Moreno (2005) comenta que aunque seamos capaces de enseñar a nuestros estudiantes a resolver algunos problemas tipo de forma más o menos mecánica, o bien a determinar derivadas o integrales, dichas acciones están lejos de los que supondría una verdadera comprensión de los conceptos y métodos de pensamiento de esta parte de las matemáticas. Tal vez lo que sucede es que el conocimiento generalmente se trata fuera de contextos adecuados y en un curso común de Cálculo a lo más que se llega es a resolver los problemas de aplicación propuestos en los textos y casi nunca corresponden a la realidad de los estudiantes. Es aquí donde la modelización se destaca como una metodología de enseñanza apropiada para los cursos de Cálculo.

En la misma línea Camarena (1990) menciona que parte de la problemática de la enseñanza de la matemática en una carrera de ingeniería es que se encuentra totalmente desvinculada de las asignaturas de la ingeniería y la realidad del ingeniero. En términos generales, para los estudiantes saber matemáticas significa tener alguna habilidad en la resolución de ecuaciones, desarrollar procedimientos, aplicar fórmulas y métodos y rara vez un estudiante concibe las matemáticas como algo útil más allá de la parte mecánica mencionada (Zúñiga, 2007).

Los profesores de Cálculo hoy en día debemos buscar estrategias que motiven a los estudiantes, sobretodo en carreras de ingeniería, a la vinculación de las matemáticas con su profesión ante la necesidad en el posterior ejercicio de su profesión de conocimientos y habilidades que les permitan resolver problemas del mundo real.

1.1.2 La tecnología en la didáctica del Cálculo

Antes de la llegada de la tecnología, el Cálculo tradicional estaba centrado en la construcción de las técnicas simbólicas para la diferenciación, la integración y la solución de las ecuaciones diferenciales, complementándolos en su caso, por las imágenes estáticas de gráficos para ilustrar los fenómenos involucrados (Tall, Simith y Piez, 2008). En la actualidad, con la disponibilidad de la tecnología, existe la oportunidad de liberar a los estudiantes de la monotonía de la manipulación algebraica y el cálculo numérico y de apoyar el aprendizaje de las ideas fundamentales; así como también, de que los estudiantes visualicen las diferentes representaciones a través de los ordenadores mediante el uso de los CAS (Berry y Nyman, 2003). La asignatura de Cálculo requiere de una considerable profundidad de conocimientos teóricos y prácticos sobre los cuales construir sus ideas fundamentales y uno de los roles de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es apoyar el esfuerzo de los estudiantes en hacer conexiones entre nuevos conceptos y su conocimiento existente (Berry y Nyman, 2003).

En los últimos años, la reforma de la enseñanza del Cálculo incluye la integración del ordenador como recurso clave para mostrar los gráficos de un modo visual dinámico, así como también ofrecer el poder de cálculos numéricos y simbólicos (Tall, 2012). Este autor remarca que actualmente la tecnología disponible tiene un potencial mucho mayor ya que permite a estudiantes y matemáticos darle sentido a las ideas. Sin embargo, Thompson, Byerley y Hatfield (2013) advierten que la propuesta de la reforma de los cursos de Cálculo y el uso de la tecnología para la enseñanza del mismo parecen haber fallado en lograr obtener las diferencias predichas en el entendimiento de los estudiantes para curso de Cálculo con y sin tecnología. Asimismo, argumentan que una de la razones para la falta de tal efecto es que la estructura fundamental del currículo que respalda esta reforma se mantiene sin cambios.

Tall, Smith y Piez (2008) comentan que de todas las áreas de Matemáticas, el área de Cálculo es la que ha recibido el mayor interés e inversión en el uso de la tecnología. El uso de nuevas tecnologías demuestra la posibilidad de fundamentar los conceptos de derivada e integral o facilitarlos. Lo anterior a través de varios “ambientes” tales como el numérico, el gráfico y el simbólico, hasta llegar de manera progresiva a la conceptualización de una definición abstracta, pasando por actividades que permitan la exploración y prueba de conjeturas con el uso de estos conceptos.

Diseñar un curso de Cálculo con la ayuda de la tecnología requiere de un esfuerzo mucho mayor por parte de los profesores, sin embargo, obtener resultados satisfactorios es la mayor recompensa que se puede recibir. Hughes-Hallett et al. (1994) enfatizan que el objetivo es producir un curso en el que los tres puntos de vista de las representaciones gráficas, numéricas y analíticas estén equilibrados y donde los estudiantes puedan ver una gran idea desde varios ángulos. Asimismo recalcan que el uso de la tecnología en estos tres tipos de representación básica es de una gran ayuda para el aprendizaje del alumno.

El proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura de Cálculo no es ajeno a los beneficios que traen consigo el diseño y aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje con el uso de tecnología (Berry y Nyman, 2003; Buyukkoroglu, Çetin, Deniz, Düzce, Mahir y Üreyen, 2006; Camacho y Deepol, 2003; Cazes, Gueudet, Hersant, y Vandebrouck, 2006; Connors y Snook, 2001; Dávila, 2007; Habre y Abboud, 2006; Kendal y Stacey, 2001; Moorman y Groβ, 2006; Serhan, 2006; Villareal, 2003).

El Cálculo es una asignatura que ha sido testigo de cambios fundamentales en su currículum con un incremento en el énfasis de la visualización (Tall, 1986, 1991), pues como afirma Zimmermann (1991): “*Conceptualmente, el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del Cálculo que es difícil imaginar un curso exitoso de Cálculo que no enfatice los elementos visuales del tema*” (p. 136).

Desde los noventa y a partir de la consideración de las dimensiones intuitivas y visuales de la matemática, algunos investigadores utilizan la calculadora y los ordenadores como herramientas en la enseñanza de los conceptos del Cálculo (Tall, 1991; Balderas 1992; Galindo 1993; Chávez y Hitt, 1993). Los ordenadores han hecho realidad la posibilidad de la *visualización dinámica* del comportamiento gráfico de las funciones, dando lugar a líneas de investigación que explotan las posibilidades que estos medios brindan en la enseñanza de la matemática (Dolores, 2000).

Con la tecnología se tiene acceso a imágenes dinámicas bajo control del usuario que pueden dar nuevas pistas sobre los conceptos de Cálculo. Por ejemplo, la precisión de la visualización que se puede obtener a través de los gráficos por computadora permite inspeccionar visualmente como cambia la pendiente de la función. En estudios empíricos se ha constatado que este tipo de experiencias contribuye a que las representaciones de los estudiantes realizadas mediante lápiz y papel ganen en precisión (Tall, 1985).

Los profesores de Cálculo se refieren a menudo a un concepto llamado “la regla de tres”, según describe Brady (2006). Esta regla describe la habilidad de mirar un problema de Cálculo, numéricamente, analíticamente y gráficamente. En este sentido, Tall (1996) propone tres sistemas para trabajar con conceptos de Cálculo, relacionados directamente con la utilización de los ordenadores como herramienta didáctica: sistema de representaciones interactivas, sistema de representaciones numéricas, simbólicas y visuales, y sistema de representaciones formales; señalando que es en estas últimas representaciones donde se produce el análisis conceptual más intenso.

La enseñanza del Cálculo con CAS

Desde mediados de los ochenta existe una variedad de tecnología que ha sido diseñada e implementada con el objetivo de ayudar a los estudiantes a entender mejor los conceptos de Cálculo (Hille, 1993; Murphy, 2000). Existe la creencia común de que los problemas asociados con las manipulaciones algebraicas fácilmente son subsanados por el uso de la tecnología CAS (Bennett, 1995; Day, 1993; Heid, 1988 y Tall, 1996). Benet (1995) recomienda el uso de un CAS para minimizar los deprimentes efectos del pobre respaldo algebraico de los estudiantes debido a que aprovecha mejor el tiempo discutiendo conceptos de Cálculo al invertir menos tiempo en los procesos algebraicos.

Con el uso de otros recursos materiales resulta muy complicado, por un lado representar con lujo de detalle el comportamiento de funciones y por el otro, representar objetos matemáticos de tres dimensiones. Kendall (2001), por su parte, argumenta que la facilidad de las diferentes representaciones en Cálculo mediante el uso de tecnología CAS, principalmente para las representaciones gráfica y simbólica, proporciona a los estudiantes la oportunidad de entender mejor el desarrollo del concepto de derivada.

El cálculo es un área importante de estudio donde es muy apropiada la enseñanza con el uso de un CAS (Kendal, 2001), así se vislumbra en Kumar (2007) al utilizar el Mathematica como ayuda para aumentar los conocimientos conceptuales y las habilidades en la resolución de problemas en un curso de Cálculo Diferencial y el Derive para un mejoramiento en la comprensión del concepto de integral definida (Camacho y Depool, 2003); para abordajes tanto visuales como algebraicos (Villarreal, 2003); y para una investigación empírica sobre el uso de funciones cuadráticas (Weigand y Weller, 2001).

Durante los últimos veinte años, una gran literatura ha emergido, exponiendo el potencial del CAS para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de funciones y de Cálculo. En general, demandan que un CAS podría ser una herramienta útil para ayudar a los estudiantes en su entendimiento de conceptos de Cálculo, que puede reducir la necesidad de recordar reglas y procedimientos de derivación e integración y que puede ayudar para resolver problemas más realistas (Arnold, 1991; Fey, 1989; Tall y West, 1986; White, 1990). En particular, demandan que el uso del CAS para múltiples representaciones (simbólicas, numéricas y gráficas) de funciones y sus conexiones entre ellas podría facilitar la comprensión de los conceptos (Heid, 1988; Keller y Russell, 1997; Porzio, 1994; Repo, 1994). Kendal (2001) presenta una revisión de la literatura desde dos enfoques: las dificultades tradicionales asociadas con el aprendizaje del cálculo pueden ser superadas con el uso de la tecnología y el potencial de la tecnología como ayuda para desarrollar la comprensión de conceptos de Cálculo en los estudiantes involucrando las múltiples representaciones.

Muchos investigadores y profesores han reportado el uso exitoso de la tecnología en la introducción de las ideas matemáticas a través de la exploración y la investigación y el uso de los Sistemas Algebraicos Computacionales, tal como el Maple ha sido bien recibido en algunos cursos a nivel universidad (Ang y Awyong, 1999). El uso de la tecnología CAS ha sido un elemento importante en la revitalización de la enseñanza del Cálculo (Porzio, 1999).

A continuación mostramos algunas evidencias de investigaciones empíricas tomadas de Tall, Smith y Piez (2008) que muestran el éxito de la tecnología CAS en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo:

- Schrock (1990) comparó estudiantes de primer semestre de un curso de Cálculo con apoyo del Maple con enfoque conceptual con otro grupo de estudiantes del mismo curso, pero mediante un curso tradicional de Cálculo. Al grupo experimental se le permitió el uso de la computadora en los exámenes del curso, pero no se permitió el uso de la tecnología en los exámenes aplicados después o en los exámenes de conceptos construidos por el investigador. Los resultados parecen confirmar que los estudiantes pueden aprender mejor los conceptos de Cálculo, así como también cálculos a mano (con menos tiempo dedicado a éstos últimos) en un curso diseñado para utilizar tecnología CAS.

- Porzio (1995) comparó tres grupos de estudiantes de Cálculo, el primero, Cálculo usando el software Mathematica, el segundo, un curso de Cálculo con contendido tradicional utilizando calculadora gráfica y por último, grupos mediante enseñanza tradicional. El uso de la tecnología fue permitida en pruebas y exámenes, y una entrevista por estudiante se centró en la preferencia por determinadas representaciones. Los estudiantes de Cálculo con Mathematica fueron más capaces de usar y conectar múltiples representaciones, pero no hubo diferencia entre los otros dos grupos.
- Cooley (1996) comparó un curso mejorado que incluía el software Mathematica con un curso tradicional y encontró un aumento significativo de compresión de conceptos en ambos cursos.

Otros estudios reportados en Tall, Smith y Piez (2008) que tuvieron éxito en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo con el uso de la tecnología CAS fueron, Connors (1995) usando el TrueBasic, Ellison (1994) con un software de enfoque gráfico de Tall y Fitzsimmons (1995) con el GyroGraphics (software dinámico en 3D) y Hare (1997) con el MathWright.

1.2 Justificación del tema de estudio

Realizamos la justificación del interés de esta investigación desde tres perspectivas: la experiencia e interés personal de la doctoranda, los intereses de la Educación Matemática y la conexión de la investigación realizada con trabajos previos que vienen realizándose en el grupo de investigación FQM-193 en el que se enmarca institucionalmente este trabajo. Conectamos estas tres perspectivas con las dos componentes de la investigación: el estudio de las actitudes y tres estudios de casos en el marco de un experimento de enseñanza. La primera se refiere al estudio de las actitudes que tienen estudiantes de ingeniería ante el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas, antes y después de una experiencia de resolución de problemas de optimización apoyada en el uso del software Maple y en la modelización. La segunda dimensión se refiere a cómo estudiantes de ingeniería se apropian del proceso de modelización y lo implementan para la resolución de problemas con apoyo del Maple.

1.2.1 Desde la experiencia e interés personal

El interés personal que motiva al desarrollo de esta investigación surge desde la experiencia de la doctoranda en las aulas al impartir la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral de una variable real a estudiantes de ingeniería, así como de su interés por la incorporación de la tecnología a las clases y la búsqueda de métodos de enseñanza eficaces para lograr una mejor comprensión de los conceptos de Cálculo, coadyuvando a incrementar la motivación de los estudiantes hacia el estudio de esta asignatura.

Los profesores que impartimos asignaturas de matemáticas en las titulaciones de Ingeniería debemos preparar a todo tipo de estudiantes, quienes posteriormente se enfrentarán en su vida profesional con problemas del mundo real altamente vinculados con las matemáticas. El Cálculo es una de las asignaturas básicas para dichos estudiantes. Los profesores de esta asignatura estamos preocupados frecuentemente por la búsqueda de métodos y estrategias didácticas que promuevan la enseñanza y faciliten el aprendizaje, más allá de los métodos tradicionales. La experiencia adquirida durante la impartición de Cálculo por más de 20 años, a más de 40 grupos, me hace coincidir con Depool (2005) en considerar la asignatura como difícil de enseñar.

La resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo es un tema integrador de conceptosdel cual se derivan numerosas dificultades de aprendizaje. Coincidimos con Azcárate, Bosch, Casadevall y Casellas (1996) en que los estudiantes encuentran serias dificultades en el planteamiento de los problemas de máximos y mínimos al intentar traducir, desde el enunciado literal a una función, para luego encontrar la solución utilizando el cálculo diferencial e interpretar la respuesta..Estas dificultades incluyen las interpretaciones equivocadas que los estudiantes hacen sobre máximos y mínimos ante problemas de optimización y la posible causa son los procesos de enseñanza que favorecen un aprendizaje de algoritmos memorísticos (Moreno y Cuevas, 2004).

Por otra parte, actualmente existe una fuerte tendencia a incorporar la tecnología en el aula de matemáticas con la intención de apoyar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Sin embargo**,** además de equipar las aulas con la tecnología adecuada y diseñar las actividades apropiadas, se hace necesario conocer de qué manera la presencia de la tecnología incide en distintos aspectos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje (McAnally-Salas, Navarro y Rodríguez, 2006; Ursini, Sánchez, Orendain, Butto, 2004).

Aunando el uso de tecnología como recurso y el de la modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje diferente a las tradicionales para abordar la resolución de problemas de Cálculo, esta investigación busca obtener información de utilidad práctica para facilitar la integración y puesta en práctica de esta metodología por los docentes, en aulas a priori habituadas a metodologías más tradicionales.

1.2.2 Desde la Educación Matemática

En la Educación Matemática el interés por la incorporación de la modelización a la práctica escolar surge a finales del siglo XX ante el creciente reconocimiento de la importancia del uso de las matemáticas en la ciencia, tecnología y en la vida cotidiana, la preocupación por la escasa presencia de ejemplos de la vida real en las matemáticas escolares y, de manera destacada, ante la percepción de falta de vinculación y de trasferencia del conocimiento matemático adquirido en la escuela a situaciones susceptibles de su uso, propias de tareas profesionales o de la vida diaria (Bosch, García, Gascón y Ruiz, 2006; Kaiser, 2010). Existe la percepción general de que la escuela, e incluso la universidad, proporcionan a los estudiantes herramientas matemáticas, pero no los prepara de manera adecuada para el uso de las mismas en el campo profesional. Pese al alto grado de intersección entre las matemáticas aprendidas en los centros educativos y las que se utilizan en ambientes reales de resolución de problemas, al presentarse las matemáticas de una forma más compleja, situada y multidisciplinar, los usuarios presentan dificultades para reconocer las relaciones existentes (Lesh y Zawojewski, 2007). Esta percepción, entre otras razones, ha conducido a destacar la capacidad de matematizar como un objetivo último y prioritario de la educación matemática a nivel internacional (OCDE, 2003), entendiendo ésta como la habilidad de resolver problemas del mundo real a partir de su traducción al mundo matemático (Rico, 2007).

En el campo de la ingeniería, al ser ésta una disciplina de matemáticas aplicadas, el proceso de modelización encaja perfectamente como estrategia de enseñanza-aprendizaje y, por ende, se convierte en un tópico de interés para la investigación educativa. La modelización es una herramienta valiosa para los ingenieros y una práctica central en su actividad profesional, sin embargo, en la práctica cotidiana de las aulas, su uso no ha sido habitual (Camarena y Muro, 2007). Así ocurre en particular en México, país donde se ubica el estudio empírico de esta investigación. Predomina un tratamiento tradicional en las asignaturas de matemáticas que se imparten dentro de las titulaciones de ingeniería, el cual no favorece el desarrollo de la capacidad de matematizar anteriormente aludida. Esta realidad junto con el potencial para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que se le reconoce a la modelización (Blum y Niss, 1991; Haines y Crouch, 2010; Lesh y Doerr, 2003) son dos de las componentes que motivan y justifican nuestro interés por indagar en el estudio de la modelización como metodología de enseñanza-aprendizaje. Los estudios previos señalan su utilidad para promover la adquisición de conocimientos matemáticos, la comprensión profunda de los mismos y la habilidad de utilizar esos conocimientos para la resolución de problemas reales o cuasi-reales. Así mismo, los citados autores señalan su efecto motivador y de mejora en las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas.

Nos planteamos la incorporación de la modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje con apoyo de un software que ayuda a disminuir la carga cognitiva del trabajo de manipulación de las expresiones simbólicas implicadas y de representación gráfica, es decir, un software con tecnología CAS (ComputerAlgebra System). El trabajo de Cálculo en un ambiente computacional favorece la posibilidad de alcanzar una mayor comprensión conceptual, debido a que el uso del ordenador redunda en un ahorro del tiempo dedicado al aprendizaje de técnicas y algoritmos que ocupan gran parte de los cursos de Cálculo y, por otra parte, los estudiantes desarrollan tanto abordajes visuales como algebraicos (Villarreal, 2003). Así mismo como señala la OCDE (2001), el uso de la tecnología en los procesos de aprendizaje enriquece los contenidos y recursos del currículum y favorece el desarrollo de alumnos autónomos.

Por otra parte cabe señalar el hecho de que la confianza en los ordenadores o en el uso de los mismos, puede mediar en el buen rendimiento de los estudiantes en ambientes de aprendizaje que requieren interacción con el ordenador (Cretchley, 2007). La componente afectiva de esta investigación se centra en las actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso en la universidad hacia la incorporación de la tecnología en el aula de matemáticas. Obtener información a este respecto es un paso fundamental en la comprensión de cómo el entorno de aprendizaje para las matemáticas es afectado por la introducción de ordenadores y otras tecnologías (Galbraith y Haines, 1998). Artigue (1997), Mayes (1998) y Galbraith, Haines e Izard (1998), entre otros, coinciden en destacar tanto la importancia del dominio afectivo de los estudiantes hacia las matemáticas como la relación existente con el uso de nuevas tecnologías para el aprendizaje de algunos conceptos de la matemática escolar.

1.2.3 Desde los trabajos del grupo FQM-193

La investigación que se recoge en esta memoria se enmarca en dos de las líneas de trabajo en las que se viene trabajando en el grupo de investigación FQM-193 “Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico”: Resolución de problemas y Sistemas de representación.

La línea de resolución de problemas focaliza su atención en la resolución de problemas como contenido transversal en el aprendizaje de las matemáticas. Trata de dilucidar y establecer relaciones con otros aspectos que condicionan el proceso de planteamiento y resolución de problemas matemáticos, en los distintos niveles del sistema educativo.

La línea de sistemas de representación se interesa por indagar sobre las representaciones externas e internas que intervienen en los procesos de aprendizaje de conceptos, procedimientos, resolución de problemas, actitudes y metacognición en matemáticas. Algunos de los intereses de esta línea son averiguar cómo los estudiantes representan los conceptos matemáticos (interna y externamente), qué significados les asocian, qué relaciones estructurales desarrollan, a qué representaciones dan prioridad, cómo conectan las diferentes representaciones de un mismo campo conceptual entre sí y que juego de interacciones se produce entre las representaciones internas y externas.

Así mismo conecta con trabajos previos del grupo en los que se ha indagado específicamente en el proceso de modelización, en la importancia de los modelos en la educación matemática y en las actitudes de estudiantes hacia las matemáticas. A continuación referimos brevemente a algunos de ellos.

Castro y Castro (1997) argumentan el interés didáctico de las representaciones y los modelos alegando su utilidad para comunicar ideas matemáticas, así como también para el desarrollo de la actividad de construcción de nuevos conceptos. Estos investigadores consideran la modelización matemática como una forma de resolución de problemas de la vida real cuya solución exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas que llevan a un rango de respuestas que hacen de la modelización matemática un poderoso instrumento de aprendizaje significativo.

El trabajo de Ortiz (2002) hace referencia al estudio de las competencias didácticas desarrolladas por profesores de matemáticas de secundaria en formación, al diseñar actividades didácticas de un programa de álgebra lineal utilizando la modelización y la calculadora gráfica como recurso. Este autor también indaga respecto a las actitudes que muestran los profesores hacia un programa de modelización en la enseñanza del Álgebra Lineal mediante el uso de la calculadora gráfica.

Dentro de los diversos trabajos sobre variables afectivas que se han desarrollado en el grupo (ej., García-Lopez, 2011; Gil, 2000; Gil, Rico y Fernández Cano, 2001; Pérez-Tyteca, 2012), recientemente se han defendido dos tesis doctorales que tienen entre sus objetivos el estudio de variables afectivas hacia las matemáticas. Pérez-Tyteca (2012) centra su estudio en la relación existente entre la ansiedad matemática con respecto a otras variables afectivas y educativas, y en la influencia que pudiera ejercer la ansiedad matemática al momento de seleccionar estudios universitarios. Por otro lado, García-López (2011) enfoca su investigación en determinar si el uso de la tecnología en las aulas podría ser utilizado como recurso para influir de manera positiva tanto en la motivación como en el aprendizaje de las matemáticas.

1.3 Preguntas y objetivos de investigación

Dado nuestro interés por la modelización como metodología de enseñanza-aprendizaje con apoyo de tecnología y por las actitudes de los estudiantes de ingeniería hacia el uso de tecnología, y habiendo realizado una revisión de la literatura, se nos plantearon una serie de interrogantes, procedentes en algunos casos de nuestro interés investigador y en otros de las líneas que han quedado abiertas en otras investigaciones. Entre dichos interrogantes destacamos las siguientes cuestiones que nos conducen a plantear los objetivos de investigación de este trabajo:

- ¿Qué actitudes tienen los alumnos de recién ingreso en titulaciones de ingeniería hacia el uso de tecnología CAS en las matemáticas?
- ¿Las actitudes de estos alumnos son influidas favorablemente cuando experimentan el uso de tecnología CAS en la resolución de problemas?
- ¿El proceso de modelización matemática con tecnología CAS como estrategia didáctica de resolución de problemas resulta de interés para alumnos de ingeniería habituados a metodologías más tradicionales?
- ¿Cómo implementan los alumnos de ingeniería el proceso de modelización matemática al resuelven problemas con la ayuda de tecnología CAS?
- ¿Cuáles son las dificultades a las que se enfrentan los alumnos de ingeniería al resolver problemas mediante el proceso de modelización matemática con tecnología CAS?
- ¿Qué tipo de representación manejan los alumnos de ingeniería cuando resuelven problemas mediante el proceso de modelización con la ayuda de la tecnología?
- ¿Qué uso de la tecnología CAS hacen los alumnos de ingeniería cuando resuelven problemas mediante el proceso de modelización?

Estas, entre otras, preguntas nos movieron a establecer los objetivos generales de nuestra investigación que se presentan a continuación. No obstante, para acotar el problema de investigación previamente optamos por un tipo particular de problemas y seleccionamos un software específico a utilizar en el aula con los estudiantes.

Ante la necesidad de concretar el tipo de problemas a proponer a los estudiantes, elegimos problemas de optimización en Cálculo. Este tipo de problemas presentan importantes dificultades a los estudiantes, lo que hace necesario indagar en sus procesos de enseñanza-aprendizaje. Por otro lado, son problemas en su mayoría fácilmente adaptables a problemas del contexto de la vida real de los estudiantes.

Así mismo optamos por utilizar una tecnología CAS específica, el Maple, entre otros software de este tipo habituales en la enseñanza, tales como el Mathematica o el Derive. Las principales razones de dicha elección son la amigabilidad de su interfaz de usuario (García, Martínez y Miñano, 2000), la sencillez de su manejo para realizar cálculos numéricos y simbólicos y para utilizar representaciones esquemáticas, algebraicas y gráficas (Samková, 2011) y el hecho de que muetra los desarrollos intermedios de los cálculos que se realizan.

1.3.1 Objetivos de investigación

Nos hemos planteado dos objetivos generales en esta investigación. El primero es analizar cómo estudiantes de ingeniería implementan y se apropian del proceso de modelización como metodología para abordar la resolución de problemas de optimización con apoyo del CAS Maple, por medio de un experimento de enseñanza que incorpore la modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje. El segundo objetivo es evaluar las actitudes de estudiantes de ingeniería hacia el uso de tecnología para hacer y aprender matemáticas y analizar su variación antes y después de la participación en el experimento de enseñanza referido.

Ambos objetivos generales se concretan en los siguientes objetivos específicos en relación con estudiantes de ingeniería de recién ingreso en la universidad:

1. Diseñar e implementar intervenciones de aula que involucren como estrategia de enseñanza-aprendizaje el proceso de modelización y como recurso tecnológico el CAS Maple en la resolución de problemas de optimización, para implementar como parte empírica de un experimento de enseñanza.
2. Diseñar, validar e implementar un cuestionario que permita evaluar las actitudes de los estudiantes referidos hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas[1].
3. Evaluar las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas y el efecto en las mismas de su participación en las intervenciones en el aula que componen la parte empírica del experimento de enseñanza.
4. Analizar cómo estudiantes con perfil diferente en cuanto a su nivel de experiencia en el uso de tecnología CAS, sus actitudes ante el uso de la tecnología y su nivel de rendimiento en matemáticas, implementan y se apropian del proceso de modelización a lo largo de las diferentes sesiones de trabajo en resolución de problemas de

[1] Por brevedad nos referiremos a este tipo de actitudes como actitudes hacia el uso de tecnología en matemáticas.

optimización así como qué dificultades encuentran en dicha implementación y qué uso hacen del software Maple y de diferentes tipos de representaciones.

Capítulo 2

Marco teórico y estudios previos

En este capítulo se describe el marco teórico y conceptual de referencia donde está inmerso nuestro estudio de investigación, así como los antecedentes más destacados en relación con el problema de investigación planteado.

La figura 2.1 presenta los elementos básicos en torno a los que se articula la fundamentación teórica de este trabajo: la modelización, la tecnología, las representaciones, las actitudes y las matemáticas. Estos elementos junto con las intersecciones destacadas en la figura 2.1 ─modelización con tecnología, representaciones con tecnología y actitudes hacia el uso de la tecnología en las matemáticas─, identifican los temas en torno a los cuales estructuramos este capítulo.

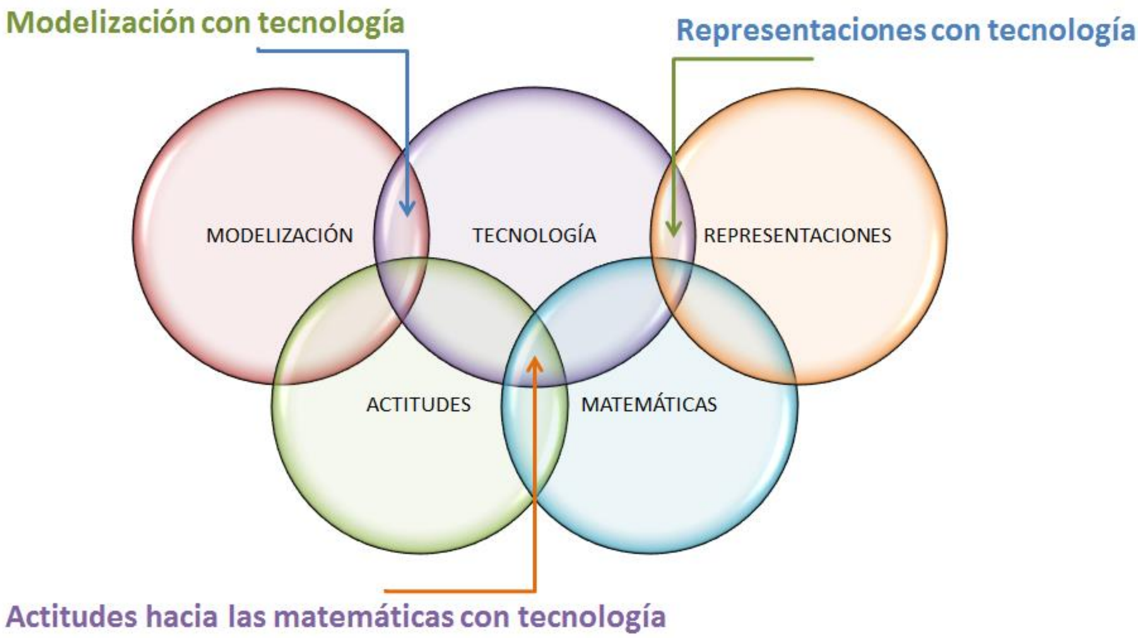


Figura 2. 1. Esquema de las ideas clave de este capítulo

2.1 Modelización matemática

Iniciamos el capítulo centrando la atención en la interpretación que hacen diferentes autores del término modelización matemática, así como en los diferentes componentes y representaciones diagramáticas que se utilizan para definirlo. Posteriormente en este apartado sintetizamos estudios previos que han atendido a diferentes dimensiones de la incorporación de la modelización matemática en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.1.1 El término modelización matemática

El término modelización matemática no tiene un significado único (Galbraith y Stillman, 2006); tiene muchas interpretaciones que han emergido desde diferentes perspectivas de investigación (Ferrucci y Carter, 2003). No obstante la mayoría de los autores coinciden en identificarlo con un proceso que utiliza conceptos y técnicas, esencialmente matemáticas, para el análisis de situaciones reales (Bassanezi, 1994; Biembengut, 1998; Castro y Castro, 1997; Galbraith y Stillman, 2006; Galbraith, Stillman; García y Ortiz, 2007; Gómez, 2000; Lesh y Doerr, 2003; Mousoulides, Christou y Sriraman, 2008; Niss, 1989; Ortiz y Dos Santos, 2011).

Se ha convertido en una práctica común usar el término modelización matemática para el proceso completo que consiste en estructurar, matematizar, trabajar matemáticamente e interpretar, validar, revisar y reportar un modelo de la situación de partida (Blum, 2003; Blum,Galbraith, Henn y Niss, 2007). La Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) usa el término "Aplicaciones y modelización" para indicar cualquier relación entre el mundo real y las matemáticas.

En Muro, Camarena y Flores (2007) se menciona que Marcela (2007) distingue entre modelación matemática y modelización matemática. La modelación matemática, comentan estos autores, es una estrategia de aprendizaje de conceptos matemáticos que utiliza los principios básicos de la modelización matemática. Remarcan también que la construcción de modelos matemáticos en el aula es lo que prácticamente recibe el nombre de modelación matemática. Desde el punto de vista de Hein y Biembengut (2006), la modelación matemática potencia el desarrollo de capacidades en el estudiante al resolver problemas de la vida real de manera crítica. La modelización matemática no representa un aspecto más de las matemáticas, sino que las actividades matemáticas en sí mismas son actividades de modelización (Trigueros, 2009).

A continuación recogemos algunas de las definiciones que han sido dadas para los términos modelos matemáticos y modelización.

Modelo matemático

- La noción de modelo matemático es definida por Castro y Castro (1997) como "una estructura matemática que aproxima o describe ciertas relaciones de un hecho o fenómeno" (p. 106).
- Ang (2001), por su parte, lo define como una simplificación o abstracción de un problema del mundo real o situación en una forma matemática que convierte el problema del mundo real en un problema matemático.
- Un modelo matemático es una descripción matemática mediante una función o una ecuación de un fenómeno del mundo real (por ejemplo, el tamaño de una población, la velocidad de un objeto que cae, la expectativa de vida de una persona al nacer, etc.) cuya finalidad es comprender el fenómeno y posiblemente realizar predicciones acerca de su comportamiento futuro (Stewart, 2001).
- Un modelo es la representación de la estructura de un sistema dado, es decir, es un sistema conceptual expresado mediante representaciones externas que sirve para describir, explicar o predecir el comportamiento de otro sistema con algún propósito específico (Lesh y Doerr, 2003).
- Por su parte, Lesh y Harel (2003) definen los modelos de manera más específica como sistemasconceptuales quegeneralmentetienden aexpresarseusandouna variedadde mediosde representación interactivos, que puede implicar símbolos escritos, lenguajehablado, gráficos por computadora, diagramas o gráficos en papel, o metáforasbasadas en la experiencia y cuyos efectossonconstruir, describir o explicar otro(s) sistema(s).
- Blomhøj (2004) define modelo a partir de dos componentes: una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones, yuna situación o fenómeno de naturaleza no matemática.

- Para Biembengut y Hein (2004) el modelo matemático de un fenómeno o un problema de la realidad es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que de cierta manera representan al fenómeno o problema.
- Martínez y Ortiz (2005) identifican un modelo como un constructo de carácter dinámico que resulta de la matematización de la realidad.
- Asimismo, Barbosa (2006) considera que un modelo matemático es cualquier representación de una situación real mediante las matemáticas. Así, por ejemplo, la expresión analítica que define un problema del mundo real representa un modelo matemático.
- Lesh, Galbraith, Haines y Hurfor (2010) definen un modelo como un sistema que se utiliza para describir otro sistema con algún objetivo claramente especificado.
- Borromeo-Ferri y Lesh (2013) argumentan que, de acuerdo a su perspectiva de modelos y modelización dentro del aprendizaje matemático y resolución deproblemas, un modelo es un sistema que es usado para interpretar (ej., describir, diseñar o desarrollar) algún otro sistema para alguna propuesta específica. Estos autores precisan como la principal característica que distingue a los modelos matemáticos de otros modelos (ej., modelos físicos, químicos o históricos) que se focalizan en las propiedades estructurales del sistema en lugar de en las propiedades físicas, químicas o históricas de estos, con el objetivo de describir, diseñar o desarrollar el sistema.

Partiendo de estas concepciones de modelo, atendemos a las diferentes definiciones de la modelización matemática que hemos encontrado en la literatura.

Modelización matemática

- Burghes (1980) identifica la modelización matemática como un tema que unifica todas las aplicaciones de las matemáticas.
- Cross y Moscardini (1985) interpretan la modelización matemática como un arte debido a que además de implicar el desarrollo de cierto conjunto de habilidades incluye la experiencia y la intuición.

- Siguiendo la misma idea, Niss (1989) define la modelización matemática como el arte de aplicar las matemáticas a situaciones de la vida real.
- En términos de Mason y Davis (1991) la modelización matemática puede considerarse como un escenario que involucra un movimiento entre la situación física que está siendo modelada a la representación matemática específica del modelo.
- Swetz (1991) interpreta la modelización matemática como un proceso que debería incluir: conjeturas, modificación y adaptación de problemas del mundo real a las teorías matemáticas.
- Bassanezi (1994) describe la modelización matemática como un proceso dinámico en busca de modelos adecuados que sirvan de prototipos de alguna situación de la realidad.
- Ogborn (1994) considera la modelización matemática como un tipo de mundo artificial con la característica que todos los componentes o variables del fenómeno se conocen y se tienen en cuenta antes de resolver el problema.
- Tanner y Jones (1995) argumentan que el proceso de iniciar con un problema real, abstrayendo y resolviendo el correspondiente problema matemático y verificando sus soluciones dentro de una situación práctica es lo que constituye la modelización matemática.
- Para Castro y Castro (1997) la modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real; pero no es una forma de resolución cualquiera, sino que conlleva la consideración del problema como un todo.
- Biembengut (1998) define la modelización matemática como un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen de alguna forma, un fenómeno particular o un problema de la realidad.
- Gómez (2000, 2003) escribe que la modelización matemática consiste en formular un problema real en términos matemáticos, resolverlos si es posible e interpretar los resultados en términos del problema y de la situación estudiada.
- Para Ang (2001), la modelización matemática es un proceso de representación de problemas del mundo real en términos matemáticos dentro de un intento de encontrar soluciones al problema.

- Ortiz (2002) considera que desde un punto de vista didáctico, la construcción de modelos y el proceso de modelización o simplemente modelización se utilizan para describir, explicar y predecir hechos o fenómenos del mundo físico y social.
- Blomhøj (2004) describe que la modelización es en sí misma una representación puesto que es la acción de representar algo mediante un modelo.
- Biembengut y Hein (2004) describen la modelización matemática como un proceso que incluye la obtención de un modelo matemático.
- Alsina, García-Raffi, Gómez y Romero (2007) interpretan la modelización matemática como una metodología de enseñanza de aula para científicos y tecnólogos donde se trata de imitar los procesos mediante los cuales la ciencia define teorías que intentan dar una explicación a situaciones de la vida real.
- García y Ortiz (2007) consideran la modelización matemática como un proceso que se inicia con un problema del mundo real que lleva a la propuesta de un modelo matemático que al resolverlo se analiza y compara con el problema real.
- Blum y Borromeo-Ferri (2009) interpretan la modelización matemática como el proceso de traslación entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones.
- Villa y Ruiz (2009) comentan que en términos generales la modelización se puede entender como una actividad donde se lleva a cabo el proceso de construir un modelo dado un problema del mundo real.
- Trigueros (2009) considera la modelización como un entorno de aprendizaje para investigar situaciones reales mediante el uso de las matemáticas a través de modelos matemáticos.
- Ortiz y Santos (2011) comentan que la modelización matemática ofrece una organizada y dinámica alternativa para disminuir la brecha entre las matemáticas y el mundo real.
- Frejd (2014) señala que la modelización matemática es considerada como un puente entre las matemáticas aprendidas y enseñadas dentro de las aulas escolares y las matemáticas usadas en el lugar de trabajo y dentro de la sociedad.

En consecuencia, podemos decir que los elementos involucrados en las interpretaciones de los diferentes investigadores mencionados acerca de la modelización, presentan una asociación entre problemas del mundo real, modelos y matemáticas. Es decir, dado un problema del mundo real requerimos de las matemáticas para formular y resolver el modelo y también requerimos de ellas para interpretar y validar los resultados obtenidos.

En el apartado 2.1.3 centramos la atención en los componentes que permiten concretar en qué consiste el proceso de modelización, entre los que se encuentran la formulación, la solución, la interpretación y la evaluación de un modelo matemático. Previamente dirigimos la atención a la distinción entre modelización y resolución de problemas.

2.1.2 La modelización y la resolución de problemas

La modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no se llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y proporciona al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución (Castro y Castro, 1997). Como diferencias entre la resolución tradicional de problemas y la modelización cabe destacar que en el primer caso la información dada y el objetivo final son estáticos y estables, en cambio en la modelización son dinámicos, estando constantemente bajo interpretación, pudiendo ser reformulados y modificados en función de las suposiciones, condiciones y limitaciones que el resolutor trae al proceso (Zawojewski, 2010). El proceso puede requerir hacer varios ciclos de ida y vuelta entre la situación real de partida al modelo (Blum y Niss, 1991). Además en las actividades de modelización se anima a los estudiantes a crear modelos que son aplicables a una amplia gama de situaciones de similar estructura y, como consecuencia, esto permite generalizar y ampliar las soluciones (English, 2006).

Lesh y Zawojewski (2007) señalan el uso e interconexión de conceptos y operaciones matemáticas como características de los procesos de modelización y comentan que el proceso de resolución de problemas mediante actividades de modelización, difiere de la resolución tradicional en al menos dos caminos. En primer lugar, al resolver problemas mediante un proceso de modelización, los estudiantes necesitan usar e interconectar conceptos y operaciones matemáticas y esto puede resultar en oportunidades para los estudiantes de obtener sus propias matemáticasy darle un sentido a las situaciones reales que ellos necesitan matematizar (Mousoulides, Christou y Sriraman, 2008). En segundo lugar, en las actividades de modelización se anima a los estudiantes a crear modelos que son aplicables a una amplia gama de situaciones de similar estructura y como consecuencia, esto permite generalizar y ampliar las soluciones (English, 2006; Doerr y English, 2003).

Alsina (1998), Aravena (2001), Gómez (2007) y Niss (2001) plantean que hacer un trabajo matemático basado en la resolución de problemas a través del modelaje posee una serie de ventajas entre las que se destaca: desarrollar la capacidad de resolver problemas y la creatividad; preparar a los alumnos a usar la matemática, desarrollar la capacidad crítica de la matemática en la sociedad, permitir una visión completa de ésta y ayudar a la comprensión de los conceptos y métodos.

Por otra parte, desde el punto de vista del aprendizaje, la enseñanza a través de una metodología de modelización es más conveniente para un buen desempeño matemático posterior. Esta metodología permite con el tiempo introducirse en situaciones cada vez más abstractas, a través de la modelización de nuevos objetos matemáticos mediante la resolución de problemas concretos, complementados con un tratamiento teórico (Aravena, 2001; Aravena y Caamaño, 2009; Aravena, Caamaño y Giménez, 2008; Gómez, 2007; Niss, 1989).

Albarracín y Gorgorió (2013) estudian la presencia de los procesos de modelización matemática y la influencia de este contexto cuando alumnos de secundaria resuelven problemas reales de estimación. Estos investigadores realizan el análisis de datos a través de respuestas por parte de los alumnos respecto a las estrategias propuestas relacionadas con el contexto planteado según los enunciados de los problemas y el proceso de modelización seguido en la resolución del problema, así como con respecto al éxito obtenido en dicha resolución. Las respuestas indican que el contexto influye en la propuesta de resolución por parte de los alumnos y los autores concluyen que la resolución de problemas sobre contextos reales puede ser utilizada para introducir la modelización matemática en las aulas.

2.1.3 Representaciones diagramáticas del proceso de modelización matemática

Los procesos de modelización son los procesos que los estudiantes desarrollan y usan durante sus esfuerzos para resolver un problema del mundo real (Lesh y Doerr, 2003). Mousoulides, Christou y Sriraman (2008) comentan que estos procesos incluyen la descripción del problema, la manipulación del problema y la construcción de un modelo, conectando el modelo matemático con el problema real, prediciendo el comportamiento del problema real y verificando la solución dentro del contexto del problema real.

En esta línea, Blum (2002) identifica algunas de las habilidades que el proceso de modelización requiere por parte de los estudiantes: la estructuración, la matematización, la interpretación, la resolución de problemas del mundo real y el trabajo con modelos matemáticos. El último componente requerido incluye las habilidades de validar el modelo, analizarlo críticamente, evaluarlo así como sus resultados, y comunicarlo.

La secuencia de procesos que componen la modelización suele presentarse ordenados constituyendo un ciclo que comienza y termina con una situación problema de la vida real e incluye una traslación del problema en términos matemáticos y una solución matemática (Perrenet y Zwaneveld, 2012). Para la puesta en práctica del proceso de modelización en el aula, es frecuente su representación por medio de representaciones diagramáticas (ej., Edwards y Hamson, 1996). Estas representaciones sirven de andamiaje al alumno para poder abordar la resolución de un problema que a priori puede no resultarle accesible en su planteamiento general. Reducen la carga cognitiva de la tarea al estructurar la resolución del problema y permitir al estudiante focalizar su atención, en cada fase, en parte de las acciones que componen el proceso de modelización (Galbraith, 2012).

Las diferentes representaciones que recogemos a continuación muestran diversidad de caracterizaciones o ciclos descriptores del proceso de modelización. Consisten en términos de Borromeo-Ferri y Lesh (2013) en representacines esqiemáticas del proceso a través del cual los modelos son desarrollados. Por economía de lenguaje nos referiremos a ellas por las siglas DPM: diagrama del proceso de modelización.

Existen muchas variaciones del proceso de modelización, sin embargo, muchos de los procesos son semejantes y la diferencia prácticamente estriba en el enfoque de aula que puede ser muy diferente tanto en el objetivo como en la implementación (White, 2000).

La primera representación diagramática que presentamos, propuesta por Burghes en 1980 consta únicamente de dos pasos. Este autor comenta que aunque mucha gente utiliza un diagrama personal para la enseñanza de la modelización matemática con el propósito de ilustrar todas sus fases, es posible resumirlo en el diagrama mostrado en la figura 2.2. El círculo izquierdo representa el mundo real, donde los problemas pueden ser resueltos y las decisiones tomadas. Los problemas reales son transformados a forma matemática para introducir variables y hacer suposiciones con respecto a las leyes que relacionan dichas variables, obteniendo el modelo matemático. El círculo de la derecha representa el mundo matemático después de formular el problema. Usando herramientas matemáticas, resolvemos el problema matemático y trasladamos la solución de regreso al contexto original (Burghes, 1980).

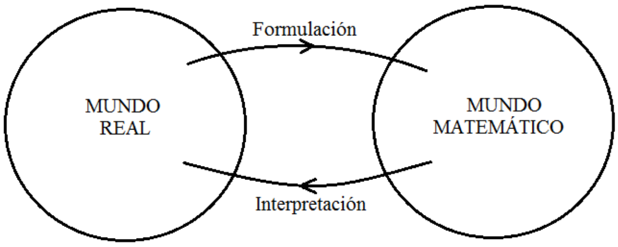


Figura 2. 2. Diagrama de modelización matemática (Burghes, 1980)

En los estándares para la Educación Matemática del NCTM (1989) encontramos una representación esquemática más detallada del ciclo de modelización ilustrada en la figura 2.3. En este caso el ciclo de modelización se presenta como un proceso iterativo de cinco pasos: simplificación de la situación inicial del problema, construcción de un modelo matemático del problema simplificado (matematización), identificación de soluciones dentro del marco de referencia del modelo matemático (transformaciones), interpretación de esas soluciones en términos de la situación del problema simplificado y verificación de que las soluciones obtenidas representan las soluciones del problema inicial (validación).

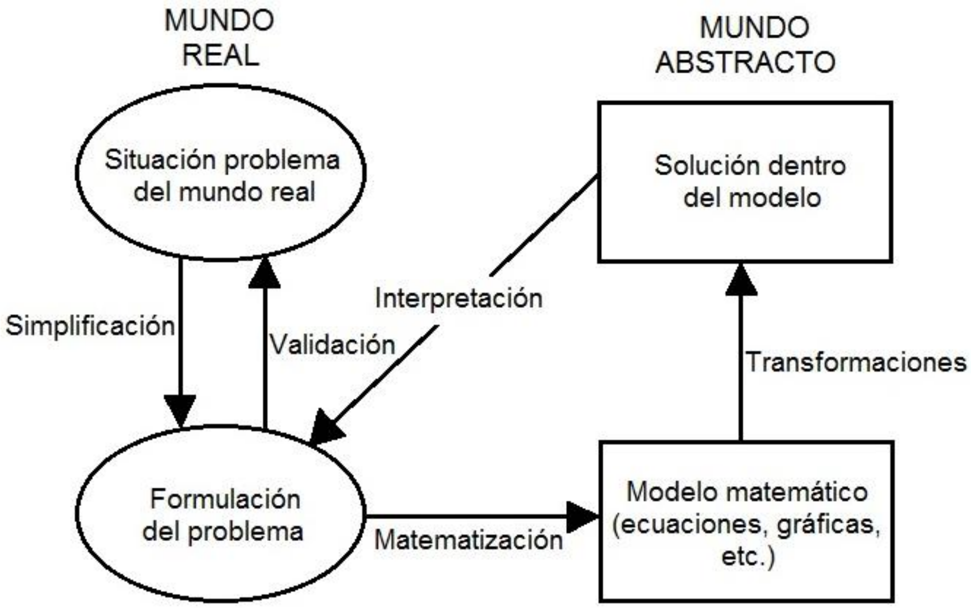


Figura 2. 3. DPM según los estándares de la NCTM (1989)

Muchas de las diferentes representaciones diagramáticas del proceso de modelización que se encuentran en la literatura pueden ser reconocidas como descendientes del diagrama de siete bloques de la Open University mostrado en Galbraith y Clatworthy (1990) que se recoge en la figura 2.4. Este diagrama ha sido testado por sus autores constatando su utilidad para el desarrollo de las habilidades de modelización del estudiante con habilidades y niveles de rendimiento dispares.

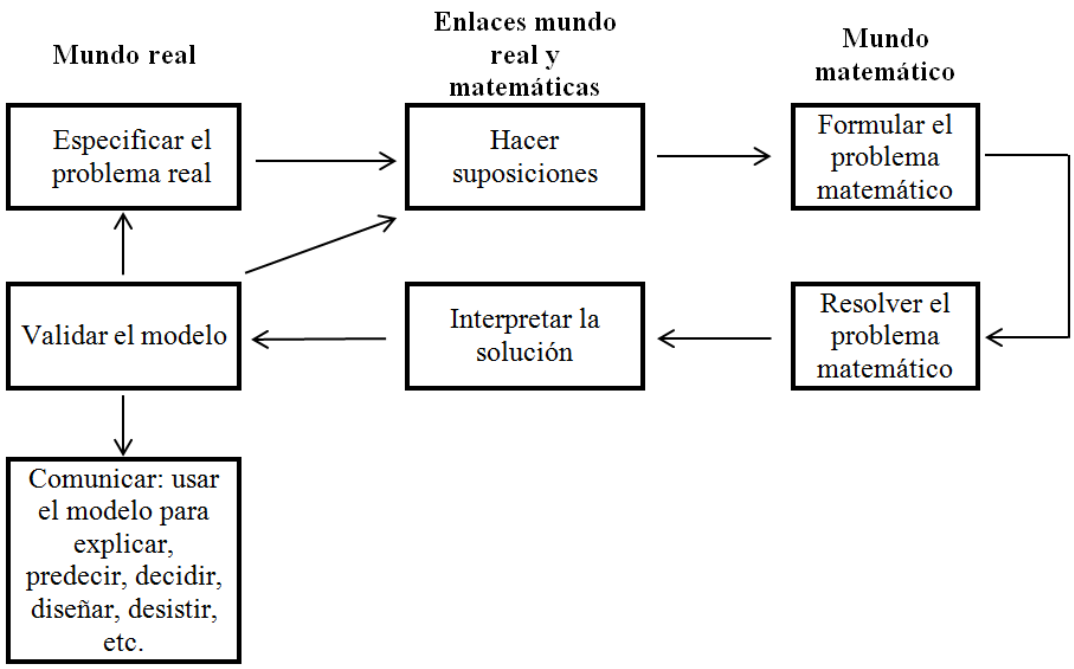


Figura 2. 4. DPM de la Open University (Galbraith y Clatworthy, 1990)

Observamos en la figura 2.4 que las 7 fases del proceso de modelización de la Open University están agrupadas en sub procesos del mundo real (problema real, validar el modelo y comunicar resultados) y del mundo de las matemáticas (formular y resolver el problema matemático), enlazados por el sub proceso de hacer suposiciones a través del problema real para formular el modelo matemático (realidad → matemáticas) y en sentido inverso (matemáticas → realidad) por el sub proceso de interpretar la solución para validar el modelo una vez resuelto el problema matemático.

Kaiser (1995) y Blum (1996),según Borromeo-Ferri (2006), se encuentran entre el grupo de investigadores que no distinguen entre la abstracción o representación mental de la situación real y el modelo del mundo real, es decir, que para estos investigadores, el modelado de la situación real no representa una fase del proceso de modelización como puede verse en la representación esquemática de la figura 2.5 que aparece en Borromeo-Ferri (2006), Kaiser y Schwarz (2006) y Perrenet y Zwanneveld (2012). Esta representación considerada como una representación didáctica del proceso de modelización, está basada en investigaciones que desde la psicología cognitiva han indagado en el comportamiento de los estudiantes trabajando en tareas de modelización (Borromeo-Ferri, 2006).

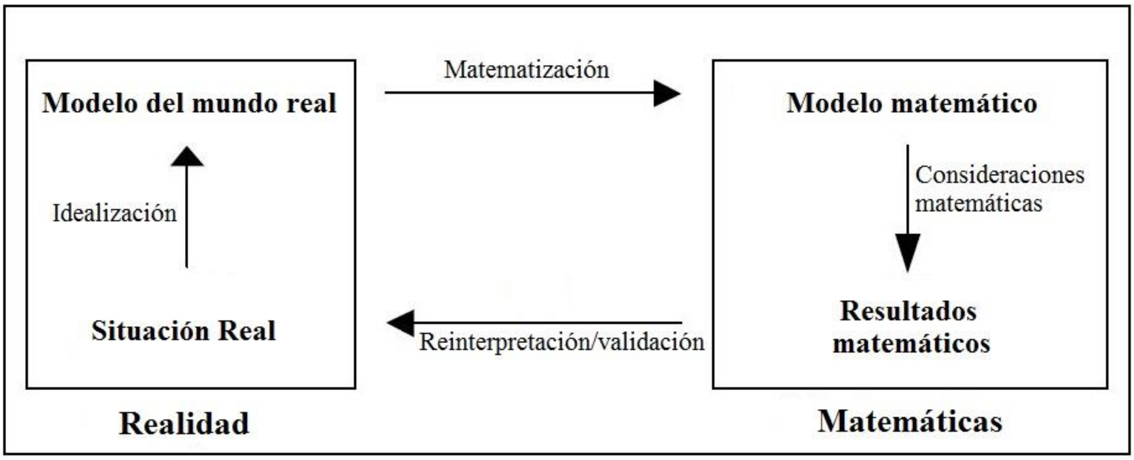


Figura 2. **5.** Ciclo de modelización según Kaiser (1995) y Blum (1996), extraido de Kaiser (2005)

En la figura 2.5 Kaiser (1995) y Blum (1996) describen un proceso de modelización típico ideal. Una situación del mundo real es el punto inicial del proceso. Entonces la situación es idealizada, por ejemplo, simplificada o estructurada para obtener un modelo del mundo real. Este modelo del mundo real es matematizado, es decir, trasladado a lenguaje matemático para obtener un modelo matemático de la situación original. Las consideraciones matemáticas realizadas al modelo matemático producen resultados matemáticos los cuales tienen su interpretación dentro de la situación real. La adecuación de los resultados puede ser reinterpretada y validada. Según los autores, este proceso puede realizarse de manera iterativa si se obtiene una solución no satisfactoria del problema (Kaiser, 2005).

En Haines y Crouch (2010) se presenta la representación diagramática del proceso de modelización de acuerdo a Berry y Davies (1996) como un proceso cíclico originalmente desarrollado desde una perspectiva de modelización aplicada para cursos de matemáticas en ingeniería, enfocando la actividad de los estudiantes a través de seis fases discretas con la adición de una séptima fase para la elaboración de un informe o reporte (ver Figura 2.6).

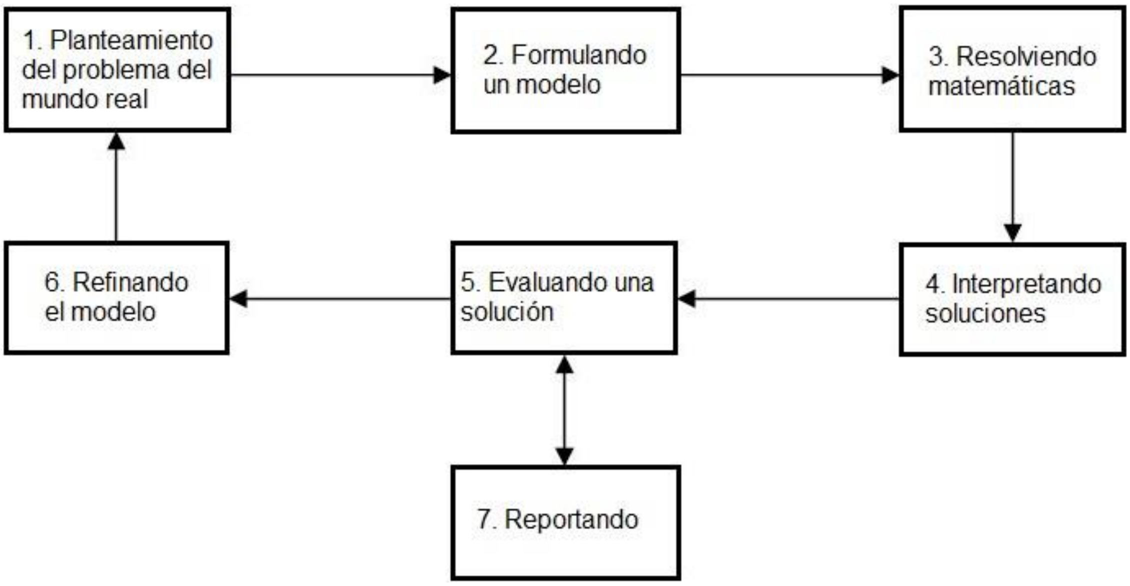


Figura 2. 6. DPM (Berry y Davies, 1996)

Gómez (1998, 2003) presenta el ciclo de modelización basado en una metodología docente bajo una perspectiva epistemológica-educativa que incluye cuatro fases: parten de la situación de la realidad, esta es simplificada para plantear el problema en términos matemáticos estableciendo un modelo matemático, se resuelve el modelo mediante la aplicación de métodos matemáticos y, por último, se reescriben los resultados numéricos para interpretarlos y seleccionar la solución adecuada a la situación planteada de la realidad (ver Figura 2.7).

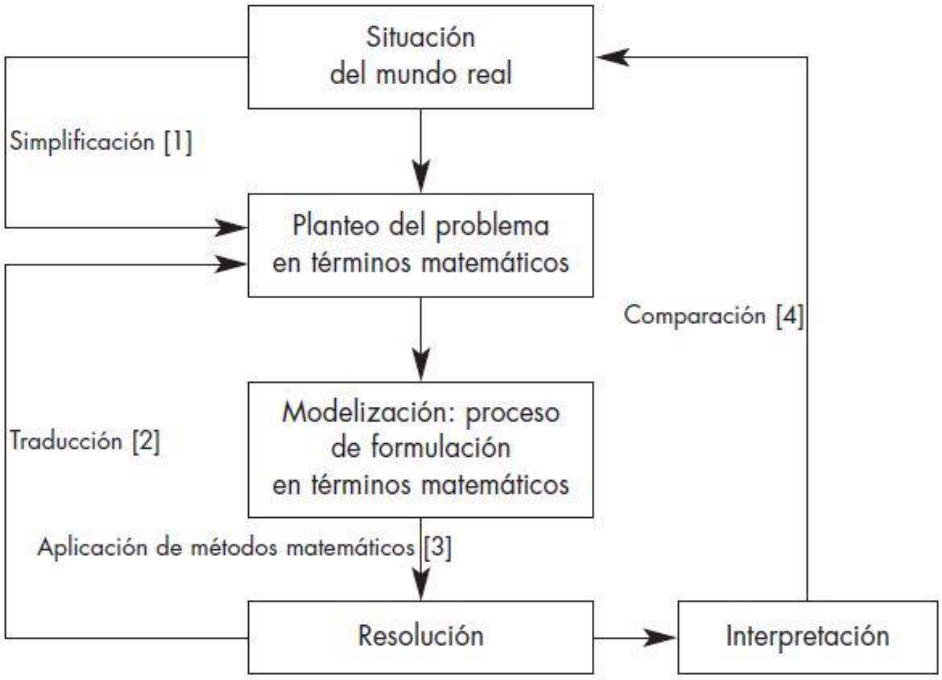


Figura 2. 7. Esquema del proceso de modelización (Gómez, 1998, 2003)

En la figura 2.8 mostramos la representación diagramática del proceso de modelización que propone White (2000) para la resolución de problemas reales en el aula siguiendo el ciclo de modelización como metodología de enseñanza.

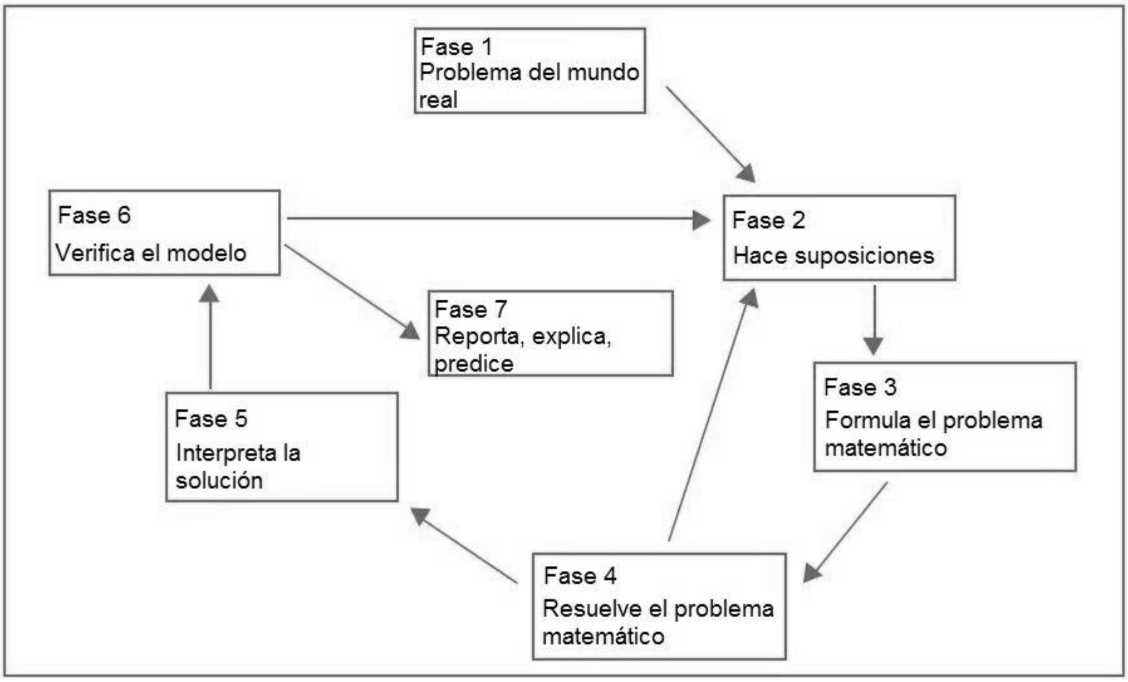


Figura 2. 8. DPM (White, 2000)

Observamos en la figura 2.8 que el proceso de modelización utilizado en White (2000) también es de siete fases como el de la Open University. La diferencia es que White

(2000) propone una interacción de retorno a la fase de suposiciones (Fase 2) después de resolver el problema (Fase 4) con el propósito de modificar las suposiciones inicialmente consideradas para formular nuevamente el problema y resolverlo. Este carácter cíclico aparece en este caso antes de la interpretación de la solución en términos de la situación o problema de partida, a diferencia de los diagramas previos presentados.

En la figura 2.9 se presenta un diagrama simple del proceso de modelización matemática presentado por Ang (2001) que consta de la formulación de un problema matemático a partir de un problema del mundo real, la resolución del mismo, la interpretación de la solución usando cualquier técnica conocida, y finalmente la interpretación y traslación a términos reales de la solución obtenida.

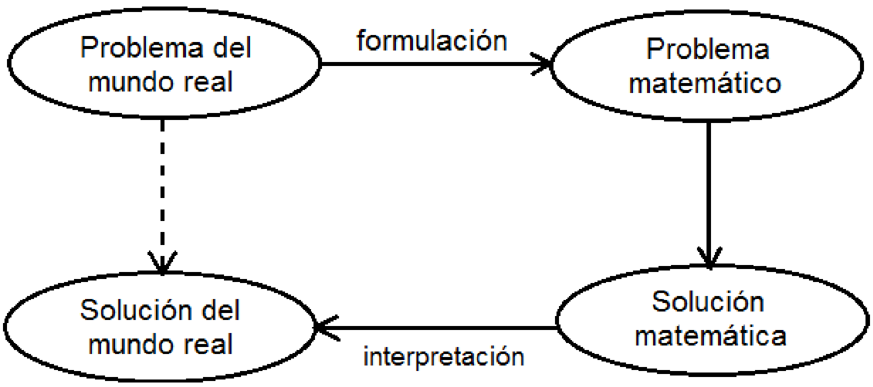


Figura 2. 9. Proceso de modelización matemática (Ang, 2001)

En la figura 2.10 se ilustra el proceso de modelización matemática presentado en Stewart (2001) similar al presentado en la figura previa.

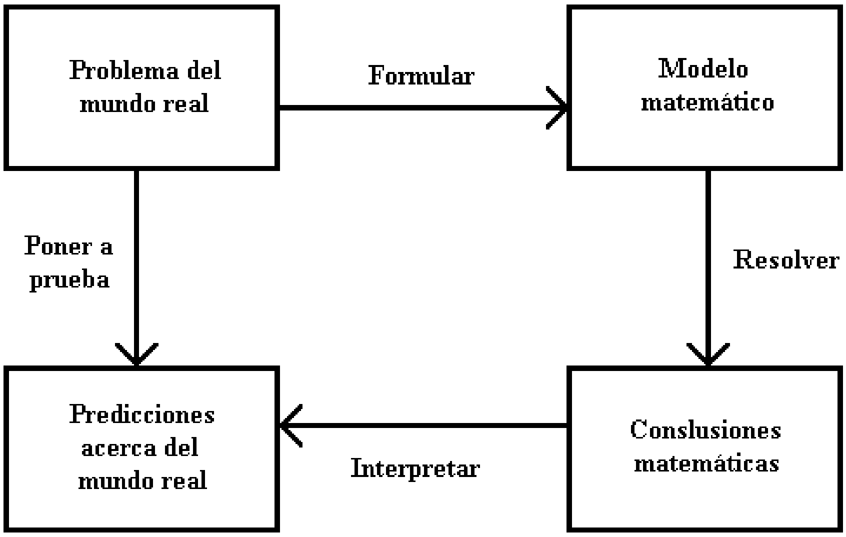


Figura 2. 10. Proceso de modelización matemática (Stewart, 2001)

Stewart (2001) describe el proceso de modelización matemática en cuatro etapas. Según este autor, dado un problema del mundo real, la primera tarea consiste en formular el modelo matemático identificando y nombrando las variables independientes y dependientes, estableciendo hipótesis que simplifiquen el fenómeno de tal manera que pueda tratarse matemáticamente. La segunda etapa consiste en aplicar las matemáticas conocidas (por ejemplo, el análisis matemático) al modelo matemático definido para obtener conclusiones matemáticas que en la tercera etapa se interpretarán para hacer predicciones del fenómeno original del mundo real. Por último, Stewart (2001) comenta que el paso final del proceso de modelización matemática consiste en comprobar si las predicciones hechas se ajustan al problema real. En caso contrario, se redefine el modelo o se formula uno nuevo, reiniciando el ciclo de modelización. Stewart argumenta que “un modelo matemático nunca es una representación completamente exacta de una situación física; es una idealización” (p. 25).

García y Ortiz (2007) y Ortiz (2002) presentan la modelización matemática como un proceso que involucra cuatro grandes momentos: identificación de la situación problema (paso de la situación del mundo real al modelo real), construcción del modelo matemático, elección de los contenidos y métodos matemáticos e interpretación de los resultados y validación del modelo.El esquema del proceso de modelización que proponen estos autores se muestra en la figura 2.11 donde se visualiza el carácter cíclico del proceso de modelización proporcionándole una estructura dinámica y flexible que permite su permanente enriquecimiento e incorporación de nuevas interrogantes cada vez que se desea modelar una determinada situación. En dicho esquema se incorpora la intervención de la tecnología como ayuda para la resolución del problema.

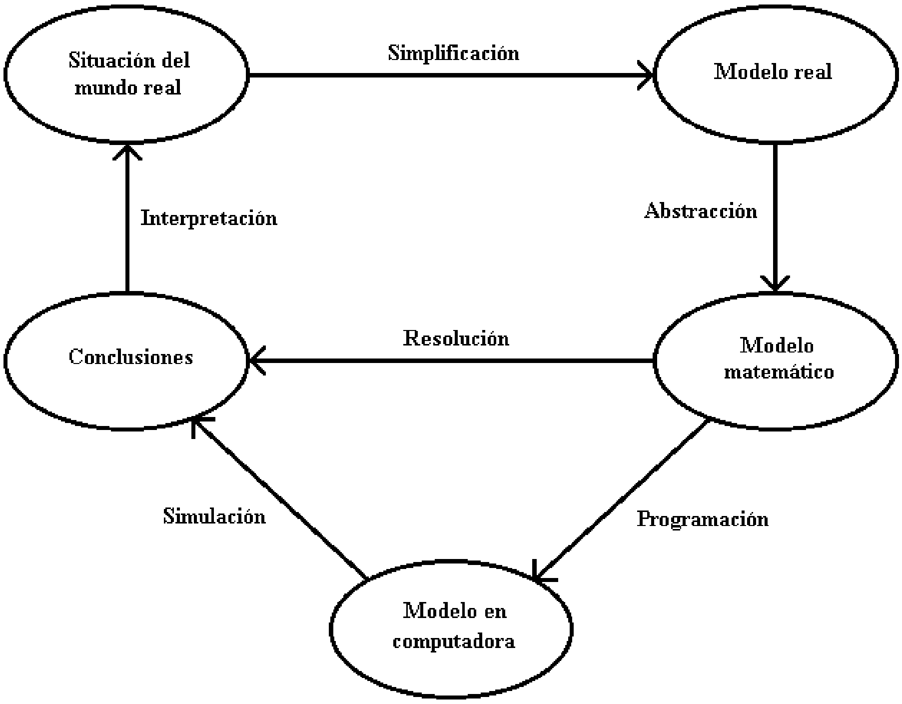


Figura 2. 11. Proceso de modelización matemática (García y Ortiz, 2007; Ortiz, 2002)

El proceso de modelización según Blomhøj y Jensen (2003) y Blomhøj (2004) consta de seis sub procesos, cada uno de los cuales puede introducir cambios en el proceso previo. Dicho diagrama se esquematiza como se muestra en la figura 2.12 y el diagrama circular mostrado en la figura 2.13 respectivamente. El diagrama circular planteado por Blomhøj (2004) a diferencia del diagrama lineal planteado por Blomhøj y Jensen (2003) incluye el conocimiento teórico (teoría) y los datos empíricos (datos) relativos al dominio de investigación como base para los seis sub-procesos representados en ambos diagramas: formulación de la tarea o del problema, selección de los objetos y relaciones relevantes (sistematización), traducción de los objetos y relaciones a lenguaje matemático (matematización), uso de métodos matemáticos (análisis matemático), interpretación y evaluación de los resultados y evaluación de la validez del modelo.

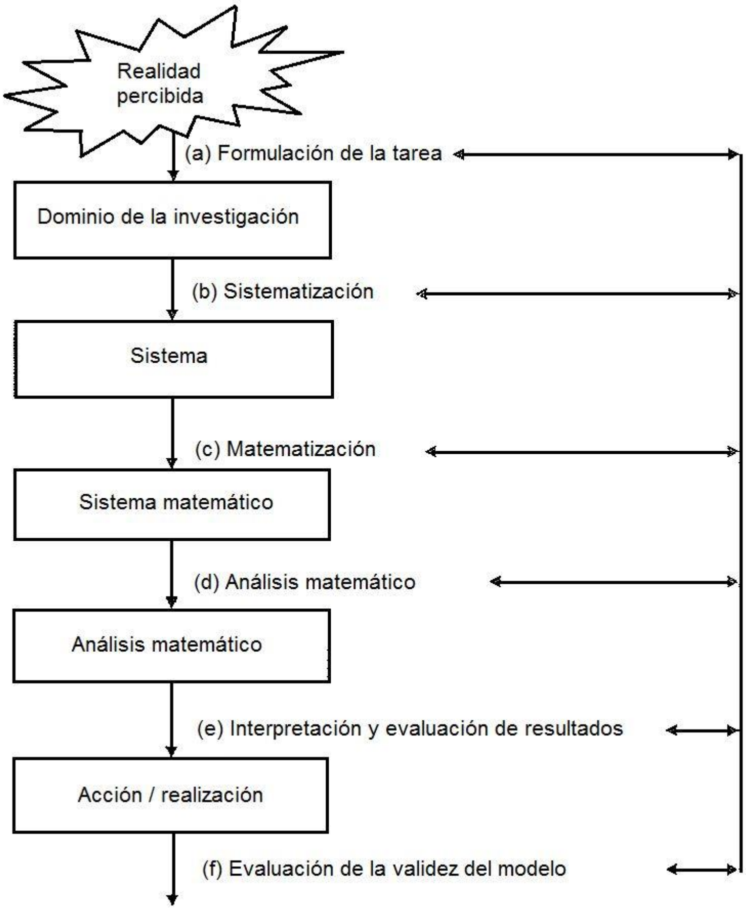


Figura 2. 12. DPM en Blomhoj y Jensen (2003)

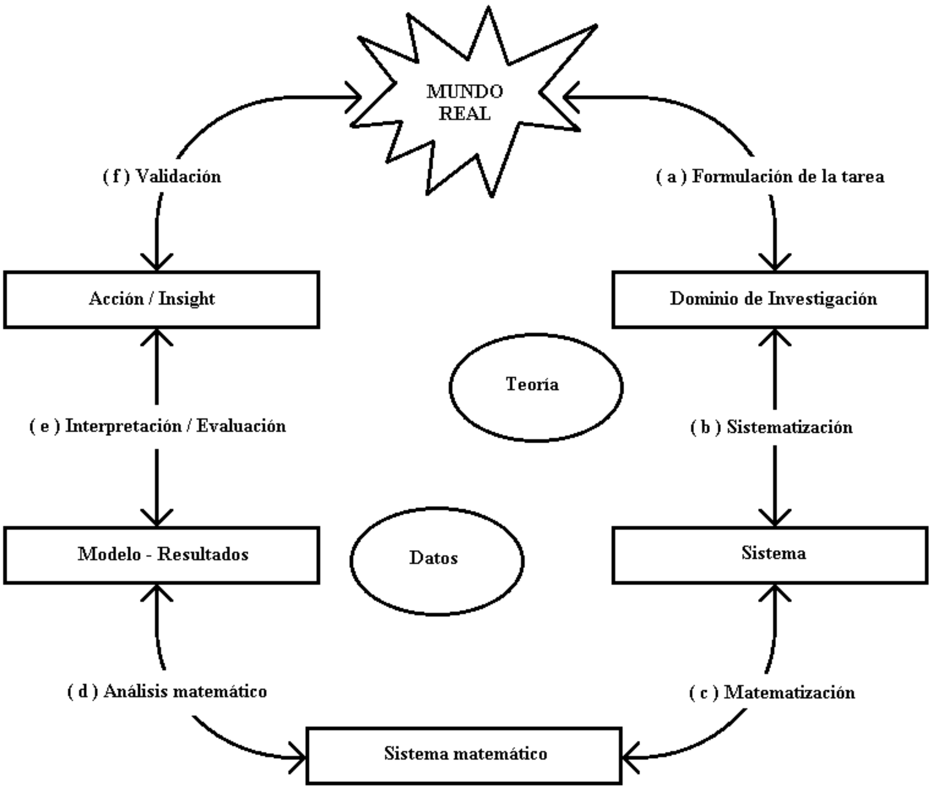


Figura 2. 13. DPM en Blomhoj (2004)

El ciclo de modelización (PISA, 2003) mostrado en la figura 2.14 y tomado de los documentos del proyecto LEMA[2] parte de un problema del mundo real al problema matemático mediante los procesos:

1. Empezar con un problema de la realidad.
2. Organizarlo de acuerdo a conceptos matemáticos e identificar las matemáticas relevantes.
3. "Recortar" gradualmente la realidad a través de procesos como hacer suposiciones, generalizar y formalizar, que promueven las características matemáticas de la situación y transforman el problema del mundo real en un problema matemático que representa la situación.

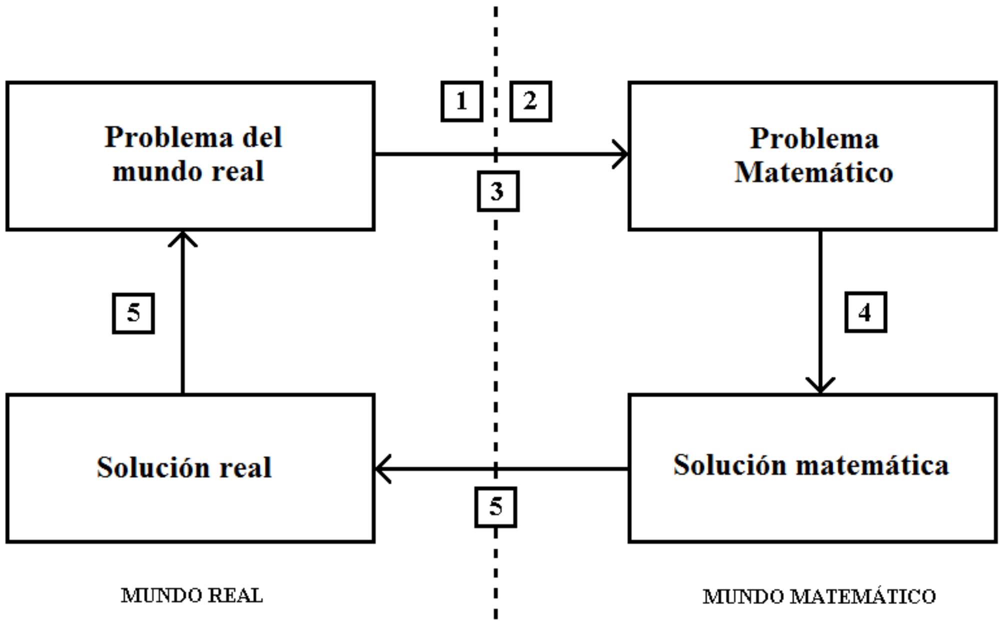


Figura 2. 14. DPM Pisa (2003)

Los cinco procesos mencionados con anterioridad involucran de acuerdo a la matematización horizontal propuesta por De Lange (1987) las siguientes competencias:

- identificar las matemáticas relevantes respecto a un problema situado en la realidad;

[2]**LEMA** - Aprendizaje y Enseñanza de y a través de la Modelización y las Aplicaciones (acrónimo en inglés) – es un proyecto Comenius financiado por la UE (2006-9) que ha desarrollado materiales para apoyar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, tanto de la Educación Primaria como de la Secundaria (www.lema-project.org).

- representar el problema de manera distinta, lo que incluye organizarlo según conceptos matemáticos y haciendo suposiciones apropiadas;
- comprender las relaciones entre el lenguaje del problema y el lenguaje simbólico y formal que es necesario para entenderlo matemáticamente;
- encontrar regularidades, relaciones y patrones;
- reconocer aspectos que sean isomorfos a problemas conocidos;
- traducir el problema a las matemáticas: por ejemplo, a un modelo matemático.

Esta lista completa de competencias proporciona una visión de la complejidad de la modelización, pero no significa que la modelización sea algo inaccesible para los estudiantes, sino que muestra que debemos ser conscientes de que la modelización requiere mucho más de los estudiantes que la simple práctica de ejercicios matemáticos como se describe en el proyecto LEMA.

Posteriormente se trabaja en el mundo matemático resolviendo el problema matemático (4) y mediante las actividades de la matematización vertical propuestas por De Lange (1987), intentando desarrollar las siguientes competencias:

- utilizar y cambiar entre distintas representaciones;
- emplear lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicos:
- refinar y ajustar modelos matemáticos;
- combinar e interpretar modelos;
- argumentar;
- generalizar

Y al final se regresa a la situación del mundo real (5) con el propósito de interpretar y validar tanto la solución matemática obtenida como el modelo en términos de la situación real, a través de las competencias de:

- comprender la extensión y límites de los conceptos matemáticos;
- reflexionar sobre argumentos matemáticos, y explicar y justificar resultados;
- expresar el proceso y la solución;
- criticar el modelo y sus límites.

Podemos observar en la figura 2.14 que el último proceso del ciclo de modelización propuesto en PISA (2003), remarca que la comprensión de la solución matemática en términos de situación real requiere dos pasos (LEMA, 2006):

- Interpretar el resultado (¿Qué quiere decir este resultado en la situación real?).
- Validar el resultado (¿Es la solución apropiada para el problema?).

Galbraith y colaboradores (Galbraith y Stillman, 2006; Galbraith, Stillman y Brown, 2006; Galbraith, Stillman, Brown y Edwards, 2007) proponen la representación diagramática que se muestra en la figura 2.15. Coincide con el diagrama de García (2002) y García y Ortiz (2007) en incorporar el uso de la tecnología pero en este caso no solo lo proponen para ayudara resolver el modelo matemático sino también para el establecimiento del modelo matemático. En el diagrama de Galbraith y colaboradores las fases están representadas con letras, cada fase tiene un nombre y las flechas significan transiciones entre las fases. El ciclo completo del proceso de modelización culmina con el informe si el resultado es satisfactorio. En caso contrario, si la evaluación indica que la solución no es satisfactoria, se inicia un nuevo ciclo de modelización. Galbraith y Stillman (2006) centran la atención en el tipo de actividad mental que los alumnos se proponen al seguir el ciclo de modelización. El término “actividad” puede ser expresado en términos de verbos que describen lo que sucede durante el proceso de modelización cuando se logra éxito en la transición (o no) de una fase a la siguiente y donde estos investigadores prestan especial interés en identificar los obstáculos que impiden el progreso de los estudiantes a través del proceso.

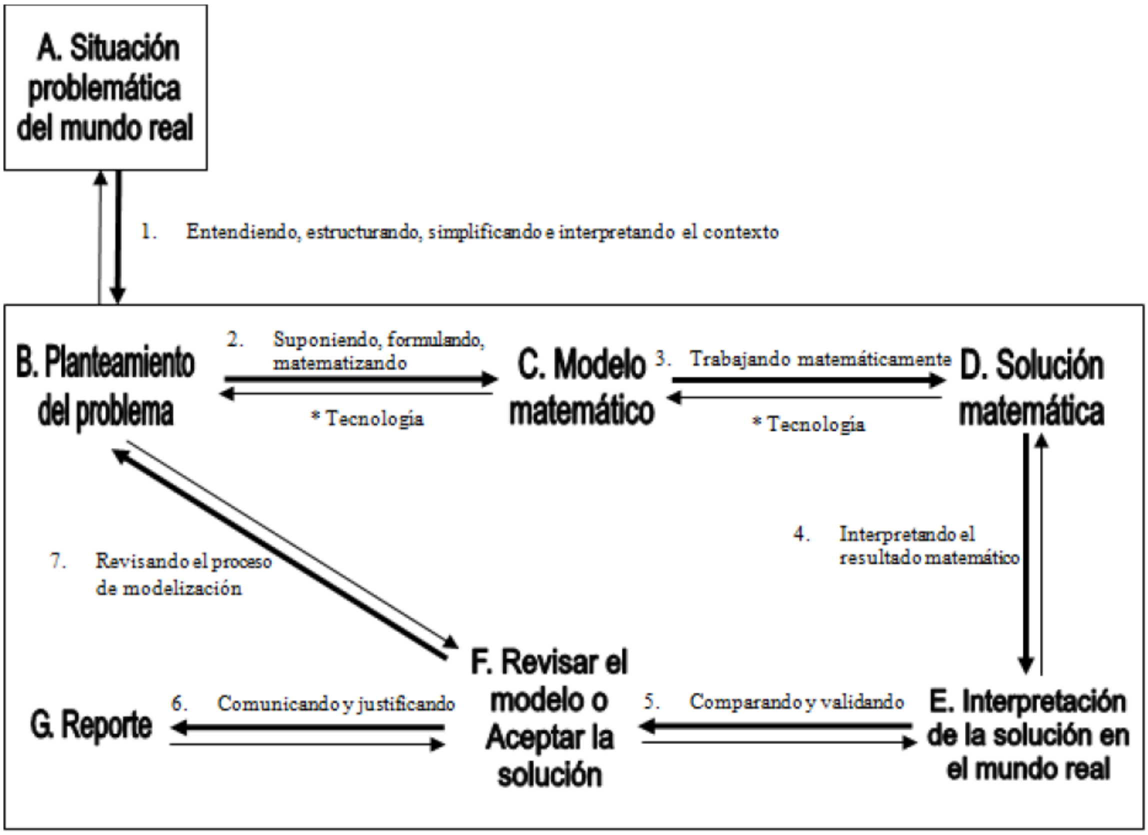


Figura 2. 15. DPM según Galbraith et. al (2006, 2007)

Presentamos en la figura 2.16 la representación esquemática del ciclo de modelización presentado en Blum y Leiβ (2007). Este ciclo de modelización, al igual que los mostrados en las figuras 2.4, 2.6 y 2.8, es un modelo de siete pasos o fases de modelización para resolver problemas. En este caso las siete etapas que distinguen los autores son nombradas: entendiendo la tarea, simplificando, matematizando, trabajando matemáticamente, interpretando, validando y reportando. La fase de transición entre el problema del mundo real y el modelado de la situación real es para Blum y Leiβ (2007) una de las fases más importantes durante el proceso de modelización, debido a que representa la fase del entendimiento de la tarea.

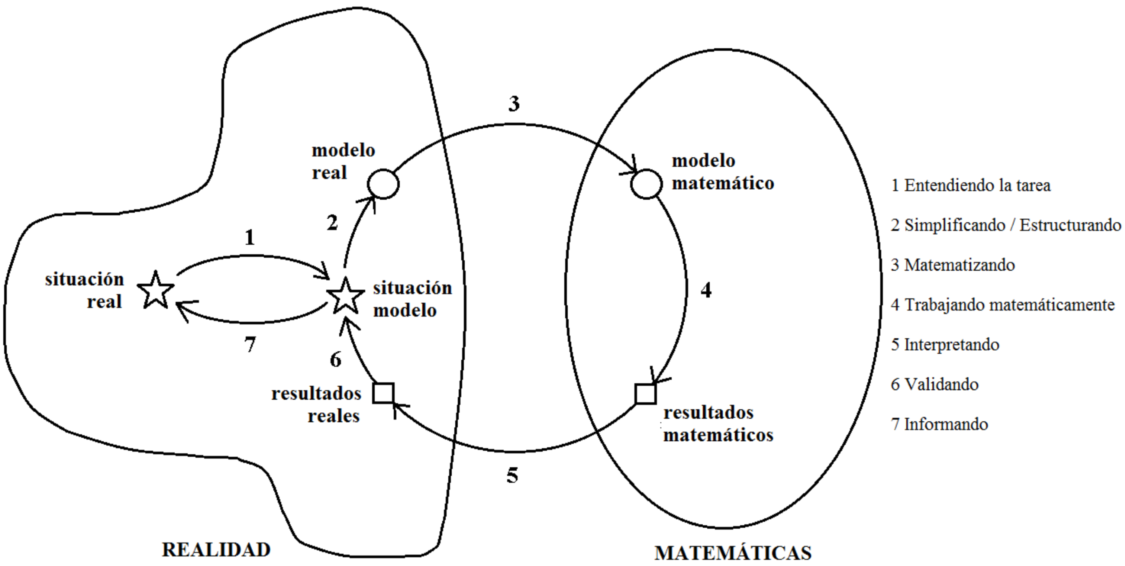


Figura 2. 16. Ciclo de modelización (Blum y Leiβ, 2007)

En la figura 2.17 se esquematiza el proceso de modelización matemática que aparece en Alsina, García, Gómez y Romero (2007) que es una variante de la representación esquemática que aparece en Gómez (1998, 2003) (ver Figura 2.7). La modelización matemática según Gómez (1998, 2002), García-Raffi (2004) y Sánchez (1999), como se comenta en Alsina et. al (2007), puede representarse mediante un esquema relativamente simple (ver Figura 2.17) donde podemos observar que partiendo de un problema del mundo real que se plantea en términos de la ciencia y la ingeniería, es posible realizar un proceso de simplificación en función de las ciencias involucradas para lograr plantear el problema en términos matemáticos, definir el modelo matemático (ecuaciones, formas geométricas, desigualdades, etc.) que describa el problema del mundo real y, posteriormente, resolver el problema matemático e interpretarlo comparándolo con el problema del mundo real.

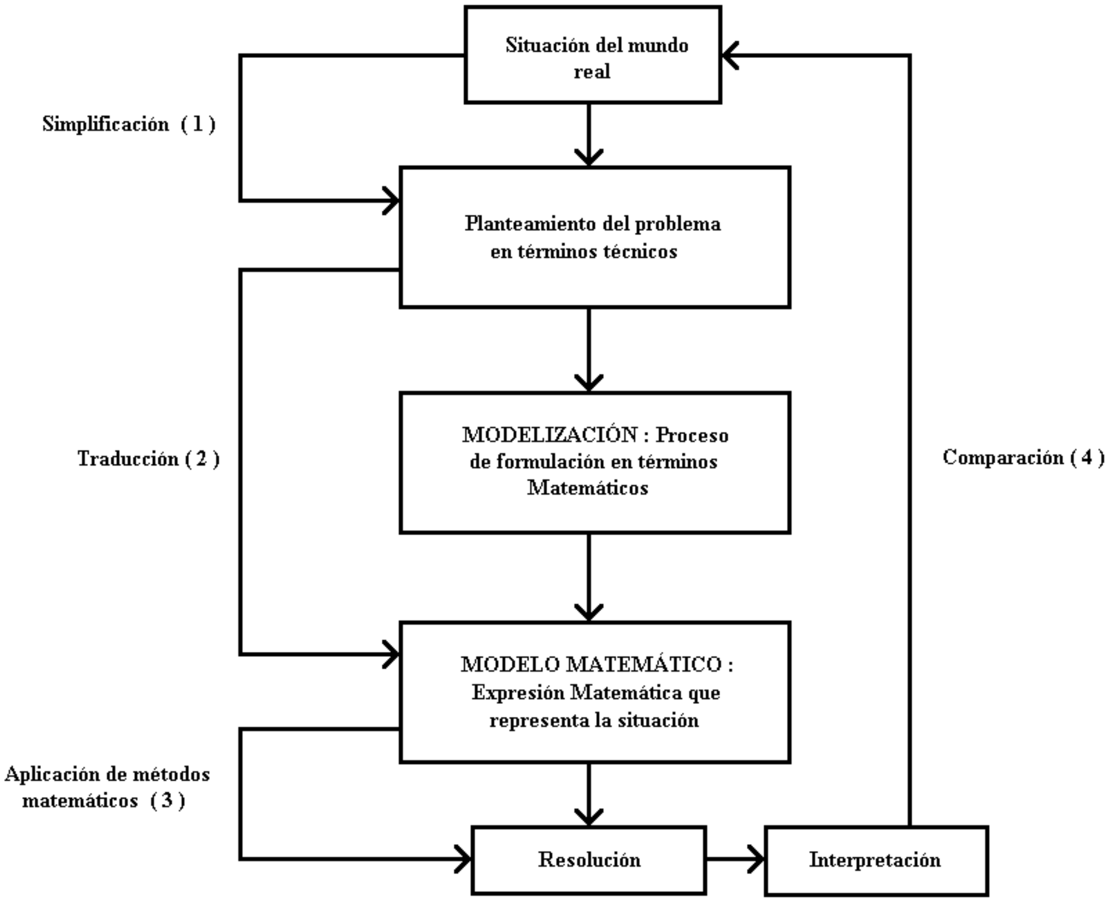


Figura 2. 17. Ciclo de modelización (Alsina et. al, 2007)

El análisis de datos realizado en Mousoulides, Christou y Sriraman (2008) revela que la gran diversidad de rutas seguidas durante un proceso de modelización por parte de los estudiantes, surge cuando resuelven problemas mediante una metodología de modelización. Estos autores identificaron que las actividades seguidas por los alumnos al resolver problemas a través de un proceso de modelización matemática son: descripción, manipulación, predicción y verificación. A partir de este análisis del desempeño de los estudiantes elaboran la representación diagramática que mostramos en la figura 2.18.

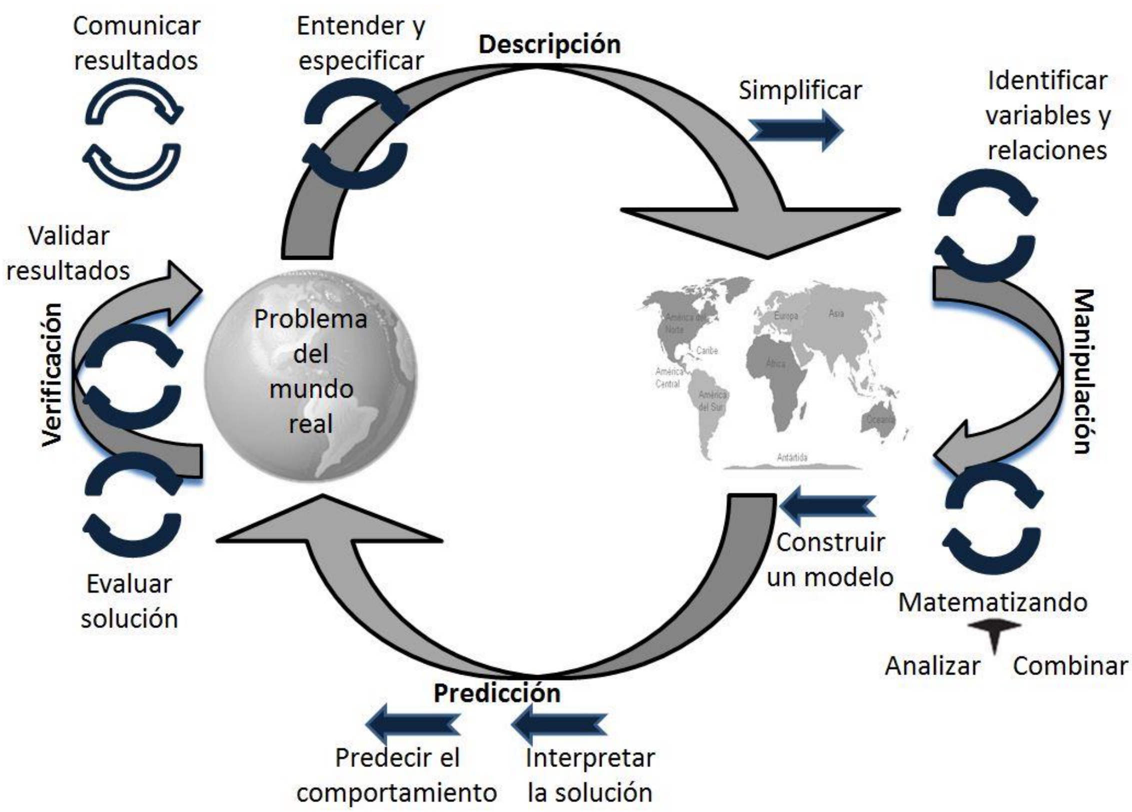


Figura 2. 18. Proceso de modelización en la resolución de problemas matemáticos según Mousoulides, Christou y Sriraman (2008)

Una versión más sofisticada del proceso de modelización descrito por Ang (2001) (ver Figura 2.9) se presenta en Ang (2010) como podemos observar en la figura 2.19.

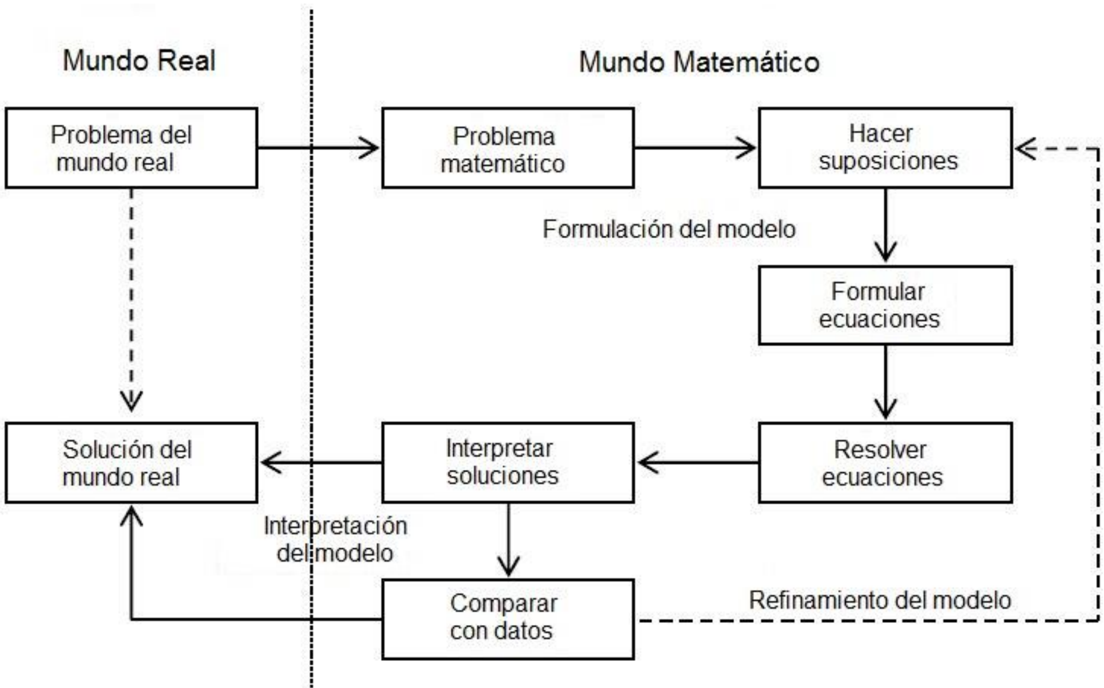


Figura 2. 19. Diagrama del proceso de modelización (Ang, 2010)

La representación esquemática de la figura 2.19 inicia, como en todos los diagramas que hemos presentado, con un problema del mundo real para el que se desea encontrar una solución. Dentro del mundo matemático se describe el problema real en términos matemáticos (problema matemático) para posteriormente hacer suposiciones con el objetivo de definir el modelo matemático y resolverlo usando técnicas y herramientas matemáticas. A menos que sea un modelo particularmente simple, Ang (2010) recomienda el uso de alguna clase de herramientas tecnológicas o computacionales para la resolución del modelo.

Así mismo, este autor afirma que puede haber una variedad de caminos de resolución del mismo problema, lo que contribuye a hacer de la modelización matemática una experiencia matemática enriquecedora. Al interpretar los resultados o soluciones del modelo e intentar compararlos con datos conocidos algunas veces puede ser necesario el refinamiento, por este motivo Ang (2010), como hace White (2000), sugiere llegado a ese punto revisar las suposiciones para redefinir el modelo.

Por último recogemos el DPM que proponen Borromeo-Ferri y Lesh (2013) que esquematiza las soluciones a problemas de modelización que involucran múltiples ciclos de modelización (ver Figura 2.20), afirmando que el diagrama presentado no pretende dar a entender que el desarrollo del modelo se produce a lo largo de rutas cerradas de pasos rutinarios que siempre llevan de la matematización a la derivación, de la derivación a la interpretación, de la interpretación a la verificación y de nuevo, por segunda, tercera o enésima vez al mismo ciclo de modelización siguiendo la misma ruta.

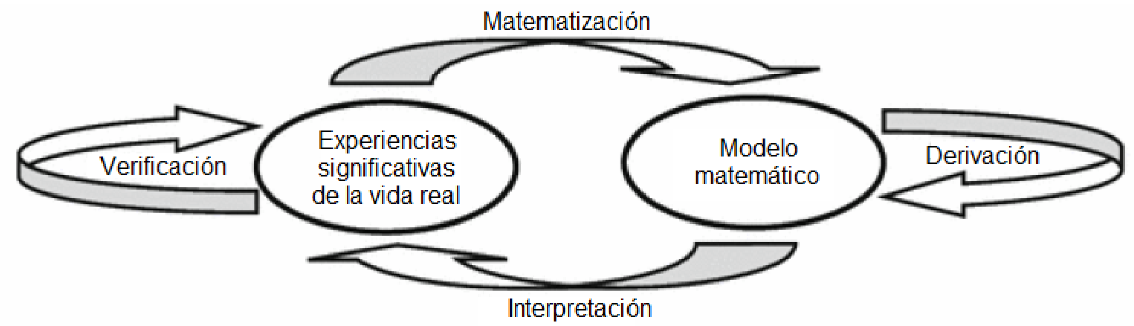


Figura 2. 20. Ciclo de modelización múltiple para resolver problemas de modelización (Borromeo-Ferri y Lesh, 2013)

Los diagramas aquí presentados tienen en común que ilustran etapas clave en un proceso iterativo que inicia con un problema del mundo real y finaliza con el reporte de una solución satisfactoria, o bien con la decisión de revisar el modelo para lograr un mejor resultado. Difieren en la mayor o menor descomposición del proceso de modelización en subprocesos componentes así como en el tipo de elementos que se consideran parte del mismo, detectándose en los DPM más completos elementos como la elaboración de un informe o reporte para comunicar el resultado del proceso de modelización o el uso de la tecnología en diferentes momentos. Un importante elemento de coincidencia entre las representaciones aquí recogidas es el carácter cíclico de la modelización donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de dicho modelo, conduce a una redefinición del mismo.

2.1.4 Visión desde la investigación educativa

La modelización matemática es uno de los tópicos en educación matemática que ha sido discutido intensamente durante las últimas décadas (Blum y Borromeo-Ferri, 2009). La asistencia de numerosas personas desde diversas partes del mundo al International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications ICTMA14 en el 2009 mostró el interés de educadores e investigadores por la enseñanza y aprendizaje de la modelización matemática en el nivel universitario. Los trabajos presentados en dicho encuentro ponen de manifiesto que en la actualidad la modelización matemática es un tema ya establecido en la investigación educativa a nivel internacional (Kaiser, Blum, Borromeo-Ferri y Stillman, 2011).

Esta misma afirmación puede constatarse al consultarse las últimas actas de otros congresos de carácter internacional como el International Congress on Mathematical Education (ICME), el congreso anual del International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) o la Conferencia Interamericana en Educación Matemática (CIAEM 2011). También las publicaciones de los números 2 y 3 del volumen 38 del del ZDM muestran que la investigación en educación matemática en el campo de la modelización matemática ha estado activa y evolucionando en muchas partes del mundo en los últimos años (Sriraman, Kaiser y Blomhøj, 2006).

Iniciativas internacionales como elproyecto PISA (Programapara la Evaluación Internacional de los Estudiantes) de la Organización para la Cooperación Económica y Desarrollo del (OECD) llaman la atención hacia la modelización matemática desde una visión funcional de la matemática, llegando a caracterizar la competencia matemática en términos de la capacidad de un individuo de identificar y entender el papel de las matemáticas en el mundo y utilizarlas para ser un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OECD, 2003).La capacidad de matematizar es destacada como un objetivo último y prioritario de la educación matemática escolar a nivel internacional, entendiendo ésta como la habilidad de resolver problemas del mundo real a partir de su traducción al mundo matemático (Rico, 2007). Adicionalmente, la resolución de problemas a través de la modelización se propone para romper con la atomización de los currículos tradicionales de matemáticas (Aravena, 2011).

En la actualidad, un número creciente de investigadores enfocan sus esfuerzos de investigación en la implementación de la modelización matemática a nivel escolar, considerándola bien como un vehículo para el aprendizaje de contenidos matemáticos (o científicos) o como un contenido curricular más. Esta doble visión de la modelización es análoga a la ya planteada para la resolución de problemas en 1989 por Stanic y Kilpatrick, así como también a la considerada por Andresen (2007) quien hace la distinción entre la modelización a nivel funcional y la modelización a nivel de formación de conceptos.

García (2005) y Barquero (2009) son algunos de los autores que llaman la atención sobre esta distinción de líneas de investigación sobre modelización matemática. Por una parte, la modelización se considera como una estrategia didáctica para abordar el aprendizaje de conceptos matemáticos en el aula de clase (Carr, 1989; Lowe, 1989; Swetz y Hartzler, 1991; White, 1994, 1995).Un ejemplo específico es el trabajo de English (2006) quién constata que las ideas matemáticas de los estudiantes mejoran después de trabajar en una secuencia de actividades de modelización; específicamente observa que éstas proporcionan a los estudiantes oportunidades para explorar relaciones cuantitativas, analizar cambios e identificar, describir y comparar razones de cambio relacionadas.

Otros autores han centrado su atención en la modelización como contenido dentro los planes de estudio, destacando su potencialidad como proceso que permite describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria por medio del uso de las matemáticas (Blomhøj, 2004). La modelización enriquece la comprensión de fenómenos extra matemáticos al proporcionar diversas representaciones de dichos fenómenos y darle sentido a las diferentes actividades matemáticas (Molyneux-Hodgson, Rojano, Sutherland y Ursini, 1999).

Entre las tendencias y perspectivas de investigación en modelización dentro de la educación matemática, Blum, Galbraith, Henn y Niss (2007) reconocen las siguientes:

- la modelización en la formación inicial de profesores (Doerr, 2006, 2007; Doerr y Lesh, 2002; Gómez, 2002; Koellner y Lesh, 2002; Mc Clain, 2002; Schorr y Lesh, 2002);
- aspectos conceptuales y epistemológicos relativos a la modelización y las aplicaciones (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007; Lehrer y Schauble, 2007; Lesh y Doerr, 2002; Lingefjard, 2006; Strasser, 2007);
- la modelización como una competencia y su relación con otras competencias matemáticas (Henning y Keune, 2007; Greer y Verschaffel, 2007;Maaβ, 2006);
- el desarrollo de la modelización a través del uso de herramientas tecnológicas (Coutinho y Fernández, 2008; Johnson y Lesh, 2002; Suárez y Cordero, 2008; Torres,Coutinho y Fernández, 2008) y
- la implementación de la modelización como proceso y recurso en el aula de matemáticas (Barbosa, 2006; Bassanezi, 2002; Biembengut y Hein, 2004; Borromeo-Ferri, 2006; Burkhardt, 2006; Crouch y Haines, 2004; Villa, 2007).

Esto nos lleva a comprobar que son diversos los campos de investigación donde se ha indagado en la modelización desde la perspectiva del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A continuación presentamos otras clasificaciones de la investigación realizada en torno a esta temática que han sido aportadas por otros autores. Todos los enfoques representan distintas perspectivas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la modelización matemática, se han desarrollado de modo particular en distintos ambientes de investigación durante un amplio período de tiempo y han producido un número considerable de publicaciones de investigación (Blomhøj, 2008).

Kaiser y Sriraman (2006) proponen una clasificación de seis enfoques, a los que posteriormente en Kaiser y Schwarz (2010) añaden uno nuevo, la modelización inducida (ver Tabla 2.1).

Tabla 2. 1. Clasificación de perspectivas sobre modelización (Kaiser y Schwarz, 2010)

Nombre de la perspectiva	Objetivos principales	Antecedentes
Modelización aplicada o realística	Objetivos pragmáticos-utilitarios (prácticos), por ejemplo: resolución de problemas del mundo real, promoción de competencias de modelización	Pragmatismo anglosajón y matemáticas aplicadas
Modelización en contexto	Temas relacionados y objetivos psicológicos, por ejemplo, resolviendo problemas planteados con palabras (problemas verbales)	Debate de resolución de problemas americanos, así como también práctica escolar cotidiana y experimentos psicológicos de laboratorio
Enfoque de modelización inducida	Objetivos psicológicos, transferencia de modelos que inducen a nuevos problemas	Debate de resolución de problemas americanos
Modelización educativa diferenciada en: (a) Modelización didáctica y (b) Modelización conceptual	Objetivos pedagógicos y relativos al sujeto: (a) Estructuración de procesos de aprendizaje y su promoción (b) Introducción de conceptos y desarrollo	Teorías didácticas y teorías de aprendizaje
Modelización socio-crítica	Objetivos pedagógicos tales como la comprensión crítica del mundo que nos rodea	Enfoques socio-críticos de la sociología política
Modelización epistemológica o teórica	Objetivos orientados a la teoría, por ejemplo, promoción de desarrollo de teorías	Epistemología románica
Modelización cognitiva	Objetivos de investigación: (a) análisis de procesos cognitivos que tienen lugar durante los procesos de modelización y comprensión de esos procesos cognitivos Objetivos psicológicos: (b) promoción de los procesos de pensamiento matemático mediante el uso de modelos como imágenes mentales o incluso imágenes físicas haciendo énfasis en la modelización como proceso mental tal como la abstracción o la generalización	Psicología cognitiva

Tomando como base la clasificación presentada en la tabla 3.3, Kaiser,Sriraman, Blomhøj y García (2007) clasifican los trabajos presentados en el CERME5 en dos grandes grupos: a) estudios sobre perspectivas didácticas globales o enfoques teóricos normativos, y b) enfoques conectados a diferentes intenciones de investigación. Como ejemplos del primer grupo, encontramos estudios de resolución de problemas del mundo real y promoción de competencias de modelización (Burkhardt, 2007; Schwarz y

Kaiser, 2007), aplicación del modelo obtenido a través del problema original a un nuevo problema (Mousoulides, Sriraman, Pittalis y Christou, 2007), estructuración de los procesos de aprendizaje y su promoción tanto para la motivación y mejora de actitudes hacia las matemáticas como para la promoción del entendimiento crítico de los procesos de modelización y los modelos desarrollados (Andresen, 2007; Blomhøj y Hoff, 2007; Maaβ, 2007), introducción de conceptos y su desarrollo (Aroshas, Verner y Berman, 2007) y promoción de conexiones entre actividades de modelización y actividades matemáticas (Barquero, Bosch y Gascón, 2007; Ruiz, Bosch y Gascón, 2007).

Entre los estudios del CERME5 (2007) con enfoques conectados a diferentes intenciones de investigación podemos citar como ejemplos trabajos referentes a enfoques cognitivos (Borromeo-Ferri, 2007; Vos y Roorda, 2007), enfoques afectivos (Vorhoelter, 2007) y enfoques teóricos (Peled, 2007).

De acuerdo a la clasificación presentada en la Tabla 3.3 Kaiser y Schwarz (2010) identifican dos tendencias básicas en la investigación educativa. Por un lado, la tendencia práctica que se inclina por la resolución de problemas reales que provienen de campos específicos y la promoción de competencias de modelización y, por otro lado, la tendencia centrada en la matemática escolar. En esta última es posible distinguir los dos enfoques a los que nos referimos anteriormente: la modelización como un medio de motivación y para desarrollar un contenido matemático particular, y la modelización como un contenido a enseñar, teniendo como propósito desarrollar la capacidad de resolver problemas del mundo real.

Por último recogemos la propuesta de siete perspectivas de Blomhøj (2009) ─la realista, la contextual, la contextual centrada en el aprendizaje de las matemáticas, la educacional centrada en el aprendizaje de la modelización, la epistemológica, la cognitiva y la socio-crítica─, cada una de las cuales queda caracterizada por los objetivos y antecedentes que se recogen en la tabla 2.2.

Tabla 2. 2. Visión general de diferentes perspectivas en investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la modelización matemática (Blomhøj, 2009, p. 15)

Perspectiva	Objetivos	Contexto	Artículos TSG21	Pregunta de investigación u objetivo	Rol del ciclo de modelización
Realista	Metas Pragmáticas – Utilitarias	Pollak (1969)	Kadijevich (Lombardo y Jacobini)	¿Qué condiciones y soporte (en forma de TI) son necesarias para modelar un problema particular real?	Utilizado para analizar una práctica de la vida real o situación problemática
Contextual	Metas psicológicas y relacionadas con el sujeto	Lesh y Doerr (2003) Lesh y Caylor (2007)		¿Cómo diseñar contextos para actividades de modelización significativas de los estudiantes?	No se enfoca en el proceso de modelización. El enfoque esta en producir las actividades de modelización.
Educativo – Aprendizaje de las matemáticas	Modelización como un medio para aprender matemáticas	Niss (1987, 1989) Blum y Niss (1991) Blum y Niss (2005) Blum, Niss, et al. (2006)	Lombardo y Jacobini vom Hofe et al. Ludwig y Xu; Meier Aravena y Carmaño; Oliveira y Barbosa Rodríguez (Kadijevich)	¿Cómo desafiar las concepciones matemáticas de los estudiantes (GVs) y cómo apoyar su aprendizaje matemático?	Utilizado para el diseño y análisis de tareas de modelización con respecto a intenciones particulares para el aprendizaje de los estudiantes.
Educativo – Aprendizaje de la modelización	Competencia de modelización como una meta educativa.			¿Qué es una buena tarea de modelización? ¿Qué dificultades de aprendizaje específicas pueden detectarse en las diferentes fases de la modelización?	Utilizado para definir matemáticamente la competencia de modelización como una meta de aprendizaje.
Epistemológica	Reconstruir las matemáticas a través de la modelización, RME, Praxologías matemáticas	Freudenthal (1983) Treffers (1987) Chevallard	Andresen Tarp Siller	¿Cómo puede ser utilizada la modelización para reconstruir el concepto de función para el aprendizaje?	Enfatizando la matematización y la transición “Modelo de – modelo para”. Utilizado para caracterizar una praxología de modelización.

Perspectiva	Objetivos	Contexto	Artículos TSG21	Pregunta de investigación u objetivo	Rol del ciclo de modelización
Cognitivo	Análisis de los procesos cognitivos involucrados en la modelización matemática	Piaget, Skemp, Boromeo Ferri (2006)	(Tarp) (Ludwig y Xu) Gamarena	¿Cuáles estructuras cognitivas están involucradas en la competencia de modelización y cuales habilidades están relacionadas con las diferentes fases en el ciclo de modelización?	Utilizado para estructurar el proceso de modelización como para identificar las habilidades cognitivas necesarias para modelar una situación dada.
Socio – Crítico	Entendimiento crítico y reflexivo de la realidad y el uso de la modelización matemática	Skovsmose (1994, 2005) D'Ambrosio (1999)	Barbosa Araujo Caldeira	Poner al descubierto el poder de formateo de la modelización matemática. ¿Cómo crear discursos reflexivos entre los estudiantes?	Para estructurar las críticas y reflexiones en relación al proceso de modelización y el proceso de la aplicación.

53

Para cada una de ellas el autor identifica elpapel que desempeña el ciclo de modelización el cual detallamos en la tabla 2.3.

Tabla 2. 3**.** Relación del papel que desempeña el ciclo de modelización en función de las perspectivas definidas en Blomhøj (2009)

Perspectiva	Papel del ciclo de modelización
Realista	Usada para analizar la práctica de una situación o problema de la vida real. Realista. El criterio principalpara el progreso en el aprendizaje delosestudiantesesel éxitoenla solución de problemasde la vida realmediante modelización matemática
Contextual	El enfoque no es el proceso de modelización. Las actividades de modelización son inducidas
Educacional: aprendizaje de las matemáticas	Se utiliza para el diseño y el análisis de las tareas de modelización con respecto a determinadas intenciones para el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes
Educacional: aprendizaje de la modelización	Se utiliza para definir la competencia de modelización matemática como objetivo de aprendizaje
Epistemológica	Enfatiza la matematización y el modelo de “modelo por transición” usado para caracterizar una metodología que estudia la estructura seguida durante el proceso de modelización
Cognitiva	Se utiliza para estructurar el proceso de modelización con el propósito de identificar las habilidades cognitivas necesarias para modelar una determinada situación
Socio-crítica	Se usa para estructura la crítica y las reflexiones en relación al proceso de modelización y la aplicación del mismo

Blomhøj (2009) utiliza dicha clasificación para hacer un mapa de los enfoques tratados en las comunicaciones presentadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-11) durante el mes de julio de 2008 dentro del Grupo de Estudio “Aplicaciones matemáticas y modelización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”.

2.1.5 Potencial de la modelización matemática

La modelización matemática tiene una historia continua tan larga como las propias matemáticas, sin embargo, no se puede decir lo mismo de su historia dentro de los planes de formación (White, 2000). Su práctica en las aulas todavía juega un papel menos importante del deseable, debido a la dificultad que representa su implementación tanto para los profesores como para los alumnos(Blum y Borromeo-Ferri, 2009).

Es a finales del siglo XX cuando comienza a atenderse a este tipo de actividad creativa en la educación matemática siendo destacada por su potencial para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Bienbengut y Hein, 2004; Blum, 1991; Blum y Niss, 1991; Lesh y Doerr, 2003; Galbraith, 1995). Estos autores señalan la utilización de la modelización para promover la adquisición de conocimientos matemáticos, la comprensión profunda de los mismos y la habilidad de utilizar esos conocimientos para la resolución de problemas reales o quasi-reales.El proceso de modelización posibilita la reflexión y la concreción de las relaciones entre las matemáticas y sus aplicaciones a la solución de problemas del mundo real en el aula de clase.

Además de permitir al alumno aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, mejora su capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemáticas (Biembengut y Hein, 2004). Ya sea desde el punto de vista de la modelización como contenido curricular o como metodología de aprendizaje, se reconoce su utilidad para motivar, desarrollar e ilustrar la relevancia de un contenido matemático particular y para el desarrollo de habilidades que normalmente no se logran con la enseñanza tradicional (English, 2006), entre ellas capacidades de alto nivel, necesarias para el mundo en cambio permanenteen que vivimos (Aravena, 2011).

Los reportes a nivel internacional presentan numerosas propuestas que han permitido romper con la atomización del currículum tradicional de matemática. Dentro de estas propuestas se encuentra el modelaje de situaciones matemáticas y el trabajo de proyectos, explicitando claramente que la incorporación de este tipo de experiencias al currículum adquiere una destacada importancia en la formación matemática actual, ya que propicia la adquisición de competencias y capacidades para desenvolverse satisfactoriamente en el mundo actual. De igual manera, coloca a disposición de los estudiantes un conjunto de recursos que les permite entender en forma más amplia la aplicabilidad de los conceptos y procesos matemáticos (Gómez, 1998; Aravena, 2001).

Niss (1989) argumenta que las aplicaciones y la modelización deben ser parte del currículo de matemáticas con el fin de:

1. Fomentar entre los estudiantes en general las actitudes creativas y la solución de problemas, actividades y competencias.
2. Generar, desarrollar y calificar un potencial crítico en los estudiantes hacia el uso (y abuso) de las matemáticas en contextos extra-matemáticos
3. Preparar a los estudiantes para ser capaces de practicar las aplicaciones y la modelización en otras asignaturas, preparar a los individuos como ciudadanos en sus profesiones para el presente o para el futuro.
4. Establecer una imagen representativa y equilibrada de las matemáticas en el rol que juega en el mundo. Esta imagen debe abarcar todos los aspectos esenciales

de las matemáticas y la aplicación de las matemáticas y la modelización matemática.

5. Ayudar a los estudiantes a la adquisición y entendimiento de conceptos matemáticos, nociones, métodos, resultados y temas, ya sea para ampliar su conocimiento, o bien para proporcionar la motivación para el estudio de ciertas disciplinas. (Niss, 1989, pp. 23-24).

Estos cinco argumentos, que no son totalmente independientes, son destacados por Blum y Niss (1991), con otra denominación,como las bases para incorporar las aplicaciones y la modelización en los currículos desde la educación primaria hasta el nivel universitario. En Lingerfjard (2006) estos cinco argumentos son nombrados como: formativo, crítico, práctico, cultural e instrumental.

Blum y Borromeo-Ferri (2009), entre otros tales como Warwick (2007), afirman que con una adecuada orientación y buenas bases, los estudiantes pueden aprender modelización matemática y, a través del proceso, aprender matemáticas y tomar mayor conciencia de la importancia de los temas de las matemáticas escolares.Estos autores aportan cuatro argumentos sobre la importancia de la implementación de la modelización en las aulas de clase:

- ayuda a los estudiantes a comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven,
- apoya la motivación y la comprensión del aprendizaje de las matemáticas,
- promueve el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia las matemáticas y
- contribuye a una visión adecuada de las matemáticas.

English (2006) y English y Watters (2005) coinciden en señalar la importancia de la implementación de actividades de modelización en la escuela primaria. La modelización necesita ser introducida en el currículo desde los primeros niveles de escolaridad, para que posteriormente se pueda implementar exitosamente en todos los niveles (Blum y Niss, 1991; Doerr y English, 2003).

Blomhøj (2009) defiende la integración de la modelización matemática con tres razones:

- la modelización matemática es un puente entre las experiencias reales de los estudiantes y las matemáticas;

- el desarrollo de una sociedad de alta tecnología demanda el análisis de modelos matemáticos y,
- la modelización matemática juega un papel importante en la formación y funcionamiento de una sociedad basada en el desarrollo de esta alta tecnología.

Los resultados obtenidos por Kjeldsen y Blomhøj (2013) durante sus años de experiencia de la modelización en el aula confirman que las actividades de modelización contribuyen a mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos involucrados, así como también que las reflexiones que los estudiantes hacen durante el proceso de modelización juegan un rol importante en su aprendizaje.Estos autores destacan la modelización como una actividad didáctica que permite abordar un doble objetivo: desarrollar la competencia de modelización en los estudiantes y mejorar el aprendizaje conceptual de los conceptos matemáticos involucrados.

2.1.6 La modelización matemática como estrategia didáctica

Una de las principales razones que se argumentan a favor de la necesidad de la implementación de la modelización matemática como estrategia didáctica, es la constatación de que la escuela proporciona a los estudiantes un amplio conjunto de herramientas matemáticas, pero no los prepara de manera adecuada en su uso (Bosch, García, Gascón y Ruiz, 2006; Kaiser y Bjorn, 2010). Pese al alto grado de intersección entre las matemáticas aprendidas en el colegio y las que se utilizan en ambientes reales de resolución de problemas, al presentarse las matemáticas de una forma más compleja, situada y multidisciplinar los usuarios presentan dificultades para reconocer las relaciones existentes (Lesh y Zawojewski, 2007). Los intereses sociales, empresariales y económicos exigen que los estudiantes estén preparados para resolver cualquier tipo de problema y que estén capacitados para afrontar los retos y las incertidumbres de sus lugares de trabajo en rápida evolución.

Ante estas inquietudes e intereses, en varios países, la modelización matemática está siendo utilizada como método de enseñanza de las matemáticas en todos y cada uno de los diferentes niveles escolares (Biembengut y Hein, 2004). El proceso de modelización matemática considerado como una actividad científica en matemáticas ha empezado a adaptarse dentro de la enseñanza de las matemáticas para que se convierta en una estrategia didáctica para abordar conceptos matemáticos en el aula de clase (Bassanezi, 2002; Biembengut y Hein, 2004). Es destacado como “un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula" (Castro y Castro, 1997, p.110) y una estrategia con potencial para el desarrollo de un entendimiento más profundo y más fuerte de las matemáticas curriculares (Zbiek y Conner, 2006).Así mismo se observa que el hecho de relacionar la matemática escolar con problemas reales motiva a los estudiantes para aprender matemáticas y ser capaces de utilizarlas para resolver problemas en su vida como futuros profesionistas (Barquero, 2009).

Biembengut (2004, 2007) asume que el proceso de modelización matemática resulta favorecido con el uso del contexto donde viven los estudiantes y de esta manera, la práctica escolar se enriquece para el logro del aprendizaje del conocimiento matemático (Bonotto, 2007). Kaiser y Schwarz (2006), Ortiz, Rico y Castro (2007) y Trigueros (2009) coinciden en reconocer la utilidad didáctica de estrategias que incluyan el contexto del estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, vinculándolo con un aprendizaje significativo.

Autores como Bassanezi y Biembengut (1997) son defensores de esta metodología de enseñanza y dan muestras de resultados significativos que han obtenido en estudios empíricos. Bassanezi, (2002), Biembengut y Hein (2004), Crouch y Haines (2004), Hein y Biembengut (2006) y Giordano, Weir y Fox (1997) también han abordado con éxito al proceso de modelización como una estrategia didáctica que permite construir conceptos matemáticos de una forma más comprensiva y que al mismo tiempo ofrece elementos para aumentar la motivación de los estudiantes. Suárez y Cordero (2005) reportan una investigación que analiza la modelización como una actividad necesaria para la reconstrucción de significados matemáticos. En Ramírez (2007) se presentan ideas que conducen a la asimilación del concepto de función a través de diferentes ejemplos resueltos mediante el proceso de modelización matemática. Reid, Etcheverry, Roldán y Gareis (2010) exploran la modelización matemática como estrategia alternativa para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática para trabajar el contenido de volumen de los cuerpos geométricos. López y Flores (2012) presentan un estudio con respecto al impacto de la modelización matemática en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales.

En Blomhoj y Kjeldsen (2009) se plasma el interés de la investigación de la modelización como una herramienta didáctica para aprender el concepto de integral de una función. Andresen (2007) habla de las posibilidades de la modelización para la formación de conceptos de ecuaciones diferenciales y en Hitt (2000) se comenta el uso del proceso de modelización para entender la relación funcional en matemáticas. Este último señala que a través del concepto de funciones en matemáticas es posible modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo.

Goméz (2003) valida a través de la experimentación, la metodología de la modelización matemática como herramienta de enseñanza-aprendizaje en alumnos de los primeros cursos de ingeniería industrial en las áreas de álgebra lineal y ecuaciones diferenciales, así como su viabilidad en la inclusión en los programas de estudio de matemáticas. Este investigador concluye en función de los resultados obtenidos que la modelización es una herramienta innovadora de enseñanza eficiente y que representa un vínculo entre matemática y realidad que permite la adquisición de conocimientos.

Biembengut y Hein (2004) presentan las principales consecuencias de implementar la modelización matemática con alumnos de un grupo de profesores de varios niveles de enseñanza y obtienen entre los resultados que a pesar de las condiciones favorables, algunos factores tales como el tiempo de convivencia de profesores y alumnos con la enseñanza "tradicional" de las matemáticas dificultaron la implementación de la modelización como estrategia de enseñanza en el aula. Estos investigadores obtienen como resultado que la resistencia a la modelización matemática como método de enseñanza es significativa, para los alumnos que han tenido una experiencia de enseñanza de las matemáticas mediante el método tradicional, debido a que requiere una mayor dedicación a los estudios, habilidades de investigación e interpretación del contexto.

En la puesta en práctica de esta estrategia de enseñanza se distinguen diferentes enfoques que difieren en el grado de responsabilidad del profesor y del estudiante en el desarrollo del proceso de modelización. Por una parte se distinguen propuestas en las que el profesor es el actor principal en el diseño de las situaciones de la vida real (Bassanezi, 2002; Biembengut y Hein, 2004; Villa- Ochoa, 2007); y por otro lado, aquellas que toman en cuenta al estudiante para la elección del problema pero con la ayuda del profesor (Borba, Meneghetty y Hermini, 1997; Borba y Villarreal, 2005; Mina, Esteley, Cristante y Marguet, 2005).

Galbraith (1989), mencionado en White (2000), propone tres enfoques de enseñanza de la modelización en el aula que describimos a continuación:

- El “enfoque de aplicación generalizada” que se concentra en una aplicación en particular. El maestro enseña el modelo y por lo general, los estudiantes lo manipulan bajo condiciones controladas. Este enfoque es común en las aulas de secundaria y usualmente sólo involucra a las fases 4 y 5 (ver Figura 2.4).
- El “enfoque de modelización estructurada” que emplea situaciones de la vida real y el proceso completo de modelización, desde las fases 1 a la 7 (ver Figura 2.4). En este enfoque, el profesor ejerce un considerable control sobre el modelo matemático a ser empleado en la tercera fase.
- El “enfoque de modelización abierta” que permite a los alumnos estudiar un problema en el nivel matemático que ellos están acostumbrados a usar. En este enfoque, todas las etapas o fases del proceso de modelización son completadas. Los estudiantes son interrogados para trabajar con un problema con asistencia limitada del profesor, debido a que el profesor no controla las matemáticas seleccionadas por los estudiantes. Este enfoque no es usado con frecuencia debido a las limitaciones de tiempo, aunque recientemente ha sido considerado un apoyo para un mayor número de investigaciones abiertas para ser incluido en todos los niveles de los programas de matemáticas.

En Castro y Castro (1997) se señalan tres contextos en los que se puede realizar la modelización en el aula. El primero se refiere a resolver problemas en los cuales las operaciones matemáticas surgen como generalización de acciones reales. En el segundo contexto, el estudiante toma un problema de la vida real, lo organiza, estructura, determina la matemática relevante necesaria y finalmente resuelve el problema, es decir, el estudiante aplica a una situación real conceptos matemáticos de los que disponía previamente. En el tercer contexto, el punto de partida es un problema de la vida real para el que se introducen y desarrollan nuevos conceptos matemáticos.

Introducir la modelización matemática como metodología de enseñanza en el aula implica tener la expectativa de que los alumnos cuando enfrentan situaciones problemáticas contextualizadas sean capaces de representarlas en términos matemáticos y de analizar las relaciones que surgen entre estas representaciones y la solución al problema (Lesh y English, 2005).

La formalización de un problema en términos matemáticos es casi siempre el estadio más difícil de la modelización matemática y debe ser aprendido con la propia experiencia. Cuando un problema parte de una situación real y no todos los datos están explícitos, propicia que las actividades de los alumnos al resolver el problema impliquen reflexión sobre las relaciones entre la situación real de partida y el modelo matemático. Esto se refleja en las actividades de “matematización horizontal y vertical” definidas en Treffers (1987) y que mostramos en la figura 2.21.

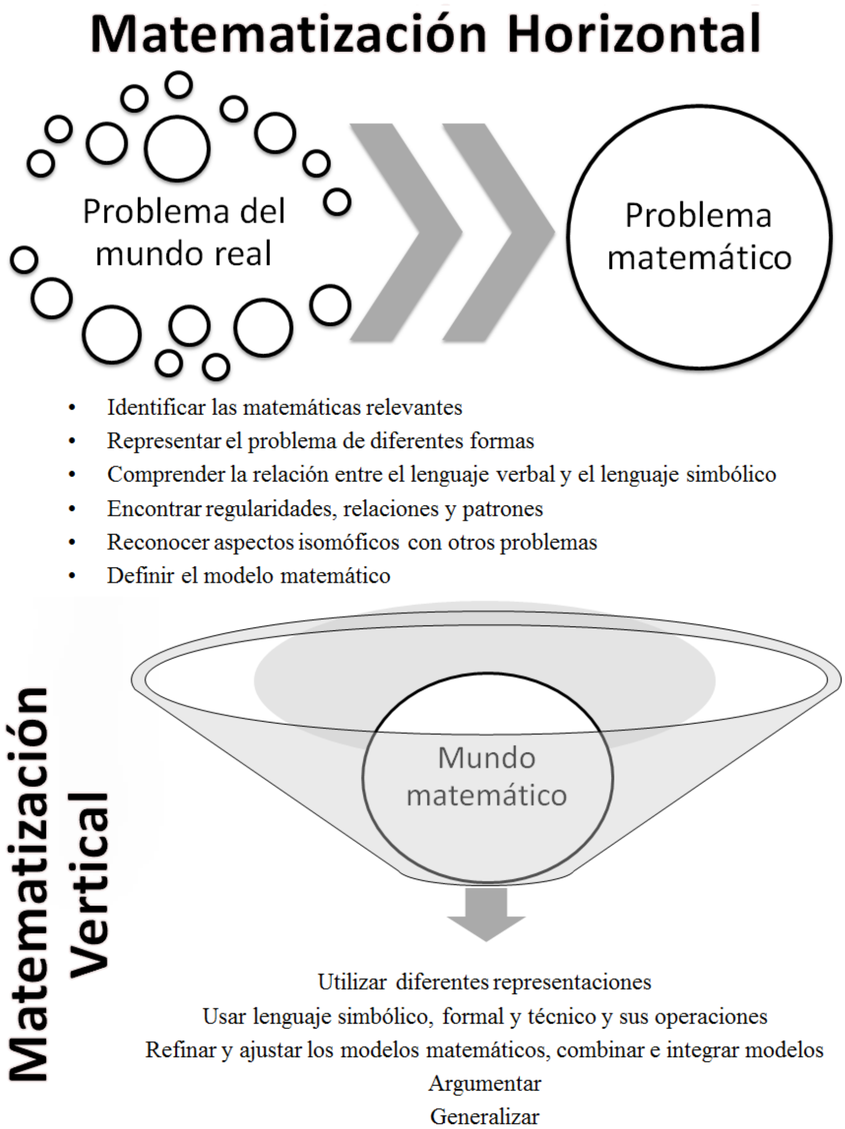


Figura 2. 21. Matematización horizontal y vertical (Treffers, 1987)

Por último cabe señalar que los diferentes enfoques de la enseñanza de la modelización matemática han sido influenciados por el desarrollo y la introducción de tecnologías como las calculadoras gráficas y los programas de ordenador (Ferrucci y Carter, 2003).

2.1.8 La modelización en los cursos de ingeniería

En el campo de la ingeniería, al ser ésta una disciplina de matemáticas aplicadas, el proceso de modelización encaja perfectamente como estrategia de enseñanza-aprendizaje así como contenido y, por ende, se convierte en un tópico de interés para la investigación educativa. Existen habilidades fundamentales para la formación del ingeniero que usualmente no son evaluadas en las asignaturas tradicionales, tales como, desarrollodel espíritu crítico, formulación de ideas en términos científicos, trabajo en equipo, búsqueda de información,etc., y la modelización es una actividad considerada creativa que incluye dichas habilidades (Sánchez, García-Raffi y Sánchez, 1999). Asimismo, la modelización es una herramienta valiosa para los ingenieros y una práctica central en su actividad profesional, sin embargo, en la práctica cotidiana de las aulas, su uso no es habitual (Gómez, 2003).

En las últimas décadas se observa una falta de aplicaciones y un excesivo formalismo en los currículos de matemáticas en las escuelas universitarias. Si bien desde la literatura (ej., Alsina, García-Raffi, Gómez y Romero, 2007; Puig ,1979) se reconoce la necesidad de integrar la resolución de problemas de la vida real en la formación de futuros ingenieros para ayudarle a conectar el mundo real y la abstracción de la ciencia (John Perry citado en Gómez, 2003 y en Lusa, 1982) e inspirar "amor" hacia las matemáticas (Rey Pastor citado en Gómez, 2003 y en Lusa, 1982), en la práctica los docentes de matemáticas y los de ingeniería eluden esta responsabilidad. Por un lado los profesores de matemáticas sienten que la vinculación corresponde a los profesores de los cursos propios de la ingeniería, mientras que estos últimos consideran que son los profesores de matemáticas quienes deben enseñar al estudiante a modelar fenómenos de la ingeniería mediante la modelización matemática de diversos problemas (Camarena, 1990). Este hecho pone de manifiesto una importante desvinculación entre los cursos de matemáticas y los cursos propios de la ingeniería (Camarena, 1987; 1990; 1999).

En este contexto, los estudiantes muestran insatisfacción con respecto a la enseñanza tradicional de las matemáticas que desemboca en una falta de motivación hacia las áreas de matemáticas (Gómez, 2003).

La modelización matemática es uno de los temas que aparece oculto en los currículos de las asignaturas de matemáticas en ingeniería esperando, sin embargo, que el futuro profesional sea competente en esta área. En muy pocos currículos viene incluido el término "modelización" en el temario de las asignaturas y en estos casos no se menciona cómo se debe incorporar a los cursos de matemáticas (Camarena, 2001).El papel que juega la modelización suele ser de carácter teórico y se basa en modelos preestablecidos que los estudiantes resuelven muchas veces como simples ejercicios

(Arrieta, Canul y Martínez, 2005). Gallegos (2007) comenta que el proceso de modelización en las clases de matemáticas es mostrado a los alumnos de manera parcial, evitando confrontarlos a etapas claves de esta práctica y, por lo tanto, no permite al alumno enfrentarse a un proceso completo de modelización para obtener un mayor beneficio.

Una de las tareas habituales que se les propone a los estudiantes de ingeniería consiste en la solución o planteamiento de alternativas de solución de problemas del mundo real que surgen desde diferentes áreas de conocimiento y desde diferentes contextos (Romo, 2009). Estos problemas son susceptibles de ser modelizados matemáticamente y, como menciona Romo (2009), para encontrar soluciones a dichos problemas, los ingenieros deben valerse por un lado de las herramientas tecnológicas actuales y, por otro, de los conocimientos y métodos que proveen las matemáticas, entre otras áreas de saber.

Camarena (2009) reporta una investigación que determina una clasificación y caracterización de los modelos matemáticos en contextos de ingeniería y concluye que los modelos matemáticos son una parte fundamental de la Matemática dentro del contexto de las ciencias y detecta elementos cognitivos y habilidades de pensamiento en estudiantes de ingeniería que representan una base para enseñar modelos en las aulas de clase y fortalecer el área de las matemáticas en contexto.

2.1.7 Estudios previos sobre modelización matemática

Agrupamos a continuación estudios previos realizados con respecto a diversos aspectos de la modelización matemática.

El aprendizaje de la modelización matemática

El aprendizaje de la modelización matemática propicia el desarrollo en el estudiante de ciertas habilidades para que puedan integrar la matemática con otras áreas del conocimiento, interés por la matemática aplicada y aptitudes que estimulan la creatividad en la formulación y resolución de problemas (Biembengut, 2006). La modelización matemática debería ser una metodología que resulta conveniente incluir en la enseñanza de las matemáticas (Gómez, 2008), más aún si estas matemáticas se enseñan a futuros ingenieros. Sierra, Blanco, García-Raffi y Gómez (2011), muestran como los alumnos descubren cómo a través de las matemáticas es posible resolver problemas de la vida diaria y coinciden con Aravena y Giménez (2002) en que al presentar las matemáticas de un modo diferente a la metodología tradicional, la motivación y el interés por parte de los alumnos aumenta. Asimismo, Sierra, et al. (2011) presentan una experiencia de aula que incluye el diseño de herramientas didácticas para la implementación de la modelización matemática en el aula que permiten adquirir competencias en el proceso de modelización.

Borromeo-Ferri (2006) estudia los factores que influyen en los procesos cognitivos de los estudiantes cuando realizan tareas de modelización. Blum y Borromeo-Ferri (2009) estudian el proceso de traslación del mundo real a las matemáticas y de las matemáticas al mundo real. Alsina (2007) estudia la transición del problema del mundo real a su formulación matemática, así como la interpretación de la solución matemática del problema en el mundo real. Aravena y Caamaño (2007) analizan las capacidades que desarrollan los estudiantes y el cambio en sus concepciones matemáticas cuando se enfrentan a procesos de modelización, contrastándolos con el perfil inicial de los estudiantes a partir de contenidos matemáticos específicos.

Mousoulides, Christou y Sriraman (2008) describen y analizan las componentes del proceso de modelización identificando las habilidades de modelización de los estudiantes y cómo esas habilidades pueden ser desarrolladas todo el tiempo cuando resuelven problemas. El propósito del estudio fue proponer un marco teórico en tres dimensiones para examinar el comportamiento de modelización de los estudiantes con implicaciones subsecuentes para la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Las dimensiones del modelo teórico fueron: (a) describir los componentes del proceso de modelización mediante el estudio de los modelos a través de una secuencia de actividades para resolver problemas, (b) examinar cómo cambian a través del tiempo las habilidades de modelización de los estudiantes mediante un programa de intervención y (c) examinar cuales otros factores podrían influir en la construcción de los modelos por parte de los estudiantes. Los resultados mostraron que los modelos de los estudiantes mejoraron cuando trabajaron mediante la secuencia de actividades del problema y también revelaron un número de factores tales como el grado de los estudiantes, sus experiencias con las actividades de modelización y las habilidades de modelización que influenciaron sus procesos de modelización.

Villa (2007) presenta algunos elementos que permiten reflexionar respecto al proceso de modelización como estrategia didáctica para abordar la construcción de conceptos matemáticos en el aula de clase.

Ferrucci y Carter (2003) discuten la resolución de problemas mediante modelización matemática analizando los datos desde una perspectiva constructivista y comentan que este enfoque proporciona a los estudiantes oportunidades reales para conectar las matemáticas a los problemas de impacto social y ambiental, al mismo tiempo que incorporan el poder de las calculadoras. Estos investigadores consideran también los cambios de actitudes en los estudiantes con respecto a los cambios que impone el uso de la tecnología, así como las técnicas de modelado y las dificultades para localizar problemas apropiados. Por último, analizan la integración de la modelización como estrategia de enseñanza y evalúan este método de enseñanza.

El proceso de modelización matemática se concibe como un sistema integral cuyo objetivo es el desarrollo de acercamientos a la forma en que se resuelven problemas contextualizados (matemáticas aplicadas) y no al desarrollo de conceptos (Camarena, 2000). Barbosa (2006) considera el aprendizaje de la modelización matemática precisamente para enseñar a los alumnos a cuestionar e investigar situaciones de la realidad a través de las matemáticas, lo que les permite discernir entre dos situaciones, el papel de las matemáticas en la sociedad y la naturaleza de los modelos matemáticos.

La modelización como un factor motivador del aprendizaje de las matemáticas

Tanner y Jones (1994) examinaron el uso de la modelización como herramienta de enseñanza y concluyeron que la modelización en el aula mejora tanto el rendimiento metacognitivo de los estudiantes como sus motivaciones hacia las matemáticas.

Doerr y Tripp (1999) realizaron un estudio basado en el aula de un caso cualitativo, que fue diseñado para caracterizar el desarrollo de los estudiantes de los modelos matemáticos mediante el examen de los cambios en su pensamiento y motivaciones durante la investigación de problemas. Su investigación sugiere que la motivación en los estudiantes aumenta, puesto que los estudiantes se benefician de los ambientes de aprendizaje que ofrecen amplias oportunidades para expresar ideas, hacer preguntas, hacer conjeturas razonadas y el trabajo con la tecnología mientras participan en el proceso de modelización matemática.

Reid, Gareis, Hernández, Roldán (2012) describen y analizan una experiencia con alumnos de secundaria utilizando la modelización matemática como estrategia pedagógica y el software Graph como herramienta de ayuda. Destacan que cuando los alumnos construyen modelos, relacionan los conceptos matemáticos con la realidad y entienden la necesidad de estudiar matemáticas para su posterior aplicación a otras disciplinas. A través de observaciones de la implementación de una experiencia de aula concluyen que la modelización matemática representa un puente entre la vida diaria de los alumnos y las matemáticas, lo cual es motivador para el aprendizaje de las mismas; así como también que los alumnos forman sólidas raíces cognitivas respecto al aprendizaje del concepto de función y de las distintas representaciones de la gráfica de la recta y que el software utilizado resultó motivador en el trabajo realizado por los alumnos.

Ang (2013) implementa un experimento en clase de matemáticas (secundaria) donde un profesor sin experiencia en modelización matemática hizo un intento para conducir una actividad de modelización. Se analizó la reacción de los estudiantes y se discutió lo positivo de esta experiencia, concluyendo que los estudiantes estuvieron motivados en el desarrollo de las tareas de modelización pero se les presentaron dificultades para alcanzar las matemáticas involucradas en el proceso de modelización.

Obstáculos y dificultades en la implementación de la modelización

En Galbraith y Stillman (2006) se presenta, ilustra, prueba y refina un marco de referencia desarrollado por Galbraith, Stillman, Brown y Edwards (2006) para la identificación de los obstáculos de estudiantes de secundaria mientras realizan tareas de modelización durante las transiciones entre las fases.

Blum y Borromeo-Ferri (2009) presentan ejemplos con respecto a las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes en actividades de modelización, así como las rutas específicas que siguen los estudiantes cuando resuelven dichas tareas, señalando que el comportamiento (rutas específicas seguidas) depende del estilo de razonamiento matemático de los estudiantes. Estos investigadores hacen hincapié en que los estudiantes pueden aprender por sí solos el proceso de modelización matemática, siempre y cuando la enseñanza obedezca a ciertos criterios de calidad, particularmente buscando un equilibrio entre la dirección del profesor y la independencia del estudiante. Comentan también que los resultados de PISA-2006 (OECD 2007) revelaron de nuevo que todos los estudiantes alrededor del mundo tienen problemas con tareas de modelización y que el grupo experto (Blum es miembro de este grupo) mostró que las dificultades de las tareas de modelización pueden ser explicadas sustancialmente por la complejidad cognitiva inherente de dichas tareas.

Crouch y Haines (2007) señalan que los estudiantes novatos no dedican suficiente tiempo al análisis del problema o haciendo una representación adecuada de la situación del problema; a menudo no identifican qué aspectos del problema son relevantes para el modelo y tienden a utilizar procesos de modelización más lineales que circulares. También muestran dificultades reconociendo qué tipo de modelo necesitan y accediendo a los conceptos y procedimientos adecuados para encontrar la solución con motivo de que su conocimiento base no está todavía bien almacenado y organizado. Además olvidan conectar la solución obtenida a partir del modelo, a la situación del mundo real.

Trigueros (2009) presenta el uso de la modelización matemática en el aula para la enseñanza del algebra lineal y de las ecuaciones diferenciales; así como las dificultades a las que se enfrentaron los estudiantes a lo largo del proceso de modelización.

Ang (2010) examina algunas de las dificultades a las que todavía se siguen enfrentando profesores, como método de enseñanza y estudiantes, en actividades de modelización matemática en el aula. Asimismo, discute cómo la tecnología puede jugar un papel fundamental como herramienta de apoyo didáctico para hacer las matemáticas más accesibles para los estudiantes a través de actividades de modelización. Exponen también como un conjunto de herramientas tecnológicas puede ser utilizado con éxito y de manera eficiente en las tareas de modelización.

Transiciones entre las fases del proceso de modelización

En Mina, Esteley, Cristante y Marguet (2005) se presenta un seguimiento de las fases del proceso de modelización y el análisis de las estrategias seguidas a través de las fases por alumnos de 12 o 13 años.

Stillman, Galbraith, Brown y Edwards (2007) desarrollaron un marco de trabajo a partir de las transiciones entre las fases del proceso de modelización y las actividades cognitivas asociadas para apoyar la implementación de la modelización matemática en las aulas a nivel de educación secundaria. Este marco de trabajo se usó para analizar la implementación de las tareas de modelización donde fueron identificadas las actividades cognitivas, las competencias desarrolladas y el conocimiento tecnológico requerido. Estos investigadores describen que el marco de trabajo desarrollado puede ser utilizado por profesores, investigadores y diseñadores de currículo para diseñar tareas y predecir donde ocurren obstáculos para una determinada tarea y apoyar la toma de decisiones al momento dentro del aula para modificar la tarea de acuerdo a sus propósitos y limitaciones particulares.

Doerr (2007), por su parte, indica la tendencia de los estudiantes a volver al problema real y a las suposiciones realizadas cuando trabajan en diferentes etapas del proceso de modelización, lo cual supone una alta demanda cognitiva al requerir la consideración simultánea de la situación real y del modelo.

Sierra, Blanco, García Raffi, et. al (2011), partiendo del ciclo de modelización de Blum y Leiβ (2007) (ver Figura 2.15) de siete fases y simplificándolo a cinco, sin considerar la primera fase (entendimiento del problema), ni tampoco la última (elaboración del reporte), presentan una serie de herramientas diseñadas para la implantación de la modelización matemática en el aula como una herramienta didáctica que ayude a la consecución de los objetivos de cada una de las fase y a la adquisición de competencias del proceso de modelización.

Sekuli y Takaci (2013) siguiendo el ciclo del proceso de modelización descrito en Stillman y Galbraith (2007) implementan una experiencia de enseñanza para analizar la transición entre las fases y los obstáculos que se les presentan a estudiantes universitarios cuando resuelven problemas mediante modelización matemática con la ayuda del Geogebra. El principal objetivo de estos investigadores fue analizar la influencia de la aplicación de la modelización matemática en la formación de conceptos básicos de Cálculo Diferencial. El experimento consistió en dos partes: para la primera parte los investigadores diseñaron un ejemplo que los estudiantes emplearon para modelar los términos básicos con respecto a la monotonía de una función de una variable real. En la segunda parte del experimento, se examinaron los efectos de la aplicación de la modelización en la enseñanza de las matemáticas. Entre sus conclusiones, estos investigadores establecen que la gran contribución del método de modelización matemática como método de enseñanza es el enlace que esta herramienta didáctica establece entre el mundo real con el mundo formal de las matemáticas debido a que abre grandes oportunidades para la aplicación de las matemáticas a situaciones reales.

Zbieck y Conner (2006) comentan que cuando a los estudiantes se les presenta un problema real es posible definir rutas de modelización que permiten describir el desempeño de los estudiantes a través de la transición entre las fases del proceso de modelización matemática.

2.2 Representaciones en matemáticas

El término "representación" constituye una herramienta de gran utilidad para caracterizar la forma que tienen las personas de conocer, manipular y comunicar conceptos e ideas (Martínez, 2011). Es un término muy utilizado en las investigaciones en Didáctica de la Matemáticaque, como menciona Rico (2000), tiene varias interpretaciones. Dedicamos este apartado a concretar el significado del término que adoptamos en este trabajo y ponerlo en conexión con el desarrollo de conocimiento matemático, la resolución de problemas y el uso de tecnología.

2.2.1 Las representaciones externas y el conocimiento matemático

Se distingue entre las representaciones externas y las representaciones internas de conceptos matemáticos (Kaput, 1987). Las representaciones externas de conceptos incluyen diagramas, gráficas y modelos y son esenciales para la comunicación, mientras que las representaciones internas de conceptos, incluyen modelos mentales o cognitivos mediante los cuales una persona analiza e interpreta nuevo conocimiento (Lavy, 2007).

La utilización de diversas representaciones externas para expresar el pensamiento forma parte de la actividad matemática por la naturaleza abstracta de las ideas con las que se trabaja. En lo que sigue centraremos nuestro discurso en este tipo de representaciones, aunque no lo precisemos.

En la literatura del área se habla con frecuencia de sistemas de representación, y no únicamente de representaciones, debido a que la concepción moderna de las matemáticas organiza los conceptos matemáticos en estructuras y, en consecuencia, este carácter se trasmite a sus representaciones (Rico, 2009). Un sistema de representación es un conjunto estructurado de signos, con reglas y convenios, que nos permiten expresar aspectos y propiedades de un concepto (Castro y Castro, 1997; Kaput, 1992). Las reglas a las que se hace referencia en esta definición precisan cómo crear un signo que pertenezca al sistema, cómo reconocer si un signo dado pertenece a él, y cómo transformar unos signos en otros, estableciendo relaciones entre ellos (Cañadas y Gómez, 2012).

Las representaciones juegan un papel fundamental en el pensamiento matemático, debido a que favorecen el desarrollo de comprensión de los conceptos matemáticos (Cuoco y Curcio, 2001; Hieber y Carpenter, 1992; Kaput, 1987; Koedinger y Natham, 2004) y estimulan el desarrollo de un pensamiento flexible y versátil en la resolución de problemas (Villegas, Castro, González, 2009). Dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones y el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema y convertir o traducir unas representaciones en otras, detectando qué sistema es más ventajoso para trabajar con determinadas propiedades (Castro y Castro, 1997).

Dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, se hace necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación; no basta trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también realizar las tareas de conversión de una representación a otra (Duval, 1998). Tall (1996) enfatiza la necesidad de que los estudiantes puedan moverse flexiblemente de una representación a otra y que el uso de recursos tecnológicos contribuye a un mejor logro de este objetivo. La habilidad en la traducción o la falta de esta traducción representa un factor significativo que afecta tanto al aprendizaje como al rendimiento en la resolución de problemas (Lesh, Post y Behr, 1987).

Los principios y estándares de la NCTM (2000) recomiendan para programas instruccionales de matemáticas que los estudiantes sean capaces de crear y usar representaciones para organizar y comunicar ideas matemáticas, seleccionar, aplicar y trasladar representaciones matemáticas a la solución de problemas, y usar representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. Reconocen que el buen uso de múltiples representaciones aporta un conjunto flexible de herramientas para resolver problemas y para apreciar la consistencia de la matemática.

Dentro de las representaciones matemáticas, Castro y Castro (1997) distinguen cuatro tipos: verbal, numérica, gráfica y algebraica (simbólica y formal). Estos autores separan las nociones de representación y modelo, argumentando que es al interior de la matemática donde se usan distintas representaciones y, cuando se usa la matemática para explicar algo no matemático, se habla de modelos matemáticos.

Ortiz y Dos Santos (2011) estudian los procesos de modelización seguidos y los tipos de representación usados en la resolución de problemas por estudiantes de secundaria. Los resultados obtenidos en este estudio revelan por una parte que los esquemas de modelización seguidos por los estudiantes participantes de este estudio se enmarcan en su mayoría en las propuestas actuales de la modelización matemática, identificando la situación problema e interpretando la solución encontrada dentro de un contexto real. Por otro lado, se obtiene que los estudiantes tienden a la estructuración de respuestas numéricas y a utilizar las representaciones verbales, detectándose ausencia de representaciones gráficas.

2.2.2 Representaciones con tecnología

La tecnología es vista como una poderosa herramienta para el uso de representaciones porque apoya la comunicación y el razonamiento, además de que ha logrado que la participación humana ya no sea requerida para la ejecución de un proceso de cálculo numérico o simbólico.

La inclusión de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permite visualizar de manera efectiva y eficiente las representaciones gráfica, numérica y simbólica de un gran número de conceptos matemáticos. Además de su fuerte potencial representacional, añaden nuevas posibilidades de manipulación de las representaciones que no era posible realizar sin ellas.

El aporte de las potencialidades de las representaciones computacionales a la educación ha sido una inquietud desde la popularización de la informática (Castro, 2008).El desarrollo de la tecnología y la capacidad de graficación de los ordenadores y calculadoras impulsan el estudio del papel que juegan las diferentes representaciones de un concepto matemático en su construcción. Ahora, con la tecnología, es importante el estudio de las diferentesrepresentaciones de los objetos matemáticos en ambientes muy diferentes a los que se seguían en el pasado (Hitt, 2003). Así mismo el avance tecnológico ha influido notablemente en el desarrollo de nociones teóricas que antes se tomaban en cuenta pero que no eran consideradas como cruciales en términos de explicar el aprendizaje de conceptos matemáticos(Hitt, 2003).

Lowrie y Hill (1996) mencionan que la tecnología computacional está haciendo mucho más gratificante la actividad matemática al usar gráficas y está mostrando un incremento de interés en los enfoques visuales tanto para la enseñanza como para la investigación. Investigadores tales como Tall y Thomas (1991) y Dreyfus (1994) han discutido sobre el valor que tienen para los estudiantes poder visualizar las diferentes representaciones de un concepto matemático. Este interés parte del reconocimiento de la importancia de la visualización en el desarrollo del pensamiento y entendimiento matemático y en la transición del pensamiento de lo concreto a lo abstracto con respecto a la solución de problemas (Lavy, 2007).

La visualización es un proceso de construcción o de uso en las representaciones geométricas y gráficas de conceptos o ideas construidas mediante lápiz y papel, por un software computacional o por la imaginación (Lavy, 2007). Es un proceso importante para construir la imagen de un concepto y también como ayuda en el entendimiento de conceptos (Hershhkowitz, 1990), además de ser considerada como ayuda a la intuición y en el aprendizaje de conceptos matemáticos (Dreyfus, 1991). Un modelo matemático está representado simbólicamente por una función y el poder visualizar a través de un software la representación gráfica del modelo contribuye al análisis y a la interpretación del modelo. Por otra parte, la manipulación algebraica de un modelo matemático mediante el uso de la tecnología ayuda a la verificación de la validez del modelo.

Variadas investigaciones muestran que los estudiantes tienen una gran resistencia a utilizar diferentes representaciones que podrían ayudarlos tanto en la construcción de conocimiento matemático como en la resolución de problemas (Hitt, 2003). En este sentido puede aprovecharse el potencial de la tecnología para facilitar el acceso a múltiples representaciones de conceptos y procesos, así como para construir representaciones gráficas con mayor riqueza de detalle y resolución en comparación con las que una persona pueda realizar de forma manual.

2.3 La tecnología como recurso didáctico

Las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) ofrecen nuevasopciones para el aprendizaje y el entretenimiento (Castells, Flecha, Freire, Giroux,Macedo y Willis, 1994). Las TICs traen consigo nuevas oportunidades para los entornos educativos debido a que posibilitanla inclusión de una ampliavariedadde recursos tecnológicos que, con la ayuda de unbuen diseño instruccional, pueden ofrecer nuevas alternativas pedagógicas (Bates,1999; Gagné, Briggs y Pager, 1992).

En la actualidad es posible generar escenarios alternativos para atender a estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje a través de la creación de espacios que involucren ordenadores y programas computacionales para cumplir con necesidades específicas de los alumnos (Ramírez, 2007). En muchas escuelas desde primaria hasta universidad ya se está utilizando la tecnología como recurso didáctico apoyando a los docentes en su tarea de enseñar y facilitando el alcance de los objetivos de un programa de estudio.

Iniciamos este apartado presentando una breve perspectiva de estudios previos que han indagado en el uso de las TICs en la educación matemática.Posteriormente argumentamos la utilidad de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, centrando la atención en un tipo de software de especial utilidad para la enseñanza del cálculo: los sistemas de cálculo algebraico (CAS por sus siglas en inglés).

2.3.1 Investigación sobre el uso de tecnología en la educación matemática

En el contexto internacional se han publicado distintos trabajos que han intentado identificar el estado de la cuestión sobre los factores y procesos de integración y uso escolar de las tecnologías digitales. Área (2005) se plantea preguntas con respecto a: ¿Qué problemas se investigan?, ¿Cuáles son los principales objetivos y cuestiones de estudio?, ¿Qué metodologías se utilizan?, ¿Qué conocimiento estamos obteniendo con relación a esta problemática? y propone una clasificación de cuatro tipos de estudio en función de las distintas perspectivas y líneas de investigación que han analizado y evaluado los fenómenos vinculados con la incorporación y utilización de las tecnologías de información y comunicación (TICs) en las aulas de los sistemas escolares.

Utilizando las tipologías distinguidas por dicho autor, clasificamos investigaciones que han indagado en esta línea de investigación desde el área de la Educación Matemática:

- Estudios sobre indicadores cuantitativos que describen y miden la situación de la inclusión y uso de ordenadores en los sistemas escolares a través de puntuaciones concretas de una serie de dimensiones (ej., Cattagni y Farris, 2001; Kumar, 2007; Serhan, 2006; Twining, 2002; Soares, 2002).
- Estudios sobre los efectos de los ordenadores en el rendimiento y aprendizaje del alumnado (ej., Blok, Oostdam, Otter y Overmaat, 2002; Buyukkoroglu et al., 2006; Camacho y Deppol, 2003; Connors y Snook, 2001; Habre y Abboud, 2006; Par, 2000; Ubuz, 2007).
- Estudios sobre las perspectivas, opiniones y actitudes de los agentes educativos externos (administradores, supervisores, equipos de apoyo) y del profesorado hacia el uso e integración de las tecnologías en las aulas y centros escolares (ej.,

Berry y Nyman, 2003; Cabero, 2000; Cope y Ward, 2002; Dávila, 2007; Doerr y Zangor, 2000; Grob y Morman, 2006; Solmon y Wiederhorn, 2000).

- Estudios sobre las prácticas de uso de los ordenadores en los centros y aulas desarrollados en contextos reales (Ej. Bosco, 2000; Cazes, Geudet, Hersant y Fabrice (2006); Kendal y Stacey, 2001; Martínez, 2002; Mesa, 2007; Villareal, 2003; Weigand y Weller, 2001; Zhao et al., 2002).

En relación específicamente con la enseñanza–aprendizaje del Cálculo cabe señalar que los primeros años del uso de la tecnología estuvieron caracterizados por un entusiasmo esperanzador basado en poca documentación sobre el verdadero éxito de las nuevas ideas (Tall, Smith y Piez, 2008). En la actualidad en cambio las evaluaciones de las reformas y la investigación sobre el aprendizaje del Cálculo han comenzado a proporcionar algunas respuestas sobre los efectos de la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo con el uso de tecnología, permitiendo identificar efectos tanto positivos, negativos como neutros como se indica en Ganter (2001) y Hurley, Kohn y Ganter (1999). Tall, Smith y Piez (2008) son algunos de los investigadores que aportan evidencias de investigaciones empíricas de quela tecnologíaintegradade forma inteligente en el currículoy la pedagogíaproduceganancias cuantificables enel aprendizajedel Cálculo.

Los estudios que analizan el efecto del uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo atienden, según Kendal (2001),a cómo y cuáles de las dificultades tradicionales asociadas con el aprendizaje del Cálculo pueden ser superadas con el uso de la tecnología (ej. Kumar, 2007; Dávila, 2007; Soares, 2002; Doerr y Zangor, 2000; Ubuz, 2007; Grob y Moormann, 2006; Buyukkoroglu et al., 2006; Kendal y Stacey, 2001; Cazes, Geudet, Hersant y Fabrice, 2006; Connors y Snook, 2001; Berry y Nyman, 2003) y al potencial de la tecnología como ayuda para desarrollar la comprensión de conceptos de Cálculo en los estudiantes involucrando las múltiples representaciones (Ej. Camacho y Depool, 2003; Habre y Abboud, 2006; Mesa, 2007; Serhan, 2006; Villareal, 2003; Weigand y Weller, 2001).

2.3.2 Uso de la tecnología en la educación matemática

En la enseñanza matemática nos interesa la formación matemática de las nuevas generaciones, es decir, fomentar la participación de los alumnos en la cultura matemática; participación que consiste, más que en la posesión de los resultados finales, en el dominio de su "*forma de hacer*" matemáticas (Bishop, 1988; Freudhental, 1973, 1983). Dieudonné (1971) comenta que el método matemático es el que debe ser el objeto de la enseñanza de la Matemática y no las asignaturas a enseñar, ya que éstas solo deberán ser ilustraciones del método, seleccionadas adecuadamente en función del propio método.

La enseñanza de las matemáticas debe tener en cuenta que es necesario poner al alumno en condiciones que favorezcan su integración social. Por lo tanto, es necesario considerar las características de la sociedad actual y en particular la que se refiere a los avances tecnológicos. Esta adaptación a los cambios sociales se conseguirá mediante el dominio de lo que ha sido y es esencial al trabajo matemático de todas las épocas, la matematización y, adicionalmente hoy en día mediante el uso de la tecnología (Galán, Galán, Padilla y Rodríguez, 2002).

El desarrollo de la tecnología computacional que se dio en la segunda mitad del siglopasado, abrió posibilidades insospechadas de empleo de la herramienta tecnológica a loscampos más diversos, entre ellos la educación (Flores y Rivera, 2011). La presencia cada vez más fuerte delos instrumentos computacionales ha ido señalando la posibilidad y la necesidad de vincularsu uso específicamente al campo que nos compete, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.El alto nivel de abstracción que requieren algunos conceptos matemáticos hace indispensable la utilización de recursos didácticos queapoyen el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El profesor de matemáticas frente al uso de la tecnología se enfrenta a dos posiciones extremas, una que va en contra de su uso porque el profesor considera que inhibe ciertos aprendizajes de sus alumnos y la otra a favor, considerando que la tecnología contribuye a promover un mejor aprendizaje (Hitt, 2008). Desde nuestra perspectiva, una de las fortalezas de la incorporación de la tecnología es su potencial para contribuir a la motivación del alumnado y a que este optimice su tiempo para el desarrollo de la parte cognitiva de las matemáticas. Existe evidencia de que el uso apropiado de la tecnología ayuda a los estudiantes a aprender mejor matemáticas como lo muestran algunos estudios incluidos en Connors (1995), Connors y Snook (2001), Dunham (1998) y Hurley, Koehn y Ganter (1999) que proporcionan ejemplos del uso y la efectividad de herramientas tecnológicas que coadyuvan al aprendizaje de las matemáticas.

2.3.3 Tecnología CAS en la enseñanza de las matemáticas

El uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas ha evolucionado notoriamente desde la utilización en clase de la primera calculadora hasta el actual software especializado. En la década de los noventa, comenzaron a surgir algunos programas con capacidades tanto simbólicas como gráficas cuyo uso se ha ido extendiendo para la enseñanza de las matemáticas y específicamente del Cálculo o Análisis Matemático. Nos referimos a un tipo de software denominado en la literatura anglosajona Computer Algebra System (CAS por sus siglas en inglés y menos usual, SAC (Sistema Algebraico Computacional) por sus siglas en castellano). Un CAS es un software que ejecuta cálculo simbólico y permite definir, combinar, transformar, comparar, visualizar y manipular funciones en cualquiera de sus formas tradicionales de representación (Balacheff y Kaput, 1996). Ejemplos de CAS son Mathematica, Maple, MathCad, MatLab, Derive y otros menos conocidos, que se utilizan por un lado para los cálculos aritméticos y algebraicos y por otro como herramientas didácticas de apoyo para la construcción y uso de representaciones de un concepto matemático. En Strickland (1999) se comenta que una diferencia importante entre este tipo de software radica en mostrar directamente el resultado, sin enseñar cómo se llega a él (software de “caja negra”), o por el contrario mostrar los desarrollos intermedios (denominados “cajas blancas”).

La versión actual del Maple puede ser considerada como un software de tecnología CAS de “caja blanca”, debido a que muestra los pasos intermedios para el proceso de cálculo de límites, derivadas, integrales, etc. Esta es una de las razones por la que para nuestro estudio consideramos el Maple como herramienta didáctica de ayuda para la resolución de problemas de optimización en Cálculo mediante el proceso de modelización.

Un objetivo importante para la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de tecnología CAS es que los cursos sean diseñados de manera que los estudiantes puedan convertirse en participantes activos en su experiencia de aprendizaje, de tal forma que las estrategias de resolución de problemas sean planeadas para realizarlas, para que el uso del CAS se convierta en una herramienta importante para el proceso de aprendizaje (Leinbach, Poutney y Etchells, 2002).

En los últimos años se está produciendo un fuerte movimiento dentro del colectivo de profesores que utilizan CAS en la enseñanza de las Matemáticas con el fin de cambiar los usos didácticos tradicionales de estas herramientas (García, García, Hoya, Rodríguez y De La Villa, 2002). Sin embargo, actualmente el uso de la tecnología CAS en las clases de Matemáticas no alcanza todavía su grado óptimo de utilización(Neuper, 2001).

No hay que perder de vista que como bien menciona Schneider (1991), es necesario hacer un uso responsable de los ordenadores para contribuir al logro de un aprendizaje significativo. Macckie (2002) afirma que es un error utilizar los CAS en la docencia como máquinas para resolver ejercicios. Se deben modificar dichos usos para maximizar las oportunidades que ofrecen estas tecnologías (García et. al, 2002), orientando su aplicación, por ejemplo, en el sentido de incidir positivamente en el aprendizaje (Dubinsky y Noss, 1996), aumentar considerablemente la posibilidad de la experimentación (Hoya, Martín, Rodríguez y Visus, 2002) y permitir que el alumno construya su conocimiento matemático bajo la orientación del docente (Nava, 1998).

Se hace necesario un cambio de perspectiva para optimizar las oportunidades que ofrecen más allá de la mera ejecución de cálculos y tratar de fomentar la creatividad matemática de los alumnos (Galán, Galán, Padilla y Rodríguez, 2002a; Galán, Galán, Padilla y Rodríguez, 2002b; Ortega, 2002). Por ejemplo se recomiendaproponer problemas de difícil resolución sin el uso de CAS (Abboud, 2002; Westermann, 2000) y mucho más realistas (Monagan, 1994).

Los trabajos que indagan en tareas y conceptos a desarrollar mediante el uso de la tecnología CAS, han contribuido afacilitarla enseñanza de este tipo de tecnología, pero sobre todo, han contribuido a mejorar su aprendizaje. Entre otros logros constatados, se consigue que conceptos abstractos que presentan dificultades especiales para los alumnos resulten mucho más accesibles y fáciles de comprender (Leinbach, 1994). Además, se logra un incremento en la motivación y una mejora en la actitud hacia las Matemáticas (Cretchley y Galbraith, 2002; Camacho y Depool, 2002; Kempski, 2002).

Las experiencias acumuladas en Galán, González, Padilla y Rodríguez (2006) revelan que los CAS son herramientas informáticas de fácil manejo y útiles para su integración en las clases de Matemáticas para Ingeniería, así como también que se deben cambiar los usos tradicionales de los CAS en la enseñanza de las Matemáticas en Ingeniería para maximizar las oportunidades que ofrece este tipo de tecnología orientándolo hacia la mejora de la motivación, la autonomía y el aprendizaje basado en la implicación del alumno en el proceso.

Asimismo, cuando un CAS es utilizado en la enseñanza de las Matemáticas, el profesor deja de ser el centro de atención y hay un incremento en la participación y la actividad autónoma por parte de los estudiantes (Nocker, 1998) y el proceso de construcción y adquisición del conocimiento matemático está más centrado en el estudiante adquiriendo un mayor protagonismo en la construcción de conocimientos (Schneider, 2000). Debido a la interactividad potencial de este tipo de herramientas tecnológicas, los estudiantes son capaces de alcanzar un mayor nivel de abstracción en la resolución de problemas matemáticos, lo que representa un logro didáctico significativo (Albano y Desiderio, 2002).

Heid (1989) reflexionó sobre cuatro características de los sistemas de manipulación simbólica que pudieran tener potencial para cambiar el contenido y los procesos de enseñanza de las matemáticas y las resumió de la siguiente manera:

- Los resultados de la manipulación simbólica son exactos y libres de errores de manipulación.
- Los resultados de la manipulación simbólica son generados de manera inmediata.
- Un amplio rango de capacidades simbólicas está disponible dentro de un ambiente sencillo.
- Los sistemas de manipulación simbólica pueden ayudar a los estudiantes a resolver problemas de mayor complicación que los que podrían resolver con lápiz y papel.

La revisión de la literatura reportada en Pierce (2001) sugiere que los estudiantes que trabajan con tecnología CAS muestran avances significativos en la comprensión de conceptos de matemáticas y que el tiempo empleado en el aprendizaje del uso del CAS es más que compensado con la velocidad con que la tecnología CAS puede realizar las tareas matemáticas rutinarias.

Entre las ventajas que diversos autores le reconocen al uso de la tecnología CAS en el proceso de enseñanza –aprendizaje de las matemáticas, destacamos las siguientes:

a) Puede reducir la necesidad de recordar reglas y procedimientos de derivación e integración permitiendo centrar la atención en el proceso global de resolución de problemas y en los conceptos involucrados, así como abordar problemas más realistas gracias a que se cuenta con el apoyo del software para el manejo de expresiones complejas y con el uso de métodos numéricos de resolución de problemas (Heid, 1988; White, 1990).

b) Los resultados de la manipulación simbólica están libres de errores de truncamiento y de errores de manipulación, y son generados de manera inmediata (Heid, 1988).

c) Su interactividad permite trabajar el cálculo con enfoques exploratorios, inductivos y empíricos en vez de deductivos y algebraicos (Balacheff y Kaput, 1996).

d) Permite moverse con facilidad entre diferentes representaciones de objetos matemáticos, incluso algunas que el estudiante no es capaz de construir por sí mismo, ampliando el tipo de actividades matemáticas accesibles al estudiante (Berger, 2010; Porzio, 1999).

e) El uso de tecnología CAS proporciona un importante instrumento para que los estudiantes puedan evitar la memorización de fórmulas o procedimientos de cálculo algebraico y numérico, y centren su atención en el proceso de transformación y relación que pueden establecerse entre las representaciones gráficas, algebraicas y numéricas (Camacho y Depool, 2002).

f) La tecnología CAS tiene el potencial de reducir cantidad de ejercicios repetitivos y aburridos y permite aprovechar mejor el tiempo para aspectos más interesantes del tema, lo que resulta motivador para los estudiantes (Leinbach, Poutney y Etchells, 2002).

g) Harper, Wooff y Hodgkinson (1991) exponen seis razones por la que un estudiante de matemáticas encontraría una ventaja al usar tecnología CAS:
    1. El uso de tecnología CAS ahorra tiempo y esfuerzo.
    2. Las soluciones tienen mayor probabilidad de ser correctas.
    3. Las soluciones algebraicas generales suelen ser preferibles a las numéricas desde que las relaciones entre las variables pueden no ser fácilmente evidentes a partir de los números o diagramas.
    4. Las soluciones algebraicas son exactas (sin errores de truncamiento). Cuando las soluciones aproximadas son requeridas, el ordenador puede simplificar primero algebraicamente (menos errores de redondeo).

5. La producción rápida de las soluciones a los problemas de matemáticas aplicadas permite aprovechar mejor el tiempo para dedicarlo a las propiedades de la solución.
6. La tecnología CAS permite a los estudiantes investigar problemas reales.

En ocasiones, los CAS no presentan los resultados en el modo usual o esperado. Sin embargo, estos resultados inesperados o "errores" que "comenten" los CAS podrían usarse para reforzar el aprendizaje de los conceptos matemáticos y fomentar el espíritu crítico de los alumnos (Alonso, García, García, Hoya, Rodríguez y De La Villa, 2001) y contribuir como ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Bovio, 2002).

La tecnología CAS en el proceso de modelización matemática

El potencial de la modelización y el uso de CAS han sido considerados de manera separada en las investigaciones en Educación Matemática (Geiger, Faragher, Redmond y Lowe, 2008). Estos autores concluyen lo anterior, por un lado, mediante las aportaciones de Doerr y Zangor (2000); Huntley, Rasmussen, Villarubi, Santong y Fey (2000) y Yerushalmy (2000), que argumentan que existe un número significativo de investigaciones centradas alrededor de la resolución de problemas contextualizados a través de las facilidades que ofrecen las múltiples representaciones mediante el uso de tecnologías. Y por otro lado, mediante las aportaciones de Kissane (1999, 2001) y Thomas (2001), que argumentan que el uso de la tecnología CAS mejora el proceso de modelización matemática.

La tecnología CAS tiene el potencial de proporcionar acceso a problemas más sofisticados relacionados con la vida real, debido a que los únicos dispositivos digitales capaces de apoyar el proceso de modelización matemática al permitir la exploración, la representación y análisis de datos auténticos a través de caminos que no se pueden conseguir con lápiz y papel, o con la tecnología estándar de la calculadora gráfica son los dispositivos con este tipo de tecnología CAS (Thomas, 2001).

Galbraith, Renshaw, Goos y Geiger (2003), basados en un estudio de caso longitudinal de tres años a un grupo de estudiantes de matemáticas en un entorno tecnológico incluyen un esquema (ver Figura 2.22) que describe la función de la tecnología en el proceso de modelización matemática.

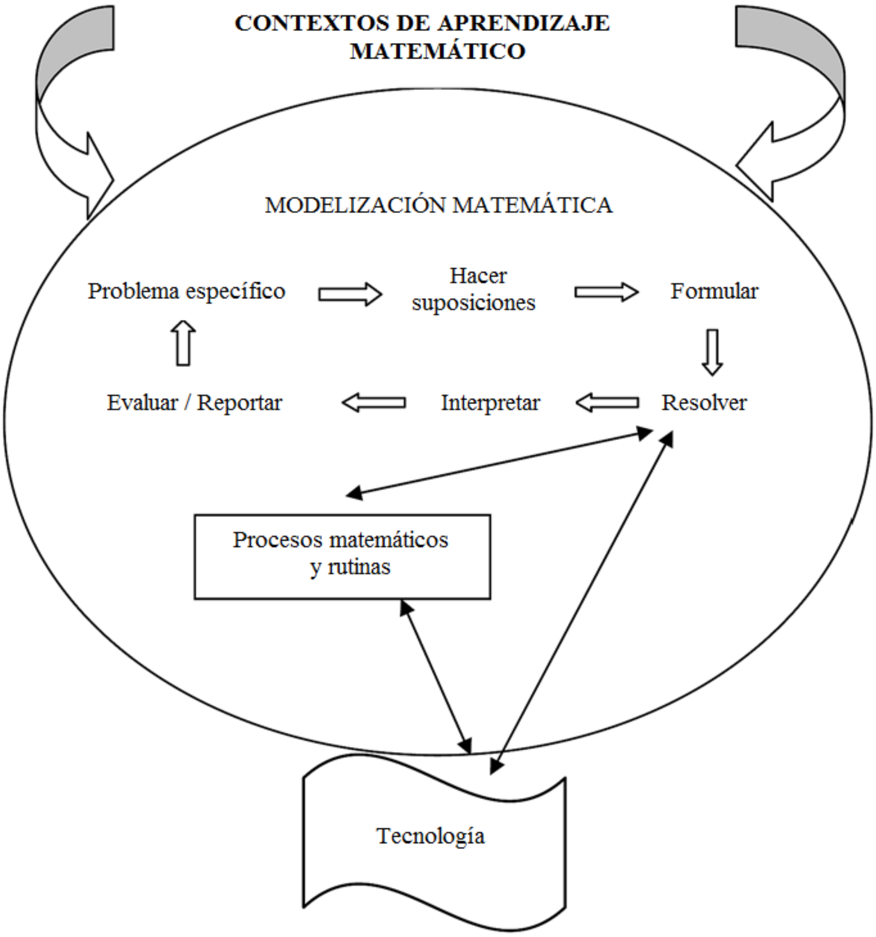


Figura 2. 22. Algunas interrelaciones entre las matemáticas y la tecnología en un proceso de modelización matemática (Galbraith, et al, 2003)

Galbraith, et al. (2003) ilustran en la figura 3.2, las asociaciones que los estudiantes concertaron entre, las rutinas y los procesos matemáticos, y la tecnología durante la fase de resolucióndel problema, que se deriva de la abstracción del problema desde un estado contextualizado dentro de un modelo matemático. Este punto de vista identifica la conceptualización de un modelo matemático como una actividad exclusivamente humana, mientras que laacción de encontrar una solución al modelo abstracto puede ser mejorada a través de la incorporación de la tecnología. En este caso, la tecnología es vista como una herramienta que se utiliza para interactuar con las ideas matemáticas solamente después de que el modelo matemático ha sido desarrollado; más que como una herramienta para la exploración y el desarrollo de un modelo o su validación como una representación fiable de una situación de la vida real (Galbraith, et al, 2003).

Geiger, et al. (2008) informan sobre los resultados iniciales de un proyecto diseñado paraexplorar el potencial del software habilitado con tecnología CAS (ej., Maple, Mathematica, Derive, Geogebra, MathCad, etc.) para mejorar los procesos asociados con modelización matemática y aplicaciones matemáticas. El análisis de los datos extraídos en esta investigación durante un año en tres aulas de escuelas secundarias diferentes indica que la tecnología CAS es de utilidad para provocar una interacción productiva estudiante-estudiante-profesor, tanto en pequeños grupos como en toda la clase.

2.4 Actitudes en el proceso de enseñanza-aprendizaje

La evaluación de las actitudes de los estudiantes hacia una disciplina, un contenido específico, una metodología o cualquier herramienta didáctica, es un tema de interés tanto para la investigación científica, como para la práctica educativa. En el ámbito educativo cada vez con más frecuencia, se habla de la notable influencia que ejercen las variables afectivas sobre el rendimiento académico. Varios investigadores analizan la relación entre estados afectivos y cognitivos desde el punto de vista de la influencia de las actitudes en el rendimiento de los alumnos (Akey, 2006; Dowson y McInerney 2001; Furinghetti y Morselli, 2008; Gil, Guerrero y Blanco, 2006; Handcock y Betts, 2002; Kirsch, Lafontaine, Moqueen, Mendelovits y Monseur, 2002; Zan, Brown, Evans y Hannula, 2006). Asimismo, Matsumoto y Sanders (1988) comentan que el afecto tiene influencia en el interés, la necesidad y la motivación para el aprendizaje.

Las variables afectivas constituyen una vasta categoría de sentimientos y estados de ánimo que incluyen elementos como las actitudes, las creencias y las emociones (McLeod y Adams, 1989). En relación con las actitudes, que es uno de los focos de interés en este trabajo, existe un consenso entre los teóricos en definirlas como predisposiciones psicológicas para comportarse de manera favorable o desfavorable frente a una entidad particular (Eagly y Chaiken, 1998; Zabalza, 1994). McLeod (1993) usa el término actitud para referirse a respuestas afectivas que incluyen sentimientos positivos o negativos de intensidad moderada y estabilidad razonable. La motivación, el gusto y la utilidad que los estudiantes perciben de una asignatura; así como la percepción hacia su profesor, son factores actitudinales que influyen en mayor grado en el aprendizaje (Auzmendi, 1991; McConeghy, 1985, 1987).

Dedicamos este apartado a recoger una síntesis de antecedentes destacados que han atendido al papel de las actitudes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en general, y en el uso de la tecnología en matemáticas, en particular.

2.4.1 Actitudes en la Educación Matemática

La Didáctica de la Matemática es una de las áreas del conocimiento en la que se han analizado de forma más sistemática las actitudes (Gil, Blanco y Guerrero, 2005; Mato y De la Torre, 2009; Pérez-Tyteca, Castro, Segovia, Castro, y Fernández, 2007), siendo destacadas como un elemento clave a tener en cuenta en el estudio del proceso de aprendizaje de las matemáticas (Fennema y Sherman, 1976). Los estudios realizados en este campo han analizado las actitudes en relación con una amplia variedad de aspectos tales como logros académicos (Crump, 2004), el uso de ordenadores en diferentes áreas (Pektas y Erkip, 2006), la elección de estudios universitarios (Pérez-Tyteca, et al., 2007)y el trabajo de profesores y experiencia de alumnos en la reestructuración de escuelas (Louis y Marks, 1998). Se han identificadomúltiples factores que intervienen y afectan el aprendizaje matemático de los estudiantes, incluyendo creencias y concepciones (Andrew y Hatch, 2000), motivación (Middleton y Spanias, 1999), variables cognitivas (Schiefele y Csikzentmihalyi, 1995) y emociones (Hannula, 2002; McLeod, 1992).

Algunos estudios muestran que una actitud positiva tiende a correlacionarse positivamente con un incremento de esfuerzo para aprender y con el logro de dicho aprendizaje (Kloosterman, 1990; Minato, 1983; Minato y Yanase, 1984) y que la confianza es un buen predictor de éxito en matemáticas (Randhawa, Beamer y Lundberg, 1993). Otros autores, tales como Ursini y Sánchez (2008), destacan la influencia de factores sociales y culturales como condicionante de dichas correlaciones. Esta puede ser la justificación de resultados de estudios como los de Ma y Kishor (1997) que no encuentran correlación significativa entre actitud y logro. Detectar la influencia de las actitudes y los factores emotivos en la práctica y aprendizaje de las matemáticas sigue siendo un desafío y aún más cuando se intenta determinar esta influencia al incorporar un factor adicional como es el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Cretchley y Harman, 2001).

2.4.2 Actitudes hacia el uso de la tecnología en matemáticas

En el trabajo que aquí presentamos, nuestra atención se centra en las actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso en la universidad hacia la incorporación de la tecnología en el aula de matemáticas. Obtener información a este respecto es un paso fundamental en la comprensión de cómo el entorno de aprendizaje para las matemáticas es afectado por la introducción de ordenadores y otras tecnologías (Galbraith y Haines, 1998). El empleo de los ordenadores en tareas con un alto nivel de exigencias intelectuales puede representar una barrera para el aprendizaje, sobre todo en aquellas personas que tienen poca confianza y experiencia en el uso de la tecnología. Artigue (1997), Mayes (1998) y Galbraith, Haines e Izard (1998), entre otros, destacan tanto la importancia del dominio afectivo de los estudiantes hacia las matemáticas como la relación existente de este con el uso de nuevas tecnologías para el aprendizaje de algunos conceptos de la matemática escolar. La confianza en los ordenadores o en el uso de los mismos, puede mediar en el buen rendimiento de los estudiantes en ambientes de aprendizaje que requieren interacción con el ordenador (Cretchley, 2007).

El estudio de las actitudes de los estudiantes ante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con tecnología es un tema que ha despertado el interés de diversos investigadores en Educación Matemática desde diferentes perspectivas (Cretchley, 2007; Cretchley y Harman, 2001; Fogarty, Cretchley, Ellerton y Konki, 2001; Galbraith y Haines, 1998; Ortiz, Rico y Castro, 2003; Pierce, Stacey y Barkatsas, 2007). En las últimas décadas autores tales como Hoyles y Sutherland (1989), Balachef y Kaput (1996), Dettori, Garuti y Lemut (2001) y Mariotti (2005) han explorado posibilidades para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los distintos niveles educativos mediante el uso de la tecnología. La mayoría de estas investigaciones reportan que al trabajar temas de matemáticas con el apoyo de la tecnología aumenta notablemente la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas, registrándose además un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia (Ursini, Sánchez y Orendain, 2004). Pierce (2001) analiza las actitudes de los alumnos hacia el uso de software algebraico en el aula, así como la influencia de este software en su aprendizaje y los distintos usos que los estudiantes hacen de él. Deepol (2004) observa que el uso del software denominado Derive en actividades de Cálculo Integral es valorado como útil e interesante por los alumnos.

A continuación sintetizamos otros estudios previos que son referentes destacados de esta investigación.

Galbraith y Haines (1998) discuten las relaciones entre variables afectivas y el rendimiento académico y construyen medidas apropiadas de las actitudes con respecto al impacto de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El estudio revela los afectos relativos a uso de la tecnología en las matemáticas e identifica los atributos que son importantes donde interaccionan la matemática y la computación. Además se discuten las implicaciones de la confianza, la motivación, el compromiso y la interacción con la tecnología en el entorno de aprendizaje y se demuestra que las escalas de actitudes hacia el uso de la tecnología en las matemáticas captan propiedades distintivas del comportamiento de los alumnos en ese sentido.

Cretchley y Harman (2001) exploran las influencias que las actitudes a las matemáticas y las computadoras pueden tener en la determinación de la efectividad de la introducción de la tecnología en la educación matemática de alumnos universitarios. Se confirma que existe una correlación sorprendentemente débil entre la confianza en las matemáticas y la confianza en el uso de las computadoras y se argumenta que las implicaciones presentes son tanto un reto, como una oportunidad para que los educadores traten de utilizar la tecnología de manera efectiva para el aprendizaje de las matemáticas. Se analizan las actitudes y las reacciones a la experiencia personal del uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas de cuatro grupos distintos de estudiantes universitarios y se miden cuatro factores: la confianza en las matemáticas, la confianza en el uso de las computadoras, las actitudes hacia la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, y la reacción a la experiencia personal del uso de software para el aprendizaje de las matemáticas. El test implementado por estos investigadores presenta una buena fiabilidad de consistencia interna y una alta estabilidad y es recomendado para cualquier contexto de aprendizaje donde los estudiantes de matemáticas interactúan con las computadoras.

Fogarty, Cretchley, Ellerton y Konki (2001) reportan la validación de un cuestionario diseñado para evaluar la confianza general en las matemáticas, la confianza general con el uso de la tecnología y las actitudes hacia el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas. Se aplicó a alumnos universitarios de un curso de álgebra Lineal y Cálculo. El análisis demostró una alta fiabilidad de consistencia interna y validez divergente. En una segunda aplicación del cuestionario se confirmaron estos hallazgos. El instrumento resultante se puede utilizar para una medición de los factores de actitudes que median el uso eficaz de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas.

Ortiz, Rico y Castro (2003) diseñaron una escala tipo Likert para evaluar las actitudes de profesores en formación y captar en caso de que existan los cambios de actitud dentro de un programa desarrollado con profesores de matemáticas en formación donde se integra la modelización y la calculadora gráfica para la elaboración de actividades didácticas de álgebra Lineal. Se observó que los cambios de actitudes en los participantes no resultaron estadísticamente significativos.

Cretchley (2007) examina el papel que juega la autoconfianza en el uso de ordenadores en el marco de un curso de ciencias y matemáticas para ingeniería con el uso de la tecnología en una universidad. Los resultados revelan que un adecuado y apropiado uso de software profesional motiva a la mayoría de los estudiantes a su aprendizaje. Sin embargo, la confianza en la tecnología ocupaba una dimensión muy diferente a la confianza en las matemáticas y no resultó un predictor del rendimiento en las tareas de matemáticas. Los estudiantes con bajos niveles de confianza en el ordenador se sintieron amenazados y en desventaja en las tareas de laboratorio con el uso del software.

Pierce, Stacey y Barkatsas (2007) diseñaron una escala para monitorear en estudiantes de secundaria cinco variables afectivas relativas al aprendizaje de las matemáticas con tecnología: confianza en las matemáticas, confianza en la tecnología, actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas con tecnología y dos aspectos de interacción de las computadoras y las matemáticas. Presentan un análisis de otros instrumentos, así como un modelo de cómo el uso de la tecnología puede mejorar el rendimiento académico, obteniendo diferencias en cuanto a chicos y chicas, ya que las actitudes de los varones estaban relacionada solamente con la confianza en el uso de la tecnología, mientras que en las de las mujeres la única relación encontrada fue una actitud negativa con respecto a la confianza en la matemáticas.

Shamoail y Barkatsas (2011) reportan un estudio que investiga las actitudes y creencias de estudiantes con respecto al impacto de calculadores de mano con tecnología CAS sobre el rendimiento académico de estudiantes de matemáticas. El principal componente de análisis fue la tecnología CAS y las respuestas obtenidas indican una correlación en sentido positivo de las actitudes hacia el uso de CAS y su conocimiento previo y experiencia. Los resultados también arrojaron que los chicos expresan mayor confianza que las chicas en el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas.

Capítulo 3

Metodología

En este capítulo se describen las características metodológicas de la investigación desarrollada, el modo en que se estructura la recogida de datos, los instrumentos que se utilizan en la misma, así como las principales características y el papel de los diferentes participantes, entre ellos los sujetos del estudio (ver Tabla 3.1).

Tabla 3. 1. Esquema general de la metodología

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Encuesta</td><td>Experimento de enseñanza</td></tr>
<tr><td>Sujetos</td><td>Primer grupo:
253 estudiantes de diferentes facultades
(curso 2009-2010)</td><td colspan="2">Segundo grupo:
30 estudiantes de la facultad de Ingeniería
(curso 2010-2011)</td></tr>
<tr><td>Recogida de datos</td><td>Cuestionario
(primera versión)</td><td>Cuestionario
(versión final)</td><td>Sesiones de resolución de problemas con Maple</td></tr>
<tr><td>Finalidad</td><td>Validación del cuestionario
Generación de categorías para respuesta abierta
Detección de ítems problemáticos</td><td>Evaluar las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, antes y después de las sesiones de resolución de problemas.</td><td>Analizar la implementación del proceso de modelización</td></tr>
</table>

3.1 Características metodológicas de la investigación

La investigación recogida en esta memoria es un estudio exploratorio y descriptivo en el que se combina el diseño metodológico de un experimento de enseñanza propio de la investigación de diseño, centrado en la modelización matemática como metodología de enseñanza en la formación matemática de futuros ingenieros, con un estudio mediante encuesta de las actitudes de los estudiantes hacia el uso de tecnología para hacer y aprender matemáticas.

El experimento de enseñanza realizado constituye un estudio longitudinal, de tipo panel, ya que el mismo grupo de sujetos es observado y medido en todos los momentos (Hernández, Fernández y Baptista, 2003). El estudio mediante encuesta, en cambio, tiene dos componentes unaprimera trasversal y otra longitudinal dado que se administra un cuestionario en tres ocasiones a dos grupos de sujetos: la primera a un primer grupo para validar el cuestionario, y las otras dos a un segundo grupo para valorar sus actitudes antes y después de la experimentación en el aula que forma parte del experimento de enseñanza anteriormente referido.

En esta investigación se utilizan de forma complementaria dos técnicas de recogida de datos:el cuestionario o prueba escrita y la observación tanto participante como no participante. El uso de ambas técnicas conlleva al empleo de variados instrumentos de recogida de datos: un cuestionario de actitudes, cuadernos de trabajo de los alumnos, hojas de registro de observaciones en el aula, notas de campo y grabaciones en audio tanto de la actividad en el aula como del trabajo individual de cada alumno en su ordenador.

A continuación precisamos las principales características metodológicas de las dos componentes de esta investigación: el estudio mediante encuesta y el experimento de enseñanza.

Encuesta

Realizamos el estudio de las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas antes y después de la experimentación en el aula propia del experimento de enseñanza, mediante un diseño tipo encuesta, utilizando como técnica de recogida de datos un cuestionario.

En el lenguaje coloquial, según León y Montero (2003), se utilizan las palabras encuesta y cuestionario indistintamente. Sin embargo, la encuesta se refiere al conjunto de todas las acciones de la investigación y el cuestionario hace alusión a las preguntas de la encuesta. La característica más relevante de una encuesta es que solamente permite extraer conclusiones en términos de relaciones y no en términos causales (León y Montero, 2003).

Un cuestionario es una técnica de recogida de datos compuesta por un conjunto de preguntas predeterminadas cuyo propósito es registrar datos de las personas objeto de la investigación. León y Montero (2003) identifican esta técnica, junto con las entrevistas, como una de las posibles formas en que se puede acceder de forma científica a lo que las personas opinan. Para el caso del cuestionario la totalidad de las preguntas está determinada y en la mayoría de los casos la(s) respuesta(s) ha(n) de ser seleccionadas de entre un conjunto dado, lo que se denomina preguntas cerradas.

León y Montero (2003), Cohen, Manion y Morrison (2007) y Shaughnessy y Zechmeister (1997) dan recomendaciones para el diseño de un cuestionario entre las cuales cabe destacar las siguientes:

- realizar un estudio piloto para comprobar el grado de comprensión de las preguntas y el tiempo necesario para su administración así como para evitar que las respuestas se acumulen en respuestas neutras o nulas,
- plantearse cuestiones relativas al contenido, secuenciación y lenguaje empleado y
- intentar que el cuestionario sea y parezca corto y fácil y resulte atractivo.

Experimento de enseñanza

El paradigma de la investigación de diseño persigue producir conocimiento que ayude a guiar la práctica educativa en el aula y a avanzar en el diseño de prácticas eficaces de enseñanza-aprendizaje (Molina, 2006). Se trata de una metodología propia de la investigación educativa que busca comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante metodologías sensibles a la complejidad de los contextos donde estos procesos se producen. En el marco de este paradigma se sitúan los experimentos de enseñanza: metodología elegida para esta investigación por su potencial para comprender y mejorar la realidad educativa a través del desarrollo y análisis paralelo de un diseño instruccional específico (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011).

En este tipo de estudios, a lo largo de una secuencia de episodios de trabajo en el aula cuyo diseño está determinado y delimitado por los objetivos de la investigación, uno de los investigadores actúa como docente, experimentando de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los alumnos (Kelly y Lesh, 2000; Steffe y Thompson, 2000). Adicionalmente participan otros investigadores que pueden actuar como observadores y uno o más alumnos; todo ello dependiendo de los objetivos de la investigación. Los focos de interés también pueden ser diversos: el desarrollo de los alumnos, el de los docentes o de unas ideas o actividades de enseñanza determinadas (Kelly y Lesh, 2000). El rasgo característico de estos estudios es el estudio paralelo y complementario del proceso de aprendizaje y de los modos mediante los cuales éste se sustenta y se organiza (Cobb, Confrey, DiSessa, Lehrer y Schauble, 2003; Cobb y Gravemeijer, 2008).

Habiendo implementado este diseño utilizamos como técnica de recogida de datos prioritaria la observación. La observación es considerada como una perspectiva alternativa de tipo interpretativa y subjetiva en la investigación educativa (Cohen y Manion, 1990).

> *El mirar es una cualidad innata de todos los individuos: no así el observar con un fin determinado, que requiere un esquema de trabajo para captar los aspectos y manifestaciones concretas de lo que deseamos estudiar* (Pérez, 1998, p. 23).

Es un proceso orientado por un objetivo terminal y organizador y está dirigido hacia un objeto con el propósito de obtener información del mismo (De Ketele, 1984). Para que la observación pueda ser considerada como una técnica importante de investigación social es necesario que esté orientada a un objetivo de investigación previamente formulado, planificada sistemáticamente, controlada de tal manera que relacione proposiciones generales y que pueda ser sometida a comprobaciones de fiabilidad y validez (Pérez, 1998).

Se distingue entre observación externa o no participante e interna o participante, según si el observador pertenece/interacciona o no con el grupo en estudio (Pérez, 1998). La observación participante es un medio que le permite al investigador llegar a comprender en profundidad la situación observada debido a que forma parte de la experiencia del grupo y establece un estrecho contacto con el grupo de estudio, teniendo acceso a un mayor número de oportunidades de observación que cuando ésta no es participante. A cambio debe intentar nivelar adecuadamente la profunda implicación personal con un cierto grado de distanciamiento (Woods, 1987).

Al emplear esta técnica de recogida de datos es necesario registrar las observaciones ya sea de manera sistematizada o no sistematizada. Entre los medios para llevar a cabo el registro de las observaciones se encuentran las hojas de registro, los cuadernos de notas, las notas de campo, las grabaciones en audio y las grabaciones en vídeo, entre otros (Pérez, 1998).

3.2 Sujetos

En este apartado describimos las características generales de los sujetos participantes. Se distinguen dos grupos que han participado en recogidas de datos diferenciadas. A un primer grupo de estudiantes se le administró la primera versión del cuestionario de actitudes con el objetivo de realizar su validación. El segundo grupo de estudiantes participó en un total de ocho sesiones de trabajo en el aula en las que se administraron, la versión definitiva del cuestionario de actitudes, a modo de Pre Test y Post Test, y se trabajó en la resolución de problemas de modelización con el uso del Maple.

3.2.1 Primer grupo de sujetos

El grupo de estudiantes al que se aplicó la primera versión del cuestionario de actitudes está formado por 253 estudiantes que durante el curso académico 2009-2010 cursaban un primer curso de alguna de las siete titulaciones de ingeniería impartidas en el Campus de Ingeniería y Ciencias Exactas de la Universidad Autónoma de Yucatán en México en las facultades de Ingeniería, Matemáticas e Ingeniería Química (ver Tabla 3.2). El objetivo era encuestar a la gran mayoría de alumnos inscritos por primera vez a una titulación de ingeniería en la Universidad Autónoma de Yucatán (solamente faltó encuestar un grupo de primer ingreso a ingeniería química industrial). La propia investigadora administró el cuestionario en el aula, por grupos de clases de estudiantes, durante una sesión de clase. Antes de entregar el cuestionario, les proporcionó las instrucciones del llenado y describió la finalidad de la aplicación del mismo. No se limitó el tiempo de respuesta, sin embargo todos los estudiantes dedicaron menos de 20 minutos a completar el cuestionario.

Tabla 3. 2. Distribución de la muestra para la implementación de la primera versión del cuestionario

Facultad	Grupos	Especialidad	Género		Alumnos
			M	F	
Ingeniería	5	Ingeniería Civil	65	11	76
		Ingeniería Física	15	5	20
		Ingeniería Mecatrónica	39	4	43
Matemáticas	3	Ingeniería en Computación	17	3	20
		Ingeniería de Software	32	1	33
Ingeniería Química	2	Ingeniería Química Industrial	26	11	38
		Ingeniería Industrial Logística	17	6	23

3.2.2 Segundo grupo de sujetos

El grupo de estudiantes que participó en el experimento de enseñanza y en la aplicación de la versión final del cuestionario es una muestra intencional compuesta por 30 alumnosde nuevo ingreso en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY) en Mérida, México. Los citados alumnos, 4 mujeres y 26 hombres, estaban inscritos en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I y cursaban diferentes especialidades de ingeniería: civil, física, mecatrónica y energías renovables (ver la distribución en la tabla 3.3). Seleccionamos este grupo por las facilidades otorgadas por la facultad de ingeniería y por la disponibilidad del profesor de Cálculo y del grupo para participar en el estudio.

Tabla 3. 3. Distribución de la muestra por especialidad en ingeniería

Ingeniería	Género	
	Femenino	Masculino
Civil	3	9
Física	1	8
Mecatrónica	0	6
Energías Renovables	0	3

Observamos en la tabla 3.2 que la mayoría de los alumnos del grupo pertenece a la licenciatura en ingeniería civil, le sigue física y mecatrónica, y la minoría pertenece a energías renovables (especialidad de nueva creación durante este curso escolar). Esta distribución muestra una tendencia habitual en la distribución de los estudiantes de nuevo ingreso a la titulación de ingeniería en dicha universidad, motivada por la forma en que históricamente se han ido creando las especialidades.

La asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I es común a todas las especialidades que se imparten en la Facultad de Ingeniería de la UADY. Tiene una carga de 75 horas que se reparte en cinco horas a la semana durante un período de quince semanas, distribuidas en dos sesiones de dos horas y una sesión de una hora. El grupo de estudiantes seleccionado tenía sesiones de dos horas los lunes y jueves y una sesión de una hora los miércoles.

A estos estudiantes se les suponían las bases matemáticas necesarias para resolver problemas de optimización en Cálculo dado que habían superado una prueba de acceso a la licenciatura (EXANI-II) que evalúa sus conocimientos previos de álgebra, geometría analítica, trigonometría y cálculo, así como también conceptos básicos de geometría plana como el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes (EXANI-II, 2006).Adicionalmente, previamente a la recogida de datos realizada en el curso 2011-2012, dentro de la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I los estudiantes ya habían trabajado los temas de la unidad 1 (derivación de funciones algebraicas: problemas de la tangente y velocidad, límites de una función, definición de la derivada, fórmulas de derivación, la derivada como razón de cambio, incrementos y diferenciales, regla de la cadena) y de la unidad 2 (extremos en un intervalo, números críticos, funciones crecientes y decrecientes, concavidad y criterios de primera y segunda derivada) que se requerían como conocimiento previo para que los estudiantes pudieran abordar problemas de optimización.Habiendo consultado con el profesor del grupo la programación de los temas de la asignatura (Anexo A.3: Programación de temas de Cálculo Diferencial e Integral I), se acordó con el mismo adelantar estos temas de las unidades 1 y 2 al considerarnos necesarios para abordar la resolución de problemas de optimización.

3.3 Estructura de la recogida de datos

La recogida de datos para esta investigación tuvo lugar en una sesión de clase del curso académico 2010-2011 y en ocho sesiones durante el curso 2011-2012. La primera recogida de datos, realizada durante el curso académico 2011-2011, consistió en la administración de la primera versión del cuestionario al grupo de estudiantes anteriormente descrito, con el objetivo de validar el diseño del cuestionario. La segunda recogida de datos, más extensa, fue realizada en septiembre y octubre de 2011 en el horario de clases de la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I que incluye el tema de problemas de optimización dentro de su programación.

La figura 3.1 presenta el esquema general de la segunda parte de la recogida de datos, en la cual se distinguen cuatro componentes claramente diferenciadas: la implementación inicial y final de la versión final del cuestionario de actitudes, una sesión centrada en el aprendizaje del uso de los software Maple y Camtasia Studio[3], y los ciclos que componen propiamente la experimentación en el aula del experimento de enseñanza diseñado.

[3]En adelante referiremos a este software como Camtasia.

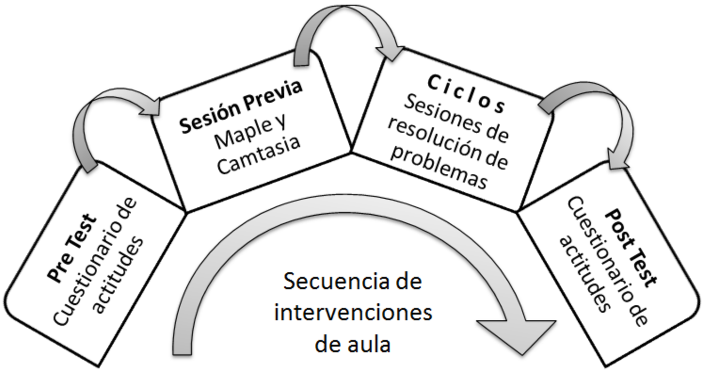


Figura 3. 1. Esquema de la segunda parte de la recogida de datos

3.3.1 Características y temporalización de las sesiones

La tabla 3.4 sintetiza las principales características de las diferentes sesiones las cuales se explican en detalle en los siguientes apartados.

Tabla 3. 4. Características generales de las sesiones

Sesión	Actividades Generales	Problema	Recursos	Instrumento recogida de datos
		CURSO 2010-2011		
Única	Aplicación del cuestionario		Cuestionario de actitudes (1º versión)	Cuestionario
		CURSO 2011-2012		
Pre Test	Aplicación del cuestionario		Cuestionario de actitudes (Pre Test)	Cuestionario
1	Actividad en el ordenador Práctica uso del Maple		Ordenador con software Maple y Camtasia	Grabación en video Notas de campo
2	Actividad en el ordenador Resolución del Problema Nº 1	Situar una planta de abastecimiento de agua optimizando la cantidad de tubería	Cuaderno de trabajo de la sesión 2	
3	Actividad en el ordenador Conclusión del Problema Nº 1 Resolución de casos particulares del problema 1	Continuación del problema de la sesión 2. ¿Qué pasaría si se consideran los ángulos reales entre las poblaciones?	Cuaderno de trabajo de la sesión 2	Grabación en video Archivos Camtasia Hojas de observaciones Notas de campo
4	Actividad en el ordenador Resolución del Problema Nº 2	Minimizar el costo de cableado de fibra óptica	Cuaderno de trabajo de la sesión 4	
5	Actividad en el ordenador	Hallar las dimensiones de un silo de	Cuaderno de trabajo de la	

Sesión	Actividades Generales	Problema	Recursos	Instrumento recogida de datos
	Resolución del Problema Nº 3	almacenamiento de granos minimizando la cantidad de material	sesión 5	
6	Actividad en el ordenador Resolución del Problema Nº 4	Minimizar el costo de fabricación de un tanque de almacenamiento de gas	Cuaderno de trabajo de la sesión 6	
Post Test	Aplicación del cuestionario		Cuestionario de actitudes (Post Test)	Cuestionario

La recogida de datos realizada durante el curso 2010-2011 se realizó en tres días diferentes en cada una de las tres instituciones de la Universidad Autónoma de Yucatán que integran el Campus de las Ingenierías y Ciencias Exactas (Facultad de Ingeniería, Facultad de Matemáticas y Facultad de Ingeniería Química). Se habló directamente con los profesores para solicitarles treinta minutos de su tiempo de clase para administrar la encuesta por parte de la investigadora responsable de este trabajo. A cada grupo de alumnos se le informó del motivo de la encuesta (únicamente con fines académicos) y se les agradeció de antemano su colaboración.

La segunda parte de la recogida de datos, realizada durante el curso 2011-2012, se inició el lunes 12 de septiembre con la aplicación a los alumnos de un cuestionario de actitudes, a modo de Pre Test, y se concluyó el jueves 6 de octubre con la implementación del mismo cuestionario, a manera de Post Test. Ambas recogidas de datos inicial y final fueron realizadas por la investigadora en un periodo de 30 minutos al final de una sesión de clase, estando presente el profesor del grupo. Asistieron 29 y 28 estudiantes respectivamente. El resto de sesiones de trabajo en el aula tuvieron una duración de 120 minutos. La tabla 3.5 recoge las fechas en que se realizaron y el número de asistentes.

Tabla 3. 5. Organización de las sesiones

Sesión	Fecha	Nº de alumnos asistentes	Duración (minutos)
Pre Test	12-sep-11	29	30
1	14-sep-11	26	120
2	19-sep-11	26	120
3	22-sep-11	26	120
4	26-sep-11	27	120
5	29-sep-11	27	120
6	05-oct-11	21	120
Post Test	06-oct-11	28	30

La segunda sesión, realizada dos días después de la primera, estuvo dedicada a la capacitación de los alumnos en el manejo del Maple y el uso del software Camtasiaque se emplearía en las restantes sesiones para la grabación de la actividad que el alumno realiza en el ordenador. En el programa oficial, la duración de esta clase era de una hora pero se citó a los alumnos una hora antes de lo habitual.

Las cinco sesiones restantes estuvieron dedicadas al proceso de experimentación propiamente dicho del experimento de enseñanza, el cual consta de cuatro ciclos de diseño/rediseño de la intervención en el aula, implementación en el aula, recogida de datos y análisis de datos (ver Figura 3.2). Estos cuatro ciclos se implementaron durante cinco sesiones de trabajo en el aula centradas en el uso del proceso de modelización, con apoyo del software Maple, para resolver problemas de optimización. Los estudiantes trabajaron en la resolución de problemas de optimización de manera individual frente a un ordenador. Para ello disponían de un cuaderno de trabajo suministrado en formato impreso y electrónico (formato Maple) en el que se presentaba el problema a resolver y algunas indicaciones para guiarles en el proceso de resolución. El diseño del cuaderno utilizado en cada sesión se describe más adelante.

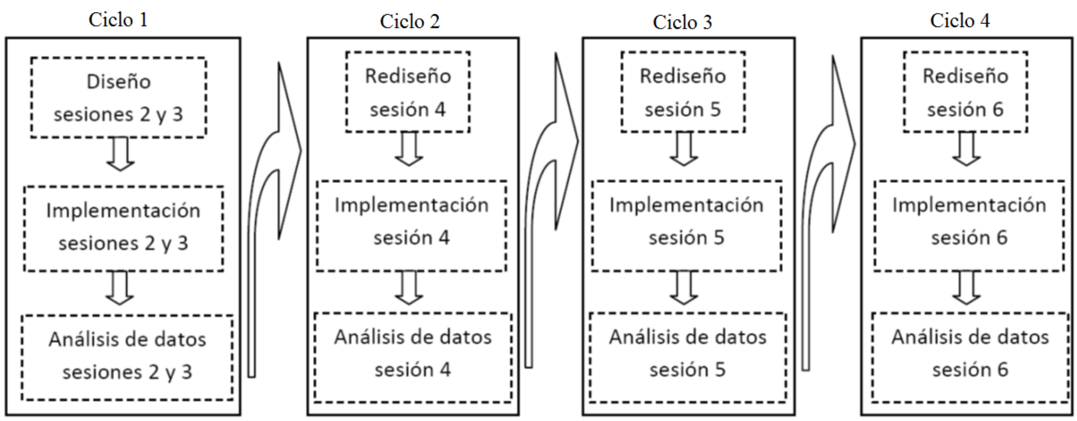


Figura 3. 2. Esquema de los cuatro ciclos que componen el experimento de enseñanza

Como es propio de los experimentos de enseñanza, en cada ciclo el diseño planificado inicialmente para implementar en cada una de las sesiones, se refinó y adaptó en función de los datos recogidos en las sesiones previas y de los objetivos de investigación y de enseñanza.

Las sesiones de resolución de problemas se diseñaron de tal manera que fueran impartidas durante las sesiones de clase de dos horas, es decir, los lunes y los jueves, con el propósito de tener el tiempo suficiente para el desarrollo apropiado de cada sesión. El disponer de dos días entre cada ciclo fue de utilidad para contar con tiempo para analizar los resultados de cada sesión y tomar decisiones respecto a la siguiente intervención en el aula.

La primera sesión de resolución de problemas se inició el lunes 19 de septiembre a las siete de la mañana, horario oficial de la clase de Cálculo Diferencial e Integral I en el grupo en que se realizó la experimentación, continuandose el jueves 22 de septiembre a la misma hora. Ambas sesiones componen el primer ciclo del experimento de enseñanza. Inicialmente se planificó que todos los ciclos estuvieran compuestos por una sola sesión de trabajo en el aula pero, para cumplir con los objetivos del primer ciclo, hubo que realizar esta modificación en cuanto a su extensión. Las siguientes dos sesiones, que corresponden a las intervenciones en el aula del segundo y tercer ciclo del experimento, se desarrollaron el lunes y jueves de la siguiente semana, durante los horarios habituales de la clase de Cálculo I. Con motivo de la modificación en la duración del primer ciclo, la última sesión, correspondiente al cuarto ciclo, tuvo lugar el miércoles 5 de octubre, pidiendo a los estudiantes que asistieran una hora antes de la hora oficial del programa.

Durante las clases intermedias entre las sesiones de trabajo en el aula del experimento de enseñanza (4 horas en total), el profesor del grupo se dedicó a completar los temas de la primera unidad que habían quedado pendientes por abordar; estos son derivación implícita, derivación sucesiva, razones relacionadas, teorema de Rolle y del valor medio, asíntotas verticales y horizontales, trazo de curvas. Estamos hablando de las clases de una hora de los miércoles 21 y 28 de septiembre de 2011 y la clase de dos horas del lunes 3 de octubre de 2011.

3.3.2 Participantes en la recogida de datos

En la recogida de datos de esta investigación se ha contado con cuatro personas: la doctoranda (a la que nos referimos como investigadora o investigadora-docente a lo largo de esta memoria), un investigador-adjunto, el profesor del grupo y un grabador de audio profesional. A continuación detallamos las acciones realizadas por cada uno de los participantes.

En la primera parte de la recogida de datos intervino solamente la investigadora-docente, quien se encargó de administrar la encuesta a los diez grupos de alumnos que participaron.

En el desarrollo de la segunda parte de la recogida de datos, la investigadora presentó y administró el cuestionario de actitudes a los estudiantes, dirigió y gestionó las sesiones de resolución de problemas que componen los ciclos de la experimentación, registró notas de campo de cada sesión, resolvió dudas a los estudiantes, les facilitó los materiales impresos y electrónicos a utilizar en las sesiones, y recopiló los archivos de Camtasia y Maple de los ordenadores de cada estudiante al final de cada sesión.

En las sesiones de resolución de problemas la intervención dela investigadora-docente fue disminuyendo de manera paulatina a medida que se avanzaba en la experiencia de aula. Es decir, la mayor intervención dela investigadora-docente se dio en la primera sesión de resolución de problemas (Sesión 2) y la menor intervención en la sesión 6, donde se intentó que los alumnos resolvieran el problema de optimización como proyecto individual de forma autónoma.

Un profesor de ingeniería, no vinculado a los sujetos del estudio, ayudó en las sesiones de resolución de problemas resolviendo dudas individuales a los alumnos relativas al uso del software, recopilando junto a la investigadora-docente los archivos de Camtasia y Maple, así como ejecutando en Maple y proyectando simultáneamente las acciones que la investigadora-docente iba indicando durante las puestas en común. Esta persona fue la encargada de implementar la sesión 1 de capacitación de los estudiantes en el software Maple y Camtasia dada su alta experiencia en el uso de estos programas.Al inicio de las siguientes sesiones también recordó a los estudiantes los pasos necesarios para asegurar la grabación de la actividad de cada alumno en el ordenador y las directrices para nombrar el archivo. Nos referiremos a este participante como investigador-adjunto. Dadas las tareas que se le asignaron en la recogida de datos se le mantuvo informado de los objetivos de investigación e instruccionales así como del diseño de cada sesión.

El profesor del grupo estuvo presente en todas las sesiones de trabajo en el aula si bien no se implicó como miembro del equipo investigador. Se dedicó a observar el desarrollo del trabajo en el aula, motivar la participación de los alumnos, hacer llamadas de atenciónal grupo para conservar el orden en el aula cuando así se requirió, designar a alumnos para participar en las puestas en común cuando no surgían de manera voluntaria y, esporádicamente, resolver dudas individuales cuando la investigadora-docente y el investigador-adjunto se encontraban ocupados.

Así mismo contamos con la participación de un grabador profesional para las grabaciones de video de las seis sesiones que componen los ciclos de la experimentación en el aula. Las grabaciones de video se realizaron de manera general al grupo, situando el enfoque en la persona que hablaba en voz alta, ya fuera uno de los participantes referidos en el apartado anterior o algún alumno. De forma complementaria al micrófono de la cámara de video, se utilizó un micrófono de solapa para la investigadora-docente. La cámara se situó al final de la clase con el objetivo de minimizar la influencia en los alumnos de su presencia en el aula.

La figura 3.3 esquematiza el papel de los diferentes participantes en la segunda parte de la recogida de datos.

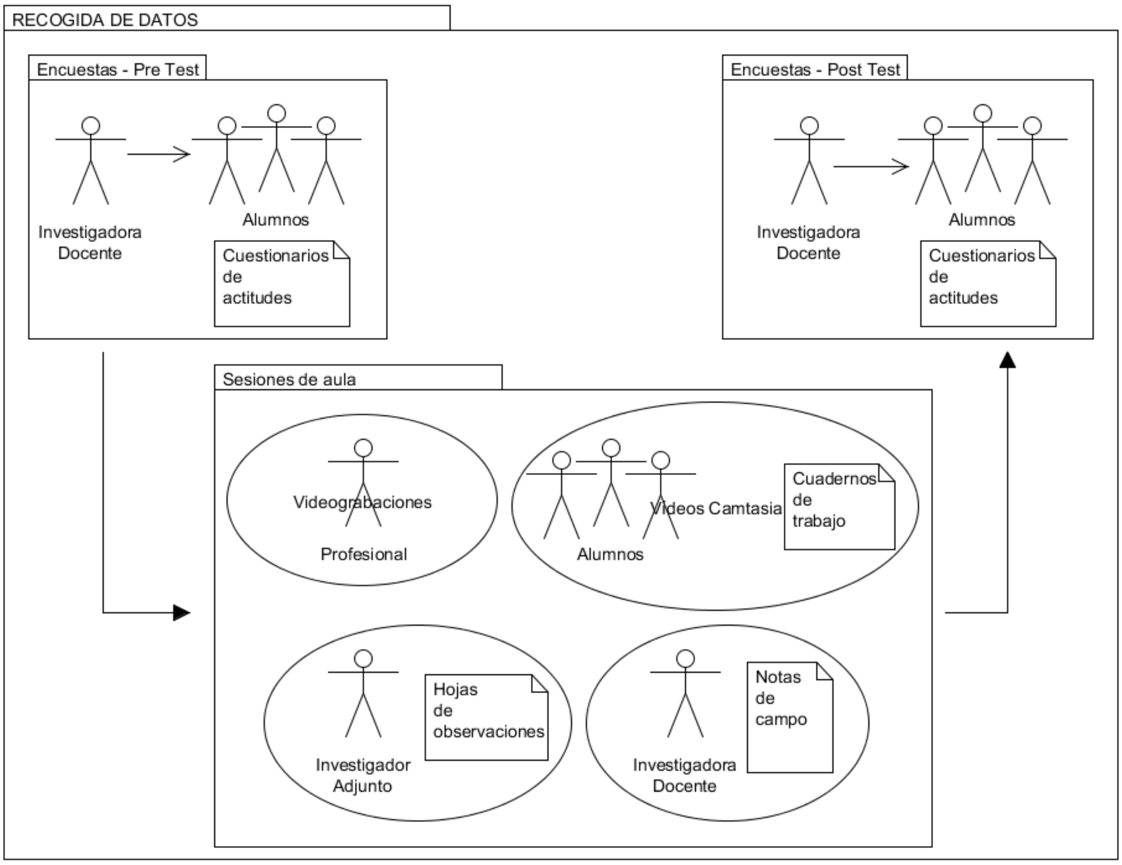


Figura 3. 3. Participantes y herramientas implicadas en la segunda parte de la recogida de datos

3.4. Diseño del cuestionario de actitudes

La primera versión del cuestionario consta de tres partes (Ver Anexo B.3: Primera versión del cuestionario de actitudes). La primera parte es un test de 35 ítems procedentes de escalas previamente validadas en otras investigaciones con escala de respuestas tipo Likert. En la segunda parte se cuestiona al alumno acerca de su conocimiento de CAS y de su uso previo de estos. La tercera parte es una pregunta abierta donde los estudiantes pueden indicar sus opiniones con respecto al uso de la tecnología en matemáticas.

Test de 35 ítems (primer apartado)

El primer apartado del cuestionario es un test que consta de 35 ítems. Para su construcción se analizaron escalas previamente validadas en diferentes investigaciones. Tomamos ítems referentes a actitudes hacia la interacción del pensamiento matemático de los estudiantes con el ordenador, el aprendizaje de las matemáticas con tecnología, el uso de la tecnología para hacer matemáticas, y el gusto y motivación por la integración de la tecnología en matemáticas. Para cada uno de los ítems, los estudiantes debían indicar su grado de acuerdo o desacuerdo por medio de una escala de Likert de 5 valores: TA: totalmente de acuerdo, AA: de acuerdo, NN: opinión neutral, DD: en desacuerdo, TD: totalmente en desacuerdo. Para los cálculos estadísticos a realizar 5 corresponde a totalmente de acuerdo y 1a totalmente en desacuerdo.

Los primeros ocho ítems seleccionados (ver Tabla 3.6) proceden de la sub escala “Interacción entre ordenador y matemáticas” de Galbraith y Haines (1998, 2000).

Tabla 3. 6. Ítems 1-8: Interacción entre ordenador y matemáticas

Ítem	Descripción
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva
2	Me resulta difícil comprender la transferencia de ideas de la pantalla de una computadora a mi mente
3	El no tener que preocuparme por los cálculos aritméticos, hace que me concentre mejor en las ideas esenciales de las Matemáticas
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas
5	Considero que el material impreso en la pantalla de una computadora y la copia impresa en papel es útil para tomar notas
6	Rara vez reviso el material inmediatamente después de que una sesión por computadora ha terminado
7	El seguimiento de las instrucciones tecleadas pone mi atención fuera de las Matemáticas
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones

Tomamos cuatro ítems de Pierce, Stacey y Barkatsas (2007) procedentes de la subescala “Compromiso afectivo”, en términos de los autores,dentro de su escala de ítems sobre “Actitudes hacia la tecnología y las matemáticas”, los cuáles modificamos sustituyendo el término calculadora gráfica por computadora (ver Tabla 3.7).

Tabla 3. 7. Ítems 9-12: Compromiso afectivo hacia las matemáticas y la tecnología

Ítem	Descripción
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas

Consideramos doce ítems de Cretchley y Harman (2001), Cretchley (2007) yFogarty, Cretchley, Harman, Ellerton y Konki (2001) recogidos en la tabla 3.8, relativos al uso de la tecnología en el aprendizaje y práctica de las matemáticas.

Tabla 3. 8. Ítems 13-24: Actitudes hacia el uso de la tecnología en el aprendizaje y práctica de las matemáticas

Ítem	Descripción
13	El poder de la computación hace más fácil explorar ideas matemáticas
14	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas
15	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas
16	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de Matemáticas
17	Pienso que el uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que valga la pena en el aprendizaje de las Matemáticas
18	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas
19	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora
20	El uso de la tecnología para cálculos me facilita hacer las aplicaciones más realísticas
21	Me gusta explorar métodos matemáticos e ideas usando la tecnología
22	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques
23	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas
24	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas son bastante complicados sin la adición de la tecnología

También seleccionamos cinco ítems (ver Tabla 3.9) de Cretchley y Harman (2001) relativos, en términos de estos autores, a la "reacción ante la experiencia personal de los estudiantes en el uso de software para aprender matemáticas".

Tabla 3. 9. Ítems 25-29: Experiencia personal en el uso de tecnología para aprender matemáticas

Ítem	Descripción
25	He encontrado software útil para mi aprendizaje de las Matemáticas
26	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante
27	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante
28	En términos generales, vale la pena aprender a utilizar el software para hacer Matemáticas
29	Por propia elección usaré las veces que sea necesario software para Matemáticas

Seleccionamos seis ítems tomados de Nguyen y Kulm (2005) de un total de 16 ítems de la escala general de estos autores utilizada para evaluar el progreso de los educadores en la integración de la tecnología, considerando solamente aquellos ítems que involucran los términos ordenador y matemáticas (ver Tabla 3.10).

Tabla 3. 10. Ítems 30-35: Integración de la tecnología en matemáticas

Ítem	Descripción
30	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora
31	Las tareas matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer
32	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas
33	La revisión de la lección en la tarea por computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos
34	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento
35	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel

Conocimiento y uso de CAS (segundo apartado)

En el segundo apartado del cuestionario se cuestiona al alumno acerca de su conocimiento de CAS y sobre si ha trabajado con alguno de ellos en clase de matemáticas o de manera particular. El propósito de este apartado es conocer si los alumnos tienen conocimientos o experiencias previas con el manejo de la tecnología CAS. Se les proporciona una relación de software de los más conocidos que utilizan tecnología CAS y se les pide que indiquen si lo conocen, si han trabajado en él en el aula y/o si han trabajado con él de manera particular. Además se les indica que añadan cualquier otro CAS que conozcan y no aparezca especificado en la lista (ver Anexo B.3: Primera versión del cuestionario de actitudes).

Comentarios (tercer apartado)

La última parte del cuestionario es un apartado para comentarios, a modo de pregunta abierta, donde los estudiantes pueden indicar sus opinionessobre el uso de la tecnología en matemáticas o sobre cualquier otro aspecto del cuestionario (ver Anexo B.3: Primera Versión del Cuestionario de Actitudes). En concreto las instrucciones emitidas por la investigadora con respecto al apartado de *Comentarios* fueron las siguientes:

> "En este apartado, pueden describir de manera general sus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y también si así lo desean pueden emitir sus opiniones con respecto a la aplicación de la encuesta".

3.5 Diseño e implementación del experimento de enseñanza

En este apartado describimos en detalle todo el proceso de diseño e implementación del experimento de enseñanza (ver Figura 3.4), incluyendo, además de las sesiones correspondientes a los ciclos de experimentación en el aula (sesiones 2 a 6), la sesión previa (sesión 1) de capacitación en el uso del software a utilizar en las siguientes sesiones.

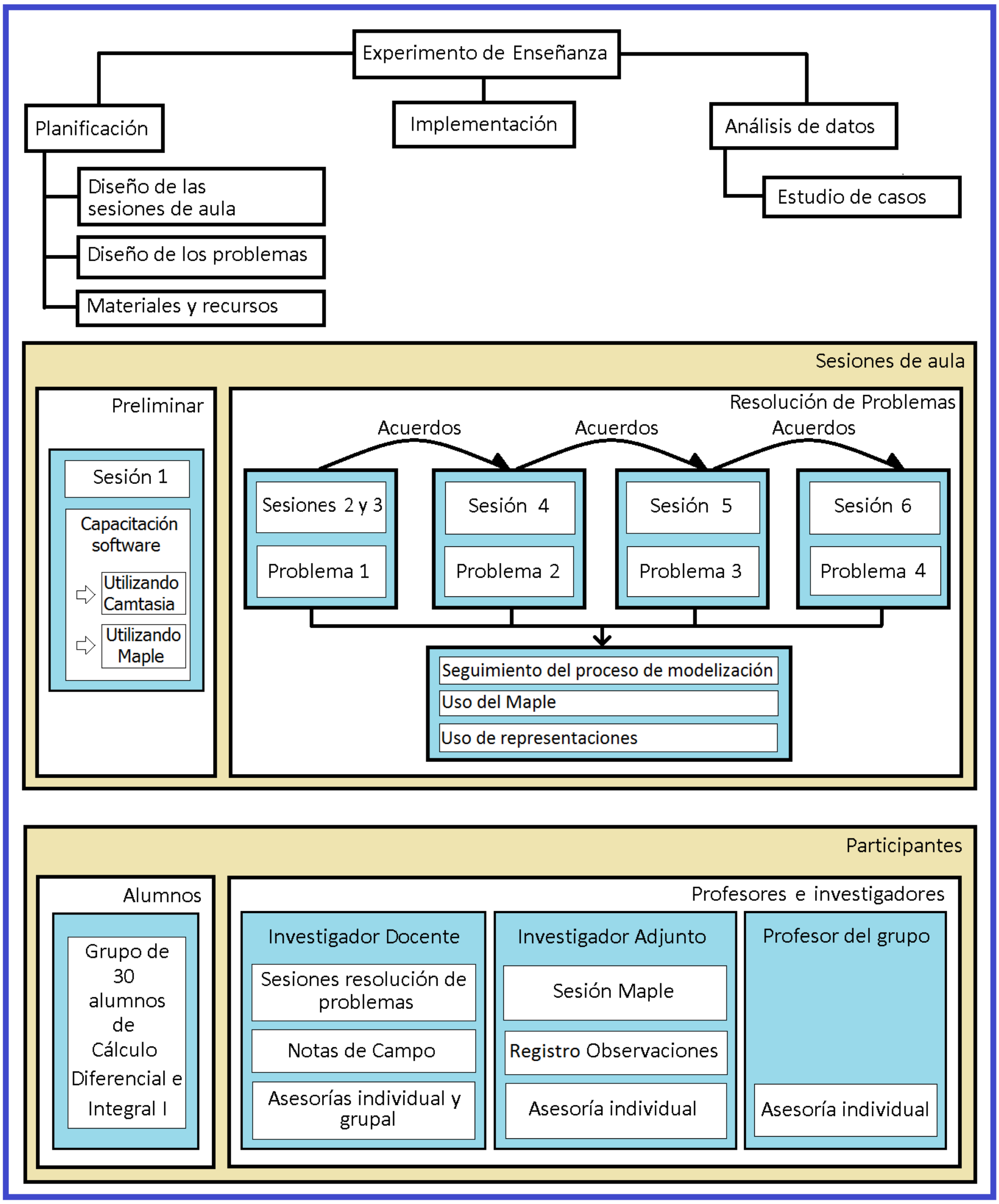


Figura 3. 4. Esquema general del experimento de enseñanza

3.5.1 Diseño instruccional

Para el diseño instruccional a implementaren las sesiones de resolución de problemas nos basamos en una adaptación del proceso de modelización de Galbraith y Clatworthy (1990) que se ilustra de manera esquemática en la figura 3.5. La modificación realizada a la propuesta de dichos autores consiste en definir una fase adicional (Fase 8) que consiste en la redefinición del problema, tras su resolución, modificando las restricciones impuestas en la fase 2 para abordar el problema matemáticamente. Se pretende que en esta última fase los estudiantes inicien un nuevo proceso de modelización modificando las condiciones de partida.

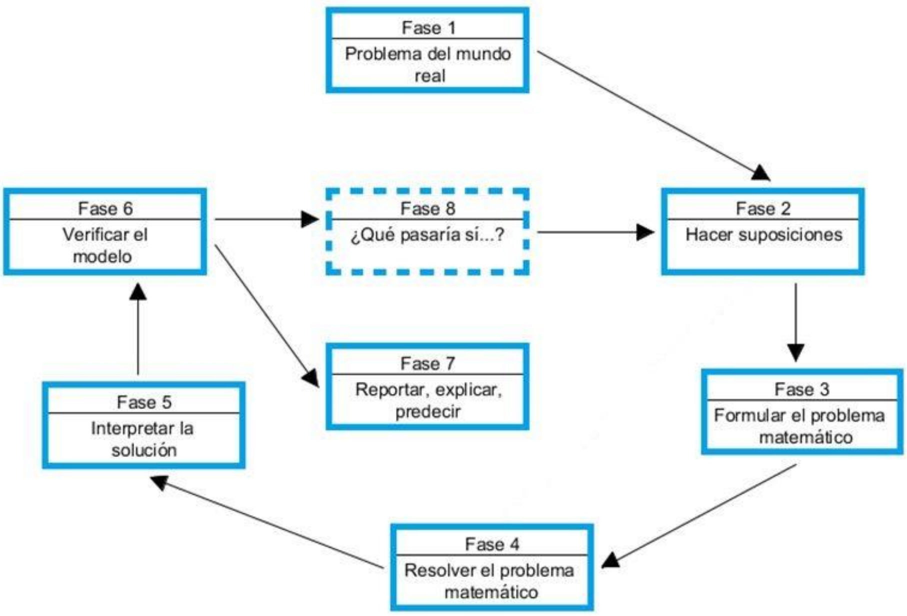


Figura 3. 5. Proceso de modelización de ocho fases

Para la puesta en práctica del proceso de modelización como metodología docente, dividimos cada fase en acciones concretas a realizar, las cuales presentamos en la tabla 3.11. Esta tabla presenta tiempos de duración estimados para el desarrollo por los alumnos de cada fase del proceso utilizando el Maple como herramienta de ayuda, los cuales tenían un fin orientador en la planificación de las sesiones. Estas estimaciones se obtuvieron duplicando el tiempo requerido por la docente-investigadora para resolver el problema de optimización diseñado para la primera sesión de resolución de problemas (Sesión 2) mediante la metodología de modelización con la ayuda del Maple.

Tabla 3. 11. Fases, tiempo estimado y acciones del proceso de modelización

Fase	Descripción de la fase	Tiempo (min)	Descripción de la acción
1	Problema del mundo real	20	1.1 Leer y comprender el problema 1.2 Identificar las palabras clave 1.3 Hacer un dibujo esquemático del problema 1.4 Replantear el problema con palabras propias 1.5 Identificar las unidades en las que debe expresarse la solución
2	Hacer suposiciones	10	2.1 Identificar y definir las variables 2.2 Hacer las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente
3	Formular el problema matemático	10	3.1 Formular el modelo que permite dar respuesta al problema
4	Resolver el problema matemático	30	4.1 Calcular la derivada del modelo 4.2 Determinar los números críticos 4.3 Verificar los extremos 4.4 Identificar los valores que resuelven el problema
5	Interpretar la solución	10	5.1 Representar e interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida 5.2 Relacionar las soluciones gráfica y simbólica del problema
6	Verificar el modelo	10	6.1 Verificar que la solución cumple las condiciones iniciales 6.2 Identificar limitaciones del modelo o de la solución obtenida
7	Reportar, explicar, predecir	10	7.1 Elaborar un informe de la solución encontrada
8	Redefinir el problema: ¿Qué pasaría si?	20	8.1 Redefinir el problema cambiando alguna de las condiciones iniciales o alguna de las suposiciones realizadas en la Fase 2

Partiendo de problemas de optimización extraídos de libros de texto, susceptibles de ser relacionados con situaciones de la vida real próximas a los estudiantes, se diseñaron cuatro problemas de optimización de dos tipos diferentes: un par que involucra el concepto de rutas (implementados en las sesiones 2, 3 y 4) y otro que involucra los conceptos de área y volumen (implementados en las sesiones 5 y 6). En ambos casos, la resolución del primer problema requiere optimizar una variable geométrica y el segundo problema implica el proceso de ponderación de variables. En concreto fueron propuestos los costos como variable de ponderación, por lo que la función que define el modelo a optimizar queda en términos geométricos y de costos. De este modo se incrementó el grado de dificultad respecto del problema trabajado en la sesión previa.

3.5.2 Instrumentos de recogida de información

Como se ha mencionado anteriormente se han utilizado variados instrumentos para la recogida de datos. En la parte relativa al experimento de enseñanza son tres los instrumentos implicados además de las grabaciones en audio de la actividad en el aula y del trabajo individual de cada alumno; estos son los cuadernos de trabajo, las hojas de observaciones y las notas de campo.

Cuadernos de trabajo

Para cada sesión se diseñó un cuaderno de trabajo para el alumno, facilitado tanto en formato impreso como en formato eléctronico (archivos de Maple) instalado en el ordenador a utilizar. Cada cuaderno incluía una portada con el número y fecha de la sesión, el enunciado verbal del problema, información complementaria al enunciado tal como extractos de textos de periodicos o representaciones gráficas sobre el contexto referido en el enunciado, y varios apartados para el trabajo del alumno en los que se aludía, sucesivamente, a las fases del proceso de modelización.

Los apartados incluidos en los cuadernos de trabajo, tras la presentación del problema, pretendían servir de guía al estudiante para el desarrollo del proceso de modelización al referir tanto a las fases como a acciones concretas a realizar dentro de las mismas. Estos apartados fueron modificados al refinar el diseño de los cuadernos tras el análisis de los datos recogidos en sesiones previas como se detalla posteriormente.

Hojas de observaciones

La observación fue realizada por el investigador-adjunto. Para tal efecto se diseñaron hojas de observaciones que fueron rediseñadas conforme se avanzaba en la experimentación atendiendo al análisis de los datos recogidos en sesiones previas.

El diseño original de las hojas de observaciones recogía información por fase del proceso de modelización describiendo observaciones respecto a: preguntas de los alumnos, respuestas del docente, intervenciones del docente para la explicación de conceptos, dificultades y obstáculos, así como también otros sucesos que el observador considerara importante recoger. Se pretendía que el investigador-adjunto realizara sus observaciones anotando el tiempo en que ocurrieron los sucesos observados y describiendo dichos sucesos.

Notas de campo

Durante el desarrollo de cada sesión y al final de la misma, la investigadora-docente registró por escrito aquellos sucesos que consideró relevantes en relación con la participación de los alumnos en el proceso de resolución de problemas, con el uso de la tecnología, así como cualquier dificultad u obstáculo que se presentó durante el proceso. Esta información es de utilidad tanto para dar respuesta a los objetivos de investigación como para informar el rediseño de las siguientes sesiones.

3.5.3 Sesión 1: Capacitación en el uso del Maple y Camtasia

Como ya mencionamos con anterioridad, las sesiones de resolución de problemas estuvieron precedidas de una sesión dedicada a la capacitación de los estudiantes en el uso de la tecnología CAS elegida, Maple, y del software elegido para la grabación de la actividad de los alumnos en el ordenador. En esta sesión los alumnos trabajaron de forma individual en un ordenador, siguiendo las indicaciones recogidas en el material impreso facilitado y las instrucciones verbales del investigador-adjunto. La tabla 3.12 recoge las principales características de esta sesión cuyo diseño e implementación pasamos a describir.

Tabla 3. 12. Principales características de la sesión 1

Sesión Nº 1	
Fecha de la sesión	14 de septiembre de 2011
Nº de alumnos asistentes	27
Duración	120 minutos
Material disponible al estudiante	Material impreso: Utilizando Camtasia (Anexo C.3) Utilizando Maple (Anexo D.3)
Objetivos instruccionales	▪ Capacitar a los alumnos en el uso de comandos de Maple para la definición de variables y funciones, elaboración de gráficas de funciones y resolución de ecuaciones. ▪ Capacitar a los alumnos en el uso de los comandos de Camtasia para la grabación de videos de su actividad en el ordenador.
Actividades desempeñadas por los participantes y alumnos	*Investigadora-docente:* Resolver dudas individuales. Tomar notas de campo. *Investigador-adjunto:* Explicar a los alumnos el uso de ambos software. Resolver dudas generales. *Profesor*: Supervisar el comportamiento del grupo. *Alumnos:* Trabajar individualmente en el ordenador siguiendo la explicación del investigador-adjunto y el material facilitado.

Planificación de la sesión 1

Los objetivos de esta primera sesión eran únicamente de carácter instruccional. Pretendíamos familiarizar a los estudiantes con los dos software (Maple y Camtasia) que debían utilizar en las restantes sesiones y capacitarlos para su uso de acuerdo con las actividades que deberían realizar en las siguientes sesiones.

Para el caso del Maple, se planificó trabajar el uso de los comandos básicos necesarios para que los estudiantes pudieran utilizar este CAS como una herramienta de ayuda en la resolución de problemas. En particular se describiría el uso de los comandos necesarios para el manejo de modo texto y matemático, la elaboración de dibujos esquemáticos, la definición de constantes, variables y funciones, la resolución de ecuaciones, la derivación de funciones, la generación de la gráfica de una función y la definición de secciones y sub-secciones.

Para el caso del software de grabación de la actividad de los alumnos en el ordenador, Camtasia, se indicaría a los estudiantes cómo utilizar los comandos de inicio de sesión y grabación de la interacción del usuario y el ordenador, procurando que cada uno de ellos practicara su uso.

Como ya se ha mencionado, esta sesión sería guiada por el investigador-adjunto estando implicada la investigadora-docente en la resolución de dudas de forma individual y en el registro de notas de campo. Si era necesario el profesor del grupo participaría también resolviendo dudas. Para guiar el trabajo de los estudiantes durante la sesión se elaboraron dos documentos impresos: "Utilizando Camtasia" y "Utilizando Maple".

El material impreso "Utilizando Camtasia" contiene los comandos básicos del software que serviría para grabar la actividad de los alumnos en el ordenador, el Camtasia Studio Versión 7 (ver Anexo C.3: Utilizando Camtasia). Este documento detalla la secuencia de pasos a seguir para crear y guardar un archivo de grabación de video.

El material impreso "Utilizando Maple" describe los comandos básicos del uso del Maple. Este material incluye una introducción a este software de tecnología CAS, así como un tutorial para iniciar el trabajo con él, los tipos de documentos que maneja, los modos (texto y matemática), el comando "plot", la forma de generar un dibujo, la manera de definir variables y ecuaciones en Maple, el modo de resolver ecuaciones y derivar funciones y el uso de funciones compuestas en Maple (ver Anexo D.3: Utilizando Maple).

Desarrollo de la sesión 1

Los alumnos trabajaron individualmente frente al ordenador siguiendo las instrucciones del investigador-adjunto. La sesión 1 se implementó como una clase práctica. Se inició con el entrenamiento en el uso del software Camtasia con el propósito de que los alumnos pudieran generar archivos de video de su actividad en el ordenador. Para esta parte de la sesión el investigador-adjunto se centró en los comandos de inicio de sesión y grabación de la interacción del usuario y el ordenador, siguiendo como guía el documento de apoyo "Utilizando Camtasia". Posteriormente, como se había planificado el investigador-adjunto se centró en las instrucciones necesarias para: iniciar Maple, generar documentos en Maple, los modos de uso del Maple, generar gráficas, elaborar dibujos esquemáticos, definir constantes, variables y ecuaciones, resolver ecuaciones, derivar funciones y utilizar funciones compuestas; todo ello siguiendo como guía el documento "Utilizando Maple".

3.5.4 Ciclo 1: Sesiones 2 y 3

Este primer ciclo estuvo compuesto por dos sesiones cuyo diseño e implementación pasamos a describir. La tabla 3.13 presenta sus características principales, entre ellas los objetivos instruccionales de estas y las funciones desempeñadas por cada uno de los participantes. En ambas sesiones se trabajó el problema Nº1 relativo a la localización de una planta de abastecimiento de agua.

Tabla 3. 13. Principales características del primer ciclo

Ciclo 1	
Fecha de las sesiones	19 y 22 de septiembre de 2011
Nº de alumnos asistentes	27 y 26 respectivamente
Duración	120 minutos
Problema	Problema Nº 1. Situación planta de abastecimiento de agua con cantidad mínima de tubería.
Objetivos instruccionales	▪ Hacer que los alumnos experimenten un proceso completo de modelización en la resolución de un problema de optimización en Cálculo. ▪ Propiciar que los alumnos utilicen el Maple para abordar las diferentes fases y relacionen las representaciones utilizadas.

Ciclo 1	
Actividades desempeñadas por los participantes y alumnos	*Investigadora-docente:* Guiar a los alumnos en la resolución del Problema Nº 1. Resolver dudas generales e individuales. Tomar notas de campo. *Investigador-adjunto:* Resolver dudas individuales sobre el uso del Maple. Registrar observaciones en las hojas de observaciones. *Profesor*: Resolver dudas individuales. Supervisar el comportamiento del grupo. *Alumnos:* Trabajar individualmente en el ordenador resolviendo el problema 1 en su cuaderno de trabajo. Grabar su actividad en el ordenador mediante Camtasia.

Inicialmente la duración prevista para este ciclo era una única sesión, pero dado que no fue posible concluir un ciclo del proceso de modelización durante la sesión 2 y considerando que este era uno de los principales objetivos de este primer ciclo, se continuó en una segunda sesión de 2 horas.

Problema diseñadopara la sesión 2

El primer problema se diseñó con el propósito de plantearles a los alumnos un problema local relacionado con el desarrollo sostenible que se está promoviendo a nivel mundial basado en el problema típico de abastecimiento de un recurso minimizando la cantidad de tubería para su transportación. El problema plantea la determinación de un punto entre dos poblaciones dónde debe situarse una planta de agua potable para abastecer otras dos poblaciones, de tal manera que se emplee la menor cantidad de tubería para tal efecto. En la figura 3.6 podemos ver el enunciado del problema 1 tal como fue presentado a los estudiantes.El enunciado hace referencia a un recurso natural con el que cuenta el estado de Yucatán en México: los cenotes[4].

[4] Cenote es un término que solo se utiliza en México y que proviene de la palabra maya "dzonot", que significa "abismo"; son pozos de agua dulce creados por la erosión de la piedra caliza, suave y porosa, pero para el mundo maya eran fuentes de vida que proporcionaban el líquido vital, además de ser una entrada a las maravillas del otro mundo y el centro de comunión con los dioses.

Problema 1. La distancia promedio que recorren millones de personas en el mundo para obtener agua potable es de seis kilómetros. En México nueve millones de personas se encuentran sin acceso a este vital líquido en condiciones para ser ingerido y entre los proyectos para hacerlo llegar a comunidades lejanas se encuentra la purificación del agua extraída directamente en las zonas rurales. El estado de Yucatán cuenta con recursos naturales como los cenotes (pozos de agua dulce creados por la erosión de la piedra caliza) de donde puede extraerse agua para su purificación. Por ejemplo, en las poblaciones de Cuzamá y Homún existen cenotes y se está considerando la construcción de una planta purificadora entre esas poblaciones para abastecer las comunidades rurales de Xucú y Hocabá. ¿Dónde debería ubicarse la planta purificadora entre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería?

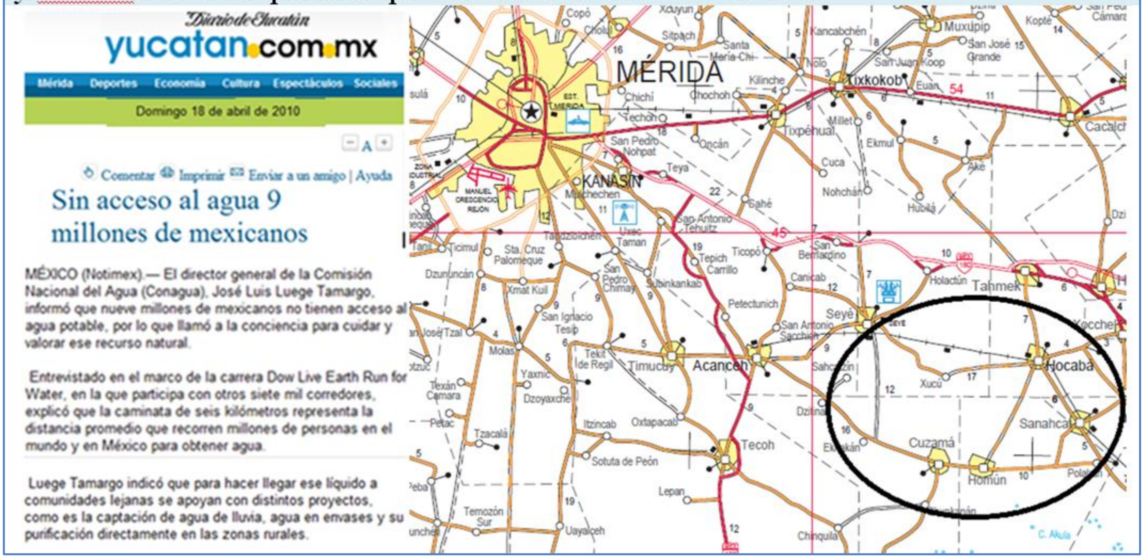


Figura 3. 6. Enunciado del Problema Nº 1

Planificación de la sesión 2

Esta primera sesión de resolución de problemas se iniciaría explicando a los estudiantes que la experiencia en la que estaban participando formaba parte del trabajo de investigación de una tesis doctoral relativa a la enseñanza del Cálculo con el uso de tecnología. Se motivaría el interés de los problemas de optimización enumerando cuestiones de la vida profesional de un ingeniero o incluso de la vida cotidiana a las que permiten dar respuesta. También se introduciría a los estudiantes el proceso de modelización como metodología de trabajo a seguir para resolver con la ayuda de Maple problemas relacionados con la vida real y su futura actividad profesional.

El objetivo principal de esta sesión era que los alumnos experimentaran un proceso completo de modelización con todas y cada una de sus fases, como una metodología de resolución de problemas. Se pretendía que utilizarán el Maple en cada fase, sobre todo en las fases de formulación y resolución del problema, y como herramienta para la elaboración de la gráfica del modelo matemático, encontrar la solución al problema y verificar dicho resultado.

La investigadora-docente sería la responsable de guiar la actividad en el aula, contando con la colaboración del investigador-adjunto y del profesor del grupo para la resolución individual de dudas a los estudiantes. Para la implementación del proceso de modelización se planificó utilizar el "enfoque de modelización estructurada" (Galbraith, 1989). Por tanto lainvestigadora-docente guiaría el proceso ejerciendo un alto control sobre el modelo matemático definido.En cada fase iría indicando las acciones a realizar y, al final de la misma, orquestaría puestas en común con el propósito de que todos los estudiantes fueran avanzando conjuntamente en la resolución del problema y verbalmente se acordaran los elementos clave de cada fase que posteriormente permitirían obtener un modelo y solución común. Así mismo, la investigadora-docente realizaría puestas en común después de aquellas acciones en las que lo considerara necesario de acuerdo al desarrollo de la sesión. Estas puestas en común se iniciarían a partir de una lluvia de ideas que permitiera contrastar las diferentes propuestas de los estudiantes y acordar la elección de una propuesta común.

Para guiar a los estudiantes en el proceso de resolución del problema planteado se diseñó un cuaderno de trabajo, en formato impreso (ver Anexo E.3: Cuadernos de trabajo en formato impreso) y en formato electrónico insertado en el software Maple. El cuaderno de trabajo incluye una breve motivación del interés de los problemas de optimización en Cálculo (ver Figura 3.7), el objetivo de la práctica, el enunciado del problema correspondiente a la sesión 2 (Problema Nº1) y un desglose de acciones a realizar agrupadas por fase.

Cuaderno de Trabajo

Sesión 2

INTRODUCCIÓN

En la vida real se nos presentan interrogativas tales como: ¿cuál es la ruta para emplear el menor tiempo posible en un viaje?, ¿cómo debe instalarse una tubería para que el costo sea mínimo?, ¿cuáles son las dimensiones de una ventana que permita entrar la máxima cantidad de luz?, ¿la carga máxima para una deflexión mínima en una viga?, etc. Este tipo de problemas son los que normalmente en Cálculo Diferencial se conocen como problemas de optimización o problemas de máximos y mínimos.

OBJETIVO

La finalidad de esta práctica es resolver un problema de optimización teniendo como herramienta de apoyo el Sistema Algebraico Computacional llamado Maple.

Figura 3. 7. Parte introductoria del cuaderno de trabajo de la sesión 2

La tabla 3.14 indica las acciones explicitadas en el cuaderno en relación con cada fase.

Tabla 3. 14. Secciones y subsecciones del cuaderno de trabajo de la sesión 2

Fase	Sección	Subsección
1	Leer y comprender el problema	Hacer una lista de palabras clave Hacer un dibujo esquemático del problema Replantear con tus propias palabras el problema Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema
2	Hacer suposiciones y definir variables	Identificar y definir las variables Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente
3	Formular el problema	Obtener la fórmula matemática para resolver el problema
4	Resolver el problema	Resolver el problema
5	Interpretar la solución	Interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema
6	Verificar la solución	Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales Identificar limitaciones de la solución obtenida
7	Reportar y explicar la solución	Hacer un informe o reporte de la solución encontrada

Este cuaderno de trabajo incluye además la Fase 8 (Redefinir el problema: ¿qué pasaría sí) con tres sub secciones correspondientes a los casos particulares de resolución del problema: ¿Qué pasaría si se consideran los ángulos relaes entre las poblaciones?, ¿Qué pasaría si la planta potabilizadora tiene que abastecer a una población más, es decir, a tres poblaciones?, ¿Qué pasaría si el abastecimiento de agua de la planta debe llegar a cuatro poblaciones rurales?

La hoja de observaciones diseñada para ser utilizada por el investigador-adjunto, de la cuál se muestra un extracto en la figura 3.8, requería recoger información de las preguntas de los alumnos a la investigadora-docente y las respuestas dadas; así como sus interveniones, las dificultades surgidas y cualquier otro suceso que considerara interesante e importante recabar. Todo ello distinguiendo la fase y tiempo en la que tenía lugar.

Hoja de observaciones

Sesión N° 2 **Fecha: *19 de Sep. de 2011***

Pág. 2	**Describir observaciones referentes a:** • Preguntas de los alumnos • Respuestas del docente • Intervenciones del docente (explicación de conceptos) • Dificultades y obstáculos • Otros sucesos
Periodo de tiempo (min) **Actividades**	**Observaciones**
20 a 30 **2. Hacer suposiciones y definir variables** • *Identificación y definición de variables* • *Suposiciones*	

Figura 3. 8. Muestra de una página de hojas de observaciones para la sesión 2

Desarrollo de la sesión 2

Se inició el primer ciclo del proceso de experimentación explicando a los alumnos la metodología de trabajo que se iba a seguir para abordar, durante varias sesiones, la resolución de problemas de optimización relacionados con su futura actividad profesional y con la vida cotidiana. La investigadora-docente comentó también al grupo que como ayuda en el proceso contaban con el software Maple que les sería de utilidad para realizar cálculos simbólicos y representaciones tanto gráficas como diagramáticas.

En esta sesión la investigadora-docente observó que los estudiantes mostraban resistencia a seguir el diseño instruccional implementado y se hacía necesario realizar puestas en común casi antes y después de cada acción, en vez de después de cada fase como en principio se había previsto. La investigadora-docente intervino al inicio de la mayoría de las acciones para uniformizar criterios del grupo y también al final de las mismas para recapitular el resultado obtenido. La figura 3.9 detalla cómo y cuándo se realizaron las puestas en común de la segunda sesión.

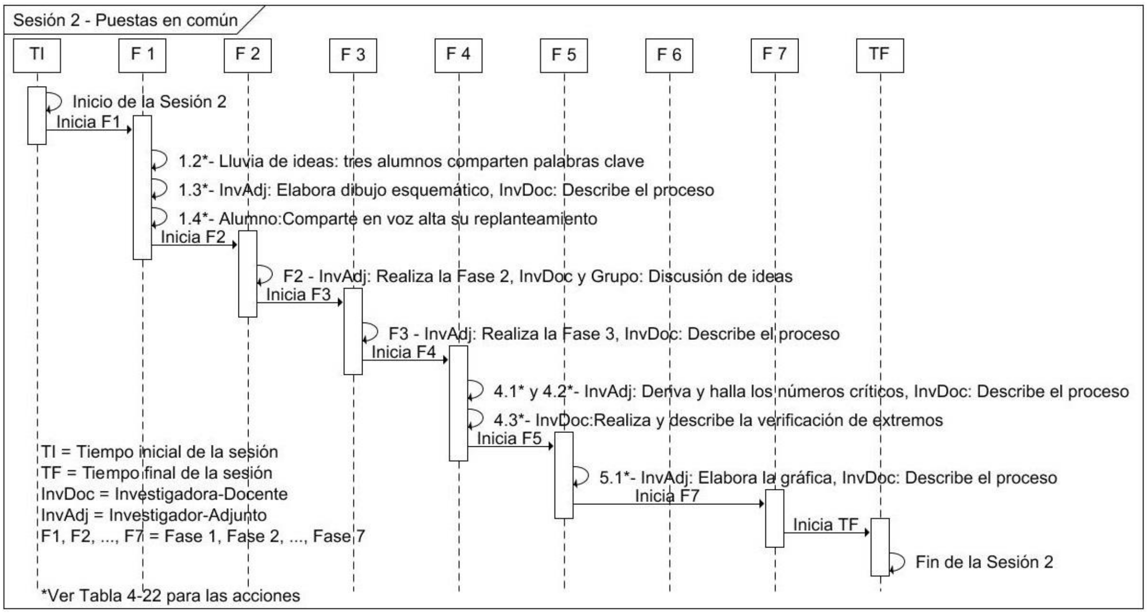


Figura 3. 9. Diagrama de secuencia de las puestas en común de la sesión 2

Con motivo de que se esperó a que la mayoría del grupo hubiera concluido una fase para iniciar la siguiente, el tiempo invertido en cada una de las fases del proceso resultó mayor del estimado inicialmente y no fue posible concluir todas las fases durante la sesión.

A continuación se describe en detalle el transcurso de la sesión.

Después de proporcionar aproximadamente algo más de 5 minutos para la primera acción de la Fase 1 (lectura y comprensión del problema) y observando que la mayoría del grupo no iniciaba la siguiente acción, la investigadora-docente intervino con el propósito de procurar que el grupo iniciara la identificación de las palabras clave. Para esta acción, la investigadora-docente comentó al grupo que podrían auxiliarse de las palabras que contiene el enunciado del problema para generar su lista individual de palabras clave que de alguna forma les proporcionara ideas o ayuda para encontrar la solución al problema.

Los estudiantes tendían a interaccionar entre ellos a pesar de que lainvestigadora-docente les solicitó expresamente que trabajaran de forma individual y que plantearan sus dudas en voz alta con el propósito de que su resolución pudiera servir de ayuda a todos los alumnos. Ante esta solicitud un alumno preguntó en voz alta sobre la posibilidad de obtener la relación de las palabras clave considerando también la introducción al tema de problemas de optimización descrita en el cuaderno de trabajo de esta sesión. La investigadora-docente respondió afirmativamente y los alumnos continuaron con esta acción de manera individual. La investigadora-docente pidió al grupo que plasmaran todas sus ideas en papel, o en el ordenador, con el propósito de que quedara constancia de las palabras clave definidas por cada uno de ellos.

Al observar que gran parte del grupo no realizaba actividad alguna, la investigadora-docente decidió provocar una lluvia de ideas para obtener las palabras clave. Tres alumnos participaron en voz alta emitiendo las palabras: “mínimo”, “punto medio” y “distancia”.

La investigadora-docente dio inicio a la siguiente acción de la fase 1 (dibujo esquemático del problema) solicitando al grupo que elaborasen un esquema que les permitiera establecer el modelo matemático y recordando la posibilidad de realizarlo con la ayuda del Maple mediante la opción de “cuadrícula”, o bien, dibujarlo de manera escrita en el cuaderno de trabajo impreso. Los alumnos procedieron de manera individual a elaborar su dibujo esquemático.

Observando que el grupo en general tenía dudas para la elaboración de la representación esquemática, la investigadora-docente procedió a guiarlos planteando las siguientes cuestiones: “¿qué tendría que reflejar el dibujo esquemático?”, “recuerden que desean situar una planta entre dos poblaciones que abastezca otra dos poblaciones”. Los alumnos siguieron trabajando de manera individual. Al observar que ningún estudiante concluía su dibujo la investigadora-docente decidió intervenir nuevamente proporcionando otras cuestiones para guiar la elaboración del dibujo esquemático: “¿dónde debe estar situada la planta potabilizadora?”, “¿qué les están pidiendo?” Algunos estudiantes respondieron aportando el nombre de las dos poblaciones donde debería estar situada la planta a la primera pregunta y “la distancia mínima posible” al segundo cuestionamiento. La investigadora-docente aclaró entonces que lo que les están pidiendo es minimizar la cantidad de tubería.

Observando que los alumnos seguían teniendo problemas para la elaboración de su dibujo esquemático y considerando el tiempo invertido en esta acción, a solicitud de la investigadora-docente, el investigador-adjunto participó elaborando y proyectando al grupo un dibujo esquemático. La investigadora-docente auxiliándose del esquema proyectado y propiciando una lluvia de ideas, cuestionó al grupo sobre el lugar donde debería estar situada la planta potabilizadora y sobre si habían identificado lo que les estaban pidiendo. El grupo respondió correctamente el nombre de las dos poblaciones donde debería estar situada la planta ante el primer cuestionamiento y “la distancia mínima" ante el segundo cuestionamiento. Posteriormente, en función de la lluvia de ideas, la investigadora-docente recapituló que se necesitaba situar un punto entre las poblaciones de Cuzamá y de Homún que hiciera mínima la cantidad de tubería, señalando las poblaciones y dicha cantidad en el esquema. Los alumnos continuaron trabajando en su dibujo esquemático de manera individual con la ayuda del esquema proyectado.

A los 24 minutos aproximadamente de iniciar la sesión, la investigadora-docente provocó el inicio de la cuarta acción de la primera fase (replanteamiento del problema) cuestionando al grupo sobre lo que se deseaba obtener e induciendo a los alumnos al replanteamiento del problema con sus propias palabras. Algunos alumnos continuaron elaborando su dibujo esquemático y otros pasaron al replanteamiento del problema. La investigadora-docente les preguntó si han identificado claramente la distancia a minimizar y un alumno respondió correctamente en voz alta. A continuación la investigadora-docente recapituló especificando la distancia que representa la tubería y el nombre de las poblaciones involucradas.

Ocho minutos después, la investigadora-docente solicitó que iniciaran la identificación de las unidades para la solución. El grupo continuó de manera individual con las últimas tres acciones de la primera fase.

Aproximadamente a los 30 minutos de iniciar la sesión, algunos alumnos iniciaron la segunda fase sin que la investigadora-docente diera indicaciones al respecto. Sin embargo, la mayoría del grupo siguió realizando actividades de la primera fase.

Para promover que todo el grupo iniciara la acción de identificación de variables y al haber detectado que algunos alumnos habían identificado solamente la variable "distancia", la investigadora-docente cuestionó en voz alta a los alumnos al respecto y entonces recalcó que la variable "distancia" era muy general y que trataran de detallar a qué distancia específica se estaban refiriendo. Asimismo, la investigadora-docente comentó al grupo que intentaran definir sus variables como usualmente lo hacían para resolver los problemas verbales en Álgebra, por ejemplo, "sea x tal variable", "sea y otra variable". La investigadora-docente continúo cuestionando y comentando al grupo, "¿la variable d, qué distancia define?, "escriban, sea $d =$ distancia de tal población a tal lugar", "traten de definir sus variables de forma específica". Los alumnos continuaron trabajando de manera individual en la definición de sus variables.

El grupo inició la acción de hacer las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente correspondiente a la primera acción de la Fase 2 y la investigadora-docente procedió a cuestionar a los alumnos con respecto a dichas suposiciones. Al no recibir respuesta, intervino comentando que para simplificar el problema se considerarían ángulos rectos entre las poblaciones, es decir, distancias mínimas.

El investigador-adjunto, a sugerencia de la investigadora-docente y guiado por la discusión de ideas entre la investigadora-docente y el grupo, procedió a ir completando las actividades de la Fase 2 efectuando la proyección del proceso ante todo el grupo.

La investigadora-docente propició el inicio de la tercera fase aproximadamente a los 38 minutos de iniciar la sesión exhortando al grupo a que, de manera individual, intentaran obtener la fórmula matemática para resolver el problema y recordando que deberían auxiliarse de ecuaciones secundarias para posteriormente definir su ecuación primaria (magnitud que se desea optimizar) que representaría analíticamente su modelo matemático en función de una sola variable independiente. Los alumnos procedieron a trabajar de manera individual intentando definir el modelo matemático (Fase 3).

Se observó de nuevo que la mayoría del grupo requería de guía más detallada en esta parte del proceso y por este motivo la investigadora-docente procedió a señalar las distancias y las variables que representaban las cantidades parciales de tubería en el dibujo esquemático proyectado, indicándoles al mismo tiempo que asignaran la suma de estas variables a la variable que representaba la cantidad total de tubería.

Los alumnos continuaron trabajando de manera individual en la definición del modelo al mismo tiempo que la investigadora-docente fue proporcionando en voz alta recomendaciones que pudieran servir de ayuda, como por ejemplo: “traten de plantear la cantidad de tubería en función de una sola variable independiente”. Aproximadamente a los 45 minutos de iniciar la sesión, la investigadora-docente decidió describir el proceso de definición del modelo conforme lo iba realizando y proyectando el investigador-adjunto.

Durante la fase 3 ambos investigadores resolvieron dudas de los alumnos sobre todo con respecto a la forma de definir funciones en Maple, siendo errores comunes los espacios en blanco y la falta de operadores.

A los 52 minutos de iniciar la sesión, la investigadora-docente dio comienzo a la fase de resolución del problema. Ante dudas en voz alta de un alumno sobre la forma de derivar en Maple, la investigadora-docente aclaró las dos formas para realizar esta operación. Los alumnos continuaron trabajando de manera individual derivando el modelo matemático, siendo asistidos por la investigadora-docente, el investigador adjunto o el profesor del aula cuando lo requerían. Posteriormente, la investigadora-docente propició la determinación de los números críticos cuestionando al grupo sobre la forma de hallar los extremos. Los alumnos respondieron correctamente y la investigadora-docente cuestionó con respecto al nombre que reciben estos valores extremos. Un alumno respondió "máximo y mínimo" y la investigadora-docente les indicó que de forma general se denomina a ambos "números críticos". Los alumnos continuaron trabajando de forma individual tanto en el cálculo de la derivada como en la determinación de los números críticos.

Posteriormente el investigador-adjunto realizó parte de la Fase 4 (Resolver el problema matemático) al mismo tiempo que fue proyectando el proceso al grupo, para que la investigadora-docente guiara la puesta en común de las dos primeras actividades de esta fase. Tras concluir la puesta en común, la investigadora-docente propició el inicio la siguiente acción de la fase 4 recordando los criterios para la verificación de extremos. Aproximadamente a los diez minutos de haberse iniciado la acción se realiza la puesta en común del proceso seguido para verificar los extremos, dando paso así a la última acción de la fase 4: identificar los valores que resuelven el problema.

La fase correspondiente a la interpretación de la solución (Fase 5) se centró en la elaboración de la gráfica del modelo matemático a pesar de que al inicio de la fase la investigadora-docente hizo hincapié y exhortó a los alumnos a realizar la interpretación de la solución encontrada con sus propias palabras, tanto de la analítica como de la gráfica. Los alumnos continuaron trabajando de forma individual. Cuando lo consideró conveniente la investigadora-docente inició la puesta en común correspondiente a la acción de la elaboración de la gráfica. A continuación propició que los alumnos establecieran relaciones entre las soluciones encontradas.

Por falta de tiempo, no se realizaron las actividades de la fase correspondiente a la verificación del modelo (Fase 6), pasando directamente a la elaboración del informe (Fase 7) por instrucciones de la investigadora-docente. Los alumnos procedieron de manera individual a redactar su informe y posteriormente se dio por concluida la sesión.

Planificación de la sesión 3

En esta sesión se continuaría la resolución del problema de la sesión anterior a partir de la fase de verificación del modelo (Fase 6).Con el propósito de partir de un punto en común por parte de todo el grupo se les proporcionaría a los alumnos el cuaderno de trabajo en formato electrónico resuelto hasta la fase correspondiente a la interpretación de la solución(ver Anexo H.3: Cuaderno de Trabajo de la sesión 2 resuelto hasta la fase 5). La investigadora-docente haría la retroalimentación correspondiente al recordatorio de las fases del proceso de modelización de la 1 a la 5. Los alumnos podrían seguir de manera individual el recordatorio del docente a través del archivo ya instalado en su ordenador. En formato impreso se utilizó el mismo cuaderno de trabajo de la sesión 2.

Una vez concluida la retroalimentación de la sesión anterior, la actividad de los alumnos continuaría de manera individual bajo la guía de la investigadora-docente como en la sesión previa. Se intentaría que los alumnos continuaran resolviendo individualmente el Problema Nº 1. Una vez concluido el reporte de la resolución del problema (Fase 7), la investigadora-docente plantearía al grupo la resolución, de manera individual, de alguno de los tres casos particulares propuestos en la fase de redefinición del problema (Fase 8).

Desarrollo de la sesión 3

La sesión 3 como se planeó fue continuación de la segunda sesión. Se dividió en dos grandes períodos de tiempo, el primero consistió en la retroalimentación de la Sesión 2 por parte dela investigadora-docente, recordando de manera general el procedimiento seguido hasta la fase 5, y la continuación del proceso de modelización completando las dos fases faltantes. El segundo período de tiempo se empleó para la reformulación del problema (Fase 8).

La figura 3.10 ilustra el momento en que se realizaron las puestas en común, pasándose a detallar el modo en que trascurrió la sesión.

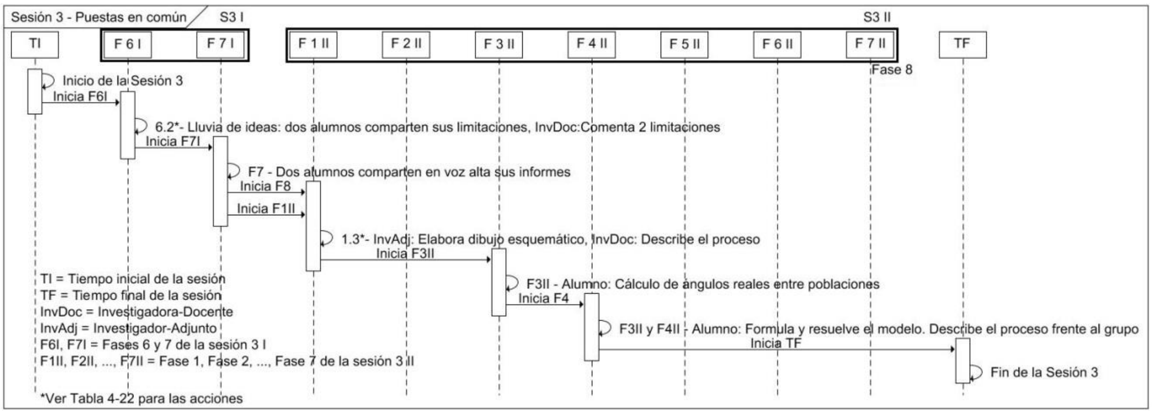


Figura 3. 10. Diagrama de secuencia de las puestas en común de la sesión 3

La investigadora-docente inició la sesión emitiendo las instrucciones para abrir el cuaderno de trabajo electrónico resuelto hasta la Fase 5. Todos los alumnos tuvieron acceso a dicho archivo desde su ordenador, con el propósito de que siguieran la retroalimentación y continuaran trabajando en el cuaderno de trabajo electrónico hasta completarlo de forma personal.La investigadora-docente inició la retroalimentación de la sesión anterior proyectando el desarrollo de las fases resueltas y describiendo de manera general el proceso.

Al concluir la retroalimentación, la investigadora-docentepropició el inicio de las fases restantes de la sesión anterior (fases 6 y 7). Los alumnos trabajaron de forma individual en las actividades correspondientes y la investigadora-docente recordó en voz alta la forma de desarrollar la acción de verificación de las condiciones iniciales respondiendo a la duda de un alumno. En la puesta en común de las limitaciones del modelo matemático, un alumno mencionó considerar ángulos rectos entre poblaciones como una simplificación que limita puesto que en la realidad rara vez se da esta situación. La investigadora-docente comentó que otra podría ser el relieve del terreno. Otro alumno expuso como limitación la pendiente del terreno.

La investigadora-docente dio inició a la fase 7 haciendo hincapié en que elaboraran su informe como si se tratara de un reporte profesional. Los alumnos procedieron a realizar su reporte de manera individual. Después de darles un tiempo conveniente para el desarrollo del mismo, lainvestigadora-docente solicitóal grupo compartir de manera voluntarialo realizado durante esta fase. Dos alumnos compartieron los siguientes informes en voz alta.

> Alumno 1: *"Considerando las condiciones dadas se ha encontrado que la ubicación ideal de la planta deberá estar a 1.485 kilómetros de distancia de la población de Cuzamá y siendo esta posición la que menor cantidad de tubería utilizará"*.
>
> Alumno 2: *"Haciendo los debidos cálculos para la solución del problema se llegó a la conclusión de que la distancia mínima para colocar la planta y por consiguiente se usara la menor cantidad posible de tubería es de 1.48 kilómetros de Cuzamá a Homún haciendo que la planta sea redituable y esté colocada en el mejor lugar"*.

La investigadora-docente agradeció la participación de los alumnos que compartieron su informe y procedió a proporcionar las instrucciones para el inicio de la Fase 8, es decir, para el proceso de resolución del primer caso de la reformulación del problema. Recomendó al grupo elaborar su dibujo esquemático para el caso de ángulos reales entre las poblaciones y para simplificar el proceso decidió proporcionar como dato las distancias reales entre las poblaciones. Los alumnos trabajaron de forma individual intentando elaborar su dibujo esquemático. La investigadora-docente después de proporcionar un tiempo conveniente para dicha acción, decidió hacer la puesta en común solicitando al investigador-adjuntoelaborar el esquema del nuevo modelo. El dibujo esquemático se proyectó y fue descrito ante todo el grupo.

La fase 2 no se llevó a cabo al no ser necesario definir nuevas variables para la reformulación y tampoco realizar el resto de las actividades de esta fase. La investigadora-docente propició el inicio de la tercera fase cuestionando al grupo sobre la forma de calcular los ángulos reales. Un alumno indicó usar la ley de senos o la ley de cosenos. La investigadora-docente comentó que aprovecharan las bondades que ofrece el Maple para el cálculo de dichos ángulos y los alumnos trabajaron individualmente en el desarrollo de esta acción. Se observó que no todos los alumnos recordaban la ley de cosenos por lo que se proyectó dicha fórmula matemática a todo el grupo. Los alumnos continuaron trabajando individualmente calculando los ángulos reales, aunque algunos de ellos todavía continuaban con la elaboración de su dibujo esquemático. La investigadora-docente recomendó realizar el cálculo de los ángulos reales, no sin antes aclarar que en un software, por omisión,las unidadespara los ángulos son los radianes. También recordó la conversión de radianes a grados con el propósito de darle sentido real a los ángulos obtenidos. Los alumnos continuaron trabajando de forma individual y la investigadora-docente fue aclarando en voz alta o individualmente las dudas surgidas.

Se detectó que un alumno había concluido con el proceso de cálculo de los ángulos reales y se le invitó a pasar al frente a compartirlo. El alumno pasó al frente del grupo realizando de nuevo el cálculo en el ordenador del docente proyectando el procedimiento que iba realizando. Posteriormente describió en voz alta la forma de obtener el valor del ángulo cuyo vértice es Cuzamá. La investigadora-docente comentó que el valor del ángulo calculado estaba en radianes y procedió a efectuar la conversión a grados al mismo tiempo que proyectaba el procedimiento, recalcando que el valor real del ángulo obtenido era un poco mayor a los noventa grados (90.579º). Posteriormente, la investigadora-docente cuestionó al grupo con respecto al valor del ángulo cuyo vértice es Homún y el mismo alumno que había calculado el ángulo anterior aportó la respuesta (“110.3º”).

A continuación, la investigadora-docente dio inicio a la fase 4solicitando al grupo que realizaran la formulación del problema con los ángulos reales obtenidos y que procedieran a resolver el modelo matemático definido. El grupo trabajó individualmente intentando hallar el ángulo real de vértice en Homún, y formulando y resolviendo el problema para ángulos reales entre poblaciones.

Después de proporcionar un tiempo conveniente, la investigadora-docente cuestionó al grupo con respecto a si alguien había concluido con el proceso, sin obtener respuesta. Trascurrido un tiempo se invitó a un estudiante a presentar la resolución del modelo matemático, utilizándose su intervención para guiar la puesta en común de las fases 3 y 4.

Posteriormente, lainvestigadora-docente recordó loscriterios para la verificación de extremos en intervalos abiertos haciendo hincapié en la utilidad del Maple para este tipo de cálculos, tanto para evaluar una función como para calcular la segunda derivada de funciones complejas.Reiteró también que realizar dichos procesos de modo manual, aunque es posible, sería bastante complicado.

Posteriormente, la investigadora-docente pidió que elaboraran la gráfica de la función que representa el modelo matemático y que relacionaran las soluciones analítica y gráfica del problema.

Considerando que posiblemente algunos alumnos hubieran concluido con el primer caso de redefinición del problema, la investigadora-docente exhortó al grupo a iniciar con el segundo caso del ¿qué pasaría sí? (abastecimiento de tres poblaciones). Sin embargo, todo parece indicar que esta situación no se presentó debido a que los alumnos continuaron trabajando en el desarrollo de las tres fases restantes del caso de ángulos reales entre poblaciones.

Se observó que los alumnos estaban más preocupados por encontrar el número que representaba la solución que por el proceso en sí, puesto que cuando encontraban un valor numérico consultaban si era la respuesta correcta. A raíz de estas consultas se detectaron casos en que el modelo había sido resuelto con el valor de los ángulos reales expresados en grados en vez de en radianes.

En función de las consultas individuales, la investigadora-docente recomendó en voz alta utilizar la función coseno desde la opción de la barra de comandos que ofrece Maple con el propósito de que el software lo tomara realmente como una función y no como una variable.

Por último la investigadora-docente pidió al grupo que elaborara su informe si ya habían encontrado la solución para el caso de ángulos reales.

Decisiones relativas a la planificación de la sesión 4

En función de lo sucedido en las sesiones 2 y 3, el grupo de investigación decidió que era importante sensibilizar al grupo con respecto al tipo de proceso seguido para la resolución del problema en las sesiones de aula, es decir, hacerles sentir que se estaba resolviendo un problema de la vida real con el uso de las matemáticas, pero que debían realizar un análisis previo antes de abordarlo matemáticamente ya que de cierta manera era semejante al tipo de trabajo que en algún momento tendrían que hacer en su labor profesional como ingenieros.Decidimos que resultaba conveniente crear consciencia en el grupo de que para resolver un problema real no solamente era importante la solución numérica, sino también el proceso realizado. En otras palabras, hacer partícipe a los alumnos de la importancia de las suposiciones hechas durante el proceso de resolución, las reflexiones para saber si la respuesta al problema es la adecuada, el análisis implicado durante el proceso; todo ello con el propósito de que comprendieran mejor la metodología de resolución del problema y los motivara a no abandonar el proceso de resolución.

También se decidió sensibilizar al grupo para reforzar el uso del Maple como herramienta de ayuda, refiriéndoles que en muchas ocasiones en su vida profesional tendrían que auxiliarse del uso de la tecnología para abordar un problema matemáticamente.

Dado que los estudiantes se limitaban a generar la gráfica del modelo matemático, se les insistiría en la importancia de relacionar las soluciones analítica y gráfica. Adicionalmente se decidió recordarles la necesidad de trabajar de forma individual y de plantear las dudas en voz alta para que todo el grupo pudiera beneficiarse de la resolución de las mismas por parte de la investigadora-docente. También se propuso, para las siguientes sesiones, promover la intervención de un mayor número de alumnos.

Por otra parte, atendiendo al extenso tiempo necesitado para concluir un solo proceso de modelización en las sesiones previas, se acordó agrupar las puestas en común que inicialmente habían sido programadas para después de cada fase.

En cuanto al diseño del cuaderno de trabajo, acordamos para las siguientes sesiones que ya no se especificarían los casos particulares a considerar en la Fase 8, con el propósito de que fueran los propios alumnos los que propusieran estos casos de redefinición del problema. Modificamos también la sección correspondiente a la elaboración del informe para promover que los reportes elaborados por los alumnos fueran más completos.Se añadiría en el apartado correspondiente del cuaderno de trabajo que el reporte debería incluir los siguientes elementos: el resumen descriptivo del procedimiento seguido a partir de la lectura del problema y hasta obtener la solución, las limitaciones, validez y significado de la solución encontrada y, por último, las dificultades surgidas durante el proceso y cómo fueron abordadas.

En relación a la labor realizada por el investigador-adjunto, el grupo investigador sugiere que procediera también a llevar anotaciones[5] sobre su sentir de la percepción de los estudiantes con respecto a la metodología de enseñanza, es decir, sus impresiones con respecto a las actitudes y motivación de los estudiantes ante la experiencia, su tipo de reacción, si presentan rechazo al proceso de modelización como estrategia de resolución de problemas, así como también, su reacción al uso del Maple en dicho proceso. Así mismo decidimos eliminar el rango de tiempo especificado para cada fase en las hojas de observación.

[5] Observaciones para complementar las notas de campo y detallar el desarrollo de las sesiones.

3.5.5 Ciclo 2: Sesión 4

En el segundo ciclo del proceso de experimentación se propuso a los estudiantes la resolución de un problema de costos de cableado de fibra óptica. Mostramos en la tabla 3.15 las características principales de este segundo ciclo.

Tabla 3. 15. Características principales del ciclo 2

Ciclo 2	
Fecha de la sesión	26 de septiembre de 2011
Nº de alumnos asistentes	27
Duración	120 minutos
Problema	Problema Nº 2. Costo mínimo de un cable de fibra óptica
Objetivos instruccionales	Que los alumnos: ▪ Sigan un ciclo completo del proceso de modelización para resolver el Problema Nº 2 ▪ tomen conciencia del proceso de modelización como un proceso global ▪ establezcan relaciones entre las representaciones simbólica y gráfica de la solución ▪ utilicen Maple como herramienta de ayuda ▪ elaboren un reporte escrito detallado de las actividades realizadas en el proceso de modelización
Actividades desempeñadas por los participantes y alumnos	*Investigadora-docente:* Guiar a los alumnos en la resolución del Problema Nº 2. Resolver dudas generales e individuales. Tomar notas de campo. *Investigador-adjunto:* Resolver dudas individuales con el uso del Maple. Registrar observaciones en las hojas de observaciones. *Profesor*: Resolver dudas individuales. Supervisar el comportamiento del grupo. *Alumnos:* Trabajar individualmente en el ordenador resolviendo el problema 2 en su cuaderno de trabajo. Grabar su actividad en el ordenador mediante Camtasia.

Problema diseñado para la sesión 4

Para el diseño del problema Nº2 nos basamos en el problema típico que aparece en los libros de Cálculo correspondiente a encontrar la situación óptima del punto donde debe desembocar un ducto bajo el agua para unir dos puntos en riberas opuestas de un rio de tal manera que el costo sea mínimo. Para situarlo en un contexto próximo a los estudiantes y formularlo como un problema real, aprovechamos el anuncio de una empresa mexicana de telefonía sobre su necesidad de expansión y referimos a Puerto de Abrigo cercano a las costas yucatecas. En la figura 3.11 se presenta el problema tal cual fue formulado a los estudiantes.

El desarrollo de vivienda de retiro para jubilados extranjeros denominado "Sian Kan III" (punto A del plano), situado en el Puerto de Yucalpetén, requiere contar con servicios de internet de banda ancha. Este centro de vivienda es cliente de Telmex desde hace varios años y aprovechando la oferta que esta compañía está ofreciendo a sus clientes desea hacer el estudio de mercado para saber si es viable esta opción. El departamento de proyectos de Telmex ha determinado que para iniciar el proyecto de expansión de la red, se tienen que unir los puntos A y B marcados en el croquis anexo y a esta unión se le conoce como enlace. Las generalidades del costo del enlace están en función del tendido de cable de fibra óptica que irá bajo el agua y luego sobre el suelo. El costo por kilómetro del tendido de cable submarino es de 4.5 millones de dólares y el tendido en tierra cuesta 1.25 millones de dólares por kilómetro. ¿Cómo debe realizarse el cableado de fibra óptica para que el costo del tendido sea mínimo?

Telmex promete fibra óptica para casas

Mediante publicidad impresa, Telmex anunció que en los próximos meses llevará fibra óptica directo a la casa de sus clientes. Más allá de esta publicidad, la empresa no ha emitido comunicados que revelen más información al respecto. Lo que se sabe es que, al principio, el servicio sólo llegará a unas cuantas zonas de la ciudad de México y tendrá velocidades de descarga de hasta 20 Mbps. La instalación no tendrá costo para aquellos que ya son clientes de la empresa, pero los precios del paquete y la disponibilidad del mismo todavía no se conocen.

Telmex anunció que este año realizará inversiones de aproximadamente 940 millones de dólares y la mayor parte se destinará al negocio de Internet, principalmente en el cambio de cableado (fibra) y el aumento en la velocidad de conexión.

Figura 3. 11. Enunciado del Problema Nº 2

Planificación de la sesión 4

Para guiar el desarrollo de la sesión se elaboró un guion donde se planificó, por una parte, la introducción a realizar al comienzo de la sesión y, por otra, la forma de agrupar las puestas en común. Para la introducción se decidió hacer hincapié en el propósito de las sesiones de trabajo de aula, la importancia del proceso de solución de un problema frente al valor numérico que representa la solución al mismo, y la necesidad de hacer un informe detallado de la actividad realizada. Con el propósito de motivarlos a realizar dicho informe, se les indicó a los estudiantes que sería empleado por el docente del grupo para evaluarlos en el tema de problemas de optimización.

Para otra parte se planificó hacer cuatro puestas en común: una después de cada una de las fases de la primera a la tercera y otra agrupando la cuarta, quinta y sexta fase. En las puestas en común se enfatizaría la importancia de relacionar las soluciones analítica y gráfica, como se decidió a partir del análisis de los datos de las sesiones previas.

Cuando faltaran quince minutos para el cierre de sesión, planeamos solicitar a los alumnos que procedieran a la elaboración de su informe, independientemente a la acción que estuvieran realizando en ese momento. Esto con el propósito de procurar que los alumnos tuvieran tiempo de describir en su reporte las actividades realizadas durante la sesión.

Con respecto a la Fase 8, se planificó que si alguno de los alumnos llegara a esta parte del proceso, fueran ellos mismos los que propusieran los casos de redefinición recordando los casos propuestos para el problema Nº1. Entonces, la investigadora-docente procedería a sugerir esta situación de manera particular, solicitando que en función de los casos propuestos describieran los cambios que tendrían que realizar al proceso previo seguido para resolver el problema. Esta última parte del proceso permitía a los estudiantes que acabaran las fases de la primera resolución del problema antes, seguir avanzando en nuevos ciclos del proceso de modelización.

Desarrollo de la sesión 4

La investigadora-docente inició la sesión siguiendo el guion definido para abordar la parte introductoria de la Sesión 4. Como lo había hecho en sesiones anteriores, recalcó que lo más importante era el proceso que ellos estaban siguiendo para intentar llegar a la solución y no el valor numérico que representaba el resultado. En este punto, se comentó que la manera de evaluar el tema en el curso estaría en función de sus reportes y, por lo tanto, era importante que trataran de realizar esta actividad con especial cuidado en función de los lineamientos estipulados en el cuaderno de trabajo. Asimismo, indicó que quince minutos antes del cierre de la sesión se les solicitaría que dejaran el proceso hasta donde hubiesen llegado para que procedieran a elaborar dicho informe. La investigadora-docente señaló también que el alumno que no deseara trabajar en el cuaderno de trabajo en formato electrónico podría hacerlo en el de formato impreso.

Mostramos en la figura 3.12 el diagrama de secuencia de los momentos en que se realizaron las puestas en común para la cuarta sesión, pasando a detallar su desarrollo.

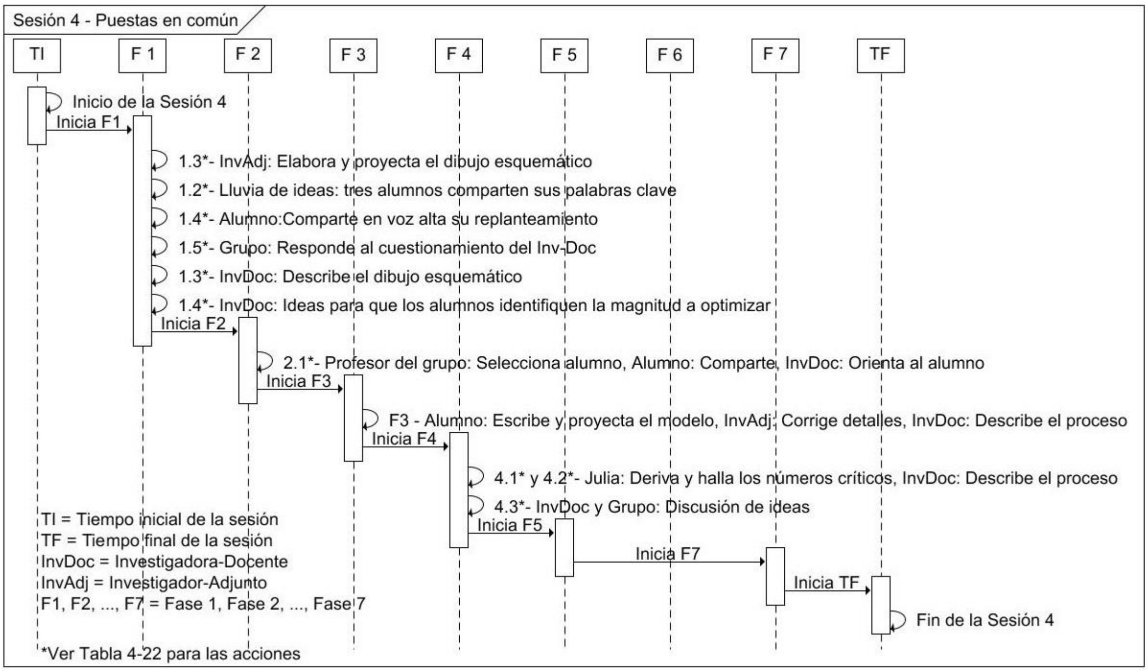


Figura 3. 12. Diagrama de secuencia de las puestas en común de la sesión 4

Se dio inició a la primera fase del proceso de modelización comentando que se abordaría de nuevo otro problema de la vida real que en este caso estaba relacionado con la compañía TELMEX que pretendía expandir su mercado utilizando la fibra óptica. Se proporcionó tiempo a los alumnos para que individualmente procedieran a desarrollar las acciones de esta primera fase. Para guiar la elaboración del dibujo esquemático se les planteó las siguientes cuestiones: "¿qué opciones se pueden presentar con el tipo de cableado?, ¿será que todo el cableado pueda ser terrestre?, ¿será qué todo el cableado pueda ser bajo el agua?" Los alumnos trabajaron individualmente en la primera fase aproximadamente durante dieciocho minutos.

A pesar de que la mayoría de los alumnos ya dominaba la creación y manejo de un dibujo esquemático mediante Maple, se observó que seguían requiriendo mucho tiempo en su elaboración. Se decidió entonces hacer la puesta en común en este momento sobre todo con respecto a esta acción específica (representación esquemática del problema), que consideramos necesaria para formular el modelo matemático. La investigadora-docente solicitó ayuda por parte del investigador-adjunto para que este elaborara el dibujo esquemático, al mismo tiempo que se iba proyectando el proceso de representación esquemática del problema.

La investigadora-docente continuó la puesta en común de la primera fase cuestionando al grupo con respecto a las palabras clave. Tres alumnos compartieron en voz alta sus palabras clave. El primer alumno expresó como palabras clave “cableado”, “fibra óptica” y “partes de México”. El segundo alumno compartió la palabra “minimizar” como palabras clave y el tercer alumno describió como palabras clave la frase que podría representar su replanteamiento del problema (“minimizar la cantidad de fibra óptica para que el costo del cableado sea mínimo”). Un cuarto alumno compartió en voz alta su replanteamiento: “la distancia de un punto B a un punto C más la distancia de un punto C a un punto A, sumados y multiplicados por el costo sea la mínima”. La investigadora-docente cuestionó con respecto a las unidades de medición de la solución y el grupo respondió correctamente. Para dar lugar a las siguientes acciones, la investigadora-docente interrogó al grupo si tenían claro el problema a resolver recapitulando lo que compartió el alumno sobre el replanteamiento del problema y señalando dicha relación en el dibujo esquemático proyectado.

Losalumnos continuaron trabajando de manera individual en el desarrollo de la primera fase y la investigadora-docente concluyó la puesta en común de esta fase propiciando la participación de los alumnos para dicha acción.La investigadora-docente pidió al grupo que identificara la variable a optimizar. Un alumno comentó en voz alta que no necesariamente tiene que haber un punto C y la investigadora-docente lo confirmó señalando los casos posibles para este problema. La investigadora-docente cuestionó nuevamente al grupo con el propósito de saber si todos habían logrado identificar la magnitud a optimizar y también con respecto a las magnitudes conocidas, es decir, los datos del problema. Un alumno respondió que se conocía el costo por kilómetro de cableado tanto para el tramo terrestre como para el submarino y otro alumno respondió que también podría conocerse la distancia constante entre los puntos A y B. Con el propósito de ahorrar tiempo, la investigadora-docente proporcionó dicha distancia constante, recordando que podrían haberla obtenido a través de “Google Earth”.

La investigadora-docente recordó las recomendaciones para definir variables dado un problema verbal (“escriban…sea tal variable igual a…descripción de lo que representa”) y les sugirió que no perdieran de vista cuál de sus variables era la principal, es decir, la magnitud que se deseaba optimizar. Los alumnos trabajaron individualmente en las actividades de esta segunda fase. Para la puesta en común de la primera acción de la Fase 2, el profesor del grupo a sugerencia de la investigadora-docente, nombró a un alumno para que pasara al frente a identificar y definir las variables. Durante este proceso la investigadora-docente fue orientando al alumno. La investigadora-docente aclaró que era importante distinguir entre variables y constantes y le sugirió definir constantes que no habían sido tomadas en cuenta.

Los alumnos procedieron a uniformizar su propia definición de variables en función de lo realizado durante la puesta en común. La investigadora-docente hizo la aclaración de que podrían nombrar sus variables de diferente manera y recomendó la definición de la variable "*x*" en función de la posición del punto C (punto donde debería desembocar el cableado submarino para que el costo sea mínimo). Los alumnos continuaron trabajando individualmente haciendo suposiciones y un alumno preguntó con respecto a lo que podría considerarse en la parte correspondiente a las suposiciones. La investigadora-docente respondió que, por ejemplo, podría despreciarse la pendiente del cableado submarino.

La investigadora-docente propició el inicio de la formulación del problema cuestionando al grupo sobre lo que se necesitaría conocer para formular el problema. Los alumnos trabajaron individualmente en esta acción, pero se observó dificultad para plantear las ecuaciones de costo. Entonces la investigadora-docente procedió a dar recomendaciones para apoyar esta situación. Por ejemplo comentó que no deberían igualar costos con distancias y también que a diferencia del problema de la sesión anterior donde se minimizaba una distancia, ahora se trataba de minimizar los costos. Los alumnos continuaron trabajando individualmente intentando obtener el modelo matemático.

Para la puesta en común de la Fase 3, el investigador-adjunto comentó que uno de los alumnos de la última fila ya tenía la fórmula matemática del problema. Entonces, la investigadora-docente solicitó al alumno que pasara al frente a compartirlo con sus compañeros. El alumno pasó al frente a escribir el modelo a través del ordenador del docente para proyectarlo a la clase. El investigador-adjunto corrigió pequeños detalles del modelo mientras la investigadora-docente realizó la descripción del proceso, recordando la forma correcta de definir una función en Maple. Los alumnos escribieron en su ordenador esa fórmula matemática para homogenizar su modelo matemático.

La investigadora-docente propició entonces el inicio de la fase de resolución. Los alumnos continuaron trabajando individualmente intentando hallar la derivada del modelo. En voz alta, la investigadora-docente cuestionó a un alumno sobre el proceso de cálculo de extremos y el alumno respondió correctamente. Los alumnos continuaron trabajando en la fase de resolución, mientras la investigadora-docente, el investigador-adjunto y el profesor del grupo resolvían dudas individuales sobre el uso de comandos de Maple tanto para el proceso de cálculo de la derivada, como para el proceso de resolución de ecuaciones. La investigadora-docente después de un tiempo pertinente cuestionó al grupo si alguien quería compartir su resolución con el propósito de llevar a cabo la puesta en común de la Fase 4. Al no recibir respuesta, seleccionó una alumna para que pasara al frente a realizar la puesta en común. La alumna fue realizando el proceso al mismo tiempo que lo iba proyectando al grupo. La investigadora-docente propició con la ayuda del grupo completar la puesta en común cuestionando la forma de verificación de extremos en un intervalo cerrado. Un alumno contestó que gráficamente y otro respondió que evaluando la función. La investigadora-docente aclaró el proceso para la verificación de extremos que se presentaba en este caso, es decir, recordó cómo debían verificar los extremos cuando se presentaba como dominio admisibleun intervalo cerrado. Los alumnos continuaron trabajando individualmente tanto en la fase de resolución como en la fase de interpretación de la solución intentando graficar el modelo. Individualmente los estudiantes fueron planteando dudas sobre la forma de graficar una función con el uso de Maple. Por cuestiones de tiempo no hubo puesta en común después de la Fase 5.

Faltando 15 minutos para concluir la sesión, la investigadora-docente solicitó a los alumnos que detuvieran el proceso hasta donde habían llegado y procedieran a elaborar su informe en función de los parámetros especificados en el cuaderno de trabajo. Con el propósito de reforzar este punto, el docente proyectó los elementosmínimos que debería incluir dicho reporte, recalcando dichos elementos. Los alumnos trabajaron individualmente completando las fases de resolución, interpretación y elaborando su informe. Al mismo tiempo se les fueron resolviendo dudas que plantearon de forma individual, aclarándose en voz alta una dificultad recurrente al representar simbólicamente productos sin utilizar el operador correspondiente cuando intervenían paréntesis.

En esta sesión, la interacción entre los alumnos fue escasa y su participación en las puestas en común y en la actividad a realizar individualmente fue superior.

Decisiones relativas a la planificación de la sesión 5

Se acordó sugerir a los estudiantes la realización del dibujo esquemático en formato impreso y reducir la frecuencia de las puestas en común para poder ahorrar tiempo y facilitar que los alumnos pudieran concluir un ciclo completo del proceso de modelización.En particular se acordó no realizar puesta en común después de las acciones "identificar las palabras clave" y "hacer un dibujo esquemático del problema", aunque esto pudiera provocar la omisión de la realización de estas acciones por aquellos estudiantes que fueran capaces de abstraer la información del enunciado del problema para replantear el problema o incluso definir el modelo matemático.

Habiendo observado que en la fase 5 los alumnos se limitaban a la elaboración de la gráfica del modelo matemático y echando en falta la interpretación de la solución al problema, decidimos incluir en el cuaderno de trabajo de la sesión 5 un elemento adicional a ser incluido en los informes: el uso de los gráficos y la interpretación dada a la representación gráfica de la solución.

Las hojas de observaciones para las siguientes sesiones se modificaron añadiendo el registro de las dificultades presentadas por los estudiantes, distinguiendo si estas eran relativas al uso del Maple o al seguimiento de alguna acción o fase del proceso de modelización.

3.5.6 Ciclo 3: Sesión 5

En el tercer ciclo se les propuso a los estudiantes resolver el problema de hallar las dimensiones de un silo para almacenamiento de granos con la cantidad mínima de material para su construcción. Mostramos en la tabla 3.16 las características principales de este ciclo que estuvo compuesto por una única sesión de trabajo en el aula.

Tabla 3. 16. Características principales del ciclo 3

Ciclo 3	
Fecha de la sesión	29 de septiembre de 2011
Nº de alumnos asistentes	27
Duración	120 minutos
Problema	Problema Nº 3. Silo de almacenamiento de granos

Ciclo 3	
Objetivos instruccionales	Que los alumnos: ▪ Sigan un ciclo completo del proceso de modelización para resolver el Problema Nº 3, ganando autonomía en su ejecución. ▪ Establezcan relaciones entre las representaciones simbólica y gráfica de la solución. ▪ Aprovechen las ventajas del Maple como herramienta de ayuda. ▪ Elaboren un reporte escrito detallado de las actividades realizadas en el proceso de modelización
Actividades desempeñadas por los participantes y alumnos	*Investigadora-docente:* Guiar a los alumnos en la resolución del Problema Nº 3. Resolver dudas generales e individuales. Tomar notas de campo. *Investigador-adjunto:* Resolver dudas individuales con el uso del Maple. Registrar observaciones en las hojas de observaciones. *Profesor*: Resolver dudas individuales. Supervisar el comportamiento del grupo. *Alumnos:* Trabajar individualmente en el ordenador resolviendo el problema 3 en su cuaderno de trabajo. Grabar su actividad en el ordenador mediante Camtasia.

Problema diseñado para la sesión 5

El maíz es uno de los alimentos básicos de México y por consiguiente es uno de los granos que es cultivado por los agricultores en todo el país. Como sucede para todos los alimentos, no todas las épocas del año son buenas para el cultivo de este grano y entonces es necesario contar con silos de almacenamiento para que, en épocas de desabasto, las familias mexicanas no prescindan del consumo de las tortillas que se elaboran con la harina producto de los granos de maíz. Nos basamos de esta premisa para diseñar el tercer problema, planteando el caso de hallar las dimensiones óptimas de silos de almacenamiento de granos de tal forma que se optimice la cantidad de material empleada en la construcción de dichos silos. En la Figura 3.13 enunciamos el problema 3 tal y como fue propuesto a los estudiantes. En este caso se incluyeron dos de las formulas a utilizar en su resolución para asegurarnos que los estudiantes las tuvieran disponibles para su uso: las fórmulas del volumen de un cilindro circular recto y de un cono.

El gobierno mexicano a través del programa PROCAMPO operado por la SAGARPA (Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación) ha destinado una partida presupuestal para el apoyo a los agricultores afiliados a dicho programa con el propósito de que se preparen adecuadamente para la época de cosecha y almacenamiento de granos, mediante la construcción de silos de almacenamiento. La gerencia de proyectos de la SAGARPA ha consultado con expertos a nivel internacional para el diseño y construcción de los silos y dichos expertos sugieren que la geometría más adecuada consiste de un cilindro circular recto coronado por un cono, tal que la altura del cilindro sea de tres veces la altura del cono. Se ha determinado mediante estadísticas de cosechas de años anteriores que el volumen de cada silo debe ser de 100 metros cúbicos. El departamento de diseño de la SAGARPA tiene a su cargo obtener las dimensiones para el silo propuesto que hagan mínima la utilización de material empleado en su construcción.

Procampo

Jul-25 04:23 hrs

Avanza el reparto de subsidio federal al agro

La entrega de Procampo rebasa 60% de los mil millones que la Federación destina al campo en el presente temporal

Avanza el reparto de subsidios de Procampo en el agro

Nota

Municipios | Campo mexicano | Agricultura | Procampo

En Jalisco, el ciclo agrícola primavera-verano es el más importante en la cosecha de granos básicos. ARCHIVO.

» Ya se repartieron 636.7mdp

Es parte de los apoyos federales a la producción agrícola en el presente ciclo de lluvias

GUADALAJARA, JALISCO (24/JUL/2011).- En el presente ciclo agrícola primavera-verano ya se repartieron en el campo jalisciense 636.7 millones de pesos, lo que representa un avance de 63 por ciento entre los agricultores integrados al esquema Procampo.

La entrega de estos recursos es parte de los apoyos federales a la producción agrícola en el presente ciclo de lluvias.

Según información de la Secretaría federal de Agricultura, el monto de los recursos que se entregan en el Procampo de esta temporada es del orden de 1,016.7millones de pesos.

A reserva del cierre estadístico del registro de las siembras, la dependencia ha informado que se tenía el establecimiento de cultivos en 950 mil hectáreas del agro jalisciense, entre las que se destacan por su monto las de 640 mil de maíz, junto con otros cultivos cíclicos, como avena y sorgo; y los llamados cultivos perennes, como el agave, la caña y la alfalfa.

La secretaría ha informado al momento que el comportamiento de las lluvias en el territorio estatal ha sido benéfico para las actividades agrícolas y ganaderas, sobre todo en las regiones donde se tenían ciertos problemas de sequía antes de que lloviera, como fueron los casos de la zonas Altos Norte, el Llano en Llamas y la región Norte.

PARA SABER

Los subsidios del Procampo suponen 960 pesos por hectárea en predios menores a las cinco hectáreas y de 1,360 pesos en los de mayor tamaño.

Procampo implica un apoyo para cubrir gastos de producción. En el caso del maíz, el apoyo supone cerca del 10 por ciento de un costo mínimo para una siembra comercial.

En el caso de Jalisco, el ciclo agrícola primavera-verano es el más importante en la cosecha de granos básicos y otros cultivos.

Volumen del cilindro

$$V_{cil} = \pi r^2 h$$

Volumen de un cono

$$V_{con} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Figura 3. 13. Enunciado del Problema Nº 3

Planificación de la sesión 5

En esta sesión se perseguía que los estudiantes fueran ganando autonomía en la ejecución del proceso de modelización, por lo que se decidió disminuir el número de puestas en común y asistir a los estudiantes individualmente conforme lo requirieran. Teniendo como objetivo primordial para esta sesión la conclusión de un ciclo completo del proceso de modelización, con el objetivo de ser más eficientes en el uso del tiempo se planeó comentarles a los alumnos que solicitaran a los profesores todas las fórmulas adicionales requeridas y sugerirles que realizaran el dibujo esquemático en el cuaderno impreso.

Al inicio de la sesión se dedicaría algún tiempo a aclarar al grupo las dificultades que se habían puesto de manifiesto en las sesiones previas con respecto al manejo de funciones en Maple, recordando la forma correcta de definirlas mediante esta tecnología CAS.

En cuanto a las puestas en común, se planeó realizar la primera una vez la mayoría de los alumnos hubiera concluido el replanteamiento del problema con sus propias palabras, con el propósito de determinar si se había entendido el problema. En este punto se pretendía que los alumnos reconocieran la magnitud a optimizar mediante una lluvia de ideas. Así mismo se acordó realizar puestas en común al concluir las fases 2, 3 y 6, dejando el tiempo restante para la elaboración del informe.

Como se acordó a partir del análisis de los datos de la sesión previa, se modificó el apartado del cuaderno de trabajo correspondiente a la Fase 7 incorporando la explicación del uso hecho de los gráficos generados y dela interpretación realizada de la representación gráfica de la solución.

Desarrollo de la sesión 5

La figura 3.14 presenta las puestas en común que se realizaron en esta sesión, cuyo desarrollo pasamos a describir.

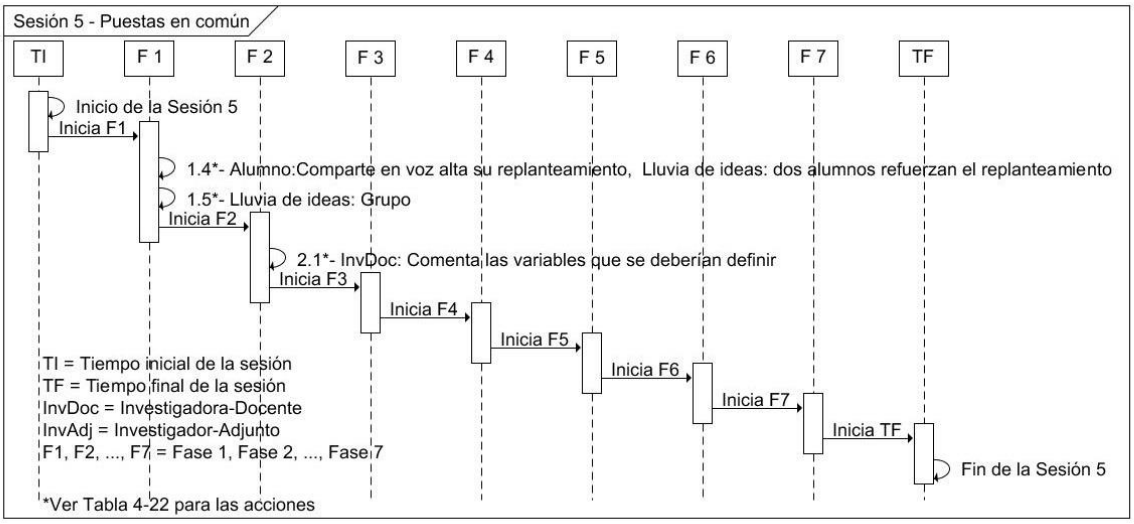


Figura 3. 14. Diagrama de secuencia de las puestas en común de la sesión 5

La investigadora-docente procedió a dar las instrucciones del inicio de sesión recordando las cinco actividades que conforman la primera fase y recomendando que preferentemente el dibujo esquemático lo elaboraran en el cuaderno de trabajo impreso para optimizar el tiempo de esta fase.

Se proporcionó tiempo para que los alumnos trabajaran individualmente en el desarrollo de las actividades de la primera fase. Fue posible observar que la mayoría de los alumnos siguió optando por hacer el dibujo esquemático con la ayuda del Maple, pero sin embargo en esta ocasión no invirtieron tanto tiempo para realizar esta acción.

Para determinar si los alumnos habían entendido el problema, la investigadora-docente los invitó a compartir su replanteamiento. El profesor del grupo nombró a un alumno, quien propuso como tal "las dimensiones para usar menos material posible". La investigadora-docente provocó que otras ideas surgieran del grupo, cuestionando lo que representaba dicha cantidad de material. Dos alumnos más respondieron: "el volumen", "el área". La investigadora-docente cuestionó al último alumno: "¿el área de qué?" y el alumno respondió: "la superficie del silo". El grupo estuvo de acuerdo con esta respuesta y la investigadora-docente la reforzó y comentó que podrían utilizar las ideas surgidas para redactar su propio replanteamiento del problema. De esta manera se concluyó la primera puesta en común de la Sesión 5.

La investigadora-docente cuestionó al grupo sobre las unidades de medición de la solución y un alumno respondió "metros cuadrados", provocando de esta manera que del grupo surgiera la respuesta correspondiente a las unidades correctas de medición de la solución (metros lineales).

Los alumnos continuaron trabajando individualmente desarrollando las actividades de la segunda fase. La investigadora-docente recordó que antes de formular el problema era conveniente identificar y definir sus variables, y proporcionó sugerencias para realizar dicha acción. Los alumnos continuaron trabajando individualmente, pero se observó que estaban omitiendo la segunda fase o más bien desarrollándola de manera conjunta con la tercera fase, conforme sentían la necesidad de definir sus variables.

La investigadora-docente ante la duda de un alumno, cuestionó al grupo sobre la misma: "¿la base del cilindro no se considera como parte del material?". El grupo respondió afirmativamente y la investigadora-docente confirmó la respuesta. Se recapituló entonces cuáles eran las tres áreas que deberían ser consideradas en la formulación del problema: "superficie de la base del cilindro, superficie del cono y superficie lateral del cilindro".

Un alumno comentó: "según yo, no te piden superficie y considero que el problema está resuelto con los datos proporcionados". La investigadora-docente en voz alta cuestionó al alumno para tratar de obtener por parte de él mismo, la aclaración a su duda. El alumno en voz alta llegó a la conclusión que efectivamente tenía que hallar las dimensiones del silo (radio y altura) que hicieran mínima la cantidad de material empleado en la fabricación del mismo.

Los alumnos continuaron trabajando individualmente. La investigadora-docente señaló que deberían tratar de obtener el modelo en función de una sola variable independiente, haciendo hincapié en la necesidad y la importancia de definir sus variables antes de esta acción. Al comentar que variables deberían tener definidas en este apartado de su cuaderno de trabajo, se realizó una puesta en común parcial de la segunda fase.

El alumno que tenía dudas sobre si le pedían o no la superficie del silo, preguntó: "¿el área del cono proporcionada incluye la base del cono?". Entonces, la investigadora-docente cuestionó al grupo con respecto a si era necesario considerar dicha superficie (área de la base del cono) en la formulación del modelo matemático. Un alumno respondió que no era necesario y se confirma dicha respuesta. El grupo continuó trabajando individualmente, planteando sus dudas de forma individual. La investigadora-docente aclaró en voz alta que deberían considerar diferentes las alturas de los cuerpos geométricos involucrados y que en el enunciado del problema se les estaba proporcionando la relación entre dichas alturas.

Se observó que la mayoría de los alumnos logró establecer el modelo matemático. A partir de la tercera fase no se realizaron puestas en común como puede observarse en la figura 4.14, sino más bien se asesoró a los alumnos de manera personalizada para la definición y resolución del modelo matemático (fases 3 y 4), así como también para el desarrollo de las fases restantes (fases 5, 6 y 7).

Durante esta sesión, se observó que los alumnos iban realizando la fase de resolución conforme iban concluyendo con su fase de formulación. En función de las consultas individuales surgidas durante la cuarta fase, el investigador-docente recomendó en voz alta el proceso de "resolución numérica" que ofrece el Maple. También debido a las dificultades surgidas durante dichas consultas individuales, se detectó que algunos alumnos no lograban hallar mediante Maple el número crítico por no formular correctamente el modelo matemático como consecuencia de no definirlo en Maple como una función de la variable independiente. Al igual que en la fase anterior no hubo puesta en común y los alumnos resolvieron el modelo individualmente o asesorados de manera personalizada.

La investigadora-docente recomendó en voz alta elaborar la gráfica del modelo. Los alumnos trabajaron individualmente intentando resolver y graficar el modelo siendo auxiliados cuando planteaban dudas particulares con respecto el uso adecuado de comandos del Maple. Se verbalizó en voz alta una de las consultas individuales referente a la aparición de asíntotas en términos del manejo del rango conveniente de valores para graficar. Se recordó también el uso del comando "plot" de Maple y se recomendó consultar el tutorial proporcionado durante la primera sesión, archivo residente en cada ordenador. Los alumnos continuaron intentando graficar el modelo de modo individual, asesorados de manera personalizada por la investigadora-docente, el investigador-adjunto y el profesor del aula. Nuevamente en función de las dificultades individuales surgidas al intentar graficar, la investigadora-docente comentó en voz alta que específicamente en el valor "cero" había una asíntota y por lo tanto este valor no debería ser incluido en el rango de graficación.

La investigadora-docente aclaró en voz alta la duda de un alumno con respecto al proceso de verificación de extremos, cuestionando al grupo sobre el criterio de la segunda derivada. Por medio de las respuestas de los alumnos se recordó este criterio así como el criterio de la primera derivada para verificación de extremos. Los alumnos continuaron trabajando individualmente.

Llegados a este punto se observó que la mayoría de los alumnos había encontrado la solución. La investigadora-docente recordó entonces las dos actividades que conforman la quinta fase con el propósito de que los alumnos intentaran completarlas. Los alumnos continuaron trabajando individualmente. No fue posible precisar en este momento si alguno de los alumnos desarrolló actividades de la sexta fase.

Faltando aproximadamente 15 minutos para la conclusión de la sesión la investigadora-docente recordó a los alumnos que deberían proceder a la elaboración de su informe tomando en consideración los elementos que en el cuaderno se señalaban. Se recordó de nuevo cómo se podía comprobar que un número crítico era un mínimo, ya sea mediante los criterios para tal efecto (criterios de primera derivada, segunda derivada o de extremos absolutos) o bien gráficamente. Los alumnos trabajaron individualmente en la elaboración de su reporte.

La investigadora-docente decidió describir los valores que podía tomar la superficie del silo cuando la variable independiente (radio) tiene como dominio admisible un intervalo abierto. Los alumnos continuaron trabajando individualmente asesorados por la investigadora-docente y el profesor del grupo.

Durante esta sesión se observó una buena participación por parte de alumnos que asistieron a la sesión. Algunos alumnos concluyeron antes de la hora fijada como fin de sesión.

Decisiones relativas a la planificación de la sesión 6

El grupo investigador decidió que en la siguiente sesión el proceso de modelización sería implementado de forma autónoma por los estudiantes a modo de proyecto individual. Por ello se decidió modificar el formato del cuaderno de trabajo planteando una nueva estructura: en vez de presentar las acciones agrupadas por fases, como en el caso del cuaderno de trabajo diseñado para las sesiones anteriores, se enumerarían en un listado global con el propósito de permitirles a los alumnos una mayor libertad en la realización de las acciones que integran cada fase del proceso de modelización (ver Figura 3.15).

Por otra parte, también se decidió que al inicio de la sesión se haría un recordatorio de los errores típicos que se habían estado presentando con el uso del Maple con el propósito de agilizar el proceso de resolución. Así mismo se les recordaría que sus reportes finales serían utilizados para su evaluación en el tema de optimización, con el fin de que lo hicieran lo más detallados posibles.

Cuaderno de Trabajo

Sesión 6

En las sesiones anteriores hemos estando resolviendo problemas de optimización de la vida real. En esos problemas se busca obtener un máximo beneficio o un mínimo costo. Para su tratamiento y resolución matemática hemos seguido una metodología que incluye las siguientes acciones:

- *Hacer una lista de palabras clave*
- *Hacer un dibujo esquemático del problema*
- *Replantear con tus propias palabras el problema*
- *Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema*
- *Identificar y definir las variables*
- *Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente*
- *Obtener la fórmula matemática para resolver el problema*
- *Resolver el problema*
- *Interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida*
- *Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema*
- *Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales*
- *Identificar limitaciones de la solución obtenida*
- *Hacer un informe o reporte de la solución encontrada*

La finalidad de esta práctica es resolver otro problema de optimización de la vida real siguiendo las acciones anteriores y teniendo como herramienta de apoyo el Maple.

En su trabajo profesional como ingenieros se van a encontrar con problemas de la vida real donde tendrán la necesidad de intentar encontrar la mejor solución y por lo tanto es de suma importancia elaborar siempre un informe correspondiente al procedimiento general seguido para obtener la solución al problema, **reflejando las consideraciones o suposiciones establecidas y las dificultades encontradas durante el proceso.**

Figura 3. 15. Cuaderno de trabajo para la sesión 6

3.5.7 Ciclo 4: Sesión 6

En esta sesión se les planteó la resolución de un problema de costos de un tanque de almacenamiento como un proyecto individual y autónomo que podría considerarse como una posible actividad a realizar en su futuro profesional como ingenieros. Puntualmente podían disponer de ayuda por parte de la investigadora-docente, el investigador-adjunto o del profesor del grupo cuando así lo requerían. Mostramos en la tabla 3.17 las características generales del ciclo 4.

Tabla 3. 17. Características generales del ciclo 4

Ciclo 4	
Fecha de la sesión	5 de octubre de 2011
Nº de alumnos asistentes	21
Duración	120 minutos
Problema	Problema Nº 4. Tanque de almacenamiento de gas

Ciclo 4	
Objetivos instruccionales	Que los alumnos: ▪ Sigan un ciclo completo del proceso de modelización para resolver el Problema Nº 4 de forma autónoma ▪ Aprovechen las ventajas del Maple como herramienta de ayuda.
Actividades desempeñadas por los participantes y alumnos	*Investigadora-docente:* Guiar a los alumnos en la resolución del Problema Nº 4. Resolver dudas individuales. Tomar notas de campo. *Investigador-adjunto:* Resolver dudas individuales. Registrar observaciones en las hojas de observaciones. *Profesor*: Resolver dudas individuales. Supervisar el comportamiento del grupo. *Alumnos:* Trabajar individualmente en el ordenador resolviendo el problema 4 en su cuaderno de trabajo. Grabar su actividad en el ordenador mediante Camtasia.

Problema diseñado para la sesión 6

En el último problema, al igual que en el caso del problema Nº 2, consideramos el parámetro costo. En este caso involucrando áreas y volúmenes. Partimos del problema típico que involucra el cálculo de las dimensiones de un cuerpo geométrico compuesto que optimice el costo del material en su construcción y del almacenamiento de gas licuado de petróleo en tanques de forma compuesta por un cilindro circular recto coronados por dos semiesferas en los extremos. En la figura 3.16 mostramos el enunciado del problema tal como fue formulado a los estudiantes.

La empresa "Operadora TIASA, S.A. de C.V." (empresa de almacenamiento de productos químicos en tanques) realizó un estudio de mercado con respecto a las necesidades de almacenamiento de gas y llegó a la conclusión de que es necesario contar con tanques de almacenamiento con una capacidad de 113,500 litros (aproximadamente 30,000 galones) para garantizar el abastecimiento de gas licuado de petróleo (GLP). El departamento de I + D (Ingeniería y Diseño) de la empresa ha seleccionado la configuración para la construcción del tanque industrial siendo ésta un cilindro circular rematado por dos cabezales semiesféricos. El departamento de ingeniería de costos de la empresa ha determinado que el costo del proceso de fabricación de la parte cilíndrica es de 1,000 pesos por metro cuadrado de superficie y el costo del proceso de fabricación de los cabezales semiesféricos es de 2,350 pesos por metro cuadrado, siento este último mayor debido a la mano de obra extra que se requiere para formar los extremos semiesféricos del tanque de almacenamiento. El departamento de diseño de TIASA necesita obtener las dimensiones de los tanques para que el costo del proceso de fabricación del tanque industrial sea mínimo.

YPFB habilitó tanques de almacenamiento de Gas Licuado de Petróleo

La Paz, 22 Ene.- La Planta de Senkata reacondicionó 10 tanques de almacenamiento que permitirán garantizar el abastecimiento de Gas Licuado de Petróleo (GLP) para La Paz, informó este viernes el presidente de YPFB Corporación, Carlos Villegas, que asistió al acto de entrega de estas unidades y de otras obras civiles.

El reacondicionamiento posibilitará contar con una reserva neta de 35.000 unidades de GLP, lo que significa cubrir al mercado local y tener un margen de stock de seguridad. Si en el futuro ocurriese algún imponderable que afecte la distribución normal del carburante, de inmediato se recurriría a esas reservas.

"Las operaciones de almacenaje, recepción y despacho tanto de camiones cisternas a nivel departamental y nacional son para poder satisfacer las necesidades y tener una mayor fluidez en la recepción de origen a destino, de modo que no existan camiones varados en Planta Senkata", indicó por su parte el Jefe del Distrito Occidente, Oscar Parra, luego de explicar al Presidente de YPFB las características de los tanques y otras obras complementarias en la engarrafadora.

Tras la inspección a los tanques, Villegas se reunió con los 122 trabajadores que prestan servicios en esa planta y les expresó su satisfacción por las obras realizadas.

La Planta de Senkata reacondicionó 10 tanques de almacenamiento que permitirán garantizar el abastecimiento de Gas Licuado de Petróleo.

Figura 3. 16. Enunciado Problema Nº 4

Planificación de la sesión 6

El objetivo principal de la sexta sesión era permitir que los alumnos resolvieran el Problema Nº 4 de forma autónoma contando con ayuda del desglose de las principales acciones que componen las fases del proceso de modelización incluido en el cuaderno de trabajo.

Se planificó además que, al inicio de la sesión, la investigadora-docente describiría la nueva estructura del cuaderno de grupo e insistiría en la obligación de elaborar el reporte final. Así mismo, como se había decidido en la sesión previa, se incluyó un recordatorio de los errores más frecuentemente encontrados en las sesiones previas al hacer uso del Maple.

Desarrollo de la sesión 6

La sesión iniciódiez minutos después de lahora estipulada con las instrucciones de la investigadora-docente, quien comentó que en esta última sesión la finalidad será resolver otro problema de optimización siguiendo la misma metodología de las sesiones anteriores, pero de una forma menos guiada. La investigadora-docente realizó la presentación del cuaderno de trabajo describiendo de manera general el procedimiento a seguir. Se mencionó también que en todo momento los alumnos tendrían la oportunidad de consultar sus dudas pero de manera personal. Los alumnos iniciaron entonces, individualmente, la resolución del problema Nº 4.

Un alumno solicitó la fórmula del volumen de una esfera, por lo que la investigadora-docente lo escribió en la pizarra junto a las fórmulas para el cálculo de la superficie de la esfera y del volumen y superficie del cilindro. También se proporcionó la equivalencia entre litros y metros cúbicos. Las fórmulas y la equivalencia permanecieron durante toda la sesión a la vista de los estudiantes.

En función de las consultas individuales, la investigadora-docente decidió cuestionar algrupocon respecto a la magnitud que se deseaba optimizar ¿son dimensiones?, ¿son áreas? Algunos alumnos respondieron "costo en función de áreas". La investigadora-docente invitó a los alumnos a consultar sus dudas. Los alumnos trabajaron individualmente a su propio ritmo consultando sus dudas conforme se les iban presentando. Se recordó no olvidar comprobar si en el número crítico hallado realmente se estaba presentando el valor óptimo del costo y realizar la representación gráfica de su modelo matemático. También se les señaló la importancia de elaborar su informe en función de los parámetros establecidos debido a que su profesor lo tendría en cuenta para la evaluación de la asignatura.

Capítulo 4

Estudio de las actitudes

Este capítulo está dedicado a la parte de la investigación relativa al estudio de las actitudes cuyas componentes se representan en la Figura 4.1. En primer lugar se describe el proceso seguido para la validación del cuestionario diseñado para evaluar las actitudes de los alumnos hacia el uso de tecnología en matemáticas así como la generaciónde categorías para codificar las respuestas a la cuestión abierta del cuestionario mediante análisis de contenido. En segundo lugar se presenta la versión definitiva del cuestionario aplicada en la segunda parte de la recogida de datos. Por último se exponen los resultados del análisis de los datos recogidos sobre las actitudes del segundo grupo de estudiantes hacia las matemáticas, antes y después de su participación en las sesiones de resolución de problemas con Maple.

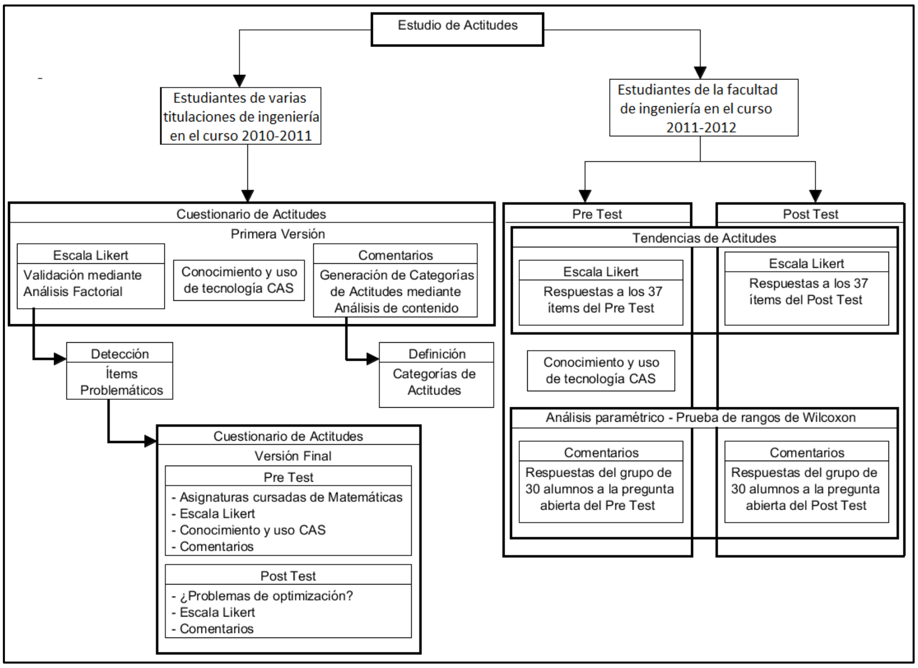


Figura 4. 1. Esquema general del estudio de las actitudes

4.1 Validación de la primera versión del cuestionario

Describimos en este apartado el procedimiento seguido para evaluar la validez y fiabilidad de la primera versión del cuestionario de actitudes y así detectar elementos problemáticos y mejorar el instrumento para administrarlo posteriormente, antes y después de las sesiones de experimentación en el aula. Asimismo, detallamos el análisis de contenido realizado a las respuestas emitidas por los estudiantes en la cuestión abierta del cuestionario (comentarios) para generar las categorías a utilizar en la codificación de dichas respuestas.

4.1.1 Validez y fiabilidad del test de 35 ítems

Para determinar la validez y fiabilidad del primer apartado del cuestionario (test de 35 ítems) se realizó en primer lugar un análisis de la confiabilidad del test construido. Para determinar el grado de homogeneidad existente entre los elementos de la escala en conjunto, se calculó mediante SPSS el Coeficiente Alfa de Cronbach para el total de los ítems, resultando ser de 0.73. El coeficiente obtenido basado en elementos estandarizados o tipificados con 224 casos válidos de 253 alumnos encuestados, es 0.77 (ver Tabla 4.1). Se considera, por lo tanto, que la escala tiene una buena consistencia interna.

Tabla 4. 1. Análisis de fiabilidad de la encuesta piloto

Resumen del procesamiento de los casos		
Casos	N	%
Válidos	224	88.5
Excluidos	29	11.5
Total	253	100.0

Estadísticos de fiabilidad		
Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos tipificados	N de elementos
.733	.774	35

En segundo lugar se analizó la forma en que se agrupan los ítems del cuestionario construido mediante un análisis factorial exploratorio. El propósito es detectar factores comunes entre los ítems para formar categorías apropiadas que puedan precisar de manera general los diferentes aspectos de las actitudes que se pretende evaluar.

La solución factorial inicial se llevó a cabo mediante el método de componentes principales, obteniendo ocho componentes con auto-valor mayor que uno que explicaron el 60.51% de la varianza total. El determinante de la matriz de correlaciones

(1.15E-007) indica que el grado de inter- correlación entre las variables es alto; condición inicial que debe cumplir este tipo de análisis. Los índices de Kaiser-Meyer-Olkin de adecuación de la muestra (KMO=0.905) y el contraste de esfericidad de Bartlett (B=3362.8; p<0.001) indican una muy buena adecuación de los datos para el tipo de análisis factorial seleccionado (ver Anexo A.4: Índice de confiabilidad y validez). Para obtener una estructura más simple se realizó una rotación Varimax con normalización de Kaiser (ver Anexo B.4: Matriz de 8 componentes rotados). Se procedió a limitar los factores, haciendo pruebas de siete a cuatro factores y obteniendo que la solución más interpretable es un modelo de cinco factores (ver Anexo C.4. Matriz de 5 componentes rotados). En la tabla 4.2 mostramos los cinco componentes agrupando los ítems por factor.

Tabla 4. 2. Matriz de 5 componentes agrupados por factor

Item	Componente				
	1	2	3	4	5
Item01	.653	.115	-.240	-.189	-.047
Item05	.492	.250	.334	-.087	.085
Item08	.632	.112	-.013	-.144	-.145
Item09	.670	.248	-.282	-.224	.006
Item10	.691	.278	-.189	-.137	-.058
Item11	.680	.314	-.327	-.045	.104
Item12	.712	.298	-.338	-.014	.101
Item13	.693	.256	-.120	-.079	.017
Item14	.486	.285	.101	.043	.018
Item25	.389	.126	-.161	-.139	-.096
Item27	.499	.424	-.316	.196	-.030
Item20	.262	.375	-.113	-.306	.046
Item21	.398	.547	-.075	-.224	-.003
Item22	.058	.591	.039	-.360	.113
Item23	.244	.630	-.029	.185	-.015
Item28	.292	.567	-.196	-.034	-.222
Item29	.297	.573	-.196	-.170	-.179
Item30	.511	.516	-.422	-.058	.118
Item31	.164	.538	-.053	-.343	.137
Item32	.357	.567	-.059	-.141	-.219
Item33	.315	.529	-.104	-.075	.035
Item34	.165	.627	-.087	.106	-.062
Item35	.106	.420	-.333	.063	.239
Item15	-.369	-.070	.674	.028	-.162
Item16	-.333	-.051	.672	.271	-.042
Item18	-.289	-.328	.446	.073	.432
Item19	-.071	-.164	.570	.137	.051
Item02	-.292	.069	.068	.532	.255
Item04	-.100	.037	.261	.664	.133
Item06	-.017	-.204	-.054	.675	-.159
Item07	-.293	-.076	.178	.492	.186
Item03	.018	.057	-.185	-.141	.629
Item17	-.136	-.307	.375	.093	.633

Item	Componente 1	2	3	4	5
Item24	.056	.139	-.134	.293	.556
Item26	.053	-.321	.326	.349	.414

Por último, se calculó los Coeficientes Alfa de Cronbach para cada componente asociado a cada factor. En la tabla 4.3 se muestran los coeficientes Alfa parciales, así como el porcentaje de varianza por factor (ver Anexo D.4: Análisis de fiabilidad por factores). El análisis de consistencia interna por factor nos permitió identificar que los primeros cuatro factores del modelo encontrado para nuestro estudio son relevantes. El último puede considerarse como un factor residual, ya que no es interpretable para la investigación y tiene una baja consistencia interna.

Tabla 4. 3. Coeficientes Alfa de Cronbach por factor

Factor	Nº de ítems	% de varianza	Coeficiente Alfa de Cronbach
I	11	30.00	0.873 / 0.875*
II	12	6.75	0.857 / 0.860*
III	4	5.15	0.705 / 0.709*
IV	4	4.49	0.627 / 0.626*
V	4	4.13	0.508 / 0.510*

*Coeficiente Alfa de Cronbach basado en elementos estandarizados

Mostramos en la tabla 4.4 el número de ítems pertenecientes a cada factor y algunos ejemplos de ítems correspondientes a cada una de ellos.

Tabla 4. 4. Ejemplos del test de 35 ítems por factor

Factor	Nº de ítems	Ejemplos de ítems: Nº	Ítem
I	11	1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las matemáticas proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva
		8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones.
II	12	21	Me gusta explorar métodos matemáticos e ideas usando la tecnología
		30	Me gusta aprender matemáticas con la ayuda de la computadora
III	4	15	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender matemáticas
		18	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las matemáticas
IV	4	2	Me resulta difícil comprender la transferencia de ideas de la pantalla de una computadora a mi mente
		7	El seguimiento de las instrucciones tecleadas pone mi atención fuera de las matemáticas
V	4	17	Pienso que el uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que valga la pena en el aprendizaje de las matemáticas
		26	Aprender a usar software para hacer matemáticas es frustrante

Por otra parte, si eliminamos los cuatro ítems que conforman el que nombraremos como factor residual (Factor V: ítems 3, 17, 24 y 26) y procedemos a realizar de nuevo el análisis de fiabilidad, la validez del cuestionario aumenta a 0.763 y a 0.801 para 228 elementos estandarizados como se muestra en la tabla 4.5.

Tabla 4. 5. Análisis de fiabilidad para 31 ítems

Casos	N	%
Válidos	228	90.1
Excluidos	25	9.9
Total	253	100.0

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos tipificados	N de elementos
.763	.801	31

Procedimos entonces a la interpretación de los factores, la cual realizamos en función de los ítems que más aportan a su saturación, es decir, entre los ítems con mayor comunalidad dentro del factor correspondiente (ver Anexo E.4: Tabla de comunalidades). Mostramos en la tabla 4.6 algunos ítems de cada factor de relevancia para nuestro estudio que nos permitieron definir las cuatro categorías,señalando la palabra o frase clave que nos sirvió de ayuda para esta definición.

Tabla 4. 6. Ítems y comunalidades para definir categorías

Factor	Nº	Ítem	Comunalidad
I	10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas	0.613
	11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras	0.681
	12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas	0.720
II	21	Me gusta explorarmétodos matemáticos e ideas usando la tecnología	0.513
	29	Por propia elección usaré las veces que sea necesario software para Matemáticas	0.516
	30	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora	0.724
III	15	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	0.622
	16	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de Matemáticas	0.640
IV	4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas	0.538
	6	Rara vez reviso el material inmediatamente después de que una sesión por computadora ha terminado	0.526

En la tabla 4.7 describimos las categorías que agrupan los 31 ítems que conforman los cuatro factores de relevancia y la denominación que adoptamos para cada una de ellas.

Tabla 4. 7. Interpretación de factores relevantes del modelo de 5 factores

Factor	Denominación	Descripción de categoría o factor común
I	Utilidad	Utilidad de la tecnología para hacer y aprender matemáticas
II	Gusto	Gusto por la integración de la tecnología en matemáticas
III	Rechazo	No utilidad de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas
IV	Metacognición	Aspectos metacognitivos

La categorización del primer factor recayó en elementos tales como los ítems 10, 11 y 12, los cuáles se refieren a que “la tecnología es útil para hacer y aprender Matemáticas”. El ítem 9 podría considerarse como el menos homogéneo a este factor.

El significado del segundo factor tiene relación directa con elementos como los ítems 21, 30 y 32, donde puede inferirse un “gusto por la integración de la tecnología en Matemáticas”.

Los cuatro ítems que definen el Factor III (15, 16, 18 y 19) se refieren a aspectos que expresan rechazo al uso de la tecnología; lo denominamos como “la tecnología no es útil para Matemáticas”. Estos cuatro ítems presentan una correlación negativa de elemento total-corregido (ver Anexo F.4: Tabla de estadísticos de elemento total).

El Factor IV integrado por cuatro ítems (2, 4, 6 y 7) puede considerarse como el grupo de elementos que tienen como factor común el referir a lo que el alumno cree o piensa sobre su propio conocimiento, capacidades y habilidades con respecto al uso de la tecnología para las matemáticas. Interpretamos estos ítems como referentes a aspectos metacognitivos. El grupo de ítems de esta componente también presenta una correlación negativa de elemento total-corregido (ver Anexo F.4:Tabla de estadísticos de elemento total).

Otro resultado que podemos señalar es que el grupo de ítems de tres de las sub escalas (Tablas 3.5, 3.7 y 3.8) se dividieron entre dos de los cuatro factores relevantes del modelo. Los ítems de las dos sub escalas restantes (Tablas 3.6 y 3.9) se concentraron en un solo factor.

4.1.2 Generación de categorías por análisis de contenido

Como se ha descrito en el capítulo previo, la última parte del cuestionario es un apartado para comentarios, a modo de pregunta abierta.Solamente 143 de los 253 alumnos encuestados emitieron algún tipo de opinión como respuesta a este apartado. Las respuestas de los alumnos están dadas en formato de texto narrativo en el que exponen sus opiniones.

En primera instancia, procedimos a leer las 143 opiniones descritas por los estudiantes, con el propósito de identificar grupos de respuestas. Distinguimos tres tipos:

1. Opiniones de los alumnos con respecto al uso de la tecnología en matemáticas.
2. Opiniones de los alumnos con respecto a la lista de software propuesta en el segundo apartado.
3. Opiniones de los alumnos sin significancia para nuestro estudio.

Consideramos que las respuestas correspondientes al primer grupo son las que tienen significancia para el establecimiento de nuestras categorías. En función de lo anterior, obtuvimos 96 comentarios significativos para proceder al establecimiento de las categorías que inciden en la valoración de las actitudes de los alumnos hacia el uso de la tecnología en matemáticas. Para ello utilizamos la técnica del análisis de contenido.

En un primer nivel de análisis decidimos utilizar la técnica de análisis de contenido de las opiniones emitidas por los alumnos, estableciendo las unidades de análisis. Siguiendo a Krippendorff (1997) se distinguen tres tipos de unidades de análisis: unidades de muestreo, unidades de contexto y unidades de registro.

Las unidades de muestreoson aquellas porciones del universo observado que serán analizadas. En nuestro caso, se analizarán las opiniones emitidas por los alumnos en el cuestionario de actitudes.

La unidad de contextoes la porción de la unidad de muestreo que tiene que ser examinada para poder caracterizar una unidad de registro. En nuestro caso la unidad de contexto es el tercer apartado del cuestionario, es decir, la sección de opiniones descritas por los estudiantes como respuesta a la pregunta abierta.

La unidad de registropuede considerarse como la parte de la unidad de muestreo que es posible analizar de forma aislada. Hostil (1969, p. 116) define una unidad de registro “como el segmento específico de contenido que se caracteriza al situarlo en una categoría dada”. Para otros autores las unidades de registro en un texto pueden ser palabras, temas (frases, conjunto de palabras), caracteres (personas o personajes), párrafos, conceptos (ideas o conjunto de ideas), símbolos semánticos (metáforas, figuras literarias), etc. La palabra común encontrada en cada uno de los comentarios, o bien, la idea involucrada, la identificamos como la unidad de registro. Para nuestro estudio esta unidad de registro la nombramos como “término clave”.

Identificando las diferentes unidades, procedimos a analizar y codificar cada uno de los comentarios significativos descritos por los estudiantes en el cuestionario. La codificación nos permitió representar el texto en índices numéricos relativos a la presencia y frecuencia de los términos clave. Como dice Hostil (1969) la codificación es el proceso por el que los datos brutos se transforman sistemáticamente en unidades que permiten una descripción precisa de las características de su contenido. Siguiendo a Bardin (1996), en la enumeración y reglas de recuento se encuentran: la presencia y la frecuencia. La presencia o ausencia de los elementos de un texto puede ser importante. La frecuencia es la medida generalmente más utilizada, válida en unos casos y en otros no. La importancia de una unidad de registro crece con su frecuencia de aparición.

Como resultado de dicho proceso identificamos en nuestra unidad de registro una variación de quince términos clave. En la tabla 4.8 se muestran dichos elementos con su frecuencia de aparición. Cabe señalar que hubo opiniones codificadas con dos términos clave.

Tabla 4. 8. Términos clave

N°	Término clave	Frecuencia
1	Bondades	38
2	Condición	30
3	Justificación	21
4	Interés	20
5	Ayuda	14
6	Importancia	7
7	Gustaría	6
8	Dificultades	4
9	Método tradicional	4
10	Poco uso	3
11	No uso	3
12	Gusto	1
13	Agrado	1
14	Estaría bien	1
15	No necesidad	1

Para ejemplificar la asignación de términos clave, mostramos en la tabla 4.9 algunas de las opiniones descritas por los estudiantes en su cuestionario como respuesta al apartado de comentarios y los términos asignados en cada caso. Por ejemplo, en el comentario presentado en la tabla 4.9 al que asignamos los términos clave *bondades* y *justificación*, el alumno está expresando la idea de bondad del uso de la tecnología al describir que es “útil” y al mismo tiempo la está justificando al comentar que “facilita el trabajo del profesor y del alumno". En el comentario donde asignamos como términos clave *ayuda* y *condición*, el alumno utiliza la palabra común "ayudan" y está condicionando la ayuda que proporciona el uso de la tecnología en las matemáticas al agregar en su opinión la condición "pero hacen que no entiendas lo que haces y para qué sirve".

Tabla 4. 9. Ejemplos de comentarios y términos clave asignados

Comentario	Términos clave
"El uso de la computadoras es muy *importante* para mejorar el aprendizaje de las matemáticas"	Importancia
"Considero *útil* el uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas, *facilita*el trabajo del profesor y del alumno"	Bondades / Justificación
"Las computadoras y software *ayudan* en el uso de las matemáticas *pero*hacen que no entiendas lo que haces y para qué sirve"	Ayuda / Condición
"Es *interesante* e *importante* la aplicación de software en matemáticas"	Interés / Importancia

En un segundo nivel de análisis, se establecieron las categorías en función de los términos clave asignados a cada uno de los comentarios, obteniendo categorías mutuamente excluyentes, es decir, un mismo comentario solamente se codificó dentro de una categoría. En total obtuvimos siete categorías disjuntas: utilidad, utilidad condicionada, utilidad justificada, gusto, motivación, rechazo justificado y desconocimiento. A continuación detallamos el proceso de definición de estas categorías.

Las opiniones codificadas con los términos clave *importancia*, *bondades* y *ayuda* se situaron en primer lugar dentro de la categoría de *utilidad*, distinguiendo los comentarios que además incluían el término clave *condición* o el término clave *justificación*. De este modo establecimos, tres tipos de categorías relacionadas con la consideración de la utilidad de la tecnología para hacer y aprender matemáticas: simple, condicionada y justificada (ver Figura 4.2); las cuales definimos a continuación.

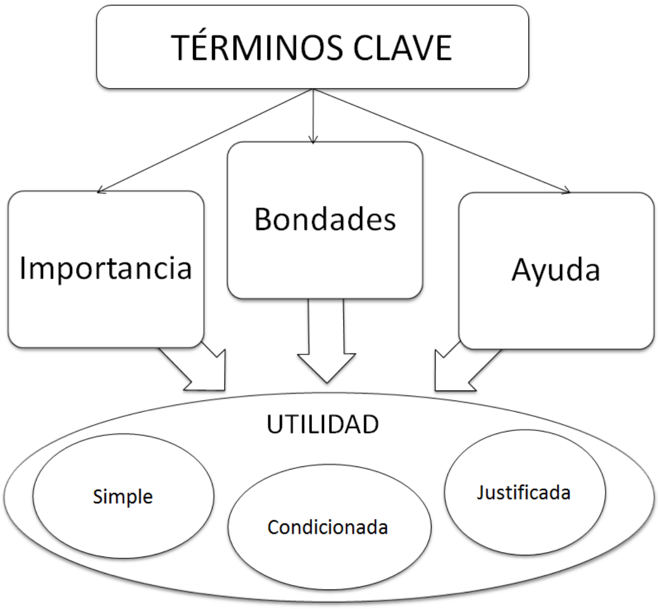


Figura 4. 2. Categorías de utilidad

- *Simple*. Cuando las opiniones expresadas no condicionan o justifican la utilidad de la tecnología en las matemáticas, como por ejemplo: "Me parece muy bueno el uso de software en Matemáticas", las situamos en la categoría simple llamada *utilidad*.
- *Condicionada.* Cuando el alumno expresa que la tecnología es importante, útil o ayuda a su aprendizaje de las matemáticas, pero establece una condición para dicha consideración, clasificamos su opinión en la categoría *utilidad condicionada*. Este es el caso de la siguiente opinión expresada por un estudiante: "El uso de las computadoras es una buena herramienta para el entendimiento de las matemáticas, sin embargo no debe caer en el rango de necesario para este fin pues en vez de ayudar empeoraría o perjudicaría al alumno".
- *Justificada*. Cuando el alumno comenta las bondades, importancia o ayuda de la tecnología en su aprendizaje de las matemáticas, pero justificando dicha utilidad, categorizamos su opinión con la etiqueta *utilidad justificada*. Como ejemplo presentamos la siguiente respuesta: "Creo que es importante el uso de la tecnología en las matemáticas, ya que las hace un poco más interesante y evita los errores. Aparte de que el software puede mostrarnos las gráficas exactas".

La figura 4.3 muestra el esquema de las categorías que distinguimos en relación con la percepción de los alumnos de la utilidad de la tecnología para su aprendizaje de las matemáticas y la frecuencia en que se presenta cada unidad de registro.

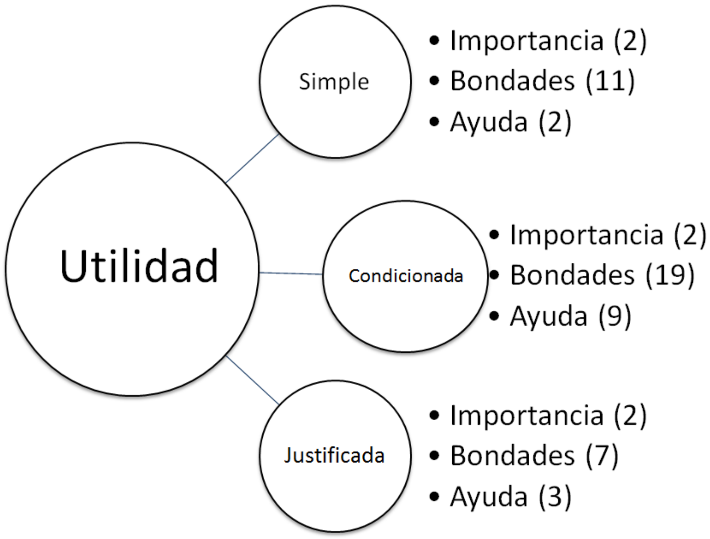


Figura 4. 3. Frecuencia de las categorías de utilidad

Los comentarios codificados con los términos clave *gusto* y *agrado* se categorizaron dentro de la categoría de *gusto*. Asimismo, todas las opiniones que incluyeron los términos clave *interés*, *gustaría* y *estaría bien*, independientemente de algún otro término clave codificado, se establecieron dentro de la categoría de *motivación*.

Por otro lado, las opiniones codificadas con los términos clave: *dificultades*(ej., "No le veo mucho sentido a aprender matemáticas con computadoras, si de por sí te revuelves manualmente peor tecleando fórmulas"), *no necesidad*(ej., "Creo que el uso de la computadora en las matemáticas no es necesario porque no importa si tenemos el resultado sino el procedimiento ya que no siempre se tendrá una computadora a mano") y *método tradicional* (ej., "Realizar los cálculos en lápiz hace que se te quede tu aprendizaje porque lo estás practicando, en cambio realizarlo por computadora no sé qué tanto me puede ayudar a retener la información") se categorizaron como *rechazo justificado*. En este caso no son palabras concretas las que permiten codificar el comentario, sino más bien la idea general que encierra la opinión del estudiante.

Por último, situamos los comentarios que incluyen la idea de "poco uso" o "no uso" de la tecnología en las matemáticas tales como "Casi no usamos programas para realizar trabajos de matemáticas" y "Nunca he usado software para el aprendizaje de las matemáticas" en la categoría que nombramos *desconocimiento*.

Obtenemos por tanto un total de siete categorías, siendo las seis primeras —utilidad, gusto, motivación, utilidad condicionada, utilidad justificada y rechazo justificado— relativas a aspectos afectivos. A partir de este punto, estructuramos las seis categorías afectivas obtenidas atendiendo a si se presentaba o no argumentación, llegando a la organización final que se presenta en la tabla 4.10.

Tabla 4. 10. Descripción y frecuencia de categorías

Categoría	Descripción	Frecuencia
	AFECTIVAS SIN ARGUMENTACIÓN	
Utilidad	Importancia del uso de la tecnología en la realización de actividades para hacer o aprender matemáticas	15
Gusto	Disfrute del alumno en el uso la tecnología en hacer o aprender de las matemáticas	2
Motivación	Interés de los estudiantes y deseo por utilizar la tecnología en hacer o aprender matemáticas	22
	AFECTIVAS CON ARGUMENTACIÓN	
Utilidad Condicionada	Importancia del uso de la tecnología poniendo de manifiesto la condición bajo todas las circunstancias	30
Utilidad Justificada	Importancia del uso de la tecnología argumentando el porqué de su utilidad	12
Rechazo Justificado	El rechazo, resistencia o la no aceptación justificada del uso de la tecnología	9
	OTRAS	
Desconocimiento	Falta de conocimiento de las bondades de la tecnología para hacer o aprender matemáticas	6

4.2 Diseño final del cuestionario de actitudes

Partiendo del análisis de la validez y fiabilidad de la primera versión del cuestionario de actitudes, diseñamos la versión final del cuestionario a administrar antes y después de la experimentación en el aula. Para mejorar el apartado de test de 35 ítems, en primer lugar, revisamos, analizamos y modificamos la redacción, en algunos casos, de los ítems; entre ellos los ítems identificados como problemáticos al realizar el análisis factorial (aquellos que componían el quinto factor en el análisis factorial). Esto nos llevó a hacer las modificaciones que se detallan en la tabla 4.11.

Tabla 4. 11. Relación de ítems antes y después del análisis

Descripción del ítem	
Ítem antes del análisis	Ítem modificado
Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar
Me resulta difícil comprender la transferencia de ideas de la pantalla de una computadora a mi mente	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente
El no tener que preocuparme por los cálculos aritméticos, hace que me concentre mejor en las ideas esenciales de las Matemáticas	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados

Descripción del ítem	
Ítem antes del análisis	Ítem modificado
Considero que el material impreso en la pantalla de una computadora y la copia impresa en papel es útil para tomar notas	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla
El seguimiento de las instrucciones tecleadas pone mi atención fuera de las Matemáticas	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas
El poder de la computación hace más fácil explorar ideas matemáticas	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas
Pienso que el uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que valga la pena en el aprendizaje de las Matemáticas	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas
El uso de la tecnología para cálculos me facilita hacer las aplicaciones más realísticas	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas
Me gusta explorar métodos matemáticos e ideas usando la tecnología	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología
Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas son bastante complicados sin la adición de la tecnología	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología
He encontrado software útil para mi aprendizaje de las Matemáticas	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas
En términos generales, vale la pena aprender a utilizar el software para hacer Matemáticas	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas
Por propia elección usaré las veces que sea necesario software para Matemáticas	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas
Las tareas matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer
La revisión de la lección en la tarea por computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos

En segundo lugar, incluimos algunos ítems con sentido inverso o con el mismo sentido que los existentes pero empleando diferente redacción. Al intercalar estos nuevos ítems a lo largo del test queríamos detectar casos en los que los estudiantes estuvieran respondiendo al cuestionario de forma azarosa. Mostramos en la tabla 4.12 los dos ítems que reflejan la misma idea pero con palabras diferentes (13 y 21) y los dos ítems que fueron insertados (14 y 31) con sentido inverso a los ítems 33 y 20 respectivamente.

Tabla 4. 12. Parejas de ítems semejantes y con sentido inverso

Nº de ítem	Descripción del ítem
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas
21	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer

Nº de ítem	Descripción del ítem
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente

Realizadas estas modificaciones el test queda compuesto por 37 ítems relativos a las categorías de utilidad, gusto, rechazo y aspectos metacognitivosdistribuidos como se muestra en la Tabla 4.13. Para llegar a dicha distribución de los ítems se han tenido encuenta las siguientes consideraciones:

a) El ítem 9 (“Me gusta usar computadoras para Matemáticas”) inicialmente clasificado en la categoría de utilidad se reubica a la categoría de gusto debido a que se considera que encaja mejor en esta categoría al incluir en su descripción la palabra “gusta”.

b) El ítem 34 (“La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas”) inicialmente clasificado en la categoría de gusto se reubica en la categoría de utilidad por incluir la idea de utilidad en su redacción.

c) El ítem 18, uno de los ítems identificados como problemáticos, se clasifica en la categoría de rechazo tras mejorar su redacción.

d) La categoría de aspectos metacognitivos contaba inicialmente con 4 ítems a los que se añaden los otros tres ítems problemáticos de la primera versión del cuestionario (tras ser revisados y modificados) y dos ítems nuevos:

d.1) El ítem 14 con sentido inverso al 33 (ubicado en la categoría de gusto) tiene sentido negativo y por lo tanto, no sería conveniente ubicarlo en la categoría de gusto. Entonces se consideró que como refiere percepciones personales, la categoría de aspectos metacognitivos era la más adecuada para reclasificarlo.

d.2) El ítem 31 con sentido inverso al 20 (ubicado en la categoría de rechazo) tiene sentido positivo y por lo tanto, no quedaría correctamente ubicado en la categoría de rechazo. Se decide entonces que la categoría más adecuada para reclasificarlo, al igual que en el caso anterior (ítem 14) es la de aspectos metacognitivos, puesto que recordemos, en esta categoría se ubican los ítems que reflejan la percepción personal de los estudiantes con respecto al uso de la tecnología en las matemáticas.

Finalmente el cuestionario queda formado por 25 ítems que expresan actitudes positivas y 12 que expresan actitudes negativas; concretamente estos últimos son los ítems 2, 4, 6, 7, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 25 y 27.

Tabla 4. 13. Relación de ítems por categoría (2ª versión del cuestionario)

Categoría	Nº ítems	Descripción de la categoría	Ítems
Utilidad	11	Utilidad de la tecnología para hacer y aprender matemáticas	1, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 26, 28, 34
Gusto	12	Gusto por la integración de la tecnología en las matemáticas	9, 21, 22, 23, 24, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 37
Rechazo	5	No utilidad de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas	16, 17, 18, 19, 20
Aspectos metacognitivos	9	Lo que el alumno cree o piensa sobre su propio conocimiento, capacidades y habilidades con respecto al uso de la tecnología para las matemáticas	2, 3, 4, 6, 7, 14, 25, 27, 31

En cuanto al apartado de "Comentarios" que aparecía en la primera versión del cuestionario, con el propósito de evitar ambigüedades a esta pregunta abierta, se incluyó la siguiente instrucción:

> "Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas"

Realizadas estas modificaciones se prepararon dos versiones del cuestionario, una para el Pre Test y otra para el PostTest. Ambas son coincidentes en el apartado de preguntas a responder mediante una escala de Likert, el apartado de conocimiento y uso previo de CAS y el apartado de comentarios a modo de pregunta abierta. En el cuestionario Pre Test (ver Anexo G.4:Cuestionario de actitudes - Pre Test) se incluyeron además cuestiones generales sobre el género de los estudiantes, la especialidad que cursaban y las asignaturas de matemáticas cursadas en bachillerato de entre una selección que consideramos prerequisito para un mejor entendimiento del Cálculo (ver Figura 4.4).

NOMBRE				
GÉNERO	☐ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☐ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS CURSADAS EN EL BACHILLERATO	☐ Cálculo Diferencial ☐ Geometría Plana ☐ Álgebra	☐ Cálculo Integral ☐ Geometría Analítica ☐ Trigonometría

Figura 4. 4. Relación de asignaturas cursadas en el bachillerato

En el cuestionario Post Test (ver Anexo H.4: Cuestionario de actitudes - Post Test)se incluyó una cuestión sobre su conocimiento previo del tema de resolución de problemas de optimización en Cálculo (ver Figura 4.5).

HAS ESTUDIADO CON ANTERIORIDAD EL TEMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	☐ Sí ☐ No

Figura 4. 5. Pregunta sobre conocimiento previo del tema

4.3 Estudio de las actitudes del grupo participante en la experiencia de aula

En este apartado analizamos los datos obtenidos a partir de las respuestas del grupo de alumnos a los cuestionarios aplicados antes (Pre Test) y después (Post Test) de las sesiones de resolución de problemas. Cabe señalar que para el Pre Test se consideraron 29 alumnos y para el Post Test 28 dado que un alumno no asistió el día de la implementación del Pre Test y dos alumnos no asistieron el día que se aplicó el Post Test.

4.3.1 Características generales del grupo de estudiantes

En primer lugar recogemos en la tabla 4.14 los datos de los estudiantes relativos al género, especialidad en ingeniería y asignaturas cursadas (obtenidos en el Pre Test) y al conocimiento previo del tema de optimización (obtenidos en el Post Test).

Tabla 4. 14. Características generales de la muestra

		Género $N = 30$		Nº de alumnos por asignatura cursada $N = 29$						Conocimiento previo del tema $N = 28$		
Especialidad	Nº de Alum. $N = 30$	M	F	Cal. Dif.	Cal. Int.	Geom. Plana	Geom. Analít.	Álg.	Trig.	Sí	No	NR
Civil	12	9	3	11	11	9	9	12	11	8	4	1
Física	9	8	1	6	6	7	8	8	8	4	5	0
Mecatrónica	6	6	0	6	6	6	5	6	5	4	0	1
Energías Renovables	3	3	0	1	1	2	1	2	1	1	1	1

NR = no responde

Como ya se ha mencionado en el capítulo previo, el grupo estaba compuesto por estudiantes, en su mayoría hombres (86,7%), que cursaban cuatro especialidades diferentes de ingeniería. En concreto la información recogida en la tabla 4.14 muestra que el 40% de los estudiantes cursaban la especialidad de Civil, un 30% la de Física, 20% Mecatrónica y un 10% la especialidad de Energías renovables; concentrándose las alumnas de la muestra en las dos primeras especialidades mencionadas.

En las especialidades de ingeniería Mecatrónica, Civil y Física, casi un 70% de los alumnos cursaron las asignaturas preuniversitarias consideradas como requisito para una adecuada comprensión de la asignatura de Cálculo que se imparte en el primer año de ingeniería. En la especialidad de energías renovables este porcentaje es inferior, reduciéndose a un tercio. En cuanto al tema de optimización específicamente, más de mitad de los estudiantes (17 de los 30) declaran tener conocimiento sobre el mismo por haberlo cursado en asignaturas preuniversitarias. Para el caso de tres estudiantes no disponemos de información sobre su conocimiento previo dado que a dos de ellos no se les administró el Post test y el otro no respondió a la cuestión sobre los conocimientos previos.

En relación al conocimiento previo de CAS, mostramos en la tabla 4.15 los resultados obtenidos relativos a la cantidad y tipo de software que declaran conocer los estudiantes.

Tabla 4. 15. Número de alumnos del grupo de Cálculo por cantidad y tipo de software

Cantidad de software	Nº de alumnos	%	Software	Nº de alumnos	%
0	7	24	Derive	11	23
1	8	28	MathCad	8	17
2	7	24	Mathematica	9	19
3	5	17	Matlab	9	19
5	1	3	Maple	7	15
6	1	3	Maxima	1	2
			Geogebra	2	4
			MicrosoftMath	1	2

Observamos en la tabla 4.15 que la mayor parte del grupo (más del 75%) conocía al menos un tipo de software, siendo el más conocido el Derive. Asimismo, un 15% del grupo conocía el Maple, CAS empleado en este estudio. De los 7 alumnos que habían tenido contacto con el Maple antes de la experiencia de aula, solo 2 de ellos habían trabajado antes con este CAS en el aula de matemáticas.

4.3.2 Actitudes hacia la tecnología

Analizamos las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología en matemáticas a partir de los datos facilitados por medio de las respuestas a la parte de opción múltiple del cuestionario (batería de 37 ítems) y a la cuestión final de respuesta abierta.

Atendemos de forma separada al análisis de las respuestas de ambas componentes del cuestionario que aportan información complementaria.

Evaluación de las respuestas del grupo al cuestionario de ítems de opción múltiple

En el anexo I.4 pueden consultarse los promedios de las respuestas del grupode alumnos al cuestionario de ítems, tanto relativos al Pre Test como relativos al Post Test, así como otros datos estadísticos descriptivos tales como la desviación estándar, la mediana, la moda y los valores mínimo y máximo de cada ítem.

Con el propósito de evaluar las respuestas del grupo y determinar la tendencia en promedio hacia el uso de la tecnología en matemáticas, procedimos a eliminar de la relación de ítems aquellos cuyas respuestas presentaron una tendencia neutra, es decir, aquellos ítems con media de respuesta mayor que 2.5 y menor que 3.5. Esto supone un total de 15 ítems eliminados para este análisis. En la tabla 4.16 incluimos los ítems que, en alguno de los cuestionarios, presentan media de respuestas menor o igual a 2.5, o mayor o igual a 3.5, ya sea en el Pre Test o en el Post Test.

Tabla 4. 16. Ítems con tendencia no neutral

Ítem	Descripción	Pre Test		Post Test		Tendencia
		Media	Desv. Típica	Media	Desv. Tipica	
ÍTEMS POSITIVOS						
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar	3.72	0.922	3.68	1.090	AA
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados	3.55	1.021	3.57	1.200	AA
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	4.24	0.689	3.71	0.937	AA
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	4.21	0.726	3.93	1.184	AA
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas	3.68	1.020	3.52	1.122	AA
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas	3.69	0.891	3.64	0.989	AA
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas	3.93	0.593	3.86	1.079	AA

Ítem	Descripción	Pre Test		Post Test		Tendencia
		Media	Desv. Típica	Media	Desv. Tipica	
21	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	3.86	0.789	3.82	0.819	AA
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología	3.55	0.783	3.50	0.839	AA
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques	3.86	0.756	3.57	0.920	AA
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas	3.86	0.833	3.64	0.826	AA
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas			3.79	1.067	AA*
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas			3.68	1.219	AA*
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas	3.79	0.559	3.68	0.905	AA
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	3.59	0.867			AA*
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento			3.54	1.170	AA*
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel	2.45	0.948	2.41	0.844	DD
	ÍTEMS NEGATIVOS					
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente	2.48	1.122			DD*
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	3.52	1.122			AA*
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas	2.41	.780	2.32	0.983	DD
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas	2.10	.673	2.04	0.962	DD

Ítem	Descripción	Pre Test		Post Test		Tendencia
		Media	Desv. Típica	Media	Desv. Tipica	
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología			2.39	1.031	DD*

DD: Desacuerdo en Pre Test y/o Post Test. AA: acuerdo en Pre Test y/o Post Test
*: Tendencia neutral en Pre Test o Post Test

Los 17 primeros ítems de la tabla 4.22 miden en sentido positivo la actitud de los estudiantes hacia el uso de la tecnología en matemáticas en cambio, los cinco últimos miden esta actitud en sentido negativo. A partir de la información recogida en la tabla 4.22 podemos inferir que el grupo tenía inicialmente una actitud positiva hacia el uso de la tecnología en matemáticas antes de la experiencia de aula y que conservó esta tendencia después de la misma. Solo dos ítems (ítems 16 y 37) dan evidencias de cierto rechazo, tanto en el Pre test como en el Post test, si bien en uno de ellos (16) la tendencia es casi neutral. La tendencia negativa se presenta en relación con la preferencia del grupo sobre las pruebas de matemáticas con papel y lápiz y no por computadora.

Para analizar el efecto de la experimentación realizada en las actitudes de los estudiantes hacia el uso de tecnología en matemáticas, realizamos el análisis estadístico de la prueba de rangos de Wilcoxon la cual es una prueba no paramétrica de comparación de dos muestras relacionadas. No consideramos a los dos alumnos que no respondieron a alguna de las encuestas.

Como mencionan Siegel y Castellan (1998), este tipo de pruebas estadísticas de una sola muestra que implican dos medidas o pares replicados “se utilizan cuando el investigador desea establecer si dos tratamientos son diferentes o si un tratamiento es mejor que otro” (p. 98). En nuestro caso, aplicamos el Pre Test y el Post Test a la misma muestra de alumnos antes y después de la experimentación en el aula. Nuestro objetivo es detectar si existe diferencia en las actitudes del grupo de alumnos antes y después del experimento de enseñanza.

Consideramos la prueba de Wilcoxon como una prueba de dos colas, planteando nuestras hipótesis de la siguiente manera:

H_0: No hay diferencia en la actitud de los alumnos hacia el uso de la tecnología en matemáticas antes y después de la experiencia de aula. Hipótesis nula.

H_1: Sí hay diferencia en la actitud de los alumnos hacia el uso de la tecnología en matemáticas antes y después de la experiencia de aula. Hipótesis alterna.

Se realizaron tres tipos de análisis mediante la prueba de Wilcoxon, el primero en función de las cuatro categorías en las que agrupamos los 37 ítems antes de llevar a cabo el procesamiento de datos mediante SPSS (ver distribución de ítems por categoría en la tabla 4.19), el segundo en función de las parejas de ítems semejantes y con sentido inverso tanto del Pre Test como del Post Test y el tercero para los ítems sin agrupar, comparando cada ítem del Pre Test con respecto al Post Test.

Antes de efectuar la suma de los valores de cada ítem por categoría (ver resultados en el anexo J.5: Prueba de Wilcoxon: suma de valores por categoría), requerimos cambiar el valor para los ítems con sentido negativo[6], con el objeto de procesar en el SPSS datos en el mismo sentido por categoría. Procesamos mediante el SPSS cada pareja de categorías para determinar cuáles de ellas dan diferencias significativas, es decir, "Utilidad Pre Test" con "Utilidad Post Test", "Gusto Pre Test con "Gusto Post Test" y así sucesivamente obteniendo los resultados para los estadísticos de contraste que mostramos en la tabla 4.17.

Tabla 4. 17. Estadísticos de contraste para la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Pareja de categorías	Z	Sig. asintót. (bilateral)
UtilidadPostTest – UtilidadPreTest	-0.810	.418
GustoPostTest – GustoPreTest	-0.095	.925
RechazoPostTest – RechazoPreTest	-0.542	.588
MetacognitivosPostTest – MetacognitivosPreTest	-0.060	.952

Observamos en la tabla 4.17 que en ninguna de las categorías obtenemos diferencias significativas, es decir, con un nivel de significancia menor que 0.05 (intervalo de confianza del 95%). Esto indica que en las cuatro categorías se debe retener la hipótesis nula, es decir, no hubo diferencias significativas en la actitud de los alumnos hacia el uso de la tecnología en las matemáticas antes y después de la experiencia de aula.

En virtud de que al agrupar ítems por categorías se obtienen calificaciones globales para cada categoría del Pre y del Post Test, es posible corroborar los resultados obtenidos realizando un análisis de comparación de medias mediante la t de Student para muestras

[6] Los ítems con sentido negativos son 2, 4, 6, 7, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 25 y 27 (ver Anexo N.4).

relacionadas. Mediante este análisis se obtienen resultados coincidentes (ver Anexo K.4: Prueba t de Student), por lo cual concluimos que el análisis realizado mediante la prueba de rangos de Wilcoxon es consistente.

Analizando ahora cada una de las categorías, procedimos a procesar los datos en el IBM SPSS para saber el comportamiento de dichas diferencias, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4.18. Observamos que en los cuatro casos hay un equilibrio entre los rangos negativos y positivos de un valor para las categorías de utilidad (predominando las diferencias en sentido negativo) y gusto (predominando las diferencias en sentido positivo) y de dos valores para la categoría de "aspectos metacognitivos" (mayor número de rangos negativos). En la categoría de rechazo se dio una diferencia de 6 valores entre rangos positivos y negativos, a favor de estos últimos. Estos resultados sugieren que, aunque el grupo de alumnos muestra una leve tendencia negativa en su concepción de la utilidad de la tecnología para las matemáticas,se encuentra en una disposición favorable a la posibilidad de utilizarla de ésta.

Tabla 4. 18. Tipo de rangos por categoría para la prueba de Wilcoxon

Pareja de categorías	Tipo de rangos	N	Rango promedio	Suma de rangos
UtilidadPostTest – UtilidadPreTest	Rangos negativos	13	14.81	192.50
	Rangos positivos	12	11.04	132.50
	Empates	3		
	Total	28		
GustoPostTest – GustoPreTest	Rangos negativos	12	13.25	159.00
	Rangos positivos	13	12.77	166.00
	Empates	3		
	Total	28		
RechazoPostTest-RechazoPreTest	Rangos negativos	14	10.21	143.00
	Rangos positivos	8	13.75	110.00
	Empates	6		
	Total	28		
MetacognitivosPostTest – MetacognitivosPreTest	Rangos negativos	14	13.32	186.50
	Rangos positivos	13	14.73	191.50
	Empates	1		
	Total	28		

Procesando en SPSS la prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para la pareja de ítems semejantes y en sentido inverso, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 4.19. En esta prueba al igual que en el caso de la prueba por categorías, se requirió cambiar el valor para los ítems con sentido negativo (ítems 14 y 20[7]) antes de procesar los datos, transformándolos en ítems semejantes.

Tabla 4. 19. Significancia para la prueba de Wilcoxon para parejas de ítems semejantes

Ítems Semejantes	Pre Test		Post Test	
	Z	Sig. asintót. (bilateral)	Z	Sig. asintót. (bilateral)
13 y 21	-1.291	.197	-1.387	.166
14 y 33	-.295	.768	-.091	.928
20 y 31	-.632	.527	-.265	.791

Observamos en la tabla 4.19 que en las tres parejas de ítems semejantes, tanto en el Pre Test como en el Post Test, las diferenciasno son significativas como lo indica el valor de la significancia mayor que 0.05.

Si se aplica la prueba de Wilcoxon a los ítems sin agrupar considerando un intervalo de confianza del 95% (ver Anexo L.4: Prueba de Wilcoxon con intervalo de confianza del 95%) se obtiene como resultado que en 33 de los 37 ítems (89%) no hay diferencias significativas en las actitudes de los estudiantes antes y después de la experiencia de aula con respecto al uso de la tecnología en matemáticas, es decir, se retiene la hipótesis nula. Solamente se rechaza la hipótesis nula, o lo que es lo mismo, solo se presenta diferencia significativa en el ítem 5 ("Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla") perteneciente a la categoría de utilidad y en los ítems 9 ("Me gusta usar computadoras para Matemáticas"), 29 ("Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas") y 30 ("Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas") de la categoría de gusto[8]. Para estos ítems se detecta también un aumento en la desviación típica (ver Tabla 4.20).

Tabla 4. 20. Prueba de Wilcoxon para los 4 ítems con significancia menor al 0.05

Ítem	media		Desv. típica		Rangos positivos			Rangos negativos			Empates	Sig.
	Pre	Post	Pre	Post	N	prom	suma	N	prom	suma		
5	4.21	3.71	.686	0.937	3	6.50	19.50	13	8.96	116.50	12	.008
9	3.43	2.93	1.23	1.303	3	7.33	22.00	12	8.17	98.00	13	.026
29	3.21	3.79	.787	1.067	14	8.79	123.00	2	6.50	13.00	12	.003
30	3.07	3.68	.940	1.219	15	10.17	152.20	4	9.38	37.50	9	.017

[7] Item 14: Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender.
Item 20: Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora.
[8] Item 5: Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla.
Item 9: Me gusta usar computadoras para Matemáticas.
Item 29: Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas.
Item 30: Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas.

Los ítems 5 y 9 presentan tendencia hacia una actitud negativa después de la experiencia de aula como puede observarse en el número de rangos negativos (13 y 12 respectivamente) con respecto al número de rangos positivos (3) (ver Tabla 4.21). Sin embargo, los ítems 29 y 30 tienen una tendencia hacia una actitud positiva después de la experiencia de aula, al presentarse un número de rangos positivos (14 y 15 respectivamente) superior al número de rangos negativos (2 y 4 respectivamente).

Por otra parte, si consideramos un intervalo de confianza del 90 %, además de los 4 ítems significativos anteriormente mencionados (5, 9, 29 y 30), se obtienen 4 ítems más con diferencias significativas (11, 23, 26 y 35) (ver Tablas 4.20 y 4.21).

Tabla 4. 21. Prueba de Wilcoxon para los 4 ítems con significancia entre 0.05 y 0.10

Ítem	media		Desv. típica		Rangos positivos			Rangos negativos			Empates	Sig.
	Pre	Post	Pre	Post	N	prom	suma	N	prom	suma		
11	3.21	2.93	1.197	1.086	2	7.25	14.50	9	5.72	51.50	17	.085
23	3.89	3.57	0.751	0.920	4	6.50	26.00	10	7.90	79.00	13	.073
26	3.07	3.36	0.838	1.129	11	9.18	101.00	5	7.00	35.00	12	.068
35	3.64	3.36	0.826	0.951	4	4.50	18.00	8	7.50	60.00	16	.087

Los 4 ítems con una significancia entre 0.05 y 0.10 son dos ítems de la categoría de utilidad (11: “Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras” y 26: “El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemática”) y dos ítems de la categoría de gusto (23: “Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques” y 35: “ La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos”). Observamos en la Tabla 4.27 que para el caso de los dos ítems de utilidad, por lo que respecta al ítem 11, la mayoría de los alumnos no cambio su percepción después de la experiencia de aula al obtener 17 empates (61 %), predominando las rangos negativos frente a los positivos (9 vs 2) y para el caso del ítem 26 hubo una mejoría en la actitud del grupo después de la experiencia de aula debido a que predominaron los rangos positivos sobre los negativos (11 y 5 respectivamente). Sin embargo, para el caso de los ítems de la categoría de gusto se observa que hubo una tendencia hacia una actitud negativa después de la experiencia de aula, debido a que en ambos casos predominaron los rangos negativos (10 y 8) sobre 4 rangos positivos; aunque casi el 57% (16 de 28) no cambió su opinión para el ítem 35.

Evaluación de las respuestas del grupo a la cuestión abierta

Por lo que respecta a las opiniones emitidas por los alumnos como respuesta a la pregunta abierta en ambos cuestionarios, se detecta que en varios casos se encierra más de una idea, por lo que procedimos primeramente a separar las ideas plasmadas en cada opinión y a clasificarlas. El procedimiento seguido fue separar cada una de las ideas y categorizarla de acuerdo a las siete categorías definidas mediante análisis de contenido en el análisis de las respuestas a la pregunta abierta realizado en el estudio previo.

Después de separar cada una de las ideas contenidas en cada opinión, identificamos palabras o frases clave por idea, cuando era necesario, y determinamos si dicha opinión incluye, justificación o condición a tener en cuenta en la codificación de dicha idea. Por ejemplo, vemos en la tabla 4.22 las opiniones emitidas por dos alumnos antes y después de su participación en el experimento de enseñanza (Las respuestas de todos los estudiantes y su codificación se recogen en el anexo M.4: Opiniones Pre y Post Test).

Tabla 4. 22. Opiniones de dos alumnos en el Pre Test y Post Test

Encuesta	Opiniones	Palabras Clave	Justificación o condición	Categoría
		Alumno x		
Pre Test	Es muy interesante utilizar la tecnología para completar el aprendizaje de las matemáticas, porque de esa manera la clase o el estudio son más didácticas y es más interesante.	Interesante aprendizaje	La clase es más interesante y más didáctica	Utilidad justificada
Post Test	El uso de la tecnología es muy interesante, no es muy esencial ya que sin ella se puede aprender matemáticas, pero al ponerlo como parte del proceso de aprendizaje se puede hacer más fácil y más rápido pues con la interacción de la tecnología se logra quitar lo rutinario.	Interesante	El proceso de aprendizaje se puede hacer más fácil, más rápido y menos rutinario	Utilidad justificada
	Aunque en ocasiones se haría frustrante cuando nos topamos con alguna parte de un software complejo.	Frustrante	Manejo de software complejo	Rechazo justificado
		Alumno y		
Pre Test	Pues es una forma de aprender,		una forma de aprender	Motivación
	…pero no estoy diciendo que sea mejor ayuda al momento de hacer los cálculos	No es mejor ayuda	Para hacer los cálculos	Rechazo justificado

Encuesta	Opiniones	Palabras Clave	Justificación o condición	Categoría
Post Test	El uso de usar un software para el aprendizaje de las matemáticas es un buen método para las resoluciones,…	buen método	Para los cálculos	Utilidad condicionada
	…sin embargo, me gusta trabajar las matemáticas manualmente.	Gusto	Matemáticas con lápiz y papel	Método tradicional
	En este caso, aprendí más o menos a usar el Maple y creo que también me podría ayudar en un momento dado para un problema de optimización.	Ayuda	Para resolver problemas	Utilidad justificada

En la codificación de las respuestas abiertas de los estudiantes se identifican hasta un máximo de tres ideas clasificadas en tres categorías diferentes. La tabla 4.23 presenta la frecuencia final de cada una de las categorías consideradas.

Tabla 4. 23. Frecuencia de categorías Pre Test y Post Test

Categoría	Frecuencia Pre Test	Frecuencia Post Test	Frecuencia Total
Afectivas sin argumentación			
Utilidad	2	2	4
Gusto	0	1	1
Motivación	2	0	2
Afectivas con argumentación			
Utilidad Condicionada	4	17	21
Utilidad Justificada	15	17	32
Rechazo Justificado	8	8	16
Otras			
Desconocimiento	2	0	2
	33	45	78

Observamos en la tabla 4.23 que la mayoría de las respuestas de los estudiantes expresaban opiniones afectivas con algún tipo de argumentación relativa a la justificación de la utilidad o rechazo expresado o al condicionamiento de dicha utilidad. Las ideas expresadas por los alumnos respecto a la utilidad de la tecnología de manera condicionada aumentaron considerablemente antes y después del experimento de enseñanza (de 4 a 17). Después de las sesiones de resolución de problemas con Maple, los alumnos disponían de mayor experiencia con software para matizar la utilidad del software a una aplicación o fin específico a modo de condición. Entre las condiciones expresadas por los alumnos se encuentran la necesidad de un entrenamiento previo para el uso de un software como herramienta, la dificultad de tener que tener un especial cuidado con la sintaxis al manejar el programa o la importancia de conocer los procesos y métodos matemáticos para que la tecnología resulte útil.

Las justificaciones descritas por los alumnos para el caso de la utilidad de la tecnología expresan que la tecnología es útil para realizar operaciones y cálculos complicados por la reducción de tiempo y esfuerzo que esta situación implica y para obtener una mayor precisión en estos cálculos. También se emitieron justificaciones con respecto a la facilidad que da la tecnología para la resolución de problemas tanto en la comprobación de resultados como para cálculos y gráficas.

En lo que respecta a la categoría rechazo justificado, las opiniones de los alumnos son diversas; aluden a cierto desagrado porque tienen la impresión de que la tecnología complica el proceso de enseñanza-aprendizaje dado que emplea un leguaje complicado, aumenta el tiempo necesario y el manejo del software es complejo.

Como era de esperar, los dos alumnos que emitieron un juicio de desconocimiento hacia el uso de la tecnología, cambiaron de opinión después de la experiencia de aula. La fluctuación en el resto de categorías es mínima, desapareciendo en el Post Test las respuestas que aluden a la tecnología como un elemento motivador para hacer o aprender matemáticas.

Un resultado de interés en el análisis de las respuestas de los estudiantes participantes en el experimento de enseñanza, resultó identificar entre las ideas aportadas algunos casos en que el alumno muestra preferencia por la enseñanza de las matemáticas de manera discursiva (mediante lecciones magistrales), o bien, predilección por la práctica de las mismas mediante lápiz y papel. Obtuvimos que antes de la experiencia de aula, eransiete los estudiantes que mostraban esta preferencia, disminuyendo a cinco después del experimento de enseñanza.

Síntesis de los resultados sobre actitudes hacia el uso de tecnología en matemáticas

A partir de los resultados presentados en este apartado concluimos que los estudiantes presentaban inicialmente una actitud favorable hacia el uso de la tecnología en matemáticas. Así mismo se detecta que en general la experiencia de trabajo en el aula resolviendo problemas con la ayuda del software Maple no tuvo incidencia significativa en las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología en matemáticas. Las diferencias significativas que se detectan tras la experiencia informan que disminuye el gusto por el uso de los computadores y los estudiantes no le dan tanta importancia a la utilidad de tomar notas complementarias a la información proporcionada en la pantalla. Sin embargo aumentó el número de estudiantes que consideran que valió la pena aprender a usar el Maple y que por propia elección afirman que lo usarán de nuevo para matemáticas, reconociéndole cierta utilidad.

El efecto de la experiencia también se manifestó en una mayor presencia de elementos argumentativos para matizar sus opiniones sobre la utilidad o rechazo hacia el uso de la tecnología en matemáticas. Aunque en general las actitudes de los estudiantes muestran una tendencia positiva, se identifica cierta preferencia por el método de enseñanza tradicional. Reconocen su utilidad para economizar el tiempo y esfuerzo necesario para ejecutar cálculo simbólico y representaciones gráficas, si bien aluden a la complejidad del manejo del software.

Capítulo 5

Estudio de casos

Este capítulo contiene tres estudios de casos en los que se analiza el desarrollo del proceso de modelización con el uso de Maple a lo largo de las diferentes sesiones de trabajo en el aula que componen la parte empírica del experimento de enseñanza implementado. Iniciamos justificando la selección de los casos y detallando las técnicas de análisis de datos empleadas en su estudio.

El análisis de datos aquí presentado ha requerido dela trascripción previa de las grabaciones en video de las sesiones de trabajo en el aula, tanto de las grabaciones del trabajo en el grupo-clase como las de la actividad desarrollada en el ordenador, por parte de cada uno de los tres estudiantes seleccionados. Como fuentes de datos complementarias se han empleado los cuadernos de trabajo de los alumnos tanto electrónicos como impresos, si bien en los cuadernos impresos solo se han encontrado algunas representaciones esquemáticas a las que se alude más adelante.

5.1 Justificación del estudio de casos

En términos de Stake (1999), un estudio de caso es un estudio de la particularidad y la complejidad de casos singulares, para llegar a comprender su actividad en circunstancias concretas y según al objetivo fundamental que se persigue. Considerando la distinción de este autor entre estudios de casos intrínsecos, instrumentales y colectivos, identificamos los estudios que aquí se presentan como instrumentales debido a que se analiza el caso de cada alumno para profundizar en un tema o aspecto teórico; en nuestro caso, la puesta en práctica del proceso de modelización, con ayuda de un CAS, como estrategia de enseñanza-aprendizaje que permite promover la capacidad de matematizar de los estudiantes. En este tipo de estudios la selección de los casos se basa en un muestreo teórico no estadístico, intentando seleccionar aquellos casos que ofrecen una mayor oportunidad de aprender con ellos (Stake, 1994). Algunos casos servirán mejor que otros debido a que un caso estándar funciona de manera adecuada pero un caso atípico resulta ilustrativo de circunstancias no tomadas en cuenta para los casos comunes (Stake, 2005). Los parámetros contextuales de la selección de casos dependen del ámbito y la temática a investigar (Stake, 1995).

5.2 Estructura de cada estudio de casos

La narración de cada estudio de caso comienza con una descripción de las características del estudiante que consideramos relevantes para esta investigación. A continuación recogemos el análisis del desempeño de dicho estudiante organizado en dos grandes apartados según el análisis se centre en las fases que componen el proceso de modelización de forma aislada o en las interacciones y relaciones que se producen entre dichas fases a lo largo del proceso de resolución de cada problema.

El primer apartado comienza con un estudio de la frecuencia de cada fase en el trabajo del estudiante, la posible omisión de alguna de ellas y el modo en que el tiempo de trabajo del estudiante se distribuye entre las fases. Posteriormente, en relación con cada fase, atendemos a la ejecución de las acciones que la componen, al empleo de representaciones y uso del software Maple, así como a los errores cometidos.

Para el análisis de la interacción entre fases nos apoyamos en técnicas propias del análisis secuencial de la conducta. Este apartado inicia con el análisis de la secuenciación de las fases y las interacciones entre estas, atendiendo a las circunstancias que las motivan. Por medio de técnicas propias del análisis secuencial, que pasamos a describir en el siguiente apartado, se calculan las probabilidades de transición entre las fases y se identifican las secuencias diádicas y tríadicas significativas en el trabajo de cada estudiante, así como las relaciones de activación e inhibición entre las fases. Por último, a modo de cierre de cada caso se recoge una síntesis de los resultados obtenidos.

Mostramos en la figura 5.1 el esquema general delaparte del análisis de datos relativa a los estudios de casos, el cuál recoge los elementos aquí enumerados y describe la estructura de apartados en la que estructuramos este documento.

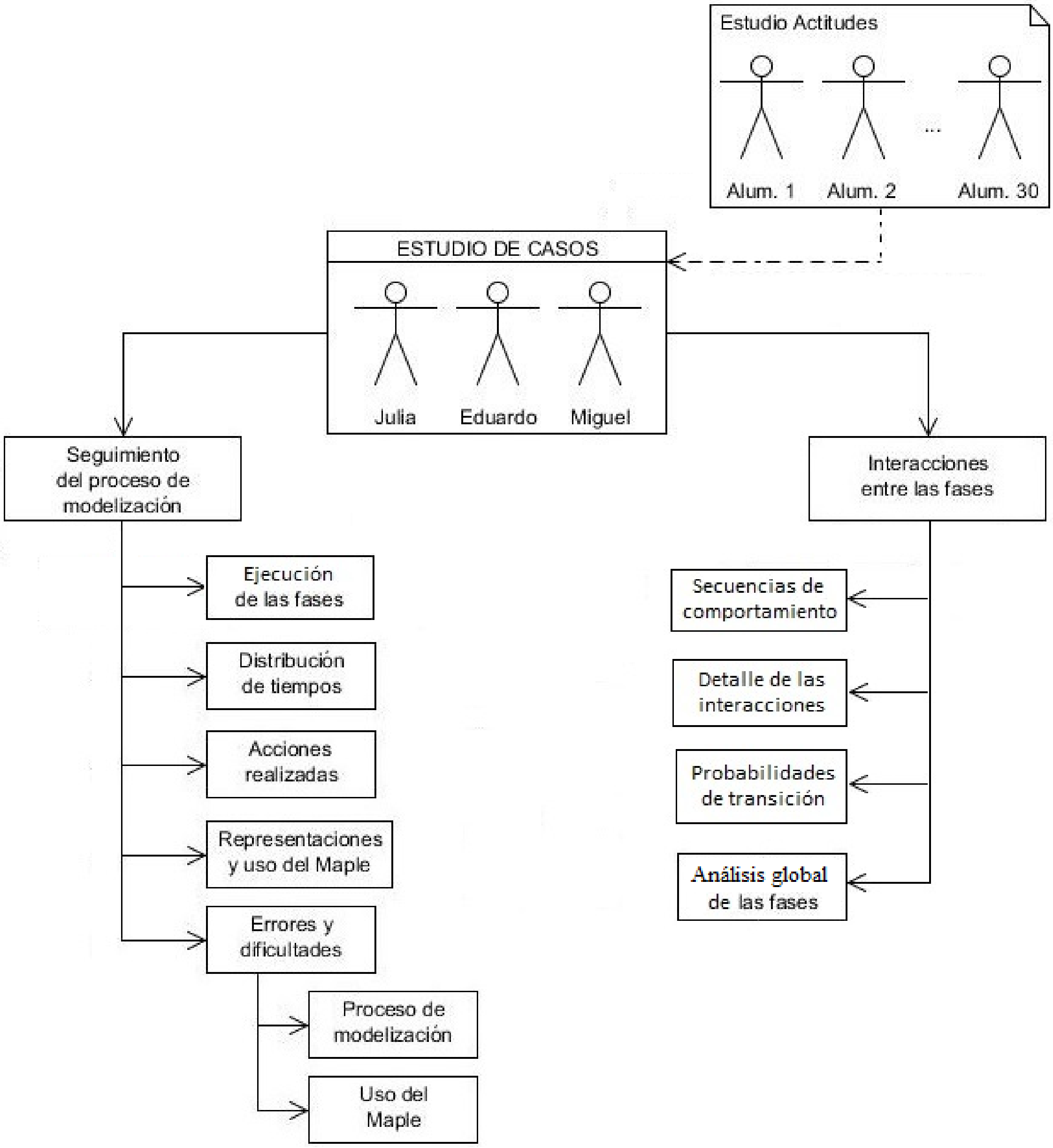


Figura 5. 1. Esquema general del análisis de datos

5.3 Selección de los casos

Se han seleccionado alumnos que presentaran perfiles diferentes en cuanto a sus actitudes hacia las matemáticas, su conocimiento previo de software CAS y su nivel de rendimiento en matemáticas así como que hubieran asistido a todas las sesiones de resolución de problemas y hubieran grabado su actividad con el ordenador.

De los cuatro estudiantes que cumplían con las características mencionadas, tres alumnos habían cursado el bachillerato en una preparatoria[9] de la misma universidad (UADY). Dado que estos tres alumnos presentan diferentes actitudes hacia el uso de la tecnología en matemáticas y diferentes niveles de conocimiento previo de CAS, decidimos seleccionarlos para el estudio de casos, quedando por tanto la muestra uniformizada con respecto de la variable estudios preuniversitarios cursados.

La tabla 5.1 presenta las principales características de los tres estudiantes seleccionados. Más adelante, al comienzo de la descripción de cada estudio de caso, se presenta un mayor detalle de las características de cada uno de estos estudiantes.

Tabla 5. 1. Características de los alumnos seleccionados

Alumno	Conocimientos matemáticos y rendimiento	Conocimiento de CAS	Actitudes
Julia	**Cursa** las 4 optativas de matemáticas en la preparatoria. Tiene rendimiento **alto** en matemáticas en la preparatoria y también en la asignatura de cálculo en la que se realiza la experimentación. **Conoce** el tema de optimización previamente a sus estudios universitarios.	Poco	**Rechazo** hacia la tecnología y preferencia por el **método tradicional.**
Eduardo	**No cursa** optativas de matemáticas en la preparatoria. Tiene rendimiento **bajo** (aprobado) en matemáticas en la preparatoria y **muybajo** (suspenso) en la asignatura de cálculo en la que se realiza la experimentación. **No conoce** el tema de optimización previamente a sus estudios universitarios.	Medio (conoce Maple)	Actitud **positiva** hacia la tecnología.
Miguel	**Cursa** las 4 optativas de matemáticas en la preparatoria Tiene rendimiento **medio** en matemáticas en la preparatoria y **alto** en la asignatura de cálculo en la que se realiza la experimentación. **Conoce** el tema de optimización previamente a sus estudios universitarios.	Alto (conoce Maple)	Considera útil la tecnología para hacer matemáticas no para su aprendizaje. Actitud **con tendencia neutra**.

[9] Las preparatorias incorporadas a la UADY llevan el mismo plan de estudios y deben cumplir con un plan de trabajo que emite la Coordinación del Sistema de Educación Media Superior de la UADY (existe un documento oficial que rige a estas preparatorias).

La información recogida en la tabla 5.1 pone de manifiesto que los estudiantes seleccionados presentan diferentes niveles en su conocimiento previo de CAS y en su rendimiento medio en la preparatoria, así como diferentes tendencias en sus actitudes hacia las matemáticas. La figura 5.2 permite visualizar la distribución de los alumnos en relación a estas características. El signo entre paréntesis denota si la actitud del estudiante era, en general, positiva, negativa o neutra antes de las sesiones de resolución de problemas, atendiendo al estudio realizado de sus actitudes descrito en el capítulo previo. Esta representación pone de manifiesto diferencias relativas al nivel de conocimientos previos tanto matemáticos como de software CAS y a sus actitudes, que avalan la pertinencia de la elección de estos tres sujetos para los estudios de casos que realizamos.

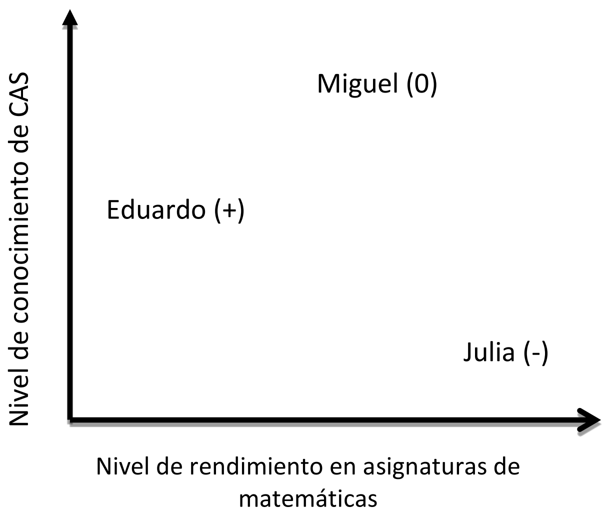


Figura 5. 2. Representación sintética de las características de los estudiantes seleccionados

5.4 Análisis secuencial y técnica de coordenadas polares

Como señalan Codina, Cañadas y Castro (2011, en revisión), el análisis secuencial es una metodología para el análisis de los datos innovadora en el campo de la Educación Matemática. Estos autores, así como Quera (1993), han explorado las posibilidades de este análisis de la conducta para poner de manifiesto relaciones secuenciales que emergen entre las diferentes etapas (unidades de conducta) de la resolución de problemas. En nuestro caso, hacemos uso de esta tecnología para analizar las relaciones secuenciales entre las diferentes fases del proceso de modelización cuando los alumnos resuelven problemas de optimización con la ayuda del Maple.

A continuación sintetizamos las principales ideas de este marco metodológico para posteriormente concretar elementos de su aplicación en nuestro estudio de casos.

5.4.1 Marco de referencia para el análisis secuencial

La metodología observacional dispone de una variedad de posibilidades en el estudio de lo cotidiano, concretamente de las relaciones que surgen entre las conductas que se gestan y el ambiente donde suceden (Anguera, 1999). En este trabajo nos centramos en el análisis de eventos secuenciales en el cual, según explica Anguera (1997), se considera como hipótesis nula que no existe dependencia entre los eventos secuenciales. El análisis secuencial permite determinar, en términos del orden de las conductas, si existen patrones de conducta que tengan un grado mayor de conexión asociativa entre sus elementos, comparado con la conexión que existiría si solamente se dieran las conductas de manera azarosa (Anguera, 1983).

El objetivo principal de un análisis secuencial es detectar si existen regularidades en una secuencia de conducta. Los patrones de conducta generados por una secuenciación de conductas pueden ser estudiados de acuerdo a su variación entre diferentes sesiones, partes diferenciadas de una sesión, sujetos, distintas conductas consideradas como criterio, etc. (Anguera, 1997). Para realizar este tipo de análisis se requiere disponer de un sistema taxonómico donde puedan categorizarse las conductas observadas.

Perea (2008) menciona que en el análisis secuencial deben analizarse dos perspectivas: la prospectiva (“hacia adelante”) y la retrospectiva (“hacia atrás”); lo que permite visualizar las dos vertientes del diseño diacrónico intensivo del análisis secuencial. Los conceptos que son necesarios para realizar el análisis secuencial son la conducta criterio, la conducta de apareo o condicionada, el retardo o lag y la probabilidad de transición. La conducta criterio es considerada por hipótesis como la posible inicializadora o desencadenante de las que le siguen, llamadas conductas de apareo (Sackett, 1979, 1987; Anguera, 1983). El retardo o lag es el lugar que ocupa cada ocurrencia de conducta de apareo con respecto a las ocurrencias previas de la conducta criterio. La probabilidad de transición es la probabilidad condicionada de los aspectos secuenciales de los datos (Perea, 2008). Por ejemplo, si fijamos como conducta criterio la Fase 3 (definición del modelo matemático) se puede dar el caso que esta conducta desencadene la conducta resolución del modelo (Fase 4) en la siguiente ocurrencia (lag 1), en la ocurrencia de orden 2 (lag 2), en la ocurrencia de orden 3 (lag 3), etc., o bien que no desencadene dicha conducta de apareo (probabilidad de transición igual a cero). La probabilidad de transición es la probabilidad de que ocurran los casos ejemplificados.

Coordenadas polares

La técnica de coordenadas polares inicialmente propuesta por Sackett (1980) permite efectuar una representación vectorial de la compleja red de interrelaciones que se establecen entre las distintas categorías definidas para una actividad que se desarrolla secuencialmente, actuando también de forma colateral como una técnica reductora de datos (Castellano y Hernández, 2003; Gorospe y Anguera, 2000). Los valores obtenidos en las probabilidades de transición entre las conductas, tras un proceso de reducción, dan lugar a dos parámetros indicativos: la magnitud de un vector y el cuadrante donde se localiza dicho vector. Las relaciones entre las categorías se consideran significativas si las magnitudes de los vectores generados son mayores al valor 1.96. El cuadrante donde queda situado el vector nos indica si la conducta criterio activa o inhibe las restantes conductas de apareo en las dos vertientes, prospectiva y retrospectiva. De este modo la representación vectorial permite interpretar al mismo tiempo la naturaleza de cada una de la relaciones del mapa dependiendo del valor del ángulo del vector, y la intensidad de la relación dependiendo del valor de radio, módulo o magnitud del vector (Anguera y Losada, 1999). La interpretación de estas relaciones se ilustra en la Figura 5.3.

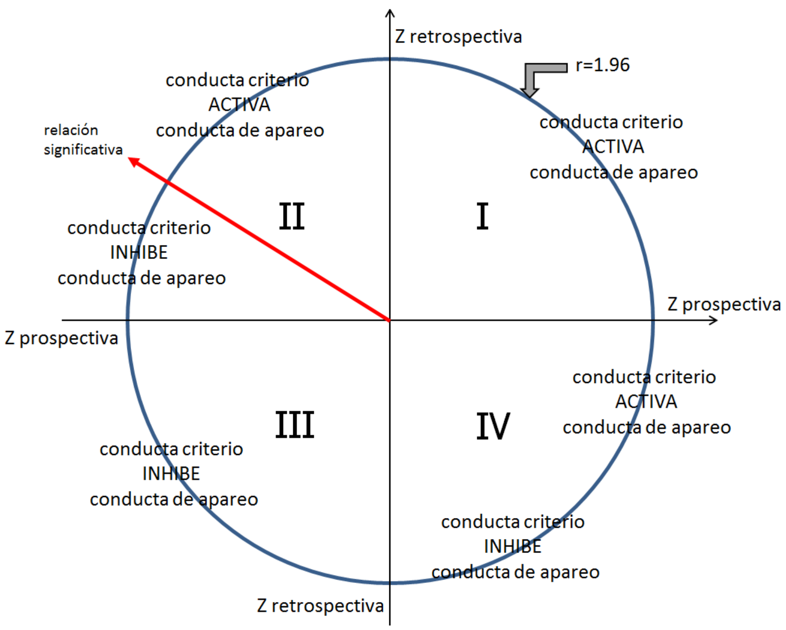


Figura 5. 3. Mapa vectorial de coordenadas polares

Existen dos técnicas para realizar el análisis secuencial mediante coordenadas polares, la propuesta por Sacket (1980) llamada de retrospectividad impropia y, a partir de este método, la propuesta por Anguera (1997) y Gorospe y Anguera (2000) llamada de retrospectividad propia o genuina. En el enfoque de retrospectividad impropia se manejan siempre retardos positivos y se intercambian las conductas criterio según sea la perspectiva prospectiva o retrospectiva. En el enfoque de retrospectividad genuina, se manejan retardos positivos para la perspectiva prospectiva y negativos para la perspectiva retrospectiva, permaneciendo la conducta criterio.

Para nuestro estudio, realizamos el análisis secuencial mediante la técnica de coordenadas polares siguiendo el enfoque de retrospectividad genuina. Siguiendo el esquema modificado de retrospectividad genuina propuesto en Gorospe y Anguera (2000), ilustramos en la figura 5.4 este enfoque de análisis de coordenadas polares, en función de las siete fases del proceso de modelización que tomamos como sistema taxonómico de referencia para el análisis secuencial que realizamos en este trabajo.

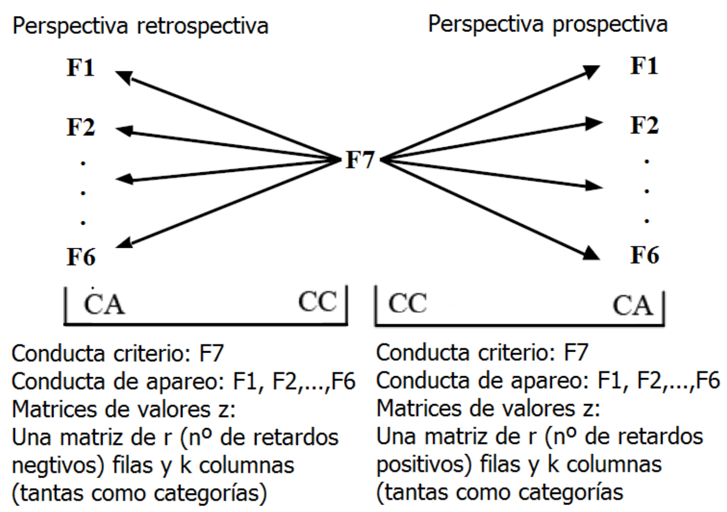


Figura 5. 4. Esquema de retrospectividad genuina para análisis de coordenadas polares

La técnica de coordenadas polares propuesta inicialmente por Sackett (1980) toma su punto de partida de la técnica de retardos del análisis secuencial. Partiendo de un número n de lags que se deciden según sea el caso de análisis, se elabora la tabla de frecuencias de apareo, la de probabilidades de apareo (esperada y condicional) y el cálculo de los correspondientes estadísticos Z para cada conducta criterio seleccionada. Entonces, obtenemos una tabla formada por una matriz de dimensiones $k \times n$, donde k es el número de categorías de nuestro análisis secuencial y n es el número de retardos (ver Figura 5.5).

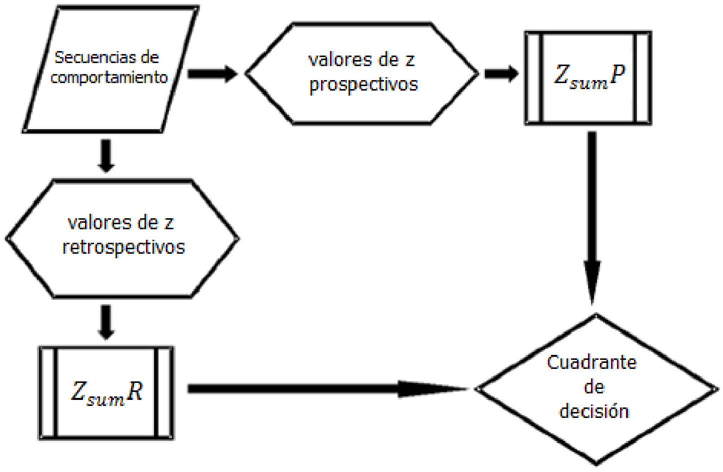


Figura 5. 5. Proceso de análisis de coordenadas polares (Anguera, 2001)

En esta técnica de análisis de datos es posible, si se considera de interés para los objetivos que se persiguen, trazar todos los vectores correspondientes a cada una de las categorías con respecto a cada conducta definida como criterio (Gorospe y Anguera, 2000). Es decir, que es posible obtener tantos mapas de relaciones como categorías hayamos definido. Por lo tanto, esta técnica incorpora un potente instrumento que permite encontrar la totalidad de las interrelaciones entre todas las categorías.

5.4.2 Aplicación del análisis secuencial y la técnica de coordenadas polares en este trabajo

Para hacer uso de las técnicas anteriormente descritas relativas a relaciones entre conductas secuenciales así como otras técnicas analíticas de la metodología observacional consistentes en medidas globales (ej., frecuencias, probabilidades de ocurrencias), utilizamos un sistema taxonómico de siete categorías mutuamente excluyentes: las siete fases del proceso de modelización (ver Tabla 5.2). Consideramos cada una de estas fases como conducta criterio y analizamos de qué forma desencadena las fases restantes que son nuestras conductas apareo.

Tabla 5. 2. Sistema taxonómico de categorías

Clave	Categoría	Descripción
F1	Fase 1. Problema del mundo real	El alumno realiza la lectura del enunciado del problema, plantea sus palabras clave, elabora su dibujo esquemático, hace el replanteamiento del problema y establece las unidades de la solución.
F2	Fase 2. Hacer suposiciones	El alumno identifica y define variables y hace las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente.

Clave	Categoría	Descripción
F3	Fase 3. Formular el problema matemático	El alumno formula el modelo que permite dar respuesta al problema.
F4	Fase 4. Resolver el problema matemático	El alumno calcula la derivada del modelo, determina los números críticos, verifica los extremos e identifica los valores que resuelven el problema.
F5	Fase 5. Interpretar la solución	El alumno representa e interpreta gráfica y analíticamente la solución obtenida, así como también relaciona las soluciones gráfica y simbólica del problema.
F6	Fase 6. Verificar el modelo	El alumno verifica que la solución cumple con las condiciones iniciales establecidas e identifica las limitaciones del modelo o de la solución obtenida.
F7	Fase 7. Reportar, explicar, predecir	El alumno elabora un informe de la solución encontrada.

Para el registro observacional utilizamos el software Nvivo 8.0 con el cual categorizamos y codificamos la actuación de los alumnos con respecto a las categorías de conducta definidas para nuestro estudio. Mediante este software categorizamos cada unidad de conducta y registramos su tiempo de inicio y finalización por alumno en cada sesión.

Para analizar secuencialmente los datos utilizamos el GSEQ 5.1.15 de Bakeman y Quera (2013) que nos permite obtener patrones secuenciales de conducta. Nuestros datos codificados para realizar este análisis son de tipo ESD (Time event State Data) según Bakeman y Quera (1995) o de tipo "Event" (Event o Single-Code Event) según Bakeman y Quera (2011) puesto que consisten en eventos simples codificados sin tiempo. Los eventos simples son eventos mutuamente excluyentes que registran el comportamiento secuencial mediante códigos simples sin información del tiempo de ocurrencia de cada categoría. En nuestro caso nos interesa analizar las relaciones que se establecen entre las diferentes fases del proceso de modelización desde la perspectiva sincrónica, es decir, sin considerar el tiempo que los alumnos permanecieron en cada fase dado que entendemos que este estuvo condicionado por el ritmo de trabajo global del grupo y los momentos seleccionados para realizar puestas en común.

Utilizamos un único observador, la investigadora-docente, lo cual supone una limitación en la estabilidad interpretativa de los datos (Tejera, Valera y Anguera, 2011). Por este motivo, y siguiendo recomendaciones de Anguera (1990), para dar mayor estabilidad interpretativa al proceso de codificación de las sesiones grabadas mediante Camtasia, se ha minimizado la complejidad del sistema de codificación, trabajando con un número moderado de categorías; y se ha hecho uso de medios técnicos de registro para facilitar recobrar la información asociada a cada categoría y la revisión de la misma, resolviéndose por acuerdo en el equipo investigador las discordancias detectadas entre codificaciones diferentes de una misma sección del trabajo del alumno.

Tras concluir la codificación de los datos relativos al trabajo de cada alumno en cada sesión, procedimos al procesamiento de los datos mediante GSEQ. Para el análisis de las relaciones entre las fases del proceso de modelización excluimos los datos de la sesión 3, dado que entendemos que la interacción entre las fases del proceso de modelización en dicha sesión está condicionada por trabajarse en una modificación del problema trabajado en la sesión previay, por tanto, no es comparable a la que se produce en el resto de las sesiones.

Para automatizar nuestro análisis de coordenadas polares, se ha elaborado exprofeso un programa informático con el Visual Basic Studio partiendo de los residuos ajustados arrojados por el GSEQ de Bakeman y Quera (2013). Obtenemos como resultado, por una parte, las tablas en Excel que contienen los valores Z_{zum} prospectivos y restrospectivos, así como los cuadrantes, magnitudes y ángulos de los vectores y, por otra, los gráficos de las representaciones vectoriales.

Dado el número de categorías consideradas, nos restringimos a retardos de orden 4 para obtener los resultados de los radios y ángulos del análisis de coordenadas polares. Según Bakeman y Quera (2011), los residuales ajustados dentro de una tabla en los procesos realizados por el GSEQ son considerados de mejor modo solo cuando la Chi-Cuadrado para una tabla es significativa (< 0.01). En nuestro análisis no siempre se cumplió esta condición, como se indicará más adelante, posiblemente por el bajo número de eventos que se dieron en algunas de las sesiones (un rango de 9 a 37 eventos), pero consideramos que los valores de los radios significativos (> 1.96) nos marcan una pauta de significancia para interpretar las relaciones entre las diferentes categorías de conducta.

5.5 El caso de Julia

Julia es una chica de nuevo ingreso de la Licenciatura en Ingeniería Física. Asiste puntualmente a todas las sesiones y participa de forma activa consultando sus dudas y siguiendo las instrucciones del docente. Según la información suministrada por ella misma en el cuestionario, tiene conocimientos previos a su formación universitaria del tema de resolución de problemas de optimización y durante su programa de estudios de bachillerato cursó las asignaturas Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Geometría Plana, Geometría Analítica, Álgebra y Trigonometría. Su promedio en las cinco asignaturas de matemáticas obligatorias durante el bachillerato fue 93.20 sobre 100. En las cuatro asignaturas optativas de matemáticas (todas las optativas de matemáticas ofertadas) obtuvo de calificación promedio 92.75/100, cursando entre ellas la asignatura de Cálculo Diferencial (calificación 91/100). Su calificación en la asignatura de primer curso de ingeniería en la que se enmarca la recogida de datos de este trabajo, Cálculo Diferencial e Integral I, fue 100 sobre 100.

Antes del experimento de enseñanza, Julia nunca había tenido contacto con un CAS en clase de matemáticas y solamente tenía conocimiento de Derive.

Con respecto a sus actitudes, las respuestas al cuestionario Pre Test y Post Test (ver Tabla 5.3) nos indican lo siguiente. Respecto a la utilidad del uso de tecnología en matemática, tiende a expresar desacuerdo o una opinión neutral, aumentando esta tendencia en el Post Test frente al Pre Test. Tanto en el Pre test como en el Post Test se mostró totalmente de acuerdo en la mayoría de los ítems de la categoría de rechazo. Así mismo sus respuestas sugieren falta de gusto por el uso de la tecnología en matemáticas (ver Tabla 5.1). Su actitud respecto a los aspectos metacognitivos tiende a ser de neutral antes y después de la experiencia de aula.

Tabla 5. 3. Julia: Tabla de frecuencias escala de Likert Pre y Post Test

Test	Totalmente en desacuerdo	Desacuerdo	Neutral	Acuerdo	Totalmente de acuerdo
		Utilidad			
Pre	4	1	4	1	1
Post	8	1	1	1	0
		Gusto			
Pre	3	6	3	0	0
Post	8	3	1	0	0
		Rechazo			
Pre	0	0	2	0	3
Post	0	0	1	1	3
		Aspectos metacognitivos			
Pre	2	3	3	1	0
Post	1	1	4	1	2

En las opiniones expresadas mediante su respuesta a la cuestión abierta del cuestionario (ver Tabla 5.4), antes de la experiencia Julia mostró un rechazo justificado. Expresa que la tecnología complica los procesos y prefiere hacer los cálculos y las gráficas con lápiz y papel. Muestra preferencia por métodos tradicionales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el Post Test, sin embargo, aunque permanecen estas dos ideas, incluye un comentario en el que reconoce la utilidad del uso de la tecnología para facilitar la realización de cálculos.

Tabla 5. 4. Julia: Categorización de opiniones

Opiniones	Palabras Clave	Justificación o condición	Categoría
Pre Test			
A mí en lo particular no me gusta usar la tecnología para estudiar las matemáticas, porque yo siento que en vez de facilitar las cosas, las complica demasiado…	No me gusta	Complica las cosas	Rechazo justificado
…y aprender por medio de la tecnología no es lo que prefiero, me gusta más leer libros y hacer las cosas manualmente.	Gusto	Aprendizaje por el proceso manual	Método tradicional
Post Test			
Considero que si bien la computadora te hace los cálculos más fácilmente, …	Facilidad	para los cálculos	Utilidad justificada
…ésta no ayuda al entendimiento, porque te hace todo el trabajo de razonar, y para mí, esta es aburrida, además que dificulta a la hora de hacer las cosas.	Dificultad	para entender las cosas	Rechazo justificado
En general, no me gusta usar computadoras para las matemáticas.	no me gusta	usar computadoras para las matemáticas	Método tradicional

A continuación recogemos el análisis del proceso de modelización implementado por Julia en las diferentes sesiones de trabajo atendiendo primeramente al seguimiento del proceso de forma general y, posteriormente, a las interacciones que se identifican entre las fases que componen dicho proceso. En el último apartado del estudio de caso se sintetizan e interpretan de forma conjunta los resultados obtenidos.

5.5.1 Julia – Seguimiento del proceso de modelización

Estructuramos la descripción del desempeño de Julia en el desarrollo del proceso de modelización en cada una de las sesiones en cinco apartados que atienden a: a) la frecuencia de cada fase en el trabajo del estudiante y la posible omisión de alguna de ellas, b) el modo en que el tiempo de trabajo del estudiante se distribuye entre las fases, c) la ejecución de las acciones que componen cada fase, d) el empleo de representaciones y uso del software Maple, y e) los errores cometidos.

Julia – Ejecución de las fases

La figura 5.6 presenta unos esquemas que permiten hacer un primer análisis del seguimiento del proceso de modelización por parte de Julia en las sesiones 2, 4, 5 y 6. El esquema correspondiente a la sesión 3 se incluye en la figura 5.7.

Se observa que en estas cuatro sesiones Julia ejecuta acciones de las diferentes fases que componen el proceso de modelización, con la excepción de la fase 6 que corresponde a la verificación del modelo. En las sesiones 2 y 5, por limitaciones de tiempo, Julia pasa directamente de la fase 5 a la 7, en otras palabras, pasa a la elaboración del informe después de la interpretación de la solución, sin verificar la misma. Al continuarse en la sesión 3 el proceso de modelización iniciado en la sesión 2, entonces sí realiza la fase 6 y avanza en el informe ya iniciado (ver Figura 5.7).

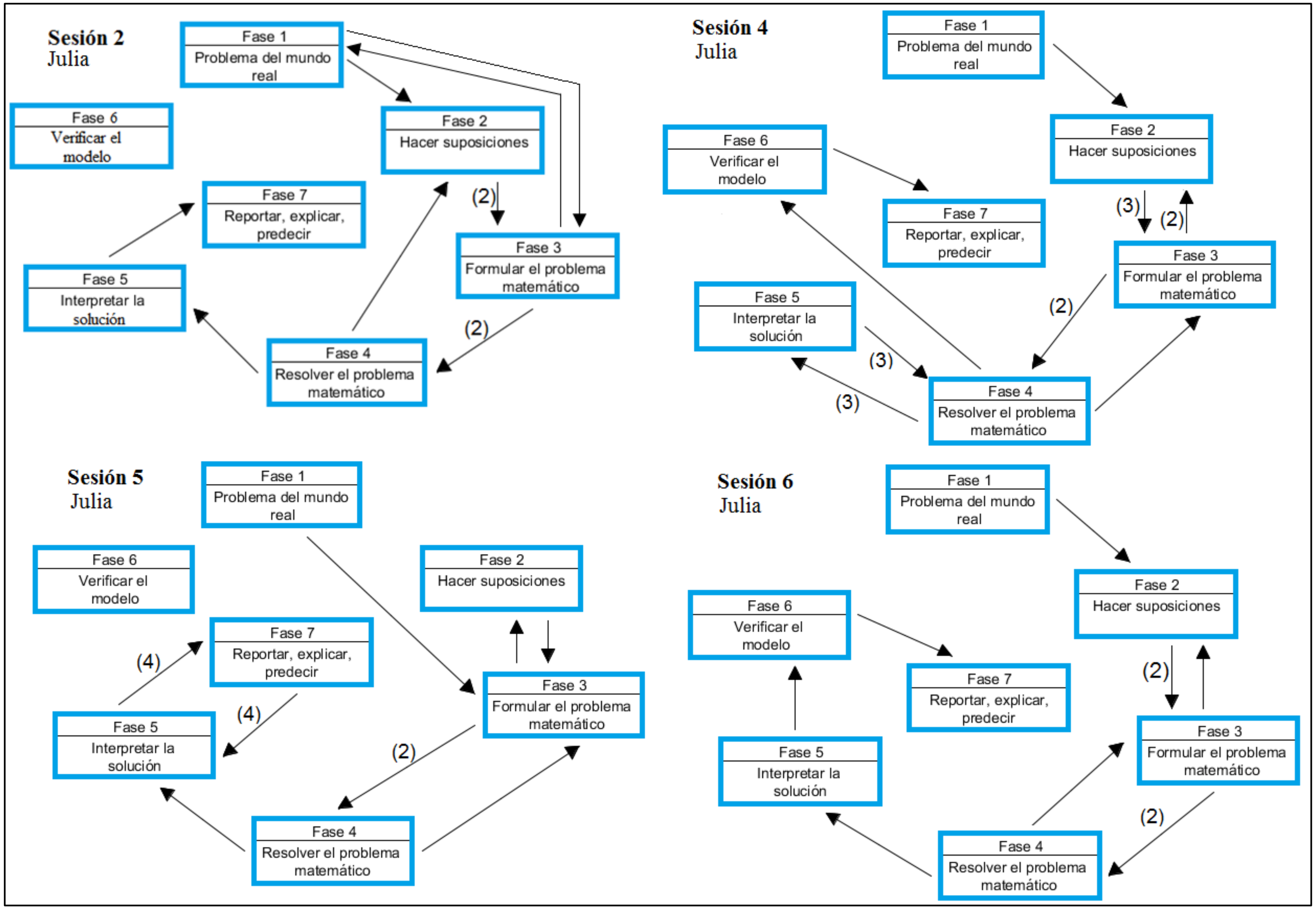


Figura 5. 6. Julia: Procesos de modelización seguidos en las sesiones 2, 4, 5 y 6

189

Mostramos en la figura 5.7 el esquema del proceso de modelización realizado por Julia durante la Sesión 3 que, como ya se ha descrito en el capítulo de metodología, constó de dos partes.

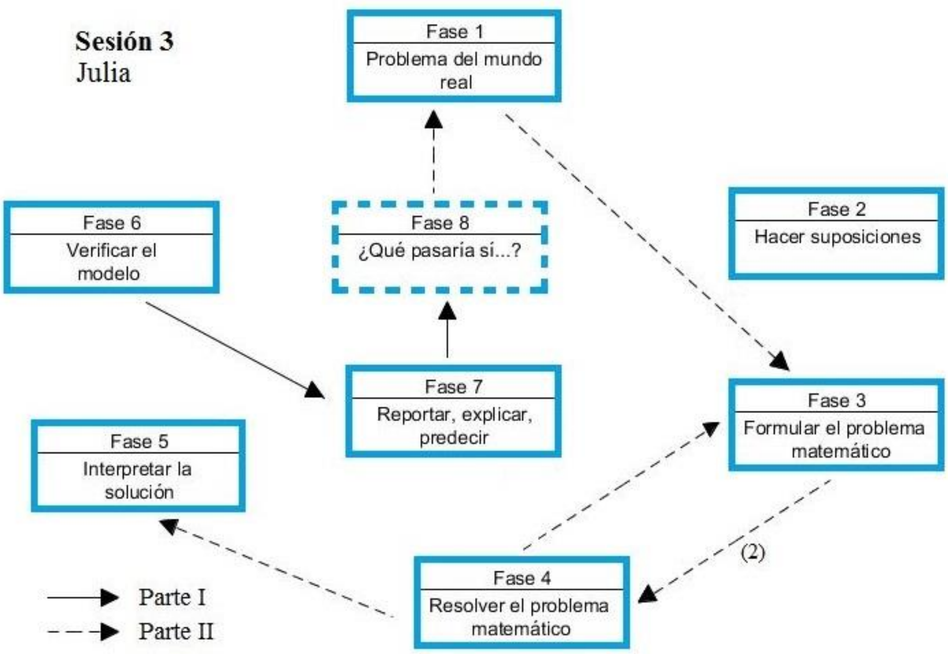


Figura 5. 7. Julia: Proceso de modelización seguido en la sesión 3

Respecto al proceso de modelización realizado por Julia en la segunda parte de la sesión 3 (ver Figura 5.7) cabe mencionar que no considera necesario definir de nuevo sus variables (Fase 2) pero sí hacer la representación de su dibujo esquemático (Fase 1). Inicia con la fase 1 y pasa directamente a formular el problema matemático (Fase 3), resolverlo (Fase 4) e interpretar la solución (Fase 5). La no realización de la fase 2 en la sesión 3 (II) estaría justificada debido a que el problema resuelto es una extensión del problema de la sesión anterior (¿Qué pasaría si se consideran ángulos reales entre las poblaciones?). En este caso no necesitaba ni definir nuevas variables ni tampoco hacer suposiciones, puesto que la consideración o suposición ya estaba establecida. Julia no realiza las dos últimas fases por falta de tiempo; emplea el tiempo final de la sesión en intentar graficar, sin conseguirlo.

La tabla 5.5 muestra la frecuencia entendida como número de periodos de tiempo diferentes en los que Julia realiza actividades correspondientes a cada una de las fases en la resolución de cada uno de los problemas. Observamos que Julia no lleva a cabo la segunda fase solamente cuando resuelve el Problema Nº 1 para el caso de ángulos reales entre poblaciones (Fase 8 en sesión 3). En general, la fase que presenta menos frecuencia es la fase 6de confirmación de la solución e identificación de limitaciones. Es destacable la alta frecuencia correspondiente a la fase 4 en la sesión 4 y a las fases 5 y 7 en la sesión 5. Estos datos se estudian en detalle posteriormente al analizar las interacciones entre las fases. La fase 3 destaca por presentar una frecuencia superior a 1 en todas las sesiones.

Tabla 5. 5. Julia: Frecuencia por fase

Fases	Sesiones				
	2 + 3 (I)	3 (II)	4	5	6
1	2	1	1	1	1
2	2	-	2	1	2
3	3	2	3	3	3
4	2	1	5	2	2
5	1	1	3	5	1
6	0 + 1	-	1	-	1
7	1 + 1	-	1	4	1

Julia – Distribución de tiempos

Mostramos en la tabla 5.6 la distribución que Julia realiza del tiempo de cada sesión entre las diferentes fases del proceso de modelización a lo largo de las cinco sesiones de aula, así como también el tiempo invertido, al inicio y al fin de cada sesión, en las dificultades que se le presentaron y en la espera de indicaciones de la investigadora-docente ya fuera para iniciar la puesta en común o para la resolución de alguna de sus dudas individuales. Consideramos como tiempo de espera los periodos en que la actividad de la alumna permanecía estática ya sea al concluir una fase o bien dentro de una fase. No mostramos en la tabla 5.6 el tiempo invertido en la retroalimentación del primer problema resuelto hasta la quinta fase (primera parte, sesión 3), el cual representa aproximadamente un 12 % del tiempo de Julia invertido en dicha sesión.

Tabla 5. 6. Julia: Distribución de tiempos

	Sesión	2		3 I		3 II		4		5		6	
	Duración (min)	99		27		76		100		83		79	
Nº	FASES	min	%	min	%	min	%	min	%	min	%	min	%
	Inicio de sesión	3.91	3.95	0.47	0.46			1.08	1.08	1.05	1.27	0.71	0.90
1	Problema del mundo real	29.72	30.02			10.34	10.04	27.73	27.73	5.25	6.33	12.14	15.37
2	Hacer suposiciones	11.03	11.14					15.47	15.47	0.78	0.94	2.12	2.68
3	Formular el problema matematico	14.43	14.58			27.15	26.36	13.86	13.86	22.43	27.02	18.61	23.56
4	Resolver el problema matemático	20.33	20.54			8.42	8.17	11.39	11.39	12.58	15.16	18.68	23.65
5	Interpretar la solución	7.76	7.84			2.24	2.17	6.03	6.03	9.55	11.50	7.51	9.51
6	Verificar el modelo			8.83	8.57			5.06	5.06			4.46	5.65
7	Reportar, explicar, predecir	1.23	1.24	5.67	5.50			7.33	7.33	13.62	16.41	10.02	12.68
	Dificultades uso del Maple	15.98	16.14			5.96	5.79	5.13	5.13	16.72	20.14	23.89	30.24
	Dificultades proceso de modelización					*		*		*		*	
	Tiempo de espera	7.07	7.14			26.16	25.40	11.39	11.39	12.72	15.32	5.36	6.79
	Fin de sesión	3.47	3.50			1.10	1.07	0.65	0.65	4.96	5.98	0.86	1.09

* Incurre en un error de omisión, pero no se le presenta una dificultad

Cabe mencionar que todos los tiempos distinguidos son mutuamente excluyentes con la excepción del tiempo invertido en la dificultades que se le presentaron debido a que también se contabiliza como tiempo de trabajo en la fase donde se presenta la dificultad. Distinguimos entre las dificultades motivadas por el uso del software Maple de aquellas asociadas propiamente al desarrollo del proceso de modelización. Estas últimas en el caso de Julia no tienen un tiempo asignado pues consisten en omisiones de procesos.

En la figura 5.8 mostramos la distribución de tiempo por fases del proceso de modelización, en porcentaje, sin considerar el tiempo invertido por Julia al inicio y al final de la sesión ni durante la retroalimentación en la tercera sesión, y agrupando los tiempos de trabajo en el primer ciclo de modelización de la resolución del primer problema (desarrollado en la sesión 2 y parte de la sesión 3). Esta figura nos permite analizar la distribución del tiempo por fases en cada ciclo del proceso de modelización implementado en la totalidad de las sesiones de trabajo en el aula.

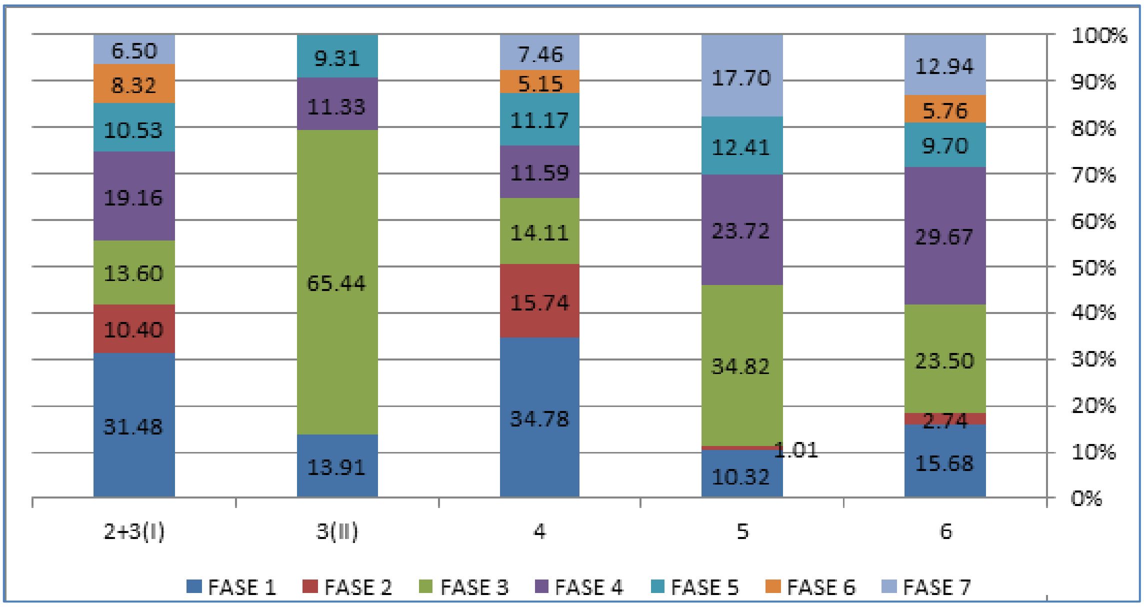


Figura 5. 8. Julia: Distribución de tiempos por fase (en %)

Las fases que le requieren más tiempo a Julia, en promedio, son las fases 1, 3 y 4 (21%, 30% y 19% del tiempo, respectivamente) estando el tiempo dedicado a cada una de las otras fases comprendido entre 3.85% y 10.63%. Dentro de cada proceso de modelización, resultan variables cuales son las fases que requieren más tiempo (la 1, la 3 o la 4), detectándose un aumento en el tiempo dedicado a la fase 4, conforme se avanza en el experimento de enseñanza. En aquellas sesiones en las que la estudiante dedica menos tiempo a la fase 1 o 2, el tiempo necesario para formular el problema matemático, fase 3, incrementa. Se percibe un descenso en el tiempo necesario para la fase 1, de las primeras sesiones a las dos últimas, así como en la sesión 3 en cuyo caso la estudiante ya conocía el problema del proceso de modelización previo realizado. La cantidad de tiempo que Julia emplea en la interpretación de sus soluciones (Fase 5) es similar en todas las sesiones, si bien la mayor parte del tiempo dedicado a esta fase la invierte en la representación gráfica del modelo.

En la tabla 5.6 observamos que el mayor porcentaje de tiempo invertido por Julia en las dificultades presentadas a lo largo de las sesiones de aula (30.24%) se dio durante la última sesión, posiblemente porque fue la sesión que trabajaron de manera más independiente a modo de proyecto individual. Observamos en la figura 5.9 que, durante la última sesión (sesión 6), en seis períodos de tiempo que hacen un total de 24 minutos, Julia se enfrenta a dificultades con este software, las cuales ocurren durante el trabajo en las fases 3, 4 y 5. Más adelante atenderemos al detalle de estas dificultades.

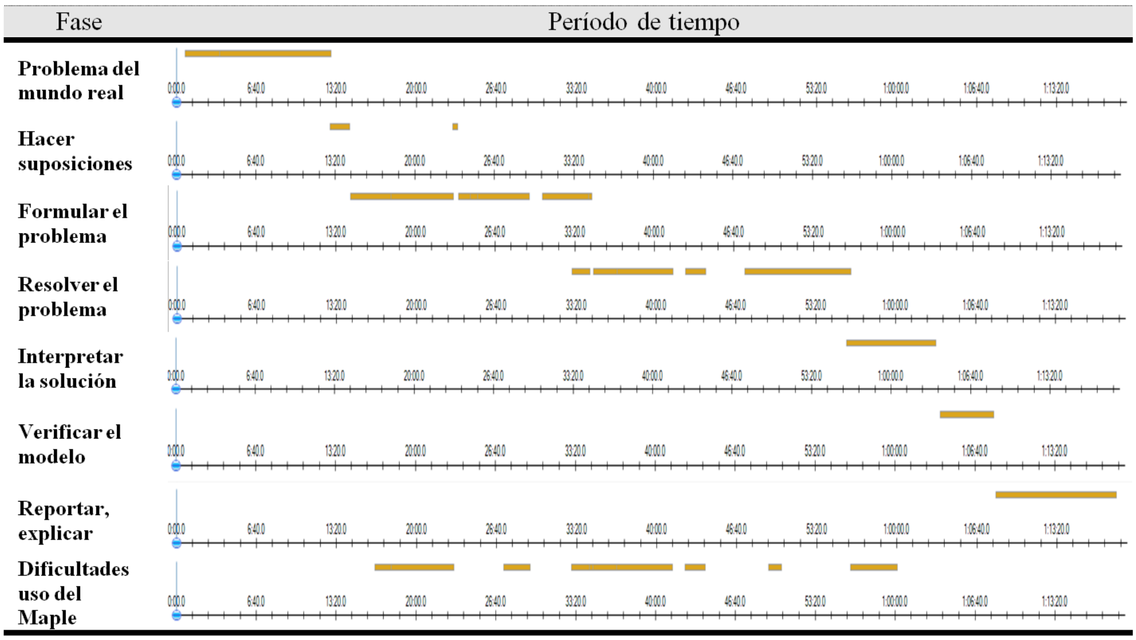


Figura 5. 9. Julia: Cronograma de la sesión 6

Cabe destacar también el porcentaje de tiempo de las sesiones 5 y 2 que comprenden las dificultades encontradas por Julia en la resolución de los problemas: 20,14% y 16,14% respectivamente.

Julia – Acciones realizadas en cada fase

En términos de las acciones que componen cada fase del proceso de modelización mostramos en la tabla 5.7 las acciones realizadas por Julia en cada una de las sesiones.

Tabla 5. 7. Julia: Acciones realizadas durante las sesiones

Fase	Acciones	Sesiones					
		2	3		4	5	6
			Parte I	Parte II			
1	Leer y comprender el problema	✓		✓	✓	✓	✓
	Identificar las palabras clave	✓			✓		
	Hacer un dibujo esquemático	✓		✓	✓	✓$_i$	✓$_i$
	Replantear el problema	✓			✓		
	Identificar unidades de la solución	✓			✓		
2	Identificar y definir variables	✓			✓	✓	✓
	Hacer suposiciones	✓					
3	Formular el modelo matemático	✓		✓	✓	✓	✓
4	Calcular la derivada	✓		✓	✓	✓	✓
	Determinar los números críticos	✓		✓	✓	✓	✓
	Verificar los extremos	✓			✓		
	Identificar los valores de la solución	✓*		✓	✓		✓
5	Representar e interpretar la solución						
	Representación gráfica	✓			✓	✓	✓
	Interpretación de la solución gráfica				✓*	✓*	✓*
	Interpretación de la solución analítica						✓*
	Relacionar las soluciones	✓					✓
6	Confirmar la validez de la solución		✓		✓*		
	Identificar limitaciones de la solución		✓		✓	✓*	✓
7	Elaborar un informe	✓	✓		✓	✓	✓
8	Redefinir el problema		✓				

$_i$ Dibujo esquemático en el cuaderno de trabajo impreso (en los otros casos lo realiza en el cuaderno electrónico).

*Explicita la actividad en su informe no dando previamente muestras del desarrollo de esta acción.

Observamos en la tabla 5.7 que las acciones prioritarias para Julia (aquellas que ejecuta en al menos 4 de los 5 procesos de modelización que se realizaron) son:

a) leer y comprender el problema (Fase 1),
b) hacer un dibujo esquemático (Fase 1),
c) identificar y definir variables (Fase 2),
d) formular el modelo matemático (Fase 3),
e) calcular la derivada (Fase 4),
f) determinar los números críticos (Fase 4),
g) identificar los valores que resuelven el problema (Fase 4),
h) representar e interpretar la solución de forma gráfica (Fase 5),
i) identificar limitaciones de la solución (Fase 6) y
j) elaborar un informe (Fase 7).

Así mismo, se observa que Julia tiende a no hacer suposiciones (Fase 2) y a no interpretar la solución analítica (Fase 5).

Es posible inferir que para esta estudiante la identificación de las palabras clave, el replanteamiento del problema y la identificación de unidades para la solución, no son acciones necesarias para la formulación del modelo, ya que desde la resolución del segundo problema (sesión 4) no las realiza. El dibujo esquemático es una acción prioritaria para Julia y cabe señalar que en las tres primeras sesiones lo realiza en el cuaderno de trabajo electrónico y en las dos últimas, cuyos problemas referían a figuras tridimensionales, en el cuaderno de trabajo impreso como fue sugerido por la investigadora-docente para optimizar el uso del tiempo (ver Tabla 5.7). Juliano atiende a la verificación de los extremos y tampoco a la confirmación de la validez de la soluciónpara la resolución de los dos últimos problemas.

Realizó la representación gráfica del modelo matemático en cuatro de las cinco sesiones, logrando representar gráficamente el extremo relativo en dos de ellas (sesiones 2 y 4). Solo hace explícita la interpretación de la solución gráfica y analítica en la sesión 6, limitándose a una interpretación gráfica en las dos sesiones previas.

Según se desprende de su informe, Julia relaciona las soluciones gráfica y analítica en las sesiones 2 y 6 (ver Tabla 5.8). En la tabla 5.8 mostramos lo descrito por Julia en estas sesiones correspondiente al apartado de relacionar soluciones, extractado de sus cuadernos de trabajo electrónicos.

Tabla 5. 8. Julia: Descripción de la relación entre las soluciones en las sesiones 2 y 6

Sesión	Relacionando soluciones
2	Lo que la gráfica quiere decir, es que el valor mínimo se obtiene cuando se llega al punto crítico encontrado: 1.484567127, y pasando de ese número, los valores vuelven a subir.
6	La solución simbólica del radio, es de 1.75 m^3, supuestamente esa es la dimensión que debe tener, para que el costo total de la fabricación sea mínima, en la gráfica es posible observar que en dicho valor se encuentra el mínimo, acercando mucho hacia ese valor, ya que todos los demás valores sobn muy pequeños y a simple vista parecería que no concuerda con el resultado.

En las argumentaciones presentadas por Julia para validar su solución, las cuales tuvieron lugar en la primera parte de la sesión 3 y en la sesión 4 (ver extractos de sus cuadernos de trabajo en la tabla 5.9), únicamente hace referencia a la gráfica del modelo matemático.

Tabla 5. 9. Julia: Descripción de la confirmación de validez de las soluciones

Sesión	Confirmando la validez de la solución
3 (I)	Si cumple con las condiciones iniciales, ya que se trataba de encontrar la cantidad mínima de tubería, ya que cuando $x = 1.485$, el valor de $L = 16.32$, el cual es el valor mínimo de la función en el intervalo cerrado establecido, al igual que se puede verificar en la gráfica de la función.
4	En su informe: …después, al graficar, se puede apreciar con más claridad que el resultado obtenido si es válido, ya que obtenemos el mínimo exactamente en el punto encontrado, por esto se puede decir que la solución es la correcta.

Es de interés destacar las limitaciones descritas por Julia en relación con la solución encontrada. En la sesión 3 Julia indica varias limitaciones: los ángulos formados entre los pueblos se toman como ángulos rectos, no se considera la pendiente del terreno, y se localiza la planta en la carretera que une a las dos poblaciones despreciando el desfase que ésta pueda tener “hacia atrás”. En la sesión 4 y 6 se refiere al margen de error que surge por el manejo de redondeo de decimales en el número crítico. En las sesiones 5 y 6 Julia describe como limitaciones la forma imperfecta de la parte superior del silo para el caso de la quinta sesión y de los extremos del tanque cilíndrico rematado por dos cabezales semiesféricos para la sesión 6, los cuales no corresponderían exactamente a las figuras geométricas consideradas en relación a la realidad.

En cuanto a los informes que elabora (Fase 7) observamos que aunque al inicio de las primeras sesiones se hace hincapié en que el informe debe corresponder a un reporte profesional, Julia solamente elabora su informe de manera más detallada cuando se especifican en el cuaderno de trabajo los elementos que este debe incluir (a partir de la sesión 4 incluida ésta). A partir de entonces Julia incluye casi todos los elementos relativos a las acciones que realiza, salvo el uso e interpretación de los gráficos en el informe de la sesión 5, y las dificultades surgidas, su tratamiento y las limitaciones de la solución en el caso de la sesión 6 (ver Tabla 5.10).

Tabla 5. 10. Julia: Elementos que integran sus informes

Elemento que integran el informe	Sesiones				
	2	3 (I)	4	5	6
Describir la respuesta de la solución	✓	✓			✓
Resumen del procedimiento			✓	✓	✓
Limitaciones de la solución			✓	✓	
Validez de la solución			✓		✓
Significado de la solución		✓	✓	✓	✓
Dificultades surgidas			✓	✓	
¿Cómo se abordan las dificultades?			✓	✓	
Uso de los gráficos			✓		✓
Interpretación de la representación gráfica de la solución			✓		✓

La tabla 5.11recoge como ejemplo el informe emitido por Julia durante la sesión 4. Los informes restantes pueden verse en el anexo A.5.

Tabla 5. 11. Julia: Informe de la sesión 4

Sesión	Informe de Julia
4	El procedimiento fue optimizar el costo total que debe de valer el cableado, se identificaron primero las variables, y también los valores constantes, como son la distancia de Progreso a Sian Kan y la anchura del canal. Después se sacó el costo total en función de los costos parciales de cada cableado (terrestre y submarino), utilizando el teorema de Pitágoras. Una vez establecida la función, se derivó e inmediatamente se igualó a cero, esto es, para optimizar el valor. Lo que nos dio como resultado fue el punto crítico y éste se evaluó en la función para llegar al resultado esperado, que era el costo mínimo. Las limitaciones que hubieron fue tomar algún valor redondeado, no con todos sus decimales, esto da un margen de error en el resultado final, sin embargo es muy acercado al valor real, después, al graficar, se puede apreciar con más claridad que el resultado obtenido si es válido, ya que obtenemos el mínimo exactamente en el punto encontrado, por esto se puede decir que la solución es la correcta. Específicamente en este proceso de resolución no he encontrado ninguna dificultad, lo único sería que a veces el programa es un poco lento, o no agrego los comandos indicados, pero eso sería lo único, ya que la comprensión del problema y toda su resolución fue algo muy sencillo.

Observamos en la tabla 5.10 que las sesiones 4 y 5 son las únicas en las que Julia describe las dificultades surgidas y la forma de abordarlas. En ambas sesiones alude únicamente a dificultades con el uso del Maple, el cual propone restringir al cálculo de derivadas e integrales y graficar.

Julia – Representaciones y uso del Maple

Julia trabaja en todo momento con el Maple, salvo al realizar los dibujos esquemáticos en las sesiones 5 y 6. En la fase 1 utiliza Maple para elaborar sus dibujos esquemáticos (con las excepciones referidas), en la fase 3 para la formulación de su modelo matemático, en la fase 4 para el cálculo de derivadas, resolución de ecuaciones y evaluación de funciones, y en la fase 5 para generar la gráfica del modelo matemático. En el resto de fases su uso se limita al de procesador de textos.

El programa le permite utilizar de forma combinada varios tipos de representaciones: dibujos esquemáticos, expresiones simbólicas y gráficas y lenguaje verbal (ver Tabla 5.12).

Tabla 5. 12. Julia: Tipos de representaciones usados

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones
Esquemática	Cuadrícula	Hacer un dibujo esquemático del problema (Fase 1)
Verbal	Procesador de textos	Replantear el problema con palabras propias (Fase 1) Hacer las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente (Fase 2) Identificar limitaciones del modelo o de la solución obtenida (Fase 6) Interpretación de las soluciones (Fase 5)
Simbólica	Definición de funciones	Formularel modeloque permite dar respuesta al problema (Fase 3) Calcular la derivada del modelo (Fase 4)
Gráfica	Gráficas en 2-D	Representar e interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida, graficando el modelo matemático (Fase 5) Verificar que la solución cumple las condiciones iniciales, confirmando la validez de la solución (Fase 6)

Julia empleó dibujos esquemáticos en todos los problemaspara representar de forma sintética la situación descrita en el enunciado verbal y las variables identificadas como relevantes para su resolución. La figura 5.10 presenta los ejemplos de una representación realizada en el cuaderno de trabajo electrónico por medio de Maple y otra realizada a mano alzada en el cuaderno impreso, ambas correspondientes a las sesiones 2 y 5 respectivamente. Este tipo de representaciones le sirven de ayuda para la definición del modelo matemático.

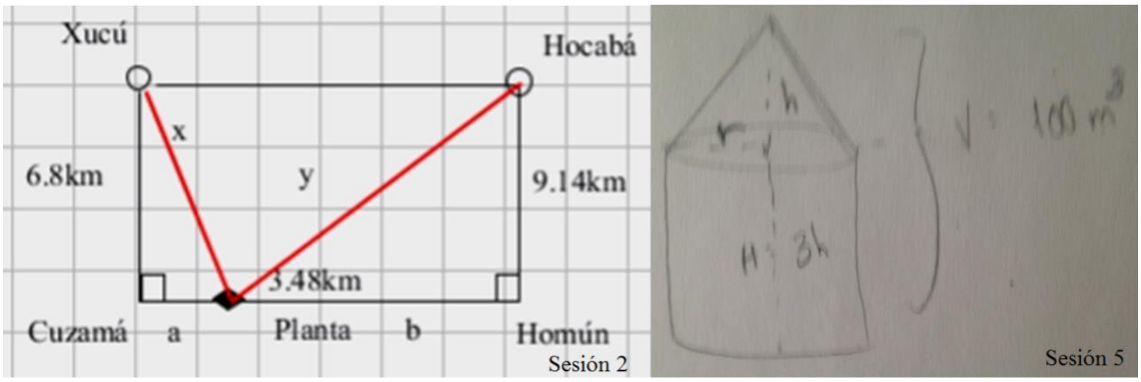


Figura 5. 10. Julia: Dibujos esquemáticos de las sesiones 2 y 5

Empleó la representación verbal, como era esperable, para replantear el problema, hacer suposiciones y expresar las limitaciones e interpretación de la solución, siempre que realizó estas acciones. En todas las sesiones utilizó las expresiones simbólicas para la definición de sus ecuaciones auxiliares y establecer el modelo matemático durante la fase 3 y para resolver el problema durante la fase 4.

Por otro lado, usó representaciones gráficas en la fase de interpretación de la solución. Realizó la representación gráfica del modelo matemático en cuatro de las cinco sesiones, logrando representar gráficamente el extremo relativo en dos de ellas (sesiones 2 y 4). Mostramos en la figura 5.11 dos ejemplos de la representación gráfica realizada por Julia. Las dos gráficas restantes (sesiones 2, y 5) pueden verse en el anexo 6.XX.

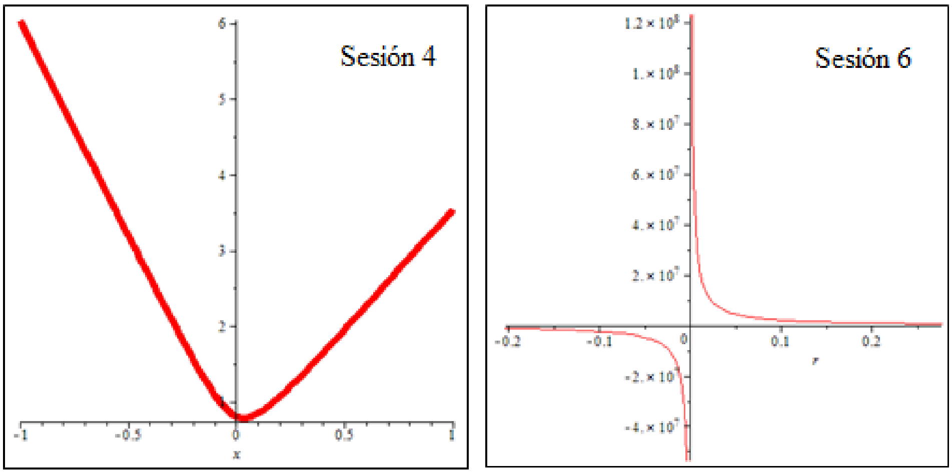


Figura 5. 11. Julia: Ejemplos de gráficas elaboradas

Observamos en los ejemplos mostrados en la figura 5.11 la diferencia entre una representación gráfica donde Julia logra visualizar gráficamente el extremo relativo (sesión 4) y otra donde no es posible visualizar el mínimo relativo, es decir, no se aprecia el punto donde la gráfica cambia de decreciente a creciente (sesión 6).

En la figura 5.12se muestran parte de los diferentes intentos de Julia para lograr visualizar gráficamente el mínimo relativo. Observamos que a pesar de manipular los rangos de la gráfica mediante el comando “plot” y las escalas mediante el menú contextual, Julia no logra finalmente que se aprecie la visualización gráfica del número crítico como un mínimo relativo aunque su modelo fuera correcto.

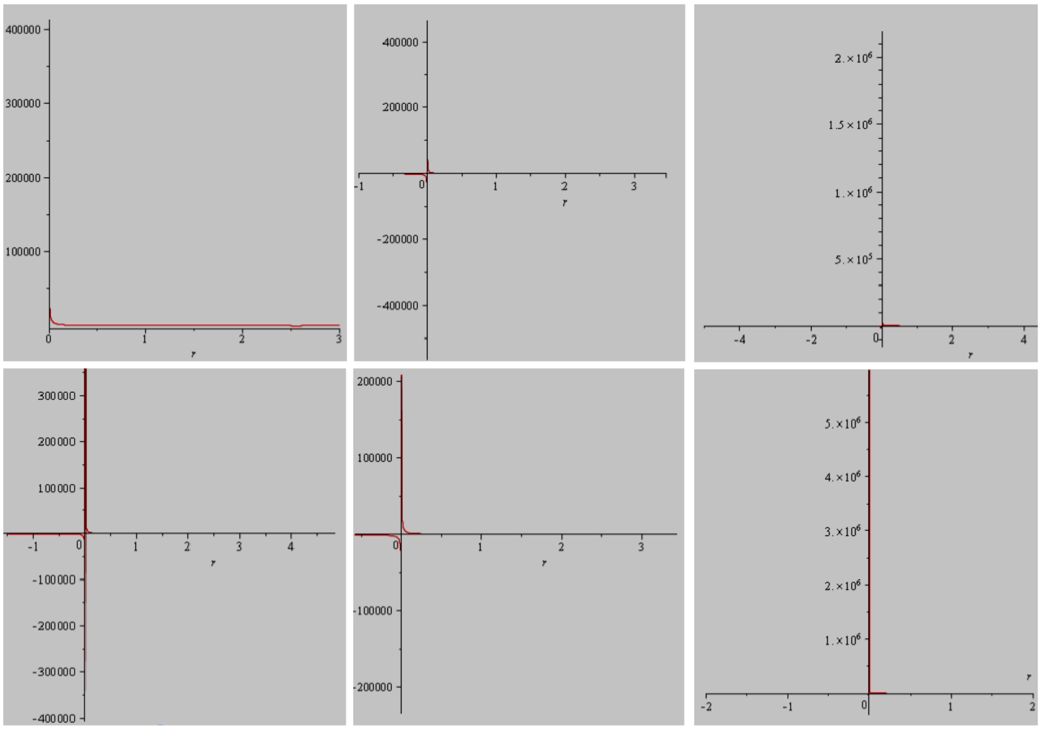


Figura 5. 12. Julia: Manipulación de rangos y escalas en las sesión 5

Julia – Errores

A lo largo de las diferentes sesiones Julia comete errores que clasificamos según correspondan al uso del software o al desarrollo del proceso de modelización. En el caso de los errores con el uso del Maple distinguimos los siguientes tipos:

- errores de sintaxis (ej., la ausencia de un operador),
- elección inadecuada del modo texto o matemático (ej., olvida seleccionar el modo matemático antes de escribir una expresión algebraica),
- selección inadecuada de comandos (ej., resuelve una ecuación analíticamente en lugar de numéricamente),
- falta de definición de funciones (ej., olvida redefinir sus funciones después de modificar el modelo),
- definición inadecuada de funciones (ej., escribe $CLS := \sqrt{(0.12)^2 + x^2} \cdot 4.5$ en vez de $CLS(x) := \sqrt{(0.12)^2 + x^2} \cdot 4.5$),
- manejo inadecuado de parámetros (ej., define los parámetros para el rango de valores de la variable independiente con un intervalo demasiado grande para poder visualizar el extremo relativo),
- bloqueo de un proceso (requiere reiniciar el proceso de resolución).

Clasificamos los errores cometidos en el proceso de modelización según sean procedimentales o conceptuales. Julia solo comete un tipo de error, la omisión del proceso de verificación de los extremos, que clasificamos como procedimental.

La tabla 5.13 recoge la frecuencia de cada tipo de error así como la fase y sesión en la que tiene lugar. En el anexo B.5se enumeran cada uno de estos errores de forma detallada.

Tabla 5. 13. Julia: Categorías de errores

Categorías	Sesiones 2	3 II	4	5	6
Relativos al uso del Maple					
Sintaxis	1 (Fase 5)	2 (Fase 3)		1 (Fase 5)	2 (Fase 3) 7 (Fase 4)
Selección modo texto/matemático					1 (Fase 3)
Selección inadecuada de comandos				1 (Fase 4)	1 (Fase 4)
Falta de definición de funciones		1 (Fase 3)		1 (Fase 3)	
Definición inadecuada de funciones			1 (Fase 3)	1 (Fase 3)	
Manejo inadecuado de parámetros			1 (Fase 5)	4 (Fase 5)	1 (Fase 5)
Bloqueo de un proceso	1 (Fase 4)				
SUB TOTAL	2	3	2	8	12
Relativos al proceso de modelización					
ERRORES PROCEDIMENTALES					
Omisión del proceso de verificación de extremos		2 (Fase 4)	1 (Fase 4)	1 (Fase 4)	1 (Fase 4)
SUB TOTAL	0	2	1	1	1
TOTAL	2	5	3	9	13

En la tabla 5.13 observamos que los errores en los que incurre Julia tienen lugar en las fases 3, 4 y 5 del proceso de modelización y la mayoría de ellos son relativos al uso del Maple (27 de los 32 errores). Asimismo 12 de esos errores los comete Julia durante la sesión 6, predominando los errores de sintaxis (9 de 12) tales como la escritura incorrecta de una variable, incluir unidades en una función u omitir o duplicar operadores.

Observamos también en la tabla 5.13 que la mayor diversidad de errores cometidos por Julia se presentan en la sesión 5 (5 de 6 categorías), predominando el manejo inadecuado de parámetros cuando Julia realiza la manipulación de escalas en la gráfica del modelo, intentando que el punto crítico encontrado pueda visualizarse gráficamente como un mínimo relativo. Esta categoría de error (manejo inadecuado de parámetros) se presenta en las últimas tres sesiones (4, 5 y 6), con mayor número de ocurrencias en la sesión 5, debido a que la función que define el modelo es discontinua y el manejo del rango de graficación debería ser pequeño para lograr lo que Julia intenta.

Julia solamente comete un tipo de error relativo al proceso de modelización, omitir en la fase 4 la actividad de verificación de extremos, el cuál es recurrente ocurriendo en todas las sesiones salvo la sesión guiada más de cerca por la investigadora- docente (sesión 2).

5.5.2 Julia – Interacciones entre las fases

Como hemos observado en la figura 5.6, Julia no implementa el proceso de modelización siguiendo secuencialmente las fases del mismo, sino que avanza en el proceso retomando con frecuencia alguna de las fases previas, incluso en varias ocasiones. Para poder analizar las interacciones que se detectan entre las fases, indagamos a continuación en las secuencias de comportamiento que se detectan en el trabajo de Julia, el detalle de qué ocurre en las transicionesentre las diferentes fases del proceso de modelizaciónque desarrolla en cada sesión, las probabilidades de transición, y las relaciones de activación e inhibición que se identifican entre las fases por medio del análisis de coordenadas polares[10].

Julia – Secuencias de comportamiento

Para el análisis de las interacciones entre las fases que se produce a lo largo del trabajo de Julia en la resolución de los problemas, completamos los diagramas del proceso de modelización previamente presentados (ver Figura 5.6), con diagramas de secuencia que detallan el orden en que se sucede el trabajo de Julia en cada una de las fases y en que se producen interacciones entre fases ya sea en sentido directo o inverso. A modo de ejemplo mostramos en la figura 5.13 el diagrama de secuencia relativo a la sesión 2, incluyéndose en el anexo C.5los diagramas de secuencia correspondientes al resto de sesiones. La tabla 5.14 sintetiza la información que estos diagramas aportan de forma más visual.

[10] Recordamos que para el análisis de las relaciones entre las fases del proceso de modelización excluimos los datos de la sesión 3, dado que entendemos que la interacción entre las fases del proceso de modelización está condicionada por haberse interrumpido/pausado el proceso de modelización y, además, trabajarse en una modificación del problema trabajado en la sesión previa y, por tanto, no es comparable a la que se produce en el resto de las sesiones.

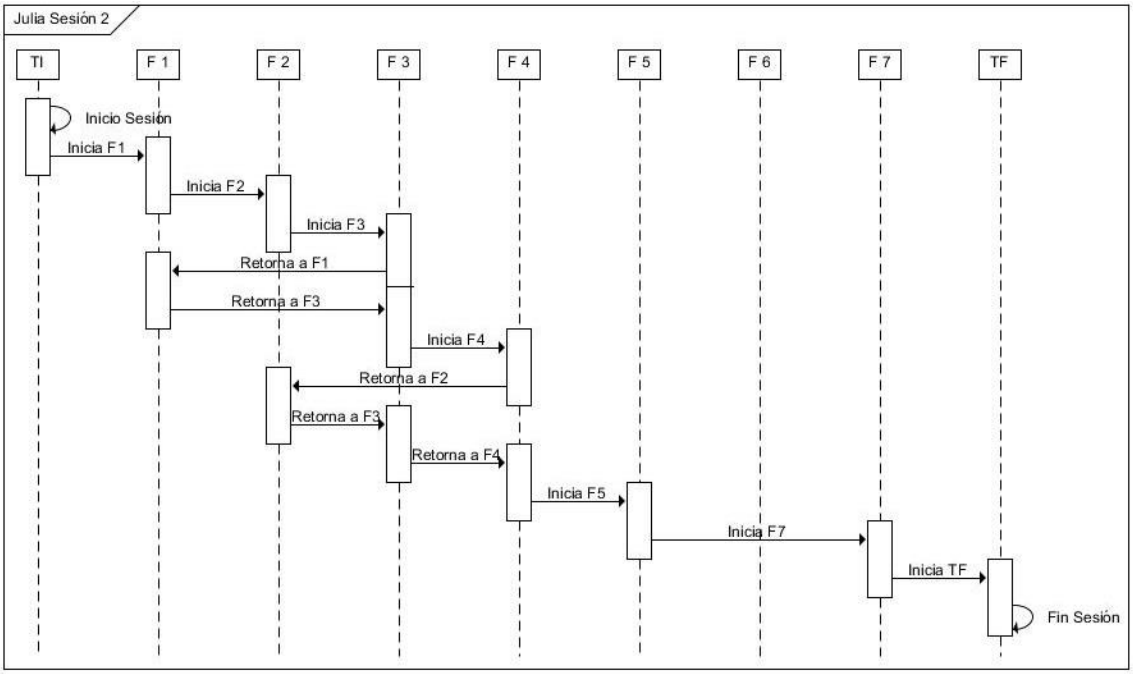


Figura 5. 13. Julia: Diagrama de secuencia para la sesión 2

Tabla 5. 14. Julia: Tabla de secuenciación del proceso realizado

Sesión	Secuenciación de actividad en las fases
2	F1→F2→F3→F1→F3→F4→F2→F3→F4→F5→F7
4	F1→F2→F3→F2→F3→F4→F3→F4→F5→F4→F5→F4→F5→F4→F6→F7
5	F1→F3→F4→F3→F2→F3→F4→F5→F7→F5→F7→F5→F7→F5→F7→F5
6	F1→F2→F3→F2→F3→F4→F3→F4→F5→F6→F7

Se sombrean aquellas transiciones que son de retroceso (hacia fases previas del proceso de modelización)

En el desarrollo de los procesos de modelización por parte de Julia, se distinguen un mayor número de periodos de trabajo en fases diferentes en las sesiones 4 y 5 (ver Tabla 5.15) como resultado del mayor avance y retroceso entre fases a lo largo del proceso de resolución de cada problema. En las sesiones 2 y 6, Julia tiende a avanzar de forma secuencial en el proceso de modelización retornando solo en dos ocasiones a fases previas: de la fase 3 a la 1 y de la fase 4 a la 2 en la sesión 2, y de la fase 3 a la 2 y de la fase 4 a la 3 en la sesión 6.

Como se observa en la tabla 5.15, que recoge las frecuencias correspondientes a las secuencias de comportamiento diádicas por sesión presentadas por Julia durante su actuación durante las sesiones 2, 4, 5 y 6, la interacción entre fases diferentes del proceso de modelización se produce con mayor frecuencia entre fases correlativas (36) y en menor medida entre fases no correlativas (14). Así mismo se observa que se producen en mayor medida hacia fases posteriores del proceso de modelización (35) que hacia fases previas (15).

Tabla 5. 15. Julia: Frecuencia de las secuencias diádicas

Secuencia	Sesión 2	4	5	6	Total
Avance					
F1→F2	1	1	0	1	3
F1→F3	1	0	1	0	2
F2→F3	2	2	1	2	7
F3→F4	2	2	2	2	8
F4→F5	1	3	1	1	6
F4→F6	0	1	0	0	1
F5→F6	0	0	0	1	1
F5→F7	1	0	4	0	5
F6→F7	0	1	0	1	2
TOTAL	8	10	9	8	35
Retroceso					
F3→F1	1	0	0	0	1
F3→F2	0	1	1	1	3
F4→F2	1	0	0	0	1
F4→F3	0	1	1	1	3
F5→F4	0	3	0	0	3
F7→F5	0	0	4	0	4
TOTAL	2	5	6	2	15

Se sombrean las frecuencias que corresponden a fases correlativas

Cabe destacar por su mayor frecuencia, la interacción que se produce entre las fases 4 y 5 en la sesión 4 y entre las fases 7 y 5 en la sesión 5. Al considerar conjuntamente las 4 sesiones aquí analizadas destacan las interacciones entre las fases 2 y 3 y entre las fases 3 y 4, por su ocurrencia en la mayoría de las sesiones.

Si bien los datos son pocos para detectar relaciones significativas de transición entre las fases, el análisis realizado a través del GSEQ para el lag +1, considerando el conjunto de las cuatro sesiones, sugiere como relaciones *posiblemente*significativas la transición de la fase 1 a la 2, de la 2 a la 3, de la 7 a la 5 y de las fases 5 y 6 a la 7 (ver Tabla 5.16).

Tabla 5. 16. Julia: Probabilidades de las secuencias diádicas para lag +1

Dado:	Conducta de apareo F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.50	~.19	~.24	~.66	~.37
F2	~.68	~1.00	~<.01	~.09	~.13	~.57	~.25
F3	~.12	~.46	~1.00	~.01	~.02	~.39	~.08
F4	~.56	~.44	~.60	~1.00	~.02	~.39	~.11
F5	~.62	~.15	~.03	~.76	~.1.00	~.25	~<.01
F6	~.84	~.57	~.39	~.42	~.46	~1.00	~<.01
F7	~.76	~.39	~.19	~.22	~<.01	~.68	~1.00

Se sombrean las relaciones que se sospecha[11] son significativas

[11] Solamente se sospecha que las relaciones son significativas debido a que no cumplen la regla del pulgar (Gottman y Roy, 1990), es decir, faltan datos para poder afirmar que dichas relaciones son realmente significativas.

Los patrones de conducta de tres fases secuenciales (secuencias tríadicas) más frecuentes están relacionados con la interrelación entre las fases de interpretación de la solución (Fase 5) y la última fase (Fase 7) correspondiente a la elaboración del informe y tienen lugar en la sesión 5 (ver Tabla 5.17). En menor escala aparecen las secuencias tríadicas relacionadas con las fases de resolución del problema matemático (Fase 4) e interpretación de la solución (Fase 5), las cuales tienen lugar en la sesión 4.

Tabla 5. 17. Julia: Frecuencia de las secuencias tríadicas

Secuencia	Sesión			
	2	4	5	6
Inicia en F1				
F1→F2→F3	1	1	0	1
F1→F3→F4	1	0	1	0
Inicia en F2				
F2→F3→F1	1	0	0	0
F2→F3→F2	0	1	0	1
F2→F3→F4	1	1	1	1
Inicia en F3				
F3→F1→F3	1	0	0	0
F3→F2→F3	0	1	1	1
F3→F4→F2	1	0	0	0
F3→F4→F3	0	1	1	1
F3→F4→F5	1	1	1	1
Inicia en F4				
F4→F2→F3	1	0	0	0
F4→F3→F2	0	0	1	0
F4→F3→F4	0	1	0	1
F4→F5→F4	0	3	0	0
F4→F5→F6	0	0	0	1
F4→F5→F7	1	0	1	0
F4→F6→F7	0	1	0	0
Inicia en F5				
F5→F4→F5	0	2	0	0
F5→F4→F6	1	0	0	0
F5→F6→F7	0	0	0	1
F5→F7→F5	0	0	4	0
Inicia en F7				
F7→F5→F7	0	0	3	0

Se sombrean las frecuencias que se repiten en las 4 sesiones

Podemos observar en la tabla 5.17que solo dos secuencias tríadicas se repiten en las cuatro sesiones, una que inicia en la fase de suposiciones F2→F3→F4, y otra que inicia en la fase de formulación F3→F4→F5; ambas secuencias se dan entre fases correlativas.

Al considerar de forma aglutinada los datos de las cuatro sesiones se identifican como *posiblemente* significativas las tríadas F5→F7→F5 y F7→F5→F7 (ver Tabla 5.18), no siendo posible garantizar dicha significatividad por la baja cantidad de datos.

Tabla 5. 18. Julia: Análisis de las posibles triadas significativas partiendo de los datos procesados mediante GSEQ para lag +1 y lag +2

Lag +1	Lag +1	Lag +2	Tríada	Conclusión
F1→?F2	F2→?F3	F1→F3 No significativa		No existe tríada
F5→?F7	F7→?F5	F5→?F5	F5→?F7→?F5	Tríada sin garantía de significatividad
F6→?F7	F7→?F5	F6→F5 No significativa		No existe tríada
F7→?F5	F5→?F7	F7→?F7	F7→?F5→?F7	Tríada sin garantía de significatividad

→? = relación con probabilidad menor que 0.01, pero sin garantía de significatividad por falta de datos

Julia – Detalle de las interacciones entre las fases

A continuación explicamos a que fue debida cada una de las transiciones de retroceso entre fases que se han señalado previamente y que dan lugar a probabilidades de transición no nulas. Las transiciones de avance no se describen pues consisten en progresar de forma natural en el proceso de modelización abordando algunas de las acciones que componen cada fase.

- *De la fase 3 a la fase 1(sesión 2):* En la sesión 2 se observa cierto retroceso de la fase 3 a la fase 1 cuando Julia se encuentra formulando el problema, con el objetivo de completar su dibujo esquemático situando las variables. En las siguientes sesiones no se produce esta interacción: en las sesiones 3 y 4 sitúa las variables en el dibujo esquemático antes de avanzar a las siguientes fases. En las sesiones 5 y 6 no es posible precisar si existe retroceso a la fase 1 para realizar el dibujo esquemático en algún momento dado que Julia lo realiza en formato impreso.

- *De la fase 3 a la fase 2 (sesiones 4, 5 y 6):* Este retorno es consecuencia de no haber definido todas las variables implicadas antes de proceder al establecimiento del modelo matemático. En la sesión 5, Julia incluso intenta formular su modelo matemático (Fase 3) y resolver el problema matemático planteado (fase 4) sin pasar por la fase 2, volviendo a esta fase ante la necesidad de identificar y definir variables.

- *De la fase 4 a la fase 2 (sesión 2):* La vuelta a la fase 2 desde la fase 4, en la sesión 2, está motivada por un problema técnico con el ordenador que obligó a Julia a repetir su trabajo de las fases previas.

- *De la fase 4 a la fase 3 (sesiones 4, 5 y 6):* En algunos casos, durante la formulación inicial, Julia no especifica la variable independiente de la que depende una función (ej., Julia escribe $V_{esf} = \frac{4}{3}\pi r^3$ en lugar de $V_{esf}(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$), situación requerida por la tecnología CAS para posteriormente utilizar de manera eficaz y eficiente los comandos para diferenciar, resolver ecuaciones, graficar, etc. Esto ocasiona interacción entre las fases de formulación (Fase 3) y resolución (Fase 4) durante las sesiones 4 y 5.

  El retroceso a la fase 3 desde la fase 4 durante la sesión 6 se debió a la corrección de un error de sintaxis en la definición de las ecuaciones que le sirvieron a Julia para definir el modelo: Julia incluyó las unidades de medición, m^3, en la fórmula del volumen del tanque, lo que ocasionó que al resolver el problema el resultado viniera expresado en términos de la variable m. Ante esta respuesta Julia regresó a la fase de formulación (Fase 3) para eliminar dichas unidades, definir de nuevo su modelo matemático y resolver de nuevo el problema (Fase 4).

- *De la fase 5 a la fase 4 (sesión 4):* En la sesión 4, Julia retorna por primera vez a la fase 4 para registrar por escrito los valores que resuelven el problema escribiendo “Entonces el costo total es de 0.7812484939 millones de dólares”. La segunda vez que retorna a la fase de resolución es para borrar lo escrito al detectar que lo que ha de averiguar no es el costo mínimo sino la localización del punto de enlace para el tendido de fibra óptica entre dos poblaciones, que minimice el costo. La tercera vez retorna a la fase de resolución para verificar los extremos, actividad de esta fase que había omitido inicialmente, es decir, evalúa el modelo en el número crítico hallado y en los extremos del intervalo. Como consecuencia tras concluir su trabajo en la fase 4, continúa con la fase 6 (verificar la solución).

- *Entre la fase 7 a la fase 5 (sesión 5):* En la sesión 5 al estar redactando el informe (Fase 7), Julia intenta en repetidas ocasiones mejorar la visualización de la gráfica y, en particular, del punto crítico retomando para ello acciones de la fase 5.

Julia – Probabilidades de transición entre las fases

Para indagar en las interacciones detectadas entre fases, calculamos las probabilidades de transición entre las fases del proceso de modelización mediante el programa GSEQ Para este análisis consideramos de forma conjunta los datos correspondientes a las sesiones 2, 4, 5 y 6. Los resultados obtenidos aparecen representados de forma gráfica en la figura 5.14.

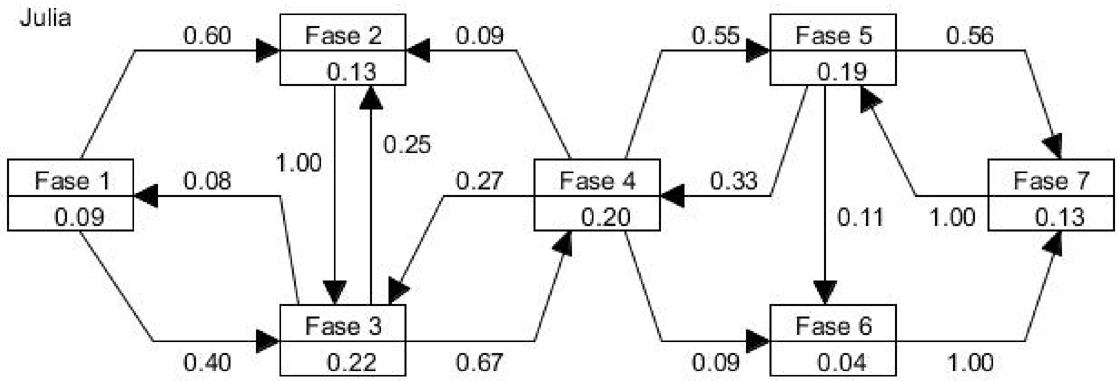


Figura 5. 14. Julia: Esquema de probabilidades de transición

La figura 5.15 presenta una representación gráfica simplificada de la anterior mostrando solo aquellas transiciones con probabilidad de al menos 0.2.

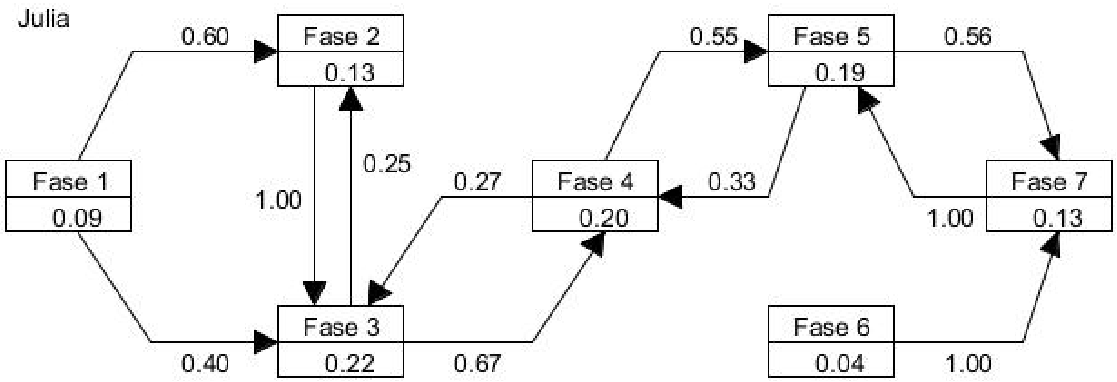


Figura 5. 15. Julia: Esquema de probabilidades de transición iguales o superiores a 0.2

Las probabilidades recogidas en la figura 5.15 describen el comportamiento global de Julia al ejecutar el proceso de modelización a lo largo de la experimentación realizada en el aula. Las fases 3, 4 y 5 constituyen las componentes clave del proceso de modelización para Julia, al presentar probabilidades próximas a 0.2, así como esquemas de interacción con probabilidades superiores a ¼. Destacan la transicion de la fase 2 a la 3, de la 6 a la 7 y de la 7 a la 5, con probabilidad 1; aunque la probabilidad de que Julia realice acciones de la fase 6 es muy baja. Julia tiende a ir progresando en el proceso de modelización siguiendo fases consecutivas hasta llegar a la fase 7 en la cual, en una de las sesiones, retorna reiteradamentea a la fase 5 (de ahí la alta probabilidad detectada) para trabajar con las representaciones gráficas realizadas con el propósito de obtener una visualización gráfica perceptible del extremo relativo obtenido.

Julia – Análisis global de las fases

Para analizar de forma global (no consecutiva) las relaciones entre las fases, acudimos a la técnica de coordenadas polares que nos indica relaciones de inhibición y activación significativas. La tabla 5.19 muestra los valores de los radios obtenidos para cada conducta de apareo al fijar cada una de las fases como conducta criterio.En el anexo D.5 pueden verse los resultados completos de Julia obtenidos mediante la técnica de coordenadas polares.

Tabla 5. 19. Julia: Valores de los radios de las conductas

Conducta Criterio	Valores de los radios ***r*** por conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	1.52	3.55	3.21	0.78	3.08	1.19	2.42
F2	3.55	1.64	3.05	1.39	2.37	1.45	2.24
F3	3.21	3.05	1.78	2.91	3.52	0.70	2.80
F4	0.78	1.39	2.91	0.44	1.99	2.19	2.25
F5	3.08	2.37	3.52	1.99	2.59	1.31	5.13
F6	1.19	1.45	0.70	2.19	1.31	0	1.91
F7	2.42	2.24	2.80	2.25	5.13	1.91	3.61

Los valores sombreados son los radios significativos.

El mayor número de radios significativos para una determinada conducta criterio en el caso de Julia fue de seis y se dio cuando fijamos como criterio las conductas F5 y F6 (ver Tabla 5.19). Las conductas de apareo F5 y F7 presentan radios significativos respecto a todas las conductas con excepción de cuando fijamos como conducta criterio la sexta fase (ver Tabla 5.19). Llama la atención que al considerar la fase 6 como criterio solo se obtiene un radio significativo (con conducta apareo F4), como puede verse en la tabla 5.17.

Por otra parte, el rango de radios significativos que surgen de las conductas de Julia se encuentra entre los valores de 1.99 a 5.13, concentrándose la mayoría de los valores (26 de 30) entre 2.19 a 3.61 (ver Tabla 5.19).

La tabla 5.20 muestra los valores de los ángulos (ángulos positivos entre 0º y 360º) para las conductas de apareo para cada conducta criterio.

Tabla 5. 20. Julia: valores de los ángulos

Conducta Criterio	Valores de los ángulos por conducta de apareo (∡ en º)						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	45	11.11	2.32	254.05	191.47	184.32	189.04
F2	78.89	45	4.46	273.88	232.35	190.13	211.18
F3	87.68	87.54	45	308.14	244.74	231.59	224.61
F4	195.95	176.12	141.86	45	326.06	350.61	273.30
F5	258.53	217.68	205.26	123.94	45	345.58	40.55
F6	265.68	259.87	236.41	99.39	104.42	90	333.56
F7	260.96	238.82	225.39	176.7	49.45	116.44	45

Los valores sombreados son los ángulos con radios significativos.

En la tabla 5.20 podemos observar que del conjunto de los 30 ángulos con radios significativos, diez de estos valores representan conductas de activación en ambos planos (ángulo menor a 90º) y doce valores representan conductas de inhibición también en ambos planos (ángulos entre 180º y 270º). Los ocho ángulos restantes con radios significativos se distribuyen por igual entre los otros dos tipos de conducta.

Las figuras 5.16 a 5.22 presentan de forma vectorial los resultados obtenidos para el caso de la actuación de Julia mediante el análisis de coordenadas polares que arrojaron radios significativos, considerando cada una de las fases como conducta criterio. Seguidamente describimos las relaciones que se ponen de manifiesto con este análisis.

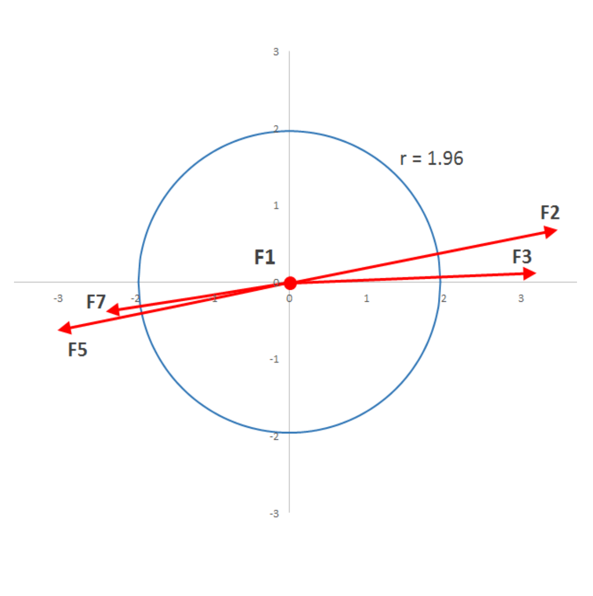


Figura 5. 16. Julia: Mapa vectorial - Criterio F1

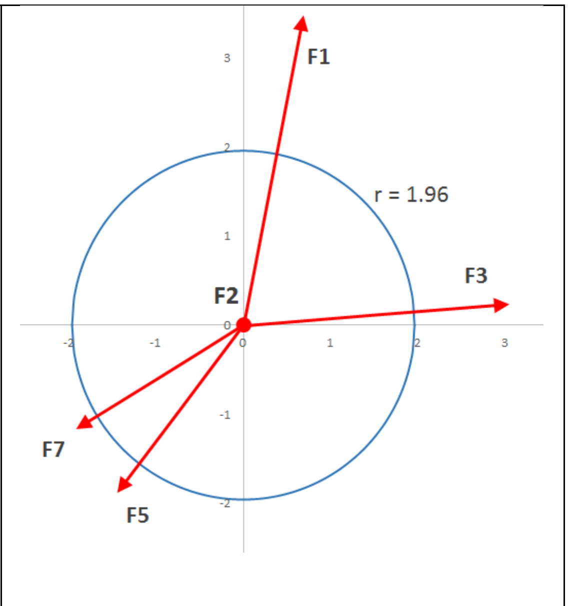


Figura 5. 17. Julia: Mapa vectorial - Criterio F2

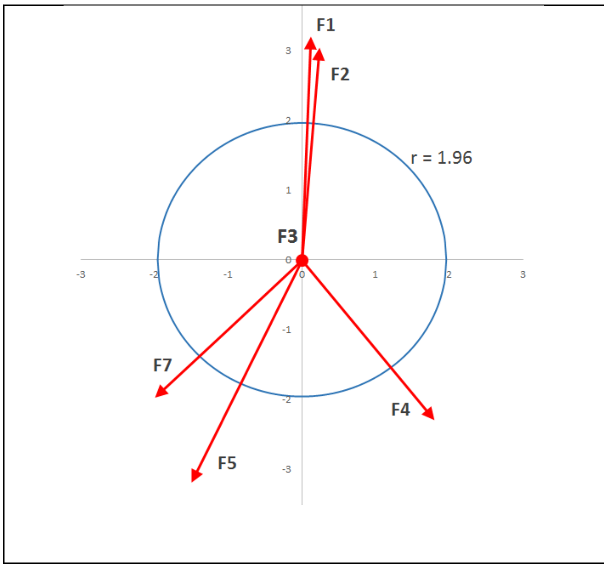


Figura 5. 18. Julia: Mapa vectorial - Criterio F3

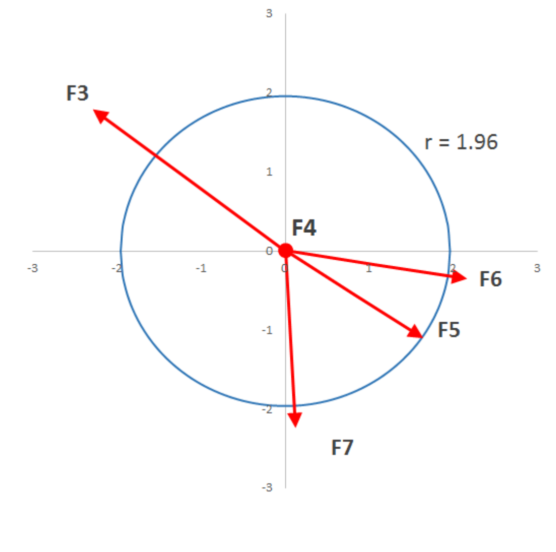


Figura 5. 19. Julia: Mapa vectorial - Criterio F4

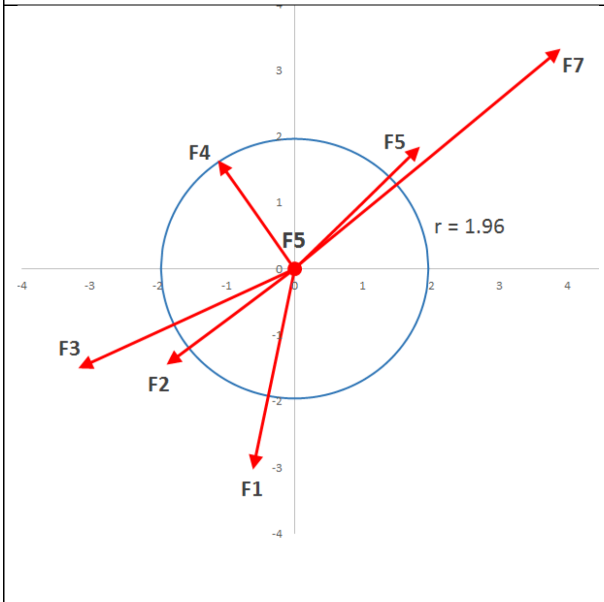


Figura 5. 20. Julia: Mapa vectorial - Criterio F5

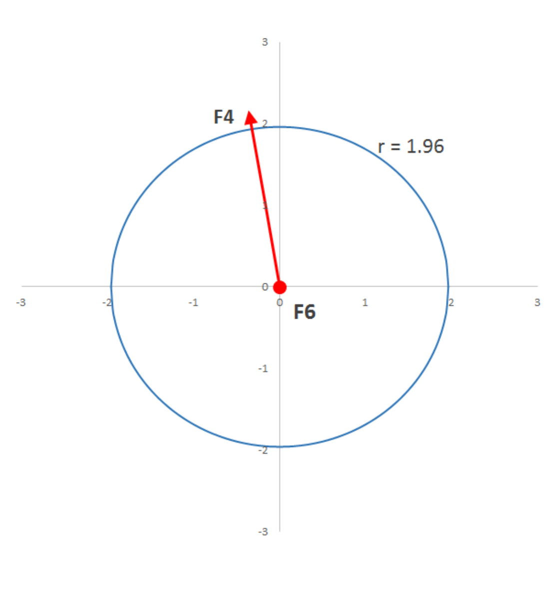


Figura 5. 21. Julia: Mapa vectorial - Criterio F6

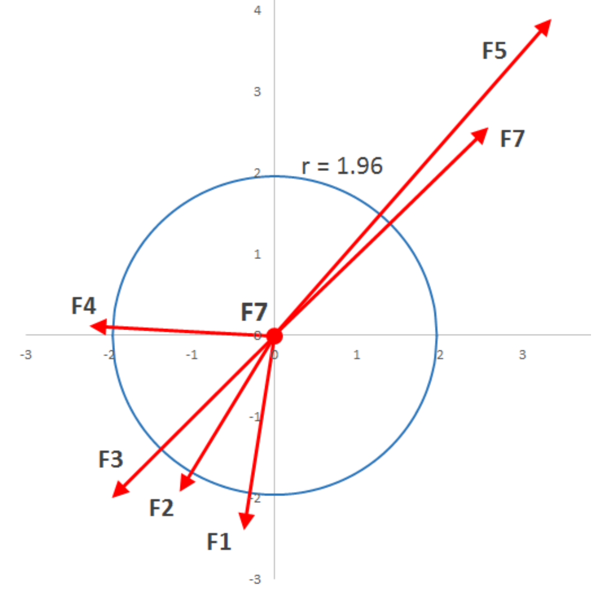


Figura 5. 22. Julia: Mapa vectorial - Criterio F7

Julia - Relaciones de excitación (primer cuadrante)

Al considerar como conducta criterio la fase inicial (Fase 1) del proceso de modelización de Julia (ver Figura 5.16), se detecta que activa la fase de suposiciones (Fase 2) y la fase de definición del modelo matemático (Fase 3) en mayor grado en el plano prospectivo, es decir, es más probable que surjan después de la fase inicial que antes. Esta misma situación se presenta al considerar como conducta criterio la fase de suposiciones (Fase 2) con respecto a la tercera fase, como puede observarse en la figura 5.18. Asimismo, la conducta criterio F2 activa la aparición de la fase inicial (Fase 1) del proceso de modelización (ver Figura 5.17), principalmente en el plano retrospectivo.

Cuando consideramos como conducta criterio F3 (fase de definición del modelo), existe una alta probabilidad de que esta conducta active la aparición de las conductas de apareo F1 (fase inicial) y F2 (suposiciones) de forma retrospectiva, como puede observarse en la Figura 5.18.

Por otra parte, se presenta una situación similar para los casos en que consideramos como conducta criterio la fase 5 (interpretación de la solución) y la fase 7 (elaboración del informe), debido a que existe más o menos la misma probabilidad de que ambas fases activen antes o después a estas mismas conductas (ver primer cuadrante de las figuras 5.20 y 5.22).

Existe ligeramente una mayor probabilidad de que la conducta F7 de Julia se estimule a sí misma más en el plano prospectivo, o lo que es lo mismo, es ligeramente más probable que F7 aparezca en el tiempo después de que se haya producido esta misma conducta y no antes (ver primer cuadrante de la figura 5.22).

Julia - Relaciones de inhibición (tercer cuadrante)

Observamos en las figuras 5.16, 5.17 y 5.18 que si fijamos como conducta criterio la fase 1, 2 o 3, cualquiera de estas tres conductas inhibe las conductas de apareo F5 y F7: en el caso de F1 de forma principalmente prospectiva mientras que en el caso de F2 y F3 de forma retrospectiva para F5 y prospectiva para F7. La intensidad de inhibición de F3 para F5 y F7 es mayor que la intensidad de inhibición de F2 para estas mismas conductas de apareo (F5 y F7) como lo indica la longitud de los radios (ver figuras 5.17 y 5.18).

En las figuras 5.20 y 5.22 observamos que si fijamos como conducta criterio la fase 5 o la fase 7, es probable que cualquiera de estas conductas inhiba a las conductas de apareo F1, F2 y F3, en mayor grado en el plano retrospectivo para F1 y con mayor intensidad cuando consideramos la fase de interpretación de la solución (Fase 5) como conducta criterio. Asimismo, es más probable que las conductas de apareo F3 y F2 sean inhibidas después de la conducta criterio F5 que antes de que esta conducta haya aparecido; con mayor intensidad para la fase de formulación (Fase 3) que para la fase de suposiciones (Fase 2), como se ilustra en la figura 5.20.

Julia - Relaciones de activación e inhibición (cuadrantes segundo y cuarto)

Observamos en la figura 5.19 que la conducta criterio F4 activa hacia atrás en el tiempo e inhibe hacia adelante en el tiempo a la conducta de apareo F3 (definición del modelo matemático). Es casi igualmente probable que no aparezca la conducta F3 seguidamente a la aparición de la conducta criterio F4, a que sí aparezca antes de que esta conducta (resolución del problema) surja, ligeramente más hacia el plano prospectivo con una intensidad $r = 2.91$ (ver Tabla 5.18).

Según los resultados presentados en la figura 5.18, la conducta criterio F3 es ligeramente más probable que inhiba la aparición de la conducta de apareo F4 después de que esta conducta criterio haya aparecido, a que la provoque a surgir después de ella (plano prospectivo) como lo indica el ángulo ($\measuredangle = 308.14°$), con una intensidad significativa $r = 2.91$ como puede verse en la Tabla 5.18.

Por otra parte, las conductas criterio F5, F6 y F7 presentan relaciones significativas con la conducta F4 y viceversa:

- F6 la activa retrospectivamente, F7 la inhibe prospectivamente y F5 la activa retrospectivamente e inhibe prospectivamente (ver figuras 5.21, 5.21 y 5.22)

- F4 activa prospectivamente a F6, inhibe retrospectivamente a F7 y activa prospectivamente e inhibe retrospectivamente a F5 (ver Figura 5.19).

5.5.3 Julia – Síntesis y discusión de los resultados

Presentamos a continuación una síntesis de los resultados presentados en los apartados previos relativos al desempeño de Julia, los cuales discutimos a partir de la información de la que disponemos de las características de esta alumna.

Recordamos que Julia tenía conocimientos previos del tema de optimización, un alto rendimiento en las asignaturas de matemáticas cursadas en el bachillerato así como en la asignatura de Cálculo en la que se enmarca la recogida de datos, un conocimiento escaso de CAS y una actitud negativa hacia el uso de tecnología en matemáticas. Muestra preferencia por métodos tradicionales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas aunque, tras la experiencia, le reconoce a la tecnología cierta utilidad para la realización de cálculos.

Julia desarrolla el proceso de modelización en los cuatro problemas planteados ejecutando, salvo en casos justificados, la totalidad de las fases. Se observa que algunas de las acciones que componen las fases, especialmente la primera y segunda fase, no le son necesarias; en su caso, parece que Julia no considera importante realizar el replanteamiento de los problemas (Fase 1), así como tampoco establecer suposiciones (Fase 2) que le faciliten de alguna manera la definición del modelo. Si bien en las primeras sesiones la construcción detallada de un dibujo esquemático con la ayuda del Maple, en el que todas las variables del modelo aparecen identificadas, se observa como un elemento clave en la actuación de Julia, no ocurre así en las dos últimas sesionesdonde el dibujo esquemático es más escueto para la sesión 5 e incompleto para la sesión 6 (ambos elaborados en el cuaderno de trabajo impreso). Estas diferencias pueden ser debidas a que las dos primeras sesiones fueron guiadas más de cerca por la investigadora-docente.

La experiencia de Julia en la resolución de problemas mediante el proceso de modelización durante las primeras tres sesiones y la elaboración del dibujo esquemático de forma escritaen las últimas dos sesiones, parecen incidir en la distribución del tiempo, reduciéndose ligeramente el tiempo necesario para las primeras tres fases del proceso conforme se avanza en las sesiones de trabajo en el aula.En general dedica el mayor tiempo al desarrollo de las fase 3, el cual se ve incrementado cuando el tiempo empleado en las dos fases previas disminuye. También es destacable el mayor tiempo dedicado a las fases 1 y 4, con respecto al resto de fases, detectándose en las dos últimas sesiones un aumento en el tiempo dedicado a la resolución del modelo matemático (Fase 4) probablemente por la mayor complejidad del modelo a resolver y tener menos guía por parte de la investigadora-docente.

En términos generales, para Julia las limitaciones en el modelo están asociadas a falta de precisión por el uso de decimales o, en el caso de los problemas de áreas y volúmenes,a las diferencias entre los objetos reales y las figuras geométricas consideradas en la modelización.

Al atender a las acciones concretas que realiza Julia en cada fase y sesión, es de destacar que si bien detecta varias limitaciones en la solución obtenida tras la identificación de la misma, previamente a la formulación del modelo no da importancia a explicitar las suposiciones en las que se basa. Esto concuerda con la tendencia puesta de manifiesto por esta estudiante, a lo largo de las diferentes sesiones, a proceder con presteza a formular matemáticamente el problema (Fase 3) sin precisar todas las variables involucradas o incluso obviando la fase 2.

También se ha identificado que Julia no parece necesitar reformular el problema ni identificar las palabras clave antes de proceder a su formulación matemática o a hacer suposiciones. Estaforma de actuar de Julia la conduce a dedicar más tiempo a formular el problema. Además la estudiante tiende a no verificar los extremos de forma simbólica. No es claro si realiza dicha verificación ayudándose de la representación gráfica dado que no relaciona explícitamente ambas soluciones, pero entendemos que puede ser éste el caso ya que siempre realiza la representación e interpretación de la solución gráfica como apoyo a su resolución simbólica del problema. También se detecta en Julia falta de atención hacia la verificación de que la solución cumple las condiciones iniciales lo que conlleva volver al problema real de partida y “desmatematizar” la solución obtenida. Estas limitaciones detectadas en la implementación del proceso de modelización por esta estudiante, concuerdan con su falta de experiencia en el proceso de modelización, al ser acciones que no están presentes en la resolución de problemas desde un enfoque tradicional.

En lo que respecta a los informes que elabora se detecta una evolución positiva, haciendo estos de forma más completa y detallada a partir de la sesión 4.

Las dificultades que encuentra Julia en el desarrollo del proceso de modelización con Maple son debidas en su mayoría al uso de este CAS. Julia expresa que el software le ralentiza en su trabajo y encuentra dificultades en el uso de la sintaxis y los parámetros necesarios para comunicarse con el programa. En especial estas dificultades tienen lugar en las últimas dos sesiones porque las gráficas del modelo son de funciones discontinuas, con asíntotas, donde es necesario un adecuado manejo del rango de los valores de la variable independiente para lograr que se aprecie visualmente el extremo relativo. No obstante Julia utiliza el Maple en todo el proceso de resolución no recurriendo a trabajar en el cuaderno impreso.

En cuanto a las representaciones empleadas por Julia se distinguen diversidad al emplearse tanto de tipo simbólico como gráfico, verbal y esquemático. La representación gráfica tuvo un papel destacado en la fase de interpretación de la solución, siendo utilizada en dos ocasiones para confirmar la validez de la misma. Las dificultades de Julia con el programa Maple impidieron un mayor uso de estas representaciones en las otras sesiones.

Las fases 3, 4 y 5 constituyen las componentes clave del proceso de modelización para Julia según se detecta por las probabilidades asociadas a las mismas y a los esquemas de interacción que las incluyen.

El proceso de modelización ejecutado por Julia implica un seguimiento no secuencial de las fases. En general las interacciones son más frecuentes entre fases correlativas y predominan las transiciones hacia fases posteriores del proceso de modelización.

La interacción entre las fases es más frecuente cuando se va reduciendo de forma progresiva la guía facilitada por parte de la investigadora-docente, con la excepción de la última sesión. Existen indicios de significatividad en la transición de la fase 1 a la 2, de la 2 a la 3, de la 7 a la 5 y de las fases 5 y 6 a la 7 así como en las tríadas

F5→F7→F5 y F7→F5→F7, si bien esta interacción está asociada al trabajo de la sesión 5 que entendemos también como la causa de las relaciones de activación que se detectan entre estas fases 5 y 7.

Algunas de las interacciones son motivadas por falta de experiencia por parte de la estudiante en el uso del Maple (ej., por no definir las funciones en términos de la variable independiente); otras son naturales del proceso de resolución de problemas al ir avanzando en la matematización de la situación en estudio y reconocer formas de abordar la resolución del problema (ej., la necesidad de definir otras variables o de registrarlas en el dibujo esquemático, mejorar la visualización de la solución en la gráfica) o al producirse errores típicos en la resolución de problemas como la omisión de la verificación de la solución.

A modo de síntesis, mostramos en la tabla 5.21 las relaciones significativas de activación e inhibición que surgieron para el caso de Julia.

Tabla 5. 21. Julia: Relaciones significativas de activación e inhibición

	Cuadrante			
	I	II	III	IV
	Activa	Activa hacia atrás Inhibe hacia adelante	Inhibe	Activa hacia adelante Inhibe hacia atrás
Conducta Criterio	Conductas de apareo significativas			
F1	F2 y F3		F5 y F7	
F2	F1 y F3		F5 y F7	
F3	F1 y F2		F5 y F7	F4
F4		F3		F5, F6 y F7
F5	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	
F6		F4		
F7	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	

En la tabla 5.21 es posible observar quelas fases F1, F2 y F3 se estimulan mutuamente tanto hacía adelante como hacía atrás (prospectivamente y retrospectivamente). Lo mismo ocurre con F5 y F7. Estas conductas presentadas por Julia diferencian claramente los periodos de tiempo en los que esta estudiante intenta obtener el camino para resolver el problema (es decir, obtener el modelo), en los que lleva a cabo continuos vaivenes entre F1, F2 y F3 en esa búsqueda, de los periodos de tiempo en los que interpreta la solución obtenida y emite el informe en base a dichas interpretaciones (de ahí la lógica de que se obtenga vaivenes entre F5 y F7).

La clave en el caso de Julia podría situarse en el comportamiento de la fase 4, como si esta fase sirviera de nexo entre ambos grupos. Esto podría comprobarse de la secuencia tríadica de avance F3→F4→F5 que se da en las cuatro sesiones analizadas para tal efecto (ver Tabla 5.17), situación que no sucede para la secuencia tríadica de retroceso F5→F4→F3. En este sentido, la fase 4 es estimulada por la fase 3, por lo que es de esperar que una vez que Julia considere que ha obtenido un modelo matemático del problema, proceda a resolverlo. Sin embargo, la fase 4 inhibe a la fase 3, por lo que Julia no llevará a cabo estrategias de control sobre la interpretación o veracidad de los resultados que obtiene durante la resolución en función del modelo propuesto por ella en la fase 3.

Resolver el problema (Fase 4) para Julia significó estimular en el plano prospectivo la verificación del modelo (Fase 6), al mismo tiempo que esta última fase evitaba que en el plano retrospectivo, Julia retorne a la resolución del problema matemático (ver Tabla 5.21). Esto sugiere que Julia no usa estrategias metacognitivas durante su proceso de modelización, o que de usarlas, no son lo suficientemente significativas para ella ni para su trabajo. Esto último se refuerza al observar en la tabla 5.21 que para Julia, verificar el modelo (Fase 6) solamente tiene relación significativa con resolver el problema matemático (Fase 4).

Era de esperarse que las tres fases iniciales del proceso de modelización se activaran entre sí debido a que son las fases básicas para lograr establecer el modelo matemático. Es decir, que al menos una de las actividades de cada una de esas fases era necesaria para continuar con el proceso de resolución del problema: la lectura, para el caso de la fase 1, la identificación de variables para el caso de la fase 2 y definitivamente la definición del modelo matemático (Fase 3). Otra situación que puede observarse en la tabla 5.21 esque las fases 5 y 7 se inhiben entre sí, situación que hipotéticamente es debida a que los alumnos no están acostumbrados al uso de representaciones gráficas (acción de la fase 5),específicamente elaborar gráficas del modelo matemático, a menos que se les indique y mucho menos a la elaboración de reportes(Fase 7) en la resolución de problemas aplicados de matemáticas. Lo anterior, posiblemente es debido al hecho de que la interpretación de la solución al problema forma parte de la elaboración del informe (Fase 7).

5.6 El caso de Eduardo

El segundo caso de análisis es un chico de nuevo ingreso a la Licenciatura en Ingeniería Física a quien nombramos con el seudónimo de Eduardo. Según la información suministrada por el mismo en el cuestionario, antes de cursar la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral en la que se enmarca la recogida de datos de este estudio no tenía conocimientos previos del tema de resolución de problemas de optimización lo cual es muy probablemente consecuencia de no haber cursado la asignatura de Cálculo Diferencial durante su programa de estudios de bachillerato, asignatura que usualmente incluye dicho tema. Por su certificación de bachillerato, nos consta que no cursó asignaturas optativas de matemáticas, solo las obligatorias entre las cuales, de las asignaturas listadas en el Pre Test, solo se encuentra Geometría Analítica. El promedio de sus calificaciones en dichas obligatorias fue 67/100. Este estudiante no superó la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I en la que se enmarcó la recogida de datos (calificación final 31/100).

Eduardo tenía conocimiento del Maple, Mathematica y MathCad antes de la experiencia, aunque nunca había trabajado con ellos en clase de matemáticas sino en otras asignaturas.

Respecto de sus actitudes hacia el uso de tecnología en matemáticas, mostramos en la tabla 5.20 sus respuestas al cuestionario Pre Test y Post Test. En términos generales, Eduardo considera que la tecnología es útil para las matemáticas. Así lo muestra al expresar acuerdo en la mayoría de sus respuestas para la categoría de utilidad y gusto tanto en el Pre Test (10 de 11 y 8 de 12 respectivamente) como en el Post Test (8 de 11 y 7 de 12 respectivamente). La actitud positiva que demuestra Eduardo hacia la utilidad de la tecnología para las matemáticas se pone de manifiesto también en su opinión con respecto a los 5 ítems correspondientes a la categoría de “rechazo” en el Pre Test, al mostrar desacuerdo en cuatro de sus respuestas y una respuesta neutral relativa a la utilidad de la tecnología como herramienta de cálculo, pero no para el aprendizaje (ítem 17). Sin embargo, en el Post Test, la opinión de Eduardo pasó de estar en desacuerdo a ser neutral en los ítems 18 y 20 relativos, respectivamente, a que no vale la pena incorporar la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas y a la preferencia de realizar los cálculos manualmente sin el uso de la computadora. Su respuesta en los ítems relativos a aspectos meta cognitivos tiende a mostrar desacuerdo (ver en el anexo E.5 el detalle de las respuestas de Eduardo por categoría).

Tabla 5. 22. Eduardo: Tabla de frecuencias escala de Likert Pre y Post Test

Test	Totalmente en desacuerdo	Desacuerdo	Neutral	Acuerdo	Totalmente de acuerdo
		Utilidad			
Pre	0	0	1	6	4
Post	0	0	3	7	1
		Gusto			
Pre	0	1	3	7	1
Post	0	0	5	7	0
		Rechazo			
Pre	1	3	1	0	0
Post	0	2	3	0	0
		Aspectos meta cognitivos			
Pre	0	5	3	1	0
Post	0	5	1	3	0

Su respuesta a la cuestión abierta del cuestionario (ver Tabla 5.23), también pone de manifiesto una actitud mayoritariamente positiva ya que considera que la tecnología es importante en los tiempos actuales y es de utilidad para realizar cálculos y operaciones complejas.

Tabla 5. 23. Eduardo: Categorización de opiniones

Encuesta	Opiniones	Palabras Clave	Justificación o condición	Categoría
Pre Test	Creo que es muy importante ya que la tecnología se irá incorporando a nuestras vidas cada vez más y tenemos que actualizar nuestros conocimientos al nivel tecnológico actual.	Importante	Para actualizar conocimientos acorde a los cambios tecnológicos	Utilidad Justificada
Post Test	Pienso que la tecnología es muy útil para problemas de cálculo, ya que tiene la capacidad de realizar operaciones muy complejas en unos segundos,…	Útil	Realiza operaciones complejas en poco tiempo	Utilidad justificada
	…pero también creo que las fallas en el software o en el hardware son bastante frustrantes a la hora de aprender a usar estas tecnologías.	Frustrante	Cuando un software falla	Rechazo justificado

5.6.1 Eduardo – Seguimiento del proceso de modelización

Al igual que para el caso de Julia, estructuramos la descripción del desempeño de Eduardo en el desarrollo del proceso de modelización en cada una de las sesiones, en un total de cinco apartados: ejecución de las fases, distribución de tiempos, acciones realizadas en cada fase, representaciones y uso del Maple, y errores.

Eduardo – Ejecución de las fases

Los esquemas de la figura 5.23 y figura 5.24 permiten hacer un primer análisis del seguimiento del proceso de modelización por parte de Eduardo en las sesiones 2, 4, 5 y 6 y en la sesión 3, respectivamente.

En la figura 5.23 se observa que en las sesiones 2, 4, 5 y 6 Eduardo ejecuta acciones de las diferentes fases que componen el proceso de modelización, omitiendo en las sesiones 2, 5 y 6 alguna de las tres últimas fases (5, 6 o 7). No realiza acciones de la fase 6 (validez de la solución) en las sesiones 2 y 6 y en la sesión 4 solo realiza una de las acciones que componen esta fase. La fase de interpretación de la solución (Fase 5) la realiza parcialmente en las sesiones 2 y 4 elaborando únicamente las gráficas del modelo, no realizando acciones de esa fase en la sesiones 3, 5 y tampoco en la 6. En la sesión 2 no llega a iniciar el informe (Fase 7), el cual sí aborda en la sesión 3.

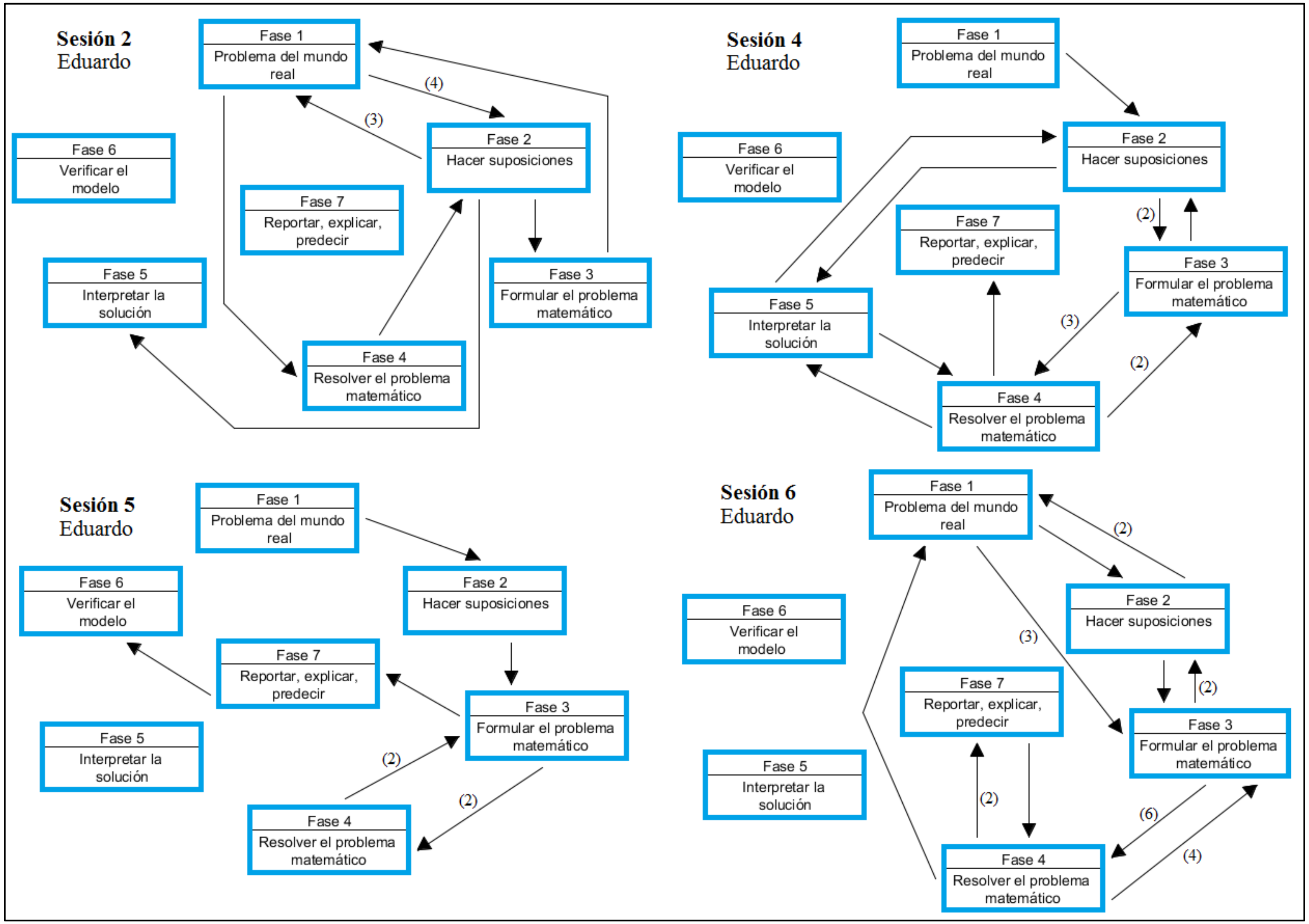


Figura 5. 23. Eduardo: Procesos de modelización seguidos en las sesiones 2, 4, 5 y 6

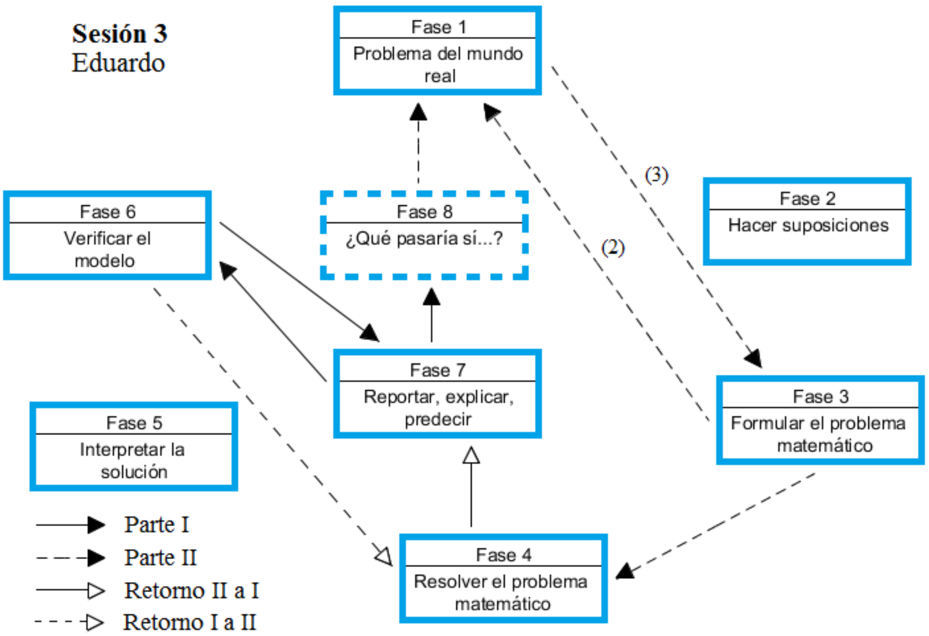


Figura 5. 24. Proceso de modelización seguido por Eduardo en la sesión 3

En la sesión 3 Eduardo concluye el proceso de modelización iniciado en la sesión previa (ver Figura 5.24). En el proceso de resolución de la reformulación de dicho problema, durante la segunda parte de la sesión 3, solo ejecuta acciones de las fases 1, 3 y 4. Cuando está en la resolución del problema de ángulos reales (concretamente en la fase 4) decide modificar el formato del informe y de la descripción de las limitaciones del modelo elaborado al comienzo de la sesión, por lo que regresa a la Fase 7.

La tabla 5.24 muestra la frecuencia con que Eduardo realiza actividades correspondientes a cada una de las fases en la resolución de cada uno de los problemas. Es de destacar la alta frecuencia con la que Eduardo realiza acciones de las cuatro primeras fases en algunas de las sesiones, llegando a presentarse frecuencias de 7 y 8 en la última sesión. Al analizar las interacciones entre las fases se indaga en el motivo por el que se presentan estas altas frecuencias en ciertas fases.

Tabla 5. 24. Eduardo: Frecuencia por fase

Fases	Sesiones				
	2 + 3 (I)	3 (II)	4	5	6
1	5	3	1	1	4
2	5	-	3	1	3
3	1	3	4	3	8
4	1	2	4	2	7
5	1	-	2	-	-
6	1 + 1	-	1	1	-
7	1 + 1	-	1	1	2

Eduardo – Distribución de tiempos

Mostramos en la tabla 5.25 la distribución que Eduardo realiza del tiempo de cada sesión entre las diferentes fases del proceso de modelización a lo largo de las cinco sesiones de aula; así como también el tiempo invertido, al inicio y al fin de cada sesión, en las dificultades que se le presentaron y en la espera de indicaciones de la investigadora-docente ya fuera para iniciar la puesta en común o para la resolución de alguna de sus dudas individuales.Como en el caso de Julia, los tiempos distinguidos son mutuamente excluyentes con la excepción del tiempo invertido en la dificultades que se le presentaron debido a que también se contabiliza como tiempo de trabajo en la fase donde se presenta la dificultad.

Tabla 5. 25. Eduardo: Distribución de tiempos

Sesión	2		3				4		5		6	
Duración (min)	93		28		73		112		95		87	
FASES	**min**	**%**	**min**	**%**	**min**	**%**	**min**	**%**	**min**	**%**	**min**	**%**
Inicio de sesión	1.274	1.37	0.25	0.25			0.58	0.52	1.919	2.02	1.766	2.03
Problema del mundo real	28.93	31.11			11.76	11.64	26.94	24.05	7.48	7.87	15.18	17.45
Hacer suposiciones	5.35	5.75					15.02	13.41	1.26	1.33	3.13	3.60
Formular el problema matematico	6.12	6.58			13.25	13.12	12.77	11.40	55.96	58.91	27.23	31.30
Resolver el problema matemático	8.63	9.28			1.92	1.90	13.50	12.05	1.41	1.48	16.28	18.71
Interpretar la solución	15.12	16.26					5.84	5.21				
Verificar el modelo			9.50	9.41					1.96	2.06		
Reportar, explicar, predecir			6.90	6.83			10.94	9.77	7.36	7.75	5.66	6.51
Dificultades uso del Maple	16.11	17.32			5.12	5.07	20.40	18.21	17.52	18.44	6.11	7.02
Dificultades proceso de modelización	1.50	1.61					1.67	1.49	1.41	1.48	13.12	15.08
Tiempo de espera	25.05	26.94			44.33	43.89	24.01	21.44	17.13	18.03	17.01	19.55
Fin de sesión	2.437	2.62			1.151	1.14	2.65	2.37	0.418	0.44	0.679	0.78

Mostramos en la figura 5.25 la distribución de tiempos de Eduardo en porcentaje correspondiente a las fases del proceso de modelización, sin considerar el tiempo invertido al inicio y al final de la sesión y agrupando los tiempos de trabajo en el primer problema repartidos entre la sesión 2 y 3. Esta figura nos permite analizar la distribución del tiempo por fases en cada uno de los ciclos de modelización implementados.

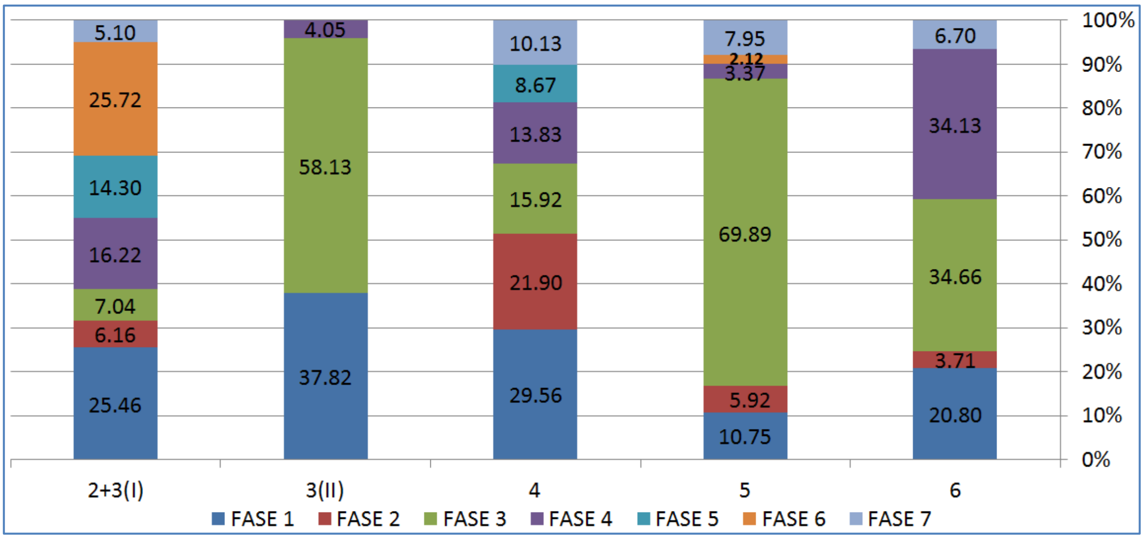


Figura 5. 25. Eduardo: Distribución de tiempos de Eduardo por fase (en %)

Las fases que requieren más tiempo a Eduardo, en promedio, son las fases 3 y 1 (37% y 25% del tiempo, respectivamente), seguidas de la fase 4 (promedio de 14% de tiempo), siendo el tiempo dedicado a cada una de las otras fases inferior al 8%. Estas son, así mismo, las fases que dentro de cada proceso de modelización requieren más tiempo, si bien se detecta una amplia fluctuación en el tiempo dedicado a la fase 3 y cierto descenso en el tiempo dedicado a la fase 1 hacia las últimas sesiones. En las últimas dos sesiones en las que el trabajo por parte del alumno fue más autónomo, el 70% del tiempo de trabajo en el problema estuvo dedicado a las fases 3 y 4. En general Eduardo dedica poco tiempo a la fase 2, con la salvedad de la sesión 4. Este hecho es consecuencia de que Eduardo, ante su falta de experiencia previa en problemas de optimización, seguía con gran atención las puestas en común e instrucciones de la investigadora-docente, y en la sesión 4 dicha puesta en común fue más extensa que en la sesión 2 al ser realizada por uno de los alumnos del grupo. En sesiones posteriores la puesta en común de esta fase fue muy breve (sesión 5) o no tuvo lugar (sesión 6).

Respecto al tiempo invertido en las dificultades encontradas, se observa que a pesar de su experiencia previa con diversos CAS y en especial con Maple, Eduardo emplea un 17% del tiempo de la sesión en las mismas, con la salvedad de la última sesión en la que el porcentaje de tiempo decrece a tan solo un 7%. En la última sesión destaca el elevado tiempo, en comparación con las sesiones previas, en el que presenta dificultades relativas al proceso de modelización. En el posterior apartado de errores detallaremos las dificultades detectadas.

Eduardo - Acciones realizadas en cada fase

En la tabla 5.26 mostramos las acciones realizadas por Eduardo en cada una de las sesiones, en términos de las acciones que conforman cada fase del proceso de modelización.

Tabla 5. 26. Eduardo: Acciones realizadas durante las sesiones

Fase	Acciones	Sesiones					
		2	3		4	5	6
			Parte I	Parte II			
1	Leer y comprender el problema	✓			✓	✓	✓
	Identificar las palabras clave	✓			✓	✓	
	Hacer un dibujo esquemático	✓		✓	✓	✓ i	✓ i
	Replantear el problema	✓			✓	✓	✓
	Identificar unidades de la solución	✓			✓	✓	✓
2	Identificar y definir variables	✓			✓	✓	✓
	Hacer suposiciones	✓			✓ø		
3	Formular el modelo matemático	✓		✓	✓	✓	✓
4	Calcular la derivada	✓			✓	✓	✓
	Determinar los números críticos	✓			✓		
	Verificar los extremos	✓			✓		
	Identificar los valores de la solución			✓		✓*	✓*
5	Representar e interpretar la solución						
	Representación gráfica	✓			✓		
	Interpretación de la solución gráfica						
	Interpretación de la solución analítica						
	Relacionar las soluciones						
6	Confirmar la validez de la solución		✓			✓	
	Identificar limitaciones de la solución		✓		✓*	✓	
7	Elaborar un informe		✓		✓	✓	✓
8	Redefinir el problema		✓				

i Dibujo esquemático en el cuaderno de trabajo impreso
ø Considera expresiones que realmente no son suposiciones
* Explicita la actividad en su informe no dando previamente muestras del desarrollo de esta acción

Las acciones prioritarias para Eduardo son:

a) leer y comprender el problema (Fase 1),
b) hacer un dibujo esquemático (Fase 1)
c) replantear el problema (Fase 1),
d) identificar unidades de la solución (Fase 1),
e) identificar y definir variables (Fase 2),
f) formular el modelo matemático (Fase 3),
g) calcular la derivada (Fase 4) y
h) elaborar un informe (Fase 7).

Eduardo tiende a no realizar la acción de suposiciones, salvo en la sesión 2 dirigida más de cerca por la investigadora-docente. En la sesión 4, según anota en su cuaderno de trabajo, Eduardo considera como suposiciones el procedimiento para resolver el problema y el replanteamiento del mismo (ej., usar el criterio de la primera o segunda derivada para hallar el mínimo de f, que sería el costo mínimo de cableado).

Se observa que no interpreta las soluciones de forma gráfica ni analítica ni relaciona la solución analítica y gráfica. En las sesiones 2 y 5 Eduardo trabajó en la representación gráfica del modelo obtenido pero solo logró realizar dicha representación en la sesión 2, guiada más de cerca.

Como se observa en la tabla 5.26, Eduardo no determina los números críticos ni verifica los extremos en las sesiones 4 y 5, lo cual hace sospechar que los valores de la solución que presenta en su informe proceden de algún otro compañero. Al igual que Julia, Eduardorealiza el dibujo esquemático para las tres primeras sesiones en el cuaderno de trabajo en formato electrónico y, para las dos últimas, en el cuaderno de trabajo impreso (ver Anexo A.5: Producciones: Julia – Eduardo - Miguel).

Eduardo solo confirma la validez de la solución e identifica sus limitaciones para el primer problema (parte I, sesión 3) y para el problema trabajado en la sesión 5. Identifica también las limitaciones de la solución en la sesión 4, pero como parte de su informe (ver Tabla 5.27 y Anexo A.5).

Tabla 5. 27. Eduardo: Confirmación de la validez y limitaciones de la solución

Sesión	Confirmando la validez	Limitaciones
3 (I)	Si cumple con las condiciones iniciales, ya que el valor de L es el mínimo posible.	Los ángulos reales entre las poblaciones no son rectos. La pendiente del terreno.
4		Los decimales ya que dependiendo de cuántos de éstos tomemos en cuenta el resultado final puede variar. Los resultados son simplemente suposiciones matemáticas.
5	Si cumple con las condiciones iniciales ya que el material es el mínimo y la altura del cilindro es el triple o un aproximado del triple de la altura del cono.	La mayor limitación sería la exactitud de las medidas a la hora de la construcción.

En la tabla 5.28 mostramos los elementos que integran los informes de este alumno. Eduardo no elaboró el informe en la segunda sesión. Los informes elaborados son escuetos, reduciéndose a describir la respuesta, el procedimiento seguido para encontrarla y el significado de la solución. Solo en la sesión 4 hace mención a limitaciones de la solución y dificultades surgidas en la resolución del problema. Recordamos que fue en esta sesión cuando se concretó por primer vez, con mayor detalle, los elementos que debería incluir el informe.

Tabla 5. 28. Eduardo: Elementos que integran sus informes

Elementos que integran el informe	Sesiones				
	2	3 (I)	4	5	6
Describir la respuesta de la solución		✓		✓	✓
Resumen del procedimiento			✓	✓	✓
Limitaciones de la solución			✓		
Validez de la solución					
Significado de la solución		✓	✓	✓	✓
Dificultades surgidas			✓		
¿Cómo se abordan las dificultades?					
Uso de los gráficos					
Interpretación de la representación gráfica de la solución					

Mostramos en la tabla 5.29 un ejemplo de los informes elaborados por Eduardo. Los informes restantes de este alumno pueden consultarse en el anexo A.5.

Tabla 5. 29. Eduardo: Informe de la sesión 5

Sesión	Informe de la sesión 5 de Eduardo
5	Con los datos dados, procedimos a hallar las dimensiones del cilindro tales como alturas, volúmenes y áreas, interpretamos gráficamente los datpos dados, replanteamos el problema con nuestras propias palabras y de manera más simple para proceder a definir las unidades que vamos a manejar (metros), después definimos nuestras varables que serían las alturas de las figuras y el radio de las mismas. Definimos las fórmulas matemáticas para resolver el problema, luego igualamos a cero una fórmula, la diferenciamos con respecto a r y nos da un aproximado de 2.5 m, sustituimos el r en las fórmulas y nos da como resultado las áreas mínimas para la construcción del silo tales que la altura del cilindro sea la altura del cono.

Eduardo - Representaciones y uso del Maple

Mostramos en la tabla 5.30, los tipos de representación usados por Eduardo, la herramienta de Maple utilizada y las acciones dentro del proceso de modelización donde empleó la representación correspondiente.

Tabla 5. 30. Eduardo: Tipos de representaciones usados

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones
Esquemática	Cuadrícula	Hacer un dibujo esquemático del problema (Fase 1)
Verbal	Procesador de textos	Replantearel problema con palabras propias (Fase 1) Hacer las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente (Fase 2) Identificar limitaciones del modelo o de la solución obtenida (Fase 6) Interpretación de las soluciones (Fase 5)
Simbólica	Definición de funciones	Formularel modeloque permite dar respuesta al problema (Fase 3) Calcular la derivada del modelo (Fase 4)
Gráfica	Gráficas en 2-D	Representar e interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida,Ggraficandoel modelo matemático (Fase 5)

Eduardo utilizó cuatro tipos de representaciones:

a) Mediante la opción de “cuadriculada” dentro del menú “insertar”, representó esquemáticamente los problemas de las sesiones 2, 3 y 4 (ver Anexo A.5).La figura 5.26 muestra a modo de ejemplo la representación realizada en la sesión 4. Al igual que Julia, elaboró dibujos esquemáticos para los problemas de rutas en el cuaderno de trabajo electrónico, y para los problemas de cantidades geométricas en el cuaderno de trabajo impreso.

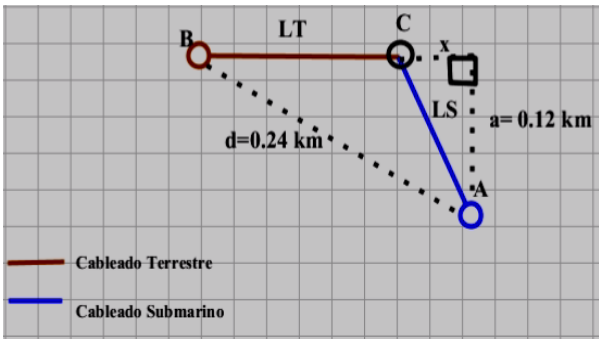


Figura 5. 26. Eduardo: Dibujo esquemático de la sesión 4

b) Usó el Maple como procesador de textos para realizar diversas actividades de las fases 1, 2, 6 y 7, tales como: replanteamiento del problemacon sus propias palabras, identificación de unidades de la solución, definición de variables, establecimiento de suposiciones, descripción de las limitaciones e interpretación de las soluciones y elaboración de sus informes. Estas acciones aparecen representadas de forma verbal en el cuaderno de trabajo.

c) Empleó la representación simbólica para definir el modelo matemático (Fase 3) y para resolver el problema (Fase 4).

d) La representación gráfica fue poco utilizada por Eduardo, únicamente la emplea en las sesiones 2 y 4 para graficar el modelo matemático. Sin embargo, en la sesión 4 Eduardo no lograobtenerla gráfica del modelo. Escribió "$plot(f(x), x = 0..0.7812484939)$" y solo obtuvo la representación del sistema de ejes coordenados al escribir $f(x)$ como parámetro de función para el comando "plot" en vez de la función que representaba el modelo matemático.

Eduardo - Errores

Al igual que en el caso de Julia, agrupamos los errores cometidos por Eduardo en dos grandes categorías: errores relativos al uso del Maple y errores relativos al proceso de modelización, que a su vez clasificamos en subcategorías. En el caso de los errores con el uso del Maple, además de aquellos considerados en el caso de Julia distinguimos dos tipos de error más (ver Tabla 5.31):

- Uso de valores predefinidos por Maple (ej., intenta definir el valor de "Pi", el cual ya tiene un valor asignado por Maple).
- Conversión no intencional de texto en objetos matemáticos (ej., convierte un texto en un objeto matemático y Maple solicita el punto y coma como separador de dicho objeto).

Describimos y ejemplificamos a continuación cada una de las categorías de errores relativos al proceso de modelización en los que incurre Eduardo.

Conceptuales:

- Formulación errónea del modelo (ej., define el volumen de la esfera como modelo matemático en la resolución del problema 4).
- Formulación errónea de ecuaciones auxiliares (ej., considera la misma variable para representar las alturas del cilindro y del cono en el caso del problema 3).
- Despeje de la variable inadecuada (ej., intenta despejar el radio r en función de la altura h, en lugar de despejar h en función de r).

- Expresar una constante en términos de una variable (ej., intenta despejar la constante π).

- Derivación con respecto a una constante (ej., deriva la variable r en términos de la constante π).

Procedimentales:

- Resolución del modelo antes de derivar (ej., resuelve la función que define el volumen de la esfera en el problema 4, cuando el modelo matemático debería definirse en términos del costo).

- Derivación de funciones secundarias (ej., deriva la expresión que define a la altura en términos del radio, cuando debe esperar definir el modelo matemático en términos del costo).

- Aplicación errónea del criterio de extremos absolutos (ej., evalúa los extremos y el número crítico en la derivada, en vez de evaluarlos en el modelo matemático).

Tabla 5. 31. Eduardo: Categorías de errores

Categorías	Sesiones				
	2	3 II	4	5	6
Relativos al uso del Maple					
Sintaxis	3 (Fase 5)	5 (Fase 3)	2 (Fase 3) 4 (Fase 4) 3 (Fase 5)	11 (Fase 3)	4 (Fase 3)
Selección modo texto/matemático	2 (Fase 2)		1 (Fase 3)		
Selección inadecuada decomandos			1 (Fase 3)	5 (Fase 3)	
Uso de valores predefinidos por Maple				2 (Fase 3)	
Conversión no intencional de texto en objetos matemáticos	1 (Fase 1)				
SUB TOTAL	6	5	11	18	4
Relativos al proceso de modelización					
ERRORES CONCEPTUALES					
Formulación errónea del modelo			2 (Fase 3)	3 (Fase 4)	3 (Fase 4)
Formulación errónea de ecuaciones auxiliares				1 (Fase 3)	
Despeje de la variable inadecuada					1 (Fase 3)
Expresar una constante en términos de una variable					2 (Fase 4)
Derivación con respecto a una constante	2 (Fase 4)				1 (Fase 4)

Categorías	Sesiones 2	3 II	4	5	6
ERRORES PROCEDIMENTALES					
Resolución del modelo antes de derivar					4 (Fase 4)
Derivación de funciones secundarias					3 (Fase 4)
Aplicación errónea del criterio de extremos absolutos	1 (Fase 4)				
SUB TOTAL	3	0	2	4	14
TOTAL	9	5	13	22	18

En total son 44 los errores relativos al uso del Maple y 23 los relativos al proceso de modelización en los que incurre Eduardo. Es destacable la mayor frecuencia de errores relativos al uso del Maple en las sesiones 4 y 5 y de errores relativos al proceso de modelización en la sesión 6, repartidos a la mitad entre errores de procedimiento y errores conceptuales. Los errores con el uso del Maple se presentan en el trabajo en cualquiera de las cinco primeras fases, en cambio los errores del proceso de modelización se concentran en las fases 3 y 4.

Observamos en la tabla 5.31 que la mayor parte de errores cometidos por Eduardo con respecto al uso del Maple son de sintaxis (32 de 44) relativos a descuidos o a dificultades en el manejo de comandos y definición de funciones. La mayoría de estos errores (18 de 44) tienen lugar durante la sesión 5 y durante la fase de definición del problema (fase 3). Es destacable que aunque Eduardo contaba con experiencia previa en el uso de software CAS y en particular de Maple, presenta un alto número de errores en el manejo de este software.

Respecto a los errores relativos al proceso de modelización, el 83 % (19 de 23) de los cometidos por Eduardo a lo largo de las sesiones 2, 4, 5 y 6 ocurren al estar resolviendo el modelo matemático, es decir durante la fase 4, el resto durante la fase 3. En las primeras sesiones, cuando la resolución estuvo más guiada por la investigadora-docente, estos errores son escasos. En cambio en la sesión 6 Eduardo presenta una alta diversidad de errores tanto de tipo conceptual como procedimental. Entre ellos cabe señalar el intento de Eduardo de obtener los números críticos igualando a cero el modelo matemático sin antes proceder a derivar dicho modelo, así como derivar las funciones secundarias en vez de definir primero la ecuación primaria (modelo matemático). Algunos errores conceptuales cometidos en esta sesión son consecuencia de la formulación incorrecta del modelo y derivar respecto de π. Estos errores ponen de manifiesto el bajo dominio conceptual de este estudiante en relación con gran parte de los conocimientos previos necesarios para abordar la resolución de problemas de optimización. El detalle de los errores en los que incurre Eduardo podemos verlo en el anexo B.5: Errores: Julia – Eduardo – Miguel.

5.6.2 Eduardo - Interacciones entre las fases

Para poder analizar las interacciones que se detectan entre las fases, indagamos a continuación en las secuencias de comportamiento que se detectan en el trabajo de Eduardo, el detalle de lo que ocurre en las transiciones entre las fasesdel proceso de modelización, las probabilidades de transición, y las relaciones de activación e inhibición que se identifican entre las fases.

Eduardo – Secuencias de comportamiento

Al igual que en el caso de Julia, para el análisis de las interacciones de las fases completamos los diagramas del proceso de modelización presentados en la figura 5.24, con diagramas de secuencia que detallan el orden en que se sucede el trabajo de Eduardo en cada una de las fases. Los diagramas de secuencia relativos a todas las sesiones de Eduardo se recogen en el anexo C.5 y se sintetizan aquí en la tabla 5.32.

Tabla 5. 32. Eduardo: Tabla de secuenciación del proceso realizado

Sesión	Secuenciación de actividad en las fases
2	F1→F2→F1→F2→F1→F2→F1→F2→F3→F1→F4→F2→F5
4	F1→F2→F3→F2→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F5→F2→F5→F4→F7
5	F1→F2→F3→F4→F3→F4→F3→F7→F6
6	F1→F2→F3→F2→F1→F3→F2→F1→F3→F4→F1→F3→F4→F3→F4→F3→F4 →F3→F4→F3→F4→F7→F4→F7

Se sombrean aquellas transiciones que son de retroceso (hacia fases previas del proceso de modelización)

En las figuras 5.24y 5.25 se observa que Eduardo, al igual que Julia, no implementa el proceso de modelización siguiendo secuencialmente las fases del mismo, sino que avanza en el proceso retomando con frecuencia alguna de las fases previas, incluso en varias ocasiones. La sesión 5 destaca por ser la que presenta menor interacción entre las fases.

Como se observa en la tabla 5.33, que recoge las frecuencias correspondientes a las secuencias de comportamiento diádicas por sesión presentadas por Eduardo durante su actuación durante las sesiones 2, 4, 5 y 6, la interacción se produce con mayor frecuencia entre fases correlativas (42) y en menor medida entre fases no correlativas (15). Así mismo se observa que se producen en mayor medida hacia fases posteriores del proceso de modelización (34) que hacia fases previas (23).También cabe señalar que resultan frecuentes en todas las sesiones,con mayor presencia en la sesión 6 en la que el estudiante trabajó de forma más autónoma, con la única guía del cuaderno de trabajo.

Tabla 5. 33. Eduardo: Frecuencia de las secuencias diádicas

Secuencia	Sesión				Total
	2	4	5	6	
Avance					
F1→F2	4	1	1	1	7
F1→F3	0	0	0	3	3
F1→F4	1	0	0	0	1
F2→F3	1	2	1	1	5
F2→F5	1	1	0	0	2
F3→F4	0	3	2	6	11
F3→F7	0	0	1	0	1
F4→F5	0	1	0	0	1
F4→F7	0	1	0	2	3
TOTAL	7	9	5	13	34
Retroceso					
F2→F1	3	0	0	2	5
F3→F1	1	0	0	0	1
F3→F2	0	1	0	2	3
F4→F1	0	0	0	1	1
F4→F2	1	0	0	0	1
F4→F3	0	2	2	4	8
F5→F2	0	1	0	0	1
F5→F4	0	1	0	0	1
F7→F4	0	0	0	1	1
F7→F6	0	0	1	0	1
TOTAL	5	5	3	10	23

Se sombrean las frecuencias que corresponden a fases correlativas

Observamos en la tabla 5.33que el patrón de conducta de dos fases consecutivas (secuencia diádica) más común presentado por Eduardo se dio durante la sesión 6 de F3→F4 (fase de definición del modelo a fase de resolución). En menor escala la conducta inversa a la anterior F4→F3 con cuatro ocurrencias durante la misma sesión, al igual que la conducta de F1→F2 para la primera sesión. Le siguen en frecuencia las conductas F2→ F1 en la sesión 2, F3 → F4 en la sesión 4 y F1→ F3 en la sesión 6.

Si bien los datos son pocos para detectar relaciones significativas de transición entre las fases, el análisis realizado a través del GSEQ para el lag +1, considerando el conjunto de las cuatro sesiones, sugiere como posibles relaciones significativas la transición de la fase 1 a la 2, de la 3 a la 4 y de la 7 a la 6 (ver Tabla 5.34).

Tabla 5. 34. Eduardo: Probabilidades de las secuencias diádicas para lag +1

	Conducta de apareo						
Dado:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.50	~.19	~.36	~.61	~.47
F2	~.02	~1.00	~.99	~.02	~.09	~.57	~.41
F3	~.18	~.22	~1.00	~<.01	~.23	~.50	~.59
F4	~.52	~.13	~.19	~1.00	~.56	~.62	~.27
F5	~.56	~.43	~.33	~.33	~.1.00	~.85	~.79
F6	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~.1.00	~1.00
F7	~.69	~.56	~.50	~.59	<.82	~<.01	~1.00

Se sombrean las relaciones que se sospecha son significativas

En la tabla 5.35 presentamos las secuencias de comportamiento de tres fases presentadas por Eduardo durante su actuación a lo largo de las sesiones 2, 4, 5 y 6.

Tabla 5. 35. Eduardo: Frecuencia de las secuencias tríadicas

Secuencia	Sesión			
	2	4	5	6
Inicia en F1				
F1→F2→F1	3	0	0	0
F1→F2→F3	1	1	1	1
F1→F3→F2	0	0	0	1
F1→F3→F4	0	0	0	2
F1→F4→F2	1	0	0	0
Inicia en F2				
F2→F1→F2	3	0	0	0
F2→F1→F3	0	0	0	2
F2→F3→F1	1	0	0	0
F2→F3→F2	0	1	0	1
F2→F3→F4	0	1	1	0
F2→F5→F4	0	1	0	0
Inicia en F3				
F3→F1→F4	1	0	0	0
F3→F2→F3	0	1	0	0
F3→F2→F1	0	0	0	2
F3→F4→F1	0	0	0	1
F3→F4→F3	0	2	2	4
F3→F4→F5	0	1	0	0
F3→F4→F7	0	0	0	1
F3→F7→F6	0	0	1	0
Inicia en F4				
F4→F1→F3	0	0	0	1
F4→F2→F5	1	0	0	0
F4→F3→F4	0	2	1	4
F4→F3→F7	0	0	1	0
F4→F5→F2	0	1	0	0
F4→F7→F4	0	0	0	1
Inicia en F5				
F5→F2→F5	0	1	0	0
F5→F7→F5	0	1	0	0
Inicia en F7				
F7→F4→F7	0	0	0	1

Se sombrean las secuencias que se repiten en las 4 sesiones

Al igual que en el caso de las secuencias de comportamiento de dos fases, los patrones de conducta de Eduardo de tres fases secuenciales (secuencias tríadicas) más frecuentes están relacionados con la interrelación entre las fases de definición del modelo (Fase 3) y la fase de su resolución (Fase 4). En menor escala aparecen las secuencias tríadicas relacionadas con las fases 1 y 2 correspondientes a la lectura del problema y a la relacionada con la definición de variables respectivamente. Solo se produce un patrón tríadico de avance consecutivo en las cuatro sesiones: F1→F2→F3.

Al considerar de forma aglutinada los datos de las cuatro sesiones de Eduardo, no se identifican secuencias tríadicas significativas y tampoco posiblemente significativas.

Eduardo – Detalle de las interacciones entre las fases

A continuación describimos la razón a la que se debió cada una de lastransiciones de retroceso entre fases anteriormente señaladas y que dan lugar a probabilidades no nulas. Las transiciones de avance consisten en progresar en el proceso de modelización abordando algunas de las acciones que componen cada fase y, por lo tanto, no se explican.

- *De la fase 2 a la fase 1 (sesión 2)*: En la sesión 2, Eduardo va construyendo su dibujo esquemático al mismo tiempo que va definiendo sus variables conforme las va requiriendo y entonces se produce interacción entre la segunda y la primera fase de forma continuada (ver Figura 5.24).

- *De la fase 3 a la fase 1 (sesión 2)*: El retroceso de la tercera fase a la primera durante la sesión 2 se produce debido a que Eduardo define su modelo matemático en función de la información que se comparte en la puesta en común. Como consecuencia, retorna a su dibujo esquemático para modificar la denominación de las variables de acuerdo con el modelo matemático definido en la puesta en común. En este momento, Eduardo no modificó la definición de sus variables (Fase 2), actividad que intenta hacer posteriormente.

- *De la fase 4 a la fase 1 (sesión 6)*: En la sesión 6 y desarrollando la cuarta fase, Eduardo retrocede a la primera fase para leer de nuevo el enunciado del problema, tal vez tratando de intentar comprenderlo mejor por estar encontrando dificultades en la resolución del modelo.

- *De la fase 3 a la fase 2 (sesión 4)*:Eduardo retrocede de la tercera fase a la segunda para anotar algunas suposiciones, que no son tales, a partir de comentarios realizados por la investigadora- docente relativos a la formulación del modelo (ej., usar Pitágoras para hallar x).

- *De la fase 4 a la fase 2 (sesión 2)*: Eduardo intenta redefinir sus variables habiendo iniciado la fase de resolución y entonces surge el retroceso de la cuarta a la segunda fase. Previamente solo había realizado dicha redefinición en el dibujo esquemático.

- *De la fase 5 a la fase 2 (sesiones 2 y 4)*: El retroceso de la fase 5 a la fase 2 en la sesión 4, surge como consecuencia de que Eduardo, estando en la fase de interpretación de la solución (Fase 5), retrocede a completar sus supuestas suposiciones, escribiendo nuevamente una expresión que realmente representa un replanteamiento del problema (ver Anexo A.5) y que posiblemente escucha de algún comentario hecho por la investigadora-docente.

  De la fase 4 a la fase 3 (sesiones 4, 5 y 6): El retroceso de la cuarta fase a la fase 3 en la sesión 4 se da como consecuencia de que Eduardo corrige y resuelve al mismo tiempo el modelo matemático. Para el caso de la quinta y sexta sesión el retroceso de Eduardo de la fase 3 a la fase 4, surge debido a que una vez que ha definido una función, la considera como su modelo matemático (independientemente de si se trata de una ecuación secundaria) y procede a derivarla. Por ejemplo, deriva la expresión definida para la altura del cono durante la quinta sesión y la función que define el volumen del tanque de almacenamiento en el caso de la sexta sesión. Este hecho ocurre en dosocasiones en la sesión 5 y en cuatro ocasiones en la sesión 6 (ver Tabla 6.3.2). Eduardo procede de este modo mediante ensayo y error atendiendo a los comentarios de la investigadora-docente, e incluso es posible que comparando sus resultados con alguno de sus compañeros.

- *De la fase 7 a la fase 3 (sesión 5)*: En la sesión 5, Eduardo retrocede a la tercera fase estando elaborando su reporte, al percatarse por comentarios de la investigadora docente o información de algún compañero que no ha establecido adecuadamente el modelo matemático.

- *De la fase 5 a la fase 4 (sesión 4)*: Eduardo retrocede de la fase de interpretación de la solución (Fase 5) a la fase de resolución (Fase 4) con el propósito de evaluar el costo total en función del número crítico encontrado. Esta acción no era necesaria, puesto que la solución al problema consistía en situar el punto dónde debía desembocar el cableado de fibra óptica bajo el agua.

- *De la fase 7 a la fase 4 (sesión 6)*: Eduardo elabora el informe en la sexta sesión sin haber logrado obtener la solución al problema. Entonces al percatarse de que le sobra tiempo, retrocede a realizar actividades de la cuarta fase (deriva de nuevo la función costo y resuelve la ecuación que resulta de igualar dicha derivada a cero).

- *De la fase 7 a la fase 6 (sesión 5)*: Eduardo procedió a elaborar su informe cuando la investigadora-docente indicó la necesidad de realizar esta actividad independientemente de la acción que estuvieran realizando. Posteriormente y al tener tiempo para realizar las actividades de la sexta fase, Eduardo retrocede de la séptima a la sexta fase.

Eduardo – Probabilidades de transición entre las fases

Para indagar en las interacciones detectadas entre fases, al igual que para el caso de Julia, calculamos las probabilidades de transición entre las fases del proceso de modelización mediante el programa GSEQ considerando de forma conjunta los datos correspondientes a las sesiones 2, 4, 5 y 6. En la Figura 5.27 mostramos gráficamente los resultados obtenidos.

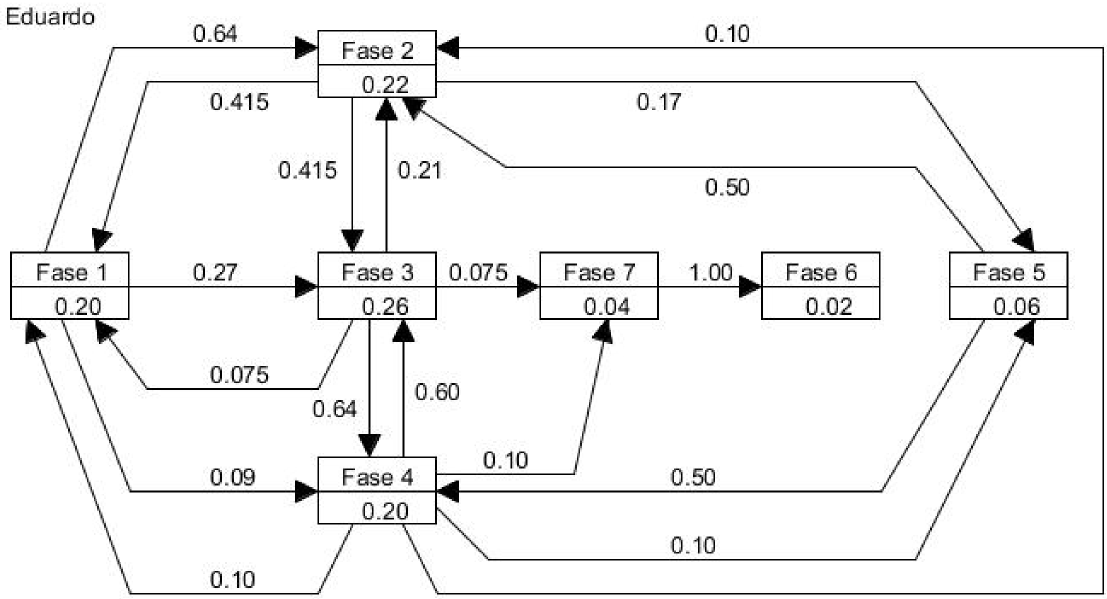


Figura 5. 27. Eduardo: Esquema de probabilidades de transición

La figura 5.28 presenta estas probabilidades mostrando solo aquellas transiciones con probabilidad de al menos 0.2.

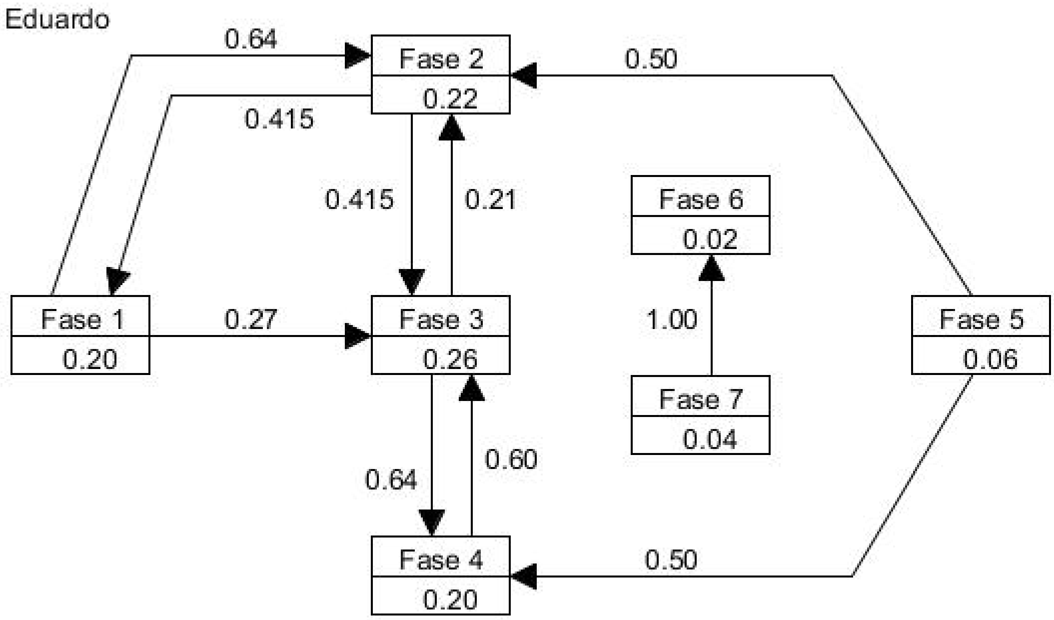


Figura 5. 28.Eduardo: Esquema de probabilidades de transición iguales o superiores a 0.2

Las probabilidades recogidas en la figura 6.29 describen el comportamiento global de Eduardo al ejecutar el proceso de modelización. Las fases 1, 2, 3 y 4 constituyen las componentes clave del proceso de modelización, al presentar probabilidades próximas a 0.2, así como esquemas de interacción con probabilidades superiores a 0.20. Destaca la transicion de la fase 7 a la 6, con probabilidad igual a 1, aunque la probabilidad de que

Eduardo realice acciones de la fase 6 es muy baja (0.02), al igual de que lleve a cabo acciones de las fases 5 y 7.

Eduardo – Análisis global de las fases

La tabla 5.36 muestra los valores de los radios obtenidos para cada conducta de apareo en el caso de Eduardo, al fijar cada una de las fases como conducta criterio.En el anexo D.5 pueden verse los resultados completos de Eduardo obtenidos mediante la técnica de coordenadas polares.

Tabla 5. 36. Eduardo: Valores de los radios de las conductas

Conducta criterio	Valores de los radios ***r*** por conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	2.49	3.25	1.20	2.72	1.96	1.32	1.89
F2	3.25	2.01	1.97	2.62	0.68	1.35	1.22
F3	1.20	1.97	0.94	1.87	1.44	0.57	0.31
F4	2.72	2.62	1.88	1.67	2.52	1.46	1.96
F5	1.96	0.68	1.44	2.52	1.25	0.33	3.15
F6	1.32	1.35	0.57	1.46	0.33	0	3.56
F7	1.89	1.22	0.31	1.96	3.15	3.56	0

Los valores sombreados son los radios significativos.

En la tabla 5.36 podemos ver que el mayor número de radios significativos para una determinada conducta criterio de Eduardo fue de cuatro y se dio cuando fijamos como criterio la conducta F2. Las conductas de apareo F3 y F6 presentan solamente un radio significativo con respecto a las conductas criterio F2 y F7 respectivamente (ver Tabla 5.34).

Por otra parte, el rango de radios significativos que surgen de las conductas de Eduardo está comprendido entre los valores de 1.97 y 3.56, concentrándose la mitad de los valores (8 de 16) entre 2.01 a 2.72 y estando cuatro de ellos en el límite de significancia (1.96) (ver Tabla 5.35).

La tabla 5.37 muestra los valores de los ángulos (ángulos positivos entre 0º y 360º) para las conductas de apareo respecto de cada conducta criterio.

Tabla 5. 37. . Eduardo: valores de los ángulos

Conducta criterio	Valores de los ángulos por conducta de apareo (∡ en º)						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	45	37.72	258.86	240.52	207.80	180	185.56
F2	52.28	45	285.68	226.04	209.79	180	192.26
F3	191.14	164.32	45	344.07	262.85	0	284.04
F4	209.48	223.96	105.89	45	12.83	0	353.07
F5	242.20	240.21	187.15	77.17	45	180	358.13
F6	270	270	90	90	270	90	90

Conducta criterio	Valores de los ángulos por conducta de apareo (∡ en º)						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F7	264.44	257.74	165.96	96.93	91.87	0	90

Los valores sombreados son los ángulos con radios significativos.

En la tabla 5.37 podemos observar que del conjunto de los 16 ángulos con radios significativos, ocho de estos valores representan conductas de activación en ambos planos (seis ángulos entre 0º y 90º, un valor se encuentra exactamente en el eje positivo del plano prospectivo ($\measuredangle = 0°$) y otro valor en el eje positivo del plano retrospectivo ($\measuredangle = 90°$)) y cuatro valores representan conductas de inhibición también en ambos planos (ángulos entre 180º y 270º). Los cuatro ángulos restantes con radios significativos se distribuyen por igual en los otros dos tipos de conducta.

Los resultados significativos se presentan de forma vectorial en las figuras 5.29 a 5.35. A continuación describimos lo resultados significativos que se obtienen mediante este análisis de coordenadas polares.

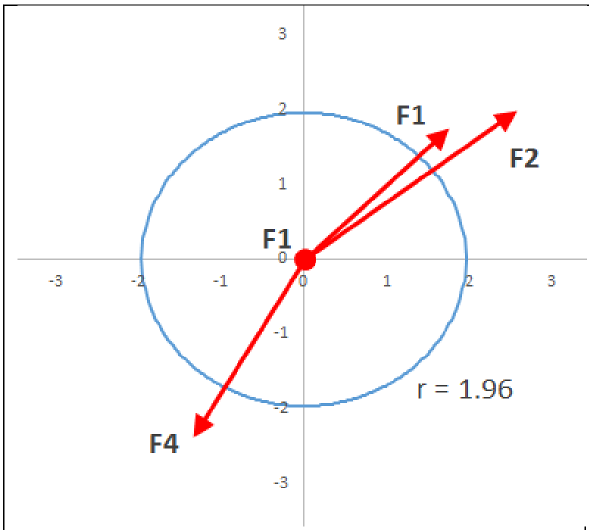


Figura 5. 29. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F1

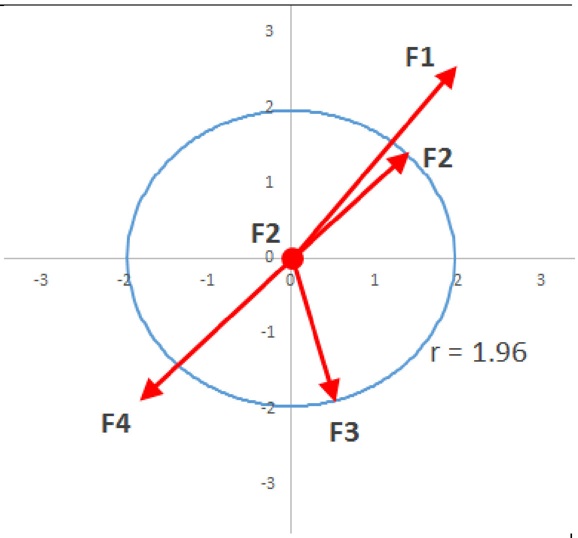


Figura 5. 30. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F2

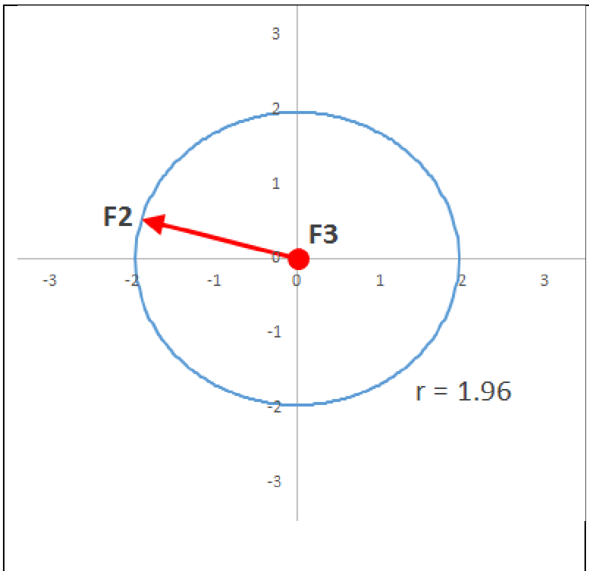


Figura 5. 31. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F3

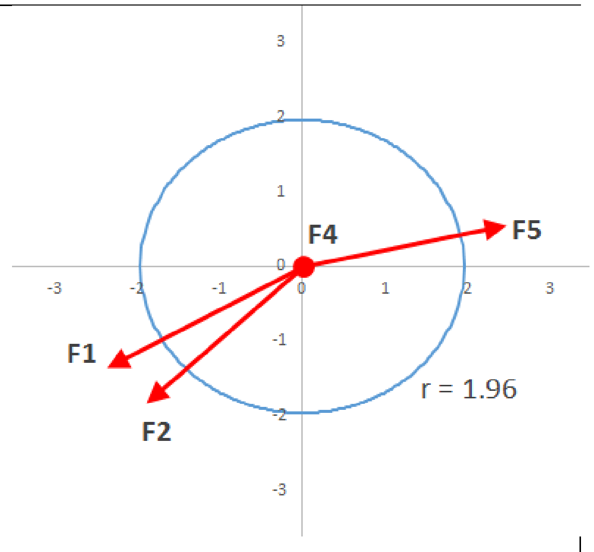


Figura 5. 32. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F4

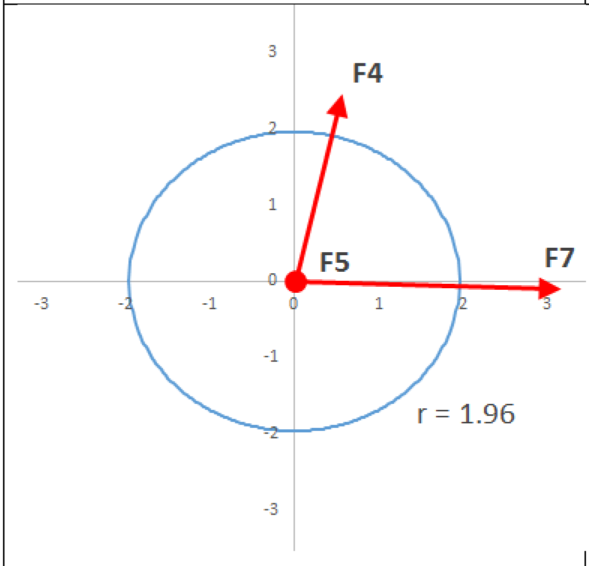


Figura 5. 33. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F5

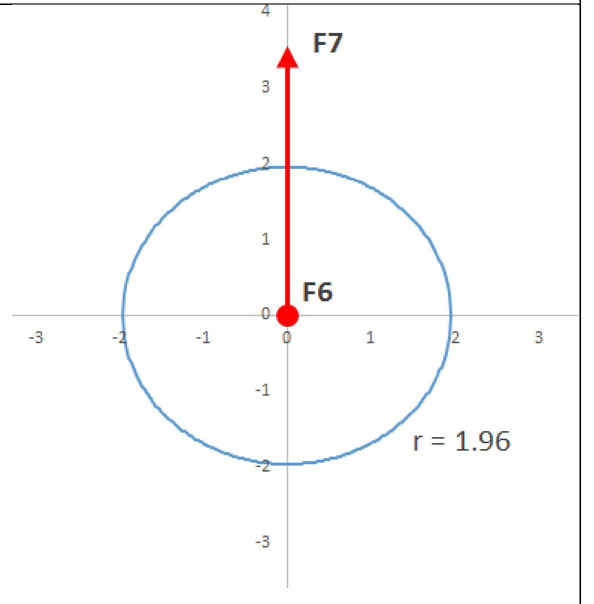


Figura 5. 34. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F6

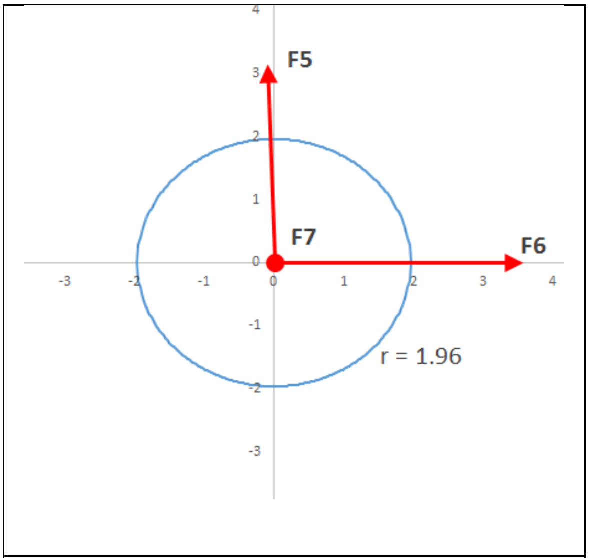


Figura 5. 35. Eduardo: Mapa vectorial – Criterio F7

Eduardo – Relaciones de excitación (primer cuadrante)

Las conductas criterio F1 y F2 se activan a sí mismas y entre ellas (ver figuras 5.29 y 5.30). Igualmente ocurre entre las conductas criterio F4 y F5 (ver figuras 5.32 y 5.33). La fase de identificación de las limitaciones (F6) activa a la fase de elaboración del reporte (F7) solamente en el plano retrospectivo y, recíprocamente, F7 activa a F6 solamente en el plano prospectivo (ver figuras 5.34 y 5.35).

Eduardo – Relaciones de inhibición (tercer cuadrante)

Las conductas criterio F1 y F4 se inhiben entre ellas y además, la F4, fase de resolución del problema, inhibe a la fase de suposiciones (F2) como puede observarse en las figuras 5.29 y 5.32.

Eduardo – Relaciones de activación e inhibición (cuadrantes segundo y cuarto)

En la figura 5.31 observamos que la fase de formulación del modelo matemático (F3) activa al mismo tiempo que inhibe la aparición de la conducta inmediata previa (fase de suposiciones, F2) con mayor grado ($\measuredangle = 164.32°$) en el plano prospectivo y con una intensidad ligeramente mayor al límite inferior de significancia ($r = 1.97$). Asimismo, observamos en la figura 5.35 que la conducta F5 (apareo) de Eduardo es activada e inhibida al mismo tiempo por F7 (criterio) más en el plano retrospectivo (ver tabla

5.46)con una intensidad situada entre las tres más altas (ver Tabla 5.45) que arroja la conducta de Eduardo ($r = 3.15$).

La fase de interpretación de la solución (F5) activa e inhibe al mismo tiempo a la fase de la elaboración del reporte (F7) como puede observarse en la figura 5.33, con mayor grado($\measuredangle = 358.13°$) en el plano prospectivo (ver Tabla 5.46) y con la misma intensidad($r = 3.15$) que para la conducta inversa (criterio F7 y apareo F5) de Eduardo (ver Tabla 5.45).

5.6.3 Eduardo – Síntesis y discusión de los resultados

Presentamos a continuación una síntesis de los resultados presentados en los apartados previos relativos al comportamiento de Eduardo, los cuales discutimos a partir de la información de la que disponemos de las características de este alumno.

Recordamos que Eduardo, a diferencia de Julia, no había cursado las asignaturas previas del bachillerato recomendables como antecedentes de Cálculo. Presentaba un rendimiento bajo en las asignaturas de matemáticas cursadas durante sus primeros dos años de bachillerato y no había cursado ninguna de las asignaturas optativas de matemáticas durante su tercer año de bachillerato. Por otra parte, suspendió la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I en la que se enmarca la recogida de datos de esta investigación.

Este alumno tenía un conocimiento medio de la tecnología CAS e incluso conocía el Maple y había mostrado una actitud positiva hacia el uso de la tecnología en matemáticas. Según pone de manifiesto en sus respuestas al cuestionario de actitudes, considera importante el uso de la tecnología en las matemáticas reconociendo su presencia cada vez mayor en la vida diaria y, como consecuencia, identifica que el conocimiento propio acerca de este tipo de tecnología debe mantenerse actualizado. Sin embargo, después de la experiencia de aula y aunque sigue considerando útil la tecnología para realizar operaciones complejas de cálculo en poco tiempo, Eduardo expresa sentir frustración con las fallas presentadas en el uso del software y hardware, puesto que representan unobstáculo para el uso de la tecnología.

En su seguimiento del proceso de modelización Eduardo centra su trabajo en las primeras cuatro fases, dedicando la mayor parte del tiempo, en promedio, a las fases 3 y 1. Destaca la frecuencia con que retoma las fases 3 y 4 durante el proceso de resolución del problema, en comparación con el resto de las fases, y el alto porcentaje de tiempo dedicado a ambas fases en las últimas dos sesiones. Podemos inferir en base a lo anterior que esta alta frecuencia en la que Eduardo incurre durante el desarrollo de las fases 3 y 4 se debió a que, en caso de obtener el resultado lo hacía a base de prueba y error, es decir, se centraba más obtener una expresión que definiera el modelo y le permitiera llegar al resultado que en analizar a detalle si la expresión que definía su modelo estaba correctamente planteada. Esta situación provoca interacciones repetitivas de avance y retroceso entre las fases 3 y 4 (11 en sentido de avance F3→F4 y 8 en sentido de retroceso F4→F3) como puede verse en la tabla 5.33.

La distribución de tiempo es coherente con la falta de experiencia previa de Eduardo con respecto al tema de problemas de optimización y con sus conocimientos previos, dado que no cursó durante su bachillerato las materias recomendables como antecedente para iniciar un curso de Cálculo. Esto ayuda a explicar que requiriera un mayor tiempo para la comprensión del problema (Fase 1) y, en especial, para la formulación (Fase 3) y resolución del modelo matemático (Fase 4).

Así mismo fue en las fases 3 y 4 fases donde experimentó un mayor número de dificultades a tenor de los errores cometidos. En la sesión 5 destaca el alto número de errores relativos al uso del software Maple, los cuales tienden a presentarse en la fase de formulación del modelo (Fase 3). En la sesión 6, los errores fueron principalmente de tipo conceptual y procedimental asociados al desarrollo del proceso de modelización, concentrados en su mayoría en la fase de resolución del modelo (Fase 4). Este cambio en el tipo de errores que predominan en la última sesión puede entenderse como consecuencia de la menor guía dada por la investigadora-docente.

En cuanto a las acciones que realiza en cada fase, cabe destacarse que tiende a omitir acciones de las fases 5 y 6, haciendo un uso nulo de la representación gráfica que construye solamente en dos de las sesiones (sesiones 2 y 4, ver Tabla 5.30). Solo en dos de las sesiones expone las suposiciones que realiza antes de formular el modelo matemático, considerando como tales, en la sesión 4, pasos a ejecutar en el proceso de resolución. Por otra parte las limitaciones que señala hacen alusión en general a la perdida de precisión por la naturaleza propia de la medida empírica o el uso de decimales.

Al igual que Julia, realiza representaciones esquemáticas tanto con la ayuda de Maple como manualmente en el cuaderno de trabajo impreso. Muestra prioridad por las acciones leer y comprender el problema, replantear el problema, identificar las unidades de la solución, identificar y definir variables, formular el modelo, calcular la derivada y elaborar informes.

Sus informes son muy sintéticos, reduciéndose principalmente a la respuesta, el procedimiento seguido para hallarla y el significado de la solución.

Si comparamos el trabajo de Eduardo en la sesión 2 y en la sesión 6, las cuales son opuestas en el grado de guía recibida por el alumno por parte de la investigadora-docente, podemos observar que en ambos casos hay interacción múltiple entre las dos primeras fases (ver Tabla 5.33). La mayor diferencia estriba en las siguientes dos fases (fases 3 y 4), debido a que para resolver el problema Nº 1 Eduardo trabaja en cada una de esas fases una sola vez y para resolver el problema Nº 4 Eduardo realiza 8 veces acciones de la fase de definición del modelo matemático y 7 veces acciones de la fase de resolución. Esta situación de interacciones múltiples entre las fases en la sesión 6, se da como consecuencia de definir y resolver un modelo matemático relativo a un costo parcial y no al total. Eduardo solamente realiza actividades de la quinta fase cuando resuelve los problemas 1 y 2. En este último intenta realizar la representación gráfica del modelo pero no lo consigue.

Eduardo al igual que Julia utilizó los diferentes tipos de representación que ofrece el Maple, es decir, la representación gráfica, simbólica, verbal y esquemática.

Sintetizamos en la tabla 5.38 las relaciones significativas de activación e inhibición que se identificaron en el caso de Eduardo.

Tabla 5. 38. Eduardo: Relaciones significativas de activación e inhibición

Conducta Criterio	Cuadrante			
	I Activa	II Activa hacia atrás Inhibe hacia adelante	III Inhibe	IV Activa hacia adelante Inhibe hacia atrás
	Conductas de apareo			
F1	F1 y F2		F4	
F2	F1 y F2		F4	F3
F3		F2		
F4	F5		F1 y F2	
F5	F4			F7
F6	F7			
F7	F6	F5		

Como podemos observar en la tabla 5.38, F1 y F2 se estimulan mutuamente tanto hacia adelante como hacia atrás en ambos planos. Lo mismo sucede con F4 y F5 al igual que con F6 y F7. F3 se destaca como una fase que separa las dos primeras fases de las restantes dado que es activada hacia adelante por F2 e inhibida hacia atrás por esta misma fase. Esto puede ser debido a que Eduardo tenia un respaldo matemático deficiente por la falta de asignaturas no cursadas durante su bachillerato, lo que le llevo a enfrentarse a varias dificultades a la hora de establecer su modelo matemático. Lo anterior podría reforzarse con el hecho de que solamente la secuencia tríadica F1→F2→F3 se repite en las cuatro sesiones analizadas para las secuencias de comportamiento.

Por otra parte, vemos en la tabla 5.38 que las conductas F1 y F2 inhiben en ambos planos tanto hacia adelante como hacia atrás a F4 (fase de resolución del problema), posiblemente esto sea debido a las dificultades que Eduardo encuentra a lo hora de definir el modelo matemático (Fase 3) dado que este paso es imprescindible para proceder a la fase 4 de resolución del modelo. Esto podría reforzarse con el hecho de que la conducta F3 de Eduardo activa hacia atrás a F2 y la inhibe hacia delante (ver Tabla 5.38); posiblemente indique que Eduardo debía regresar a la fase donde se encontraba la definición e identificación de variables para intentar lograr establecer el modelo. El mismo caso se presenta para la conducta F7 de Eduardo con respecto a F5, es decir, que la elaboración del reporte estimula la fase de interpretación de la solución, posiblemente porque es uno de los parámetros que debe contener el informe.

5.7 El caso de Miguel

El tercer caso de análisis es otro chico de nuevo ingreso a la licenciatura en Ingeniería Física que nombramos con el seudónimo de Miguel. Según indicó en el cuestionario, tiene conocimientos previos del tema de resolución de problemas de optimización. Durante su programa de estudios de bachillerato cursó las asignaturas de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Geometría Plana, Geometría Analítica, Álgebra y Trigonometría. Tuvo rendimiento medio-alto en matemáticas en la preparatoria (76.6/100 de promedio en las asignaturas obligatorias y 81.25/100 en las optativas) y alto en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I (91/100).

Antes del experimento de enseñanza, Miguel tenía conocimiento de los CAS Derive, Maple, Mathematica, MathCad, MatLab y Maxima y había trabajado en clase de matemáticas con el Derive, el Maple y el Mathematica y de manera personal con el

Derive y el Mathematica. Es decir, podemos considerar que Miguel tenía un alto conocimiento de la tecnología CAS.

Respecto de sus actitudes hacia el uso de tecnología en matemáticas, mostramos en la tabla5.39 sus respuestas al cuestionario Pre Test y Post Test.

Tabla 5. 39. Miguel: Tabla de frecuencias escala de Likert Pre y Post Test

Test	Totalmente en desacuerdo	Desacuerdo	Neutral	Acuerdo	Totalmente de acuerdo
		Utilidad			
Pre	2	2	2	3	2
Post	0	1	6	2	2
		Gusto			
Pre	4	0	7	1	0
Post	2	0	4	6	0
		Rechazo			
Pre	0	1	1	0	3
Post	0	2	1	1	1
		Aspectos metacognitivos			
Pre	3	0	6	0	0
Post	3	2	3	0	1

Las opiniones de Miguel antes de la experiencia de aula con respecto a la categoría de utilidad se distribuyeron entre una actitud positiva (5), neutral (2) y negativa (4) hacia el uso de la tecnología en las matemáticas. Después de la experiencia, predominaron las respuestas hacia una opinión neutral (6 de 11), reduciéndose las respuestas que mostraban desacuerdo. En la categoría de gusto se detecta cierta evolución hacia una actitud positiva desde una actitud mayoritariamente neutral previa a la experimentación. Esta evolución positiva se detecta también, aunque muy sutilmente, en la categoría de rechazo del usode la tecnología en matemáticas. Para los aspectos metacognitivos, Miguel tiene una opinión mayoritariamente neutral (6 de 9)antes de la experiencia de aula, la cual se ve levemente influida negativamente (5 de 9) por esta.

En su respuesta a la cuestión abierta del cuestionario, Miguel expresa que considera útil la tecnología para hacer matemáticas, pero no para su aprendizaje (ver Anexo E.5). Como se observa en sus opiniones recogidas en la tabla 5.40, en lo que respecta a los resultados de la cuestión abierta Miguel permanece con la misma tendencia después de experimentar las sesiones de aula, añadiendo en su justificación de la utilidad de la tecnología la condición necesaria de conocer los procesos.

Tabla 5. 40. Miguel – Categorización de opiniones

Encuesta	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Pre Test	Creo que nos ayudan a realizar cálculos difíciles y complicados,	ayudan	Para cálculos complicados	Utilidad justificada
	…pero por otro lado las matemáticas son para resolverse manualmente, no para teclear datos en un software y que él haga todo,		Las matemáticas son para resolverse manualmente	Método tradicional
	…igualmente en la enseñanza, no me agrada el hecho de las presentaciones de Power Point.	No agrado	Uso de Power Point en la enseñanza	Rechazo justificado
Post Test	El uso de las computadoras hoy en día está cambiando al mundo, pero yo siento que más que usarlas como herramienta principal para resolver problemas, debería usarse para comprobarlos o en dado caso resolver problemas muy “talachosos”.	Útil	Para comprobar la resolución de problemas de cálculos complicados	Utilidad justificada
	…Mi principal argumento es que las matemáticas están para ser resueltas por nosotros, no por un ordenador,			Método tradicional
	…sí es verdad que nos ayuda y nos facilita el trabajo, es importante que sepamos de donde vienen y porqué se hacen las cosas.	Ayuda Facilita	Pero es importante conocer los procesos	Utilidad condicionada

5.7.1 Miguel – Seguimiento del proceso de modelización

La descripción del desempeño de Miguel la estructuramos de igual manera que para los casos de Julia y Eduardo, es decir, en cinco apartados: ejecución de las fases, distribución de tiempos, acciones realizadas por fase, representaciones y uso del software CAS y errores en los que incurre Miguel cuando resuelve los problemas planteados mediante un proceso de modelización matemática.

Miguel – Ejecución de las fases

Presentamos en la figura 5.36 los esquemas que permiten hacer un primer análisis del seguimiento del proceso de modelización por parte de Miguel en las sesiones 2, 4, 5 y 6.

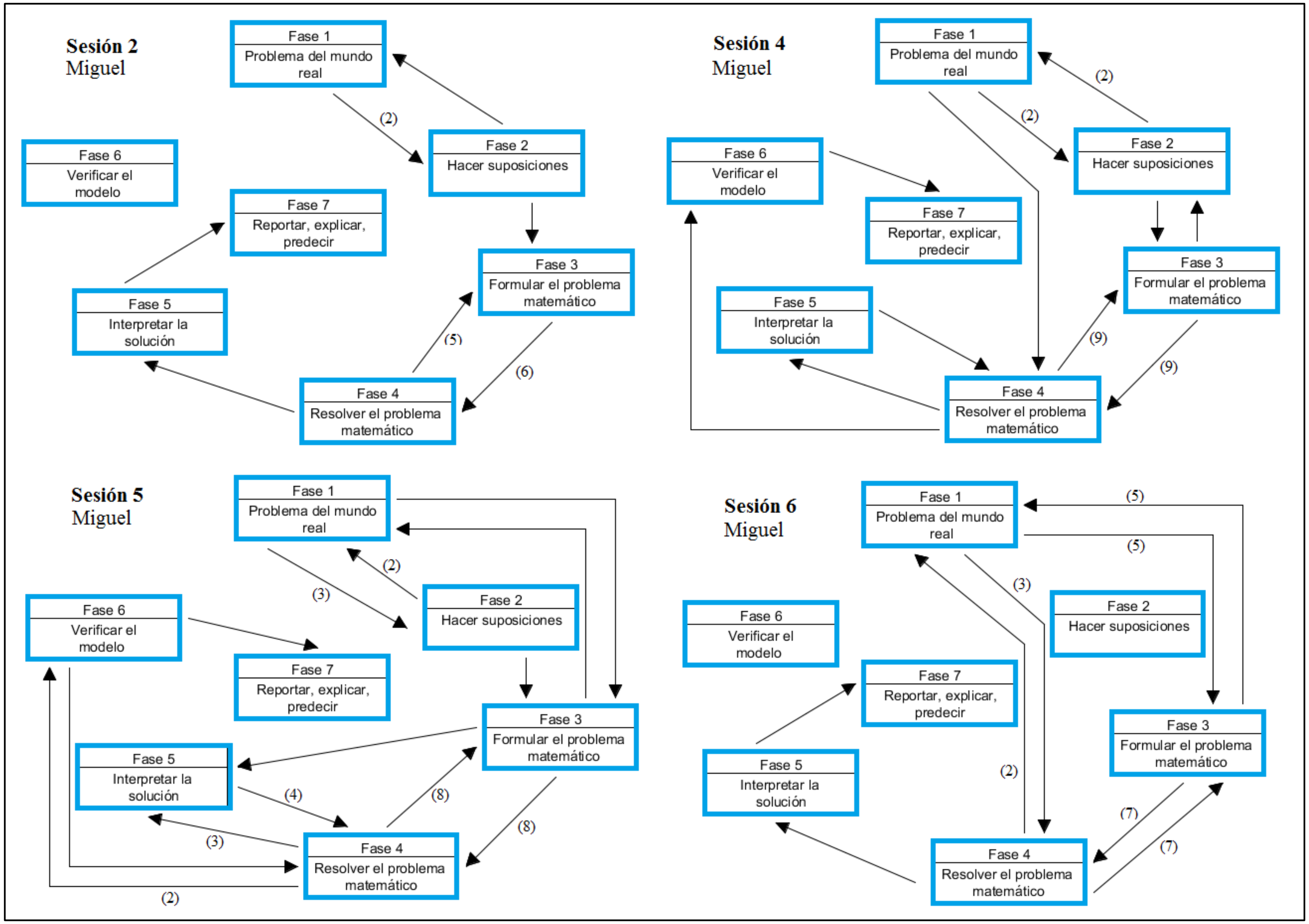


Figura 5. 36. Miguel: Procesos de modelización seguidos en las sesiones 2, 4, 5 y 6

En la figura 5.36 se observa que en estas cuatro sesiones Miguel ejecuta acciones de las diferentes fases que componen el proceso de modelización, con la excepción de la fase 6la cual no ejecuta en dos de las sesiones (2 y 6) por falta de tiempo y la fase 2 que no realiza en las sesiones 3 y 6. Al continuarse en la sesión 3 el proceso de modelización iniciado en la sesión 2, Miguel ahora sí realiza las fases 6 y 7 (ver Figura 5.37).

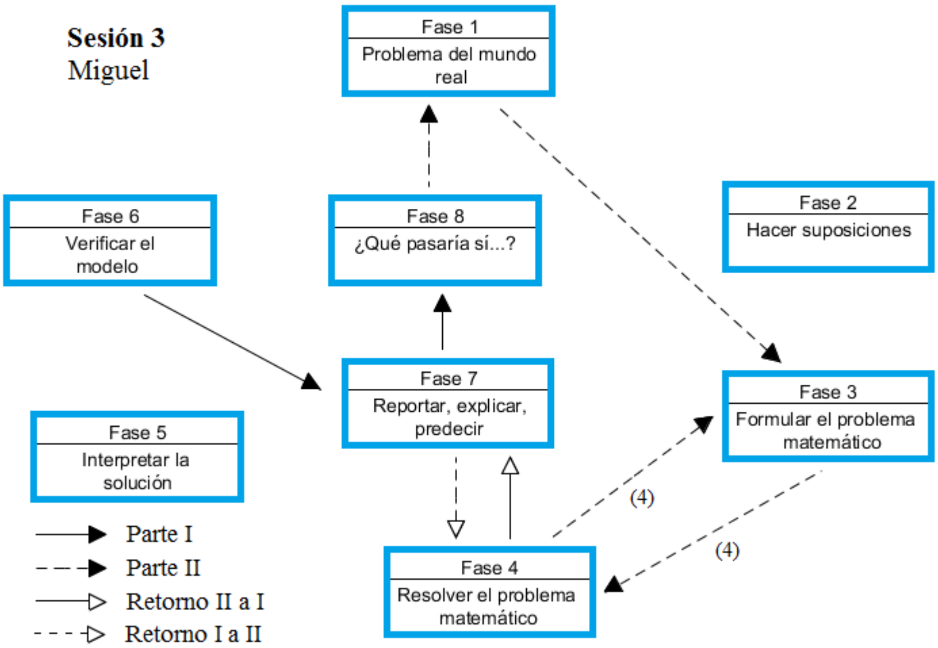


Figura 5. 37. Miguel: Proceso de modelización seguido en la sesión 3

El proceso de modelización realizado por Miguel en la segunda parte de la sesión 3 (ver Figura 5.38) inicia con la elaboración de su dibujo esquemático y de ahí pasa directamente a obtener el valor de sus ángulos reales (Fase 3) sin pasar por la fase de suposiciones (Fase 2). La no realización de la segunda fase en la sesión 3 (II) estaría justificada, pero no la falta de interpretación de la solución (Fase 5) no realizada por Miguel durante esta sesión.

La tabla 5.41muestra la frecuencia entendida como número de periodos de tiempo diferentes en los que Miguel realiza actividades correspondientes a cada una de las fases en la resolución de cada uno de los problemas.

Tabla 5. 41. Miguel: Frecuencia por fase

Fases	Sesiones				
	2 + 3 (I)	3 (II)	4	5	6
1	2	1	3	4	8
2	2	-	3	3	-
3	6	5	10	10	12
4	6	5	11	13	10
5	1	-	1	4	1
6	0 + 1	-	1	2	-
7	1 + 1	-	1	1	1

Es notoria la frecuencia de periodos que Miguel ocupa en las fases 3 y 4 durante las últimas tres sesiones, situación que la mayoría de las veces surge al retomar sucesivamente el enunciado del problema (Fase 1) para ir actualizando el modelo matemático (Fase 3). También se observa un incremento en los periodos dedicados a la fase 1 conforme se va reduciendo la guía de la investigadora-docente en las sucesivas sesiones de trabajo en el aula.Ambos casos se detallarán en el apartado de interacciones entre las fases de Miguel.

Miguel - Distribución de tiempos

Mostramos en la tabla 5.42 la distribución de tiempos de Miguel en minutos y en porcentaje en cada una de las fases del proceso de modelización distinguiendo cada una de las sesiones de trabajo en el aula.

Tabla 5. 42. Miguel: Distribución de tiempos

	Sesión	2		3 I		3 II		4		5		6	
	Duración (min)	103		28		78		111		94		113	
Nº	FASES	min	%	min	%	min	%	min	%	min	%	min	%
	Inicio de sesión	1.53	1.49	2.26	2.13					0.98	1.04	0.42	0.37
1	Problema del mundo real	32.24	31.30			11.69	11.03	16.59	14.95	13.21	14.05	13.01	11.51
2	Hacer suposiciones	6.36	6.17					2.75	2.48	3.82	4.06		
3	Formular el problema matematico	15.51	15.06			39.73	37.48	17.68	15.93	19.14	20.36	44.77	39.62
4	Resolver el problema matemático	19.50	18.93			3.10	2.92	20.30	18.29	24.35	25.90	18.77	16.61
5	Interpretar la solución	2.15	2.09					4.21	3.79	7.19	7.65	3.77	3.34
6	Verificar el modelo			8.47	7.99			2.74	2.47	2.90	3.08		
7	Reportar, explicar, predecir	4.16	4.04	5.76	5.43			7.00	6.31	5.51	5.86	4.07	3.60
	Dificultades uso del Maple	28.61	27.78			32.41	30.58	8.75	7.88	10.93	11.63	32.86	29.08
	Dificultades proceso de modelización					1.65	1.56	5.02	4.52			5.42	4.80
	Tiempo de espera	19.23	18.67			23.54	22.21	39.28	35.39	16.29	17.33	27.22	24.09
	Fin de sesión	2.27	2.20			0.10	0.09	0.33	0.30	0.55	0.58	0.68	0.60

En las sesiones 2, 3 y 6, Miguel invierte aproximadamente el 30 % de su tiempo en la resolución de dificultades que se le presentaron con el Maple como podemos ver en la tabla 5.42. No olvidemos que estos tiempos no son mutuamente excluyentes con las fases donde ocurrió la dificultad. La figura 5.38 muestra la distribución de tiempo en cada proceso de modelización ejecutado por Miguel en las siete fases del proceso.

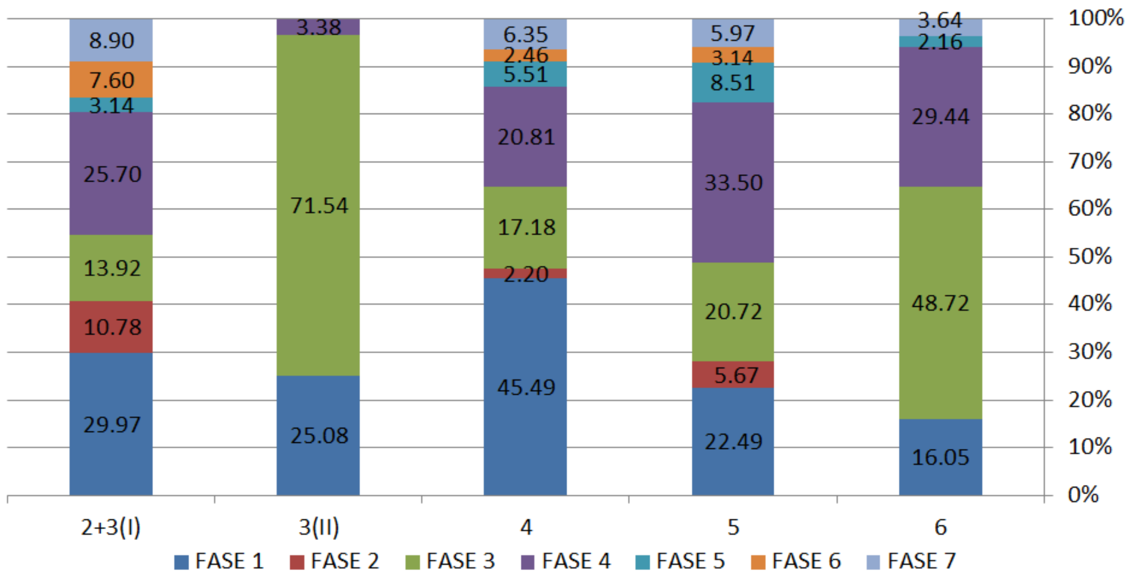


Figura 5. 38. Miguel: Distribución de tiempos por fase (en %)

Las fases que le requieren más tiempo a Miguel, en promedio, son las fases 1, 3 y 4 (28%, 34% y 23% del tiempo, respectivamente), dedicando menos del 5% del tiempo al resto de las fases. Dentro de cada proceso de modelización por sesión, resultan variables cuales son las fases que requieren más tiempo (la 1, la 3 o la 4), destacando el tiempo dedicado de la sesión 3(II) y de la sesión 6 a la fase 3 (71.54% y 48.72% respectivamente) y el tiempo dedicado a la primera fase durante la sesión 4 (45.49%) como podemos ver en la figura 5.39.

Es notable el alto porcentaje de tiempo invertido por Miguel en la definición de su modelo (Fase 3) durante la sesión 6 (48.72%) y en la fase 1 en la sesión 4 (45.49%). Esto fue debido, en el primer caso, a las dificultades que se le presentaron con el uso del Maple (más adelante detallaremos esta situación) y, en el segundo, al trabajo dedicado a elaborar y mejorar su dibujo esquemático (Fase 2).

Miguel – Acciones realizadas en cada fase

En la tabla 5.43 mostramos las acciones llevadas a cabo por Miguel durante su actuación a lo largo de las cinco sesiones de aula. Las acciones prioritarias para Miguel son las siguientes, las cuales ejecuta en todos salvo uno de los procesos de modelización realizados:

a) leer y comprender el problema (Fase 1),

b) identificar palabras clave (Fase 1),

c) identificar unidades de la solución (Fase 1),

d) identificar y definir variables (Fase 2),

e) formular el modelo matemático (Fase 3),

f) calcular la derivada (Fase 4),

g) hallar los números críticos (Fase 4) y

h) elaborar un informe (Fase 7).

Tabla 5. 43. Miguel: Acciones realizadas durante las sesiones

Fase	Acciones	Sesiones					
		2	3		4	5	6
			Parte I	Parte II			
1	Leer y comprender el problema	✓		✓	✓	✓	✓
	Identificar las palabras clave	✓			✓	✓	✓*
	Hacer un dibujo esquemático	✓		✓	✓		
	Replantear el problema	✓			✓		✓
	Identificar unidades de la solución	✓			✓	✓	✓*
2	Identificar y definir variables	✓			✓	✓	✓*
	Hacer suposiciones	✓				✓	✓*
3	Formular el modelo matemático	✓		✓	✓	✓	✓
4	Calcular la derivada	✓		✓	✓	✓	✓
	Determinar los números críticos	✓			✓	✓	✓
	Verificar los extremos	✓				✓∂	
	Identificar los valores de la solución				✓∂	✓∂	
5	Representar e interpretar la solución						
	Representación gráfica	✓			✓	✓	
	Interpretación de la solución gráfica				✓	✓	
	Interpretación de la solución analítica					✓	
	Relacionar las soluciones				✓∂	✓	
6	Confirmar la validez de la solución		✓		✓∂	✓	
	Identificar limitaciones de la solución		✓		✓	✓	
7	Elaborar un informe	✓	✓		✓	✓	✓∂
8	Redefinir el problema		✓				

* Explicita la actividad en su informe.
∂ Realiza parcialmente la actividad

Miguel realiza todas las actividades que conforman la primera fase en dos de las sesiones. Solamente elabora dibujos esquemáticos en las sesiones que incluyen problemas de rutas (sesiones 2, 3 y 4) y no para las sesiones que involucran problemas de áreas y volúmenes (sesiones 5 y 6).

Realizó la mayoría de las acciones en las tres primeras fases, si bien en la sexta sesión algunas de estas acciones solo aparecen explicitadas en el informe final. Respecto al resto de fases, cabe destacar la omisión de la verificación de los extremos y de la identificación de los valores de la solución en al menos tres de las sesiones, acciones que en algunos casos realiza solo de forma parcial al encontrar dificultades para graficar la segunda derivada.

La única sesión donde Miguel realiza las cuatro actividades que forman parte de la cuarta fase es la sesión 5, aunque las últimas dos actividades (verificación de extremos e identificación de valores de la solución) las llevó a cabo de manera parcial. Miguel obtiene la segunda derivada, lo que interpretamos como un intento de verificar los extremos mediante el criterio de la segunda derivada, pero no procede a evaluar el número crítico en dicha función. Por otra parte, decimos que en esta sesión (Sesión 5), Miguel cumple de forma parcial la identificación de los valores de la solución al resaltar el número crítico hallado mediante negritas y subrayado y posteriormente escribir $g = 2.542880528$. Sucede algo similar durante la cuarta sesión cuando Miguelcalcula las longitudes del cableado submarino y terrestre que podríamos considerar como identificación parcial de los valores de la solución que era la longitud total de cableado.

Con respecto a la fase 5, de interpretación de la solución, la realizó por completo solamente durante la quinta sesión (ver extractos en Tabla 5.44). Destaca la elevada omisión de acciones de esta fase en los procesos de modelización ejecutados en las sesiones 2, 3 y 6.

Tabla 5. 44. Miguel: Interpretación de la solución en las sesiones 4 y 5

Sesión	Descripción de Miguel como interpretación de las soluciones
4	La gráfica nos muestra que el valor hallado representa realmente un mínimo en la función, por lo que la solución es válida completamente.
5	La gráfica nos muestra un mínimo en aprox. 2.5 y antes y después de este, el área es mayor, ya que aquel al ser el mínimo 2.5, el área mínima para la elaboración del silo se encuentra aquí, donde las pendientes de las rectas tangentes a este punto son cero.

Miguel describe parcialmente en la sesión 5 la relación entre la solución gráfica y la solución analítica del problema, al omitir en su comentario la solución analítica (ver Tabla 5.42).

Tabla 5. 45. Miguel: Descripción de la relación entre las soluciones en las sesiones 4 y 5

Sesión	Descripción de Miguel para relacionar soluciones
4	La solución nos muestra que el valor hallado representa realmente un mínimo en la función, por lo que la solución es válida completamente.
5	El problema se relaciona mucho con la gráfica, pues como podemos ver, el cero es una asíntota, ya que recordemos que el radio no puede ser cero.

Se echa en falta la fase de verificación de la solución (Fase 6) por parte de Miguel solamente durante la última sesión, aunque en la sesión 4 una de las dos actividades (confirmar la validez de la solución) la desarrolla solo parcialmente pues solamente afirma que la solución cumple satisfactoriamente con las condiciones inicialmente establecidas.

Como ya habíamos mencionado al inicio del apartado, la fase correspondiente a la elaboración de informes es primordial para Miguel puesto que elabora el informe en todas las sesiones, aunque en las primeras sesiones estos eran muy escuetos. Mostramos en la taba 5.46 los elementos que integraron los informes de Miguel en cada una de las sesiones.

Tabla 5. 46. Miguel: Elementos que integran sus informes

Elementos que integran el informe	Sesiones				
	2	3 (I)	4	5	6
Describir la respuesta de la solución		✓			
Resumen del procedimiento	✓		✓	✓	
Limitaciones de la solución					
Validez de la solución			✓	✓	
Significado de la solución		✓	✓		
Dificultades surgidas			✓	✓	
¿Cómo se abordan las dificultades?			✓	✓	
Uso de los gráficos				✓	
Interpretación de la representación gráfica de la solución					

La tabla 5.46 muestra que los informes más completos de Miguel fueron elaborados durante las sesiones 4 y 5 incluyendo cinco de los elementos requeridos. En ambos casos, Miguel procedió a contestar los parámetros solicitados en el cuaderno de trabajo en cuestión como puede verse en el anexo A.5.Fueron cuatro los elementos comunes que integraron dichos informes: resumen del procedimiento, validez de la solución, dificultades surgidas y la forma de abordar dichas dificultades. El elemento diferente que Miguel incluyó para la cuarta sesión fue el significado de la solución y para la quinta sesión, el uso hecho de los gráficos al comentar en su informe que los gráficos le sirvieron para entender mejor el problema y lo que se busca.

En la última sesión Miguel realizó la elaboración de su reporte de forma parcial, posiblemente al percatarse que el tiempo restante para concluir la sesión no era suficiente para realizar un informe completo, como en las sesiones anteriores. En este caso, Miguel procedió a responder de forma esquemática a algunas de las acciones enumeradas al comienzo del cuaderno de trabajo relativas al proceso de modelización a implementar (ver Tabla 5.47).

En la tabla 5.47 se muestra a modo de ejemplo el informe elaborado por Miguel durante la quinta sesión, en el que procedió a contestar cada uno de los requerimientos solicitados en el cuaderno de trabajo, y el informe parcial aportado en la sesión 6.

Tabla 5. 47. Miguel: Informes de las sesiones 5 y 7

Sesión	Informes de Miguel
5	Resumen descriptivo del procedimiento seguido desde la lectura del problema hasta su resolución. Identificar el problema y las variables identificadas. Encontrar las ecuaciones para modelar y dejar en términos todo de una sola variable. Derivar con respecto a dicha variable, igualar a cero y comprobar si se trata de un mínimo o un máximo. Escribir conclusiones del problema. 2. Limitaciones, validez y significado de la solución encontrada. La solución es válida, para todo problema que conste de los parámetros utilizados con las limitaciones antes mencionadas. 3. Dificultades que han surgido en el proceso de resolución y cómo se abordaron. Las dificultades surgieron a la hora de interpretar la gráfica, pues no había definido un intervalo para graficarla. 4. Uso que has hecho de los gráficos e interpretación que has dado a la representación gráfica de la solución. Un uso de interpretación para entender mejor el problema y lo que se busca.
6	Hacer una lista de palabras clave…metros cúbicos, volumen, superficie costo mínimo Replantear con tus propias palabras el problema…Buscar el costo mínimo para que un tanque de gas que contiene 113.5 metros cúbicos de gas tenga un costo mínimo Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema…metros cúbicos, metros cuadrados, pesos mexicanos Identificar y definir las variables…radio y altura Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente…supongamos que se trata de dos contenedores completamente esféricos y uno completamente cilíndrico Obtener la fórmula matemática para resolver el problema…modelar el área total, para sustituir en ella el volumen total.

Miguel – Representaciones y uso del Maple

Mostramos en la tabla 5.48, los tipos de representación que Miguel utilizó, así como la herramienta de Maple seleccionada para ello y las acciones concretas dentro del proceso de modelización donde empleó la representación correspondiente.

Tabla 5. 48. Miguel: Tipos de representaciones usados

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones
Esquemática	Cuadrícula	Hacer un dibujo esquemáticodel problema (Fase 1)
Verbal	Procesador de textos	Replantearel problema con palabras propias (Fase 1) Hacer las suposiciones necesarias para abordar el problema matemáticamente (Fase 2) Identificar limitaciones del modelo o de la solución obtenida (Fase 6) Interpretación de las soluciones (Fase 5)
Simbólica	Definición de funciones	Formularel modelo que permite dar respuesta al problema (Fase 3) Calcular la derivada del modelo, definiendo la derivada (Fase 4)
Gráfica	Gráficas en 2-D	Representar e interpretar gráfica y analíticamente la

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones
		solución obtenida, graficandoel modelo matemático (Fase 5) Verificar que la solución cumple las condiciones iniciales, verificandolos extremos (Fase 4)

Miguel representó esquemáticamente el problema en las sesiones 2, 3 y 4 como ayuda para establecer el modelo matemático (ver Anexo 5- E). Mostramos en la figura 5.39 la secuencia de elaboración de la representación esquemática de Miguel del problema de la segunda sesión (planta de abastecimiento de agua).No elaboró un dibujo esquemático para las sesiones 5 y 6 (problemas de cantidades geométricas).

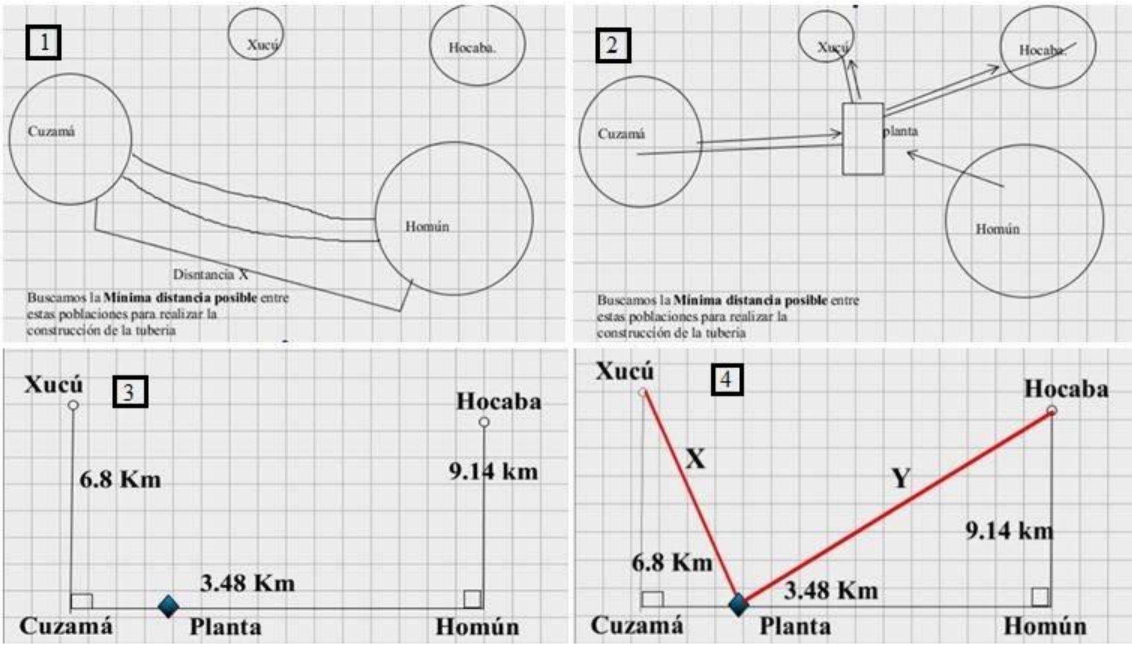


Figura 5. 39. Miguel: Secuencia de representación esquemática en la sesión 2

En la figura 5.40 es posible notar que Miguel procedió a elaborar la representación esquemática del problema mediante la opción que ofrece Maple “Insertar / Cuadriculada”. En el primer dibujo (1) de la secuencia, Miguel sitúa las cuatro poblaciones y en el segundo representa con el sentido de las flechas que las poblaciones de Cuzamá y Homún proveerán a la planta del recurso para abastecer a las poblaciones de Xucú y Hocabá. Elabora los dibujos 3 y 4 después de la puesta en común, sirviéndole de guía para, posteriormente, relacionar las variables y establecer un modelo matemático. Los dibujos esquemáticos elaborados por Miguel en las sesiones 3 y 4 pueden verse en el anexo A.5.

Miguel utiliza, por un lado, la representación verbal para replantear el problema e interpretar las soluciones, así como para describir las suposiciones y las limitaciones de la solución y por otro, la representación gráfica Maple para obtener directamente la gráfica de la derivada del modelo matemático y mediante esta gráfica interpretar la solución al problema.

Durante la cuarta fase de la sesión 4, intentó realizar la verificación de extremos de manera gráfica sin conseguirlo (ver Figura 5.40) por graficar una función explícita de manera implícita, utilizando la opción del menú contextual que ofrece Maple (“Gráficas / Gráfica Implícita 2-D*”*).

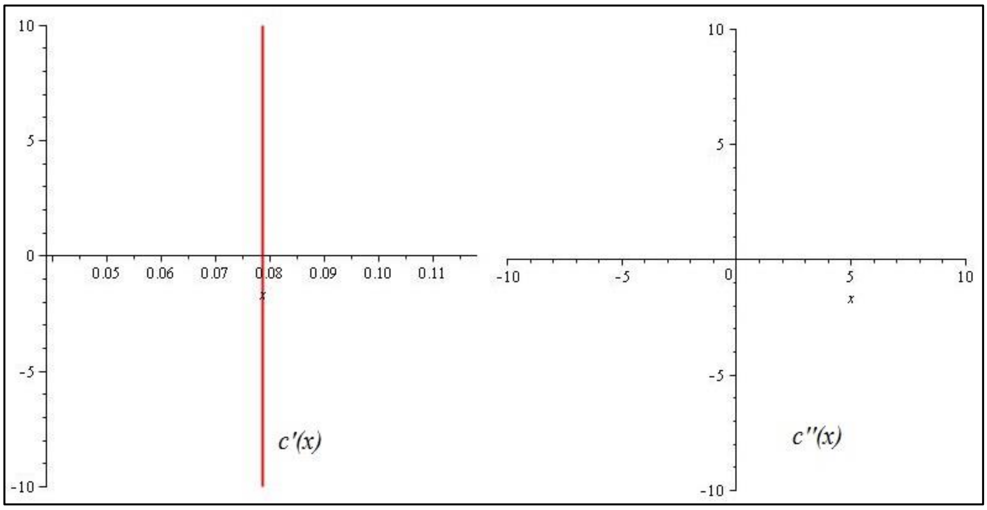


Figura 5. 40. Miguel: Gráficas de $c'(x)$ y $c''(x)$ elaboradas en la sesión 4

Si hubiera realizado el procedimiento de representación gráfica de c'(x) y c''(x), escribiendo primeramente esta notación y solicitando a Maple, posteriormente, la opción de graficar, entonces Maple le hubiera permitido graficar de manera adecuada estas dos funciones como podemos observar en la figura 5.41.

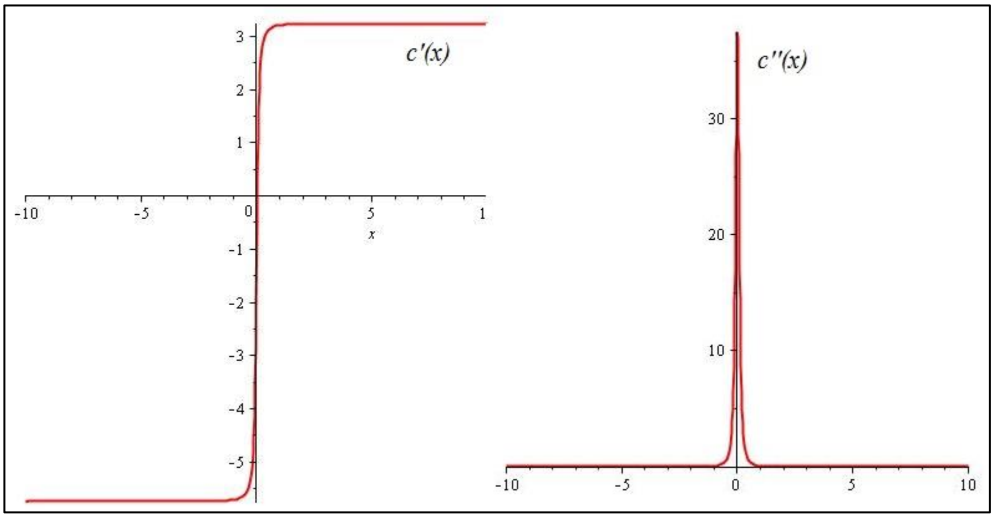


Figura 5. 41. Miguel: Gráficas de $c'(x)$ y $c''(x)$ esperadas en la sesión 4

Otra opción hubiera sido utilizar el comando "plot" con los parámetros adecuados y entonces Miguel hubiera obtenido una representación gráfica de las funciones costo como las que se muestran en la figura 5.42.

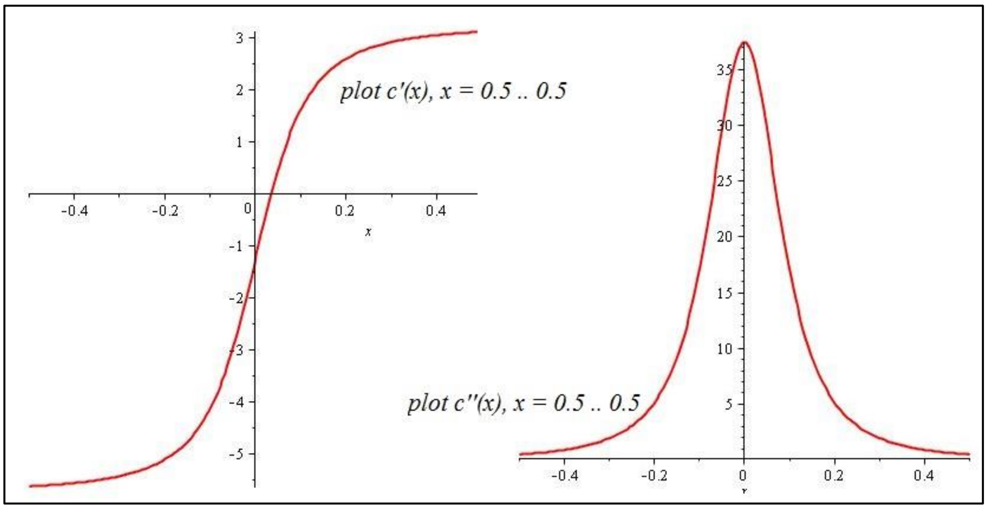


Figura 5. 42. Miguel: Gráficas de $c'(x)$ y $c''(x)$ de la sesión 4 mediante el comando "plot"

Miguel también utilizó el Maple para las representaciones simbólicas de su modelo matemático en todas las sesiones: para definir su modelo en la fase 3, así como para realizar todas las actividades que conforman la cuarta fase, como son, cálculo de derivadas y números críticos, resolución de ecuaciones y evaluación de funciones.

Para las fases 2, 6 y 7, Miguel empleó el Maple como un procesador de textos para describir las suposiciones (Fase 2), las limitaciones (Fase 6) y redactar los informes (Fase 7). Además Miguel hizo uso de su conocimiento previo de Maple utilizando una de las bondades que ofrece este software: utilizar al mismo tiempo varias hojas de trabajo abiertas. Parece ser que recurrió a esta característica del Maple con el propósito de realizar alguna operación o cálculo que se le iba complicando a lo largo del proceso.Esta estrategia es muy adecuada cuando se tienen muchas variables definidas. En un software con tecnología CAS cuando se definen términos tales como constantes, variables y funciones, sus valores correspondientes persisten en la memoria y afectan directamente a los resultados obtenidos de las expresiones algebraicas que los incluyen. Para evitar esta situación es necesario no olvidar redefinir expresiones algebraicas cada vez que se hacen modificaciones a las mismas. Aunque Maple ofrece la opción de revisar en un momento determinado cuál es la última expresión definida para una variable, lo más conveniente es la estrategia empleada por Miguel debido a que usualmente en un CAS quedan variables definidas residentes en la memoria provisional del ordenador que podrían en un momento dado afectar procesos posteriores. Esto se evita en Maple abriendo una nueva hoja de trabajo que sería como inicializar todas las variables y constantes que pudieran definirse.

Miguel – Errores

Agrupamos de la misma manera que para los casos de Julia y Eduardo, los errores en los que incurre Miguel. La mayoría de los errores de Miguel con respecto al uso del Maple fueron de sintaxis. Distinguimos solamente dos tipos de errores diferentes a los identificados en el caso de los otros dos estudiantes (ver Tabla 5.46), uno relativo al uso del Maple y otro al proceso de modelización. El primero de ellos, el error "Modo hoja de trabajo/documento", tiene lugar al generar una nueva hoja de Maple en modo hoja de trabajo en lugar de modo documento. El segundo de ellos es de tipo conceptual y se refiere a la "Derivación con respecto a una función" cuando halla la derivada de una función constante con respecto a otra función.

Mostramos en la tabla 5.49 las categorías de errores en los que incurre Miguel, por sesión, por fase y por tipo de error, tanto para la categoría general de errores relativos al uso del Maple, como para la categoría general de errores correspondientes al proceso de modelización.

Tabla 5. 49. Miguel: Categorías de errores

Categorías	Sesiones				
	2	3 II	4	5	6
Relativos al uso del Maple					
Sintaxis	3 (Fase 3) 5 (Fase 4) 1 (Fase 5)	9 (Fase 3) 2 (Fase 4)	4 (Fase 4)	7 (Fase 3) 2 (Fase 4)	9 (Fase 3) 4 (Fase 4) 3 (Fase 5)
Selección inadecuada de comandos		4 (Fase 3) 1 (Fase 4)	2 (Fase 4)		
Selección no intencional de conjunto de teclas	1 (Fase 4)				
Modo hoja de trabajo/documento					1 (Fase 4)
SUB TOTAL	10	16	6	9	17
Relativos al proceso de modelización					
ERRORES CONCEPTUALES					
Formulación errónea del modelo		1 (Fase 3)			2 (Fase 3) 3 (Fase 4)
Derivación con respecto a una función		1 (Fase 4)			
Despeje de la variable inadecuada					1 (Fase 3)

Categorías	Sesiones 2	3 II	4	5	6
ERRORES PROCEDIMENTALES					
Resolución del modelo antes de derivar		2 (Fase 4)			
Omisión del proceso de verificación de extremos					1 (Fase 4)
SUB TOTAL	0	4	0	0	7
TOTAL	10	20	6	9	24

Miguel incurre en un total de 69 errores de los cuales el 84% son relativos al uso del Maple. Este tipo de errores tienen lugar en todas las sesiones, predominando los errores de sintaxis (49 de 58) y ocurriendo la mayoría durante la sexta sesión (16 de 49). Los errores de sintaxis tienen lugar mayoritariamente en las fases 3 y 4. En las sesiones 2 y 5 solamente se dan este tipo de errores. Se presentan otros dos tipos de errores relativos al uso del Maple debidos a la selección inadecuada de comandos solamente en la sesión 3 y un error de selección no intencional de un conjunto de teclas cuando Miguel en la sesión 2 convierte involuntariamente una expresión en objeto matemático.

Miguel incurre en errores relativos al proceso de modelización cuando resuelve los problemas durante la segunda parte de la sesión 3 y en la sesión 6. Mostramos en la tabla 6.48 la relación detallada de errores de este tipo en estas sesiones. De los 11 errores relativos al proceso de modelización en los que incurre Miguel, tres son de procedimiento (dos cuando resuelve una función sin antes hallar su derivada y uno por la omisión del proceso de verificación de extremos) y ocho son de tipo conceptual. La mayoría de los errores conceptuales (5 de 8) se dan cuando Miguel establece erróneamente el modelo matemático, ya sea definiendo erróneamente la función costo para el caso de la sexta sesión, o bien cuando en la segunda parte de la tercera sesión considera una función parcial o ecuación secundaria como modelo (ej., considera como modelo la longitud de parte o toda la tubería en vez de definir el modelo como la función costo).

5.7.2 Miguel – Interacciones entre las fases

Al igual que en los dos casos anteriores, para poder analizar las interacciones que se detectan entre las fases, indagamos a continuación en las secuencias de comportamiento que se detectan en el trabajo de Miguel, el detalle de qué ocurre en las transiciones entre fasesdel proceso de modelización, las probabilidades de transición, y las relaciones de activación e inhibición que se identifican entre las fases.

Miguel – Secuencias de comportamiento

De la misma manera que para los otros dos estudiantes, para el análisis de las interacciones de las fases de Miguel completamos los diagramas del proceso de modelización presentados en la figura 5.38, con diagramas de secuencia que detallan el orden en que se sucede el trabajo de Miguel en cada una de las fases. Estos diagramas se recogen en el anexo C.5 y se sintetizan aquí en la tabla 5.50.

Tabla 5. 50. Miguel: Tabla de secuenciación del proceso realizado

Sesión	Secuenciación de actividad en las fases
2	F1→F2→F1→F2→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F5→F7
4	F1→F2→F1→F2→F1→F4→F3→F2→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F5→F4→F6→F7
5	F1→F2→F1→F2→F1→F2→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F1→F3→F4→F3→F4→F3→F5→F4→F5→F4→F5→F4→F5→F4→F6→F4→F6→F7
6	F1→F3→F1→F3→F1→F3→F4→F3→F1→F4→F1→F3→F1→F3→F1→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F3→F4→F1→F4→F3→F4→F3→F4→F5→F7

Se sombrean aquellas transiciones que son de retroceso (hacia fases previas del proceso de modelización)

Miguel no implementó el proceso de modelización de modo secuencial a través de las fases del mismo debido a que, al igual que Julia y Eduardo, retornó con frecuencia a fases previas del proceso, en su caso en múltiples ocasiones durante todas las sesiones 2, 4, 5 y 6 (ver Figura 5.37). La tabla 5.51 recoge las frecuencias correspondientes a las secuencias de comportamiento diádicas por sesión seguidas por Miguel durante su actuación en las cuatro sesiones mencionadas (2, 4, 5 y 6). Las transiciones se producen con mayor frecuencia entre fases correlativas (88) y en menor medida entre fases no correlativas (25). Así mismo observamos que son más frecuentes hacia fases posteriores del proceso de modelización (64) que hacia fases previas (49) como también sucede para los casos de Julia y Eduardo.

Tabla 5. 51. Miguel: Frecuencia de las secuencias diádicas

Secuencia	Sesión				Total
	2	4	5	6	
Avance					
F1→F2	2	2	3	0	7
F1→F3	0	0	1	5	6
F1→F4	0	1	0	3	4
F2→F3	1	1	1	0	3

Secuencia	Sesión 2	4	5	6	Total
			Avance		
F3→F4	6	9	8	7	30
F3→F5	0	0	1	0	1
F4→F5	1	1	3	1	6
F4→F6	0	1	2	0	3
F5→F7	1	0	0	1	2
F6→F7	0	1	1	0	2
TOTAL	11	16	20	17	64
			Retroceso		
F2→F1	1	2	2	0	5
F3→F1	0	0	1	5	6
F3→F2	0	1	0	0	1
F4→F1	0	0	0	2	2
F4→F3	5	9	8	7	29
F5→F4	0	1	4	0	5
F6→F4	0	0	1	0	1
TOTAL	6	13	16	14	49

Se sombrean las frecuencias que corresponden a fases correlativas

Destacamos por su mayor frecuencia y por su ocurrencia en las cuatro sesiones aquí analizadas, la interacción que se produce entre las fases 3 y 4, en igualdad de veces para cada sesión, tanto en sentido de avance como en sentido de retroceso, con una mínima diferencia en frecuencia en la primera sesión (ver Tabla 5.51). Se observa que Miguel tiende a retornar de la fase 2 a la 1 en todas las sesiones salvo en la 6 en la cual no lleva a cabo la fase 2 y se detecta una alta frecuencia en la secuencia F1→F3 y su recíproca.

En el caso de Miguel los datos de secuencias disponibles son mayores que en el caso de Julia y Eduardo (113 comparados con 50 de Julia y 57 de Eduardo), sin embargo, siguen no siendo suficientes para detectar relaciones significativas de transición entre las fases. El análisis realizado de los datos de Miguel a través del GSEQ para el lag +1, considerando el conjunto de las cuatro sesiones, sugiere como posibles relaciones significativas la transición de la fase 1 a la 2, de la 2 a la 1 y de las fases 5 y 6 a la 7 (ver Tabla 5.52).

Tabla 5. 52. Miguel: Frecuencia de las secuencias diádicas

Dado:	Conducta de apareo F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.71	~.07	~.31	~.52	~.46
F2	~<.01	~1.00	~.98	~.02	~.51	~.68	~.63
F3	.68	~.14	1.00	.09	~.20	~.19	~.13
F4	.03	~.02	.17	1.00	~.03	~.05	~.10
F5	~.38	~.51	~.04	~.14	~.1.00	~.70	~<.01
F6	~.57	~.68	~.19	~.77	~.70	~.1.00	~<.01

Dado:	Conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F7	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00

Se sombrean las relaciones que se sospecha[12] son significativas

En la tabla 5.53 presentamos las secuencias de comportamiento de tres fases presentadas por Miguel durante su actuación a lo largo de las sesiones 2, 4, 5 y 6.

Tabla 5. 53. Miguel: Frecuencia de las secuencias tríadicas

Secuencia	Sesión 2	4	5	6
Inicia en F1				
F1→F2→F1	1	2	2	0
F1→F2→F3	1	0	1	0
F1→F3→F1	0	0	0	4
F1→F3→F4	0	0	1	1
F1→F4→F1	0	0	0	1
F1→F4→F3	0	1	0	2
Inicia en F2				
F2→F1→F2	1	1	2	0
F2→F1→F4	0	1	0	0
F2→F3→F4	1	1	1	0
Inicia en F3				
F3→F1→F3	0	0	1	3
F3→F1→F4	0	0	0	2
F3→F2→F3	0	1	0	0
F3→F4→F1	0	0	0	0
F3→F4→F3	5	8	8	5
F3→F4→F1	0	0	0	1
F3→F4→F5	1	1	0	1
F3→F5→F4	0	0	1	0
Inicia en F4				
F4→F1→F3	0	0	0	1
F4→F1→F4	0	0	0	1
F4→F3→F1	0	0	1	1
F4→F3→F2	0	1	0	0
F4→F3→F4	5	8	6	6
F4→F3→F5	0	0	1	0
F4→F5→F4	0	1	3	0
F4→F5→F7	1	0	0	1
F4→F6→F4	0	0	1	0
F4→F6→F7	0	1	1	0
Inicia en F5				
F5→F4→F5	0	0	3	0
F5→F4→F6	0	1	1	0
Inicia en F6				
F6→F4→F6	0	0	1	0

Se sombrean las secuencias que se repiten en las 4 sesiones

[12] Solamente se sospecha que las relaciones son significativas debido a que no cumplen la regla del pulgar, es decir, faltan datos para poder afirmar que dichas relaciones son realmente significativas.

Los patrones de conducta de Miguel de tres fases secuenciales (secuencias tríadicas) de mayor ocurrencia se dieron en las sesiones 4 y 5 relacionados con la interrelación entre las fases de definición del modelo (Fase 3) y la fase de su resolución (Fase 4). Estas secuencias son de la forma F3→F4→F3 y F4→F3→F4. Así mismo, son estas dos secuencias tríadicas las únicas que se repiten en las cuatro sesiones aquí consideradas (ver Tabla 5.50). Para el caso de Miguel, no se produce ningún patrón tríadico consecutivo en las cuatro sesiones, sin embargo, se producen dos patrones tríadicos de avance consecutivo en tres de las sesiones: F2→F3→F4 para las sesiones 2, 4 y 5; y F3→F4→F5 para las sesiones 2, 4 y 6 (ver Tabla 5.53).

Al considerar de forma aglutinada los datos de las cuatro sesiones se identifican como posiblemente significativas las tríadas F1→F2→F1 y F2→F1→F2 (ver Tabla 5.54), no siendo posible garantizar dicha significatividad por la baja cantidad de datos.

Tabla 5. 54. Miguel: Análisis de las posibles triadas significativas partiendo de los datos procesados mediante GSEQ para lag +1 y lag +2

Lag +1	Lag +1	Lag +2	Tríada	Conclusión
F1→?F2	F2→?F1	F1→?F1	F1→?F2→?F1	Tríada sin garantía de significatividad
F2→?F1	F1→?F2	F2→?F2	F2→?F1→?F2	Tríada sin garantía de significatividad

→? = relación con probabilidad menor que 0.01, pero sin garantía de significatividad por falta de datos

Miguel – Detalle de las interacciones entre las fases

Las causas a la que fue debida cada una de las transiciones de retroceso de Miguel entre fases que se han señalado con anterioridad y que dan lugar a probabilidades de transición no nulas se describen en este apartado. Al igual que para los otros dos casos, las transiciones de avance no se detallan por la razón ya mencionada. A continuación explicamos cada una de las transiciones de retroceso:

- *De la fase 2 a la fase 1 (sesiones 2, 4 y 5)*:El retroceso de Miguel de la segunda fase a la anterior durante la sesión 2 surge debido a que, una vez definidas sus variables (Fase 2), retorna a situar dichas variables en su dibujo esquemático (Fase 1). Durante la cuarta sesión, Miguel retrocede de la fase 2 a la fase 1 con el objetivo de completar el dibujo esquemático al situar en él las variables definidas y las constantes. En la sesión 5, antes de iniciar la segunda actividad de la fase 2 (hacer suposiciones), Miguel regresa a leer el enunciado literal del problema y visualizar el esquema del enunciado para completar la definición de sus variables.

- *De la fase 3 a la fase 1 (sesiones 5 y 6):* Miguel retorna a leer el enunciado del problema durante la quinta sesión, aparentemente con el propósito de homogenizar su modelo matemático en función de la puesta en comúny entonces surge el retroceso de la fase 1 a la fase 3. Para la sesión 6, este retroceso surge porque Miguel retorna arealizar la actividad de replanteamiento del problema con sus propias palabras, actividad que realiza apoyándose del enunciado literal del problema, y también de nuevo cuando retorna a la primera hoja abierta de Maple para leer de nuevo el enunciado del problema (Fase 1) como ayuda para ir formulando el modelo matemático (Fase 3).

- *De la fase 4 a la fase 1 (sesión 6)*: En la sesión 6, Miguel retrocede de la primera fase a la cuarta fase con el propósito de leer una vez más el enunciado del problema, tal vez como ayuda en su fase de resolución (Fase 4) y también cuando intenta complementar sus palabras clave (actividad iniciada con anterioridad) posiblemente al haber escuchado uno de los comentarios formulados a otro estudiante por la investigadora-docente.

- *De la fase 3 a la fase 2 (sesión 4):*Después de haber iniciado la fase de formulación del modelo en la sesión 4, Miguel continúa la definición de sus variables.Esta situación, motivada por la puesta en común, provoca el retroceso de la segunda a la tercera fase.

- *De la fase 4 a la fase 3 (sesiones 2, 4, 5 y 6)*: En las cuatro sesiones el retroceso está motivado porque durante la resolución del modelo matemático Miguel detecta errores que necesita corregir para resolverlo. Por ejemplo en la sesión 2 Miguel define la función $f(b)$ en términos de la variable a, escribiendo "$f(b) \coloneqq 3.48 - a$". Las puestas en común, comentarios de sus compañeros y la interacción con el Maple fueron los elementos que le permitieron detectar los errores.

- *De la fase 5 a la fase 4 (sesiones 4 y 5)*: En la sesión 4 Miguel retorna a la fase 4 para tratar de identificar parte de los valores de la solución al problema calculando las longitudes de los cableados, tanto submarino como terrestre. En la sesión 5, este retroceso se genera cuando Miguel inicia la elaboración de su gráfica sin haber concluido la resolución analítica del modelo, intentado obtener la solución de forma gráfica. Ante la falta de visibilidad del punto crítico en la gráfica obtenida recurre a resolver el modelo de forma analítica.

- *De la fase 6 a la fase 4 (sesión 5)*: En la sesión 5 Miguel retorna a la fase de resolución para identificar la solución al problema, acción que no había realizado previamente, escribiendo una expresión que contiene la variable radio (r) igualada al número crítico obtenido, es decir, escribe "$r \coloneqq 2.542880528$" y entonces se genera el retroceso de la fase 4 ala fase 6.

Miguel – Probabilidades de transición entre las fases

Para indagar en las interacciones detectadas entre fases, calculamos al igual que para los casos de Julia y Eduardo, las probabilidades de transición entre las fases del proceso de modelización mediante el programa GSEQ.De igual forma, para este análisis consideramos de forma conjunta los datos correspondientes a las sesiones 2, 4, 5 y 6. Los resultados obtenidos de Miguel aparecen representados de forma gráfica en la figura 5.43.

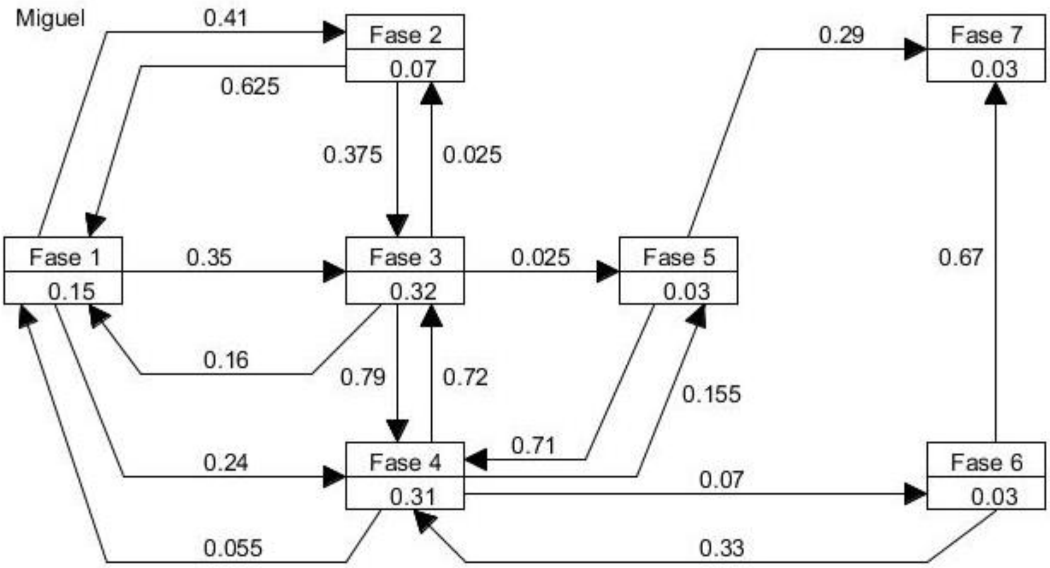


Figura 5. 43. Miguel – Esquema de probabilidades de transición

La figura 5.44 presenta una representación gráfica simplificada mostrando solo aquellas transiciones de Miguel con probabilidad de al menos 0.2.

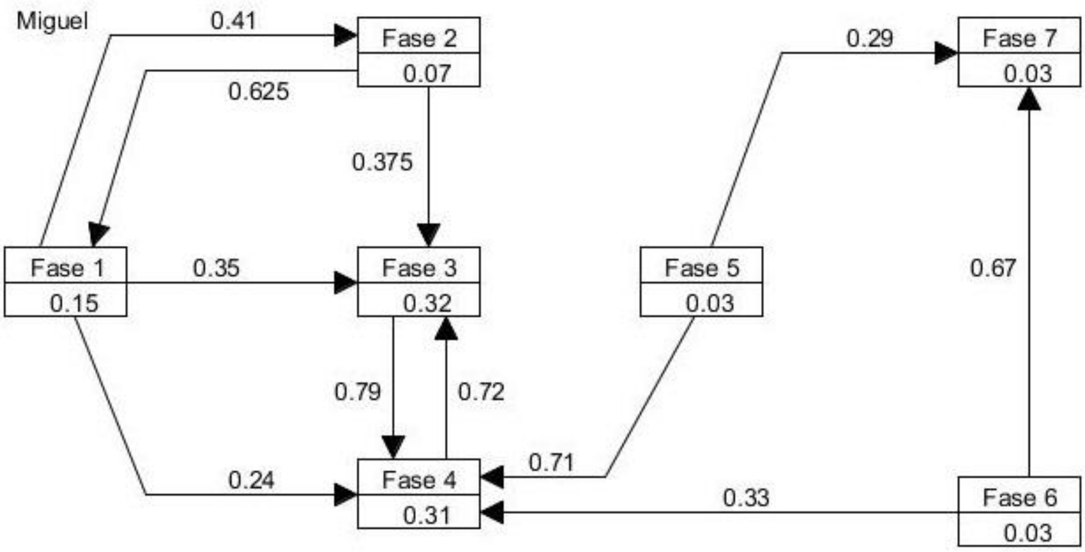


Figura 5. 44. Miguel: Esquema de probabilidades de transición iguales o superiores a 0.2

Las probabilidades recogidas en la Figura 6.45 describen el comportamiento global de Miguel al ejecutar el proceso de modelización. Las fases 3 y 4 constituyen las componentes clave del proceso de modelización para Miguel, al presentar probabilidades próximas a 0.3, así como esquemas de interacción con otras fases con probabilidades entre 0.24 y 0.79. Destaca la transición de la fase 3 a la 4 y viceversa con probabilidades de 0.79 y 0.72 respectivamente y la interacción de la fase 1 con las tres fases siguientes, con probabilidades de al menos 0.25.

Miguel – Análisis global de las fases

Al igual que para los casos de Julia y Eduardo, para analizar de forma global (no consecutiva) las relaciones entre las fases acudimos a la técnica de coordenadas polares que permite establecer relaciones significativas de activación, así como también relaciones significativas de inhibición. La tabla 5.55 muestra para el caso de Miguel, los valores de los radios obtenidos para cada conducta de apareo al fijar cada una de las fases como conducta criterio.En el anexo D.5 pueden verse los resultados completos de Miguel obtenidos mediante la técnica de coordenadas polares.

Tabla 5. 55. Miguel: Valores de los radios de las conductas

Conducta Criterio	Valores de los radios r por conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	5.14	6.42	0.30	3.28	3.09	1.78	1.96
F2	6.42	6.43	3.28	3.63	1.99	1.17	1.27
F3	0.30	3.28	2.09	1.24	3.78	2.68	1.04
F4	3.28	3.63	1.24	1.44	1.94	2.07	0.40

Conducta Criterio	Valores de los radios $\boldsymbol{r}$ por conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F5	3.09	1.99	3.78	1.94	4.60	4.37	3.47
F6	1.78	1.17	2.68	2.07	4.37	3.67	5.43
F7	1.96	1.27	1.04	0.40	3.47	5.43	0

Los valores sombreados son los radios significativos

Para la conducta criterio F5 de Miguel, solamente su apareo con F4 no resultó con radio significativo (ver Tabla 5.55). El rango de radios significativos obtenidos del análisis de la conducta de Miguel mediante coordenadas polares arrojó valores de 1.99 a 6.43 y la mayoría de estos valores (13 de 29) se concentró entre 3.09 y 3.78 (ver Tabla 5.55).

Solamente obtuvimos 2 radios significativos cuando fijamos como conducta criterio la elaboración del informe (Fase 7). Esta conducta criterio activa hacia atrás las conductas de interpretación de la solución (Fase 5) y el establecimiento de las limitaciones (Fase 6) (ver Tabla 5.55),en ambos casos en el plano retrospectivo ($\measuredangle = 90°$) con mayor intensidad para esta última ($r = 5.43$) (ver Tabla 5.55).

La tabla 5.56 muestra los valores de los ángulos (ángulos positivos entre 0º y 360º) para las conductas de apareo de Miguel, para cada conducta criterio.

Tabla 5. 56. Miguel: valores de los ángulos

Conducta Criterio	Valores de los ángulos por conducta de apareo ($\measuredangle$ en º)						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	45	17.82	238.89	229.15	211.32	198.16	180
F2	72.18	45	286.21	238.44	210.48	199.27	180
F3	211.11	163.71	45	1.86	266.54	207.38	180
F4	220.85	211.56	88.14	45	19.56	336.54	0
F5	238.68	239.52	183.46	70.44	45	354.59	0
F6	251.84	250.73	242.62	113.46	95.41	45	0
F7	270	270	270	90	90	90	90

Los valores sombreados son los ángulos con radios significativos

En la tabla 5.56 podemos observar que 29 de los ángulos resultan significativos, once de estos valores representan conductas de activación en ambos planos (siete ángulos con valor entre 0º y 90º, dos iguales a 0º y dos iguales a 90º)y doce valores representan conductas de inhibición también en ambos planos (ángulos entre 180º y 270º). Los seis ángulos restantes con radios significativos se distribuyen por igual en los otros dos tipos de conducta, tres ángulos en el segundo cuadrante y los tres restantes en el cuarto cuadrante.

Las figuras 5.45 a 5.51 presentan de forma vectorial los resultados obtenidos para el caso de la actuación de Miguelmediante el análisis de coordenadas polares que arrojaron radios significativos, considerando cada una de las fases como conducta criterio. Seguidamente describimos las relaciones que se ponen de manifiesto con este análisis.

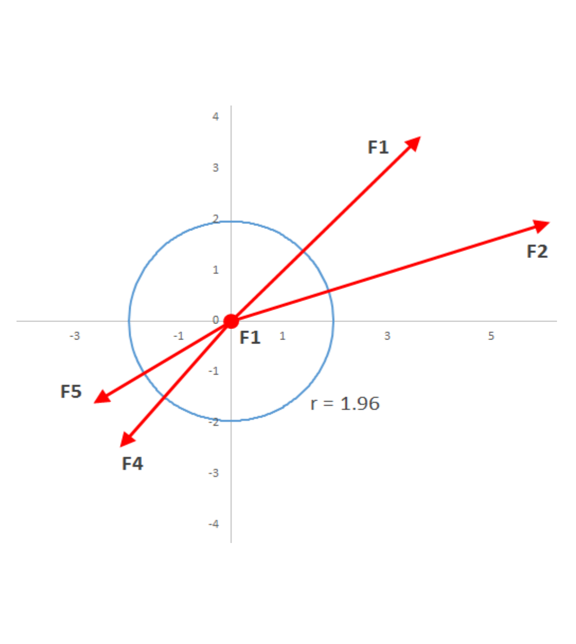


Figura 5. 45. Mapa vectorial Miguel – Criterio F1

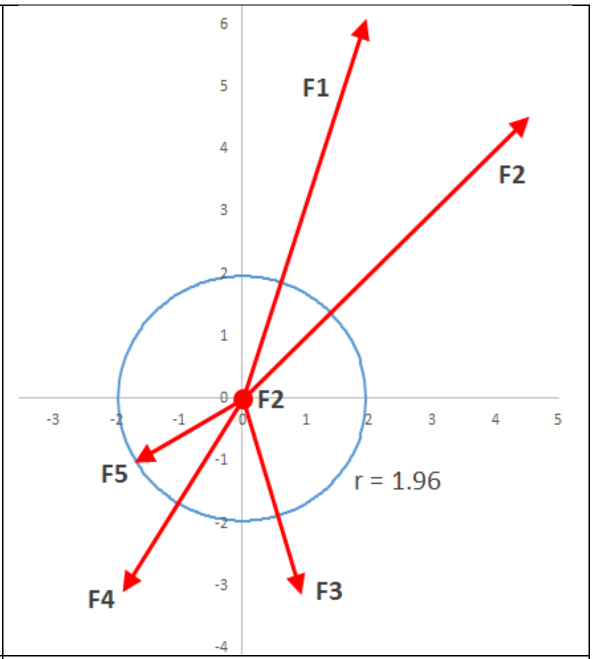


Figura 5. 46. Mapa vectorial Miguel – Criterio F2

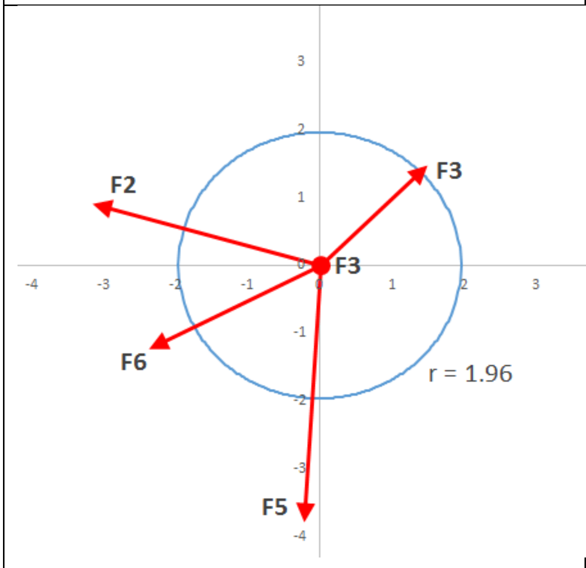


Figura 5. 47. Mapa vectorial Miguel – Criterio F3

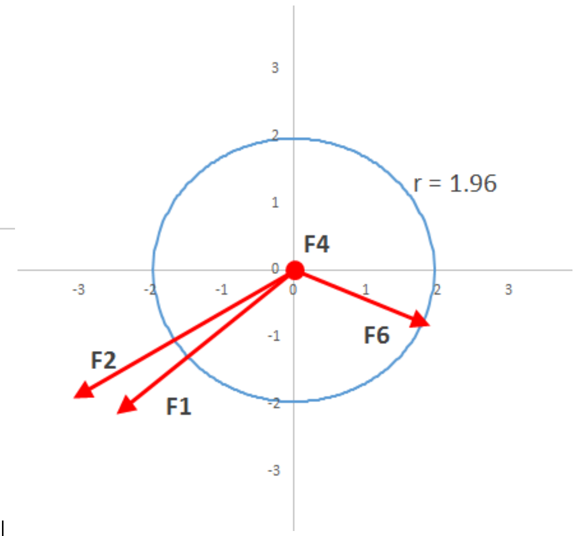


Figura 5. 48.Mapa vectorial Miguel – Criterio F4

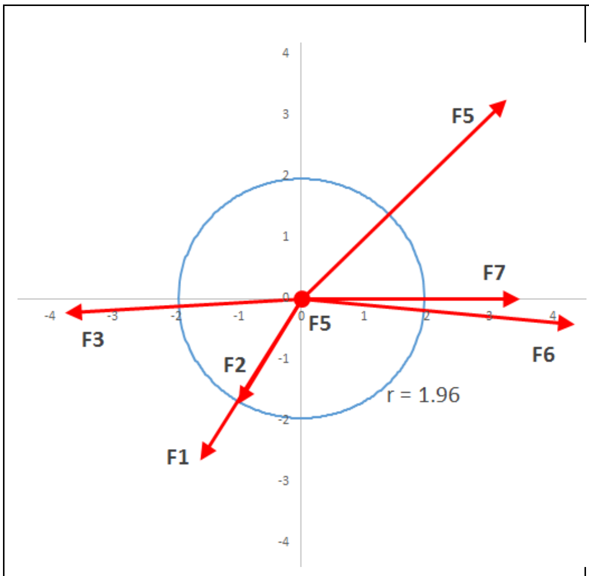


Figura 5. 49. Mapa vectorial Miguel – Criterio F5

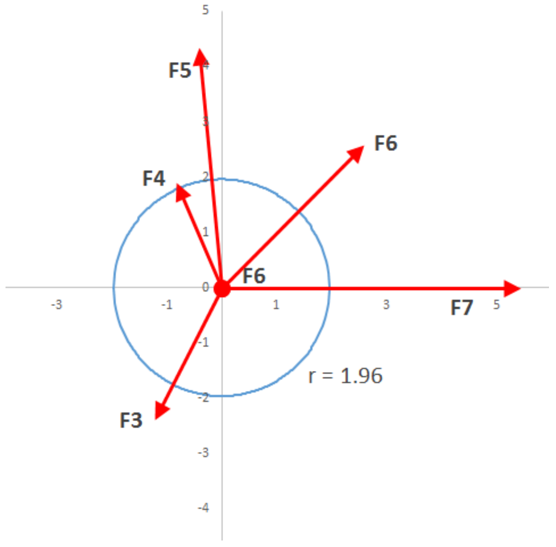


Figura 5. 50. Mapa vectorial Miguel – Criterio F6

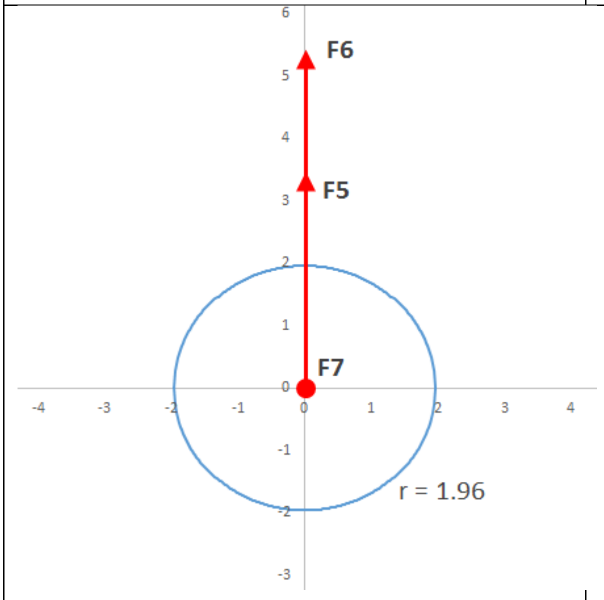


Figura 5. 51. Mapa vectorial Miguel – Criterio F7

Miguel – Relaciones de excitación (primer cuadrante)

La fase inicial del proceso de modelización (Fase 1) de Miguel activó de forma significativa a esta misma fase, así como también a la fase de suposiciones (Fase 2) y esta a su vez se activó a sí misma y a la fase inicial de forma significativa, como puede verse en las figuras 5.46 y 5.47; en ambos casos con cuatro de las seis intensidades más altas que se presentaron en el caso de Miguel (radios entre 5.14 y 6.43).Las fases de formulación del modelo (Fase 3), interpretación de la solución (Fase 5) y establecimiento delas limitaciones (Fase 6) se activaron a sí mismas de forma significativa (ver figuras 5.48, 5.50 y 5.51) con intensidades de 2.09, 4.60 y 3.67 respectivamente y con el mismo grado ($\measuredangle = 45°$). Estas dos últimas fases (5 y 6) activaron también la elaboración del reporte (Fase 7) de Miguel, pero solamente en el plano prospectivo según aparece en las figuras 5.49 y 5.50 y esta a su vez activó las fases 5 y 6 solamente en el plano retrospectivocomo puede observarse en la figura 5.51.

Miguel – Relaciones de inhibición (tercer cuadrante)

Las conductas criterio F1 y F2 de Miguel inhibieron significativamente la resolución del problema (Fase 4) y la interpretación de la solución (Fase 5) como puede observarse en las figuras 5.47 y 5.48 (ver Tabla 5- 64). La conducta criterio F3 de Miguel inhibió la aparición de las conductas F5 y F6 (ver Figura 5- 49) con mayor intensidad para el caso de la conducta de apareo F5 ($r = 3.78$). Las conductas criterio F4 y F5 de Miguel inhibieron la aparición de las dos primeras fases del proceso de modelización (F1 y F2) (ver figuras 5.50 y 5.51).En la figuras 5- 51 y 5- 52 podemos observar que las conductas criterio F5 y F6 de Miguel inhiben la formulación del modelo matemático (Fase 3) con una intensidad $r = 3.78$ y $r = 2.68$ (ver Tabla 5.64) y más en el plano prospectivo para el caso de la conducta criterio F5 y en el retrospectivo para el caso de la conducta criterio F6.

Miguel – Relaciones de activación e inhibición (cuadrantes segundo y cuarto)

La conducta criterio F3 de Miguel activa e inhibe al mismo tiempo a la conducta de apareo F2 con una intensidad de $r = 3.28$ en mayor grado en el plano prospectivo (hacia adelante). Por otra parte, observamos en la figura 5.52 que la conducta criterio F6 activa e inhibe a las conductas de apareo F4 y F5 con mayor intensidad para el caso de la interpretación de la solución (Fase 5) que para la resolución del problema (Fase 4) y en mayor grado para el plano retrospectivo (hacia atrás) en ambos casos como puede verse en la tabla 5.65.

5.7.3 Miguel – Síntesis y discusión de los resultados

Presentamos a continuación una síntesis de los resultados descritos en los apartados previos relativos al desempeño de Miguel a lo largo de las diferentes sesiones de trabajo en el aula. Recordemos que Miguel tenía conocimientos previos del tema de optimización y un rendimiento medio en las asignaturas de matemáticas cursadas durante el bachillerato, así como también un alto rendimiento en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I en la que se enmarca la recogida de datos. Además, tenía un alto conocimiento de la tecnología CAS e incluso conocía el Maple antes de la experiencia el cual había utilizado en clases de matemáticas.

Miguel considera útil la tecnología para realizar cálculos complicados, pero aclara que hacer matemáticas requiere ser capaz de trabajar de forma manual. Después de la experiencia sigue reconociendo la utilidad de la tecnología en las matemáticas, principalmente como herramienta para la comprobación de resultados sobre todo cuando implican procedimientos tediosos y complicados.

Miguel desarrolla el proceso de modelización en los cuatro problemas planteados ejecutando la totalidad de las fases para los problemas 1, 2 y 3 y omitiendo las fases 2 y 6 para el problema 4. La construcción de un dibujo esquemático solamente le fue necesaria para formular los problemas de rutas (1 y 2) y no de cálculos de áreas y volúmenes (problemas 3 y 4), lo cual pudo estar provocado por la naturaleza de los problemas o por ser las primeras sesiones guiadas más de cerca por la investigadora-docente, situación que no ocurre así en las dos últimas sesiones. Este hecho también pudo deberse a que, según nuestra experiencia como profesores de Cálculo, se les dificulta más a los estudiantes la resolución de problemas de rutas que la resolución de problemas que involucran figuras y cuerpos geométricos.

Miguel dedicó la mayor parte de su tiempo en las fases 1, 3 y 4, incrementando el tiempo para las fases 1 y 4 cuando disminuye el tiempo invertido en la definición del modelo matemático (fase 3). El tiempo dedicado a la fase 3 llega a alcanzar casi el 50% de la duración de la sesión 6.Lo que podemos inferir de la interacción repetitiva entre las fases 3 y 4 es que Miguel al ir detectando errores en la respuesta al problema o en función de las puestas en común cuando se dieron, procedía a corregir su modelo matemático y a proceder de nuevo a la resolución del mismo.

Para Miguel, las limitaciones son básicamente las suposiciones que se hacen para simplificar el problema, ya que distan de las condiciones que se dan en la realidad, es decir, los factores que dejan de considerarse de una u otra forma (ej., que la planta potabilizadora debe ubicarse en un punto de la línea recta que une a las dos poblaciones en el problema 1; no considerar la pendiente del terreno en el problema 2).

Al atender a las acciones concretas que realiza Miguel en cada fase y sesión, es de destacar que le resta importancia a las interpretaciones de la solución tanto de modo gráfico como de modo analítico. Miguel solamente realizó porcompletola quinta fase (las cuatro actividades que la conforman) cuando resolvió el problema 3 (Sesión 5).

Se detecta una evolución positiva en la elaboración de sus informes, desde incluir solamente un resumen del procedimiento (Sesión 2) hasta incluir 5 de los 10 elementos sugeridos para la elaboración del mismo. Sin embargo, durante la última sesión y por falta de tiemporealiza esta actividad solamente de forma parcial. Los informe más completos elaborados por Miguel fueron los correspondientes a la resolución de los problemas 4 y 5 con el mismo número de elementos, echándose en falta en ambos casos la descripción de la solución, las limitaciones de la misma y la interpretación de la representación gráfica de la solución.

La mayoría de las dificultades con las que se enfrenta Miguel se debieron a errores relativos al uso del Maple durante todas las sesiones, predominando los errores de sintaxis, seguidos de los errores del modo inadecuado de la selección de comandos. Destacamos que cuando Miguel resolvió el caso particular del problema 1 (Sesión 3 II), los errores con el uso del Maple se debieron al modo inadecuado de selección de comandos, a diferencia de que en la sesión 6 se debieron a errores de sintaxis.

Por lo que respecta a las representaciones utilizadas por Miguel, se distinguen los cuatro tipos de representaciones (esquemática, verbal, simbólica y gráfica) aunque no utiliza la representación esquemática para los problemas 3 y 4.

En la tabla 5.57, que muestra las relaciones significativas de activación e inhibición que surgieron para el caso de Miguel para cada conducta criterio considerando al mismo tiempo las sesiones 2, 4, 5 y 6, podemos observar que las conductas F1 y F2 se estimulan mutuamente tanto hacia adelante como hacia atrás al mismo tiempo que inhiben a las fases 4 y 5 también en ambos planos. Todo parece indicar que las conductas clave en el caso de Miguel son las conductas de definición (Fase 3) y resolución (Fase 4) del problema matemático, que son las que en este caso hacen las veces de puente entre las dos primeras conductas (F1 y F2) y las tres últimas conductas (F5, F6 y F7). Esto lo podemos comprobar mediante las secuencias tríadicas que surgen múltiples veces en cada una de las cuatro sesiones analizadas para este efecto, en sentido de avance, F3→F4→F3 y en sentido de retroceso, F4→F3→F4 (ver Tabla 5.52). Posiblemente esta situación se presentó para el caso de Miguel debido a que este alumno, después de resolver el modelo y percatarse que no representaba la solución al problema, retornaba a la fase de definición del modelo con el propósito de corregirlo. Podemos inferir en base a lo anterior, que Miguel en caso de obtener el resultado lo hacía a base de ensayo y error. Priorizaba obtener una expresión que definiera el modelo y le permitiera llegar al resultado, en lugar de detenerse a analizar a detalle si la expresión que definía su modelo estaba correctamente planteada. Esta tendencia concuerda con que las conductas F5 y F6 de Miguel inhibieron en ambos planos que llevara a cabo la fase de definición del modelo (F3) tanto en sentido de avance como en sentido de retroceso (ver Tabla 5.57).

Tabla 5. 57. Miguel: Relaciones significativas de activación e inhibición

	Cuadrante			
	I	II	III	IV
	Activa	Activa hacia atrás	Inhibe	Activa hacia adelante
Conducta		Inhibe hacia adelante		Inhibe hacia atrás
Criterio	Conductas de apareo			
F1	F1 y F2		F4 y F5	
F2	F1 y F2		F4 y F5	F3
F3	F3	F2	F5 y F6	
F4			F1 y F2	F6
F5	F5 y F7		F1, F2 y F3	F6
F6	F6 y F7	F4 y F5	F3	
F7	F5 y F6			

Por otra parte, las conductas F4 y F5 de Miguel estimularon hacia adelante e inhibieron hacia atrás (ver Tabla 5.57) a la fase de confirmación de la validez de la solución (Fase 6), precisamente por su tendencia a priorizar la obtención del resultado frente a la revisión el proceso. Incluso se presenta este mismo caso para la conducta F2 con respecto a la conducta F3 (ver Tabla 5.57), es decir, la fase de suposiciones (Fase 2) estimuló hacia adelante la definición del modelo (Fase 3), pero al mismo tiempo inhibió que se regresara a la revisión del mismo (Fase 3).

Por otra parte, las conductas F5 y F6 estimulan la conducta F7 tanto hacia adelante como hacia atrás y lo mismo sucede para la conducta F7 de Miguel que estimula la aparición de las conductas F5 y F6 en sentido de avance y en sentido de retroceso (ver Tabla 5.57). Esto posiblemente se deba a que Miguel siguió las instrucciones de la investigadora-docente de elaborar el reporte cuando faltaban quince minutos para el cierre de la sesión, independientemente de la actividad que estuviera realizando, retomando después las acciones de las fases previas que tenía pendiente.

Capítulo 6

Comparativa de los estudios de casos

En este capítulo presentamos una comparativa inter casos atendiendo al seguimiento en general del proceso de modelización, distinguiendo las rutas seguidas, la distribución de tiempo entre las fases, las actividades desarrolladas, las representaciones empleadas, el uso que hacen del Maple y los errores cometidos, así como a las interacciones entre las fases y las relaciones de activación e inhibición que se detectan entre las mismas.

Este análisis comparativo permite precisar la caracterización de la implementación del proceso de modelización aportada por los tres estudios de casos presentados en el capítulo previo, distinguiendo componentes del desempeño que se identifican como recurrentes en los tres casos de aquellas que los diferencian.

6.1 Comparación de los seguimientos del proceso de modelización

En primer lugar cabe señalar que los tres alumnos demostraron una actitud participativa en las diferentes sesiones de trabajo en el aula, como lo demuestran en términos generales en sus videos de las sesiones y en las transcripciones de los mismos (ver Anexo A.6: Transcripciones).

Procedemos a comparar los tres estudios de casos presentados en el capítulo anterior atendiendo primeramente a las fases del proceso de modelización que se omiten y aquellas que se realizan con mayor frecuencia o comprenden la mayor parte del tiempo de trabajo del alumno en el proceso de modelización implementado. Para ello en la tabla 6.1 presentamos de forma sintética los resultados más relevantes en este sentido.

Tabla 6. 1. Fases con mayor frecuencia, frecuencia nula y mayor % de tiempo

	Julia	**Eduardo**	**Miguel**
Fases		**Sesiones**	
Fases con alguna frecuencia nula			
F2	S3II	S3II	S3II
F5		S3II, S5 y S6	S3II
F6	S3II y S5	S3II	S3II y S6
F7	S3II	S3II	S3II
Fases con frecuencia ≥ 5			
F1		S2+3I-5	S6-8
F2		S2+3I-5	
F3		S6-8	S2+3I-6, S3II-5, S4-10, S5-10, S6-12
F4	S4-5	S6-7	S2+3I-6, S3II-5, S4-11, S5-13, S6-10
F5	S5-5		
Fases con tiempo invertido ≥ 30%			
F1	S2-30.02%		S2-31.30%
F2		S2-31.11%	
F3		S5-58.91%, S6-31.30%	S3II-37.48%, S6-39.62%

Si = sesión i, número tras el guión = frecuencia de ocurrencia

A la vista de los resultados recogidos en la tabla 6.1, recordamos que en la segunda parte de la sesión 3 es cuando se procede a abordar la fase 8 correspondiente al primer problema (caso particular: ángulos reales entre las poblaciones). Dado que ya se había resuelto previamente el problema para el supuesto de ángulos rectos entre las poblaciones, los estudiantes no ejecutan acciones de todas las fases.

En lo que respecta al resto de sesiones, observamos en la tabla 6.1, que Eduardo omite la fase 5 durante dos sesiones (5 y 6) y Julia y Miguel la fase 6, en la sesión 5 para el caso de Julia y en la sesión6 para el caso de Miguel. Los motivos de esta omisión son por dificultades con la representación gráfica para el caso de Eduardo y por falta de tiempo para el caso de Miguel. En el caso de Julia no tenemos explicación para la omisión de la fase 6.

En la tabla 6.1 se destacan algunas fases por la alta frecuencia de ocurrencia en alguna de las sesiones. Los tres alumnos coinciden en repetir con una alta frecuencia por sesión la fase de resolución del problema matemático (Fase 4) en diferentes sesiones. Estas frecuencias tienden a ser mayores y a presentarse en un mayor número de sesiones en el caso de Miguel. Julia es la alumna que presenta en general frecuencias más bajas en cada fase con la salvedad de la fase 5 (Interpretar la solución) en la sesión 5. Los casos de Eduardo y Miguel coinciden en presentar una alta frecuencia en la fase de definición del modelo matemático (Fase 3), en un mayor número de sesiones en el caso de Miguel, y en la fase 1 (problema del mundo real).

Por último observamos en la tabla 6.1 que son las tres primeras fases del proceso de modelización las que presentan porcentajes de tiempo superiores al 30% y esto ocurre en la mitad de los casos en la primera sesión de resolución de problemas. Miguel y Eduardo también dedican altos porcentajes de tiempo a la fase 3 de formulación del modelo matemático en la última sesión y alguna de las sesiones previas, llegando a alcanzar más del 50% en el caso de Eduardo en la sesión 5.

Mostramos en la tabla 6.2 las acciones prioritarias y minoritarias realizadas identificadas en cada caso, considerando que una acción prioritaria cuando se realizó al menos en cuatro sesiones y una minoritaria aquellas que se realizaron una sola vez o ninguna. Cabe señalar en este punto que para este conteo se consideran todas las acciones ejecutadas independientemente de que el informe sea el único registro que se tenga de las mismas.

Tabla 6. 2. Acciones prioritarias y minoritarias durante las sesiones

Fase	Acciones	Alumno		
		Julia	Eduardo	Miguel
1	Leer y comprender el problema	✓	✓	✓
	Identificar las palabras clave			✓
	Hacer un dibujo esquemático			
	Replantear el problema		✓	
	Identificar unidades de la solución		✓	✓
2	Identificar y definir variables	✓	✓	✓
	Hacer suposiciones	×	×	✓
3	Formular el modelo matemático	✓	✓	✓
4	Calcular la derivada	✓	✓	✓
	Determinar los números críticos	✓		✓
	Verificar los extremos			
	Identificar los valores de la solución	✓		
5	Representar e interpretar la solución			
	Representación gráfica	✓		
	Interpretación de la solución gráfica		×	
	Interpretación de la solución analítica	×	×	×
	Relacionar las soluciones		×	
6	Confirmar la validez de la solución			
	Identificar limitaciones de la solución	✓		
7	Elaborar un informe	✓	✓	✓

✓ = acción prioritaria (4 o 5 sesiones) × = acción minoritaria (0 o 1 sesión)

Observamos en la tabla 6.2 que la acción de leer y comprender el problema fue identificada como prioritaria en los tres casos. Solamente destaca otra acción de la primera fase realizada por al menos dos de ellos, la identificación de unidades de la solución. Señalamos también que otras acciones prioritarias en los tres casos fueron identificar y definir variables (dentro de la fase 2), formular el modelo matemático (única acción de la fase 3), calcular la derivada (primera acción de la fase 4) y elaborar el informe (Fase 7). Asimismo, la única acción considerada minoritaria por los tres casos resultó ser la interpretación de la solución analítica y por dos de ellos (Julia y Eduardo) el hacer suposiciones (ver Tabla 6.2)

Como podemos observar en la tabla 6.2 solo Miguel considera la acción de suposiciones como una fase prioritaria, ya que Julia omite esta acción en todas las sesiones y Eduardo la lleva a cabo una sola vez. La tabla 6.3 muestra las suposiciones hechas por cada uno de los alumnos en cada una de las sesiones de la experiencia.Observamos también que en la sesión 2 Eduardo y Miguel solo incluyen las suposiciones comentadas en la puesta en común. Destacamos la producción de Miguel con respecto a la actividad de establecer suposiciones para abordar el problema matemáticamente (acción de la fase 2), debido a que este alumno hace una variedad de suposiciones en función del problema planteado. Por ejemplo, la suposición de que la planta de agua se sitúa sobre la línea de la carretera que une las poblaciones, para el problema 1 o la consideración de que las formas de los cuerpos geométricos son completamente esféricos (no elipsoides) y cilíndricos, para el problema 4.

Tabla 6. 3. Suposiciones por sesión

Sesión	Alumno	Suposiciones
2	Julia	Entre Xucú-Cuzamá-Homún hay un ángulo de 90º Entre Hocabá-Homún-Cuzamá hay un ángulo de 90º
	Eduardo	Se considera que entre las poblaciones de Xucú- Cuzamá- Homun se tienen ángulos rectos. Se considera que entre las poblaciones Hocaba-Homun-Cuzama se tienen ángulos rectos.
	Miguel	Suponemos que entre las poblaciones de Xucú-Cuzamá-Homún se tienen ángulos rectos Suponemos que entre las poblaciones de Hocaba-Homún-Cuzamá se tienen ángulos rectos.
3 (I)	Miguel	La suposición inicial que hicimos a tomar como ángulos rectos las distancias entre las poblaciones, sabiendo que en la vida real no es de este modo. Otra consideración podría ser el relieve del suelo, pues es factor fundamental en la cantidad de material que se va a utilizar. La planta potabilizadora está situada sobre la línea de la carretera, cuando no necesariamente debe de ser de esta forma. En el informe, Miguel describe…suponiendo que las limitaciones se desprecian y que la planta potabilizadora de agua se debe localizar entre las poblaciones de Homún y Cuzamá.

Sesión	Alumno	Suposiciones
5	Miguel	Supongamos se trata de superficies completamente cilíndricas, circulares y cónicas.
6	Miguel	Supongamos que se trata de dos contenedores completamente esféricos y unos completamente cilíndrico

Julia, a diferencia de Eduardo y Miguel, consideró entre sus acciones prioritarias el establecimiento de las limitaciones de la solución (ver Tabla 6.2). Los tres estudiantes establecieron en la sesión 5 las limitaciones (ver Tabla 6.4), las cuales difieren entre sí: Julia reconoce como limitaciones la forma en que se presentan los cuerpos geométricos en la realidad, Eduardo la exactitud de las dimensiones a la hora de construir los contenedores y Miguel la dilatación del material debida a las temperaturas a las que están expuestos los contenedores para granos. Las limitaciones consideradas por Julia equivalen a las que Miguel consideró como suposiciones, por lo que parece ser que los alumnos no distinguenentre suposiciones y limitaciones.

Tabla 6. 4. Limitaciones descritas

Sesión	Julia	Eduardo	Miguel
2+3(I)	✓	✓	
3(II)			
4	✓		✓
5	✓	✓	✓
6	✓		

Por otra parte, los tres alumnos consideraron como acción prioritaria la elaboración del reporte. Esta actuación es claramente consecuencia del reforzamiento en cada sesión por parte de la investigadora-docente, quien recordemos que diez minutos antes de concluir todas las sesiones, salvo en la última sesión, recordaba la necesidad de iniciar la elaboración del informe independientemente de la fase que se encontraban realizando los alumnos en ese momento.

Julia es la alumna que tiende a presentar los reportes más completos. Este hecho concuerda con la actitud de esta alumna quien seguía fielmente las instrucciones de la investigadora-docente y solía sentarse en las primeras filas del aula. Recordemos también que ella tenía conocimiento previo del tema de resolución de problemas de optimización en Cálculo y que obtuvo la máxima calificación en la asignatura de referente de nuestro estudio (Cálculo Diferencial e Integral I).

Eduardo a diferencia de Julia, mostró desde el principio como lo describió en su Pre Test una preferencia hacia el uso de la tecnología en las matemáticas. Sin embargo, recordemos que este chico no contaba con las bases de las asignaturas precedentes y recomendables para cursar Cálculo, además que suspendió la asignatura al final del curso y que actualmente se sabe que se ha dado de baja en ingeniería. Entendemos que el menor nivel de conocimientos previos de este estudiante le impidió desempeñarse de una mejor manera en las sesiones de aula, situación que se refleja en la elaboración de sus reportes.Miguel mostró un desempeño medio entre Julia y Eduardo.

Atendiendo a los elementos identificados como prioritarios y minoritarios en los informes por estar incluidos en al menos tres de los informes y en ninguna sesión, respectivamente (ver tabla 6.5) se observa que el resumen del procedimiento resultó ser el único elemento prioritario del informe para los tres alumnos y para dos de ellos el significado de la solución. Por otra parte, el elemento menos importante para dos de los tres alumnos (Eduardo y Miguel) fue la interpretación de la representación gráfica de la solución.

Tabla 6. 5. Elementos prioritarios y minoritarios de los informes

Elementos que integran el informe	Alumno		
	Julia	Eduardo	Miguel
Describir la respuesta de la solución			×
Resumen del procedimiento	✓	✓	✓
Limitaciones de la solución			×
Validez de la solución		×	
Significado de la solución	✓	✓	
Dificultades surgidas			
¿Cómo se abordan las dificultades?		×	
Uso de los gráficos		×	
Interpretación de la representación gráfica de la solución		×	×

✓ = elemento prioritario (al menos tres sesiones)
× = elemento minoritario (ninguna sesión)
No se está considerando la sesión 3 II

En la tabla 6.6 mostramos los diversos tipos de representación usados por cada alumno, la acción específica donde se emplea y la fase correspondiente.

Tabla 6. 6. Tipos de representación usados

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones	Fase	Julia	Eduardo	Miguel
Esquemática	Cuadrícula	Esquema del enunciado del problema	1	✓	✓	✓
Verbal	Procesador de textos	Replanteamiento del problema	1	✓	✓	✓
		Suposiciones	2	✓	✓	✓
		Limitaciones de la solución	6	✓	✓	✓
		Interpretación de las	5	✓	✓	✓

Tipo de representación	Opción de Maple	Acciones	Fase	Julia	Eduardo	Miguel
		soluciones				
Simbólica	Definición de funciones	Definición del modelomatemático	3	✓	✓	✓
		Definición de la derivada del modelo	4			✓
		Resolución del problema	4	✓		
Gráfica	Gráficas en 2-D	Gráfica del modelo matemático	5	✓	✓	✓
		Verificación de extremos	4			✓
		Confirmación de la validez de la solución	6	✓		

En la tabla 6.6 podemos ver que los tres alumnos utilizan en algún momento cada una de las cuatro representaciones (esquemática, verbal, simbólica y gráfica), situación que era de esperar. Julia y Miguel, a diferencia de Eduardo, hicieron uso de una mejor manera de la representación simbólica y gráfica, debido a que los dos primeros estudiantes además de realizar la gráfica del modelo matemático, utilizaron la representación gráfica para ayudarse en la verificación de los extremos para el caso de Miguel y para la confirmación de la validez de la solución para el caso de Julia. En el caso de Eduardo se echa en falta que utilice la representación simbólica para definir su modelo y usarlo como ayuda para la resolución del mismo (ver Tabla 6.6). Por otra parte, es de destacar que Miguel use la representación gráfica para visualizar la solución al problema, antes de proceder a resolverlo analíticamente y que Julia utiliza dicha representación gráfica como ayuda para confirmar la validez de la solución (Fase 6). Estas últimas dos situaciones son poco comunes en la resolución de problemas de optimización, y por eso resulta de interés señalarlas.

Concentramos en la tabla 6.7 los diferentes tipos de errores en los que incurrieron cada uno de los tres alumnos de los estudios de casos, como consecuencia de las dificultades a las que se enfrentaron en cada una de las sesiones.

Tabla 6. 7. Errores relativos al uso del Maple

Categoría	**Julia**	**Eduardo**	**Miguel**
Sintaxis	F3 (S3II-2, S6-2) F4 (S6-7) F5 (S2-1, S5-1)	F3 (S3II-5, S4-2, S5-11) F4 (S4-4) F5 (S2-3, S4-3, S6-4)	F3 (S2-3, S3II-9, S5-7, S6-9) F4 (S2-5, S3II-2, S4-4, S5-2, S6-4) F5 (S2-1, S6-3)
Selección modo texto/matemático	F3 (S6-1)	F2 (S2-2) F3 (S4-1)	

Categoría	Julia	Eduardo	Miguel
Modo inadecuado de selección de comandos	F4 (S5-1, S6-1)	F3 (S4-1, S5-5)	F3 (S3II-4) F4 (S3II-1, S4-2)
Selección no intencional de conjunto de teclas		F1 (S2-1)	F4 (S2-1)
Falta de definición de funciones	F3 (S2-1, S4-1)		
Definición inadecuada de funciones	F3 (S3II-1, S4-1)		
Manejo inadecuado de parámetros	F5 (S4-1, S5-4, S6-1)		
Bloqueo de un proceso	F4 (S2-1)		
Uso de valores predefinidos por Maple			F3 (S5-2)
Selección no intencional de conjunto de teclas			F1 (S2-1)

F = fase, S = sesión, número = frecuencia de ocurrencia

Como puede observarse en la tabla 6.8 solamente dos tipos de errores relativos al uso del Maple se presentan en los tres casos: los errores de sintaxis y el modo inadecuado de selección de comandos (selección de la opción adecuada de Maple para obtener los resultados esperados). Observamos también en dicha tabla que el mayor porcentaje de errores (52%) se cometieron entre las sesiones 5 y 6 (27% y 25%, respectivamente). Lo más probable es que fuera debido a la reducción de la guía dada por la investigadora-docente conforme se avanzó en la experiencia de aula. Sin embargo, destacamos que la mayoría de los errores en ambas sesiones se concentraron en la categoría de sintaxis, 21 de 35 para el caso de la sesión 5 y 29 de 32 para la sesión 6.

A pesar de que Miguel reportó conocimiento y uso del Maple antes de la experiencia de aula (Pre Test), resultó ser el alumno que incurrió en un mayor número de errores de sintaxis: 49frente a 13 de Julia y 32 de Eduardo. Seguramente lo anterior fue debido a que Miguel en función de su experiencia previa con el uso del Maple, procedió a experimentar por su cuenta, en caso de no acordarse o desconocer alguno de los comandos específicos de este software para determinadas actividades en lugar de consultar con los profesores. Los errores de sintaxis en los tres casos se concentraron en las fases 3, 4 y 5, fases en las que era de esperar que los tres estudiantes hicieran mayor uso y provecho del Maple: en la fase de definición del modelo (Fase 3)definir el modelo como una función ahorra una serie de procesos de cálculo, como por ejemplo hallar la derivada del modelo; en la fase 4, para hallar la derivada y los números críticos; y en la fase 5 para graficar el modelo y con esto interpretar la solución y relacionar las soluciones gráfica y analítica.

Mostramos ahora en la tabla 6.8 el concentrado de errores procedimentales y conceptuales de cada alumno en cada sesión, relativos al proceso de modelización.

Tabla 6. 8. Errores relativos al proceso de modelización

Categoría	**Julia**	**Eduardo**	**Miguel**
	Procedimentales		
Omisión del proceso de verificación de extremos	F4 (S3II-2, S4-1, S5-1, S6-1)		F4 (S6-1)
Resolución del modelo antes de derivar		F4 (S6-4)	F4 (S3II-2)
Derivación de funciones secundarias		F4 (S6-3)	
Aplicación errónea del criterio de extremos absolutos		F4 (S2-1)	
Resolución de funciones sin solución			F4 (S4-4)
	Conceptuales		
Formulación errónea del modelo		F3 (S4-2) F4 (S5-3, S6-3)	F3 (S3II-2, S6-2) F4 (S6-3)
Formulación errónea de ecuaciones auxiliares		F3 (S5-1)	
Despeje de la variable inadecuada		F3 (S6-1)	F6 (S6-1)
Expresar una constante en términos de una variable		F4 (S6-2)	
Derivación con respecto a una constante		F4 (S2-2, S6-1)	
Derivación con respecto a una función			F4 (S3II-1)

F = fase, S = sesión, número = frecuencia de ocurrencia

En primer lugar, podemos observar en la tabla 6.9 que Julia solo comete errores procedimentales y no conceptuales, a diferencia de los casos de Eduardo y Miguel. En relación a los errores procedimentales, estos se concentraron en la fase de resolución del problema (Fase 4). Los errores conceptuales en los que incurrieron Eduardo y Miguel se repartieron entre las fases 3 (4 de Eduardo y 4 de Miguel) y 4 (11 de Eduardo y 4 de Miguel) y solamente uno en la fase 6 durante la secta sesión de Miguel (ver Tabla 6.9).

Destacamos los cuatro errores procedimentales en los que incurrió Eduardo resolviendo el modelo antes de derivar (Fase 4) durante la sesión 6 y los 4 errores de este mismo tipo en los que incurre Miguel cuando resuelve funciones que no tienen solución (Fase 4) en la cuarta sesión. Asimismo, destacamos los 8 y 7 errores conceptuales en los que incurren Eduardo y Miguel respectivamente durante las fases 3 y 4, repartidos en las sesiones 4, 5 y 6 para el caso de Eduardo y en las sesiones 3II y 6 para el caso de Miguel.

En general, de los 44 errores totales relativos al proceso de modelización vinculados a los tres alumnos, 24 de estos errores fueron conceptuales y estuvieron distribuidos entre Eduardo (15) y Miguel (9). Los 20 errores procedimentales del proceso de modelización se distribuyeron de la siguiente manera, Julia (5), Eduardo (8) y Miguel (7) como puede verse en la tabla 6.9.

Como era de esperarse, el grueso de los errores relativos al proceso de modelización se concentró en la sexta sesión (22 de 44) y de este 50% de errores, 13 errores fueron conceptuales (ver Tabla 6.9), 8 de ellos correspondientes a la formulación errónea del modelo matemático por parte de Eduardo y Miguel. Asimismo, 7 de los 13 errores conceptuales fueron cometidos por Eduardo. Por otra parte, es de destacar, que Julia como ya comentamos con anterioridad, solamente cometió errores procedimentales posiblemente porque siempre estuvo pendiente de que se le resolvieran las dudas personales cuando se le presentaban por parte de cualquiera de los tres profesores involucrados en la experiencia de aula. Los errores de este tipo (proceso de modelización) en los que incurre Eduardo pueden ser consecuencia de sus limitados conocimientos previos al no haber cursado las asignaturas que se requieren como antecedente antes de cursar Cálculo en la universidad. En el caso de Miguel, probablemente dichos errores estén asociados a su mayor experiencia con el uso del Maple, lo que le conduce a experimentar con el uso de éste de manera autónoma sin esperar las puestas en común en las sesiones anteriores a la última y tratando de obtener la solución a base de prueba y error.

Las dificultades correspondientes al uso del Maple se presentaron en cada una de las sesiones para el caso de cada uno de los tres alumnos. Observamos en la tabla 6.9 que el mayor porcentaje de tiempo invertido en las dificultades con el uso del Maple se presentó en diferentes sesiones para cada alumno, en la sesión 6 para el caso de Julia (30.24%), en las sesión 5 para el caso de Eduardo (18.44%) y en la sesión 3II para el caso de Miguel (30.58%). .

En la tabla 6.9, concentramos los porcentajes de tiempo invertidos en cada caso por sesión en las dificultades que se les presentaron a los tres alumnos, con respecto al uso del Maple y a la ejecución del proceso de modelización. En los casos de Eduardo y Miguel el mayor porcentaje de tiempo invertido en las dificultades con respecto al proceso de modelización se les presenta durante la sesión 6, un 15% para el caso de Eduardo y casi un 5% para el caso de Miguel (ver Tabla 6.9).

Tabla 6. 9. Porcentaje de tiempo invertido en dificultades

Alumno	Tipo de Dificultad	Sesiones 2	3 (II)	4	5	6
Julia	Maple	16.14	5.79	5.13	20.14	30.24
	Modelización					
Eduardo	Maple	17.32	5.07	18.21	18.44	7.02
	Modelización	1.61		1.49	1.48	15.08
Miguel	Maple	27.78	30.58	7.88	11.63	29.08
	Modelización		1.56	4.52		4.80

Para el caso de Miguel (sesiones 3II, 4 y 6), se presentó que el porcentaje de tiempo invertido en las dificultades debidas al uso del Maple siempre fue mayor al porcentajeinvertido en las dificultades con respecto al desarrollo del proceso de modelización. Lo mismo sucedió para el caso de Eduardo en las sesiones 2, 4 y 5, pero no así para la última sesión de este alumno donde las dificultades en el proceso de modelización representaron más del doble que para el uso del Maple, posiblemente porque a medida que se desarrollaba una nueva sesión, la destreza y habilidad de Eduardo con el uso del Maple iba mejorando.

6.2 Comparación de las interacciones entre las fases

Describimos a continuación la comparación de las interacciones entre las fases que se detectan en cada uno de los estudios de casos, considerando para el caso del análisis secuencial tanto los casos de manera individual como el análisis conjunto del desempeño de los estudiantes.

6.2.1 Secuencias diádicas

Mostramos en la tabla 6.10 las secuencias diádicas de los tres alumnos del estudio de casos (Julia, Eduardo y Miguel) por sesión y en sentido de avance, es decir, de una fase a fases posteriores.

Tabla 6. 10. Frecuencia de la secuencias diádicas en avance

Secuencia	Alumno	Sesión 2	4	5	6	Total
		Avance				
F1→F2	Julia	1	1	0	1	3
	Eduardo	4	1	1	1	7
	Miguel	2	2	3	0	7

Secuencia	Alumno	Sesión 2	4	5	6	Total
		Avance				
F1→F3	Julia	1	0	1	0	2
	Eduardo	0	0	0	3	3
	Miguel	0	0	1	5	6
F1→F4	Eduardo	1	0	0	0	1
	Miguel	0	1	0	3	4
F2→F3	Julia	2	2	1	2	7
	Eduardo	1	2	1	1	5
	Miguel	1	1	1	0	3
F2→F5	Eduardo	1	1	0	0	2
F3→F4	Julia	2	2	2	2	8
	Eduardo	0	3	2	6	11
	Miguel	6	9	8	7	30
F3→F5	Miguel	0	0	1	0	1
F3→F7	Eduardo	0	0	1	0	1
F4→F5	Julia	1	3	1	1	6
	Eduardo	0	1	0	0	1
	Miguel	1	1	3	1	6
F4→F6	Julia	0	1	0	0	1
	Miguel	0	1	2	0	3
F4→F7	Eduardo	0	1	0	2	3
F5→F6	Julia	0	0	0	1	1
F5→F7	Julia	1	0	4	0	5
	Miguel	1	0	0	1	2
F6→F7	Julia	0	1	0	1	2
	Miguel	0	1	1	0	2
TOTAL		26	35	34	38	133

Si comparamos las secuencias diádicas de dos fases consecutivas de manera secuencial hasta concluir el proceso de modelización, observamos en la tabla 6.10 que solamente Julia en algún momento de la experiencia de aula realizó todas las secuencias de avance, a diferencia de Eduardo y Miguel, quienes omitieron en alguna de las sesiones la conducta F5→F6 y para el caso de Eduardo, también la conducta F6→F7.

Si atendemos a las transiciones que presentaron una ocurrencia de 5 o más veces, podemos observar en la tabla 6.10 que solamente se presenta un caso para Eduardo durante la sesión 6 y en la transición de la fase de definición del modelo (Fase 3) a la fase de resolución del problema (Fase 4) con 6 ocurrencias. Esta situación quizás se debió a que fue la sesión a la que se enfrentaron los alumnos de forma individual y a que estamos hablando de dos de las fases de vital importancia del proceso de modelización para lograr la solución al problema. Esta misma situación se presenta para el caso de Miguel, pero ahora en todas las sesiones analizadas en este apartado (2, 4, 5 y 6) con 6, 8, 9 y 7 ocurrencias respectivamente. Este alumno mostró un comportamiento más autónomo en todas las sesiones y eso lo llevó a registrar frecuencias altas en las fases de definición del modelo y resolución del problema (fases 3 y 4) del proceso de modelización. Las 5 ocurrencias que se registran en la tabla 6.10 para el caso de Miguel en la transición de avance de la fase 1 a la fase 3 durante la última sesión, son debidas a que Miguel omitió por completo la fase de suposiciones.

Mostramos en la tabla 6.11 las secuencias diádicas por alumno por sesión en sentido de retroceso, es decir, de una fase a fases anteriores.

Tabla 6. 11. Frecuencia de las secuencias diádicas en retroceso

Secuencia	Alumno	Sesión				Total
		2	4	5	6	
		Retroceso				
F2→F1	Eduardo	3	0	0	2	5
	Miguel	1	2	2	0	5
F3→F1	Julia	1	0	0	0	1
	Eduardo	1	0	0	0	1
	Miguel	0	0	1	5	6
F3→F2	Julia	0	1	1	1	3
	Eduardo	0	1	0	2	3
	Miguel	0	1	0	0	1
F4→F1	Eduardo	0	0	0	1	1
	Miguel	0	0	0	2	2
F4→F2	Julia	1	0	0	0	1
	Eduardo	1	0	0	0	1
F4→F3	Julia	0	1	1	1	3
	Eduardo	0	2	2	4	8
	Miguel	5	9	8	7	29
F5→F2	Eduardo	0	1	0	0	1
F5→F4	Julia	0	3	0	0	3
	Eduardo	0	1	0	0	1
	Miguel	0	1	4	0	5
F6→F4	Miguel	0	0	1	0	1
F7→F4	Eduardo	0	0	0	1	1
F7→F5	Julia	0	0	4	0	4
F7→F6	Eduardo	0	0	1	0	1
TOTAL		13	23	25	26	87

Eduardo al no contar con los conocimientos matemáticos previos mínimos requeridos para resolver problemas de optimización, requirió en todo momento apoyarse de la fase inmediata anterior para el desarrollo de cada una de las fases del proceso de modelización. Julia y Miguel, a diferencia de Eduardo, en ninguna de las sesiones analizadas en este apartado (sesiones 2, 4, 5 y 6) retornaron de la última a la penúltima fase (ver tabla 6.11). Julia además tampoco retornó en ningún caso de la fase de suposiciones (Fase 2) a la primera fase, lo cual asociamos a que para ella una de las acciones que integran la fase 2 (hacer suposiciones) no resultó prioritaria como puede verse en la tabla 6.2, aunque se hace notar que la primera acción de la fase de suposiciones (identificar y definir variables) la llevó a cabo en tres de las sesiones (4, 5 y 6).

Observamos en la tabla 6.11 que en sentido de retroceso de las fases, solamente en el caso de Miguel se detecta una frecuencia igual o superior a cinco, concretamente en la transición de retroceso F3→F1 con 5 ocurrencias durante la sesión 6 y en la transición F4→F3 durante las sesiones 2, 4, 5 y 6, con una ocurrencia de 5, 9, 8 y 7, respectivamente. En el primer caso, parece que Miguel retorna varias veces a leer el enunciado del problema con el propósito de lograr el planteamiento del modelo matemático y en el segundo caso se da a consecuencia de que Miguel, al trabajar de forma autónoma y a su propio ritmo, va alternando las fases de definición del modelo y resolución del problema en función de los resultados que iba obteniendo. Es decir, Miguel una vez definido su modelo matemático, procedía a resolverlo y si no obtenía el resultado esperado, procedía a redefinir su modelo y a resolverlo de nuevo.

Mostramos ahora en la tabla 6.12 el concentrado de conductas por alumno sospechosas de ser significativas, debido a que como hemos mencionado con anterioridad, el número de datos con los que se cuenta por alumno no es suficiente para lograr que se cumpla la regla del pulgar y obtener la seguridad de que realmente sean conductas significativas.

Tabla 6. 12. Secuencias diádicas sospechosas de ser significativas

	Conducta de apareo sospechosa de ser significativa		
Dado:	Julia	Eduardo	Miguel
F1	F2	F2	F2
F2	F3	-	F1
F3	-	F4	-
F4	-	-	-
F5	F7	-	F7
F6	F7	-	F7
F7	F5	F6	-

Los tres alumnos presentan conductas semejantes cuando fijamos como conducta criterio F1, debido a que esta fase estimula a la siguiente (Fase 2) como puede verse en la tabla 6.12. Esta conducta era esperada puesto que la fase que incluye la actividad de definir variables (Fase 2) debería ser estimulada por la fase de entendimiento del problema y era esencial para progresar en el proceso de modelización. Lo mismo sucede para los casos de Julia y Miguel cuando fijamos como conducta criterio F5 y F6, ya que ahora tanto la fase de interpretación de la solución (Fase 5) como la de validación de la misma (Fase 6), estimulan que la fase de elaboración del reporte (Fase 7) sea llevada a cabo por estos dos alumnos (ver tabla 6.12). Recordemos que el reporte debía incluir además de otros parámetros, uso de los gráficos, relación entre las soluciones gráfica y analítica) y establecimiento de limitaciones. Entonces, de manera natural todo parece indicar que las fases donde se obtienen estos parámetros (fases 5 y 6) provocan la realización de dicho informe (Fase 7), como consecuencia de la inclusión en él de los parámetros anteriormente especificados.

Por otra parte, al aglutinar en conjunto los datos de los tres alumnos, sin considerar por separado las sesiones, obtenemos tres conductas diádicas significativas y ocho sospechosas de ser significativas. Mostramos en la tabla 6.13 los resultados del análisis para el retardo lag +1.

Tabla 6. 13. Probabilidades de las secuencias diádicas para lag +1

	Conducta de apareo						
Dado:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1,00	<,01	,60	,01	~,06	~,33	~,15
F2	~<,01	~1,00	~,07	~<,01	~,83	~,38	~,19
F3	~,90	,18	1,00	<,01	~<,01	~,08	~,04
F4	~,04	<,01	,07	1,00	~<,01	~,07	~,06
F5	~,16	~,40	~<,01	~,17	~1,00	~,34	~<,01
F6	~,48	~,42	~,11	~,55	~,51	~1,00	~<,01
F7	~,48	~,42	~,10	~,12	~<,01	~,01	~1,00

<,01 = secuencia diádica significativa
~<,01 = secuencia diádica sospechosa de ser significativa

Las únicas tres conductas que podemos afirmar que son significativas cuando aglutinamos los datos de Julia, Eduardo y Miguel son cuando fijamos como conducta criterio las fases 1, 3 y 4, obteniendo un apareo significativo para las conductas correspondientes a las fases 2, 4 y 2 respectivamente (ver Tabla 6.13). Las señaladas con un gris más claro como indica la tabla 6.13, solamente son sospechosas de ser conductas diádicas significativas, puesto que no cumplen la regla del pulgar, es decir, faltan datos para poder realmente comprobar que podrían resultar diadas significativas.

Para intentar explicar estas relaciones recurrimos a representaciones esquemáticas de las mismas. En la figura 6.1 representamos las tres díadas significativas que se presentan cuando consideramos los datos conjuntos de los tres alumnos, las fases 1 y 4 estimulan a la fase de suposiciones, es decir, podemos interpretar como que la actividad de identificar y definir variables perteneciente a la segunda fase requiere en primera instancia de comprender el problema (Fase 1) y al mismo tiempo la fase de resolución en cualquier momento requiere del apoyo de esta definición de variables.

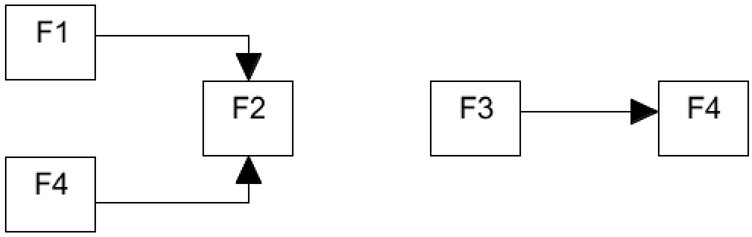


Figura 6. 1. Díadas significativas para datos conjuntos

Si comparamos la primera díada significativa, F1→F2, que se obtiene al considerar los datos de forma aglutinada con respecto al caso de cada alumno para este comportamiento, se observa en la tabla 6.13 que pasa de sospechosa de ser significativa para cada estudiante de forma individual, a significativa (ver Figura 6.1). La segunda conducta diádica significativa (ver Figura 6.1) con los datos aglutinados (F4→F2) no se presenta como significativa para cada caso aislado, aunque representa una conducta que podría esperarse debido a que al resolver el modelo matemático pudieran requerirse retornar a las acciones de la fase de suposiciones (Fase 2), sobretodo a la acción de identificar y definir variables. La tercera conducta (ver Figura 6.1) que de ser solo significativa para el caso de Eduardo, pasa a ser significativa con los datos aglutinadosera previsible puesto que son las fases de vital importancia para obtener una solución al problema (definición y resolución del modelo matemático).

Lasrelaciones sospechosas de ser significativas se esquematizan en la figura 6.2. Observamos en esta figura, que la conducta correspondiente a la fase de suposiciones (Fase 2) estimula a las conductas de problema del mundo real (Fase 1) y resolución del problema matemático (Fase 4). Es de esperarse que se regrese a la acción de leer el enunciado del problema dentro de la fase 1 para ambas acciones de la fase 2 (definir variables y hacer suposiciones); así como también que esta última fase (Fase 2) provoque la estimulación de pasar directamente a la resolución del problema (Fase 4) si con anterioridad se ha formulado el modelo matemático (Fase 3).

Por otra parte, la fase de interpretación de la solución (Fase 5) es estimulada por las fasesDe formulación del modelo matemático (Fase 3), la de resolución del problema matemático (Fase 4) y la de reportar, explicar y predecir (Fase 7). Esto podría ser una consecuencia de que para interpretar la solución (Fase 5) es necesario establecer el modelo matemático (Fase 3), así como resolver el problema matemático (Fase 4) y para la elaboración del reporte (Fase 7) se requiere apoyarse de la fasede interpretación de la solución (Fase 5) como puede verse en la figura 6.2. Asimismo, esta conducta (Fase 5) estimula la aparición de las conductas de formulación del modelo matemático (Fase 3) y elaboración del reporte (Fase 7), siendo esta última conducta estimulada por la de verificación del modelo (Fase 6), como puede observarse en la figura 6.2

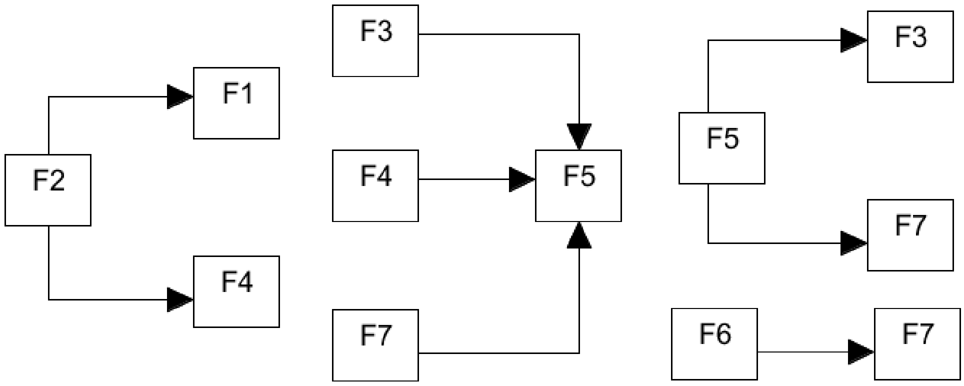


Figura 6. 2. Díadas sospechosas de ser significativas

6.2.2 Secuencias tríadicas

Cuando consideramos los datos de cada uno de los alumnos por separado, después del análisis correspondiente obtenemos que para el caso de Julia son dos las conductas tríadicas sospechosas de ser significativas (F5→F7→F5 y F7→F5→F7) y otras dos para el caso de Miguel (F1→F2→F1 y F2→F1→F2). Para el caso de Eduardo, no se obtiene ninguna conducta de tres fases que pudiera al menos ser probablemente significativa. La figura 6.3 representa de forma esquemática estas relaciones.

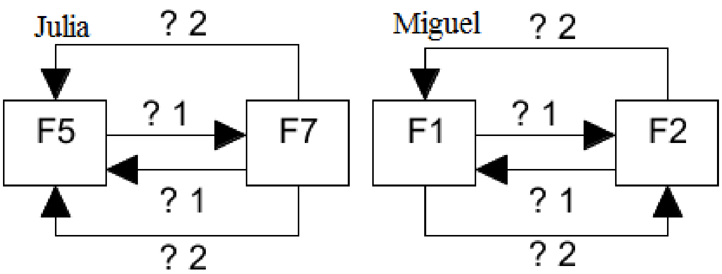


Figura 6. 3. Julia y Miguel. Esquema tríadas sospechosas de ser significativas

Por otra parte, al considerar de forma conjunta los datos de los tres alumnos sin distinguir por sesiones, se identifican nueve tríadas como factiblemente significativas:F1→F2→F1, F2→F1→F2, F2→F4→F2, F3→F5→F3, F4→F2→F4, F4→F5→F3, F5→F3→F5, F5→F7→F5 y F7→F5→F7 (ver Tabla 6.14), no siendo posible garantizar dicha significatividad por la baja cantidad de datos como ya hemos mencionado con anterioridad.

Tabla 6. 14. Análisis de las posibles triadas significativas partiendo de los datos procesados mediante GSEQ para lag +1 y lag +2

Lag +1	Lag +1	Lag +2	Tríada	Conclusión
F1→F2	F2→?F1	F1→F1	F1→F2→?F1	Tríada sin garantía de significatividad
	F2→?F4	F1→F4 No significativa		No existe tríada
F2→?F1	F1→F2	F2→?F2	F2→?F1→F2	Tríada sin garantía de significatividad
F2→?F4	F4→F2	F2→?F2	F2→?F4→F2	Tríada sin garantía de significatividad
	F4→?F5	F2→F5 No significativa		No existe tríada
F3→F4	F4→F2	F3→F2 No significativa		No existe tríada
	F4→?F5	F3→F5 No significativa		No existe tríada
F3→?F5	F5→?F3	F3→F3	F3→?F5→F3	Tríada sin garantía de significatividad
	F5→?F7	F3→F7 No significativa		No existe tríada
F4→F2	F2→?F1	F4→F1 No significativa		No existe tríada
	F2→?F4	F4→F4	F4→F2→?F4	Tríada sin garantía de significatividad
F4→?F5	F5→?F3	F4→F3	F4→?F5→F3	Tríada sin garantía de significatividad
	F5→?F7	F4→F7 No significativa		No existe tríada
F5→?F3	F3→F4	F5→F4 No significativa		No existe tríada
	F3→?F5	F5→?F5	F5→?F3→?F5	Tríada sin garantía de significatividad
F5→?F7	F7→?F5	F5→?F5	F5→?F7→?F5	Tríada sin garantía de significatividad
F6→?F7	F7→?F5	F6→F5 No significativa		No existe tríada
F7→?F5	F5→?F3	F7→F3 No significativa		No existe tríada
	F5→?F7	F7→?F7	F7→?F5→?F7	Tríada sin garantía de significatividad

→? = relación con probabilidad menor que 0.01, pero sin garantía de significatividad por falta de datos
Se sombrean las conductas significativas

Dentro de las nueve posibles conductas tríadicas significativas identificadas (ver Figura 6.3) destacamos aquellas dos que inician en la fase de suposiciones (Fase 2) y concluyen en esta misma fase. Lo mismo sucede para el caso de las dos triadas sospechosas de ser significativas que inician en la fase de interpretación de la solución (Fase 5).

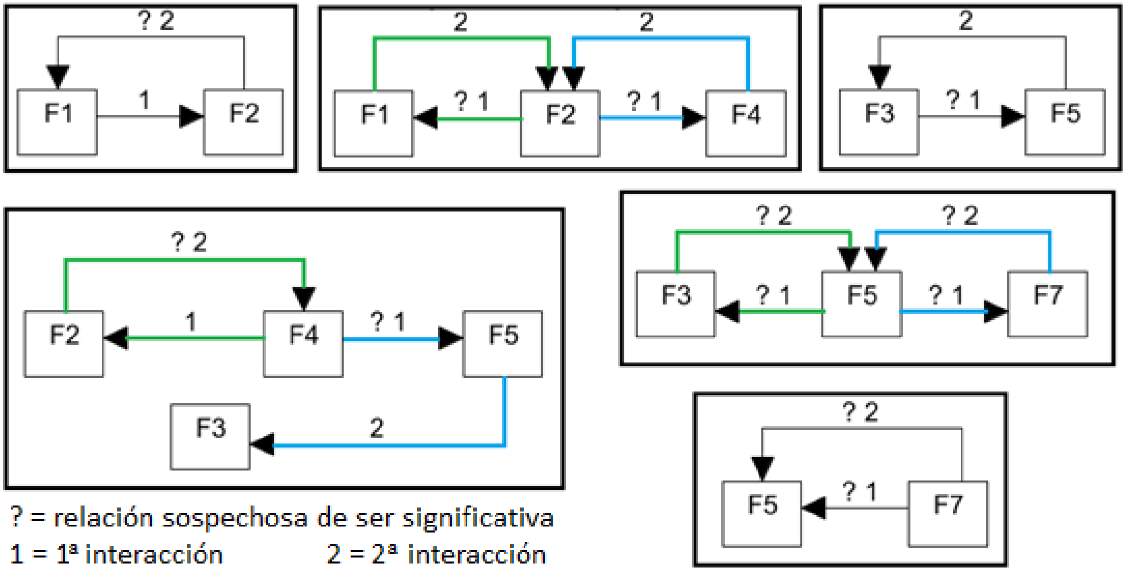


Figura 6. 4. Conductas tríadicas sospechosas de ser significativas

Observamos en la figura 6.4 que solamente la conducta F6 no inicia con una posible tríada sospechosa de ser significativa, posiblemente porque esta conducta (establecer limitaciones) no tiene por qué propiciar que otras conductas sean llevadas a cabo. Sin embargo las restantes conductas (de la fase 1 a la fase 7, excepto la fase 6) estimulan que otras dos parejas de conductas se realicen, incluso con una secuencia que incluya la conducta inicial (Fase 1).

En la tabla6.15 aportamos una descripción de las interacciones que pueden provocar conductas tríadicas significativas cuando consideramos los datos aglutinados.

Tabla 6. 15. Interpretación de las tríadas sospechosas de ser significativas

Posible tríada Significativa	Interpretación
F1→F2→?F1	Dada la naturaleza de tipo geométrico de los 4 problemas, para identificar y definir las variables, los alumnos se ven forzados a retornar a la fase donde realizan el dibujo esquemático (particularmente para los problemas de rutas), debido a que este esquema le permite identificar y definir variables, así como establecer suposiciones, para posteriormente abordar el problema matemáticamente.
F2→?F1→F2	Consecuencia de la tríada anterior, indicando que establecer suposiciones para abordar el problema matemáticamente es un proceso iterativo.
F2→?F4→F2	Esta tríada deja evidencia de que el alumno necesariamente regresa para revisar las variables definidas una vez que ha iniciado el proceso de resolución. Recordemos que en la fase 4 se obtienen los números críticos y se realiza la verificación de extremos, entonces esto provoca que el alumno retorne a revisar que el resultado obtenido tenga congruencia con las suposiciones del problema planteado en términos matemáticos. En caso de que se requiera, posiblemente el alumno decida redefinir sus variables, replantear el modelo matemático y resolverlo con las nuevas condiciones.
F4→F2→?F4	Consecuencia de la anterior.

Posible tríada Significativa	Interpretación
F3→?F5→F3	Tanto para la representación gráfica de la solución como para la analítica, el alumno necesita de la definición del modelo matemático. Si el alumno no obtiene la representación gráfica esperada, es decir, que no le permita visualizar el extremo relativo en ella, entonces para poder interpretar este tipo de solución (solución gráfica) podría apoyarse evaluando el número crítico encontrado en el modelo matemático definido. Por otro lado, para la interpretación analítica de la solución, se requiere también de la evaluación del modelo matemático en el número crítico obtenido.
F5→?F3→?F5	Tríada consecuencia de la anterior, donde se da el comportamiento inverso, es decir, el alumno recurre desde la interpretación de la solución al modelo matemático definido para respaldar dicha interpretación, tanto analítico como gráfica.
F4→?F5→F3	Resuelve – Interpreta – Formula. Esta ruta tríadica posiblemente señala cómo el alumno después de intentar interpretar la solución del problema y no quedar satisfecho con la misma, decide retornar a la fase de formulación. Esto comprueba, que en caso de obtener una resolución errónea del problema, sea necesario interpretar el resultado y al percatarse que se está obteniendo una respuesta sin sentido, el alumno decide retomar la definición del modelo matemático, y resolverlo e interpretar la solución nuevamente.
F5→?F7→?F5	Los alumnos se guían de las interpretaciones de la solución (gráfica y analítica) y de las relaciones establecidas entre ellas para la elaboración del reporte. Es una tríada significativa esperada de acuerdo a los parámetros que debía contener el informe establecidos a partir de la sesión 4.
F7→?F5→?F7	Tríada consecuencia de la anterior. El alumno retrocede de estar elaborando su reporte a la fase de interpretación de la solución con el propósito de tomar datos de esta última para redactar su informe.

6.2.3 Transiciones entre las fases

Al igual que para el estudio de casos, para poder indagar en las interacciones entre fases calculamos las probabilidades de transición entre las fases del proceso de modelización mediante el programa GSEQ considerando de forma aglutinada el conjunto de los datos de los tres alumnos. Los resultados obtenidos aparecen representados de forma gráfica en la figura 6.5.

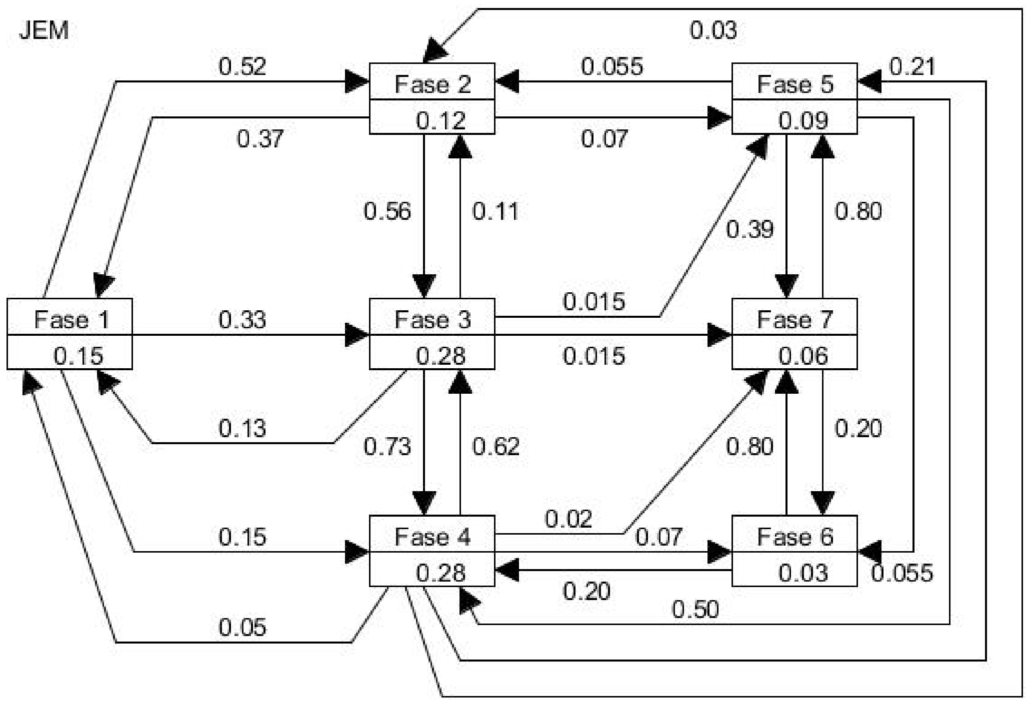


Figura 6. 5. Esquema de probabilidades de transición de los tres estudiantes

La figura 6.6 presenta una representación gráfica simplificada de la anterior mostrando solo aquellas transiciones con probabilidad de al menos 0.2.

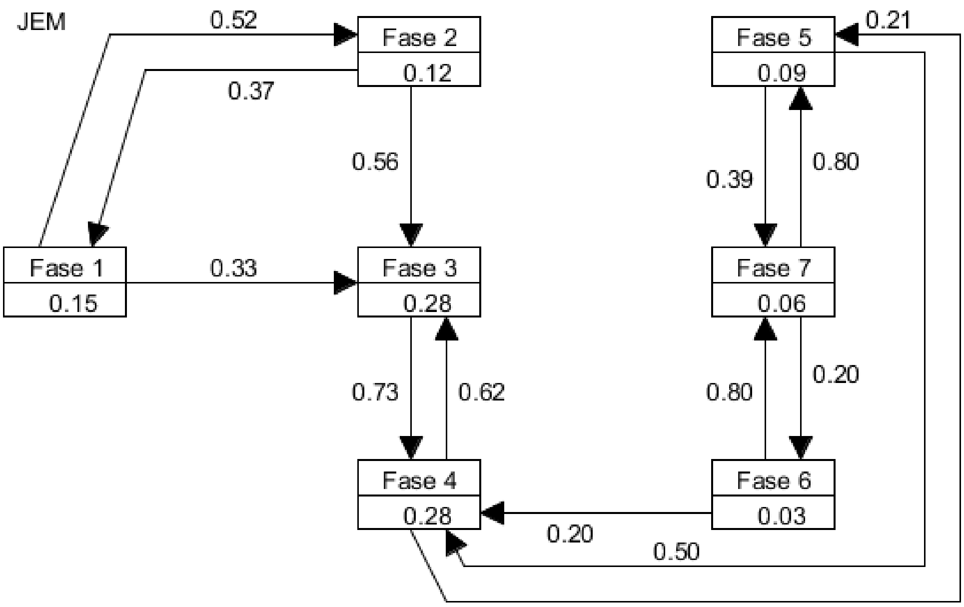


Figura 6. 6. Esquema de probabilidades de transición iguales o superiores a 0.2 de los tres estudiantes

Recordamos que la fase con mayor probabilidad para el caso de los tres alumnos resultó ser la fase de definición del modelo matemático (Fase 3), con probabilidades de 0.22, 0.26 y 0.32 para los casos de Julia, Eduardo y Miguel, respectivamente. Asimismo, como se observa en la figura 6.6 cuando consideramos los datos aglutinados en conjunto para los tres estudiantes, resultó que además de la fase 3 la fase 4 se destaca con probabilidad superior a 0.25. Ambas fases se identifican como clave en el trabajo de los alumnos.

En la tabla 6.16 mostramos las probabilidades de transición entre las fases iguales o superiores a 0.2, para cada alumno, considerando los datos por separado y también considerando el conjunto de datos de los tres alumnos.

Tabla 6. 16. Probabilidades de transición

Transición	Julia	Eduardo	Miguel	Datos aglutinados
F1→F2	0.60	0.64	0.41	0.52
F1→F3	0.40	0.27	0.35	0.33
F1→F4	-	-	0.24	-
F2→F1	-	0.415	0.625	0.37
F2→F3	1.00	0.145	0.375	0.56
F3→F2	0.25	0.21	-	-
F3→F4	0.67	0.64	0.79	0.73
F4→F3	0.27	0.60	0.72	0.62
F4→F5	0.55	-	-	0.21
F5→F2	-	0.50	-	-
F5→F4	0.33	0.50	0.71	0.50
F5→F7	0.56	-	0.29	0.39
F6→F4	-	-	0.33	0.20
F6→F7	1.00	-	0.67	0.80
F7→F5	1.00	-	-	0.80
F7→F6	-	1.00	-	0.20

Observamos en la tabla 6.16 que si consideramos los datos de manera separada, Julia obtiene tres probabilidades iguales a 1 de realizar la transición entre dos fases (F2→F3, F6→F7 y F7→F5), para el caso de Eduardo, la transición F7→F6 y para los casos de Miguel y datos aglutinados no se obtienen probabilidades iguales a 1, para alguna de las transiciones reportadas. Considerando una probabilidad del 50% o más como una probabilidad sobresaliente de entre las demás de que se lleve a cabo algunas de las transiciones reportadas, vemos en la tabla 6.16 que para el caso de Julia se reportan 4 transiciones a destacar (F1→F2, F3→F4, F4→F5 y F5→F7) y para el caso de Eduardo, 5 transiciones más (F1→F2, F3→F4, F4→F3, F5→F2 y F5→F4). Para el caso de Miguel se reportan 5 transiciones para destacar (F2→F1, F3→F4, F4→F3, F5→F4 y F6→F7) y para el caso de los datos aglutinados, 7 transiciones que destacan (F1→F2, F2→F3, F3→F4, F4→F3, F5→F4, F6→F7 y F7→F5).

Mostramos en la tabla 6.17 las sesiones por alumno donde ocurren las interacciones en sentido de retroceso, o bien con fases no secuenciales

Tabla 6. 17. Detalle de las interacciones de retroceso o avance no secuencial

Interacción	Sesiones Julia	 Eduardo	 Miguel
F1→F4	-	6	-
F2→F1	-	-	2, 4 y 5
F2→F4	-	2	-
F2→F5	-	2 y 4	-
F3→F1	2	-	5 y 6
F3→F2	4, 5 y 6	4	4
F3→F7	-	5	-
F4→F1	-	-	6
F4→F2	2	-	-
F4→F3	4, 5 y 6	4 y 5	2, 4, 5 y 6
F4→F7	-	6	-
F5→F4	4	-	4 y 5
F6→F4	-	-	5
F6→F7	-	5	-
F7→F5	5	-	-

En la tabla 6.17 observamos que son variadas las interacciones en sentido de retroceso obtenidas en la actuación de los tres alumnos, las cuales esquematizamos en la figura 6.7.

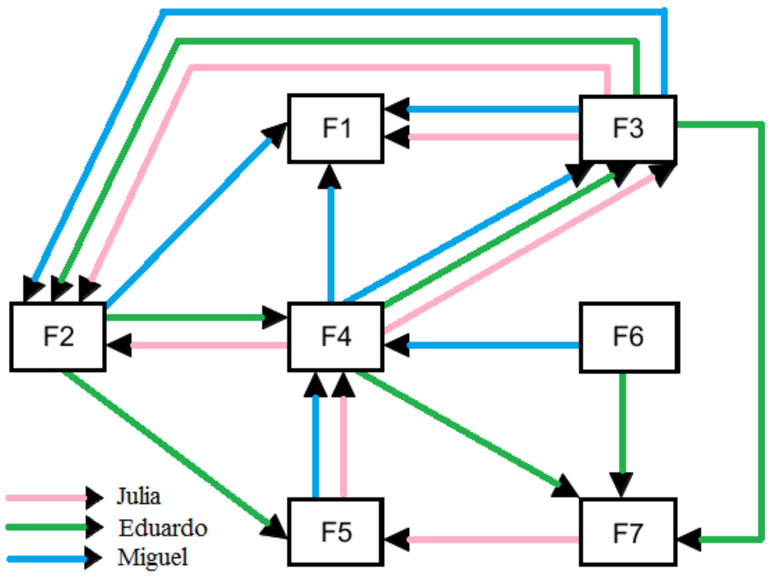


Figura 6. 7. Esquema de interacciones de retroceso no secuencial

Las interacciones entre fases no secuenciales en sentido de avance, solamente se presentaron para el caso de Eduardo durante la sesión 6 (F1→F4). Las interacciones comunes a los tres estudiantes son las que se dan cuando retornan de la fase de formulación del modelo matemático (Fase 3) a la fase de suposiciones (Fase 2), así como también cuando cada estudiante regresa a la fase de definición del modelo desde la fase de resolución (F4→F3), como podemos observar en la figura 7.6. Destacamos que para el primer caso (F3→F2), se repite el patrón para los tres estudiantes durante la cuarta sesión y para Julia se da también en las sesiones 5 y 6 (ver Tabla 6.17). La segunda interacción en sentido de retroceso común (F4→F3) se repite para los tres estudiantes en dos de las sesiones (4 y 5), para Julia y Miguel además durante la sesión 6 y para Miguel también en la sesión 2 (ver Tabla 6.17).

6.2.4 Relaciones de activación e inhibición

Mostramos en la tabla 6.18 los resultados de los radios significativos que arrojó el análisis de coordenadas polares correspondiente a la actuación conjunta de los tres alumnos del estudio de casos.Solamente dos conductas no arrojaron radios significativos: la primera, cuando fijamos como conducta criterio la fase de formulación del modelo matemático (Fase 3) y la apareamos con la fase de inicio del proceso de modelización, la segunda es la conducta inversa (F1, conducta criterio y F3, conducta de apareo). El rango del 83% (39 de 47) de radios significativos fluctúo entre los valores de 2.27 a 5.70 (ver Tabla 6.18).

Tabla 6. 18. Valores de los radios de las conductas

Conducta criterio	Valores de los radios r por conducta de apareo						
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	6.58	8.07	1.24	4.16	5.17	2.58	3.95
F2	8.07	6.44	3.58	5.27	2.65	2.27	2.44
F3	1.24	3.58	3.06	2.87	5.70	2.31	3.45
F4	4.16	5.27	2.87	2.73	2.48	3.13	2.73
F5	5.17	2.65	5.70	2.48	6.53	3.87	10.1
F6	2.58	2.27	2.31	3.13	3.87	3.50	5.17
F7	3.95	2.44	3.45	2.73	10.1	5.17	6.83

Los valores sombreados son los radios significativos

Mostramos ahora en la tabla 6.19 los valores de los ángulos positivos entre 0º y 360º para cada conducta criterio cuando consideramos conjuntamente los datos de Julia, Eduardo y Miguel.Se observa que la mayoría de los ángulos con radios significativos (22 de 47) cayeron en el tercer cuadrante, es decir representan conductas de inhibición tanto en sentido de avance como de retroceso. De los 25 ángulos restantes con radios significativos, 13 representan conductas de activación en ambos planos (primer cuadrante) y los 12 restantes se repartieron de manera equitativa en los dos cuadrantes restantes (segundo y cuarto), como puede verse también en la tabla 6.19.

Tabla 6. 19. Valores de los ángulos

Conducta criterio	F1	F1	F3	F4	F5	F6	F7
F1	45	23.23	315.29	233.52	209.09	193.46	197.33
F2	66.77	45	297.69	236.49	230.75	196.26	207.79

Conducta criterio	F1	F1	F3	F4	F5	F6	F7
F3	134.71	152.31	45	355.44	254.21	214.52	228.52
F4	216.48	213.51	94.56	45	351.49	343.76	278.01
F5	240.91	219.25	195.79	98.51	45	351.17	38
F6	256.54	253.74	235.48	106.24	98.83	45	7.60
F7	252.67	242.21	221.48	171.99	52	82.40	45

Los valores sombreados son los ángulos con radios significativos

Los resultados presentados en la tabla 6.19 se representan de forma vectorial en las figuras 6.8 a 6.14. Seguidamente describimos las relaciones que se ponen de manifiesto con este análisis.

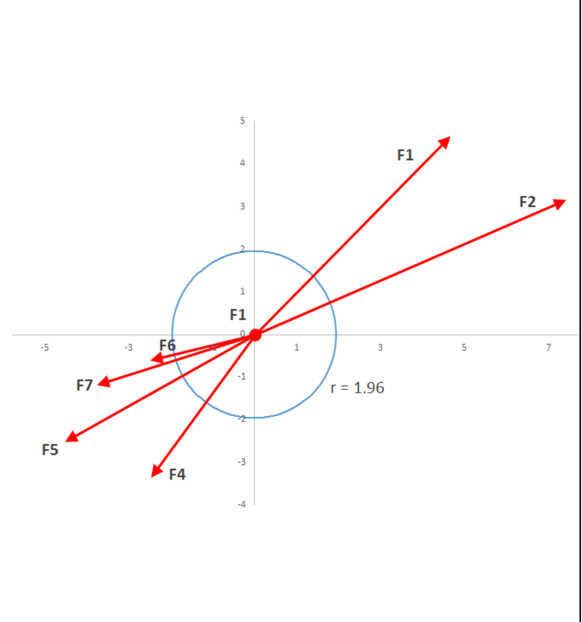


Figura 6. 8. Mapa vectorial - Criterio F1

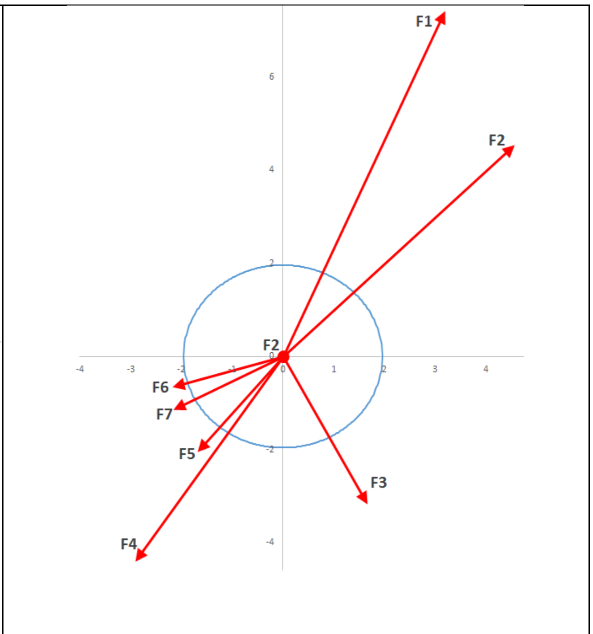


Figura 6. 9.Mapa vectorial - Criterio F2

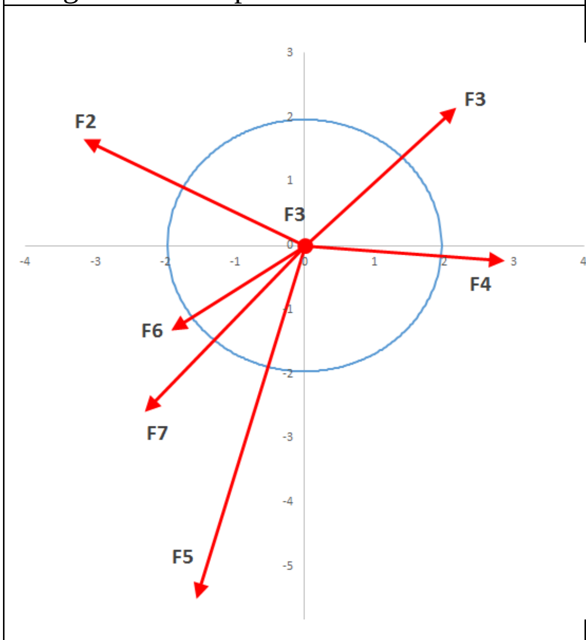


Figura 6. 10. Mapa vectorial - Criterio F3

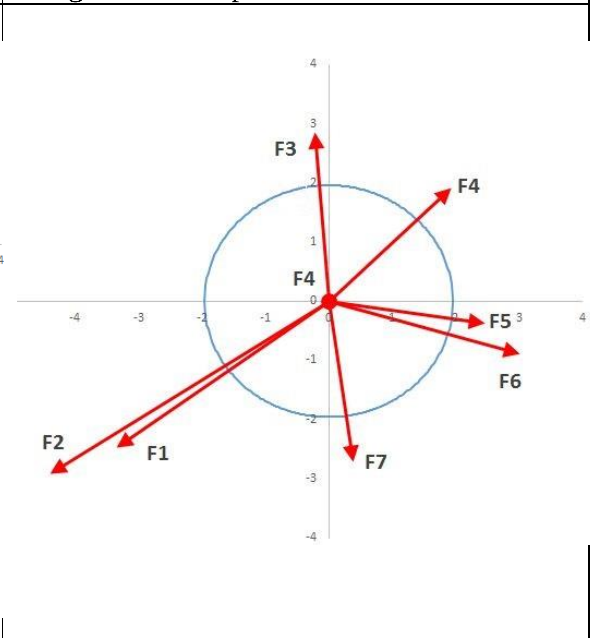


Figura 6. 11. Mapa vectorial - Criterio F4

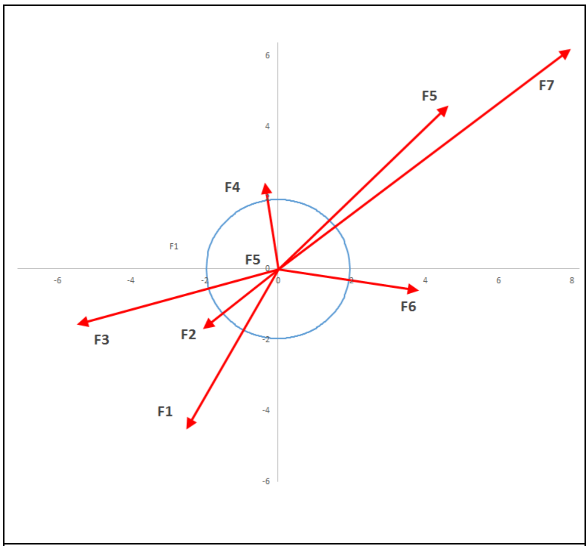


Figura 6. 12. Mapa vectorial - Criterio F5

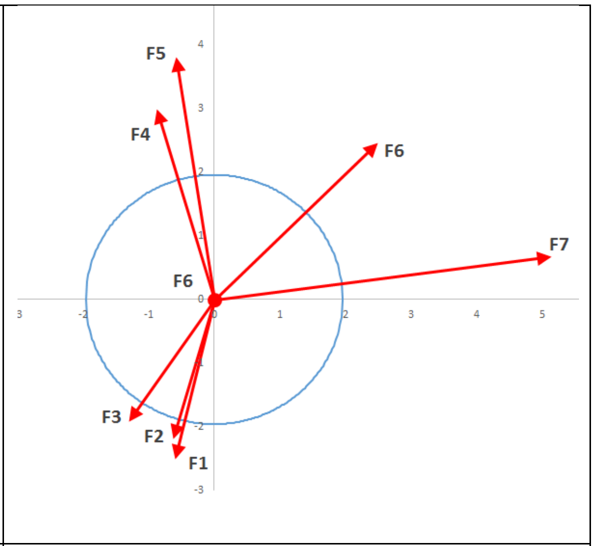


Figura 6. 13. Mapa vectorial - Criterio F6

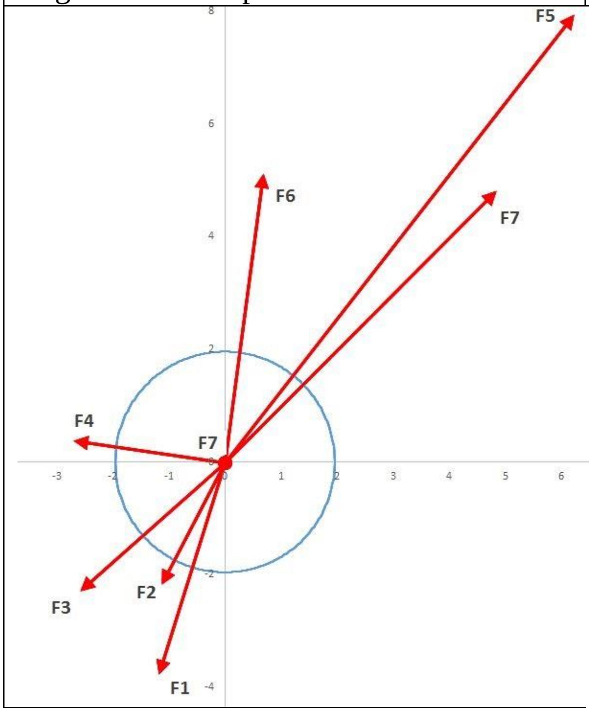


Figura 6. 14. Mapa vectorial - Criterio F7

<u>Relaciones de activación (primer cuadrante)</u>

Las siete fases del proceso de modelización se activaron a sí mismas en ambos planos (prospectivo y retrospectivo) con igual grado y con intensidades que fluctuaron entre 2.73 para F4 hasta 6.83 para F7 (ver figuras 6.3 a 6.9). De la misma manera las primeras dos conductas F1 y F2 se activaron entre sí con una intensidad $r = 8.07$ con mayor grado en sentido de avance (F1→F2) que en sentido de retroceso (F2→F1). La mayor intensidad ($r = 10.1$) de un radio significativo se dio en este cuadrante cuando la conducta de interpretación de la solución (Fase 5) activó con un mayor grado en sentido de avance a la elaboración del reporte (Fase 7) y viceversa (ver Tabla 5- 85 y figuras 5- 61 y 5- 63). Esta última conducta (Fase 7) también fue activada por la fase de verificación del modelo (Fase 6) con una intensidad de $r = 5.17$ y con mayor probabilidad en sentido o de avance, como podemos observar en las figuras 5- 62 y 5- 63. De igual manera, la conducta F7 activó a la conducta F6 con la misma intensidad que en sentido recíproco (ver Tabla 6.17 y figuras 6.12 y 6.13). La activación significativa de la conducta F7 por parte de las últimas tres fases (5, 6 y 7) fue debida probablemente a las instrucciones por parte de la investigadora-docente con respecto a la importancia de la elaboración del reporte.

<u>Relaciones de inhibición (tercer cuadrante)</u>

Las tres últimas conductas del proceso de modelización (F5, F6 y F7) fueron inhibidas por las tres primeras conductas (F1, F2 y F3) y viceversa, con las intensidades que se señalan en la tabla 7.18 y los grados señalados en la tabla 7.19. De la misma manera, la fase de resolución del problema (F4) es inhibida en ambos planos por las dos primeras conductas del proceso de modelización (F1 y F2) y viceversa (ver tabla 7.20; y figuras 7.7, 7.8 y 7.10).

<u>Relaciones de activación e inhibición (cuadrantes segundo y cuarto)</u>

Las conductas F2, F3, F4 y F5 fueron activadas en el plano retrospectivo (sentido de retroceso) e inhibidas al mismo tiempo en el plano prospectivo (sentido de avance) por la conducta inmediata posterior (ver figuras 6.4, 6.5, 6.6 y 6.7). Los valores de los radios significativos y sus correspondientes ángulos son mostrados en las tablas 6.17 y 6.18 respectivamente. De la misma manera, la fase de resolución del problema (Fase 4) es activada e inhibida por las conductas F6 y F7, más en el plano retrospectivo por F6, así como más en el prospectivo por F7.

Por otra parte, la conducta F4 (resolución del problema) activó en el plano prospectivo e inhibió en el plano retrospectivo a las conductas F5 (interpretación de la solución), F6 (verificación del modelo) y F7 (elaboración del informe). Por último, las conductas F2 (suposiciones), F3 (definición del modelo) y F5 activaron en sentido de avance e inhibieron en sentido de retroceso a las conductas inmediatas posteriores respectivamente (ver tablas 6.17 y 6.18; y figuras 6.8, 6.9 y 6.11).

Síntesis de relaciones de activación e inhibición

Mostramos en la tabla 6.20 el concentrado de las relaciones significativas de activación e inhibición cuando integramos de manera conjunta los datos de los tres alumnos.

Tabla 6. 20. Relaciones significativas de activación e inhibición

Conducta Criterio	Cuadrante I Activa	Cuadrante II Activa hacia atrás Inhibe hacia adelante	Cuadrante III Inhibe	Cuadrante IV Activa hacia adelante Inhibe hacia atrás
	Conductas de apareo			
F1	F1 y F2		F4, F5, F6 y F7	
F2	F1 y F2		F4, F5, F6 y F7	F3
F3	F3	F2	F5, F6 y F7	F4
F4	F4	F3	F1 y F2	F5, F6 y F7
F5	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	F6
F6	F6 y F7	F4 y F5	F1, F2 y F3	
F7	F5, F6 y F7	F4	F1, F2 y F3	

Las fases 1 y 2 se estimulan a sí mismas y entre ellas tanto en sentido de avance como de retroceso. Estas dos primeras fases también inhiben en ambos planos el desarrollo a partir de la cuarta fase. De la misma manera, las fases 5 y 6 se estimulan a sí mismas y entre ellas hacia adelante y hacia atrás, pero ahora inhibiendo en ambos planos las tres primeras fases. Por otra parte, la fase de definición del modelo (F3) se estimula así misma al igual que la fase de resolución del mismo (F4) y vuelve a existir un comportamiento cruzado, ya que la fase 3 inhibe las tres últimas conductas del proceso de modelización y la fase 4 inhibe las dos primeras conductas del proceso (lectura del problema y suposiciones).

Se forman tres bloques de conductas, primero, las dos primeras fases (F1 y F2), luego las siguientes dos conductas (F3 y F4) de manera independiente y por último las tres últimas fases (F5, F6 y F7).

Otro comportamiento que podemos notar en las relaciones significativas presentadas en la tabla 6.20 es que cuando fijamos como conducta criterio la fase de resolución del problema (Fase 4) esta conducta estimula retrospectivamente a la conducta de definición del modelo al mismo tiempo que estimula prospectivamente a las conductas de interpretación de la solución (Fase 5), validez de la solución (Fase 6) y elaboración del reporte (Fase 7). Esta situación es coherente puesto que cuando un alumno no obtiene la solución esperada, tiende a retornar a verificar si el modelo matemático está correctamente planteado.

Comparación de relaciones de activación e inhibición por alumno y en conjunto

Mostramos en la tabla 6.21 las coincidencias de conductas significativas del desempeño de cada uno de los estudiantes del estudio de casos con las relaciones significativas de activación e inhibición que se obtuvieron al considerar los datos de forma aglutinada.

Tabla 6. 21. Coincidencias de relaciones significativas de activación e inhibición

	Cuadrante			
	I Activa	II Activa hacia atrás Inhibe hacia adelante	III Inhibe	IV Activa hacia adelante Inhibe hacia atrás
	Conductas de apareo significativas			
Conducta criterio: F1				
Julia	F2 y F3		F5 y F7	
Eduardo	F1 y F2		F4	
Miguel	F1 y F2		F4 y F5	
DatAgluti	F1 y F2		F4, F5, F6 y F7	
Conducta criterio: F2				
Julia	F1 y F3		F5 y F7	
Eduardo	F1 y F2		F4	F3
Miguel	F1 y F2		F4 y F5	F3
DatAgluti	F1 y F2		F4, F5, F6 y F7	F3
Conducta criterio: F3				
Julia	F1 y F2		F5 y F7	F4
Eduardo		F2		
Miguel	F3	F2	F5 y F6	F3
DatAgluti	F3	F2	F5, F6 y F7	F4
Conducta criterio: F4				
Julia		F3		F5, F6 y F7
Eduardo	F5		F1 y F2	
Miguel			F1 y F2	
DatAgluti	F4	F3	F1 y F2	F5, F6 y F7
Conducta criterio: F5				
Julia	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	
Eduardo	F4			F7
Miguel	F5 y F7		F1, F2 y F3	F6
DatAgluti	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	F6
Conducta criterio: F6				
Julia		F4		
Eduardo	F7			
Miguel	F6 y F7	F4 y F5	F3	
DatAgluti	F6 y F7	F4 y F5	F1, F2 y F3	
Conducta criterio: F7				
Julia	F5 y F7	F4	F1, F2 y F3	
Eduardo	F6	F5		
Miguel	F5 y F6			
DatAgluti	F5, F6 y F7	F4	F1, F2 y F3	

Nota: se sombrean las relaciones significativas por alumno que coinciden con las correspondientes conductas considerando los datos aglutinados

Primer cuadrante

Eduardo y Miguel coinciden cuando fijamos la fase de lectura y comprensión del problema (Fase 1) y la fase de suposiciones (Fase 2), con las relaciones significativas que se presentan mediante los datos aglutinados; al estimular en ambos casos las conductas F1 y F2. Por otra parte, destacamos la relación significativa que presenta la conducta de Julia con respecto a los datos aglutinados, cuando fijamos como conducta criterio estas dos primeras fases (fases 1 y 2), ya que ambas estimulan a la fase de formulación del problema matemático (Fase 3), puesto que representa una conducta diferente a los otros dos alumnos (ver Tabla 6.21). Esta situación podría deberse a que Julia requiere apoyarse fuertemente en las dos primeras fases para definir el modelo matemático, a diferencia de Miguel, quien su conducta F3 se estimula a sí misma, coincidiento con la única relación significativa que se presenta cuando procesamos los datos aglutinados para la fase 3.

Julia y Miguel tienen una coincidencia con los datos aglutinados de estimulación de las conductas F5 y F7 cuando fijamos como conducta criterio la fase de interpretación de la solución (Fase 5), a diferencia de Eduardo donde esta conducta activa la fase de resolución del problema matemático (Fase 4).

Cuando fijamos como conducta criterio la fase de verificación del modelo (Fase 6), solamente Miguel coincide con las dos relaciones significativas que se presentan para los datos aglutinados, estimulando esta misma fase y la fase de elaboración del informe (Fase 7). La conducta de Eduardo en este caso solamente coincide activando esta última fase (reportar, explicar, predecir).

Por último, si fijamos la fase de elaboración del reporte (Fase 7) como conducta criterio y comparamos cada caso con los datos aglutinados, observamos en la tabla 6.21 que Julia y Miguel coinciden estimulando la fase de interpretación de la solución (Fase 5), Eduardo y Miguel, activando la fase de verificación del modelo (Fase 6) y solamente Julia coincide con la relación significativa que la conducta F7 se activa a sí misma en ambos planos.

Segundo cuadrante

Eduardo y Miguel tuvieron el mismo patrón de conducta significativa con respecto a los datos aglutinados cuando fijamos como conducta criterio la fase de formulación del problema matemático (Fase 3), estimulando la fase de hacer suposiciones (Fase 2).El caso de Julia fue coincidente en relaciones significativas con los datos aglutinados cuando fijamos como criterio cualesquiera de las fases 4, 5, 6 o 7, activando hacia atrás e inhibiendo hacia adelante la fase de formulación del problema (Fase 3) para el caso de la conducta criterio F4 y la fase de resolución del problema (Fase 4) para el caso de las conductas criterio F5, F6 y F7. El caso de Miguel fue coincidente en relaciones significativas con los datos aglutinados cuando fijamos como conducta criterio la fase de verificación del modelo (Fase 6) al estimular en el plano retrospectivo e inhibir en el plano prospectivo a las conductas F4 (resolver el problema) y F5 (interpretar la solución).

Tercer cuadrante

Las relaciones significativas de inhibición en ambos planos coincidentes para cada alumno con el procesamiento de datos aglutinados pueden verse en la tabla 6.21.

Cuando fijamos como criterio las conductas F1 y F2 se presenta el mismo patrón de conducta para ambos casos con respecto a los datos aglutinados, es decir:

- La conducta de Julia inhibe hacia adelante y hacia atrás a las conductas F5 y F7.
- La conducta de Eduardo inhibe en ambos planos a la conducta F4.
- La conducta de Miguel inhibe de igual manera a las conductas F4 y F5.
- La conducta considerando los datos aglutinados inhiben además a la fase de verificación del modelo (Fase 6).

Por otra parte, si la conducta F3 (formular el problema) se fija como criterio, entonces esta conducta para Julia y Miguel coincide con los datos aglutinados, inhibiendo en ambos planos a la conducta F5 (interpretar la solución). Para el caso de Julia, existe además una coincidencia de desempeño al presentarse inhibiciónde la conducta F7 (reportar) y para el caso de Miguel, de la conducta F6 (verificar el modelo).

Fijar la conducta F4 (resolver el problema) como criterio para Eduardo y Miguel presenta coincidencias con los datos aglutinados, inhibiendo en ambos planos las conductas F1 (leer el problema) y F2 (hacer suposiciones).

Si ahora consideramos la conducta F5 (interpretr la solución) como criterio, entonces las coincidencias de desempeño con respecto a los datos aglutinados se presenta para los casos de Julia y Miguel, inhibiendo hacia adelante y hacia atrás, las fases de lectura y comprensión del problema (Fase 1), hacer suposiciones (Fase 2) y formular el problema (Fase 3).

El desempeño de Miguel coincide con las relaciones significativas que se presentan para los datos aglutinados cuando fijamos como conducta criterio la fase de verificación del modelo (Fase 6) al provocar una inhibición a la conducta F3 (formular el problema) en ambos planos. Cabe mencionar que cuando fijamos esta conducta (F6) como criterio para los datos aglutinados se presentan conductas de inhibición para las fases de lectura del problema (Fase 1) y hacer suposiciones (Fase 2).

Por último, en el tercer cuadrante existen coincidencias de relaciones significativas para el caso de Julia con respecto a los datos aglutinados cuando consideramos la conducta F7 (reportar) como conducta criterio, al inhibirse las fases de lectura del problema (Fase 1), hacer suposiciones (Fase 2) y formular el problema (Fase 3).

Cuarto cuadrante

Eduardo y Miguel coinciden con las relaciones significativas que se presentan para el caso de procesar los datos aglutinados cuando fijamos como conducta criterio la fase de hacer suposiciones (Fase 2) al inhibir en ambos planos a la conducta F3 (formular el problema). Asimismo, el desempeño de Julia coincide con los datos aglutinados, inhibiendo significativamente en ambos planos a las conductas F4 (resolver el problema) cuando fijamos como conducta criterio F3 (formular el problema) y a las conductas F5 (interpretar la solución), F6 (verificar el modelo) y F7 (reportar, explicar, predecir), cuando fijamos F4 (resolver el problema) como conducta criterio. Cuando fijamos como criterio la conducta F5 (interpretar la solución), la actuación de Miguel coincide con el procesamiento de los datos aglutinados, inhibiendo significativamente en ambos planos la conducta F6 (verificar el modelo).

Destacamos las conductas diferentes que se presentaron en este cuadrante con respecto a los datos aglutinados como puede observarse en la tabla 6.21:

- El desempeño de Miguel cuando fijamos como criterio la conducta F3 (formular el problema), debido a que en este caso inhibe esta misma conducta en ambos planos, a diferencia de que para los datos aglutinados se inhibe la fase de resolución del problema (Fase 4).
- El desempeño de Eduardo al considerar la conducta F5 (interpretar la solución) como criterio, debido a que para este caso se inhibe en ambos planos la conducta F7 (reportar) y para el caso de los datos aglutinados, la conducta que es inhibida en ambos planos es la fase de verificación del modelo (Fase 7).

Capítulo 7

Conclusiones y principales aportaciones de la investigación

Presentamos en este capítulo una síntesis del proceso de investigación realizado y de los principales resultados obtenidos que nos permiten establecer conclusiones relativas a a cada uno de los objetivos planteados. Previamente recordamos el problema de investigación recuperando aquí los objetivos generales y específicos presentados en el primer capítulo de esta memoria.

7.1 Recordando el problema de investigación

Como se presentó en el capítulo 1, el problema de investigación abordado en este trabajo viene definido por dos objetivos generales de investigación:

Objetivo OG1. *Analizar cómo estudiantes de ingeniería implementan y se apropian del proceso de modelización como metodología para abordar la resolución de problemas de optimización con apoyo del CAS Maple, por medio de un experimento de enseñanza que incorpore la modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje.*

Objetivo OG2. *Evaluar las actitudes de estudiantes de ingeniería hacia el uso de tecnología para hacer y aprender matemáticas y analizar su variación antes y después de la participación en el experimento de enseñanza referido.*

Partiendo de estos dos objetivos generales, recogemos aquí de nuevo los cuatro objetivos específicos planteados en relación con estudiantes de ingeniería de recién ingreso en la universidad, para analizar en los siguientes apartados el grado en que han sido alcanzados.

O1: *Diseñar e implementar intervenciones de aula que involucren como estrategia de enseñanza-aprendizaje el proceso de modelización y como recurso tecnológico el CAS Maple en la resolución de problemas de optimización, para implementar como parte empírica de un experimento de enseñanza.*

O2: *Diseñar, validar e implementar un cuestionario que permita evaluar las actitudes de los estudiantes referidos hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas.*

O3: *Evaluar las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas y el efecto en las mismas de su participación en las intervenciones en el aula que componen la parte empírica del experimento de enseñanza.*

O4: *Analizar estudiantes con perfil diferente en cuanto a su nivel de experiencia con el uso de tecnología CAS, sus actitudes ante el uso de la tecnología y su nivel de rendimiento en matemáticas, implementan y se apropian del proceso de modelización a lo largo de las diferentes sesiones de trabajo en resolución de problemas de optimización así como qué dificultades encuentran en dicha implementación y qué uso hacen del software Maple y de los diferentes tipos de representaciones.*

7.2 Conclusiones

Detallamos el grado y modo en que se ha dado cumplimiento a los objetivos específicos de la investigación distinguiendo las dos componentes de la investigación realizada: el experimento de enseñanza y el estudio mediante encuesta.

7.2.1 Experimento de enseñanza

En este apartado, detallamos el grado y modo en que se ha dado cumplimiento a los dos objetivos específicos relativos al experimento de enseñanza: O1 y O4.

Objetivo O1. *Diseñar e implementar intervenciones de aula que involucren como estrategia de enseñanza-aprendizaje el proceso de modelización y como recurso* *tecnológico el CAS Maple en la resolución de problemas de optimización, para implementar como parte empírica de un experimento de enseñanza.*

En el capítulo 3 se ha descrito de forma detallada el diseño de las seis sesiones de trabajo en el aula de las que estuvo compuesto el experimento de enseñanza. En primer lugar y tras la consulta de las diversas propuestas para estructurar y llevar al aula el proceso de modelización matemática que encontramos en la literatura (recogidas en el capítulo 2), seleccionamos el diagrama a seguir en la implementación de la modelización como estrategia metodológica para abordar la resolución de problemas. Elegimos seguir el modelo propuesto por Galbraith y Clatworthy (1990) al cual realizamos una ligera modificación al añadirle una octava fase a las siete fases que lo componen, consistente en la redefinición del problema después de su resolución. Esta última fase requería modificar las restricciones inicialmente impuestas en la fase de suposiciones para abordar el problema matemáticamente, e iniciar un nuevo ciclo del proceso de modelización. Para facilitar la implementación del proceso de modelización a los estudiantes, desglosamos dichas fases en varias acciones.

Por otra parte, diseñamos cuatro problemas de optimización cuasi-reales adecuados al contexto de los estudiantes participantes en la experiencia de aula. Los cuatro problemas se elaboraron tomando como referentes problemas típicos de optimización en Cálculo y aludiendo a noticias de interés y actualidad relativas a la problemática socio-económica de los estudiantes. Estos problemas fueron presentados a los estudiantes en cuadernos de trabajo que incluían el enunciado del problema y las fases y acciones del proceso de modelización, sin detallar las cuatro acciones de la fase 4 de resolución del problema: calcular la derivada del modelo, determinar los números críticos, verificar los extremos, identificar los valores que resuelven el problema.

Inicialmente se había diseñado una sesión por problema, es decir, cuatro sesiones de resolución de problemas. Sin embargo, no fue posible concluir un ciclo del proceso de modelización en la primera sesión de resolución de problemas (sesión 2) y como formaba parte de nuestros principales objetivos, el grupo investigador decidió continuar este ciclo en la siguiente sesión de dos horas. Como es propio de la metodología de investigación implementada (investigación de diseño), se tomaron decisiones después de cada ciclo para implementar en el siguiente ciclo, entre las que destacamos, hacer hincapié en la importancia de la interpretación de la solución (Fase 5), identificar limitaciones (acción de la fase 6) y elaborar el reporte (Fase 7) de manera formal.

En las primeras tres sesiones se intercaló el trabajo individual del estudiante con el ordenador con el desarrollo de puestas en común, guiadas por la investigadora-docente, en las cuales se revisaron las acciones previas realizadas por los estudiantes y se establecieron acuerdos dirigidos a que todos los estudiantes obtuvieran un mismo modelo. La última sesión se diseñó para que los estudiantes trabajaran de forma autónoma, resolviendo el problema Nº 4 como si estuvieran realizando un proyecto individual, actividad que podría ser considerada como una posible tarea a realizar en su futuro profesional como ingenieros. En todas las sesiones los alumnos podían consultar a la investigadora-docente para resolver las dudas que se les fueran planteando respecto al proceso de modelización o al uso del Maple.

Objetivo O4. *Analizar cómo estudiantes con perfil diferente en cuanto a su nivel de experiencia en el uso de tecnología CAS, sus actitudes ante el uso de la tecnología y su nivel de rendimiento en matemáticas, implementan y se apropian del proceso de modelización a lo largo de las diferentes sesiones de trabajo en resolución de problemas de optimización así como qué dificultades encuentran en dicha implementación y qué uso hacen del software Maple.*

Para la consecución de este objetivo seleccionamos a tres estudiantes con diferente perfil en cuanto al nivel de experiencia con el uso de tecnología CAS en matemáticas, sus actitudes hacia el uso de la tecnología en matemáticas antes y después de la experiencia de aula, así como respecto a su rendimiento académico. A continuación recordamos estas características de los tres estudiantes seleccionados para los tres estudios de casos.

Perfil

Julia: Estudiante sin experiencia en el uso de tecnología CAS, pues solamente tenía conocimiento del Derive. Expone en su Pre Test que no le gusta trabajar las matemáticas con el uso de tecnología, mostrando rechazo al uso de la misma y preferencia por las clases al estilo tradicional. Después de la experiencia de aula, Julia reconoce la utilidad de la tecnología en clases de matemáticas, sobre todo para realizar gráficas y cálculo complejos, pero no para el aprendizaje de las mismas, aunque sigue expresando su preferencia por la impartición de las matemáticas al estilo tradicional. Podemos decir que sus actitudes hacia el uso de la tecnología en las matemáticas mejoraron al reconocer la utilidad de la misma para la parte operativa de las matemáticas, aunque reporta falta de gusto por el uso de la tecnología en las matemáticas.En todo momento demostró una disposición cooperativa en las sesiones de trabajo en el aula.

Julia tenía conocimiento previo del tema de optimización en Cálculo antes de la experiencia de aula. Presentaba un alto rendimiento en matemáticas tanto en las asignaturas de matemáticas del bachillerato como en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I, asignatura de primer semestre donde se enmarca nuestro estudio.

Eduardo: Estudiante con conocimiento medio de la tecnología CAS, debido a que tenía conocimiento de tres de estos tipos de software (incluyendo el Maple), aunque nunca había trabajo en clase de matemáticas con ninguno de ellos. Considera que la tecnología es útil para las matemáticas y expresa un gusto por el uso de la tecnología, al mismo tiempo que refleja una oposición al rechazo de esta herramienta como ayuda para las matemáticas. En general podemos decir que Eduardo antes de la experiencia, manifiesta una actitud positiva hacia el uso de la tecnología en las matemáticas.La opinión de Eduardo después de la experiencia de aula fue modificada por las dificultades que se le presentaron relativas a fallos en el uso del software y del hardware, aunque siguió considerando útil la tecnología para realizar operaciones de cálculo complejas en poco tiempo.

Eduardo no tenía conocimientos previos del tema de resolución de problemas de optimización en Cálculo antes de su formación universitaria. Suspendió la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I dos veces.

Miguel: Alumno que tiene un alto conocimiento del uso de tecnología CAS y había trabajado con tres de ellos en clase de matemáticas (incluyendo el Maple) y de manera personal con otros dos más. Antes de la experiencia manifiesta una actitud neutral hacia el uso de la tecnología en las matemáticas y considera útil la tecnología para hacer matemáticas pero no para su aprendizaje. Después de la experiencia, Miguel pone de manifiesto cierta evolución hacia una actitud positiva especialmente en el gusto por el uso de la tecnología en las matemáticas y al mostrar menor rechazo al uso de la tecnología en las matemáticas.

Al igual que Julia, también tenía conocimientos previos del tema objeto de nuestro estudio. Su rendimiento en el bachillerato en las asignaturas obligatorias de matemáticas es medio-alto y alto en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I.

Con respecto al objetivo de investigación O4, que hace referencia al desempeño de los estudiantes a lo largo de las sesiones de resolución de problemas, lo consideramos alcanzado. Hemos analizado el comportamiento de cada uno de los tres alumnos seleccionados cuando resuelven problemas mediante el proceso de modelización con la ayuda del Maple, desde diferentes puntos de vista: rutas seguidas en el proceso de modelización, distribución de tiempos empleados y acciones realizadas en cada fase del proceso (detallando dichas acciones), elementos que integraron sus reportes, representaciones y uso del Maple, dificultades y errores con respecto al uso del Maple tanto como al proceso de modelización y, por otra parte, las interacciones entre las fases que ejecutaron, las secuencias de comportamiento, el detalle de las interacciones, las probabilidades de transición y el análisis global entre las fases mediante la técnica de coordenadas polares.

El desempeño de cada uno de los estudiantes al seguir el proceso de modelización para resolver problemas con el uso del Maple fue diferente en cada uno de los aspectos analizados. A continuación sintetizamos los resultados obtenidos para el caso de cada alumno.

Distinguiendo por alumno

<u>Julia</u>: Los conocimientos previos de esta alumna sobre el tema de problemas de optimización le fueron de gran ayuda en las sesiones de resolución de problemas. En función de su desempeño a lo largo de las sesiones, podemos concluir que Julia le resta importancia a explicitar las suposiciones en las que se basa para la formulación del modelo, así como también que no requiere replantear el problema con sus propias palabras ni tampoco definir palabras clave para abordar su resolución. Sin embargo, esta forma de proceder de Julia hace que invierta una mayor cantidad de tiempo para formular el problema. Así mismo, esta estudiante tiende a no verificar los extremos para comprobar si el resultado obtenido representaba la solución. También se detecta una falta de atención hacia la verificación de si la solución obtenida cumple con las condiciones inicialmente establecidas. Se podría decir, que la forma en que Julia

implementa el proceso de modelización es más propia de un enfoque tradicional de resolución de problemas que del proceso de modelización matemática.

El proceso de modelización ejecutado por Julia implicó un seguimiento no secuencial de las fases. No le fueron necesarias acciones como las suposiciones de la fase 2 y el replanteamiento del problema de la fase 1, para la definición de su modelo matemático (Fase 3). En general, las interacciones son más frecuentes entre fases correlativas y predominaron las transiciones hacia fases posteriores del proceso de modelización. La interacción entre las fases resultó más frecuente cuando se va reduciendo de forma progresiva la guía facilitada por parte de la investigadora-docente, con la excepción de la última sesión.

Las fases donde Julia invirtió mayor cantidad de tiempo fueron las fases de lectura y comprensión del problema (Fase 1) y formulación y resolución del problema matemático (fase 3 y 4, respectivamente). A medida que se avanzó en el experimento de enseñanza, se detectó un aumento en el tiempo dedicado a la fase de resolución (Fase 4), posiblemente por los problemas que se le presentaron con el uso del Maple al definir inadecuadamente sus funciones que repercutió en el cálculo de la derivada del modelo.

En función de lo anterior y como también lo revela el análisis secuencial mediante coordenadas polares, la clave en el caso de Julia podría situarse en el comportamiento de la fase 4, como si esta fase sirviera de nexo entre ambos grupos (entre las fases 1, 2 y 3, y entre las fases 5, 6 y 7).

Las dificultades que encuentra Julia en el desarrollo del proceso de modelización con Maple son debidas en su mayoría al uso de este CAS, mayoritariamente en el uso de la sintaxis y los parámetros necesarios para comunicarse con el programa. Julia presenta particularmente dificultades a la hora de mostrar gráficamente la solución del problema.

Julia utiliza el Maple para los cuatro tipos de representaciones (simbólica, gráfica, verbal y esquemática). Esta alumna utiliza la representación simbólica para acciones de las fases 3 y 4, específicamente para formular el modelo y calcular la derivada del modelo; la representación gráfica, para acciones de las fase 5 (elaboración de la gráfica del modelo) y de la fase 6 (confirmación de la validez de la solución); la representación verbal, para acciones de las fases 1, 2, 5 y 6, tales como replantear el problema, hacer suposiciones, identificar limitaciones e interpretar las soluciones, respectivamente; y la representación esquemática para acciones de la fase 1, particularmente para elaborar el dibujo esquemático del problema.

Julia es una alumna sobresaliente durante el bachillerato, estatus que sigue conservando en la actualidad y es una alumna que sigue con fidelidad las instrucciones de la investigadora-docente y las puestas en común, además que aunque en ambos tests (Pre y Post) se manifiesta a favor de la enseñanza tradicional de las matemáticas, en función de su producción registrada en los videos, demuestra ser participativa y sobre todo abierta a experimentar con nuevos métodos de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas.

<u>Eduardo</u>:

Eduardo centra su trabajo en las primeras cuatro fases del proceso de modelización, y en promedio invertiendo la mayor parte del tiempo, a las fases de lectura y comprensión de1 problema (Fase 1) y a la fase de formulación del mismo (Fase 3). Esta distribución de tiempo es concordante con la falta de experiencia previa de este alumno con respecto al tema (resolución de problemas de optimización en Cálculo) y con su débil respaldo de conocimientos con respecto a las asignaturas que representan antecedentes previos importantes para el Cálculo. Este alumnodescribe las suposiciones antes de formular el modelo, solamente en lasesión 2 (en la sesión 4, no son suposiciones las que describe) y omite acciones de las fases 5 y 6, particularmente haciendo un uso nulo de la representación gráfica que elabora solamente en dos de las sesiones (sesiones 2 y 4). En general, las limitaciones las establece señalando falta de precisión por la propia naturaleza de las magnitudes y el uso limitado de decimales.

Eduardo dedicó mayor tiempo en promedio a las fases 3 y 1, aunque en el tiempo dedicado a la fase de formulación del problema (Fase 3) se detectó una amplia fluctuación, así como disminución en el tiempo dedicado a la fase de lectura y comprensión del problema (Fase 1). Todo pareció indicar que su falta de experiencia previa en problemas de optimización lo llevó a seguir con atención las puestas en común y las instrucciones de la investigadora-docente.

En lo que respecta al análisis secuencial de datos mediante coordenadas polares, se concluye que la conducta clave de Eduardo resultó ser la fase de definición del problema matemático, es decir, su respaldo matemático deficiente lo llevó a enfrentarse a varias dificultades a la hora del establecimiento de su modelo.

La situación de Eduardo, al no cursar las asignaturas de matemáticas de preparación para cursar asignaturas más avanzadas, por ejemplo, Cálculo, repercutió en que incurriera en errores tanto procedimentales como conceptuales del proceso de modelización; lo que e generó dificultades durante la fase de resolución del problema en el caso de los errores procedimentales y durante las fases de definición y resolución del modelo en el caso de los errores conceptuales. Eduardo también incurrió en errores con el uso del Maple a pesar que tenía conocimiento de este software. Al igual que Julia, la mayoría de sus informes fueron breves considerando solamente los mismos dos elementos prioritarios, pero a diferencia de Julia, el caso de Eduardo reporta poca prioridad en sus informes en cuatro elementos (validez de la solución, descripción de la forma de abordar las dificultades, uso de los gráficos e interpretación de la representación gráfica) al no considerarlos en el informe en ninguna de las sesiones. Cabe destacar que este alumno redactó en su hoja de trabajo frases que consideró como suposiciones, aunque realmente no lo eran.

El bajo rendimiento de Eduardo en las asignaturas de matemáticas durante el bachillerato y el no haber cursado las asignaturas previas para una preparación adecuada al tema de problemas de optimización en un curso de Cálculo, resultó ser la causa de las dificultades que se le presentaron a este alumno con respecto a esta nueva metodología de resolución de problemas. Consideramos que posiblemente esta situación es la que lo llevó a demostrar cierto grado de frustración con el uso del Maple.

Miguel: Su conocimiento previo del tema (problemas de optimización) y el uso del Maple antes de la experiencia de aula, posiblemente fue lo que marcó la forma autónoma del desempeño de Miguel a lo largo de las sesiones de aula, a partir de la sesión 2 y más evidente durante la sesión 6. Este alumno realizó la totalidad de las fases para tres de los cuatro problemas planteados (problemas, 1, 2 y 3), empleando la mayor parte de su tiempo en las fases 1, 3 y 4. Así mismo, con respecto al desempeño de Miguel podemos concluir que consideró como limitaciones la frase que había redactado en su hoja de trabajo como suposiciones, además de que le restó importancia a las interpretaciones tanto gráfica como analítica de la solución.

El análisis secuencial de los datos de Miguel mediante coordenadas polares indicó que sus conductas clave fueron las fases de definición (Fase 3) y resolución (Fase 4) del problema matemático que hicieron las veces de puente entre las dos primeras conductas (lectura y suposiciones) y las tres últimas conductas (interpretación de la solución, verificación del modelo y elaboración del reporte).

La mayoría de las dificultades con las que se enfrenta Miguel se debieron a errores relacionados con el uso del Maple durante todas las sesiones, predominando los errores de sintaxis, seguidos de los errores del modo inadecuado de la selección de comandos.

Miguel utilizó los cuatro tipos de representaciones (verbal, gráfica, simbólica y esquemática), la representación verbal en las fases 1,2, 5 y 6, la representación gráfica para verificar los extremos mediante la gráfica de la derivada (acción de la fase 4) y para graficar el modelo (acción de la fase 5), la representación simbólica, básicamente para formular y resolver el problema (fases 3 y 4) y la representación esquemática durante la fase 2, elaborando dibujos esquemáticos para los problemas de rutas.

La forma autónoma de actuar de Miguel a partir de la resolución del segundo problema durante la cuarta sesión, indica que sus conocimientos previos del tema de problemas de modelización y haber trabajado con anterioridad en matemáticas con Maple le sirvieron de gran ayuda. No obstante, este estudiante incurrió en una variedad de errores con el uso de este software, así como también en errores relativos al proceso de modelización, tanto procedimentales como conceptuales. Resolver los problemas a su propio ritmo, sin prestar demasiada atención a la guía de la investigadora docente, pudo haber sido la causa. Su experiencia en el uso del Maple posiblemente fue lo que lo llevó a experimentar en una de las sesiones obteniendo la solución gráfica del problema antes de la solución analítica, situación que con los otros dos alumnos no se presentó. Cabe destacar que el único elemento prioritario de Miguel en sus informes fue el resumen del procedimiento. A diferencia de los otros dos alumnos, Miguel consideró el establecimiento de suposiciones, como acción prioritaria.

Análisis conjunto del desempeño de los tres estudiantes

Las producciones obtenidas a través de los videos sobre las actividades realizadas por Julia y por Miguel en el ordenador, parecen mostrar que para estos dos alumnos, la resolución de problemas de optimización usando una metodología de modelización con la ayuda del Maple representó un reto académico. Lo anterior podríamos sustentarlo con el hecho de que para Julia, el conocer cómo resolver problemas de optimización por el método tradicional, la llevó a que con la ayuda de las puestas en común y la asesoría personalizada por parte de los profesores fuera subsanando sus dudas (mayormente con uso del Maple) y siguiera avanzando en la resolución del problema. El caso de Miguel se percibe de mejor manera con respecto a que su forma de actuar refleja para él, un reto en la resolución de problemas de optimización mediante esta nueva metodología (modelización matemática con tecnología), debido a la forma autónoma de su desenvolvimiento a partir de la segunda sesión, lo que también refleja conocimiento previo tanto del tema como del uso del Maple. Los tres alumnos consideraron como acción prioritaria la de leer y comprender el problema. Otras acciones prioritarias en los tres casos fueron identificar y definir variables, formular el modelo matemático, calcular la derivada y elaborar el informe. La única acción considerada minoritaria por los tres alumnos resultó ser la interpretación de la solución analítica y por dos de ellos (Julia y Eduardo) el hacer suposiciones.Cabe destacar que esta última acción resultó prioritaria realizarla por Miguel y que los alumnos no distinguen entre suposiciones y limitaciones.

Los tres alumnos utilizan la tecnología CAS, básicamente para los cálculos largos y complejos, es decir, solo como una herramienta de ayuda sin explotar todo el potencial que tiene el software Maple debido a la falta de experiencia en su uso.

Otros usos que pudieran haber hecho los alumnos con Maple son:

- Hubieran podido comprobar resultados de la respuesta de los problemas haciendo uso de la opción que permite mediante un asistente de optimización, hallar de forma directa la gráfica del modelo matemático, así como visualizar en dicha gráfica el extremo relativo (mínimo o máximo) y obtener el valor.
- Hubieran podido comprobar paso a paso la derivada del modelo matemático.
- Hubieran podido graficar el modelo matemático y su derivada mediante una opción directa y apreciar visualmente la solución al problema mediante el corte de la gráfica de la derivada con el eje de las abscisas.

Con respecto a la experiencia y conocimiento de Maple podemos decir, que para el caso de Julia se limitó a la sesión de dos horas realizada como primera sesión de trabajo de la experiencia de aula y para el caso de Eduardo, este alumno solamente tenía conocimiento de la existencia del Maple. Miguel es el único alumno que podemos considerar que va más allá de lo que se esperaba, puesto que recordemos, Miguel se desempeñó a su propio ritmo y fue el único que demostró experimentar resolver un problema de manera gráfica antes que analítica. Por otra parte, la falta de experiencia de Julia en el conocimiento del Maple se subsanó consultando sus dudas con los profesores y así poder avanzar en la resolución de los problemas. Eduardo no hizo uso de las facilidades del Maple para la definición de funciones, puesto que solo tenía conocimiento de la existencia del mismo.

Consideramos que los errores en los que los tres alumnos incurrieron a lo largo de su comportamiento resolviendo problemas no representaron un efecto negativo para los casos de Julia y Miguel, puesto que su participación activa de manera dirigida para el caso de Julia y de forma autónoma para el caso de Eduardo, los llevó a realizar la mayor parte de las fases en cada una de las sesiones de resolución de problemas. Solamente Eduardo percibió “frustración” después de la experiencia, pero con respecto al uso de la tecnología, situación que creemos se debió a su débil bagaje de conocimientos matemáticos previos. Incluso creemos también que si Eduardo hubiera tenido este respaldo académico, no hubiera importado haber tenido experiencia o no con el tema de resolución de problemas de optimización, aunque no negamos que sirvió de ayuda para los otros dos casos.

Los tres alumnos utilizan en algún momento cada una de las cuatro representaciones (esquemática, verbal, simbólica y gráfica). Julia y Miguel, a diferencia de Eduardo, hicieron uso de una mejor manera de la representación simbólica y gráfica, debido a que los dos primeros estudiantes además de realizar la gráfica del modelo matemático, utilizaron la representación gráfica para ayudarse en la verificación de los extremos para el caso de Miguel y para la confirmación de la validez de la solución para el caso de Julia. Miguel antes de proceder a resolver el problema analíticamente, utiliza la representación gráfica del modelo para visualizar y posiblemente aproximar la respuesta de la solución al problema.

El CAS fue un elemento clave para facilitar la apropiación del proceso de modelización por parte de los tres alumnos, al disminuir la influencia de falta de dominio en la manipulación simbólica o en la realización de representaciones gráficas, y sobre todo reducir la carga cognitiva de la resolución matemática del problema dada la alta demanda cognitiva que autores como Crouch y Haines (2007) le reconocen al proceso de modelización.

Por otra parte, el procesamiento de datos aglutinados para el análisis secuencial mediante coordenadas polares, llevó a la conclusión que las dos primeras fases (lectura del problema y hacer suposiciones) se estimularon a sí mismas tanto en sentido de avance como de retroceso y que ambas fases inhiben en ambos planos que las últimas cuatro fases (resolución del problema, interpretación de la solución, verificación del modelo y elaboración del reporte) sean llevadas a cabo. Asimismo, se formaron tres bloques de conductas tipo: el bloque formado por las dos primeras fases (lectura del problema y establecimiento de suposiciones que incluye la definición de variables), el formado por las fases de formulación y resolución del problema (fases 3 y 4) y por último el formado por las últimas tres fases (interpretación de la solución, verificación de la validez del modelo y elaboración del reporte).

7.2.2 Estudio mediante encuesta

El segundo objetivo general condensó otros dos objetivos específicos referentes al estudio de las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas con tecnología. Describimos a continuación el grado y modo en que se les ha dado cumplimiento.

Objetivo O.2. *Diseñar, validar e implementar un cuestionario que permita evaluar las actitudes de los estudiantes referidos hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas.*

Para dar respuesta a este objetivo, en una primera parte de la investigación, antes de implementar el experimento de enseñanza, se diseñó, validó e implementó la primera versión del cuestionario de actitudes, lo que permitió identificar modificaciones a realizar en el mismo de cara a su posterior uso en la segunda parte de la recogida de datos.

Inicialmente procedimos a realizar una revisión de diferentes tipos de encuestas que evaluaban las actitudes de los estudiantes ante el uso de la tecnología en las matemáticas y que habían sido validadas. A partir de las mismas diseñamos un cuestionario de actitudes que permitiera evaluar diferentes aspectos tales como, la utilidad de la tecnología, el gusto por usarlas, el interés porque se involucrara la tecnología en las clases de matemáticas; no solamente para simplificar cálculos sino como un recurso de enseñanza y también de aprendizaje de conceptos matemáticos. El cuestionario de actitudes incluyó tres apartados, una escala de Likert de 35 ítems, selección de conocimiento y uso de tecnología CAS y comentarios como respuesta a una pregunta abierta. El nuevo cuestionario construido fue validado aplicándolo a una muestra de alumnos de todos los programas de ingeniería (siete programas) que en esa época se impartían en el Campus de Ingeniería y Ciencias Exactas de la Universidad Autónoma de Yucatán.

Se realizó un análisis factorial con los 35 ítems de la escala de Likert que permitió categorizarlos en, utilidad de la tecnología, gusto por la integración de la tecnología, no utilidad de la tecnología y aspectos metacognitivos; así como detectar los ítems problemáticos que sirvieron para mejorar el instrumento.

Por otra parte, se realizó un análisis de contenido con respecto a los comentarios descritos por los alumnos como respuesta a la pregunta abierta del cuestionario, obteniendo una relación de categorías afectivas que posteriormente utilizamos para clasificar las actitudes de los estudiantes del grupo participante de la experiencia de aula.

El proceso de diseño, validación e implementación ha sido publicado en López, Castro y Molina (2013).

Objetivo O.3. *Evaluar las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas y el efecto en las mismas de su participación en las intervenciones en el aula que componen la parte empírica del experimento de enseñanza.*

Para dar respuesta a este objetivo contábamos con la versión definitiva del cuestionario ya validada. Este cuestionario se aplicó al grupo de estudiantes participantes en la segunda parte de la recogida de datos antes y después de las sesiones de trabajo en la resolución de problemas con Maple.

La experiencia de trabajo en el aula resolviendo problemas con la ayuda del software Maple no tuvo incidencia significativa en las actitudes de los estudiantes hacia el uso de la tecnología en matemáticas, como se comprueba con los resultados obtenidos en el Pre Test y el Post Test que arrojan que el grupo en general tenía inicialmente una actitud positiva antes de la experiencia de aula y que conservó esta tendencia después de la misma. Las diferencias significativas que se detectan tras la experiencia informan que disminuye el gusto por el uso de los computadores, pero aumentó el número de estudiantes que consideran que valió la pena aprender a usar el Maple y que por propia elección afirman que lo usarán de nuevo para hacer matemáticas.

Las actitudes de los estudiantes en general mostraron cierta preferencia por el método de enseñanza tradicional, aunque reconocieron la utilidad de la tecnología para economizar el tiempo y el esfuerzo necesario para ejecutar cálculo simbólico y representaciones gráficas.

El análisis no paramétrico de la Prueba de Wilcoxon para dos muestras relacionadas arrojó que la experiencia de aula de resolver problemas con el uso de tecnología no influyó en las actitudes del grupo participante. Este resultado era esperable dado que como señalan los estudios previos, para afectar a las actitudes de las personas se requiere de experiencias prolongadas en el tiempo, debido a que las actitudes son aprendidas (Vázquez y Manassero, 1997).

7.3 Limitaciones de la investigación

En este apartado indicamos algunos de los elementos que consideraremos limitaciones de este trabajo de investigación, y en algunos casos el modo en que han intentado ser subsanadas parcialmente en el desarrollo del trabajo. Estas limitaciones hacen referencia a los sujetos participantes en el estudio, las condiciones del entorno y el diseño de la recogida de datos.

Sujetos participantes

Las limitaciones con respecto a los sujetos participantes las planteamos solamente en función del segundo grupo de la muestra, es decir, los alumnos que participaron en la experiencia de aula.

Los resultados correspondientes al experimento de enseñanza se refieren a un tipo de alumnos específicos: alumnos pertenecientes a un grupo de estudiantes de ingeniería de primer ingreso del Campus de Ingenierías y Ciencias Exactas de la Universidad Autónoma de Yucatán. La elección de dicho grupo ha sido accidental, causada por la disponibilidad y facilidades dadas por la institución (centro de trabajo de la autora de este trabajo) para la implementación de la investigación en uno de los grupos de alumnos de primer ingreso, así como también por la disposición del profesor de Cálculo Diferencial e Integral I de dicho grupo permitiendo realizar el experimento de enseñanza durante el tiempo programado para sus clases y por las facilidades prestadas por la institución donde físicamente se llevó a cabo la investigación (una de sus aulas, provistas de un número suficiente de ordenadores para que los alumnos pudieran trabajar de forma individual). Si bien, dicho grupo no puede considerarse representativo de todos los alumnos de primer ingreso a una carrera de ingeniería, ni siquiera dentro de la misma universidad que cuenta con otros cuatro programas de ingeniería impartidos en otras dos instituciones diferentes de la citada universidad, si puede considerarse como una clase "normal" de este tipo de licenciatura, más aún si consideramos que fueron alumnos que representaron 4 de los 8 programas de ingeniería que se imparten en esta universidad.

Condiciones del entorno en la experiencia de aula

El entorno impone inevitablemente ciertas restricciones. En nuestro caso, la presencia en el aula de la persona que realizó las grabaciones en video en el aula y de dos profesores más, diferentes a su profesor de Cálculo (la investigadora docente y el investigador-adjunto), pudo influenciar el desempeño de los estudiantes. Para disminuir esta influencia el investigador-observador se situó al final del aula y la persona encargada de las grabaciones en video en la parte lateral izquierda del aula, lo que le permitía tener una buena visibilidad y al mismo tiempo estar parcialmente oculto por otra pantalla que proyectaba la actividad del ordenador principal cuando así era requerido. Para facilitar la implicación de los estudiantes se contó con la presencia del profesor titular de la asignatura estuvo presente todas las sesiones de trabajo, quién planteó las mismas como una parte más de la asignatura.

Limitaciones relativas al diseño de la recogida de datos.

En las investigaciones que incluyen experimentación en el aula el tiempo disponible para trabajar con los alumnos es habitualmente una limitación. Así fue también en este caso. Por este motivo se decidió eliminar la realización de la fase 8 que representaba extrapolar el problema en cuestión, a casos más generales, realizando un ciclo adicional en el proceso de modelización. Priorizamos el trabajo en problemas diferentes sobre el carácter cíclico de la modelización matemática.

Por otro ladso, el modo en que se organizó la grabación en video del trabajo de los estudiantes también presentó sus limitaciones. Por una parte, la falta de control sobre la activación de las grabaciones por parte de los alumnos ocasionó que no contáramos con algunas de las grabaciones. Por otra parte, tampoco pudimos capturar el momento en que los estudiantes realizaban trabajo escrito en el cuaderno impreso. Para ello hubiera sido necesario realizar grabaciones complementarias individuales de cada alumno, no únicamente de su trabajo en el ordenador.

Por último señalamos las limitaciones ocasionadas por la falta de competencia lingüística de los alumnos. En general, los estudiantes de una licenciatura y en particular los de primer ingreso no están acostumbrados a expresarse de manera escrita en un reporte formal, así como tampoco de forma verbal. Esto condicionó la información obtenida.La realización de entrevistas individuales hubiera podido complementar la información recogida.

7.4 Aportaciones del trabajo

Este trabajo aporta información de interés para los docentes de Matemáticas en Ingeniería, así como para los investigadores en Educación Matemática.

Docencia

Hemos mencionado con anterioridad que la licenciatura en ingeniería que involucra las matemáticas aplicadas en toda la extensión de la palabra por la naturaleza misma. Por consiguiente, resolver problemas reales mediante un procedimiento de modelización matemática es un método de enseñanza que puede ser utilizado tanto por los profesores que imparten las asignaturas de las ciencias básicas, como por los profesores que imparten las ciencias aplicadas y más aún por aquellos que imparten las asignaturas de ingeniería aplicada.

Las potencialidades del proceso de modelización, como contenido y como estrategia de enseñanza, recogidas en esta memoria a partir de la síntesis de estudios previos, podrían servir a los docentes para decidirse a llevarlo a la práctica en sus aulas. Así mismo se aporta una descripción de diversidad de diagramas esquemáticos entre los que escoger para que sirvan de andamiaje al alumno para poder abordar la resolución de un problema que a priori puediera no resultarle accesible en su planteamiento general. Como se ha señalado previamente, estos diagramas e incluso su posible desglose en acciones más concretas, son un instrumento útil para reducir la carga cognitiva de la tarea al estructurar la resolución del problema y permitir al estudiante focalizar su atención en las diferentes etapas que componen el proceso de modelización.

También hemos destacado la utilidad de la tecnología en clases de matemáticas, específicamente de un software con tecnología CAS, para centrar las explicaciones del profesor en los puntos conceptuales del tema en cuestión y reducir la carga de trabajo al alumno al facilitar la ejecución de cálculos en problemas de aplicación real, los cuales por lo general son complicados; así como las representaciones gráficas, de manera rápida y precisa.

La parte empírica del trabajo aporta a los docentes un ejemplo de la puesta en práctica de esta metodología innovadora para abordar en el aula problemas de optimización en Cálculo, tanto con respecto al proceso de modelización como estrategia de enseñanza-aprendizaje, como con respecto al uso de la tecnología CAS como ayuda para resolver problemas aplicados. La descripción detallada del seguimiento del proceso de modelización por parte de los tres estudiantes, aunque no permite extraer conclusiones generalizadas, es de utilidad para informar sobre componentes del proceso que requieren de especial atención en la puesta en práctica de esta estrategia de enseñanza-aprendizaje así como dificultades potenciales que pueden presentarse a los estudiantes.

Aunque el uso de la tecnología no ha tenido influencia en términos generales en las actitudes del grupo participante, consideramos que es un factor de relevancia que impacta en el interés por parte de los estudiantes en las aulas de clase, así como también, como ahorro de tiempo por parte de los docentes para centrarse en la explicación de conceptos, más que en el desarrollo manual de cálculos algebraicos y generación de gráficas, durante el proceso de enseñanza de las matemáticas.

Investigación

La revisión exhaustiva de la literatura relativa a los procesos de modelización nos ha permitido aportar una detallada información sobre la concepción de este proceso, su desglose en componentes o etapas y el estado de la cuestión en cuanto a su implementación en las aulas de diversos niveles educativos. En particular, los diferentes ciclos de modelización presentados en el capítulo 2 sirven de referencia para que los investigadores en Educación Matemática seleccionen el que se adapte mejor a sus necesidades de investigación en función del nivel escolar de los alumnos involucrados y de las características de dicho alumnado. En este sentido, el trabajo es una aportación dentro de la línea de investigación "Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico[13]", de la Universidad de Granada.

Por otra parte, y dada la escasez de antecedentes que aportan descripciones del desempeño de los estudiantes con procesos de modelización, consideramos que los

[13] Línea de investigación sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y utilización de conceptos numéricos tanto en el medio escolar como social.

resultados de los tres estudios de casos son de utilidad para generar conjeturas o hipótesis de investigación a explorar en posteriores estudios a mayor escala. Estos resultados también informan sobre el papel de la tecnología CAS en dicho proceso.

Adicionalmente se aporta un cuestionario para evaluar las actitudes de los alumnos hacia aprender y hacer matemáticas con tecnología que ha sido validado con una amplia muestra de estudiantes y que parte de cuestionarios implementados en investigaciones previas.

Por último cabe destacar como aporte metodológico de esta investigación el uso de la técnica de coordenadas polares para el análisis secuencial de conductas, dada la escasez de trabajos en el área que han hecho uso de la misma. Como señalan Codina, Cañadas y Castro (en revisión), el análisis secuencial tiene tradicionalmente su campo de aplicación en Psicología y en las Actividades Físicas y Deportivas, pero que no se tiene constancia de investigaciones con este enfoque en Educación Matemática. El análisis de las interacciones entre las fases del proceso de modelización por medio de esta técnica sirve de ejemplo de la utilidad de esta técnica y del tipo de resultados que permite obtener, si bien en nuestro caso la cantidad de datos disponibles limitan la significatividad de los resultados obtenidos.

7.5 Nuevas perspectivas y líneas de investigación abiertas

A partir del trabajo realizado, se identifican algunas cuestiones de interés para abordar en la investigación dentro del campo de Didáctica de la Matemática que quedan abiertas para futuras investigaciones.

Por una parte, cabe destacar posibles líneas de continuación en las que podemos seguir indagando a partir de los datos ya recogidos en esta investigación, considerando las producciones de un mayor número de alumnos de los participantes en el experimento de enseñanza, dado que disponemos de algunos de sus videos, y centrando la atención con mayor profundidad en alguno de los componentes tales como el tipo de problema considerado.

Por otra parte, futuros trabajos pueden “replicar” el experimento de enseñanza con otras muestras de estudiantes para contribuir a ampliar el conocimiento sobre cómo implementan y se apropian del proceso de modelización diferentes grupos de estudiantes. Así mismo se puede variar el diagrama de modelización que guía la implementación en el aula y explorar las diferencias que esto ocasiona. Otras propuestas son indagar en la influencia de la titulación que cursan los estudiantes o de su estilo aprendizaje de los alumnos (visual, auditivo y quinestésico) en su desempeño al resolver problemas mediante modelización matemática con tecnología CAS o en su uso del Maple y los sistemas de representación.

Referencias

Abboud, M. (2002).Introducing experiments into a first course in calculus.*Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. Hersonissos, Creta: Grecia.

Akey, T. (2006).*School context, student attitudes and behavior, and academic achievement: An exploratory analysis*. New York, NY: MDRC. Recuperado el 13 de agosto de 2012 de http://www.mdrc.org/publications/419/full.pdf.

Albano, G. y Desiderio, M. (2002). Improvements in teaching and learning using CAS.*Proceedings of the Vienna International Symposium on Integrating Technology into Mathematics Education (VisitMe).*Viena: Austria.

Albarracín, Ll. y Gorgorió, N. (2013). Problemas de estimación de grandes cantidades: modelización e influencia del contexto. *Revista Latiniamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 16(3), 289-315.

Alonso, F., García, A., García, F., Hoya, S., Rodríguez, G. y De la Villa, A. (2001). Some unexpected results using computer algebra systems. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, *8*(3), 239-252.

Alsina, C. (1998). Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope. En P. Galbraith, W. Blum, G. Booker, y I.D. Huntley (Eds.). *Mathematical modeling: Teaching and assessment in a technology-rich world*. Chichester, UK: Horwood.

Alsina, C., García-Raffi, L. M., Gómez, J. y Romero S. (2007). Modelling in Science Education and Learning, *SUMA*, *54*, 51-53.

Andrews, P. y Hatch, G. (2000). A comparison of Hungarian and English teachers' conceptions of mathematics and its teaching.*Educational Studies in Mathematics*, *43*(1), 31-64.

Ang, K.C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator, 6*(1), 62–73.

Ang, K.C. (2006). Mathematical Modelling, Technology and H3 Mathematics.*The Mathematics Educator, 9*(2), 33-47.

Ang, K.C. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology. En W.C. Yang, M. Majewski, T. Alwis, y W. P. Hew (Eds), P*roceedings of the15th Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 19-29). Kuala Lumpur, Malaysia: Mathematics and Technology. Disponible en http://atcm.mathandtech.org/EP2010/invited/3052010_18134.pdf.

Ang, K.C. (2013). Real- life modelling within a traditional curriculum: Lessons from a Singapore experience. En G.A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum y J. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, (pp. 131-136). New York, NY: Springer.

Ang, K.C. y Awyong, P.W. (1999).The Use of Maple in First Year Undergraduate Mathematics.*The Mathematics Educator, 4*(1), 87-96.

Anguera, M. T. (1983). *Manual de prácticas de observación*. México: Trillas.

Anguera, M. T. (1999, noviembre). Hacia una evaluación de la actividad y su contexto: ¿Presente o futuro para la metodología? *Discurso de ingreso a la Real Academia de Doctores*. Barcelona.

Anguera, M.T. (1990). Metodología observacional. En J. Arnau, M.T. Anguera y J. Gómez Benito, *Metodología de la investigación en las Ciencias del Comportamiento* (pp. 125-236). Murcia: Universidad de Murcia.

Anguera, M.T. (1997, Abril). From prospective patterns in behavior to joint analysis with a retrospective perspective. *En Colloque sur invitation «Méthodologie d'analyse des interactions sociales»*. Paris: Université de la Sorbonne.

Anguera, M.T. y Losada, J.L. (1999). Reducción de datos en marcos de conducta mediante la técnica de coordenadas polares. En M.T. Anguera (Coord.). *Observación de la conducta interactiva en marcos naturales: Aplicaciones* (pp. 163-188). Barcelona: Universidad de Barcelona.

Aravena, M. (2001). *Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica*. Tesis Doctoral. Barcelona, España.

Aravena, M. (2011). Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM)*. Recife: Brasil.

Aravena, M. y Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos, 33*, 7-25.

Aravena, M. y Caamaño, C. (2009). Mathematical Models in the secondary Chilean education. En M. Blomhøj, M. y S. Carreira (Eds.), *Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education en Monterrey, México* (Julio 6-13, 2008). Imfufa, Roskilde Universiy, Denmark: Authors.

Aravena, M. y Giménez, J. (2002). Evaluación de procesos de modelización polinómica mediante proyectos. Monografía modelización y matemáticas. *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas, 31*, 44-56.

Aravena, M; Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 11*(1), 49-92.

Área, 2005 Area, M., (2005). Tecnologías de la información y comunicación en el sistema escolar. Una revisión de las líneas de investigación. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa, 11(1), 3-25.

Arnold, S. (1991). Learning to teach mathematics with new tools.*Australian Senior Mathematics Journal, 5*(2), 75-84.

Aroshas, Verner y Berman, 2007. Integration of applications in the technion calculus course. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling in Education, Engineering and Economics*: *ICTMA12* (pp. 433-442). Chichester: Horwood.

Arrieta, J., Canul, A. y Martínez, E. (2005). Laboratorio virtual de matemáticas. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.). *Acta latinoamericana de Matemática*

Educativa 18, (pp. 785-790). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Artigue, M. (1997). Le logiciel "Derive" comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation dénvironnemnts informatiques pour lápprentissage". *Educational Studies in Mathematics, 33*, 133-169.

Auzmendi, E. (1991). *Evaluación de las actitudes hacia la estadística en estudiantes universitarios y factores que las determinan.* Tesis doctoral no publicada, Universidad de Deusto, Bilbao, España.

Bakeman R. y Quera, V. (2013). *GSEQ: Generalized Sequential Versión 5.1.15*. Obtenido de http://www.ub.edu/gcai/gseq/

Bakeman, R. y Quera, V. (2011). *Sequential Analysis and Observational Methods for the Behavioral Sciences.* Cambridge University Press: New York, USA.

Bakeman, R., y Quera, V. (1995). *Análisis de la interacción. Análisis secuencial con SDIS y GSEQ*. Madrid: RA-MA.

Balacheff, N. y Kaput, J. (1996). Computer-Based Environments in Mathematics. En A. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematical Education* (pp. 469-501). London: Kluwer Academic Publishers.

Balderas, E. (1992). Aprendizaje de conceptos del cálculo mediante la graficación en computadora. *Memorias de la VI Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Vol. 2*. Universidad Autónoma del Estado de Morelos, México. D. F.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modeling en classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM, 38*(3), 293-301.

Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.

Barnes, M. (1993). Calculus for non-specialists. En M. Artigue y G. Ervynck (Eds.), *Proceedings of working group 3 on students' difficulties in calculus, ICME-7* (pp. 73-74). Quebec, Canada.

Barquero, B. (2009). *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España.

Barquero, B., Bosch, M., y Gascón, J. (2007). La modelización matemática como instrumento de articulación de las matemáticas del primer ciclo universitario de Ciencias: Estudio de la dinámica de poblaciones. En L. Ruiz Higueras, A. Estepa, y F. J. García (Eds.), *Matemáticas, escuela y sociedad. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 531-544). Jaén: Publicaciones de la Diputación de Jaén.

Bassanezi, R. (1994). Modelling as a teaching – Learning strategy.*For the Learning of Mathematics*, *14*(2), 31-35.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.*Sao Paulo: Contexto.

Bassanezi, R. y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *Números, 32*, 13-25.

Bates, A.W. (1999). *La Tecnología en la enseñanza abierta y la educación a distancia.* México: Trillas.

Bennett, G. (1995). Calculus for general education in a computer classroom. *International DERIVE Journal, 2*(2), 3-11.

Berger, M. (2010). A semiotic view of mathematical activity with a computer algebra system. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 13*(2), 159-186.

Berry, J. y Davies, A. (1996). Written Reports. En C.R. Haines y S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and assessment: Sharing Innovative Practices* (3.3-3.11). London: Arnold.

Berry, J. y Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus.*Journal of Mathematical Behavior*, *22*(4), 481-497.

Biembengut, M.S. (julio, 1998). Modelagem Matemática e suas Implicações no Ensino. *Actas del CIBEM III*. Caracas, Venezuela.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática, 16*(2), 105-125.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2007). Modeling in engineering: Advantages and difficulties. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), Mathematical Modeling, ICTMA12, Education, engineering and economics (pp. 415-423). Chichester: Horwood Publishig.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2007). Modeling in engineering: Advantages and difficulties. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), Mathematical Modeling, ICTMA12, Education, engineering and economics (pp. 415-423). Chichester: Horwood Publishig.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2007). Modeling in engineering: Advantages and difficulties. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), Mathematical Modeling, ICTMA12, Education, engineering and economics (pp. 415-423). Chichester: Horwood Publishig.

Bishop, A. (1988). *Mathematical Enculturation: A cultural perspective on Mathematics Education.* Dordrecht: *Kluwer*. .

Blok, H., Oostdam, R., Otter, M., y Overmaat, M. (2002). Computer-assisted instruction in support of beginning reading instruction: A review. Review of *Educational Research, 72*(1), 101-130.

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modeling – A theory for practice. En B. Clarke, D. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johnansson, D. Lambdin, F. Lester, A. Walby y K. Walby (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-160). Göteborg, Suecia: National Center for Mathematics Education.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers. En M. Blomhøj y S. Carreira (Eds), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics, Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME)* (pp. 1-17). Monterrey, México.

Blomhøj, M. y Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning.*Teaching Mathematics and its Applications, 22*(3), 123-139.

Blomhøj, M. y Kjeldsen, T.H. (2007). Learning the integral concept through mathematical modelling. En G. Kaiser, F. Garcia y B. Sriraman (Eds.), *Proceedings of the WG on 'Mathematical Modelling and Applications' 5th Conference on European Research in Mathematics Education (CERME-5)*, (pp. 2070-2079). Nicosia, Cyprus: University of Cyprus.

Blomhøj, M., y Kjeldsen, T. H. (2009). Project organised science studies at university level: exemplarity and interdisciplinarity. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 41* (1-2), 183-198.

Blum, W. (2003). ICMI Study 14: Applications and modeling in mathematics education. A discussion document.*Educational Studies in Mathematics*, *51*, 149-171.

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.

Blum, W. y Niss, M. (1991).Applied mathematical problem solving, modeling, applications and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction.*Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Blum, W., y Leiβ, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan. (Eds), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester: Ellis Horwood.

Blum, W.; Galbraith, P.; Wolfgang, H-W.y Hein, N. (2007). Modelling and aplications in mathematics education.*The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. En Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.-W. y Niss, M. (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study, 405-408. New-York: Springer.

Borba, M. y Villarreal, M. (2005). Humans with media and the reorganization of mathematical thinking. New York: Springer.

Borba, M. y Villarreal, M. (2005). Humans with media and the reorganization of mathematical thinking. New York: Springer.

Borba, M., Meneghetti, R. y Hermini, H. (1997).Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinariedade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. *Educação Matemática da SBEM-SP*, *17*(3), 63-70.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process.*ZDM*, *38*(2), 86-95.

Borromeo-Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In: Haines, C. et al. (Eds), Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics. Chichester: Horwood, 260-270.

Borromeo-Ferri, R. y Lesh, R. (2013). Should interpretation systems be considered to be models if they only function implicity? En G. Stillman G. Kaiser, W. Blum y J. Brown (Eds.). *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice,* International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (pp. 57-66). New York, NY: Springer.

Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, *18*(2), 37-74.

Bosco, A. (2000). *Los recursos informáticos en la tecnología organizativa y simbólica de la escuela. Estudio de caso*. Tesis doctoral. Dpto. de Didáctica y Organización Educativa, Universidad de Barcelona.

Bovio, M. (2002). Suggestions Focusing Derive at Upper Grades. Pt.3. Examples of Software Errors. *L'Insegnamento della Matematica e delle Science Intégrate*, *25*(2), 111-128.

Brady, T. (2006). The effects of graphing calculators on student achievement in AP Calculus AB. *Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Education Department of Educational Leadershi*. Central Connecticut State University New Britain, Connecticut.

Burkhardt, H. (2007). Assessing Mathematical Proficiency: What is important? En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Assessing Students' Mathematics Learning: Issues, Costs and*

Benefits. Volume XXX. Mathematical Sciences Research Institute Publications. Cambridge: Cambridge University Press.

Burghes, D. (1980). Mathematical modelling: a positive direction for the teaching of applications of mathematics at school. *Educational Studies in Mathematics, 11* (1), 113-131.

Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms: reflections on past developments and the future.*ZDM,38*(2), 178-195.

Büyükköroglu, T., Çetin, N., Deniz, A., Düzce, S., Mahir, N. y Üreyen, M. (2006).The effect of computers on teaching the limit concept.*International Journal for Mathematics Teaching and Learning, May 3rd.*

Cabero, J. (2000). Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación: aportaciones a la enseñanza". En J. Cabero (Ed.). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación* (15-37). Madrid, Síntesis.

Camacho, M. y Depool, R. (2002). Students' attitudes towards Mathematics and computers when using DERIVE in the learning of calculus concepts. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 9*(4), 259-283.

Camacho, M. y Depool, R. (2003). Using derive to understand the concept of definite integral. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning.* Disponible en http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/matiascamacho.pdf.

Camarena, P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de maestría. Cinvestav, México.

Camarena, P. (1990). *Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*. Editorial. México: ESIME-IPN

Camarena, P. (1999). Hacia la integración del conocimiento: Matemáticas e Ingeniería, *Memorias del 2º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*. México.

Camarena, P. (2000), *Informe del proyecto de investigación titulado: "Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería"*, México, ESIME-IPN.

Camarena, P. (2001). Modelos matemáticos y su clasificación para la ingeniería. En G. Beitia (Ed.), *Acta latinoamericana de Matemática Educativa 14* (pp. 468-473). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Camarena, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa, 9*(46), 15-25.

Camarena, P. y Muro, C. (2007). Las representaciones en el proceso de modelación de la matemática en contexto. Caso: serie de Fourier en el contexto de la transferencia de masa. *Innovación Educativa, 7*(41), 1-13.

Cañadas, M. C. y Gómez, P. (2012). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Carr, A. (1989). Teaching Mathematical Modelling. En D. Blane y M. Evans (Eds.), *Mathematical modelling for the senior years* (pp. 66-71). Parkville, Missouri: The Mathematical Association of Victoria.

Castellano, J. y Hernández, A. (2003). El análisis de coordenadas polares para la estimación de relaciones en la interacción motriz en fútbol. *Psicothema, 15*(4), 569-574.

Castells, M., Flecha, R., Freire, P., Giroux, H., Macedo, D. y Willis, P. (1994).*Nuevas perspectivas críticas en educación*. España: Paidós.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona, España: Horsori-ICE Universidad de Barcelona, España

Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M. y Vandebrouck, F. (2006).Using E-Exercise Bases in mathematics: Case studies at university.*International Journal of Computers for Mathematical Learning. 11*, 327-350.

Chávez, H. y Hitt F. (1993). Estructuras, modelos y procesos cognoscitivos sobre la visualización en la enseñanza del Cálculo Diferencial usando la microcomputadora. En E. Filloy, Herrera y F. Hitt (Eds.),*Memorias de la IV Simposio Internacional* *sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 111-139). México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV del IPN.

Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A.E. Kelly, R.A. Lesh, y J.Y. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (pp. 68–95). New York: Routledge.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiment in Educational Research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9-13.

Codina, A., Cañadas, M.C. y Castro, E. (en revisión). *Mathematical problem solving through the sequential analysis.*En revisión.

Cohen, L. y Manion, L. (1990). Métodos de Investigación educativa. Madrid, La Muralla.

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. London: Routledge Falmer.

Connors, M. A. (1995). Achievement and gender in computer-integrated calculus. *Journal of Women and Minorities in Science and Engineering*, *2,* 113 - 121.

Connors, M.A. y Snook, K. (2001). The effects of hand-held CAS on student achievement in a first year college core calculus sequence. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, *8*, 99-114.

Cope, C. y Ward, P. (2002). Integrating learning technology into classrooms: The importance of teachers' perceptions. *Educational Technology & Society 5*(1), 67-74.

Cornu, B. (1991).Limits. En D. Tall (Ed.),*advanced mathematical thinking*(pp.153-166). Dordrecht: Kluwer Academic.

Cretchley, P. (2007). Does computer confidence relate to levels of achievement in ICT-Enriched learning models? *Education and Information Technologies*, *12*(1), 29-39.

Cretchley, P. y Galbraith, P. (2002). Mathematics or computers?Confidence or motivation? How do these relate to Achievement.*Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. Hersonissos, Creta: Grecia.

Cretchley, P. y Harman, C. (2001). Balancing the scales of confidence: Computers in early undergraduate mathematics learning.*USQ ePrints, Quaestiones Mathematicae*, 17-25. Descargado el 10 de Julio de 2009 de http://eprints.usq.edu.au/1770/1/Delta'01_Cretchley%26Harman_Pre-print.pdf

Cross, M. y Moscardini, A. (1985). *Learning the art of mathematical modelling*. Chichester: Horwood and Wiley

Crouch, J. y Haines, C. (2004).Mathematical modelling: Transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science &Technology* , *35*(2), 197-206.

Crump, B. J. (2004). The culture of computing: Does context matter? En F. Sudweeks y C. Ess (Eds), *Cultural attitudes towards technology and communication 2004.Proceedings of the Fourth International Conference on Cultural Attitudes Towards Communication and Technology*, *Karlstad, Sweden* (pp. 87-91). Australia: Murdoch University.

Dávila, A. (2007). Efectos de algunas tecnologías educativas digitales sobre el rendimiento académico en matemáticas. *Compendium, 10*(18), 21-36.

De Ketele, J. (1984). *Observar para educar*. Madrid: Aprendizaje-Visor.

Depool, R. (2004). *La enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral en un entorno computacional. Actitudes de los estudiantes hacia el uso de un Programa de Cálculo Simbólico (PCS)*. Tesis doctoral, Universidad de la Laguna, España.

Depool, R. (2005). La enseñanza y aprendizaje del cálculo integral en un entorno computacional. Actitudes de los estudiantes hacia el uso de un programa de cálculo simbólico (PCS). *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *62*, 3-31.

Dettori, G., Garuti, R. y Lemut, E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet. En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell y R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 191-207). London: Kluwer Academic Publishers.

Dieudonné, J. (1971). *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.

Doerr, H. (2006). Teachers' ways of listening and responding to students' emerging mathematical models.*ZDM*, *38*(3), 255-268.

Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn,y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 69-78). New York: Springer.

Doerr, H. y English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data.*Journal of Research in Mathematics Education, 34*, 110–136.

Doerr, H. y Lesh, R. (2002).A modeling perspective on teacher development. En R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp.125-139).Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Doerr, H. y Tripp, J. (1999). Understanding how students develop mathematical models. Mathematical Thinking and Learning, 1, 231-254.

Doerr, H., y Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics, 41*, 143-163.

Dolores C. (2000). *El futuro del cálculo infinitesimal*. En R. Cantoral (Coord.), *Capítulo V: ICME-8 Sevilla, España* (pp. 155-181). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Dolores, C. (1999). *Una introducción a la derivada a través de la variación*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Dubinsky, E. y Noss, R. (1996). Some kinds of computers for some kinds of Mathematical learning.*Mathematical Intelligencer*, *18*(1), 17-20.

Dunham, P. (1998). What does research tell us about the most commonly used technology in today's mathematics classrooms, the hand-held calculator? *Standards 2000 and Technology Conference Proceedings*. Reston, VA: NCTM.

Duval R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Traducción de: Registres de representation s´emiotique et functionnement cognitif de la pens´ee. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 5 (1993). Grupo Editorial Iberoamérica.

Eagly, A. H. y Chaiken, S. (1998). Attitude structure and function. En D. T. Gilbert, S. T. Fiske y G. Lindzey (Eds.), *The handbook of social psychology* (4ª ed., pp. 269-322). Nueva York, NY: McGraw-Hill.

Edwards, D. y Hamson, M. (1996). *Mathematical Modelling Skills*. London:Macmillan

English, L. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(3), 303-323.

English, L., y Watters, J. (2005). Mathematical modeling with 9-year-olds. En H. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proccedings 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 297-304). Australia: University of Melbourne.

Farfán, R. M. (1991). El curso de precálculo: un enfoque gráfico. *Publicaciones Latinoamericanas en Matemática Educativa, 5*(1), 206-211.

Farfán, R. M. (1994). Ingeniería didáctica en Precálculo. Acerca de la puesta en escena de los resultados de investigación en el sistema de enseñanza. *Publicaciones Latinoamericanas en Matemática Educativa, 8*(1), 457-462.

Fennema, E., y Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales. Instruments designed to measure attitudes towards the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, *7*(5), 324-326

Ferrini-Mundy, J.y Graham K.G., (1991). An Overview of the Calculus Curriculum Reform Effort: Issues for Learning, Teaching, and Curriculum Development. *American Mathematical Monthly*, *98*(7), 627-635.

Ferrucci, B. y Carter, J. (2003). Technology-active mathematical modelling.*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*(5), 663-670.

Fey, J.T. (1989). Technology and mathematics education: A survey of recent developments and important problems. *Educational Studies in Mathematics, 20*, 237-272.

Fitzsimmons, Robert W. (1995). The relationship between cooperative student pairs, Van Hiele levels and success in solving geometric calculus problemes following graphing 24 earlier draft calculator-assisted spatial training. Dissertation. Columbia University.

Flores, G. y Rivera, A. (2011). Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología para la Educación Secundaria Propuesta Hidalgo (EMAT-Hidalgo). En J.C. Cortés y M.L. Guerrero (Eds.), *Uso de tecnología en Educación Matemática. Investigaciones y Propuestas 2011* (pp. 203-211). México: AMIUTEM, A.C.

Fogarty, G., Cretchley, P., Harman, C., Ellerton, N., y Konki, N. (2001). Validation of a questionnaire to measure mathematics confidence, computer confidence, and attitudes to the use of technology for learning mathematics.*Attitudes to Technology in Mathematics Learning Questionnaire*. Disponible en http://eprints.usq.edu.au/953/1/Fogarty_Fogarty-Cretchley-Harman-Ellerton-Konki_Valid._of_questionnaire_maths.pdf

Fredj, P. (2014). *Modes of Mathematical Modelling - An analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings*. Tesis Doctoral. Faculty of Educational Sciences, Linköping University, Sweden.

Freudhental, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company.

Freudhental, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company.

Frid, S. (1992). Calculus students' use of symbols. En T. Cooper (Ed.), *New directions in Algebra research, Presentation 4*. Queensland University of Technology: Centre for Mathematics and Science Education.

Furinghetti, F. y Morselli, F. (2008). Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: Affective and cognitive factors in proving. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(1), 71-90.

Gagné, R., Briggs, L., Pager, W. (1992). *Principles of Instructional Design.*United States of America: Wadsworth.

Galán, J.L., Galán, M.A., Padilla, Y. y Rodríguez, P. (2002a). Are computers under-used in mathematical teaching for engineers? *Educational technology (Serie Sociedad de la Información), 9*, 220-225.

Galán, J.L., Galán, M.A., Padilla, Y. y Rodríguez, P. (2002b). Use of the computer in Mathematic teaching for engineers.A powerful calculator? *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. Hersonissos, Creta: Grecia.

Galán, J.L., González, M., Padilla, Y. y Rodríguez, P. (2006). Uso de las tecnologías de la información y la comunicación en Educación Matemática. Una experiencia en las titulaciones de ingeniería de la Universidad de Málaga. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, *7*(1).

Galbraith, P. (1989). From applications to modelling.En D. Blane y M. Evans (Eds.), *Mathematical modelling for the senior years* (pp. 78-86). Parkville: The Mathematical Association of Victoria.

Galbraith, P. (1995). Assessment in mathematics: Developments, innovations and challenges. En L. Grimison y J. Pegg (Eds.).*Teaching Secondary School Mathematics* (pp. 289-314). Sydney: Harcourt Brace.

Galbraith, P. (2012). Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(5) 3-16.

Galbraith, P. y Clatworthy, N. (1990). Beyond standars models – Meeting the challenge of modelling.*Educational Studies in Mathematics, 21*, 137-163.

Galbraith, P. y Haines, C. (1998). Disentangling the nexus: Attitudes to mathematics and technology in a computer learning environment.*Educational Studies in Mathematics*, *36*(3), 275-290.

Galbraith, P. y Haines, C. (2000). *Mathematics-computing Attitudes Scales. Monographsin Continuing Education*. London: City University.

Galbraith, P. y Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. *ZDM, 38*(2), 143-162.

Galbraith, P., Haines, C. e Izard, J. (1998). How do students´attitudes to mathematics influence the modelling activity? En P. Galbraith, W. Blum, G. Booker e I.D. Huntley (Eds.), *Mathematical Modelling. Teaching and Assessment in a Technology-Rich World* (pp. 265-278). Chichester: Horwood Publishing.

Galbraith, P., Renshaw, P., Goos, M. y Geiger, V. (2003). Technology-enriched classrooms: Some implications for teaching applications and modelling. En Q.-X.

Y., W. Blum, S.K. Houston y J. Qi-Yuan (Eds.), *Mathematical Modelling in Education and Culture* (pp. 111-125). Chichester: Horwood Publishing.

Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J. y Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. En C. Haines, P., Galbraith, W., Blum y S. Khan, (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 130-140). Chichester, UK: Horwood.

Galbraith, P., y Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 143-162.

Galindo E. (1993). Conjeturas y pruebas, el uso de las gráficas en la enseñanza de la Matemática. En E. Filloy, Herrera y F. Hitt (Eds.),*Memorias de la IV Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 1-18). México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV del IPN.

Gallegos, R. (2007). La enseñanza de la modelación en clase de física y de matemáticas. En C.Crespo (Ed.), *Acta latinoamericana de Matemática Educativa 20*, (pp. 114-119). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

García, A., García, F., Hoya, S., Rodríguez, G. y De la Villa, A. (2002). Differential calculus of several variables with Mathematica or Maple.*Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level).*Hersonissos, Creta: Grecia.

García, A., Martínez, A. y Miraño, R. (2000). *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. España: Editorial Síntesis.

García, R. y Ortiz, J. (2007). Representaciones y modelización matemática en la resolución de problemas. En E. Castro y J. L. Lupiañez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática: Pensamiento Numérico* (Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano) (pp. 283-302). Granada: Editorial Universidad de Granada.

García-Raffi, L. (2004). Mathematics, Techonolgy and engineering education, in a challenge for Mathematics Education: To reconcile commonalities and differences, *Proceedings of The CIEAEM54*, Vilanova i la Geltrú. Ed. Graó.

Geiger, V., Faragher, R., Goos, M., Redmond, T. y Lowe, J. (2008). CAS enabled devices as provocative agents in the process of mathematical modelling. En M. Goos, R. Brown y K. Makar (Eds.), *Navigating Currents and Charting Directions:*

MERGA 31: Conference Proceedings (Vol. 1, pp. 219-226). Brisbane: Mathematics Education Research Group of Australasia Inc.

Gil, N., Blanco, J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 2*, 15-32.

Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa*, *4*(1), 47-72.

Giordano, Weir y Fox. (1997). *A first Course in Mathematical Modeling*. Brooks/Cole

Gómez, J. (1998). Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona

Gómez, J. (2000). *La innovación frente a la tradición: Reflexiones y retos en el noble oficio de educar – La modelización matemática como herramienta para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.* Disponible en http://hdl.handle.net/2117/2305

Gómez, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del Álgebra. Estudio evaluativo de un programa de formación*. Tesis Doctoral. Granda: España.

Gómez, J. (2007). *La matemática reflejo de la realidad. La modelización matemática como herramienta para la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.* Federación Española de Profesores de Matemática (FESPM). Badajoz. España.

Gorospe, G. y Anguera, M. T. (2000). Modificación de la técnica clásica de coordenadas polares mediante un desarrollo distinto de la retrospectividad: Aplicación al tenis. *Psicothema, 12*(2), 279-282.

Greer, B. y Verschaffel, L. (2007). Modelling competencies-overview. En W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 219-224). New York: Springer.

Grob, C. y Moormann, M. (2006). "LeActiveMath" – a new innovative European eLearning system for calculus contents. *The International Journal on Mathematics Education, 38*(6), 472-481.

Habre, S. y Abboud, H. (2006).Students’ conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course.*Journal of Mathematical Behavior, 25*(1), 57-72.

Haines, C. y Crouch, R. (2010). Remarks on modelling cycle and interpretation of behaviours. En R. Lesh, P.L. Galbraith, C.R. Haines y A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 145-154). New York: Springer.

Haines, C.R. and Crouch, R.M. (2007) Mathematical Modelling and Applications: Ability and Competence Frameworks. En W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, (pp. 417-424). New York, Springer.

Hancock, V. y Betts, F. (2002). Back to the future: Preparing learners for academic success in 2004. *Learning & Leading with Technology*, *29*(7), 10-13, 27.

Hannula, M.S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics, 49*(1), 25-46

Harper, D., Wooff, C. y Hodgkinson, D. (1991).*A Guide to Computer Algebra Systems.* Chichester, England: John Wiley y Sons.

Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(1), 3-25.

Heid, M. K. (1989). How symbolic mathematical systems could and should affect precollege mathematics. *Mathematics Teacher*, 410-419.

Hein, N. y Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. En M. Murillo (Ed.), *Memorias del V festival internacional de matemática*. Puntarenas: Colegio universitario de Puntarenas. Costa Rica

Henning, H. y Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies.En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 225-232). New York: Springer.

Hernández, Fernández y Baptista, (2003). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

Hiebert y Carpenter (1992). Aprendizaje y enseñanza con comprensión. Traducción hecha por Alfonso H. y Perry, P.

Hitt, F. (2000). *Funciones en Contexto*. Proyecto sobre Visualización Matemática. México: Departamento de Matemática Educativa.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. X*(2), 213-223.

Hostil, O.R. (1969). *Content analysis for the social sciences and humanities*. Addison Wesley.

Houston, K. (2007). Assessing the "phases" of mathematical modelling.En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Wolfgang y N. Hein (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education.New ICMI Study Series Volume 10* (pp. 249-256). New York: Springer.

Hoya, S., Martín, A., Rodríguez, G. y Visus, I. (2002).The use of symbolic calculus software in the teaching of Mathematics at Engineering Schools.*Proceedings of the International Conference on ICT´s in Education*. Badojoz: España.

Hoyles, C. y Sutherland, R. (1989). *Logo mathematics in the classroom*. London: Routledge.

Hughes-Hallett, D., Gleason, A., Flath, D., Gordon, S., Lomen, D., Lovelock, D., McCallum, N., Osgood, B., Pasquale, A., Tecosky-Feldman, J., Thrash, J. y Thrash.K. (1994). *Calculus*. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Huntley, M. A., Rasmussen, C. L., Villarubi, R. S., Santong, J. y Fey, J. T. (2000). Effects of standards-based mathematics education: A study of the Core-Plus Mathematics Project Algebra and Function Strand. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*, 328-361.

Hurley, J., Koehn, U. y Ganter, S. (1999). Effects of calculus reform: Local and national, *The American Mathematical Monthly, 106,* 800-811.

Johnson, T. y Lesh, R. (2002).A models and modeling perspective on technology-based representacional media. En R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp.265-277).Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school – Examples and experiences. En H-W. Henn, G, Kaiser (Eds.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festband für Werner Blum* (pp. 99-108). Hildesheim: Franzbecker.

Kaiser, G. y Schawrz, B.(2010). Authentic modelling problems in mathematics education examples and experiences. *Journal fur Mathematik-Didaktik, 31*(1), 51-76

Kaiser, G. y Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik (ZDM), 38*(2), 196-208.

Kaiser, G., Sriraman, B.(2006). A global survey of internationl perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt fur Didactik der Mathematik (ZDM), 63*(9), 302-310.

Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M. y Garcia, J. (2007). Report from the CERME5 working group modelling and applications - Differentiating perspectives and delineating commonalties. *ICTMA Newsletter 1*(1), 6-10

Kaput, J. J. (1987a). Representation systems and mathematics. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in teaching and learning mathematics* (pp. 19–26). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kaput, J. J. (1987b). Toward a theory of symbol use in mathematics. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in mathematics learning and problem solving*, (pp. 51-59). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kaput, J. J. (1992). Notations and representations as mediators of constructive processes. En E. V. Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in mathematics education* . Dordrecht: D. Reidel

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: a kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 265-281.

Keller, B. A. y Russell, C. A. (1997). Effects of the TI-92 on calculus students solving symbolic problems.*The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 4*(1), 77-98.

Kempski, B. (2002). Imaginative deployment of computer algebra in the undergraduate mathematics curriculum. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level).*Hersonissos, Creta: Grecia.

Kendal, M. (2001).*Teaching and learning Introductory Differential Calculus with a Computer Algebra System*.Tesis Doctoral. Universidad de Melbourne.

Kendal, M., Stacey, K. (2001).The impact of teacher privileging on learning differentiation with technology. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *6*(2), 143-165.

Kennedy, D. (2000). *AP calculus for a new century*. Disponible en http://www.collegeboard.org/ap/calculus/new century/index.html

Kirsch, I., Lafontaine, D., McQueen, J., Mendelovits, J. y Monseur, C. (2002).*Reading for change: Performance and engagement across countries, results from PISA 2000*. París: Organisation for Economic Cooperation and Development.

Kissane, B. (1999). The algebraic calculator and mathematics education. En W.-C. Yang, D. Wang, S.-C. Chu y G. Fitz-Gerald (Eds.), *Proceedings of the 4th Asian Technology Conference on Mathematics* (pp. 123-132). Guangzhou, China: Program Committee.

Kissane, B. (2001). The algebra curriculum and personal technology: Exploring the links. En A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference: New Ideas in Mathematics Education* (pp. 127-132). Palm Cove, Queensland, Australia: Program Committee.

Kjeldsen, T. y Blomhøj, M. (2013).Development and research in students' modelling projects for the teaching and learning of mathematics and modelling. *Proceedings Fifth Conference on Research in Mathematics Education MEI 5 (Eds)*. Thérèse Dooley, Siún NicMhuirí

Kloosterman, P. (1990). Attributions, performance following failure, and motivation in mathematics.En E. Fennema y G. C. Leder (Eds.), *Mathematics and gender* (pp. 96-127). New York: Teachers College Press.

Koedinger, K. y Nathan, M. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of the Learning Sciences*, *13* (2), 129-164.

Koellner, K. y Lesh, R. (2002).A modeling approach to describe teacher knowledge. En R. Lesh; H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp.159-174).Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Krippendorff, K. (1997). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*, Piadós, Madrid.

Kumar, T. (2007). Computer graphics as an instructional aid in an introductory differential calculus course. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *2*(1), 32-48.

Lehrer, R. y Schauble, L. (2007). A developmental approach for supporting the epsitemology of modelling.En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn; M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 153-159). New York: Springer.

Leinbach, C. (1997). The curriculum in the age of CAS. En: J. Berry, y J. Monaghan (Eds.), *The state of computer algebra in mathematics education*. Bromley, England: Chartwell-Bratt.

Leinbach, C., Pountney, D. y Etchells, T. (2002).Appropriate use of a CAS in the teaching and learning of mathematics.*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *33*(1), 1-14.

Leinbach, L. (1994). Visualizing concepts in advanced analysis.*The International DERIVE Journal*, *1*(2), 101-113.

LEMA (2006). *Learning and Education in and through Modelling and Applications*. www.lema-project.org.

León, O.G. y Montero, I. (2003). *Métodos de Investigación en psicología y Educación*. McGraw-Hill: Madrid

Lesh, R. y Doerr, H. (2002). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, a problem solving. En R. Lesh; H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning and teaching* (pp.3-33).Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. y Doerr, H. (2003). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving,* l*earning and teaching*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B.; Kelly, E. y Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. En A. E. Kelly y R. Lesh (Eds.) *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lesh, R., Post, T. y Behr, M. (1987).Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., y English, L. (2005). Trends in the evolution of the Models and Modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *The International Journal on Mathematics Education (ZDM), 37*(6), 487-489.

Lesh, R., y Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *International Journal of Mathematics Thinking and Learning, 5*, 157-189.

Lesh, R., y Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

López, R. Castro, E. y Molina, M. (2013). Actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso hacia el uso de la tecnología en matemáticas. *PNA, 8*(1), 31-50

Louis, K.S. y Marks, H.M. (1998). Does professional community affect the classroom? Teachers' work and student experiences in restructuring schools.*American Journal of Education, 106*(4), 532-575.

Lowe, I. (1989). *Mathematics at work: Modelling your world, Vol. 1 y 2*. Canberra, Australia: Australian Academy of Science.

Ma, X. y Kishor, N. (1997).Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis.*Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 27-47.

Maaβ, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM, 38*(2), 113-142.

Mackie, D. (2002). Using computer algebra to encourage a deep learning approach to calculus.*Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level).*Hersonissos, Creta: Grecia.

Manassero, M. y Vázquez, A. (1997). Análisis empírico de dos escalas de motivación escolar. *Revista Electrónica de Motivación y Emoción, 3*(5-6), 1-38.

Mariotti, M.A. (2005). New artefacts and Mathematical meanings in the classroom.En Olivero, F. y Sutherland, R. (Eds.),*Visiono of Mathematics Education: Embedding Technology in Learning, Proceedings of ICTMT7* (pp. 2-11). Bristol, Inglaterra.

Markovits, Z., Eylon, B.-S., y Bruckheimer, M. (1988). Difficulties students have with the function concept. En A. F. Coxford y A. P. Schulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 43-60). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Martinez, V. y Oritz, J. (2005). Perspectivas Curriculares y Uso Didáctico de la Modelación en Educación Matemática. En J. Lezama, M.Sanchez y J. Molina (Eds.). *Acta Latinoamericana de Matemática educativa*, Vol.18 (pp. 847-852). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Mason, J. y Davis, D. (1991).*Modelling with mathematics in primary and secondary schools.*Sydney, Australia: Deakin University Press.

Mato, M. D. y De la Torre E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 285-300). Santander: SEIEM.

Matsumoto, D. y Sanders, M. (1988). Emotional experiences during engagement in intrinsically and extrinsically motivated tasks. *Motivation and Emotion, 12*(4), 353-369.

Mayes, R. (1998). ACT in algebra: students attitude and belief. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 5*(1), 3-14.

Mc Clain, K. (2002). Task-analysis cycles as tools for supporting students' mathematical developent. En R. Leshy H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp.175-189). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Mcanally-Salas, L., Navarro, M., Rodríguez, J. (2006). La integración de la tecnología educativa como alternativa para ampliar la cobertura en la educación superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *11*(28), 11-30

McConeghy, J. I. (abril, 1987). *Mathematics attitudes and achievement: Gender differences in a multivariate context*. Trabajo presentado en Annual Meeting of the American Educational Research Association, Washington, DC.

McConeghy, J. I. (noviembre, 1985). *Gender differences in mathematics attitudes and achievement.* Trabajo presentado en Annual Woman Researcher Conference, Kalamazoo, MI.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: McMillan.

McLeod, D. (1993). Affective responses to problem solving.*The Mathematics Teacher, 86*(9), 761-763.

McLeod, D. y Adams, V. (1989).*Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer Verlag.

Middleton, J.A. y Spanias, P.A. (1999). Motivation for Achievement in Mathematics: Findings, Generalizations, and Criticisms of the Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(1), 65-88.

Minato, S. (1983).Some mathematical attitudinal data on eighth grade students in Japan measured by a semantic differential.*Educational Studies in Mathematics*, *14*(1), 19-38.

Minato, S. y Yanase, S. (1984). On the relationship between students' attitudes towards school mathematics and their levels of intelligence.*Educational Studies in Mathematics,15*(3), 313-320.

Molina, M (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, *29*(1), 75–88

Molyneux-Hodgson, S., Rojano, T., Sutherland, R., Ursini, S. (1999). Mathematical modelling: The interaction of culture and practice. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1), pp. 167-183.

Monagan, M. (1994). Worksheets: can we teach mathematical algorithms with them? *Maple V: Mathematics and its application*. Nueva York.

Moormann, M. y Groβ, C. (2006)."LeActiveMath” – a new innovative European eLearning system for calculus contents.*The International Journal on Mathematics Education (ZDM)*, *38*(6), 472-481.

Moreno, M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del Cálculo: evolución, estado actual y rectos futuros. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralba (Eds.), *Investigación en Educación Matemática: Noveno Simposio de Investigación de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 81-96). Córdoba: Universidad de Córdoba.

Moreno, S. y Cuevas, C. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal. Educación Matemática*, *16(2),* 93-104. Santillana. Distrito Federal, México.

Mousoulides, M., Sriraman, B., Pittalis, M. y Christou, C. (2007). Tracing students’ modelling processes in elementary and secondary school. Paper presented at 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5), Cyprus.

Mousoulides, N., Christou, C. y Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving.*Mathematical Thinking and Learning*, *10*(3), 293-304.

Muro, C., Camarena, P. y Flores, R. (2007). Conceptuaciones matemáticas en la modelación de un proceso físico. *Educación Matemática*, *19*(3), 65-90.

Nava, J. (1998). Experiencia en el uso de programas computacionales para enseñar Matemáticas en Ingeniería en la UNITEC. Disponible en http://dcb.fi-c.unam.mx/foro/memorias/dieciocho.pdf.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

Neuper, W. (2001). What teachers can request from CAS-designers. *Proceedings of the 5th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 5).*Klagenfurt: Austria.

Nguyen, D. M., y Kulm, G. (2005). Using web-based practice to enhance mathematics learning and achievement. *Journal of Interactive Online Learning (JIOL), 3*(3).

Niss, M. (1989). Aims and scope of mathematical modelling in mathematics curricula. En W. Blum, J. Berry, R. Biehler, I. Huntley, R. Kaiser-Messmer y K. Profke (Eds.), *Applications and modelling in learning and teaching mathematics* (pp. 22-31). Chichester: Ellis Horwood.

Niss, M. (2001).Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and Modelling.En J.F. Matos, W. Blum, S.K. Houston y S.P. Carrera (Eds.) *Modelling and mathematics education* (pp. 73-88). Chichester: Horwoord Publishing.

Niss, M. (2010). Modeling a Crucial Aspect of Students' Mathematical Modeling. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines y A. Hurford. (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Competencies. ICTMA 13* (pp. 43-59). New York, N.Y.: Springer.

Niss, M., Blum, W. y Huntley, I. (1991). *Teaching and Mathematical Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood limited.

Nocker, N. (1998).Effects of computer algebra on classroom methodology and pupil activity.*Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics 1996*.Osnabrueck: Germany.

OECD (2003). *PISA 2003 assesment Framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD

OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: Author.

Ogborn, J. (1994). Overview: The nature of modelling. En H. Mellar, J. Bliss, R. Boohan, J. Ogborn y C. Tompsett (Eds.), *Learning with artificial worlds: Computer based modelling in the curriculum*, (pp. 11-15). New York: Routledge Falmer.

Ortega, P. (2002). *La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, España.

Ortiz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del Álgebra. Estudio evaluativo de un Programa de Formación*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, España.

Ortiz, J. y Santos, A. (2011). Modelización matemática en educación secundaria. Una experiencia con estudiantes de 11 a 13 años. *Multiciencias, 11*(1), 58-64.

Ortiz, J., Dos Santos, A. (2011), Modelizacion matemática en educación secundaria. Una experiencia con estudiantes de 11 a 13 años. Multiciencias, 11(1), 58-64.

Ortiz, J., Rico, L. y Castro, E. (2003). Actitudes hacia la incorporación de la calculadora gráfica y la modelización en la enseñanza de las matemáticas. *Paradigma, 2*, 29-56.

Ortíz, J., Rico, L., Castro, E. (2008). La enseñanza del álgebra lineal utilizando modelización y calculadora gráfica: Un estudio con profesores en formación**.** *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 2*(4), 181-189.

Ortiz, J., Rico, L.y Castro, E. (2007) Mathematical Modelling: A Teachers' Trainning Study. En C. Haines, P. Gailbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 241-249). Chichester, Reino Unido: Horwood Publishing.

Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation, *Educational Studies in Mathematics*, *14*(3), 235-250.

Pektas, S. T. y Erkip, F. (2006). Attitudes of design students toward computer usage in design.*International Journal of Technology and Design Education*, *16*(1), 79-95.

Pérez-Tejera, F., Valera, S. y Anguera, M.T. (2011). Un nuevo instrumento para la identificación de patrones de ocupación espacial. *Psicothema, 23*(4), 858-863.

Pérez-Tyteca, (2012). *La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Pérez-Tyteca, P., Castro, E., Segovia, I., Castro, E. y Fernández, F. (2007).Ansiedad matemática de los alumnos que ingresan en la Universidad de Granada. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 171-180). Tenerife: SEIEM.

Perrenet, J., & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(6), 3-21.

Pierce, R., Stacey, K. y Barkatsas, A. (2007). A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology.*Computers & Education, 48*(2), 285-300.

Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(3), 1-29.

Porzio, D. T. (1994). *The effects of differing technological approaches to calculus on students' use and understanding of multiple representations when solving problems.*Tesis Doctoral. The Ohio State University.

Porzio, D. T. (1995). *The effects of differing technological approaches to calculus on students' use and understanding of multiple representations when solving problems* Tesis Doctoral. The Ohio State University.

Quera, V. (1993). Análisis secuencial. En M.T. Anguera (Ed.), *Metodología observacional en la investigación psicológica* (Vol. 2, pp. 339–583). Barcelona: PPU.

Ramírez, M.S. (2007). Recursos didácticos mediados por tecnologías: Desarrollo e investigación de objetos de aprendizaje. *Memorias del 4º Congreso Internacional de Educación*. Mexicali: México.

Randhawa, B. S., Beamer, J. E., y Lundberg, I. (1993). Role of the mathematics self-efficacy in the structural model of mathematics achievement.*Journal of Educational Psychology, 85*, 41-48.

Reid, M.; Etcheverry, N.; Roldán, M. y Gareis, M. (2010). Modelización Matemática en el aula: relato de una experiencia. Memorias de la III Reunión Pampeana de Educación Matemática (pp. 313-319). Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

Reid, M; Gareis, M.; Hernández, A. y Roldán M. (2012) Funciones con modelización matemática. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 81*, 91-101.

Repo, S. (1994). Understanding and reflective abstraction: Learning the concept of derivative in a computer environment. *International DERIVE Journal, 1*(1), 97-113.

Ruiz Munzón, N; Bosch, M. & Gascón, J. (2007b). The functional algebraic modelling at secondary level. In D. Pitta–Panzati y G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2170–2179). Nicosie, Chypre: University of Chypre.

Ruiz-Munzón, N; Bosch, M. y Gascón, J. (2007a). Modelización funcional con parámetros en un taller de matemáticas con WIRIS. En L. Ruiz–Higueras, A. Estepa y F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 677–702). Jaén, España: Universidad de Jaén.

Sackett, G. P. (1979). The lag sequential analysis of contingency and cyclicity in behavioral interaction research. En J.D. Osofsky (Ed.), *Handbook of Infant development* (pp. 623-649). New York: Wiley.

Sackett, G. P. (1980). Lag sequential analysis as a data reduction technique in social interaction research. En D.B. Sawin, R.C. Hawkins, L.O. Walker y J.H. Penticuff (Eds.), *Exceptional infant. Psychosocial risks in infant-environment transactions* (pp. 300-340). New York: Brunner/Mazel.

Sackett, G. P. (1987). Analysis of sequential social interaction data: Some issues, recent developments, and causal inference model. En J.D. Osofsky (Ed.), *Handbook of infant development* (pp. 855-878). New York, Wiley.

Salinas P., Alanís, J. A., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J. C. y Garza, J. L. (2002). *Elementos del cálculo. Reconstrucción conceptual para el aprendizaje y la enseñanza*. México: Trillas.

Salinas, P. y Alanís J.A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 12*(3), 355-382.

Samková, L. (2012). Calculus of one and more variables with Maple. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43*(2), 230-244.

Sánchez Pérez, E.A., García-Raffi, L.M. y Sánchez-Pérez, J.V. (1999), Introducción de las técnicas de modelización para el estudio de la física y de las matemáticas en los primeros cursos de las carreras técnicas. *Enseñanza de las Ciencias, 17*(1), 119-129.

Schiefele, U. y Csikszentmihalyi, M. (1995). Motivation and ability as factors in mathematics experience and achievement.*Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 163-181.

Schneider, E. (2000). Teacher experiences with the use of a CAS in Mathematics classroom. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 7*(2), 119-141.

Schorr, R. y Lesh, R. (2002). A modeling approach for providing teacher development. En R. Lesh; H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 125-140).Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Sekulic Tanja M,Takaci Djurdjica B, (2013). Mathematical Modelling, Computers and GeoGebra in University and College Mathematics Education. *International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics*, 625-630.

Serhan, D. (2006). The effect of graphing calculators use on students' understanding of the derivative at a point.*International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 8 May*.

Shamoail, E. y Barkatsas, A. (julio, 2011). Students' attitudes towards handheld computer algebra systems (CAS) in mathematics: gender and school setting issues. *Mathematics: Traditions and (New) Practices Proceedings of the AAMT-MERGA conference* (pp. 685-692). The Australian Association of Mathematics Teachers, Australia.

Shrock, S. (1990). A brief history of instructional development. En G. Anglin (Ed.), *Instructional technology past, present, future* (pp. 11-19). Englewood, CO: Libraries Unlimited.

Siegel, S. y Castellan, N.J. (1998), *Nonparametric statistics for the behaviral sciences. Boston*. MA: McGraw-Hill.

Sierra Galdón, L; Blanco, M.; Garcia-Raffi, L.; Goméz U., J. (julio 2011). Estrategias de aprendizaje basadas en la modelización matemática en Educación Secundaria Obligatoria. *Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. Gijón, España.

Solmon, L.C. y Wiederhorn (2000). Progress of Technology in the School: 1999. Report on 27 states. Milken Family Foundation, mayo 2000.

Sriraman, B., Kaiser, G., y Blomhoj, M. (2006). Modelling perspectives from around the world. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 38*(3).

Stake, R. (1994). Case Studies in Denzin N. K. and Lincoln Y. S. (eds) (1998) Strategies of Qualitative Inquiry, Thousand Oaks, London, New Delhi: Sage Publication

Stake, R. (1995). The art of case study research. SAGE Publications.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

Stake, R. (2005). Qualitative case studies. En D. Norman y Lincoln, Y. (Eds), *The sage handbook of qualitative research* (pp. 443-466). Thousand Oaks, CA: SAGE.

Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. En R. Charles y Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Steffe, L. y Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. En A. Nelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah: NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stewart, James (2001). *Cálculo de una variable. Transcendentes tempranas*. Thomson.

Strasser, R. (2007).Everyday instruments: On the use of mathematics. En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn,y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 171-178). New York: Springer.

Strickland, P. (1999). A Computer Algebra System for improving student's manipulation skills in Algebra. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, *6*(1), 17-24.

Suarez, L. Cordero, F. (2005) Modelación en Matemática Educativa, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 18*, 639-644.

Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista*

Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 13(4), 319-334.

Swetz, F. (1991).Implementing the standards: Incorporating mathematical modeling into the curriculum. *Mathematics Teacher, 84*(5), 358-365.

Swetz, F., y Hartzler, J. S. (1991).*Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, Virginia: NCTM.

Tall, D. (1985).Visualising calculus concepts using a computer, *The Influence of Computers and Informatics onMathematics and its Teaching: Document de Travail (ICMI Study)* (pp. 203-212). Strasbourg, Francia.

Tall, D. (1991).Recent developmemnts in the use of the computer to visualize and symbolize calculus concepts.*The Laboratory Approach to Teaching Calculus*, *20*, 15-25.

Tall, D. (1996).Functions and Calculus. En A. Bishop, K. Clements, C. K. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 289-325). Netherlands: Kluwer Academic Publishers Group.

Tall, D. (2012). A sensible approach to the Calculus. En F. Pluvinage y A. Cuervas (Eds.), *Handbook on Calculus and its Teaching* (pp.)

Tall, D. y Bakar, M. (1992). Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs. *International Journal Mathematics Education Science & Technology, 231*, 39– 50.

Tall, D. y Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 125-147.

Tall, D. y West, B. (1986).Graphic insight into calculus and differential equations. En A.G. Howson, A. G. y J. P. Kahane (Eds.), *The influence of computers and Information on Mathematics and its Teaching* (pp. 107-119). Cambridge: Cambridge University Press.

Tall, D., Smith, D. y Piez, C. (2008). Technology and Calculus. En M. K. Heid y G. M. Blume (Eds.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Syntheses, Cases and Perspectives, Volume 1: Research Syntheses* (pp. 207-258). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Tanner, H. y Jones, S. (1995). Teaching mathematical thinking skills to accelerate cognitive development. *Proceedings of the 19th Psychology of Mathematics Education conference (PME-19), Recife, Brazil, 3*, 121-128.

Tanner, H., y Jones, S. (1994). Using peer and self-assessment to develop modelling skills with students aged to 16: a socio-constructive view. *Educacional Studies in Mathematics*, *27*(4), 413-431.

Tejera, F, Valera, S. y Anguera, M.T., (2011). Un nuevo instrumento para la identificación de patrones de ocupación espacial., *Psicothema, 23*(4), 858-863.

Thomas, M. O. J. (2001). Building a conceptual algebra curriculum: The role of technological tools. En H. Chick, K. Stacey y J. Vincent (Eds.), The future of teaching and learning of algebra, *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference* (pp. 582-589). Melbourne, Australia: The University of Melbourne.

Thompson, P., Byerley, C. y Hatfield, N. (2013). A conceptual approach to Calculus made possible by technology. *Computers in the Schools, 30*, 124-147.

Torres, T., Coutinho, C. y Fernández, J. (2008). Aplicacoes e Modelacao Matematica com recurso a calculadora grafica e sensores. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNION), 15*, 9-32.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions: A model of goal and theory description in Mathematics Education - The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.

Trejo, T. y Camarena, G. (2009). Problemas contextualizados: una estrategia didáctica para aprender matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22* (pp. 831-841). Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, México.

Trigueros, M. (2009) El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa, 9*(46), 75-87.

Twining, P. (2002c). Conceptualising Computer Use in Education: introducing the Computer Practice Framework (CPF), *British Educational Research Journal*, *28*(1), 95-110.

Ubuz, B. (2007). Interpreting a graph and constructing its derivative graph: Stability and change in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *38*(5), 609-637.

Ursini, S. y Sánchez, G. (2008).Gender, technology and attitude towards mathematics: A comparative longitudinal study with Mexican students. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 559–577.

Ursini, S., Sánchez, G. y Orendain, M. (2004).Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación Matemática*, *16*(3), 59-78.

Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, *19*, 51-81.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, J. y Ocampo, D. (2009). Sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto. *Revista de Educación en Ciencia y Tecnología*, *2*(2), 159-180.

Villa-Ochoa, J.A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, *19*, .51-81.

Villa-Ochoa, J.A. y Ruiz, M. (2009). Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos. *Revista Virtual-Universidad Católica del Norte*, *27*, 1-21.

Villarreal, M. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. *Educación Matemática*, *15*(1), 99-122.

Villegas, J., Castro, E. y Gutiérrez, J. (2009). Representaciones en resolución de problemas: Un estudio de caso con problemas de optimización. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, *7*(1), 279-308.

Vorhölter, K. (febrero, 2007). Personal Meaning in Relation to Modelling Problems'. Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5). Larnaca, Cyprus: University of Cyprus.

Vos, P. y Roorda, G. (2007). Interpreting Velocity and Stopping Distance; Complementarity, Context and Mathematics. *Proceedings of the Working Group on Mathematical Modelling and Applications at the 5th Conference on European Research in Mathematics Education (CERME5)*. Nicosia, Cyprus: University of Cyprus.

Warwick, J. (2007). Some Reflections on the Teaching of Mathematical Modeling. *The Mathematics Educator*, *17*, (1), 32–41.

Weigand, H. y Weller, H. (2001). Changes in working styles in a computer algebra environment: the case of functions. *International Journal of Computers in Mathematical Learning, 6,* 87–111.

Westermann, T. (2000). Teaching mathematics using a computer algebra. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 7*(4), 277-293.

White, A. (1994). Managing the modelling process in the secondary classroom. En D. Rasmussen y K. Beesey (Eds.), *Mathematics without limits* (pp. 442-446). Melbourne, Australia: M.A.V.

White, A. (2000). Mathematical Modelling and the general Mathematics syllabus. *Curriculum Support for Teaching in Mathematics, 5*(3), 7-12.

White, P. (1990). Is calculus in trouble? *Australian Senior Mathematics Journal, 4*(2), 105-110.

White, P. y Mitchelmore, M.C. (1993). Aiming for variable understanding. *Australian Mathematics Teacher, 49*(4), 31-33.

White, P. y Mitchelmore, M.C. (1996). Conceptual knowledge in introductory calculus. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 79-95.

White, P.(1995).An introduction to teaching Calculus.En L. Grimison y J. Pegg (Eds.),*Teaching Secondary School Mathematics: Theory into Practice*(pp. 165 - 185). Harcourt Brace: Marrickville, NSW, Australia.

Woods, P. (1987). *La Escuela por Dentro: La Etnografía en la Investigación Educativa*.

Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematics resources: A longitudinal view on problem solving in a functional based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics, 43*, 125-147.

Zabalza, M. (1994). *Evaluación de actitudes y valores. Evaluación del aprendizaje de los estudiantes*. Barcelona: Grao.

Zan, R., Brown, L., Evans, J. y Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 113-121.

Zawojewski, P (2010). Formative Assessment in Elementary Classrooms. Teaching and Learning Mathematics: Translating Research for Elementary School Teachers. NCTM, Reston, VA.

Zbiek, R. M. y Conner, A. (2006). Beyond Motivation: exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understanding of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(1), 89-112.

Zechmeister, E.B., Zechmeister, J.S. y Shaughnessy, J.J. (1997). *A practical introduction to research methods in psychology*. New York: McGraw-Hill.

Zimmermann, W. (1991).Visual thinking in mathematics.En W. Zimmermann y S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 127-137).Washington, DC: Mathematical Association of America.

Zuñiga, L. 2007. El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *10*(1), 145-175.

Anexos

Anexos Capítulo 3

Anexo A.3:

Programación de temas de Cálculo Diferencial e Integral I

Cálculo Diferencial e Integral I

Semestre	Agosto - Diciembre 2011
Horario	Lunes y jueves de 7 a 9, miércoles de 8 a 9

Objetivo general. Utilizar los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral de funciones reales de variable real en la formulación y manejo de modelos matemáticos de problemas físicos y geométricos.

Unidad	Temario desglosado	Fecha
1. Límites y derivadas **Objetivo**. Comprender el concepto de límite y el significado geométrico y físico de la derivada. Resolver problemas que involucren el concepto de derivada mediante el uso de reglas de derivación para funciones algebraicas.	1.1 Problemas de la tangente y velocidad	1. Ago. 17
	1.2 Límites de una función	2. Ago. 18 3. Ago. 22
	1.3 Definición de la derivada	4. Ago. 24
	1.4 Fórmulas de derivación	5. Ago. 25
	1.5 La derivada como razón de cambio	6. Ago. 29 7. Ago. 31
	1.6 Incrementos y diferenciales	8. Sep. 1 9. Sep. 5
	1.7 Regla de la cadena 1.8 Derivación implícita 1.9 Derivación sucesiva	10. Sep. 7 11. Sep. 8
	1.10 Razones relacionadas	12. Sep. 12 13. Sep. 14
Primer Parcial	**Unidad 1**	**14. Sep. 19**
2. Aplicaciones de la derivada **Objetivo**. Calcular los extremos absolutos de una función en un intervalo. Elaborar la gráfica de una función mediante los criterios de primera y segunda derivada. Resolver problemas de optimización.	2.1 Extremos en un intervalo	15. Sep. 21
	2.2 Teorema de Rolle y del valor medio	16. Sep. 22
	2.3 Funciones crecientes y decrecientes 2.4 Criterio de la primera derivada	17. Sep. 26
	2.5 Concavidad y puntos de inflexión 2.6 Criterio de la segunda derivada	18. Sep. 28
	2.7 Asíntotas verticales y horizontales	19. Sep. 29
	2.8 Trazo de curvas	20. Oct. 3
	2.9 Problemas de optimización	21. Oct. 5 22. Oct. 6
3. Funciones trascendentes **Objetivo**. Resolver problemas geométricos y físicos, aplicando reglas de derivación que incluyan funciones trascendentes. Calcular límites indeterminados por medio de la regla de L'Hopital.	3.1 Funciones inversas	23. Oct. 10
	3.2 Función logaritmo natural	24. Oct. 13
	3.3 Función exponencial natural	25. Oct. 17
	3.4 Derivación logarítmica	26. Oct. 19
	3.5 Funciones logarítmicas y exponenciales generales	27. Oct. 20
	3.6 Funciones trigonométricas	28. Oct. 24
	3.7 Funciones trigonométricas inversas	29. Oct. 26
	3.8 Teorema de L'Hopital	30. Oct. 27
Segundo Parcial	**Unidades 2 y 3**	**31. Oct. 31**

Unidad	Temario desglosado	Fecha
4. La integral definida y sus aplicaciones	4.1 Antiderivadas.	32. Nov. 3
	4.2 La integral definida. 4.3 Propiedades de la integral definida.	33. Nov. 7
Objetivo. Comprender el significado geométrico y físico de la integral definida y resolver problemas de aplicación utilizando dicho concepto.	4.4 Teorema Fundamental del Cálculo 4.5 Integración por cambio de variable.	34. Nov. 9 35. Nov. 10
	4.6 Área entre curvas.	36. Nov. 14
	4.7 Volumen de sólidos de revolución.	37. Nov. 16 38. Nov. 17
5. Técnicas de integración	5.1 Fórmulas básicas de integración. 5.2 Integración por partes.	39. Nov. 23
Objetivo. Evaluar integrales definidas e indefinidas mediante métodos de integración.	5.3 Integrales trigonométricas.	40. Nov. 24
	5.4 Sustitución trigonométrica.	41 Nov. 28
	5.5 Fracciones simples.	42. Nov. 30
Tercer Parcial	**Unidades 4 y 5**	**43. Dic. 1º**

Anexo B.3:

Primera versión del cuestionario de actitudes

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

INGENIERÍA	☐ Civil	☐ Física	☐ Mecatrónica
	☐ Computación	☐ Software	
	☐ Química Industrial	☐ Industrial Logística	

EXAMEN DE SELECCIÓN	☐ Mayo 2008	☐ Mayo 2009

GÉNERO	☐ Masculino	☐ Femenino

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome al instante muchos ejemplos de manera interactiva					
2	Me resulta difícil comprender la transferencia de ideas de la pantalla de una computadora a mi mente					
3	El no tener que preocuparme por los cálculos aritméticos, hace que me concentre mejor en las ideas esenciales de las Matemáticas					
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas					
5	Considero que el material impreso en la pantalla de una computadora y la copia impresa en papel es útil para tomar notas					
6	Rara vez reviso el material inmediatamente después de que una sesión por computadora ha terminado					
7	El seguimiento de las instrucciones tecleadas pone mi atención fuera de las Matemáticas					
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones					
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas					
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas					
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras					
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas					
13	El poder de la computación hace más fácil explorar ideas matemáticas					

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
14	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas					
15	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas					
16	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de Matemáticas					
17	Pienso que el uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que valga la pena en el aprendizaje de las Matemáticas					
18	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas					
19	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora					
20	El uso de la tecnología para cálculos me facilita hacer las aplicaciones más realísticas					
21	Me gusta explorar métodos matemáticos e ideas usando la tecnología					
22	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques					
23	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas					
24	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas son bastante complicados sin la adición de la tecnología					
25	He encontrado software útil para mi aprendizaje de las Matemáticas					
26	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante					
27	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante					
28	En términos generales, vale la pena aprender a utilizar el software para hacer Matemáticas					
29	Por propia elección usaré las veces que sea necesario software para Matemáticas					
30	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora					
31	Las tareas matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer					
32	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas					
33	La revisión de la lección enla tarea por computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos					
34	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento					
35	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel					

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Un Sistema Algebraico Computacional (SAC) es un software que manipula las fórmulas matemáticas y las expresiones algebraicas tanto de forma numérica como de forma simbólica, es decir, facilita el cálculo simbólico. Entre los más conocidos se destacan los relacionados a continuación. Señala en la segunda columna los que conozcas, en la tercera con los que hayas trabajado en clase de Matemáticas y en la última con los que hayas trabajado de manera particular.

SOFTWARE	CONOCIMIENTO	CLASE DE MATEMÁTICAS	PERSONAL
Derive	☐	☐	☐
Maple	☐	☐	☐
Mathematica	☐	☐	☐
MathCad	☐	☐	☐
MatLab	☐	☐	☐
Maxima	☐	☐	☐
MuPad	☐	☐	☐
Otro (especificar)	☐	☐	☐

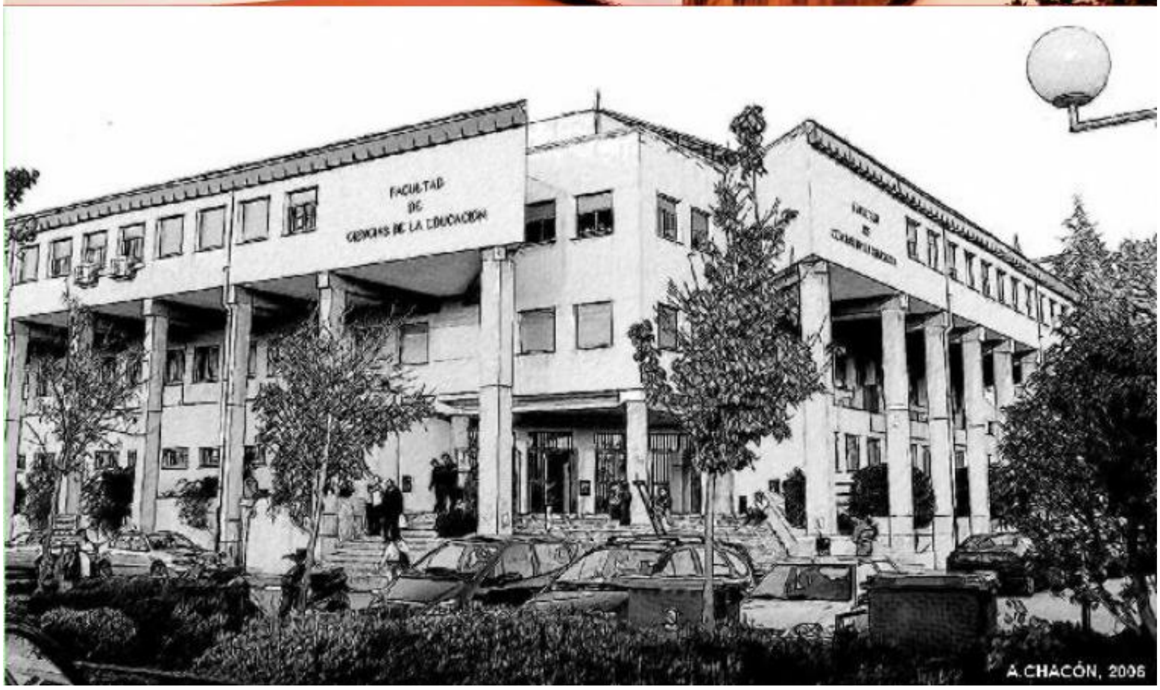
Comentarios

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Anexo C.3:

Utilizando Camtasia

Utilizando Camtasia



Rubí C. López Sánchez

Nicolás Zaragoza Grifé

Mérida, Yucatán, 14 de Septiembre de 2011

TUTORIAL CAMTASIA 7

Creando un archivo de grabación de video en Camtasia 7

Paso 1. Abrir Camtasia 7

Opción 1.a. Para abrir el Camtasia 7, es necesario ubicar el acceso directo en el escritorio como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Acceso directo de Camtasia 7 en el escritorio de Windows

Opción 1.b. Para abrir el Camtasia 7, es necesario ubicar el acceso directo desde el menú de todos los programas como se muestra en la Figura 2.

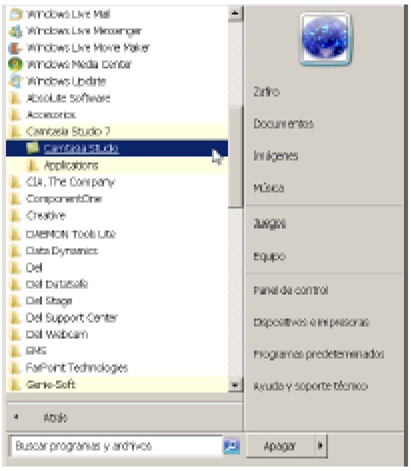


Figura 2. Acceso directo de Camtasia 7 desde el menú de **Todos los programas**

Una vez iniciado el Camtasia 7, deberá aparecer una ventana como la que se muestra en la Figura 3.

Figura 3. Ventana de inicio de Camtasia 7

Paso 2. Iniciar Grabadora de Video

Una vez iniciado Camtasia 7, para iniciar la Grabadora haga clic con el botón izquierdo del ratón sobre el botón que dice [*Record the screen*] ubicado en la parte superior izquierda sobre la pantalla principal debajo de la barra del menú principal. En la Figura 4 se muestra señalado en un rectángulo rojo el mencionado botón.

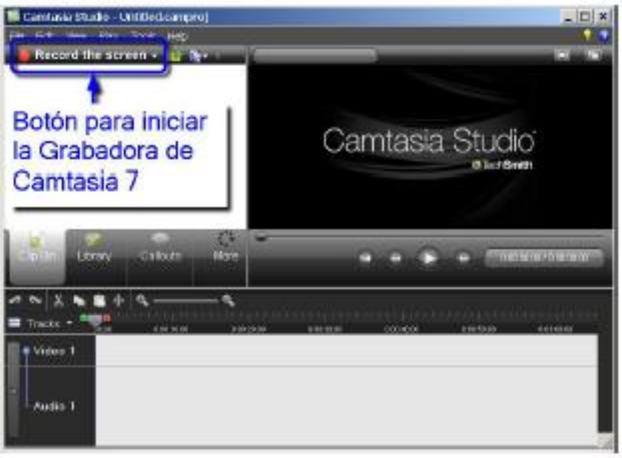


Figura 4. Botón [*Record the screen*] de Camtasia 7 para iniciar la Grabadora

Deberá aparecer en la pantalla en la parte inferior derecha una ventana como la que se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Grabadora de Camtasia 7

Paso 3. Grabar el video Video

Una vez iniciada la grabadora de Camtasia 7, seleccione la opción [*Full screen*] del apartado [*Selecta area*] para especificar el tipo de grabación que se realizará.

Para iniciar la grabadora pulse el botón circular rojo que dice [*rec*]. También de forma alternativa puede iniciar la grabadora presionando la tecla [*F9*].

Una vez iniciada la grabación aparecerá un mensaje que dice que en algunos segundos iniciará la grabación de la pantalla.

Paso 4. Terminar la Grabación de Video

Para terminar la grabación de Video presione la tecla [*F10*]. Después de terminar la grabación con Camtasia 7 aparecerá una pantalla como la que se muestra en la Figura 6.

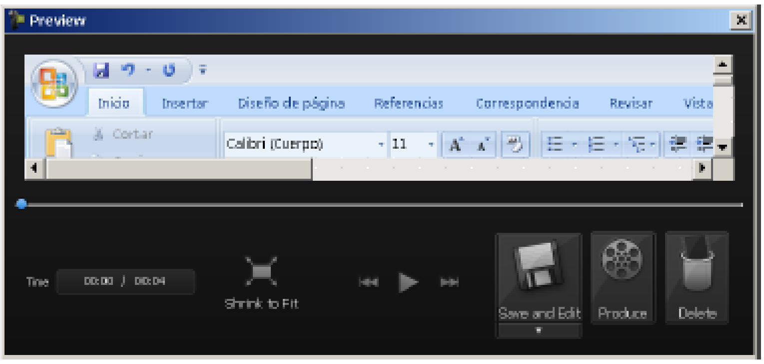


Figura 6. Pantalla para guardar el video recién grabado

Paso 5. Guardar Video Grabado

En la pantalla de la Figura 7, se deberá presionar el botón que dice [Save and Edit] para guardar el video en la carpeta especificada en la sesión.

4

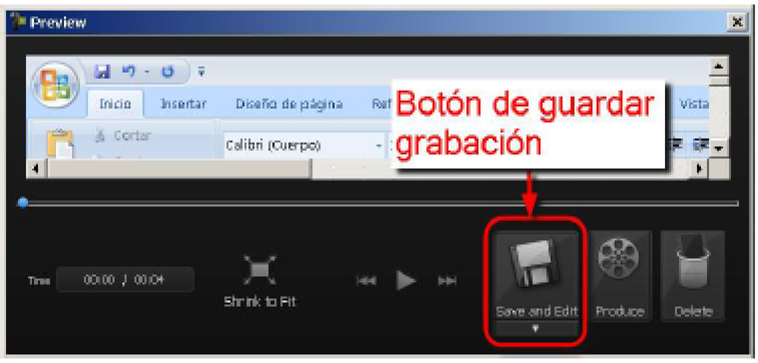


Figura 7. Botón de Guardar grabación de la grabadora de Camtasia 7

El nombre que deberá tener el archivo corresponderá al patrón que a continuación se especifica:

ApellidoPaterno_ApellidoMaterno_NombreUsual_DiaMesAño.camrec

Ejemplo:

Zaragoza_Grife_Nicolas_11092011.camrec

Nota: No utilizar acentos en los nombres. Los guiones deberán ser siempre guiones bajos.

En la Figura 8 se muestra un ejemplo de la ventana del diálogo de grabación del archivo de grabación.

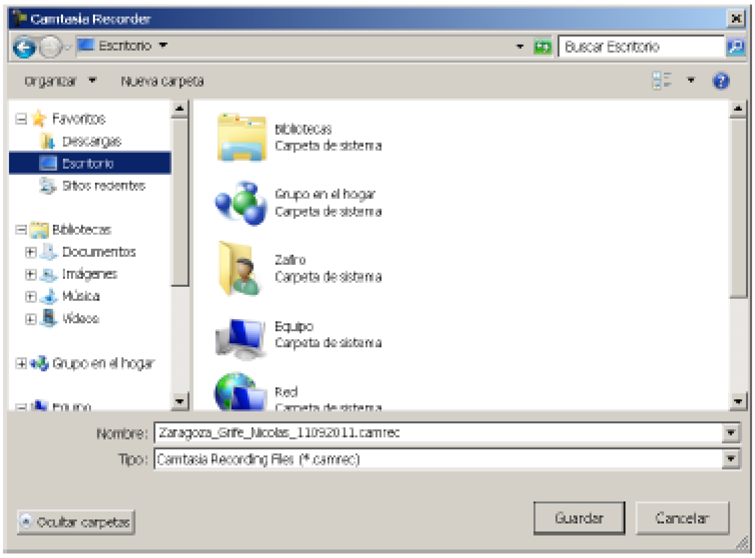


Figura 8. Diálogo de grabación del archivo de video

Después de presionar el botón de guardar del diálogo mostrado en la Figura 8, en la ventana principal de Camtasia 7 aparecerá un diálogo preguntando las dimensiones de edición del video recién grabado tal y como se muestra en la Figura 9.

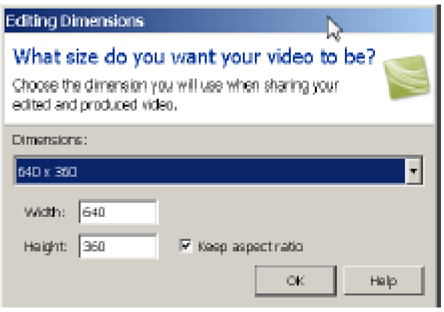


Figura 9. Diálogo de dimensiones de edición del video recién grabado

Únicamente presione el botón que dice [OK]

Paso 6. Terminar Camtasia 7

Para salir de Camtasia 7, vaya al menú principal: ***File* -> *Exit.***

BIBLIOGRAFÍA

TechSmith Corporation. (2010). Camtasia (Versión 7). [Software de cómputo]. EEUU: www.techsmith.com

6

Anexo D.3:

Utilizando Maple

Utilizando Maple

Nicolás Zaragoza Grifé
Rubí López Sánchez
Marta Molina González
Enrique Castro Martínez

Mérida, Yucatán, 14 de Septiembre de 2011

UTILIZANDO MAPLE

INTRODUCCIÓN

Maple es un CAS (Computer Algebraic System) por sus siglas en inglés, es decir, un Sistema Algebraico Computacional, que permite utilizar hojas de trabajo y documentos electrónicos para facilitar los cálculos aritméticos y simbólicos utilizados ampliamente en todas las ramas de las Matemáticas. Entre otras cosas, Maple permite declarar variables, plantear ecuaciones, despejar incógnitas, definir y graficar funciones, derivar e integrar expresiones y hacer dibujos esquemáticos a manera de croquis, que finalmente pueden reemplazar a las hojas de papel y lápiz tradicionalmente utilizadas para estos propósitos.

INICIANDO MAPLE

Para comenzar a utilizar el Maple es necesario iniciarlo desde el escritorio de Windows ubicando su acceso directo tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Acceso directo de Maple

Otra manera de iniciarlo es ir directamente al menú de inicio de *Windows->Todos los Programas ->Maple 15 (32-bit) -> Maple 15*, tal como se muestra en la Figura 2.

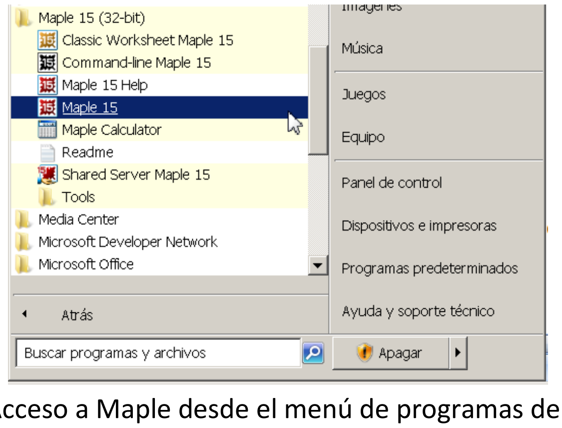


Figura 2. Acceso a Maple desde el menú de programas de Windows

Al iniciar el Maple deberá aparecer la pantalla principal tal como se muestra en la Figura 3.

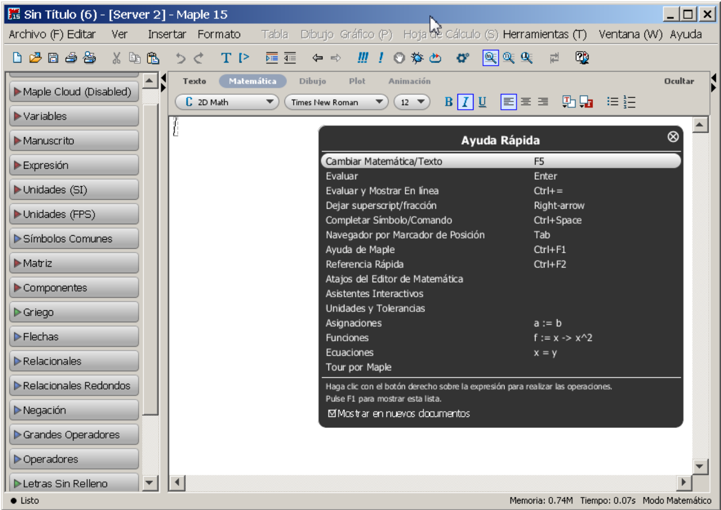


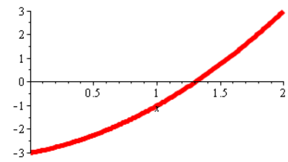
Figura 3. Pantalla principal de Maple

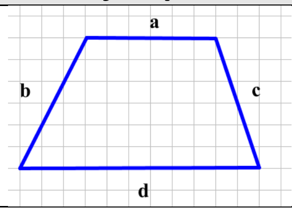
Una vez abierta la pantalla principal de Maple se puede trabajar directamente sobre la región de trabajo, la cual es el área de color blanco que se encuentra directamente debajo de la barra de herramientas de Maple. A esta región de trabajo por omisión se le denomina Documento.

DOCUMENTO DE MAPLE

En un Documento de Maple se pueden insertar varios tipos de elementos según lo que se necesite hacer. Los tipos de elementos con que permite Maple trabajar se enlistan y describen en la Tabla 1.

Tabla 1. Elementos del Documento de Maple

Elemento	Propósito	Ejemplo
Texto	Permite definir un texto relevante a lo que se está trabajando en alguna parte del Documento. Al texto se le puede dar formato tal y como se hace en un editor de texto como Microsoft Word.	**Introducción a MAPLE**
Matemática	Permite definir una expresión con notación matemática que puede ser: una variable, una ecuación o una función.	$f(x) := x^2 + x - 3$
Plot	Permite graficar una función específica. La gráfica se puede configurar para muchos parámetros tales como el rango de valores donde la función será evaluada para presentarse en la gráfica, el color de la línea y su grosor, el texto de los ejes, la rejilla, etc. El elemento *Plot* permite obtener una idea de cómo se comporta una función en un rango de valores dado.	$plot(f(x), x = 0..2)$ 

Elemento	Propósito	Ejemplo
Dibujo	Este elemento se puede utilizar para definir un croquis que manifieste de manera esquemática una idea o varias ideas para modelar un problema matemático. Se tienen varias herramientas.	

INSERTANDO ELEMENTOS TIPO TEXTO

Para insertar un elemento de tipo texto en un Documento de Maple se tienen que seguir los pasos que a continuación se describen.

Paso 1. Colocar en modo texto en el menú del Documento haciendo clic en el botón que dice Texto tal y como se muestra en la Figura 4.

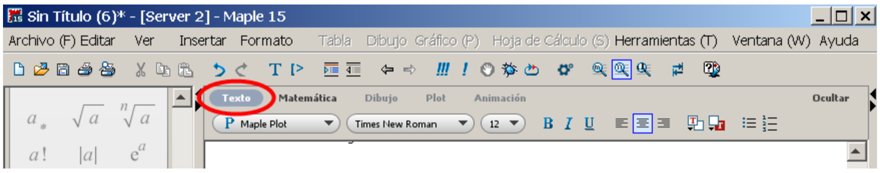


Figura 4. Menú de Documento en modo Texto

Paso 2. Escribir el texto deseado directamente en el Documento.

Paso 3. Opcionalmente se puede formatear el texto de la misma manera en la que se aplica formato en un editor de texto como Microsoft Word.

INSERTANDO ELEMENTOS TIPO MATEMÁTICA

Para insertar un elemento de tipo matemática en el Documento de Maple, se tienen que seguir los pasos que a continuación se describen.

Paso 1. Colocar en modo Matemática en el menú del Documento haciendo clic en el botón que dice Matemática tal y como se muestra en la Figura 5.

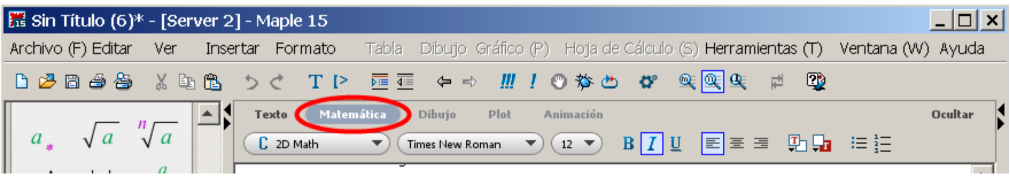


Figura 5. Menú del Documento en modo Matemática

Paso 2. Comenzar a teclear la expresión deseada, utilizando los operadores necesarios tales como (+, -, /, *). También se puede utilizar la paleta de [*Expresión*] la cual se muestra en la Figura 6, que sirve como patrón para las raíces, los exponentes y otros símbolos matemáticos que son utilizados comúnmente. Adicionalmente se pueden utilizar letras del alfabeto griego las cuales se pueden seleccionar en la paleta de [*Griego*] como se muestra en la Figura 7.

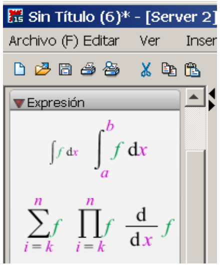


Figura 6. Paleta [*Expresión*]

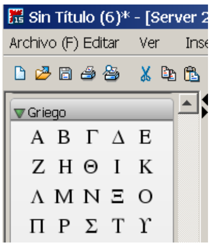


Figura 7. Paleta [*Griego*]

Paso 3. Al terminar de escribir la expresión deseada, es necesario presionar la tecla [*Intro*] para que el Maple la reconozca como una expresión del Documento. Aparecerá una copia de la misma expresión inmediatamente debajo pero escrita en color azul y con un índice numerado en la parte derecha, tal como se muestra en la Figura 8.

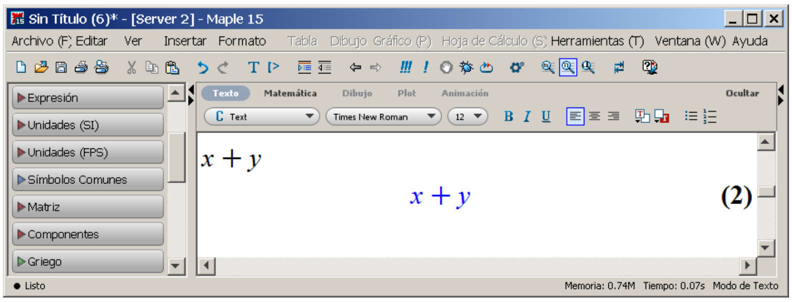


Figura 8. Expresión reconocida en el Documento de Maple

A partir de este momento la expresión matemática queda lista para poder usarse en los cálculos aritméticos y/o simbólicos a través del menú contextual de Maple como se explicará más adelante.

INSERTANDO ELEMENTOS TIPO PLOT

Maple tiene la capacidad de construir gráficas de funciones planas (2-D) y del espacio (3-D) a partir de la definición de alguna función. De la manera más simple para construir una gráfica se deben de seguir los pasos que a continuación se describen.

Paso 1. Definir la función que se pretende graficar. Para definir la función se deberá utilizar el siguiente patrón de notación insertando un elemento de tipo Matemática:

NombreDeFuncion(Argumento1, Argumento2,..., ArgumentoN):= CuerpoDeFuncion

Ejemplo de función a definir:

$$f(x) := x^2 - 3$$

Al terminar de escribir la función se deberá presionar la tecla *[Intro]*. Deberá aparecer una ventana de diálogo como la que se muestra en la Figura 9. En esta ventana se deberá seleccionar la opción que dice en inglés *[function definition]* y presionar el botón que dice *[Aceptar]* para que el Documento de Maple registre la función y se pueda trabajar con ella. Aparecerá la función definida tal y como se muestra en la Figura 10.

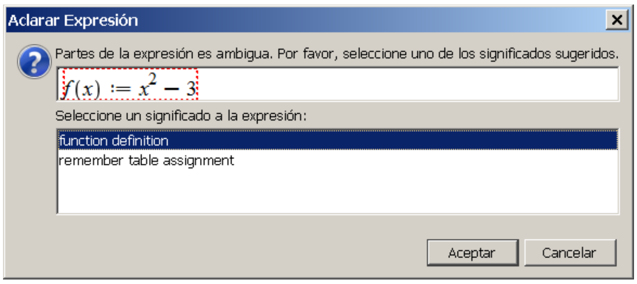


Figura 9. Ventana de diálogo de definición de función

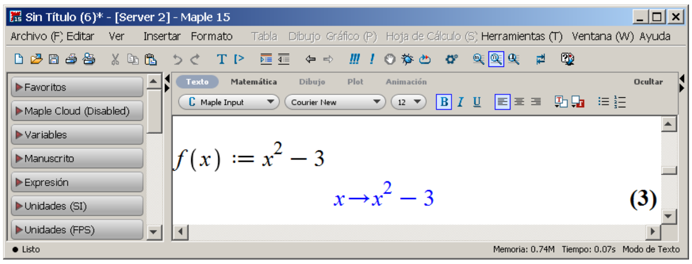


Figura 10. Ejemplo de función definida

Paso 2. Para construir el gráfico de manera directa, se deberá seleccionar la función que aparece en color azul y se hará clic con el botón derecho del ratón. Se desplegará entonces el menú contextual. Debe seleccionarse el comando *Gráficas -> Gráfica 2-D,* tal como se muestra en la Figura 11.

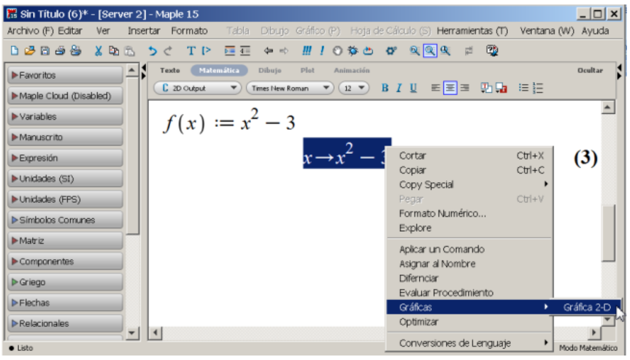


Figura 11. Menú contextual sobre una expresión para insertar una Gráfica en un Documento de Maple

Después de ejecutar este comando aparecerá la gráfica deseada, tal como se muestra en la Figura 12.

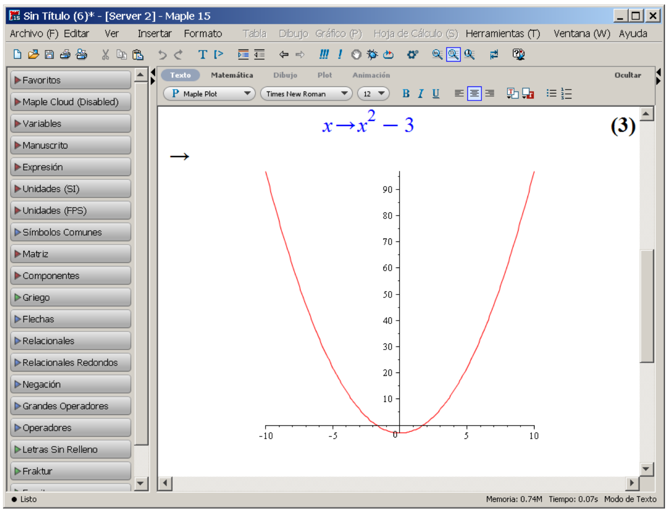


Figura 12. Gráfica obtenida de la función utilizando el comando *Gráficas->Gráfica 2-D*

Como se puede observar en la Figura 12, Maple de manera automática sugirió un rango para evaluar la función para dibujar la gráfica, es decir [-10,10]. Si se quiere especificar un rango específico, una forma alternativa de graficar una función, es escribir el comando en notación matemática:

$$plot(f(x), x = 0..10)$$

Al final se presiona [*Intro*] y aparece debajo del comando la gráfica pero en el intervalo [0,10], tal como se muestra en la Figura 13.

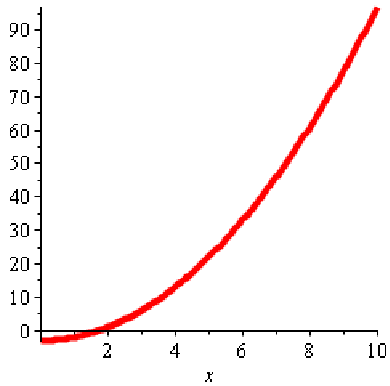


Figura 13. Gráfica de la función *f(x)* utilizando el comando [*plot*] para el rango [0,10]

INSERTANDO ELEMENTOS TIPO DIBUJO

Una de las funciones más novedosas que ofrece Maple en su Documento, es la de poder dibujar un croquis que permita expresar una idea de forma esquemática, la cual pueda servir como una ayuda para construir un modelo matemático.

Para poder trabajar con un dibujo se necesita alguna de las dos opciones siguientes:

Opción 1. A partir de una cuadriculada.

Opción 2. A partir de una imagen importada.

Tanto la cuadriculada como la imagen importada ofrecen un medio para poder dibujar un croquis.

Paso 1a. Para insertar una cuadriculada se tiene que ir al menú: *Insertar->Cuadriculada*, tal como se muestra en la figura 14.

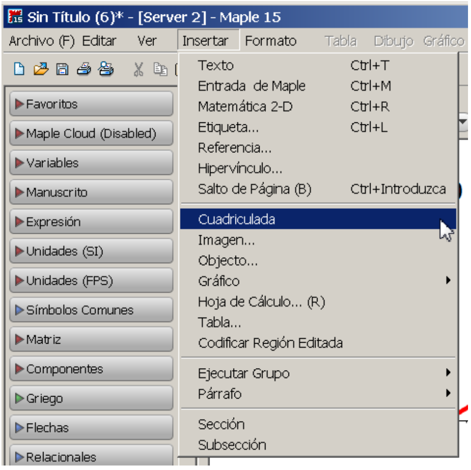


Figura 14. Menú de *Insertar->Cuadriculada*

Aparecerá una cuadricula como la que se muestra en la Figura 15.

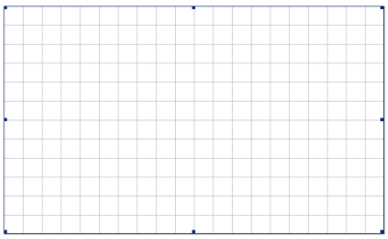


Figura 15. Cuadriculada en el Documento de Maple

Paso 1b. Para insertar una imagen se tiene que ir al menú: *Insertar->Imagen…*, tal como se muestra en la Figura 16.

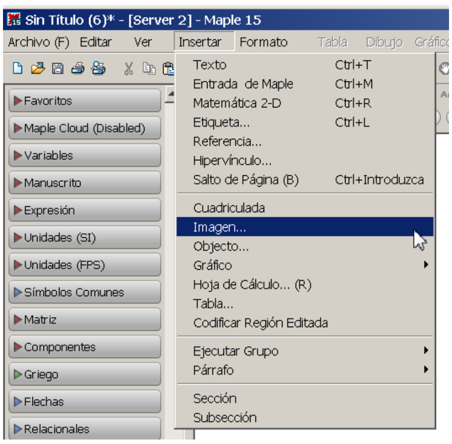


Figura 16. Menú de *Insertar->Imagen…*

Aparecerá el diálogo de abrir archivo de imagen, el cual permitirá al usuario seleccionar la imagen deseada desde algún dispositivo de almacenamiento. Al seleccionar la imagen aparecerá en el Documento de Maple.

Paso 2. Para los dos casos tanto la cuadriculada como la imagen insertada, se deberá seleccionar cada una de ellas para habilitar el menú de Dibujo, tal como se muestra en la Figura 17.

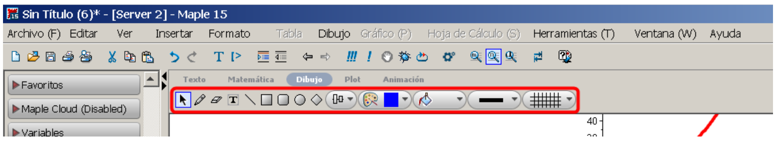


Figura 17. Menú de Dibujo

Paso 3. Sobre el área de dibujo de la cuadriculada o de la imagen insertada se podrán dibujar líneas, o formas predefinidas tales como rectángulos, círculos, rombos, etc. Tal como se hace en cualquier paquete de dibujo vectorizado. Se puede modificar los atributos de cada uno de los elementos del dibujo: grosor, color y tipo de línea, tipo y tamaño de fuente, etc., utilizando los comandos del menú de dibujo. Los dibujos pueden ser tan simples o tan complejos como se requiera, el objetivo es esquematizar las ideas. A manera de ejemplo sobre una cuadriculada se muestra un dibujo en la Figura 18. En la Figura 19 se muestra un dibujo sobre una imagen insertada.

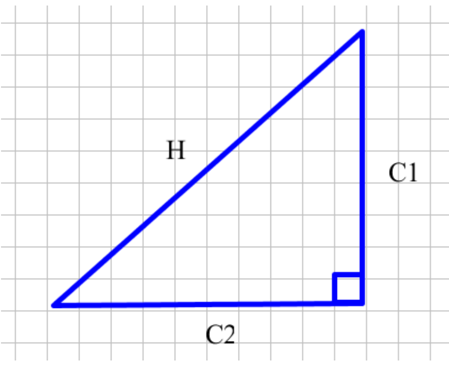


Figura 18. Dibujo sobre cuadriculada

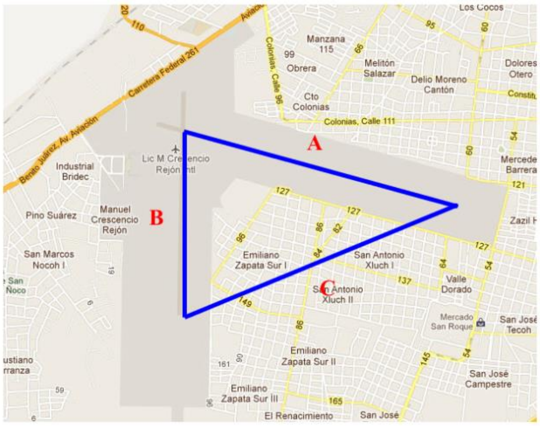


Figura 19. Dibujo sobre imagen insertada

DEFINIENDO VARIABLES

Para definir variables en un Documento de Maple es necesario tomar en consideración que los cálculos se realizan de arriba hacia abajo, por ejemplo:

Si se quiere conocer el valor de la expresión "***a + 5***", formada por la variable "***a***", el operador "***+***" y la constante "***5***", primero se tiene que definir el valor de la variable "***a***", es decir, la variable "***a***" debe ser definida cuando menos una línea antes de utilizar la expresión "***a + 5***".

Para plantear una variable se necesita seguir los pasos que a continuación se describen:

Paso 1. Insertar un elemento de tipo matemática colocando el nombre de la variable y seguido del signo [*:=*], el cual se utiliza para asignar un valor, por ejemplo, se puede introducir ***a:= 3***, lo que define que la variable "***a***" vale "***3***".

Paso 2. Al terminar de escribir el nombre de la variable, colocarle el signo de asignación [*:=*] y el valor correspondiente se debe pulsar la tecla [*Intro*] para indicar en el Documento que la variable ha sido definida. Al definir la variable, podemos hacer uso de ella y Maple considera el valor de la misma y cuando dicha variable se define, aparece en la siguiente línea el valor de la variable seguido de un índice entre paréntesis que representa el número de expresión que Maple le asigna. En la Figura 20 se muestra el ejemplo para la definición de "***a:= 3***".

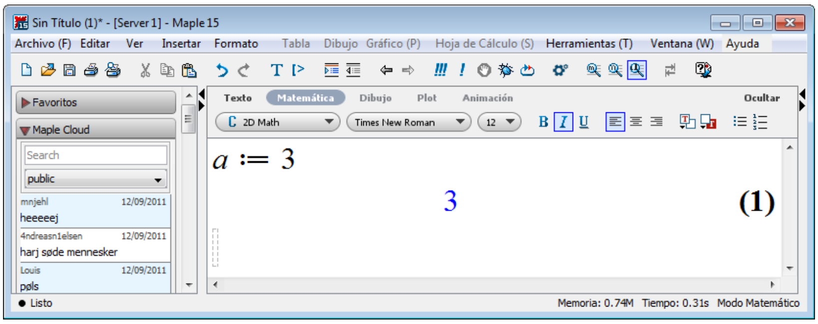


Figura 20. Ejemplo de definición de una variable en un Documento de Maple

DEFINIENDO ECUACIONES

Para definir ecuaciones en un Documento de Maple es necesario seguir los pasos que a continuación se describen:

Paso 1. Insertar un elemento de tipo Matemática en el Documento de Maple, que represente una ecuación. Por ejemplo:

$$a + b = 0$$

Paso 2. Después de ingresar la ecuación se deberá pulsar la tecla [*Intro*] para registrar la ecuación. En la Figura 21 se muestra el ejemplo de una ecuación definida en un Documento de Maple. Aparecerá en la línea inferior inmediata a la definición de nuevo la ecuación definida seguida de un índice que le corresponde dentro del Documento de Maple.

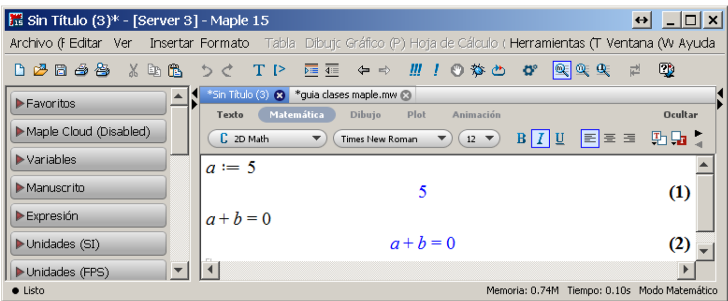


Figura 21. Ecuación definida en un Documento de Maple

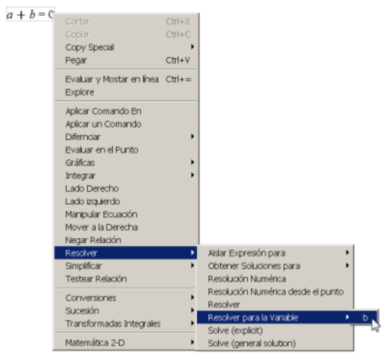
RESOLVIENDO UNA ECUACIÓN

Una de las funciones más poderosas con las que cuenta Maple es la capacidad de poder resolver ecuaciones. Para poder resolver una ecuación para una incógnita se deben seguir los pasos que a continuación se describen.

Paso 1. Sobre la definición de la ecuación, se deberá hacer clic con el botón derecho del ratón para desplegar el menú contextual. Se deberá escoger la opción:

Resolver-> Resolver para la variable -> b

En la Figura 22 se muestra el menú contextual para resolver una ecuación para la variable ***b*** seguido del resultado obtenido.



Se aplica el comando para resolver la ecuación a través del menú contextual desplegado sobre la ecuación

$$a + b = 0 \xrightarrow{\text{resolver para b}} [[b = -5]]$$

Se obtiene el resultado de la resolución de la ecuación.

Figura 22. Secuencia de resolución de la ecuación ***a + b = 0*** para la variable ***b*** sabiendo que ***a = 5***

El resultado obtenido de la resolución de la ecuación se puede utilizar para otros cálculos en el Documento de Maple.

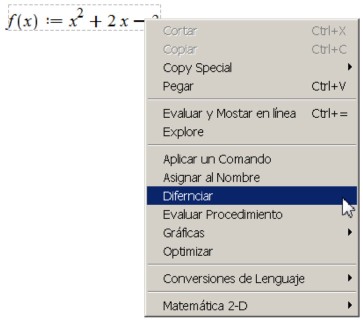
DERIVANDO UNA FUNCIÓN

El motor de cálculo de Maple permite diferenciar funciones con respecto de cualquier variable que la componga. Para poder obtener la derivada de una función con respecto a alguna de sus variables se deben seguir los pasos que a continuación se describen.

Paso 1. Definir la función de la cual se quiere obtener una derivada. Véase *Definiendo una función*. A manera de ejemplo utilizaremos la función:

$$f(x) := x^2 + 2\,x - 3$$

Paso 2. Sobre la definición de la función del Paso 1, despliegue el menú contextual haciendo clic con el botón derecho del ratón y seleccione la opción que dice: *Diferenciar.* Aparecerá inmediatamente a la derecha el resultado de la diferenciación. Maple en este caso, detecta automáticamente que la única derivada posible es con respecto de la variable ***x***. En la Figura 23 se muestra la secuencia de obtención de la derivada de la función del ejemplo del Paso 1.



Se aplica el comando para diferenciar la función a través del menú contextual desplegado sobre la función

$$f(x) := x^2 + 2x - 3 \xrightarrow{\text{diferenciar}} x \rightarrow 2x + 2$$

Se obtiene el resultado de la diferenciación de la función con respecto de la variable ***x***.

Figura 23. Secuencia de derivación de una función en un Documento de Maple

UTILIZANDO FUNCIONES COMPUESTAS

Maple permite utilizar funciones compuestas para simplificar el manejo de expresiones. A continuación se planteará un ejemplo de cómo obtener la derivada de una función compuesta con respecto de la variable r. En la Figura 24 se muestra la definición de las funciones *h(r), w(r), g(r)* y *s(r)*, ésta última función siendo una composición de las funciones *w(r)* y *g(r).* Se puede observar que el resultado finalmente es dado en términos de la variable independiente r. Para estos casos Maple se encarga de manejar de forma implícita el proceso de la regla de la cadena, siendo éste proceso transparente para el usuario.

$$h(r) := r^2 + 2$$

$$r \rightarrow r^2 + 2 \qquad \textbf{(1)}$$

$$w(r) := 2\,\pi \cdot r + h(r)^2$$

$$r \rightarrow 2\,\pi\, r + h(r)^2 \qquad \textbf{(2)}$$

$$g(r) := 2\,\pi \cdot r^3 + 2 \cdot r^2$$

$$r \rightarrow 2\,\pi\, r^3 + 2\, r^2 \qquad \textbf{(3)}$$

$$s(r) := w(r) + 2 \cdot g(r)$$

$$r \rightarrow w(r) + 2\, g(r) \qquad \textbf{(4)}$$

$$s(r) \xrightarrow{\text{diferenciar con respecto a r}} 2\,\pi + 4\,(r^2 + 2)\, r + 12\,\pi\, r^2 + 8\, r$$

Figura 24. Proceso de diferenciación de una función compuesta de manera directa

BIBLIOGRAFÍA

Waterloo Maple Inc. (2011). Maple (Versión 15). [Software de cómputo]. Canada www.maplesoft.com

Anexo E.3:

Cuadernos de trabajo en formato impreso

INTRODUCCIÓN

En la vida real se nos presentan interrogativas tales como: ¿cuál es la ruta para emplear el menor tiempo posible en un viaje?, ¿cómo debe instalarse una tubería para que el costo sea mínimo?, ¿cuáles son las dimensiones de una ventana que permita entrar la máxima cantidad de luz?, ¿la carga máxima para una deflexión mínima en una viga?, etc. Este tipo de problemas son los que normalmente en Cálculo Diferencial se conocen como problemas de optimización o problemas de máximos y mínimos.

OBJETIVO

La finalidad de esta práctica es resolver un problema de optimización teniendo como herramienta de apoyo el Sistema Algebraico Computacional llamado Maple.

PROBLEMA

La distancia promedio que recorren millones de personas en el mundo para obtener agua potable es de seis kilómetros. En México nueve millones de personas se encuentran sin acceso a este vital líquido en condiciones para ser ingerido y entre los proyectos para hacerlo llegar a comunidades lejanas se encuentra la purificación del agua extraída directamente en las zonas rurales. El estado de Yucatán cuenta con recursos naturales como los cenotes (pozos de agua dulce creados por la erosión de la piedra caliza) de donde puede extraerse agua para su purificación. Por ejemplo, en las poblaciones de Cuzamá y Homún existen cenotes y se está considerando la construcción de una planta purificadora entre esas poblaciones para abastecer las comunidades rurales de Xucú y Hocabá. ¿Dónde debería ubicarse la planta purificadora entre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería?

Diario de Yucatán

yucatan.com.mx

Mérida Deportes Economía Cultura Espectáculos Sociales

Domingo 18 de abril de 2010

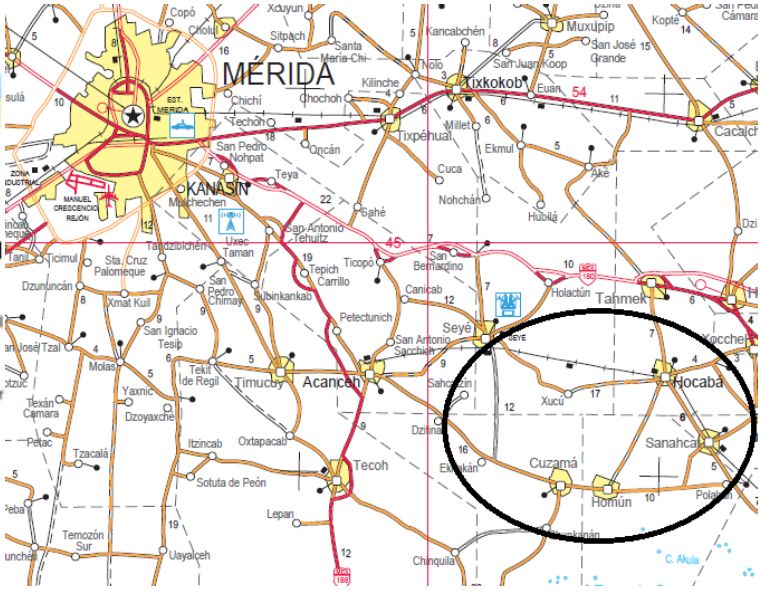
Comentar Imprimir Enviar a un amigo | Ayuda

Sin acceso al agua 9 millones de mexicanos

MÉXICO (Notimex).— El director general de la Comisión Nacional del Agua (Conagua), José Luis Luege Tamargo, informó que nueve millones de mexicanos no tienen acceso al agua potable, por lo que llamó a la conciencia para cuidar y valorar ese recurso natural.

Entrevistado en el marco de la carrera Dow Live Earth Run for Water, en la que participa con otros siete mil corredores, explicó que la caminata de seis kilómetros representa la distancia promedio que recorren millones de personas en el mundo y en México para obtener agua.

Luege Tamargo indicó que para hacer llegar ese líquido a comunidades lejanas se apoyan con distintos proyectos, como es la captación de agua de lluvia, agua en envases y su purificación directamente en las zonas rurales.



PROBLEMA

El desarrollo de vivienda de retiro para jubilados extranjeros denominado “Sian Kan III” (punto A del plano), situado en el Puerto de Yucalpetén, requiere contar con servicios de internet de banda ancha. Este centro de vivienda es cliente de Telmex desde hace varios años y aprovechando la oferta que esta compañía está ofreciendo a sus clientes desea hacer el estudio de mercado para saber si es viable esta opción. El departamento de proyectos de Telmex ha determinado que para iniciar el proyecto de expansión de la red, se tienen que unir los puntos A y B marcados en el croquis anexo y a esta unión se le conoce como enlace. Las generalidades del costo del enlace están en función del tendido de cable de fibra óptica que irá bajo el agua y luego sobre el suelo. El costo por kilómetro del tendido de cable submarino es de 4.5 millones de dólares y el tendido en tierra cuesta 1.25 millones de dólares por kilómetro. ¿Cómo debe realizarse el cableado de fibra óptica para que el costo del tendido sea mínimo?

Telmex promete fibra óptica para casas

Mediante publicidad impresa, Telmex anunció que en los próximos meses llevará fibra óptica directo a la casa de sus clientes. Más allá de esta publicidad, la empresa no ha emitido comunicados que revelen más información al respecto. Lo que se sabe es que, al principio, el servicio sólo llegará a unas cuantas zonas de la ciudad de México y tendrá velocidades de descarga de hasta 20 Mbps. La instalación no tendrá costo para aquellos que ya son clientes de la empresa, pero los precios del paquete y la disponibilidad del mismo todavía no se conocen.

Telmex anunció que este año realizará inversiones de aproximadamente 940 millones de dólares y la mayor parte se destinará al negocio de Internet, principalmente en el cambio de cableado (fibra) y el aumento en la velocidad de conexión.

PROBLEMA

El gobierno mexicano a través del programa PROCAMPO operado por la SAGARPA (Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación) ha destinado una partida presupuestal para el apoyo a los agricultores afiliados a dicho programa con el propósito de que se preparen adecuadamente para la época de cosecha y almacenamiento de granos, mediante la construcción de silos de almacenamiento. La gerencia de proyectos de la SAGARPA ha consultado con expertos a nivel internacional para el diseño y construcción de los silos y dichos expertos sugieren que la geometría más adecuada consiste de un cilindro circular recto coronado por un cono, tal que la altura del cilindro sea de tres veces la altura del cono. Se ha determinado mediante estadísticas de cosechas de años anteriores que el volumen de cada silo debe ser de 100 metros cúbicos. El departamento de diseño de la SAGARPA tiene a su cargo obtener las dimensiones para el silo propuesto que hagan mínima la utilización de material empleado en su construcción.

Procampo

Jul-25 04:23 hrs

Avanza el reparto de subsidio federal al agro

La entrega de Procampo rebasa 60% de los mil millones que la Federación destina al campo en el presente temporal

Avanza el reparto de subsidios de Procampo en el agro

Nota

Municipios | Campo mexicano | Agricultura | Procampo

En Jalisco, el ciclo agrícola primavera-verano es el más importante en la cosecha de granos básicos. ARCHIVO.

Ya se repartieron 636.7mdp

Es parte de los apoyos federales a la producción agrícola en el presente ciclo de lluvias

GUADALAJARA, JALISCO (24/JUL/2011).- En el presente ciclo agrícola primavera-verano ya se repartieron en el campo jalisciense 636.7 millones de pesos, lo que representa un avance de 63 por ciento entre los agricultores integrados al esquema Procampo.

La entrega de estos recursos es parte de los apoyos federales a la producción agrícola en el presente ciclo de lluvias.

Según información de la Secretaría federal de Agricultura, el monto de los recursos que se entregan en el Procampo de esta temporada es del orden de 1,016.7millones de pesos.

A reserva del cierre estadístico del registro de las siembras, la dependencia ha informado que se tenía el establecimiento de cultivos en 950 mil hectáreas del agro jalisciense, entre las que se destacan por su monto las de 640 mil de maíz, junto con otros cultivos cíclicos, como avena y sorgo; y los llamados cultivos perennes, como el agave, la caña y la alfalfa.

La secretaría ha informado al momento que el comportamiento de las lluvias en el territorio estatal ha sido benéfico para las actividades agrícolas y ganaderas, sobre todo en las regiones donde se tenían ciertos problemas de sequía antes de que lloviera, como fueron los casos de la zonas Altos Norte, el Llano en Llamas y la región Norte.

PARA SABER

Los subsidios del Procampo suponen 960 pesos por hectárea en predios menores a las cinco hectáreas y de 1,360 pesos en los de mayor tamaño.

Procampo implica un apoyo para cubrir gastos de producción. En el caso del maíz, el apoyo supone cerca del 10 por ciento de un costo mínimo para una siembra comercial.

En el caso de Jalisco, el ciclo agrícola primavera-verano es el más importante en la cosecha de granos básicos y otros cultivos.

Volumen del cilindro

$$V_{cil} = \pi r^2 h$$

Volumen de un cono

$$V_{con} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

En las sesiones anteriores hemos estando resolviendo problemas de optimización de la vida real. En esos problemas se busca obtener un máximo beneficio o un mínimo costo. Para su tratamiento y resolución matemática hemos seguido una metodología que incluye las siguientes acciones:

- Hacer una lista de palabras clave
- Hacer un dibujo esquemático del problema
- Replantear con tus propias palabras el problema
- Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema
- Identificar y definir las variables
- Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente
- Obtener la fórmula matemática para resolver el problema
- Resolver el problema
- Interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida
- Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema
- Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales
- Identificar limitaciones de la solución obtenida
- Hacer un informe o reporte de la solución encontrada

La finalidad de esta práctica es resolver otro problema de optimización de la vida real siguiendo las acciones anteriores y teniendo como herramienta de apoyo el Maple.

En su trabajo profesional como ingenieros se van a encontrar con problemas de la vida real donde tendrán la necesidad de intentar encontrar la mejor solución y por lo tanto es de suma importancia elaborar siempre un informe correspondiente al procedimiento general seguido para obtener la solución al problema, **reflejando las consideraciones o suposiciones establecidas y las dificultades encontradas durante el proceso**.

El reporte final de esta práctica se tendrá en cuenta en la evaluación final del tema de resolución de problemas de optimización, que forma parte de la segunda unidad en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral I.

PROBLEMA

La empresa “Operadora TIASA, S.A. de C.V.” (empresa de almacenamiento de productos químicos en tanques) realizó un estudio de mercado con respecto a las necesidades de almacenamiento de gas y llegó a la conclusión de que es necesario contar con tanques de almacenamiento con una capacidad de 113,500 litros (aproximadamente 30,000 galones) para garantizar el abastecimiento de gas licuado de petróleo (GLP). El departamento de I + D (Ingeniería y Diseño) de la empresa ha seleccionado la configuración para la construcción del tanque industrial siendo ésta un cilindro circular rematado por dos cabezales semiesféricos. El departamento de ingeniería de costos de la empresa ha determinado que el costo del proceso de fabricación de la parte cilíndrica es de 1,000 pesos por metro cuadrado de superficie y el costo del proceso de fabricación de los cabezales semiesféricos es de 2,350 pesos por metro cuadrado, siento este último mayor debido a la mano de obra extra que se requiere para formar los extremos semiesféricos del tanque de almacenamiento. El departamento de diseño de TIASA necesita obtener las dimensiones de los tanques para que el costo del proceso de fabricación del tanque industrial sea mínimo.

YPFB habilitó tanques de almacenamiento de Gas Licuado de Petróleo

La Paz, 22 Ene.- La Planta de Senkata reacondicionó 10 tanques de almacenamiento que permitirán garantizar el abastecimiento de Gas Licuado de Petróleo (GLP) para La Paz, informó este viernes el presidente de YPFB Corporación, Carlos Villegas, que asistió al acto de entrega de estas unidades y de otras obras civiles.

El reacondicionamiento posibilitará contar con una reserva neta de 35.000 unidades de GLP, lo que significa cubrir al mercado local y tener un margen de stock de seguridad. Si en el futuro ocurriese algún imponderable que afecte la distribución normal del carburante, de inmediato se recurriría a esas reservas.

"Las operaciones de almacenaje, recepción y despacho tanto de camiones cisternas a nivel departamental y nacional son para poder satisfacer las necesidades y tener una mayor fluidez en la recepción de origen a destino, de modo que no existan camiones varados en Planta Senkata", indicó por su parte el Jefe del Distrito Occidente, Oscar Parra, luego de explicar al Presidente de YPFB las características de los tanques y otras obras complementarias en la engarrafadora.

Tras la inspección a los tanques, Villegas se reunió con los 122 trabajadores que prestan servicios en esa planta y les expresó su satisfacción por las obras realizadas.

La Planta de Senkata reacondicionó 10 tanques de almacenamiento que permitirán garantizar el abastecimiento de Gas Licuado de Petróleo.

Anexo F.3:

Cuaderno de trabajo de la sesión 2 resuelto hasta la fase 5

Cuaderno de Trabajo

Sesión 3

Problemas de optimización

Mérida,, Yucatán. 22 de Septiembre de 2011

Introducción

En la vida real siempre se nos presentan interrogativas tales como: ¿cuál es la ruta para emplear el menor tiempo posible en un viaje?, ¿cómo debe instalarse una tubería para que el costo sea mínimo?, ¿cuáles son las dimensiones de una ventana que permita entrar la máxima cantidad de luz?, ¿la carga máxima para una deflexión mínima en una viga?, etc. Este tipo de problemas son los que normalmente en Cálculo Diferencial se conocen como problemas de optimización o problemas de máximos y mínimos.

Objetivo

La finalidad de esta práctica es resolver un problema de optimización teniendo como herramienta de apoyo el Sistema Algebraico Computacional llamado Maple.

Problema

La distancia promedio que recorren millones de personas en el mundo para obtener agua potable es de seis kilómetros. En México nueve millones de personas se encuentran sin acceso a este vital líquido en condiciones para ser ingerido y entre los proyectos para hacerlo llegar a comunidades lejanas se encuentra la purificación del agua extraída directamente en las zonas rurales. El estado de Yucatán cuenta con recursos naturales como los cenotes (pozos de agua dulce creados por la erosión de la piedra caliza) de donde puede extraerse agua para su purificación. Por ejemplo, en las poblaciones de Cuzamá y Homún existen cenotes y se está considerando la construcción de una planta purificadora entre esas poblaciones para abastecer las comunidades rurales de Xucú y Hocabá. ¿Dónde debería ubicarse la planta purificadora entre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería?


Diario de Yucatán
yucatan.com.mx
Mérida · Deportes · Economía · Cultura · Espectáculos · Sociales
Domingo 18 de abril de 2010

Comentar · Imprimir · Enviar a un amigo | Ayuda

Sin acceso al agua 9 millones de mexicanos

MÉXICO (Notimex).— El director general de la Comisión Nacional del Agua (Conagua), José Luis Luege Tamargo, informó que nueve millones de mexicanos no tienen acceso al agua potable, por lo que llamó a la conciencia para cuidar y valorar ese recurso natural.

Entrevistado en el marco de la carrera Dow Live Earth Run for Water, en la que participa con otros siete mil corredores, explicó que la caminata de seis kilómetros representa la distancia promedio que recorren millones de personas en el mundo y en México para obtener agua.

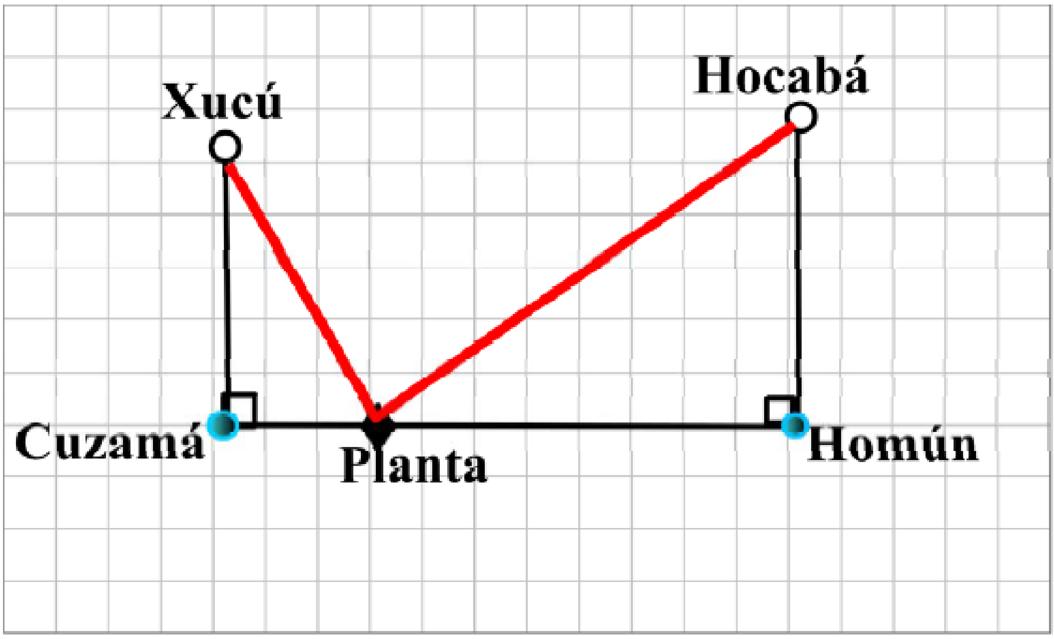
Luege Tamargo indicó que para hacer llegar ese líquido a comunidades lejanas se apoyan con distintos proyectos, como es la captación de agua de lluvia, agua en envases y su purificación directamente en las zonas rurales.

1. Leer y comprender el problema

Hacer una lista de palabras clave

mínimo
punto medio
distancia
cantidad de tuberia

Hacer un dibujo esquemático del problema



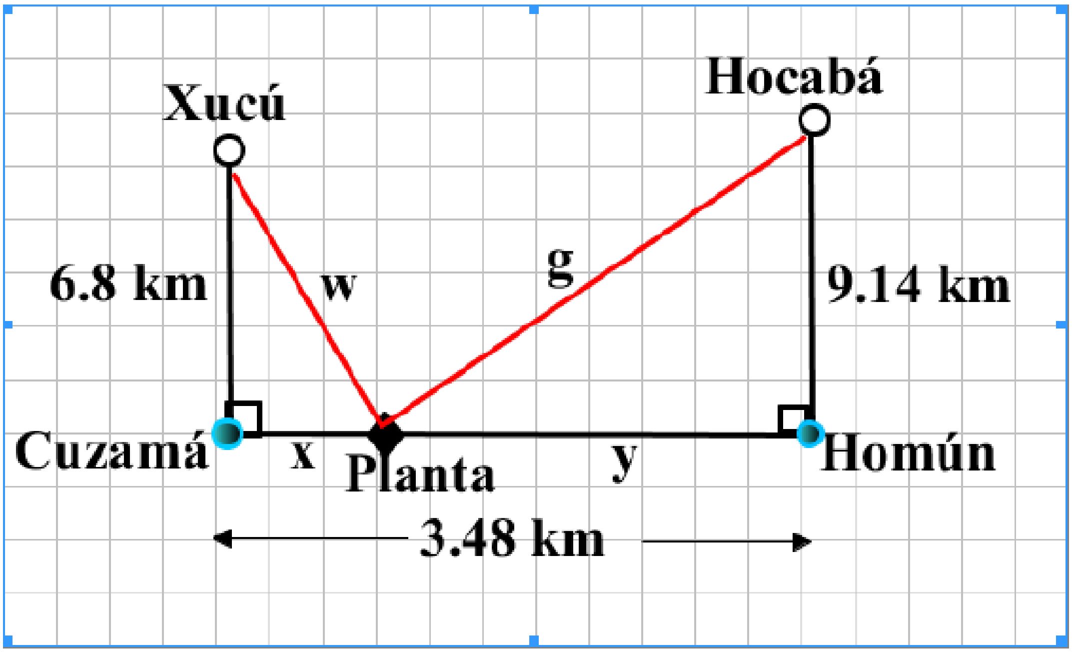
Replantear con tus propias palabras el problema

Determinar el punto entre Cuzamá y Homún donde debe situarse la planta potabilizadora para que sea ***mínima*** *la cantidad de tubería entre: Xucú, la planta purificadora de agua y Hocabá.*

Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema

En kilómetros

2. Hacer suposiciones y definir variables



Identificar y definir las variables

Sea:

w *= cantidad de tubería entre Xucú y la planta*

g *= cantidad de tubería entre la planta y Hocabá*

x *= distancia entre Cuzamá y la planta*

y *= distancia entre la planta y Homún*

L *= cantidad total de tubería*

↳ *variable a optimizar, en este caso a MINIMIZAR*

Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente

Se considera que:

Entre las poblaciones de Xucú - Cuzamá - Homún se tienen ángulos rectos.

Entre las poblaciones de Hocabá - Homún - Cuzamá se tiene ángulos rectos.

3. Formular el problema

Obtener la fórmula matemática para resolver el problema

Ecuación primaria: ***L* = *w* + *g***

Utilizamos ecuaciones secundarias para expresar ***L*** *en función de una sola variable independiente*

$y(x) := 3.48 - x$

$$x \rightarrow 3.48 - x \tag{7.1.1}$$

$w(x) := \sqrt{6.8^2 + x^2}$

$$x \rightarrow \sqrt{6.8^2 + x^2} \tag{7.1.2}$$

$g(x) := \sqrt{9.14^2 + y(x)^2}$

$$x \rightarrow \sqrt{9.14^2 + y(x)^2} \tag{7.1.3}$$

$L(x) := g(x) + w(x)$

$$x \rightarrow g(x) + w(x) \tag{7.1.4}$$

4. Resolver el problema

Resolver el problema

Derivando ***L*** *con respecto a* ***x*** *para hallar números críticos,*

teniendo en cuenta que los valores que puede tomar ***x*** *se encuentran en el intervalo cerrado* **[0,3.48]**

$\frac{d}{dx} L(x)$

$$\frac{1}{2} \frac{-6.96 + 2x}{\sqrt{83.5396 + (3.48 - x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{46.24 + x^2}} \tag{8.1.1}$$

$$\frac{1}{2} \frac{-6.96 + 2x}{\sqrt{83.5396 + (3.48 - x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{46.24 + x^2}} = 0$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{-6.96+2\,x}{\sqrt{83.5396+(3.48-x)^2}}+\frac{x}{\sqrt{46.24+x^2}}=0 \qquad \textbf{(8.1.2)}$$

$\xrightarrow{\text{resolver para x}}$

$$[[x=1.484567127]] \qquad \textbf{(8.1.3)}$$

Evaluando ***L*** *en los extremos del intervalo cerrado* **[0,3.48]** *y en los números críticos en el interior de dicho intervalo*

$L(0)$

$$16.58008180 \qquad \textbf{(8.1.4)}$$

$L(3.48)$

$$16.77874335 \qquad \textbf{(8.1.5)}$$

Evaluacion del número crítico en la funcion

$L(1.484567127)$

$$16.31545280 \qquad \textbf{(8.1.6)}$$

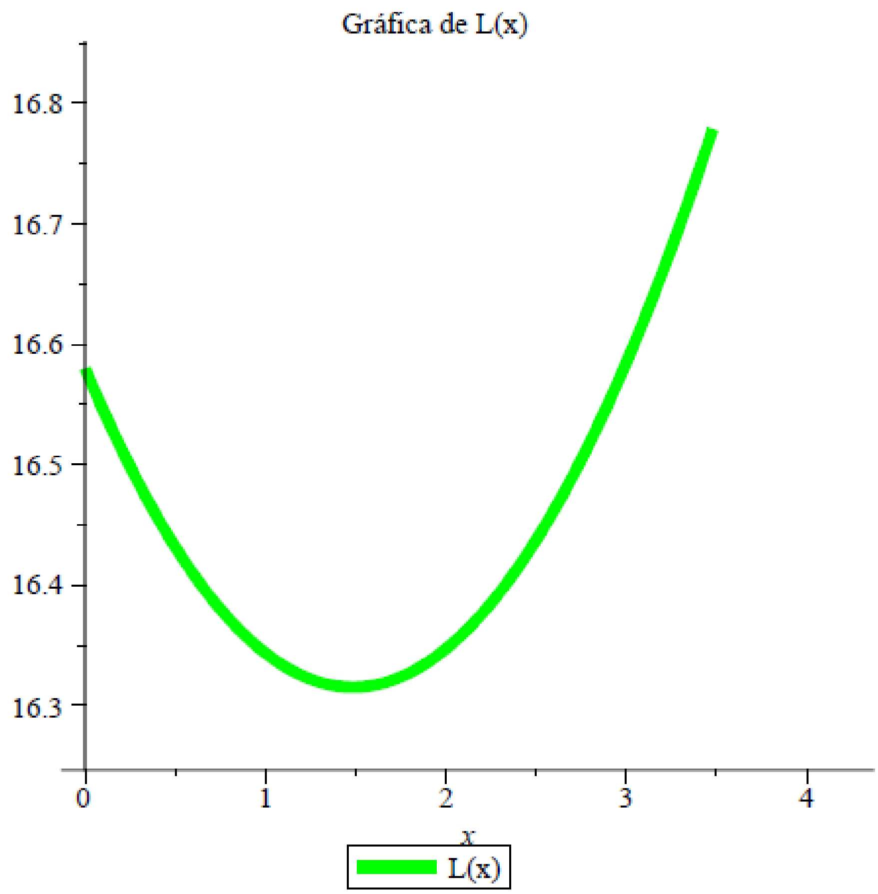
Comparando valores,
determinamos que el valor mínimo de ***L*** *se da en* $\boldsymbol{x = 1.48}$

5. Interpretar la solución

Interpretar gráfica y analíticamente la solución encontrada

Graficando

$plot(L(x), x=0..3.48)$



Interpretación gráfica

En el intervalo cerrado **[0,3.48]** *la gráfica de* ***L(x)*** *es:*

decreciente *en* **(0,1.485)**

creciente *en* **(1.485, 3.48)**

El valor mínimo de ***L(x)*** *en* **[0,3.48]** *se da en* ***x=1.485***

L(x) *tiene una recta tangente horizontal en* ***x=1.485***

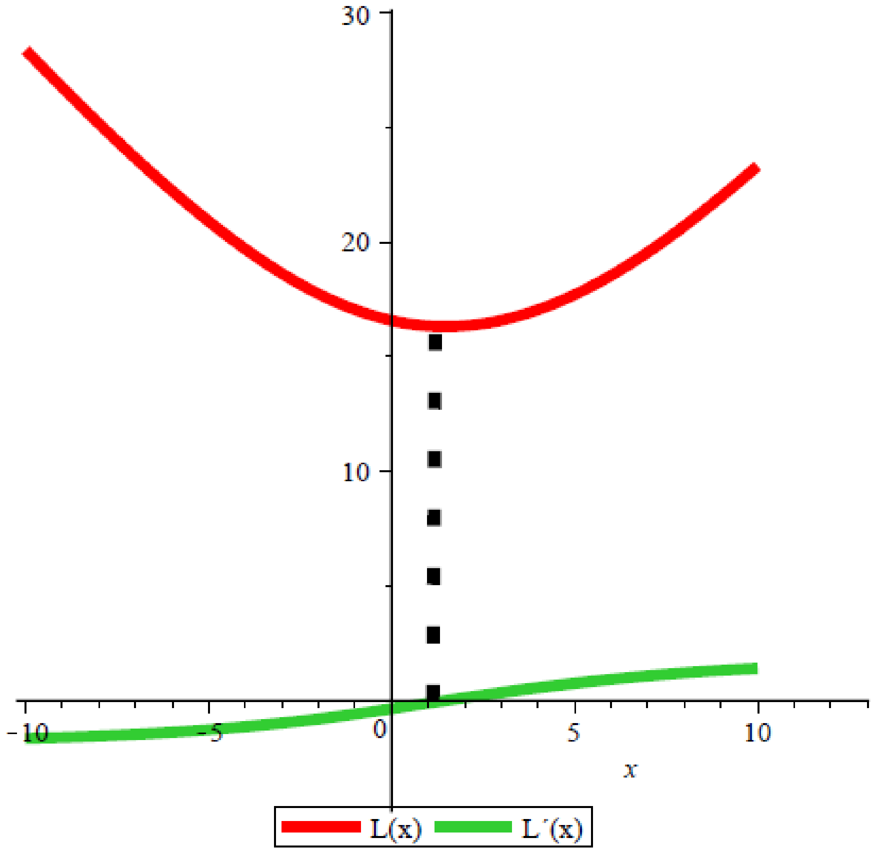
L(x) *es* ***cóncava hacia arriba*** *en* **[0,3.48]**

Interpretación analítica

La función $L(x)$ *alcanza un valor mínimo en* $x = 1.485$

Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema

$plot\left(\left[L(x), \frac{d}{dx} L(x)\right], x = -10..10\right)$



*Cuando **x=1.485** el valor de **L** es el mínimo posible, es decir,*
*de **16.32 km***
*En ese punto, la gráfica de la derivada de **L** corta al eje de las **x***

6. Verificar la solución

Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales

Identificar limitaciones de la solución obtenida

Anexos Capítulo 4

Anexo A.4:

Índices de confiabilidad y validez

Índices de confiabilidad y validez

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		.905
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	3362.798
	gl	595
	Sig.	.000

Análisis de fiabilidad

[Conjunto_de_datos1] C:\Users\Rubi\Documents\Datos reales.sav

Escala: Análisis de Fiabilidad por Alfa de Crombach

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	224	88.5
	Excluidos	29	11.5
	Total	253	100.0

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
.733	.774	35

Anexo B.4:

Matriz de 8 componentes rotados

Matriz de 8 componentes rotados

	Componente							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Item01	.711	.056	.221	-.161	-.078	.131	-.105	-.069
Item02	-.161	.076	-.042	.486	.277	-.367	.157	.080
Item03	.100	.006	.038	.002	.019	-.041	.026	.794
Item04	-.203	.018	-.064	.699	.151	.036	.083	.030
Item05	.146	.101	.201	-.010	.155	.677	.162	-.032
Item06	.007	-.172	-.186	.699	-.242	-.072	-.122	-.105
Item07	-.180	-.088	-.031	.479	.302	-.344	-.017	.008
Item08	.348	.234	-.025	-.074	-.208	.605	-.038	.013
Item09	.640	.335	.111	-.215	-.102	.240	.043	.068
Item10	.625	.396	.110	-.157	-.011	.257	.063	-.067
Item11	.707	.300	.165	-.048	-.074	.182	.165	.078
Item12	.743	.204	.206	-.001	-.126	.216	.163	.066
Item13	.640	.126	.301	-.003	-.065	.293	-.036	.000
Item14	.384	.312	.285	.166	.099	.145	-.245	.078
Item15	-.698	.018	-.045	.094	.255	.235	-.200	-.145
Item16	-.611	-.071	.014	.351	.303	.181	-.150	-.114
Item17	-.161	-.317	-.190	.084	.657	.050	.173	.282
Item18	-.323	-.182	-.240	.049	.662	-.084	.003	.161
Item19	-.154	-.073	.010	.112	.655	-.058	-.183	-.275
Item20	.092	.197	.280	-.153	-.355	.392	.036	.331
Item21	.322	.489	.414	-.124	-.066	.133	-.056	.146
Item22	.004	.245	.650	-.154	-.129	.059	-.132	.337
Item23	.126	.548	.314	.222	-.073	.142	.213	.039
Item24	.113	-.053	-.003	.299	.099	.056	.450	.407
Item25	.277	.499	-.142	-.124	-.112	.165	-.117	.137
Item26	-.016	-.405	-.100	.449	.329	.147	-.085	.236
Item27	.501	.421	.161	.196	-.211	.109	.179	.029
Item28	.210	.738	.132	-.096	-.131	.072	.195	-.109
Item29	.251	.638	.274	-.171	-.155	.042	.076	-.025
Item30	.587	.390	.268	-.089	-.157	.087	.353	.100
Item31	.229	.155	.616	-.266	.040	-.028	.083	.099
Item32	.324	.237	.580	-.092	-.157	.133	.051	-.230
Item33	.370	-.010	.657	.003	-.123	.090	.158	-.065
Item34	.128	.104	.529	.107	-.209	.200	.448	-.190
Item35	.200	.213	.097	-.077	-.030	.034	.712	.034

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.

a. La rotación ha convergido en 11 iteraciones.

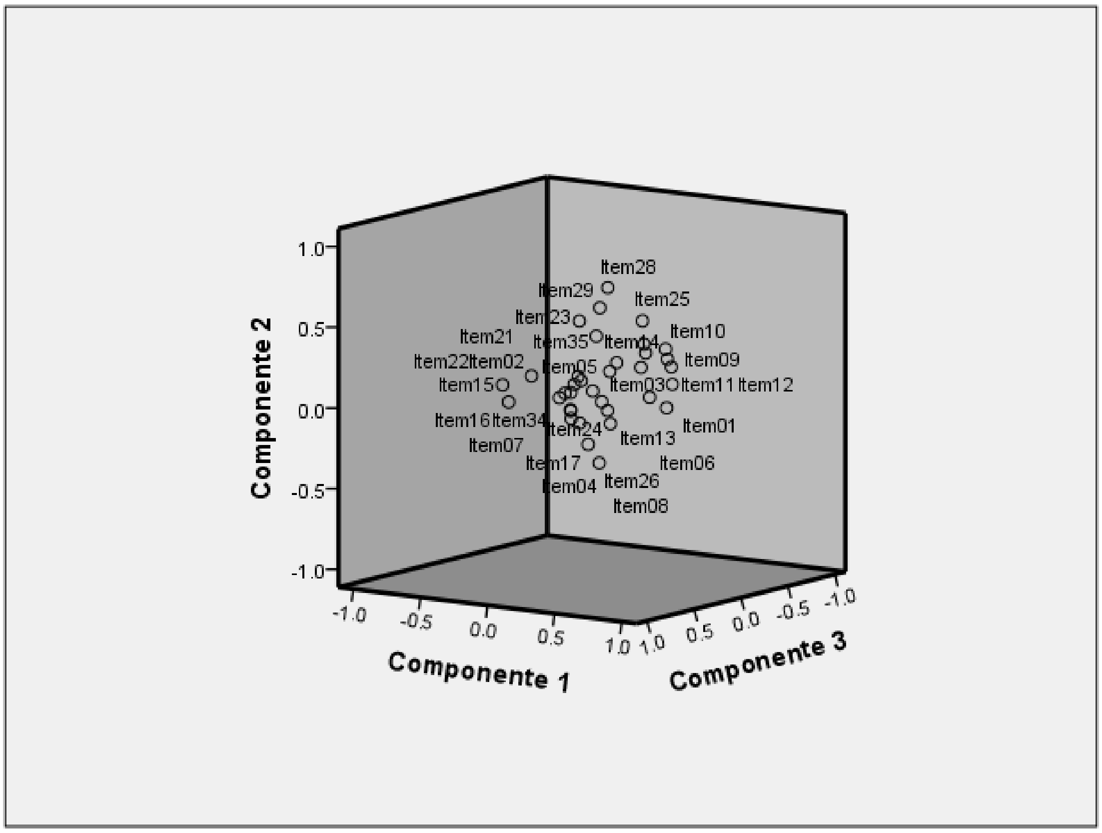
Matriz de transformación de las componentes

Componente	1	2	3	4	5	6	7	8
1	.656	.453	.393	-.205	-.290	.243	.153	.040
2	.164	.049	.145	.737	.420	.077	.364	.301
3	-.584	.404	.580	.129	.022	.098	-.031	-.362
4	-.109	-.134	.274	-.491	.559	.367	-.132	.435
5	.244	-.012	-.220	.233	.227	.573	-.492	-.465
6	-.236	.711	-.571	-.054	.036	.164	.035	.284
7	-.224	-.221	.094	.269	-.605	.436	-.227	.461
8	.158	.237	.173	.165	.085	-.496	-.729	.279

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.

Gráfico de componentes en espacio rotado



Anexo C.4:

Matriz de 5 componentes rotados

Matriz de 5 componentes rotados

Ítem	Componente				
	1	2	3	4	5
Item01	.653	.115	-.240	-.189	-.047
Item02	-.292	.069	.068	.532	.255
Item03	.018	.057	-.185	-.141	.629
Item04	-.100	.037	.261	.664	.133
Item05	.492	.250	.334	-.087	.085
Item06	-.017	-.204	-.054	.675	-.159
Item07	-.293	-.076	.178	.492	.186
Item08	.632	.112	-.013	-.144	-.145
Item09	.670	.248	-.282	-.224	.006
Item10	.691	.278	-.189	-.137	-.058
Item11	.680	.314	-.327	-.045	.104
Item12	.712	.298	-.338	-.014	.101
Item13	.693	.256	-.120	-.079	.017
Item14	.486	.285	.101	.043	.018
Item15	-.369	-.070	.674	.028	-.162
Item16	-.333	-.051	.672	.271	-.042
Item17	-.136	-.307	.375	.093	.633
Item18	-.289	-.328	.446	.073	.432
Item19	-.071	-.164	.570	.137	.051
Item20	.262	.375	-.113	-.306	.046
Item21	.398	.547	-.075	-.224	-.003
Item22	.058	.591	.039	-.360	.113
Item23	.244	.630	-.029	.185	-.015
Item24	.056	.139	-.134	.293	.556
Item25	.389	.126	-.161	-.139	-.096
Item26	.053	-.321	.326	.349	.414
Item27	.499	.424	-.316	.196	-.030
Item28	.292	.567	-.196	-.034	-.222
Item29	.297	.573	-.196	-.170	-.179
Item30	.511	.516	-.422	-.058	.118
Item31	.164	.538	-.053	-.343	.137
Item32	.357	.567	-.059	-.141	-.219
Item33	.315	.529	-.104	-.075	.035
Item34	.165	.627	-.087	.106	-.062
Item35	.106	.420	-.333	.063	.239

Método de extracción: Análisis de componentes principales
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser en 10 iteraciones

Anexo D.4:

Análisis de fiabilidad por factores

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		.905
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	3362.798
	gl	595
	Sig.	.000

Comunalidades

	Inicial	Extracción
Item01	1.000	.622
Item02	1.000	.512
Item03	1.000	.645
Item04	1.000	.566
Item05	1.000	.582
Item06	1.000	.643
Item07	1.000	.480
Item08	1.000	.593
Item09	1.000	.655
Item10	1.000	.659
Item11	1.000	.691
Item12	1.000	.730
Item13	1.000	.607
Item14	1.000	.451
Item15	1.000	.679
Item16	1.000	.662
Item17	1.000	.713
Item18	1.000	.669
Item19	1.000	.583
Item20	1.000	.540
Item21	1.000	.576
Item22	1.000	.658
Item23	1.000	.536
Item24	1.000	.486
Item25	1.000	.433
Item26	1.000	.569
Item27	1.000	.581
Item28	1.000	.688
Item29	1.000	.606
Item30	1.000	.744
Item31	1.000	.546
Item32	1.000	.604
Item33	1.000	.621
Item34	1.000	.640
Item35	1.000	.611

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Varianza total explicada

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	10.501	30.002	30.002	10.501	30.002	30.002
2	2.361	6.745	36.746	2.361	6.745	36.746
3	1.803	5.153	41.899	1.803	5.153	41.899
4	1.571	4.489	46.388	1.571	4.489	46.388
5	1.446	4.131	50.518	1.446	4.131	50.518
6	1.265	3.613	54.131	1.265	3.613	54.131
7	1.164	3.325	57.456	1.164	3.325	57.456
8	1.069	3.054	60.511	1.069	3.054	60.511
9	.979	2.798	63.309			
10	.939	2.681	65.990			
11	.904	2.582	68.572			
12	.787	2.247	70.820			
13	.764	2.183	73.003			
14	.757	2.162	75.166			
15	.652	1.862	77.027			
16	.642	1.835	78.862			
17	.623	1.779	80.642			
18	.603	1.724	82.365			
19	.573	1.637	84.002			
20	.528	1.510	85.512			
21	.515	1.471	86.983			
22	.498	1.424	88.406			
23	.446	1.274	89.681			
24	.438	1.253	90.933			
25	.401	1.146	92.080			
26	.379	1.083	93.163			
27	.360	1.029	94.192			
28	.327	.936	95.127			
29	.305	.871	95.998			
30	.302	.863	96.861			
31	.257	.734	97.595			
32	.244	.696	98.292			
33	.232	.662	98.953			
34	.195	.556	99.509			
35	.172	.491	100.000			

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Matriz de componentes

	Componente							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Item01	.647	-.049	-.246	.043	.227	-.249	-.098	.122
Item02	-.330	.499	.099	-.208	-.180	.068	-.180	.179
Item03	.102	.277	-.326	.335	-.385	.180	.312	.249
Item04	-.314	.579	.173	-.241	.128	.082	.143	.019
Item05	.365	.217	.147	.330	.346	.037	.111	-.370
Item06	-.260	.298	-.062	-.563	.220	-.110	.302	.119
Item07	-.441	.411	.084	-.164	-.048	-.072	-.139	.235
Item08	.542	-.040	-.082	.076	.382	.196	.252	-.192
Item09	.756	-.009	-.207	.076	.139	.092	-.077	.024
Item10	.737	.040	-.114	.036	.232	.104	-.186	-.007
Item11	.768	.185	-.219	-.012	.091	.011	-.100	.008
Item12	.777	.204	-.243	-.036	.117	-.093	-.028	-.017
Item13	.680	.135	-.121	.073	.259	-.188	.031	.058
Item14	.443	.229	.085	.088	.256	.001	.011	.348
Item15	-.539	-.042	.488	.207	.220	.197	.099	-.088
Item16	-.571	.210	.452	.114	.230	.070	.125	-.040
Item17	-.482	.421	-.222	.452	-.013	.034	-.174	-.136
Item18	-.604	.261	-.070	.379	.013	.137	-.260	.013
Item19	-.396	.177	.195	.223	.321	-.097	-.425	.120
Item20	.508	-.053	.078	.200	-.105	.113	.451	-.074
Item21	.669	.052	.194	.157	-.027	.101	.004	.228
Item22	.446	-.002	.338	.334	-.268	-.094	.254	.296
Item23	.499	.326	.350	-.110	-.051	.208	.016	.020
Item24	.057	.569	-.204	.041	-.257	.065	.117	-.180
Item25	.437	-.078	-.091	-.002	.127	.435	.011	.149
Item26	-.389	.484	-.216	.160	.219	-.151	.198	.041
Item27	.658	.264	-.014	-.252	.040	.103	.010	.045
Item28	.625	.008	.278	-.159	-.043	.388	-.207	-.004
Item29	.662	-.056	.256	-.046	-.084	.244	-.134	.113
Item30	.810	.188	-.084	-.058	-.147	.040	-.118	-.068
Item31	.516	.013	.212	.298	-.237	-.253	-.108	.120
Item32	.643	-.025	.322	-.009	.050	-.281	-.060	.012
Item33	.575	.151	.186	.055	-.077	-.472	.030	-.018
Item34	.488	.215	.358	-.121	-.127	-.277	.051	-.342
Item35	.409	.260	-.016	-.069	-.347	.092	-.216	-.442

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

a. 8 componentes extraídos

Anexo E.4:

Tabla de comunalidades 5 factores

Comunalidades

	Inicial	Extracción
Item01	1.000	.536
Item02	1.000	.443
Item03	1.000	.454
Item04	1.000	.538
Item05	1.000	.431
Item06	1.000	.526
Item07	1.000	.400
Item08	1.000	.454
Item09	1.000	.640
Item10	1.000	.613
Item11	1.000	.681
Item12	1.000	.720
Item13	1.000	.567
Item14	1.000	.329
Item15	1.000	.622
Item16	1.000	.640
Item17	1.000	.663
Item18	1.000	.582
Item19	1.000	.379
Item20	1.000	.318
Item21	1.000	.513
Item22	1.000	.497
Item23	1.000	.492
Item24	1.000	.436
Item25	1.000	.222
Item26	1.000	.505
Item27	1.000	.568
Item28	1.000	.494
Item29	1.000	.516
Item30	1.000	.724
Item31	1.000	.456
Item32	1.000	.521
Item33	1.000	.397
Item34	1.000	.443
Item35	1.000	.360

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Anexo F.4:

Tabla de estadísticos de elemento total

Estadísticos total-elemento

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Item01	115.32	108.632	.401	.569	.719
Item02	116.78	117.268	-.068	.314	.746
Item03	115.94	112.507	.139	.232	.733
Item04	116.20	115.883	-.007	.367	.742
Item05	114.92	110.178	.375	.326	.721
Item06	115.99	118.673	-.130	.323	.746
Item07	116.28	119.199	-.150	.356	.749
Item08	114.88	109.430	.383	.449	.720
Item09	115.58	105.869	.511	.684	.712
Item10	115.32	106.038	.545	.671	.711
Item11	115.84	103.140	.599	.665	.705
Item12	115.82	104.787	.612	.699	.708
Item13	115.42	106.630	.532	.558	.713
Item14	115.33	107.641	.433	.289	.717
Item15	115.91	124.094	-.337	.510	.762
Item16	115.87	122.143	-.263	.553	.757
Item17	116.91	119.373	-.160	.582	.749
Item18	117.26	122.598	-.297	.586	.757
Item19	116.53	120.546	-.191	.318	.756
Item20	115.21	110.552	.322	.383	.723
Item21	115.50	106.341	.532	.530	.712
Item22	115.26	111.155	.337	.397	.724
Item23	115.17	107.433	.499	.449	.715
Item24	116.42	110.998	.234	.281	.727
Item25	115.92	108.876	.269	.279	.725
Item26	116.59	118.054	-.100	.370	.747
Item27	115.59	104.871	.554	.596	.709
Item28	115.26	108.067	.446	.586	.717
Item29	115.33	107.121	.464	.561	.715
Item30	115.77	103.713	.627	.733	.705
Item31	115.72	108.347	.365	.435	.720
Item32	115.36	108.168	.469	.557	.716
Item33	115.62	107.115	.456	.476	.715
Item34	115.41	107.463	.431	.421	.717
Item35	116.30	107.547	.340	.330	.721

Anexo G.4:

Cuestionario de actitudes
Pre - Test

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE				
GÉNERO	☐ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☐ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS CURSADAS EN EL BACHILLERATO	☐ Cálculo Diferencial ☐ Geometría Plana ☐ Álgebra	☐ Cálculo Integral ☐ Geometría Analítica ☐ Trigonometría

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos conlos cuales trabajar					
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente					
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados					
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas					
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla					
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado					
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas					
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones					
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas					
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas					
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras					
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas					
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas					
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender					

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas					
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas					
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas					
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas					
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas					
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora					
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas					
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología					
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques					
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas					
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología					
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas					
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante					
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante					
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas					
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas					
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente					
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora					
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer					
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas					
35	La revisión de la lección entareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos					
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento					
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel					

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Un Sistema Algebraico Computacional (CAS por sus siglas en inglés) es un software que manipula las fórmulas matemáticas y las expresiones algebraicas tanto de forma numérica como de forma simbólica, es decir, facilita el cálculo simbólico. Entre los más conocidos se destacan los relacionados a continuación. Señala en la segunda columna los que conozcas, en la tercera con los que hayas trabajado en clase de Matemáticas y en la última con los que hayas trabajado de manera particular.

SOFTWARE	CONOCIMIENTO	CLASE DE MATEMÁTICAS	PERSONAL
Derive	☐	☐	☐
Maple	☐	☐	☐
Mathematica	☐	☐	☐
MathCad	☐	☐	☐
MatLab	☐	☐	☐
Maxima	☐	☐	☐
MuPad	☐	☐	☐
Otro (especificar)	☐	☐	☐

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, septiembre de 2011

Anexo H.4:

Cuestionario de actitudes
Post - Test

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE				
GÉNERO	☐Masculino		☐Femenino	
INGENIERÍA	☐Civil	☐Física	☐Mecatrónica	☐Energías Renovables

HAS ESTUDIADO CON ANTERIORIDAD EL TEMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	☐ Sí	☐ No

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos conlos cuales trabajar					
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente					
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados					
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas					
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla					
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado					
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas					
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones					
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas					
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas					
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras					
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas					
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas					
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender					

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas					
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas					
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas					
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas					
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas					
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora					
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas					
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología					
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques					
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas					
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología					
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas					
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante					
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante					
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas					
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas					
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente					
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora					
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer					
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas					
35	La revisión de la lección entareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos					
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento					
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel					

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, octubre de 2011

Anexo I.4:

Estadísticos Descriptivos
Pre y Post Test

Estadísticos descriptivos: Pre y Post Test

	Pre Test				Post Test			
	Mín	Máx	Media	Desv. típica	Mín	Máx	Media	Desv. Típica
Item01	2	5	3.72	.922	1	5	3.68	1.090
Item02	1	4	2.48	1.122	1	5	2.75	1.110
Item03	1	5	3.55	1.021	1	5	3.57	1.200
Item04	2	4	3.03	0.823	1	5	2.86	1.008
Item05	3	5	4.24	0.689	2	5	3.71	0.937
Item06	1	5	3.07	0.884	2	5	3.32	0.863
Item07	2	5	3.07	0.900	0	5	2.86	1.208
Item08	3	5	4.21	0.726	1	5	3.93	1.184
Item09	1	5	3.38	1.237	1	5	2.93	1.303
Item10	1	5	3.68	1.020	0	5	3.39	1.286
Item11	1	5	3.17	1.197	1	5	2.93	1.086
Item12	1	5	3.21	1.031	1	5	3.11	1.066
Item13	1	5	3.69	0.891	1	5	3.64	0.989
Item14	2	5	2.97	0.778	2	5	2.96	.962
Item15	3	5	3.93	0.593	1	5	3.86	1.079
Item16	2	5	3.52	1.122	1	5	3.21	1.228
Item17	2	5	3.38	1.115	2	5	3.32	1.124
Item18	1	4	2.41	0.780	1	5	2.32	0.983
Item19	1	3	2.10	0.673	1	5	2.04	0.962
Item20	1	5	2.86	1.093	1	5	2.96	1.036
Item21	2	5	3.86	0.789	1	5	3.82	0.819
Item22	2	5	3.55	0.783	1	5	3.50	0.839
Item23	3	5	3.86	0.756	1	5	3.57	0.920
Item24	2	5	3.86	0.833	1	5	3.64	0.826
Item25	1	5	2.66	0.897	1	4	2.39	1.031
Item26	1	5	3.00	0.845	1	5	3.36	1.129
Item27	1	5	2.86	.875	1	5	2.96	1.290
Item28	2	5	3.31	.930	1	5	3.14	1.113
Item29	2	5	3.21	.774	1	5	3.79	1.067
Item30	1	5	3.10	.939	1	5	3.68	1.219
Item31	1	5	3.03	1.017	1	5	3.07	1.016
Item32	1	4	3.17	.848	1	4	3.07	.900
Item33	2	5	3.00	.756	1	5	3.18	1.020
Item34	3	5	3.79	.559	1	5	3.68	.905
Item35	2	5	3.59	.867	1	5	3.36	.951
Item36	1	5	3.41	1.053	1	5	3.54	1.170
Item37	1	5	2.45	.948	1	4	2.41	.844

Anexo J.4:

Prueba de Wilcoxon

Prueba de Wilcoxon por categoría

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La mediana de las diferencias entre UtilidadPreTest y UtilidadPostTest es igual a 0.	Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo de muestras relacionadas	.418	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05.

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La mediana de las diferencias entre GustoPreTest y GustoPostTest es igual a 0.	Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo de muestras relacionadas	.925	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05.

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La mediana de las diferencias entre NoUtilidadPreTest y NoUtilidadPostTest es igual a 0.	Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo de muestras relacionadas	.215	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05.

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La mediana de las diferencias entre MetacognitivosPreTest y MetacognitivosPostTest es igual a 0.	Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo de muestras relacionadas	.879	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05.

Anexo K.4:

Prueba t de Student

Prueba t de Student para muestras relacionadas

Pre y Post Test

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	UtilidadPreTest	39.93	28	6.253	1.182
	UtilidadPostTest	32.39	28	7.269	1.374
Par 2	GustoPreTest	40.57	28	7.157	1.352
	GustoPostTest	29.79	28	7.057	1.334
Par 3	MetacognitivosPreTest	32.04	28	5.095	.963
	MetacognitivosPostTest	29.29	28	5.408	1.022
Par 4	NoUtilidadPreTest	13.18	28	1.744	.330
	NoUtilidadPostTest	12.46	28	3.595	.679

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	UtilidadPreTest y UtilidadPostTest	28	.727	.000
Par 2	GustoPreTest y GustoPostTest	28	.716	.000
Par 3	MetacognitivosPreTest y MetacognitivosPostTest	28	.650	.000
Par 4	NoUtilidadPreTest y NoUtilidadPostTest	28	.518	.005

Prueba de muestras relacionadas

			Par 1	Par 2	Par 3	Par 4
			UtilidadPreTest - UtilidadPostTest	GustoPreTest - GustoPostTest	MetacognitivosPreTest - MetacognitivosPostTest	NoUtilidadPreTest - NoUtilidadPostTest
Diferencias relacionadas	Media		7.536	10.786	2.750	.714
	Desviación típ.		5.081	5.357	4.402	3.077
	Error típ. de la media		.960	1.012	.832	.582
	95% Intervalo de confianza para la diferencia	Inferior	5.566	8.709	1.043	-.479
		Superior	9.506	12.863	4.457	1.908
t			7.848	10.655	3.306	1.228
gl			27	27	27	27
Sig. (bilateral)			.000	.000	.003	.230

Anexo L.4:

Prueba de Wilcoxon
Intervalo de confianza
90% y 95 %

Resultados prueba de significancia para Wilcoxon

Estadísticos de contraste[a]

	Z	Sig. asintót. (bilateral)	95% de confianza	90% de confianza
ITEM01POSTTEST - ITEM01PRETEST	-.449[b]	.653		
ITEM02POSTTEST - ITEM02PRETEST	-1.059[b]	.290		
ITEM03POSTTEST - ITEM03PRETEST	-.089[c]	.929		
ITEM04POSTTEST - ITEM04PRETEST	-.544[c]	.586		
ITEM05POSTTEST - ITEM05PRETEST	-2.642[c]	.008	←	←
ITEM06POSTTEST - ITEM06PRETEST	-1.436[b]	.151		
ITEM07POSTTEST - ITEM07PRETEST	.000[d]	1.000		
ITEM08POSTTEST - ITEM08PRETEST	-1.464[b]	.143		
ITEM09POSTTEST - ITEM09PRETEST	-2.222[b]	.026	←	←
ITEM10POSTTEST - ITEM10PRETEST	-1.222[b]	.222		
ITEM11POSTTEST - ITEM11PRETEST	-1.721[b]	.085		←
ITEM12POSTTEST - ITEM12PRETEST	-.688[b]	.491		
ITEM13POSTTEST - ITEM13PRETEST	-.042[b]	.967		
ITEM14POSTTEST - ITEM14PRETEST	-.293[b]	.769		
ITEM15POSTTEST - ITEM15PRETEST	-.299[b]	.765		
ITEM16POSTTEST - ITEM16PRETEST	-1.788[b]	.074		←
ITEM17POSTTEST - ITEM17PRETEST	-.022[c]	.983		
ITEM18POSTTEST - ITEM18PRETEST	-.728[c]	.467		
ITEM19POSTTEST - ITEM19PRETEST	-.367[c]	.714		
ITEM20POSTTEST - ITEM20PRETEST	-.714[b]	.475		
ITEM21POSTTEST - ITEM21PRETEST	.000[d]	1.000		
ITEM22POSTTEST - ITEM22PRETEST	-.225[b]	.822		
ITEM23POSTTEST - ITEM23PRETEST	-1.795[b]	.073		←
ITEM24POSTTEST - ITEM24PRETEST	-1.342[b]	.180		
ITEM25POSTTEST - ITEM25PRETEST	-1.615[c]	.106		
ITEM26POSTTEST - ITEM26PRETEST	-1.822[c]	.068		←
ITEM27POSTTEST - ITEM27PRETEST	-.547[b]	.584		
ITEM28POSTTEST - ITEM28PRETEST	-.665[b]	.506		
ITEM29POSTTEST - ITEM29PRETEST	-2.996[c]	.003	←	←
ITEM30POSTTEST - ITEM30PRETEST	-2.388[c]	.017	←	←
ITEM31POSTTEST - ITEM31PRETEST	-.354[c]	.724		
ITEM32POSTTEST - ITEM32PRETEST	-.711[b]	.477		
ITEM33POSTTEST - ITEM33PRETEST	-.849[c]	.396		
ITEM34POSTTEST - ITEM34PRETEST	-.832[b]	.405		
ITEM35POSTTEST - ITEM35PRETEST	-1.710[b]	.087		←
ITEM36POSTTEST - ITEM36PRETEST	-.182[c]	.856		
ITEM37POSTTEST - ITEM37PRETEST	-.656[b]	.512		

a. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

b. Basado en los rangos positivos.

c. Basado en los rangos negativos.

d. La suma de rangos negativos es igual a la suma de rangos positivos.

Anexo M.4:

Comentarios
Pre y Post Test

Categorización de las opiniones de los alumnos con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas. Pre y Post Test

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 1 Pre Test	Es muy interesante utilizar la tecnología para completar el aprendizaje de las matemáticas, porque de esa manera la clase o el estudio es más didáctico y es más interesante.	Interesante aprendizaje	La clase es más interesante y más didáctica	Utilidad justificada
Alumno 1 Post Test	El uso de la tecnología es muy interesante, no es muy esencial ya que sin ella se puede aprender matemáticas, pero al ponerlo como parte del proceso de aprendizaje se puede hacer más fácil y más rápido pues con la interacción de la tecnología se logra quitar lo rutinario.	Interesante	El proceso de aprendizaje se puede hacer más fácil, más rápido y menos rutinario	Utilidad justificada
	Aunque en ocasiones se haría frustrante cuando nos topamos con alguna parte de un software complejo.	Frustrante	Manejo de software complejo	Rechazo justificado
Alumno 2 Pre Test	A mí en lo particular no me gusta usar la tecnología para estudiar las matemáticas, porque yo siento que en vez de facilitar las cosas, las complica demasiado…	No me gusta	Complica las cosas	Rechazo justificado
	…y aprender por medio de la tecnología no es lo que prefiero, me gusta más leer libros y hacer las cosas manualmente.	Gusto	Aprendizaje por el proceso manual	Método tradicional
Alumno 2 Post Test	Considero que si bien la computadora te hace los cálculos más fácilmente, …	Facilidad	Para los cálculos	Utilidad justificada
	…ésta no ayuda al entendimiento, porque te hace todo el trabajo de razonar, y para mí, esta es aburrida, además que dificulta a la hora de hacer las cosas.	Dificultad	Para entender las cosas	Rechazo justificado
	En general, no me gusta usar computadoras para las matemáticas.	No me gusta	Usar computadoras para las matemáticas	Método tradicional

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 3 Pre Test	No asistió el día de la encuesta			
Alumno 3 Post Test	No asistió el día de la encuesta			
Alumno 4 Pre Test	Pues es una forma de aprender, pero no estoy diciendo que sea mejor ayuda al momento de hacer los cálculos		Una forma de aprender	Motivación
	pero no estoy diciendo que sea mejor ayuda al momento de hacer los cálculos	No es mejor ayuda	Para los cálculos	Rechazo justificado
Alumno 4 Post Test	El uso de usar un software para el aprendizaje de las matemáticas es un buen método para las resoluciones,…	Buen método	Para los cálculos	Utilidad condicionada
	…sin embargo, me gusta trabajar las matemáticas manualmente.	Gusto	Matemáticas con lápiz y papel	Método tradicional
	En este caso, aprendí más o menos a usar el Maple y creo que también me podría ayudar en un momento dado para un problema de optimización.	Ayuda	Para resolver problemas	Utilidad justificada
Alumno 5 Pre Test	Personalmente las interfaces por computadora de programas complejos y con fórmulas no son muy agradables a mi gusto.	No agrado	Para el uso de interfaces por computadora	Rechazo justificado
	Por tanto, si el entendimiento de las matemáticas por los procesos es complicado, en computadora es más complicado.	Complicado	Entendimientos de procesos por computadora	
Alumno 5 Post Test	Nunca he estado a favor de utilizar computadora para problemas “fáciles” y lo sencillo de otro tema. Me dificulta el trabajo y duplica mi tiempo.	Desfavorable	Dificulta el trabajo y duplica el tiempo	Rechazo justificado
Alumno 6 Pre Test	Pues hasta el momento solo he trabajado con el Derive 6 y fue fácil de usar…	Facilidad	De uso	Utilidad justificada
	…y muy útil para aprender cómo se grafican las derivadas e integrales.	Útil	Para gráficas	

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 6 Post Test	Pienso que la tecnología es importante y de mucha ayuda hoy en día, y aprender matemáticas por medio de un software es muy útil…	Importante y útil	Para aprender matemáticas	Utilidad justificada
	…pues nos ayuda a entender conceptos…	Ayuda	A entender conceptos	
	…y nos facilita la solución de problemas.	Facilita	La resolución de problemas	
Alumno 7 Pre Test	Creo que es muy importante ya que la tecnología se irá incorporando a nuestras vidas cada vez más y tenemos que actualizar nuestros conocimientos al nivel tecnológico actual.	Importante	Para actualizar conocimientos acorde a los cambios tecnológicos	Utilidad justificada
Alumno 7 Post Test	Pienso que la tecnología es muy útil para problemas de cálculo, ya que tiene la capacidad de realizar operaciones muy complejas en unos segundos,…	Útil	Realiza operaciones complejas en poco tiempo	Utilidad justificada
	…pero también creo que las fallas en el software o en el hardware son bastante frustrantes a la hora de aprender a usar estas tecnologías.	Frustrante	Cuando un software falla	Rechazo justificado
Alumno 8 Pre Test	Yo creo que es algo bueno, pues nos ayudará a manipular datos y fórmulas de una forma más rápida y fácil, aunque puede resultar un poco difícil al principio, a largo plazo será benéfico.	Ayuda Rapidez Facilidad	Manipular datos y fórmulas	Utilidad justificada
Alumno 8 Post Test	Yo creo que el uso de la tecnología en matemáticas es bueno, porque nos ayuda a agilizar la resolución de problemas facilitándonos los cálculos y gráficas, aunque también es bueno saber hacerlo de forma manual, para saber por qué y de dónde viene…	Ayuda	Agiliza la resolución de problemas.	Utilidad justificada
		Facilidad	Para cálculos y gráficas	
	…Yo solo agregaría más práctica al proceso, es decir, hacerlo con frecuencia para tener experiencia y que sea más fácil.	Fácil	Pero es necesario mayor práctica para obtener experiencia	Utilidad condicionada

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 9 Pre Test	Es bueno, práctico y fácil de usar una vez que le entiendes te hace más fácil la realización de ecuaciones y lo relacionado con el área de las matemáticas.	Bueno Práctico Fácil		Utilidad
Alumno 9 Post Test	Yo pienso que es muy fácil y práctico realizar las operaciones matemáticas a computadora, ya que aparte de ser más precisas, son más rápidas y te ahorras tiempo, por ejemplo al realizar las gráficas. Es bueno utilizar la tecnología para las matemáticas.	Fácil y práctico	Para hacer las operaciones más precisas y rápidas. .	Utilidad justificada
		Bueno	Para ahorrar tiempo, por ejemplo, para las gráficas	
Alumno 10 Pre Test	Sería más fácil para cualquiera de nosotros, pero por eso es difícil la licenciatura, porque se aprende a hacer cálculos todo manual solo con uso de calculadoras…	Fácil	Es conveniente hacer los cálculos por el método tradicional	Utilidad condicionada
	…En sí sería bueno, pero después cualquiera estudiaría ingeniería.	Bueno		
Alumno 10 Post Test	Le falta mejorar al uso en computadoras, ya que no es común y no hay cierta facilidad. Tiende a ser muy exacto en lo que tienes para que lo pueda resolver, graficar y lo demás.		Falta mejorar no existe facilidad	Rechazo justificado
Alumno 11 Pre Test	Creo que es importante y que facilita el proceso de aprendizaje por medio de ejemplos.	Importante	Facilita el proceso de aprendizaje	Utilidad justificada
Alumno 11 Post Test	Creo que puede servir mucho en el aspecto que la computadora te puede proporcionar una imagen inmediata acerca de lo que estás trabajando (la gráfica de una función por ejemplo).	Útil	Representación inmediata de una función gráficamente	Utilidad justificada

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 12 Pre Test	En realidad prefiero el método antiguo, es decir, con lápiz y papel, me gusta y entiendo mejor las matemáticas cuando se explica en el pizarrón que con un power point, o con algún software…			Método tradicional
	…Pero de todas maneras suena interesante aprender algunos de estos software para ampliar mi conocimiento.	Interesante	Aprender a usar un CAS	Motivación
Alumno 12 Post Test	No asistió el día de la encuesta			
Alumno 13 Pre Test	Utilizamos un software de matemáticas en la prepa y la verdad fue bastante desagradable, tenía muchos errores y era muy complicado de trabajar, así que el software para matemáticas, no me tienen muy convencida…	Desagradable	Una experiencia anterior no agradable	Rechazo justificado
	…Aunque si considero que es importante el uso de las TIC´s para el aprendizaje no solo de matemáticas sino de todas las áreas.	Importante		Utilidad
Alumno 13 Post Test	Pienso que debido al contexto en el que vivimos, la aplicación del software para matemáticas debe ser impulsada en los ámbitos comunes de los estudiantes, ya que la tecnología facilita el proceso de resolución de problemas…	Facilita	Proceso de resolución de problemas	Utilidad justificada
	…Sin embargo y a opinión muy personal, no considero que el uso de software sea lo ideal para mí, ya que la mecanización de los problemas se me dificulta mucho,…	Dificultad	Uso de software	Rechazo justificado
	…pero ya sería poner un poco más de esfuerzo para alcanzar los estándares de esta generación.	Acorde a nuevos estándares	Esforzándome un poco más	Utilidad condicionada

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 14 Pre Test	Creo que el uso de la tecnología en la enseñanza es algo que beneficiaría a la sociedad, el trabajo será crear un modelo en el cual el aprendizaje sea activo y dinámico.	Beneficioso	Si el aprendizaje es activo y dinámico	Utilidad condicionada
Alumno 14 Post Test	Siento que para implementar la tecnología a la enseñanza se debe elaborar una estrategia ya que no siempre es fácil para todos el empleo de la tecnología para el aprendizaje.	Estrategia adecuada	No siempre es fácil para todos	Utilidad condicionada
Alumno 15 Pre Test	Desde mi perspectiva, se aprende de una mejor manera matemáticas manualmente, porque los conceptos quedan más claros…		Se aprende mejor matemáticas manualmente	Método tradicional
	…Las computadoras deben ser muy útiles para agilizar los cálculos.	Útiles	Para agilizar cálculos	Utilidad justificada
Alumno 15 Post Test	Desde mi punto de vista, es más fácil aprender con papel y lápiz, ya que aparte de los conceptos matemáticos hay que aprender a usar el software.	Fácil	Aprender con lápiz y papel	Método tradicional
	Para mí, los cálculos y gráficas son mejores a computadora, tal vez así se visualicen ciertos conceptos,	Mejor	Para los cálculos y gráficas, para la visualización de conceptos	Utilidad justificada
	…pero para aprender, creo que es mejor un buen libro y un buen maestro.	Mejor	Buen libro y buen maestro	Utilidad condicionada
Alumno 16 Pre Test	Nunca he utilizado software tan específico solo unos sencillos.			Desconocimiento
Alumno 16 Post Test	Es una herramienta muy buena aunque el uso excesivo de éstas podría desviar el razonamiento matemático a uno mecanizado.	Buena herramienta	Podría desviar el razonamiento matemático	Utilidad condicionada
Alumno 17 Pre Test	Nos ayuda a comprender mejor los temas teóricos de clase y ponerlos a la práctica.	Ayuda	A comprender la teoría	Utilidad justificada
Alumno 17 Post Test	Nos ayudan a facilitar cálculos extensos en los problemas.	Facilita	Los cálculos extensos	Utilidad justificada

Alumno	**Opiniones**	**Palabras clave**	**Justificación o condición**	**Categoría**
Alumno 18 Pre Test	Es una muy buena herramienta para el aclaramiento de dudas, en la interpretación gráfica y cálculos tediosos.	Buena herramienta	Para resolución de dudas, interpretación gráfica y cálculos tediosos	Utilidad justificada
Alumno 18 Post Test	El uso de software para resolución de problemas es una muy buena herramienta, pero también pienso que antes, se debería tener una muy buena noción de cómo se deben resolver estos ejercicios, la computadora te ayuda a resolver ecuaciones, no ejercicios.	Buena herramienta	Pero hay que tener entrenamiento previo	Utilidad condicionada
Alumno 19 Pre Test	Es muy bueno porque te ayuda a facilitar cuentas y obtener resultados más exactos.	Bueno	Ayuda a los cálculos y a obtener resultados más exactos	Utilidad justificada
Alumno 19 Post Test	Aprender a utilizar este software me ayudó, no solamente en Cálculo, también en otras materias…	Útil	No solo para matemáticas	Utilidad
	…Este software es fácil de usar aunque tienes que prestar atención a cómo escribes.	Fácil de usar	Pero hay que cuidar la sintaxis	Utilidad condicionada
Alumno 20 Pre Test	Creo que nos ayudan a realizar cálculos difíciles y complicados,	Ayudan	Para cálculos complicados	Utilidad justificada
	…pero por otro lado las matemáticas son para resolverse manualmente, no para teclear datos en un software y que él haga todo,		Pero prefiero hacer matemáticas al estilo tradicional	Método tradicional
	…igualmente en la enseñanza, no me agrada el hecho de las presentaciones de Power Point.	No agrado	Uso de Power Point en la enseñanza	Rechazo justificado

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 20 Post Test	El uso de las computadoras hoy en día está cambiando al mundo, pero yo siento que más que usarlas como herramienta principal para resolver problemas, debería usarse para comprobarlos o en dado caso resolver problemas muy "talachosos".	Útil	Para comprobar la resolución de problemas de cálculos complicados	Utilidad justificada
	…Mi principal argumento es que las matemáticas están para ser resueltas por nosotros, no por un ordenador,			Método tradicional
	…sí es verdad que nos ayuda y nos facilita el trabajo, es importante que sepamos de donde vienen y porqué se hacen las cosas.	Ayuda facilita	Pero es importante conocer los procesos	Utilidad condicionada
Alumno 21 Pre Test	Yo creo que, a pesar que la tecnología ayudaría a las matemáticas, pienso que están bien como están, sin que sean procesos muy complicados por computadora. Como están ahora siento que están bien.	Ayuda	A las matemáticas, pero prefiero el método tradicional	Rechazo justificado
Alumno 21 Post Test	Pues creo que la tecnología ha avanzado mucho y está ayudando a las matemáticas a ser un poco menos difíciles, pero yo creo que será por un largo tiempo mientras se perfeccionan.	Ayuda	A que las matemáticas sean menos complicadas, pero falta mucho por hacer	Utilidad condicionada
Alumno 22 Pre Test	La tecnología puede ayudar a explicar mejor algunos conceptos ya que te permite ver los métodos gráficos más visualmente y explicar ciertos conceptos con más gama de conocimientos.	Ayuda	A explicar mejor los conceptos mediante la representación grafica	Utilidad justificada
Alumno 22 Post Test	La tecnología puede ayudar a que los procedimientos no sean tan tediosos y se pueda obtener una imagen concisa de qué obtienes de ellos. Por lo que podría ayudar a entenderlo mejor,..	Facilita	Los procedimientos	Utilidad condicionada

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
	…pero en cuestiones prácticas nos podemos volver dependientes de ello y olvidarnos de cosas importantes.	Ayuda	Pero podría generar dependencia y olvidarse de lo importante	Utilidad justificada
Alumno 23 Pre Test	Pienso que son una herramienta muy útil para afianzar los conceptos matemáticos, para verlos de una manera más clara,…	Herramienta útil	Para afianzar conceptos	Utilidad justificada
	…pero hasta el momento de existir esta opinión, veo lejano el uso de computadoras para aprender matemáticas desde cero. Ya debes contar con buenas bases, de otra manera, el proceso puede ser frustrante.		Pero hay que tener cuidado de que el proceso no sea frustrante	Utilidad condicionada
Alumno 23 Post Test	La tecnología es muy útil para aclarar los conceptos matemáticos, y para facilitar los procesos, pero en mi opinión, las computadoras, no son la mejor plataforma para aprender matemáticas. Pese a lo anterior, las computadoras y el uso de software en Matemáticas, tienen futuro en la enseñanza de las mismas.	Útil	Para aclarar conceptos Para facilitar procesos	Utilidad justificada
			Pero no es la mejor manera de aprender matemáticas	Utilidad condicionada
Alumno 24 Pre Test	El uso de las computadoras no simplifica el aprendizaje de las matemáticas, sino su comprensión visual y representación gráfica.	Simplifica	La comprensión visual La representación gráfica	Utilidad justificada
Alumno 24 Post Test	El uso de software para la enseñanza-aprendizaje es más complicado por computadora, pero si uno conoce los métodos,…	Complica	El proceso de enseñanza y aprendizaje	Rechazo justificado
	…será muy útil el software para la aplicación práctica.	Útil	Para la aplicación práctica si se conocen los métodos	Utilidad condicionada
Alumno 25 Pre Test	Pues pienso que sería, digo un poco complicado ya que las matemáticas tienen muchos símbolos y muchas opciones para poder hacer algo.	Complicado	Por todos los símbolos que manejan las matemáticas	Rechazo justificado

Alumno	Opiniones	Palabras clave	Justificación o condición	Categoría
Alumno 25 Post Test	Pienso que la tecnología es algo que en todos lados es necesario saber su uso y saber aplicarlas,…	Necesario	Conocer el uso de la tecnología	Utilidad
	…entonces es bueno utilizar esta para la ayuda de trabajos o proyectos.	Bueno	Para trabajos y proyectos	
Alumno 26 Pre Test	No todos aprenden de la misma forma, algunos se le facilita el aprendizaje leyendo e interactuando con la computadora pero otros prefieren que alguna persona los enseñe.	Facilita	El aprendizaje pero dependiendo del tipo de alumno (auditivo, visual, kinético, etc.)	Utilidad condicionada
Alumno 26 Post Test	Muy buena y útil, un poco complicado para entender pero una vez que ya le captas es más fácil.	Útil	Pero con cierto grado de dificultad	Utilidad condicionada
Alumno 27 Pre Test	A veces es un poco difícil para mí, el aprendizaje en las computadoras, ya que emplean palabras que a veces no es fácil comprender, y lo tengo que leer varias veces para comprenderlo.	Difícil	Porque emplean un lenguaje complicado	Rechazo justificado
Alumno 27 Post Test	En lo personal siento que es más fácil comprender un tema cuando lo explican y lo plasmas en una libreta,…			Método tradicional
	…sin embargo no significa que no se pueda aprender usando las computadoras, de hecho usar Maple me ayudó a comprender mejor el tema…	Ayuda	A la comprensión del tema	Utilidad justificada
	…Para la práctica es más adecuado usando la tecnología ya que si algo no cuadra lo puedes cambiar para que te dé, en una libreta tendría que hacer todo de nuevo. Aparte que puedes comprobar respuestas al instante.	Práctico	Repetir procesos y comprobar resultados	

Alumno	**Opiniones**	**Palabras clave**	**Justificación o condición**	**Categoría**
Alumno 28 Pre Test	Honestamente creo que el uso de las computadoras para la resolución de problemas matemáticos es eficiente en el aspecto del tiempo…	Eficiente	En el ahorro de tiempo para resolver problemas	Utilidad justificada
	…pero en el aspecto de aprender no es muy bueno ya que no deja al alumno deducirlo por su propia cuenta y por lo tanto no aprende a hacerlo solo.	No es útil	Para el aprendizaje	Rechazo justificado
Alumno 28 Post Test	Para enseñar la tecnología puede ayudar al maestro con gráficas y ecuaciones ya resueltas, esto puede ayudar a los alumnos a aprender a llegar al resultado encontrado por sí mismos…	Ayuda	Para las gráficas y ecuaciones	Utilidad justificada
	…El aprendizaje con tecnología puede ser útil pero para llegar más rápido al resultado…	Útil	Pero para obtener con rapidez el resultado	Utilidad condicionada
	…Lo esencial de las matemáticas, yo creo es el procedimiento usando tus conocimientos, no saltándolos, aunque esto lleve más tiempo. Ya en la práctica el tiempo es esencial.	Esencial	El procedimiento	Rechazo justificado
Alumno 29 Pre Test	No conozco ningún software pero creo que aprendería más escribiendo y usando el software solo como una herramienta complementaria.			Desconocimiento
Alumno 29 Post Test	Me gustó el programa,…			Gusto
	…pero hubiera estado mejor aprender a usarlo perfectamente y luego hacer ejercicios. Siento que es una herramienta útil.	Herramienta útil	Pero primero hay que aprender a utilizarlo	Utilidad condicionada
Alumno 30 Pre Test	El uso de tecnología hace más fácil el cálculo de las matemáticas,…	Facilidad	Para los cálculos aritméticos	Utilidad justificada
	…aun así prefiero aprender a la "antigua" porque siento que me permite desarrollar mejor mis habilidades.			Método tradicional

Alumno	**Opiniones**	**Palabras clave**	**Justificación o condición**	**Categoría**
Alumno 30 Post Test	Prefiero hacer todo a la "antigua",…			Método tradicional
	…sé que las computadoras son importantes pero prefiero hacer los cálculos por mí mismo a hacerlos en computadora porque siento que no aprendo haciéndolo por computadora…	Importantes	Pero prefiero hacer los cálculos a lápiz y papel	Utilidad condicionada
	…Aun así, es útil saber el resultado y comparar.	Útil	Conocer resultados y comparar	Utilidad justificada

Anexos Capítulo 5

Anexo A.5:

Producciones
Julia – Eduardo - Miguel

Palabras clave: Julia

Sesión	Palabras clave definidas por Julia
2	Mínimo Máximo Distancia promedio – 6 km Abastecer comunidades Ubicación Menor cantidad de
4	Costo por km bajo el agua (4.5 millones de dólares) Costo por km bajo tierra (1.25 millones de dólares) Costo mínimo Unir

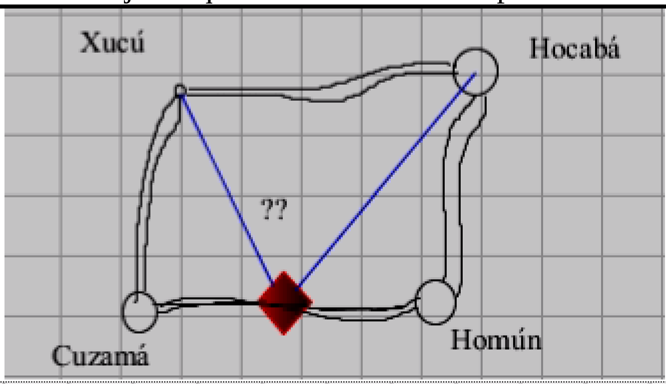
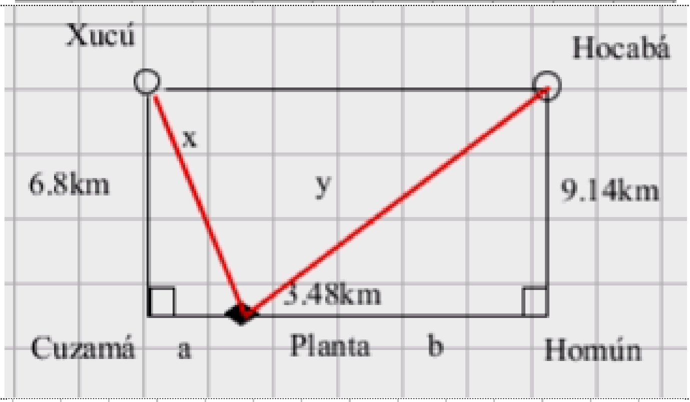
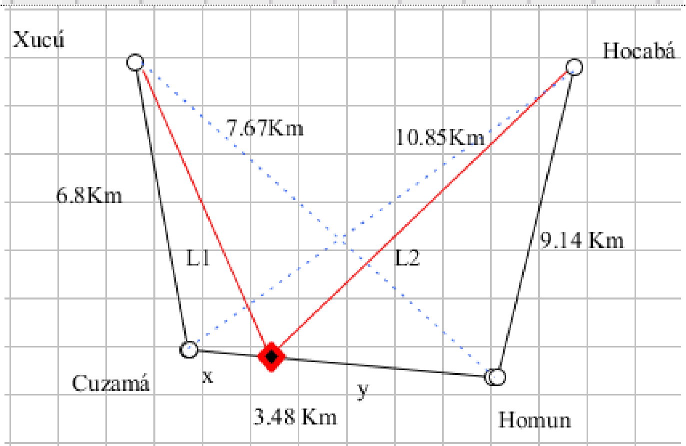
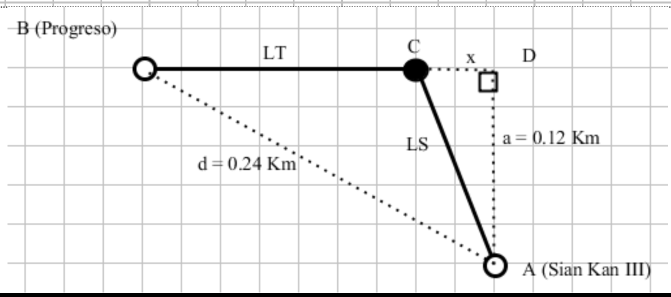
Palabras clave: Eduardo

Sesión	Palabras clave definidas por Eduardo
2	Mínimo, Distancia
4	-Unir A y B -Enlace -Km terrestre= $ 4.5 millones -Km submarino= $1.25 millones -Costo mínimo
5	-Volumen del cilindro= 3(volumen del cono) -Material mínimo de construcción -Volumen del silo= vol cilindro+vol cono -Volumen del silo= 100m^3

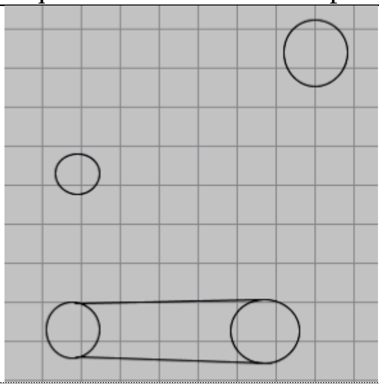
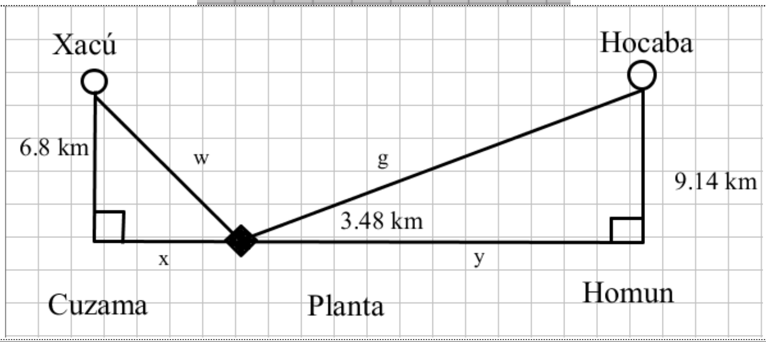
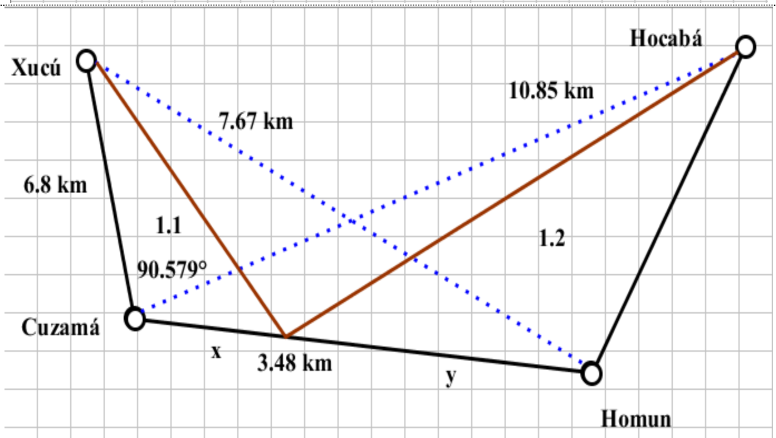
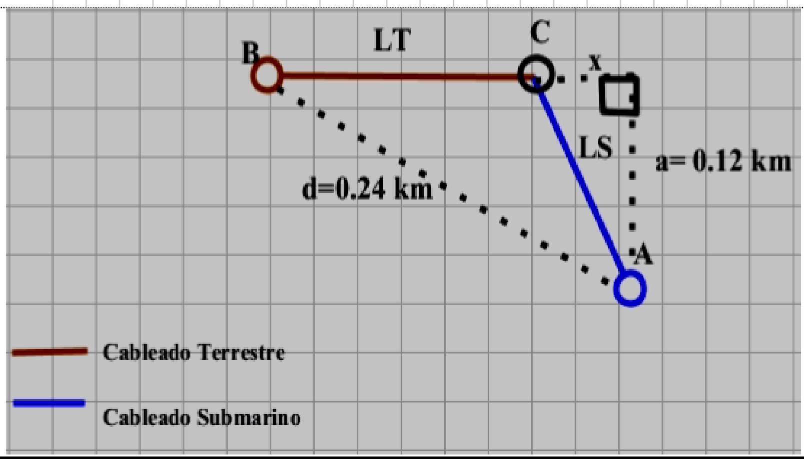
Palabras clave: Miguel

Sesión	Palabras clave definidas por Miguel
2	Distancia Mínima cantidad 2 poblaciones ¿Dónde debería ubicarse la planta purificadora entre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería?
4	Unir los puntos A y B Distancia mínima El costo depende sobre qué medio se tienda el cable Sobre al mar será de 4.5 millones de dólares por kilometro Sube el suelo será de 1.25 millones por kilómetro.
5	Altura del cilindro es 3 veces la altura del cono. Mínima la utilización de material empleado en su construcción. volumen volumen de cada silo 100m^3
6	Metros cúbicos, volumen, superficie costo mínimo

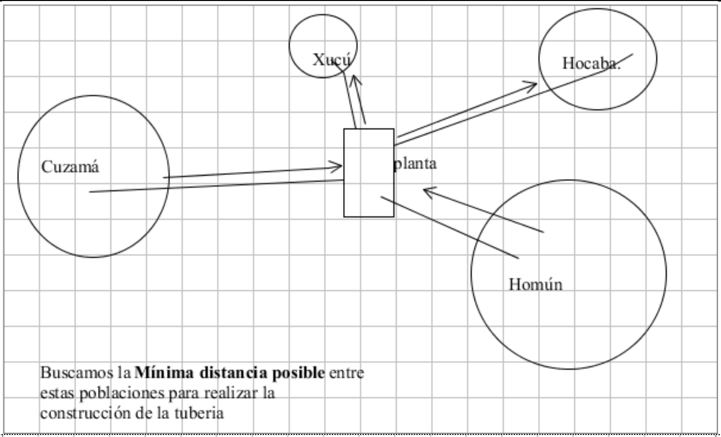
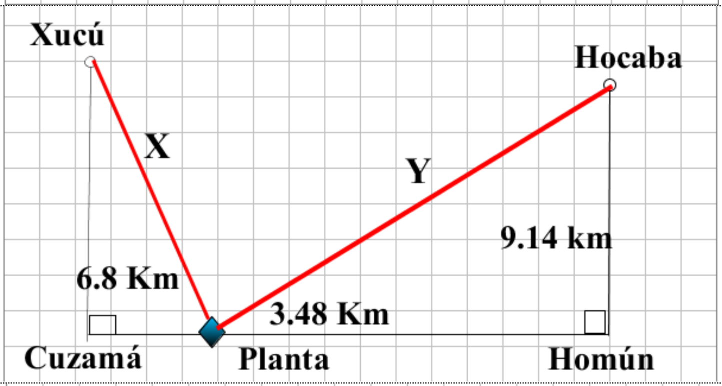
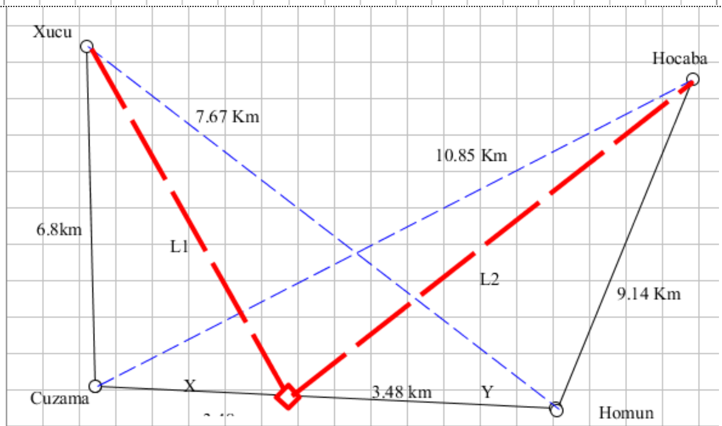
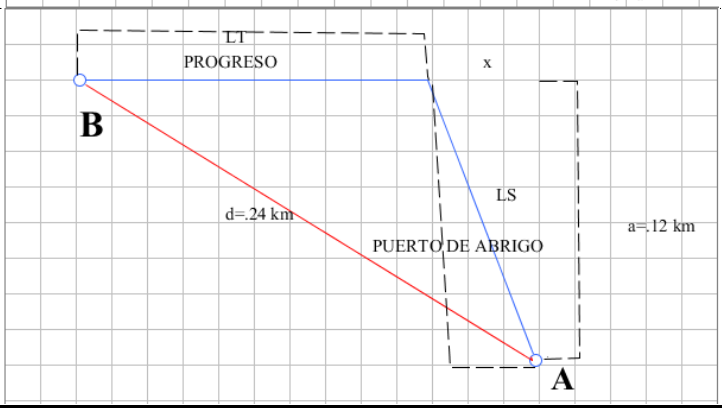
Dibujos esquemáticos: Julia

<table>
<tr><th>Sesión</th><th>Dibujos esquemáticos elaborados por Julia</th></tr>
<tr><td>2
Antes de la puesta en común</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2
Después de la puesta en común</td><td>
</td></tr>
<tr><td>3 (II)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
</td></tr>
</table>

Dibujos esquemáticos: Eduardo

<table>
<tr><th>Sesión</th><th>Dibujos esquemáticos elaborados por Eduardo</th></tr>
<tr><td>2
Antes de la puesta en común</td><td></td></tr>
<tr><td>2
Después de la puesta en común</td><td>
</td></tr>
<tr><td>3 (II)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
</td></tr>
</table>

Dibujos esquemáticos: Miguel

Sesión	Dibujos esquemáticos elaborados por Miguel
2 Antes de la puesta en común	
2 Después de la puesta en común	
3 (II)	
4	

Replanteamiento del problema: Julia

Sesión	Replanteamientos de Julia
2	¿Desde qué punto entre Cuzamá y Homún, se debe de ubicar una planta purificadora, para que al instalar las tuberías que surtan a Hocabá y Xucú, se emplee la mínima cantidad de éstas?
4	Se tiene que encontrar la cantidad de fibra óptica mínima que una a Progreso y Sian Kan, tanto por agua como por tierra, para que el costo de Telmex sea el mínimo a pagar.

Replanteamiento del problema: Eduardo

Sesión	Replanteamientos de Eduardo
2	¿A qué distancia entre C y P deberá situarse el punto x para que la distancia de x a Xucú y a H sea la mínima?
4	Se debe lograr que la distancia de B a A sea la mínima posible. Ya sea por via submarina, por via terrestre o por ambas.
5	Hallar las dimensiones del silo tales que la altura de cilindro sea el triple que la del cono y que el volumen total del silo sea 100m^3, utilizando el material mínimo para su construcción (área).
6	Hallar las dimensiones del tanque de gas cuyo volumen es de 113,500 L y está dividido en 2 partes (un cilindro y una esfera), utilizando la menor cantidad de dinero para su construcción.

Replanteamiento del problema: Miguel

Sesión	Replanteamientos de Miguel
2	Minimizar la distancia de la planta a Xucú y Hocabá.
4	Optimizar para que en una mínima distancia y al menor costo posible se tienda un cableado de fibra óptica, la cual conecte a el punto A y el punto B, teniendo en cuenta que el costo por kilómetro del tendido de cable submarino es de 4.5 millones de dólares y el tendido en tierra cuesta 1.25 millones de dólares por kilómetro.
6	El problema consiste en optimizar el costo de producción de estos tanques para que cumplan con el volumen especificado. Los costos por metro cuadrado de cada uno es: metro cuadrado de esfera $2350.00 metro cuadrado de cilindro $ 1000.00 MN

Definición de variables: Julia

Sesión	Variables definidas por Julia
2	a=distancia entre xucu y la planta u=distancia entre hocaba y la plnata b=distancia entre cuzama y la planta y=distancia entre homun y la planta
4	CT = Costo total LT = distancia en Km del cableado bajo tierra LS = distancia en Km del cableado bajo agua x = La distancia que hay del Punto C al punto D CLT= Costo total del cableado terrestre CLS = Costo total del cableado submarino W= distancia de B a D
5	r=radio del cono y el cilindro h= altura del cono H= altura del cilindro
6	Vesf=volumen de la esfera Vcil=voluymen del cilindro Vt=volumen total r= radio del cilindro y la esfera h= altura del cilindro Sesf= superficie de la esfera Scil= Superficie del cilindro Cesf= costo de la esfera Ccil= Costo del cilindro Ct= costo total.

Definición de variables: Eduardo

Sesión	Variables definidas por Eduardo
2	La distancia w= distancia de la planta a Xucú, g= la distancia de la planta a Hocabá, x= la distancia entre Cuzamá y la planta, y= la distancia entre Homun y la planta.
4	- Costo Total del cableado - Kilómetros terrestres (LT) - Kilómetros submarinos (LS) - Distancia de A-B: d=0.24 km - Anchura del canal: a=0.12 km - Costo por kilómetro terrestre = $4.5 millones de dólares - Costo por kilómetro submarino = $1.25 millones de dólares
5	x = altura del cilindro y = altura del cono x = 3y
6	- Vesfera - Vcilindro - Aesfera - Acilindro

Definición de variables: Miguel

Sesión	Variables definidas por Miguel
2	Variable "x", sea la distancia que separa a la planta de Xucú. Variable "y", sea la distancia que separa a la planta de Hoocaba. Variable "a". sea la distancia entre cuzama y la planta Variable "b". sea la distancia de Homún a la planta Sea Z la suma de X+Y
4	Sea LT la distancia que hay de B al punto de interseccion. Sea LS la ditancia que hay de a al punto de interseccion Sea d distancai que separa los puntos A y B sea G x+LT
5	Las dimensiones dadas de las figuras conicas y cilindrica.
6	radio y altura

Suposiciones: Julia

Sesión	Suposiciones hechas por Julia
2	Entre Xucú-Cuzamá-Homún hay un ángulo de 90º Entre Hocabá-Homún-Cuzamá hay un ángulo de 90º

Suposiciones: Eduardo

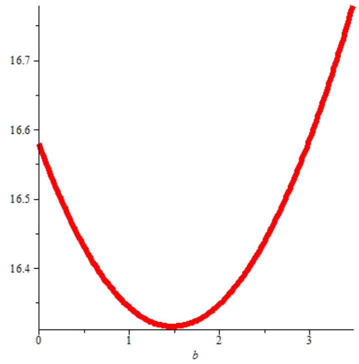
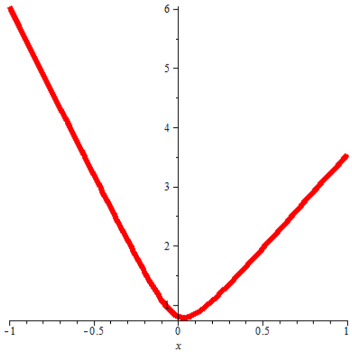
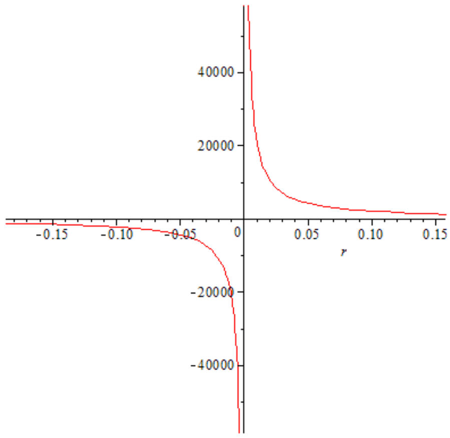
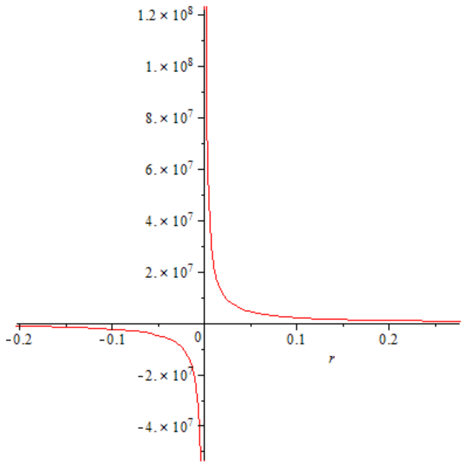
Sesión	Suposiciones hechas por Eduardo
2	Se considera que entre las poblaciones de Xucú- Cuzamá- Homun se tienen ángulos rectos. Se considera que entre las poblaciones Hocaba-Homun-Cuzama se tienen ángulos rectos.
4*	-Se debe hallar LT y LS -Se debe usar el criterio de la primera o segunda derivada para hallar el mini de f que sería el costo mínimo de cableado

*Eduardo en la sesión 4 escribe como suposiciones algunas de las instrucciones del docente para resolver el problema

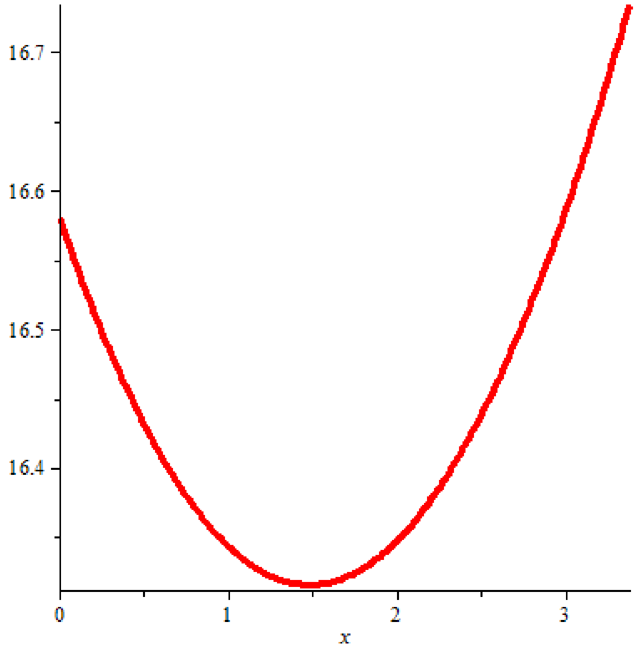
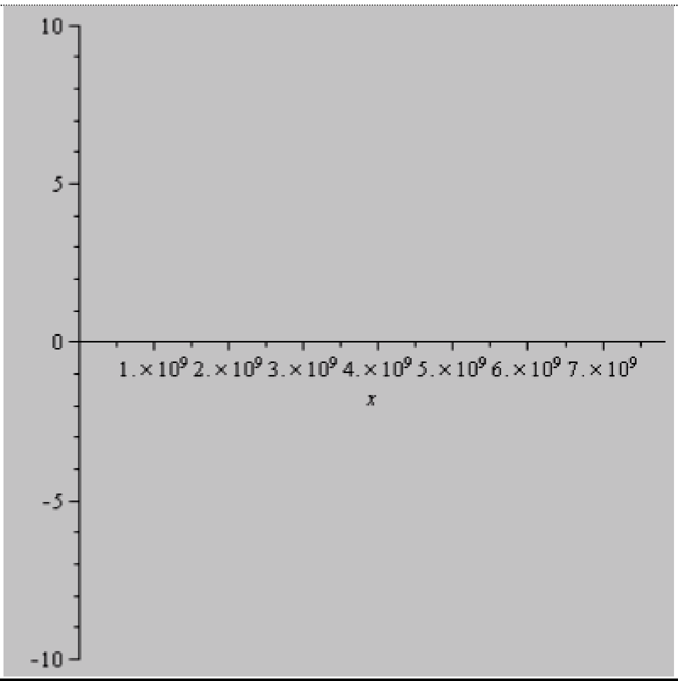
Suposiciones: Miguel

Sesión	Suposiciones hechas por Miguel
2	Suponemos que entre las poblaciones de Xucú-Cuzamá-Homún se tienen ángulos rectos Suponemos que entre las poblaciones de Hocabá-Homún-Cuzamá se tienen ángulos rectos.
5	Supongamos se trata de superficies completamente cilíndricas, circulares y cónicas
6	Supongamos que se trata de dos contenedores completamente esféricos y unos completamente cilíndrico

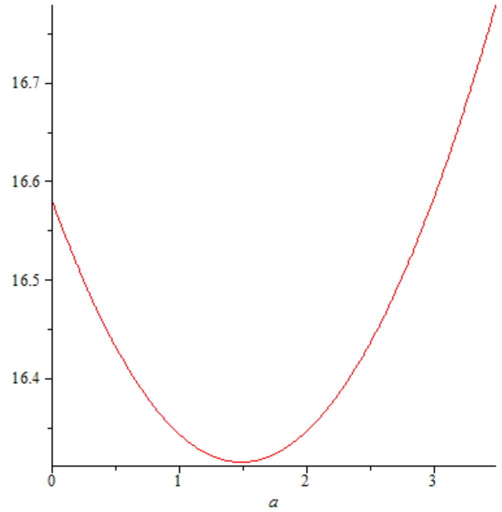
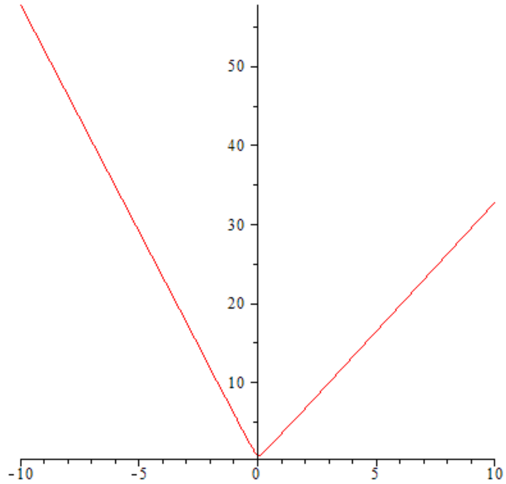
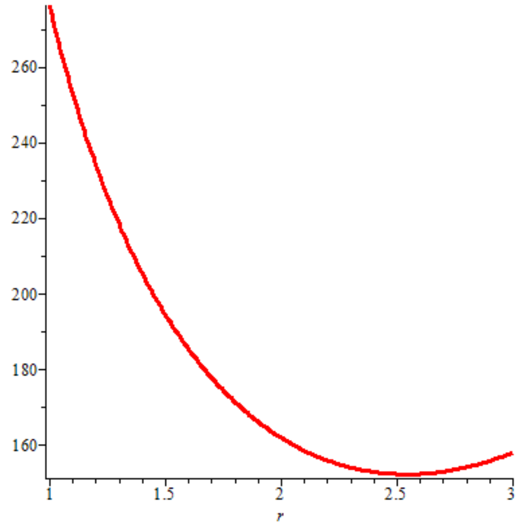
Representaciones gráficas del modelo: Julia

Sesión	Gráficas del modelo matemático elaboradas por Julia
2	
4	
5	
6	

Representaciones gráficas del modelo: Eduardo

Sesión	Gráficas del modelo matemático elaboradas por Eduardo
2	
4	

Representacionesgráficas del modelo: Miguel

Sesión	Gráficas del modelo matemático elaboradas por Miguel
2	
4	
5	

Limitaciones: Julia

Sesión	Limitaciones descritas por Julia
3(I)	La limitación que pudo haber, es que al principio se supuso que los ángulos formados entre los pueblos, eran rectos, y en la vida real esto no siempre se cumple, y en específico en este problema no son rectos. No se consideró la pendiente del terreno. Se hizo la suposición de que la planta se va a situar en la carretera que une a Homún y a Cuzamá, despreciando el desfase que ésta pueda tener hacia atrás
4	Las limitaciones que hubieron fue tomar algún valor redondeado, no con todos sus decimales, esto da un margen de error en el resultado final, sin embargo es muy acercado al valor real, después, al graficar, se puede apreciar con más claridad que el resultado obtenido si es válido, ya que obtenemos el mínimo exactamente en el punto encontrado, por esto se puede decir que la solución es la correcta
5	No encontré limitación alguna, lo único que podría encontrar es que en la imagen del silo, se puede observar como la punta del cono que se debería de construir está chata, es decir, no hay punta. Y eso es lo que puede ocasionar el margen de error en los cálculos obtenidos
6	En este problema, no he encontrado una limitación, tal vez las semiesferas que se colocan en las puntas del cilindro, no son perfectamente la mitad de una esfera, sino que hay un margen de error en cuanto a un poco más o un poco menos de la medida que se encontró, igualmente en la resolución del problema hay margen de error en cuanto a los decimales

Limitaciones: Eduardo

Sesión	Limitaciones descritas por Eduardo
3 (I)	Los ángulos reales entre las poblaciones no son rectos. La pendiente del terreno
5	La mayor limitación sería la exactitud de las medidas a la hora de la construcción.

Limitaciones: Miguel

Sesión	Limitaciones descritas por Miguel
3 (I)	La suposición inicial que hicimos a tomar como ángulos rectos las distancia entre las poblaciones, sabiendo que en la vida real no es de este modo. Otra consideración podría ser el relieve del suelo, pues es factor fundamental en la cantidad de material que se va a utilizar. La planta potabilizadora está situada sobre la línea de la carretera, cuando no necesariamente debe de ser de esta forma.
4	Las limitaciones principales, son que tomamos en cuenta como sí el subsuelo fuera plano y sin relieves, al igual que el suelo terrestre.
5	Como en la vida real, no existen mediciones iguales a cero, por eso el cero representa una asíntota en la función. Tomamos en cuenta, como si el cilindro el circulo y el cono, tuvieran áreas perfectas, sin modificaciones, además de que no tomamos en cuenta otros factores como la dilatación del material por las temperaturas, etc.

Informes: Julia

Sesión	Reportes de Julia
2	La distancia que debe de haber entre Cuzamá y la planta es de 1.48 km, mientras que la cantidad mínima de tuberías que se utilizarán es de 16.315 km.
3(I)	La resolución del problema consistió en encontrar la mínima cantidad de tubería que una a la planta con dos pueblos, esto se puede encontrar utilizando la optimización. En este caso, la distancia que debe de haber entre la planta y Cuzamá es de 1.48 km. Utilizando así 16.32 km de tubería.
4	El procedimiento fue optimizar el costo total que debe de valer el cableado, se identificaron primero las variables, y también los valores constantes, como son la distancia de Progreso a Sian Kan y la anchura del canal. Después se sacó el costo total en función de los costos parciales de cada cableado (terrestre y submarino), utilizando el Teorema de Pitágoras. Una vez establecida la función, se derivó e inmediatamente se igualó a cero, esto es, para optimizar el valor. Lo que nos dio como resultado fue el punto crítico y éste se evaluó en la función para llegar al resultado esperado, que era el costo mínimo. Las limitaciones que hubieron fue tomar algún valor redondeado, no con todos sus decimales, esto da un margen de error en el resultado final, sin embargo es muy acercado al valor real, después, al graficar, se puede apreciar con más claridad que el resultado obtenido si es válido, ya que obtenemos el mínimo exactamente en el punto encontrado, por esto se puede decir que la solución es la correcta. Específicamente en este proceso de resolución no he encontrado ninguna dificultad, lo único sería que a veces el programa es un poco lento, o no agrego los comandos indicados, pero eso sería lo único, ya que la comprensión del problema y toda su resolución fue algo muy sencillo.
5	Lo que el problema pedía, era buscar la cantidad mínima de material que se requiera para poder construir un silo, de forma que sea un cono sobre un cilindro, para la resolución del problema se requiere conocer el volumen de ambos, ya con eso es posible conocer el área, que en este caso es lo que se requiere optimizar. Una vez teniendo las áreas, se deriva, y al tener esto, se iguala a cero, y así se obtiene el valor de "r" ya que en este caso, dejé expresado el área total en función del radio. Una vez tenido el valor del radio, lo único que faltaba por hacer era sustituir ese valor de "r" en la función del área total, para que así se obtenga la cantidad mínima de material que se requerirá utilizar para la construcción del silo. No encontré limitación alguna, lo único que podría encontrar es que en la imagen del silo, se puede observar como la punta del cono que se debería de construir está chata, es decir, no hay punta. Y eso es lo que puede ocasionar el margen de error en los cálculos obtenidos. La única dificultad en el proceso es la utilización del programa maple, ya que si bien te puede ayudar en los cálculos de las derivadas que son muy difíciles de sacar manualmente, a la hora de escribir tanto las fórmulas y que te salga el resultado, lo único que hace es complicarlo, por eso lo recomendable es usar el maple únicamente para hacer gráficas y para calcular derivadas e integrales. En esta gráfica en partícula, no se puede apreciar mucho los resultados, tal vez por los valores que son muy pequeños, pero si se acerca, es posible observar el mínimo que obtuvimos.

Sesión	Reportes de Julia
6	Lo primero, era identificar qué era lo que se quería optimizar, al encontrar la palabra "mínima" en la planteación del problema, fue fácil deducir que el costo era lo que se quería optimizar; primero hubo que hacer un pequeño esquema del problema, luego se definieron las variables, y se estableció una relación entre ellas. El costo total lo dejé en valor de una sola variable, en este caso "r", que era el radio de la esfera. Había que tomar encuentra ciertas condiciones, como por ejemplo que el volumen que debería de llevar el contenedor era de 113.5 m^3. Una vez obtenida la función, se derivaba y se igualaba a cero con el fin de optimizarla. A final de cuentas, el valor del radio es de 1.750674038m, sustituyendo este valor en la función de la altura "h" con respecto al radio, nos arroja un valor de $h = 9.453612245\, m$. Después sustituí el radio en la función del costo total, para tener el resultado de cuánto se debe gastar, y esto dio un resultado de $1.9449666670\ 10^5$ pesos. Por último, para comprobar que este valor sea el correcto, lo que se hizo fue realizar la gráfica de la función del costo, y ahí es donde se puede apreciar mucho mejor que la resolución del problema dio el valor correcto. Por tanto podemos decir que las dimensiones encontradas son las que se deben de usar para que el costo de la producción de dichos contenedores sea el mínimo.

Informes: Eduardo

Sesión	Reportes de Eduardo
3 (I)	Se encontró que L=w+g, es la distancia mínima de la planta a la población de Xucu y de la planta a la población de Hocabá. Con esto tenemos que la distancia total de la tubería es de 16.31 km, y a la vez esa distancia es la mínima posible. Posteriormente borra lo anterior y escribe: Se encontró que la distancia mínima favorable para el proyecto es a 1.48 km de la población de Cuzamá.
3(II)	Se encontró que la distancia mínima favorable para el proyecto es a 1.48 km de la población de Cuzamá.
4	Primero leemos y analizamos el problema, luego elaboramos una lista de palabras clave para relacionar con el problema, después hicimos un dibujo esquemático del problema para hallar algunas variables geométricamente, luego definimos las variables y con el análisis del dibujo esquemático nos hemos dado cuenta que lo que debemos hallar es la distancia x a la que se debe colocar el final del cableado terrestre para con esto optimizar los costos y el cableado submarino sea el mínimo, seguido de éstos se nos indicó replantear el problema con nuestras propias palabras lo que nos da como resultado la descripción antes citada, a continuación se nos pidió escribir las unidades en las que se expresa el problema y decidimos que lo más correcto es utilizar kilómetros, después identificamos las variables y las definimos, también en este paso se nos dan las variables d y a, formulamos el problema y lo resolvemos de manera matemática. Una de las limitaciones del problema son los decimales ya que dependiendo de cuántos de éstos tomemos en cuenta el resultado final puede variar, otra limitación sería que los resultados son simplemente suposiciones matemáticas. Alguna dificultad serían los pequeños problemas que hemos tenido con las computadoras que se traban y lo poco que sabemos de Maple 15, pero con la asesoría correcta lo
5	Con los datos dados, procedimos a hallar las dimensiones del cilindro tales como alturas, volúmenes y áreas, interpretamos gráficamente los datpos dados, replanteamos el problema con nuestras propias palabras y de manera más simple para proceder a definir las unidades que vamos a manejar (metros), después definimos nuestras varables que serían las alturas de las figuras y el radio de las mismas. Definimos las fórmulas matemáticas para resolver el problema, luego igualamos a cero una fórmula, la diferenciamos con respecto a r y nos da un aproximado de 2.5 m, sustituimos el r en las fórmulas y nos da como resultado las áreas mínimas para la construcción del silo tales que la altura del cilindro sea la altura del cono."
6	“Al leer el problema nos damos cuenta de que lo que se pide es optimizar los costos para que éstos sean mínimo, para esto debemos obtener las dimensiones de las 2 figuras (1 cilindro y 1 esfera), para ello realizamos un análisis de las variables mencionadas en el problema y notamos que nos dan el dato de volumen, ya que analizamos esto aislamos la ecuación de costos totales para que podamos realizar la ecuación con solamente una variable dependiente, con el volumen aislamos h en términos de r para hallar r y la sustituimos para hallar el valor de $r = 1.75$.

Informes - Miguel

Sesión	Reportes de Miguel
2	Se realizan operaciones para encontrar los mínimos de dicha función, encontrando el problema y las ecuaciones para modelar en problema en función de una sola variable, seguidamente derivamos la función y la igualamos a cero para hallar los puntos críticos. Los puntos críticos para encontrar el mínimo posible.
3(I)	Suponiendo que las limitaciones se desprecian y que la planta potabilizadora de agua se debe localizar sobre la línea de la carretera entre las poblaciones de Homún y Cuzamá, entonces la planta se deberá de localizar a 1.484567127km para que se use la mínima cantidad de tubería. De este modo la planta potabilizadora es redituable.
4	1.Resumen descriptivo del procedimiento seguido desde la lectura del problema hasta su resolución Primero necesitamos comprender de qué se trata el problema y que nos está pidiendo optimizar en función de que. Seguidamente encontrar una ecuación que nos relacione la variable a optimizar con lo solicitado en el problema, encontrar ecuaciones secundarias que nos permitan modelar el problema en función de una sola variable. Derivar, igualar a cero y hallar la solución al problema. Comprobar las soluciones obtenidas ya sea por medio de la gráfica o el método de la segunda derivada. 2.Limitaciones, validez y significado de la solución encontrada La solucione es válida en un caso hipotético, pues se desprecian muchos factores que podrían influir en el, ya sea el relieve entre otros. La solución que encontramos es la longitud que deben tener los cable dados para unir los dos puntos y el costo total de inversión sea el mínimo. 3. Dificultades que han surgido en el proceso de resolución y cómo se han abordado. Al realizar el criterio de la segunda derivada, esto no se pudo realizar para comprobar la solución obtenida, así que la gráfica fue la única herramienta viable de la optimización.
5	1. Resumen descriptivo del procedimiento seguido desde la lectura del problema hasta su resolución. Identificar el problema y las variables identificadas. Encontrar las ecuaciones para modelar y dejar en términos todo de una sola variable. Derivar con respecto a dicha variable, igualar a cero y comprobar si se trata de un mínimo o un máximo. Escribir conclusiones del problema. 2. Limitaciones, validez y significado de la solución encontrada. La solución es válida, para todo problema que conste de los parámetros utilizados con las limitaciones antes mencionadas. 3. Dificultades que han surgido en el proceso de resolución y cómo se abordaron. Las dificultades surgieron a la hora de interpretar la gráfica, pues no había definido un intervalo para graficarla. 4. Uso que has hecho de los gráficos e interpretación que has dado a la representación gráfica de la solución. Un uso de interpretación para entender mejor el problema y lo que se busca.

Sesión	Reportes de Miguel
6	Hacer una lista de palabras clave…metros cúbicos, volumen, superficie costo mínimo Replantear con tus propias palabras el problema…Buscar el costo mínimo para que un tanque de gas que contiene 113.5 metros cúbicos de gas tenga un costo mínimo Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema…metros cúbicos, metros cuadrados, pesos mexicanos Identificar y definir las variables…radio y altura Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente…supongamos que se trata de dos contenedores completamente esféricos y uno completamente cilíndrico Obtener la fórmula matemática para resolver el problema…modelar el área total, para sustituir en ella el volumen total.

Anexo B.5:

Errores
Julia – Eduardo - Miguel

Errores en el uso del Maple - Julia

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
		Sesión 2		
4		Intenta procesar un cálculo y el ordenador no responde por una dificultad con el uso del Maple cuando no responde al ciclarse un proceso interno debido a la falta de convergencia de la solución.	Dificultad al bloquearse un proceso	1
5	"Advertencia, incapaz de evaluar la función para los valores numéricos en la región; ver la ayuda del comando plot"	Comete el error de escribir $L(x)$ como parámetro de función para el comando "plot" en vez de escribir $L(b)$, como inicialmente había definido a la función	Sintaxis	1
		Sesión 3 II		
3	Valor extraño: $C = RootOf(1088\ Cos(\_Z) + 11)$	Escribe la función coseno en lugar de seleccionarla de la paleta de expresiones que ofrece Maple.	Sintaxis	2
3		Olvida redefinir sus funciones en Maple después de hacer modificaciones	Falta de definición de funciones	1
		Sesión 4		
3		Olvida definir sus funciones en términos de la variable independiente.	Definición inadecuada de funciones	1
5		Obtiene la gráfica del modelo sin lograr que se aprecie el mínimo relativo.	Manejo inadecuado de parámetros	1
		Sesión 5		
3		Olvida redefinir sus funciones en Maple después de hacer modificaciones	Falta de definición de funciones	1
3	"Uso ilegal de un objeto"	Omite el operador de definición de funciones.	Sintaxis	1
3		Olvida definir sus funciones en términos de la variable independiente.	Definición inadecuada de funciones	1
4	"Advertencia, algunas soluciones podrían haberse perdido"	Resuelve una ecuación mediante la opción "Resolver / Resolver para la variable / r" en vez de resolverla numéricamente.	Modo inadecuado de selección de comandos	1
5		Obtiene la gráfica del modelo sin lograr que se aprecie el mínimo relativo.	Manejo inadecuado de parámetros	4

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
		Sesión 6		
3	"Error no se puede analizar"	Selecciona de manera no intencional el modo texto antes de escribir una expresión algebraica.	Selección modo texto /matemático	1
3		Omite el operador de definición de funciones.	Sintaxis	1
3	"Salida redireccionada"	Escribe C_{ctl} como nombre de variable para el costo de la parte cilíndrica en vez de escribir C_{cil}.	Sintaxis	1
4	Maple arroja la raíces de la ecuación en términos de "m"	Incluye hasta las unidades en la expresión del volumen, es decir, escribe $V_t(r) = 113.5\ m^3$.	Sintaxis	1
4	Maple arroja una solución extraña	Resuelve una ecuación mediante la opción "*Resolver / Resolver para la variable / r*"	Modo inadecuado de selección de comandos	1
4	Maple arroja un valor negativo para el radio	Olvida escribir el operador de producto entre los factores 26800, r y π, es decir, escribe la expresión $26800\ r\ \pi$.	Sintaxis	4
4	"Operación perdida"	Olvida escribir el operador de producto en la expresión $\frac{4}{3}3.1416\ r^3$, es decir entre dos valores constantes.	Sintaxis	1
4		Escribe dos operadores juntos, el operador de producto y el operador de diferencia.	Sintaxis	1
5		Obtiene la gráfica del modelo sin lograr que se aprecie el mínimo relativo..	Manejo inadecuado de parámetros	1

Errores en el uso del Maple – Eduardo

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
		Sesión 2		
1	“Advertencia, falta insertar un punto y coma al final de la declaración”	Convierte de forma no intencional un texto en un objeto matemático y entonces Maple solicita el punto y coma como separador del objeto matemático.	Selección no intencional de conjunto de teclas	1
2	“Error, operador perdido”	Intenta corregir un texto y no se percata que está en el modo incorrecto.	Selección modo texto/matemático	2
5		Escribe incorrectamente el comando “*plot*”.	Sintaxis	1
5	“Error, secuencia inválida”	Usa de forma incorrecta del comando “*plot*” a la hora de definir los parámetros, utiliza “,” y “:” en lugar de “..” para separar los valores del rango de la gráfica.	Sintaxis	2
		Sesión 3 II		
3	"Error, potencia inválida"	Escribe la función coseno sin seleccionarla de la paleta de expresiones que ofrece Maple, es decir, la teclea y Maple no la reconoce como tal.	Sintaxis	3
3	Maple arroja la expresión: $C = -\frac{0.01011029412}{cos}$	Escribe la función coseno incorrectamente y Maple no la reconoce como tal, es decir, escribe “*cos”* en lugar de “*Cos”* y entonces obtiene un resultado en términos de la variable “*cos*”.	Sintaxis	1
3		Escribe incorrectamente la función coseno, en este caso, no pone el argumento de la función entre paréntesis.	Sintaxis	1
		Sesión 4		
3	Valor extraño: “$x = RootOf(\_Z^2 + (0.24)^{2=}(0.12)^2 - 0.576)$”	Teclea por error el signo “=” como exponente.	Sintaxis .	1
3	Valor extraño: “$x = RootOf(\_Z^2 - 0.1008)$”	Resuelve una ecuación mediante la opción de Maple "*Resolver /Aislar Expresión para / x*" en lugar de utilizar la opción "*Resolver / Resolver para la Variable / x*" ó la opción “*Resolver*”.	Modo inadecuado de selección de comandos	1
3	“Error, operación perdida”	Escribe indistintamente “*X*” y “*x*”. Piensa que es por el operador de producto y coloca los factores entre paréntesis.	Sintaxis	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3		No se percata que tiene seleccionado el "*modo texto"* en lugar del "*modo matemática"* antes de definir la función.	Selección modo texto / matemática	1
4	"Error, asignación inválida en el lado izquierdo"	Escribe como parámetro del comando "d/dx" toda la función, $CT(x) \coloneqq \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ y solamente necesitaba escribir como parámetro $CT(x)$.	Sintaxis	1
4	"Error, parámetro inválido para el operador"	Asigna ahora como parámetro del operador de derivada la expresión arrojada por Maple al definir la función de costo total, es decir, escribe $x \rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ como parámetro en vez de solamente escribir $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$.	Sintaxis	1
4	"Error, términos inválidos"	Evalúa una función incluyendo como parámetro hasta la variable y el signo de igual y no solamente el valor constante.	Sintaxis	1
4	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Le falta cerrar los paréntesis al evaluar una función.	Sintaxis	1
5		Escribe erróneamente el comando "*plot*" de Maple y no obtiene la gráfica del modelo.	Sintaxis	1
5	"Error, (en plot) opción no esperada: x=.7812484939"	Escribe erróneamente los parámetros del comando "*plot*", escribe "." para separar los valores del rango para graficar.	Sintaxis	1
5	"No se puede evaluar la función en los valores numéricos proporcionados,…"	Escribe ".." para separar los valores del rango para graficar.	Sintaxis	1
		Sesión 5		
3	"Error, operador perdido"	Utiliza de manera inadecuada el operador de producto.	Sintaxis	2
3	"Error, uso ilegal de un objeto como un nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones ": =" para definir identidades. Utiliza unidades en la definición de ecuaciones	Sintaxis	2
3	"Error, intentando asignar un valor a \`Pi\`, el cual es un valor protegido"	Intenta definir el valor de "*Pi*", el cual ya tiene un valor asignado por Maple.	Uso de valores predefinidos por Maple	2

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3	Valor extraño: $r = RootOf(\_Z^2 \pi h - 75)$	Intenta despejar la variable r en función de la variable *h* mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/r*" del menú contextual.	Modo inadecuado de selección de comandos	1
3	Valor extraño: $r = RootOf(-30 + h_{cono}\pi\_Z^2)$ Obtenido de resolver: $h_{cono} = \frac{30}{\pi\, r^2}$	Intenta despejar la variable r en términos de la altura del cono (h_{cono}) mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/r*" en lugar de seleccionar la opción "*Resolver / Resolver para la Variable / x*" o bien la opción "*Resolver*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1
3		Escribe incorrectamente el nombre del subíndice para la variable del volumen del cilindro.	Sintaxis	1
3	"Error, asignación inválida"	Omite el valor constante que quiere asignar a la constante π.	Sintaxis	1
3	"Error, uso ilegal de un objeto como un nombre"	Define identidades con el operador para definir funciones.	Sintaxis	2
3	"Error, = inválido	Utiliza dos operadores seguidos.	Sintaxis	1
3	Valor extraño: $RootOf(3V_{cilindro} - 300 + h_{cono}\pi\,\_Z^2) = r$	Intenta despejar la variable radio mediante la opción de "*Resolver/Aislar Expresión para/r*" en lugar de seleccionar la opción "*Resolver / Resolver para la Variable / x*" o bien la opción "*Resolver*".	Modo inadecuado de selección de comandos.	1
3	Valor extraño: $RootOf(3V_{cilindro} - 300 + h_{cono}\pi\,\_Z^2) = 0$	Intenta despejar de nuevo la variable r después de realizar ciertas modificaciones en la expresión de $V_{cilindro}$ en términos de r y h_{cono} utilizando la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/r*" en lugar de seleccionar la opción "*Resolver / Resolver para la Variable / x*" o bien la opción "*Resolver*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1
3	"Error, uso ilegal de un objeto como un nombre"	Usa el operador de función en una identidad.	Sintaxis	2
3	Valor extraño: $r = RootOf(\_Z^2 \pi h - 75)$ Obtenido de resolver: $\frac{4}{3}\pi r^2 h = 100$	Resuelve la ecuación mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/r*" en lugar de seleccionar la opción "*Resolver / Resolver para la Variable / x*" o bien la opción "*Resolver*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
		Sesión 6		
3	"Error, producto o cociente inválido"	Escribe dos operadores juntos (producto y resta).	Sintaxis	3
3	"Error, uso ilegal de un objeto como nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones para definir una identidad.	Sintaxis	1

Errores en el uso del Maple – Miguel

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
		Sesión 2		
3		Define una función "*b(x)*" en términos de la variable "*a*", escribiendo la expresión: $b(x) \coloneqq 3.48 - a$	Sintaxis*	1
3	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Escribe sin querer un paréntesis izquierdo como parte de un exponente. Escribe erróneamente como paréntesis izquierdo un paréntesis derecho.	Sintaxis	2
4	"Error, entrada inválida: se recibió (46.24+b^2) ^ (1/2) +y, para el comando de derivada y no es válido como segundo argumento"	Define erróneamente el segundo argumento del comando de derivada. Maple está recibiendo como función para derivar con respecto a *z* una expresión en términos de las variables *b* e *y*.	Sintaxis	2
4	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Olvida escribir un paréntesis derecho. Escribe una llave derecha de más en la expresión del comando de derivada.	Sintaxis	2
4	"Error, (en f) varios niveles de recursión"	Halla la derivada de una función definida en forma recursiva, es decir halla la derivada de la función *f(z)* definida como: $f(z) \coloneqq f(x) + f(y)$ Define tres funciones con el mismo nombre	Sintaxis	1
4	"Advertencia, falta insertar un punto y coma al final de la declaración"	Convierte de forma no intencional una expresión en un objeto matemático para el interpretador ("parser") de Maple.	Selección no intencional de conjunto de teclas	1
5	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Omite un paréntesis derecho en la instrucción del comando "*plot*".	Sintaxis	1
		Sesión 3		
3		Nombra en la Ley de Cosenos un ángulo de un triángulo con la misma variable con que nombró al ángulo opuesto.	Sintaxis*	1
3	"Error, (al aislar) $58.8289 = 58.3504 - .3658908988 * ab$ no contiene .1829454494"	Omite el operador de producto en la expresión $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(c)$ entre los factores *a* y *b* mediante la opción "*aislar para cos(c)*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3	"Error, (al aislar) $58.8289 = 58.3504 - .3658908988 * \mathrm{ab}$ no contiene .1829454494"	Omite el operador de producto en la expresión $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)(\cos(c))$ entre los factores a y b mediante la opción "*aislar para cos(c)*".	Modo inadecuado de selección de comandos	2
3	"Error, (al aislar) 58.8289 = 55.86234189 no contiene .1829454494"	Omite el operador de producto en la expresión $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(c)$ entre los factores *a* y *b* mediante la opción "*aislar para cos(c)*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1
3	"Error, operación perdida"	Escribe una expresión considerando el operador de definición de función solo con los dos puntos faltando el signo igual.	Sintaxis	1
3	Obtiene un resultado incorrecto para el valor del ángulo C	Omite el operador de producto entre los factores *a* y *b* en la expresión $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(C)$ mediante la opción "*soluciones para C*".	Sintaxis	1
3		Define una función combinando mayúsculas y minúsculas de una variable.	Sintaxis	1
3		Omite la variable independiente en el lado izquierdo de una función.	Sintaxis	1
4	"Advertencia, pueden haberse perdido las soluciones"	Resuelve una expresión mediante la opción "*resolver*" en lugar de utilizar las otras opciones "*resolver para X*" o "*aislar para X*".	Modo inadecuado de selección de comandos	1
4	Maple arroja una expresión extraña	Resuelve una expresión que combina el mismo nombre de una variable utilizando mayúsculas y minúsculas en la misma expresión. En este caso resuelve la expresión: $Ll(x) = \sqrt{(6.8)^2 + X^2 - 2(6.8)(x)\cos(1.}$	Sintaxis	1
3	"Error, raíz cuadrada inválida"	Omite el operador de producto antes de la función coseno al definir la expresión: $Ll(x) = \sqrt{(6.8)^2 + x^2 - 2(6.8)(x)\cos(1.}$	Sintaxis	1
3	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Olvida cerrar el último paréntesis al escribir la expresión para "*Ll(x)*".	Sintaxis	1
3	Maple arroja una expresión extraña	Olvida presionar ENTER después de definir la constante *d*, es decir, después de escribir $d \coloneqq 10.85$.	Sintaxis	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3	Maple arroja como resultado otra expresión extraña	Omite el operador de producto entre los factores e y d en la expresión $d^2 = e^2 + b^2 - 2(e)(b)\cos(\mathrm{D})$.	Sintaxis	1
4	"Error, entrada inválida: función recibida para el comando de derivada $\mathrm{L}(\mathrm{x}) + \mathrm{L}2(\mathrm{x})$, la cual no es válida para este segundo argumento"	Define erróneamente los argumentos del comando de derivada. Olvida borrar el argumento "f" que ofrece automáticamente el comando de derivada desde la paleta de expresiones.	Sintaxis	1
		Sesión 4		
4	Maple arroja como resultado el valor de "CERO".	Escribe como argumento de función para el comando de derivada *f(x)* en lugar de *z(x)*.	Sintaxis	1
4	"Error, incapaz de igualar delimitadores"	Olvida el paréntesis de la derecha al definir el parámetro de función en el comando de la derivada.	Sintaxis	1
4	"Error, inválida suma/diferencia"	Escribe como argumento de función para el comando de derivada "$fz +$" en lugar de "*f(z)*"	Sintaxis	1
4	No logra obtener la derivada	Omite el operador de producto entre los factores encerrados entre paréntesis en la expresión: $z(x) := (.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)$ (4.5)	Sintaxis	1
4		Resuelve gráficamente la función que define la derivada del modelo intentando verificar gráficamente los extremos sin lograr visualizar correctamente la gráfica.	Modo inadecuado de selección de comandos	2
		Sesión 5		
3	"Error, subíndice inválido"	Involucró como parte de un subíndice el operador de definición de funciones.	Sintaxis	1
3	"Error, base del subíndice vacía"	Define una variable con subíndice y omite la base.	Sintaxis	1
4	"Error, uso ilegal de un objeto como nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones como signo igual de una expresión. Es decir, escribe la expresión: $2 \cdot \pi \cdot r - \frac{200}{r^2} := 0$	Sintaxis	1
3	"Error, suma/diferencia inválida"	Escribe el operador de suma como subíndice.	Sintaxis	1
3	"Error, uso ilegal de un objeto como nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones como signo igual de una expresión. Es decir, escribe la expresión: $V_1 + V_2 := 100$	Sintaxis	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3	"Error, operación perdida"	Elimina el operador que separa dos expresiones.	Sintaxis	1
3	"Error, uso ilegal de un objeto como nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones como signo igual de una expresión. Es decir, escribe la expresión: $100 + V_2 \coloneqq 100$	Sintaxis	2
4	"Cuidado, puede haber pérdida de soluciones"	Redefine una función cambiando el operador de definición de funciones por el signo igual	Sintaxis	1
		Sesión 6		
3	"Error, asignación inválida"	Escribe una expresión incompleta. Escribe solamente el miembro izquierdo y el operador, es decir, escribe la expresión: "$A_t \coloneqq$" y presiona ENTER	Sintaxis	1
3	Falso	Escribe con minúsculas el nombre de una variable anteriormente escrita con mayúsculas. Es decir, escribe v_C en lugar de escribir V_C.	Sintaxis	1
3	"Error, uso ilegal de un objeto como un nombre"	Utiliza el operador de definición de funciones como signo igual de una expresión. Es decir, escribe la expresión: $350 \cdot A_e \coloneqq C_t$	Sintaxis	1
3	"Error, delimitadores incompletos"	Elimina un paréntesis derecho en la expresión del área del cilindro.	Sintaxis	1
3	"Error, símbolo = inválido"	Presiona ENTER después de la expresión "$A_c =$"	Sintaxis	1
4	"Error, faltan delimitadores"	Omite un paréntesis derecho en una expresión.	Sintaxis	1
4	"Error, no se puede analizar"	Recalcula la derivada de la función costo borrando parcialmente lo arrojado con anterioridad por Maple.	Sintaxis	1
4	"Advertencia, falta punto y coma al final de la declaración"	Genera una nueva hoja de Maple en modo hoja de trabajo en lugar de modo documento.	Modo hoja de trabajo/documento	1
3	"Error, asignación inválida"	Escribe incompleta una expresión: "$f(r) \coloneqq$"	Sintaxis	1
3	"Error, (al aislar).$113.5 = 113.5$ no contiene $-(-113.5 + \left(\frac{4}{3}\right) * \mathrm{Pi} * \mathrm{r}^3)/(\mathrm{Pi} * \mathrm{r}^2)$"	Presiona ENTER después de la expresión: $113.5 = V_e + V_c$	Sintaxis	1

Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Nº de veces
3		Combina las variables R mayúscula y r minúscula en ambos miembros de la función costo. Es decir, escribe *F(R)* y la define en términos de r, escribiendo la expresión: $F(R) := 2000\,\pi \left(\frac{113.5 - \frac{4}{3}\pi\, r^3}{\pi\, r^2}\right) r + 9400\,\pi\, r^2 = C_t$	Sintaxis	1
3		Omite el operador de producto entre los factores π y r en el modelo matemático y Maple considera como πr como variable independiente.	Sintaxis	1
4		Resuelve el modelo matemático considerando πr como variable independiente a consecuencia del error anterior (omisión operador de producto).	Sintaxis	1
5	Maple arroja un cuadro de texto con el mensaje “Incapaz de graficar la expresión”	Grafica el modelo considerando como variable independiente πr en lugar de únicamente r a consecuencia de omitir el operador de producto en la definición del modelo.	Sintaxis	1
5	“Error, base vacía del subíndice”	Deja un espacio en blanco entre una variable y su subíndice.	Sintaxis	1

* Estos errores de sintaxis del uso del Maple no necesariamente son consecuencia de estar usando este software, debido a que también se pueden presentar cuando se resuelve un problema de optimización con el uso de lápiz y papel.

Errores en el proceso de modelización – Eduardo

Fase	Mensaje De error	Descripción del error	Tipo	Categoría	Número de veces
Sesión 2					
4		Evalúa los extremos y el número crítico en la derivada en vez de evaluarlos en el modelo matemático.	Procedimental	Aplicación errónea del criterior de extremos absolutos	1
4	"Error, derivada inválida"	Halla la derivada de los valores extremos con respecto a la constante cero.	Conceptual	Derivación con respecto a una constante	1
4	"Error, derivada inválida"	Halla la derivada de los valores extremos con respecto al valor constante 3.48.	Conceptual	Derivación con respecto a una constante	1
Sesión 4					
3		Define su modelo matemático estableciendo una relación ilógica entre sus variables, es decir, como si las variables cumplieran la relación de la Ley de Cosenos.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	2
Sesión 5					
3		Considera en la expresión: $V_{cilindro} = 100 - V_{cono}$ la misma variable *h* para las alturas del cono y del cilindro, es decir, establece esta relación como: $\pi\, r^2\, h = 100 - \frac{1}{3}\pi\, r^2 h$	Conceptual	Formulación errónea de ecuaciones auxiliares	1
4		Deriva una función secundaria, en este caso, la expresión para la altura del cono: $h_{cono} = -\frac{3\,(V_{cilindro} - 100)}{\pi\, r^2}$	Conceptual	Formulación errónea del modelo	2
4		Deriva con respecto a *r* la función secundaria: $\frac{4}{3}\,\pi\, r^2 h = 100$	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
Sesión 6					
4		Establece el volumen de la esfera como modelo matemático.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1

Fase	Mensaje De error	Descripción del error	Tipo	Categoría	Número de veces
4		Resuelve la función que define el volumen de la esfera.	Procedimental	Resolución del modelo antes de derivar	1
4		Establece el volumen del cilindro como modelo matemático.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4		Deriva implícitamente con respecto a r la expresión definida por Maple para el volumen del cilindro, es decir, en la expresión $\pi r^2 h$.	Procedimental	Derivación de funciones secundarias	2
4		Establece el volumen del cilindro como modelo matemático.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
3		Intenta despejar r en función de $h$en la expresión $2000\,\pi\,r\,h + 9400\,\pi\,r^2$, en lugar de despejar h en función de r.	Conceptual	Despeje inadecuado de variables	1
4		Resuelve el modelo matemático (función costo) antes de derivar dicha función.	Procedimental	Resolución del modelo antes de derivar	1
4		Despeja la variable r en la función de costo antes de derivarla.	Procedimental	Resolución del modelo antes de derivar	2
4		Intenta despejar π en la expresión del radio $r$que había obtenido en términos de la constante π.	Conceptual	Expresar una constante en términos de una variable	2
4		Deriva la expresión de la altura h definida en términos del radio r, es decir, deriva la expresión: $h = -\dfrac{-113500 + \frac{4}{3}\,\pi r^2}{\pi\,r^2}$	Procedimental	Derivación de funciones secundarias	1
4		Deriva una expresión de r en términos del valor constante π.	Conceptual	Derivación con respecto a una constante	1

Errores en el proceso de modelización – Miguel

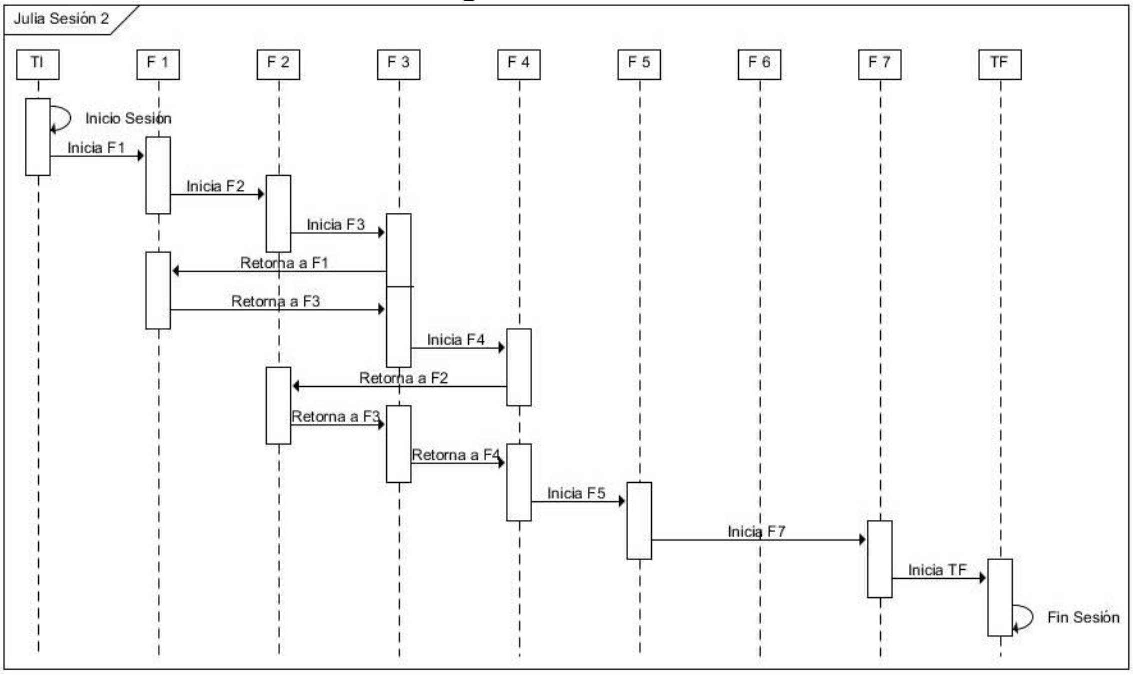
Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Tipo	Nº de veces
		Sesión 3			
3		Establece como modelo matemático una función parcial, en este caso, la longitud de la tubería de Xucú a la planta.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4		Resuelve una función parcial, la que define la longitud de la tubería de Xucú a la planta.	Procedimental	Resolución del modelo antes de derivar	1
3		Establece como modelo matemático una función parcial, en este caso, la longitud total de la tubería.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4	Maple arroja un resultado extraño	Resuelve el modelo matemático que define la longitud total de la tubería.	Procedimental	Resolución del modelo antes de derivar	1
4	$\frac{d}{dh}fh$	Halla la derivada de la función constante "$f\,h$" con respecto a la función "h"	Conceptual	Derivación con respecto a una función.	1
		Sesión 4			
4		Intenta resolver una función que no tiene solución cuando resuelve la función que define la segunda derivada del modelo.	Procedimental	Resolución de funciones sin solución	4
		Sesión 6			
3		Considera como la función costo, la expresión: $1000 \cdot A_e + 2350 \cdot A_e = C_t$ Multiplica ambos costos parciales por la cantidad de material de las dos semiesferas. El costo parcial (1000) debió multiplicarlo por la cantidad de material del cilindro.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
3		Despeja r en términos de h en la expresión: $113.5 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$ En lugar de despejar h en términos de r.	Conceptual	Despeje inadecuado de variables	1

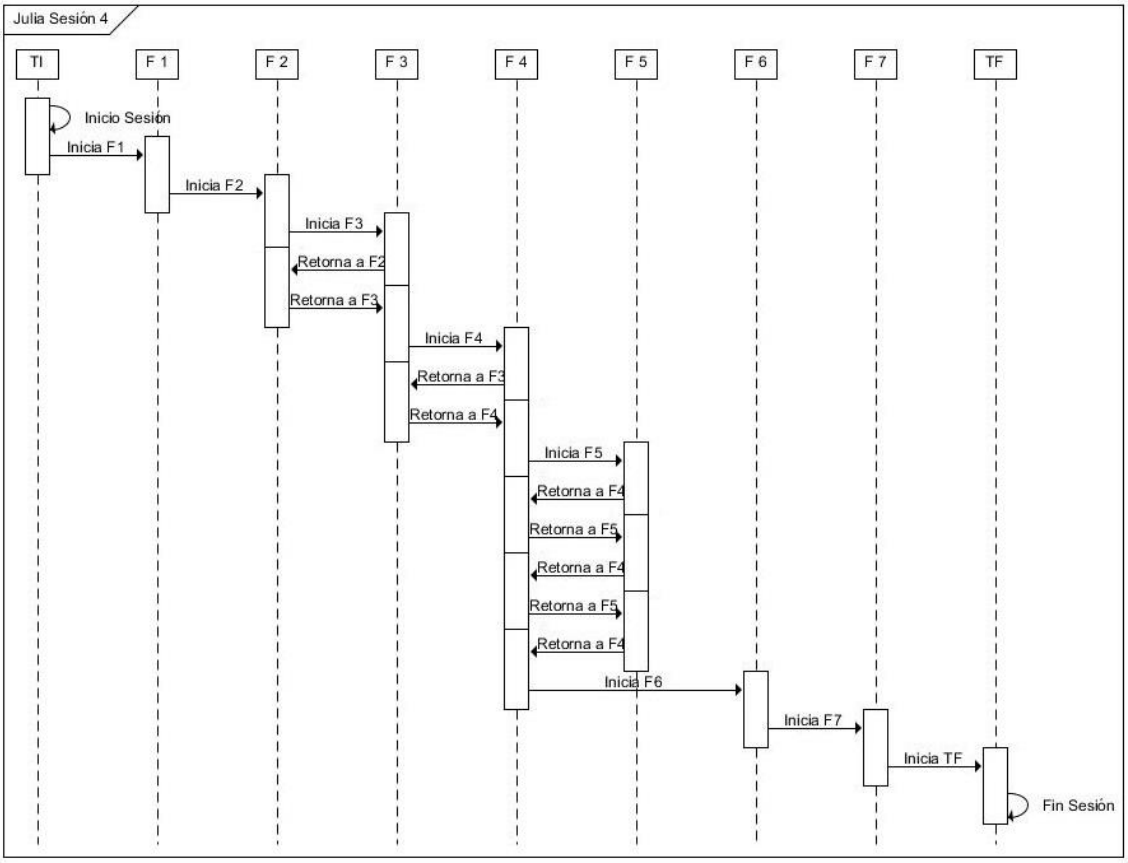
Fase	Mensaje de error	Descripción del error	Categoría	Tipo	Nº de veces
3		Considera como modelo matemático una función costo resultante de una expresión en términos únicamente de la cantidad de material de las dos semiesferas.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4	Maple arroja una solución negativa y raíces complejas	Considera la función costo en función solamente de la cantidad de material de la esfera. Es decir, deriva y halla los números críticos de la expresión $13400\pi r^2 = C_t$ arrojada por Maple.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4		Considera la función costo en función solamente de la cantidad de material de la esfera.	Conceptual	Formulación errónea del modelo	1
4		Considera la función costo como una función en términos de dos variables independientes. Es decir, deriva la expresión: $1000\pi r^2 h + 9400\pi r^2 = C_t$ con respecto a la variable r.	Conceptual	Formulación errónea del modelo.	1

Anexo C.5:

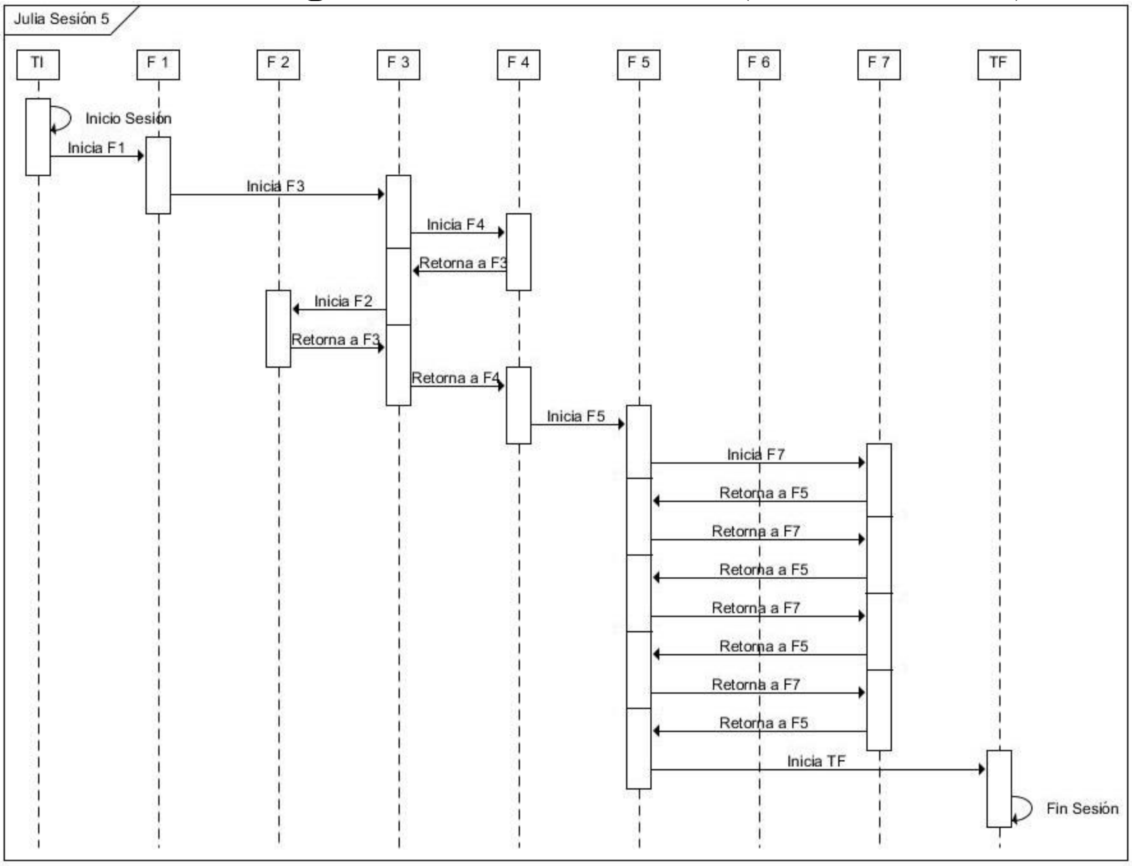
Diagramas de secuencia
Julia – Eduardo - Miguel

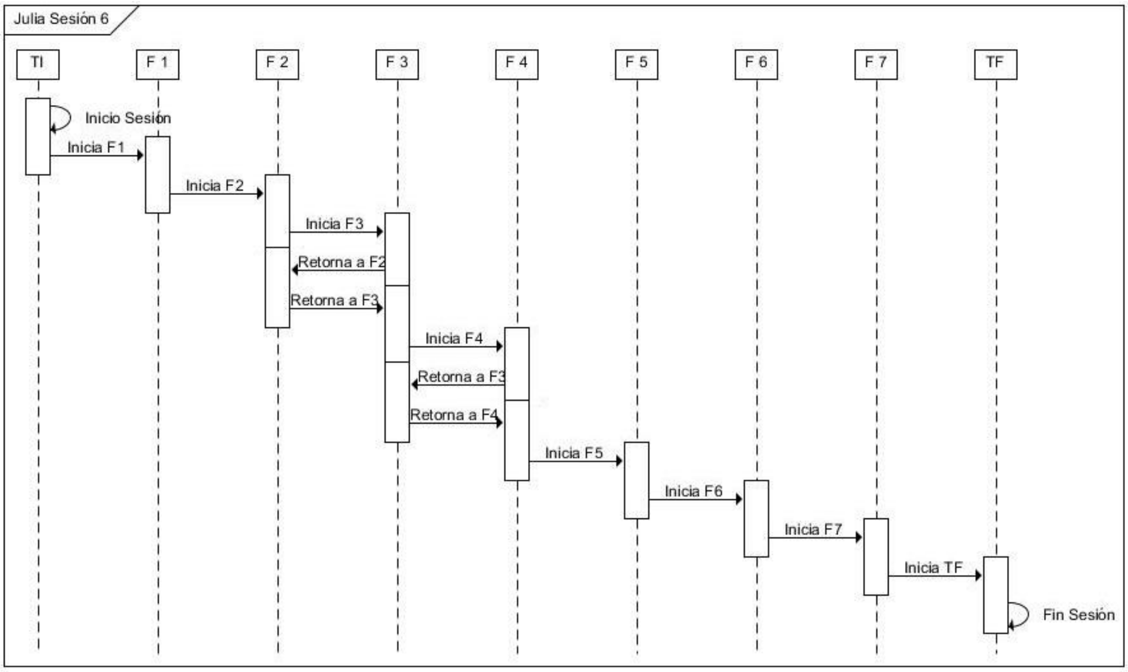
Julia: Diagramas de secuencia



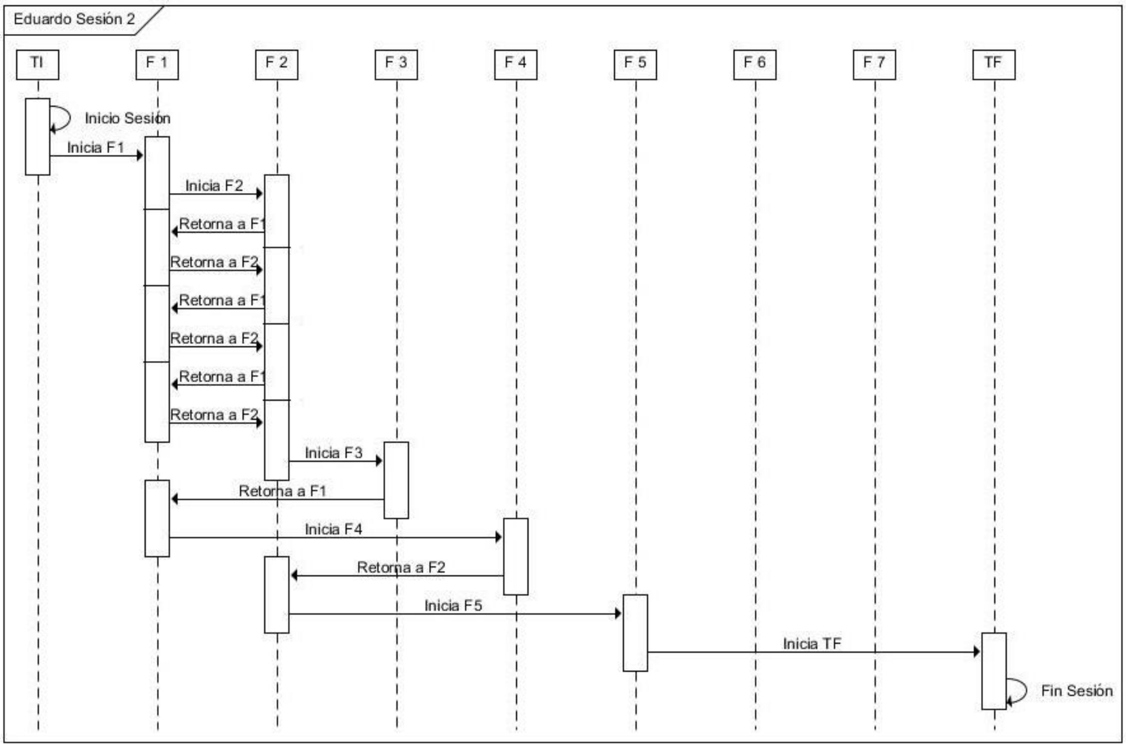


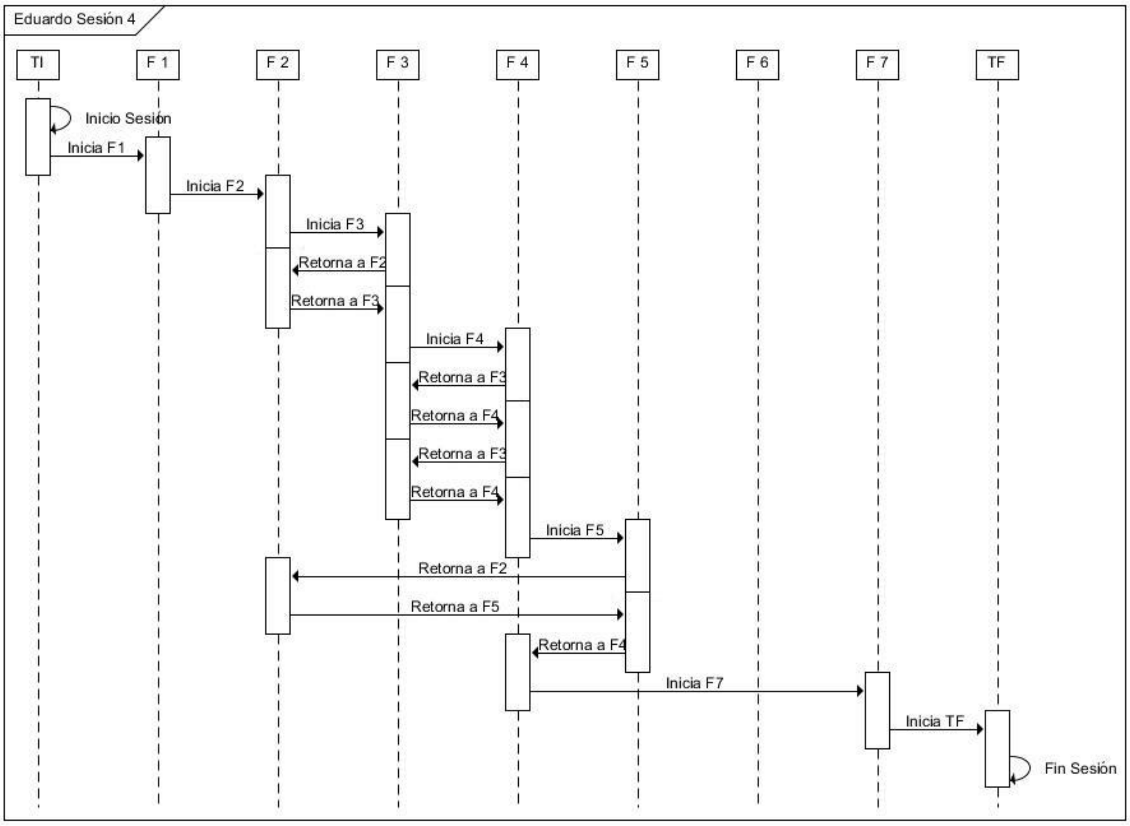
Julia: Diagramas de secuencia (continuación)

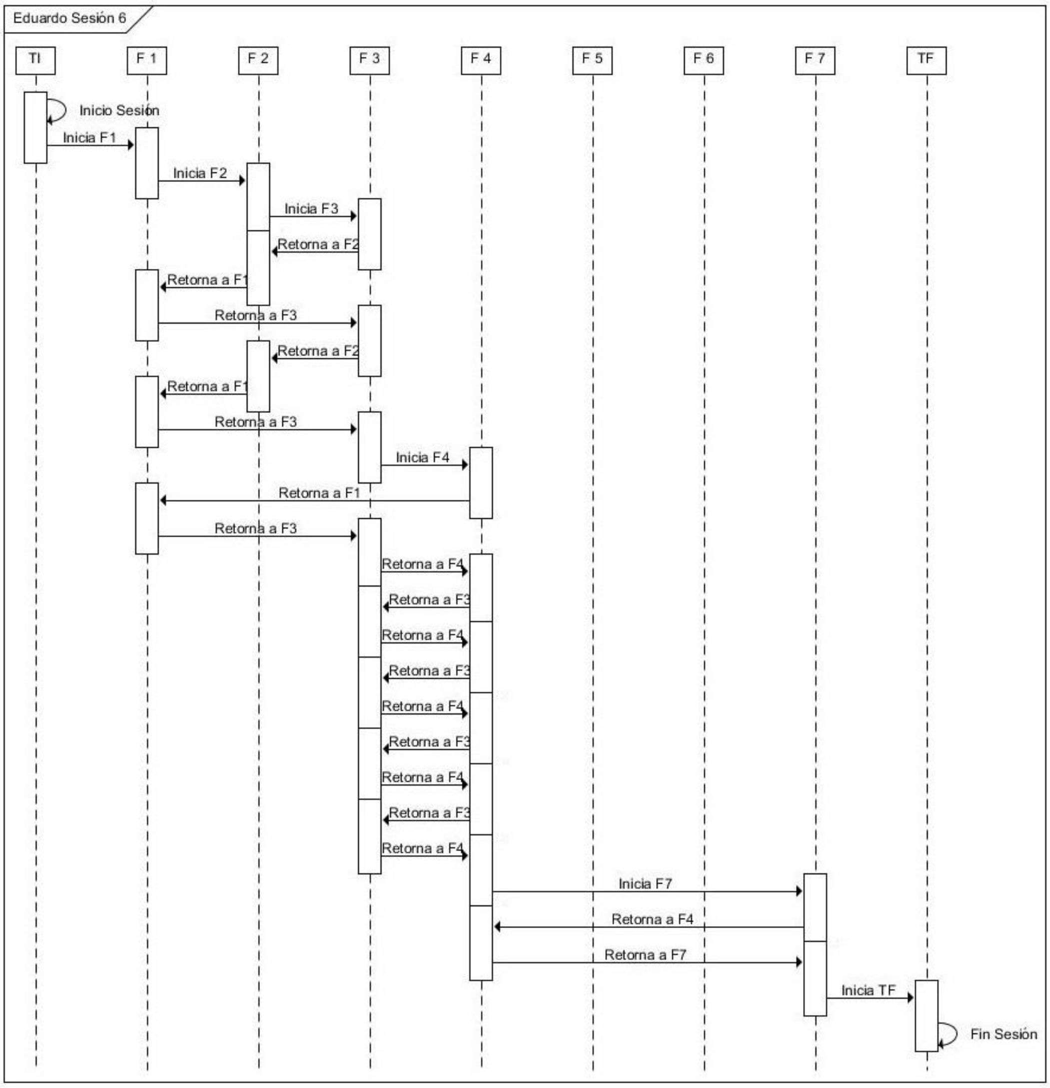




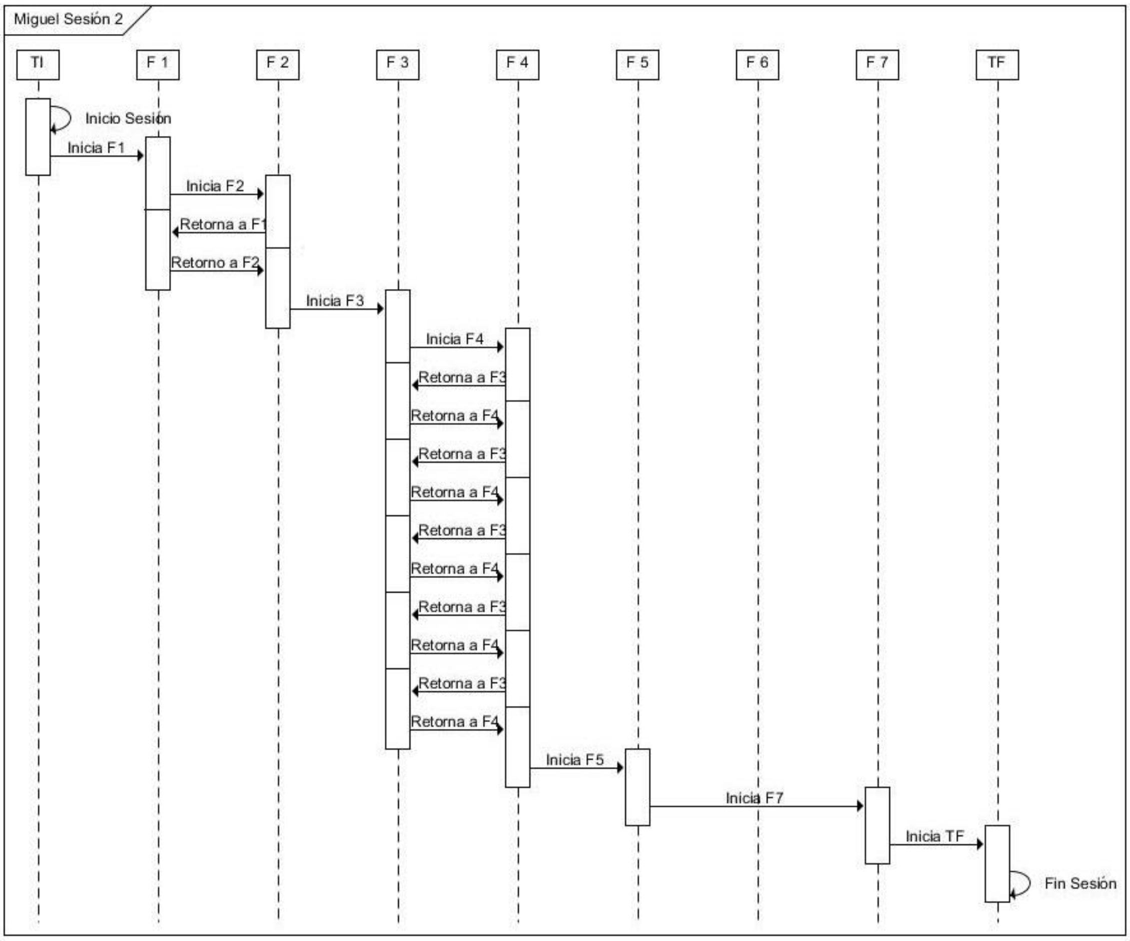
Eduardo: Diagramas de secuencia



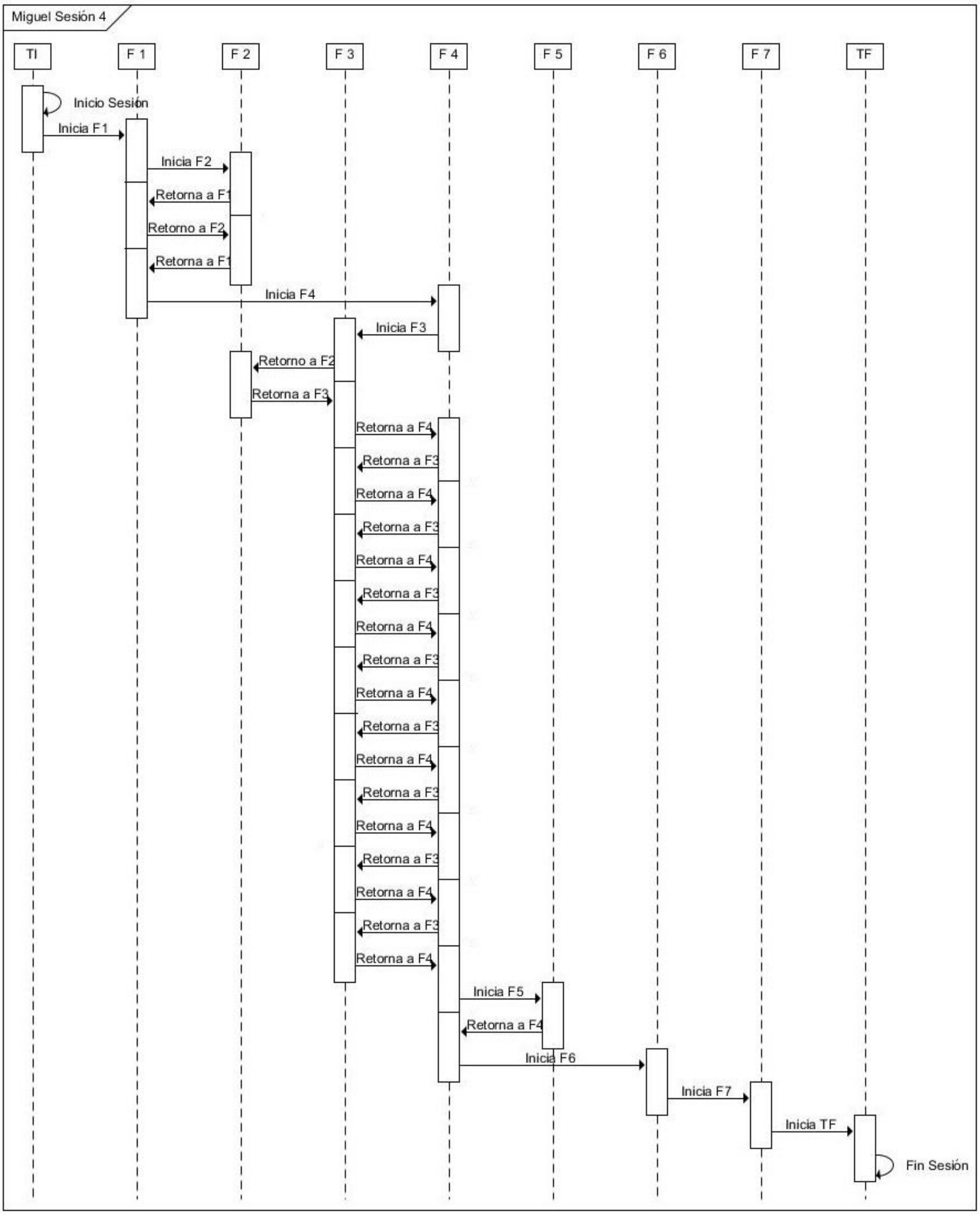



Eduardo Sesión 6
TI
F 1
F 2
F 3
F 4
F 5
F 6
F 7
TF
Inicio Sesión
Inicia F1
Inicia F2
Inicia F3
Retorna a F2
Retorna a F1
Retorna a F3
Retorna a F2
Retorna a F1
Retorna a F3
Inicia F4
Retorna a F1
Retorna a F3
Retorna a F4
Retorna a F3
Retorna a F4
Retorna a F3
Retorna a F4
Retorna a F3
Retorna a F4
Retorna a F3
Retorna a F4
Inicia F7
Retorna a F4
Retorna a F7
Inicia TF
Fin Sesión

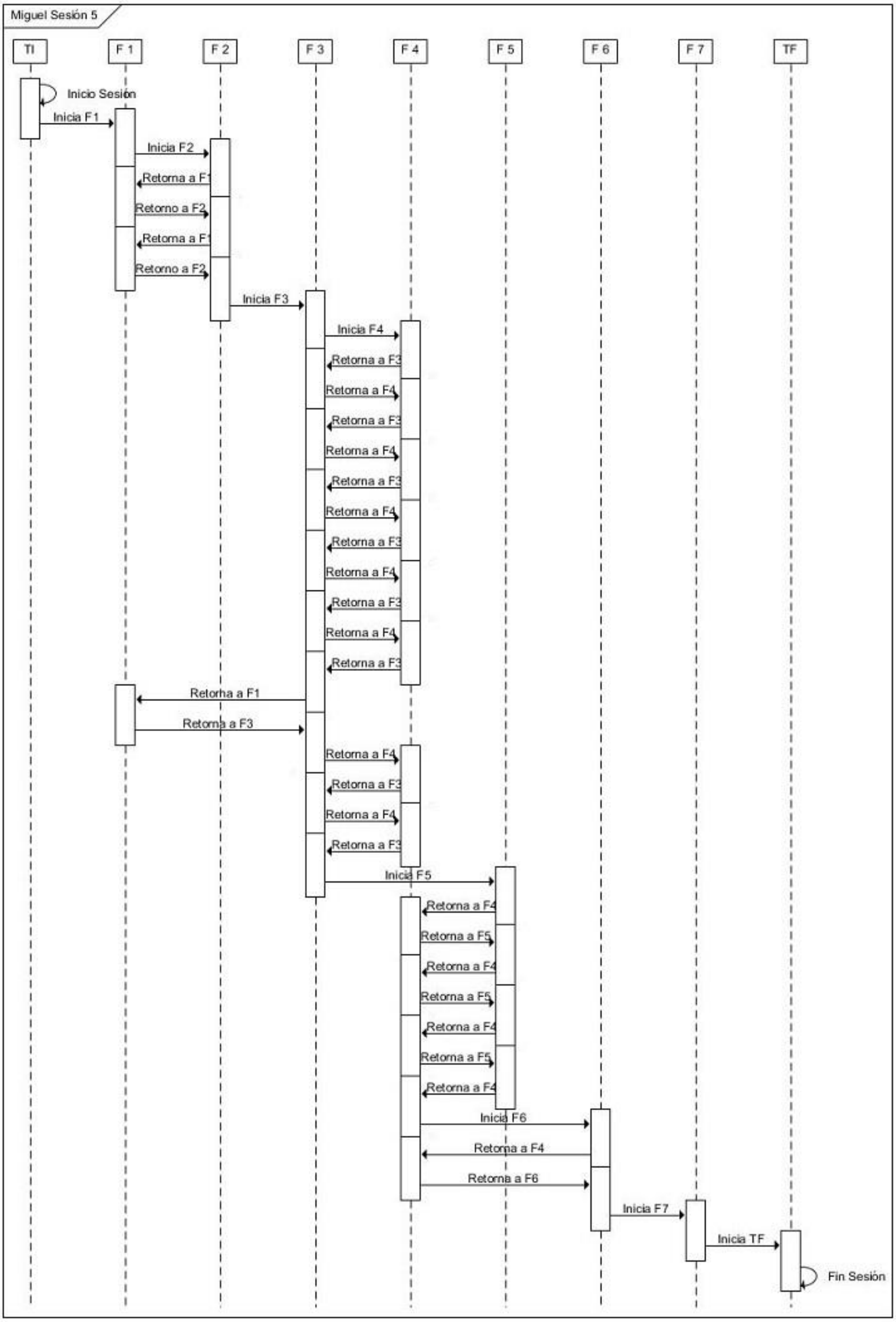
Miguel: Diagramas de secuencia



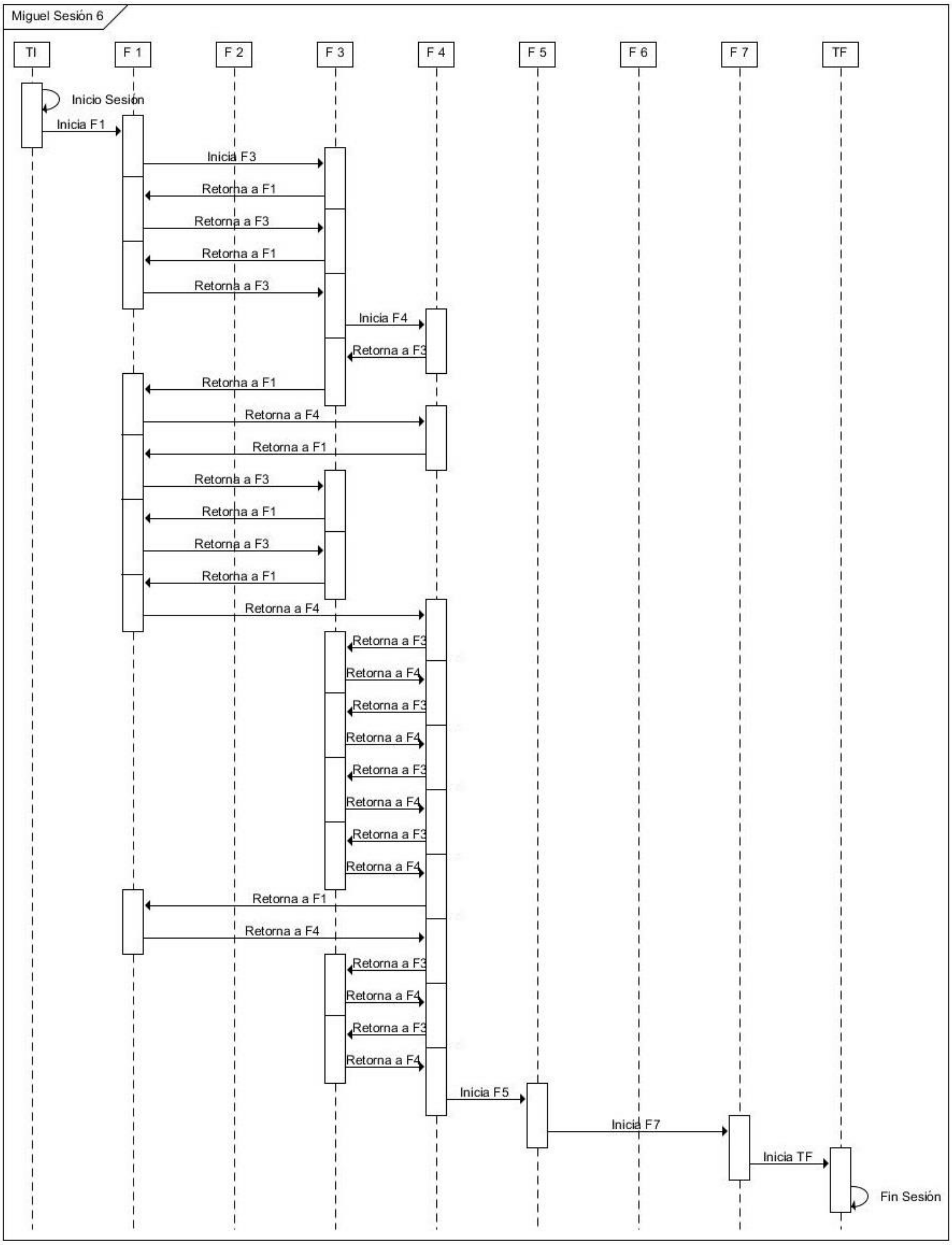
Miguel: Diagramas de secuencia (continuación)



Miguel: Diagramas de secuencia (continuación)



Miguel: Diagramas de secuencia (continuación)



Anexo D.5:

Análisis secuencial
Julia – Eduardo - Miguel

Julia: Coordenadas polares

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	2.4	1.07	2.4	1.07	1.52	45	45	0.71
F2	I	7.79	3.48	1.53	0.68	3.55	11.11	11.11	0.19
F3	I	7.17	3.21	0.29	0.13	3.21	2.32	2.32	0.04
F4	III	-0.48	-0.21	-1.68	-0.75	0.78	-74.05	254.05	-0.96
F5	III	-6.75	-3.02	-1.37	-0.61	3.08	-11.47	191.47	-0.2
F6	III	-2.65	-1.19	-0.2	-0.09	1.19	-4.32	184.32	-0.08
F7	III	-5.34	-2.39	-0.85	-0.38	2.42	-9.04	189.04	-0.16

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	1.53	0.68	7.79	3.48	3.55	78.89	78.89	0.98
F2	I	2.59	1.16	2.59	1.16	1.64	45	45	0.71
F3	I	6.8	3.04	0.53	0.24	3.05	4.46	4.46	0.08
F4	IV	0.21	0.09	-3.1	-1.39	1.39	-86.12	273.88	-1
F5	III	-3.24	-1.45	-4.2	-1.88	2.37	-52.35	232.35	-0.79
F6	III	-3.19	-1.43	-0.57	-0.25	1.45	-10.13	190.13	-0.18
F7	III	-4.28	-1.91	-2.59	-1.16	2.24	-31.18	211.18	-0.52

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	0.29	0.13	7.17	3.21	3.21	87.68	87.68	1
F2	I	0.53	0.24	6.8	3.04	3.05	85.54	85.54	1
F3	I	2.82	1.26	2.82	1.26	1.78	45	45	0.71
F4	IV	4.02	1.8	-5.12	-2.29	2.91	-51.86	308.14	-0.79
F5	III	-3.36	-1.5	-7.12	-3.18	3.52	-64.74	244.74	-0.9
F6	III	-1.31	-0.59	-0.87	-0.39	0.7	-33.59	213.59	-0.55
F7	III	-4.46	-1.99	-4.4	-1.97	2.8	-44.61	224.61	-0.7

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-1.68	-0.75	-0.48	-0.21	0.78	-15.95	195.95	-0.27
F2	II	-3.1	-1.39	0.21	0.09	1.39	-3.88	176.12	0.07
F3	II	-5.12	-2.29	4.02	1.8	2.91	-38.14	141.86	0.62
F4	I	0.7	0.31	0.7	0.31	0.44	45	45	0.71
F5	IV	3.7	1.65	-2.49	-1.11	1.99	-33.94	326.06	-0.56
F6	IV	4.84	2.16	-0.8	-0.36	2.19	-9.39	350.61	-0.16
F7	IV	0.29	0.13	-5.03	-2.25	2.25	-86.7	273.3	-1

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-1.37	-0.61	-6.75	-3.02	3.08	-78.53	258.53	-0.98
F2	III	-4.2	-1.88	-3.24	-1.45	2.37	-37.65	217.65	-0.61
F3	III	-7.12	-3.18	-3.36	-1.5	3.52	-25.26	205.26	-0.43
F4	II	-2.49	-1.11	3.7	1.65	1.99	-56.06	123.94	0.83
F5	I	4.1	1.83	4.1	1.83	2.59	45	45	0.71
F6	IV	2.84	1.27	-0.73	-0.33	1.31	-14.42	345.58	-0.25
F7	I	8.72	3.9	7.46	3.34	5.13	40.55	40.55	0.65

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-0.2	-0.09	-2.65	-1.19	1.19	-85.68	265.68	-1
F2	III	-0.57	-0.25	-3.19	-1.43	1.45	-79.87	259.87	-0.98
F3	III	-0.87	-0.39	-1.31	-0.59	0.7	-56.41	236.41	-0.83
F4	II	-0.8	-0.36	4.84	2.16	2.19	-80.61	99.39	0.99
F5	II	-0.73	-0.33	2.84	1.27	1.31	-75.58	104.42	0.97
F6	-	0	0	0	0	0	90	90	0
F7	IV	3.82	1.71	-1.9	-0.85	1.91	-26.44	333.56	-0.45

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-0.85	-0.38	-5.34	-2.39	2.42	-80.96	260.96	-0.99
F2	III	-2.59	-1.16	-4.28	-1.91	2.24	-58.82	238.82	-0.86
F3	III	-4.4	-1.97	-4.46	-1.99	2.8	-45.39	225.39	-0.71
F4	II	-5.03	-2.25	0.29	0.13	2.25	-3.3	176.7	0.06
F5	I	7.46	3.34	8.72	3.9	5.13	49.45	49.45	0.76
F6	II	-1.9	-0.85	3.82	1.71	1.91	-63.56	116.44	0.9
F7	I	5.75	2.57	5.75	2.57	3.64	45	45	0.71

Eduardo: Coordenadas polares

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	3.94	1.76	3.94	1.76	2.49	45	45	0.71
F2	I	5.74	2.57	4.44	1.99	3.25	37.72	37.72	0.61
F3	III	-0.52	-0.23	-2.64	-1.18	1.2	-78.86	258.86	-0.98
F4	III	-2.99	-1.34	-5.29	-2.37	2.72	-60.52	240.52	-0.87
F5	III	-3.87	-1.73	-2.04	-0.91	1.96	-27.8	207.8	-0.47
F6	-	-2.95	-1.32	0	0	1.32	0	180	0
F7	III	-4.21	-1.88	-0.41	-0.18	1.89	-5.56	185.56	-0.1

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	4.44	1.99	5.74	2.57	3.25	52.28	52.28	0.79
F2	I	3.18	1.42	3.18	1.42	2.01	45	45	0.71
F3	IV	1.19	0.53	-4.24	-1.9	1.97	-74.32	285.68	-0.96
F4	III	-4.07	-1.82	-4.22	-1.89	2.62	-46.04	226.04	-0.72
F5	III	-1.31	-0.59	-0.75	-0.34	0.68	-29.79	209.79	-0.5
F6	-	-3.01	-1.35	0	0	1.35	0	180	0
F7	III	-2.67	-1.19	-0.58	-0.26	1.22	-12.26	192.26	-0.21

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-2.64	-1.18	-0.52	-0.23	1.2	-11.14	191.14	-0.19
F2	II	-4.24	-1.9	1.19	0.53	1.97	-15.68	164.32	0.27
F3	I	1.48	0.66	1.48	0.66	0.94	45	45	0.71
F4	IV	4.03	1.8	-1.15	-0.51	1.87	-15.93	344.07	-0.27
F5	III	-0.4	-0.18	-3.19	-1.43	1.44	-82.85	262.85	-0.99
F6	-	1.28	0.57	0	0	0.57	0	0	0
F7	IV	0.17	0.08	-0.68	-0.3	0.31	-75.96	284.04	-0.97

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-5.29	-2.37	-2.99	-1.34	2.72	-29.48	209.48	-0.49
F2	III	-4.22	-1.89	-4.07	-1.82	2.62	-43.96	223.96	-0.69
F3	II	-1.15	-0.51	4.04	1.81	1.88	-74.11	105.89	0.96
F4	I	2.64	1.18	2.64	1.18	1.67	45	45	0.71
F5	I	5.49	2.46	1.25	0.56	2.52	12.83	12.83	0.22
F6	-	3.26	1.46	0	0	1.46	0	0	0
F7	IV	4.36	1.95	-0.53	-0.24	1.96	-6.93	353.07	-0.12

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-2.04	-0.91	-3.87	-1.73	1.96	-62.2	242.2	-0.88
F2	III	-0.75	-0.34	-1.31	-0.59	0.68	-60.21	240.21	-0.87
F3	III	-3.19	-1.43	-0.4	-0.18	1.44	-7.15	187.15	-0.12
F4	I	1.25	0.56	5.49	2.46	2.52	77.17	77.17	0.98
F5	I	1.97	0.88	1.97	0.88	1.25	45	45	0.71
F6	-	-0.74	-0.33	0	0	0.33	0	180	0
F7	IV	7.04	3.15	-0.23	-0.1	3.15	-1.87	358.13	-0.03

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	-	0	0	-2.95	-1.32	1.32	-90	270	-1
F2	-	0	0	-3.01	-1.35	1.35	-90	270	-1
F3	-	0	0	1.28	0.57	0.57	90	90	1
F4	-	0	0	3.26	1.46	1.46	90	90	1
F5	-	0	0	-0.74	-0.33	0.33	-90	270	-1
F6	-	0	0	0	0	0	90	90	0
F7	-	0	0	7.96	3.56	3.56	90	90	1

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-0.41	-0.18	-4.21	-1.88	1.89	-84.44	264.44	-1
F2	III	-0.58	-0.26	-2.67	-1.19	1.22	-77.74	257.74	-0.98
F3	II	-0.68	-0.3	0.17	0.08	0.31	-14.04	165.96	0.24
F4	II	-0.53	-0.24	4.36	1.95	1.96	-83.07	96.93	0.99
F5	II	-0.23	-0.1	7.04	3.15	3.15	-88.13	91.87	1
F6	-	7.96	3.56	0	0	3.56	0	0	0
F7	-	0	0	0	0	0	90	90	0

Miguel: Coordenadas polares

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	8.13	3.64	8.13	3.64	5.14	45	45	0.71
F2	I	13.66	6.11	4.39	1.96	6.42	17.82	17.82	0.31
F3	III	-0.35	-0.16	-0.58	-0.26	0.3	-58.89	238.89	-0.86
F4	III	-4.79	-2.14	-5.54	-2.48	3.28	-49.15	229.15	-0.76
F5	III	-5.9	-2.64	-3.59	-1.61	3.09	-31.32	211.32	-0.52
F6	III	-3.78	-1.69	-1.24	-0.55	1.78	-18.16	198.16	-0.31
F7	-	-4.38	-1.96	0	0	1.96	0	180	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	4.39	1.96	13.66	6.11	6.42	72.18	72.18	0.95
F2	I	10.16	4.54	10.16	4.54	6.43	45	45	0.71
F3	IV	2.05	0.92	-7.05	-3.15	3.28	-73.79	286.21	-0.96
F4	III	-4.25	-1.9	-6.92	-3.09	3.63	-58.44	238.44	-0.85
F5	III	-3.84	-1.72	-2.26	-1.01	1.99	-30.48	210.48	-0.51
F6	III	-2.46	-1.1	-0.86	-0.38	1.17	-19.27	199.27	-0.33
F7	-	-2.85	-1.27	0	0	1.27	0	180	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-0.58	-0.26	-0.35	-0.16	0.3	-31.11	211.11	-0.52
F2	II	-7.05	-3.15	2.06	0.92	3.28	-16.29	163.71	0.28
F3	I	3.31	1.48	3.31	1.48	2.09	45	45	0.71
F4	I	2.77	1.24	0.09	0.04	1.24	1.86	1.86	0.03
F5	III	-0.51	-0.23	-8.44	-3.77	3.78	-86.54	266.54	-1
F6	III	-5.33	-2.38	-2.76	-1.23	2.68	-27.38	207.38	-0.46
F7	-	-2.32	-1.04	0	0	1.04	0	180	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-5.54	-2.48	-4.79	-2.14	3.28	-40.85	220.85	-0.65
F2	III	-6.92	-3.09	-4.25	-1.9	3.63	-31.56	211.56	-0.52
F3	I	0.09	0.04	2.77	1.24	1.24	88.14	88.14	1
F4	I	2.27	1.02	2.27	1.02	1.44	45	45	0.71
F5	I	4.08	1.82	1.45	0.65	1.94	19.56	19.56	0.33
F6	IV	4.24	1.9	-1.84	-0.82	2.07	-23.46	336.54	-0.4
F7	-	0.89	0.4	0	0	0.4	0	0	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-3.59	-1.61	-5.9	-2.64	3.09	-58.68	238.68	-0.85
F2	III	-2.26	-1.01	-3.84	-1.72	1.99	-59.52	239.52	-0.86
F3	III	-8.44	-3.77	-0.51	-0.23	3.78	-3.46	183.46	-0.06
F4	I	1.45	0.65	4.08	1.82	1.94	70.44	70.44	0.94
F5	I	7.28	3.26	7.28	3.26	4.6	45	45	0.71
F6	IV	9.72	4.35	-0.92	-0.41	4.37	-5.41	354.59	-0.09
F7	-	7.77	3.47	0	0	3.47	0	0	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-1.24	-0.55	-3.78	-1.69	1.78	-71.84	251.84	-0.95
F2	III	-0.86	-0.38	-2.46	-1.1	1.17	-70.73	250.73	-0.94
F3	III	-2.76	-1.23	-5.33	-2.38	2.68	-62.62	242.62	-0.89
F4	II	-1.84	-0.82	4.24	1.9	2.07	-66.54	113.46	0.92
F5	II	-0.92	-0.41	9.72	4.35	4.37	-84.59	95.41	1
F6	I	5.8	2.59	5.8	2.59	3.67	45	45	0.71
F7	-	12.15	5.43	0	0	5.43	0	0	0

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	-	0	0	-4.38	-1.96	1.96	-90	270	-1
F2	-	0	0	-2.85	-1.27	1.27	-90	270	-1
F3	-	0	0	-2.32	-1.04	1.04	-90	270	-1
F4	-	0	0	0.89	0.4	0.4	90	90	1
F5	-	0	0	7.77	3.47	3.47	90	90	1
F6	-	0	0	12.15	5.43	5.43	90	90	1
F7	-	0	0	0	0	0	90	90	0

Datos aglutinados: Coordenadas polares

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	10.41	4.66	10.41	4.66	6.58	45	45	0.71
F2	I	16.59	7.42	7.12	3.18	8.07	23.23	23.23	0.39
F3	IV	1.97	0.88	-1.95	-0.87	1.24	-44.71	315.29	-0.7
F4	III	-5.53	-2.47	-7.48	-3.35	4.16	-53.52	233.52	-0.8
F5	III	-10.1	-4.52	-5.62	-2.51	5.17	-29.09	209.09	-0.49
F6	III	-5.6	-2.5	-1.34	-0.6	2.58	-13.46	193.46	-0.23
F7	III	-8.43	-3.77	-2.63	-1.18	3.95	-17.33	197.33	-0.3

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	I	7.12	3.18	16.59	7.42	8.07	66.77	66.77	0.92
F2	I	10.18	4.55	10.18	4.55	6.44	45	45	0.71
F3	IV	3.72	1.66	-7.09	-3.17	3.58	-62.31	297.69	-0.89
F4	III	-6.51	-2.91	-9.83	-4.4	5.27	-56.49	236.49	-0.83
F5	III	-3.75	-1.68	-4.59	-2.05	2.65	-50.75	230.75	-0.77
F6	III	-4.87	-2.18	-1.42	-0.64	2.27	-16.26	196.26	-0.28
F7	III	-4.82	-2.16	-2.54	-1.14	2.44	-27.79	207.79	-0.47

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	II	-1.95	-0.87	1.97	0.88	1.24	-45.29	134.71	0.71
F2	II	-7.09	-3.17	3.72	1.66	3.58	-27.69	152.31	0.46
F3	I	4.84	2.16	4.84	2.16	3.06	45	45	0.71
F4	IV	6.4	2.86	-0.51	-0.23	2.87	-4.56	355.44	-0.08
F5	III	-3.47	-1.55	-12.27	-5.49	5.7	-74.21	254.21	-0.96
F6	III	-4.26	-1.91	-2.93	-1.31	2.31	-34.52	214.52	-0.57
F7	III	-5.11	-2.29	-5.78	-2.58	3.45	-48.52	228.52	-0.75

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-7.48	-3.35	-5.53	-2.47	4.16	-36.48	216.48	-0.59
F2	III	-9.83	-4.4	-6.51	-2.91	5.27	-33.51	213.51	-0.55
F3	II	-0.51	-0.23	6.4	2.86	2.87	-85.44	94.56	1
F4	I	4.31	1.93	4.31	1.93	2.73	45	45	0.71
F5	IV	5.48	2.45	-0.82	-0.37	2.48	-8.51	351.49	-0.15
F6	IV	6.73	3.01	-1.96	-0.88	3.13	-16.24	343.76	-0.28
F7	IV	0.85	0.38	-6.04	-2.7	2.73	-81.99	278.01	-0.99

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-5.62	-2.51	-10.1	-4.52	5.17	-60.91	240.91	-0.87
F2	III	-4.59	-2.05	-3.75	-1.68	2.65	-39.25	219.25	-0.63
F3	III	-12.27	-5.49	-3.47	-1.55	5.7	-15.79	195.79	-0.27
F4	II	-0.82	-0.37	5.48	2.45	2.48	-81.49	98.51	0.99
F5	I	10.33	4.62	10.33	4.62	6.53	45	45	0.71
F6	IV	8.56	3.83	-1.33	-0.59	3.87	-8.83	351.17	-0.15
F7	I	17.79	7.96	13.9	6.22	10.1	38	38	0.62

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-1.34	-0.6	-5.6	-2.5	2.58	-76.54	256.54	-0.97
F2	III	-1.42	-0.64	-4.87	-2.18	2.27	-73.74	253.74	-0.96
F3	III	-2.93	-1.31	-4.26	-1.91	2.31	-55.48	235.48	-0.82
F4	II	-1.96	-0.88	6.73	3.01	3.13	-73.76	106.24	0.96
F5	II	-1.33	-0.59	8.56	3.83	3.87	-81.17	98.83	0.99
F6	I	5.54	2.48	5.54	2.48	3.5	45	45	0.71
F7	I	11.47	5.13	1.53	0.68	5.17	7.6	7.6	0.13

Categoría	Cuadrante	ZSumX	X	ZSumY	Y	Radio	Angulo	AnguloCorı	Ratio
F1	III	-2.63	-1.18	-8.43	-3.77	3.95	-72.67	252.67	-0.95
F2	III	-2.54	-1.14	-4.82	-2.16	2.44	-62.21	242.21	-0.88
F3	III	-5.78	-2.58	-5.11	-2.29	3.45	-41.48	221.48	-0.66
F4	II	-6.04	-2.7	0.85	0.38	2.73	-8.01	171.99	0.14
F5	I	13.9	6.22	17.79	7.96	10.1	52	52	0.79
F6	I	1.53	0.68	11.47	5.13	5.17	82.4	82.4	0.99
F7	I	10.8	4.83	10.8	4.83	6.83	45	45	0.71

Lag +1: Julia – Eduardo - Miguel

GSEQ 5, Generalized Sequential Querier, 19/04/2014 07:58:35 a.m.

File: Todas las sesiones por alumno.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

Lag: +1

<sujeto Julia> Julia

PVAL Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.50	~.19	~.24	~.66	~.37
F2	~.68	~1.00	~<.01	~.09	~.13	~.57	~.25
F3	~.12	~.46	~1.00	~.01	~.02	~.39	~.08
F4	~.56	~.44	~.60	~1.00	~.02	~.39	~.11
F5	~.62	~.15	~.03	~.76	~1.00	~.25	~<.01
F6	~.84	~.57	~.39	~.42	~.46	~1.00	~<.01
F7	~.76	~.39	~.19	~.22	~<.01	~.68	~1.00

<sujeto Miguel> Miguel

PVAL Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.71	~.07	~.31	~.52	~.46
F2	~<.01	~1.00	~.98	~.02	~.51	~.68	~.63
F3	.68	~.14	1.00	.09	~.20	~.19	~.13
F4	.03	~.02	.17	1.00	~.03	~.05	~.10
F5	~.38	~.51	~.04	~.14	~1.00	~.70	~<.01
F6	~.57	~.68	~.19	~.77	~.70	~1.00	~<.01
F7	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00

<sujeto Eduardo> Eduardo

PVAL Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	~<.01	~.50	~.19	~.36	~.61	~.47
F2	~.02	~1.00	~.99	~.02	~.09	~.57	~.41
F3	~.18	~.22	~1.00	~<.01	~.23	~.50	~.59
F4	~.52	~.13	~.19	~1.00	~.56	~.62	~.27
F5	~.56	~.43	~.33	~.33	~1.00	~.85	~.79
F6	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00
F7	~.69	~.56	~.50	~.59	~.82	~<.01	~1.00

Lag +2: Julia – Eduardo - Miguel

Lag: +2

<sujeto Julia> Julia

PVAL	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~.72	~.46	~.05	~.37	~.21	~.61	~.32
F2	~.02	~.04	~.11	~.03	~.13	~.54	~.22
F3	~.55	~.96	~<.01	~.02	~.26	~.39	~.09
F4	~.57	~.96	~.19	~.05	~.05	~.38	~.20
F5	~.64	~.34	~.08	~.08	~<.01	~.21	~.81
F6	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00
F7	~.79	~.58	~.32	~.32	~.35	~.70	~<.01

<sujeto Miguel> Miguel

PVAL	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~<.01	~.33	~.67	~.02	~.24	~.45	~.38
F2	~.28	~<.01	~.04	~.42	~.44	~.62	~.57
F3	.03	~.09	<.01	<.01	~.65	~.20	~.14
F4	.09	~.43	<.01	<.01	~.20	~.18	~.01
F5	~.40	~.62	~.10	~.08	~<.01	~<.01	~.66
F6	~.71	~.83	~.47	~.44	~.79	~<.01	~.84
F7	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00

<sujeto Eduardo> Eduardo

PVAL	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~.20	~.94	~.62	~.61	~.32	~.57	~.42
F2	~.52	~<.01	~.31	~.76	~.32	~.57	~.42
F3	~.35	~.05	~.03	~.11	~.84	~.11	~.36
F4	~.16	~.58	~.16	~.01	~.53	~.62	~.27
F5	~.54	~.51	~.34	~.42	~.01	~.83	~<.01
F6	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00
F7	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00	~1.00

____

Lag +1 y Lag +2: Datos aglutinados

Lag: +1

#1s-pooled sujetos-pooled n=3

PVAL Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	~1.00	<.01	.60	.01	~.06	~.33	~.15
F2	~<.01	~1.00	~.07	~<.01	~.83	~.38	~.19
F3	~.90	.18	1.00	<.01	~<.01	~.08	~.04
F4	~.04	<.01	.07	1.00	~<.01	~.07	~.06
F5	~.16	~.40	~<.01	~.17	~1.00	~.34	~<.01
F6	~.48	~.42	~.11	~.55	~.51	~1.00	~<.01
F7	~.48	~.42	~.10	~.12	~<.01	~.01	~1.00

Lag: +2

#1s-pooled sujetos-pooled n=3

PVAL Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	<.01	~.59	.45	.08	~.04	~.27	~.10
F2	~.62	~<.01	~.01	~.18	~.07	~.34	~.15
F3	.20	~.02	<.01	<.01	~.38	~.43	~.01
F4	.03	~.25	<.01	<.01	~.04	~.47	~.01
F5	~.17	~.22	~.01	~.01	~<.01	~<.01	~.26
F6	~.73	~.76	~.50	~.50	~.74	~<.01	~.79
F7	~.55	~.60	~.24	~.24	~.56	~.76	~<.01

____

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

GSEQ 5, Generalized Sequential Querier, 16/02/2014 11:44:10 p.m.

File: Todas las sesiones por alumno.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

Lag: -5

sessions-pooled Julia n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F2	-0.42	2.19	-0.66	-0.52	-0.37	0.00	-0.25	0.00
F3	0.62	1.81	-0.21	-1.08	-0.78	0.00	-0.53	0.00
F4	2.69	-1.74	1.70	-1.92	-0.21	0.00	-0.94	0.00
F5	-1.56	1.22	-1.60	1.81	-1.37	0.00	2.26	0.00
F6	-0.61	-0.67	0.66	1.06	-0.53	0.00	-0.36	0.00
F7	-1.23	-1.37	-0.05	0.59	2.87	0.00	-0.74	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-1.17	-0.76	1.55	0.02	-0.52	0.00	0.00	0.00
F2	3.10	-0.43	-1.10	-1.00	-0.30	0.00	0.00	0.00
F3	-1.19	3.93	-4.81	4.25	-1.53	0.00	0.00	0.00
F4	2.16	-2.47	3.91	-4.91	1.40	0.00	0.00	0.00
F5	-1.27	-0.82	0.33	1.41	-0.57	0.00	0.00	0.00
F6	-0.81	-0.53	-1.35	2.51	-0.36	0.00	0.00	0.00
F7	-0.94	-0.61	1.60	-1.43	2.14	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-0.21	-0.21	1.14	-0.88	0.00	0.00	0.00	0.00
F2	1.63	-0.50	-0.36	-1.01	0.00	0.00	0.00	0.00
F3	-0.55	2.86	-1.22	-1.45	0.00	0.00	0.00	0.00
F4	0.87	-1.60	1.15	-0.50	0.00	0.00	0.00	0.00
F5	-1.17	0.16	-1.09	2.66	0.00	0.00	0.00	0.00
F6	-0.66	-0.66	-0.61	2.44	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.94	-0.94	0.78	1.45	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: -4

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F2	1.58	-0.69	0.67	-0.75	-0.57	0.00	-0.34	0.00
F3	3.81	-1.39	0.90	-1.51	-1.14	0.00	-0.69	0.00
F4	-1.43	3.00	-1.54	1.71	-1.43	0.00	-0.87	0.00
F5	-1.43	-1.75	1.71	-1.00	2.93	0.00	-0.87	0.00
F6	-0.57	-0.69	-0.93	1.03	1.58	0.00	-0.34	0.00
F7	-1.14	0.77	-0.95	0.54	-1.14	0.00	3.06	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	4.19	-0.92	-1.61	-0.88	-0.64	0.00	0.00	0.00
F2	-0.64	4.87	-1.06	-1.06	-0.29	0.00	0.00	0.00
F3	1.63	-2.19	5.71	-5.13	-1.52	0.00	0.00	0.00
F4	-2.57	2.13	-3.93	5.41	-1.65	0.00	0.00	0.00
F5	-1.23	-0.80	0.41	-0.40	3.46	0.00	0.00	0.00
F6	-0.79	-0.52	-0.08	-1.31	5.65	0.00	0.00	0.00
F7	-0.92	-0.60	-1.52	2.74	-0.41	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.44	1.44	-1.70	-1.16	-0.44	0.00	0.00	0.00
F2	-1.43	1.84	-0.47	0.28	-0.39	0.00	0.00	0.00
F3	1.71	-1.54	0.64	-0.72	-0.65	0.00	0.00	0.00
F4	-0.53	0.31	-0.73	1.44	-0.61	0.00	0.00	0.00
F5	-1.08	-1.08	2.83	-0.78	-0.30	0.00	0.00	0.00
F6	-0.61	-0.61	1.59	-0.44	-0.17	0.00	0.00	0.00
F7	-0.87	-0.87	-0.93	1.36	4.30	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: -3

sessions-pooled Julia n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	2.75	-0.45	-0.64	-0.53	-0.41	0.00	-0.28	0.00
F2	4.10	-0.94	-0.17	-1.10	-0.86	0.00	-0.58	0.00
F3	0.06	3.87	-1.12	-0.68	-1.28	0.00	-0.87	0.00
F4	-1.33	-1.62	3.32	-1.01	0.59	0.00	-1.00	0.00
F5	-1.33	0.32	-2.29	2.52	-1.48	0.00	3.22	0.00
F6	-0.53	-0.65	0.69	1.01	-0.59	0.00	-0.40	0.00
F7	-1.07	-1.30	0.00	-0.50	3.55	0.00	-0.80	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-1.38	1.73	1.26	-0.80	-0.70	-0.31	0.00	0.00
F2	5.21	-0.66	-1.73	-1.66	-0.51	-0.22	0.00	0.00
F3	0.01	2.45	-5.27	4.87	-1.69	-0.74	0.00	0.00
F4	-0.26	-2.31	5.66	-4.96	1.98	-0.79	0.00	0.00
F5	-1.20	-0.79	-0.43	2.14	-0.61	-0.27	0.00	0.00
F6	-0.77	-0.50	-1.32	2.43	-0.39	-0.17	0.00	0.00
F7	-0.90	-0.59	0.59	-1.47	1.94	5.05	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.43	1.43	-1.67	-1.18	-0.41	0.00	0.00	0.00
F2	2.60	-0.98	-0.25	-1.41	-0.49	0.00	0.00	0.00
F3	-1.50	0.89	-0.11	1.10	-0.60	0.00	0.00	0.00
F4	-1.50	-0.70	2.22	-0.78	1.70	0.00	0.00	0.00
F5	0.29	-1.07	-1.14	2.41	-0.28	0.00	0.00	0.00
F6	-0.60	-0.60	-0.64	2.26	-0.16	0.00	0.00	0.00
F7	-0.86	0.78	0.69	-0.65	-0.23	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: -2

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-0.35	2.39	-0.60	-0.57	-0.46	0.00	-0.27	0.00
F2	-0.73	2.03	-0.05	0.05	-0.96	0.00	-0.55	0.00
F3	2.00	-1.61	3.25	-1.32	-1.74	0.00	-1.00	0.00
F4	0.89	2.24	-2.26	1.92	-1.74	0.00	-1.00	0.00
F5	-1.25	-1.51	1.13	-2.00	4.02	0.00	-0.94	0.00
F6	-0.50	-0.61	-0.86	0.88	1.24	0.00	-0.38	0.00
F7	-1.00	-1.22	-1.71	1.28	-0.24	0.00	4.23	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	6.49	-1.08	-2.19	-1.70	-0.84	-0.37	0.00	0.00
F2	-0.98	6.38	-1.67	-0.79	-0.50	-0.22	0.00	0.00
F3	-0.43	-2.11	7.68	-5.28	-1.64	-0.72	0.00	0.00
F4	-2.32	0.81	-4.56	6.73	-1.74	-0.76	0.00	0.00
F5	-1.18	-0.77	0.46	-1.27	5.00	-0.26	0.00	0.00
F6	-0.76	-0.49	-1.28	-1.34	5.21	5.97	0.00	0.00
F7	-0.88	-0.57	-1.49	2.68	-0.45	-0.20	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.28	-0.65	0.93	-1.42	-0.61	0.00	0.00	0.00
F2	0.08	2.82	-1.95	-0.55	-0.66	0.00	0.00	0.00
F3	0.49	-1.01	2.17	-1.40	-0.96	0.00	0.00	0.00
F4	-0.51	0.30	-1.62	2.48	-0.81	0.00	0.00	0.00
F5	-1.00	-1.00	0.20	0.62	2.55	0.00	0.00	0.00
F6	-0.57	-0.57	1.61	-0.50	-0.22	0.00	0.00	0.00
F7	-0.81	-0.81	-0.91	1.11	3.24	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: -1

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	-0.41	1.53	-0.58	-0.50	-0.20	-0.30	0.00
F2	3.26	0.00	0.74	-0.78	-1.44	-0.57	-0.87	0.00
F3	0.68	4.12	0.00	-0.53	-2.18	-0.87	-1.31	0.00
F4	-1.30	-1.67	2.80	0.00	0.30	-0.80	-1.22	0.00
F5	-1.18	-1.52	-2.31	2.37	0.00	-0.73	3.79	0.00
F6	-0.44	-0.57	-0.87	0.86	1.14	0.00	-0.42	0.00
F7	-0.90	-1.16	-1.75	-1.62	3.68	3.82	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	5.42	0.41	-2.18	-0.89	-0.56	0.00	0.00
F2	6.97	0.00	-1.49	-2.41	-0.66	-0.42	0.00	0.00
F3	-0.37	-0.02	0.00	1.38	-2.06	-1.30	0.00	0.00
F4	-1.80	-2.41	1.69	0.00	1.46	-0.29	0.00	0.00
F5	-1.02	-0.66	-1.28	2.20	0.00	-0.39	0.00	0.00
F6	-0.65	-0.42	-1.30	1.95	-0.39	0.00	0.00	0.00
F7	-0.74	-0.48	-1.50	-1.63	4.55	7.30	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	2.43	-1.34	-0.65	-0.58	0.00	-0.41	0.00
F2	2.86	0.00	-1.21	-1.53	0.79	0.00	-0.58	0.00
F3	-0.67	-0.01	0.00	1.32	-0.98	0.00	-0.68	0.00
F4	-1.32	-2.38	3.02	0.00	0.97	0.00	-0.53	0.00
F5	-0.91	1.68	-1.20	0.58	0.00	0.00	-0.23	0.00
F6	-0.51	-0.57	-0.67	-0.50	-0.19	0.00	7.96	0.00
F7	-0.73	-0.83	0.54	1.09	-0.27	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: +1

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	3.26	0.68	-1.30	-1.18	-0.44	-0.90	0.00
F2	-0.41	0.00	4.12	-1.67	-1.52	-0.57	-1.16	0.00
F3	1.53	0.74	0.00	2.80	-2.31	-0.87	-1.75	0.00
F4	-0.58	-0.78	-0.53	0.00	2.37	0.86	-1.62	0.00
F5	-0.50	-1.44	-2.18	0.30	0.00	1.14	3.68	0.00
F6	-0.20	-0.57	-0.87	-0.80	-0.73	0.00	3.82	0.00
F7	-0.30	-0.87	-1.31	-1.22	3.79	-0.42	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	6.97	-0.37	-1.80	-1.02	-0.65	-0.74	0.00
F2	5.42	0.00	-0.03	-2.41	-0.66	-0.42	-0.48	0.00
F3	0.41	-1.49	0.00	1.69	-1.28	-1.30	-1.50	0.00
F4	-2.18	-2.41	1.38	0.00	2.20	1.95	-1.63	0.00
F5	-0.89	-0.66	-2.06	1.46	0.00	-0.39	4.55	0.00
F6	-0.56	-0.42	-1.30	-0.29	-0.39	0.00	7.30	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	2.86	-0.67	-1.32	-0.91	-0.51	-0.73	0.00
F2	2.43	0.00	-0.01	-2.38	1.68	-0.57	-0.83	0.00
F3	-1.34	-1.21	0.00	3.01	-1.20	-0.67	0.54	0.00
F4	-0.65	-1.53	1.32	0.00	0.58	-0.50	1.09	0.00
F5	-0.58	0.79	-0.98	0.97	0.00	-0.19	-0.27	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.41	-0.58	-0.68	-0.53	-0.23	7.96	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: +2

sessions-pooled Julia n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-0.35	-0.73	2.00	0.89	-1.25	-0.50	-1.00	0.00
F2	2.39	2.03	-1.61	2.24	-1.51	-0.61	-1.22	0.00
F3	-0.60	-0.05	3.25	-2.26	1.13	-0.86	-1.71	0.00
F4	-0.57	0.05	-1.32	1.92	-2.00	0.88	1.28	0.00
F5	-0.46	-0.96	-1.74	-1.74	4.02	1.24	-0.24	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.27	-0.55	-1.00	-1.00	-0.94	-0.38	4.23	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	6.49	-0.98	-0.43	-2.32	-1.18	-0.76	-0.88	0.00
F2	-1.08	6.38	-2.11	0.81	-0.77	-0.49	-0.57	0.00
F3	-2.19	-1.67	7.68	-4.56	0.46	-1.28	-1.49	0.00
F4	-1.70	-0.79	-5.28	6.73	-1.27	-1.34	2.68	0.00
F5	-0.84	-0.50	-1.64	-1.74	5.00	5.21	-0.45	0.00
F6	-0.37	-0.22	-0.72	-0.76	-0.26	5.97	-0.20	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR	Target:							
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.28	0.08	0.49	-0.51	-1.00	-0.57	-0.81	0.00
F2	-0.65	2.82	-1.01	0.30	-1.00	-0.57	-0.81	0.00
F3	0.93	-1.95	2.17	-1.62	0.20	1.61	-0.91	0.00
F4	-1.42	-0.55	-1.40	2.48	0.62	-0.50	1.11	0.00
F5	-0.61	-0.66	-0.96	-0.81	2.55	-0.22	3.24	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: +3

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	2.75	4.10	0.06	-1.33	-1.33	-0.53	-1.07	0.00
F2	-0.45	-0.94	3.87	-1.62	0.32	-0.65	-1.30	0.00
F3	-0.64	-0.17	-1.12	3.32	-2.29	0.69	0.00	0.00
F4	-0.53	-1.10	-0.68	-1.01	2.52	1.01	-0.50	0.00
F5	-0.41	-0.86	-1.28	0.59	-1.48	-0.59	3.55	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.28	-0.58	-0.87	-1.00	3.22	-0.40	-0.80	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-1.38	5.21	0.01	-0.26	-1.20	-0.77	-0.90	0.00
F2	1.73	-0.66	2.45	-2.31	-0.79	-0.50	-0.59	0.00
F3	1.26	-1.73	-5.27	5.66	-0.43	-1.32	0.59	0.00
F4	-0.80	-1.66	4.87	-4.96	2.14	2.43	-1.47	0.00
F5	-0.70	-0.51	-1.69	1.98	-0.61	-0.39	1.94	0.00
F6	-0.31	-0.22	-0.74	-0.79	-0.27	-0.17	5.05	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.43	2.60	-1.50	-1.50	0.29	-0.60	-0.86	0.00
F2	1.43	-0.98	0.89	-0.70	-1.07	-0.60	0.78	0.00
F3	-1.67	-0.25	-0.11	2.22	-1.14	-0.64	0.69	0.00
F4	-1.18	-1.41	1.10	-0.78	2.41	2.26	-0.65	0.00
F5	-0.41	-0.49	-0.60	1.70	-0.28	-0.16	-0.23	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: +4

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	1.58	3.81	-1.43	-1.43	-0.57	-1.14	0.00
F2	0.00	-0.69	-1.39	3.00	-1.75	-0.69	0.77	0.00
F3	0.00	0.67	0.90	-1.54	1.71	-0.93	-0.95	0.00
F4	0.00	-0.75	-1.51	1.71	-1.00	1.03	0.54	0.00
F5	0.00	-0.57	-1.14	-1.43	2.93	1.58	-1.14	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	-0.34	-0.69	-0.87	-0.87	-0.34	3.06	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	4.19	-0.64	1.63	-2.57	-1.23	-0.79	-0.92	0.00
F2	-0.92	4.87	-2.19	2.13	-0.80	-0.52	-0.60	0.00
F3	-1.61	-1.06	5.71	-3.93	0.41	-0.08	-1.52	0.00
F4	-0.88	-1.06	-5.13	5.41	-0.40	-1.31	2.74	0.00
F5	-0.64	-0.29	-1.52	-1.65	3.46	5.65	-0.41	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	1.44	-1.43	1.71	-0.53	-1.08	-0.61	-0.87	0.00
F2	1.44	1.84	-1.54	0.31	-1.08	-0.61	-0.87	0.00
F3	-1.70	-0.47	0.64	-0.73	2.83	1.59	-0.93	0.00
F4	-1.16	0.28	-0.72	1.44	-0.78	-0.44	1.36	0.00
F5	-0.44	-0.39	-0.65	-0.61	-0.30	-0.17	4.30	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Julia – Eduardo - Miguel

(continuación)

Lag: +5

sessions-pooled Julia n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	0.00	-0.42	0.62	2.69	-1.56	-0.61	-1.23	0.00
F2	0.00	2.19	1.81	-1.74	1.22	-0.67	-1.37	0.00
F3	0.00	-0.66	-0.21	1.70	-1.60	0.66	-0.05	0.00
F4	0.00	-0.52	-1.08	-1.92	1.81	1.06	0.59	0.00
F5	0.00	-0.37	-0.78	-0.21	-1.37	-0.53	2.87	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	-0.25	-0.53	-0.94	2.26	-0.36	-0.74	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Miguel n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-1.17	3.10	-1.19	2.16	-1.27	-0.81	-0.94	0.00
F2	-0.76	-0.43	3.93	-2.47	-0.82	-0.53	-0.61	0.00
F3	1.55	-1.10	-4.81	3.91	0.33	-1.35	1.60	0.00
F4	0.02	-1.00	4.25	-4.91	1.41	2.51	-1.43	0.00
F5	-0.52	-0.30	-1.53	1.40	-0.57	-0.36	2.14	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

sessions-pooled Eduardo n=1

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	&
F1	-0.21	1.63	-0.55	0.87	-1.17	-0.66	-0.94	0.00
F2	-0.21	-0.50	2.86	-1.60	0.16	-0.66	-0.94	0.00
F3	1.14	-0.36	-1.22	1.15	-1.09	-0.61	0.78	0.00
F4	-0.88	-1.01	-1.45	-0.50	2.66	2.44	1.45	0.00
F5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
&	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lag -5 a Lag +5: Datos aglutinados

GSEQ 5, Generalized Sequential Querier, 14/02/2014 02:12:37 p.m.

File: Todas las sesiones los tres alumnos.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

Lag: -5

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	-0.78	-0.42	1.85	-0.49	-0.74	0.00	-0.36
F2	3.16	0.86	-1.28	-1.75	-0.65	0.00	-0.32
F3	-1.00	4.38	-4.36	3.18	-1.86	0.00	-0.91
F4	3.01	-3.55	4.46	-4.76	0.82	0.00	-1.08
F5	-2.34	0.74	-1.35	2.52	-1.08	0.00	3.83
F6	-1.22	-1.03	-0.88	3.20	-0.56	0.00	-0.28
F7	-1.84	-1.55	1.02	-0.30	4.53	0.00	-0.42

Lag: -4

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	4.41	0.68	-2.25	-1.34	-0.99	0.00	-0.43
F2	-0.56	3.66	-0.69	-1.17	-0.75	0.00	-0.33
F3	3.49	-3.11	5.32	-4.81	-2.16	0.00	-0.94
F4	-2.83	2.52	-3.94	6.01	-2.33	0.00	-1.02
F5	-2.23	-1.93	2.25	-1.40	5.01	0.00	-0.51
F6	-1.17	-1.01	0.03	-0.64	4.79	0.00	-0.27
F7	-1.76	0.14	-2.00	2.13	0.33	0.00	5.05

Lag: -3

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	0.83	2.12	-0.14	-1.41	-1.09	-0.30	-0.53
F2	6.72	-0.99	-1.40	-2.66	-1.13	-0.32	-0.55
F3	-0.75	3.37	-4.54	4.49	-2.32	-0.65	-1.13
F4	-1.50	-2.89	6.96	-4.45	2.00	-0.69	-1.21
F5	-1.55	-0.52	-2.30	3.44	-1.23	-0.34	5.08
F6	-1.14	-0.99	-0.86	3.11	-0.65	-0.18	-0.32
F7	-1.72	-0.66	0.45	-1.66	4.92	3.69	-0.47

Lag +5 a Lag +5: Datos aglutinados

(continuación)

Lag: -2

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	5.95	-0.49	-1.28	-2.15	-1.38	-0.34	-0.60
F2	-0.54	6.65	-2.37	-1.15	-1.22	-0.30	-0.53
F3	0.75	-2.74	8.42	-5.18	-2.69	-0.67	-1.17
F4	-1.72	1.36	-5.08	7.51	-2.69	-0.67	-1.17
F5	-2.09	-1.82	0.88	-2.04	7.63	-0.33	-0.58
F6	-1.10	-0.96	-0.79	-0.72	4.03	5.72	-0.31
F7	-1.65	-1.44	-2.52	2.58	1.12	-0.26	6.64

Lag: -1

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	0.00	5.23	-0.13	-2.09	-1.42	-0.70	-0.71
F2	7.81	0.00	-1.35	-3.10	-0.84	-0.80	-0.81
F3	-0.52	1.82	0.00	1.81	-3.24	-1.61	-1.63
F4	-2.49	-3.95	4.00	0.00	1.38	-0.60	-1.56
F5	-1.89	-0.22	-2.95	2.96	0.00	-0.66	6.08
F6	-0.97	-0.88	-1.76	1.78	0.95	0.00	2.71
F7	-1.46	-1.31	-2.06	-1.90	6.89	8.04	0.00

Lag: +1

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	0.00	7.81	-0.52	-2.49	-1.89	-0.97	-1.46
F2	5.23	0.00	1.82	-3.95	-0.22	-0.88	-1.31
F3	-0.13	-1.35	0.00	4.00	-2.95	-1.76	-2.06
F4	-2.09	-3.10	1.81	0.00	2.96	1.78	-1.90
F5	-1.42	-0.84	-3.24	1.38	0.00	0.95	6.89
F6	-0.70	-0.80	-1.61	-0.60	-0.66	0.00	8.04
F7	-0.71	-0.81	-1.63	-1.56	6.08	2.71	0.00

Lag +5 a Lag +5: Datos aglutinados

(continuación)

Lag: +2

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	5.95	-0.54	0.75	-1.72	-2.09	-1.10	-1.65
F2	-0.49	6.65	-2.74	1.36	-1.82	-0.96	-1.44
F3	-1.28	-2.37	8.42	-5.08	0.88	-0.79	-2.52
F4	-2.15	-1.15	-5.18	7.51	-2.04	-0.72	2.58
F5	-1.38	-1.22	-2.69	-2.69	7.63	4.03	1.12
F6	-0.34	-0.30	-0.67	-0.67	-0.33	5.72	-0.26
F7	-0.60	-0.53	-1.17	-1.17	-0.58	-0.31	6.64

Lag: +3

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	0.83	6.72	-0.75	-1.50	-1.55	-1.14	-1.72
F2	2.12	-0.99	3.37	-2.89	-0.52	-0.99	-0.66
F3	-0.14	-1.40	-4.54	6.96	-2.30	-0.86	0.45
F4	-1.41	-2.66	4.49	-4.45	3.44	3.11	-1.66
F5	-1.09	-1.13	-2.32	2.00	-1.23	-0.65	4.92
F6	-0.30	-0.32	-0.65	-0.69	-0.34	-0.18	3.69
F7	-0.53	-0.55	-1.13	-1.21	5.08	-0.32	-0.47

Lag: +4

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	4.41	-0.56	3.49	-2.83	-2.23	-1.17	-1.76
F2	0.68	3.66	-3.11	2.52	-1.93	-1.01	0.14
F3	-2.25	-0.69	5.32	-3.94	2.25	0.03	-2.00
F4	-1.34	-1.17	-4.81	6.01	-1.40	-0.64	2.13
F5	-0.99	-0.75	-2.16	-2.33	5.01	4.79	0.33
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.43	-0.33	-0.94	-1.02	-0.51	-0.27	5.05

Lag +5 a Lag +5: Datos aglutinados

(continuación)

Lag: +5

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

ADJR Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	-0.78	3.16	-1.00	3.01	-2.34	-1.22	-1.84
F2	-0.42	0.86	4.38	-3.55	0.74	-1.03	-1.55
F3	1.85	-1.28	-4.36	4.46	-1.35	-0.88	1.02
F4	-0.49	-1.75	3.18	-4.76	2.52	3.20	-0.30
F5	-0.74	-0.65	-1.86	0.82	-1.08	-0.56	4.53
F6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F7	-0.36	-0.32	-0.91	-1.08	3.83	-0.28	-0.42

____

Probabilidades de transición: Julia – Eduardo - Miguel

GSEQ 5, Generalized Sequential Querier, 13/02/2014 05:21:54 p.m.

File: Todas las sesiones por alumno.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

sessions-pooled Julia n=1

Codes:	freq	prob
F1	5	.09
F2	7	.13
F3	12	.22
F4	11	.20
F5	10	.19
F6	2	.04
F7	7	.13
Totals	54	1.00
#Units:	54	events

sessions-pooled Miguel n=1

Codes:	freq	prob
F1	17	.15
F2	8	.07
F3	38	.32
F4	40	.34
F5	7	.06
F6	3	.03
F7	4	.03
Totals	117	1.00
#Units:	117	events

sessions-pooled Eduardo n=1

Codes:	freq	prob
F1	11	.20
F2	12	.22
F3	14	.26
F4	11	.20
F5	3	.06
F6	1	.02
F7	2	.04
Totals	54	1.00
#Units:	54	events

Probabilidades de transición: Julia-Eduardo-Miguel

(continuación)

File: Todas las sesiones por alumno.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

Lag: +1

sessions-pooled Julia n=1

CONP	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	.00	.60	.40	.00	.00	.00	.00
F2	.00	.00	1.00	.00	.00	.00	.00
F3	.08	.25	.00	.67	.00	.00	.00
F4	.00	.09	.27	.00	.55	.09	.00
F5	.00	.00	.00	.33	.00	.11	.56
F6	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.00
F7	.00	.00	.00	.00	1.00	.00	.00

sessions-pooled Miguel n=1

CONP	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	.00	.41	.35	.24	.00	.00	.00
F2	.63	.00	.38	.00	.00	.00	.00
F3	.16	.03	.00	.79	.03	.00	.00
F4	.05	.00	.72	.00	.15	.07	.00
F5	.00	.00	.00	.71	.00	.00	.29
F6	.00	.00	.00	.33	.00	.00	.67
F7	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00

sessions-pooled Eduardo n=1

CONP	Target:						
Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	.00	.64	.27	.09	.00	.00	.00
F2	.42	.00	.42	.00	.17	.00	.00
F3	.07	.21	.00	.64	.00	.00	.07
F4	.10	.10	.60	.00	.10	.00	.10
F5	.00	.50	.00	.50	.00	.00	.00
F6	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
F7	.00	.00	.00	.00	.00	1.00	.00

Probabilidades de transición: Datos aglutinados

GSEQ 5, Generalized Sequential Querier, 14/02/2014 10:01:54 a.m.

File: Todas las sesiones los tres alumnos.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

Codes:	freq	prob
F1	33	.15
F2	27	.12
F3	64	.28
F4	62	.28
F5	20	.09
F6	6	.03
F7	13	.06
Totals	225	1.00
#Units:	225	events

____

File: Todas las sesiones los tres alumnos.mds
Made: MDS file saved by SDIS compiler Version 5.1 13/02/2014 11:48:54 a.m.
Type: Event
Units: events

Lag: +1

sessions-pooled sujetos-pooled n=3

CONP Target:

Given:	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
F1	.00	.52	.33	.15	.00	.00	.00
F2	.37	.00	.56	.00	.07	.00	.00
F3	.13	.11	.00	.73	.02	.00	.02
F4	.05	.03	.62	.00	.21	.07	.02
F5	.00	.06	.00	.50	.00	.06	.39
F6	.00	.00	.00	.20	.00	.00	.80
F7	.00	.00	.00	.00	.80	.20	.00

____

Anexo E.5:

Cuestionarios de actitudes
Julia – Eduardo - Miguel

Pre Test: Julia

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Julia			
GÉNERO	☐ Masculino		☒ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS CURSADAS EN EL BACHILLERATO	☒ Cálculo Diferencial ☒ Geometría Plana ☒ Álgebra	☒ Cálculo Integral ☒ Geometría Analítica ☒ Trigonometría

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar			X		
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente					X
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados				X	
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas			X		
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	X				
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado				X	
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas				X	
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones			X		
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas					X
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas			X		
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras					X
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas					X
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas					X
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender			X		

Pre Test: Julia (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas		X			
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	X				
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas	X				
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas			X		
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas			X		
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	X				
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas				X	
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología				X	
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques			X		
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas			X		
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología			X		
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas					X
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante		X			
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante				X	
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas				X	
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas				X	
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente					X
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora				X	
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer			X		
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas			X		
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos				X	
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento					X
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel					X

2

Pre Test: Julia (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Un Sistema Algebraico Computacional (CAS por sus siglas en inglés) es un software que manipula las fórmulas matemáticas y las expresiones algebraicas tanto de forma numérica como de forma simbólica, es decir, facilita el cálculo simbólico. Entre los más conocidos se destacan los relacionados a continuación. Señala en la segunda columna los que conozcas, en la tercera con los que hayas trabajado en clase de Matemáticas y en la última con los que hayas trabajado de manera particular.

SOFTWARE	CONOCIMIENTO	CLASE DE MATEMÁTICAS	PERSONAL
Derive	☑	☐	☒
Maple	☐	☐	☐
Mathematica	☐	☐	☐
MathCad	☐	☐	☐
MatLab	☐	☐	☐
Maxima	☐	☐	☐
MuPad	☐	☐	☐
Otro (especificar)	☐	☐	☐

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

A mi en lo particular no me gusta usar la tecnología para estudiar las matemáticas, porque yo siento que en vez de facilitar las cosas, las complica demasiado, y aprender por medio de la tecnología no es lo que prefiero, me gusta más leer libros y hacer las cosas manualmente.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, Septiembre de 2011

3

Post Test: Julia

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Julia			
GÉNERO	☐ Masculino		☒ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

HAS ESTUDIADO CON ANTERIORIDAD A LAS SESIONES QUE HAS TENIDO CON NOSOTROS, EL TEMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	☒ Sí	☐ No

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar	☐	☐	☐	☐	☒
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente	☐	☒	☐	☐	☐
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados	☐	☐	☐	☐	☒
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	☐	☐	☒	☐	☐
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado	☐	☐	☒	☐	☐
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	☐	☐	☐	☐	☒
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras	☐	☐	☐	☐	☒
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender	☒	☐	☐	☐	☐

Post Test: Julia (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	☒	☐	☐	☐	☐
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas	☒	☐	☐	☐	☐
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	☒	☐	☐	☐	☐
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas	☐	☐	☒	☐	☐
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología	☐	☐	☐	☒	☐
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques	☐	☐	☐	☒	☐
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología	☐	☐	☒	☐	☐
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante	☒	☐	☐	☐	☐
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante	☐	☐	☐	☐	☒
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas	☐	☐	☐	☐	☒
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente	☐	☐	☐	☒	☐
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora	☐	☐	☐	☐	☒
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer	☐	☐	☐	☐	☒
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	☐	☐	☐	☐	☒
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento	☐	☐	☐	☐	☒
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel	☐	☐	☐	☐	☒

2

Post Test: Julia (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Considero que si bien la computadora te hace los cálculos más fácilmente, ésta no ayuda al entendimiento, porque te hace todo el trabajo de razonar, y para mí, esto es aburrido, además que dificulta a la hora de hacer las cosas. En general no me gusta usar computadoras para las matemáticas.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, octubre de 2011

3

Pre Test: Eduardo

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Eduardo			
GÉNERO	☒ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS CURSADAS EN EL BACHILLERATO	☐ Cálculo Diferencial ☐ Geometría Plana ☐ Álgebra	☐ Cálculo Integral ☒ Geometría Analítica ☐ Trigonometría

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	AA	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	TD	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar	X				
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente				X	
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados		X			
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas				X	
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	X				
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado				X	
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas			X		
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	X				
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas		X			
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas		X			
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras	X				
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas		X			
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas		X			
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender				X	

Pre Test: Eduardo (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas		X			
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas				X	
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas			X		
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas				X	
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas					X
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora				X	
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas		X			
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología		X			
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques	X				
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas		X			
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología			X		
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas			X		
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante				X	
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante		X			
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas		X			
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas		X			
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente			X		
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora			X		
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer				X	
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas		X			
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos		X			
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento			X		
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel			X		

2

Pre Test: Eduardo (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Considero que si bien la computadora te hace los cálculos más fácilmente, ésta no ayuda al entendimiento, porque te hace todo el trabajo de razonar, y para mí, esto es aburrido, además que dificulta a la hora de hacer las cosas. En general no me gusta usar computadoras para las matemáticas.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, octubre de 2011

3

Post Test: Eduardo

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Eduardo			
GÉNERO	☒ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

HAS ESTUDIADO CON ANTERIORIDAD A LAS SESIONES QUE HAS TENIDO CON NOSOTROS, EL TEMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	☐ Sí	☒ No

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar	☐	☒	☐	☐	☐
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente	☐	☐	☐	☒	☐
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados	☐	☒	☐	☐	☐
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	☐	☒	☐	☐	☐
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado	☐	☒	☐	☐	☐
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	☒	☐	☐	☐	☐
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras	☐	☐	☒	☐	☐
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender	☐	☐	☐	☒	☐

Post Test: Eduardo (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	☐	☐	☒	☐	☐
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas	☐	☒	☐	☐	☐
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología	☐	☒	☐	☐	☐
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques	☐	☒	☐	☐	☐
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología	☐	☐	☒	☐	☐
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante	☐	☒	☐	☐	☐
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante	☐	☒	☐	☐	☐
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente	☐	☐	☐	☒	☐
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora	☐	☐	☒	☐	☐
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer	☐	☐	☒	☐	☐
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	☐	☐	☒	☐	☐
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento	☐	☒	☐	☐	☐
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel	☐	☐	☒	☐	☐

2

Post Test: Eduardo (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Pienso que la tecnología es muy útil para problemas de calculo, ya que tiene la capacidad de realizar operaciones muy complejas en unos segundos, pero, también creo que las fallas en el softwere o en el hardwere son bastante frustrantes a la hora de aprender a usar éstas tecnologías.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, octubre de 2011

3

Pre Test: Miguel

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Miguel			
GÉNERO	☒ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS CURSADAS EN EL BACHILLERATO	☒ Cálculo Diferencial ☒ Geometría Plana ☒ Álgebra	☒ Cálculo Integral ☒ Geometría Analítica ☒ Trigonometría

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar		X			
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente			X		
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados					X
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas			X		
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	X				
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado			X		
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas			X		
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones		X			
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas					X
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas					X
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras					X
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas				X	
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas			X		
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender			X		

Pre Test: Miguel (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas	X				
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	X				
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas	X				
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas			X		
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas				X	
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	X				
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas			X		
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología			X		
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques		X			
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas			X		
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología					X
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas			X		
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante			X		
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante				X	
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas			X		
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas					X
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente					X
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora					X
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer			X		
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas		X			
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos			X		
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento			X		
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel					X

2

Pre Test: Miguel (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Un Sistema Algebraico Computacional (CAS por sus siglas en inglés) es un software que manipula las fórmulas matemáticas y las expresiones algebraicas tanto de forma numérica como de forma simbólica, es decir, facilita el cálculo simbólico. Entre los más conocidos se destacan los relacionados a continuación. Señala en la segunda columna los que conozcas, en la tercera con los que hayas trabajado en clase de Matemáticas y en la última con los que hayas trabajado de manera particular.

SOFTWARE	CONOCIMIENTO	CLASE DE MATEMÁTICAS	PERSONAL
Derive	■	■	■
Maple	■	■	☐
Mathematica	■	■	■
MathCad	■	☐	☐
MatLab	■	☐	☐
Maxima	■	☐	☐
MuPad	☐	☐	☐
Otro (especificar)	☐	☐	☐

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

Creo que nos ayudan a realizar cácolos dificiles y complicados, pero por otro lado las matematicas son para resolverse manualmente, no para teclear datos en un software y que el haga todo.
Igualmente en la enseñanza, no me agrada el hecho de las presentaciones de ppt.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, Septiembre de 2011

3

Post Test: Miguel

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

La presente encuesta es únicamente para fines académicos. Agradezco tu colaboración.

NOMBRE	Miguel			
GÉNERO	☒ Masculino		☐ Femenino	
INGENIERÍA	☐ Civil	☒ Física	☐ Mecatrónica	☐ Energías Renovables

HAS ESTUDIADO CON ANTERIORIDAD A LAS SESIONES QUE HAS TENIDO CON NOSOTROS, EL TEMA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	☒ Sí	☐ No

Responde a las siguientes cuestiones con respecto a tus actitudes relacionadas con la interacción de las matemáticas con la computadora, señalando tu grado de acuerdo o desacuerdo en las afirmaciones propuestas, considerando la siguiente escala.

TA	Totalmente de acuerdo	**AA**	De acuerdo
NN	Neutral (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo)		
DD	En desacuerdo	**TD**	Totalmente en desacuerdo

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
1	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas proporcionándome muchos ejemplos con los cuales trabajar	☐	☒	☐	☐	☐
2	Me resulta difícil la transferencia de ideas desde una pantalla de computadora a mi mente	☐	☐	☐	☐	☒
3	Las computadoras facilitan el aprendizaje de las ideas esenciales de las matemáticas al ocuparse de los cálculos complicados	☐	☐	☒	☐	☐
4	Cuando leo la pantalla de una computadora, tengo la tendencia a pasar por alto los detalles de las ideas matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
5	Considero útil tomar notas además de copiar información de la pantalla o imprimirla	☒	☐	☐	☐	☐
6	Rara vez reviso el material al poco tiempo de que una sesión por computadora ha terminado	☐	☐	☐	☒	☐
7	El seguimiento de las instrucciones a teclear pone mi atención fuera de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
8	Las computadoras me ayudan a vincular el conocimiento, como por ejemplo, la forma de los gráficos y sus ecuaciones	☐	☒	☐	☐	☐
9	Me gusta usar computadoras para Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
10	Vale la pena el esfuerzo adicional del uso de computadoras en Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
11	Matemáticas es más interesante cuando usas computadoras	☐	☐	☒	☐	☐
12	Las computadoras me ayudan a aprender mejor las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
13	El poder de las computadoras hace más fácil explorar ideas matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
14	Las actividades matemáticas por computadora son difíciles de entender	☐	☐	☐	☒	☐

Post Test: Miguel (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

N°	ITEM	TA	AA	NN	DD	TD
15	Las computadoras están cambiando el modo de hacer Matemáticas	☒	☐	☐	☐	☐
16	Sé que las computadoras son importantes, pero no siento la necesidad de usarlas para aprender Matemáticas	☒	☐	☐	☐	☐
17	Las computadoras son buenas herramientas para los cálculos, pero no para mi aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
18	El uso de la tecnología es demasiado nuevo y extraño para que merezca la pena incorporarlo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
19	Pienso que el uso de la tecnología es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☐	☒	☐
20	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas manualmente sin tener que usar una computadora	☐	☒	☐	☐	☐
21	El uso de la tecnología para hacer cálculos me facilita hacer aplicaciones más realísticas	☐	☒	☐	☐	☐
22	Me gusta explorar métodos e ideas matemáticas usando tecnología	☐	☒	☐	☐	☐
23	Disponer de la tecnología para hacer el trabajo rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques	☐	☒	☐	☐	☐
24	Quiero mejorar en el uso de las computadoras para que me ayude en las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
25	Los símbolos y el lenguaje de las Matemáticas ya de por sí son lo bastante complicados sin añadirle el uso de la tecnología	☐	☐	☐	☐	☒
26	El software me ha sido útil para mi aprendizaje de las Matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
27	Aprender a usar software para hacer Matemáticas es frustrante	☒	☐	☐	☐	☐
28	El uso de software hace el aprendizaje de las Matemáticas más interesante	☐	☐	☒	☐	☐
29	Valió la pena aprender a utilizar software para hacer matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
30	Por propia elección utilizaré de nuevo software para Matemáticas	☐	☒	☐	☐	☐
31	Prefiero hacer todos los cálculos y gráficas con computadora en vez de manualmente	☐	☐	☐	☐	☒
32	Me gusta aprender Matemáticas con la ayuda de la computadora	☐	☐	☒	☐	☐
33	Las actividades matemáticas por computadora son claras y fáciles de leer	☐	☐	☒	☐	☐
34	La retroalimentación inmediata de la computadora es útil para resolver problemas de matemáticas	☐	☐	☒	☐	☐
35	La revisión de la lección en tareas extra clase con computadora me ayuda a repasar los conceptos matemáticos	☐	☒	☐	☐	☐
36	Los exámenes de matemáticas por computadora con puntuación inmediata me ayudan a evaluar mi propio entendimiento y rendimiento	☐	☐	☐	☐	☒
37	Me gustan las pruebas de matemáticas por computadora más que las pruebas de lápiz y papel	☐	☐	☐	☐	☒

2

Post Test: Miguel (continuación)

ACTITUDES DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS CON TECNOLOGÍA

Describe de manera general tus opiniones con respecto al uso de la tecnología en el proceso de enseñanza, aprendizaje y práctica de las matemáticas

El uso de las computadoras hoy en día está cambiando al mundo, pero
yo siento que más que usarlas como herramienta principal para resolver
problemas, debería usarse para comprobarlos o en dado caso
resolver problemas muy "talachosos".
Mi principal argumento es que las matemáticas están para ser resueltas
por nosotros, no por un ordenador, si es verdad que nos ayuda y
nos facilita el trabajo, es importante que sepamos de donde
vienen y por que se hacen las cosas.

Gracias por tus valiosas opiniones con respecto a tus actitudes referentes al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con la ayuda de la tecnología.

Mérida, Yucatán, octubre de 2011

3

Anexos Capítulo 6

Anexo A.6

Transcripciones

Julia – Transcripción - Sesión 2

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.1 - 2:09.1	**INICIO DE SESION** Sesión 2 de Julia (19 sep 11) 7:17 A.M. Inicio de grabación vídeo Camtasia Esperando instrucciones del docente Localización en el ordenador del cuaderno de trabajo de la sesión 2 dentro de la carpeta UGR Abriendo el archivo de Maple que contiene el Cuaderno de trabajo de la sesión 2
2	2:09.1 - 3:53.7	**INICIO DE SESION** Julia: Abre el archivo de Maple y se lee la parte introductoria y objetivos de la sesión
3	3:53.9 - 5:48.2	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Se inicia la Fase 1. Leer y comprender el enunciado del problema, del proceso de modelización Actividad 1.1 Lectura y comprensión del problema. Julia: Lee el enunciado del problema y analiza el enunciado gráfico Julia: Intenta comprender y razonar el enunciado del problema
4	5:48.3 - 7:50.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.2 Iinicio y desarrollo de la segunda actividad de la Fase 1: 1.2 Hacer una lista de palabras clave Julia: Elabora una lista de palabras clave:: 1. Distancia promedio...se regresa al enunciado del problema 2. Ubicación 3. Menor cantidad de...se regresa al enunciado del problema 4. Abastecer comunidades...se intercala entre las palabras clave 1 y 2 Julia: Escribe "6 km" junto a la primera palabra clave...se regresa al enunciado del problema Julia: Regresa a leer la introducción y los objetivos de la sesión Julia: Escribe dos primeras palabras clave antes de la palabra clave 1: 5. Mínimo 6. Máximo...se regresa al enunciado del problema y a la introducción de la sesión
5	7:50.6 - 10:50.7	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Inicio y desarrollo de la tercera actividad de la Fase 1: 1.3. Hacer un dibujo esquemático Julia: Antes de iniciar su dibujo esquemático, se detiene analizando el "dibujo gráfico" que acompaña al enunciado del problema.
6	10:50.7 - 25:52.2	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Selecciona las opciones de Maple para hacer el croquis ACTIVIDAD 1.1 Julia: Regresa al enunciado del problema ACTIVIDAD 1.3 Julia: Inserta la cuadrícula para el croquis. Julia: Inicia la elaboración del dibujo esquemático ACTIVIDAD 1.1

	Periodo de tiempo	Contenido
		Julia: Regresa al enunciado y al dibujo gráfico para su análisis. ACTIVIDAD 1.3 Julia: Continua haciendo el dibujo esquemático. Julia: Sitúa dos de las poblaciones involucradas (Xucú y Homún). Julia: Selecciona colores (rojo) para señalar la posible ubicación de la planta de agua Julia: Sitúa las pobaciones de Homún y Cuzamá en el dibujp esquemático Julia: Selecciona colores (azul) para señalar la tubería. Julia: Agranda la cuadrícula de dibujo para extractar el dibujo esquemático que le servirá para definir el modelo matemático.
7	25:52.2 - 27:40.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.4 Julia: Inicia la actividad de replantear con sus propias palabras el problema ACTIVIDAD 1.1 Julia: Regresa en dos ocasiones a leer el enunciado del problema ACTIVIDAD 1.4 Julia: Su replanteamiento del problema es: "¿Desde que punto entre Cuzamá y Homún, se debe de ubicar una planta purificadora, para que al instalar las tuberías que surtan a Hocabá y Xucú, se emplee la mínima cantidad de éstas?"
8	27:40.0 - 29:09.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 1 Julia: Espera aproximadamente 4 minutos antes de continuar mejorando su dibujo esquemático.
9	29:09.0 - 32:13.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Mejora su dibujo esquemático situando la ubicación de la planta entre las poblaciones de Cuzamá y Homún
10	32:13.2 - 33:07.2	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.5 Julia: Inicia la actividad 1.5 y escribe las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema: "kilómetros (km)"
11	33:07.2 - 34:29.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 1
12	34:29.4 - 35:08.5	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Continúa mejorando su dibujo esquemático En su dibujo representa la tubería uniendo las poblaciones de Xucú con el punto posible de la ubicación de la planta y de este punto a la ppblación de Hocabá
13	35:08.5 - 35:56.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 1
14	35:56.3 - 39:35.0	**FASE 2** Inicia la Fase 2. Hacer suposiciones y definir variables ACTIVIDAD 2.1 Inicia la actividad 2.1 Identificar y definir las variables Escribe pero parece que tiene una dificultad cone l uso del Maple Corrige e inicia la definición de las variables: "x = distancia que hay entre Xucú y la planta" "y = distancia que hay entre Hocabá y la planta"

	Periodo de tiempo	Contenido
		"a = distancia que hay entre Cuzamá y la planta" "b = distancia que hay entre Homún y la planta"
15	39:35.0 - 40:04.3	**FASE 2** Tiempo de espera (30 seg, despreciable)
16	40:04.3 - 42:01.7	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.2 Inicio de la actividad 2.2 Hacer suposiciones para abordar el problema matemáticamente Empieza a escribir...regresando al dibujo esquemático...se detiene un momento y continúa escribiendo sus suposiciones: "Entre Xucú-Cuzamá-Homún hay un ángulo de 90º" "Entre Hocabá-Homún-Cuzamá hay un ángulo de 90º"
17	42:01.7 - 42:09.5	**FASE 2** Tiempo de espera (8 seg, despreciable)
18	42:09.5 - 43:08.6	**FASE 2** Se detiene analizando el dibujo esquemático
19	43:08.6 - 47:37.0	**FASE 3** Imicia la Fase 3. Formular el problema ACTIVIDAD 3.1 Inicia la actividad 3.1 Obtener la fórmula matemática Tiempo de espera
20	47:37.0 - 48:30.3	**FASE 3** Rgeresa al dibujo esquemático Tiempo de espera...regresa al dibujo esquemático Tiempo de espera
21	48:30.3 - 49:36.8	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Comienza a escribir la fórmula matemática "a(b) : = 3.48 -b" Selecciona la opción de Maple para definir funciones y la aplica
22	49:36.9 - 50:48.1	**FASE 1** Retorna al dibujo esquemático Tiempo de espera Completa el dibujo esquemático, ubicando las variables en el esquema
23	50:48.2 - 56:29.5	**FASE 3** Guiándose del dibujo esquemático regresa a la actividad 3.1 y define otras funciones: "y(b) : = SQR(9.14^2 + b^2)" utilizando Maple "x(b) : = SQR (6.8^2 + (a(b))^2" utilizando Maple Regresa a visualizar el dibujo esquemático Tiempo de espera en el dibujo esquemático Regresa a la actividad 3.1 y define otra función: " L(b) : = y(b) + x (b)" utilizando Maple Tiempo de espera en la actividad 3.1
24	56:29.6 - 1:00:44.0	**FASE 4** Inicia la Fase 4. Resolver el problema ACTIVIDAD 4.1 Inicia la actividad 4.1 Resolviendo el problema con el uso de Maple Escribe el nombre de la última función definida ("L(b)")y mediante el menú contextual de Maple deriva dicha función con respecto a la variable "b", obteniendo un resultado. Tiempo de espera.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Marca el resultado obtenido y lo copia a la fila de abajo, lo iguala a CERO. Marca toda la ecuación y mediante el menú contextual de Maple resuelve dicha ecuación mediante la opción: Resolver / Resolver para la Variable / b.
25	1:00:44.0 - 1:14:03.0	**DIFICULTAD USO DEL MAPLE** **FASE 4** El Maple no responde cuando Julia intenta hallar los números críticos. Aparentemente aquí se presenta una dificultad con el manejo del Maple, porque no se obtiene lo esperado, los números críticos. Julia: Espera que se le resuelvan sus dudas. Julia: Por instrucciones del docente: y después de esperar un tiempo conveniente...se le sugiere que continue su actividad en un archivo nuevo de Maple. Julia: Reinicia un nuevo cuaderno de trabajo de la Sesión 2 Cierra su sesión de Maple Ubica en el ordenador el Cuaderno de Trabajo de la Sesión 2 (en blanco) Carga el archivo para que inicie Maple con un nuevo archivo
26	1:14:03.0 - 1:17:49.1	**FASE 2** Comienza de nuevo con la Fase 2. ACTIVIDAD 2.1 Realiza de nuevo la Actividad 2.1 (Definición de variables).
27	1:17:49.1 - 1:20:00.8	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Inicia de nuevo la Actividad 3.1 (Resolver el problema) Define nuevamente todas sus funciones.
28	1:20:00.8 - 1:20:51.8	**FASE 4** ACTIVIDAD 4.1 Reinicia la Fase 4 con la Actividad 4.1 resolviendo el problema Con la ayuda de Maple: Deriva L(b) con respecto a b ACTIVIDAD 4.2 Iguala la derivada a CERO Resuelve la ecuación mediante el menú contextual Ahora sí se obtiene el resultado esperado, el número crítico (b = 1.484567127)
29	1:20:51.8 - 1:22:40.7	**FASE 4** ACTIVIDAD 4.3 Continúa con la Actividad 4.3 Procede a evaluar la función en los extremos del intervalo del dominio admisible y en los números críticos en el interior de dicho intervalo (criterio para extremos en un inyervalo cerrado) utilizando el menú contextual de Maple con la opción: Evaluar
30	1:22:40.7 - 1:25:15.5	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 5** Inicia la Fase 5. Interpretar la solución ACTIVIDAD 5.1 Julia: Inicia la Actividad 5.1 Interpretar gráfica y analíticamente la solución encontrada. Julia: Procede a graficar la función con la ayuda del Maple mediante la instrucción "plot"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Julia: Escribe: "plot(L(b),x=0..3.48)" Maple: Arroja el mensaje de error: "Advertencia, incapaz de evaluar la función para los valores numéricos en la región; ver la ayuda del comando plot" correspondiente a la incapacidad de evaluar la función para el rango de valores dados COMENTARIO: Julia comete un error al proporcionarle "x" como variable, ya que había definido "L" en términos de "b" y no de "x" Julia: Corrige la instrucción "Plot" cambiando la "x" por la "b" Maple arroja la gráfica. Julia: Utiliza las posibilidades del Maple para la estética de la gráfica, modificando el grosor de la línea.
31	1:25:15.5 - 1:25:31.9	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Se detiene visualizando la gráfica de la función
32	1:25:31.9 - 1:27:30.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 1 Tiempo de espera con la visualización de las Actividades 4.1 y 5.1
33	1:27:30.7 - 1:31:40.8	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.2 Inicio de la Actividad 5.2 Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema Tiempo de espera...observando la gráfica del modelo matemático Respaldo de su archivo de Maple
34	1:31:40.8 - 1:32:22.9	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.2 Continuación de la Actividad 5.2, escribiendo: " Lo que la gráfica quiere decir, es que el valor mínimo se obtiene cuando se llega al punto crítico encontrado: 1.484567127, y pasando de ese número, los valores vuelven a subir.
35	1:32:22.9 - 1:33:47.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 1 De nuevo hace un respaldo de su archivo de Maple Por instrucciones del docente no se realiza la Fase 6. Verificar la solución por falta de tiempo Se pasa directamente a la Fase 7
36	1:33:47.0 - 1:35:00.0	**FASE 7** Inicio de la Fase 7. Reportar y explicar la solución. Retorno al análisis de la solución del problema. ACTIVIDAD 7.1 Inicio de la Actividad 7.1 Hacer un informe o reporte de la solución encontrada, escribiendo: "La distancia que debe de haber entre Cuzamá y la planta es de 1.48 km, mientras que la cantidad mínima de tuberías que se utilizarán es de 16.315 km."
37	1:35:00.0 - 1:38:27.0	**FIN DE SESION** El alumno se queda esperando a que concluya la sesión. 8:55 A.M. Finaliza la grabación del vídeo de Camtasia

Eduardo – Transcripción - Sesión 2

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.1 - 0:26.0	**INICIO DE SESIÓN** **Sesión 2 de Eduardo** 7:22 A.M. Inicio de grabación video Camtasia Localización del cuaderno de trabajo de la sesión en la carpeta UGR Carga el archivo "Cuaderno de Trabajo Sesion 2"
2	0:26.1 - 1:16.8	**INICIO DE SESIÓN** Eduardo: Realiza actividades de expulsión de pen drive Eduardo: Lee la parte de introducción y objetivos de la sesión
3	1:16.9 - 1:51.2	**FASE 1** Leer y comprender el problema. Inicio de la Fase 1 Actividad 1.1 Eduardo: Procede a la lectura y comprensión del enunciado del problema, analizando el enunciado gráfico.
4	1:51.3 - 3:19.6	**FASE 1** Actividad 1.2 Erk: Inicia escribiendo sus palabras clave, pero se percata que se encuentra en modo matemática. Eduardo: Cambia a modo texto y escribe las palabras clave "Mínimo", "Distancias" Eduardo: Borra la "s" de la "Distancias" y espera unos segundos para continuar (20 seg)
5	3:19.7 - 9:11.6	**FASE 1** Actividad 1.3 Eduardo: Inicia la elaboración de su dibujo esquemático con la ayuda de la cuadrícula de Maple y del enunciado gráfico. Eduardo: Procede a copiar la imagen del enunciado gráfico debajo de su cuadrícula para que le sirviera de referencia. Eduardo: Intentó utilizar el Paint como herramienta de ayuda para generar su dibujo esquemático.
6	9:11.7 - 10:48.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 2 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones
7	10:48.7 - 21:30.5	**FASE 1** Continuación Actividad 1.3 Eduardo: Inicia su dibujo esquemático con la ayuda de Maple, situando círculos en la cuadrícula para representar las 4 poblaciones involucradas. Eduardo: Intenta unir las poblaciones situadas en la parte inferior con líneas, pero después borra todo lo esquematizado. **DIFICULTAD USO DEL MAPLE** Eduardo: Escribe "Xucú" en la parte superior izquierda de su dibujo esquemático. Maple arroja un mensaje de error: "Warning, inserted missing semicolon at end of statement" parece ser que por el acento. Eduardo: Hace caso omiso a este error y sitúa las poblaciones, líneas que unen las poblaciones y la planta en su esquema Eduardo: Representa las poblaciones de Xucú y Hocabá con círculos y sitúa los valores que representan las distancias entre las poblaciones.
8	21:30.6 - 23:48.5	**TIEMPO DE ESPERA**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Tiempo de espera 2 de la Sesión 2 de Eduardo Inicio 0:21:40 a 0:23:48
9	23:48.6 - 24:58.6	**FASE 1** Actividad 1.4 Eduardo: Escribe el replanteamiento del problema: "A qué distancia entre C y P deberá situarse el punto x para que la distancia de x a Xucú y a H sea la mínima? hasta 24:58
10	24:58.7 - 28:09.3	**FASE 1** Regresa a la Actividad 1.3 Eduardo: Continúa mejorando su dibujo esquemático representando con un rombo la planta de agua y dibujando las distancias que unen Xucú y el punto que representa la planta y la distancia de este punto a Hocabá hasta 28:07
11	28:09.4 - 28:42.5	**FASE 1** Actividad 1.5 Eduardo: Escribe las unidades en las que debe expresarse la solución "kilómetros" y espera unos segundos para continuar con la siguiente fase (30 seg). hasta 28:42
12	28:42.6 - 28:58.7	**FASE 2** Hacer suposiciones y definir variables. Inicio de la Fase 2 Actividad 2.1 Eduardo: Inicia la actividad de identificar y definir variables, escribiendo: "La distancia," hasta 28:58
13	28:58.8 - 30:25.7	**FASE 1** Retorna a la FASE 1...Actividad 1.3 Eduardo: Regresa a continuar mejorando su dibujo esquemático, resaltando el punto que representa la planta potabilizadora. hasta 30:25...espera aproximadamente un minuto antes de continuar
14	30:25.8 - 32:28.0	**FASE 2** Eduardo: Continúa definiendo sus variables, borrando la "," y escribiendo: "x = distancia de la planta a Xucú, y = la distancia de la planta a Hocabá, c = la distancia entre Cuzamá y la planta" hasta 32:28
15	32:26.1 - 34:04.5	**FASE 1** Retorna a la FASE 1 a la Actividad 1.3 Eduardo: Procede a situar sus variables en el dibujo esquemático, es decir, las variables "x" e "y"
16	34:04.6 - 34:17.8	**FASE 2** Eduardo: Retorna a la Actividad 2.1, borrando la definición de la variable "c" hasta 34:17 Eduardo: Escribe de nuevo la definición de la variable "c" como: "c = la distancia entre Cuzamá y la planta" Eduardo: Define la variable "h", escribiendo: "h = la distancia entre Homún y la planta"
17	34:17.9 - 36:07.7	**FASE 1**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Retorna a la FASE 1 a la actividad 1.3 Eduardo: Sitúa las variables "c" y "h" en su dibujo esquemático
18	36:07.8 - 38:25.7	**FASE 2** Actividad 2.1 Haciendo suposiciones Eduardo: Procede a escribir las suposiciones mediante la ayuda del docente: "Se considera que entre las poblaciones de Xucú-Cuzamá-Homún se tienen ángulos rectos." "Se considera que entre las poblaciones Hocabá-Homún-Cuzamá se tienen ángulos rectos."
19	38:25.8 - 41:01.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 2 Eduardo: Visualiza su dibujo esquemático y espera instrucciones
20	41:01.9 - 42:26.5	**FASE 3** Formular el problema Inicio de la Fase 3 Eduardo: Inicia la escritura de las ecuaciones secundarias, auxilíandose de su dibujo esquemático. Eduardo: Escribe: "h(c) : = 3.48 - h" Eduardo: Acepta la opción de definir función, presiona ENTER y Maple define esta función. Eduardo: Se percata que definió la función en términos de la variable "h" y no de la variable "c" Eduardo: Borra la expresión dada por Maple al definir la función, cambia la variable "h" por "c", presiona ENTER de nuevo para que Maple defina la función nuevamente....hasta 42:26
21	42:26.6 - 45:24.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 2 Eduardo: Visualiza el escritorio, retorna al cuaderno de trabajo y espera instrucciones.
22	45:24.5 - 50:08.6	**FASE 3** Eduardo: Borra de nuevo la expresión definida por Maple y borra la ecuación secundaria "h(c)" Eduardo: Define de nuevo la ecuación secundaria h en términos de c Eduardo: Inicia la definición de otra ecuación secundaria, en este caso "w" en términos de "x" mediante la paleta de expresiones que ofrece Maple como ayuda y escribe: "w(x) : = SQR(6.48^(2+x^2)" Eduardo: No se percata que está considerando incorrectamente el exponente al definir parte de la función como parte de un exponente y procede a la definición de esta ecuación secundaria. Eduardo: Define ahora la función "g(x)" en términos de la función "y(x)" y antes de definirla borra la primera función definida ("h(c)")y escribe: "y(x) : = 3.48 - x" Eduardo: Define la función mediante maple Eduardo: Se percata del error que cometió al definir la ecuación secundaria "w(x)" y la corrige, definiéndola de nuevo mediante la opción de Maple. Eduardo: Procede ahora a establecer el modelo matemático, escribiendo: "L(x) : = g(x) + w(x)" y definiendo la función mediante la opción de

	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple. Eduardo: Corrige distancias en las ecuaciones secundarias "g(x)" y "w(x)"
23	50:08.7 - 50:45.8	**FASE 1** Eduardo: Retorna a mejorar su dibujo esquemático: La distancia entre Cuzamá y la planta la renombra con "x" en lugar de "c" La distancia entre Xucú y la planta la renombra con "w" en lugar de "x" La distancia entre Hocabá y la planta la renombra con "g" en lugar de "y" COMENTARIOS: Eduardo no modifica la definición de sus variables (Actividad 2.1)
24	50:48.9 - 51:49.5	**FASE 4** Resolver el problema. Inicio de la Fase 4 Actividad 4.1 Cálculo de la derivada de la función Eduardo: Se auxilia de la paleta de expresiones que ofrece Maple para hallar la derivada del modelo matemático
25	51:49.6 - 53:25.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 2 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente
26	53:25.1 - 57:12.8	**FASE 4** Actividad 4.2 Determinación de numeros críticos Eduardo: Continúa resolviendo el problema, copiando y pegando la expresión obtenida de la derivada e igualándola a CERO y Maple arroja la misma expresión como resultado al darle ENTER. Eduardo: Resuelve la ecuación mediante la opción de Maple "Resolver / Aislar Expresión para / x" obteniendo el resultado: "x = 1.484567127" Eduardo: Confirma el resultaddo resolviendo de nuevo la ecuación y se percata que no era necesario copia, pegar e igualar a CERO, sino que después de haber obtenido la derivada mediante la opción anterior hubiera podido hallar el resultado esperado. Eduardo: Borra el último resultado hallado y espera instrucciones para continuar
27	57:12.9 - 1:06:49.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 2 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente, visualiza el cuaderno de trabajo en general y también diferentes recursos del ordenador
28	1:06:49.9 - 1:08:20.1	**FASE 4** Actividad 4.3 Verificación de los extremos Eduardo: Intenta verificar los extremos mediante el criterio de extremos absolutos, pero en lugar de evaluar el modelo matemático en los extremos y el número crítico, inicia evaluando en la derivada. Eduardo: Selecciona de la paleta de expresiones de Maple la expresión de la derivada de una función (d /dx (f)) Eduardo: Sustituye "f" por "L(0)" y al presionar ENTER obtiene el valor de CERO. **DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Selecciona de nuevo de la paleta de expresiones de Maple la expresión de la derivada de una función. Eduardo: Sustituye en la expresión "d/dx L(0)" la variable "x" por la constante "0" y entonces obtiene un error.

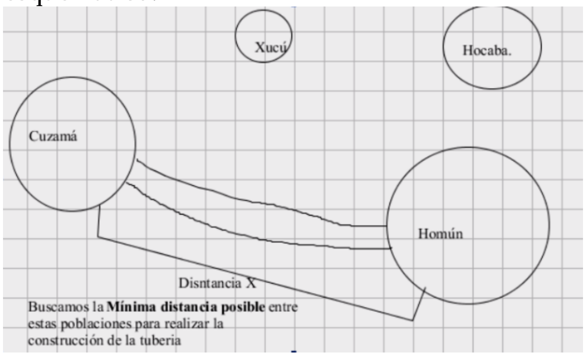
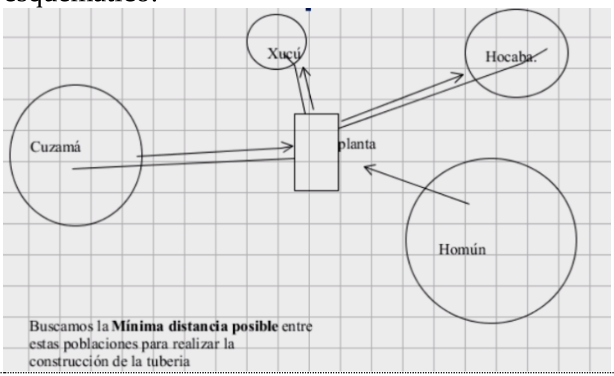
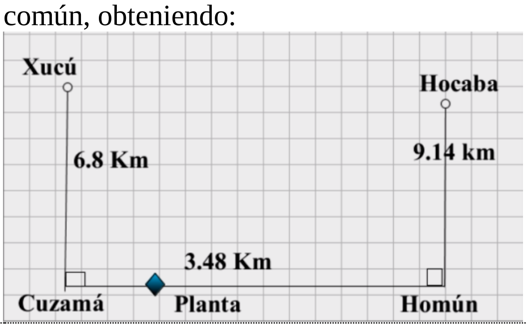
	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple arroja el mensaje de error: "Error, derivada inválida" y la misma expresión "d/d(0) L(0)" señalando con un cuadro rojo la expresión "d/d(0)" Eduardo: Repite la operación para el otro extremo, es decir, sustituye en la otra expresión de la derivada seleccionada de la paleta de expresiones de Maple, "f" por "L(3.48)" y "x" por "3.48" Maple arroja el mismo mensaje de error: "Error, derivada inválida" y la misma expresión señalando con un cuadro rojo la expresión "d/d(3.48)". **COMENTARIOS**. Eduardo aparentemente quiere aplicar el criterio para extremos absolutos, pero posiblemente al no tener conocimiento previo ni del tema ni de la asignatura de Cálculo Diferencial, procede a evaluar en la derivada en lugar de evaluar en la función que define el modelo matemático. El docente comenta dutrante la sesión que existen dos maneras de verificación de extremos, solamente que en este caso por ser el dominio admisible un intervalo cerrado, el criterio conveniente es el de extremos absolutos. De todas maneras si Eduardo hubiera intentando aplicar el criterio de la primera derivada, debería evaluar la derivada antes y después del número crítico hallado para comprobar que en dicho número hay un MÏNIMO. Eduardo: Borra ambos intentos de evaluación, tanto para "x=0" como para "x=3.48"
29	1:08:20.2 - 1:10:41.2	**FASE 4** Continuación Actividad 4.3 Eduardo: Seguramente por instrucciones del docente al resolverle sus dudas, ahora sí inicia la verificación de extremos evaluando en la fórmula matemática que define el modelo, escribiendo: "L(1.484567127" y antes de concluir describe el proceso que está relizando: "Evaluación de [0 , 3.48] en la función." Eduardo: Evalúa la función en el extremo izquierdo del intervalo, escribiendo "L(0)" y Maple arroja el resultado "16.58008180" Eduardo: Evallúa la función en el extremo derecho, escribiendo "L(3.48)" y Maple arroja el resultado "16.77874335" Eduardo: Evalúa ahora la función en el número crítico hallado, escribiendo "L(1.48)" y Maple arroja el resultado "16.31545280" COMENTARIOS. Eduardo verifica los extremos, pero no concluye cual es el valor que representa la solución
30	1:10:42.3 - 1:11:49.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 2 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente y visualiza la fase de definición de variables,
31	1:11:49.6 - 1:12:22.2	**FASE 2** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Retorna a la actividad de identificar y definir las variables, intentando modificar las variables definidas para que coincidan con la modificación realizda con anterioridad. Eduardo: Intenta situar en diferentes líneas las variables presionando ENTER después de "...Xucú" Maple arroja un mensaje de error "Error, operador perdido" COMENTARIO: Eduardo no se percata que para lo que desea hacer

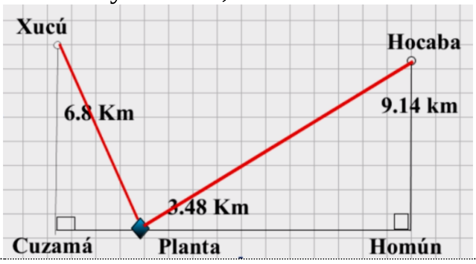
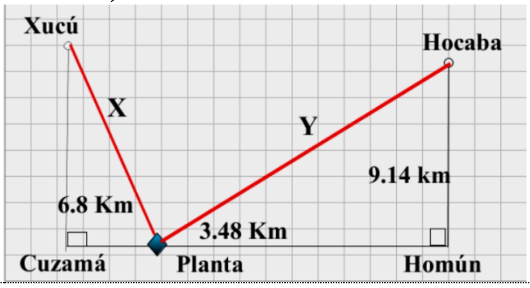
	Periodo de tiempo	Contenido
		debe estar en modo texto y no en modo matemática. Eduardo: Borra el mensaje de error y lo intenta de nuevo. Maple arroja de nuevo el mensaje de error "Error, operador perdido" Eduardo: Borra de nuevo este mensaje y retorna a la Fase 4 sin modificar la definición de sus variables.
32	1:12:22.3 - 1:17:17.6	**FASE 5** **Inicio de la Fase 5** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Intenta obtener la gráfica de la derivada, en lugar de la gráfica del modelo, escribiendo: "dot d / dx L(x)" y luego corrige a: "plot d / dx L(x) [0,3.48]", presionando ENTER Maple arroja la expresión que define la derivada precedida de la instrucción "plot" y seguida del intervalo "[0,3.48]" Eduardo: Procede a borrar la expresión anterior definida por Maple, define la variable con respecto a la cual deberá derivar Maple y corrige la separación de valores del rango para graficar por ":" en lugar de "," y no se fija que borra el extremo superior del rango. Maple arroja el mensaje de error: "Error: secuencia inválida" y la expresión definida por Eduardo. Eduardo: Borra la expresión definida por Maple, el mensaje de error y corrige el rango del intervalo, dejándolo de 0 a 3. Maple arroja de nuevo el mismo mensaje de error: "Error: secuencia inválida" y la expresión definida por Eduardo, señalando con rojo aparentemente un error de sintaxis. Eduardo: Borra la expresión definida por Maple, el mensaje de error arrojado y el rango de la función plot definido con anterioridad. Eduardo: Visualiza la resolución del problema y al final borra la instrucción "plot".
33	1:17:16.7 - 1:23:30.6	**FASE 5** Interpretando la solución. Continuación de la Fase 5 Inicio de la Actividad 5.1 Eduardo: Escribe las instrucciones para graficar el modelo matemático, sigue cometiendo el error de intentar graficar la derivada en lugar del modelo mismo, escribiendo: "plot d / dx L(x)" Eduardo: Corrige borrando la notación de derivada (d / dx) y completa la instrucción "plot" con el rango de graficación, obteniendo: "plot(L(x), x=0..3.48)" presiona ENTER y Maple arroja la gráfica Eduardo: Procede a mejorar la apariencia de la gráfica mediante las opciones que ofrece Maple, aumentando el grosor de la línea del gráfica. Eduardo: Continúa experimentando con la apariencia de la gráfica en cuanto al grosor de línea y al final la deja en grosor número cuatro.
34	1:23:30.7 - 1:26:51.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 2 de Eduardo Eduardo: Intenta establecer relaciones entre las soluciones gráfica y analítica pero no escribe nada. Eduardo: Recorre la paleta de expresiones. Eduardo: Visualiza el dibujo esquemático, tal vez esperando instrucciones
35	1:26:51.1 - 1:30:53.2	**FASE 5** Eduardo: Borra la instrucción para la gráfica y también la gráfica

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Escribe: "c(x) : = 1.484567" Eduardo: Escribe de nuevo la instrucción para graficar el modelo y obtiene la gráfica de nuevo. COMENTARIOS: Aparentemente Eduardo intenta relacionar la solución analítica con la solución gráfica pero no describe ningún comentario al respecto. La impresión es que Eduardo tiene pocas dificultades en el manejo del software pero como no tenía conocimiento previo del tema, esto le genera dificultades al establecer relaciones entre las soluciones.
36	1:30:53.3 - 1:33:20.0	**FIN DE SESIÓN** Eduardo: Recorre el cuaderno de trabajo Eduardo: Se sitúa en el apartado correspondiente al informe, sin embargo no realiza esta actividad. Eduardo: Permanece en tiempo de espera sin realizar actividad alguna. Eduardo: Procede al respaldo del archivo de Maple según instrucciones y concluye la sesión a las 8:56 A.M.

Miguel – Transcripción - Sesión 2

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 1:32.1	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de grabación de la Sesión 2 de Miguel: 7:18 A.M. **Miguel**: Abre el archivo del cuaderno de trabajo electrónico correspondiente a la sesión 2 y lo copia a su ordenador personal en la carpeta UGR según instrucciones proporcionadas. **Miguel**: Realiza un recorrido rápido por el cuaderno de trabajo.
2	1:32.2 - 2:40.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 2 de Miguel. **Miguel**: Espera por instrucciones del investigador-docente.
3	2:40.6 - 3:26.8	**TIEMPO DE ESPERA** Continuación Tiempo de espera 1 de la Sesión 2 de Miguel. **Miguel**: Lee la introducción al tema y el objetivo de la práctica incluidos en el cuaderno de trabajo.
4	3:26.9 - 7:15.2	**FASE 1** **Miguel**: Lee el enunciado del problema y visualiza el esquema del enunciado. **Miguel**: Copia y pega la pregunta del enunciado del problema en el apartado de "Leer y comprender el problema", es decir, copia y pega: *¿Dónde debería ubicarse la planta purificadora entre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería?* **Miguel**: Retorna a leer el enunciado literal y esquemático del problema y señala en el enunciado literal "*en las poblaciones de Cuzamá y Homún existen cenotes y se está considerando la construcción de una planta purificadora entre esas poblaciones para abastecer las comunidades rurales de Xucú y Hocabá ¿Dónde debería ubicarse la planta purificadoraentre Cuzamá y Homún de modo que se emplee la menor cantidad de tubería*" para identificar sus palabras clave.
5	7:15.3 - 8:21.5	**FASE 1** Actividad 1.2 Lista de palabras clave **Miguel**: Escribe las palabras clave: "*Distancia*" "*Mínimacantidad*" "*2poblaciones*" **Miguel**: Procede a borrar y copiar todo lo escrito en el apartado correspondiente (Hacer una lista de palabras clave).
6	8:21.5 - 21:30.6	**FASE 1** Actividad 1.3 Dibujo esquemático. **Miguel**: Inicia la elaboración de su dibujo esquemático, seleccionando la opción "*cuadriculada*" que ofrece Maple. Representa con dos círculos las dos poblaciones entre las que deberá estar situada la planta y las une con líneas nombrando dicha distancia como "*Distancia X*". **Miguel**: Escribe en la parte superior central del dibujo esquemático: "*Buscamos la Mínima distancia posible entre estas 2 poblaciones para realizar la construcción de la tubería*" **Miguel**: Escribe dentro uno de los círculos la palabra "*Cuzamá*" y dentro del otro "*Homún*" y reubica lo escrito con anterioridad en la parte inferior izquierda de su dibujo esquemático.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Miguel: Procede ahora a representar las otras dos poblaciones, *Xucú* y *Hocabá* con otros dos círculos obteniendo el dibujo esquemático: **Miguel**: Representa con un rectángulo la planta situándola al centro de las 4 poblaciones, modifica la palabra "*DistanciaX*" por "*planta*" y la sitúa en la representación de la planta y traza distancias de la planta a cada una de las poblaciones, obteniendo ahora el dibujo esquemático:  **Miguel**: Representa con un rectángulo la planta situándola al centro de las 4 poblaciones, modifica la palabra "*DistanciaX*" por "*planta*" y la sitúa en la representación de la planta y traza distancias de la planta a cada una de las poblaciones, obteniendo ahora el dibujo esquemático: 
7	21:30.7 - 30:55.5	**FASE 1** **Miguel**: Continúa con la actividad de la elaboración del dibujo esquemático ahora elaborando un esquema similar al de la puesta en común, obteniendo: 
8	30:55.6 - 31:50.4	**FASE 1** Actividades 1.4 Replanteamiento y 1.5 Unidades **Miguel**: Escribe el replanteamiento del problema: "*Minimizar la distancia de la planta a Xucú y hocaba*" Miguel: Escribe las unidades de medición en que debe expresarse la solución: "*kilómetros*"
9	31:50.5 - 33:00.0	**TIEMPO DE ESPERA**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Tiempo de espera 2 de la Sesión 2 de Miguel.
10	33:00.1 - 34:50.2	**FASE 1** **Miguel**: Mejora el último dibujo esquemático (el semejante al de la puesta en común), trazando distancias de la planta a las poblaciones de Xucú y Hocabá, obteniendo: 
11	34:50.3 - 37:30.8	**FASE 2** Actividad 2.1 Variables **Miguel**: Inicia la identificación y definición de sus variables, escribiendo: "*Variable "x", sea la distancia que separa a la planta de Xucú.*" "*Variable "y", sea la distancia que espera a la planta de Hoocaba.*"
12	37:30.9 - 39:30.3	**FASE 1** **Miguel**: Completa el último dibujo esquemático situando las variables, obteniendo: 
13	39:30.4 - 43:10.6	**FASE 2** **Miguel**: Continúa con la definición de sus variables, escribiendo: "*Variable "a", sea la distancia entre cuzama y la planta*" "*Variable "x", sea la distancia de Homún a la planta*" **Miguel**: Escribe las suposiciones: "*Suponemos que entre las poblaciones de Xucú-Cuzamá-Homún se tienen ángulos rectos*" "*Suponemos que entre las poblaciones de Hocaba-Homún-Cuzamá se tienen ángulos rectos.*" **Miguel**: Continúa con la definición de sus variables, escribiendo: "*Sea Z la suma de X+Y*"
14	43:10.7 - 48:50.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 2 de Miguel. **Miguel**: Visualiza su cuaderno de trabajo, particularmente el dibujo esquemático semejante al de la puesta en común.
15	48:50.2 - 1:00:17.6	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa en el apartado de formulación. **Miguel**: Escribe la expresión "*b(x):=3.48 - x*", presiona enter y selecciona la opción de definición de funciones que ofrece Maple. **Maple**: Arroja la expresión:

Periodo de tiempo	Contenido
	$x \rightarrow 3.48 - x$ COMENTARIO: Todo parece indicar que Miguel estaba siguiendo la fase de formulación después de la puesta en común. **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Escribe "*x:=*" y borra la expresión arrojada por Maple para la variable "*b*" y corrige esta expresión cambiando la variable "*x*" del segundo término por la variable "*a*", obteniendo la expresión: COMENTARIO: Miguel está definiendo la función "*b(x)*" en términos de la variable "*a*". Debió reescribir la función como "*b(a)*" y redefinirla. **Miguel**: Auxiliándose de la paleta de expresiones que ofrece Maple, escribe la expresión: $b(x) := 3.48 - a$ COMENTARIOS: Miguel NO presiona ENTER para redefinir la función solamente cambia la variable del segundo término. Miguel está definiendo la función "*b(x)*" en términos de la variable "*a*". Debió reescribir la función como "*b(a)*" y redefinirla. **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Auxiliándose de la paleta de expresiones que ofrece Maple, continúa escribiendo la expresión para *x*, obteniendo: $x := \sqrt{((6.8)^2 + b^2)}$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y la misma expresión enmarcando el error con línea punteada roja: $x := \sqrt{((6.8)^2 + b^2)}$ **Miguel**: Corrige la expresión, obteniendo: $x := \sqrt{(6.8)^2} + b^2$ **YMaple**: Arroja la expresión: $6.800000000 + b^2$ **Miguel**: Modifica la expresión incluyendo el término "b^2" dentro de la raíz cuadrada, obteniendo la expresión: $x := \sqrt{(6.8)^2 + b^2}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24 + b^2}$ Error de sintaxis **Miguel**: Escribe la expresión para la variable "Y": $Y := \sqrt{(9.8)^2 + a^{(2}}$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "*Error, incapaz de igualar delimitadores*" y la expresión señalando el error de sintaxis: $Y := \sqrt{(9.8)^2 + a^{(2}}$ **Miguel**: Corrige el error de sintaxis eliminando el paréntesis del exponente. **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{96.04 + a^2}$

Periodo de tiempo	Contenido
	Miguel: Escribe la expresión para la variable "z": $z := x + y$ **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24 + b^2} + y$ COMENTARIO: Maple solamente reemplaza en la expresión anterior el valor de la variable "*x*" debido a que Miguel definió la variable "*Y*" pero no la variable "*y*".
16 1:00:17.7 - 1:01:47.2	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis Miguel: Selecciona de la paleta de expresiones el comando de derivada: $\frac{d}{dx} f$ **Miguel**: Reemplaza la variable "*x*" por "*z*" y "*f*" por "*f(z)*". $\frac{d}{dz} f(z)$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, entrada inválida: se recibió (46.24+b^2) ^ (1/2) +y, para el comando de derivada y no es válido como segundo argumento".
17 1:01:47.3 - 1:03:03.4	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Retorna a la tercera fase y modifica la escritura de la expresión para la variable "*z*" reescribiendo y obteniendo la expresión: $f(z(:= x + y$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y la misma expresión enmarcada en línea punteada roja: $\boxed{f(z(:= x + y}$ **Miguel**: Corrige los paréntesis en la expresión para "*f(z)*": $f(z) := x + y$ **Miguel**: Presiona ENTER y selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Arroja la expresión que define a la función "*f(z)*": $z \rightarrow x + y$ **Miguel**: Reescribe la expresión para "*Y*" como una función y la define. $f(Y) := \sqrt{(9.8)^2 + a^2}$ **Maple**: Arroja la expresión: $Y \rightarrow \sqrt{9.8^2 + a^2}$ **Miguel**: Reescribe también la expresión para "*x*" como una función y la define. $f(x) := \sqrt{(6.8)^2 + b^2}$ **Maple**: Arroja la expresión:

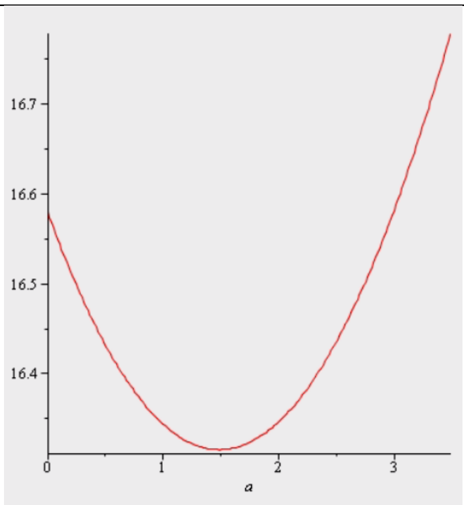
	Periodo de tiempo	Contenido
		$x \rightarrow \sqrt{6.8^2 + b^2}$ **Miguel**: Reescribe la función para “*f(z)*”, obteniendo la expresión: $f(z) := f(x) + f(y)$ **Miguel**: Presiona ENTER y selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Arroja la expresión: $z \rightarrow f(x) + f(y)$
18	1:03:03.5 - 1:03:19.7	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Intenta hallar de nuevo la derivada del modelo pero sin querer olvida cerrar los paréntesis: $\frac{d}{dz} f(z$ **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, incapaz de igualar delimitadores” y la expresión: $\boxed{\frac{d}{dz} f(z}$ **Miguel**: Completa el paréntesis de la derecha en el comando de la derivada y presiona ENTER. $\frac{d}{dz} f(z)$ **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, (en f) varios niveles de recursión”
19	1:03:19.8 - 1:03:50.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 2 de Miguel.
20	1:03:50.1 - 1:04:00.8	**FASE 3** **Miguel**: Corrige la expresión para “*b(x)*” reescribiéndola como: $f(b) := 3.48 - a$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $b \rightarrow 3.48 - a$
21	1:04:00.9 - 1:04:32.3	**FASE 4** **Miguel**: Presiona ENTER de nuevo después del comando de derivada: $\frac{d}{dz} f(z)$ **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, entrada inválida: se recibió (46.24+b^2) ^ (1/2) +y, para el comando de derivada y no es válido como segundo argumento” ya arrojado con anterioridad (período de tiempo 16). **Miguel**: Recorre el cuaderno de trabajo.
22	1:04:32.4 - 1:06:45.6	**FASE 3** **Miguel**: Corrige la expresión para “*b(x)*” reescribiéndola como: $b(a) := 3.48 - a$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión:

Periodo de tiempo	Contenido
	$a \rightarrow 3.48 - a$ **Miguel**: Corrige la expresión para "*f(x)*" reescribiéndola como: $x(a) := \sqrt{(6.8)^2 + b^2}$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $a \rightarrow \sqrt{6.8^2 + b^2}$ **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión anterior reescribiéndola como: $x(a) := \sqrt{(6.8)^2 + a^2}$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $a \rightarrow \sqrt{6.8^2 + a^2}$ **Miguel**: Reescribe la expresión para "*f(Y)*" como: $y(a) := \sqrt{(9.8)^2 + b(a)^2}$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $a \rightarrow \sqrt{9.8^2 + b(a)^2}$ **Miguel**: Reescribe la expresión para "*f(z)*" como: $f(z) := b(a) + x(a)$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $z \rightarrow b(a) + x(a)$ Miguel: Corrige la expresión para "*f(z)*" cambiando "*b*" por "*y*" reescribiéndola como: $f(z) := y(a) + x(a)$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión: $z \rightarrow y(a) + x(a)$
23 1:06:45.7 - 1:08:25.8	**FASE 4** **Miguel**: Cambia la variable "z" por la variable "*a*" en el comando de la derivada de "*f(z)*", obteniendo: $\frac{d}{da} f(z)$ **Maple**: Arroja la expresión de la derivada de la función "*f(z)*" con respecto a la variable "*a*": $\frac{1}{2} \frac{-6.96 + 2a}{\sqrt{96.04 + (3.48 - a)^2}} + \frac{a}{\sqrt{46.24 + a^2}}$ **Miguel**: Se sitúa en esta última expresión arrojada por Maple y selecciona la opción "*Resolver/Resolver para la Variable/a*". **Maple**: Arroja el valor para la variable "*a*": $[[a = 1.425542169]]$
24 1:08:25.9 - 1:08:35.1	**FASE 3** **Miguel**: Visualiza dos veces el dibujo esquemático, tal vez para

	Periodo de tiempo	Contenido
		verificar los valores utilizados en las definición de sus expresiones. **Miguel**: Corrige el término constante en la expresión para “*y(a)*” obteniendo la expresión: $y(a) := \sqrt{(9.14)^2 + b(a)^2}$ **Miguel**: Presiona ENTER y redefine la función. **Maple**: Arroja la expresión para la nueva definición de “*y(a)*” $a \rightarrow \sqrt{9.14^2 + b(a)^2}$
25	1:08:35.2 - 1:09:25.2	**FASE 4** **Miguel**: Halla de nuevo la derivada para la función “*f(z)*”. Maple: Arroja ahora la nueva expresión para la derivada de “*f(z)*”: $\frac{1}{2} \frac{-6.96 + 2a}{\sqrt{83.5396 + (3.48 - a)^2}} + \frac{a}{\sqrt{46.24 + a^2}}$ Miguel: Resuelve de nuevo esta expresión mediante la opción “*Resolver/Resolver para la Variable/a*”. Maple: Arroja el nuevo valor para la variable “*a*”: $[[a = 1.484567127]]$ Miguel: Borra el valor anterior de “*a*” arrojado por Maple.
26	1:09:25.3 - 1:12:43.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 2 de Miguel. Miguel: Visualiza el dibujo esquemático.
27	1:12:43.1 - 1:14:04.3	**FASE 4** **Miguel**: Procede a escribir la instrucción de verificación de extremos: “*Evaluación del intervalo cerrado [0, 3.48]*”
28	1:14:04.4 - 1:19:24.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 2 de Miguel. **Miguel**: Visualiza la resolución del problema (Fase 4). **Miguel**: Visualiza la formulación del problema (Fase 3).
29	1:19:24.7 - 1:30:50.2	**FASE 4** **Miguel**: Escribe “*L(0)*” **Maple**: Arroja la misma expresión “*L(0)*”. **Miguel**: Borra lo escrito y lo arrojado por Maple y ahora escribe “*z(0)*”. **Maple**: Arroja el valor “*17.41882515*” **Miguel**: Borra “*z(0)*” y deja el valor arrojado por Maple, pero termina borrándolo. **Miguel**: Escribe de nuevo “*L(0)*” pero lo borra nuevamente. **Dificultades uso del Maple** Selección no intencional de conjunto de teclas **Miguel**: Escribe por tercera ocasión “*L(0)*”. COMENTARIO: Miguel seguramente al igual que Erik presiona algún juego de teclas que convierte la expresión en un operador matemático. **Maple**: Arroja el mensaje *“Advertencia, falta insertar un punto y coma al final de la declaración”* y la misma expresión “*L(0)*”. **Miguel**: En la expresión del comando de la derivada cambia la variable “z” por “*a*” en “*f(z)*” obteniendo la expresión: $\frac{d}{da} f(a)$

Periodo de tiempo	Contenido
	Maple: No realiza ninguna acción. **Miguel**: Se sitúa en la expresión anterior y selecciona la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/a*". **Maple**: Arroja la instrucción y el resultado para la variable "*a*": $\xrightarrow{\text{aislar para a}} a = 1.484567127$ **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa de nuevo en la expresión del comando de la derivada y sin querer incluye una llave derecha obteniendo la expresión: $\frac{d}{da} f(a\})$ **Maple**: Arroja dos veces el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y las expresiones: $\boxed{\frac{d}{da} f(a\})}$ $\boxed{\frac{d}{da} f(a\})}$ **Miguel**: Borra la llave derecha incluida sin querer en el comando de la derivada. **Maple**: Arroja las expresiones para la derivada de "*f(a)*" y el número crítico: $\frac{1}{2} \frac{-6.96 + 2a}{\sqrt{83.5396 + (3.48 - a)^2}} + \frac{a}{\sqrt{46.24 + a^2}}$ $[[a = 1.484567127]]$ **Miguel**: Se sitúa en la expresión de la derivada y la resuelve de nuevo con la instrucción de "*aislar para a*". **Maple**: Arroja la expresión: $a = 1.484567127$ **Miguel**: Borra esta última expresión y la instrucción arrojada por Maple. **Miguel**: Borra el mensaje de advertencia arrojado por Maple cuando presiona sin querer algún juego de teclas que convierte la expresión "*L(0)*" en un operador matemático y también esta expresión escrita por él. **Miguel**: Escribe la expresión "*L(0)*" una vez más. **Maple**: Arroja la misma expresión "*L(0)*". **Miguel**: Borra una vez más la expresión "*L(0)*" escrita por él y escribe "*f(0)*". **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{83.5396 + (3.48 - a)^2} + \sqrt{46.24 + a^2}$ **Miguel**: Escribe la expresión "*f(3.48)*". **Maple**: Arroja la misma expresión arrojada para "*f(0)*": $\sqrt{83.5396 + (3.48 - a)^2} + \sqrt{46.24 + a^2}$ **Miguel**: Se sitúa en la expresión arrojada por Maple para "*f(0)*" y selecciona la opción "*resolver para a*".

	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple: Arroja solamente unos paréntesis cuadrados vacíos "*[ ]*". **Miguel**: Repite la acción anterior pero ahora situándose en la expresión arrojada por Maple para "*f(3.48)".* **Maple**: Arroja exactamente lo mismo "*[ ]*". **Miguel**: Modifica la expresión "*f(0)*" por "*f(a)*" y presiona ENTER. **Maple**: Sigue arrojando la misma expresión arrojada con anterioridad para "*f(0)*". **Miguel**: Resuelve esta expresión con la opción "*resolver para a*". **Maple**: Arroja los mismos paréntesis cuadrados vacíos.
30	1:30:50.3 - 1:31:03.5	**FASE 3** **Miguel**: Corrige la definición de la función "*f(z)*" cambiando la variable "z" por "*a*" y la define de nuevo. **Maple**: Arroja la definición para "*f(a)*": $a \rightarrow y(a) + x(a)$
31	1:31:03.6 - 1:32:58.6	**FASE 4** **Miguel**: Borra dos de los paréntesis arrojados como resultado de resolver "*f(a)*". **Miguel**: Selecciona de los comandos rápidos que ofrece Maple mediante íconos en la barra de herramientas, el comando "*Ejecutar toda la hoja de trabajo* (***!!!***)". **Maple**: Redefine funciones y recalcula valores y ahora arroja para "*f(0)*" y "*f(3.48)*" los valores: 16.58008180 y 16.77874335 **Miguel**: Borra el último paréntesis cuadrado vacío arrojado por Maple. **Miguel**: Escribe de nuevo "*f(a)*". **Maple**: Arroja de nuevo la expresión: $\sqrt{83.5396 + (3.48 - a)^2} + \sqrt{46.24 + a^2}$ **Miguel**: Corrige y ahora escribe "*f(1.484567127)*". **Maple**: Arroja el valor: 16.31545280 COMENTARIO: Por fin Miguel logra evaluar el modelo en los extremos del intervalo y en el número crítico.
32	1:32:58.7 - 1:35:07.7	**FASE 5** Inicio de la quinta fase **Miguel**: Se sitúa en el apartado de la interpretación de la solución. Actividad 5.1 Interpretación gráfica y analítica de la solución. **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Escribe el comando "*plot*", pero se le olvida escribir un paréntesis derecho: $plot(f(a), a = 0\,..3.48$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y misma expresión enmarcada en una línea punteada roja: $plot(f(a), a = 0\,..3.48$ **Miguel**: Completa los paréntesis. **Maple**: Arroja la gráfica del modelo matemático:

	Periodo de tiempo	Contenido
		
33	1:35:07.8 - 1:36:28.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 2 de Miguel. **Miguel**: Se sitúa en el apartado de relacionar las soluciones del problema y recorre su cuaderno de trabajo pero no realiza ninguna acción de esta actividad.
34	1:36:28.9 - 1:40:38.1	**FASE 7** **Miguel**: Se sitúa en el apartado del informe y escribe: "*Se realizan operaciones para encontrar los mínimos de dicha función, encontrando el problema y las ecuaciones para modelar el problema en función de una sola variable, seguidamente derivamos la función y la igualamos a cero para hallar los puntos críticos.* *Los puntos críticos para encontrar el mínimo posible.*"
35	1:40:38.2 - 1:42:54.0	**FIN DE SESIÓN** **Miguel**: Hace el respaldo de su cuaderno de trabajo. Fin de la grabación de la Sesión 2 de Miguel: 9:01 A.M.

Julia - Transcripción - Sesión 3

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:28.4	**INICIO DE SESIÓN** **PARTE I, SESIÓN 3** Sesión 3 de Julia Inicio de la tercera sesión, segunda sesión de resolución de problemas Julia: Se registra las 7:13 A.M. como hora de inicio de grabación de vídeo Camtasia Julia: En función de las instrucciones proporcionadas por el docente, procede a abrir en su ordenador desde la carpeta UGR, el cuaderno de trabajo en formato Maple resuelto por el docente hasta la Fase 5
2	0:28.5 - 0:54.5	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Procede a recorrer rápidamente las FASES 1, 2 y 3
3	0:54.6 - 1:07.3	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Se detiene en la FASE 4, tal vez analizando la retroalimentación que al mismo tiempo está dando el docente en su recorrido a través de las FASES 1 a 4
4	1:07.4 - 1:46.2	**RETROALIMENTACIÓN** Tiempo de espera 1 de la Sesión 3 de Julia (Fase de retroalimentación) Julia: Tiempo de espera, se detiene, tal vez esperando instrucciones para continuar trabajando en el cuaderno de trabajo a partir de la Fase 6
5	1:46.3 - 1:56.4	**RETROALIMENTACIÓN** FASE 1 Julia: Visualiza las actividades de la primera fase, tal vez siguiendo la explicación del docente ACTIVIDADES 1.3 y 1.4 Julia: En particular, se detiene más tiempo visualizando el dibujo esquemático y la definición de variables (actividades previas realizadas por el docente y que sirvieron para la retroalimentación de la sesión anterior, como parte del recordatorio de los acuerdos de la puesta en común de las Fases de la 1 a la 5)
6	1:56.5 - 2:08.8	**RETROALIMENTACIÓN** FASE 2: ACTIVIDADES 2.1 y 2.2 Julia: Visualiza las actividades corresondientes a la definición de variables y a las suposiciones
7	2:08.9 - 4:37.4	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Tiempo de espera, tal vez escuchando la explicación del docente
8	4:37.5 - 5:53.7	**RETROALIMENTACIÓN** FASE 3: ACTIVIDAD 3.1 Julia: Se detiene visualizando la formulación del problema y tal vez escuchando el recordatorio del docente
9	5:53.8 - 6:30.5	**RETROALIMENTACIÓN** FASE 4 Julia: Recorre la Fase 4 y se detiene visualizando la aplicación del criterio de extremos para intervalos cerrados y la solución del problema.

	Periodo de tiempo	Contenido
10	6:30.6 - 9:56.6	**RETROALIMENTACIÓN** FASE 5 Julia: Recorre la Fase 5, deteniéndose en la visualización de la gráfica y luego en la interpretación gráfica y analítica de la solución. Julia: Visualiza la relación entre la solución gráfica y analítica
11	9:56.7 - 10:13.5	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Espera instrucciones del docente
12	10:13.6 - 10:43.5	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Visualiza las Fases 3, 4 y 5
13	10:43.6 - 13:04.8	**RETROALIMENTACIÓN** Julia: Procede a guardar el cuaderno de trabajo proporcionado por el docente resuelto hasta la Fase 5 mediante las instrucciones correspondientes: nombre alumno + fecha de hoy. Por ejemplo, en el caso de Julia: ApPaterno_ApMaterno_Julia_22092011 Julia: Espera instrucciones del docente para continuar con el proceso
14	13:04.9 - 15:49.4	**FASE 6** Julia: Inicia la Fase 6. Verificar la solución Julia: Tiempo de espera, tal vez escuchando al docente ACTIVIDAD 6.1 Julia: Inicia la Actividad 6.1 Confirmación de que la solución cumple con los requisitos impuestos en el problema, es decir, con las condiciones iniciales, escrubiendo: "Sí cumple con las condiciones iniciales, ya que se trataba de encontrar la cantidad mínima de tubería, ya que cuando x = 1.485, el valor de L = 16.32, el cual es el valor mínimo de la función en el intervalo cerrado establecido, al igual que se puede verificar en la gráfica de la función.
15	15:49.5 - 20:01.2	**FASE 6** ACTIVIDAD 6.2 Julia: Inicia la Actividad 6.2 Identificación de las limitaciones del modelo, escribiendo: "La limitación que pudo haber, es que al principio se supuso que los ángulos formados entre los pueblos, eran rectos, y en la vida real esto no siempre se cumple, y en específico en este problema, no son rectos. No se consideró la pendiente del terreno."
16	20:01.3 - 20:30.2	**FASE 6** Julia: Regresa a visualizar el dibujo esquemático
17	20:30.3 - 21:54.8	**FASE 6** ACTIVIDAD 6.2 Julia: Continúa con la Actividad 6.2, terminando de redactar: "Se hizo la suposición de que la planta se va a situar en la carretera que une a Homún y a Cuzamá, despreciando el desfase que ésta pueda tener hacia atrás" Julia: Hace un respaldo de su archivo antes de iniciar con la Fase 7
18	21:54.9 - 24:36.5	**FASE 7** Julia: Inicia la Fase 7 coorespondiente al reporte. Cabe mencionar que en su sesión anterior Julia redacto un pequeño informe que viene reflejado en la transcripción de su vídeo de Camtasia.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Julia: Escribe: "La resolución del problema consistió en encontrar la mínima cantidad de tubería que una a la planta con dos pueblos, esto se puede encontrar utilizando la optimización. En este caso..."
19	24:36.6 - 24:51.7	**FASE 7** Julia: Retorna a la visualización de las Fases 2 y 3
20	24:51.8 - 26:13.7	**FASE 7** Julia: Continúa con la Fase 7 y espera Julia: Regresa a visualizar la Fase 5 (Relación entre la representación gráfica y analítica), más bien para recordar el valor de la solución y continúa escribiendo: "...la distancia que debe de haber entre la planta y Cuzamá es de 1.48 km..."
21	26:13.8 - 26:26.0	**FASE 7** Julia: Retorna a la visualización de la gráfica y de las interpretaciones gráfica y analítica de la solución al problema, es decir, a parte de las actividades de la Fase 5 Julia: También retorna al dibujo esquemático (Actividad 1.4 de la Fase 1) Julia: También retorna a la Fase 2 (Definir variables y hacer suposiciones)
22	26:26.1 - 27:35.2	**FASE 7** Julia: Recorre rápidamente las Fase 3 y 4 y se detiene en la solución del problema Julia: Retorna al informe, es decir a la Fase 7 y continúa escribiendo el reporte: "...Utilizando así 16.32 km de tubería"
23	27:35.3 - 37:56.2	**FASE 8** **PARTE II, SESIÓN 3** Julia: Procede a iniciar la Fase 8. Redefinir el problema Caso 1. ¿Qué pasaría si se consideran los ángulos reales entre las poblaciones? **FASE 1** dentro de la **FASE 8** ACTIVIDAD 1.4 Julia: Inicia la elaboración de su dibujo esquemático mediante la opción de dibujo de Maple Julia: Sitúa todas las poblaciones y las distancias entre poblaciones proporcionadas por el docente
24	37:56.3 - 39:44.5	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la **FASE 8** Julia: Escribe "a : = 6.8" y luego lo borra. Julia: Inicia definiendo sus ecuaciones secundarias, haciendo un recorrido por la resolución del problema con ángulos rectos, se pasa de modo "Texto" a modo "Matemática" en Maple y después escribe la ley de cosenos: "c^2=a^2+b^2- 2ab Cos C" Julia: Presiona ENTER y Maple define la identidad escrita con anterioridad
25	39:44.6 - 48:07.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 3 de Julia dentro de la FASE 8 Julia: Escribe "a : = 6", borra lo escrito y continúa esperando.
26	48:07.2 - 50:53.4	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 8**

	Periodo de tiempo	Contenido
		FASE 3 dentro de la **FASE 8** Julia: sustituye los valores de las distancias entre poblaciones para hallar el valor real del ángulo entre las poblaciones de Xucú, Cuzamá y Homún, escribiendo en modo "Matemática": "(7.67)^2 = (6.8^2) + (3.48)^2-2(6.8" corrige la ley de cosenos, colocando el ángulo entre paréntesis y continúa definiendo la identidad ") (3.48) Cos (C)" Julia: Presiona ENTER y Maple define la identidad Julia: Se sitúa al final de la última identidad, y selecciona la opción: Resolver/Resolver para la variable C, mediante el menú contextual de Maple, que arroja un valor extraño. Julia: Corrige la última identidad, situando el primer índice fuera del paréntesis y repite la operación (selecciona resolver para C mediante el menú contextual). Maple vuelve a arrojar el mismo valor extraño Julia: Borra esos dos valores extraños idénticos y la opción que aparece de "resolver para C" mediante el menú contextual, sitúandose de nuevo al final de la identidad.
27	50:53.5 - 52:13.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 3 de Julia dentro de la FASE 8 Espera instrucciones, aparentemente esperando que le resuelvan sus dudas
28	52:13.8 - 52:23.9	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la F**ASE 8** Julia: Se sitúa de nuevo al final de la identidad y mediante el menú contextual proporciona la opción: Resolver/Aislar Expresión para C. Maple arroja un resultado a manera de una identidad simplificada.
29	52:23.9 - 54:28.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 3 de Julia dentro de la FASE 8
30	54:28.1 - 55:58.8	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la F**ASE 8** Julia: Continúa hallando los ángulos reales Julia: Regresa a la primera identidad definida (Ley de cosenos en términos de variables) y corrige la función "coseno" definiéndola a través de la paleta de expresiones que ofrece Maple. Realiza la misma operación con la segunda identidad. Julia: Se sitúa al final de la segunda identidad y mediante la opción de Maple del menú contextual: Resolver/Obtener Soluciones para "c" encuentra el valor del ángulo entre las poblaciones de Xucú, Cuzamá y Homún Maple: Ofrece como soluciones para el ángulo c, un único valor: 1.580906793
31	55:58.9 - 1:05:40.9	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 2 dentro de la FASE 8 Julia: Tiempo de espera
32	1:05:40.9 - 1:17:18.2	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la FASE 8 Julia: Procede al cálculo del ángulo entre las poblaciones de Cuzamá, Homún y Hocabá siguiendo el mismo procedimiento aplicado para el cálculo del primer ángulo. Julia: Sustituye valores de las distancias correspondientes

	Periodo de tiempo	Contenido
		siguiendo la ley de cosenos, escribiendo: "(10.85)^2 = (9.14)^2 + (3.48)^2 - 2 (9.14) (3.48) cos (c)" Julia: Borra lo escrito y procede a convertir a grados el ángulo anteriormente calculado (en función de los comentarios realizados por el docente: "Recuerden que por omisión, en un software el valor de los ángulos se obtiene en radianes y por consiguiente también lo debemos proporcionar en radianes" Julia: Convierte el ángulo de 1.58 radianes obtenido con anterioridad a grados, multiplicando por 180º y dividiendo entre el valor de "pi =3.1416", obteniendo un valor del ángulo de: 90.57928702º Julia: Ahora sí procede a realizar el mismo procedimiento para el otro ángulo ("b") y obtiene los siguientes valores: b = 1.811699701 radianes = 103.8027466º Julia: Corrige una distancia mal sustituida, es decir, 9.14 en lugar de 9.48 en la ley de cosenos para el segundo ángulo, resuelve de nuevo para el ángulo "b" y obtiene: b = 1.925138335 radianes = 110.3023016º **COMENTARIO:** No era necesario realizar la conversión de radianes a grados, debido a que para los cálculos el ángulo estaba inmerso dentro de una función trigonométrica. Solamente hay que tener en cuenta que para un CAS la unidad de los ángulos por omisión es el radián.
33	1:17:18.2 - 1:23:35.1	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la FASE 8 Julia: Inserta una subsección y procede a formular el problema por partes, comienza a definir las ecuaciones, pero al final decide insertarlas en la sección donde había calculado los valores de los ángulos reales entre las poblaciones, definiendo L1(x) y L2(x), utilizando el Teorema de Pitágoras y los ángulos en grados calculados con anterioridad. Julia: Define el modelo matemático en Maple, escribiendo: "L(x) : = L1(x) + L2(x)" y luego selecciona en Maple la opción de definición de función.
34	1:23:35.1 - 1:25:39.7	**FASE 8** **FASE 4** dentro de la **FASE 8** Julia: Escribe L(x) y mediante el menú contextual de Maple obtiene la derivada del modelo matemático del problema con ángulos reales Julia: Copia y pega la derivada y la iguala a CERO y mediante el menú contextual resuelve la ecuación para obtener los números críticos, obteniendo como resultado: **x = 3.532755843**
35	1:25:39.7 - 1:29:20.4	**DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** **FASE 8** **FASE 4** dentro de la **FASE 8** Julia: Identifica los valores que definen la solución, escribiendo: *"La distancia que debe de haber entre la planta potabilizadora y Cuzamá es de 3.532755843 Km*" Julia: Procede a evaluar mediante Maple el modelo matemático en el número crítico obtenido y cuya evaluación es = 19.10286254 y escribe: "*Entonces la cantidad mínima de tubería con estas condiciones es de 19.10286254 km*"

	Periodo de tiempo	Contenido
		COMENTARIOS: Es conveniente señalar en este momento que Julia asume que la solución del problema se está dando en el número crítico obtenido, sin proceder a verificar que posiblemente la cantidad mínima de tubería se pudiera dar en los extremos del intervalo, es decir, cuando x = 0, o bien cuando x = 3.48. La distancia que Julia está obteniendo se encuentra fuera de la distancia entre Cuzamá y Homún Julia: Respalda su archivo de Maple
36	1:29:20.4 - 1:30:57.1	**FASE 8** **FASE 3** dentro de la **FASE 8** Julia: Abre un nueva hoja en blanco, copiando en esta nueva hoja todas las identidades y las ecuaciones definidas en el archivo anterior, así como también todos los resultados obtenidos, es decir, copia desde la definición general de la ley de cosenos hasta la evaluación del modelo matemático en el número crítico obtenido. **COMENTARIOS**: El propósito de Julia es redefinir la formulación del problema cambiando los ángulos en la unidad por omisión, es decir, en lugar de poner los ángulos en grados los cambia a su valor en radianes Julia: Define de nuevo en Maple sus ecuaciones auxiliares.
37	1:30:57.1 - 1:32:20.5	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 8** **FASE 3** dentro de la **FASE 8** Julia: Borra las expresiones y los valores obtenidos con los ángulos en grados, pero se le olvida redefinir la ecuación primaria (el modelo matemático), lo que no le permite obtener la expresión que define la derivada. Julia: Redefine en Maple el modelo matemático.
38	1:32:20.5 - 1:35:00.5	**FASE 8** **FASE 4** dentro de la **FASE 8** Julia: Después de redefinir L(x), obtiene la expresión correcta para la derivada, la iguala a CERO y obtiene de nuevo su número crítico, ahora con un valor de **x = 2.903846679** Julia: Escribe: "*La distancia que debe haber entre Cuzamá y la planta es de 2.9 Km*" **DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** **COMENTARIOS:** Julia comete de nuevo el error de asumir sin verificar que el mínimo se da en el número crítico. Posiblemente lo que la llevó de nuevo a realizar los cálculos fue que el número crítico estaba fuera del rango [0 , 3.48], pero nunca consideró la posiblidad de que la solución pudiera estar en x = 0 o bien en x = 3.48. Julia: Evalúa de nuevo el modelo matemático con la ayuda de Maple en el número crítico x = 2.9, obteniendo el valor de 16.77655250 y escribe: "*La cantidad mínima de tubería es de 16.78 Km*"
39	1:35:00.5 - 1:37:14.6	**FASE 8** **FASE 5** dentro de la **FASE 8** Julia: Retorna a la primera hoja de Maple y borra la subsección creada e inicia el proceso de elaboración de la gráfica del modelo matemático con la instrucción "Plot" comenzando a escribir:

	Periodo de tiempo	Contenido
		"*Plot(L(x),x="* Julia: Parece que para determinar el rango de graficación, realiza una visualización de la formulación del modelo y resolución del problema tanto en la primera hoja como en la segunda hoja, pero al final borra lo escrito y pasa a visualizar el siguiente caso de la Fase 8
40	1:37:14.7 - 1:41:56.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 3 dentro de la FASE 8 Caso 2 ¿Qué pasaría si la planta potabilizadora tiene que abastecer a una población más, es decir, a tres poblaciones? Julia: No realiza ninguna acción en el cuaderno de trabajo
41	1:41:56.1 - 1:43:02.0	**FIN DE SESIÓN** Julia: Procede a hacer respaldo de su cuaderno de trabajo de la Sesión 3, pero como había abierto otra hoja de trabajo de Maple no la puede grabar con el mismo nombre, asi que los últimos cambios no quedan registrados en su archivo de Maple. Julia: Detiene el vídeo de Camtasia a las 8:56 A.M.

Eduardo - Transcripción - Sesión 3

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:14.9	**INICIO DE SESIÓN** Sesión 3 de Eduardo Eduardo: Registra en su video de Camtasia las 7:13 A.M. como inicio de sesión Eduardo: Siguiendo instrucciones del docente, abre el cuaderno de trabajo de la Sesión 3 (Cuaderno de trabajo resuelto hasta la Fase 5 para el problema de la planta potabilizadora considerando ángulos rectos entre las poblaciones)
2	0:15.0 - 12:40.6	**RETROALIMENTACIÓN** Retroalimentación Sesión anterior por parte del docente A partir de 2:10.0 se detiene en el enunciado del problema visualizando el enunciado gráfico también...hasta 4:05 Eduardo: Se detiene en la formulacion y luego se detiene en la fase de resolución del problema. Eduardo: Se detiene en la fase de interpretación siguiendo la retroalimentación por parte del docente. Eduardo: Procede a hacer el respaldo del cuaderno de trabajo según instrucciones del docente...de las 6:07 a las 6:45 Eduardo: Sigue recorriendo las fases siguiendo la retroalimentación del docente.
3	12:40.7 - 21:41.0	**FASE 6** Eduardo: Inicia la Fase 6. Verificar la solución Breve tiempo de espera esperando instrucciones del docente Eduardo: Visualiza las interpretaciones gráfica y análitica Eduardo: Escribe en el apartado de verificación que la solución cumple con las condiciones iniciales: "Si cumple con las condiciones iniciales, ya que el valor de L es el mínimo posible" Eduardo: Procede a agrandar el tamaño de la fuente de la descripción anterior a 14 puntos y le cambia el color (azul). Eduardo: Describe las limitaciones de la solución obtenida, escribiendo: "En realidad no se tienen ángulos rectos, los ángulos reales entre las poblaciones no son rectos. Eduardo: Procede a corregir la descripción anterior: "Los ángulos reales entre las poblaciones no son rectos" "La pendientre del terreno" Eduardo: Agranda el tamaño de la fuente y modifica el color a azul
4	21:41.1 - 28:05.3	**FASE 7** Eduardo: Escribe el reporte, visualizando el dibujo esquemático y la solución: "Se encontró que L=w+g, es la distancia mínima de la planta a la población de Xucu y de la planta a la población de Hocabá. Con esto tenemos que la distancia total de la tubería es de 16.31 km, y a la vez esa distancia es la mínima posible." Eduardo: Cambia el color y el tamaño de la fuente del informe. Eduardo: Borra lo escrito y corrige el reporte, escribiendo: "Se encontró que la distancia mínima favorable para el proyecto es a 1.48 km de la población de Cuzamá."

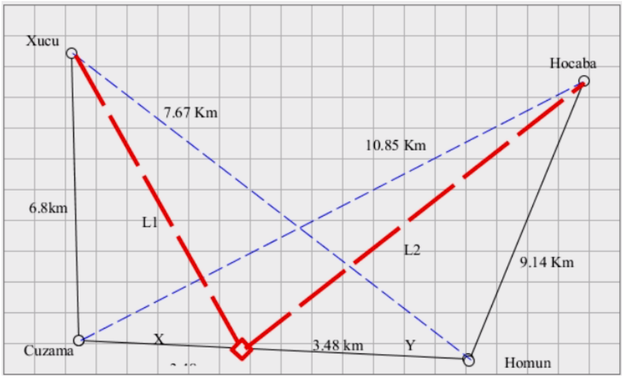
	Periodo de tiempo	Contenido
		Erk: Modifica el tamaño y el color de la fuente del informe.
5	28:05.4 - 38:25.8	**FASE 8** Inicio de la Fase 8. Redefinir el problema Eduardo: Inicia el dibujo esquemático correspondiente al caso de la planta potabilizadora considerando ángulos reales entre poblaciones (Caso 1) **FASE 1 dentro de la FASE 8** Actividad 1.4 Eduardo: Inicia la elaboración de su dibujo esquemático mediante Maple. Eduardo: Sitúa en su dibujo las cuatro poblaciones y las distancias entre poblaciones. Eduardo: Sitúa las distancias entre la planta y las poblaciones a surtir. Eduardo: Sitúa distancias entre poblaciones opuestas con línea punteada. Eduardo: Borra las distancias de la planta a las poblaciones a surtir, pero las dibuja de nuevo. Eduardo: Procede a identificar las poblaciones en su dibujo, así como a situar los valores de las distancias conocidas y también sitúa las variables "x" e "y" en su dibujo. Eduardo: Nombra "1.2" al triángulo formado por la planta, Homún y Hocabá y "1.1" al triángulo formado por la planta, Cuzamá y Xucú. ...hasta 38:25
6	38:25.9 - 44:37.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 3, Parte II de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente
7	44:37.3 - 49:23.2	**FASE 8** Eduardo: Inicia el cálculo de ángulos reales entre poblaciones. **FASE 3 dentro de la FASE 8** Actividad 3.1 Eduardo: Procede a calcular el ángulo del triángulo "1.1" (Xucú - Cuzamá -Homún) Eduardo: Inicia definiendo sus ecuaciones secundarias par el cálculo de los ámgulos reales entre las poblaciones mediante la Ley de Cosenos, escribiendo: "(7.67)^2 = (6.8)^2 + (3.48)^2 - (6.8) (3.48) (cos) (c)" **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Maple arroja un mensaje de error "Error,potencia inválida", señalando el exponente de "7.67" como error Eduardo: Borra la última expresión arrojada por Maple y el mensaje de error. Eduardo: Corrige la expresión de la ley de cosenos escribiendo "(cos C)" en lugar de "(cos) (c)", pero Maple despliega el mismo mensaje de error anterior: "Error,potencia inválida". Eduardo: Borra de nuevo la expresión y el mensaje de error e intenta con la opción del menú contextual "Evaluar y mostrar en línea" Maple sigue desplegando el mismo mensaje de error: "Error,potencia inválida", y señalando el mismo error. Eduardo: Procede a corregir la expresión eliminando el símbolo "^"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple arroja una expresión aparentemente válida. Eduardo: Incluye el factor "2" en la expresión que le estaba haciendo falta en la Ley de Cosenos Eduardo: Resuelve mediante el menú contextual y la opción "Resolver / Aislar expresión para / C" Maple arroja una expresión en términos de la variable "cos" Eduardo: Intenta resolver de igual manera, pero ahora aisla expresión para cos Maple no proporciona resultado alguno.
8	49:23.3 - 50:47.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 3 Parte II de Eduardo
9	50:47.8 - 51:09.5	**FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Hace varios arreglos algebraicos en la expresión de la Ley de cosenos, pero sin obtener lo esperado. No se percata que el argumento de la función coseno debe ir entre paréntesis
10	51:09.6 - 53:25.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 3 Parte II de Eduardo
11	53:25.5 - 53:43.3	**FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** Eduardo: Intenta calcular ahora el ángulo para el triángulo "1.2" (Cuzamá - Homún - Hocabá), sustituyendo los valores correspondientes en la Ley de Cosenos, pero tampoco obtiene valor alguno.
12	53:43.4 - 56:16.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 3 Parte II de Eduardo
13	56:16.7 - 1:02:00.5	**FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** Eduardo: Borra la expresión de la Ley de Cosenos y la escribe de otra manera par encontrar el valor de los ángulos reales entre poblaciones: "C= arcos (1/2) ((-7.67^2+6.8^2+3.48^2) /(6.8 (3.48)))" Maple arroja el valor del ángulo en radianes: "C = 1.580906793" Eduardo: Escribe: "En grados" Eduardo: Procede a hacer la conversión de radianes a grados: C:= "(1.580906793) (180) / 3.141" Maple arroja el valor: "90.59637781"
14	1:02:00.6 - 1:03:00.0	**FASE 8** **FASE 1 dentro de la FASE 8** Eduardo: Mejora su dibujo esquemático situando el ángulo real entre las poblaciones de Xucú - Cuzamá - Homún, escribiendo "90.596"
15	1:03:00.1 - 1:03:11.1	**FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** Eduardo: Completa el valor numérico de "pi" a "3.1416" y recalcula el valor del ángulo, obteniendo: Maple arroja el valor de: "90.57907522"
16	1:03:11.2 - 1:03:37.7	**FASE 8** **FASE 1 dentro de la FASE 8** Eduardo: Corrige el valor en su dibujo esquemático
17	1:03:37.8 - 1:05:33.4	**FASE 8**

	Periodo de tiempo	Contenido
		FASE 3 dentro de la FASE 8 Eduardo: Concluye, escribiendo: "Los ángulos reales son: Xucú-Cuzamá-Homún = 90.58º Cuzamá- Homún-Hocabá = 110.3º" COMENTARIOS: El valor del angulo entre Cuzamá - Homún - Hocabá no lo calcula Eduardo sino más bien lo obtuvo de la puesta en común por parte del docente.
18	1:05:33.5 - 1:13:40.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 3 Parte II de Eduardo Eduardo: Recorre el procedimiento realizado para el problema con ángulos rectos entre las poblaciones.
19	1:13:40.9 - 1:14:20.1	**FASE 8** **FASE 4 dentro de la FASE 8** Eduardo: Durante el tiempo 1:13:40 inicia escribiendo lo que aparentemente representará la solución al problema del Caso 1 de la Fase 8. Eduardo: Escribe "3.53"
20	1:14:20.2 - 1:14:30.4	**FASE 7 (Sesión 3 Parte I)** Eduardo: Regresa a la Fase 7 del problema anterior para cambiar a fuente itálica el informe.
21	1:14:30.5 - 1:14:50.7	**FASE 6 (Sesión 3 Parte I)** Eduardo: Cambia a fuente itálica lo descrito durante la Fase 6 de la primera parte de la tercera sesión. **COMENTARIOS**: Eduardo no establece la fórmula matemática que representa el modelo y por consiguiente tampoco resuelve el problema. El valor de la solución seguramente la toma de las puestas en común por parte del docente.
22	1:14:50.8 - 1:38:41.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 3 Parte II de Eduardo Eduardo: Se detienen visualizando las fases 6 y 7 de la parte I de la tercera sesión. Eduardo: Visualiza el dibujo esquemático del Caso 1 de la Fase 8 y las operaciones realizadas hasta el momento y se detiene aquí durante aproximadamente 18 minutos
23	1:38:41.9 - 1:39:57.8	**FASE 8** **FASE 4 dentro de la FASE 8** Eduardo: Continúa escribiendo la identificación de valores que resuelven el problema del Caso 1 de la Fase 8: "sería la medida total de la tubería, si estuviesemos tomando en cuenta ángulos reales." Eduardo: Completa la frase escrita, aumentanto "km" despues del valor numérico (3.53) Eduardo: Modifica el tamaño, tipo y color de la fuente...hasta 1:39:57
24	1:39:57.8 - 1:41:07.0	**FIN DE SESIÓN** Eduardo: hace el respaldo de su cuaderno de trabajo Fin de grabación: 8:54 A.M.

Miguel – Transcripción - Sesión 3

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.1 - 2:15.2	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de grabación de la Sesión 3 (22 septiembre 2011) de Miguel: 7:14 A.M. **Miguel**: Abre el archivo del cuaderno de trabajo electrónico correspondiente a la sesión 3 y lo copia a su ordenador personal en la carpeta UGR según instrucciones proporcionadas.
2	2:15.3 - 6:58.6	**RETROALIMENTACIÓN Fases 1 a 5** **Miguel**: Realiza un recorrido rápido por el cuaderno de trabajo. **Miguel**: Escucha la retroalimentación del investigador-docente de las fases 1 a 4 pero sin seguirla a través del cuaderno de trabajo electrónico.
3	6:58.7 - 8:38.4	**Uso de la tecnología** **Miguel**: Procede a respaldar el cuaderno de trabajo según instrucciones (nombre y fecha de la sesión).
4	8:38.5 - 14:00.8	**RETROALIMENTACIÓN Fases 1 a 5** **Miguel**: Continúa escuchando la retroalimentación del investigador-docente ahora visualizando la gráfica de la quinta fase y la interpretación de las soluciones. **Miguel**: Se sitúa en el apartado de la sexta fase (verificar la solución). **Miguel**: Recorre el cuaderno de trabajo electrónico resuelto hasta la quinta fase siguiendo la retroalimentación.
5	14:00.9 - 22:28.1	**FASE 6** **Sesión 3 Parte I** Actividad 6.1 Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales **Miguel**: Escribe en el apartado de la Actividad 6.1 "*Es posible verificar esto, gracias a que la gráfica presenta un mínimo en este punto, pues la gráfica es decreciente de -infinito a 1.485 y de 1.485 a infinito es creciente.*" Actividad 6.2 Identificar limitaciones de la solución **Miguel**: Escribe en el apartado de la Actividad 6.2: "*La suposición inicial que hicimos fue tomar como ángulos rectos las distancias entre las poblaciones, sabiendo que en la vida real no es de este modo.* *Otra consideración podría ser el relieve del suelo, pues es factor fundamental en la cantidad de material que se va a utilizar.* *La planta potabilizadora está situada sobre la línea de la carretera, cuando no necesariamente debe ser de esta forma.*"
6	22:28.1 - 27:30.7	**FASE 7** **Sesión 3 Parte I** **Miguel**: Escribe en el apartado del informe: "*Suponiendo que las limitaciones se desprecian y que la planta potabilizadora de agua se debe localizar sobre la línea de la carretera entre las poblaciones de*" **Miguel**: Visualiza el nombre de las poblaciones y continúa escribiendo: "*Homún y Cuzamá, entonces*" **Miguel**: Copia y pega el número crítico hallado, continuando con su informe:

	Periodo de tiempo	Contenido
		“*la planta se deberá de localizar a 1.484567127 km para que se use la mínima cantidad de tubería.* *De este modo la planta potabilizadora s redituable.*”
7	27:30.7 - 30:05.2	**FASE 1 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** Actividad 1.3 Dibujo esquemático **Miguel**: Selecciona la opción de Maple “Insertar/Cuadriculada”. **Maple**: Arroja la cuadrícula para dibujo.
8	30:05.3 - 31:33.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 3 Parte II de Miguel **Miguel**: Posiblemente espera la puesta en común del dibujo esquemático.
9	31:33.3 - 40:38.6	**FASE 1 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Se guía del dibujo esquemático de la puesta en común para elaborar el suyo. **Miguel**: Primero dibuja líneas con extremos en círculos para representar sus poblaciones. **Miguel**: Escribe y sitúa los nombres de las cuatro poblaciones (Xucú, Cuzamá, Hocabá y Homún). **Miguel**: Une con línea punteada en azul las distancias entre las poblaciones de Xucú y Homún y entre las poblaciones de Cuzamá y Hocabá. **Miguel**: Traza con línea roja punteada las distancias entre la población de Xucú y la planta y entre la planta y Hocabá. **Miguel**: Sitúa las distancias constantes enre Xucú y Cuzamá (6.8 km), entre Homún y Hocabá (9.14 km) y entre Cuzamá y Homún (3.48 km). **Miguel**: Sitúa las distancias constantes entre Cuzamá y Homún (10.85 km) y entre Xucú y Homún (7.67 km). **Miguel**: Sitúa las variables “*L2*” (planta a Hocabá) y “*L1*” (planta a Xucú) en las diagonales trazadas con línea punteada roja. **Miguel**: Sitúa las variables “*X*” (Cuzamá a la planta) e “*Y*” (planta a Homún). **Miguel**: Realiza un dibujo esquemático semejante al de la puesta en común, obteniendo:  **Miguel**: Hace el respaldo de su cuaderno de trabajo electrónico.
10	40:38.7 - 46:56.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 3 Parte II de Miguel. **Miguel**: Espera instrucciones del investigador-docente.
11	46:56.5 - 59:17.6	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II**

Periodo de tiempo	Contenido
	Inicio de la Actividad 3.1 Formulación del problema matemático. **Miguel**: Procede a realizar el procedimiento para el cálculo de los ángulos reales entre las poblaciones. **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Escribe la fórmula general de la Ley de Cosenos auxiliándose de la paleta de expresiones para escribir la función coseno, obteniendo la expresión: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,abcos(c)$ **Maple**: Arroja la misma expresión: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos(c)$ COMENTARIO: Miguel no se percata que nombra con la misma variable a un lado del triángulo y al ángulo opuesto (con la variable “*c*” minúscula). **Miguel**: Copia y pega la expresión escrita para la Ley de Cosenos y procede a sustituir las variables por los valores constantes correspondientes para calcular el ángulo real Xucú-Cuzamá-Homún, obteniendo la expresión: $(7.67)^2 = (6.8)^2 + (3.48)^2 - 2\,(6.8)(\,bcos(c)$ **Miguel**: Borra lo escrito y ahora prefiere definir primero los valores de las variables de la expresión para la Ley de Cosenos, escribiendo: “*a:=6.8*”. **Maple**: Arroja el valor constante: “*6.8*”. **Miguel**: Escribe: “*b:=7.67*”. **Maple**: Arroja el valor constante “*7.67*”. **Miguel**: Corrige la última expresión escrita, modificando la variable “*b*” por la variable “*c*”. **Maple**: Arroja de nuevo el valor constante “*7.67*”. **Miguel**: Escribe: “*b:=3.48*”. **Maple**: Arroja el valor constante “*3.48*”. Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa ahora después de la expresión escrita para la Ley de Cosenos y selecciona del menú contextual la opción “*Resolver/Aislar Expresión para/cos(c)*” **Maple**: Arroja la instrucción “*aislar para cos(c)*” y el mensaje de error “Error, (in isolate) 58.8289 = 58.3504 - .3658908988*ab does not contain .1829454494” **Miguel**: Corrige la expresión escrita para la Ley de Cosenos, separando los factores entre paréntesis y obteniendo ahora la expresión: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,(a)(b)(\cos(c))$ **Maple**: Arroja la expresión: $58.8289 = 44.7504$ COMENTARIO: Parece ser que Maple solo estaba realizando la operación “$c^2 = a^2 + b^2 - 2a$”. Para que Maple pudiera calcular lo que Miguel le estaba solicitando era necesario incluir el operador de producto entre los factores variables, es decir, escribir la expresión como “$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)\cdot(b)\cdot(\cos(c))$”. Además, Miguel sigue teniendo el error de nombrar con la misma variable “c” a uno de los lados del triángulo y al

	Periodo de tiempo	Contenido
		ángulo opuesto. El ángulo debió nombrarlo con la "*c*" mayúscula o con otra variable. Error de sintaxis **Miguel**: Repite el procedimiento de situarse después de la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)(\cos(c))$" y seleccionar nuevamente la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/cos(c)*". **Maple**: Arroja de nuevo la instrucción "*aislar para cos(c)*" y el mensaje de error "Error, (in isolate) 58.8289 = 58.3504 -.3658908988*ab does not contain .1829454494". **Miguel**: Borra todo lo escrito y lo arrojado por Maple dejando solamente la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)(\cos(c))$". COMENTARIO: Aunque Miguel haya borrado los valores establecidos para a, b y c, Maple los sigue conservando en la memoria. Error de sintaxis **Miguel**: Por tercera ocasión, resuelve esta expresión mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/cos(c)*". **Maple**: Arroja por tercera vez la instrucción "*aislar para cos(c)*" y el mensaje de error "Error, (in isolate) 58.8289 = 58.3504 -.3658908988*ab does not contain .1829454494" **Miguel**: Elimina los paréntesis del factor "$\cos c$" en la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)(\cos(c))$", obteniendo ahora: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,(a)\,(b)\cos(c)$ **Maple**: Arroja la expresión: $58.8289 = 55.86234189$ COMENTARIO: Ahora Maple está considerando la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2a\cos c$". **Miguel**: Borra el último mensaje de error arrojado por Maple y la instrucción correspondiente, así como también la última expresión arrojada por Maple. **Miguel**: Presiona ENTER después de la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(c)$". **Maple**: Arroja de nuevo la expresión: $58.8289 = 55.86234189$ **Miguel**: Borra esta última expresión arrojada por Maple y presiona de nuevo ENTER después de la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(c)$". **Maple**: Por tercera ocasión arroja la expresión: $58.8289 = 55.86234189$ Error de sintaxis **Miguel**: Por cuarta ocasión repite el procedimiento de "*aislar para cos(c)*" en la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(c)$". **Maple**: Arroja la instrucción y el ahora el mensaje de error "Error, (in isolate) 58.8289 = 55.86234189 does not contain .1829454494"
12	59:17.7 - 1:00:32.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
13	1:00:32.4 - 1:05:28.5	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II**

Periodo de tiempo		Contenido
		Miguel: Copia y pega la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(c)$" y corrige la variable del ángulo con la variable "*C*", obteniendo la expresión: $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,(a)\,(b)\cos(C)$ **Miguel**: Borra la expresión anteriormente definida para la Ley de Cosenos y el último mensaje de error arrojado por Maple y define de nuevo los valores constantes correspondientes a las variables *a*, *b* y *c* de la expresión. **Miguel**: Escribe "$a \coloneqq 6.8$" y presiona ENTER. **Maple**: Arroja el valor constante "6.8". Error de sintaxis **Miguel**: Escribe "b: 0 3.48". **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, operación perdida" y la expresión: $b :\boxed{0\ 3.48}$ **Miguel**: Corrige la expresión, escribiendo ahora "$b \coloneqq 3.48$" y presiona ENTER. **Maple**: Arroja el valor constante "3.48". **Miguel**: Escribe "$c \coloneqq 7.67$" y presiona ENTER. **Maple**: Arroja el valor constante "7.67". Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa después de la expresión "$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos(C)$" y selecciona la opción del menú contextual "*Resolver/Obtener Soluciones para/C*" **Maple**: Arroja la instrucción "*soluciones para C*" y el valor "*1.605987413*". COMENTARIO: Maple está calculando el valor del ángulo C sin tomar en cuenta el factor *b*. Para que Maple considerara este factor, era necesario incluir el operador de producto entre los factores *a* y *b*. El valor del ángulo debe ser "*1.580906793*". **Miguel**: Intenta tal vez obtener el valor del ángulo de la puesta en común y entonces resuelve de nuevo la ecuación anterior pero ahora mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/C*". **Maple**: Arroja la instrucción "*aislar para C*" y el mismo valor "*1.605987413*".
14	1:05:28.6 - 1:06:26.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
15	1:06:26.9 - 1:06:38.5	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Escribe "*Ahora, la respuesta se encuentra en radianes, pasando a grados:*"
16	1:06:38.6 - 1:08:16.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
17	1:08:16.4 - 1:09:50.1	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Procede a convertir el ángulo C a grados escribiendo la expresión: $\alpha = \frac{((C)(180))}{3.14}$ **Maple**: Arroja la expresión:

	Periodo de tiempo	Contenido
		$\alpha = 0.3184713376\, C(180)$ **Miguel**: Añade a la expresión escrita el operador de definición de funciones, obteniendo: $\alpha := \frac{((C)(180))}{3.14}$ **Maple**: Sigue arrojando el mismo valor para α. **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión escribiendo el valor hallado de *C*, obteniendo: $\alpha := \frac{((1.605987413)(180))}{3.14}$ **Maple**: Arroja el valor constante “*92.06297271*” como resultado de convertir el ángulo *C* de radianes a grados.
18	1:09:50.2 - 1:15:58.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 3 Parte II de Miguel. **Miguel**: Visualiza su dibujo esquemático.
19	1:15:58.5 - 1:21:47.7	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Escribe “$Y = 3.48 - x$”. **Maple**: Arroja la misma expresión “$Y = 3.48 - x$”. **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Escribe la expresión para la longitud de tubería de la planta a Xucú, obteniendo: $Ll := \sqrt{(6.8)^2 + X^2 - 2(6.8)xwrewrereererrerre2232434343442111wwsaadre5r35353545466577688635242222}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24 + X^2 - 13.6\, xwrewrereererrerre2232434343442111wwsaadre5r35353545466577688635242222}$ **Miguel**: Corrige la expresión para “*L1*” borrando los caracteres después de la expresión “*2(6.8)*” y completando la expresión, obteniendo: $Ll := \sqrt{(6.8)^2 + X^2 - 2(6.8)(x)\cos(1.605987413)}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24 + X^2 + 0.4784999947\, x}$ **Miguel**: Elimina los dos puntos del operador de definición de funciones: $Ll = \sqrt{(6.8)^2 + X^2 - 2(6.8)(x)\cos(1.605987413)}$ **Maple**: Arroja ahora la expresión: $\sqrt{46.24 + X^2 + 0.4784999947\, x} = \sqrt{46.24 + X^2 + 0.478499}$ **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión, definiendo *L1* como una función en términos de la variable independiente *x*: $Ll(x) = \sqrt{(6.8)^2 + X^2 - 2(6.8)(x)\cos(1.605987413)}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24 + X(x)^2 + 0.4784999947\, x(x)} = \sqrt{46.24 + X^2 + 0.47849}$
20	1:21:47.8 - 1:22:40.1	**FASE 4 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultades en el proceso de modelización**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Dificultades con el uso del Maple **Miguel**: Resuelve la expresión definida para "*Ll(x)*" mediante la opción "*Resolver*/*Resolver*" del menú contextual. **Maple**: Arroja la instrucción "*resolver*" y el mensaje "Advertencia, pueden haberse perdido las soluciones" **Miguel**: Procede a resolver de nuevo la expresión pero ahora mediante la opción "*Resolver/Resolver para la Variable/X*". **Maple**: Arroja la instrucción "*resolver para X*" y la expresión: $\left[\left[X=\left(x\to\frac{1}{100000}\,RootOf(\_Z^2+4784999947\,x(x)-10000000000\right.\right.\right.$ **Miguel**: Borra esta última expresión y el mensaje de advertencia arrojados por Maple.
21	1:22:40.2 - 1:23:08.6	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultades con el uso del Maple** **Miguel**: Corrige la expresión cambiando la "*X*" por la "*x*", obteniendo la expresión: $Ll(x)=\sqrt{(6.8)^2+x^2-2(6.8)(x)\cos(1.605987413)}$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, raíz cuadrada inválida" y la expresión: $Ll(x)=\sqrt{(6.8)^2+x^2-2(6.8)(x)\cos(1.605987413)}$ COMENTARIO: Maple arroja el mensaje de error de raíz cuadrada inválida debido a que hace falta el operador de producto antes de la función coseno, es decir que la expresión anterior debería escribirse como "$L1(x)=\sqrt{(6.8)^2+x^2-2(6.8)(x)\cdot\cos(1.605987413)}$". Para evitar estos errores es conveniente siempre utilizar el operador de producto. **Miguel**: Intenta borrar la última expresión y el mensaje de error arrojados por Maple, pero no lo consigue.
22	1:23:08.7 - 1:24:00.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
23	1:24:00.1 - 1:24:39.4	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Corrige la expresión borrando los espacios en blanco sobrantes y sin querer borra un paréntesis derecho: $Ll(x)=\sqrt{(6.8)^2+x^2-2(6.8)(x)\cos(1.605987413}$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y la expresión: $Ll(x)=\sqrt{(6.8)^2+x^2-2(6.8)(x)\cos(1.605987413}$ **Miguel**: Completa el paréntesis derecho en la expresión y presiona enter. **Maple**: Arroja la expresión: $\sqrt{46.24+X(x)^2+0.4784999947\,x(x)}=\sqrt{46.24+x^2+0.47849}$
24	1:24:39.5 - 1:26:07.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.

Periodo de tiempo		Contenido
		Miguel: Intenta calcular el valor del otro ángulo real, pero solamente escribe φ y luego borra el nombre del ángulo. **Miguel**: Visualiza varias veces su dibujo esquemático.
25	1:26:07.4 - 1:31:02.4	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Inicia escribiendo la expresión para la longitud de la tubería de la planta a Hocabá, "*L2(x)* =" y corrige el nombre de la función anterior que define la longitud de la tubería de la planta a Xucú, de "*Ll(x)*" a "*L(x)*". **Maple**: Arroja la expresión: $L(x) = \sqrt{46.24 + x^2 + 0.4784999947\,x}$ **Miguel**: Continúa escribiendo la expresión para "*L2(x)*" auxiliándose de su dibujo esquemático, obteniendo: $L2(x) = \sqrt{(9.14)^2 + (3.48 - x)^2 - 2(9.14)(3.48 - x)\cos(a)}$ COMENTARIO: Miguel se percata que le falta calcular el valor del otro ángulo real entre las poblaciones de Cuzamá-Homún-Hocabá. **Miguel**: Define ahora los valores constantes para calcular el otro ángulo, visualizando su dibujo esquemático. **Miguel**: Escribe "$d = 10.85$" y presiona ENTER. Maple: Arroja la misma expresión "$d = 10.85$". **Miguel**: Corrige la expresión anterior incluyendo el operador de definición de funciones "$d \coloneqq 10.85$", pero se le olvida presionar ENTER. **Miguel**: Escribe "$e \coloneqq 9.14$".
26	1:31:02.5 - 1:32:30.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
27	1:32:30.9 - 1:39:30.2	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Presiona ENTER. **Maple**: Arroja el valor constante "*9.14*". **Miguel**: Escribe la expresión: $d^2 = e^2 + b^2 - 2(e)(b)\cos(\mathrm{D})$ **Maple**: Arroja la expresión: $d^2 = 95.6500 - 18.28\cos(\mathrm{D})$ COMENTARIO: Nuevamente Maple solo está considerando en el lado derecho una expresión de la forma "$e^2 + b^2 - 2e\cos D$", debido a que falta el operador de producto entre los factores *e* y *b*. **Miguel**: Resuelve la última expresión escrita mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/D*". **Maple**: Arroja la instrucción "*aislar para D*" y la expresión: $\mathrm{D} = 3.141592654 - 1.\ \arccos\big(0.05470459519\, d^2 - 5.23249453$ **Miguel**: Presiona ENTER después de la expresión $d \coloneqq 10.85$. **Maple**: Ahora sí define el valor de la constante "*d*" y arroja dicho valor "*10.85*". **Miguel**: Modifica el nombre del ángulo a fuente itálica, obteniendo la expresión:

	Periodo de tiempo	Contenido
		$d^2 = e^2 + b^2 - 2(e)(b)\cos(D)$ **Miguel**: Resuelve de nuevo la expresión anterior mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/D*". **Maple**: Arroja la instrucción "*aislar para D*" y la expresión: $D = 3.141592654 - 0.6335071194\,I$ **Miguel**: Revisa la expresión para el otro ángulo real y decide renombrar la variable *e* por la variable *g* tanto en la definición anticipada del valor de esta variable como en la expresión para el otro ángulo real, obteniendo la expresión: $d^2 = g^2 + b^2 - 2(g)(b)\cos(D)$ COMENTARIO: Miguel no se percata que lo que le hace falta es el operador de producto entre los factores *g* y *b*. **Miguel**: Por más que intenta, no logra obtener el valor del otro ángulo real y entonces decide tomar el valor de dicho ángulo de la puesta en común, sustituyendo dicho valor en la expresión para "*L2(x)*", obteniendo: $L2(x) = \sqrt{(9.14)^2 + (3.48 - x)^2 - 2(9.14)(3.48 - x)\cos(1.92}$ **Maple**: Arroja la expresión: $L2(x) = \sqrt{105.6205518 + (3.48 - x)^2 - 6.3451010}$ **Miguel**: Escribe ahora la expresión para la longitud total de la tubería: $LT = L(x) + L2(x)$ **Maple**: Arroja la misma expresión: $LT = L(x) + L2(x)$ **Miguel**: Corrige la expresión de la longitud total de la tubería definiéndola como una función en términos de la variable independiente *x*, estableciendo el modelo matemático como: $LT(x) = L(x) + L2(x)$
28	1:39:30.3 - 1:39:48.6	**FASE 4 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultad del proceso de modelización** **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "Resolver/Resolver para la Variable/x". **Maple**: Arroja la instrucción "*resolver para x*" y el resultado: $[[x = RootOf(-LT(\_Z) + L(\_Z) + L2(\_Z))]]$ **Miguel**: Borra este resultado y la instrucción arrojados por Maple. COMENTARIO: Miguel procede a resolver su modelo matemático antes de derivar (error procedimental).
29	1:39:48.7 - 1:40:30.4	**FASE 7** **Sesión 3 Parte I** **Miguel**: Retorna a la Fase 7 de la primera parte de la Sesión 3 para completar una letra (la letra *e* de la palabra *es*) que le hacía falta en su reporte en la frase "*es reditable*".
30	1:40:30.5 - 1:41:13.2	**FASE 4 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Selecciona la ecuación para la longitud total de tubería y

	Periodo de tiempo	Contenido
		la resuelve de nuevo mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/L(x)*". **Maple**: Arroja la instrucción "*aislar para L(x)*" y la expresión: $L(x) = LT(x) - L2(x)$ **Miguel**: Borra la expresión y la instrucción arrojadas por Maple y resuelve de nuevo "*L(x)*" ahora mediante la opción "*Resolver/Obtener Soluciones para/x*" **Maple**: Arroja la instrucción "*soluciones para x*" y la expresión: $RootOf(-LT(\_Z) + L(\_Z) + L2(\_Z))$ **Miguel**: Borra la expresión y la instrucción arrojadas por Maple.
31	1:41:13.3 - 1:41:32.6	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Incluye el operador de definición de funciones en la expresión para la longitud total de tubería, obteniendo la expresión: $LT(x) := L(x) + L2(x)$ **Miguel**: Presiona enter y selecciona la opción que ofrece Maple para la definición de funciones. **Maple**: Arroja la expresión: $x \rightarrow L(x) + L2(x)$
32	1:41:32.7 - 1:43:30.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 3 Parte II de Miguel.
33	1:43:30.9 - 1:44:35.1	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Se sitúa en la expresión que define la longitud total de tubería y selecciona la opción del menú contextual que ofrece Maple "Evaluar y Mostrar en línea". **Maple**: Arroja la expresión $= x \rightarrow L(x) + L2(x)$ **Miguel**: Cambia el nombre de la función que define la longitud total de tubería a "*L3*", obteniendo la expresión: $L3(x) := L(x) + L2(x)$ **Miguel**: Define de nuevo el modelo matemático. **Maple**: Arroja la expresión: $x \rightarrow L(x) + L2(x)$ Miguel: Cambia de nuevo el nombre de la función que define la longitud total de tubería, ahora a la variable "*H*", obteniendo la expresión: $H := L(x) + L2(x)$ Maple: Arroja la expresión: $L(x) + L2(x)$
34	1:44:35.2 - 1:45:03.5	**FASE 4 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Selecciona de la paleta de expresiones el comando de derivada $\frac{d}{dx} f$ y cambia la variable *x* por *h* y escribe junto a *f* la variable *h*, obteniendo la expresión:

Periodo de tiempo		Contenido
		$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h} f h$ **Maple**: Arroja el valor de CERO (0). **Miguel**: Reescribe la variable *h* en el comando de la derivada. COMENTARIO: Miguel no se percata que el argumento de la función, en este caso "*h*" lo debe poner en lugar de la "*f*" que ofrece el comando de derivada.
35	1:45:03.6 - 1:45:05.1	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Cambia el nombre de la variable que define el modelo matemático de "*H*" a "*h*"
36	1:45:05.2 - 1:45:20.3	**FASE 4 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Presiona ENTER en la expresión $\frac{d}{dh} f h$. **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, entrada inválida: función recibida para el comando de derivada $L(x) + L2(x)$, la cual no es válida para este segundo argumento"
37	1:45:20.4 - 1:45:40.2	**FASE 3 dentro de la FASE 8** **Sesión 3 Parte II** **Miguel**: Copia la expresión "*L2(x)*" tomada de la expresión arrojada por Maple: $L2(x) = \sqrt{105.6205518 + (3.48 - x)^2 - 6.345101097\,x}$ Miguel: Borra la expresión "*L2(x)*" del modelo matemático, obteniendo: $h := L(x) +$ Miguel: Pega la expresión "*L2(x)*" en el modelo matemático, obteniendo de nuevo: $h := L(x) + L2(x)$
38	1:45:40.3 - 1:45:46.0	**FIN DE SESIÓN** **Miguel**: Hace el respaldo de su cuaderno de trabajo. Fin de la grabación de la Sesión 3 de Miguel: 8:59 A.M.

Julia –Transcripción - Sesión 4

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 1:04.2	**INICIO DE SESIÓN** Sesión 4 de Julia (26 sep 11) 7:13 A.M. Inicio de grabación Julia: Carga en su ordenador el cuaderno de trabajo de la sesión 3 y recorre rápidamente todo el cuaderno de trabajo electrónico proporcionado por el docente
2	1:04.2 - 4:27.9	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Lee el enunciado del problema Julia: Visualiza el croquis del enunciado del problema
3	4:27.9 - 6:03.1	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.2 Julia: Comienza a escribir la lista de palabras clave: "Costo mínimo" Julia: Escribe antes de "Costo mínimo" las palabras clave: "Costo por km bajo el agua" "Costo por km bajo tierra" Julia: Retorna a la visulaización del enunciado y del croquis del problema (Actividad 1.1) Julia: Continúa escribiendo la lista de palabras clave: "Unir" Julia: Regresa al enunciado y croquis del problema
4	6:03.1 - 10:47.4	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Selecciona la opción "Dibujo" para iniciar con el dibujo esquemático del enunciado del problema. Julia: Retona al croquis del problema antes de comenzar a dibujar en Maple Julia Realiza su dibujo esquemático, auxiliándose del croquis y del enunciado del problema
5	10:47.4 - 11:10.6	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.2 Julia: Retorna a completar sus palabras clave y escribe el costo por kilómetro del cableado para cada tramo: *"(4.5 millones de dólares)"* *"(1.25 millones de dólares)"*
6	11:10.6 - 14:20.7	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Continúa con la elaboración de su dibujo esquemático, ubicando en su dibujo el tipo de cableado y auxiliándose de la visualización del enunciado gráfico del problema
7	14:20.7 - 15:17.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.4 Julia: Inicia su replanteamiento del problema, escribiendo: "*Se tiene que encontrar la cantidad de fibra óptica mínima que una a Progreso y Sian Kan, tanto por agua como por tierra, para que el costo de Telmex sea el mínimo a pagar*"
8	15:17.0 - 18:11.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 4
9	18:11.4 - 18:52.6	**TIEMPO DE ESPERA**

	Periodo de tiempo	Contenido
		USO DE LA TECNOLOGÍA Julia: Archiva su cuaderno de trabajo como: "Arcudia_Muñoz_Julia_26092011"
10	18:52.6 - 19:30.7	**TIEMPO DE ESPERA** Continuación tiempo de espera 1 de la Sesión 4
11	19:30.7 - 20:40.9	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.5 Julia: Escribe la unidades en que debe expresarse la solución del problema: "Kilómetros (Km)."
12	20:40.9 - 31:10.2	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Retoma la elaboracíón del dibujo esquemático, uniendo Progreso con Sian Kan III y señalando la mínima distancia entre Sian Kan III y el cableado terrestre. Situando además sus variables en el esquema y las distancias constantes
13	31:10.2 - 32:25.3	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Visualiza el croquis del problema
14	32:25.3 - 32:53.4	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.3 Julia: Regresa al esquema y sitúa la distancia mínima constante entre Sian Kan y el cableado terrestre, escribiendo: "a = 0.12 km" Julia: Corrige el formato de la distancia constante entre Progreso y Sian Kan ("d = 0.24 km")
15	32:53.4 - 35:04.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 4
16	35:04.1 - 49:16.8	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: Escribe: "LT = distancia en Km del calbeado bajo tierra" "LS = distancia en Km del cableado bajo agua" Julia: Inserta después de estas variables: "D = Longitud total (LT + LS)" Julia: Inserta antes de estas tres variables: "W = Costo total", intenta definir la variable "x" y la borra, corrigiendo la variable "W" por "CT" Julia: Borra la variable "D" y su definición y en su lugar escribe: "x = La distancia que hay del Punto C al punto D"
17	49:16.8 - 49:34.9	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.2 Julia: Se sitúa en el apartado de hacer suposiciones
18	49:34.9 - 49:53.5	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Inicia la formulación del problema
19	49:53.5 - 50:56.9	**FASE 3** Julia: Visualiza el dibujo esquemático
20	50:56.9 - 54:16.6	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Continúa con la formulación del problema, escribiendo: "LT : = (SQR((0.24)^2-(0.12)^2)-x) (1.25)" y presiona ENTER y Maple arroja la definición

	Periodo de tiempo	Contenido
		Julia: Escribe: "LS : = SQR(x^2 + (0.12)^2) y presiona ENTER y Maple arroja la definición Julia: Borra las definiciones que hace Maple de las dos definiciones anteriores Julia: Corrige la primera fórmula, borrando el producto por "1.25", comete un error de sintaxis con respecto a los delimitadores y Maple le arroja el error Julia: Borra las dos ecuaciones definidas con anterioridad
21	54:16.6 - 54:55.1	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: Regresa a la definición de variables y escribe al final de la variable "x": "CLT = Costo total del cableado terrestre" "CLS = Costo total del cableado submarino" "W = distancia de B a D"
22	54:55.1 - 56:21.4	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Regresa a establecer el modelo matemático, escribiendo: "CLT : = SQR((0.24)^2-(0.12)^2)-x) (1.25)" pero borra de nuevo esta fórmula y comienza escribiendo una "D" pero se da cuenta que dicha variable no está definida y entonces regresa a definirla al apartado correspondiente
23	56:21.4 - 56:35.6	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: En el apartado de definición de variables. escribe: "W = distancia de B a D"
24	56:35.6 - 1:01:34.6	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Corrige la variable "D" por "W" y escribe la fórmula: "W : = SQR((0.24)^2-(0.12)^2)" y teclea ENTER. Maple arroja un resultado (0.207846) Julia: Escribe: "CLS : = (SQR((0.12)^2+x^2) (1.25)" y tecla ENTER. Maple arroja la definición Julia: Corrige la fórmula para CLS escribiendo: "CLS : = SQR((0.12)^2+x^2) * 1.25", ENTER. Maple define Julia: Define la fórmula para CLT: "CLT : = SQR((0.24^2-(0.12)^2) - x*1.25", ENTER. Maple define **COMENTARIO**: A partir de ahora utilizaremos el asterisco ("*") para indicar el operador de producto que está representado por "un punto"
25	1:01:34.6 - 1:02:35.4	**FASE 3** Julia: Regresa a visualizar el dibujo esquemático ACTIVIDAD 3.1 Julia: Regresa a la fórmula para "CLS" y borra el factor "1.25", regresando un momento a visualizar el dibujo esquemático, corrigiendo el factor por la constante "4.5", ENTER, Maple define Julia: Escribe la fórmula para la variable de costo total "CT : = CLS + CLT", ENTER, Maple define
26	1:02:35.4 - 1:03:17.4	**FASE 4**

	Periodo de tiempo	Contenido
		COMENTARIO: Julia sitúa esta actividad en el apartado de la Fase 3 Julia: Copia la definición hecha por Maple para la variable "CT", la iguala a CERO, pero acaba borrando esta expresión, primero procede a derivar la expresión arrojada por Maple para la variable "CT" mediante el menú contextual y ahora sí copia y pega la expresión de la derivada, la iguala a CERO y resuelve la ecuación resultante mediante el menú contextual de Maple con la opción: Resolver/Resolver para la variable x. Maple: Arroja el resultado: **x = 0.03469889592**
27	1:03:17.4 - 1:04:56.8	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** Julia: Visualiza un momento el dibujo esquemático y regresa a la formulación del problema para definir correctamente sus funciones, debido a que no había considerado en función de qué variable dependían sus funciones. Procede a completar el lado izquierdo de las funciones, incluyendo la variable independiente y luego redefiniendo dichas funciones mediante Maple. Borra la expresión hallada con anterioridad para la función de costo total y la vuelve a definir en términos de los costos parciales ya definidos con respecto a la variable independiente "x".
28	1:04:56.8 - 1:06:22.8	**FASE 4** Julia: Obtiene de nuevo la derivada del modelo y procede a copiar y pegar nuevamente la expresión de la derivada para igualarla a CERO y hallar los números críticos, obteniendo el mismo resultado anteriormente obtenido (x = 0.03469889592)
29	1:06:22.8 - 1:11:14.0	**FASE 4** Julia: Evalúa la función de costo total en el número crítico calculado: "CT(copia y pega el valor "x=0.034...")" y Maple arroja el resultado 0.7265945908 COMENTARIO: Aparentemente el resultado del costo total resulta un poco irreal, por lo que Julia decide revisar su procedimiento Julia; Visualiza un momento el dibujo esquemático y regresa a corregir la fórmula para la varialbe "CLT", redefiníendola, escribiendo: "CLT(x) : = SQR((0.12)^2 + x^2) * 4.5, ENTER Julia: Redefine "CT(x)" y borra todas las expresiones siguientes (la del cálculo de la derivada, la derivada igualada a cero y el número crítico calculado) y repite todos estos procedimientos, obteniendo como número crítico un resultado de "x = 0.034698895592" y al evaluar dicho número en la función de costo total se obtiene CT(0.034...) = 0.7812484939
30	1:11:14.0 - 1:13:12.5	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Escribe la instrucción para graficar la función "plot(C, x=" Julia: Regresa en varias ocasiones a la formulación del problema, tal vez con el propósito de identificar el rango de valores conveniente para graficar. Julia: Visualiza el dibujo esquemático, se supone que con la

	Periodo de tiempo	Contenido
		misma intención, tratando de determinar el rango de valores para graficar, regresa a la actividad 5.1 y borra el inicio de la instrucción escrita para graficar.
31	1:13:12.5 - 1:13:57.8	**DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** **FASE 4** Julia: Se sitúa en el apartado de resolución del problema y escribe: "*Entonces el costo total es de 0.7812484939 millones de dólares*" COMENTARIO: Julia de nuevo considera que el menor costo se da en el único número crítico hallado, sin proceder a comprobar que pasa en los extremos del intervalo, es decir, aplicar el criterio para extremos absolutos.
32	1:13:57.8 - 1:17:24.8	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Reinicia la actividad de graficar, pero antes carga el archivo "Utilizando Maple" para verificar la sintaxís de la instrucción de Maple para graficar y escribe: "plot(CT(x), x = 0..1)", teclea ENTER. Maple arroja la gráfica **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **COMENTARIO:** En la gráfica no es posible apreciar el punto crítico. Julia: Retorna a la visualización de la solución y mejora la apariencia de la gráfica aumentando el grosor de la línea que define la gráfica mediante Maple
33	1:17:24.8 - 1:18:20.5	**FASE 4** Julia: Retorna al apartado de la Fase 4 (Resolver el problema), borra lo escrito y espera
34	1:18:20.5 - 1:18:54.9	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Modifica el rango de graficación: "x = -5 .. 1" y presiona ENTER. Maple arroja la grafica de nuevo. **COMENTARIO:** En esta nueva gráfica ya es posible apreciar el punto crítico. Julia: Para mejorar la visualización de la gráfica, modifica nuevamente el rango a: "x = -1 .. 1" y presiona ENTER. Maple proporciona de nuevo la gráfica, donde es posible apreciar de una mejor manera la ubicación del mínimo. Julia: Visualiza de nuevo la formulación y solución del problema
35	1:18:54.9 - 1:23:50.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 4 Julia: Visualiza la formulación y solución del problema Tiempo de espera Julia: Visualiza la gráfica y luego regresa a visualizar la solución Tiempo de espera
36	1:23:50.7 - 1:25:08.1	**FASE 4** Julia: Al final de la actividad 3.1, procede a evaluar la función en los extremos del intervalo y en el número crítico
37	1:25:08.1 - 1:26:30.6	**FASE 4** Julia: Visualiza el dibujo esquemático y posteriormente se detiene en la solución del problema y en la evaluación de la función en el número crítico y en los extremos y espera

	Periodo de tiempo	Contenido
		visualizando de nuevo estos apartados y la gráfica
38	1:26:30.6 - 1:30:40.1	**FASE 6** ACTIVIDAD 6.1 Julia: Inicia la actividad de verificar la solución, escribiendo: "La solución si cumple con la condiciones iniciales, ya que el valor del costo es mínimo cuando se evalúa el...", regresa a visualizar la solución y continúa escribiendo "...0.03469889592; esto quiere decir que el valor que debe de tomar x es ese. Si LT = .21 - x, esto quiere decir que la longitud del cableado terrestre es de LT : = .21 - 0.03469889592", teclea ENTER y Maple arroja el valor de 0.1753011041. Julia: Continúa escribiendo: "Mientras que la longitud del cableado submarino sería: LS : = SQR((0.12)^2 + (0.03469889592)^2)", teclea ENTER, Maple arroja el valor de 0.1249160253 Julia: Retorna a visualizar la solución y el dibujo esquemático y escribe: "LT = 0.1753011041 Km" "LS = 0.1249160253 Km"
39	1:30:38.8 - 1:31:32.9	**FASE 6** ACTIVIDAD 6.2 Julia: Escribe: "La única limitación que se obtuvo al realizar el problema es que la distancia W, se redondeó a .21, por eso puede haber margen de error de unos cuantos decimales con respecto al costo total."
40	1:31:32.9 - 1:38:50.3	**FASE 7** ACTIVIDAD 7.1 Julia: Procede a la elaboración del informe que incluya: 1. Resumen descriptivo del procedimiento de resolución del problema 2. Limitaciones, validez y significado de la solución encontrada 3. Dificultades que han surgido en el proceso de resolución y cómo se han abordado Escribiendo: "El procedimiento fue optimizar el costo total que debe de valer el cableado, se identificaron primero las variables, y también los valores constantes, como son la distancia de Progreso a Sian Kan y la anchura del canal.· Julia: Retorna un momento al croquis del problema y continúa escribiendo seguido: "Después se sacó el costo total en función de los costos parciales de cada cableado (terrestre y submarino), utilizando el teorema de pitágoras. Una vez establecida la función, se derivó e inmediatamente se igualó a cero, esto es, para optimizar el valor. Lo que nos dió como resultado fue el punto crítico y éste se evaluuó en la función para llegar al resultado esperado, que era el costo mínimo. Las limitaciones que hubieron fue tomar algún valor redondeado, no con todos sus decimales, esto da un margen de error con el resultado final, sin embargo es muy acercado al valor real, después, al graficar, se puede apreciar con más claridad que el resultado obtenido si es válido, ya que obtenemos el mínimo

	Periodo de tiempo	Contenido
		exactamente en el punto encontrado, por esto se puede decir que la solución es la correcta. Específicamente en este proceso de resolución no he encontrado ninguna dificultad, lo único sería que a veces el programa es un poco lento, o no agrego los comandos indicados, pero eso sería lo único, ya que la comprensión del problema y toda su resolución fue algo muy sencillo."
41	1:38:50.3 - 1:39:29.0	**FIN DE LA SESIÓN** Tiempo remanente de fin de la Sesión 4 8:52 Finaliza la grabación COMENTARIO: Julia finaliza su grabación en Camtasia antes de hacer el respaldo de su archivo de la sesión

Eduardo – Transcripción - Sesión 4

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:34.6	**INICIO DE SESIÓN** Sesión 4 de Eduardo 7: 14 A.M. Inicio de grabación Eduardo: Recorre el cuaderno de trabajo
2	0:34.7 - 7:01.2	**FASE 1** Eduardo: Lee el enunciado del problema e intenta la comprensión del mismo.
3	7:01.3 - 8:26.4	**FASE 1** Actividad 1.2 Lista de palabras clave Eduardo: Escribe su lista de palabras clave: "-Unir A y B" "-Enlace" "-Km terrestre = $ 4.5 millones" "-Km submarino = $ 1.25 millones" "-Costo mínimo"
4	8:26.5 - 15:14.2	**FASE 1** Actividad 1.3 Dibujo esquemático Eduardo: Inicia la elaboración de su dibujo esquemático con la ayuda del Maple. Eduardo: Sitúa los puntos de interés (A y B) en su dibujo esquemático, primero de manera incorrecta, pero visualiza el esquema del enunciado y corrige. Eduardo: Representa los tipos de cableado con colores: Rojo: cableado terrestre Azul: cableado submarino Eduardo: Indica esta representación en su dibujo esquemático
5	15:14.3 - 20:25.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 4 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente, visualizando el esquema del enunciado del problema Eduardo: En el minuto 17:03 procede a hacer respaldo de su cuaderno de trabajo
6	20:25.8 - 28:36.1	**FASE 1** Actividad 1.3 Eduardo: Continúa mejorando su dibujo esquemático uniendo los punto A y B con línea punteada Eduardo: Representa con un cuadradito el ángulo recto formado por la menor distancia de A al borde terrestre Eduardo: Sitúa variables y constantes en el dibujo esquemático Eduardo: Representa con un círculo el punto donde debe desembocar el cableado submarino y lo nombra como "C" COMENTARIOS: Eduardo va situando variables y constantes sin haberlas definido, más bien siguiendo la puesta en común del docente.
7	28:36.2 - 30:35.3	**FASE 1** Actividad 1.4 Replanteamiento del problema Eduardo: Replantea el proplema con sus propias palabras, escribiendo: ·Se debe lograr que la distancia de B a A sea la mínima posible."
8	30:35.4 - 31:06.9	**FASE 1**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Actividad 1.3 Eduardo: Continúa mejorando su dibujo esquemático situando la distancia constante "d = 0.24 km" entre A y B
9	31:06.9 - 31:26.8	**FASE 1** Actividad 1.5 Unidades de la solución Eduardo: Escribe: "Kilómetros"
10	31:26.9 - 32:07.3	**FASE 1** Actividad 1.4 Eduardo: Continúa describiendo el replanteamiento "Ya sea por vía submarina, por vía terrestre o por ambas."
11	32:07.4 - 32:40.7	**FASE 1** Actividad 1.3 Eduardo: Sitúa en su dibujo esquemáticola distancia constante "a = 0.12 km" (distancia más corta de A al borde terrestre)
12	32:40.8 - 36:12.8	**FASE 2** Identificación y definición de variables Actividad 2.1 Definición de variables Eduardo: Identifica variables, pero no las define, escribiendo: "Costo, Kilómetros terrestres, Kilómetros submarinos." Eduardo: Completa la variable Costo, escribiendo: "Costo Total" Eduardo: Separa las variables: "-Costo Total" "-Kilómetros Terrestres" "-Kilómetros Submarinos."
13	36:12.9 - 38:08.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 4 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente, mientras visualiza su dibujo esquemático
14	38:08.3 - 38:45.0	**FASE 2** Actividad 2.1 Eduardo: Define las variables de kilómetros, escribiendo al final de ellas: "...(LT)" "...(LS)"
15	38:45.1 - 40:05.3	**FASE 2** Actividad 2.2 Suposiciones Eduardo: Hace suposiciones, escribiendo: "se debe usar el criterio de la primera o segunda derivada para hallar el míni de f. que sería el costo mínimo de cableado" COMENTARIOS: Parece ser que Eduardo intenta transcribir la explicación del docente para después emplearlo como guía en su procedimiento de resolución. Cabe recordar que Eduardo no tenía conocimientos previos del tema. Eduardo: Intercala antes de la primera expresión escrita: "- Se debe hallar LT y LS"...parece ser que Eduardo sigue transcriibiendo la explicación del docente
16	40:05.4 - 48:12.6	**FASE 2** Actividad 2.1 Eduardo: Completa la definición de sus variables, escribiendo: "-Distancia de A-B: d = 0.24 km" "-Anchura del canal: a = 0.12 km" COMENTARIOS: Eduardo define constantes más que variables

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Completa la variable de costo total: "-Costo Total del cableado" y continúa por debajo de la última constante: "-Costo por kilómetro terrestre = $ 4.5 millones de dólares" "-Costo por kilómetro submarino = $ 1.25 millones de dólares" Eduardo: Corrige el valor de los costos al darse cuenta que los valores están invertidos: "-Costo por kilómetro terrestre = $ 1.25 millones de dólares" "-Costo por kilómetro submarino = $ 4.5 millones de dólares"
17	48:12.7 - 50:34.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 4 de Eduardo Eduardo: Espera instrucciones del docente
18	50:34.6 - 52:20.4	**FASE 3** Formular el problema Actividad 3.1 Obtener la fórmula matemática Eduardo: Inicia la escritura de la fórmula matemática visualizando su dibujo esquemático "Total = CT(LT) + C(LS)" Eduardo: Corrige la fórmula anterior: "CosTotal = CT(LT) + C(LS)"
19	52:20.5 - 55:10.5	**FASE 2** Actividad 2.2 Eduardo: Completa la palabra "mínimo" aparentemente de la transcripción de la explicación del docente en la actividad de suposiciones de la Fase 2 Eduardo: Escribe en el apartado de suposiciones "- Usar pitágoras para hallar x"...Eduardo aparentemente sigue transcribiendo la explicación del docente
20	55:10.6 - 56:48.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 5 de Eduardo
21	56:48.9 - 58:18.0	**FASE 3** **DIFICULTAD PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Escribe: "(0.24)^2 ^= (0.12)^2 + x^2 - 2 (0.12) (0.24)"...aparentemente su modelo matemático COMENTARIO: Eduardo no se percata que el signo igual lo escribe como exponente. Por otro lado, Eduardo estaba definiendo su modelo matemático con una relación ilógica entre las variables...hasta 58:18
22	58:18.1 - 59:17.0	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Resuelve el modelo matemático establecido mediante la opción del menú contextual de Maple: "Resolver /Aislar Expresión para / x" Maple arroja el valor extraño "x= RootOf(_z^2 + (0.24)^(2=) (0.12)^2 - 0.0576)" COMENTARIO: Eduardo piensa que el valor extraño lo arroja Maple porque tuvo un error de sintaxis (signo igual como exponente) al teclear la ecuación. Eduardo: Borra el valor extraño arrojado por Maple...hasta 59:17
23	59:17.1 - 59:28.0	**FASE 3** **DIFICULTAD PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Corrige el signo igual en la expresión que esta presuponiendo como modelo matemático...hasta 59:28

	Periodo de tiempo	Contenido
24	59:28.1 - 1:00:00.0	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Selecciona la opción del menú contextual de Maple: "Resolver /Aislar Expresión para / x" Maple arroja otro valor extraño: "x=RootOf(_z^2 - 0.1008)" COMENTARIO: Aparentemente Eduardo intenta despejar la variable "x". La opción adecuada de Maple para esta acción es "Resolver / Resolver para la Variable / x" y NO "Aislar para x". Por otro lado, Eduardo plantea el modelo matemático como si fuera una Ley de Cosenos tal vez siguiendo el modelo matemático establecido en la sesión anterior.
25	1:00:00.0 - 1:00:28.1	**FASE 3** Eduardo: Copia el modelo matemático mal definido en el apartado de la Fase 3 por debajo de la expresión para "CosTotal" Eduardo: Borra esta expresión del apartado de la Fase 4
26	1:00:28.2 - 1:04:39.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 6 de Eduardo FASE 3 Eduardo: Borra la parte que le señala un valor extraño
27	1:04:39.2 - 1:06:20.3	**USO DE TECNOLOGÍA** Eduardo: Procede a hacer una revisión de sus archivos guardados en la carpeta de UGR tratando de encontrar el archivo de ayuda de la sesión correspondiente al entrenamiento con Maple. Eduardo: Revisa rápidamente este video de Camtasia que contiene la grabación de su actividad durante la primera sesión
28	1:06:20.4 - 1:12:21.7	**FASE 3** Eduardo: Espera un tiempo antes de borra la última expresión algebraica copiada en el aprtado de la Fase 3, escribiendo ahora una nueva ecuación, seguramente después de esperar las puestas en común del docente: "CT(X) : = (0.21-X) . (1.25) + (SQR(x^2 + 0.12^2)) . 4.5" COMENTARIOS: Esta nueva ecuación aparentemente es el modelo definido después de la puesta en común por el docente con el propósito de uniformizar el modelo matemático para todos los alumnos. **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Maple arroja un mensaje de error cuando Eduardo proporciona ENTER: "Error, operación perdida" y señalando el error entre la expresión que contiene la raíz cuadrada y el último factor. Eduardo: Corrige la expresión, eliminando los puntos entre factores y colocando los factores entre paréntesis Maple aparentemente ahora acepta la expresión como correcta y arroja una expresión simplificada Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple Eduardo: Borra la expresión que define el modelo matemático Eduardo: Escribe de nuevo el modelo matemático, definiéndolo en función de la variable independiente "x", desde luego ahora seleccionando el modo "Matemática" "CT(x) : = (0.21 - x) . (1.25) + (SQR(x^2 + 0.12^2)) . 4.5" Eduardo: Teclea ENTER y Maple automáticamente propone la definición de la función Eduardo: Acepta la opción de definición de función y Maple la define de manera conveniente. hasta 1:12:21

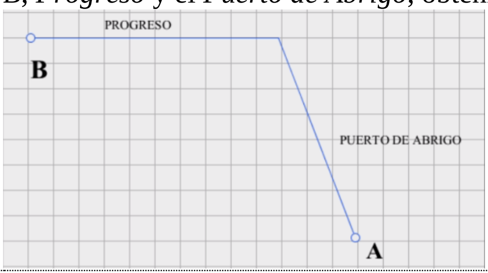
	Periodo de tiempo	Contenido
29	1:12:21.8 - 1:13:51.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 4 de Eduardo
30	1:13:51.6 - 1:18:22.1	**FASE 4** Actividad 4.1 Eduardo: Intenta calcular la derivada del modelo matemático, anteponiendo la expresión "d/dx" al modelo, pero se arrepiente y borra esta expresión Eduardo: Selecciona de la paleta de expresiones que ofrece Maple la correspondiente a la derivada de una función y la copia en el apartado de la Fase 4 y copia el modelo matemático tal y como lo definió en la Fase 3. **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Maple le arroja un mensaje de error: "Error, asignación inválida en el lado izquierdo" Eduardo: Borra la expresión anterior y trata ahora de derivar la expresión simplificada del modelo que arroja Maple al definirlo Maple arroja ahora el mensaje: "Error, parámetro inválido para el operador" Eduardo: No se percata que al copiar la expresión, la incluye hasta con la "x-->" Eduardo: Borra procede a borrar el cálculo de la derivada e intenta mediante el menú contextual utilizar otra opción Eduardo: Utiliza la opción de "evaluar procedimiento" para la expresión simplificada Maple arroja una expresión más simplificada, pero sin sentido para lo que se desea obtener y entonces Eduardo la borra
31	1:18:22.2 - 1:19:39.6	**FASE 4** Actividad 4.1 Eduardo: Espera instrucciones del docente y visualiza su dibujo esquemático Eduardo: Escribe estando en modo "Matemática" de Maple "CT(x)" y mediante el menú contextual con la opción "Diferenciar / con respecto a / x" obtiene la expresión que define la derivada del modelo matemático.
32	1:19:39.7 - 1:20:55.4	**FASE 4** Actividad 4.2 Eduardo: Copia la expresión de la derivada del modelo y la iguala a CERO para hallar los números críticos Eduardo: Mediante el menú contextual de Maple selecciona la opción: "Resolver / Aislar expresión para / x" Maple arroja el resultado " x = 0.03469889592 "
33	1:20:55.5 - 1:22:30.1	**FASE 4** Actividad 4.3 **DIFICULTAD USO DEL MAPLE** Eduardo: Inicia la verificación de los extremos evaluando el modelo en el número crítico obtenido: "CT(x = 0.03469889592)" Maple arroja un mensaje:"Error, términos inválidos" Eduardo: No se percata que para evaluar solo debe poner el valor de la variable, es decir, sin la expresión "x =" Eduardo: Borra la expresión anterior y espera que le resuelvan sus dudas Eduardo: Evalúa de nuevo el modelo en el número crítico pero ahora sí elimina la expresión "x ="

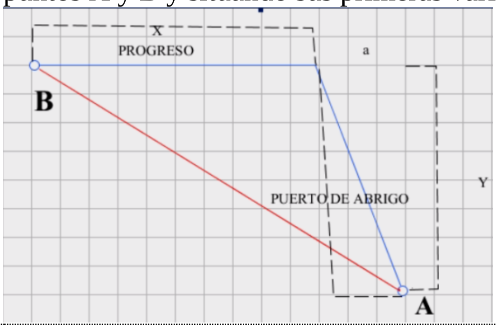
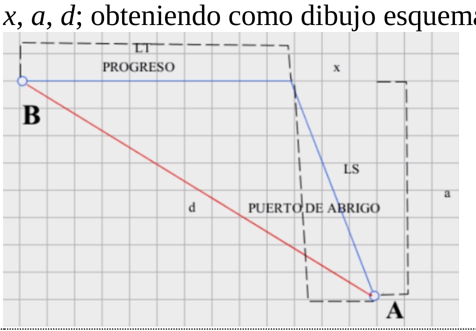
	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple arroja de nuevo un mensaje: "Error, incapaz de igualar delimitadores" Eduardo: No se percata que le faltó cerrar los paréntesis en la evaluación Eduardo: Completa los paréntesis Maple arroja el resultado " 0.7812484939 " ... hasta 1:22:30
34	1:22:30.2 - 1:25:31.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 4 de Eduardo
35	1:25:31.2 - 1:26:05.2	**FASE 5** Interpretación de la solución Eduardo: Inicia escribiendo la función "plot" de Maple para graficar el modelo, pero solamente escrbe: "plot(x)" Maple arroja la gráfica de la recta "y = x" Eduardo: Borra la gráfica y la instrucción "plot"
36	1:26:05.3 - 1:27:45.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 4 de Eduardo
37	1:27:45.6 - 1:29:10.0	**FASE 2** Eduardo: En el apartado de suposiciones escribe: "- Hallar a qué distancia x se debe colocar el final del cableado terrestre para que las distancia de A-B sea mínima" COMENTARIOS: Parece ser que Eduardo sigue transcribiendo la explicación del docente en el apartado de suposiciones de la Fase 2 Eduardo: Espera unos segundos antes de retomar la Fase 5
38	1:29:10.0 - 1:34:25.6	**FASE 5** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Escribe: "plotCT(x)" y al presionar ENTER, Maple arroja la misma expresión "plotCT(x)" Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple y la instrucción "plot" Eduardo: Vuelve a escribir el comando "plot" pero se detiene porque tiene dudas de la sintaxis de esta función de Maple y entonces repite el comando "plot", aunque luego la borra y empieza a escribir los argumentos de esta función. Eduardo: Duda de la sintaxis del comando "plot" y entonces procede a consultar el documento proporcionado durante la primera sesión "Utilizando maple" desde la carpeta UGR Eduardo: Encuentra el comando "plot" en el documento para salir de dudas de como debe considerar los parámetros y entonces regresa al cuaderno de trabajo, escribiendo: "plot (f(x),x = 0.7812484939)" copiando el valor del resultado obtenido con anterioridad Eduardo: Revisa la sintaxis del comando "plot" en el documento de ayuda y al presionar ENTER Maple arroja el mensaje: "Error, (en plot) opción no esperada: x = .7812484939" Eduardo: Borra el mensaje de error y cambia el "." por ".." y al teclar ENTER Maple arroja el mensaje: "No se puede evaluar la función en los valores numéricos proporcionados, ver el comando "plotting" en la página de ayuda para asegurarse que la secuencia es correcta" y una gráfica sin sentido

	Periodo de tiempo	Contenido
		COMENTARIOS: Eduardo no se percata que estaba considerando un rango entre CERO y un número muy grande ya que debió insertar antes del valor un CERO y los dos puntos seguidos. Cabe señalar que los recursos de ayuda los maneja conc soltura, tal es el caso de visualizar al mismo tiempo su cuaderno de trabajo y el archivo de ayuda "Utilizando Maple" para comparar la sintaxis del comando "plot" con lo que Eduardo estaba escribiendo. Eduardo: Borra la gráfica y el mensaje y deja de visualizar al mismo tiempo el documento de ayuda proporcionado en la Sesión 1 Maple no le permite borrar el mensaje Eduardo: Intenta borrar el mensaje varias veces hasta que lo consigue Eduardo: Hace respaldo de su cuaderno de trabajo
39	1:34:25.7 - 1:36:20.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 10 de la Sesión 4 de Eduardo Eduardo: Espera que le resuelvan sus dudas Se hace un respaldo automático de la hoja de trabajo de Maple
40	1:36:20.1 - 1:38:10.6	**FASE 4** Eduardo: Retorna a actividades de la Fase 4 Eduardo: Borra la evaluación del modelo en el número crítico obtenido Eduardo: Solicita la expresión para el modelo, escribiendo: "CT(x)" presiona ENTER Maple arroja la expresión: "0.2625 - 1.25 x + 4.5 SQR(X^2 + 0.0144)" Eduardo: Procede a borrar esta última expresión y ahora evalúa de nuevo la función que define el modelo en el número crítico mediante "copiar y pegar" "CT(0.03469889592)", presiona ENTER Maple arroja de nuevo el número crítico: " 0.7812484939 " ... hasta 1:37:21 ... 1:38:06 Eduardo: Espera un tiempo antes de continuar, visualizando las fases 2 y 3
41	1:38:10.6 - 1:49:10.2	**FASE 7** Reportar la solución COMENTARIOS: Eduardo pasa directamente a la Fase 7 sin realizar la fase de verificación de la soñución (Fase 6) aparentemente por falta de tiempo y porque el docente había dado la instrucción de elaborar el informe 15 minutos antes de concluir la sesión. Eduardo: Inicia la elaboración de su informe, esplicando el procedimiento realizado: "Primerro leemos y analizamos el problema, luego elaboramos una lista de palabras clave para relacionae con el problema, después hicimos un dibujo esquemático del problema para hallar algunas variables geométricamente, luego definimos las variables y con el análisis del dibujo esquemñático nos hemos dado cuenta que lo que debemos hallae es la distancia x a la que se debe colocar el final del cableado terrestre para con esto optimizar los costos y el cableado submarino sea el mínimo, seguido de éstos se nos indicó replantear el problema con nuestras propias palabras lo que nos da como resultado la descripción antes citada,

	Periodo de tiempo	Contenido
		a continuación se nos pidió escribir las unidades en las que se expresa el problema y decidimos que lo más correcto es utilizar kilómetros, después identificamos las variables y las definimos, también en este paso se nos dan las variables d y a, formulamos el problema y lo resolvemos de manera matemática. Una de las limitaciones del problema son los decimales ya que dependiendo de cuántos de éstos tomemos en cuenta el resultado final puede variar, otra limitaciónsería que los resultados son simplemente suposiciones matemáticas. Alguna dificultad serían los pequeños problemas que hemos tenido con las computadoras que se traban y lo poco que sabemos de Maple 15, pero con la asesoría correcta lo"
42	1:49:10.3 - 1:51:49.0	**FIN DE SESIÓN** **DIFICULTADES USO DE LA TECNOLOGÍA** COMENTARIOS: Aparentemente Eduardo tiene dificultades al final de la Sesión 4 con el uso del Maple, debido a que no concluye la redacción de su informe, aunque también podría ser que por ser más de las nueve de la mañana decidió concluir la grabación de su actividad en el ordenador. Parece ser que cuando Eduardo intenta hacer el respaldo de su hoja de trabajo de Maple, Maple no responde y entonces Eduardo no tiene la oportunidad de concluir su reporte. Lo anterior se puede comprobar en el archivo de Maple recuperado de Eduardo, pues solamente tiene registrada su actividad hasta el inicio de la elaboración de su dibujo esquemático. Sin embargo mediante el archivo de Camtasia de Eduardo correspondiente a esta Sesión es posible obtener el registro de las actividades realizadas. Fin de Sesión: La Sesión 4 de Eduardo finaliza a las 9:06 A.M.

Miguel – Transcripción - Sesión 4

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 3:30.6	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de grabación de la Sesión 4 de Miguel: 7:16 A.M. **FASE 1** **Miguel**: Lee el enunciado literal del problema de la cuarta sesión (cableado de fibra óptica) y posteriormente se detiene en el enunciado esquemático del mismo. **Miguel**: Retorna a la lectura del enunciado literal y también visualiza el esquema. **Miguel**: Antes de hacer su lista de palabras clave lee de nuevo el enunciado del problema.
2	3:30.7 - 5:33.4	**FASE 1** Inicio de la Actividad 1.2 Lista de palabras clave **Miguel**: Escribe en el apartado de lista de palabras clave "*Unir los puntos A y B*" **Miguel**: Retorna a la Actividad 1.1 Lectura y comprensión del problema durante aproximadamente 20 segundos. **Miguel**: Continúa escribiendo sus palabras clave: "*El costo depende sobre qué medio se tienda el cable* *Sobre el mar será de*" **Miguel**: Continúa escribiendo: "*4.5 millones de dólares por kilómetro* *Sobre el suelo será de 1.25 millones por kilómetro sobre el suelo.*" COMENTARIO: Miguel regresa en ambos casos al enunciado literal del problema para verificar los costos dados. **Miguel**: Borra la frase escrita "*sobre el suelo*".
3	5:33.5 - 9:57.1	**FASE 1** Inicio de la Actividad 1.3 Dibujo esquemático. **Miguel**: Selecciona la opción de cuadrícula que ofrece Maple para elaborar su dibujo esquemático. **Maple**: Arroja la cuadrícula. **Miguel**: Auxiliándose del enunciado literal y esquemático del problema, procede a representar en la cuadrícula los puntos *A* y *B*, *Progreso* y el *Puerto de Abrigo*, obteniendo el esquema: 
4	9:57.2 - 13:20.4	**FASE 1** Inicio de la Actividad 1.4 Replanteamiento con palabras propias. **Miguel**: Replantea el problema con sus propias palabras, escribiendo "*Optimizar para que en una mínima distancia y al menor costo posible se tienda un cableado de fibra óptica, la cual conecte el punto A y el punto B, teniendo en cuenta*" 10:56 **Miguel**: Regresa al enunciado literal y copia y pega los datos correspondientes al costo del cableado, completando su

	Periodo de tiempo	Contenido
		replanteamiento: “*el costo por kilómetro del tendido del cable submarino es de 4.5 millones de dólares y el tendido en tierra cuesta 1.25 millones de dólares por kilómetro*”. **Miguel**: En el apartado de unidades de la solución escribe “*En km y en millones de dólares*”. **Miguel**: Procede a mejorar su dibujo esquemático uniendo con una línea roja los puntos de *B* a *A*. **Miguel**: Retorna a visualizar el enunciado literal del problema
5	13:20.5 - 18:44.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 4 de Miguel. **Miguel**: Hace el respaldo de su cuaderno de trabajo de la cuarta sesión siguiendo las instrucciones establecidas para tal efecto. **Miguel**: Visualiza el enunciado esquemático del problema.
6	18:44.9 - 20:53.3	**FASE 1** **Miguel**: Procede a mejorar su dibujo esquemático uniendo los puntos A y B y situando sus primeras variables, obteniendo: 
7	20:53.4 - 24:05.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 4 de Miguel.
8	24:05.1 - 24:21.5	**FASE 2** Inicio de la Actividad 2.1 Identificar y definir variables. **Miguel**: En el apartado de la primera actividad de la Fase 2 escribe “Sea x la distancia que”
9	24:21.6 - 25:13.2	**FASE 1** **Miguel**: Completa y modifica su dibujo esquemático identificando en su dibujo la longitud de cableado terrestre (LT) y la longitud de cableado submarino (LS) y situando las variables *x*, *a*, *d*; obteniendo como dibujo esquemático: 
10	25:13.3 - 26:40.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 4 de Miguel.
11	26:40.9 - 28:50.1	**FASE 2** **Miguel**: Corrige lo escrito en la actividad 2.1 y continúa escribiendo auxiliándose de su dibujo esquemático, obteniendo: “*Sea LT la distancia que hay de B al punto de intersección.* *Sea LS la distancia que hay de A al punto de intersección*

	Periodo de tiempo	Contenido
		Sea d la distancia que separa los puntos A y B”
12	28:50.2 - 29:04.5	**FASE 1** **Miguel**: Sitúa en su dibujo esquemático *d = .24 km* como la distancia entre *B* y *A*.
13	29:04.6 - 52:30.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 4 de Miguel. **Miguel**: Se sitúa en el apartado de suposiciones pero sin realizar ninguna acción correspondiente a esta actividad. **Miguel**: Visualiza dos veces su dibujo esquemático. **Miguel**: Se sitúa en el apartado de la tercera fase, pero tampoco realiza acción alguna. **Miguel**: Visualiza el procedimiento realizado después de su dibujo esquemático. **Miguel**: Se sitúa de nuevo en el apartado de suposiciones y tampoco realiza actividad. **Miguel**: Se sitúa de nuevo en el apartado de la tercera fase sin realizar actividad. **Miguel**: Visualiza el dibujo esquemático y el procedimiento realizado.
14	52:30.1 - 55:36.2	**FASE 4** **Miguel**: Escribe en el apartado de resolución aparentemente alguna de las instrucciones dadas por el investigador-docente “*primero hallaremos la longitud del cateto x*”. **Miguel**: Visualiza su dibujo esquemático y continúa escribiendo “$x =$”. **Miguel**: Visualiza de nuevo su dibujo esquemático y borra todo lo anteriormente escrito en el apartado de resolución del problema dejando solo parte de la primera palabra “*prim*”.
15	55:36.3 - 57:23.4	**FASE 3** **Miguel**: En el apartado de formulación y auxiliándose de su enunciado escribe: “*costo total = 4.5 (LS) + 1.25 (LT)”*
16	57:23.5 - 1:03:16.2	**FASE 3** COMENTARIO: Aunque Miguel realiza las actividades posteriormente relacionadas en el apartado de la fase de resolución, en realidad pertenecen a la fase de formulación. **Miguel**: Reescribe lo escrito en este apartado con anterioridad “*Primero hallemos*” **Miguel**: Se sale por unos segundos del proceso y visualiza el escritorio y un documento archivado en el ordenador. **Miguel**: Continúa escribiendo: “*una ecuación que nos relacione estos*” $24^2 = (.12)^2 + (lt + x)^2$” **Miguel**: Borra el exponente del último término y retorna a la primera actividad de la Fase 2.
17	1:03:16.3 - 1:03:35.7	**FASE 2** **Miguel**: Continúa con la definición de sus variables escribiendo: “*Sea G x+LT*”
18	1:03:35.8 - 1:03:53.8	**FASE 3** COMENTARIO: De nuevo las siguientes actividades pertenecen a la tercera fase aunque Miguel las situé en la fase de resolución. **Miguel**: Borra el último término de la expresión escrita en el apartado de resolución del problema y modifica la expresión,

	Periodo de tiempo	Contenido
		obteniendo: $$.24^2 = (.12)^2 + G^2$$ **Maple**: Arroja la expresión: $0.0576 = 0.0144 + G^2$ COMENTARIO: Parece ser que Miguel está considerando la expresión anterior como su modelo matemático.
19	1:03:53.9 - 1:04:20.1	**FASE 3** **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Resolver para la Variable/G*". **Maple**: Arroja el resultado: $[[G = -0.2078460969], [G = 0.2078460969]]$
20	1:04:20.2 - 1:06:46.1	**FASE 3** **Miguel**: Escribe "costo total" en el apartado de resolución y lo borra. **Miguel**: En el apartado de formulación escribe "costo total=z". **Miguel**: En el apartado de resolución escribe: $Ls = (x^2 + (.12)^2)$ **Maple**: Arroja la expresión simplificada: $Ls = x^2 + 0.0144$
21	1:06:46.2 - 1:07:07.5	**FASE 3** **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Obtener Soluciones para/Ls*". **Maple**: Arroja la expresión: $x^2 + 0.01440000000$
22	1:07:07.6 - 1:10:13.7	**FASE 3** **Miguel**: Posiblemente después de la puesta en común, escribe el modelo matemático: $z(x) := (.21 - x)(1.25) + \left((x^2 + .12^2)^{\frac{1}{2}}(4.5)\right)$ **Miguel**: Define la función anterior con la opción que ofrece el Maple. **Maple**: Arroja la expresión que define el modelo matemático: $x \rightarrow (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)(4.5)$
23	1:10:13.8 - 1:13:00.0	**FASE 4** **Dificultades con el uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Halla la derivada del modelo matemático mediante el comando de derivada que ofrece el Maple en la paleta de expresiones, escribiendo: $\frac{d}{dx} f(x)$ **Maple**: Arroja el valor de cero. COMENTARIO: Miguel no se percata que la función definida la nombró *z(x)* y no *f(x)* como escribió en el comando de la derivada. Errores de sintaxis **Miguel**: Intenta corregir el nombre de la función cometiendo un error de sintaxis nuevamente:

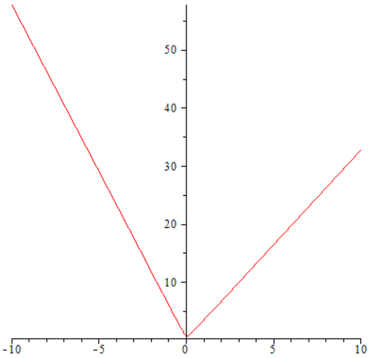
Periodo de tiempo	Contenido
	$\frac{d}{dx} fz)$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de igualar delimitadores" y la misma expresión enmarcada en línea punteada roja. **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión, escribiendo: $\frac{d}{dx} fz +$ **Maple**: Arroja ahora el mensaje de error "Error, inválida suma/diferencia" y el operador de suma en un recuadro rojo con línea punteada. **Miguel**: Borra la expresión arrojada por Maple y la operación de cálculo de la derivada. **Miguel**: Copia y pega el modelo matemático en el operador de derivada, obteniendo: $\frac{d}{dx} fz(x) := (.21 - x)(1.25) + \left((x^2 + .12^2)^{\frac{1}{2}}(4.5)\right)$ **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, uso ilegal de un objeto como nombre y la misma expresión enmarcada en una línea punteada roja. COMENTARIO: Miguel no se percata que estaba dejando la variable *f* en la expresión del comando de cálculo de la derivada. **Miguel**: Borra el modelo matemático insertado en el comando de derivada. **Miguel**: Selecciona el modelo matemático: $z(x) := (.21 - x)(1.25) + \left((x^2 + .12^2)^{\frac{1}{2}}(4.5)\right)$ **Miguel**: Selecciona la opción "*Optimizar*" que ofrece Maple. **Maple**: Arroja la expresión arrojada al definir el modelo matemático: $x \rightarrow (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)(4.5)$ **Miguel**: Borra las expresiones iguales arrojadas por Maple pero se le olvida borrar la instrucción de "*optimizar*". **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, incapaz de analizar" y una flecha enmarcada en línea roja punteada. **Miguel**: Procede a borrar todas las expresiones posteriores al modelo matemático. **Miguel**: Selecciona el modelo matemático y lo deriva. **Maple**: Arroja la expresión: $D\left(x \rightarrow (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)(4.5)\right)$ **Miguel**: Borra esta última expresión y la instrucción de "*diferenciar*". **Miguel**: Repite el procedimiento de seleccionar el modelo matemático y derivar con la opción "*Diferenciar*". **Maple**: Arroja de nuevo la misma expresión anteriormente obtenida.
24 1:13:00.1 - 1:13:27.4	**FASE 3** **Miguel**: Escribe el cero del término *.21* y define el modelo matemático de nuevo con la opción que ofrece Maple. **Maple**: Arroja la misma expresión anteriormente obtenida como definición del modelo matemático:

	Periodo de tiempo	Contenido
25	1:13:27.5 - 1:14:25.2	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** **Miguel**: Se sitúa en el modelo matemático y mediante la opción "*Diferenciar*" del menú contextual halla la derivada del modelo. **Maple**: Arroja la misma expresión anteriormente obtenida para esta acción: $D\left(x \to (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)(4.5)\right)$ **Miguel**: Borra esta última expresión arrojada por Maple y la instrucción de "*Diferenciar*". **Miguel**: Selecciona de nuevo de la paleta de expresiones que ofrece Maple el comando de derivada y reemplaza *f* por *z(x)*: $\frac{d}{dx} z(x)$ **Maple**: Arroja nuevamente el valor CERO. **Miguel**: Piensa que le falto reescribir la variable *x* con respecto a la cual estaba derivando, entonces realiza esta acción obteniendo: $\frac{d}{dx} z(x)$ **Maple**: Arroja el mismo resultado, el valor CERO. **Miguel**: Decide hallar la derivada mediante otra la opción "*Diferenciar con respecto a x*". **Maple**: Arroja el mismo resultado (CERO). COMENTARIO: Aparentemente Miguel estaba realizando las acciones correctas para obtener la derivada del modelo matemático, pero no lo estaba logrando. Realmente lo que estaba sucediendo es que faltaba incluir el operador de producto en el modelo matemático entre los factores encerrados entre paréntesis.
26	1:14:25.3 - 1:14:35.6	**FASE 3** **Miguel**: Decide cambiar el nombre de la variable que define el modelo matemático de *z* a *c*, presiona enter y selecciona la opción de definición de funciones que ofrece Maple. **Maple**: Arroja de nuevo la expresión: $x \to (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0.12^2}\right)(4.5)$
27	1:14:35.7 - 1:14:39.5	**FASE 4** **Miguel**: Hace el cambio de variable en la expresión del comando de la derivada del modelo y halla de nuevo su derivada mediante la opción "*Diferenciar*". **Maple**: Arroja nuevamente el valor de cero.
28	1:14:39.6 - 1:15:33.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 4 de Miguel.
29	1:15:33.9 - 1:16:25.4	**FASE 3** **Miguel**: Procede a escribir ahora el cero del término *.12* en el modelo matemático, presiona enter y define nuevamente el modelo. **Maple**: Arroja la expresión: $x \to (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0\,0.12^2}\right)(4.5)$ **Miguel**: Reescribe el primer paréntesis izquierdo y el cero del término *0.21*, presiona enter y define una vez más la función que representa el modelo matemático. **Maple**: Arroja de nuevo la misma expresión anterior: $x \to (0.21 - x)(1.25) + \left(\sqrt{x^2 + 0\,0.12^2}\right)(4.5)$

	Periodo de tiempo	Contenido
		COMENTARIO: Miguel no se percataba todavía que lo que hacía falta era incluir el operador de producto entre los factores encerrados entre paréntesis.
30	1:16:25.5 - 1:17:40.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 4 de Miguel
31	1:17:40.1 - 1:18:43.5	**FASE 4** **Miguel**: Borra la expresión: $\frac{d}{dx} c(x)$ **Miguel**: Escribe *c'(x)* y presiona enter. **Maple**: Arroja el valor cero.
32	1:18:43.6 - 1:19:04.7	**FASE 3** **Miguel**: Por fin se percata que falta el operador de producto entre los factores encerrados entre paréntesis y entonces procede a situarlos, obteniendo la expresión: $c(x) := (0.21 - x)\cdot(1.25) + \left((x^2 + 0.12^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (4.5)\right)$ **Miguel**: Presiona enter y define nuevamente la función costo. **Maple**: Arroja la expresión: $x \rightarrow 1.25 \cdot 0.21 - 1.25\,x + 4.5\sqrt{x^2 + 0\,0.12^2}$
33	1:19:04.8 - 1:19:49.2	**FASE 4** **Miguel**: Procede a derivar la expresión con la opción "*diferenciar*": $c(x) := (0.21 - x)\cdot(1.25) + \left((x^2 + 0.12^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (4.5)\right)$ **Maple**: Arroja la expresión: $x \rightarrow -1.25 + \frac{4.5\,x}{\sqrt{x^2}}$
34	1:19:49.3 - 1:20:26.5	**FASE 3** Miguel: Borra la expresión de la derivada y de nuevo define la función costo sin realizar ningún cambio, para asegurarse que Maple la defina correctamente. Maple: Arroja de nuevo la expresión: $x \rightarrow 1.25 \cdot 0.21 - 1.25\,x + 4.5\sqrt{x^2 + 0\,0.12^2}$
35	1:20:26.6 - 1:20:46.7	**FASE 4** **Miguel**: Se posiciona en la expresión anterior y la deriva mediante la opción "*diferenciar*". **Maple**: Arroja de nuevo la expresión: $x \rightarrow -1.25 + \frac{4.5\,x}{\sqrt{x^2}}$
36	1:20:46.8 - 1:21:09.2	**FASE 3** **Miguel**: Suprime un juego de paréntesis en el segundo término de la función costo, obteniendo la expresión: $c(x) := (0.21 - x)\cdot(1.25) + (x^2 + 0.12^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (4.5)$ **Miguel**: Presiona enter y define de nuevo el modelo matemático. **Maple**: Arroja nuevamente como definición de la función costo la misma expresión arrojada las dos veces anteriores.

	Periodo de tiempo	Contenido
37	1:21:09.3 - 1:21:21.4	**FASE 4** **Miguel**: Una vez más halla la derivada del modelo mediante la opción "*diferenciar*". **Maple**: Arroja la misma expresión de la derivada para la función costo arrojada las dos veces anteriores.
38	1:21:21.5 - 1:21:42.1	**FASE 3** **Miguel**: Cambia el exponente ½ por la raíz cuadrada en el modelo matemático, obteniendo la expresión: $c(x) := (0.21 - x)\cdot(1.25) + \sqrt{(x^2 + 0.12^2)}\cdot(4.5)$ **Miguel**: Presiona enter y define de nuevo el modelo matemático. **Maple**: Arroja la misma expresión arrojada anteriormente.
39	1:21:42.2 - 1:21:46.3	**FASE 4** **Miguel**: Repite el procedimiento una vez más de hallar la derivada del último modelo matemático definido mediante la opción "*diferenciar*". **Maple**: Arroja una vez más la expresión: $x \to -1.25 + \frac{4.5\,x}{\sqrt{x^2}}$
40	1:21:46.2 - 1:22:28.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 4 de Miguel.
41	1:22:28.4 - 1:22:40.0	**FASE 3** **Miguel**: Corrige su modelo matemático una vez más encerrando el término *0.12* entre paréntesis, obteniendo la expresión: $c(x) := (0.21 - x)\cdot(1.25) + \sqrt{(x^2 + (0.12)^2)}\cdot(4.5)$ **Miguel**: Presiona enter y define de nuevo el modelo matemático modificado. **Maple**: Arroja la expresión: $x \to 1.25\cdot 0.21 - 1.25\,x + 4.5\sqrt{x^2 + 0.12^2}$
42	1:22:40.1 - 1:24:41.5	**FASE 4** **Miguel**: La deriva mediante la opción "*diferenciar*" del menú contextual. **Maple**: Arroja por fin la expresión esperada: $x \to -1.25 + \frac{4.5\,x}{\sqrt{0.0144 + x^2}}$ **Miguel**: Procede a borrar las expresiones no requeridas e intenta copiar y pegar la última expresión arrojada por Maple para resolverla sin conseguirlo y entonces decide escribirla. Inicia la escritura pero se arrepiente y prefiere hacer uso de las bondades de Maple, escribiendo "*c'(x) = 0*" y presionando enter. **Maple**: Arroja la expresión: $-1.25 + \frac{4.5\,x}{\sqrt{x^2 + 0.0144}} = 0$ **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Obtener Soluciones para/x*". **Maple**: Arroja el valor "*0.03469889592*".
43	1:24:41.6 - 1:25:43.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 4 de Miguel.
44	1:25:43.9 - 1:30:44.2	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple**

Periodo de tiempo	Contenido
	Dificultades proceso de modelización **Miguel**: Procede a hallar la segunda derivada del modelo matemático situándose en la expresión de la primera derivada igualada a cero. **Maple**: Arroja la expresión que define la segunda derivada de la función costo: $-\frac{4.5x^2}{(x^2+0.0144)^{3/2}}+\frac{4.5}{\sqrt{x^2+0.0144}}=0$ **Miguel**: Se sitúa en la expresión anterior y selecciona la opción "*Resolver/Obtener Soluciones para/x*" **Maple**: No arroja ningún resultado. **Miguel**: Decide borrar las instrucciones de resolución de ecuaciones tanto para la primera como para la segunda derivada así como el resultado arrojado por Maple como solución del problema ("*0.03469889592*"). **Miguel**: Repite el procedimiento de resolver la ecuación de la segunda derivada igualada a cero. **Maple**: De nuevo no arroja resultado alguno. COMENTARIO: No tiene utilidad alguna hallar los puntos que hacen cero la segunda derivada, esta solamente me permitiría verificar los extremos mediante el criterio de la segunda derivada, ya sea evaluando en el número crítico para determinar el signo de *f''(x)*. Los puntos que hacen cero la primera derivada me permiten obtener los puntos de inflexión o cambio de concavidad del modelo. La representación gráfica de la segunda derivada me permite verificar visualmente si en un número crítico hay un máximo o un mínimo relativo, según que el valor de *f''* en dicho valor sea positivo o negativo. **Miguel**: Borra la instrucción de "*soluciones para x*" arrojada por Maple. **Miguel**: Repite dos veces más el procedimiento de hallar soluciones para la segunda derivada sin conseguirlo y entonces de nuevo halla el número crítico. COMENTARIO: Miguel no logra resolver la segunda derivada porque se trata de una función con asíntota horizontal en el eje de las ordenadas (eje *y*). **Maple**: Arroja nuevamente el resultado "*0.03469889592*". **Miguel**: Intenta ahora resolver la ecuación de la segunda derivada igualada a cero gráficamente. **Maple**: Arroja solamente el sistema de ejes coordenados. **Miguel**: Intenta de nuevo hallar la solución gráfica de la segunda derivada, pero ahora situándose en la expresión definida por Maple como tal, es decir, sin estar igualada a cero mediante la opción del menú contextual "*Gráficas / Gráfica Implícita 2-D/ x, ¿?*". **Maple**: Arroja la gráfica de una línea recta vertical que corta al eje de las x en un punto cercano al valor de "*0.08*". COMENTARIO: La dificultad que se le estaba presentando a Miguel era debido al manejo inadecuado de comandos para graficar, ya que estaba tratando de graficar una función explícita como si fuera una función implícita. En este caso lo que Miguel debió utilizar era el comando "plot" en un rango no muy grande que incluyera el número crítico. Podemos decir, que Miguel

	Periodo de tiempo	Contenido
		estaba intentando verificar su número crítico gráficamente mediante las gráficas de la primera y segunda derivada sin conseguirlo por el manejo inadecuado de comandos para graficar.
45	1:30:44.3 - 1:31:20.1	**FASE 5** **Miguel**: Se sitúa debajo de la expresión definida por Maple como modelo matemático y mediante la opción “Gráficas/Gráfica 2-D” halla la gráfica de la función costo. **Maple**: Arroja la gráfica del modelo matemático:  COMENTARIO: No es posible visualizar el número crítico, aunque sí se observa que la gráfica tiene un mínimo cerca de cero.
46	1:31:20.2 - 1:34:56.5	**FASE 5** **Miguel**: Se sitúa en el apartado de la fase 5 Inicio de la actividad 5.1 Interpretación de las soluciones. **Miguel**: En el apartado de interpretación de la solución escribe: “*la gráfica nos muestra que el valor hallado*” **Miguel**: Recorre el procedimiento realizado y continúa escribiendo: “*representa realmente un mínimo en la función, por lo que la solución es válida completamente*” Inicio de la actividad 5.2 Relacionar las soluciones. **Miguel**: En el apartado de relacionar las soluciones escribe: “*la solución nos muestra que la relación realizada en el planteamiento*” **Miguel**: Visualiza la gráfica del modelo matemático y continúa escribiendo: “*es completamente válida.*”
47	1:34:56.6 - 1:36:48.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 4 de Miguel. **Miguel**: Visualiza las gráficas elaboradas. **Miguel**: Recorre su cuaderno de trabajo electrónico, visualiza la solución numérica y las gráficas elaboradas.
48	1:36:48.3 - 1:40:45.1	**FASE 4** **Miguel**: Escribe al final del apartado de la Fase 4: “*ahora podemos hallar la longitud de LS*” **Miguel**: Copia y pega la expresión correspondiente a “*Ls*”, obteniendo $Ls = \left(x^2 + (.12)^2\right)$ **Miguel**: Resuelve la expresión anterior mediante la opción “*Resolver/Obtener Soluciones para/Ls*” **Maple**: Arroja las expresiones:

Periodo de tiempo	Contenido
	$Ls = x^2 + 0.0144$ $x^2 + 0.01440000000$ COMENTARIO: Parece ser que Miguel pretendía calcular la longitud del cableado submarino. **Miguel**: Localiza el número crítico ( ) y lo copia y pega al final después del "*ahora podemos…*" anteponiéndole "*x:=*", obteniendo "*x:= 0.03469889592*". **Maple**: Arroja el valor "*0.03469889592*". **Miguel**: Intenta dos veces más resolver la expresión "$Ls{=}x^2{+}0.0144$" sin obtener resultado alguno y decide borrar esta expresión arrojada por Maple, así como también la instrucción y la expresión "$x^2{+}0.01440000000$". **Miguel**: Copia y pega la expresión "$Ls{=}x^2{+}0.0144$" y presiona ENTER. **Maple**: Arroja aparentemente la longitud de cableado submarino mediante la expresión: $Ls = 0.01560401338$ **Miguel**: Escribe "*Lt=*", copia y pega el primer término de la función costo junto a la expresión para "*Ls*" y modifica la expresión, obteniendo: $Ls = (x^2 + 0.0144) \cdot (1.25)$ **Maple**: Arroja ahora la expresión: $Ls = 0.01950501672$ **Miguel**: Se sitúa en la expresión para "*Ls*" y obtiene de nuevo soluciones para "*Ls*". **Maple**: Arroja el valor "*0.01950501672*" **Miguel**: Copia y pega el segundo término de la función costo después de "*Ls=*", obteniendo la expresión: $Lt = \sqrt{(x^2 + (0.12)^2)} \cdot (4.5)$ **Miguel**: Resuelve esta expresión obteniendo soluciones para "*Lt*". **Maple**: Arroja como valor de la longitud del cableado terrestre "*0.5621221138*" **Miguel**: Recorre el procedimiento realizado en las fases 3 y 4 y las gráficas elaboradas.
49 1:40:45.2 - 1:43:29.5	**FASE 6** Inicio de la Actividad 6.1 Verificación de que la solución cumple las condiciones iniciales. **Miguel**: En el apartado de la Actividad 6.1 escribe: "*las soluciones cumplen satisfactoriamente con los requisitos solicitados en el problema*" **Miguel**: Escribe en el apartado de identificación de limitaciones: "*Las limitaciones principales, son que tomamos en cuenta como si el subsuelo marino fuera plano y sin relieves, al igual que el suelo terrestre*"
50 1:43:29.6 - 1:50:29.1	**FASE 7** Inicio de la elaboración del reporte. **Miguel**: Escribe después del punto uno propuesto para la elaboración del informe "*comprender el problema*", pero borra lo

	Periodo de tiempo	Contenido
		escrito porque estaba en el mismo color de la fuente de las instrucciones. **Miguel**: Selecciona el color negro para la fuente y escribe: "*Primero necesitamos comprender de qué se trata el problema y que nos están pidiendo optimizar en función de qué. Seguidamente encontrar una ecuación que nos relacione la variable a optimizar con lo solicitado en el problema, encontrar ecuaciones secundarias que nos permiten modelar el problema en función de una sola variable.* *Derivar, igual a cero y hallar la solución al problema.* *Comprobar las soluciones obtenidas ya sea por medio de la gráfica o el método de la segunda derivada.*" **Miguel**: Escribe por debajo del punto dos propuesto para los elementos del informe *"La solución válida es un caso"*. **Miguel**: Se percata que el color de la fuente es rojo y la cambia a negro y continúa escribiendo "*hipotético, pues se desprecian muchos factores que podrían influir en ella, ya sea el relieve entre otros. La solución que encontramos es la longitud que deben tener los tubos dados"* **Miguel**: Borra la palabra *tubos* y la cambia por *cables* y continúa escribiendo "*cables dados para unir los dos puntos y el costo total de inversión sea el mínimo.*" **Miguel**: Selecciona el color de la fuente (negro) y escribe "*Al realizar el criterio de la segunda derivada, esto no se pudo realizar para comprobar la solución obtenida, así que la gráfica fue la única herramienta viable de la optimización.*"
51	1:50:29.2 - 1:50:49.0	**FIN DE LA SESIÓN** Final de la grabación de la Sesión 4 de Miguel: 9:07 A.M. COMENTARIO: Miguel no registra la grabación del respaldo de su cuaderno de trabajo electrónico.

Julia – Transcripción - Sesión 5

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.1 - 1:03.5	**INICIO DE LA SESIÓN** Sesión 5 de Julia 7:15 A.M. Inicio de la grabación Julia: Carga desde la carpeta de UGR el cuaderno de trabajo correspondiente a la Sesión 4 de fecha 29 de septiembre de 2011 y hace un breve recorrido por dicho cuaderno de trabajo y espera instrucciones
2	1:03.5 - 4:47.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Procede a la lectura y comprensión del problema
3	4:47.0 - 5:52.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 5 Julia: Hace un ligero recorrido por las Fases 1 a 5 del cuaderno de trabajo y espera deteníendose en la Fase 1 tal vez esperando instrucciones del docente
4	5:52.2 - 7:24.6	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Regresa al enunciado del problema, se detiene 20 segundos y luego se detiene en el enunciado gráfico del problema, tal vez continuando con la comprensión del problema
5	7:24.6 - 9:01.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 5 Julia: Pasa directamente a la formulación del problema y espera antes de iniciar dicha actividad
6	9:01.1 - 13:11.7	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Inicia la formulación del problema, escribiendo la fórmula del volumen: "Vcon(r) : = Pi r^2 * h"", teclea ENTER, Maple marca un error con respecto al símbolo "Pi" de producto inválido. Julia: Corrige la fórmula, seleccionado el símbolo "Pi" desde la opción de la paleta de símbolos comunes que ofrece Maple, teclea ENTER y Maple mediante la selección de la opción adecuada define la función. Julia: Corrige el nombre de la variable de Vcon a Vcil y define de nuevo la función Julia: Escribe y define la fórmula para el volumen de un cono "Vcon(r) : = (Pi * r`2 * h) / 3" Julia: Inserta antes de estas dos fórmulas, otra fórmula de equivalencia de alturas entre el cilindro y el cono: "H : = 3 h" y sustituye la variable "h" por la variable "H" en la fórmula para el volumen del cilindro y define la función, pero también define otra función para la variable Vcil, escribiendo: "Vcil(r) : = Pi * r* 3h" y la define en Maple. **COMENTARIO:** Si hubiera definido la variable H en funcion de la variable h hubiera podido simplificar la definición de la función correspondiente a la variable Vcil
7	13:13.1 - 14:19.2	**FASE 4** Julia: Se detiene en el apartado correspondiente a la resolución del problema pero no realiza ninguna acción, retorna 26 segundos

	Periodo de tiempo	Contenido
		a visualizar el enunciado literal y gráfico del problema y regresa al apartado de resolución del problema y escribe: "Vcil(r)", borra lo escrito y espera
8	14:19.2 - 18:45.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 5
9	18:45.1 - 20:00.0	**TIEMPO DE ESPERA** Continuación tiempo de espera 3 de la Sesión 4 Julia: Regresa a visualizar las fórmulas del volumen del cilindro y del cono y sigue esperando
10	20:00.1 - 25:30.9	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Regresa a la formulación del problema, borra todas las fórmulas de volumen anteriormente escritas en este apartado y escribe las fórmulas para áreas del cono y del cilindro: "Acono : = Pi * r * SQR(r^2+hcono^2)", teclea ENTER y Maple define la variable Acono Julia: Borra la definición arrojada por Maple y corrige la definición de la variable Acono, ahora escribiendo: "Acono = Pi * r * SQR(r^2+hcono^2)", teclea ENTER y Maple arroja una identidad con respecto a la expresión de la derecha sin el operador de producto Julia: Escribe ahora la fórmula para el área del cilindro: "Acilindro = Pi * r^2 + 2 * Pi * r * hcilindro", teclea ENTER, Maple arroja la misma expresión sin el operador de producto Julia: Regresa 15 segundos a visualizar las fórmulas de volumen y retorna al apartado de la formulación del problema
11	25:30.9 - 29:53.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 5
12	29:53.0 - 30:39.7	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: Regresa a la Actividad de definición de variables y escribe: "r = radio del cono y del cilindro" "h = altura del cono" "H = altura del cilindro" **COMENTARIO:** Si Julia hubiera definido sus variables antes de formular el problema, posiblemente no se le hubieran presentado estas dificultades en la fase de definición del modelo (Fase 3)
13	30:39.8 - 36:54.6	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Retorna a la formulación del problema y corrige la fórmula tecleada para la variable Acono, borrando y escribiendo: "Acono = Pi * r * SQR(r^2+h^2)", teclea ENTER, Maple arroja la misma identidad anteriormente definida **COMENTARIO:** Julia no se percata que desde la primera vez que definió la variable Acono con la opción " : = ", Maple sigue considerando dicha variable con el valor definido, a menos que se borre esta definición. Julia: Corrige ahora la fórmula escrita para la variable Acilindro, reemplazando la variable "h" por "H", teclea ENTER, Maple arroja ahora la definición: "Acilindro = Pi * r^2 + 6 Pi * r * h"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Julia: Regresa unos segundos a visualizar las fórmulas de volumen e inserta al principio de la Actividad 3.1 la equivalencia entre las dos alturas, escribiendo: "H = 3 h", teclea ENTERy Maple arroja la identidad "3 h = 3 h" Julia: Escribe ahora la fórmula para el volumen del cilindro: "Vcil= Pi * r^2 * h", teclea ENTER y Maple arroja la misma fórmula Julia: Escribe ahora la fórmula para el volumen del cono, visualizando por unos segundos las fórmulas que aparecen en el enunciado gráfico: "Vcono = (Pi * r^2 * h) / 3", teclea ENTER y Maple arroja la misma fórmula Julia: Escribe ahora la fórmula del volumen compuesto: "Vcil + Vcono = 100 m^3", teclea ENTER y Maple arroja la misma fórmula
14	36:54.6 - 39:14.6	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** Julia: Ahora intenta resolver esa fórmula, pero se percata que al darle desde Maple la opción de Resolver/Aislar para/h, ha cometido un error, así que corrige la fórmula para el volumen compuesto, corrigiendo el símbolo "=" por " : = ", pero al teclear ENTER, Maple arroja el error de "uso ilegal de un objeto" Julia: Borra los dos puntos y teclea de nuevo ENTER y ahora intenta despejar la variable Vcil, sitúandose después de dicha variable y buscando la opción adecuada mediante el menú contextual de Maple, revisando varias opciones. Julia: No consigue su objetivo que era hallar el valor de la variable "h" en función del radio "r"y entonces borra la fórmula definida para el volumen compuesto Julia: Escribe de nuevo la fórmula para el volumen compuesto como: "Vcil + Vcono = 100", teclea ENTER, Maple arroja la misma fórmula
15	39:14.6 - 43:26.8	**FASE 3** Julia: Ahora copia y pega las expresiones para Vcil y Vcono en la fórmula anterior como si estuviera sustituyendo en un método tradicional y ahora utiliza el menú contextual de Maple para resolver aislando para la variable "h", obteniendo el valor de "h" en función de "r", es decir, Maple arroja: "h = 30 / (Pi * r^2) Julia: Escribe la fórmula para área del cono en función del radio: "Acono(r) : = Pi * r * SQR(r^2 + (30 / (Pi * r^2))^2)", teclea ENTER y Maple define la función, cuando Julia selecciona la opción correspondiente Julia: Escribe y define la fórmula para el área del cilindro en función del radio, de manera similar a la fórmula del área del cono Julia: Esbrive la fórmula compuesta de área: "Acono(r) + Acilindro(r)", teclea ENTER y Maple arroja la expresión correspondiente sustituyendo los valores anteriormente definidos Julia: Borra expresión definida para el área compuesta y escribe: "Atotal(r) : = Acono(r) + Acilindro(r), teclea ENTER y define la función

	Periodo de tiempo	Contenido
16	43:26.8 - 44:22.0	**FASE 4** Julia: Inicia la resolución del problema pero en el apartado de la actividad correspondiente a la formulación del mismo Julia: Escribe: "Atotal(r)" y mediante el menú contextual selecciona la opción de diferenciar con respecto a la variable radio "r", teclea ENTER y Maple arroja la expresión correspondiente a la derivada del área total con respecto al radio
17	44:22.0 - 44:57.5	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 4** Julia: Copia y pega la expresión de la derivada y la iguala a CERO, resuelve la ecuación mediante el menú contextual y la opción: Resolver / Resolver para la variable / r y Maple arroja el mensaje "advertencia, algunas soluciones podrían haberse perdido" Julia: Espera unos segundos y como Maple no arroja resultado alguno y también tal vez por instrucciones del docente al resolver este tipo de ecuaciones en Maple
18	44:57.5 - 54:57.1	**FASE 4** Julia: Decide resolver de nuevo la ecuación pero mediante la opción de resolución numérica del menú contextual de Maple y arroja el resultado: "2.551882278" Julia: Borra el mensaje arrojado por Maple y el primer intento de resolución para hallar el número crítico. Julia: Calcula el área total evaluando la función correspondiente en el número críttico: Julia: Escribe: "Atotal(2.551882278)", teclea ENTER y Maple arroja el resultado como una expresión en términos de la constante "Pi" **DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** Julia: Intenta obtener el valor numérico de la evaluación del área total en el número crítico y para ello define al inicio del apartado de resolución del problema "Pi = 3.1416", posteriormente borra la evaluación de dicha área y la vuelve a calcular obteniendo el mismo resultado. En su intento borra el cálculo de la derivada y la vuelve a calcular, realiza de nuevo el procedimiento del cálculo numérico del número crítico, evalúa de nuevo el área total y obtiene la misma expresión numérica, entonces procede a copiar y pegar dicha expresión y la iguala a la variable Atotal, sustituye el símbolo "Pi" por su valor numérico y al teclear ENTER obtiene el resultado numérico de dicha variable, arrojando Maple: "Atotal = 114.5901700" **COMENTARIOS:** La opción para ahorrarse todo este proceso era solicitarle a Maple el valor numérico de la expresión numérica que arroja Maple, mediante la opción aproximar del menú contextual, sin embargo, podemos concluir que Julia se las ingenio por cuenta propia con los conocimientos básicos que tenía de Maple para obtener el resultado deseado. Julia una vez más omite la verificación de extremos.
19	54:57.1 - 1:00:56.2	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Inicia la actividad de la interpretación de la solución

	Periodo de tiempo	Contenido
		encontrada Julia: Escribe la instrucción para graficar: "plot(Atotal(r), r = ...", regresa un momento la solución del problema para determinar el rango de graficación y escribe el rango "...1..3)", teclea ENTER y Maple grafica Julia: Observa que la grafica no se aprecia y regresa un momento a la solución del problema, para luego modificar el rango de graficación de 1 a 4, pero no hay cambios significativos en la visualización de la gráfica. Julia: En vez de disminuir el rango, aumenta el rango de -5 a 5 y la gráfica se aprecia mucho menos. Regresa a visualizar un momento la solución y modifica de nuevo el rango de graficación de -2 a 5, pero tampoco obtiene el resultado deseado. Julia: Decide manipular la visualización de la gráfica mediante el menú contextual que ofrece Maple, pero no se percata que lo que debe hacer es disminuir el rango, borra la gráfica y modifica el rango de nuevo de -1 a 3 y grafica
20	1:00:56.2 - 1:02:22.4	**FASE 7** ACTIVIDAD 7.1 Julia: Pasa directamente a la Fase 7 e inicia la redacción del informe: "Lo que el problema pedía, era buscar la cantidad mínima de material que se requiera para poder construir un silo, de forma que sea un cono sobre un cilindro, para la resolución del problema se requiere conocer el volumen de ambos, ya con eso es posible conocer el área, que en este caso es lo que se requiere optimizar. Una vez teniendo las áreas,..."
21	1:02:22.5 - 1:03:01.6	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Regresa a la gráfica para intentar mejorarla, selecciona la gráfica y mediante el menú contextual selecciona el manipulador, pero retorna a la elaboración del reporte
22	1:03:01.7 - 1:06:34.8	**FASE 7** Julia: Continúa escribiendo: "...se deriva, y al tener esto, se iguala a cero, y así se obtiene el valor de "r" ya que en este caso, dejé expresado el área total en función del radio. Una vez tenido el valor del radio, lo .unico que faltaba por hacer era sustituir ese valor de "r" en la función del área total, ara que así se obtenga la cantidad mínima de material que se requerirá utilizar para la construcción del silo..." Julia: Regresa por un momento a visualizar la gráfica de la función y continúa escribiendo el informe: "...No encontré limitación alguna, lo único que podría encontrar es que en la imagen del silo, se puede observar como la punta del cono que se debería de construir está chata, es decir, no hay punta. Y eso es lo que puede ocasionar el margen de error en los cálculos obtenidos..."
23	1:06:34.8 - 1:07:19.7	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Regresa a manipular la escala de la gráfica, tratando de mejorar la visualización para poder apreciar el punto crítico

	Periodo de tiempo	Contenido
24	1:07:19.8 - 1:08:38.6	**FASE 7** ACTIVIDAD 7.1 Julia: Continúa escribiendo el informe: "...La única dificultad en el proceso es la utilización del programa maple, ya que si bien te puede ayudar en los cálculos de las derivadas que son muy difíciles de sacar manualmente, a la hora de escribir tanto las fórmulas y que te slga el resultado, lo único que hace es complicarlo, por eso lo recomendable es usar el maple únicamente para hacer gráficas y para calcula..."
25	1:08:38.7 - 1:09:34.1	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Regresa a la gráfica de la función e intenta de nuevo la manipulación de escalas, parece que ahora se ha fijado que si agranda la escala, es decir, disminuyendo el rango de valores de visualización, la gráfica se logra apreciar mejor, aunque todavía no se puede visualizar el punto crítico.
26	1:09:34.1 - 1:15:39.7	**FASE 7** ACTIVIDAD 7.1 Julia: Continúa escribiendo el reporte: "...r derivada e integrales. La gráfica nos demuestra como el resultado obtenido...", regresa un momento a visualizar la gráfica y borra la última frase del reporte "La gráfica nos demuestra..." y corrige el informe escribiendo: "...En esta gráfica en particular, no se puede apreciar mucho los resultados, tal vez por los valores que son muy pequeños, pero si se acerca, es posible observar el mínimo que obtuvimos...", regresa un momento a la visualización de la gráfica y luego a la expresion de la derivada, regresa de nuevo a visualizar la gráfica, visualiza el escritorio por 40 segundos y retorna a la visualización de la gráfica, visualiza el informe y se regresa al enunciado gráfico del problema Julia: Se detiene unos momentos (35 segundos) visualizando el enunciado gráfico del problema
27	1:15:39.7 - 1:16:54.8	**FASE 7** ACTIVIDAD 7.1 Julia: Se detiene visualizando el informe
28	1:16:54.9 - 1:18:10.4	**FASE 5** ACTIVIDAD 5.1 Julia: Regresa a la manipulación de escalas de la gráfica y por fin logra una visualización más precisa Julia: Nuevamente visualiza el escritorio del ordenador durante 36 segundos
29	1:18:10.4 - 1:23:09.0	**FIN DE LA SESIÓN** Julia: Recorre su cuaderno de trabajo, deteniéndose por momentos en el enunciado gráfico, en la gráfica y en el informe 8:38 A.M. Finaliza la grabación del archivo de Camtasia

Eduardo –Transcripción - Sesión 5

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.1 - 1:55.8	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de Sesión 5 de Eduardo Inicio de la grabación 7:12 A.M. Eduardo: Procede a carga de la carpeta UGR el cuaderno de trabajo correspondiente a la Sesión 5 (29 sep 12) Eduardo: Procede a hacer respaldo de su cuaderno de trabajo de acuerdo a las instrucciones proporcionadas
2	1:55.8 - 3:55.3	**FASE 1** Inicio de la Fase 1 de Eduardo Actividad 1.1 Eduardo: Lee el enunciado del problema
3	3:55.3 - 6:50.7	**FASE 1** Actividad 1.2 Eduardo: Escribe su lista de palabras clave: "- Volumen del cilindro = 3(volumen del cono) "- Material mínimo de construcción" Eduardo: Se auxilia del enunciado del problema y continúa escribiendo sus palabras clave: "- Volumen del silo = vol cilindro + vol cono" "- Volumen del silo = 100m^3"
4	6:50.8 - 9:19.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 5 de Eduardo Eduardo: Visualiza el enunciado gráfico del problema hasta 9:19
5	9:19.1 - 10:43.8	**FASE 1** Actividad 1.4 Eduardo: Hace el replanteamiento del problema con sus propias palabras "Hallar las dimensiones del silo tales que la altura del cilindro sea el triple que la del cono y que el volumen del silo sea de 100 m^3, utilizando el material mínimo para su construcción" Eduardo: Cambia a azul el color de la fuente de su replanteamiento Actividad 1.2 (A los 10 minutos con 33 segundos) Eduardo: Ejecuta la misma acción para su lista de palabras clave
6	10:43.8 - 11:54.1	**FASE 1** Actividad 1.5 Eduardo: Escribe las unidades para la solución "- Metros" Eduardo: Cambia el color de la fuente al color azul
7	11:54.1 - 13:10.1	**FASE 2** Inicio de la Fase 2 de la Sesión 5 de Eduardo Actividad 2.1 Eduardo: Define sus variables, escribiendo "x = altura del cilindro" "y = altura del cono" "x = 3y" Eduardo: Modifica el color (azul) de la fuente
8	13:10.1 - 17:23.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 5 de Eduardo

	Periodo de tiempo	Contenido
		Erk: Espera instrucciones haciendo un recorrido por las actividades ya realizadas
9	17:23.9 - 24:05.2	**FASE 3** Inicio de la Fase 3 de la Sesión 5 de Eduardo Eduardo: Escribe la fórmula para el área del cono "Acono : =" Eduardo: Selecciona "Pi" de la paleta de símbolos comunes de Maple y continúa definiendo la fórmula para el área del cono " Pi . SQR(r^2 + hcono^2) " Maple arroja la expresión " Pi SQR(r^2 + hcono^2 " Eduardo: Escribe "Vcil : = Pi . r^2 . hcil" Maple arroja la expresión " Pi ((r^2) hcil) " Eduardo: Escribe "Vcono : = (Pi . r^2 . hcono) / 3" Maple arroja la expresión " (1/3) Pi ((r^2) hcono) "
10	24:05.2 - 25:33.1	**FASE 3** **DIFICULTADES CON EL USO DEL MAPLE** Eduardo: Escribe "hcil : = 3 . hcono" **24:05** Maple arroja el mensaje: "Error, operador perdido o ' ; '" Erick: Borra el mensaje de error y corrige la expresión escribiendo ahora "hcil : = 3 (hcono)" Maple arroja la expresión " 3 hcono " Eduardo: Escribe "Vcil + Vcono : = 100" **24: 58** Maple arroja el mensaje "Error, uso ilegal de un objeto como un nombre" señalando toda la expresión escrita como error Eduardo: Borra el mensaje y la expresión arrojada por Maple y le añade la expresión " m^3 " a la última expresión escrita Maple arroja de nuevo el mismo mensaje de error señalando otra vez toda la expresión enmarcada en línea roja Eduardo: Borra de nuevo el mensaje y la expresión enmarcada arrojada por Maple.
11	25:33.2 - 28:04.6	**FASE 3** Eduardo: Continúa la formulación del problema Eduardo: Procede ahora a borrar todas las fórmulas definidas hasta antes de la definida para "Acono" e intenta definir una nueva fórmula para "Acilindro" y corrige los operadores " : = " para "Acono" borrando " : " y dejando solamente " = " Maple arroja la expresión "Pi SQR(r^2 + hcono^2) = Pi SQR(r^2 + hcono^2)" Eduardo: Borra la última expresión arrojada por Maple y procede a borrar la asignación de variables desde la paleta de variables de Maple. Eduardo: Presiona ENTER después de la fórmula para "Acono" Maple arroja la expresión "Acono = Pi SQR(r^2 + hcono^2)"
12	28:04.7 - 30:54.8	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Continúa definiendo sus fórmulas secundarias, escribiendo "Acilindro = Pi . r^2 + 2 . Pi . r . hcilindro" Maple arroja el mensaje "Error, operador perdido" Eduardo: Borra el mensaje arrojado por Maple y todas las dos ecuaciones secundarias definidas, es decir, la de "Acono" y la de

	Periodo de tiempo	Contenido
		"Acilindro"
13	30:54.9 - 31:54.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 5 de Eduardo
14	31:54.0 - 32:30.2	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Comienza de nuevo la formulación del problema, seleccionando la expresión "pi" de la paleta de símbolos griegos y escribiendo "Pi : = 3.141516" Maple arroja el mensaje "Error, intentando asignar un valor a \`Pi\`, el cual es un valor protegido" Eduardo: Intenta borra el mensaje arrojado por Maple y la expresión escrita varias veces (5) sin lograrlo hasta que opta por borrar primero la expresión definida para "Pi" y ahora si consigue borrar el mensaje de error.
15	32:30.3 - 33:30.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 5 de Eduardo
16	33:30.5 - 43:02.3	**FASE 3** Eduardo: Reinicia de nuevo la formulación del problema escribiendo "Asilo : = Acono + Acilindro + Abase" Maple arroja la expresión "Acono + Acilindro + Abase" Eduardo: Escribe "Acono : = Pi . r . SQR(r^2 + hcono^2)" Maple arroja la expresión "Pi r SQR(r^2 + hcono^2)" Eduardo: Escribe "Acilindro : = Pi . r^2 + 2 . Pi . r . hcilindro" Maple arroja la expresión "Pi r^2 + 2 Pi r hcilindro" Eduardo: Escribe "hcilindro : = 3 . hcono" Maple arroja la expresión "3 hcono" Eduardo: Escribe "Vcilindro : = Pi . r^2 . h " Maple arroja la expresión "Pi r^2 h" Eduardo: Escribe "Vcono : = (Pi . r^2 . h) / 3" Maple arroja la expresión "(1/3) Pi r^2 h" Eduardo: Escribe "Vcilindro + Vcono : = 100 m^3" Eduardo: Corrige la última expresión escrita, escribiendo primero "Vcilindro = Vcono - 100", pero corrige escribiendo "Vcilindro = 100 - Vcono" Maple arroja la expresión "Pi r^2 h = 100 - (1/3) pi r^2 h" Erk: Se sitúa después de la fórmula del "Vcono" y mediante el menú contexxtual selecciona la opción "Resolver / aislar expresión para / r" obtiene el resultado "r = 0"
17	43:02.4 - 44:05.2	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Borra este resultado, se sitúa después de la expresión arrojada por Maple al establecer la fórmula "Vcilindro = 100 - Vcono" y mediante la opción del menu contextual "Resolver / Aislar Expresión para / r" obtiene un valor extraño. COMENTARIOS: La intención de Eduardo era tratar de despejar "r" en términos de "h" HASTA 44:05
18	44:05.2 - 45:36.2	**FASE 3** Eduardo: Mediante la paleta de variables procede a borrar la asignación del valor para las variables "Vcono" y "Vcilindro" y corrige la fórmula para "Vcono" cambiando la variable "h" por la variable "hcono"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Maple arroja la expresión "(1/3) Pi r^2 hcono" COMENTARIOS: Si Eduardo hubiera identificado y definido adecuadamente sus variables, posiblemente no se le hubieran presentado las dificultades que ahora se estaban dando. Eduardo: Borra la expresión donde maple arroja como resultado un valor extraño para la variable "r" y ahora intenta que maple establezca una nueva relación para la fórmula "Vcilindro = 100- Vcono" Maple arroja ahora la expresión "3 Pi r^2 hcono = 100 - (1/3) Pi r^2 hcono" Eduardo: Ahora mediante la opción del menú contextual "Resolver /Aislar Expresión para / hcono" obtiene el resultado "hcono = 30 / (Pi r^2)" COMENTARIOS: Eduardo por fin logra despejar la altura del cono en función del radio. Eduardo en ningún punto hasta el momento ha utilizado el concepto de definir sus funciones en términos de una variable (la variable independiente).
19	45:36.3 - 45:59.4	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Intenta despejar la variable "r" en términos de la variable "hcono" mediante la opción de "aislar para r" del menú contextual Maple arroja una raíz extraña, borando el resultado obtenido.
20	45:59.5 - 47:01.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 5 de Eduardo
21	47:01.7 - 50:25.3	**FASE 3** Eduardo: Visualiza el valor asignado a la variable Vcono mediante la paleta de variables de Maple. Eduardo: Se sitúa en la fórmula definida para "Asilo" e intenta obtener algún resultado mediante la opción "Resolver" del menú contextual. Eduardo: En la fórmula establecida para "Acilindro" despeja la variable "r" obteneniendo el resultado "r = 0" Eduardo: Borra el resultado obtenido y al presionar ENTER, Maple automáticamente sustituye el valor definido para la variable "hcilindro" arrojando la expresión "Pi r^2 + 6 Pi r hcono" Eduardo: Borra el resultado obtenido de la variable "hcono" en términos de la variable "r" y escribe ¿qué tipo de dificultad? "Vclindro + Vcono = 100" Maple arroja la expresión "Vclindro + (1/3) Pi r^2 hcono = 100" Eduardo: Resuelve mediante el menú contextual aisalndo la variable "hcono" y obteniendo el resultado "hcono = (3 (100 - Vclindro)) / (Pi r^2)" **COMENTARIOS**: Eduardo no se percata que escribe incorrectamente una variable, es decir, escribe "Vclindro" en lugar de "Vcilindro" (subíndice mal escrito)
22	50:25.3 - 52:10.3	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Selecciona "Pi" de la paleta de símbolos comunes, escribe ":=" y presiona ENTER Maple arroja el mensaje "Error, asignación inválida" y la misma

	Periodo de tiempo	Contenido
		expresión escrita enmarcada con rojo Eduardo: Borra la expresión enmarcada y el mensaje de error y escribe después de la expresión "Pi : =" el valor constante "3.141516" Maple arroja ahora el mismo mensaje arrojado con anterioridad cuando Eduardo intentó la misma acción "Error, intentando asignar un valor a \`Pi\`, el cual es un valor protegido" Eduardo: Borra el mensaje de error y la expresión "Pi : = 3.1416"
23	52:10.4 - 54:10.4	**FASE 3** Eduardo: Corrige la vriable mal escrita con anterioridad, es decir, corrige el subíndice CLINDRO por CILINDRO en la expresión "Vclindro + Vcono = 100" Maple arroja la expresión "(10/3) Pi r^2 hcono = 100" Eduardo: Borra la expresión de la variable "hcono" en términos de las variables "Vclindro" (mal escrita) y "r" Eduardo: Se sitúa después de esta última expresión y despeja la variable "hcono" en términos de la variable "r" mediante la opción "aislar para hcono" del menú contextual. Maple arroja como resultado la expresión "hcono = 30 / Pi r^2" Eduardo: Corrige el operador "=" por el operador ": =" en la expresión "Vcilindro = 100 - Vcono" Maple arroja como resultado la expresión "100 - (1/3) Pi r^2 hcono" en lugar de la expresión "3 Pi r^2 hcono = 100 - (1/3) Pi r^2 hcono" arrojada con aterioridad Eduardo: Borra la expresión "hcono = 30 / Pi r^2"
24	54:10.5 - 54:50.8	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Corrige el operador"=" con el operador ": =" en la expresión de la suma de los volúmenes del cilindro y del cono obteniendo la expresión "Vcilindro + Vcono : = 100" Maple arroja el mensaje "Error, uso ilegal de un objeto como un nombre" y la misma expresión enmarcada con color rojo Eduardo: Borra la expresión enmarcada y el mensaje de error y modifica de nuevo el operador de ": = " a solamente "=" Maple arroja la expresión "100 = 100" Eduardo: Borra la última expresión arrojada por Maple y de nuevo modifica el operador de "igual" a "dos puntos e igual" Maple vuelve a arrojar el mensaje anterior "Error, uso ilegal de un objeto como un nombre" y la expresión enmarcada Eduardo: Realiza la misma operación de borrado anterior eliminando también la expresión "Vcilindro + Vcono : = 100"
25	54:50.9 - 56:21.6	**FASE 3** Eduardo: Se sitúa después de la expresión "100 - (1/3) Pi r^2 hcono" y mediante la opción del menú contextual "aislar para hcono" intenta obtener una expresión de la variable "hcono" en términos de la variable "r" Maple arroja la expresión "hcono = 300 / (Pi r^2)" **COMENTARIOS**: Parece ser que Eduardo intentaba despejar la altura del cono en función de la variable radio, situación que se le estaba complicando por no definir sus funciones en términos de una variable, en este caso en función de la variable independiente "r"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Borra el último resultado arrojado por Maple Eduardo: Halla de nuevo el valor de la variable "hcono" en términos de la variable "r" repitiendo las acciones anteriores mediante la opción "aislar para hcono" del menú contextual
26	56:21.6 - 58:00.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 5 de Eduardo Eduardo: Hace un ligero recorrido por las fórmulas establecidas y el enunciado del problema
27	58:00.2 - 59:01.8	**FASE 3** Eduardo: Borra la expresión "hcono = 300 / (Pi r^2)" Eduardo: Halla de nuevo esta expresión repitiendo acciones realizadas con anterioridad Eduardo: Borra de nuevo la expresión "hcono = 300 / (Pi r^2)" y también la expresión "Vcilindro : = 100 - Vcono" y la expresión correspondiente arrojada por Maple Eduardo: Mediante la paleta de variables de Maple borra los valores asignados a la variable "Vcilindro"
28	59:01.9 - 59:50.1	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Escribe "100 = Vcilindro + Vcono" Maple arroja la expresión "100 = Vcilindro + (1/3) Pi r^2 hcono" Eduardo: Intenta cambiar el operador "igual" a "dos puntos e igual", pero comete un error al dejar los dos operadores Maple arroja el mensaje: "Error, = inválido" y la misma expresión escrita por Eduardo donde se enmarca "100 = : =" señalando el lugar del error Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple, el mensaje de error y la última expresión escrita
29	59:50.2 - 1:01:07.8	**FASE 3** Eduardo: Escribe de nuevo la expresión "100 = Vcilindro + Vcono" Maple arroja de nuevo la expresión "100 = Vcilindro + (1/3) Pi r^2 hcono" Eduardo: Se sitúa después de la última expresión y mediante la opción "aislar para Vcilindro" despeja esta variable en términos de la altura del cono (variable "hcono") Maple arroja como resultado la expresión "Vcilindro = 100 - (1/3) Pi r^2 hcono)" Eduardo: En esta última ezxpresión arrojafda por Maple despeja la altura del cono en términos del volumen de cilindro mediante la opción "aislar para hcono" Maple arroja como resultado la expresión "hcono = (3 (-Vcilindro +100)) / (Pi r^2)"
30	1:01:07.8 - 1:02:37.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 5 de Eduardo
31	1:02:37.6 - 1:03:07.6	**FASE 3** Eduardo: Escribe "Abase : = Pi . r" Maple arroja la expresión "Pi r" Eduardo: Corrige la expresión anterior agregando el exonente 2 a la variable "r" Maple arroja la expresión "Pi r^2"
32	1:03:07.7 - 1:08:11.7	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE**

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Recorre las fórmulas establecidas y se sitúa después de la expresión de la variable "hcono" en términos de "Vcilindro" y la resuelve mediante la opción del menú contexual "aislar para r" Maple arroja un valor extraño (la solución de "r" la presenta como raíz de una expresión en términos de z^2) Eduardo: Copia la última expresión extraña y la iguala a CERO, presiona ENTER Maple arroja la misma exxpresión **COMENTARIOS**: El valor extraño que en este caso está arrojando Maple como solución de una ecuación se presenta en aquellos casos cuando existen raíces complejas de la ecuación. En este caso se debe optar por resolver de manera numérica una ecuación.
33	1:08:14.3 - 1:10:45.1	**FASE 3** Eduardo: Recorre rápidamente las fórmulas definidas Eduardo: Procede a borrar las expresiones "hcono" en términos de "Vcilindro" y la exprresión de "r" en términos del valor extraño Eduardo: Se sitúa después de la expresión "Vcilindro = 100 - (1/3) Pi r^2 hcono)" y resuelve mediante la opción "aislar para r" del menú contextual **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Maple arroja como raíz de la ecuación un valor poco comprensible (solución de "r" en términos de expresión de z^2).Un valor extraño que a diferencia del anterior que estaba igualado a la variable "r", ahora este valor está igualado a CERO. Eduardo: Resuelve mediante "aislar para hcono" Maple arroja como resultado la expresión "hcono = - (3 (Vcilindro - 100)) / (Pi r^2)" Eduardo: Copia la expresión "RootOf (3 Vcilindro - 300 +hcono Pi_z^2) = 0" y borra el incio de la expresión "RootOf" y la expresión resultante la pone como argumento del comado de raíz cuadrada de la paleta de expresiones de Maple Eduardo: Desactiva el comando de raíz cuadrada y escribe de nuevo al inicio de la expresión "RootOf" Eduardo: Borra la última expresión "RootOf (3 Vcilindro - 300 +hcono Pi_z^2) = 0"
34	1:10:45.2 - 1:11:11.8	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: En la expresión "100 = Vcilindro + Vcono" anteriormente definida le añade los dos puntos al operador de igual Maple vuelve a arrojar el mensaje "Error, uso ilegal de un objeto como un nombre" y la misma expresión enmarcada con color rojo Eduardo: Borra la expresión enmarcada y el mensaje de error Eduardo: Elimina los dos puntos del operador en la expresión anterior Maple arroja la expresión "100 = Vcilindro + (1/3) Pi r^2 hcono"
35	1:11:11.9 - 1:12:50.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 5 de Eduardo Erk: Aparentemente espera instrucciones recorriendo la fase de formulación

	Periodo de tiempo	Contenido
36	1:12:50.4 - 1:13:50.3	**FASE 4** **DIFICULTAD PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Inicia la fase de resolución del problema sin haber formulado correctamente el modelo matemático Eduardo: Se sitúa después de la expresión "hcono = - (3 (Vcilindro - 100)) / (Pi r^2)" y procede mediante la opción "diferenciar con respecto a r" del menú contextual Maple arroja la expresión "0 = (6 (vcilindro - 100) / (pi r^3))" COMENTARIOS: Eduardo resuelve el problema basándose en una ecuación secundaria y no en la ecuación primaria (cantidad de material en función del radio). Dentro del procedimiento a seguir había que derivar una función, Eduardo procedió a derivar una función sin detenerse a pensar si era o no la que representaba el modelo matemático del problema. 1:12:55 Eduardo: Borra las expresiones "RootOf (3 Vcilindro - 300 +hcono Pi_z^2) = 0" y "Abase : = Pi . r^2" escritas y también las arrojadas por Maple correspiondientes a dichas expresiones. Eduardo: Borra también todas laas expresines hasta antes de la expresión "100 = Vcilindro + Vcono" y la correspondiente arrojada por Maple "100 = Vcilindro + (1/3) Pi r^2 hcono" Eduardo: Se sitúa en la expresión "100 = Vcilindro + (1/3) Pi r^2 hcono" y obtiene la derivada de dicha función mediante la opción "diferenciar con respecto a r" del menú contextual Maple arroja como resultado la expresión "0 = (2/3) Pi r hcono" **COMENTARIOS**: Eduardo de nuevo trata de derivar una función sin realmente asegurarse que debe ser la función que represente el modelo matemático del problema Eduardo: Borra la última expresión de la derivada arrojada por Maple
37	1:13:50.4 - 1:21:47.7	**FASE 3** Eduardo: Escribe de nuevo la expresión "Abase : = Pi . r^2" Maple arroja la expresión "Pi r^2" Eduardo: Desde la paleta de variables de maple elimina la asignación de valores para las variables "Vcono", "hcilindro", "Asilo" y "Acono" y borra las fórmulas establecidas para "Abase", "100 = Vcilindro + Vcono", "Vcono", "Vcilindro" y "hcilindro", dejando solamente las fórmulas para "Acilindro", "Acono" y "Asilo". Eduardo: Elimina desde la paleta COMENTARIOS: Seguramente después de la explicación del docente, Eduardo se da cuenta que el modelo debía estar en función de la cantidad de material (superficie del cono) Eduardo: Procede a escribir la expresión para la superficie lateral del cono "Acono : = Pi . r . SQR(r^2 + hcono^2)" Maple arroja la expresión "Pi r SQR(r^2 + hcono^2)" Eduardo: Activa de nuevo todos los valores asignados a las variables y define la superficie del cilindro escribiendo "Acilindro : = Pi . r^2 + 2 . Pi . r . hcilindro" Maple arroja la expresión "Pi r^2 + 2 Pi r hcilindro" COMENTARIOS: Siguiendo instruccuones del docente corrige las fórmulas anteriormente definidas Eduardo: Escribe la relación entre las alturas del cono y del cilindro mediante la expresión "hcilindro : = 3 . hcono" Maple arroja la expresión "3 hcono"

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Escribe de nuevo la fórmula para el volumen del cilindro "Vcilindro : = Pi . r . h" Maple arroja la expresión "Pi r^2 h" Eduardo: Escribe la fórmula para el volumen del cono "Vcono : = (Pi . r^2 . h) / 3" Maple arroja la expresión "(1/3) Pi r^2 h" Eduardo: Escribe de nuevo la fórmula del volumen total de silo "Vcilindro + Vcono = 100" Maple arroja la expresión "(4/3) Pi r^2 h = 100"
38	1:21:47.7 - 1:22:08.4	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Corrige el operador en la expresión que define el volumen total del silo agregando " : " Maple arroja el mensaje "Error, uso ilegal de un objeto como nombre" y la misma expresión enmarcada en rojo Eduardo: Borra la expresión enmarcada y el mensaje de error y corrige de nuevo el operador ": =" solamente con " = " Maple arroja la misma expresión arrojada con anterioridad "(4/3) Pi r^2 h = 100"
39	1:22:08.4 - 1:22:33.3	**FASE 4** **DIFICULTAD PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Mediante la opción de "diferenciar con respecto a r" del menú contextual halla la derivada de la expresión "(4/3) Pi r^2 h = 100" arrojada por Maple Maple arroja la expresión "(8/3) Pi r h = 0" Eduardo: Borra esta última expresión, es decir, la expresión que define la derivada
40	1:22:33.3 - 1:24:15.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 5 de Eduardo Eduardo: Recorre su cuaderno de trabajo, tal vez esperando que le resesuelvan sus dudas
41	1:24:15.8 - 1:24:30.0	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Resuelve la ecuación "(4/3) Pi r^2 h = 100", resultado arrojado por Maple de la expresión "Vcilindro + Vcono = 100" mediante la opción "aislar para r" del menú contextual Maple arroja la expresión "r = RootOf (_z^2 Pi h - 75)" **COMENTARIOS**: Eduardo de nuevo trata de obtener una función para derivar no importando si representa o no el modelo matemático del problema.
42	1:24:30.0 - 1:25:27.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 5 de Eduardo Eduardo: No realiza las fases 5 y 6 pasando directamente a la elaboración de su reporte
43	1:25:27.9 - 1:32:51.0	**FASE 7** Eduardo: Inicia la elaboración de su reporte escribiendo "1.- Con los datos dados, procedimos a hallar las dimensiones del cilindro tales como alturas, volúmenes y áreas, interpretamos gráficamente los datpos dados, replanteamos el problema con nuestras propias palabras y de manera más simple para proceder a definir las unidades que vamos a manejar (metros), despueés definimos nuestras variables que serían las alturas de las figuras y el radio de las mismas.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Definimos las fórmulas matemáticas para resolver el problema, luego igualamos a cero una fórmula, la diferenciamos con respecto a r y nos da un aproximado de 2.5 m, sustituimos el r en las fórmulas y nos da como resultado las áreas mínimas para la construcción del silo tales que la altura del cilindro sea la altura del cono." Eduardo: Modifica el tamaño y el color de la fuente de su reporte. **COMENTARIOS**: Eduardo elabora su reporte sin haber completado las fases 3 y 4 y sin haber realizado la Fase 5
44	1:32:51.1 - 1:34:48.9	**FASE 6** Actividad 6.2 Identificación de limitaciones Eduardo: Escribe "La mayor limitación sería la exactitud de las medidas a la hora de la construcción." Actividad 6.1 Verificación de la solución Eduardo: Escribe "Si cumple con las condiciones iniciales ya que el material es el mínimo y la altura del cilindro es el triple o un aproximado del triple de la altura del cono." Eduardo: Modifica el color de la fuente de lo escrito en ambas actividades de la Fase 6 **COMENTARIO**: Eduardo realiza esta fase sin hallar la solución al problema, suponemos que lo que en realidad hace es concentrar las conclusiones del discurso del docente al hacer las puestas en común.
45	1:34:49.0 - 1:35:14.0	**FIN DE SESIÓN** Eduardo: Procede a hacer el respaldo de su cuaderno de trabajo Fin de la grabación: 8:48 A.M.

Miguel –Transcripción - Sesión 5

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:58.6	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de la Sesión 5 de Miguel: 7:18 A.M. **Miguel**: Procede a cargar el cuaderno de trabajo electrónico de la quinta sesión desde la carpeta UGR.
2	0:58.7 - 2:13.2	**FASE 1** Actividad 1.1 **Miguel**: Procede a leer y tratar de comprender el problema de la quinta sesión (silo para granos) visualizando el enunciado literal y esquemático del problema.
3	2:13.3 - 3:56.5	**FASE 1** Actividad 1.2 Lista de palabras clave **Miguel**: Escribe “cilindro 3 veces la altura de” y borra lo escrito. **Miguel**: Ahora escribe “altura del cilindro es 3 veces la altura del cono” **Miguel**: Visualiza unos segundos el enunciado del problema y continúa escribiendo las palabras clave. Ahora escribe: “volumen” y “volumen de cada silo 100m^3” **Miguel**: Visualiza aproximadamente durante 20 segundos el enunciado literal del problema y regresa al apartado de la lista de palabras clave.
4	3:56.6 - 4:32.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 5 de Miguel. **Miguel**: Se sitúa en el apartado de dibujo esquemático, posteriormente en el de replanteamiento y luego en el apartado de unidades.
5	4:32.9 - 6:00.0	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la lectura del enunciado del problema Inicio de la actividad 1.5 Escribir unidades **Miguel**: Escribe “en metros” como unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema, borra lo escrito y reescribe “En metros.”
6	6:00.1 - 8:00.5	**FASE 2** Inicio de la actividad 2.1 Identificar y definir variables **Miguel**: Escribe “las variables son las alturas” y visualiza por 20 segundos el enunciado literal del problema y continúa escribiendo “dadas de los”. **Miguel**: Borra lo escrito y espera 20 segundos
7	8:00.6 - 9:55.2	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la leer el enunciado literal del problema y visualiza el enunciado gráfico. **Miguel**: Retorna por unos segundos al apartado de identificar y definir variables y luego regresa a leer y analizar el enunciado del problema y copia y pega del enunciado literal al apartado de palabras clave la frase “mínima la utilización de material empleado en su construcción”
8	9:55.3 - 12:30.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 5 de Miguel.
9	12:30.5 - 17:23.7	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la lectura y comprensión del enunciado del problema señalando la frase correspondiente a lo que se desea

	Periodo de tiempo	Contenido
		obtener.
10	17:23.8 - 18:45.2	**FASE 2** **Miguel**: Escribe ahora en el apartado de identificar y definir variables, "*Las dimensiones dadas de las figuras cónicas y cilíndrica*" y se posiciona en el apartado de la Fase 3.
11	18:45.3 - 20:10.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 5 de Miguel.
12	20:10.5 - 21:41.3	**FASE 1** **Miguel**: Regresa al enunciado gráfico del problema.
13	21:41.4 - 22:07.8	**FASE 2** Inicio de la actividad 2.2 Suposiciones **Miguel**: Escribe en el apartado para las suposiciones "*Supongamos se trata de superficies completamente cilíndricas, circulares y cónicas*"
14	22:07.9 - 23:16.5	**FASE 3** Inicio de la tercera fase **Miguel**: Escribe la expresión "*z* := *w*+*y*+*x*". **Maple**: Arroja la expresión "*w*+*y*+*x*"
15	23:16.5 - 23:53.4	**FASE 4** **Miguel**: Escribe "Como el problema consiste solamente", borra la última palabra y continúa escribiendo "en hallar las". Regresa por unos segundos a visualizar el enunciado y se sitúa en el apartado de la tercera fase.
16	23:53.4 - 25:07.2	**FASE 3** **Miguel**: Modifica la variable "z" por la variable con subíndice "z_a" y luego la cambia de nuevo a la variable "A_t" modificando también las variables *w*, *y*, *x* como variables con subíndices, obteniendo la expresión "$A_t \coloneqq A_x + A_y + A_w$". **Maple**: Arroja la expresión "*Ax* + *Ay* + *Aw*".
17	25:07.3 - 26:10.7	**FASE 4** **Miguel**: Completa la frase anteriormente escrita "áreas de las formas cilíndricas, circular y cónica y posteriormente hallar", corrige lo escrito obteniendo: "*Como el problema consiste en hallar las dimensiones mínimas de las formas cilíndricas, circular y cónica, se derivará para hallar las mínimas cantidades de estas, todo siempre en función del radio.* COMENTARIO: Parece que Miguel escribe la instrucción necesaria para poder resolver el problema.
18	26:10.8 - 29:01.3	**FASE 3** COMENTARIO: Aunque Miguel considera lo siguiente en el apartado de resolución del problema es parte de la fase de formulación. **Miguel**: Escribe la expresión "$A_x = \pi r^2$" y visualiza por unos segundos el enunciado del problema. Error de sintaxis **Miguel**: Escribe en la línea anterior de esta expresión: "$V_{1=100}$". COMENTARIO: Miguel no se percata que pone hasta el signo igual y el valor de cien como subíndice. Maple no arroja mensaje de error alguno debido a que Miguel no presiona enter en este momento después de escribir esta expresión. **Miguel**: Completa la expresión de A_X corrigiendo la escritura del exponente de la variable *r* y obtiene la expresión que define su

Periodo de tiempo	Contenido
	modelo matemático. "$A_x = \pi r^2 + 2\pi r \cdot \left(\frac{V_1}{\pi r^2}\right)$" **Maple**: Arroja la expresión simplificada: $$A_x = \pi r^2 + \frac{2V_1}{\pi r}$$
19 29:01.4 - 32:00.0	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Procede a derivar la expresión anterior mediante la opción "*Diferenciar/With Respect To/A(x)*" **Maple**: Arroja la expresión "*1=0*". **Miguel**: Borra la expresión y la instrucción de diferenciar arrojadas por Maple. **Miguel**: Decide repetir el procedimiento pero ahora diferenciando con respecto a πr que es otra de las opciones que le ofrece Maple para diferenciar la expresión para A_x. COMENTARIO: Miguel no se percata que Maple estaba considerando πr como una variable compuesta. **Maple**: Arroja la expresión: "$2\pi r - \frac{2V_1}{\pi r^2}$" **Miguel**: Borra la última expresión e instrucción arrojadas por Maple e incluye el operador de definición de funciones para la expresión de A_x. **Maple**: Arroja la expresión: "$\pi r^2 + \frac{2V_1}{\pi r}$" **Miguel**: Selecciona de la paleta de expresiones el operador para derivar una función y reemplaza la variable por *r* y la función por *f(r)*. **Maple**: Arroja la expresión: "$\frac{d}{dr} f(r)$ " **Miguel**: Procede a reemplazar *r* en *f(r)* por A_x. Maple: Arroja el valor de cero. **Miguel**: Borra el valor arrojado por Maple y la expresión anteriormente escrita. Procede a copiar y pegar la expresión para A_x y de nuevo la obtiene la diferencial de esta expresión con respecto a πr. **Maple**: Arroja la misma expresión para la derivada arrojada con anterioridad. **Miguel**: Copia y pega la expresión arrojada por Maple, la iguala a cero y la resuelve mediante la opción de obtener soluciones para πr. **Maple**: Arroja tres raíces en términos de la variable V_1.
20 32:00.1 - 33:20.8	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Errores de sintaxis **Miguel**: Decide modificar el operador de igual con el operador de definición de funciones en la expresión "$V_{1=100}$", obteniendo: $V_1 := 100$ COMENTARIO: Miguel sigue sin percatarse que tiene un error

Periodo de tiempo	Contenido
	de sintaxis. **Maple**: Arroja el mensaje de error "error, subíndice inválido" y la misma expresión señalando con un marco en línea punteada roja el subíndice "$1 := 100$": $V_{\boxed{1 := 100}}$ **Miguel**: Procede a corregir el error, escribiendo "$V_1 = 100$". **Maple**: Arroja el mensaje de error "error, base del subíndice vacía" y la expresión: $V_{\boxed{?}_{1}} = 100$ **Miguel**: Decide borrar la expresión y escribirla de nuevo "$V_1 := 100$" **Maple**: Arroja solamente el valor de cien. **Miguel**: Proporciona de nuevo ENTER después de la expresión para A_x.
21 33:20.9 - 33:41.4	**FASE 4** **Miguel**: Deriva de nuevo la expresión de A_x con respecto a πr. **Maple**: Arroja de nuevo la expresión: "$2\pi r - \frac{2V_1}{\pi r^2}$" **Miguel**: Halla de nuevo las soluciones de A_x para πr. **Maple**: Arroja de nuevo tres raíces, una real ($10^{2/3}$) y dos complejas **Miguel**: Borra el resultado arrojado pro Maple
22 33:41.5 - 35:11.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 5 de Miguel.
23 35:11.3 - 35:46.4	**FASE 3** **Miguel**: En la expresión que considera su modelo matemático, la expresión para A_x incluye el operador de producto entre el factor π y el factor r y entre el factor π y el factor r^2. Presiona ENTER. **Maple**: arroja la expresión: "$\pi r^2 + \frac{200\pi r}{\pi r^2}$" **Miguel**: Borra la expresión de A_x definida en términos de V_1 que no contenía el operador de producto entre los factores de π y r y la expresión arrojada por Maple como consecuencia de esta definición.
24 35:46.5 - 36:10.1	**FASE 4** **Miguel**: Procede ahora a diferenciar la expresión con respecto a r, opción que ahora si le daba Maple. **Maple**: Arroja la expresión: "$2\pi r - \frac{200\pi}{\pi r^2}$"
25 36:10.2 - 36:21.3	**FASE 3** **Miguel**: Incluye el operador de producto entre los factores π y r^2 del denominador de su modelo matemático. **Maple**: Arroja ahora la expresión simplificada: "$\pi r^2 + \frac{200}{r}$"
26 36:21.4 - 41:21.6	**FASE 4** **Miguel**: Borra las expresiones arrojadas por Maple al derivar con anterioridad su modelo matemático y deriva de nuevo el modelo

Periodo de tiempo	Contenido
	con respecto a *r*. **Maple**: Arroja la expresión: “$2\pi r - \frac{200}{r^2}$” **Miguel**: Copia y pega esta expresión, incluye el operador de producto entre los factores π, *r* y *2* e iguala esta expresión a cero. **Maple**: Arroja la expresión: “$2\pi r - \frac{200}{r^2} = 0$” **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción “*Resolver/Obtener Soluciones para/r*” **Maple**: Arroja tres soluciones para *r* (una real y dos complejas): $\frac{100^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\frac{100^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi} + \frac{\frac{1}{2} I\sqrt{3}\,100^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\,100$ **Miguel**: Repite de nuevo el cálculo de los números críticos. **Maple**: Arroja los mismos tres números críticos obtenidos con anterioridad. **Miguel**: Borra las raíces arrojadas por Maple y la expresión de la derivada igualada a cero. **Miguel**: Deriva de nuevo el modelo matemático con respecto a *r*. **Maple**: Arroja la misma expresión obtenida con anterioridad. **Miguel**: Halla de nuevo las soluciones de esta última expresión para *r*. **Maple**: Arroja de nuevo las tres soluciones para *r* obtenidas las dos veces anteriores. **Miguel**: Borra de nuevo la respuesta arrojada por Maple. COMENTARIO: Miguel no se percata que Maple le estaba proporcionando un valor real razonable, lo que en realidad debía hacer era resolver la ecuación numéricamente o tomar la raíz real y obtener el valor numérico. 40:05 **Miguel**: Se sitúa en la expresión de la derivada dada por Maple “$2\pi r - \frac{200}{r^2}$” y procede mediante la opción “Gráficas/Gráfica 2-D” a hallar la gráfica de esta función, tal vez para obtener gráficamente la solución al problema. **Maple**: Arroja solamente el sistema de ejes coordenados. **Miguel**: Conforme recorre hacia abajo la gráfica, aparentemente se visualiza la gráfica. **Dificultades uso del Maple** **Miguel**: Escribe por debajo de la gráfica la expresión de la derivada y la iguala a cero utilizando el operador de definición de funciones en Maple (“:=”): “$2 \cdot \pi \cdot r - \frac{200}{r^2} := 0$” **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, usoilegalde un objeto como nombre” y arroja la misma expresión enmarcada en una línea punteada roja. **Miguel**: Borra los dos puntos en la expresión anteriormente escrita. **Maple**: Arroja la misma expresión sin los operadores de producto entre los factores. **Miguel**: Nuevamente resuelve esta expresión ahora con la opción “*Resolver/Resolver para la Variable/r*”. **Maple**: De nuevo arroja las tres raíces obtenidas con

	Periodo de tiempo	Contenido
		anterioridad.
27	41:21.7 - 43:31.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 5 de Miguel **Miguel**: Recorre su procedimiento y visualiza el enunciado del problema.
28	43:31.3 - 45:43.1	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa en la expresión para V_1y escribe $V_{1+}V_2 := 100$. COMENTARIO: Miguel no se percata que el signo "+" lo escribe como un subíndice. **Maple**: Arroja el mensaje de error: "Error, suma/diferencia inválida" y la misma expresión enmarcando el error de sintaxis. **Miguel**: Corrige el error, escribiendo ahora la expresión $V_1 + V_2 := 100$. **Maple**: Arroja ahora el mensaje de error "Error, uso ilegal de un objeto como nombre" y la misma expresión enmarcada en una línea punteada roja. **Miguel**: Corrige la expresión eliminado el operador de definición de funciones. **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, operación perdida" y la misma expresión enmarcando el error de sintaxis. **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión incluyendo el signo igual "$V_1 + V_2 = 100$" **Maple**: Arroja la expresión "100+$V_2 = 100$" COMENTARIO: Recordemos que anteriormente Miguel había asignado el valor de cien a la variable V_1. **Miguel**: De nuevo incluye los dos puntos en la expresión. **Maple**: Arroja de nuevo el mensaje de error "Error, uso ilegal de un objeto como nombre" y la misma expresión enmarcada en una línea punteada roja. **Miguel**: Borra la expresión completa que incluye las variables V_1 y V_2 y escribe nuevamente la misma expresión. **Maple**: Arroja una vez más el mensaje de error "Error, uso ilegal de un objeto como nombre" y la misma expresión enmarcada en una línea punteada roja. **Miguel**: Elimina de nuevo los dos puntos de la expresión. **Maple**: Arroja nuevamente la expresión "100+$V_2 = 100$" 45:01 **Miguel**: Borra la última expresión arrojada por Maple y la expresión que él escribió que incluye a las variables V_1 y V_2. **Miguel**: En la expresión que define su modelo matemático sustituye V_1 por a obteniendo: $A_x := \pi \cdot r^2 + 2\,\pi \cdot r \cdot \left(\frac{a}{\pi \cdot r^2}\right)$ **Miguel**: Escribe ahora la expresión $a + b = 100$. **Maple**: Arroja la misma expresión.
29	45:43.2 - 46:10.5	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a leer el enunciado del problema
30	46:10.6 - 49:33.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 5 de Miguel
31	49:33.5 - 53:28.7	**FASE 3** COMENTARIO: Posiblemente después de la puesta en común,

Periodo de tiempo		Contenido
		Miguel modifica las expresiones definidas en la fase de formulación. **Miguel**: Escribe la expresión: $\pi \cdot r^2 \cdot h + \frac{\left(\pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{h}{3}\right)\right)}{3} = 100$ **Maple**: Arroja la expresión $\frac{10}{9} \pi r^2 h = 100$ **Miguel**: Resuelve la ecuación escrita mediante la opción "Resolver/Aislar Expresión para/h". **Maple**: Arroja la expresión $h = \frac{90}{\pi r^2}$ **Miguel**: Reescribe su modelo matemático, obteniendo: $A_x := \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$ **Maple**: Arroja la expresión: $\pi r^2 + 2\pi r h$ **Miguel**: Borra todas las expresiones posteriores al modelo matemático (derivadas, raíces, etc.), así como la gráfica arrojada por Maple con anterioridad.
32	53:28.8 - 53:53.2	**FASE 4** **Miguel**: Procede a derivar el modelo matemático. **Maple**: Arroja la expresión: $2\pi r + 2\pi h$
33	53:53.2 - 54:30.1	**FASE 3** **Miguel**: Procede a definir la variable *h* como una función de *r*, escribiendo: $h := \frac{90}{\pi \cdot r^2}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\frac{90}{\pi r^2}$ **Miguel**: Presiona ENTER después del modelo. **Maple**: Arroja la expresión que define al modelo considerando el valor definido para *h*: $\pi r^2 + \frac{180}{r}$
34	54:30.3 - 57:41.7	**FASE 4** **Miguel**: Procede a diferenciar el modelo con respecto a la variable *r*. **Maple**: Arroja la expresión: $2\pi r - \frac{180}{r^2}$ Errores cognitivos o conceptuales **Miguel**: Escribe "*igualamos a cero para encontrar el mínimo.*" y escribe la expresión: $\pi \cdot r^2 - \frac{180}{r^2} = 0$ COMENTARIO: Miguel no se percata que mal escribe el primer

Periodo de tiempo	Contenido

término de la derivada, es decir, el primer término corresponde al modelo matemático y no a su derivada.

Maple: Arroja la expresión

$$\pi r^2 - \frac{180}{r^2} = 0$$

Miguel: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Obtener Soluciones para /r*".

Maple: Arroja como soluciones para *r* las raíces:

$$\frac{180^{1/4}}{\pi^{1/4}}, \frac{I\,180^{1/4}}{\pi^{1/4}}, -\frac{180^{1/4}}{\pi^{1/4}}, -\frac{I\,180^{1/4}}{\pi^{1/4}}$$

¿Error de sintaxis?

Miguel: Borra este último resultado arrojado por Maple y corrige la expresión de la derivada igualada a cero, pero no se da cuenta que le falta el factor dos.

$$\pi \cdot r - \frac{180}{r^2} = 0$$

Miguel: Resuelve la ecuación mediante la opción de obtener soluciones para *r*.

Maple: Arroja ahora como soluciones para *r* las siguientes raíces:

$$\frac{180^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\,\frac{180^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi} + \frac{\frac{1}{2} I\sqrt{3}\;180^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\;180^{1}$$

Miguel: Grafica la derivada mediante la opción "*Graficas/Gráfica Implícita 2-D/r,?*", tal vez para comprobar la solución obtenida.

Maple: Arroja como gráfica una línea recta vertical que corta al eje de las *x* en el valor real de las soluciones:

$$\frac{180^{1/3}(\pi^2)^{1/3}}{\pi} = 3.8550$$

COMENTARIO: Posiblemente Miguel no se percata de esta situación.

Miguel: Se percata del factor que le hizo falta considerar en la expresión de la derivada y lo incluye, obteniendo:

$$2\,\pi \cdot r - \frac{180}{r^2} = 0$$

Maple: Arroja la expresión:

$$2\,\pi r - \frac{180}{r^2} = 0$$

Miguel: Resuelve de nuevo la ecuación de la derivada igualada a cero.

Maple: Arroja ahora las siguientes soluciones para *r* :

$$\frac{90^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\,\frac{90^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi} + \frac{\frac{1}{2} I\sqrt{3}\;90^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}, -\frac{1}{2}\,\frac{90^{1/3}\left(\pi^2\right)^{1/3}}{\pi}$$

Miguel: Grafica de nuevo la derivada:

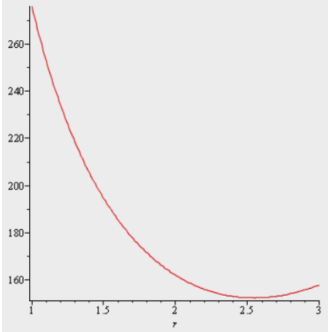
Maple: Arroja de nuevo una expresión similar solamente que en este caso la recta corta al eje de las *x* en el valor:

$$\frac{90^{1/3}(\pi^2)^{1/3}}{\pi} = 3.0598$$

Miguel: Borra las penúltimas soluciones arrojadas por Maple y la gráfica correspondiente a la solución real de este resultado.

	Periodo de tiempo	Contenido
35	57:41.8 - 59:14.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 5 de Miguel **Miguel**: Recorre el procedimiento realizado en las fases de formulación y resolución y borra todo lo escrito y arrojado por Maple después del modelo matemático.
36	59:14.6 - 1:04:16.4	**FASE 3** **Miguel**: Escribe la expresión: $A_y := \pi \cdot r \sqrt{r^2 + (h)^2}$ **Maple**: Arroja la expresión: $\pi r \sqrt{r^2 + \frac{8100}{\pi^2 r^4}}$ **Miguel**: Escribe la expresión: $A_w := \pi \cdot r^2$ **Maple**: Arroja la expresión: πr^2 **Miguel**: Escribe la expresión que definirá su nuevo modelo matemático: $A_t := A_x + A_y + A_w$ **Maple**: Arroja la expresión simplificada que define el nuevo modelo matemático: $2\pi r^2 + \frac{180}{r} + \pi r \sqrt{r^2 + \frac{8100}{\pi^2 r^4}}$ **Miguel**: Aparentemente cree tener error de sintaxis y corrige varias veces la escritura de la variable A_w en las expresiones: $A_w := \pi \cdot r^2$ y $A_t := A_x + A_y + A_w$ COMENTARIO: Parece ser que Miguel no se percata que la expresión que estaba arrojando Maple la estaba dando de manera simplificada reduciendo términos semejantes y cree que había cometido algún error de sintaxis.
37	1:04:16.5 - 1:05:17.2	**FASE 5** **Miguel**: Elabora la gráfica del modelo matemático mediante la opción “*Gráficas/Grafica 2-D*”. **Maple**: Arroja la gráfica del modelo pero no es posible visualizar del todo la forma de la gráfica. **Miguel**: Resuelve el modelo matemático mediante la opción “*Resolver/Obtener Soluciones para/r*”, tal vez para poder interpretar la gráfica del modelo matemático. **Maple**: Arroja las soluciones para *r* del modelo matemático: $\frac{30^{1/3}\left(\pi^2\left(-4+\sqrt{7}\right)\right)^{1/3}}{\pi}, \frac{\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}I\sqrt{3}\right)30^{1/3}\left(-\pi^2\left(4+\sqrt{7}\right)\right)^{1/3}}{\pi}, (-$ **Miguel**: Tratando de obtener el valor numérico de las raíces de la ecuación selecciona la opción de Maple “*Formato Numérico*” y selecciona la categoría “*Científico*” con dos decimales y un dígito de exponente. Miguel presiona “*Aplicar formato*”. **Maple**: Arroja ahora como raíces:

Periodo de tiempo		Contenido
		$\frac{3.00\times 10^{1^{1.00\times 10^{0}/3.00\times 10^{0}}}\left(\pi^{2.00\times 10^{0}}\left(-4.00\times 10^{0}+\sqrt{7.00\times 10^{0}}\right)\right)^{1.00\times 10^{0}/3.00\times 10^{0}}}{\pi},$ $\frac{\left(-5.00\times 10^{-1}+5.00\times 10^{-1}\,\mathrm{I}\sqrt{3.00\times 10^{0}}\right)3.00\times 10^{1^{1.00\times 10^{0}/3.00\times 10^{0}}}\left(-\pi^{2.00\times 10^{0}}\right.}{\pi}$ $\left(-5.00\times 10^{-1}-5.00\times 10^{-1}\,\mathrm{I}\sqrt{3.00\times 10^{0}}\right)3.00\times 10^{1^{1.00\times 10^{0}/3.00\times 10^{0}}}\left(\pi^{2.00\times 10^{0}}\right.$ COMENTARIO: De nuevo Miguel no se percata que en las soluciones anteriores, Maple estaba arrojando una solución real y dos raíces complejas y resolviendo numéricamente podría haber obtenido el valor del número crítico o bien obteniendo su valor numérico aproximando a cierto número de decimales. **Miguel**: Borra los últimos valores arrojados por Maple como solución del modelo.
38	1:05:17.3 - 1:06:05.4	**FASE 4** **Miguel**: Obtiene la derivada de su nuevo modelo matemático. **Maple**: Arroja la expresión: $4\pi r-\frac{180}{r^{2}}+\pi\sqrt{r^{2}+\frac{8100}{\pi^{2}r^{4}}}+\frac{1}{2}\frac{\pi r\left(2r-\frac{32400}{\pi^{2}r^{5}}\right)}{\sqrt{r^{2}+\frac{8100}{\pi^{2}r^{4}}}}$ **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Resolución Numérica*". **Maple**: Arroja el valor 2.542880528
39	1:06:05.5 - 1:07:28.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 5 de Miguel. **Miguel**: Recorre el procedimiento realizado.
40	1:07:28.8 - 1:09:03.2	**FASE 5** **Miguel**: Intenta obtener la gráfica del modelo con el comando "*plot*" pero se arrepienta y utiliza otra opción. **Miguel**: Escribe la expresión: $A(r) := A_t := A_x + A_y + A_w$ **Miguel**: Modifica la expresión anterior igualando *A(r)* a la expresión del modelo matemático, obteniendo: $A(r) := 2\pi r^{2}+\frac{180}{r}+\pi r\sqrt{r^{2}+\frac{8100}{\pi^{2}r^{4}}}$ **Miguel**: Presiona ENTER y define la expresión anterior como una función con la opción que ofrece el Maple. **Maple**: Arroja la expresión que define el modelo como una función de la variable *r*. $r\to 2\pi r^{2}+\frac{180}{r}+\pi r\sqrt{r^{2}+\frac{8100}{\pi^{2}r^{4}}}$ **Miguel**: Procede ahora sí a escribir el comando "*plot*" para graficar el modelo: $plot(A(r), r=1..3)$ **Maple**: Arroja la gráfica del modelo matemático:

	Periodo de tiempo	Contenido
		
41	1:09:03.3 - 1:10:43.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 5 de Miguel. **Miguel**: Recorre el procedimiento realizado y borra la gráfica del modelo donde no era posible visualizarla.
42	1:10:43.9 - 1:12:25.7	**FASE 5** **Miguel**: Se sitúa en el apartado de la interpretación gráfica y analítica y escribe "*La gráfica nos muestra un mínimo en aprox. 2.5 y*". **Miguel**: Aumenta el grosor de la línea de la gráfica del modelo a tres puntos y continúa escribiendo "*antes y después de este, el área es mayor, ya que aquel al ser el mínimo 2.5, el área mínima para la elaboración del silo es de*".
43	1:12:25.8 - 1:15:09.4	**FASE 4** **Miguel**: Procede a hallar la derivada del nuevo modelo matemático. **Maple**: Arroja la expresión de la derivada: $4\pi r-\frac{180}{r^2}+\pi\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}+\frac{1}{2}\frac{\pi r\left(2r-\frac{32400}{\pi^2 r^5}\right)}{\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}}$ **Miguel**: Comprueba define la derivada como una función con respecto a *r*, hallándola de nuevo en el modelo definido como función de dicha variable. **Maple**: Arroja la expresión: $r\to 4\pi r-\frac{180}{r^2}+\pi\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}+\frac{1}{2}\frac{\pi r\left(2r-\frac{32400}{\pi^2 r^5}\right)}{\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}}$ **Miguel**: Halla la segunda derivada del modelo matemático mediante la opción "*Diferenciar/With Respect To/r*". Maple: Arroja la expresión de la segunda derivada del modelo: $4\pi+\frac{360}{r^3}+\frac{\pi\left(2r-\frac{32400}{\pi^2 r^5}\right)}{\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}}-\frac{1}{4}\frac{\pi r\left(2r-\frac{32400}{\pi^2 r^5}\right)^2}{\left(r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}\right)^{3/2}}+\frac{1}{2}\frac{\pi r\left(2+\frac{162000}{\pi^2 r^6}\right)}{\sqrt{r^2+\frac{8100}{\pi^2 r^4}}}$ **Miguel**: Procede a resolver la expresión que define la segunda derivada mediante la opción "*Resolver/Resolución Numérica*". Maple: Arroja el valor negativo: -4.570688718 COMENTARIO: Aparentemente Miguel quería verificar que en el número crítico encontrado (*2.5428805258*) había un mínimo, pero lo que estaba hallando eran los ceros de la segunda derivada. Para verificar que en el número crítico la segunda derivada era

	Periodo de tiempo	Contenido
		positiva (lo que indicaría que habría un mínimo), Miguel tendría que haber evaluado esta derivada en el número crítico. **Miguel**: Borra el número crítico arrojado por Maple e intenta analizar lo que estaba sucediendo y halla de nuevo dicho número crítico. **Maple**: Arroja de nuevo el valor de *2.5428805258*. **Miguel**: Resuelve de nuevo la expresión de la segunda derivada. **Maple**: Arroja el mismo valor negativo arrojado con anterioridad. **Miguel**: Borra uno de los valores negativos, solución de la segunda derivada.
44	1:15:09.5 - 1:17:02.1	**FASE 5** **Miguel**: Borra "*es de*" y continúa escribiendo la interpretación de las soluciones "*se encuentra aquí, donde las pendiente de las rectas tangentes a este punto son cero.*"
45	1:17:02.2 - 1:19:16.5	**FASE 4** **Miguel**: Borra el valor negativo arrojado por Maple como resultado de resolver la expresión de la segunda derivada. **Miguel**: Intenta resolver esta expresión mediante otra opción "*Resolver/Resolución Numérica desde el punto*", proporcionando como punto inicial el valor del número crítico hallado. **Maple**: Arroja de nuevo como resultado el mismo valor negativo. **Miguel**: Borra este valor negativo y revisa en el menú contextual que ofrece Maple otras opciones para resolver ecuaciones, pero no selecciona ninguna de ellas.
46	1:19:16.6 - 1:20:17.4	**FASE 5** **Miguel**: Escribe la relación entre las soluciones del problema "*El problema se relaciona mucho con la gráfica, pues como podemos ver, el cero es una asíntota, ya que recordemos que el radio no puede ser cero.*"
47	1:20:17.5 - 1:24:00.0	**FASE 4** **Miguel**: Selecciona el resultado arrojado por Maple como número crítico y lo resalta con negritas y subrayado, tal vez identificando dicho valor como solución al problema. **Miguel**: Escribe *g* = <u>2.542880528</u>. **Maple**: Arroja la misma expresión pero no subrayada *g = 2.542880528*. **Miguel**: Escribe "*h(g) : =*", copia y pega la expresión de la derivada y reemplaza todas las variables *r* por la variable *g*, obteniendo: $h(g) := 4\pi + \frac{360}{g^{3}} + \frac{\pi\left(2g - \frac{32400}{\pi^{2} g^{5}}\right)}{\sqrt{g^{2} + \frac{8100}{\pi^{2} g^{4}}}} - \frac{1}{4} \frac{\pi g \left(2g - \frac{32400}{\pi^{2} g^{5}}\right)^{2}}{\left(g^{2} + \frac{8100}{\pi^{2} g^{4}}\right)^{3/2}} + \frac{1}{2} \frac{\pi g \left(2 + \frac{162\ldots}{\pi^{2}\ldots}\right.}{\sqrt{g^{2} + \frac{81\ldots}{\pi^{2}\ldots}}}$ **Miguel**: Presiona ENTER y define la función mediante la opción que ofrece Maple. **Maple**: Arroja la expresión: $g \rightarrow 4\pi + \frac{360}{g^{3}} + \frac{\pi\left(2g - \frac{32400}{\pi^{2} g^{5}}\right)}{\sqrt{g^{2} + \frac{8100}{\pi^{2} g^{4}}}} - \frac{1}{4} \frac{\pi g \left(2g - \frac{32400}{\pi^{2} g^{5}}\right)^{2}}{\left(g^{2} + \frac{8100}{\pi^{2} g^{4}}\right)^{3/2}} + \frac{1}{2} \frac{\pi g \left(2 + \frac{1620\ldots}{\pi^{2} g\ldots}\right.}{\sqrt{g^{2} + \frac{810\ldots}{\pi^{2} g\ldots}}}$ **Miguel**: Corrige el miembro izquierdo de la expresión escrita a solamente *f* en lugar de *h(g)* y elimina los dos puntos dejando

	Periodo de tiempo	Contenido
		solo el signo igual. **Maple**: Arroja la misma expresión. **Dificultades uso del Maple** **Miguel**: Procede a escribir el operador de producto entre los factores π y g y resuelve mediante la opción "*Resolver/Resolver para la Variable/g*". **Maple**: Arroja el mensaje "Cuidado, puede haber pérdida de soluciones" y la expresión que contiene solo los paréntesis cuadrados "[ ]". **Miguel**: Borra el mensaje de error y la última expresión arrojada por Maple.
48	1:24:00.1 - 1:24:10.8	**FASE 6** Inicio de la fase de verificación de la solución (Fase 6). **Miguel**: Se sitúa en el apartado de verificación de la solución y escribe "*la solución si cumple con los valores dados*"
49	1:24:10.9 - 1:25:00.6	**FASE 4** **Miguel**: Escribe "*r:=*" y copia y pega el número crítico hallado, tal vez como mencionamos antes identificando la solución. **Maple**: Arroja el valor que representa el número crítico. **Miguel**: Borra la expresión "*r: = 2.542880528*" y el valor arrojado por Maple.
50	1:25:00.7 - 1:27:43.2	**FASE 6** **Miguel**: Continúa escribiendo la verificación de que la solución cumple con las condiciones iniciales "*, ya que podemos observar que se trata de un mínimo absoluto, igualmente a la hora de realizar la segunda derivada nos percatamos que el punto cumple con las condiciones iniciales dadas*". **Miguel**: Identifica las limitaciones escribiendo "*Como en la vida real, no existen mediciones iguales a cero, por eso cero representa una asíntota en la función. Tomamos en cuenta, como si el cilindro y el cono, tuvieran áreas perfectas, sin modificaciones, además de que no tomamos en cuenta otros factores como la dilatación del material por las temperaturas, etc.*"
51	1:27:43.3 - 1:33:13.2	**FASE 7** Inicio de la fase de elaboración del informe **Miguel**: Escribe en el apartado de resumen descriptivo: "*Identificar el problema y las variables identificadas.* *Encontrar las ecuaciones para modelar y dejar en términos todo de una sola variable.* *Derivar con respecto a dicha variable, igualar a cero y comprobar si se trata de un mínimo o un máximo* *Escribir conclusiones del problema*" **Miguel**: Escribe en el apartado de limitaciones, validez y significado de la solución: "*La solución es válida, para todo problema que conste de los parámetros utilizados con las limitaciones antes mencionadas*" **Miguel**: Modifica el color de la fuente de lo escrito de azul a negro. **Miguel**: Escribe en el apartado de dificultades: "*las dificultades surgieron a la hora de interpretar la gráfica, pues no había definido un intervalo para graficarla.*" **Miguel**: Modifica el color de la fuente de lo escrito de azul a

	Periodo de tiempo	Contenido
		negro. **Miguel**: Escribe en el apartado de uso de los gráficos e interpretación gráfica de la solución: "*un uso de interpretación para entender mejor el problema y lo que se busca*" **Miguel**: Modifica el color de parte de lo escrito de azul a negro.
52	1:33:13.3 - 1:33:46.0	**FIN DE SESIÓN** **Miguel**: Procede a hacer el respaldo de su cuaderno de trabajo electrónico de Maple siguiendo las instrucciones establecidas para tal efecto. Fin de la grabación de la Sesión 5 de Miguel: 8:52 A.M.

Julia – Transcripción - Sesión 6

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:42.8	**INICIO DE SESIÓN** Sesión 6 de Julia PROBLEMA: Determinación de las dimensiones de un tanque de almacenamiento de gas con el mínimo costo 7:08 Inicio de la grabación en Camtasia Julia: Carga el cuaderno de trabajo de la última sesión correspondiente al miércoles 5 de octubre de 2011
2	0:42.9 - 3:31.9	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Procede a la lectura y comprensión del problema
3	3:31.9 - 3:35.9	**FASE 1** Julia: Retorna a visualizar el apartado propuesto para la secuencia de actividades a seguir en la resolución del problema. - Hacer una lista de palabras clave - Hacer un dibujo esquemático del problema - Replantear con tus propias palabras el problema - Escribir las unidades en la cuáles debe expresarse la solución del problema Julia: Visualiza esta lista a partir de la quinta actividad: - Identificar y definir las variables - Hacer suposiciones, si es necesario, para abordar el problema matemáticamente - Obtener la fórmula matemática para resolver el problema - Resolver el problema - Interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida - Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema - Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales - Identificar limitaciones de la solución obtenida - Hacer un informe o reporte de la solución encontrada
4	3:36.0 - 12:53.0	**FASE 1** ACTIVIDAD 1.1 Julia: Continúa con la lectura y comprensión del problema
5	12:53.1 - 14:33.7	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: Copia y pega el encabezado de la segunda actividad propuesta (Identificar y definir las variables) e inicia la definición de sus variables, escribiendo: "r = radio del cilindro y la esfera" "h = altura del cilindro" "Sesf = superficie de la esfera" Scil = Superficie del cilindro" "Cesf = costo de la esfera" "Ccil = Costo del cilindro" "Ct = costo total"
6	14:33.6 - 16:33.4	**FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Copia y pega la séptima actividad propuesta (Obtener la fórmula matemática para resolver el problema) e inicia con el establecimiento de sus fórmulas, escribiendo: "Vesf = (4/3) * Pi * r^3", teclea ENTER y Maple define la

	Periodo de tiempo	Contenido
		fórmula como una identidad
7	16:33.4 - 17:55.6	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** "Sesf=4", teclea ENTER y Maple despliega el mensaje de error: "Error: no se puede analizar" Julia: Corrige la fórmula anterior, escribiendo: "Sesf = 4 * Pi * r^2", teclea ENTER y Maple define la fórmula solamente con la expresión de la derecha, debido a que Julia sin notarlo tiene seleccionado el modo texto y no matemático. **COMENTARIO:** Julia no se percata que el error que le arroja Maple es porque al seleccionar la opción de producto desde la paleta de opciones para expresiones y teclear sus factores, solamente establece un factor y no borra el operador ("punto") de producto. Julia: Continúa escribiendo: "Vcil" y regresa al enunciado del problema Julia: Retorna a la visualización del enunciado literal y gráfico del problema
8	17:55.7 - 23:09.0	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** ACTIVIDAD 3.1 Julia: Retorna a la definición de sus fórmulas, escribiendo en modo matemático "Vcil = Pi * r^2 * h", teclea ENTER y Maple la define como la misma expresión "Scil = 2 * pi * r * h", teclea ENTER y Maple la define igual Julia: Selecciona y borra la fórmula que Maple había definido con la expresión de la derecha por haber estado en modo texto en lugar de modo matemático. Selecciona el modo matemático y la vuelve a escribir: "Sesf = 4 * Pi * r^2", teclea ENTER y ahora sí Maple la define como la misma expresión Julia: Ahora define las fórmulas como funciones en términos del radio "r", corrigiendo las fórmulas anteriormente escritas, agregándoles "(r)", pero se da cuenta que le falta agregarle los dos puntos para la correcta definición de funciones y ahora sí Maple después de presionar la techa ENTER arroja el menú para la definición de funciones. Hace lo mismo con cada fórmula establecida para la superficie de la esfera y para las fórmulas del volumen y superficie del cilindro. Julia: Retorna por unos segundos al enunciado del problema
9	23:09.1 - 23:36.0	**FASE 2** ACTIVIDAD 2.1 Julia: Regresa a completar la definición de sus variables, escribiendo al principio de este apartado: "Vesf = volumen de la esfera" "Vcil = volumen del cilindro" "Vt = volumen total"
10	23:36.1 - 24:34.9	**FASE 3** Julia: Continúa definiendo sus fórmulas, escribiendo la expresión para el volumen total y retornando por unos segundos al enunciado del problema: "Vt (r) : = Vesf (r) + Vcil (r)", presiona ENTER para definir la

	Periodo de tiempo	Contenido
		función y Maple arroja la definición Julia: Comienza escribiendo la variable del volumen para igualarla a la constante correspondiente
11	24:35.0 - 25:11.5	**FASE 3** Julia: Retorna al enunciado del problema con el propósito de verificar el valor constante del volumen del tanque de almacenamiento
12	25:11.6 - 25:58.8	**FASE 3** Julia: Regresa a la formulación del problema y escribe: "Vt (r) : = 113.5 m^3", presiona ENTER y Maple la define
13	25:58.8 - 27:18.0	**FASE 3** Julia: Copia y pega el enunciado de la siguiente actividad propuesta (Resolver el problema), repite la acción dos veces y escribe: "113.5 m^3" y retorna a la formulación del problema para definir las fórmulas para los costos COMENTARIO: Julia NO se percata que esta actividad sigue perteneciendo a la fase de formulación
14	27:18.0 - 29:32.0	**DIFICULTADES USO DEL MAPLE** **FASE 3** Julia: Define las fórmulas para el costo en función del radio, escribiendo: "Cesf (r) : = 4 * Pi * r^2 *2350", presiona ENTER, define la función y Maple arroja la definición "Ccil (r) : = 2 * Pi * r * h *1000, presiona ENTER, define la función y Maple arroja la definición "Ct (r) : = Cesf (r) + Cctl (r)", presiona ENTER, define la función y Maple marca el mensaje de "salida redireccionada" al definir la función. Julia: No se percata que escribe "t" en lugar de "i" para la variable que define el costo de la parte cilíndrica. Julia: Borra esta última fórmula escrita y la vuelve a escribir, pero ahora prefiere copiar y pegar los valores definidos por Maple con anterioridad tanto para el costo de la esfera como para el costo del cilindro, obteniendo: "Ct (r) : = 9400 * Pi * r^2 + 2000 * Pi * r * h", presiona ENTER´, define y Maple ahora sí arroja la definición de manera apropiada. **COMENTARIO:** Aparentemente Julia se las ingenió para resolver una dificultad que se le estaba presentando con el uso del Maple
15	29:32.0 - 30:37.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 6
16	30:37.7 - 32:58.4	**FASE 3** Julia: Iguala el valor constante del volumen a las expresiones de volumen de la esfera y del cilindro definidas con anterioridad "113.5 m^3 = (4/3) * Pi * r^3 + Pi * r^2 * h", presiona ENTER y Maple define la fórmula Julia: mediante el menú contextual de Maple resuelve la ecuación con la opción aislar para la variable "h", presiona ENTER y Maple arroja la expresión de "h" en función de la variable "r". Julia: Espera unos segundos antes de sustituir en la fórmula del costo total el valor de "h" en términos de "r", copiando y pegando

	Periodo de tiempo	Contenido
		la expresión definida con anterioridad para el costo total: "Ct (r) : = 9400 * Pi * r^2 + 2000 * Pi * r * h", presiona ENTER, define y Maple arroja la definición
17	32:58.4 - 34:29.5	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Julia: Escribe: "Ct (r)", selecciona del menú contextual la opción de diferenciar con respecto a "r" y Maple arroja la expresión para la derivada del costo total. Julia: Copia y pega la expresión definida para la derivada y la iguala a CERO para hallar los números críticos mediante el menú contextual y la opción: resolver para "r", presiona ENTER Maple arroja las raíces de la ecuación, pero en términos de "m", debido a que Julia consideró hasta las unidades del volumen constante del tanque y Maple lo toma en cuenta como si fuera una variable. Julia: Borra la solución proporcionada por Maple
18	34:29.6 - 34:45.6	**FASE 3** Julia: Corrige el error, eliminando las unidades en la fórmula de volumen y volviendo a aislar "h" en función de "r". Corrige la función de costo total y la define de nuevo
19	34:45.7 - 36:44.5	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Julia: Deriva la nueva función definida con respecto a "r", iguala a CERO la derivada y resuelve de nuevo la ecuación para hallar los números críticos. Maple arroja una solución poco comprensible para el usuario, una solución extraña. Julia: Procede a borrar dicha solución y a resolver la ecuación de manera numérica mediante el menú contextual. Maple arroja una solución negativa: -1.441295036
20	36:44.6 - 41:24.9	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Julia: Analiza el por qué de esta solución negativa, la borra, piensa que es porque no puso el valor numérico de "Pi", reemplaza dicho valor en la expresión de la derivada pero se le olvida igualarla a CERO y Maple le arroja el mensaje de error: "Operación perdida" Julia: Borra el mensaje de error, así como la expresión que marcaba dicho error e incluye en la expresión el operador de producto que parece le estaba haciendo falta también, resuelve de nuevo sin igualar a CERO y de nuevo le da la misma solución negativa y parece que intenta analizar cual es la razón.
21	41:24.9 - 42:28.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 6 Parece ser que Julia esta en espera de que se le resuelva la duda del por qué le está dando una solución negativa
22	42:28.0 - 44:09.4	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Julia: Resuelve de nuevo la ecuación y le da exactamente el mismo valor negativo e intenta resolverla mediante otra opción y Maple arroja una expresión extraña. Entonces Julia intenta de nuevo resolver la ecuación mediante la opción: Resolver /

	Periodo de tiempo	Contenido
		Resolver para la variable / r y entonces Maple le arroja dos raíces complejas y la misma raíz negativa arrojada las veces anteriores
23	44:09.4 - 45:40.4	**TIEMPO DE ESPERA** Inicia tiempo de espera 3 de la Sesión 6 en la Fase 4 Julia: Regresa a la formulación del problema y se detiene unos momentos, tal vez analizando lo que está ocurriendo, o tal vez en espera que le resuelvan sus dudas
24	45:40.4 - 46:06.1	**TIEMPO DE ESPERA** Continúa tiempo de espera 3 de la Sesión 6 en la Fase 1 Julia: Retorna al enunciado del problema
25	46:06.1 - 47:23.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 6 en la Fase 4 Julia: Regresa al apartado de la resolución del problema y espera unos segundos tal vez esperando a que sus dudas sean resueltas
26	47:23.4 - 49:25.7	**FASE 4** Julia: Define la expresión de "h" como una función en términos de "r", es decir, copiando y pegando la expresión aislada de "h" en términos de "r" y escribiendo: "h (r) : =", presiona ENTER, define la función y Maple arroja la definición Julia: Selecciona todo el resto de expresiones del apartado de resolución y las borra y define de nuevo Julia: Define el costo total en función del radio
27	49:25.7 - 50:30.8	**FASE 4** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Maple: Arroja un mensaje de error debido a que hay dos operadores juntos, el de producto y el de resta Julia: Corrige el error situando entre paréntesis la expresión que define a "h(r)". **COMENTARIO:** No se percata que si ya la había definido con anterioridad como función podía utilizar directamente escribiendo "h(r)" como factor en lugar de copiar y pegar toda la expresión
28	50:30.8 - 56:15.3	**FASE 4** **DIFICULTADES PROCESO DE MODELIZACIÓN** Julia: Presiona ENTER y define la función para costo total, la deriva con respecto a "r" y la iguala a CERO y ahora sí Maple arroja un valor aceptable: r = 1.750674038 **COMENTARIO:** Cabe señalar que para obtener el valor del número crítico Julia utilizó la opción del menú contextual de Maple de: Resolver / Aislar Expresión para / r Julia: Escribe: "*Entonces la dimensión del radio es de 1.750674038 m^3*" **COMENTARIO**: Julia de nuevo concluye antes de verificar la solución, es decir, antes de aplicar alguno de los criterios para determinación de extremos Julia: Ahora intenta calcular el valor de la variable "h", sustituyendo en la expresión correspondiente el valor calculado del radio "r", presiona ENTER y Maple arroja una expresión numérica que contiene a "Pi" **COMENTARIO**: Julia no se percata que si ya había definido "h(r)" solo tenía que escribir "h(1.750674038)" y evaluar Julia: Copia y pega esta expresión y sustituye "Pi" por su valor

	Periodo de tiempo	Contenido
		numérico, presiona ENTER y Maple arroja el valor h = 9.453612245 Julia: Intenta comenzar a graficar, pero se percata que no ha obtenido el valor del costo para el radio obtenido y calcula dicho valor, escribiendo: "Ct (1.750674038)", presiona ENTER y Maple arroja una expresión numérica en términos de "Pi" Julia: Intenta mediante varias opciones del menú contextual obtener el valor numérico del costo total pero no lo logra, entonces procede a copiar la expresión en términos de "Pi" para el costo total y sustituir el valor numérico de "Pi". Maple arroja el resultado: 1.94496667010^5
29	56:15.3 - 1:00:09.6	**FASE 5** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Julia: Inicia su proceso de graficación, escribiendo: "plot (Ct (r), r = 1..3)", presiona ENTER y Maple arroja una gráfica que no se aprecia del todo bien Julia: Modifica el rango de graficación a los valores de -1 a 3, pero solamente se aprecia una pequeña parte de la gráfica, entonces mediante el menú contextual procede a manipular escalas hasta lograr que se aprecie mejor la visualización de la gráfica Julia: Espera unos segundos y se percata que el número crítico no se ve reflejado en la gráfica y manipula de nuevo las escalas de la misma mediante el menú contextual y después de varios intentos logra mejorar la visualización de la gráfica para lograr apreciar el punto crítico.
30	1:00:09.6 - 1:03:46.8	**FASE 5** Julia: Copia y pega de la lista de actividades propuestas la correspondientes a: Interpretar gráfica y analíticamente la solución obtenida, antes de la instrucción de graficación de la función y copia y pega la correspondiente a: Relacionar la solución gráfica y simbólica del problema, después de la gráfica de la función y después del enunciado de este apartado comienza a escribir: "*La solución simbólica del radio, es de 1.75 m^3, supuestamente esa es la dimensión que debe tener, para que el costo total de fabricación sea mínima, en la gráfica es posible observar que en dicho valor se encuentra el mínimo, acercando mucho hacia ese valor, ya que todos los demás valores son muy pequeños y a simple vista parecería que no concuerda con el resultado*." **COMENTARIO:** Si Julia en lugar de manipular las escalas de la gráfica con el menú contextual hubiera trabajado un poco más modificando los rangos, acercándolos al valor del número crítico, entonces si se hubiera podido apreciar en la gráfica que en dicho punto había un mínimo.
31	1:03:46.8 - 1:08:15.3	**FASE 6** Julia: Copia y pega el enunciado del apartado correspondiente a: Verificar que la solución cumple con las condiciones iniciales, pero borra este enunciado y procede a copiar y pegar el siguiente enunciado (Identificar limitaciones de la solución obtenida) y escribe: "La única limitación que pude haber encontrado", se regresa unos

	Periodo de tiempo	Contenido
		segundos al enunciado del problema y borra lo escrito Julia: Escribe: "*En este problema, no he encontrado una limitación, tal vez, las semiesferas que se colocan en las puntas del cilindro, no son perfectamente la mitad de una esfera, si no que hay un margen de error en cuanto a un poco más o un poco menos de la medida que se encontró, igualmente en la resolución del problema hay margen de error en cuanto a los decimales*."
32	1:08:15.3 - 1:18:17.4	**FASE 7** Julia: Copia y pega el enunciado correspondiente del apartado: Hacer un informe o reporte de la solución encontrada, escribiendo: "*Lo primero era identificar que era lo que se quería optimizar, al encontrar la palabra "mínima" en la planteación del problema, fue fácil deducir que el costo era lo que se quería optimizar; primero hubo qiue hacer un pequeño esquema del problema, luego se definieron las variables, y se estableció una relación entre ellas. El costo total lo dejé en valor de una sola variable, en este caso "r", que era el radio de la esfera. Había que tomar en cuenta ciertas condiciones, como por ejemplo que el volumen que debería de llevar el contenedor era de 113.5 m^3. Una vez obtenida la función, se derivaba y se igualaba a cero con el fin de optimizarla. A final de cuentas, el valor del radio...*", regresa a visualizar el valor del radio para copia y pegar su valor y continúa escribiendo: "*...es de 1.750674038m, sustituyendo este valor en la función de la altura "h" con respecto al radio, nos arroja un valor de h=...*", regresa a visualizar el valor de la variable "h" para copiarlo y pegarlo y continúa escribiendo: "*...9.453612245m. Al final, para comprobar que el valor sea el correcto*,", borra la última frase y escribe: "*Después sustituí el radio en la función del costo total, para tener el resultado de cuánto se debe gastar, y esto dio un resultado de...*", visualiza el valor del costo y copia y pega para continuar escribiendo: "*...1.94496667010^5 pesos.* *Por último, para comprobar que este valor sea el correcto, lo que se hizo fue realizar la gráfica de la funcipón del costo, y ahí es donde se puede apreciar mucho mejor que la resolución del problema dio el valor correcto.* *Por tanto podemos decir que las dimensiones encontradas son las que se deben de usar para que el costo de la producción de dichos contenedores sea el mínimo*."
33	1:18:17.4 - 1:19:09.0	**FIN DE LA SESIÓN** Julia: Procede a hacer el respaldo de su archivo de Maple siguiendo las instrucciones para grabación de archivos, con el nombre de: Arcudia_Muñoz_Julia_05102011 8:27 A.M. Finaliza la grabación en Camtasia

Eduardo -Transcripción - Sesión 6

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 1:45.8	**INICIO DE SESIÓN** Sesión 6 de Eduardo 7:09 Inicio de grabación de la Sesión 6 de Eduardo Eduardo: Lee las instrucciones de la Sesión 6 plasmadas en el cuaderno de trabajo Eduardo: Copia la instrucción "Hacer un dibujo esquemático del problema" después del enunciado del problema. Eduardo: Continúa leyendo las instrucciones para
2	1:45.9 - 3:45.8	**FASE 1** Actividad 1.1 Leer y comprender el enunciado del problema Eduardo: Procede a la lectura y comprensión del problema
3	3:45.9 - 5:21.3	**FASE 1** Actividad 1.3 Elaboración del dibujo esquemático Eduardo: Procede a insertar la cuadrícula para realizar su dibujo esquemátco Eduardo: Revisa diferentes opciones de dibujo que ofrece Maple. Eduardo: Borra la cuadrícula de dibujo insertada y la instrucción "Hacer un dibujo esquemático del problema" **COMENTARIOS**: Eduardo solo dibuja la cuadrícula mediante Maple, pero no realiza alguna acción más correspondiente a la elaboración de su dibujo esquemático.
4	5:21.4 - 8:40.8	**FASE 1** Actividad 1.1 Eduardo: Retorna al enunciado del problema, posiblemente tratando de entenderlo y también esperando instrucciones por parte del docente.
5	8:40.8 - 13:17.6	**FASE 1** Eduardo: Copia y pega la instrucción "Replantear con tus propias palabras el problema" Eduardo: Escribe el replanteamiento con sus propias palabras: "- Hallar las dimensiones del tanque de gas cuyo volumen es de 113,500L y está dividido en 2 partes (un cilindro y una esfera), utilizando la menor cantidad de dinero para su construcción." hasta 11:15 Eduardo: Regresa a visualizar las instrucciones de la sesión y el enunciado del problema A las 12:10 Eduardo: Copia y pega la instrucción "Escribir las unidades en las cuáles debe expresarse la solución del problema" Eduardo: Escribe las unidades: "- Metros" Eduardo: Copia y pega de nuevo la instrucción de replanteamiento, pero borra esta expresión.
6	13:17.7 - 14:45.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 6 de Eduardo
7	14:45.6 - 17:15.6	**FASE 2** Eduardo: Cambia el tamaño de la fuente de la instrucción de escritura de unidades para la solución Eduardo: Copia y pega la instrucción "Identificar y definir las variables" y modifica el tamaño de la fuente y escribe:

	Periodo de tiempo	Contenido
		"- Vesfera" "- Vcilindro" "- Aesfera" "- Acilindro" Eduardo: Visualiza nuevamente la lista de instrucciones de la sesión
8	17:15.7 - 18:35.5	**FASE 3** Eduardo: Copia y pega la instrucción "Obtener la fórmula matemática para resolver el problema" y cambia el tamaño de la fuente Eduardo: Espera aproximadamente 45 segundos antes de insertar una subsección en el apartado de la formulación
9	18:35.5 - 19:08.5	**FASE 2** Eduardo: Inserta una subsección después de la identificación de variables Eduardo: Copia y pega la relación de variables dentro de la subsección definida
10	19:08.6 - 19:43.3	**FASE 1** Eduardo: Crea una subsección para insertar el apartado de las unidades y copia la instrucción correspondiente dentro de dicha subsección. Eduardo: Borra "- Metros" que se encuentra fuera de la subsección creada y la vuelve a escribir dentro de la subsección"
11	19:43.4 - 20:25.2	**FASE 3** Eduardo: Borra la instrucción de formulación del problema que había quedado fuera de la subsección creada para este apartado y la copia y pega dedntro de la subsección correspondiente.
12	20:25.2 - 20:30.0	**FASE 2** Eduardo: Aumenta el tamaño de la fuente de la lista de variables
13	20:30.1 - 20:52.8	**FASE 1** Eduardo: Aumenta el tamaño de la fuente de las unidades Eduardo: Aumenta el tamaño de la fuente del planteamiento con sus propias palabras
14	20:52.8 - 21:48.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 6 de Eduardo
15	21:48.3 - 27:55.0	**FASE 3** Eduardo: Inicia la escritura de la formulación del problema, escribiendo "Vtotal : = Vesfera + Vcilindro" Maple arroja la expresión "Vesfera + Vcilindro" Eduardo: Escribe la esxpresión "Vtotal : = 113500" Maple arroja el valor constante "113500" Eduardo: Escribe la expresión "Vesfera : = (4/3) Pi . r^2" Maple arroja la expresión "(4/3) Pi r^2" Eduardo. Escribe la expresión "Vcilindro : = Pi . r^2 . h" Maple arroja la expresión "Pi r^2 h" Eduardo: Escribe la expresión "Aesfera : = 4 . Pi . r^2" Maple arroja la expresión "4 Pi r^2" Eduardo: Escribe la expresión "Acilindro : = 2 . Pi . r . h" Maple arroja la expresión "2 Pi r h" **COMENTARIOS**: Eduardo define sus ecuaciones secundarias, pero en ningún momento las establece en términos de la variable independiente, por ejemplo, en lugar de definir la expresión

	Periodo de tiempo	Contenido
		"Vesfera (r) : = Pi . r^2 . h" define el término izquierdo solamente como "Vesfera"
16	27:55.0 - 28:41.4	**FASE 4** Eduardo: Copia y pega la instrucción " Resolver el problema" en una nueva subsección que él mismo genera.
17	28:41.5 - 29:38.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 6 de Eduardo
18	29:38.7 - 31:05.3	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Copia y pega la expresión escrita para "Vesfera" y la correspondiente expresión arrojada por Maple Eduardo: Resuelve esta expresión mediante la opción "aislar para r" del menú contextual. Maple arroja como resultado "r=0" Eduardo: Borra este resultado y borra las expresiones para "Vesfera" que había copiado con ateriorídad **COMENTARIOS**: Eduardo comete el error, primero de resolver una ecuación cualquiera antes de derivar y segundo de resolver una ecuación que no representa el modelo matemático del problema. Resuelve una ecuación de un volumen parcial y además en ningún momento está involucrando el parámetro de los costos. Eduardo no se percata que su ecuación primaria (modelo matemático) debe estar en función del costo total de fabricación del tanque, es decir, que la magnitud a optimizar es el costo.
19	31:05.4 - 31:28.9	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Se sitúa después de la expresión arrojada por Maple para "Vcilindro" y deriva implícitamente dicha expesión con respecto a la variable "r" Maple arroja como resultado la expfresión "- 2 h / r" Eduardo: Borra este resultado
20	31:29.0 - 33:19.4	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 6 de Eduardo
21	33:19.5 - 36:00.1	**FASE 1** Eduardo: Retorna al enunciado del problema tratando de comprenderlo mejor
22	36:00.2 - 36:50.8	**FASE 3** Eduardo: Intenta definir la fórmula para el costo, escribiendo (situándose en el apartado de la Fase 4, después de la instrucción de resolución del problema) "Costos(áreas)" Maple arroja la expresión "Costos(áreas)" Eduardo: Borra ambas expresiones
23	36:50.9 - 39:06.5	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Se sitúa de nuevo después de la expresión arrojada por Maple para la variable "Vcilindro" y halla de nuevo la derivada de dicha expresión implícitamente con respecto a la variable "r" Maple arroja de nuevo como resultado la expresión "- 2 h / r" Eduardo: Borra de nuevo la expresión anterior
24	39:06.5 - 41:06.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 6 de Eduardo

	Periodo de tiempo	Contenido
25	41:06.2 - 41:23.5	**FASE 3** Eduardo: Intenta tal vez continuar con la definición del modelo, escribiendo primero “Vtotal”, lo borra y escribe "h(r)", pero también lo borra.
26	41:23.6 - 43:03.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 6 de Eduardo
27	43:03.8 - 45:25.0	**FASE 4** Eduardo: Selecciona de la paleta de expresiones el operador correspondiente a la derivada de una función y tal vez intenta definir la derivada de una función, pero también borra esta expresión. Eduardo: Espera instrucciones del docente.
28	45:25.1 - 51:37.9	**FASE 3** Eduardo: Sitúa en el apartado de resolución del problema la función de costo, escribiendo: "Costo : = 2 . Pi . r . h . (1000) + 4 . Pi . r^2 . (2350)" Maple arroja la expresión " 2000 Pi r h + 9400 Pi r^2 " Eduardo: Escribe ahora la función para "Vtotal" "Vtotal : = (4/3) Pi . R ^2 + Pi . r^2 . h" Maple arroja la expresión "(4/3) Pi r^2 + Pi r^2 h" Eduardo: Se sitúa después de la última expresión arrojada por Maple y la resuelve mediante la opción "aislar para h" Maple arroja como resultado "h = - 4/3" Eduardo: Borra el último resultado arrojado por Maple y también borra las expresiones para "Vtotal" y escribe: "113500 = (4/3) Pi . r^2 + Pi . r^2 . h" Maple arroja la expresión "113500 = (4/3) Pi r^2 + Pi r^2 h" Eduardo: Resuelve esta última expresión arrojada por Maple mediante la opción "aislar para h" Maple arroja como resultado la expresión de la variable "h" en función del radio "r"
29	51:38.0 - 55:02.0	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Copia y pega después del valor de "h" en función de "r" la expresión para el "Costo" y modifica el operador ": =" por el operador " = " y en esta expresión reemplaza la variable "h" por el valor hallado en términos de "r" y al presionar ENTER Maple arroja el mensaje "Error, producto o cociente inválido" y la expresión de "Costo" en términos de la variable "r" enmarcando el error, indicando que hay dos operadores juntos (el operador de producto y el operador de resta) Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple y el mensaje de error Eduardo: Se sitúa ahora en la expresión "113500 = (4/3) Pi . r^2 + Pi . r^2 . h" y modifica el operador " = " por el operador " : = ". Al presionar ENTER Maple arroja el mensaje "Error, uso ilegal de un objeto como nombre" y la misma expresión enmarcada con una línea punteada roja Eduardo: Borra la expresión y el mensaje de error arrojado por Maple Eduardo: Se sitúa después de la expresión de "Costo" y Maple arroja el mismo mensaje "Error, producto o cociente inválido"

	Periodo de tiempo	Contenido
		COMENTARIOS: Eduardo no se percata de los dos operadores juntos en dicha expresión Eduardo: Borra de nuevo el mensaje de error y la expresión arrojada por Maple e intenta identificar el error en la expresión de "Costo" sin tener éxito y decide borrar esta expresión.
30	55:02.0 - 57:04.9	**FASE 3** Eduardo: Escribe una expresión para "h" copiando la expresión arrojada por Maple como resultado de "aislar para h" la expresión "113500 = (4/3) Pi . r^2 + Pi . r^2 . h" Maple arroja la misma expresión **COMENTARIOS**: Aparentemente Eduardo piensa que al copiar el valor de "h" en la función de "Costo" cometió algún error. Eduardo: Resuelve "h" expresada en términos de "r" despejando ahora la variable "r" en función de la variable "h" mediante la opción "aislar para r" Maple arroja como resultado la expresión "r = - (34050) / SQR (13620 Pi + 10215 h Pi)" Eduardo: Borra la última expresión arrojada por Maple como resultado de despejar "r" en términos de "h"
31	57:05.0 - 57:50.4	**FASE 3** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Se sitúa después de la expresión que Maple arroja como resultado para la variable "Costo" y la resuelve mediante "aislar para r" Maple arroja como resultado "r=0" Eduardo: Borra este resultado
32	57:50.4 - 1:00:32.2	**FASE 3** **DIFICULTADES USO DEL MAPLE** Eduardo: Copia de nuevo la función definida para la variable "Costo" y sustituye nuevamente la variable "h" por su expresión en términos de "r", colocando sin percatarse de nuevo dos operadores juntos Maple arroja de nuevo el mensaje "Error, producto o cociente inválido" y la expresión de "Costo" en términos de la variable "r" enmarcando el error, es decir, en la posición donde se encuentran los dos operadores juntos (" . " y "- "). Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple y el mensaje de error y también la función "Costo" 58:52.4 Eduardo: Copia la expresión arrojada por maple "2000 Pi r h + 9400 Pi r^2" como resultado de la función "Costo : = 2 . Pi . r . h . (1000) + 4 . Pi . r^2 . (2350)" Eduardo: Inserta en la expresión los operadores de producto que considera hacen falta Eduardo: Copia el valor de "h" en términos de "r" en la expresión **COMENTARIOS**: Aparentemente Eduardo estaba tratando de corregir el error que le había marcado Maple. Hasta el momento parece ser que no se había percatado de los operadores juntos. Eduardo: Presiona ENTER Maple arroja de nuevo la misma situación anteriormente mensionada. Eduardo: Borra nuevamente la expresión incorrecta arrojada por Maple y el mensaje de error, así como también la expresión que había copiado para la variable "Costo" y para la variable "h".

	Periodo de tiempo	Contenido
		1:00:32
33	1:00:32.3 - 1:02:00.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 6 de Eduardo
34	1:02:00.5 - 1:03:12.7	**FASE 3** Eduardo: Copia de nuevo la expresión "Costo : = 2 . Pi . r . h . (1000) + 4 . Pi . r^2 . (2350)" y modifica el operador ": =" eliminando los ": " Eduardo: Reemplaza nuevamente en la expresión anterior el valor de la variable "h" por su valor en términos de la varfiable "r" Eduardo: Inserta un paréntesis para agrupar el valor de "h" en la expresión y separar los operadores ". " y " - " Maple arroja la expresión que representa el modelo matemático. **COMENTARIOS**: En este momento se puede decir que Eduardo obtiene el modelo matemático adecuado que representa el problema.
35	1:03:12.8 - 1:04:17.9	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Resuelve mediante la opción "aislar para r" la expresión arrojada por Maple como resultado del modelo matemático. Maple arroja como resultado una expresión de "r" en términos de "h", es decir, la expresión "r = - (34050) / SQR (13620 Pi + 10215 h Pi)" COMENTARIOS: Eduardo resuelve una ecuación antes de derivar Eduardo: Borra las últimas dos expresiones arrojadas por Maple, la de "r" en términosz de "h" y la expresión de la variable "Costo"
36	1:04:17.9 - 1:04:34.9	**FASE 3** Eduardo: Corrige la expresión definida para "costo" modificando el operador " = " agregando " : " y presiona ENTER Maple arroja el modelo matemático simplificado
37	1:04:35.0 - 1:05:40.2	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Resuelve este modelo mediante la opción "aislar para r" Maple arroja un valor de "r" en términos de Pi, un valor poco comprensible para Eduardo Eduardo: Resuelve el resultado de "r" arrojado por Maple mediante la opción "aislar para Pi" Maple arroja un valor sin sentido Eduardo: Borra los últimos resultados arrojado por Maple hasta antes de la función para la variable "Costo" COMENTARIOS: Eduardo sigue intentando resolver una ecuación, pero sin percatarse que primero debe derivar el modelo matemático y luego resolver igualando la derivada a CERO.
38	1:05:40.3 - 1:06:09.1	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Procede a derivar la expresión de "h" en términos de "r" mediante la opción de "diferenciar con respecto a r" Maple arroja una expresión para la derivada de "h" con respecto a "r" COMENTARIOS: De nuevo Eduardo trata de derivar una función independientemente si se trata o no del modelo

	Periodo de tiempo	Contenido
		matemático Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple como resultado de la derivada de "h" con respecto a "r"
39	1:06:09.2 - 1:06:22.7	**FASE 3** Eduardo: Define de nuevo el modelo matemático en función del "Costo" Maple arroja la expresión que define el modelo matemático
40	1:06:22.8 - 1:06:42.1	**FASE 4** Eduardo: Procede a derivar la expresión arrojada por Maple como resultado de la definición del modelo matemático y mediante la opción "diferenciar con respecto a r". Maple arroja la expresión que define la derivada de la variable "Costo" con respecto a la variable "r" Eduardo: Procede a resolver la expresión de la derivada mediante la opción "aislar para r" Maple arroja un valor de la variable "r" en términos de "Pi"
41	1:06:42.2 - 1:08:08.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 6 de Eduardo
42	1:08:08.8 - 1:12:20.0	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Borra el valor de la variable "r" arrojado por Maple como resultado de resolver la derivada de la función "Costo" con respecto a la variable "r" y también la expresión de la derivada arrojada por Maple. Eduardo: Resuelve la expresión de la variable "Costo" arrojada por Maple mediante la opción "aislar para r". Maple arroja un valor de la variable "r" en términos de "Pi" Eduardo: Escribe la expresión "Acilindro = 2 . Pi . r . h" y sustituye el valor de la variable "r" por el resultado de dicha variable arrojado por Maple. Eduardo: Sustituye la variable "h" por su valor en términos del radio "r". Maple arroja una expresión simplificada sustituyendo la variable Acilindro por su valor (2 Pi r h) Eduardo: Borra la expresión simplificada arrojada por Maple Eduardo: Resuelve la ecuación de "r" en términos de "Pi" mediante la opción "aislar para Pi" Maple arroja una expresión poco comprensible en términos de la variable radio r Eduardo: Borra la expresión arrojada como resultado. **COMENTARIOS**: Eduardo está tratando de resolver ecuaciones por resolver aparentemente sin sentido, tal vez tratado de obtener un resultado numérico. Eduardo: Borra la expresión arrojada por Maple después de sustituir "r" en términos de "Pi" y "h" en términos de "r" y vuelve a presionar ENTER Maple arroja de nuevo la misma expresión eliminada por Eduardo. Eduardo: Borra la expresión definida para la variable "Acilindro", la expresión donde se había sustituido "r" por su valor en términos de "Pi" y "h" por su valor en términos de "r"
43	1:12:20.0 - 1:16:10.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 6 de Eduardo

	Periodo de tiempo	Contenido
		Eduardo: Inserta una subsección dentro de la sección de "Resolver el problema", después de la expresión de "r" en términos de "Pi" Eduardo: Continúa esperando
44	1:16:10.7 - 1:17:18.2	**FASE 4** **DIFICULTAD DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN** Eduardo: Borra la expresión de "r" en términos de "Pi" Eduardo: Resuelve de nuevo la expresión simplificada que arrojó Maple como resultado de la variable "Costo" mediante la opción "aislar para r" Maple arroja de nuevo la misma expresión eliminada por Eduardo Eduardo: Deriva esta última expresión mediante la opción "diferenciar con respecto a r" Maple arroja como resultado la expresión "1 = 0" Eduardo: Borra esta útima expresión arrojada por Maple
45	1:17:18.3 - 1:18:41.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 10 de la Sesión 6 de Eduardo
46	1:18:41.2 - 1:23:50.4	**FASE 7** Eduardo: Visualiza las instrucciones de la sesión y en la subsección insertada, escribe "Informe", modificando el color y el tamaño de la fuente Eduardo: Inicia la elaboración de su reporte, escribiendo: "Al leer el problema nos damos cuenta de que lo que se pide es optimizar los costos para que éstos sean mínimos," Eduardo: Visualiza unos segundos el enunciado del problema y continúa escribiendo: "para ésto debemos obtener las dimensiones de las 2 figuras (1 cilindro y 1 esfera), para ello realizamos un análisis de las variables mencionadas en el problema y notamos que nos dan el dato de volumen, ya que analizamos ésto aislamos la ecuación de costos totales para que podamos realizar la ecuación con solamente una variable dependiente, con el volumen aislamos h en términos de r para hallar r y la sustituimos para hallar el valor de r=1.75."
47	1:23:50.4 - 1:25:40.0	**FASE 4** Eduardo: Borra la expresíón de "r" en términos de "Pi" y la expresión arrojada por Maple para la variable "Costo" la deriva mediante la opción "diferenciar con respecto a r" Maple arroja la expresión de la derivada para la función "Costo" Eduardo: Copia y pega la expresión de la derivada de la función "Costo"y la iguala a CERO Maple arroja la expresión corespondiente. Eduardo: Resuelve esta expresión mediante la opción "aislar para r" Maple arroja de nuevo el resultado de la variable "r" en términos de "Pi" Eduardo: Borra este último resultado tal vez pensando que había vuelto a obtener un resultado incorrecto. **COMENTARIOS**: En este caso lo que Eduardo podría hacer es obtener el valor aproximado del radio "r", ya que Maple le estaba arrojando el valor exacto. Si Eduardo le hubiera aplicado a este resultado la opción de "aproximar" a cierto número de decimales

	Periodo de tiempo	Contenido
		hubiera obtenido el valor específico de la variable "r".
48	1:25:40.1 - 1:26:10.1	**FASE 7** Eduardo: Aumenta el tamaño de la fuente de su informe Eduardo: Resalta con negritas el valor del radio "r" que representa la solución al problema
49	1:26:10.2 - 1:26:51.0	**FIN DE SESIÓN** Eduardo: Hace respaldo de su cuaderno de trabajo de acuerdo a las instrucciones proporcionadas (nombre y fecha de la sesión) Fin de la grabación: 8:36 A. M.

Miguel – Transcripción - Sesión 6

	Periodo de tiempo	Contenido
1	0:00.0 - 0:25.3	**INICIO DE SESIÓN** Inicio de la Sesión 6 de Miguel Inicio de la grabación de la Sesión 6: 7:14 Miguel: Procede a leer las instrucciones dadas en el cuaderno de trabajo electrónico.
2	0:25.4 - 3:45.6	**FASE 1** Actividad 1.1 Miguel: Realiza la lectura y comprensión del enunciado del Problema Nº 4 (problema del tanque de almacenamiento de gas). Miguel: Visualiza también el enunciado gráfico del problema.
3	3:45.7 - 5:00.0	**FASE 1** Miguel: A las 3:45 retorna durante aproximadamente 10 segundos a leer las instrucciones de la sesión. Miguel: Continúa la lectura y comprensión del enunciado del problema.
4	5:00.1 - 7:29.6	**FASE 1** Miguel: A los 5:00 retorna nuevamente a leer las instrucciones de esta sesión (finalidad de la práctica, etc.), luego la relación de pasos del procedimiento sugerido…hasta 7:20 Miguel: A los 7:20 y hasta 7:30 visualiza el enunciado gráfico del problema.
5	7:29.7 - 15:10.0	**FASE 3** **Miguel**: Escribe “el problema consiste”, borrando lo escrito y escribiendo “$V = 113500\, m^3$” seleccionando antes de escribir esta expresión el modo matemático. **Miguel**: Escribe las fórmulas de volumen y área de la esfera y del cilindro: $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ $A_{esfera} = 4\pi \cdot r^2$ $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $A_{cilindro} = 2\pi \cdot r \cdot h$ **Miguel**: Escribe la fórmula para el área total del tanque de almacenamiento. $AT = 4\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$ **Miguel**: Se percata que se había olvidado del operador necesario en Maple para la definición de funciones (“: =”) y corrige este operador en la expresión del área total del tanque. $AT \coloneqq 4\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$ COMENTARIO: Aparentemente Miguel después de leer y comprender el problema continúa con la fase de formulación (Fase 3) sin realizar ninguna actividad de la segunda fase. **Miguel**: Selecciona la opción “zoom” que ofrece Maple mediante un ícono directo para visualizar sus fórmulas de mejor manera. **Miguel**: Corrige el lado izquierdo de su fórmula del área total, definiendo ahora esta magnitud como una variable con subíndice y borra los dos puntos del operador de definición de funciones en Maple, obteniendo: $A_t = 4\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$

	Periodo de tiempo	Contenido
6	15:10.1 - 18:09.6	**FASE 1** Miguel: Visualiza de nuevo el enunciado del problema, selecciona el modo texto y escribe: “El problema consiste en optimizar el costo de producción de estos tanques para que cumplan con el volumen especificado. Los costos por metro cuadrado de cada uno es: metro cuadrado de esfera $2350.00 metro cuadrado de cilindro $ 1000.00 MN” Miguel: Visualiza el enunciado literal del problema. COMENTARIO: Aparentemente Miguel visualiza su enunciado literal con el propósito de plantear con sus propias palabras el problema, es decir, esta es la razón por la que se da la interacción entre las fases 1 y 3 en sentido inverso.
7	18:09.7 - 21:01.3	**FASE 3** **Miguel**: Retorna a la fase de formulación. **Miguel**: Continúa escribiendo ahora la fórmula del volumen total del tanque de almacenamiento igualado al volumen propuesto, es decir, escribe: “$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 + 2\pi \cdot r^2 h = 113.5$” **Miguel**: Se percata que le faltó escribir el operador de producto en la segunda parte de la fórmula del volumen total del tanque entre el radio y la altura y completa dicha expresión, obteniendo: “$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 + 2\pi \cdot r^2 \cdot h = 113.5$”
8	21:01.4 - 22:47.5	**FASE 3** **Miguel**: Intenta definir el modelo matemático, escribiendo: “*f(x)*” Pero se percata que estaba en modo texto, borra lo escrito y cambia a modo matemático y escribe una fórmula aparentemente sin sentido. $f(x) := 4x^2 - 2x + 1$ **Miguel**: Escribe el operador de producto en los dos primeros términos de la expresión anterior y la variable independiente, obteniendo: $f(x) := 4 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 1$
9	22:47.5 - 23:43.5	**FASE 3** **Miguel**: Procede a abrir en Maple una nueva hoja de trabajo con el propósito de verificar la forma como Maple define funciones y define una función sencilla, escribiendo “$f(x) := x^2$” y presiona ENTER. **Maple**: Arroja el cuadro de diálogo que incluye la opción de definición de funciones. **Miguel**: Selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Define la función y arroja la expresión “ $x \rightarrow x^2$”.
10	23:43.7 - 24:59.8	**FASE 3** **Miguel**: Retorna a la primera hoja abierta de Maple, selecciona la función anteriormente escrita. **Miguel**: Mediante el menú contextual que ofrece Maple selecciona la opción “Matemática 2-D/Convertir A/Entrada matemática 2-D” **Maple**: No realiza ninguna acción. COMENTARIO: Aparentemente Miguel cuando intentó definir su función la primera vez Maple no respondió como esperaba y

	Periodo de tiempo	Contenido
		entonces en una hoja aparte de Maple repasa los pasos necesarios para lograr lo que se proponía. Cuando retorna a su hoja inicial de Maple, intenta acciones que según él le permitirán definir su función, pero no lo consigue. **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis: expresión incompleta **Miguel**: Retorna a la hoja adicional de Maple abierta, borra lo escrito y ahora escribe "$A_t :=$" **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error, asignación inválida" y la misma expresión en un cuadrito de color rojo con línea punteada.
11	24:59.8 - 28:55.6	**FASE 3** **Miguel**: Borra lo arrojado por Maple y lo escrito por él y ahora escribe el volumen de la esfera: "$V_e := \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$" **Maple**: Arroja la expresión del lado derecho "$\frac{4}{3}\pi r^3$" **Miguel**: Escribe la fórmula del área de la esfera " $A_e := 4\pi \cdot r^2$ " **Maple**: Arroja la expresión del lado derecho " $4\pi r^2$ " **Miguel**: Escribe la fórmula del volumen del cilindro "$V_c := \pi \cdot r^2 \cdot h$ " **Maple**: Arroja la expresión del lado derecho " $\pi r^2 h$" **Miguel**: Inicia escribiendo la fórmula del área del cilindro "A_c" pero regresa a las fórmulas anteriormente escritas corrigiendo el símbolo de operador de función de Maple (":=") por el signo simple de igual. **Miguel**: Cuando Miguel proporciona ENTER después de cada expresión (volumen de la esfera, área de la esfera y volumen del cilindro. **Maple**: Arroja las igualdades: "$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$", "$4\pi r^2 = 4\pi r^2$" y "$\pi r^2 h = \pi r^2 h$" **Miguel**: Escribe la fórmula para el área del cilindro "$A_c = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$" **Maple**: Arroja la misma expresión sin los operadores de producto "$A_c = 2\pi r h$" **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Procede ahora a escribir la expresión para el volumen total "$V_t = V_e + v_c = 113.5$" **Maple**: Arroja el mensaje: "*falso*" Error de sintaxis **Miguel**: Se percata que había escrito con minúscula la variable del volumen de cilindro y corrige dicha variable, pero escribiendo con mayúscula el subíndice borrando también el valor constante del volumen total (113.5). **Maple**: Arroja la expresión "$V_t = \frac{4}{3}\pi r^3 + V_C$" **Miguel**: Corrige el subíndice. **Maple**: Arroja la expresión "$V_t = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$"
12	28:55.6 - 30:19.9	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 1 de la Sesión 6 de Miguel.

	Periodo de tiempo	Contenido
13	30:19.9 - 30:44.7	**FASE 3** **Miguel**: Procede a escribir de nuevo la expresión del volumen total antes de la primera expresión escrita para dicha variable, pero ahora escribe el valor numérico de dicho volumen en esta expresión “$113.5 = V_e + V_c$”. **Maple**: Arroja la expresión “$113.5 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$”
14	30:44.9 - 32:26.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 2 de la Sesión 6 de Miguel.
15	32:26.8 - 38:43.6	**Dificultades uso del Maple** **Miguel**: Escribe “$1000 \cdot A_c + 2$” y retorna a la primera hoja abierta de Maple visualizando el replanteamiento del problema con sus propias palabras y regresando de nuevo a la segunda hoja abiertas de Maple completando la expresión anterior “$350 \cdot A_e \coloneqq C_t$”. **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, uso ilegal de un objeto como un nombre” y la misma expresión en un recuadro rojo con línea punteada. **Miguel**: Corrige la expresión escrita eliminando los dos puntos del operador, dejando solamente el signo igual. **Maple**: Ahora arroja la expresión “$1000A_c + 9400\pi r^2 = C_t$ “ **Miguel**: Verifica haber definido la expresión para el área del cilindro y en la última expresión escribe nuevamente la variable que define dicha área, tal vez pensando que Maple no la estaba considerando correctamente. **Maple**: Arroja de nuevo la misma expresión. **Miguel**: Decide modificar la expresión para el área del cilindro poniendo paréntesis, pero se arrepiente y deja la expresión como inicialmente estaba definida. **Miguel**: Intenta modifica varias veces esta expresión y al final decide borrarla y reescribirla de nuevo ($A_c = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$). **Maple**: Arroja de nuevo la misma expresión reescrita. **Miguel**: Decide borrar el operador de productor situado entre la constante 2 y π. **Maple**: Aparentemente no realiza ninguna acción diferente. **Miguel**: Para verificarlo de una mejor manera selecciona la opción “zoom” que ofrece Maple. **Miguel**: Escribe de nuevo el operador de producto entre 2 y π, pero como Maple no arroja algo diferente decide borrar de nuevo la expresión del área del cilindro y reescribirla de nuevo pero sin el subíndice (“$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$”). **Maple**: Arroja la expresión “$A = 2\pi r h$” **Miguel**: Modifica de nuevo la expresión para el área del cilindro, quedando dicha expresión como “$A = 2 \cdot (\pi \cdot r \cdot h)$” y después decide incluir de nuevo el subíndice a la variable que define el área del cilindro, es decir, “$A_c = 2 \cdot (\pi \cdot r \cdot h)$”
16	38:43.7 - 40:49.9	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Modifica de nuevo la expresión para el área del cilindro eliminando el factor dos y no se percata que sin querer elimina el paréntesis izquierdo. **Maple**: Arroja el mensaje de error “Error, delimitadores incompletos” y la expresión “$A_c = \pi \cdot r \cdot h)$” enmarcada con

	Periodo de tiempo	Contenido
		línea punteada roja. **Miguel**: Procede a corregir la expresión para el volumen del cilindro aumentando el factor 2. **Maple**: Arroja la expresión “$\pi r^2 h = 2\pi r^2 h$” **Miguel**: Borra el factor 2, pero no proporciona ENTER después de la expresión del volumen del cilindro. **Miguel**: Borra la expresión del área del cilindro escrita por él y la arrojada por Maple. **Miguel**: Reescribe de nuevo la expresión del área del cilindro como “$A_c = 2\pi \cdot r \cdot h$”. **Maple**: Arroja la expresión “$A_c = 2\pi rh$”. **Miguel**: Incluye el operador de producto entre los factores 2 y π COMENTARIO: Todo parece indicar que el objetivo de Miguel era tratar de que el Maple considerara el valor asignado a la variable “A_c” en la fórmula de costo total en lugar de la variable misma, pero no lo estaba logrando. **Miguel**: De nuevo regresa a eliminar el factor 2 en la expresión del área del cilindro presionando ENTER para que Maple considere esta corrección. **Maple**: Arroja la expresión “$A_c = \pi rh$”. **Miguel**: Después de varios intentos decide mejor sustituir este valor en la expresión del costo total en lugar de considerar la variable, cortando y pegando dicho valor de la expresión correspondiente y obteniendo la expresión “$1000 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2350A_e = C_t$” y presiona ENTER. **Maple**: Arroja la expresión “$1000\pi rh + 9400\pi r^2 = C_t$”.
17	40:50.0 - 42:56.2	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 3 de la Sesión 6 de Miguel.
18	42:56.3 - 43:30.5	**FASE 3** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Se sitúa después de la expresión “$A_c =$”. **Maple**: Arroja el mensaje “Error, símbolo = inválido” y la expresión “$A_c =$” enmarcada en línea roja punteada. **Miguel**: Copia de nuevo el valor de la variable “A_c”. **Maple**: Arroja la expresión “$A_c = \pi rh$”. **Miguel**: Decide borrar la última expresión arrojada por Maple y la expresión que definía al área del cilindro y copiar en el primer término del lado izquierdo de la expresión del costo total la variable correspondiente al área de la esfera, es decir, “A_e”, obteniendo la expresión: “$1000 \cdot A_e + 2350 \cdot A_e = C_t$” **Maple**: Arroja la expresión “$13400\pi r^2 = C_t$”. COMENTARIO: Miguel considera la función costo en términos solamente de la cantidad de material de la esfera.
19	43:30.6 - 45:00.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 4 de la Sesión 6 de Miguel.
20	45:00.6 - 45:48.8	**FASE 1** Miguel: Retorna a la primera hoja de trabajo abierta de Maple y a la primera fase para leer de nuevo el enunciado del problema

	Periodo de tiempo	Contenido
21	45:48.3 - 48:31.0	**FASE 3** **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Retorna a la otra hoja de Maple abierta e intenta despejar el radio r en términos de la altura h en la expresión "$113.5 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$" mediante la opción de Maple "*Resolver/Aislar Expresión para/r*". **Maple**: Arroja una expresión compleja de r en términos de h^3. $r = 0.07957747155 \left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{}\right.$ $+ \frac{0.7853981634\, h^2}{\left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{1.855044\ 1}\right.}$ $- 0.2500000000\, h$ COMENTARIO: En realidad Miguel debía despejar al contrario, es decir, h en términos de r. **Miguel**: Procede a copiar y pegar la expresión "$13400\pi r^2 = C_t$". **Maple**: Arroja la misma expresión "$13400\pi r^2 = C_t$". **Miguel**: Se sitúa debajo del valor de r en términos de h^3 arrojado por Maple y escribe "$k =$" y copia y pega dicho valor. **Maple**: Arroja la misma expresión: $k = 0.07957747155 \left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{1.855044000\, 10^6 - 4278.849194\, h^3}\right)^{1/3}$ $+ \frac{0.7853981634\, h^2}{\left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{1.855044000\, 10^6 - 4278.849194\, h^3}\right)^{1/3}} - 0.250000$ **Miguel**: En la expresión "$13400\pi r^2 = C_t$" sustituye r por k. **Maple**: Arroja la expresión "$13400\pi k^2 = C_t$". **Miguel**: Escribe el operador de producto en la expresión donde sustituyó r por k ("$13400\pi \cdot k^2 = C_t$"). **Maple**: Arroja la expresión "$13400\pi k^2 = C_t$". **Miguel**: Reemplaza en la expresión "$13400\pi \cdot k^2 = C_t$", k por una expresión en términos de h^3. $13400\,\pi \cdot \left(0.07957747155 \left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{1.855044000\, 10^6 - 4278.849194\, h^3}\right)^{1/3}\right.$ $+ \frac{0.7853981634\, h^2}{\left(26884.80239 - 31.00627668\, h^3 + 19.73920880 \sqrt{1.855044000\, 10^6 - 4278.849194\, h^3}\right)^{1/3}} - 0.2500000000$ **Maple**: Arroja la misma expresión. COMENTARIO: Aparentemente esta expresión extraña la está considerando Miguel como su modelo matemático.
22	48:31.1 - 48:55.8	**FASE 4** **Miguel**: Procede a derivar la expresión extraña en términos de h^3 igualada a la variable de costo total (Ct) con respecto a la variable h. **Maple**: Arroja otra expresión extraña en términos de h igualada a CERO. **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Obtener soluciones para/*".
23	48:55.9 - 53:30.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 5 de la Sesión 6 de Miguel. **Miguel**: Visualiza el escritorio del ordenador.

	Periodo de tiempo	Contenido
24	53:30.9 - 53:39.0	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** **Maple**: Tarda aproximadamente cuatro minutos y medio en arrojar el resultado, obteniendo tres raíces: dos complejas y una real con el valor de “7.568487157”.
25	53:39.1 - 54:23.7	**FASE 3** **Miguel**: Procede a borrar todas las expresiones definidas de k en términos de h y se sitúa bajo la expresión de r en términos de h^3. **Miguel**: Decide borrar todas las expresiones extrañas arrojadas por Maple dejando solamente la expresión de r en términos de h^3. **Miguel**: Procede ahora a despejar h en términos de r en la expresión $113.5 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$ mediante la opción “*Resolver/Obtener Soluciones para/h*”. **Maple**: Arroja la expresión “$-\frac{0.05305164770(-681.+25.13274123r^3)}{r^2}$”. **Miguel**: Borra la expresión de r en términos de h^3.
26	54:23.8 - 56:38.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 6 de la Sesión 6 de Miguel. **Miguel**: Escribe la expresión “k =” y la borra.
27	56:38.8 - 56:56.8	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la leer el enunciado del problema a su primera hoja abierta de Maple y visualiza rápidamente lo realizado en dicha hoja permaneciendo después en el enunciado literal del problema. **Miguel**: Retorna a la segunda hoja abierta de Maple
28	56:56.9 - 58:19.0	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 7 de la Sesión 6 de Miguel.
29	58:19.1 - 59:26.7	**FASE 4** **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Se sitúa en la expresión $13400\pi r^2 = C_t$ y procede mediante el menú contextual de Maple a derivar dicha expresión con respecto a r. **Maple**: Arroja la expresión que define la derivada. $-4.000000000 + \frac{0.1061032954\left(-681. + 25.13274123 r^3\right)}{r^3}$ **Miguel**: Procede a resolver la derivada mediante la opción “*Resolver/Obtener soluciones para/r*”. **Maple**: Arroja soluciones extrañas (raíces complejas y una solución negativa) $1.892121789 + 3.277251073\,I, -3.784243579, 1.892121789 -$ **Miguel**: Borra la expresión de la derivada y las raíces extrañas. COMENTARIO: Si Miguel hubiera resuelto la derivada igualada a cero numéricamente, posiblemente hubiera encontrado un resultado aceptable.
30	59:26.8 - 59:54.8	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a leer el enunciado literal del problema y se detiene en la interpretación del problema con sus palabras retornando de nuevo al enunciado literal. **Miguel**: Retorna a su segunda hoja abierta de Maple

	Periodo de tiempo	Contenido
31	59:54.9 - 1:02:40.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 8 de la Sesión 6 de Miguel.
32	1:02:40.8 - 1:06:30.1	**FASE 3** **Miguel**: Borra la expresión del área de la esfera y la define como una función en términos de la variable r, escribiendo "$f(r) \coloneqq \pi \cdot r^2 \cdot h$" y al presionar ENTER selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Arroja la expresión "$r \rightarrow \pi r^2 h$". **Miguel**: Define ahora el volumen de la esfera como una función en términos de r, obteniendo "$g(r){:}= \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$". Presiona ENTER, selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Arroja la expresión "$r \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3$". **Miguel**: Borra expresiones arrojadas por Maple con anterioridad con respecto al área y volumen de la esfera. **Miguel**: Se sitúa después de la expresión del volumen total del tanque y define el área del cilindro en función del radio r , escribiendo "$w(r) \coloneqq 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$". Presiona ENTER y selecciona la opción de definir funciones. **Maple**: Arroja la expresión "$r \rightarrow 2\pi r^2 h$". **Miguel**: Define ahora la superficie de las dos semiesferas como una función del radio r , sin percatarse que dicha superficie la está nombrando igual que la superficie de la parte cilíndrica del tanque. Escribe "$w(r) \coloneqq 4\pi r^2$". **Maple**: Arroja la expresión "$r \rightarrow 4\pi r^2$".
33	1:06:30.2 - 1:06:47.7	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la primera hoja abierta de Maple y recorre las operaciones realizadas. Se detiene en el enunciado literal del problema. **Miguel**: Retorna a la segunda hoja abierta de Maple.
34	1:06:47.8 - 1:07:36.6	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 9 de la Sesión 6 de Miguel.
35	1:07:36.7 - 1:07:44.7	**FASE 3** **Miguel**: Modifica el nombre de la variable asignado a la superficie de la esfera nombrando con h(r) la función. Define nuevamente la función para que Maple considere los cambios.
36	1:07:44.8 - 1:08:33.2	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a la primera hoja de Maple para leer de nuevo el enunciado del problema y las instrucciones de la sesión identificando el costo como palabra clave. Lo escribe junto a la instrucción correspondiente pero procede a borrar dicha palabra clave. **Miguel**: Recorre la primera hoja abierta de Maple y retorna a la segunda hoja abierta.
37	1:08:33.3 - 1:08:51.4	**FASE 4** **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Se sitúa de nuevo después de la expresión $13400\pi r^2 = C_t$y procede a hallar la derivada con respecto a la variable r. **Maple**: Arroja la expresión "$26800\pi r = 0$". Miguel: Procede a borrar esta última derivada obtenida por Maple y la expresión de donde se obtuvo la derivada.
38	1:08:51.5 - 1:09:43.2	**FASE 3** **Miguel**: Sustituye en la expresión "$1000 \cdot A_e + 2350 \cdot A_e = C_t$",

	Periodo de tiempo	Contenido
		la primera variable *Ae* por el valor de *h(r)* y borra la segunda variable *Ae*. **Miguel**: Corrige de nuevo la expresión anterior, obteniendo finalmente la expresión "$1000 \cdot \pi r^2 h + 2350 \cdot 4\pi r^2 = C_t$" **Maple**: Arroja la expresión "$1000\pi r^2 h + 9400\pi r^2 = C_t$" COMENTARIO: Esta es la nueva expresión que Miguel está considerando como el modelo matemático del problema.
39	1:09:43.3 - 1:10:25.6	**FASE 4** **Dificultades proceso de modelización** **Miguel**: Procede a diferenciar el modelo con respecto a *r*. **Maple**: Arroja la expresión "$2000\pi rh = 0$". **Miguel**: Resuelve la última expresión arrojada por Maple para la variable *r*. **Maple**: Arroja la expresión "$[[r = 0]]$". **Miguel**: Borra el último resultado arrojado por Maple y repite el procedimiento. **Maple**: Aparentemente no realiza ninguna operación. **Miguel**: Borra la instrucción arrojada por Maple al intentar resolver de nuevo la expresión "$2000\pi rh = 0$".
40	1:10:25.7 - 1:11:50.0	**FASE 3** **Miguel**: Se sitúa después de la expresión "$113.5 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$" y la resuelve mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/h*". **Maple**: Arroja la expresión "$h = -\frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$" COMENTARIO: Parece que Miguel se percata que en la expresión del volumen total del tanque debió despejar *h* en términos de *r* y no al contrario. **Miguel**: Procede a copiar la expresión de *h* en términos de *r* al final de la segunda hoja abierta de Maple con el propósito de agregarle el operador de definición de funciones (":=") y presiona ENTER. **Maple**: Arroja la expresión "$-\frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$" **Miguel**: Por debajo de esta última expresión, copia y pega la expresión "$1000\pi r^2 h + 9400\pi r^2 = C_t$" y sustituye *h* por su valor, obteniendo la expresión: "$1000\pi r^2 - \frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2} + 9400\pi r^2 = C_t$" COMENTARIO: Miguel no se percata que debe considerar esta última expresión como un factor, es decir, que debe incluirla entre paréntesis.
41	1:11:50.1 - 1:12:12.2	**FASE 4** **Miguel**: Procede ahora a diferenciar esta última expresión con respecto a *r*. **Maple**: Arroja la expresión "$2000\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3} = 0$". 1:12:02 **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Obtener soluciones para/r*" **Maple**: Arroja como soluciones de la ecuación: una raíz positiva (0.3275), una raíz negativa (-0.3274) y dos raíces complejas.

	Periodo de tiempo	Contenido
42	1:12:12.3 - 1:13:45.8	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 10 de la Sesión 6 de Miguel.
43	1:13:45.9 - 1:14:35.6	**FASE 4** **Miguel**: Repite el proceso de derivar con respecto a *r* la expresión del costo total en función del radio *r*. **Maple**: Aparentemente realiza la misma operación arrojando la misma expresión obtenida con anterioridad. **Miguel**: Deriva ahora la expresión de la primera derivada con respecto a r. **Maple**: Arroja la expresión de la segunda derivada. COMENTARIO: Aparentemente Miguel quería volver a calcular la primera derivada y sin querer obtiene la segunda derivada. **Miguel**: Borra la expresión de la segunda derivada arrojada por Maple. **Miguel**: Procede a graficar mediante el menú contextual pero se sitúa en una línea en blanco y selecciona la opción "Gráficas/Gráficas 2-D" **Maple**: Arroja la gráfica de una línea recta horizontal. **Miguel**: Borra la gráfica arrojada por Maple.
44	1:14:35.7 - 1:18:07.5	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 11 de la Sesión 6 de Miguel. **Miguel**: Visualiza y aparentemente revisa el procedimiento realizado en su segunda hoja abierta de Maple.
45	1:18:07.6 - 1:18:33.4	**FASE 3** **Miguel**: Define su modelo matemático en función de la variable independiente radio (*r*), obteniendo ahora la expresión: "$c(r) := 1000\pi r^2 - \frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2} + 9400\pi r^2$" **Miguel**: Presiona ENTER y selecciona la opción de definición de función. **Maple**: Define la función de costo en términos de la variable radio y arroja la expresión: "$r \rightarrow 1000\pi r^2 - \frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2} + 9400\pi r^2$" COMENTARIO: Parece ser que Miguel por fin se percata que debía definir su modelo como una función en términos de la variable independiente para que posteriormente Maple la considerara como tal.
46	1:18:33.5 - 1:20:50.0	**FASE 4** **Miguel**: Borra la expresión de la primera derivada obtenida con anterioridad y los valores arrojados por Maple como aparente solución al problema. Miguel: Deriva con respecto a *r*, la función definida de costo en términos del radio. Maple: Arroja la expresión: "$r \rightarrow 2000\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$" **Miguel**: Borra la expresión de la derivada arrojada por Maple y repite el procedimiento de calcular de nuevo la derivada. **Maple**: Arroja la misma expresión anterior. **Miguel**: Iguala la expresión de la derivada a la variable b en términos de la variable *r*, obteniendo: "$b(r) := 2000\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$"

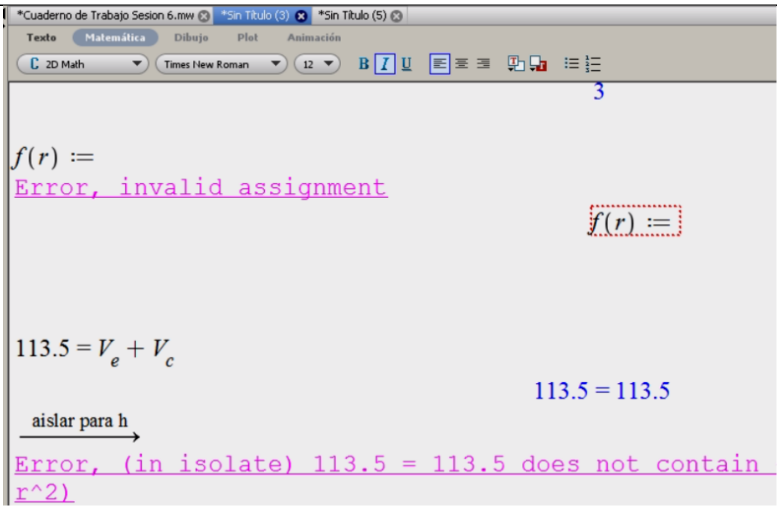
	Periodo de tiempo	Contenido
		Miguel: Define esta expresión como una función de la variable independiente *r*. **Maple**: Arroja la expresión: "$r \rightarrow 2000\pi r - 4 + \frac{(-2)\cdot 113.5 + \frac{8}{3}\pi r^3}{\pi r^3}$" **Miguel**: Borra la función anterior definida y arrojada por Maple, así como la función *b(r)*. **Miguel**: Copia y pega la expresión que define la derivada y la iguala a CERO. **Maple**: Arroja la expresión: "$2000\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5 + \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3} = 0$" **Miguel**: Halla los números críticos, resolviendo la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Resolver para la Variable/r*". **Maple**: Arroja las mismas cuatro raíces proporcionadas con anterioridad.
47	1:20:50.1 - 1:21:34.3	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 12 de la Sesión 6 de Miguel.
48	1:21:34.4 - 1:23:19.0	**FASE 4** **Miguel**: Halla de nuevo la segunda derivada de la función costo. **Maple**: Arroja la expresión: "$2000\pi + \frac{8}{r} - \frac{6\left(-113.5 + \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^4}$" **Miguel**: Copia y pega la expresión que Maple definió como segunda derivada y la iguala a cero. Presiona ENTER. **Maple**: Arroja la misma expresión pero simplificada: "$r \rightarrow 2000\pi + \frac{8}{r} - \frac{(-6)\cdot 113.5 + 8\pi r^3}{\pi r^4} = 0$" **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Decide sustituir en la expresión de la segunda derivada la variable *r* por el número crítico positivo y presiona ENTER. **Maple**: Arroja el mensaje de error "Error,faltandelimitadores" y la misma expresión enmarcando con línea punteada roja dónde están haciendo falta los delimitadores, en este caso, un paréntesis derecho. COMENTARIO: Miguel no se percata que le faltó cerrar un paréntesis en la expresión cuando sustituye la variable radio por la raíz positiva. **Miguel**: Completa el paréntesis que falta y presiona ENTER. **Maple**: Arroja una expresión simplificada igualada a cero.
49	1:23:19.1 - 1:24:06.5	**FASE 4** **Miguel**: Revisa las opciones de resolución de ecuaciones. **Miguel**: Decide resolver la derivada igualada a cero numéricamente, es decir, mediante la opción "Resolución/Resolución Numérica". **Maple**: Arroja el valor "*0.3275249566*". **Miguel**: Borra las cuatro raíces proporcionadas por Maple con anterioridad, las evaluaciones realizadas al sustituir la raíz positiva en la expresión de la segunda derivada y las expresiones arrojadas por Maple como resultado de dicha evaluación.
50	1:24:06.6 - 1:25:56.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 13 de la Sesión 6 de Miguel.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Miguel: Revisa su procedimiento y aumenta el "*zoom*".
51	1:25:56.2 - 1:26:15.4	**FASE 3** **Miguel**: Inserta el operador de producto en la expresión definida para el modelo y define de nuevo la función costo. **Maple**: Arroja la expresión: "$r \rightarrow 10400\pi r^2 - \frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$"
52	1:26:15.5 - 1:29:30.2	**FASE 4** **Miguel**: Halla de nuevo la derivada de la función costo. **Maple**: Arroja la expresión: "$r \rightarrow 20800\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$" **Miguel**: Borra todo el procedimiento realizado hasta antes de la solución numérica. **Miguel**: Se sitúa después del modelo matemático y halla de nuevo la derivada. **Maple**: Arroja la misma expresión anteriormente obtenida. **Miguel**: Borra la expresión anterior a la solución numérica e iguala la expresión de la derivada de la función costo a una nueva variable que nombra como "*z*", definiendo esta derivada como una función con respecto a la variable *r*, obteniendo: "$z(r) := 20800\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$" **Miguel**: Borra "*z(r):=*" e iguala a cero esta expresión. **Maple**: Arroja la misma expresión. **Miguel**: Resuelve de nuevo la derivada igualada a cero mediante la opción "*Resolver/Resolver Numéricamente*" **Maple**: Arroja el valor numérico "*0.1823592693*". **Miguel**: Aparentemente compara este valor con el valor numérico anteriormente obtenido ("*0.3275249566*"), decide incluir el operador de producto en la expresión de la derivada igualada a cero y resuelve de nuevo la ecuación. **Maple**: Arroja el mismo valor numérico "*0.1823592693*".
53	1:29:30.3 - 1:29:47.8	**FASE 1** **Miguel**: Retorna a su primera hoja abierta de Maple y después de visualizar los pasos del procedimiento sugerido, intenta de nuevo escribir como palabra clave "costo", pero se arrepiente y la borra.
54	1:29:47.9 - 1:31:00.0	**FASE 4** **Dificultades uso del Maple** Error de sintaxis **Miguel**: Retorna a su segunda hoja de Maple y recorre el procedimiento y las operaciones realizadas e intenta de nuevo calcular la derivada de la función costo. **Maple**: Arroja el mensaje "Error, no se puede analizar" y una flecha enmarcada en una línea punteada roja. **Miguel**: Borra la flecha y el mensaje de error arrojados por Maple.
55	1:31:00.1 - 1:33:43.2	**FASE 4** **Miguel**: Abre una tercera hoja de trabajo de Maple (hoja 4) en modo "*hoja de trabajo*" copiando la expresión de la derivada de la función costo e igualando dicha expresión a la función "*z(r)*" mediante el operador de definición de función. Selecciona la opción para definir funciones en Maple.

Periodo de tiempo		Contenido
		Maple: Arroja la definición de la función pero incluye "z :=" en la definición. **Miguel**: Intenta resolver gráficamente el problema, graficando la derivada del modelo mediante la opción "*Gráficas/Gráficas 2-D*". **Maple**: Arroja una gráfica que no se aprecia del todo bien. **Miguel**: Borra la gráfica y deriva de nuevo. **Maple**: Arroja la expresión: **Miguel**: Otra vez mediante la opción "*Gráficas/Gráficas 2-D*", obtiene la gráfica de la derivada nuevamente. **Maple**: Arroja la misma gráfica anteriormente obtenida. **Dificultades uso del Maple** Modo inadecuado hoja de Maple: Modo hoja de trabajo/Modo Documento **Miguel**: Borra la gráfica de nuevo, escribe "*a(r):=*" y copia y pega la expresión de la derivada. **Maple**: Arroja el mensaje "Advertencia, falta punto y coma al final de la declaración" y la expresión: "$a(r) := 20800\pi + \frac{8}{r} - \frac{3\left(-227.0+\frac{8}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^4}$" COMENTARIO: Miguel no se percata que se encuentra en una hoja de trabajo de Maple en modo hoja de trabajo en lugar de modo documento. **Miguel**: Borra el mensaje y la expresión arrojada por Maple, así como la expresión escrita y escribe de nuevo: "$a(r) := 20800\pi + \frac{8}{r} - \frac{3\left(-227.0+\frac{8}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^4}$" **Maple**: Arroja la expresión: "$a(r) := r \rightarrow 20800\pi + \frac{8}{r} - \frac{(-3)\cdot 227.0+8\pi r^3}{\pi r^4}$" **Miguel**: Escribe "*a(r) = 0*". **Maple**: Arroja la expresión: "$20800\pi + \frac{8}{r} - \frac{-681.0+8\pi r^3}{\pi r^4} = 0$" **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Resolución Numérica*". **Maple**: Arroja la expresión: "$fsolve\left(20800\pi + \frac{8}{r} - \frac{-681.0+8\pi r^3}{\pi r^4} = 0, r\right)$" **Miguel**: Se percata que se encuentra en una hoja de trabajo de Maple en modo inadecuado (modo hoja de trabajo o de comandos) y sale de esta hoja de trabajo sin grabarla. **Miguel**: Abre una nueva hoja de trabajo en formato documento (hoja de trabajo 5) y escribe "*z(r)*".
56	1:33:43.3 - 1:35:40.1	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 14 de la Sesión 6 de Miguel. **Miguel**: Revisa el procedimiento y las operaciones realizadas en su hoja de trabajo 3 (segunda hoja de trabajo de Miguel, la hoja de trabajo 2 la abrió en modo hoja de trabajo y no la utilizó)
57	1:35:40.2 - 1:36:25.4	**FASE 3** **Miguel**: Procede a incluir el operador de producto en el modelo matemático anteriormente definido después del factor "9400" en el término "$9400\pi r^2$", selecciona la opción de Maple de definición de funciones. Maple: Arroja la expresión:

	Periodo de tiempo	Contenido
		"$r \rightarrow 10400\pi r^2 - \frac{-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$" **Miguel**: Escribe el operador de producto entre los factores (4/3) y (Pi) y de nuevo define selecciona la opción de definición de funciones. **Maple**: Aparentemente arroja la expresión anteriormente definida. **Miguel**: Retorna por unos segundos a la primera hoja abierta de Maple y regresa a la segunda hoja de Maple (Hoja 3).
58	1:36:25.5 - 1:37:32.7	**TIEMPO DE ESPERA** Tiempo de espera 15 de la Sesión 6 de Miguel.
59	1:37:32.8 - 1:39:05.4	**FASE 4** **Miguel**: Borra el mensaje de error "Error, no se puede analizar", la flecha enmarcada con línea punteada roja y la expresión "$r \rightarrow 20800\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$". Miguel: Selecciona de la paleta de expresiones que ofrece Maple el comando de derivada $\frac{d}{dx} f$ y reemplaza la variable "*x*" por "*r*" y "*f*" por "*c(r)*". Presiona ENTER. **Maple**: Arroja la expresión de la derivada de la función costo: "$20800\pi r - 4 + \frac{2\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^3}$". **Miguel**: Copia y pega la expresión $\frac{d}{dr} c(r)$ y la iguala a CERO. **Maple**: Arroja la misma expresión anteriormente obtenida pero igualada a CERO. **Miguel**: Resuelve la ecuación de la derivada igualada a cero mediante la opción "*Resolver/Resolver Numéricamente*". **Maple**: Arroja el resultado "*0.1823592693*" ya obtenido con anterioridad.
60	1:39:05.5 - 1:44:33.2	**FASE 3** **Miguel**: Retorna a la expresión "$1000 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h + 2350 \cdot 4\pi r^2 = C_t$" y elimina el exponente de la variable *r* en el primer término del lado izquierdo. COMENTARIO: Parece que Miguel se estaba percatando de que había mal considerado la cantidad de material de la parte cilíndrica (superficie lateral del cilindro). **Miguel**: Resuelve la expresión anteriormente corregida mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/r*". **Maple**: Arroja la expresión: "$-\frac{1000\left(-113.5+\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{r} + 9400\pi r^2 = C_t$". **Dificultades uso del Maple** COMENTARIO: Como consecuencia de las modificaciones realizadas por Miguel, aparentemente Maple arroja los siguientes mensajes de error cuando Miguel recorre la segunda hoja de trabajo abierta (hoja 3). No se pudo precisar en qué momento exacto Maple arroja dichos mensajes de error (1:40:23).

Periodo de tiempo	Contenido



Miguel: Borra las expresiones "$V_t = V_e + V_c$" y "$V_t = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$"

Miguel: Recorre una vez más parte de las operaciones realizadas en la segunda hoja de trabajo abierta y escribe "$\frac{4}{3}\pi r^3 +$".

Miguel: Se percata que no había considerado el factor *2* en la superficie de la parte cilíndrica e incluye este factor en la expresión que define el costo total.

Miguel: Continúa escribiendo la expresión que definirá el volumen total del tanque y lo iguala al valor dado de dicho volumen, obteniendo:

"$\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h = 113.5$"

Maple: Arroja la expresión que define el volumen del tanque pero reemplazando la variable *h* por su valor en términos de *r*, es decir, arroja la expresión:

"$\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{\pi r^2\left(-113.5 + \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2} = 113.5$"

Miguel: Decide borrar todas las expresiones definidas y arrojadas por Maple antes de esta última expresión.

Miguel: Copia y pega esta última expresión en su tercera hoja de trabajo abierta (hoja 5).

Maple: Arroja la misma expresión.

Miguel: Realiza la misma acción con la expresión que define el costo total.

Maple: Arroja la expresión la misma expresión pero efectuando el producto de los factores *2350* y *4*.

Miguel: Despeja h en términos de r en la expresión del volumen total del tanque mediante la opción "*Resolver/Aislar Expresión para/h*".

Maple: Arroja la expresión:

"$h = \frac{113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$"

Dificultades uso del Maple

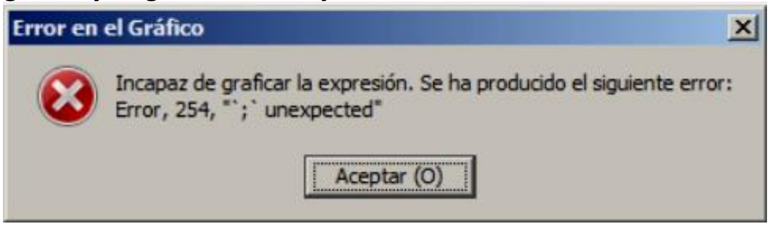
Miguel: Define la expresión del costo total como una función de la variable radio sustituyendo la variable *h* por su valor en términos de *r*.

COMENTARIO: Miguel no se percata que escribe la variable

Periodo de tiempo		Contenido
		radio como "*R*" en lugar de "*r*", obteniendo: $F(R) := 2000\,\pi \left(\frac{113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}\right) r + 9400\,\pi r^2 = C_t$ $F(R) := 2000\,\pi \left(\frac{113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}\right) r + 9400\,\pi r^2 = C_t$ **Maple**: Arroja la expresión: $R \rightarrow \frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right) r}{\pi r^2} + 9400\,\pi r^2 = C_t$ **Miguel**: Cambia la *R* de *F(R)* por *r* y define de nuevo la función. **Maple**: Arroja la nueva definición: $r \rightarrow \frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right) r}{\pi r^2} + 9400\,\pi r^2 = C_t$
61	1:44:33.3 - 1:45:55.6	**FASE 4** **Miguel**: Deriva la función costo. **Maple**: Arroja la expresión de la derivada de la función costo igualada a cero. $r \rightarrow \frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2} = 0$ **Miguel**: Iguala la expresión de la derivada a la función "*k(r)*" y la define como una función en Maple: $k(r) := \frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2}$ **Maple**: Arroja la definición de la función *k(r)*: $r \rightarrow \frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2}$ **Miguel**: Iguala la función a cero, escribiendo *k(r)=0* **Maple**: Arroja la expresión: $\frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2} = 0$ **Miguel**: Resuelve la ecuación anterior mediante la opción "*Resolver/Resolución Numérica*". **Maple**: Arroja como resultado el número crítico "*4.398983926*". **Miguel**: Intenta obtener este resultado con menos decimales con la opción que ofrece **Maple**, pero no lo consigue.
62	1:45:55.7 - 1:48:20.0	**FASE 5** **Miguel**: Escribe "*k(r)*" y presiona ENTER. **Maple**: Arroja la expresión: $\frac{2000\,\pi \left(113.5 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\pi r^2}$ **Miguel**: Intenta graficar mediante la opción "*Gráficas/Gráficas 2-D*". **Maple**: Arroja un cuadro de mensajes señalando un error en el

Periodo de tiempo	Contenido

gráfico y la gráfica de los ejes.



Miguel: Borra el cuadro de mensajes y la gráfica arrojados por Maple

Dificultades uso del Maple

Miguel: Se sitúa en la expresión que define el costo total y tal vez sin querer borra el signo igual y la variable C

Maple: Arroja el mensaje "Error, base vacía del subíndice" y señala con un marco rojo con línea punteada el error en la expresión arrojada por Maple.

$$F(r) := 2000\,\pi\left(\frac{113.5-\frac{4}{3}\,\pi r^3}{\pi r^2}\right)r+9400\,\pi r^2{}_{t}$$

Error, empty script base

$$F(r) := 2000\,\pi\left(\frac{113.5-\frac{4}{3}}{\pi r^2}\right.$$

Miguel: Borra la expresión que define el costo total y escribe nuevamente el costo total como una función, obteniendo:

$$f(r) := 2000\,\pi\,r\,h+9400\,\pi r^2$$

Miguel: Sustituye en la expresión anterior la variable h por su valor en términos de r obteniendo:

$$f(r) := 2000\,\pi\left(\frac{113.5-\frac{4}{3}\,\pi r^3}{\pi r^2}\right)r+9400\,\pi r^2$$

Miguel: Presiona ENTER y selecciona nuevamente la opción que ofrece Maple para definir funciones.

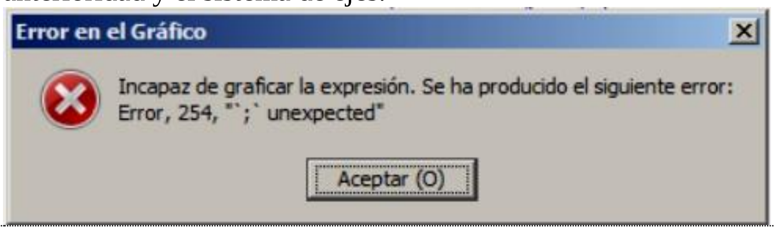
Maple: Arroja la expresión:

$$r \rightarrow 2000\,\pi\left(\frac{113.5-\frac{4}{3}\,\pi r^3}{\pi r^2}\right)r+9400\,\pi r^2$$

Dificultades uso del Maple

Miguel: Intenta graficar de nuevo, pero ahora con el ícono directo para tal efecto que ofrece Maple.

Maple: Arroja el mismo mensaje de error obtenido con anterioridad y el sistema de ejes.



63	1:48:20.1 - 1:52:24.2	**FASE 7** COMENTARIO: Posiblemente al ver que le quedaba poco tiempo, Miguel procede a elaborar su informe de una manera muy particular, respondiendo a la relación de instrucciones proporcionadas al principio del cuaderno de trabajo electrónico.

	Periodo de tiempo	Contenido
		Miguel: Retorna a su primera hoja de trabajo de Maple y escribe junto a la primera instrucción las palabras clave “***metros cúbicos, volumen, superficie costo mínimo***” y modifica el color de la fuente de azul a negro. **Miguel**: Se sitúa después de la tercera instrucción correspondiente al replanteamiento del problema con palabra propias y escribe “***Buscar el costo mínimo para que un tanque de gas que contiene 113.5 metros cúbicos de gas tenga un costo mínimo.***” y modifica el color de la fuente de azul a negro. **Miguel**: Se sitúa después de la cuarta instrucción correspondiente a la escritura de las unidades y escribe “***metros cúbicos, metros cuadrados, pesos mexicanos***”. **Miguel**: Se sitúa después de la quinta instrucción (identificar y definir variables) y escribe “***radio y altura***”. **Miguel**: Se sitúa después de la sexta instrucción (suposiciones) y escribe “***supongamos que se trata de dos contenedores completamente esféricos y unos completamente cilíndrico***”. **Miguel**: Se sitúa después de la siguiente instrucción (obtener la fórmula matemática) y escribe “***modelar el área total, para sustituir en ella el volumen total***”. **Miguel**: Procede a modificar el color de la fuente de azul a negro para las últimas cuatro respuestas descritas.
64	1:52:24.3 - 1:53:05.0	**FIN DE SESIÓN** **Miguel**: Procede a realizar el respaldo de su cuaderno de trabajo en formato electrónico siguiendo las instrucciones establecidas, pero solamente guarda la primera hoja de trabajo de Maple. Fin de grabación: 9:07 A.M.