# 500 AÑOS de Matemáticas

en la Biblioteca del HOSPITAL REAL

# 500 AÑOS de Matemáticas
en la Biblioteca del
HOSPITAL REAL

GRANADA
2014

UNIVERSIDAD DE GRANADA

**Excmo. Sr. Rector Magnífico**
Francisco González Lodeiro

**Ilma. Srª. Vicerrectora de Política Científica e Investigación**
Mª Dolores Suárez Ortega

**Directora de la Biblioteca Universitaria**
Mª José Ariza Rubio

**Biblioteca del Hospital Real**
Inés del Álamo Fuentes
María Artés Rodríguez

EXPOSICIÓN

**Organiza**
Biblioteca Universitaria de Granada

**Lugar**
Biblioteca del Hospital Real

**Fecha**
Del 23 de mayo al 4 de julio de 2014

**Producción y montaje**
Universidad de Granada

CATÁLOGO

**Diseño Gráfico y maquetación**
José María Medina Alvea
TADIGRA.SL Granada

**Reproducciones fotografías**
Antonio Ruiz Martínez

**Colaboradores**
Margarita Arias López
Aurora Hermoso Carazo
Antonio López Carmona
José Luis López Fernández
Pedro Martínez Amores
Antonio Martínez López
Rafael Ortega Ríos
Antonio Peralta Pereira
Juan de Dios Pérez Jiménez
Aureliano M. Robles Pérez
Antonio Rodríguez Garzón
Antonio L. Rodríguez López Cañizares
Alfonso Romero Sarabia
María del Mar Rueda García
Miguel Sánchez Caja
Juan Soler Vizcaíno
Armando Villena Muñoz

**Impresión**
Gráficas La Madraza. Albolote. Granada

**Edita**
Universidad de Granada





ISBN: 978-84-338-5656-2
Depósito Legal: GR./1.012-2014





Printed in Spain
Impreso en España

# Prólogo

# Prólogo

Celebramos el cincuenta aniversario de la creación de la división de Matemáticas en la Facultad de Ciencias de nuestra Universidad en una efeméride que se une a las sucesivas y recientes conmemoraciones de los estudios que se han desarrollado en el prestigioso Centro de la Institución.

Así, de modo reciente recordamos la creación cien años antes de la división de Químicas, como también no hace mucho el cincuentenario de los estudios de Geología. Incluso nos quedan por celebrar otros cincuentenarios, como el próximo de Biológicas que será seguido del de Físicas, y más tarde otras titulaciones más recientes que ya van camino de cumplir sus veinticinco años.

Hoy nos ocupa la titulación de Matemáticas. La que sin duda es una de las de mayor prestigio nacional e internacional para nuestra Universidad, como así se reconoce en los hoy frecuentemente citados ranking de referencia (ARWU, Taiwán) que, además de su alta valoración, ha sido esencial para la creación de otras titulaciones posteriores cuyos primeros profesores se formaron en ella para impartir en las titulaciones de Informática y Estadística; y apoyando también a otras ramas docentes, no solo de la Facultad de Ciencias, en las que la matemática resulta parte esencial para la formación de sus egresados.

En su devenir histórico, antes de la creación académica de la división de Matemáticas, su Ciencia había sido materia auxiliar e imprescindible de otras titulaciones como eran la Farmacia, la Medicina, la Química y la Geología.

De hecho para las universidades y centros de enseñanza superior españoles la tradición matemática era escasa y su aportación a la ciencia nada significativa; o al menos así se consideraba como tal. Por tanto, no deben de extrañar las palabras de don José de Echegaray -ilustre matemático, ingeniero y escritor- en su Discurso del año 1866 de entrada el Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, que trataba precisamente sobre la historia de las matemáticas en España, al señalar como "la ciencia matemática nada nos debe: no es nuestra; no hay en ella nombre alguno que labios castellanos puedan pronunciar sin esfuerzo".

El primer reconocimiento de la matemática española se produce en la llamada Edad de Plata de la ciencia española, la dada a principios del siglo XX, que se cercena con la guerra civil, el exilio, y la depuración de nuestros matemáticos por entonces más sobresalientes como fueron Luis Antonio Santaló, Manuel Balanzat de los Santos, y el granadino Emilio Herrera, entre otros muchos de aquel periodo.

Hoy, por fortuna, la Ciencia Matemática de nuestro país goza de todo prestigio y su excelencia académica y científica resulta incuestionable. En estos cincuenta años los matemáticos formados en nuestra universidad, muchos de los cuales son profesores de la misma, han recibido el justo reconocimiento de sus colegas nacionales y extranjeros y buena muestra de ello es la selección de nuestra Universidad como sede del Instituto Español de Matemáticas en convocatoria competitiva frente a otras candidatas.

La exposición que motiva la presente publicación quiere mostrar a una serie de libros y documentos significativos que se guardan en la Biblioteca General de nuestra Universidad y que dan testimonio de la importancia que tuvo esta materia desde tiempos pretéritos y que han sido piezas clave para el desarrollo de esta Ciencia.

Abarca, desde los orígenes, a los primeros descubrimientos de las Matemáticas en Occidente y su repercusión bibliográfica a partir de la cultura del Renacimiento. Contiene ediciones procedentes del siglo XVI de la obra aristotélica, de Euclides, Pappo de Alejandría y Ptolomeo. Exhibiendo también la fuerte producción que nace de la revolución científica europea de los siglos XVII al XVIII, junto con su repercusión en tiempos de la Ilustración española al mostrar obras señeras como la de Benito Bails. Por añadido, nos muestra la recepción científica de la Matemática en el ámbito más local, caso de los exámenes de la Real Maestranza de Caballería de Granada; o bien, el ejemplo de la introducción decimonónica de la disciplina en nuestra Universidad por vía de los primeros discursos académicos de apertura en los que la Ciencia Matemática ocupó su primer sitio académico.

Los ricos fondos documentales existentes en nuestra Universidad nos han permitido contribuir, de modo significativo, a la conmemoración del cincuentenario. Quiero, por tanto, expresar mi gratitud a la dirección y personal de la Biblioteca universitaria puesto que su labor profesional resultó ser imprescindible para lograr esta excelente exposición sobre la Ciencia de las Matemáticas en la Universidad de Granada.

**Francisco González Lodeiro**
RECTOR

# Exposición realizada en conmemoración del 50 aniversario de los estudios de matemáticas en la Universidad de Granada

CUANDO nuestro Rector Francisco González Lodeiro nos propuso realizar, con motivo del 50 aniversario de los estudios de matemáticas en la Universidad de Granada, una exposición de libros del fondo antiguo de la Biblioteca del Hospital Real, lejos estábamos de imaginar los tesoros que allí nos encontraríamos.

LA IDEA nos entusiasmó desde el primer momento; no tardamos en comunicarnos con la directora de la Biblioteca, María José Ariza Rubio, quien nos puso en contacto con la jefa de servicio encargada de los fondos antiguos, Inés María del Álamo Fuentes; y una mañana de principios del mes de julio del 2013, una delegación de matemáticos con poquísimo, por no decir ningún, conocimiento sobre bibliofilia, nos presentamos en la Biblioteca del Hospital Real para que nos informasen del procedimiento a seguir en la organización de la exposición.

CON GRANDES DOSIS de amabilidad y paciencia, Inés y su compañera María nos indicaron cómo buscar en el catálogo del fondo antiguo, qué información debíamos tener en cuenta, dónde ver los libros que ya estaban digitalizados… y, nos fijaron un número mágico: cincuenta, el número de libros que se pueden mostrar en los expositores de la biblioteca.

DE VUELTA a la Facultad de Ciencias, nuestro primer impulso fue acceder a la página de la biblioteca de la UGR, entrar en el catálogo de fondos antiguos y escribir "matemáticas" en el buscador. ¡Cuál fue nuestra sorpresa cuando aparecieron casi 300 títulos ante nosotros! Y si por ejemplo modificábamos el parámetro de búsqueda por el de "geometría", aparecían otros 200 libros más, en su mayoría diferentes de los primeros.

CONFIESO que en ese momento empecé a sentir que tal vez había sido algo insensata al aceptar la propuesta de organizar la exposición y que, desde luego, este era un trabajo que debía realizarse en equipo. Contacté con compañeros de las diferentes ramas de las matemáticas y la respuesta fue magnífica: para el otoño tenía ya una lista de cerca de cien títulos que podían resultar interesantes para la exposición.

CONVIENE decir que en ningún momento hemos pretendido hacer una exposición exhaustiva de libros de matemáticas; se trataba de mostrar parte del tesoro que contiene nuestra biblioteca sobre esta materia. Muchos compañeros, cuando han visto la lista definitiva de libros a exponer, nos han comentado que faltaba tal obra de tal autor, pero nuestra respuesta siempre ha sido la misma: es una exposición de obras disponibles en la Biblioteca del Hospital Real.

EN LA SELECCIÓN FINAL de los títulos no solo hemos tenido en cuenta la importancia de la obra en sí para las Matemáticas; nos ha parecido interesante mostrar también algunos textos escritos por matemáticos españoles y algunos otros han sido incluidos por la relación de la obra o el autor con Granada y su universidad. Así, por ejemplo, junto a los Elementos de Euclides o la Geografía de Ptolomeo, se encuentran obras como el Tratado de Matemáticas de Juan Pérez de Moya, que debe de ser uno de los libros de matemáticas más antiguos escritos en español, o los exámenes de matemáticas que "sufrían" los alumnos de la Real Maestranza de Caballería de Granada en el año 1771.

TANTO LA SELECCIÓN de los libros, como los comentarios sobre cada uno de ellos que aparecen en este catálogo son el trabajo de una serie de compañeros que han colaborado de forma totalmente desinteresada en uno u otro proceso. Mi más sincero agradecimiento a María José Cáceres, Aurora Hermoso, Antonio López Carmona, José Luis López, Pedro Martínez Amores, Antonio Martínez, Rafael Ortega, Antonio Peralta, Juan de Dios Pérez, Aureliano Robles, Antonio Rodríguez Garzón, Antonio L. Rodríguez, Alfonso Romero, María del Mar Rueda, Miguel Sánchez, Juan Soler y Armando Villena, por su tiempo y su trabajo.

MI AGRADECIMIENTO también a todo el personal de la Biblioteca del Hospital Real que tan amablemente nos ha atendido cada vez que aparecíamos por allí para consultar algunos de los ejemplares y, en especial, a Inés del Álamo y a María Artes que han colaborado en todo momento con nosotros y de las que tanto hemos aprendido gracias a sus comentarios y consejos, y a Antonio Ruiz por el buen trabajo realizado en el proceso de las digitalizaciones.

A D. FRANCISCO GONZÁLEZ LODEIRO, Rector Magnífico de nuestra Universidad, tengo que darle las gracias no sólo por su total colaboración en esta empresa, sino por la excelente labor que está realizando la Biblioteca de la Universidad de Granada bajo su tutela en la conservación, ampliación y divulgación de los tesoros que encierra su fondo antiguo.

POR ÚLTIMO, sólo me queda recomendar a quienes tengan la posibilidad, un pequeño paseo de vez en cuando por esta maravilla que tenemos a nuestro alcance. La oportunidad de tener en nuestras manos uno de estos ejemplares con siglos de antigüedad es una experiencia que merece la pena disfrutar.

**Margarita Arias López**
Coordinadora de la Comisión Docente del Grado
en Matemáticas de la UGR

# Catálogo de libros

FIGURA 1

# Ptolomeo, Claudio

**Klaudiou Ptolemaiou Alexandreos philosophou en tois malista pepaideumenou, Peri tes geographias biblia okto, meta pases akribeias entypothenta = Claudij Ptolemaei Alexandrini philosophi cum primis eruditi, De geographia libri octo, summa cum uigilantia excusi**

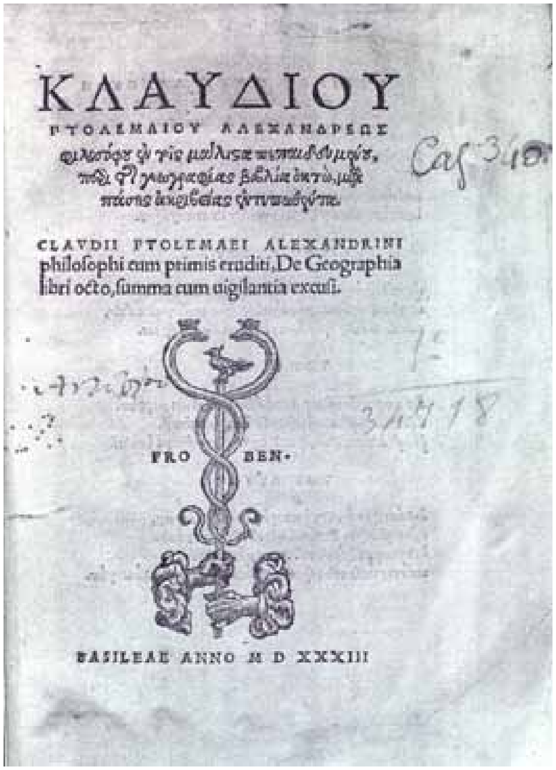
Basileae : [Hieronymus Froben et Nicolaus Episcopius], 1533

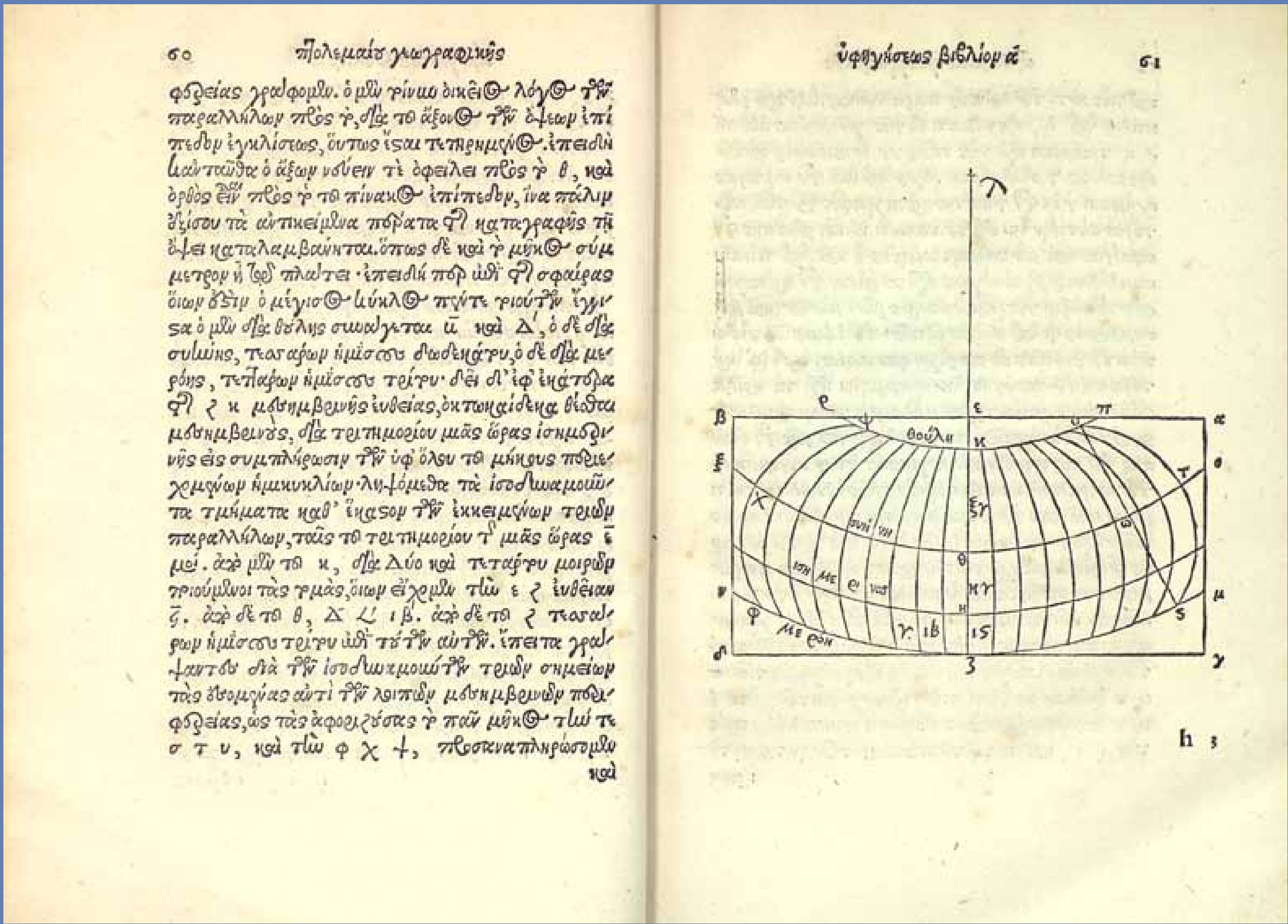
[8], 542, [2] p. ; 4º

Claudio Ptolomeo, (ca. 85-165 d.C), fue un astrónomo, matemático y geógrafo que vivió en Alejandría. De entre sus obras, las más importantes que han sobrevivido son la *Geografía* y el *Almagesto*, cuyo nombre proviene de su traducción al árabe (*Al-Majisti*, El más grande), realizada sobre el s. IX, y conocida en Europa por versiones en castellano y latín del s. XII de la Escuela de Traductores de Toledo. En ella se expone la teoría matemática de los movimientos del Sol, la Luna y los planetas entonces conocidos desde una perspectiva geocéntrica, aceptada durante siglos hasta la revolución copernicana.

En la *Geografía*, Ptolomeo describe el mundo conocido en su época, y se realizan las cartografías correspondientes, dándose las coordenadas en términos de latitud y longitud. El tratado original fue escrito en griego y este ejemplar es una edición de 1533 del libro octavo impresa en Basilea en la famosa imprenta de Froben.

BHR/A-039-578(1)






Klaudiou Ptolemaiou Alexandreos philosophou
en tois malista pepaideumenou, Peri tes geographias biblia okto...

FIGURA 2

# Ptolomeo, Claudio

**Geographia uniuersalis, vetus et nova, complectens Cl. Ptolemaei ... enarrationis libros VIII, quorum primus nova translatione Pirckheimheri & accessione commentarioli illustrior ... redditus est ; reliqui ... castigatiores facti sunt ; addita sunt insuper scholia... ; succedunt tabulae Ptolemaicae, opera Sebastiani Munsteri nouo paratae modo ; his adiectae sunt plurimae novae tabulae, modernam orbis faciem literis & pictura explicantes... ; vltimo annexum est compendium geographicae descriptionis [autore Sebastiano Munstero]... ; adiectae sunt huic posteriori editioni nouae quaedam tabulae...**

Basileae : per Henrichum Petrum..., 1545
[50], 195 p., 54 h. de map. pleg. : il. ; Fol.

La *Geografía* se tradujo a principios del s. XV al latín por Jacobus Angelus. Tuvo gran difusión a lo largo de los s. XV y XVI o era de los descubrimientos, en la cual se despertó un enorme interés por la ciencia cartográfica y los mapas. Merece comentarse que Ptolomeo toma datos que subestiman la circunferencia terrestre, a diferencia de los de Eratóstenes, lo cual pudo influir en las expectativas de Colón en su viaje a América.
El libro conservado en el Hospital Real pertenece, según se explica en su colofón, a una edición publicada en Basilea en el año 1545 en los talleres de Enrichus Petrus. Se trata de una edición de la primera publicación del año 1540 realizada por Sebastian Münster (1448-1552), cartógrafo, cosmógrafo y hebraísta alemán, autor de la Cosmographia (1544), primera descripción del mundo en lengua germana. Este autor reprodujo la edición que Miguel Servet elaboró en latín del tratado de Ptolomeo en el año 1535, conservando los textos que éste introdujo, e incluyendo mapas del propio Münster.
Miguel Serveto y Conesa, conocido como Miguel Servet (ca.1511 -1553), fue un teólogo y científico español, descubridor de la circulación pulmonar de la sangre. Participó en la Reforma protestante y desarrolló una cristología contraria a la Trinidad, pero acabó siendo repudiado tanto por católicos como por protestantes. Murió condenado a la hoguera en un famoso juicio llevado a cabo en Ginebra, bajo la influencia de Juan Calvino, que le situó como mártir por la libertad de pensamiento.
En este libro la *Epistula nuncupatoria* fue expurgada y, como se explica escrito a mano inmediatamente tras el colofón, el 'nombre del hereje' fue suprimido en 1565. Conviene aclarar que tanto Servet como Münster habían sido incluidos en el Índice de Libros Prohibidos, aunque la obra de Ptolomeo sí estaba permitida.

BHR/A-016-179

Geographia uniuersalis, vetus et nova, complectens Cl. Ptolemaei ...

GEOGRAPHICA.

Taprobana.

TAprobana insula, quã hodie Sumatram uocant, habet homines corpore cæteris grandiores, rutulis comis, ceruleis oculis, trucioris soni, nullo linguę commertio genti alteri sociantur. Aetas illius prolixa, ut nature pereat, qui centenarius moritur. Eius pars, ut Solinus inquit, belluis & elephantibus repleta est. Ibi mare adeo altum, ut nullæ anchoræ ad ima possint peruenire. Margaritas legũt plurimas & maximas ex conchis in quibus inueniuntur. Cetæ ibi inueniuntur passim per littora uagãtes, quæ in mari usbro primum educatæ illuc se ingerũt. Animalia sunt monstrosa & tantę magnitudinis, ut colles quidã littoribus aduecti uideantur, quorũ dorsum longo spinarum tractu exasperatur. Infestissima sunt ambulantibus in littore, ut nemo facile ex eorum faucibus effugere possit, si uisus ab eis fuerit. Habẽt tantos hiatus, ut sæpe nauem cum hominibus deglutierint.

FINIS.

BASILEAE PER HENRICHVM PETRVM MENSE AVGVSTO, AN. M. D. XLV.

en febrero de 1570 se quito el nombre del hereje q̃ puso
un appendice ala geografia de ptolomeo
S̃. presentado
Sebastiãn Canor.

En g.da tres de Abrill de mil y quinientos y sesenta y ... 
Abiendo visto los ss.res ynq.res la diligencia fecha en este
libro conforme al catalogo ex purgatorio del yll.mo
S.r Cardinal ynq.or general se mando boluer ala persona
q̃ lo exibio.
[illegible]

Antonio Juan de ... 

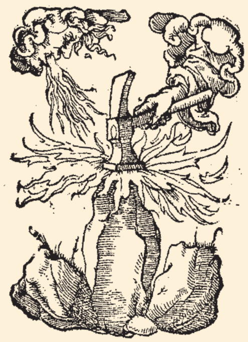


FIGURA 3

# Reisch, Gregor

Margarita philosophica, rationalis, moralis philosophiae principia, duodecim libris dialogice cõplectens / olim ab ipso autore recognita, nuper aut[em] ab Orontio Fineo Delphinate castigata & aucta ; unà cum appendicibus itidem emêdatis, & quãplurimis additionibus & figuris, ab eodem insignitis ...

Basileae : excudebat Henricus Petrus, ac Conradi Reschij impensis, 1535
[80], 1498 [i.e. 1488], [6] p., [2] en bl., [1] h. de grab. pleg. : il. ; 4º

La *Margarita Philosophica* es una obra de conjunto que recoge y estructura el saber de su época y es el primer texto renacentista en que aparece el vocablo *Cyclopedia*, en relación con el de *Encyclopaedia*. Reisch concibió su obra no como una enciclopedia sino como una Summa enciclopédica escolástica. La escribió hacia 1489 y vio la luz en 1503. La obra comprende los principios de la filosofía natural, racional y moral organizada en doce libros. Los tres primeros, dedicados a la filosofía racional, desarrollan las materias objeto del estudio del trívium, *De rudimentis Grammatice, De Principiis Logice y De Partibus Orationis*. Los otros siete libros los dedica al quadrivium: *Arithmetica Speculativa, Musica Speculativa, De Elementis Geometriae, De Principiis astronomiae*, la filosofía natural, las ciencias naturales y la fisiología. En el libro undécimo, *De natura / origine ac immortalitae anime intellective*, aborda los problemas derivados del estudio de la inmortalidad, el infierno y el cielo, y el duodécimo, *De principiis Philosophiae moralis*, se dedica al conocimiento de los principios de la filosofía moral.

Reisch quiso tener como guías a los grandes autores de la Antigüedad, en especial a Aristóteles, y a los Santos Padres y Doctores de la Iglesia, lo que refleja su carácter escolástico. Pero, al mismo tiempo, utiliza disciplinas emergentes en ese momento como la cosmografía, la geografía y la medicina, lo que revela que conoce perfectamente los nuevos descubrimientos y los incorpora dentro de la tradición escolástica. Asimismo, siente la necesidad de crear para sus alumnos un texto escolástico más actual y complejo que incluyese todo el desarrollo de la ciencia, de las siete artes liberales de la filosofía y de las ciencias naturales. Para hacer más atractiva su obra la presenta en forma de diálogo entre maestro y discípulo. Este interroga y el maestro le responde. La utilidad del libro como herramienta educativa se ve reforzada por un índice detallado y la utilización de las ilustraciones para aclarar el texto, entre las que destacan algunas notables del cuerpo humano, como la primera representación esquemática del ojo.




# LIBER PRIMVS MARGARITAE PHILOSOPHICAE,

de Latinę Gramaticę Rudimentis: Cuius Tractatus primus, de noticia partium orationis. Interloquutores, Magister, & Discipulus.

## De definitione, & diuisione Philosophię, Caput I. Discipulus.

QVID est quod te iamdudum æstuāti animo, alacri studio, & indefesso labore, in diuersis libris uenari uideo: Mag. Philosophiā quæro. Dis. Et quid sit Philosophia ignoro. Mag. Philosophia est diuinarū humanarūq; rerū cognitio, studio bene uiuendi coniuncta. Vel est rerum humanarum, diuinarumq; scientia, In cuius amorem Sapiens inuitat dicens: Hęc speciosior est sole, & super omnem dispositionem stellarum, & luci cōparata inuenitur prior. Omne aurum in comperatione illius arena est exigua, & tanquā lutum ęstimabitur argentum in conspectu illius. Nā omnium bonorum mater est, & thesaurus infinitus hominibus, quo qui usi sunt, participes facti sunt amici dei &c.

*Philosophia* — *Sapiens.* — *Laudes Philosophiæ.*

A Vnde

Margarita philosophica: cu[m] additionibus nouis.

FIGURA 4

# Aristóteles, 384-322 a.C.

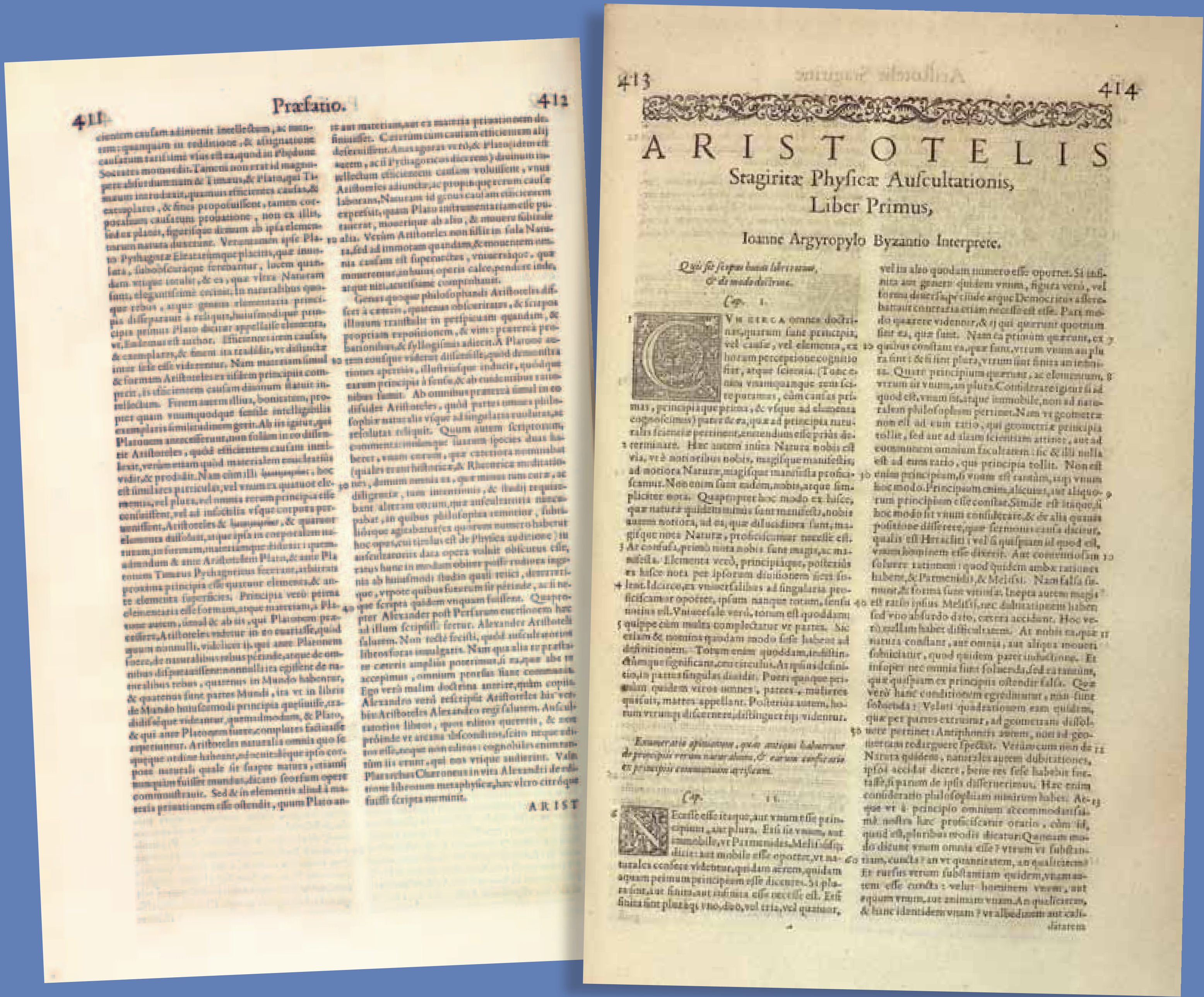
Aristotelis Stagiritae Opera, post omnes quae in hunc usque diem prodierunt editiones, summo studio emaculata, & ad graecum exemplar diligenter recognita...

Lugduni : apud Joannem Frellonium : excudebat Symphorianus Barbierus, 1563
[32] p., 976 col. ; Fol.

Edición en latín de las obras completas de Aristóteles. Las diversas obras de Aristóteles han llegado a nuestros días como resultado de diferentes reconstrucciones parciales de las obras originales. En este libro están presentes las traducciones y reconstrucciones de Angelo Poliziano, J. Argyropoulos (Ioannie Argyropylo), Hermolao Barbaro (Ermolao Barbaro o Barbarus), P. Alcyonius, el Cardenal Bessarion o Bessarión y otros. Libro clasificado dentro de la materia Filosofía, donde podemos encontrar interpretaciones Aristotélicas de la Física y las Matemáticas en sus inicios.
En la página 413 comienzan los libros dedicados a la Física, Physicae Auscultationes, cuya traducción más correcta sería "Clases o lecciones sobre la naturaleza".



Aristotelis Stagiritae Opera, post omnes quae in hunc usque diem prodierunt editiones, summo studio.



411 Præfatio. 412

413 414

ARISTOTELIS

Stagiritæ Physicæ Auscultationis,

Liber Primus,

Ioanne Argyropylo Byzantio Interprete.

FIGURA 5

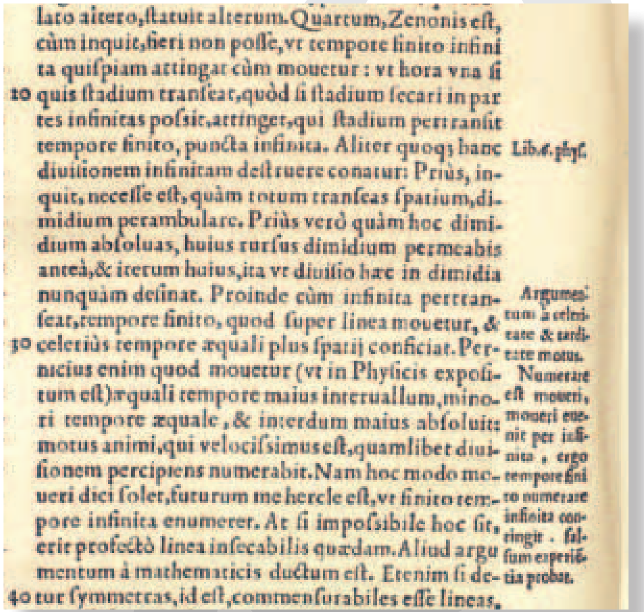
# Aristóteles, 384-322 a.C.

Aristotelis Stagiritae Operum : tomus secundus

Lugduni : apud Ioannem Frellonium : excudebat Symphorianus Barbierus, 1563
[9] p., 1578 col., [1], [190] p., [2] en bl. ; Fol.

En el libro VI se consideran los conceptos matemáticos de infinito, discreto y continuo. Para defender la divisibilidad infinita y refutar el argumento atomista, se investigan las nociones de continuidad y la división infinita, defendiendo que el tiempo y el lugar no son divisibles en partes indivisibles. Aunque los conceptos aristotélicos están lejos de los formalismos y conceptos matemáticos modernos, su introducción permite demostrar que no puede haber momento definido (indivisibles) cuando comienza un movimiento, ayudando a Aristóteles a responder a las famosas paradojas de Zenón, que pretendían demostrar lo absurdo de la existencia del movimiento.





lato altero, statuit alterum. Quartum, Zenonis est, cùm inquit, fieri non posse, vt tempore finito infinita quispiam attingat cùm mouetur: vt hora vna si quis stadium transeat, quòd si stadium secari in partes infinitas possit, attinget, qui stadium pertransit tempore finito, puncta infinita. Aliter quoque hanc diuisionem infinitam destruere conatur: Priùs, inquit, necesse est, quàm totum transeas spatium, dimidium perambulare. Priùs verò quàm hoc dimidium absoluas, huius rursus dimidium permeabis anteà, & iterum huius, ita vt diuisio hæc in dimidia nunquàm desinat. Proinde cùm infinita pertranseat, tempore finito, quod super linea mouetur, & celeriùs tempore æquali plus spatij conficiat. Pernicius enim quod mouetur (vt in Physicis expositum est) æquali tempore maius interuallum, minori tempore æquale, & interdum maius absoluit: motus animi, qui velocissimus est, quamlibet diuisionem percipiens numerabit. Nam hoc modo moueri dici solet, futurum mehercle est, vt finito tempore infinita enumeret. At si impossibile hoc sit, erit profectò linea insecabilis quædam. Aliud argumentum à mathematicis ductum est. Etenim si detur symmetras, id est, commensurabiles esse lineas,

Lib. 6. phys.

Argumentum à celeritate & tarditate motus.

Numerare est moueri, moueri euenit per infinita, ergo tempore finito numerare infinita contingit. falsum experientia probat.

Aristotelis Stagiritae Operum : tomus secundus.

obtinent, pro eo vt isti etiam, qui ideas astruunt, non inficiantur. At enim partes toto priores existimantur, quocirca & hæc lineæ idea secabilis reputari debet, & si quidem non in partes infinitas, in numero certè finitas diuidi necesse erit, quod nec isti negare in animum inducent. Priores igitur huiusce lineæ partes fuerint, quæ idea statuitur, quam sit ipsa linea, cuius partes esse dicuntur. Enimuero diuidi eam posse cùm sit linea, omnes consentiunt philosophi, cùm quantitas omnis sit secabilis. Erũt igitur huius lineæ partes priores, quàm ipsa tota sit: at prima hæc linea, & non ex aliis enata, cùm idea sit, dicitur. Mirari verò posset fortasse quispiam, quid rationi huic authoritatis ex eo accedat, si primam lineam, quæ idea dicitur reliquarum, in partes non infinitas, sed finitas diuidi posse contendant. An quòd conuenientius, multò que aptius hoc dici videtur, si in partes finitas quantitatem secari concedant? Proximus enim ex his partibus finitis magis appositi continuam lineam architectari videbuntur. Nam is, qui in partes infinitas lineam diuidi posse adstipulabitur, eadem ratione ex infinitis etiam componi eandem affirmabit. Principia autem finita rerum omnium potiùs videntur constituenda, cùm infinitorum neque scientia sit vlla, neque apta coagmentatio. Aut dicendum fortasse hoc modo est, hæc Aristotelis verba aduersus ideas instituta, quibus eas generatim refelleret, vt si quantitatum ideæ sint, eas instar linearum diuidi posse, ita quæ ex his coalescunt figuræ, scilicet τὸ αὐτοτρίγωνον & αὐτοτετράγωνον, nata ex τοῦ αὐτογράμμου, & omnino fore vt superficies quælibet, corpúsque quodcunque secari posse videatur. Plato autem insecabiles, & ἀπαθεῖς ponit ideas. Licet autem aliter etiam respondere, Platonicos cùm ideas harum rerum statuunt eos voluisse eo ipso quòd nominarent ideas non secabiles, sed indiuiduas quantitates quasdam constituere, vt τῆς αὐτογραμμῆς posita idea, necesse illi non esse & hanc admittere, quòd diuidi apta esset, eóque facto immobilitas huius, καὶ τὸ ἀπαθὲς, id est, patiendi carentia tolleretur, quemadmodum de ideis omnibus sentiunt: quò propter magis primam hanc lineam insecabilem repræsentarent, hoc argumento vsos arbitrandum, & si hoc modo alterum argumentum intelligatur, non omnino pessimum videbitur. Tertium est, si corpora quædam sunt elementa: elementis verò prius nihil, partes autem toto priores, insecabilia sanè erunt elementa, vt ignis, & reliqua, propterea ne prius aliquid ipsis elementis statuatur: nam si diuidi possent, partes priores elementorum, quàm ipsa tota elementa, videri possent. Ex quo sequitur illud, vt non modo res intelligibiles, quemadmodum Deus, & intelligentia sint indiuiduæ substantiæ, sed in rebus etiam corporeis, & sensibilibus quiddam sit, quod diuidi nequeat, vt elementum, vt αὐτοτρίγωνον, & αὐτοτετράγωνον. Et quorsum hæc, dicat fortasse aliquis, quid ad præsens pertinebunt, quod isti probare moliantur, magnitudines non infinita, sed finita sectione diduci posse. Quare dicatur illud, & cuius gratia hoc argumento vtantur, mox planum fiat. Isti quidem non modò ideam indiuiduam, insecabilémque posuerunt, sed elementa quoque vt ignem, & reliqua, vel potiùs τὸ αὐτοτρίγωνον, & αὐτοτετράγωνον, & ex eo conuincere voluere non modo non omne corpus infinita partitione dissecari, sed simpliciter quædam corpora insecabilia. Elementa enim cùm sint corpora, non diuidi posse, quòd non primis his corporibus priora constituantur quædam, scilicet partes toto priores: syllogismus autem demonstratiuus videtur. Principiorum non sunt principia, vt partes totius: elementa sunt principia, quare eorum alia non erunt principia, vt partes totius, quare in partes non diuidi poterunt vllas. Maior per hypothesin ita sumi queat cum disiunctione. Hæc corpora diuidi possunt, aut non diuidi: si diuidi possunt, ergo partes toto priores, & ita primis erit prius aliquid: elementa autem prima sunt, diuidi igitur in partes non possunt, insecabilia igitur. Syllogismus est in tertio modo hypotheticῶν, qui sublato altero, statuit alterum. Quartum, Zenonis est, cùm inquit, fieri non posse, vt tempore finito infinita quispiam attingat cùm mouetur: vt hora vna si quis stadium transeat, quòd si stadium secari in partes infinitas possit, attinget, qui stadium pertransit tempore finito, puncta infinita. Aliter quoque hanc diuisionem infinitam destruere conatur: Priùs, inquit, necesse est, quàm totum transeas spatium, dimidium perambulare. Priùs verò quàm hoc dimidium absoluas, huius rursus dimidium permeabis antea, & iterum huius, ita vt diuisio hæc in dimidia nunquam desinat. Proinde cùm infinita pertranseas, tempore finito, quod super lineam mouetur, & celeriùs tempore æquali plus spatij conficiat. Pernicius enim quod mouetur (vt in Physicis expositum est) æquali tempore maius interuallum, minori tempore æquale, & interdum maius absoluit: motus animi, qui velocissimus est, quamlibet diuisionem percipiens numerabit. Nam hoc modo moueri dici solet, futurum mehercle est, vt finito tempore infinita enumeret. At si impossibile hoc sit, erit profectò linea insecabilis quædam. Aliud argumentum à mathematicis ductum est. Etenim si dentur symmetras, id est, commensurabiles esse lineas, necesse fuerit insecabilem quandam lineam existere. Symmetræ enim lineæ dicuntur, quæ linea eadem mensurantur. Quæcunque igitur symmetræ, hæ mensuram talem capiunt omnes. Erit itaque longitudo quæpiam, qua mensurabuntur omnes, quam insecabilem esse necesse est: siquidem ea secari possit, partes hæ mensuram admittent respectu totius. Nam partes symmetræ sunt toti, habebunt igitur partes & totum mensuram communem ex definitione symmetri, & rursus hæc ipsa mensura diuidetur, & simili ratione alia vestigabitur mensura, & huius iterum alia: quæ progressio nunquàm cessatura est. Quo fiet, vt non vna mensura omnium symmetrarum linearum dari queat. Erunt enim hoc modo infinitæ mensuræ, sed symmetras omnes habere vnam mensuram constat. Stabitur igitur in vna aliqua prima, quæ insecabilis erit, & cuius multiplicatione omnes symmetræ comprehensæ erunt. Idem quoque, inquiunt, accidit in superficiebus, non modò in lineis, ex quibus describuntur figuræ. Omnes figuræ etenim huiuscemodi ex rationalibus vt vocant, lineis progenerantur. Sunt autem rationales, siue, vt Græci vocant, ῥηταὶ, ad quas rectè si comparentur, innumerabiles, vel symmetræ,

Lib. 6. phys.

Argumentum à celeritate & tarditate motus.

Numerare est mouere, mouere autem per infinita, ergo tempore finito numerare infinita contingit - falsum experientia probat.

FIGURA 6

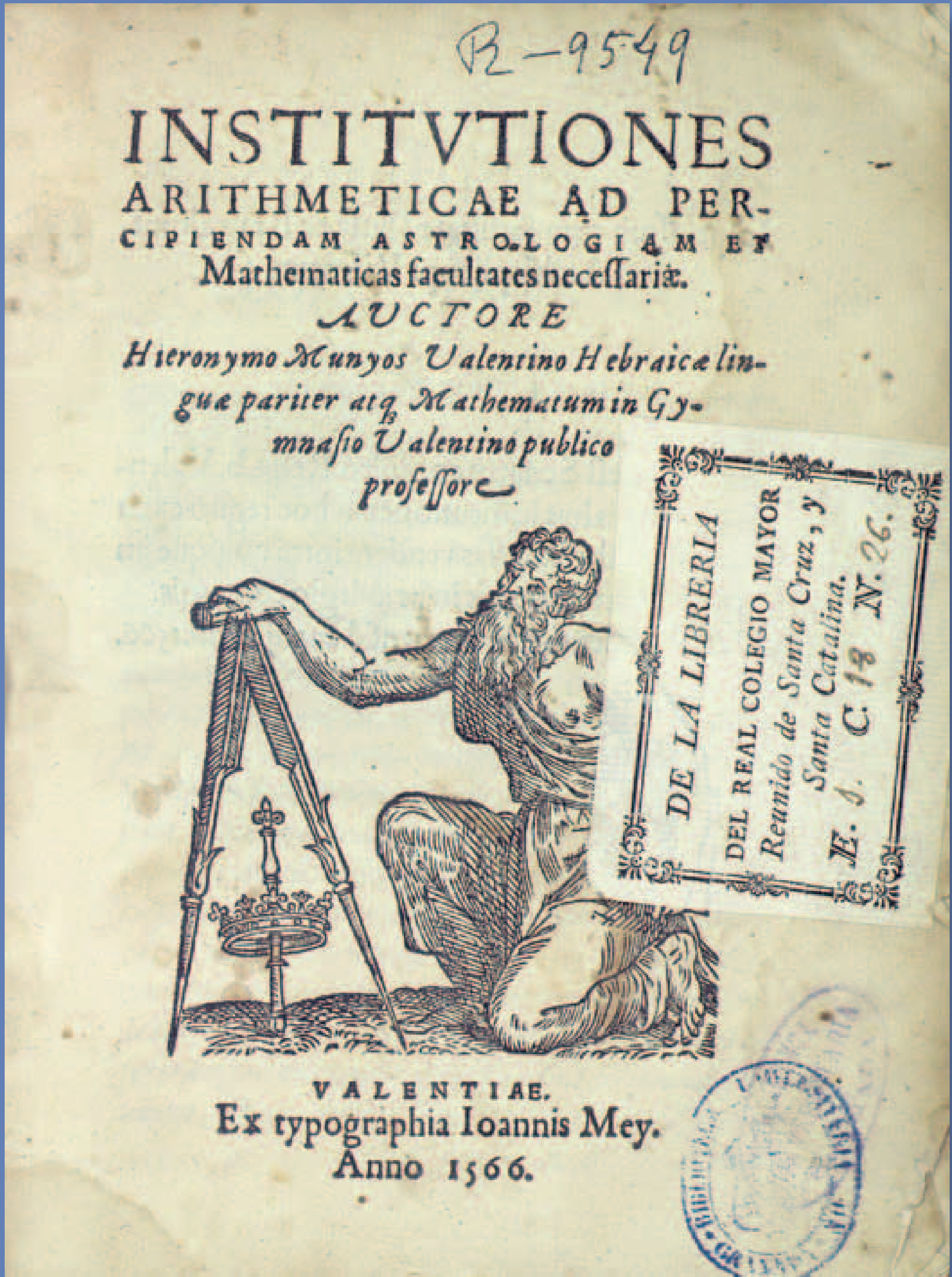
# Muñoz, Jerónimo

**Institutiones arithmeticae ad percipiendam astrologiam et mathematicas facultates necessariae / auctore Hieronymo Munyos Valentino... mathematicum in gymnasio valentino publico professore**

Valentiae : ex typographia Ioannis Mey, 1566
4, 77 h. : il. ; 4º

Jerónimo Muñoz (ca.1520-1591). Hebraísta, astrónomo y matemático valenciano, ocupó las cátedras de hebreo en Ancona y Valencia de 1563 a1578, y las de matemáticas en Valencia, entre 1565 y 1578, y Valladolid entre 1578 y 1591. Su principal aportación como científico, fue la observación que realizó en la ciudad de Valencia de la supernova de 1572 (SN 1572 o "Supernova de Tycho"). Estas observaciones fueron incluidas y comentadas por Tycho Brahe en su obra *Astronomiae Instauratae Progymnasmata*, edición de 1610, pp. 452, 507 y 565–571.

En esta obra se exponen los conocimientos matemáticos, concretamente aritméticos, que, a juicio del autor, son necesarios en el desarrollo de la astronomía. En este sentido, abundan los ejemplos aplicados a esta ciencia. Se compone de tres partes o libros. En el primero de ellos, establece las definiciones y los principios o axiomas sobre los que se desarrolla la obra, introduce los distintos tipos de números y su notación decimal y sexagesimal y, mediante una serie de problemas, presenta la adición, la substracción, la multiplicación y la división, las potencias cuadrado y cubo y las raíces cuadradas y cúbicas, terminando con un estudio de las series aritméticas y geométricas, construyendo la suma de las mismas, y de las proporciones, en particular, de las reglas de tres directa e inversa. Todas las explicaciones están acompañadas de ejemplos, con notación tanto decimal como sexagesimal, y, en algunos casos, con "números de género variado" (años–meses–días o libras–solidus–denarios). Es de reseñar la constante preocupación por la corrección de los resultados obtenidos en los cálculos, haciendo uso, por ejemplo, de la "regla del nueve" para la suma, el producto y las raíces. En el segundo libro se generalizan los resultados del primero al cálculo con fracciones y se introduce el cálculo con "decimales" sexagesimales. El tercer libro, que está dedicado a las razones y las proporciones, se puede considerar como un intento de abstracción de los dos anteriores.



R-9549

INSTITVTIONES ARITHMETICAE AD PERCIPIENDAM ASTROLOGIAM ET Mathematicas facultates necessariæ.

AVCTORE

Hieronymo Munyos Valentino Hebraicæ linguæ pariter atq; Mathematum in Gymnasio Valentino publico professore.

VALENTIAE.
Ex typographia Ioannis Mey.
Anno 1566.



Institutiones arithmeticae ad percipiendam astrologiam et mathematicas facultates necessariae.

FIGURA 7

# Euclides, 430 a.C.-360 a.C.

Euclidis Elementorum libri XV, vnà cum scholijs antiquis / à Federico Commandino Vrbinate nuper in latinum conuersi, commentarijsque quibusdam illustrati

Pisauri : apud Camillum Francischinum, 1572
[12], 255 h. : il. ; Fol.

Sobre Euclides no se sabe con certeza ni donde ni cuando nació pero sí que vivió antes que Arquímedes y que fue contemporáneo de Ptolomeo I. Se cree que estudió en Atenas con discípulos de Platón. Fue llamado a Alejandría donde fundó una escuela en la que realizó su actividad científica y enseñó matemáticas durante más de 20 años. Su principal obra es los *Elementos de Geometría* aunque se conocen una docena de tratados suyos sobre óptica, astronomía, música, mecánica y un tratado sobre secciones cónicas que no ha llegado hasta nosotros.

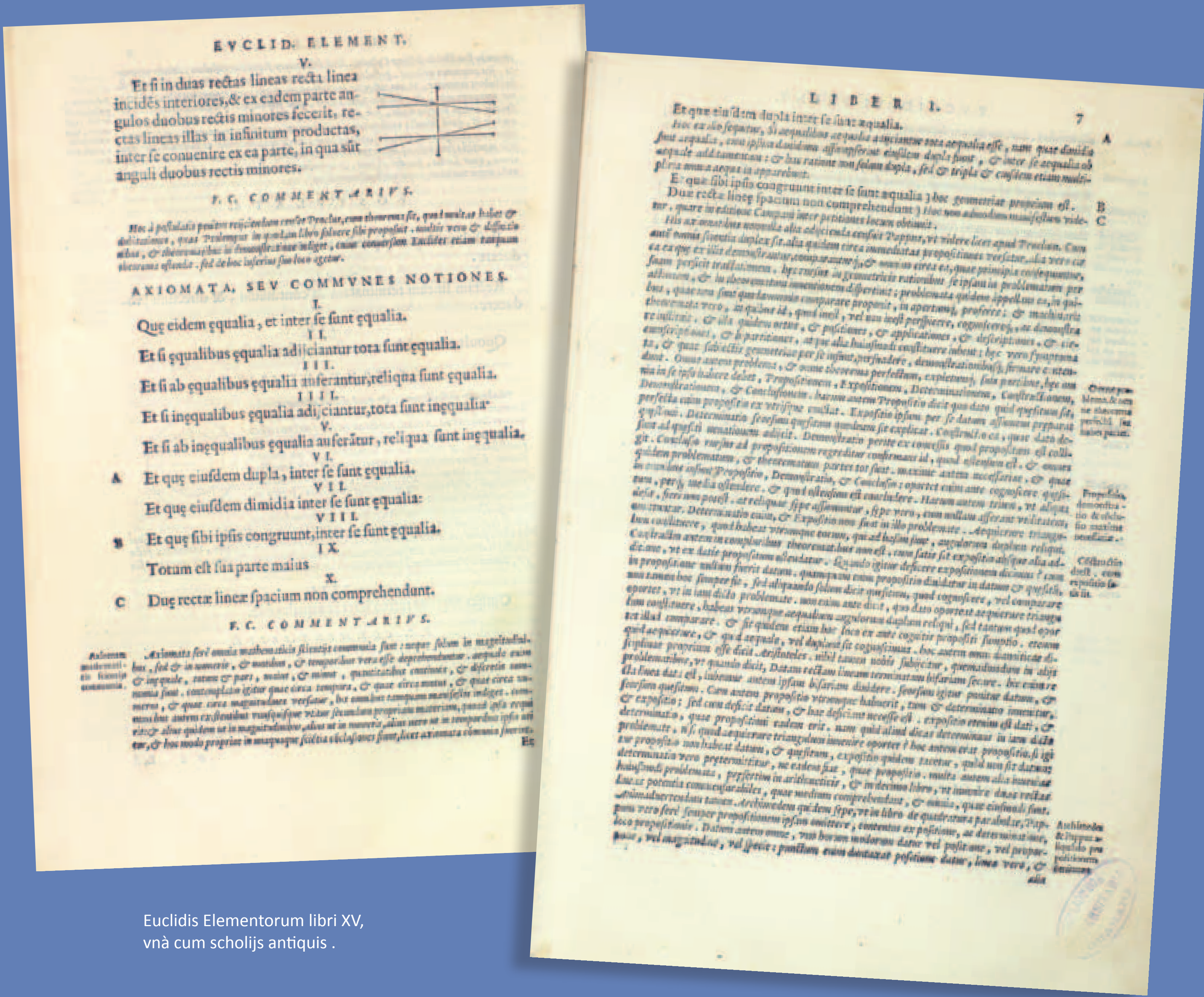
Los *Elementos* están constituidos por trece libros en donde se sistematizan los conocimientos geométricos de la época basándose en un conjunto de axiomas de los que se deducían los restantes resultados.

Los libros del I al VI tratan sobre geometría plana. En el libro I se estudian congruencias y paralelismo. Se establecen los cinco postulados y cuarenta y ocho proposiciones de las cuales las dos últimas son el teorema de Pitágoras. El libro II desarrolla la geometría de la escuela pitagórica, el libro III la geometría del círculo, el libro IV trata sobre construcciones con regla y compás, el libro V sobre proporciones y en el libro VI se aborda la semejanza de figuras.

Los libros del VII al X se centran en teoría de números y magnitudes. En los libros VII al IX se estudia aritmética, progresiones geométricas, máximo común múltiplo, … La proposición primera es el algoritmo de Euclides y la vigésima del libro IX establece que hay infinitos números primos. El libro X trata construcciones conmensurables.

Por último, los libros del XI al XIII se centran en geometría espacial: geometría de sólidos y la esfera.

La obra que se muestra es una traducción de Federico Commandino, matemático italiano de la primera mitad del siglo XVI, que incluye algunos comentarios suyos por lo que aumenta el número de capítulos o libros a quince.



EVCLID. ELEMENT.

V.

Et si in duas rectas lineas recta linea incidēs interiores, & ex eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas illas in infinitum productas, inter se conuenire ex ea parte, in qua sūt anguli duobus rectis minores.

F. C. COMMENTARIVS.

AXIOMATA, SEV COMMVNES NOTIONES.

I.

Quę eidem ęqualia, et inter se sunt ęqualia.

II.

Et si ęqualibus ęqualia adijciantur tota sunt ęqualia.

III.

Et si ab ęqualibus ęqualia auferantur, reliqua sunt ęqualia.

IIII.

Et si inęqualibus ęqualia adijciantur, tota sunt inęqualia.

V.

Et si ab inęqualibus ęqualia auferātur, reliqua sunt inęqualia.

VI.

A Et quę eiusdem dupla, inter se sunt ęqualia.

VII.

Et quę eiusdem dimidia inter se sunt ęqualia.

VIII.

B Et quę sibi ipsis congruunt, inter se sunt ęqualia.

IX.

Totum est sua parte maius

X.

C Duę rectæ lineæ spacium non comprehendunt.

F. C. COMMENTARIVS.

LIBER I. 7

Et quae eiusdem dupla inter se sunt aequalia. A

Et quae sibi ipsis congruunt inter se sunt aequalia; hoc geometriae proprium est. B

Duae rectae lineae spacium non comprehendunt. C

Euclidis Elementorum libri XV,
vnà cum scholijs antiquis .

FIGURA 8

# Pérez de Moya, Juan, 1513-1596

**Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia y Philosophia natural... / ordenado por... Iuan Perez de Moya...**

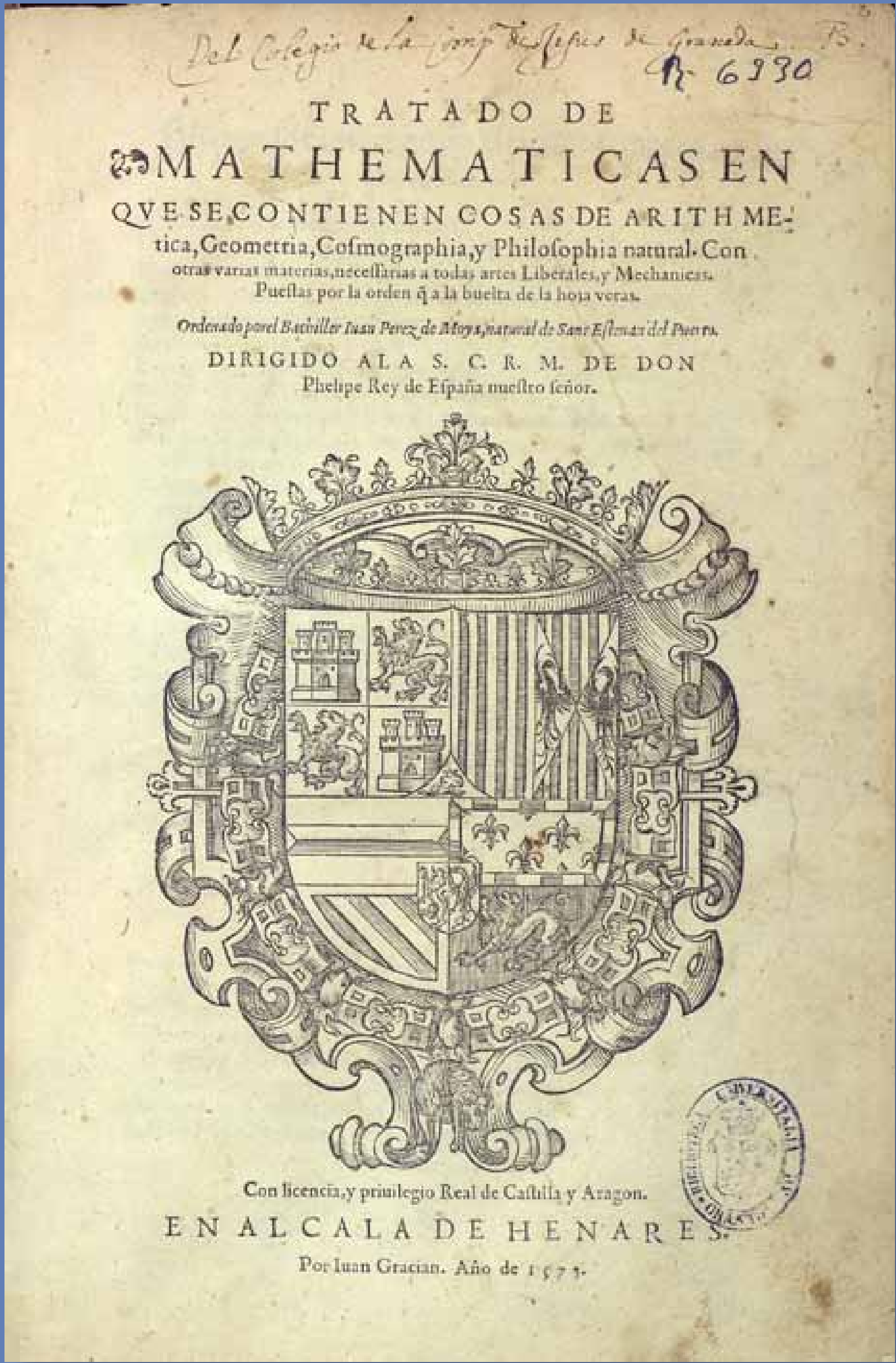
Alcala de Henares : por Iuan Gracian, 1573
[16], 752, [20] p. ; Fol.

Juan Pérez de Moya (1513-1596) nació en Santisteban del Puerto (Jaén) y murió en Granada. Parece que estudió en las Universidades de Salamanca y Alcalá de Henares. Fue capellán en su pueblo natal y canónigo de la Catedral de Granada. Su obra fue reconocida por coetáneos suyos como el flamenco Simon Stevin quien recomendaba la Aritmética de Moya para el estudio de la "Regla de tres".

Rey Pastor, en su monografía Los matemáticos españoles del siglo XVI, dice de él que "El mérito del Bachiller (Pérez de Moya), y mérito grande, estriba precisamente en su apostolado constante para que saliéramos de aquella incultura (matemática)", p. 107, y haciendo suyas las palabras de F. Picatoste, que "Apenas hay un párrafo en las obras de Moya en que no se descubra claramente este propósito, ...procurando poner la ciencia, como hoy se diría, al alcance de todo el mundo, ...luchando abiertamente con los que de cualquier modo se oponían a la propagación de las verdades científicas. Justo es reconocer que esta labor de vulgarización la realizó muy brillantemente; y si en sus obras no se contenía la última palabra de la ciencia matemática de entonces, en cambio los capítulos donde explica los modos de contar, . . . , así como sus famosos diálogos para demostrar la utilidad de las matemáticas, revelan una erudición y un talento no comunes.", pp. 107–108.

El tratado se compone de tres volúmenes publicados por separado. Éste, el primero de los tres, está dedicado a la aritmética. En los otros dos se habla de geometría y astronomía. Como se deduce del permiso real para la publicación que aparece al comienzo, Pérez de Moya pretende en esta obra mejorar los contenidos de obras anteriores. En particular, la parte de aritmética es una versión de su obra más popular, Arithmetica practica y speculativa (1561), comúnmente conocida como la "Aritmética de Moya".

El carácter instructivo y pedagógico de Pérez de Moya se aprecia a lo largo de todo el texto.



Del Colegio de la Comp. de Jesus de Granada

6930

TRATADO DE MATHEMATICAS EN QVE SE CONTIENEN COSAS DE ARITHMEtica, Geometria, Cosmographia, y Philosophia natural. Con otras varias materias, necessarias a todas artes Liberales, y Mechanicas. Puestas por la orden q̃ a la buelta de la hoja veras.

*Ordenado por el Bachiller Iuan Perez de Moya, natural de Sant Estevan del Puerto.*

DIRIGIDO A LA S. C. R. M. DE DON Phelipe Rey de España nuestro señor.

Con licencia, y priuilegio Real de Castilla y Aragon.

EN ALCALA DE HENARES.

Por Iuan Gracian. Año de 1573.

Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia y Philosophia natural…

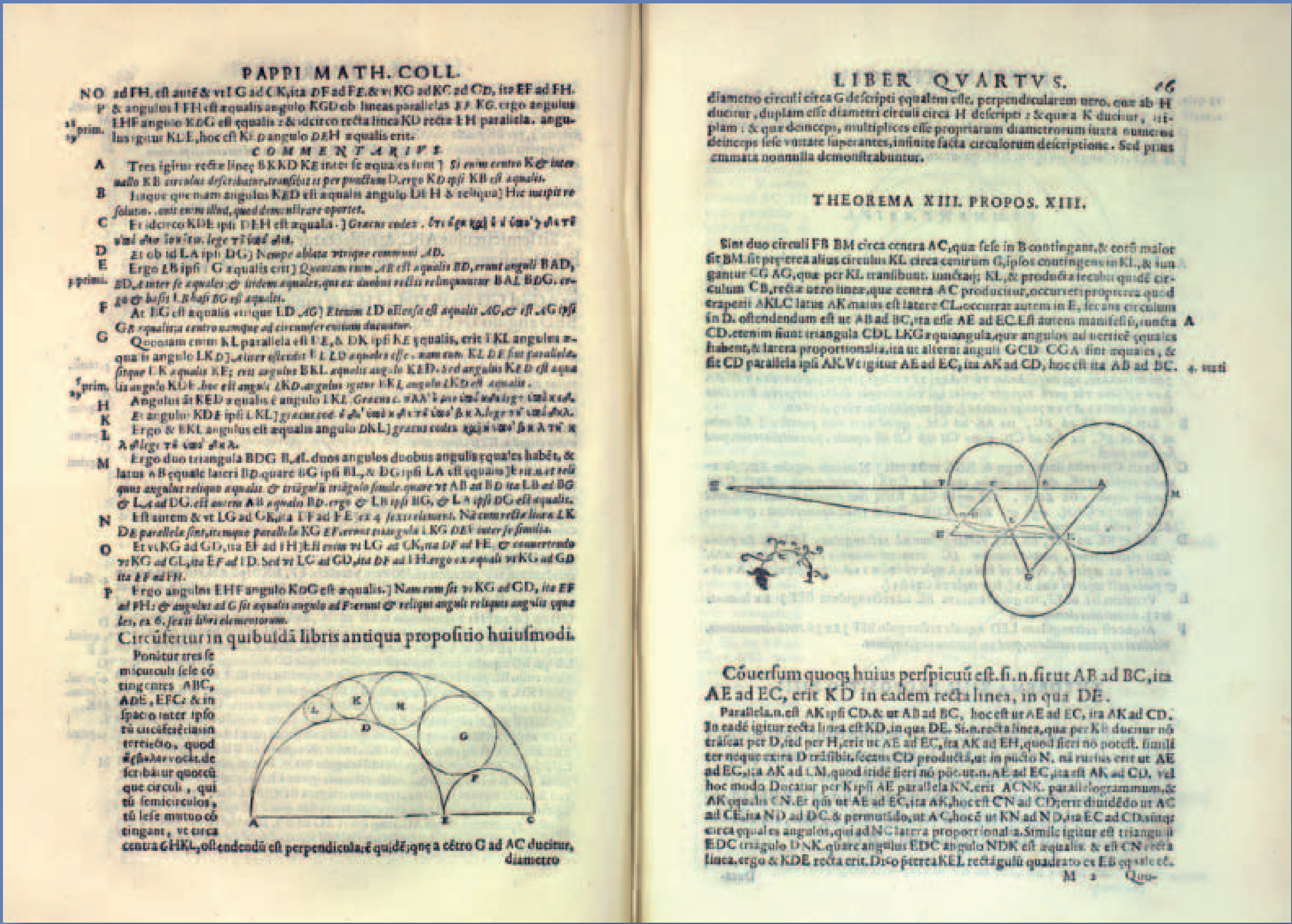
FIGURA 9

# Pappo de Alejandría

Pappi Alexandrini Mathematicae collectiones / a Federico Commandino Vrbinatae in latinum conuersae, & commentarijs illustratae

Venetiis : apud Franciscum de Franciscis Senensem ; Pisauri : apud Hieronymum Concordiam, 1589 (1588)
[3], 334 [i.e. 332] h. : il. ; Fol.

Pappo de Alejandría fue un importante matemático griego de la escuela alejandrina, siglos II-IV. Se le puede considerar como el último de los grandes geómetras griegos. Su *Colección Matemática* es una obra heterogénea, de gran valor científico e histórico. Está formada por ocho libros de los que se han perdido el primero y parte del segundo. Además de una gran cantidad de teoremas y problemas sobre geometría superior, no incluida en *Los Elementos* de Euclides, se encuentran en ella multitud de cuestiones que se pueden considerar como las raíces históricas de la geometría analítica.
En este volumen se incluyen los libros tercero al octavo de la *Colección Matemática* y fue traducido al latín por Federico Commandino.



PAPPI MATH. COLL.

COMMENTARIUS.

Circũfertur in quibuſdã libris antiqua propoſitio huiuſmodi.

LIBER QVARTVS. 26

THEOREMA XIII. PROPOS. XIII.

Cõuerſum quoq; huius perſpicuũ eſt. ſi. n. ſicut AB ad BC, ita AE ad EC, erit KD in eadem recta linea, in qua DE.

Pappi Alexandrini Mathematicae collectiones .

FIGURA 10

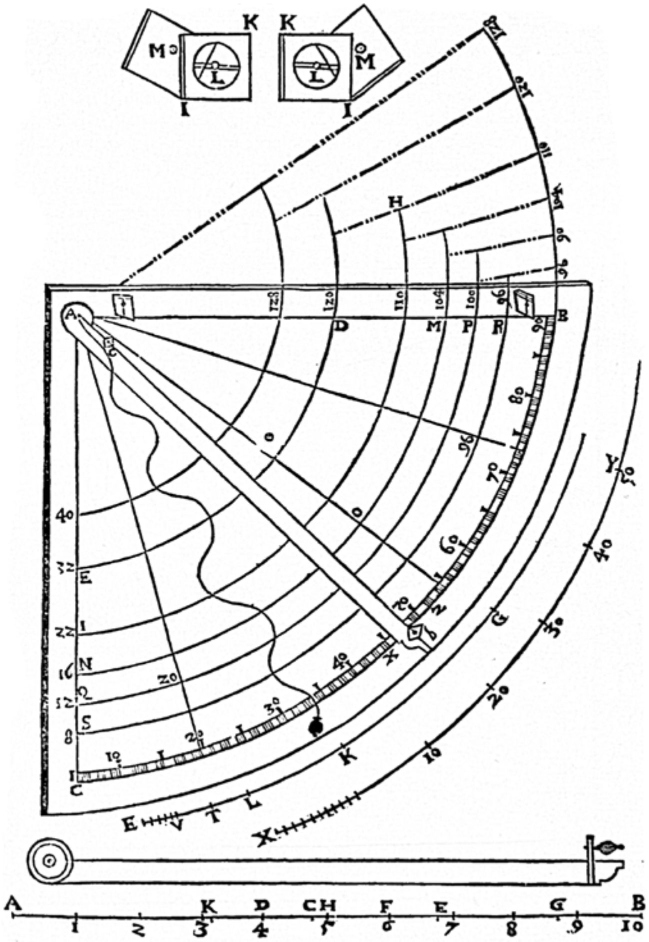
# Clavius, Christophorus (S.I.), 1537-1612

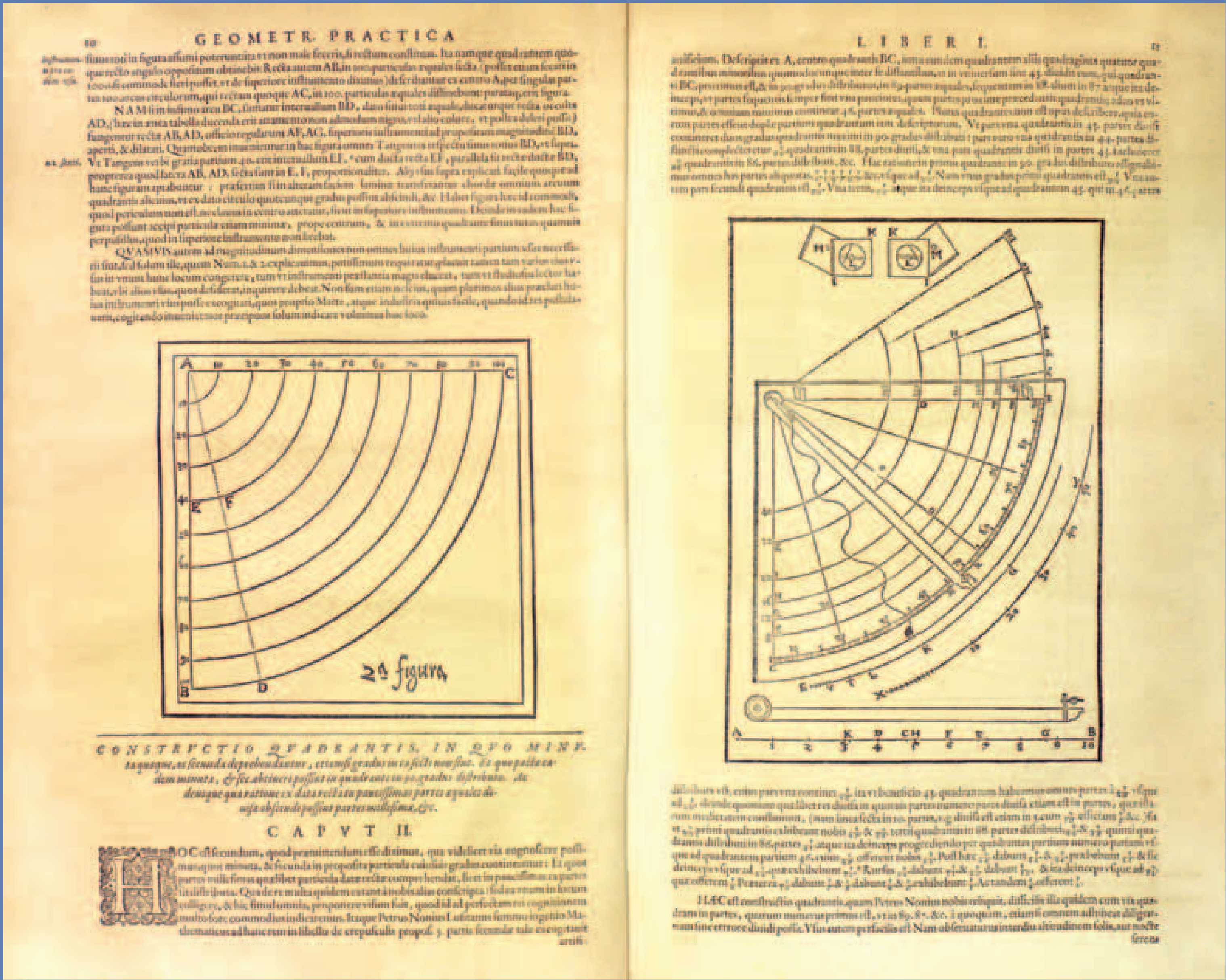
Christophori Clauii Bambergensis... Operum mathematicorum tomus secundus, complectens Geometriam practicam, Arithmeticam practicam, Algebram
Omnia in hac editione ab ipso auctore multis in locis correcta & aucta

Moguntiae : sumptibus Antonii Hierat :|bexcudebat Reinhardus Eltz... : excudebat Ioannes Volmari..., 1611 (1612)
230, [14] ; 78, [5], [1] en bl. ; 181, [1] p., [2] en bl. : il. ; Fol.

Christophorus Clavius (1538-1612) fue un jesuita alemán conocido como matemático y astrónomo. Fue uno de los principales impulsores del calendario gregoriano y se le conocía como el Euclides del siglo XVI.
Aunque Clavius produjo poca matemática original sus esfuerzos se centraron en promover el conocimiento de las matemáticas. En este sentido, fue el alemán más activo en todo el siglo XVI. A él se debe una versión de los *Elementos de Euclides* en 1574 que contenía ideas propias. También inventó instrumentos para medir fracciones de ángulos.
Esta obra constituye el segundo volumen de los cinco que completan su *Christophori Clavii e Societate Jesu opera mathematica, quinque tomis distributa*, publicada en 1611 y contiene geometría práctica, aritmética práctica y álgebra. En el primer volumen se encuentran sus trabajos, antes mencionados, sobre los Elementos de Euclides.








Christophori Clauii Bambergensis... Operum mathematicorum tomus secundus, complectens Geometriam practicam, Arithmeticam practicam, Algebram.

FIGURA 11

# Descartes, René, 1596-1650

Renati Des-Cartes Principia philosophiae

Amstelodami : apud Johannem Jansonium Juniorem, 1656
[34], 241 p., [1] en bl. : il. ; 4º

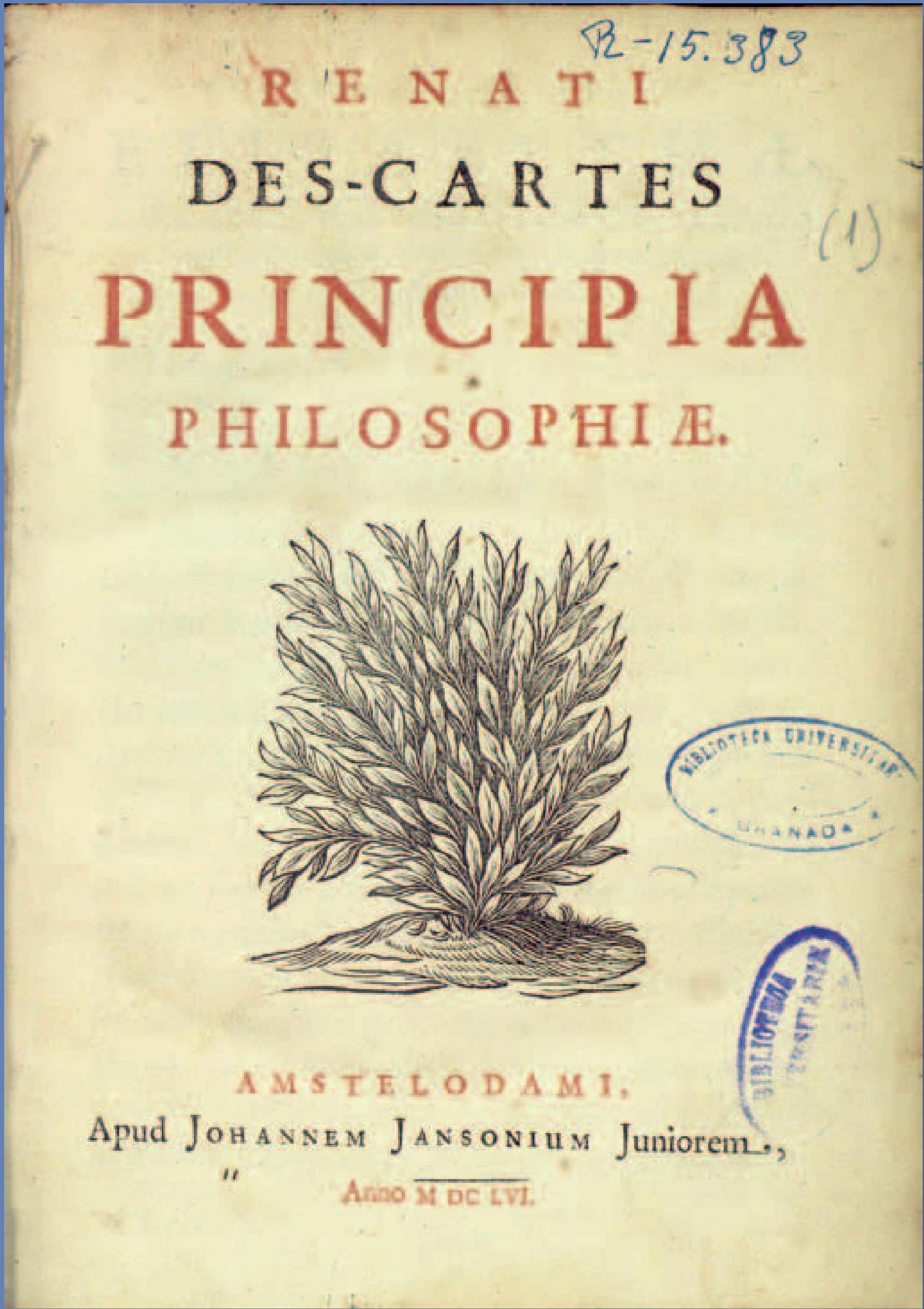
René Descartes (1596–1650) fue un filósofo que también desarrolló algunas obras matemáticas como su *Geometría,* en donde utilizó aplicaciones del álgebra para dar lugar a lo que conocemos hoy como geometría cartesiana. Estudió derecho en Poitiers y luego matemáticas y mecánica bajo la tutela del holandés Beeckamn. En Holanda escribió su *Tratado sobre La Luz* que no llegó a publicar completo en vida al ser contemporáneo con la sentencia sobre los estudios de Galileo.

Esta obra es la edición de 1656 de *Principia Philosophiae*, cuya primera edición se hace en Ámsterdam en 1644. En ella el autor intenta poner todo el universo bajo unos principios matemáticos y mecánicos. Consta de cuatro partes: *Principios del conocimiento humano, Principios de las cosas materiales, Sobre el mundo visible y La tierra.*

No obstante, estos principios mecánicos dejan mucho que desear pues suponen que el universo está lleno de materia que, debido a algún movimiento inicial, posee un sistema de vórtices que llevan el sol, las estrellas, los planetas y cometas en sus caminos, idea que perduró incluso después de los trabajos de Newton sobre este tema.



Renati Des-Cartes
Principia philosophiae.




RENATI

DES-CARTES

PRINCIPIA

PHILOSOPHIÆ.

(1)



AMSTELODAMI,

Apud JOHANNEM JANSONIUM Juniorem,

Anno M DC LVI.

FIGURA 12

# Descartes, René, 1596-1650

Renati Des-Cartes Specimina philosophiae, seu Dissertatio de methodo... Dioptrice, et Meteora / ex gallico translata, & ab auctore perlecta, variisque in locis emendata

Amstelodami : apud Johannem Janssonium Juniorem, 1656
[14], 290 p. : il.; 4º

La obra más importante de Descartes es el *Discurso del Método* trabajo que contiene tres apéndices sobre óptica, meteorología y geometría. En esta obra Descartes mantiene que, frente a la lógica de Aristóteles, el medio más satisfactorio para la adquisición de conocimiento son las matemáticas, base del razonamiento y deductivismo lógico.

BHR/A-044-365(2)

Renati Des-Cartes Specimina philosophiae, seu Dissertatio de methodo... Dioptrice, et Meteora.

# DISSERTATIO
## DE
# METHODO
## rectè utendi ratione,
## *Et veritatem in scientiis investigandi.*

NUlla res æquabiliùs inter homines est distributa quàm bona mens: eá enim unusquisque ita abundare se putat, ut ne quidem illi qui maximè inexplebiles cupiditates habent, & quibus in nulla unquam alia re Natura satisfecit, meliorem mentem quàm possideant optare consueverint. Qua in re pariter omnes falli non videtur esse credendum; sed potius vim incorruptè judicandi,& verum à falso distinguendi, (quam propriè bonam mentem seu rectam rationem appellamus) naturâ æqualem omnibus nobis innatam esse. Atque ita nostrarum opinionum diversitatem, non ex eo manare quod simus aliis alii majore rationis vi donati, sed tantùm ex eo quòd cogitationem non per easdem vias ducamus, neque ad easdem res attendamus. Quippe ingenio pollere haud sufficit, sed eodem rectè uti palmarium est. Excelsiores animæ, ut majorum virtutum ita & vitiorum capaces sunt: Et plus promovent qui rectam perpetuò viam insistentes, lentissimo tantùm gradu incedunt, quàm qui sæpe aberrantes celeriùs gradiuntur.

I. *Varia circa scientias considerationes.*

Ego sane nunquam existimavi plus esse in me ingenii quàm in quolibet è vulgo: quinimo etiam non rarò vel cogitandi celeritate, vel distinctè imaginandi facilitate, vel memoriæ capacitate atque usu, quosdam alios

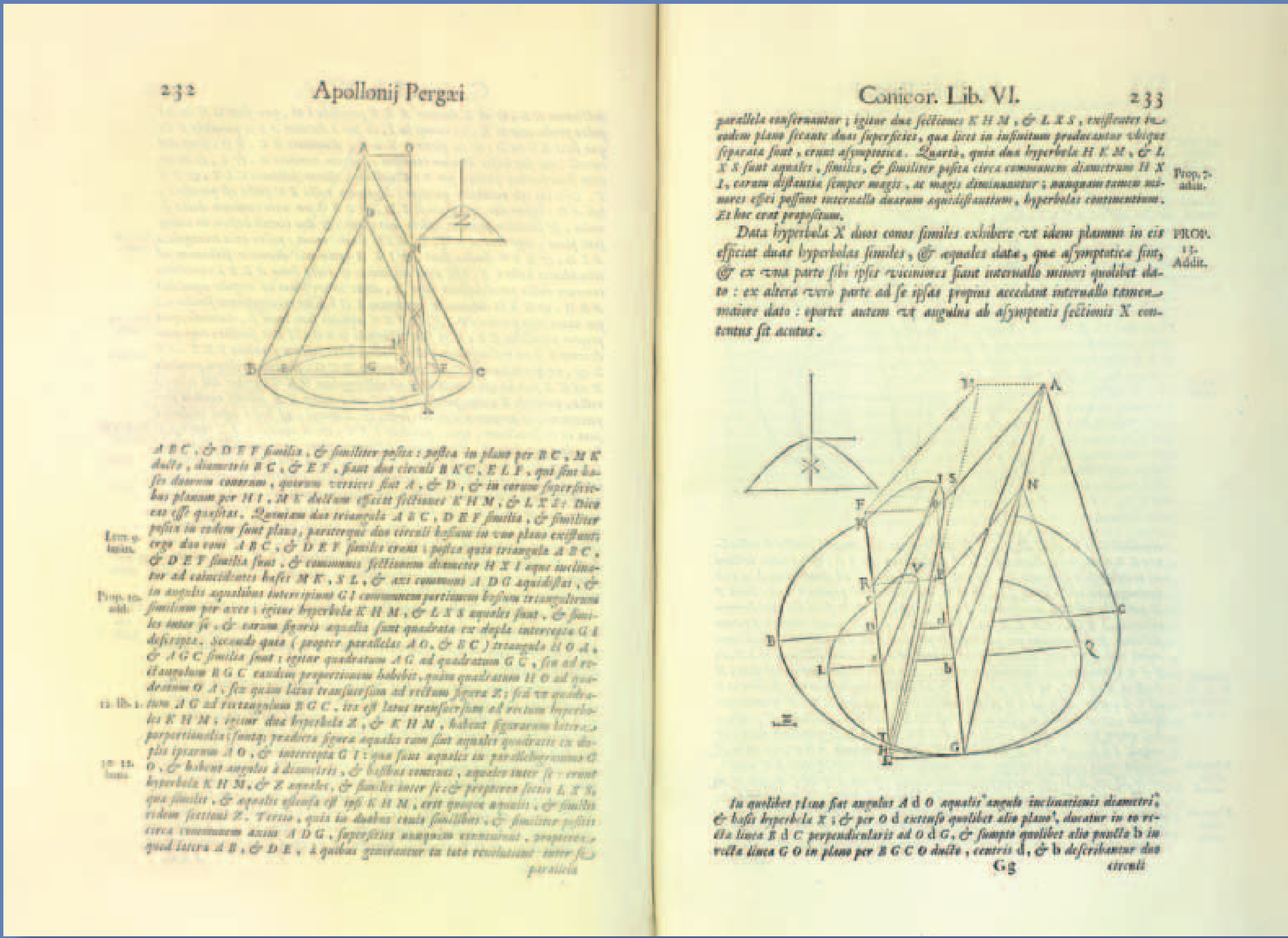
FIGURA 13

# Apolonio de Pérgamo

**Apollonii Pergaei Conicorum lib. V, VI, VII : paraphraste Abalphato Asphahanensi nunc primum editi. Additus in calce Archimedis Assumptorum liber ex codicibus arabicis, m.ss... / Abrahamus Ecchellensis Maronita... latinos reddidit ; Io. Alphonsus Borellus... curam in geometricis versioni contulit, & notas... adiecit...**

Florentiae : ex typographia Iosephi Cocchini..., 1661
[36], 415, [1] en bl. p. : il. ; Fol.

Apolonio de Pérgamo (262 -190 a.C.) fue sucesor de la escuela euclidiana y es considerado el último gran matemático del periodo clásico. Su obra magna está dedicada a las secciones cónicas y le valió el apelativo de "gran geómetra".
En 1658 Giovanni Alfonso Borelli, prestigioso físico y matemático italiano reconocido por sus aportaciones teóricas a los procesos biológicos y a la medicina, recibe el encargo de los Médici de traducir el texto árabe de las *Cónicas*. La traducción se llevó a cabo en Roma en colaboración con el fraile maronita Abramo Ecchellense, profesor de lenguas orientales en la Sapienza. Mientras Ecchellense traducía el texto literalmente, Borelli demostraba por su cuenta todos los teoremas, reconstruyendo así casi toda la materia. Aunque el códice era abundante en omisiones, abreviaturas y errores, Borelli consiguió completar el trabajo en poco tiempo. La edición, no obstante, fue demorada hasta 1661 por las presiones del geómetra V. Viviani, que en el mismo periodo estaba trabajando en una reconstrucción conjetural de los libros I a IV de las *Cónicas de Apolonio*.
El Libro V, pp. 1-132, está dividido en dieciocho secciones. En el se tratan los segmentos de máxima y mínima distancia a las cónicas y se vislumbran los conceptos de normal a una curva, centro de curvatura y evoluta. En el Libro VI, pp. 133-270, dividido en once secciones, se estudia la igualdad y semejanza de secciones cónicas. También se abordan problemas inversos: dada la cónica y un cono circular recto, encontrar una sección del último igual a la cónica dada. El Libro VII, pp. 271-374, también dividido en once secciones, se dedica al estudio de relaciones métricas entre áreas y diámetros. Por último, las pp 377 a 413 contienen el *Archimedis Liber Assumptorum*.





A B C, & D E F similia, & similiter posita: postea in plano per B C, M K ducto, diametris B C, & E F, fiant duo circuli B K C, E L F, qui sint bases duorum conorum, quorum vertices sint A, & D, & in eorum superficiebus planum per H I, M K ductum efficiat sectiones K H M, & L X S: Dico eas esse quaesitas. Quoniam duo triangula A B C, D E F similia, & similiter posita in eodem sunt plano, pariterque duo circuli basium in vno plano existunt; ergo duo coni A B C, & D E F similes erunt; postea quia triangula A B C, & D E F similia sunt, & communis sectionum diameter H X I aeque inclinatur ad coincidentes bases M K, S L, & axi communi A D G aequidistat, & in angulis aequalibus intercipiunt G I communem portionem basium triangulorum similium per axes; igitur hyperbolae K H M, & L X S aequales sunt, & similes inter se, & earum figurae aequalia sunt quadrata ex dupla intercepta G I descripta. Secundo quia (propter parallelas A O, & B C) triangula H O A, & A G C similia sunt; igitur quadratum A G ad quadratum G C, seu ad rectangulum B G C eandem proportionem habebit, quam quadratum H O ad quadratum O A, seu quam latus transuersum ad rectum figurae Z; sed vt quadratum A G ad rectangulum B G C, ita est latus transuersum ad rectum hyperboles K H M; igitur duae hyperbolae Z, & K H M, habent figurarum latera proportionalia (suntq; praedictae figurae aequales cum sint aequales quadrato ex duplo ipsarum A O, & interceptae G I: quae sunt aequales in parallelogrammo G O, & habent angulos à diametris, & basibus contentos, aequales inter se: erunt hyperbolae K H M, & Z aequales, & similes inter se; & propterea sectio L X S, quae similis, & aequalis ostensa est ipsi K H M, erit quoque aequalis, & similis eidem sectioni Z. Tertio, quia in duobus conis similibus, & similiter positis circa communem axim A D G, superficies nunquam conueniunt, propterea, quod latera A B, & D E, à quibus generantur in tota reuolutione inter se parallela

Lem. 9. huius.

Prop. 10. addit.

11. lib. 1.

10. 11. huius.



parallela conseruantur; igitur duae sectiones K H M, & L X S, existentes in eodem plano secante duas superficies, quae licet in infinitum producantur vbique separatae sunt, erunt asymptoticae. Quartò, quia duae hyperbolae H K M, & L X S sunt aequales, similes, & similiter positae circa communem diametrum H X I, earum distantia semper magis, ac magis diminuuntur; nunquam tamen minores esse possunt intervallo duarum aequidistantium, hyperbolas continentium. Et hoc erat propositum. Prop. 7. addit.

Data hyperbola X duos conos similes exhibere vt idem planum in eis efficiat duas hyperbolas similes, & aequales datae, quae asymptoticae sint, & ex vna parte sibi ipsis viciniores fiant interuallo minori quolibet dato: ex altera verò parte ad se ipsas propius accedant interuallo tamen maiore dato: oportet autem vt angulus ab asymptotis sectionis X contentus sit acutus. PROP. 13. Addit.

In quolibet plano fiat angulus A d O aequalis angulo inclinationis diametri, & basis hyperbolae X; & per O d extenso quolibet alio plano, ducatur in eo recta linea B d C perpendicularis ad O d G, & sumpto quolibet alio puncto b in recta linea G O in plano per B G C O ducto, centris d, & b describantur duo

Gg circuli

Apollonii Pergaei Conicorum lib. V, VI, VII.

FIGURA 14

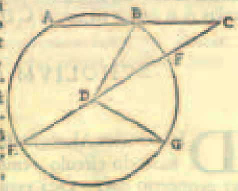
**Arquímedes** **(ca. 287-212 a.C.)** físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático, es considerado uno de los más grandes científicos de la antigua Grecia. Se cree que nació en Siracusa (Sicilia) y murió en esa misma ciudad durante su conquista por los romanos. Aparte de su destacada colección de trabajos matemáticos, la gran reputación que alcanzó en la antigüedad se debe a sus contribuciones a la mecánica y la ingeniería, donde destacó por el diseño de numerosas armas de asedio o artilugios mecánicos como el tornillo de Arquímedes.

El *Archimedis Liber Assumptorum*, el Libro de los Lemas, es una reunión de proposiciones de geometría plana, sin conexión entre sí, originalmente atribuido a Arquímedes aunque algunos autores consideran que una parte puede ser de origen árabe.

Sin embargo, como indica el catedrático de la Universidad Complutense Baltasar Rodríguez-Salinas en su discurso sobre Arquímedes en el curso de conferencias sobre *Historia de la Matemática hasta el siglo XVI*I desarrollado durante los meses de febrero y marzo de 1986 en la Real Academía de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, "aunque no puede proceder directamente de Arquímedes en su forma actual, en opinión de los expertos varias de sus proposiciones son del tipo de Arquímedes. Una de tales proposiciones es la proposición 8 que emplea una construcción *neusis* como la usada por Arquímedes." Como indica este autor en el citado discurso, la técnica de una construcción neusis  o aproximante consiste en palabras de Pappus en: "Dadas dos líneas en cierta posición, colocar entre ellas un segmento de longitud dada, cuya recta soporte pase por un punto fijo".

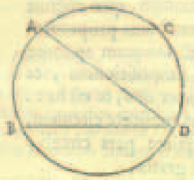
Apollonii Pergaei
Conicorum lib. V, VI, VII.

Educamus igitur E G parallelam ipsi A B, & iungamus D B, D G: & quia duo anguli D E G, D G E sunt æquales, erit angulus G D C duplus anguli D E G, & quia angulus B D C æqualis est angulo B C D, & angulus C E G æqualis est angulo A C E, erit angulus G D C duplus anguli C D B, & totus angulus B D G triplus anguli B D C, & arcus B G æqualis arcui A E, triplus est arcus B F, & hoc est, quod volumus.




## SCHOLIVM ALMOCHTASSO.

Dicit Doctor Almochtasso. Cum dicit arcum B G æqualem esse arcui A E, id ex eo est propter æquidistantiam duarum cordarum. Sint itaque in circulo A B C cordæ A C, B D parallelæ; Dico quod duo arcus A B, C D sunt æquales,




Iungamus A D, ergo duo anguli C A D, A D B sunt æquales; & propterea duo arcus sunt æquales, & conuersum eodem modo demonstratur.

## Notæ in Proposit. VIII.

*HAec quidem propositio elegantissima est, qua si problematicè resolui posset via plana, reperta iam esset tripartitio cuiuslibet anguli.*

*Breuius tamen demonstratio perfici potest hac ratione. Iuncta recta E B, quia in triangulo Isoscele B D C duo anguli C, & C D B æquales sunt, estque pariter externus angulus B D C duplus anguli D E B in triangulo Isoscelio D E B, ergo angulus C duplus est anguli B E C, & propterea illi anguli simul sumpti, seu externus angulus A B E triplus erit anguli B E F, & circumferentia A E tripla ipsius B F.*

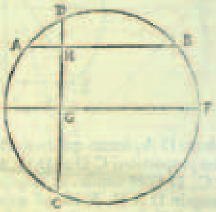

PRO-



## PROPOSITIO IX.

SI mutuo se secuerint in circulo duæ lineæ A B, C D, (sed non in centro) ad angulos rectos, vtique duo arcus A D, C B sunt æquales duobus arcubus A C, D B.

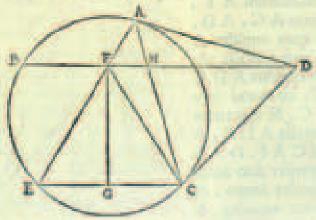
Educamus diametrum E F parallelam ipsi A B, quæ secet C D bifariam in G, erit E C æqualis ipsi E D; & quia tam arcus E D F, quam E C F est semicirculus, & arcus E D æqualis arcui E A cum arcu A D, erit arcus C F cum duobus arcubus E A, A D æqualis semicirculo, & arcus E A æqualis arcui B F, ergo arcus C B cum arcu A D æqualis est semicirculo, & remanent duo arcus E C, E A nempe arcus A C cum arcu D B æquales illi, & hoc est quod volumus.




## PROPOSITIO X.

SI fuerit circulus A B C, & D A tangens illum, & D B secans illum, & D C etiam tangens, & educta fuerit C E parallela ipsi D B, & iuncta fuerit E A secans D B in F, & educta fuerit ex F perpendicularis F G super C E; vtique bifariam secabit illam in G.

Iungamus A C, & quia D A est tangens, & A C secans circulum erit angulus D A C æqualis angulo cadenti in alterno segmento A C




Ece nempe

FIGURA 15

# Zaragoza, José (S.I.)

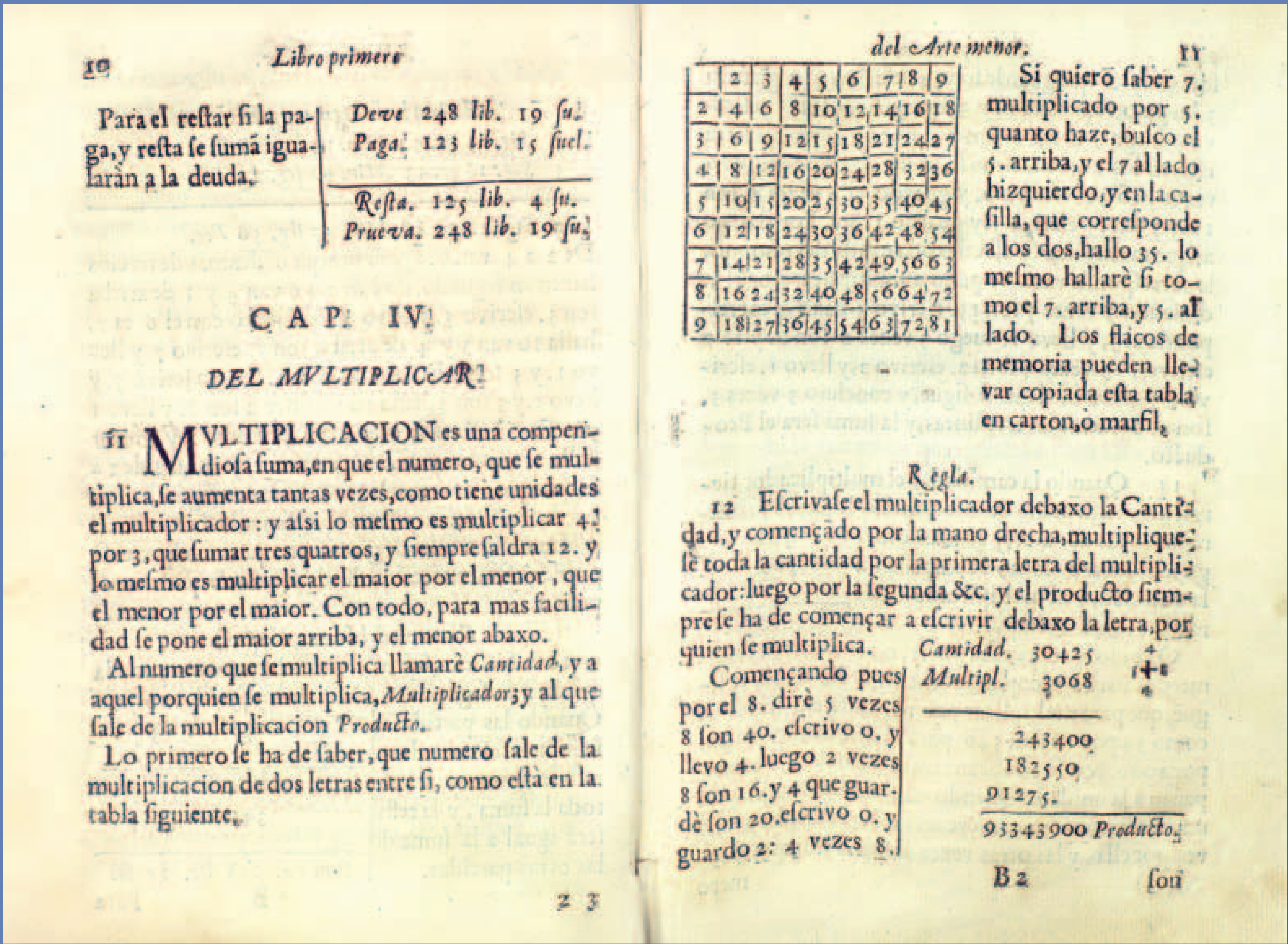
Arithmetica universal : que comprehende el arte menor y maior, algebra vulgar y especiosa / author el ... P. Ioseph Zaragoza...

Valencia : por Geronimo Vilagrasa..., 1669
[16], 448, [8] p. ; 4º

José Zaragoza y Vilanova (1627-1679) graduado en Artes y doctorado en Teología por la Universidad de Valencia, fue un notable aficionado y estudioso de las matemáticas. Ingresó en la Compañía de Jesús en 1651 y después de varios destinos como profesor de Retórica, Artes y Teología llegó a Valencia, donde entabló relación con personas interesadas en las matemáticas y la astronomía, lo que fue decisivo para su trayectoria científica. En 1670 fue trasladado a Madrid para ocupar la cátedra de matemáticas en el Colegio Imperial, regentado por los jesuitas, y en 1675 fue nombrado profesor de matemáticas del Rey Carlos II.

*Aritmética universal* es la primera obra del autor, escrita en lengua romance como él mismo indica en la Introducción "…para beneficiar a mi patria", y dirigida expresamente a la enseñanza. Es un compendio elemental de aritmética y álgebra, estructurado en cuatro libros que el autor denomina del Arte menor, principios de la aritmética, las cuatro reglas, quebrados, proporciones, aligación, progresiones y combinaciones, del Arte mayor, raíces, del Álgebra vulgar y especiosa, de los números y de los símbolos, respectivamente, y de los Enigmas, colección de 191 problemas resueltos. La obra, dedicada a Carlos II, contiene una Introducción de cuya lectura se desprende claramente su carácter didáctico y refleja la preocupación del autor por el método y el estilo. Prueba de ello es que se ocupó personalmente de escribir los caractéres tipográficos propios del álgebra, ausentes en las imprentas españolas. Si bien pueden encontrarse observaciones y métodos originales, como por ejemplo, para extraer la raiz cúbica de un número de más tres cifras, p. 179, la obra no presenta aportaciones sustanciales en la materia, pero refleja el indudable esfuerzo del autor por enriquecer la enseñanza de las Matemáticas en España durante el S. XVII.

Este ejemplar procede del Colegio de la Compañía de Jesús de Granada.



10 *Libro primero*

Para el reſtar ſi la paga, y reſta ſe ſumā igualarán a la deuda.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Deve* | 248 | *lib.* | 19 | *ſu.* |
| *Paga.* | 123 | *lib.* | 15 | *ſuel.* |
| *Reſta.* | 125 | *lib.* | 4 | *ſu.* |
| *Prueva.* | 248 | *lib.* | 19 | *ſu.* |

## CAP. IV.

### *DEL MVLTIPLICAR.*

11 MVLTIPLICACION es una compendioſa ſuma, en que el numero, que ſe multiplica, ſe aumenta tantas vezes, como tiene unidades el multiplicador: y aſsi lo meſmo es multiplicar 4. por 3, que ſumar tres quatros, y ſiempre ſaldra 12. y lo meſmo es multiplicar el maior por el menor, que el menor por el maior. Con todo, para mas facilidad ſe pone el maior arriba, y el menor abaxo.

Al numero que ſe multiplica llamarè *Cantidad*, y a aquel porquien ſe multiplica, *Multiplicador*; y al que ſale de la multiplicacion *Producto*.

Lo primero ſe ha de ſaber, que numero ſale de la multiplicacion de dos letras entre ſi, como eſtà en la tabla ſiguiente.

2 3

del *Arte menor.* 11

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

Si quiero ſaber 7. multiplicado por 5. quanto haze, buſco el 5. arriba, y el 7 al lado hizquierdo, y en la caſilla, que correſponde a los dos, hallo 35. lo meſmo hallarè ſi tomo el 7. arriba, y 5. al lado. Los flacos de memoria pueden llevar copiada eſta tabla en carton, o marfil.

*Regla.*

12 Eſcrivaſe el multiplicador debaxo la Cantidad, y començado por la mano drecha, multipliqueſe toda la cantidad por la primera letra del multiplicador: luego por la ſegunda &c. y el producto ſiempre ſe ha de començar a eſcrivir debaxo la letra, por quien ſe multiplica.

*Camtidad.* 30425
*Multipl.* 3068

243400
182550
91275.

93343900 *Producto.*

Començando pues por el 8. dirè 5 vezes 8 ſon 40. eſcrivo 0. y llevo 4. luego 2 vezes 8 ſon 16. y 4 que guardè ſon 20. eſcrivo 0. y guardo 2: 4 vezes 8.

B 2 ſon

Arithmetica universal : que comprehende el arte menor y maior, algebra vulgar y especiosa.

FIGURA 16

Lunes 20 de octubre a las tres y media de la tarde, el padre **Ioseph Zaragoza**... darà principio à sus liciones [sic] mathematicas con la demonstracion geometrica de los tres paradoxas siguientes... Para el principio del año 71 dexa à la eleccion de los dicipulos [sic] qualquiera de las siguientes materias...

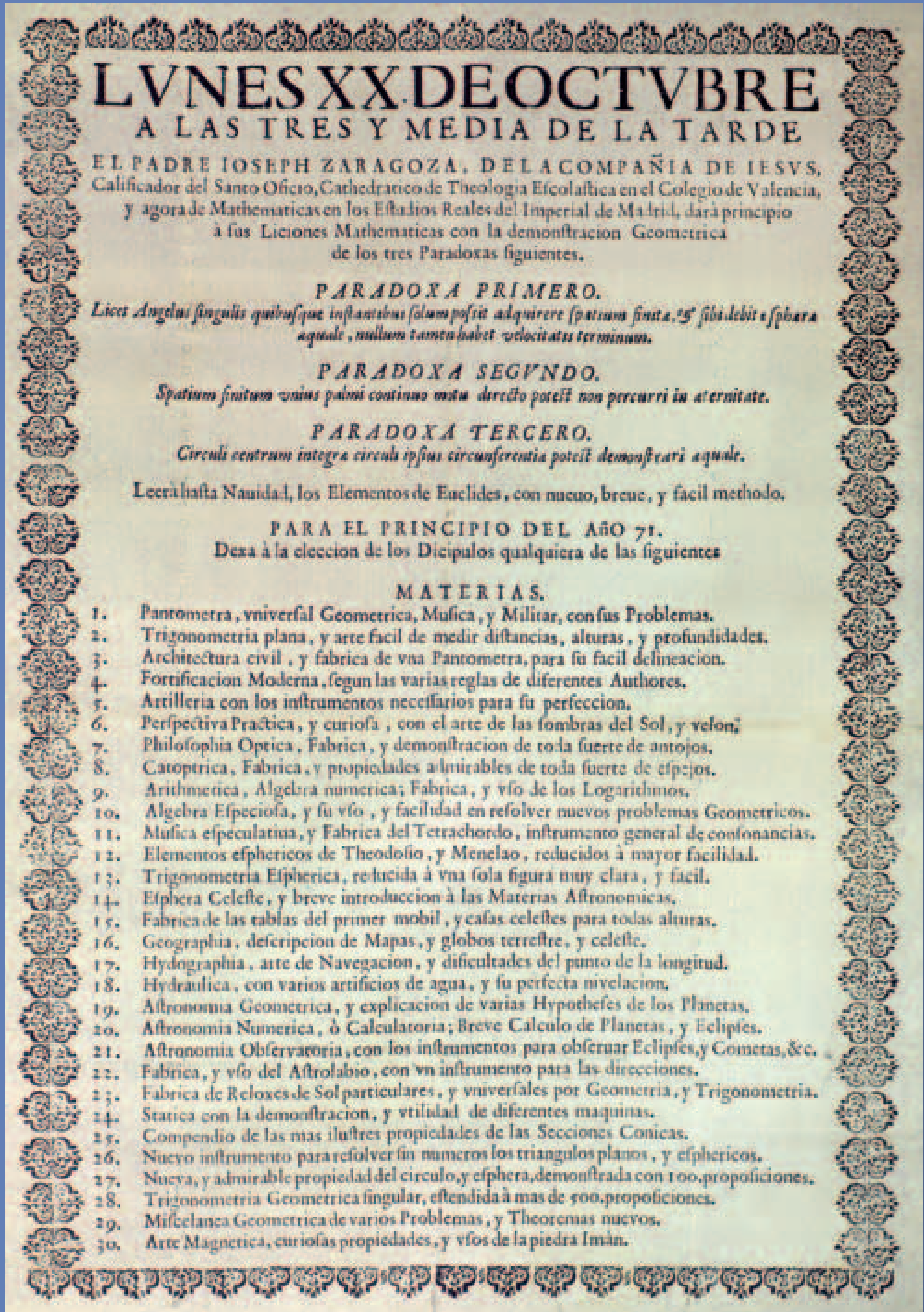
[Madrid : s.n., 1671]
[1] h. ; Fol. (42 x 31 cm)

Lunes XX de Octubre a las tres y media de la tarde...
así comienza el anuncio de las *Liciones Mathematicas* que el padre Joseph Zaragoza S.J. impartió en el curso de 1670-71. Hasta Navidad se leerían los elementos de Euclides, “con nuevo, breve, y facil methodo”, y para principios del nuevo año se dejaba a los discípulos la elección de materia entre una curiosa y larga lista.
Difícil intuir qué atrajo la curiosidad de aquellos alumnos, hace más de tres siglos.
Esta página, programa de una asignatura, se preparó para el Colegio Imperial de Madrid.



$\theta$

Lunes 20 de octubre a las tres
y media de la tarde, el padre
Ioseph Zaragoza...



# LVNES XX. DE OCTVBRE

## A LAS TRES Y MEDIA DE LA TARDE

EL PADRE IOSEPH ZARAGOZA, DE LA COMPAÑIA DE IESVS,
Calificador del Santo Oficio, Cathedratico de Theologia Escolastica en el Colegio de Valencia,
y agora de Mathematicas en los Estudios Reales del Imperial de Madrid, darà principio
à sus Liciones Mathematicas con la demonstracion Geometrica
de los tres Paradoxas siguientes.

### *PARADOXA PRIMERO.*

*Licet Angelus singulis quibusque instantibus solum possit adquirere spatium finita, & sibi debit e sphara aquale, nullum tamen habet velocitatis terminum.*

### *PARADOXA SEGVNDO.*

*Spatium finitum vnius palmi continuo motu directo potest non percurri in aternitate.*

### *PARADOXA TERCERO.*

*Circuli centrum integra circuli ipsius circunferentia potest demonstrari aquale.*

Leerà hasta Nauidad, los Elementos de Euclides, con nueuo, breue, y facil methodo.

### PARA EL PRINCIPIO DEL AÑO 71.

Dexa à la eleccion de los Dicipulos qualquiera de las siguientes

### MATERIAS.

1. Pantometra, vniversal Geometrica, Musica, y Militar, con sus Problemas.
2. Trigonometria plana, y arte facil de medir distancias, alturas, y profundidades.
3. Architectura civil, y fabrica de vna Pantometra, para su facil delineacion.
4. Fortificacion Moderna, segun las varias reglas de diferentes Authores.
5. Artilleria con los instrumentos necessarios para su perfeccion.
6. Perspectiva Practica, y curiosa, con el arte de las sombras del Sol, y velon.
7. Philosophia Optica, Fabrica, y demonstracion de toda suerte de antojos.
8. Catoptrica, Fabrica, y propiedades admirables de toda suerte de espejos.
9. Arithmetica, Algebra numerica; Fabrica, y vso de los Logarithmos.
10. Algebra Especiosa, y su vso, y facilidad en resolver nuevos problemas Geometricos.
11. Musica especulatiua, y Fabrica del Tetrachordo, instrumento general de consonancias.
12. Elementos esphericos de Theodosio, y Menelao, reducidos à mayor facilidad.
13. Trigonometria Espherica, reducida à vna sola figura muy clara, y facil.
14. Esphera Celeste, y breve introduccion à las Materias Astronomicas.
15. Fabrica de las tablas del primer mobil, y casas celestes para todas alturas.
16. Geographia, descripcion de Mapas, y globos terrestre, y celeste.
17. Hydographia, arte de Navegacion, y dificultades del punto de la longitud.
18. Hydraulica, con varios artificios de agua, y su perfecta nivelacion.
19. Astronomia Geometrica, y explicacion de varias Hypotheses de los Planetas.
20. Astronomia Numerica, ò Calculatoria; Breve Calculo de Planetas, y Eclipses.
21. Astronomia Observatoria, con los instrumentos para obseruar Eclipses, y Cometas, &c.
22. Fabrica, y vso del Astrolabio, con vn instrumento para las direcciones.
23. Fabrica de Reloxes de Sol particulares, y vniversales por Geometria, y Trigonometria.
24. Statica con la demonstracion, y vtilidad de diferentes maquinas.
25. Compendio de las mas ilustres propiedades de las Secciones Conicas.
26. Nuevo instrumento para resolver sin numeros los triangulos planos, y esphericos.
27. Nueva, y admirable propiedad del circulo, y esphera, demonstrada con 100. proposiciones.
28. Trigonometria Geometrica singular, estendida à mas de 500. proposiciones.
29. Miscelanea Geometrica de varios Problemas, y Theoremas nuevos.
30. Arte Magnetica, curiosas propiedades, y vsos de la piedra Imán.

FIGURA 17

# Zaragoza, José (S.I.)

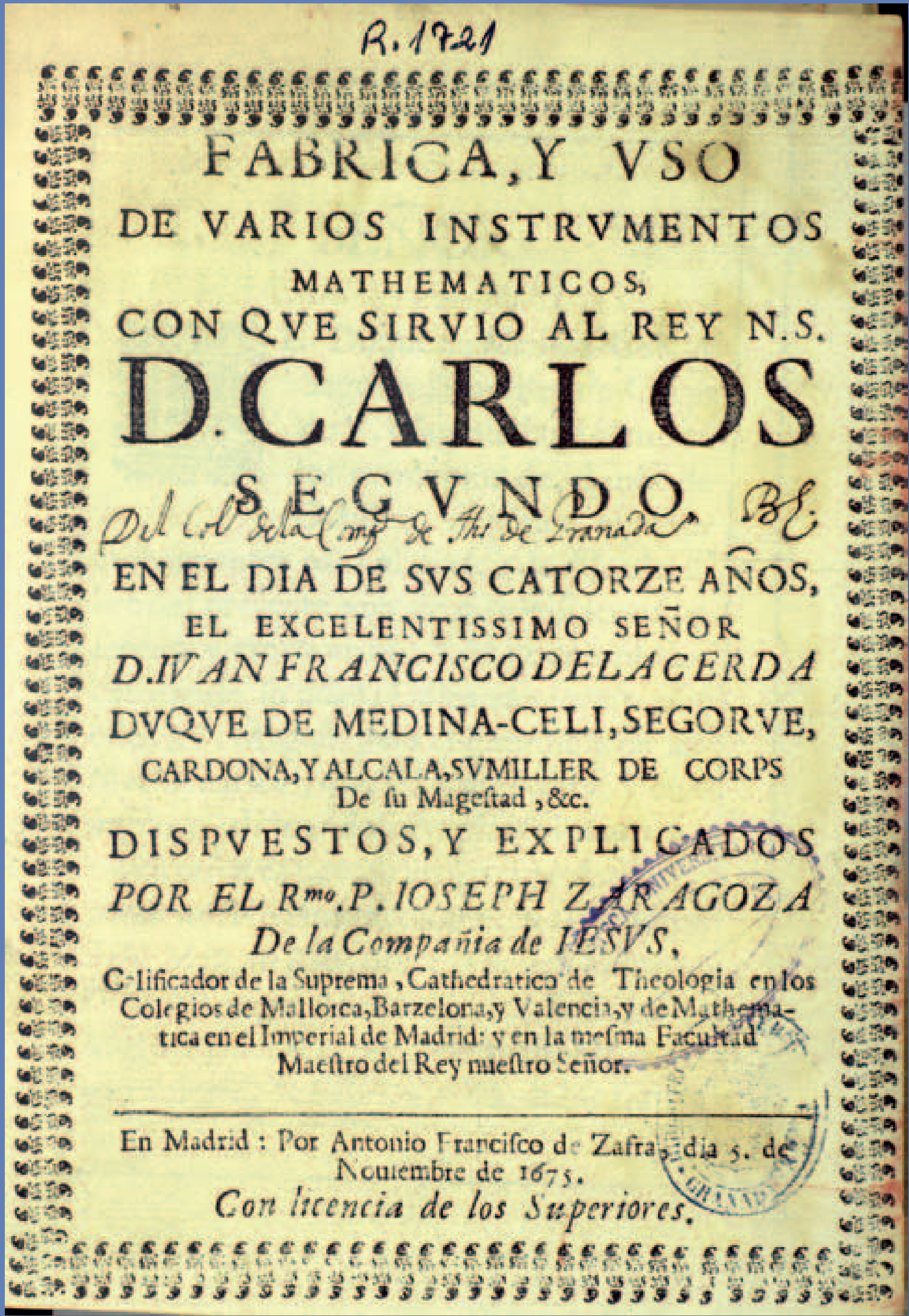
Fabrica, y uso de varios instrumentos mathematicos, con que siruio al rey N.S. D. Carlos segundo en el dia de sus catorze años... D. Iuan Francisco de la Cerda... / dispuestos, y explicados por... Ioseph Zaragoza...

Madrid : por Antonio Francisco de Zafra, 1675, 5 de Nouiembre
[2], 222 p., [7] h. de grab. calc. pleg. : il. ; 4º

En esta obra José Zaragoza explica la fabricación y el uso de catorce instrumentos matemáticos, entre los que se encuentran algunos tan curiosos como la regla de alatón, que servía para comparar las varas de medir de las diferentes provincias, o la pantómetra militar, con la que, entre otras cosas, se podía construir cualquier figura regular de hasta 12 lados.
La obra es un encargo del *duque de Medinaceli, Segorve, Cardona y Alcala*, para servir al rey Carlos II con ocasión de su decimocuarto cumpleaños.

BHR/A-002-198

Fabrica, y uso de varios instrumentos mathematicos.



R. 1721

FABRICA, Y VSO
DE VARIOS INSTRVMENTOS
MATHEMATICOS,
CON QVE SIRVIO AL REY N. S.
D. CARLOS
SEGVNDO.

Del Col.o de la Comp.a de Jhs de Granada

EN EL DIA DE SVS CATORZE AÑOS,
EL EXCELENTISSIMO SEÑOR
*D. IVAN FRANCISCO DE LA CERDA*
DVQVE DE MEDINA-CELI, SEGORVE,
CARDONA, Y ALCALA, SVMILLER DE CORPS
De ſu Mageſtad, &c.

DISPVESTOS, Y EXPLICADOS
*POR EL Rmo. P. IOSEPH ZARAGOZA*
*De la Compañia de IESVS,*
Calificador de la Suprema, Cathedratico de Theologia en los Colegios de Mallorca, Barzelona, y Valencia, y de Mathematica en el Imperial de Madrid: y en la meſma Facultad Maeſtro del Rey nueſtro Señor.

En Madrid: Por Antonio Franciſco de Zafra, dia 5. de Noviembre de 1675.
*Con licencia de los Superiores.*

FIGURA 18

# Tosca i Mascó, Tomás Vicente (C.O.), 1651-1723

**Compendio mathematico en que se contienen todas las materias mas principales de las ciencias que tratan de la cantidad / que compuso el Dotor Thomas Vicente Tosca... ; Tomo I que comprehende Geometria elementar, Arithmetica inferior, geometria practica**

Valencia : por Antonio Bordazar, 1707
[14], 432 p. : graf. ; 4º

Tomàs Vicent Tosca i Mascó (1651–1723) fue matemático, cartógrafo y teólogo. En 1686 participó en la fundación del núcleo valenciano de los Novatores, movimiento preilustrado caracterizado por su interés en las novedades científicas, buscando el rigor metodológico y la claridad expositiva.

Este ejemplar es una edición publicada en Valencia del primer tomo de su obra más conocida, el *Compendio Matemático*, cuya versión completa, compuesta por nueve tomos, se publicó en Madrid en el año 1727. Esta obra fue traducida al alemán, al francés y al italiano.

"Es natural en los hombres el deseo y apetito del saber, dijo Aristóteles en el lib. I cap. I de la Metafísica; y entre todas las demás ciencias naturales, la que más le satisface es la Matemática, pues las excede sin comparación en la limpieza de sus verdades, en la energía de sus pruebas, en la claridad de sus demostraciones y continuado hilo de sus consecuencias"

1

# INTRODVCCION BREVE

## A LAS DICIPLINAS MATHEMATICAS.

ES natural en los hombres el deſeo, y apetito del ſaber, dixo Ariſtoteles *en el lib. 1. cap. 1. de la Metaphiſica*, y entre todas las demas ciencias naturales la que mas le ſatisface es la Mathematica: pues las excede ſin comparacion en la limpieza de ſus verdades, en la energia de ſus pruevas, en la claridad de ſus demonſtraciones, y continuado hilo de ſus conſequencias. Con eſto ſe mereciò el nombre de *Mathematica*, que ſegun ſu derivacion del Griego, es lo miſmo que doctrina, y diciplina, haziendoſe proprio eſte noble titulo, que todas podian pretender por comun, porque carece de las dudas, y opiniones, tan frequentes, y comunes en las demas ciencias. No llegan à la excelſa region de la Mathematica aquellas nieblas que ſuelen obſcurecer el reſplandor de otras facultades; antesbien decienden de ſu levantada esfera tales luzes, que deſcubren las ſendas à las otras artes naturales, para hallar la verdad deſeada con acierto.

Con ella ſe deſcubren los mas retirados ſecretos de la naturaleza. Ella es la que averigua las fuerças del impetu, las condiciones del movimiento, las cauſas, efetos, y diferencias de los ſones: la naturaleza admirable de la luz, las leyes de ſu propagacion: levanta con hermoſura los edificios, haze caſi inexpugnables las Ciudades, ordena con admiracion los exercitos; y entre las confuſas, è inconſtantes olas del mar, abre caminos, y ſendas à los que navegan. Se remonta vltimamente la Mathematica haſta el Cielo, para averiguar la grandeza de los Aſtros, y el concento, y

A armo-

Compendio mathematico en que se contienen todas las materias mas principales de las ciencias que tratan de la cantidad.

FIGURA 19

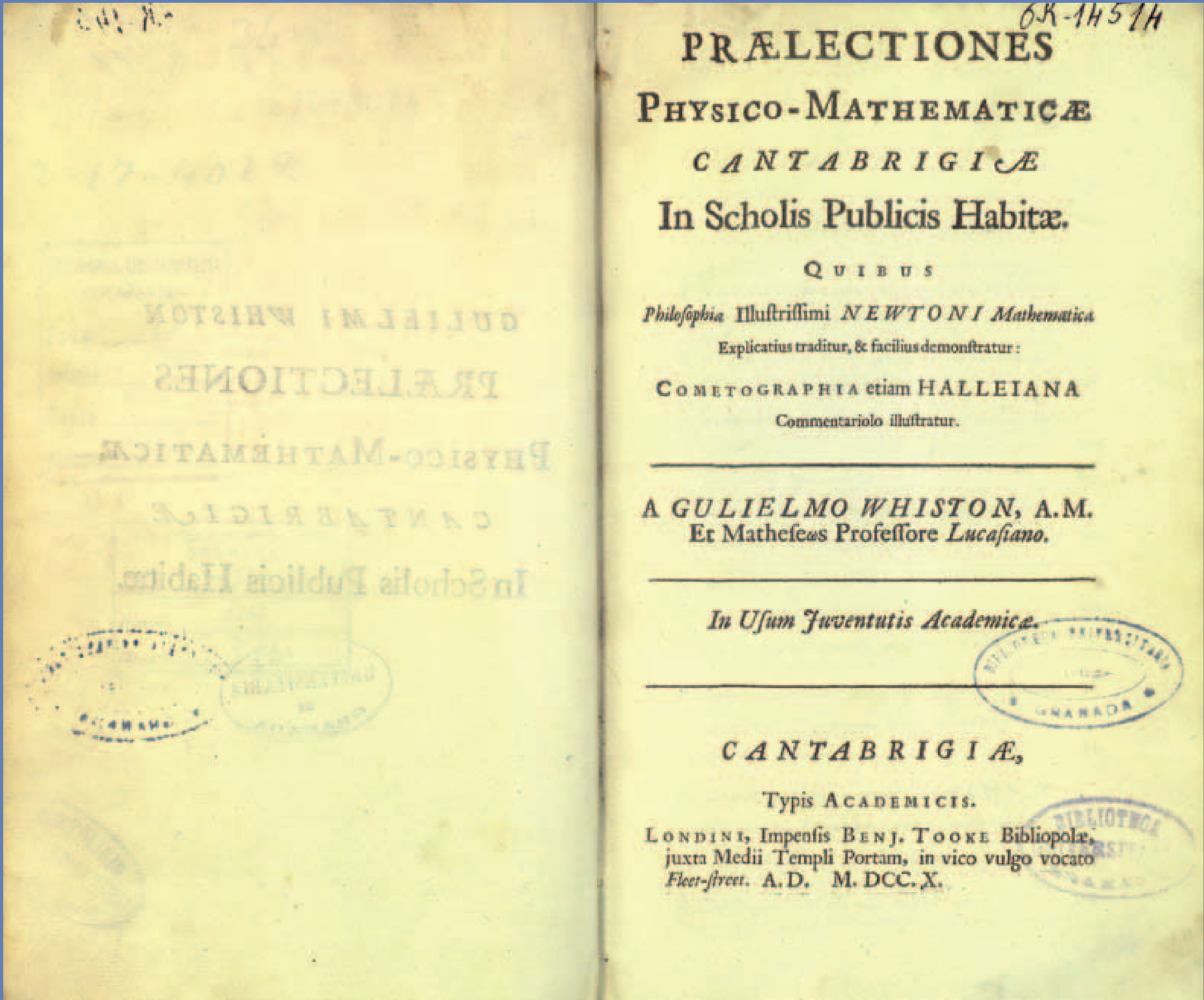
# Whiston, William, 1667-1752

**Praelectiones physico-mathematicae Cantabrigiae in scholis publicis habitae : quibus philosophia illustrissimi Newtoni mathematica explicatius traditur, & facilius demonstratur : cometographia etiam Halleiana commentariolo illustratur / a Gulielmo Whiston... in usum juventutis Academicae**

Cantabrigiae : typis Academicis ; Londini : impensis Benj. Tooke..., 1710
[4], 367, [1] p. : il. ; 8º

William Whiston (1676-1752) fue alumno de Newton. Alcanzó el master of Arts en 1693 y se ordenó como pastor. Por recomendación de D. Gregory estudió en profundidad los Principia de Newton. En 1696 publicó su New Theory of the Earth, donde pretendía explicar científicamente los hechos milagrosos narrados en la Biblia. En 1701 fue nombrado ayudante de Newton y al año siguiente lo sucedió, siendo pues el tercer titular de la cátedra lucasiana. En 1707 publicó la Arithmethica Universalis de Newton, pero en una publicación en 1708 se declaró contrario a la Doctrina de la Trinidad. Fue acusado de herejía y perdió la cátedra el 30 de octubre de 1710, siendo sucedido por su alumno Saunderson. Con la muerte de la reina Ana en 1714 los cargos de herejía fueron retirados pero tuvo que ganarse el sustento en Londres con sus publicaciones y dando clases en los coffee-houses.
Las Praelectionee, publicado en 1710, son cuarenta lecciones que el autor redactó desde el 7 de febrero de 1703 hasta el 29 de noviembre de 1708, con el objeto de facilitar la lectura de los Principia de Newton. Las lecciones están fechadas y tratan de diversas cuestiones que hoy llamaríamos física elemental y temas relacionados con los movimientos de los planetas y los efectos en el mar y los océanos de la atracción del Sol y la Luna. La última lección versa sobre un trabajo de Halley relativo al movimiento de los cometas.
En este ejemplar aparecen varios detalles dignos de mención. Por ejemplo, en la portada el impresor anuncia dónde puede comprarse el libro "iuxta Medii Templi Portam" pero por si acaso indica "que el vulgo llama calle Fleet –…in vico vulgo vocato Fleet. La última página contiene la propaganda de cuatro libros editados por Benj Took, sin la 'e' final con que aparece en la portada, "Catalogus librorum impensis…"

BHR/A-044-371



PRÆLECTIONES
PHYSICO-MATHEMATICÆ
*CANTABRIGIÆ*
In Scholis Publicis Habitæ.

QUIBUS

*Philosophia* Illustrissimi *NEWTONI Mathematica*
Explicatius traditur, & facilius demonstratur:

COMETOGRAPHIA etiam HALLEIANA
Commentariolo illustratur.

A *GULIELMO WHISTON*, A.M.
Et Matheseos Professore *Lucasiano*.

*In Usum Juventutis Academicæ.*

*CANTABRIGIÆ*,

Typis ACADEMICIS.

LONDINI, Impensis BENJ. TOOKE Bibliopolæ, juxta Medii Templi Portam, in vico vulgo vocato *Fleet-street*. A.D. M.DCC.X.

Praelectiones physico-mathematicae Cantabrigiae in scholis publicis habitae :
quibus philosophia illustrissimi Newtoni mathematica explicatius traditur.

FIGURA 20

# Euler, Leonhard, 1707-1783

Introductio in analysin infinitorum / auctore Leonhardo Eulero... ; tomus primus

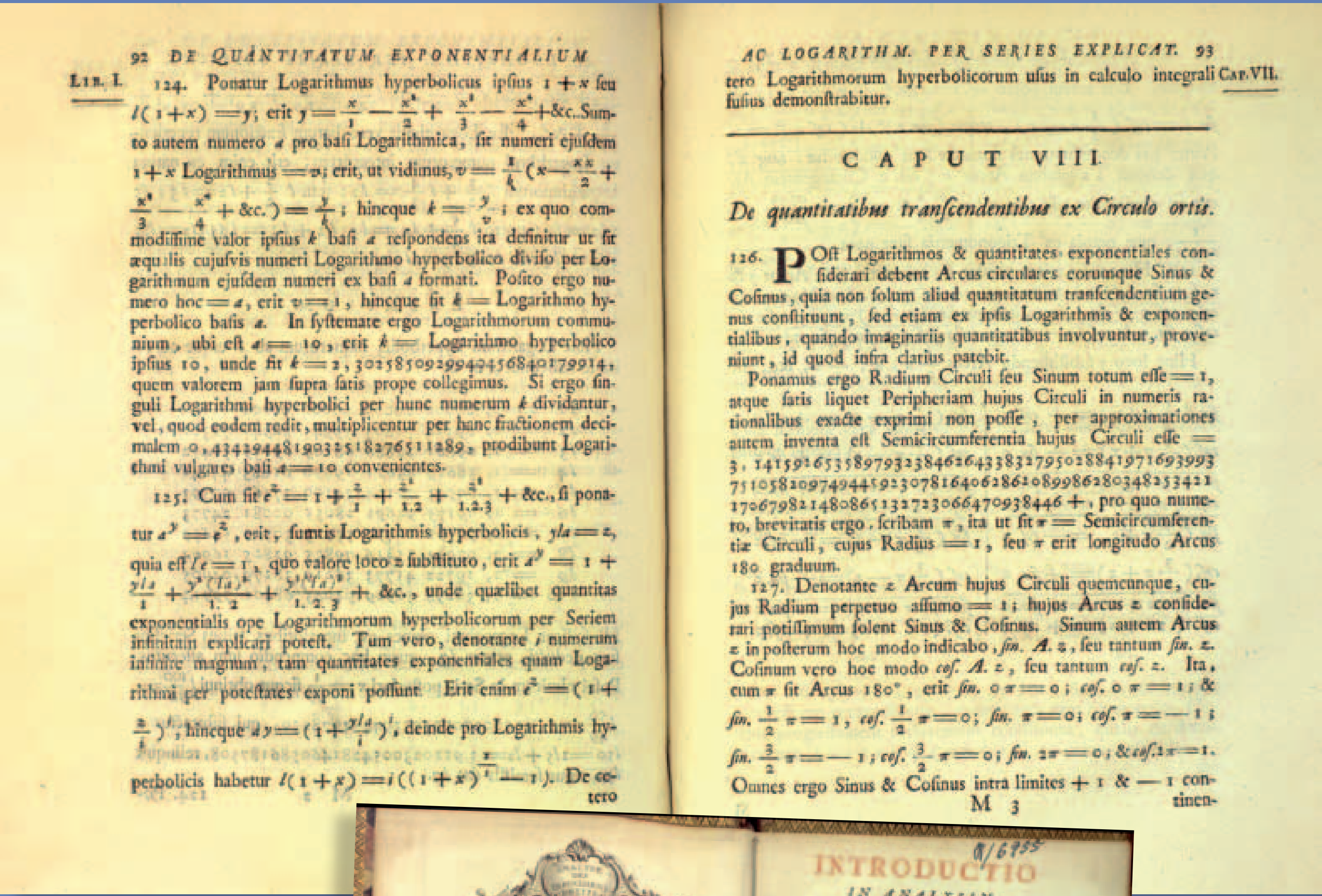
Lausannae : apud Marcum-Michaelem Bousquet & Socies, 1748
[4], XVI, 320 p., [1] h. pleg., XL h. de grab. pleg. : il. ; 4º

Leonhard Paul Euler (1707–1783) fue un matemático suizo, considerado uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos. Vivió en Rusia y Alemania la mayor parte de su vida y realizó importantes contribuciones en matemáticas, mecánica, óptica y astronomía. Particularmente en el área del análisis matemático, la influencia de Euler ha sido tremenda.

La obra *Introductio in analysin infinitorum* consta de dos tomos, el primero, que contiene dieciocho capítulos, está dedicado al análisis matemático y el segundo, dividido en veintidós capítulos, está dedicado a la geometría. Sin duda el primer tomo constituye una de las obras clave del análisis matemático. Está escrito en un lenguaje matemático esencialmente actual. Muchas de las notaciones actuales proceden precisamente de esta obra de Euler. Presenta numerosas contribuciones sobre series y productos infinitos, incluyendo la suma de la serie $\sum \frac{1}{n^k}$ para los valores de k entre 2 y 26. Convierte el concepto de función en el concepto fundamental del análisis e introduce la notación actual f(x) para referirse a ellas. Llama también la atención sobre el papel central del número e y la función exponencial. Presenta las, ahora familiares, fórmulas

$$e^x = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \text{ y } \log(x) = \lim_{n\to\infty} n(x^{1/n}-1)$$

BHR/A-007-225




LIB. I.

124. Ponatur Logarithmus hyperbolicus ipsius $1+x$ seu $l(1+x)=y$; erit $y=\frac{x}{1}-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+$&c. Sumto autem numero $a$ pro basi Logarithmica, sit numeri ejusdem $1+x$ Logarithmus $=v$; erit, ut vidimus, $v=\frac{1}{k}(x-\frac{xx}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+$&c.$)=\frac{y}{k}$; hincque $k=\frac{y}{v}$; ex quo commodissime valor ipsius $k$ basi $a$ respondens ita definitur ut sit æqualis cujusvis numeri Logarithmo hyperbolico diviso per Logarithmum ejusdem numeri ex basi $a$ formati. Posito ergo numero hoc $=a$, erit $v=1$, hincque fit $k=$ Logarithmo hyperbolico basis $a$. In systemate ergo Logarithmorum communium, ubi est $a=10$, erit $k=$ Logarithmo hyperbolico ipsius 10, unde fit $k=2,3025850929940456840179914$, quem valorem jam supra satis prope collegimus. Si ergo singuli Logarithmi hyperbolici per hunc numerum $k$ dividantur, vel, quod eodem redit, multiplicentur per hanc fractionem decimalem $0,4342944819032518276511289$, prodibunt Logarithmi vulgares basi $a=10$ convenientes.

125. Cum sit $e^z=1+\frac{z}{1}+\frac{z^2}{1.2}+\frac{z^3}{1.2.3}+$&c., si ponatur $a^y=e^z$, erit, sumtis Logarithmis hyperbolicis, $yla=z$, quia est $le=1$, quo valore loco $z$ substituto, erit $a^y=1+\frac{yla}{1}+\frac{y^2(la)^2}{1.2}+\frac{y^3(la)^3}{1.2.3}+$&c., unde quælibet quantitas exponentialis ope Logarithmorum hyperbolicorum per Seriem infinitam explicari potest. Tum vero, denotante $i$ numerum infinite magnum, tam quantitates exponentiales quam Logarithmi per potestates exponi possunt. Erit enim $e^z=(1+\frac{z}{i})^i$, hincque $a^y=(1+\frac{yla}{i})^i$, deinde pro Logarithmis hyperbolicis habetur $l(1+x)=i((1+x)^{\frac{1}{i}}-1)$. De cetero



tero Logarithmorum hyperbolicorum usus in calculo integrali fusius demonstrabitur. CAP. VII.

## CAPUT VIII.

### *De quantitatibus transcendentibus ex Circulo ortis.*

126. Post Logarithmos & quantitates exponentiales considerari debent Arcus circulares eorumque Sinus & Cosinus, quia non solum aliud quantitatum transcendentium genus constituunt, sed etiam ex ipsis Logarithmis & exponentialibus, quando imaginariis quantitatibus involvuntur, proveniunt, id quod infra clarius patebit.

Ponamus ergo Radium Circuli seu Sinum totum esse $=1$, atque satis liquet Peripheriam hujus Circuli in numeris rationalibus exacte exprimi non posse, per approximationes autem inventa est Semicircumferentia hujus Circuli esse $=$ 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651327230664709384 46 +, pro quo numero, brevitatis ergo, scribam $\pi$, ita ut sit $\pi=$ Semicircumferentiæ Circuli, cujus Radius $=1$, seu $\pi$ erit longitudo Arcus 180 graduum.

127. Denotante $z$ Arcum hujus Circuli quemcunque, cujus Radium perpetuo assumo $=1$; hujus Arcus $z$ considerari potissimum solent Sinus & Cosinus. Sinum autem Arcus $z$ in posterum hoc modo indicabo, $sin.\ A.\ z$, seu tantum $sin.\ z$. Cosinum vero hoc modo $cos.\ A.\ z$, seu tantum $cos.\ z$. Ita, cum $\pi$ sit Arcus $180°$, erit $sin.\ 0\pi=0$; $cos.\ 0\pi=1$; & $sin.\ \frac{1}{2}\pi=1$, $cos.\ \frac{1}{2}\pi=0$; $sin.\ \pi=0$; $cos.\ \pi=-1$; $sin.\ \frac{3}{2}\pi=-1$; $cos.\ \frac{3}{2}\pi=0$; $sin.\ 2\pi=0$; & $cos.\ 2\pi=1$. Omnes ergo Sinus & Cosinus intra limites $+1$ & $-1$ con-

M 3 tinen-


Introductio in analysin infinitorum.

FIGURA 21

## Mélanges de philosophie avec des figures

[S.l. : s.n.], 1764
416 p. : il. grab. ; 8º

François Marie Arouet, más conocido como Voltaire, nació en París en 1694. Fue la figura intelectual más importante de su época. Estudió con los jesuitas. Tras escribir unos versos "irrespetuosos", fue encarcelado en la Bastilla. Pasó unos años en Londres, donde tuvo ocasión de asistir al entierro de Newton. Fue amigo del rey prusiano Federico II y amante de Madame du Châtelet, quien tradujo al francés la obra *Principia Mathematica* de Newton.
*Mélanges de philosophie avec des figures* es un conjunto de comentarios filosóficos sobre diversos temas científicos: naturaleza de la luz, gravitación, forma de la tierra, … Esta obra representa una continuación y una ampliación de algunos capítulos de la famosa obra del mismo autor Lettres philosophiques.



Mélanges de philosophie
avec des figures.

mier satellite, est au quarré de quatre-cent deux heures, révolution du dernier; ainsi le cube de deux diamètres & cinq sixiémes est à un quatriéme terme. Ce quatriéme terme étant trouvé, j'en extrais la racine cube; cette racine cube se trouve douze & deux tiers; ainsi je dis que le quatrième satellite est éloigné du centre de *Jupiter* de douze diamètres de *Jupiter* & deux tiers. Je fais la même règle pour toutes les planètes, qui tournent autour du soleil. Je dis: *Vénus* tourne en deux-cent vingt-quatre jours, & la terre en trois-cent soixante-cinq; la terre est à trente millions de lieues du soleil, à combien de lieues sera *Vénus?* Je dis: comme le quarré de l'année de la terre est au quarré de l'année de *Vénus*, ainsi le cube de la distance moyenne de la terre est à un quatrième terme, dont la racine cubique sera environ vingt-un millions sept-cent mille lieues, qui font la distance moyenne de *Vénus* au soleil; j'en dis autant de la terre & de *Saturne*, &c.

Cette loi est donc, que le quarré d'une révolution d'une planète est toujours au quarré des révolutions des autres planètes, comme le cube de sa distance est aux cubes des distances des autres au centre commun.

*Kepler*, qui trouva cette proportion, était bien loin d'en trouver la raison. Moins bon philosophe qu'astronome admirable, il dit, (au quatriéme livre de son épitome) que le soleil a une ame, non pas une ame intelligente, *animum*, mais une ame végétante, agissante, *animam*: qu'en tournant sur lui-même il atire à soi les planètes; mais



mais que les planètes ne tombent pas dans le soleil, parce qu'elles font aussi une révolution sur leur axe. En faisant cette révolution, dit-il, elles présentent au soleil tantôt un côté ami, tantôt un côté ennemi: le côté ami est attiré, & le côté ennemi est repoussé; ce qui produit le cours annuel des planètes dans les ellipses.

Il faut avouer, pour l'humiliation de la philosophie, que c'est de ce raisonnement si peu philosophique, qu'il avait conclu que le soleil devait tourner sur son axe; l'erreur le conduisit par hazard à la vérité; il devina la rotation du soleil sur lui-même plus de quinze ans avant que les yeux de *Galilée* la reconnussent à l'aide des télescopes.

*Kepler* ajoute dans son même épitome page 495. que la masse du soleil, la masse de tout l'éther, & la masse des sphères des étoiles fixes, sont parfaitement égales; & que ce sont les trois symboles de la Tres-Sainte Trinité.

Le lecteur, qui, en lisant ces élémens, aura vû de si grandes reveries, à côté de si sublimes vérités, dans un aussi grand homme que *Kepler*, ne doit point en être surpris; on peut être un génie en fait de calcul & d'observations, & se servir mal quelquefois de sa raison pour le reste; il y a tels esprits qui ont besoin de s'appuyer sur la géométrie, & qui tombent quand ils veulent marcher seuls. Il n'est donc pas étonnant, que *Kepler*, en découvrant ces loix de l'astronomie, n'ait pas connu la raison de ces loix.

Cette raison est, que la force centripète est précisément en proportion inverse du quarré de la

FIGURA 22

# L'Hôpital, Guillaume François Antoine, Marquis de

**Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes... / par M. le Marquis de l'Hôpital ; suivie d'un nouveau commentaire pour l'intelligence des endroits les plus difficiles de cet ouvrage**

A Avignon : chez la Veuve Girard & François Seguin : chez Jean Desaint..., Charles Saillant..., C. Joseph Panckoucke..., Durand Neveu..., 1768
[4], XXXI, 380 p., [8] h. de grab. ; 8º (20 cm)

Guillaume François Antoine de L'Hôpital (1661–1704) publicó en 1696 su Analyse des infiniment petites siendo el primer texto de cálculo diferencial que aparece en la literatura. En su introducción, L'Hôpital agradece su colaboración  a Leibniz y a los hermanos Jacob y Johann Bernouilli por haber usado sus resultados en este campo. Implícitamente está reconociendo que el Cálculo Infinitesimal de Leibniz era más fácil de entender y desarrollar que la obra de Newton.

El libro comienza con dos importantes definiciones: "cantidades variables son las que aumentan o disminuyen continuamente, mientras que una cantidad constante sigue siendo la misma, mientras que otras varían" y "la parte infinitamente pequeña que una cantidad variable que aumenta o disminuye continuamente se denomina el diferencial de esa cantidad".

Establece que una curva se puede considerar como un "polígono" con un número infinito de lados, cada uno de ellos de longitud infinitamente pequeña, tal que el ángulo entre lados adyacentes determina la curvatura de la curva. En el segundo capítulo de la obra, define la tangente de la curva en un punto como la recta producida a partir de una línea recta infinitamente pequeña a la que pertenece ese punto. En el capítulo tercero estudia problemas de máximos y mínimos, dando ejemplos de mecánica y geografía. En capítulos posteriores considera puntos de inflexión y derivadas de orden superior. En el capítulo noveno se encuentra lo que hoy se conoce como la regla de L'Hôpital para encontrar el límite de una función racional cuyo numerador y denominador tienden a cero en un punto. A su muerte Johann Bernouilli llegó a afirmar que los contenidos de la obra eran suyos aunque cartas posteriores indican que ambos autores llegaron a un acuerdo: Bernouilli recibía una compensación económica y L´Hôpital publicaba la obra con su propia sistematización, siendo pues una obra de colaboración y no un plagio.

### DÉFINITION II.

La portion infiniment petite dont une quantité variable augmente ou diminue continuellement, en est appellée la *Différence*. Soit, par exemple, une ligne courbe quelconque AMB, (*Fig.* 1. *Pl.* 1.) qui ait pour axe ou diametre la ligne AC, & pour une de ses appliquées la droite PM; & soit une autre appliquée *pm* infiniment proche de la premiere. Cela posé, si l'on méne MR parallele à AC; les cordes AM, A*m*; & qu'on décrive du centre A, de l'intervalle AM le petit arc de cercle MS: P*p* sera la différence de AP; R*m* celle de PM; S*m* celle de AM, & M*m* celle de l'arc AM. De même le petit triangle MA*m* qui a pour base l'arc M*m*, sera la difference du segment AM; & le petit espace MP*pm*, celle de l'espace compris par les droites AP, PM, & par l'arc AM.

### COROLLAIRE.

1. IL est évident que la différence d'une quan
constante est nulle ou zero: ou (ce qui est la m
chose) que les quantités constantes n'ont poin
différence.

### AVERTISSEMENT.

*On se servira dans la suite de la note ou cara
ristique* d *pour marquer la différence d'une qua
variable que l'on exprime par une seule lettr
pour éviter la confusion, cette note* d *n'aura
d'autre usage dans la suite de ce calcul. Si l'on
me par exemple les variables* AP, x; PM

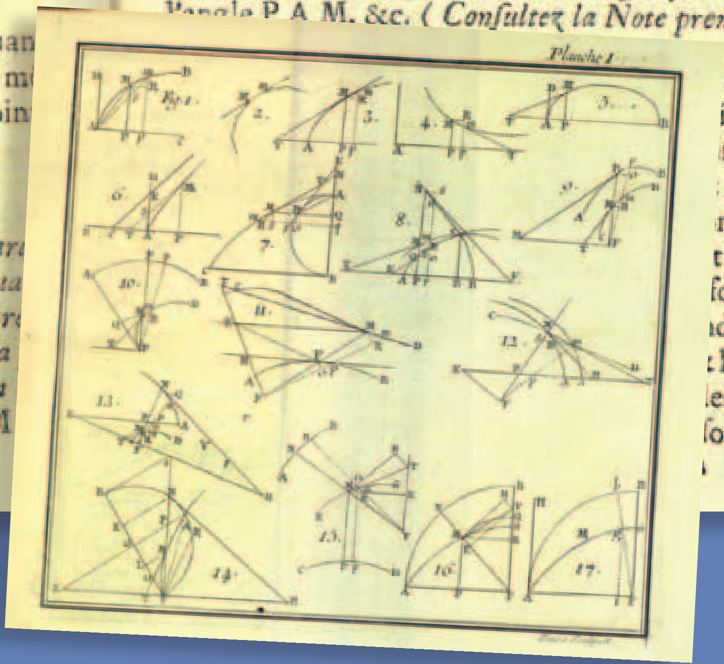


AM, z; *l'arc* AM, u; *l'espace mixtiligne* AMP, s; *& le segment* AM, t: dx *exprimera la valeur de* Pp, dy *celle de* Rm, dz *celle de* Sm, du *celle du petit arc* Mm, ds *celle du petit espace* MPpm, *&* dt *celle du petit triangle mixtiligne* MAm.

### I. DEMANDE OU SUPPOSITION.

2. ON demande qu'on puisse prendre indifféremment l'une pour l'autre deux quantités qui ne différent entr'elles que d'une quantité infiniment petite: ou (ce qui est la même chose) qu'une quantité qui n'est augmentée ou diminuée que d'une autre quantité infiniment moindre qu'elle, puisse être considérée comme demeurant la même. On demande, par exemple, qu'on puisse prendre A*p* pour AP, *pm* pour PM, l'espace A*pm* pour l'espace APM, le petit espace MP*pm* pour le petit rectangle MP*p*R, le petit secteur AM*m* pour le petit triangle AMS, l'angle *p*A*m* pour l'angle PAM, &c. (*Consultez la Note premiere.*)

N.
isse être
nité de
ou (ce
ne d'un
t petit,
sont en-
ide, par
l'arc de
les lignes
sorte que




Analyse des infiniment petits pour
l'intelligence des lignes courbes...

FIGURA 23

Descripcion del certamen academico, matematico, y de varia instruccion, celebrado el dia seis de setiembre de mil setecientos setenta, en la Escuela de Matematicas de la Real Maestranza de la ciudad de Granada... / fueron actuantes don **Antonio Carvajal, el Conde de Villamena, el Marquès de San Antonio, don Baltasar Calvache, don Juan Pedro de Zafra... don Bernardo Victoria...**

Granada : por Nicolàs Moreno, 1771
52 p. ; 4º

"Hallándose informado el Teniente de S.A., el Serenísimo Señor Don Gabriel Infante de España, Hermano Mayor de la Real Maestranza, que entre los concurrentes à la Academia de Matematicas eregida con Facultad Real para la instruccion de Jovenes Maestrantes, havia algunos, cuya aplicación los hacia distinguidos en sus progresos, determinò dár cumplimiento á el Articulo de la Ordenanza, que prescribe un Certamen anual para hacer visible à el Publico el merito de su habilidad…" (sic)

Así comienza la *Descripción del Certamen Académico, Matemático, y de varia instrucción*, celebrado el día 6 de septiembre de 1770 en la Escuela de Matemáticas de la Real Maestranza de la Ciudad de Granada, publicada por Nicolàs Moreno, en el año 1771.

La Real Maestranza de Caballería de Granada se fundó en el año 1686 por la nobleza local. En sus primeros inicios su actividad principal era la ecuestre realizando funciones públicas de justas, juegos de cañas y otros ejercicios en el campo del Triunfo, o en las carreras del Genil y del Darro.

Desde la segunda mitad del siglo XVIII la Real Maestranza de Caballería de Granada se convierte en una corporación nobiliaria muy importante con un número de maestrantes muy considerable. Entre sus actividades se encontraba la formación académica de los hijos de sus miembros.

BHR/C-019-045(11)

Descripcion del certamen academico, matematico, y de varia instruccion, celebrado el dia seis de setiembre de mil setecientos setenta, en la Escuela de Matematicas de la Real Maestranza de la ciudad de Granada...

✠

# DESCRIPCION

DEL CERTAMEN ACADEMICO, MATEMATICO,

Y DE VARIA INSTRUCCION,

CELEBRADO EL DIA SEIS DE SETIEMBRE de mil ſetecientos ſetenta, en la Eſcuela de Matematicas de la Real Maeſtranza de la Ciudad de Granada, eſtablecida para la inſtruccion de ſus Jovenes Individuos.

*FUERON ACTUANTES*

Don Antonio Caravajal.
El Conde de Villamena.
El Marquès de San Antonio.
Don Baltaſar Calvache.
Don Juan Pedro de Zafra.
Todos Individuos del enunciado Real Cuerpo.
Don Bernardo Victoria, *Capitan de Milicias.*



Con Licencia: *En Granada, por Nicolàs Moreno.*
Año de 1771.

FIGURA 24

# Bails, Benito, 1730-1797

Elementos de matematica / por Benito Bails... ; tomo III

Madrid : por D. Joachin Ibarra..., 1779
[4], XLIV, 579 p., [2] h. pleg., [28] h. de grab. pleg.. ; 4º marquilla

Benito Bails (1730–1797) es uno de los matemáticos españoles más importantes del siglo XVIII. Estudió Matemáticas en Francia, donde tuvo relación con figuras de la Ilustración como D'Alembert. En París fue secretario del embajador, el cuál lo trajo de vuelta a Madrid consigo. Hablaba perfectamente latín, italiano, inglés y alemán, además de francés y español. En 1768 fue nombrado primer director de matemática, un puesto docente, de la recién fundada Real Academia de Bellas Artes de San Fernando. En la última década del siglo, tuvo problemas con la Inquisición y fue desterrado a Granada. En atención a su delicado estado de salud, le fue conmutada la pena y regresó a la corte donde murió poco después.

Entre otras obras publicó *Principios de Matemática*, en tres volúmenes, *y Elementos de Matemática*, en diez volúmenes. En ellas presenta la aritmética, geometría, el álgebra y el cálculo diferencial e integral, junto a las aplicaciones a la arquitectura o a la mecánica de aquella época. El último tomo de los Elementos, titulado "Tabla de logaritmos de todos los números naturales desde 1 hasta 20000, y de los logaritmos de los senos, tangentes de todos los grados y minutos del cuadrante de círculo" es uno de los libros de matemáticas más reeditado en España. En 1964, la reimpresión se anunciaba como la quincuagésima edición.

Este es el Tomo III de *Elementos de Matemáticas*. Contiene *Elementos de Secciones Cónicas*, *Elementos de Cálculo Infinitesimal* y *Trigonometría Esférica*.



Elementos de matematica.

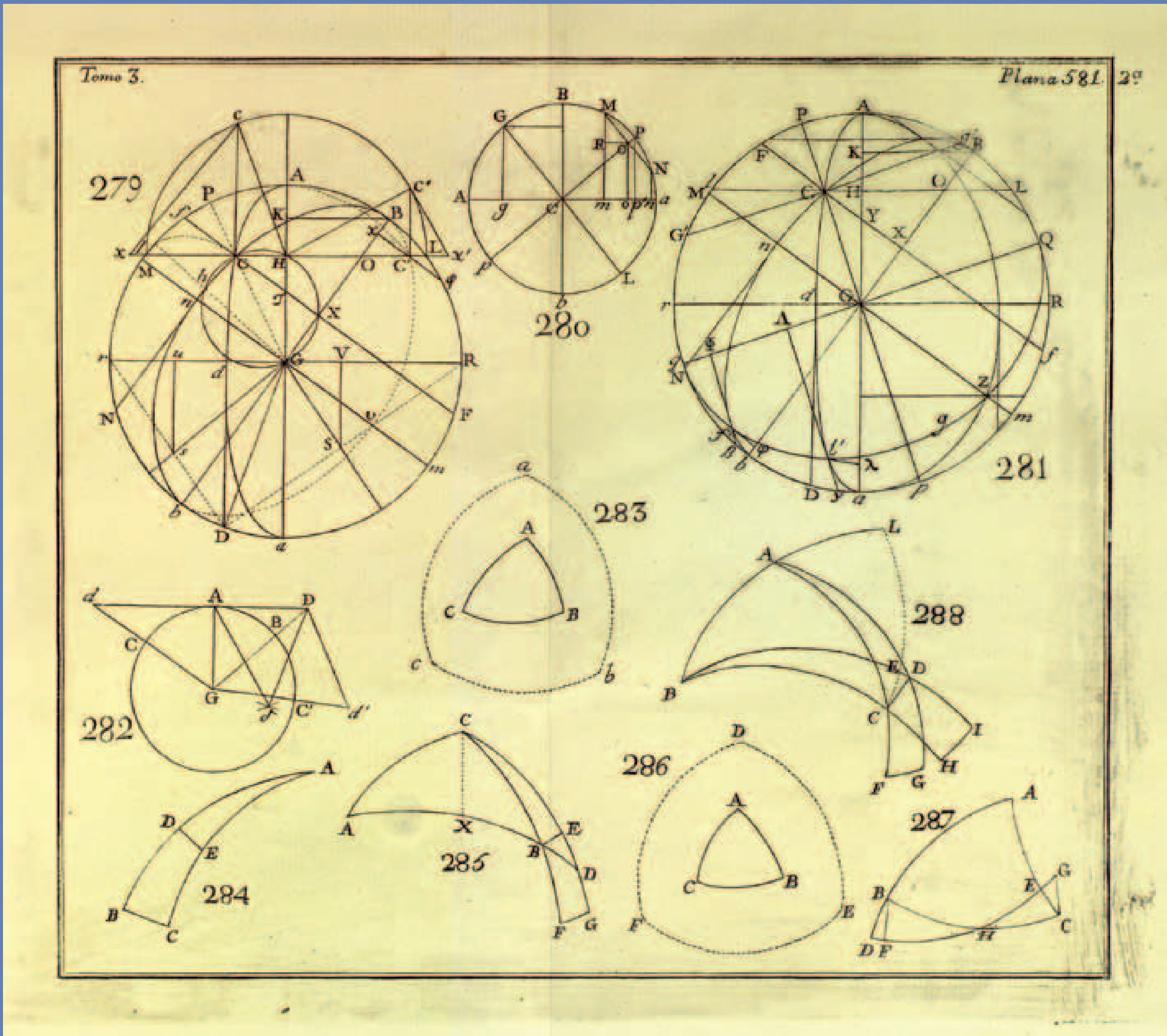

Tomo 3.
Plana 581. 2ª
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288

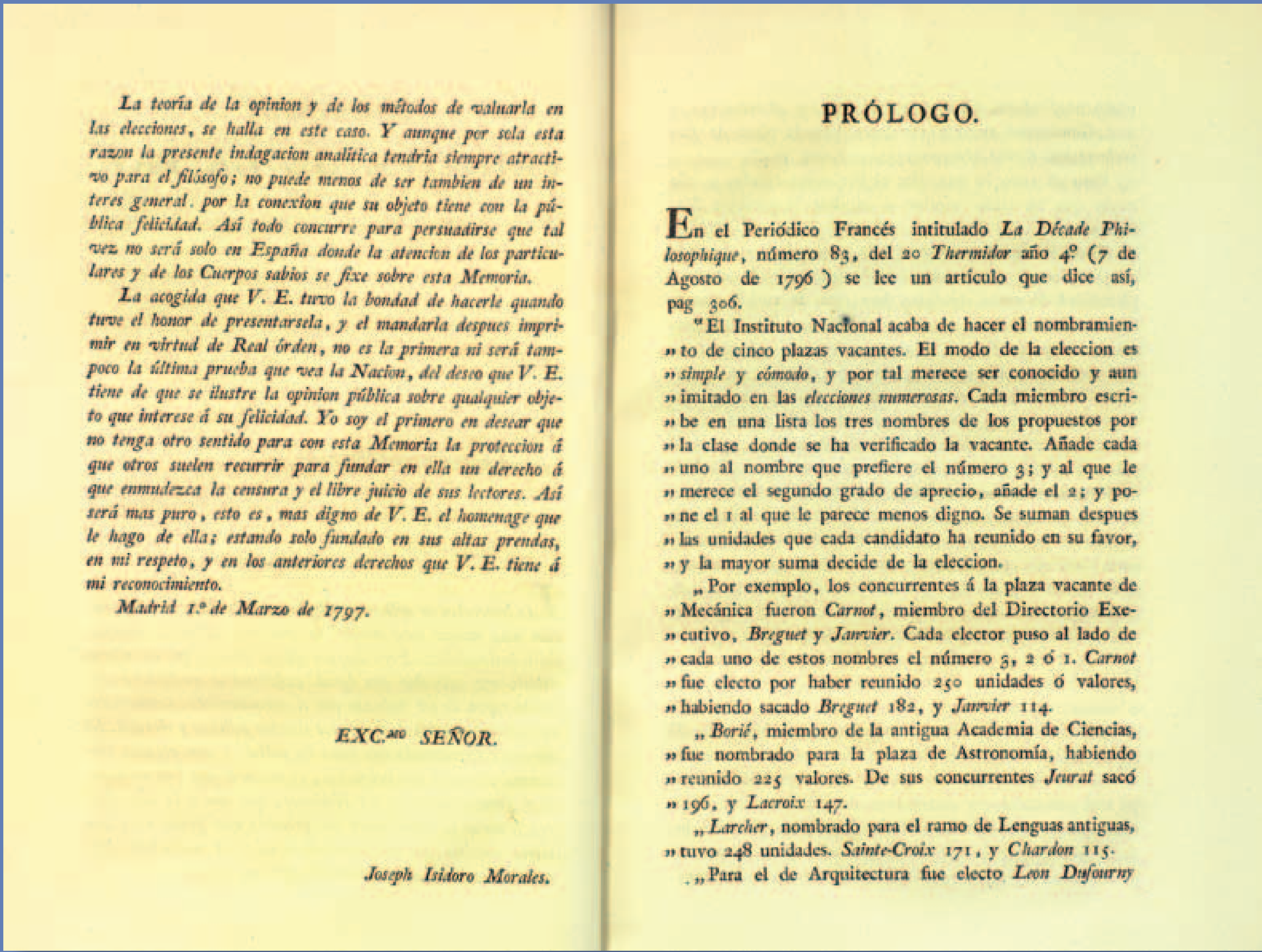
FIGURA 25

# Morales, José Isidoro

Memoria matemática sobre el cálculo de la opinion en las elecciones / por... Joseph Isidoro Morales...

Madrid : en la Imprenta Real, por D. Pedro Julian Pereyra, 1797
[8], 66 p. ; 4º

El matemático ilustrado español José Isidoro Morales Rodríguez (1758 – ca. 1818) tuvo noticia por la prensa francesa de que en unas elecciones para el ingreso en el Institut National de France se puntuaba a los candidatos según su mérito. Este procedimiento de votación, hoy conocido como *método de Borda*, llamó poderosamente su atención. En la obra *Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinión en las Elecciones*, el autor analiza en profundidad y defiende el citado procedimiento. Aunque las herramientas técnicas empleadas van poco más allá de la combinatoria y las progresiones aritméticas, queda patente el rigor y la madurez científica del autor en esta obra.
Se formó en la Universidad de Sevilla, alcanzando el grado de maestro en Artes. En 1785 se doctoró en Teología e ingreso en la Sociedad Económica y en la Academia de Buenas Letras de Sevilla, donde presentó su Memoria Matemática en el año 1797. De simple presbítero, como se acredita en la portada de la Memoria Matemática, llegó a ser canónigo de la Catedral de Sevilla.
Fue profesor de matemáticas de los Pajes del Rey Carlos IV, pero no se conoce de donde proviene su formación en esta materia o si se trataba de un autodidacta.



*La teoría de la opinion y de los métodos de valuarla en las elecciones, se halla en este caso. Y aunque por sola esta razon la presente indagacion analítica tendria siempre atractivo para el filósofo; no puede menos de ser tambien de un interes general. por la conexîon que su objeto tiene con la pública felicidad. Así todo concurre para persuadirse que tal vez no será solo en España donde la atencion de los particulares y de los Cuerpos sabios se fixe sobre esta Memoria.*

*La acogida que V. E. tuvo la bondad de hacerle quando tuve el honor de presentarsela, y el mandarla despues imprimir en virtud de Real órden, no es la primera ni será tampoco la última prueba que vea la Nacion, del deseo que V. E. tiene de que se ilustre la opinion pública sobre qualquier objeto que interese á su felicidad. Yo soy el primero en desear que no tenga otro sentido para con esta Memoria la proteccion á que otros suelen recurrir para fundar en ella un derecho á que enmudezca la censura y el libre juicio de sus lectores. Así será mas puro, esto es, mas digno de V. E. el homenage que le hago de ella; estando solo fundado en sus altas prendas, en mi respeto, y en los anteriores derechos que V. E. tiene á mi reconocimiento.*

*Madrid 1.º de Marzo de 1797.*

*EXC.MO SEÑOR.*

*Joseph Isidoro Morales.*

## PRÓLOGO.

En el Periódico Francés intitulado *La Décade Philosophique*, número 83, del 20 *Thermidor* año 4º (7 de Agosto de 1796) se lee un artículo que dice así, pag 306.

"El Instituto Nacional acaba de hacer el nombramien-
» to de cinco plazas vacantes. El modo de la eleccion es
» *simple y cómodo*, y por tal merece ser conocido y aun
» imitado en las *elecciones numerosas*. Cada miembro escri-
» be en una lista los tres nombres de los propuestos por
» la clase donde se ha verificado la vacante. Añade cada
» uno al nombre que prefiere el número 3; y al que le
» merece el segundo grado de aprecio, añade el 2; y po-
» ne el 1 al que le parece menos digno. Se suman despues
» las unidades que cada candidato ha reunido en su favor,
» y la mayor suma decide de la eleccion.

„ Por exemplo, los concurrentes á la plaza vacante de
» Mecánica fueron *Carnot*, miembro del Directorio Exe-
» cutivo, *Breguet* y *Janvier*. Cada elector puso al lado de
» cada uno de estos nombres el número 3, 2 ó 1. *Carnot*
» fue electo por haber reunido 250 unidades ó valores,
» habiendo sacado *Breguet* 182, y *Janvier* 114.

„ *Borié*, miembro de la antigua Academia de Ciencias,
» fue nombrado para la plaza de Astronomía, habiendo
» reunido 225 valores. De sus concurrentes *Jeurat* sacó
» 196, y *Lacroix* 147.

„ *Larcher*, nombrado para el ramo de Lenguas antiguas,
» tuvo 248 unidades. *Sainte-Croix* 171, y *Chardon* 115.

„ Para el de Arquitectura fue electo *Leon Dufourny*

Memoria matemática sobre el cálculo de la opinion en las elecciones.

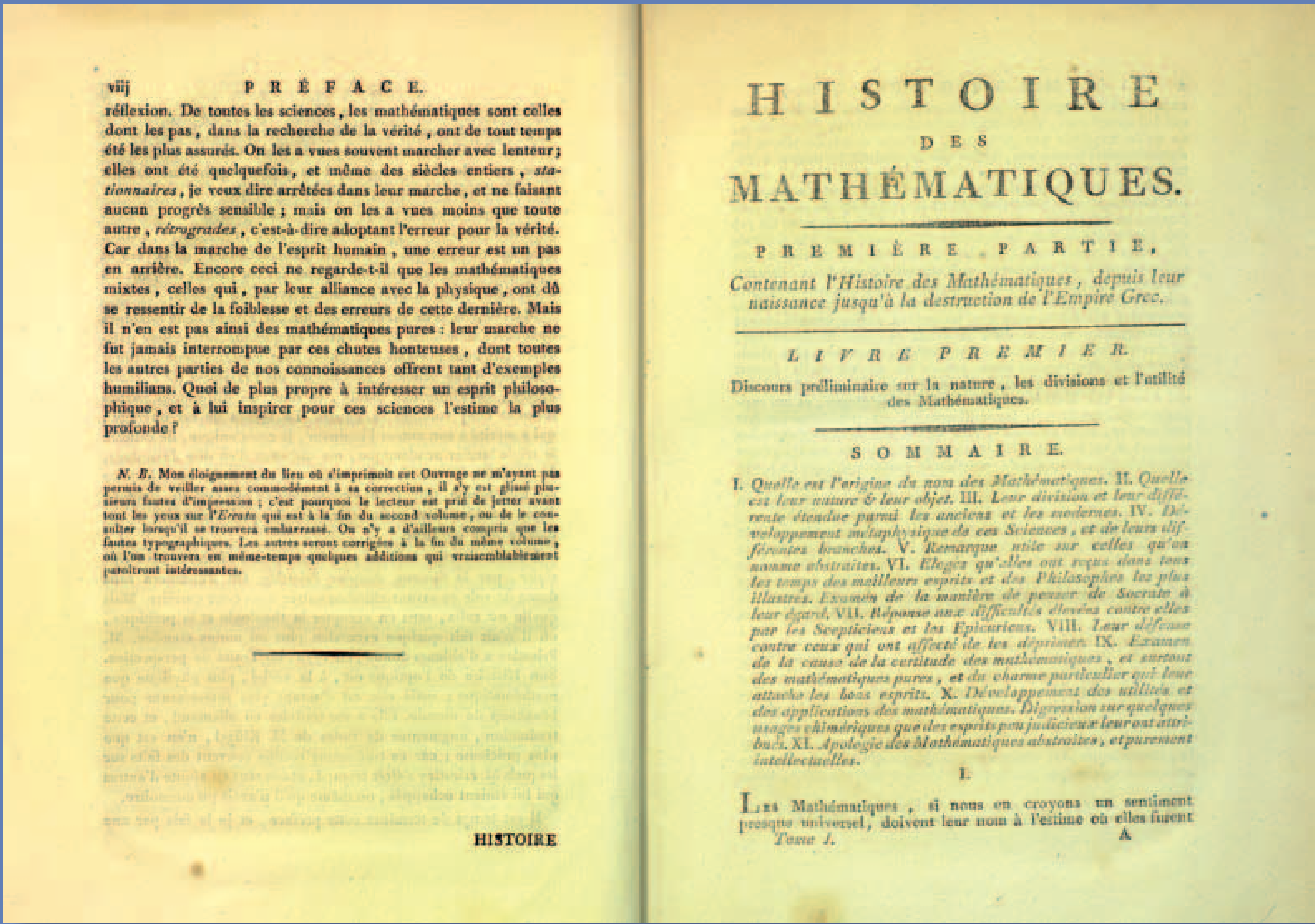
FIGURA 26

# Montucla, Jean Étienne, 1725-1799

Histoire des mathématiques : dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours... : tome premier / par J.F. Montucla...
Nouvelle édition, considérablemente augmentée, et prolongée jusque vers l'époque actuelle

Paris : chez Henri Agasse..., An VII [1798]
[4], VIII, 739 p., [1] p. en bl., XII h. de grab. pleg. ; 4º (26 cm)

Jean-Étienne Montucla, (1725-1799), estudió con los jesuitas en Lyon, su ciudad natal. Fue amigo de Diderot y D'Alembert quienes le instaron a que escribiese una historia de las matemáticas. Tras publicar esta magna obra trabajó para el gobierno francés en puestos relevantes. Fue intendente del Delfinado con sede en Grenoble, astrónomo real en Cayena, Guyana francesa, y Censor Real para los trabajos de matemáticas. Editó la obra Recréations Mathematiques de Ozanam, profesor de A. de Moivre en Paris. Tras cumplir 70 años hizo el intento de completar su obra con lo acontecido en el mundo de las matemáticas en el siglo XVIII pero su proyecto quedó inacabado. Histoire des Mathématiques es la primera historia de carácter comprensivo que existió. La primera edición se publicó en 1758 en dos volúmenes y posteriormente, con la ayuda del astrónomo Lalande, se amplió a cuatro (1799-1802). El primero de esta ampliación fue publicado en el año VII de la República, para dar cuenta de lo acontecido en las matemáticas "desde sus orígenes hasta casi nuestros días" y con la idea de transmitir a la posteridad los nombres de los bienhechores científicos de la humanidad. Este primer volumen está dividido en tres partes: la primera se centra en el mundo griego desde los orígenes hasta la toma de Constantinopla; la segunda es la historia de las matemáticas en diversos pueblos orientales y la tercera es la de los pueblos occidentales hasta el comienzo del siglo XVII. El libro cuarto de esta tercera parte incluye un suplemento con la historia de la Gnomónica antigua y moderna. Al final del volumen hay una serie de láminas con dibujos de curvas planas. Cada uno de los catorce libros que componen el primer volumen está precedido de un sumario que anuncia a manera de índice el contenido que el lector va a encontrar en lo que sigue.



viij PRÉFACE.

réflexion. De toutes les sciences, les mathématiques sont celles dont les pas, dans la recherche de la vérité, ont de tout temps été les plus assurés. On les a vues souvent marcher avec lenteur; elles ont été quelquefois, et même des siècles entiers, *stationnaires*, je veux dire arrêtées dans leur marche, et ne faisant aucun progrès sensible; mais on les a vues moins que toute autre, *rétrogrades*, c'est-à-dire adoptant l'erreur pour la vérité. Car dans la marche de l'esprit humain, une erreur est un pas en arrière. Encore ceci ne regarde-t-il que les mathématiques mixtes, celles qui, par leur alliance avec la physique, ont dû se ressentir de la foiblesse et des erreurs de cette dernière. Mais il n'en est pas ainsi des mathématiques pures : leur marche ne fut jamais interrompue par ces chutes honteuses, dont toutes les autres parties de nos connoissances offrent tant d'exemples humilians. Quoi de plus propre à intéresser un esprit philosophique, et à lui inspirer pour ces sciences l'estime la plus profonde?

*N. B.* Mon éloignement du lieu où s'imprimoit cet Ouvrage ne m'ayant pas permis de veiller assez commodément à sa correction, il s'y est glissé plusieurs fautes d'impression; c'est pourquoi le lecteur est prié de jetter avant tout les yeux sur l'*Errata* qui est à la fin du second volume, ou de le consulter lorsqu'il se trouvera embarrassé. On n'y a d'ailleurs compris que les fautes typographiques. Les autres seront corrigées à la fin du même volume, où l'on trouvera en même-temps quelques additions qui vraisemblablement paroîtront intéressantes.

HISTOIRE

# HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES.

## PREMIÈRE PARTIE,

*Contenant l'Histoire des Mathématiques, depuis leur naissance jusqu'à la destruction de l'Empire Grec.*

## *LIVRE PREMIER.*

Discours préliminaire sur la nature, les divisions et l'utilité des Mathématiques.

### SOMMAIRE.

I. *Quelle est l'origine du nom des Mathématiques.* II. *Quelle est leur nature & leur objet.* III. *Leur division et leur différente étendue parmi les anciens et les modernes.* IV. *Développement métaphysique de ces Sciences, et de leurs différentes branches.* V. *Remarque utile sur celles qu'on nomme abstraites.* VI. *Eloges qu'elles ont reçus dans tous les temps des meilleurs esprits et des Philosophes les plus illustres. Examen de la manière de penser de Socrate à leur égard.* VII. *Réponse aux difficultés élevées contre elles par les Scepticiens et les Epicuriens.* VIII. *Leur défense contre ceux qui ont affecté de les déprimer.* IX. *Examen de la cause de la certitude des mathématiques, et surtout des mathématiques pures, et du charme particulier qui leur attache les bons esprits.* X. *Développement des utilités et des applications des mathématiques. Digression sur quelques usages chimériques que des esprits peu judicieux leur ont attribués.* XI. *Apologie des Mathématiques abstraites, et purement intellectuelles.*

I.

Les Mathématiques, si nous en croyons un sentiment presque universel, doivent leur nom à l'estime où elles furent

*Tome I.* A

Histoire des mathématiques : dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours... : tome premier.

FIGURA 27

# Real Maestranza de Caballería (Granada)

Examenes de Matematicas y Lengua francesa : que sufrieron los alumnos de la clase de la Real Maestranza de Granada en 25 de agosto de 1798, amenizados con una Oracion inaugural, discursos de los respectivos Profesores y piezas de Eloqüencia y Poesía

Granada : en la Imprenta Nueva..., 1798
[4], 6, [2], p. 7-61 ; 4º

Comienza con una oración sobre la importancia de la educación, pronunciada por el Señor Marqués de Villa-Alegre a la que sigue un discurso acerca de la importancia de las Matemáticas, no sólo como base para el desarrollo del resto de las ciencias, sino también de las artes y las letras, a cargo de Don Francisco Dalmau, profesor de Matemáticas del Cuerpo de Maestranza.
A continuación se detallan los exámenes que "sufrieron" los alumnos y que trataron sobre Arismética (sic), Geometría, Trigonometría, Álgebra, Geometría Sublime, Cálculo Infinitesimal, Dinámica, Hidrodinámica, Óptica, Astronomía, Geografía, Arquitectura Civil y Arquitectura Militar y el Señor Conde de Torremarín elogia las Ciencias Útiles.
Finaliza el volumen con un discurso sobre la utilidad del estudio de la lengua francesa a cargo del profesor "de este ramo" Don Joseph Bonefus y con una Oda a la Sabiduría compuesta por Don Joseph Garci-Pérez de Vargas.

*L' Ode avec plus d' éclat et non moins d' energie*
*Eleve jusqu' au ciel son vol ambitieux.*
*Son stile impetueux souvent marche au hasard:*
*Chez elle un beau desordre est un effet de l' art.*
*Loin ces Rimeurs craintifs, dont l' esprit phlegmatique*
*Garde dans ses fureurs un ordre didactique.*
Boileau. *Art. Poetique*, chant II.

ESTO ES:

La Oda, brillante, enérgica, hasta el cielo
Levanta audaz el ambicioso vuelo.
Su estilo impetuoso
Camina desatado,
Y hace cierto desórden primoroso
Que es efecto de un arte delicado.
Léxos de aquí los tímidos Coplistas
Que de furor poético impelidos
Tan flemáticos van, tan contenidos
Como si fueran meros preceptistas.



## ODA.

Angélica beldad, augusta prenda,
Inestimable don del almo Cielo,
Mi espíritu se inflama
Sabiduría, con tu ardiente llama.
¡Oh si me fuera dado tu belleza,
Tu poder, tus riquísimos tesoros,
Tu influxo sacrosanto
Extático decir en digno canto!
Tú al grande Euclídes de la baxa plebe
A la alta cima del honor llevaste,
Y á su saber profundo
Doblegó la rodilla todo el mundo.
Tú al clarísimo Alfonso á las estrellas
Tocar hiciste con renombre eterno
Por su compas glorioso
Aun mas que por el cetro poderoso.
Tú la benigna luz á todos prestas;
Bien así como el Sol su llama pura
A los pobres hogares
Derrama igual que á los soberbios lares.
Y al paso que con mano valedora
Alzas del polvo vil al hombre obscuro
Das al ilustre, al noble
De brillante esplendor motivo doble.

Examenes de Matematicas y Lengua francesa : que sufrieron los alumnos de la clase de la Real Maestranza de Granada en 25 de agosto de 1798.

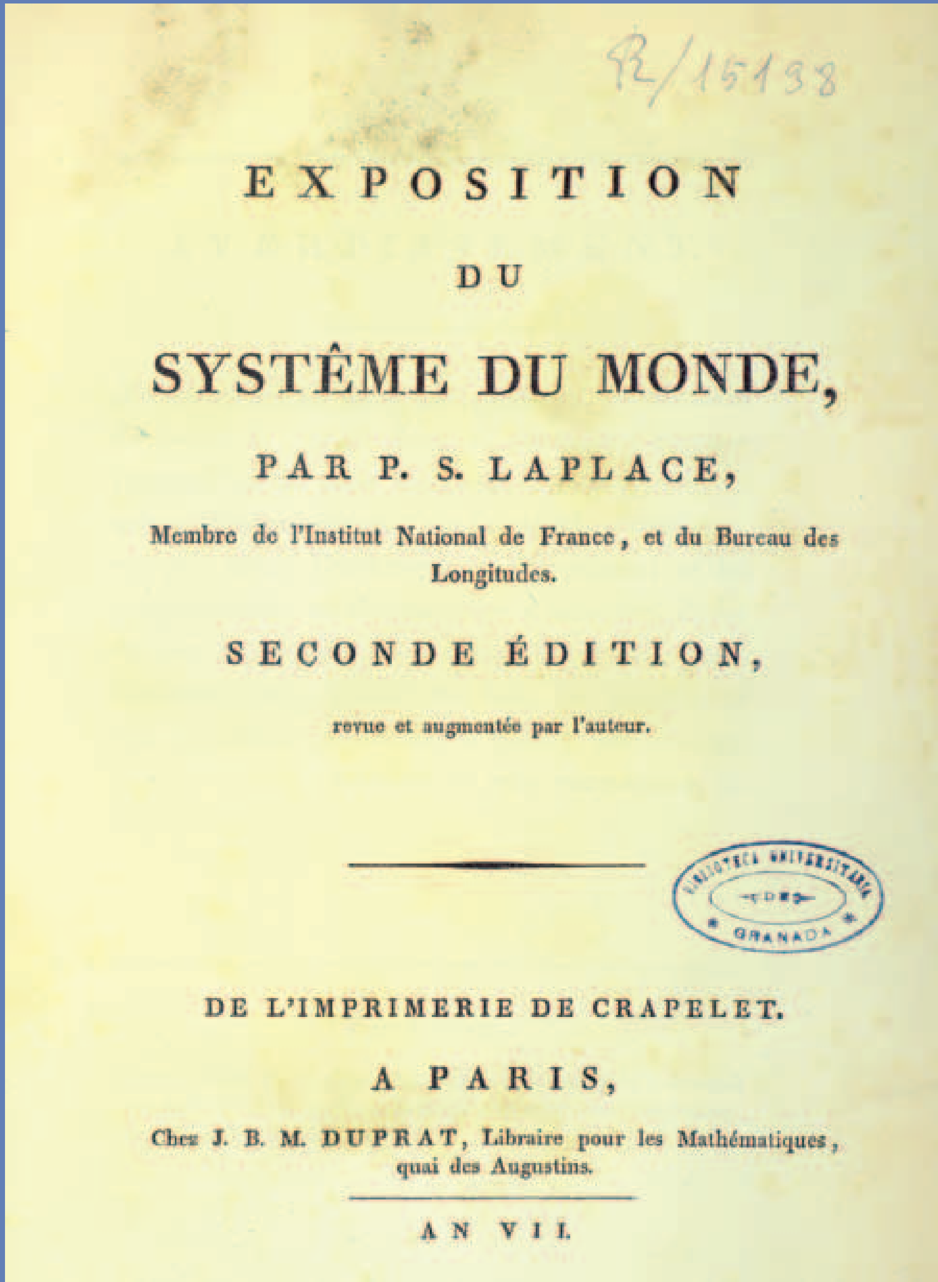
FIGURA 28

# Laplace, Pierre Simon de, 1749-1827

Exposition du système du monde / par P.S. Laplace...
Seconde édition, revue et augmentée par l'auteur

A Paris : de l'imprimerie de Crapelet : chez J.B.M. Duprat..., an VII, [1799?]
VIII, 351 p. ; 4º

Pierre Simon Laplace (1749-1827) nació en Beaumont-en-Auge (Normandía). Tras abandonar los estudios eclesiásticos que estaba realizando en Caen llegó a Paris con 19 años donde gracias a su brillantez matemática se granjeó la protección de D'Alembert. Destaca especialmente en astronomía, matemática física y cálculo de probabilidades, donde su obra *Théorie Analytique des Probabilités*, publicada en 1712, marca un hito fundamental en la historia de esta rama de las matemáticas.
Fue ministro de Napoleón durante un breve plazo; Napoleón le recrimina en sus memorias querer llevar el "espíritu infinitesimal" a los asuntos de estado. Fue poco amigo de reconocer los méritos ajenos, salvo en contadas ocasiones. Una de las excepciones fue Euler, cuyas obras recomendaba leer ya que lo consideraba "el maestro de todos nosotros". Su altura científica y su legado lo colocan en uno de los sitios más elevados del templo de las matemáticas junto a su coetáneo y colega Lagrange que en contraposición a él fue un hombre sencillo y poco amante de oropeles.
*La Exposición del Sistema del Mundo* es una obra de divulgación, pero profunda, en la que el autor intencionadamente evita todo tipo de fórmulas. Laplace tuvo una habilidad especial para divulgar la ciencia y hacerla llegar al gran público. Esa habilidad le abrió las puertas de l´Académie Française. Cuando Laplace publicó esta obra en 1796, ni Urano, ni Plutón habían sido descubiertos. Es lógico que la obra haya envejecido con el tiempo aunque su lectura siga siendo hoy en día apasionante.
La intención de Laplace era "ofrecer una solución completa al gran problema mecánico que presentaba el sistema solar". El libro es algo más que un libro de divulgación y fue considerado en su época como el más importante en Mecánica Celeste después de los Principia Mathematica de Newton.





# EXPOSITION

DU

# SYSTÊME DU MONDE,

PAR P. S. LAPLACE,

Membre de l'Institut National de France, et du Bureau des Longitudes.

SECONDE ÉDITION,

revue et augmentée par l'auteur.



DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET.

A PARIS,

Chez J. B. M. DUPRAT, Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins.

AN VII.

Exposition du système du monde.

FIGURA 29

# Verdejo González, Francisco

Compendio de matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud / por D. Francisco Verdejo Gonzalez... ; tomo II, dividido en dos partes, en las que se trata del infinito é infinitamente pequeño, y las cantidades que se reducen á cero, de las series, equaciones superiores, aplicacion del álgebra á la geometría, secciones cónicas, cálculo infinitesimal, dinámica é hidrodinámica y la tabla de las gravedades específicas

Madrid : en la imprenta de la Viuda de Ibarra : se hallará en la librería de Gomez..., 1802
[4], 370 p., X h. de grab. pleg. ; 4º (22 cm.)

Francisco Verdejo González (1758- 1817) fue catedrático de matemáticas de los Reales Estudios de la Corte.
El *Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas* mereció la atención del público por su sencillez, claridad y método, y por contener todas las ramas que podían estudiarse en dos años.
El Tomo I aparece dividido en dos partes en las que se trata de la aritmética, el álgebra, la geometría, la trigonometría plana y las tablas logarítmicas y trigonométricas.
Este Tomo II trata de los límites de las cantidades, de las series, de las ecuaciones superiores, de las aplicaciones del álgebra a la geometría, de las secciones cónicas, del cálculo infinitesimal, de la hidrodinámica y la tabla de las gravedades específicas.

puede salir completa la integral si no se le añade. El valor constante $c$, le determinan las circunstancias de la qüestion, como á su tiempo se verá: por la misma regla hallarémos que $S(xdy+ydx)=xy$; (241)....
$S(\frac{ydx-xdy}{y^2})=\frac{x}{y}$ (242); $S(\frac{-adx}{x^2})=\frac{a}{x}$; $S(\frac{dx}{a})=\frac{x}{a}$; $S(max^{m-1}dx)=\frac{max^{m-1+1}}{m-1+1}=ax^m$ (240).

230 Este ultimo exemplo nos dice, que para integrar aquellas cantidades, cuya variable esté elevada á una potencia qualquiera, se aumente una unidad á su exponente, se suprima el factor $dx$, y lo restante se divida por el exponente despues de aumentada la unidad, y lo que resulta es la integral que se busca; y asi

$S(3x^2dx)=\frac{3x^3}{3}=x^3$; $S(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx)=\frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

331 Pero esta regla no es tan general que no admita alguna restriccion; porque si en virtud de lo dicho queremos integrar la expresion $x^{-1}dx$, la integral será $\frac{x^{-1+1}}{-1+1}=\frac{x^0}{0}=\frac{1}{0}=\infty$, que no nos da á conocer cosa alguna. Y asi las expresiones de esta naturaleza no pueden integrarse por la regla general que hemos sentado; pero si consideramos que $x^{-1}dx=\frac{dx}{x}$, esto es, que dicha expresion es un quebrado que tiene por numerador la diferencial del denominador, inferirémos facilmente que su integral será el logaritmo del denominador (243), y que las expresiones de esta forma se deben integrar por logaritmo asi:
$S(\frac{dx}{x})=Lx+c$; $S(\frac{dx}{a+x})=L(a+x)+c$; .......

S



$S(\frac{2xdx}{a^2+x^2})=L(a^2+x^2)+c$; $S(\frac{adx-2xdx}{ax-x^2})=L(ax-x^2)+c$. Para interpretar $\frac{dx}{xlx}$ nos valdrémos de las substituciones, haciendo $lx=y$, con lo que tendrémos diferenciando esta última equacion $\frac{dx}{x}=dy$, y $\frac{dx}{xlx}=\frac{dx}{x}\times\frac{1}{lx}=dy\times\frac{1}{y}=\frac{dy}{y}$; cuya integral es $ly$, pero $y=lx$; luego $S.\frac{dx}{xlx}=L.lx$; del mismo modo para integrar $m(Lx)^{m-1}\frac{dx}{x}$ harémos tambien $lx=y$, con lo que tendrémos $\frac{dx}{x}=dy$; $(Lx)^{m-1}=y^{m-1}$; y haciendo las substituciones correspondientes $m(Lx)^{m-1}\frac{dx}{x}=my^{m-1}dy$; pero la integral de esta última cantidad es $y^m$. Luego $Sm(Lx)^{m-1}\frac{dx}{x}=(Lx)^m$, habiendo substituido por $y$ su valor $Lx$.

$S.c^x dx=c^x$; $S.(x^y dyl.x+x^{y-1}ydx)=x^y$ (247).

332 Si llamamos $a$ el radio de un círculo, y $u$ un arco qualquiera, $t$ la tangente, y $z$ la secante será........
$S(\frac{ad.\,sen.\,u}{cosen.\,u})=u$; $S(\frac{-ad.\,cos.\,u}{sen.\,u})=u$; $S(\frac{ad.\,sen.\,vers.\,u}{sen.\,u})=u$; $S(\frac{a^2dt}{a^2+t^2})=u$, y $S(\frac{a^2dz}{z\sqrt{(z^2-a^2)}})=u$.

333 Si todas las catidades que se han de integrar proviniesen de una diferenciacion exâcta, desde luego nos sería fácil su integracion practicando alguna de las reglas que dexamos explicadas; pero son pocas las cantidades que admiten una integracion exâcta; por lo que los analistas se han visto precisados á inventar algunas reglas, á fin de conseguir por ellas unas integrales aproximadas, ya que no les fuese posible conocer las verdaderas.

Estas reglas son tres: la primera enseña á convertir

la

Compendio de matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud.

FIGURA 30

# Monge, Gaspard

**Geometría descriptiva, lecciones dadas en las escuelas normales en el año tercero de la República / por Gaspard Monge**

Madrid : Imprenta Real, 1803
114 p. : 1 mapa, XXV lám. ; 26 cm

Gaspard Monge (1746-1818) es considerado el padre de la Geometría Descriptiva y, junto con Euler, de la Geometría Diferencial. Además hizo grandes aportaciones en ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. En su faceta de profesor, Monge es considerado como uno de los mejores profesores de matemáticas de todos los tiempos. Fue profesor durante más de cuarenta años y fue admirado tanto por sus colegas como por sus alumnos. En 1989, con motivo del bicentenario de la Revolución Francesa, Francia rindió homenaje a Monge, trasladando sus restos al Panteón de Hombres Ilustres de Francia.
La presente obra contiene veinticinco láminas grabadas con figuras geométricas, todas ellas desplegables y está dedicada al estudio y aplicaciones de la geometría descriptiva, geometría que tiene una doble finalidad: por un lado permite representar con exactitud objetos tridimensionales sobre una superficie bidimensional y por otro investiga la forma y posición de los mismos.

En esta obra se pueden distinguir tres partes, una dedicada al uso del método de las proyecciones en las construcciones perspectivas y en la determinación rigurosa de las sombras en un diseño, otra dedicada a aplicar el método de las proyecciones en diferentes construcciones gráficas necesarias para casi todas las artes y una tercera donde se aborda la descripción de los elementos de las máquinas a fin de estudiar sus formas y efectos.



Geometría descriptiva, lecciones dadas
en las escuelas normales en el año
tercero de la República.

# PROGRAMA.



Para librar á la Nacion Francesa de la dependencia en que hasta hoy ha vivido de la industria extrangera necesitamos en primer lugar dirigir la educacion nacional hácia el conocimiento de los objetos que exîgen exâctitud, lo que hasta nuestros dias se ha descuidado en un todo, y acostumbrar las manos de nuestros artistas al manejo de todo género de instrumentos, que enseñan á trabajar con precision, y á medir los grados diferentes del trabajo; entonces los consumidores, sabiendo apreciar la exâctitud, la podrán exigir en todas las cosas, y estimarlas por su justo precio; y nuestros artistas, familiarizados con ella desde su niñez, se hallarán en estado de alcanzarla.

Es preciso en segundo lugar hacer popular el conocimiento de un gran número de fenómenos naturales indispensables al progreso de la industria, y aprovecharnos para el adelantamiento de la instruccion general de la Nacion de la circunstancia feliz en que se halla de tener á su disposicion los principales recursos que le son necesarios.

Y en fin, difundir entre nuestros artistas el conocimiento de los procedimientos de las artes, y el de las máquinas que tienen por objeto, ó disminuir la mano de obra, ó dar á los resultados del trabajo mas uniformidad y precision; y en quanto á esto es preciso confesar que tenemos mucho que aprender de las naciones extrangeras.

Todas estas miras solo se conseguirán dando á la educacion nacional una direccion nueva.

Familiarizando desde luego con el uso de la geometria descriptiva á todos los jóvenes de talento, tanto á los que tienen bienes de fortuna, para que algun dia puedan hacer de sus capitales un empleo mas útil á sí y á la nacion, como á aquellos que no tienen mas que su educacion, á fin de que puedan dar á su trabajo mayor precio.

Este arte tiene dos objetos principales.

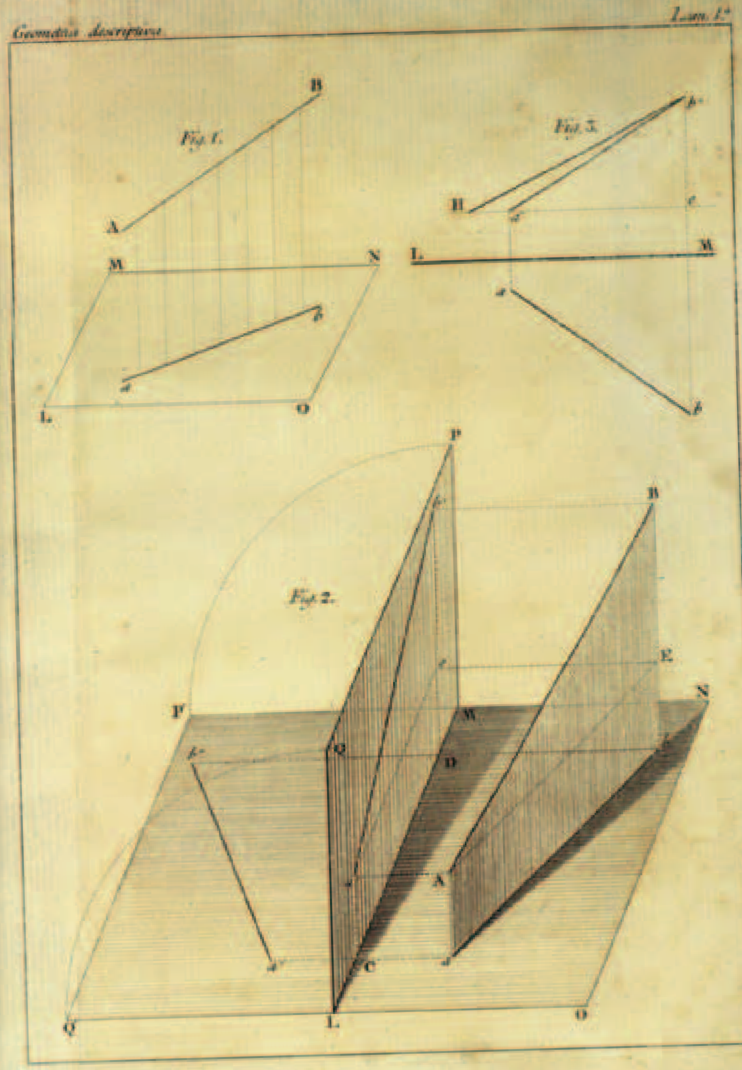


FIGURA 31

# Francoeur, Louis Benjamin, 1773-1849

Cours complet de mathématiques pures : dédié a S.M. Alexandre Ier, empereur de Russie : ouvrage destiné aux élèves des écoles normale et polytechnique, et aux candidats qui préparent A y être admis / par L.-B. Francoeur ; tome second

2e éd., rev. et considerablement augm.
Paris : Ve Courcier... : de l'Imprimerie de Mme. Ve. Courcier, 1819
VI, [1], 515 p., III h. de grab. pleg.: il.; 20 cm

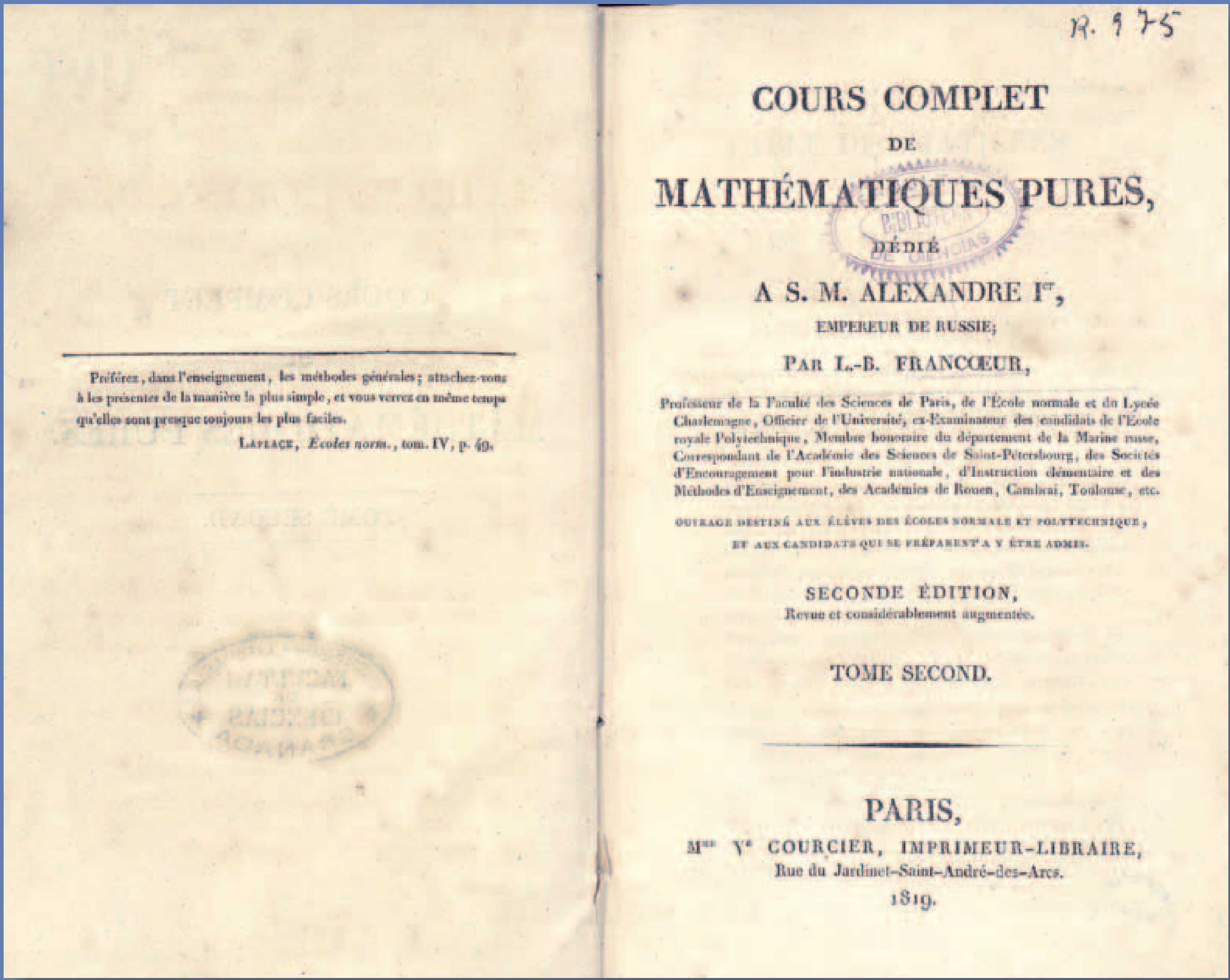
Lous B. Francoeur (1773–1849) fue profesor de la facultad de ciencias de París y de la Escuela Normal, miembro honorario del departamento de la Marina Rusa y, corresponsal de numerosas academias tanto de ciencias aplicadas como docentes.

Esta obra, según sus propias palabras, está destinada a los alumnos de las escuelas Normal y Politécnica y a aquellos que deseen ser admitidos en ella.

Este segundo tomo esta estructurado en varias partes: álgebra superior, donde se tratan nociones de combinatoria, resolución de ecuaciones, fracciones continuadas e introducción de algunas funciones elementales, análisis en tres dimensiones, que incluye trigonometría esférica y curvas y superficies en el espacio, cálculo diferencial e integral, incluyendo la resolución de algunas ecuaciones diferenciales, y cálculo en diferencias finitas.

BHR/B-001-301

Cours complet de mathématiques pures.



Préférez, dans l'enseignement, les méthodes générales; attachez-vous à les présenter de la manière la plus simple, et vous verrez en même temps qu'elles sont presque toujours les plus faciles.

LAPLACE, *Écoles norm.*, tom. IV, p. 49.



# COURS COMPLET
DE
# MATHÉMATIQUES PURES,



DÉDIÉ

A S. M. ALEXANDRE I$^{er}$,

EMPEREUR DE RUSSIE;

PAR L.-B. FRANCŒUR,

Professeur de la Faculté des Sciences de Paris, de l'École normale et du Lycée Charlemagne, Officier de l'Université, ex-Examinateur des candidats de l'École royale Polytechnique, Membre honoraire du département de la Marine russe, Correspondant de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg, des Sociétés d'Encouragement pour l'industrie nationale, d'Instruction élémentaire et des Méthodes d'Enseignement, des Académies de Rouen, Cambrai, Toulouse, etc.

OUVRAGE DESTINÉ AUX ÉLÈVES DES ÉCOLES NORMALE ET POLYTECHNIQUE, ET AUX CANDIDATS QUI SE PRÉPARENT A Y ÊTRE ADMIS.

SECONDE ÉDITION,
Revue et considérablement augmentée.

TOME SECOND.

PARIS,
Mme Ve COURCIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
Rue du Jardinet-Saint-André-des-Arcs.
1819.

FIGURA 32

# García, Juan Justo

Elementos de aritmética, álgebra y geometría / Juan Justo García
5ª imp.

Madrid : Por Ibarra : Vendese en la Librería de Brun, 1821-1822
2 v. ; 20 cm

Juan Justo García (1752-1830) fue presbítero colegial trilingüe del Gremio y Claustro de la Universidad de Salamanca y catedrático de esta universidad. Una Real Cédula de 1807 que suprime las Universidades de Osma, Oñate, Toledo, Baeza y Osuna, dispone que el resto de universidades utilicen como texto único para los elementos de aritmética, álgebra y geometría y para la aplicación del álgebra a la geometría los libros de este matemático.

*Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* comienza con un amplio y muy curioso resumen histórico del origen, progreso y estado en su momento de la aritmética, el álgebra y la geometría en obsequio, según el autor, "a los que ya medianamente instruidos en esas tres Ciencias desearan saber el origen de lo que aprendieron y lo que les faltare para perfeccionar sus conocimientos". A continuación, y antes de entrar en detalle en el desarrollo de las tres ciencias objeto de su tratado, escribe en la introducción general: "Ciencias Matemáticas son aquellas que tienen por objeto la cantidad, que es todo lo que puede recibir aumento o disminución: las fundamentales son la Aritmética (que trata de la cantidad numerable), la Geometría (que trata de la cantidad mensurable) y el Álgebra (que considera la cantidad en general, desnuda de todo respecto a número o medida)". Y añade:

"El método que me fue preciso seguir para formar un compendio de estas tres Ciencias es el mismo que ha merecido singulares elogios de los más ilustres matemáticos, por haberse facilitado con él la espinosa carrera de estas Ciencias, sin perjuicio de la exactitud y escrupuloso rigor de la demostración de sus verdades."

BHR/B-008-478

Elementos de aritmética,
álgebra y geometría.

*El 2.° tomo se está imprimiendo, y no hará falta á los que en este curso estudien el 1.°*

RESUMEN HISTÓRICO

DEL ORIGEN, PROGRESOS Y ESTADO ACTUAL DE LAS MATEMÁTICAS PURAS.

## *ARITMÉTICA.*

Dejando á los críticos ociosos adivinar cuales fueron las ciencias ante diluvianas, los conocimientos matemáticos de Henoc, y de los hijos de Set, que no tienen el menor apoyo en la historia; y pasando en silencio lo que con mas elocuencia que solidez ha querido persuadirnos el sabio Bailli del saber de un antiquísimo pueblo de la Atlantide; no podemos dudar que la idea de los números, y el mecanismo de sus combinaciones ha debido comenzar con los hombres; para cuyo trato, comercio y primeras necesidades eran indispensables.

No es tan fácil congeturar los progresos, y la perfeccion que con el uso y el tiempo pudo adquirir la aritmética; siendo cierto que los historiadores no hablan de ella hasta pocos siglos antes de nuestra era cristiana. Lo único que sabemos y admiramos en aquellos

FIGURA 33

# Vallejo, José Mariano, 1779-1846

Tratado elemental de matemáticas : escrito de orden de S.M. para uso de los Caballeros seminaristas del Seminario de Nobles de Madrid y demas casas de educación del Reino : tomo I, parte primera que contiene la Aritmética y Álgebra / por D. José Mariano Vallejo
Tercera edicion corregida y considerablemente aumentada

Barcelona : Imprenta del Gobierno Político Superior, 1821
XLVIII, 458 p., [2] h. de lám. pleg. ; 21 cm

José Mariano Vallejo, (1779-1846) nació en Albuñuelas, Granada. Fue uno de los matemáticos españoles más importantes del siglo XIX. Fue catedrático de matemáticas, fortificación, ataque y defensa de las Plazas, del Seminario de Nobles de Madrid y diputado en las Cortes de Cádiz. Estuvo exiliado en París donde asistió a clases de Lacroix, Laplace y Cauchy.
En el prólogo de esta obra el autor expone su idea de las Matemáticas, con comentarios sobre la forma de enseñarlas. También incluye las fuentes que ha usado para escribir su obra.



Tratado elemental
de matemáticas.

### Medidas de longitud.

línea.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | pulgada. | | | |
| 144 | 12 | pié. | | |
| 432 | 36 | 3 | vara. | |
| 2880000 | 240000 | 20000 | 6666⅔ | legua. |

### Medidas de áridos.

ochavillo.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | ochavo. | | | | |
| 16 | 4 | cuartillo. | | | |
| 64 | 16 | 4 | celemin. | | |
| 768 | 192 | 48 | 12 | fanega. | |
| 9216 | 2304 | 576 | 144 | 12 | cahiz. |

### Medidas de tiempo.

tercero.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 60 | segundo. | | | |
| 3600 | 60 | minuto. | | |
| 216000 | 3600 | 60 | hora. | |
| 5184000 | 86400 | 1440 | 24 | dia. |

### Medidas de superficie ó agrarias.

pié cuadrado.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9 | vara cuadrada. | | | | |
| 144 | 16 | estadal cuadrado. | | | |
| 1728 | 192 | 12 | cuartillo de tierra. | | |
| 6912 | 768 | 48 | 4 | celemin. | |
| 82944 | 9216 | 576 | 48 | 12 | fanega. |

### De peso.

grano.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | tomin. | | | | | |
| 36 | 3 | adarme. | | | | |
| 576 | 48 | 16 | onza. | | | |
| 9216 | 768 | 256 | 16 | libra. | | |
| 230400 | 19200 | 6400 | 400 | 25 | arroba. | |
| 921600 | 76800 | 25600 | 1600 | 100 | 4 | quintal. |

### De moneda.

maravedí.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 34 | real. | | |
| 510 | 15 | peso. | |
| 2040 | 60 | 4 | doblon. |

Estas tablas están dispuestas de manera que empiezan por la unidad de especie inferior, y el número que está á la izquierda de cada clase de unidades manifiesta cuantas unidades vale esta respecto de la que hai encima de la casilla donde se halla dicho número. Por ejemplo: en la tabla de las unidades de peso, el 16 que hai inmediatamente á la izquierda de la palabra *libra*, manifiesta que la libra equivale á 16 onzas, que es el nombre que tiene encima; luego, á la izquierda del 16 hai 256, que indica que la libra equivale á 256 adarmes; y tambien á 768 tomines y á 9216 granos.

{ Cada nacion usa de diferente division y subdivision en sus unidades de pesos y medidas; pero las que nos son de un conocimiento necesario son las de las naciones francesa é inglesa, tanto porque las de la primera han estado autorizadas en nuestra nacion por mucho tiempo, y los escritores ó traductores han cuidado tan poco sobre este punto, que hablan de pesos y medidas poniendo los resultados en medidas francesas como si fuesen españolas; como por las relaciones que debe haber entre nuestra nacion y la inglesa. Por lo cual pondrémos aquí su correspondencia con las españolas sacada de un escelente escrito que aun conserva inédito nuestro sabio é infatigable D. Juan de Peñalver (*).



{ Mas con el fin de que los jóvenes se acostumbren á ver la colocacion con que se suele presentar la division y subdivision de dichas unidades de pesos y medidas, pondrémos estas bajo otro aspecto, empezando por la de especie superior y no haciendo uso de las rayas, porque de este modo no les sorprenderá cuando las encuentren así en otros autores.

### Tabla de las medidas y pesos antiguos de Francia.

#### MEDIDAS LINEALES.

De Francia equivalen á. . . . . . . . . . . . . . . de España.

| *Toesas.* | *Brazadas.* | *Pies de Rei.* | *Pulgadas.* | *Lineas.* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1⅕ | 6 | 72 | 864. . . . | 6,99494 | pies. |
| | 1 | 5 | 60 | 720. . . . | 5,829 | idem. |
| | | 1 | 12 | 144. . . . | 1,165823 | idem. |
| | | | 1 | 12. . . . | 1,165823 | pulgadas. |
| | | | | 1. . . . | 1,165823 | lineas. |

La *ana* ó *una* (*aune*). . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1,422 varas.

La longitud del péndulo simple que oscila los segundos en Paris es de 440,5593 lineas del pié de Paris. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 513,614 lineas.

El estadal ó pértiga (perche) varía; el mas general tiene de largo 22 pies de Rei. . . . . . . . 25,648 pies.

#### MEDIDAS ITINERARIAS.

La legua comun es de 2283 toesas ó. . . . . . . . 0,798473 legu. (**)

La legua de 2500 toesas equivale á. . . . . . . . 0,874367 leguas.

La posta es de dos leguas comunes ó. . . . . . . . 1,596946 leguas.

#### MEDIDAS DE SUPERFICIE.

El pié cuadrado equivale á. . . . . . . . . . . . . 1,359144 pies cuadrados.

(*) *D. Josef Rebollo en su escelente traduccion de la Aritmética de Lacroix ha publicado un estracto de este escrito, hecho con mucho acierto.*

(**) *Leguas de 20000 pies de España.*

FIGURA 34

# Odriozola, José de

Curso completo de matemáticas puras / por... Don José de Odriozola... ; tomo I ,
Aritmética y Álgebra elemental
2ª ed.

Madrid : Imprenta de Villaamil, 1833
IV, 373 p. ; 8º (20 cm)

José de Odriozola (1786-1864) fue Capitán del Real Cuerpo de Artillería y profesor en el colegio de esta arma. Fue miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y de la Academia de Nobles Artes de San Fernando. Persuadido por directrices de matemáticos como Laplace y por su propia experiencia, pretende que desde los primeros pasos en el estudio de la matemática se disponga de una rigurosa lógica en la que basar los desarrollos posteriores.

*Aritmética y Álgebra Elemental* es el primero de una obra de cuatro tomos en la que además se tratan contenidos de geometría plana, trigonometría plana y esférica con aplicaciones a la geodesia, geometría analítica y cálculo infinitesimal diferencial e integral.

En este tomo primero se distribuyen los contenidos en nueve capítulos que tratan de forma consecutiva, tras algunas consideraciones de tipo lógico, la aritmética de los números enteros, la de los números racionales, el estudio de potencias y raíces, la teoría de las ecuaciones de primer y segundo grado y, finalmente, el estudio de razones, proporciones, progresiones y logaritmos.



Curso completo de matemáticas puras.

Dividir cuando uno ú ambos esponentes son negativos. Se restan los esponentes de la letra comun á dividendo y divisor.

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{a^m}{a^{-n}}=a^m\times a^n=a^{m+n};\\
&\frac{a^{-m}}{a^n}=a^{-m}\times a^{-n}=a^{-m-n};\\
&\frac{a^{-m}}{a^{-n}}=a^{-m}\times a^n=a^{n-m}.
\end{aligned}\right.$$

Potencia de una raiz con esponente negativo. Se multiplican los esponentes

$$(a^{-n})^p=\left(\frac{1}{a^n}\right)^p=\frac{1}{a^{np}}=a^{-np};$$

Raiz de una potencia con esponente negativo. Se divide el esponente por el índice.

$$\sqrt[m]{a^{-n}}=\sqrt[m]{\frac{1}{a^n}}=\frac{1}{a^{\frac{n}{m}}}=a^{-\frac{n}{m}}.$$

Fundándonos en los principios citados, y en el de poderse multiplicar por una misma cantidad los dos términos de una fraccion, tendrémos las equivalencias que siguen.

Multiplicar siendo fraccionario el esponente. Se suman los esponentes de letra comun.

$$\left\{\begin{aligned}
&a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{(a^n\times a^n)}=a^{\frac{2n}{m}};\\
&a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{p}{m}}=\sqrt[m]{(a^n\times a^p)}=a^{\frac{n+p}{m}};\\
&a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{p}{q}}=a^{\frac{nq}{mq}}\times a^{\frac{mp}{mq}}=\sqrt[mq]{(a^{nq+mp})}=a^{\frac{nq+mp}{mq}}.
\end{aligned}\right.$$

Dividir cuando el esponente es fraccionario. Se restan los esponentes de la letra comun á dividendo y divisor.

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{a^{\frac{n}{m}}}{a^{\frac{p}{m}}}=a^{\frac{n}{m}}\times a^{-\frac{p}{m}}=a^{\frac{n-p}{m}};\\
&\frac{a^{\frac{n}{m}}}{a^{\frac{p}{q}}}=a^{\frac{n}{m}}\times a^{-\frac{p}{q}}=a^{\frac{nq}{mq}}\times a^{-\frac{mp}{mq}}=a^{\frac{nq-mp}{mq}}.
\end{aligned}\right.$$



En virtud de que para multiplicar entre sí dos cantidades con esponente fraccionario, se han de sumar los esponentes de la letra comun que haya en ellas, se viene á los resultados que siguen.

Elevar á potencia una cantidad que tenga esponente fraccionario. Se multiplican los esponentes.

$$\left\{\begin{aligned}
&\left(a^{\frac{n}{m}}\right)^2=a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{2n}{m}};\\
&\left(a^{\frac{n}{m}}\right)^3=a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{n}{m}}\times a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{3n}{m}};\\
&\text{y por analogía } \left(a^{\frac{n}{m}}\right)^p=a^{\frac{pn}{m}}.
\end{aligned}\right.$$

Deshaciendo el cálculo precedente, y multiplicando despues por una misma cantidad el numerador y el denominador del esponente fraccionario, se verificarán las equivalencias que siguen.

Raiz de una cantidad que tiene esponente fraccionario. Se divide el esponente por el índice.

$$\sqrt[2]{a^{\frac{2n}{m}}}=a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{2n}{2m}};$$

$$\sqrt[3]{a^{\frac{3n}{m}}}=a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{3n}{3m}};$$

$$\sqrt[p]{a^{\frac{pn}{m}}}=a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{pn}{pm}};$$

En general, suponiendo $k$ el esponente que deba resultar; la suposicion $\sqrt[p]{a^{\frac{n}{m}}}=a^k$ conduce á la igualdad de potencias del grado $p$, $a^{\frac{n}{m}}=a^{kp}$; á la cual es consiguiente $\frac{n}{m}=kp$, y de aqui, por lo demostrado (71. 5.°), (72. 1.ª) y (112), sale $k=\frac{n}{mp}$ Luego, será $\sqrt[p]{a^{\frac{n}{m}}}=a^{\frac{n}{mp}}$.

FIGURA 35

# Lacroix, Silvestre François

Traité èlémentaire de calcul differentiel et de calcul integral / par S.F. Lacroix
5e éd., rev., corr. et augm.

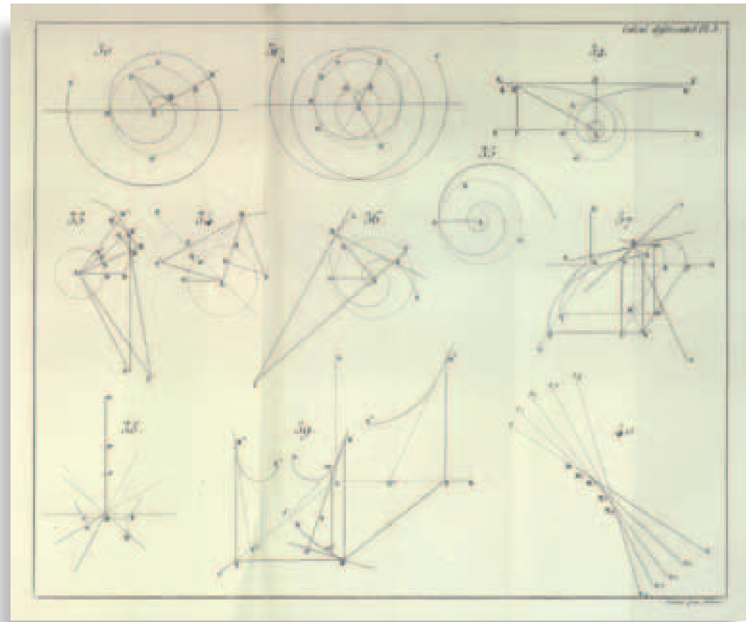
Paris : Bachelier, imprimeur-libraire, 1837
XVI, 736 p., [5] h. de lám. pleg. ; 20 cm

Silvestre F. Lacroix (1765–1843) fue profesor en varias escuelas técnicas en Francia y aunque no es reconocido como un matemático destacado en el sentido de los resultados que demostró, sí ha tenido una gran influencia como autor de libros de esta materia.

Este texto tuvo una gran aceptación e influencia, siendo traducido a varios idiomas y usado como libro de texto en numerosas universidades hasta bien entrado el siglo XIX, tiempo después de las publicaciones habitualmente consideradas más rigurosas de A. Cauchy.

En cuanto a su contenido, Lacroix presenta todo el cálculo diferencial e integral que se puede encontrar en un libro de texto actual, así como aplicaciones, principalmente, a geometría analítica. Incluye desde funciones elementales, derivadas o ecuaciones diferenciales hasta integración de funciones racionales e irracionales o rectificación de curvas.





Traité èlémentaire
de calcul differentiel
et de calcul integral.

seront aussi des différentielles exactes; ainsi $z$ étant un facteur propre à rendre intégrable l'équation $M\mathrm{d}x+N\mathrm{d}y=0$, le produit $z\varphi(u)$ jouira de la même propriété.

Il suit de là, que si l'on parvenait à découvrir deux facteurs distincts, propres à rendre intégrable l'équation différentielle proposée, on aurait sur-le-champ son intégrale; car l'un de ces facteurs étant pris pour $z$, l'autre serait de la forme $z\varphi(u)$, et en posant $\frac{z\varphi(u)}{z}=c$, on en conclurait $\varphi(u)=c$, ce qui revient à $u=const.$

291. Il y a des cas où le facteur $z$ ne doit renfermer que l'une des variables $x$ ou $y$, et alors il est aisé d'en obtenir l'expression au moyen de l'équation $(A)$. Supposant en effet dans cette équation, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=0$, elle deviendra

$$-N\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}+z\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y}-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}\right)=0,$$

et l'on en tirera

$$\frac{\mathrm{d}z}{z}=\frac{1}{N}\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y}-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x,$$

équation qui aura lieu si la quantité

$$\frac{1}{N}\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y}-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}\right)$$

se réduit à une fonction de $x$. En représentant cette fonction par $X$, et en intégrant, on trouvera

$$\mathrm{l}z=\int X\mathrm{d}x,\quad \text{ou}\quad z=e^{\int X\mathrm{d}x}\quad (283).$$



Cette formule s'applique à l'équation

$$\mathrm{d}y+Py\mathrm{d}x=Q\mathrm{d}x,$$

puisqu'il vient

$$M=Py-Q,\quad N=1,\quad \frac{1}{N}\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y}-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}\right)=P,$$

et par conséquent $z=e^{\int P\mathrm{d}x}$. Multipliant ensuite l'équation $\mathrm{d}y+Py\mathrm{d}x-Q\mathrm{d}x=0$ par $e^{\int P\mathrm{d}x}$, on trouve $e^{\int P\mathrm{d}x}\mathrm{d}y+(Py-Q)\,e^{\int P\mathrm{d}x}\mathrm{d}x=0$; intégrant le terme $e^{\int P\mathrm{d}x}\mathrm{d}y$, par rapport à $y$, on obtient $u=ye^{\int P\mathrm{d}x}+X$, $X$ étant une fonction de $x$, déterminée par l'équation

$$\frac{\mathrm{d}.\,ye^{\int P\mathrm{d}x}}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}x}=(Py-Q)e^{\int P\mathrm{d}x},$$

de laquelle on tire

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}x}=-e^{\int P\mathrm{d}x}Q,\quad X=-\int e^{\int P\mathrm{d}x}Q\mathrm{d}x,$$

et par conséquent

$$ye^{\int P\mathrm{d}x}-\int e^{\int P\mathrm{d}x}Q\mathrm{d}x=C,$$

ou, comme dans le n° 285,

$$y=e^{-\int P\mathrm{d}x}\left(\int e^{\int P\mathrm{d}x}Q\mathrm{d}x+C\right).$$

Je ne m'arrêterai point au cas où le facteur $z$ ne devrait renfermer que la variable $y$; on voit aisément que son expression serait alors $z=e^{\int Y\mathrm{d}y}$, en faisant

$$Y=\frac{1}{M}\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}-\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y}\right),$$

FIGURA 36

# Lacroix, Silvestre François, 1765-1843

Curso completo elemental de matemáticas puras / compuesto en frances por S.F. Lacroix ; traducido al castellano por D. Josef Rebollo y Morales... ; Tomo II. Algebra
6ª ed.

Madrid : Imp. Nacional, 1846
v. : il. ; 20 cm

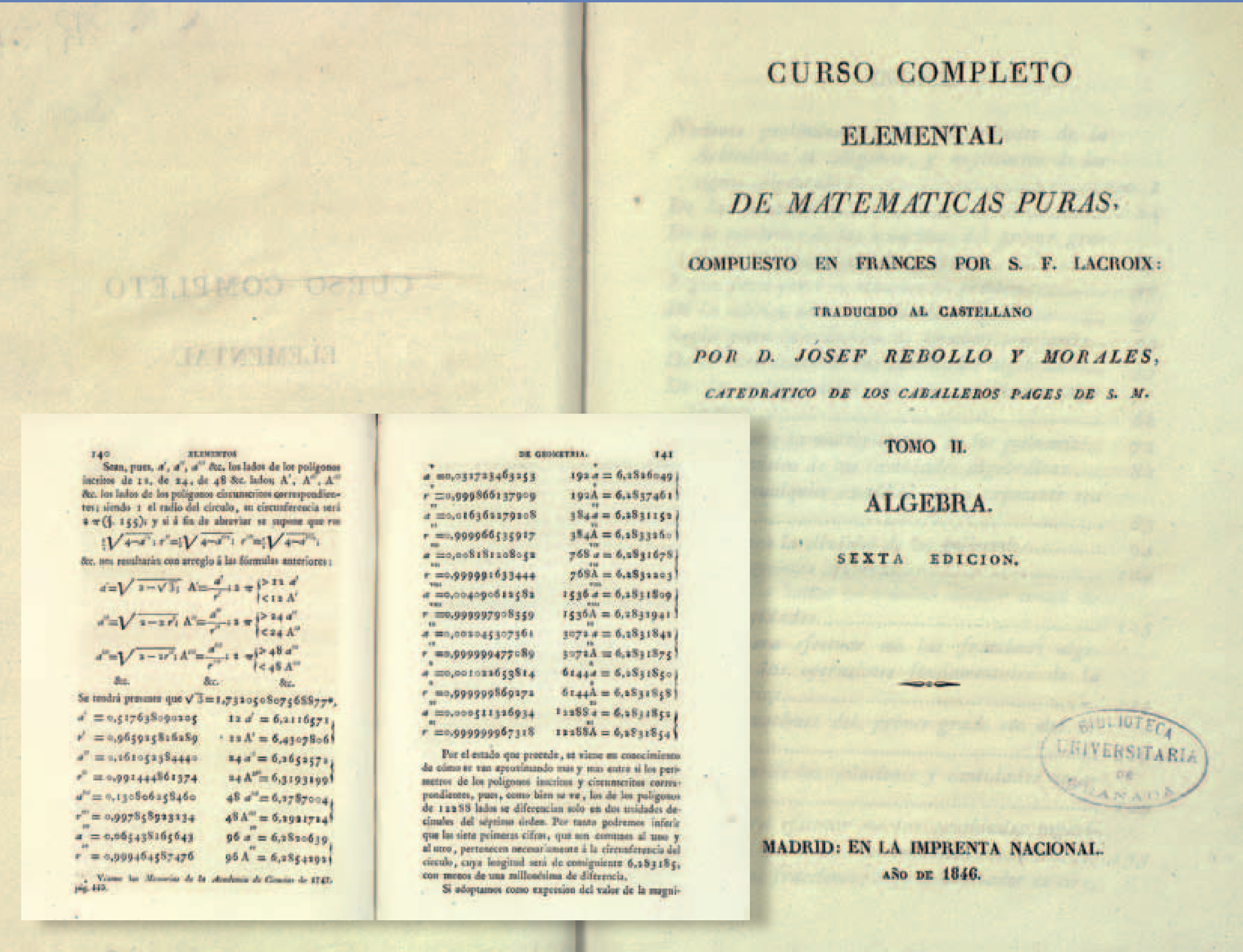
Elementos de geometría / dispuestos por S.F. Lacroix ; undécima edición, traducida por José Rebollo y Morales... ; Tomo III
4ª ed. corr.

Madrid : Imprenta Nacional, 1846
v. : il. ; 20 cm

Estos dos ejemplares son los tomos II y III del *Curso completo elemental de matemáticas puras* y están dedicados, respectivamente, al álgebra y a la geometría. Se trata de una traducción al castellano del texto en francés escrito por Lacroix.
Según se indica en el libro *Cuenta dada de su vida política por Don Manuel Godoy, príncipe de la Paz; ó sean memorias críticas y apologéticas para la historia del reinado del Señor D. Carlos IV de Borbon*, (sic), de Manuel de Godoy, publicado en Madrid por la imprenta de I. Sancha, 1838,
"Don José Rebollo y Morales, catedrático de la escuela de los pages del rey, comenzó á publicar en 1807 su traducción del Curso completo elemental de matemáticas puras de Mr. Lacroix, adoptado entonces por el gobierno francés para todos los liceos y escuelas secundarias. Rebollo mejoró todavia el método original, le hizo varias adiciones muy necesarias, y ordenó é ilustró su traduccion de modo que resultase en ella una obra enteramente nacional", (sic)

BHR/B-020-302
BHR/B-020-303

Elementos de geometría.



CURSO COMPLETO

ELEMENTAL

*DE MATEMATICAS PURAS,*

COMPUESTO EN FRANCES POR S. F. LACROIX:

TRADUCIDO AL CASTELLANO

*POR D. JOSEF REBOLLO Y MORALES,*

*CATEDRATICO DE LOS CABALLEROS PAGES DE S. M.*

TOMO II.

ALGEBRA.

SEXTA EDICION.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA DE GRANADA

MADRID: EN LA IMPRENTA NACIONAL.

AÑO DE 1846.

FIGURA 37

# Cournot, Antoine Agoustin, 1801-1877

Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal / par A.A. Cournot... ; tome premier

Paris : chez L. Hachette ... : Imprimeriè de Firmin Didot Frères, 1841
XIX, 494, [2] p., [4] h. de grab. pleg. : gráf. ; 22 cm

Antonine A. Cournot (1801–1877) fue un matemático francés del siglo XIX, estudiante de la Escuela Normal Superior y, posteriormente, profesor de matemáticas en Grenoble. Es conocido principalmente por su aplicación de las matemáticas al estudio de problemas económicos.

En este libro se presenta en primer lugar la integración de funciones de una variable real. Comenzando con la integración de funciones algebraicas, funciones transcendentes para terminar con integrales elípticas. Además de las aplicaciones usuales relacionadas con la geometría, la segunda parte del texto presenta un desarrollo muy completo de las ecuaciones ordinarias, sistemas de ecuaciones y algunas pinceladas sobre la resolución de ecuaciones en derivadas parciales. Termina con diferencias finitas y un breve repaso a las funciones de variable compleja.



Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal.

# CHAPITRE V.

## NOTIONS SUR LA FORMATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES A UNE OU PLUSIEURS VARIABLES INDÉPENDANTES.

### § 1er. Des équations différentielles entre deux variables seulement.

162. Lorsqu'on différentie l'équation

$$f(x,y)=a, \qquad (a)$$

$a$ désignant une constante, l'équation différentielle du premier ordre

$$\frac{df}{dx}+\frac{df}{dy}y'=0, \qquad (a')$$

d'où la constante $a$ a disparu, exprime une relation entre $x$, $y$, $y'$, qui subsiste, quelle que soit la valeur particulière attribuée à cette constante dans l'équation ($a$). Si l'on considère celle-ci comme appartenant à une série de courbes qui ne diffèrent les unes des autres que par la variation du paramètre $a$, l'équation ($a'$) exprimera une propriété commune à toutes ces courbes : propriété en vertu de laquelle la direction de la tangente est déterminée, lorsqu'on assigne les coordonnées $x$, $y$ du point de contact.

C'est ainsi qu'en différentiant l'équation

$$x^2+y^2=a,$$

on a

$$x+yy'=0, \text{ ou } y'=-\frac{x}{y}.$$

Tant que le paramètre $a$ reste indéterminé, la première



équation appartient à un cercle de rayon quelconque, ayant pour centre l'origine des coordonnées; et la seconde équation exprime une propriété commune à tous ces cercles concentriques, celle d'avoir leur tangente perpendiculaire à la droite menée de l'origine au point de contact.

Quand le paramètre $a$ est combiné d'une manière quelconque avec les variables $x$, $y$ dans l'équation

$$F(x,y,a)=0, \qquad (b)$$

en général, ce paramètre entre encore dans la composition de l'équation différentielle

$$\frac{dF}{dx}+\frac{dF}{dy}y'=0; \qquad (b')$$

mais si l'on opère l'élimination de $a$ entre les équations ($b$) et ($b'$), on pourra appliquer à l'équation résultante

$$f(x,y,y')=0 \qquad (c)$$

ce que nous disions tout à l'heure de l'équation ($a'$) : elle exprimera une propriété dont jouissent en tous leurs points toutes les courbes que l'équation ($b$) représente successivement, quand on attribue à $a$ une suite de valeurs différentes.

Si l'on se donne arbitrairement la valeur de $y$ qui répond à une valeur quelconque de $x$, la valeur de la constante $a$ se trouve implicitement déterminée : car, soient $x_0$, $y_0$ ces deux valeurs correspondantes de $x$ et de $y$, on a entre $x_0$, $y_0$, $a$ l'équation

$$F(x_0,y_0,a)=0.$$

La valeur de $a$ qui s'en déduit étant substituée dans l'équation ($b$), celle-ci représente une courbe déterminée et assujettie à passer par le point ($x_0$, $y_0$).

Après qu'on a déterminé la valeur de $a$, on peut tirer de l'équation ($b$) les valeurs de la fonction $y$ qui corres-

FIGURA 38

# Poncelet, Jean Victor

**Applications d'analyse et de géométrie : qui ont servi de principal fondement au Traité des propriétés projectives des figures / par J.-V. Poncelet ; avec additions par Mm. Mannheim et Moutard... ; Tome deuxième et dernier**

Paris : Gauthier-Villars, imprimeur libraire... Successeur de Mallet-Bachelier, 1864
2 v. : il ; 21 cm

Jean-Victor Poncelet (1788 -1867), matemático e ingeniero francés, fue uno de los fundadores de la geometría proyectiva moderna. Como teniente de ingenieros, en 1812 participó en la campaña de Napoleón contra Rusia, donde fue responsable de la construcción de los puentes sobre el rio Dnieper en Smolensk bajo el fuego de las tropas enemigas. Poncelet fue dado por muerto después de la Batalla de Krasnoi, no lejos de Smolensk y permaneció encarcelado en Saratov hasta su regreso a Francia en 1814.

Durante su encarcelamiento, recordó los principios fundamentales de la geometría pero, olvidando los detalles de lo que había aprendido de Monge, Carnot y Brianchon, pasó a desarrollar propiedades proyectivas de las cónicas. Llamó a las notas que hizo el "cuaderno Saratov". No fue hasta cincuenta años después cuando incorporó gran parte de lo que había escrito en aquellas notas en su tratado sobre geometría analítica *Applications d'analyse et de géométrie* (1864).

En esta obra Poncelet plantea el estudio de determinadas propiedades gráficas de las figuras, propiedades que él mismo define como aquellas que no implican magnitud cualquiera de las distancias o ángulos. Busca configuraciones proyectivamente invariantes y ataca el problema de los puntos imaginarios en la geometría con una valentía y rigor nunca antes mostrada por ninguno de sus predecesores. Para él, dos círculos coplanares no deben ser considerados como figuras totalmente independientes, sino que tendrán dos puntos imaginarios comunes en el infinito, siendo éste el primer anuncio claro de uno de los principios básicos de la geometría métrica.

402 V[e] CAHIER. — ESSAI SUR LES PROPRIÉTÉS PROJECTIVES

cette perpendiculaire soient menées les tangentes AT, AT' au cercle (C), puis la corde de contact TT', polaire du point A : elle ira couper AC en un point B', qui sera réciproquement le pôle de la direction donnée DE (5), car cette droite est parallèle à la corde TT'.

Cela posé, concevons la circonférence (P), qui, passant par le point A, coupe à angles droits la série de cercles proposée : elle renfermera nécessairement le pôle B' (41); mais l'angle B'AE est droit, par hypothèse; donc l'extrémité B du diamètre BPB' appartiendra à la droite donnée, et par conséquent le point B', pôle de cette droite et du cercle (C), appartient, de son côté, à la courbe des réciproques de cette même droite (43); théorème que l'on peut énoncer ainsi :

THÉORÈME VII. — *La section conique, lieu de tous les points réciproques d'une droite donnée à volonté sur le plan d'un système de cercles qui ont une corde commune, est aussi le lieu de tous les pôles de cette même droite par rapport aux cercles dont se compose le système.*

47. Nous ne pousserons pas plus loin, pour le moment, ces considérations sur les suites de cercles qui ont une corde réelle ou idéale commune : peut-être trouvera-t-on que nous avons déjà trop dit à ce sujet; ce qui suit concernera principalement les propriétés appartenant aux cordes communes au système simple de deux circonférences de cercle situées sur un même plan.

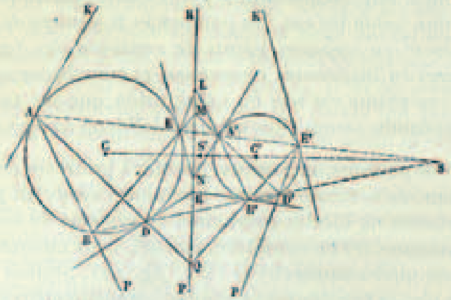
Rappelons d'abord quelques définitions et quelques propositions généralement connues.

Soient (C) et (C'), *fig.* 158, deux circonférences de cercle situées sur un même plan; on sait qu'il existe toujours, sur la ligne CC' de leurs centres, deux points S et S' par lesquels passent respectivement les deux faisceaux de droites qui joignent les extrémités de deux rayons parallèles quelconques, selon que ces rayons sont dirigés dans le même sens ou en sens contraire par rapport aux centres C et C'. On sait aussi que ces points sont en même temps ceux où concourent respectivement les tangentes extérieures et intérieures communes aux deux cercles, quand ces tangentes sont réelles et possibles. Afin de distinguer ces points entre eux et de tout

DES SECTIONS CONIQUES. 403

autre point du plan des deux cercles correspondants, les géomètres ont donné, depuis quelque temps, le nom de centre

Fig. 158.



de *similitude directe* au point S où concourent les tangentes extérieures communes, et celui de centre de *similitude opposée* au point S' où concourent, au contraire, les tangentes intérieures communes.

Ces définitions sont aussi simples que naturelles, puisque deux circonférences de cercle, situées sur un même plan, sont respectivement semblables et semblablement placées à l'égard de chacun de ces points. On en peut dire autant de l'expression d'*axe radical* employée pour désigner la corde commune à deux cercles; mais les unes et les autres offrent le désavantage de ne présenter qu'un caractère particulier de l'objet défini, applicable seulement au cas du cercle, et de faire perdre de vue, par conséquent, la dépendance générale et purement graphique qui lie cet objet aux autres parties de la figure : or, le but principal de ces recherches étant de généraliser et d'étendre immédiatement la conception géométrique des figures, nous croyons devoir ne pas abandonner entièrement la définition primitive et jusque-là généralement admise, de *points de concours des tangentes communes;* seulement, pour éviter l'espèce de contradiction qui peut avoir lieu, dans certains cas, entre les termes et les objets qu'ils servent à désigner, nous continuerons à employer les adjectifs *réel* et *idéal*, qui ne portent que sur la manière d'être de

26.

Applications d'analyse et de géométrie.

FIGURA 39

# León y Ortíz, Eduardo

Discurso que en la Universidad de Granada pronunció en la solemne apertura del curso académico de 1878 a 1879 / el doctor don Eduardo León y Ortíz...

Granada : Imprenta de I. Ventura Sabatel, 1878
13 p. ; 28 cm.

"Con bellísimo cielo, un monumento en cada colina y un hecho glorioso en cada página de su historia ¿qué ciudad pudo hablar más a la fantasía ni elevar más el sentimiento que la famosa Atenas? [...] Y con tal precedente en la historia, ¿podían las condiciones poéticas ser parte a hacerme vacilar en el tema? ¡Cómo! ¿Las molduras de la Alhambra serían menos propicias a las ciencias abstractas que las columnas del Partenón?"
Así iniciaba Don Eduardo León y Ortiz, catedrático de la Facultad de Ciencias, el discurso de apertura del curso académico 1878-79 en la Universidad de Granada, y lo terminaba con el célebre "No entre aquí quien no sepa Geometría". Más de un siglo después permanecemos en el ilusorio género académico.



Discurso que en la Universidad de Granada pronunció en la solemne apertura del curso académico de 1878 a 1879 / el doctor don Eduardo León y Ortíz...

## *Ilmo. Señor:*

Con bellísimo cielo, un monumento en cada colina y un hecho glorioso en cada página de su historia, ¿qué ciudad pudo hablar más á la fantasía ni elevar más el sentimiento que la famosa Atenas? Y en efecto aquella mansion la amaron las Musas predilectamente. Sombras inmortales, evocadas por Esquilo y Sófocles, hicieron derramar tiernas lágrimas, conmoviendo con sus trágicos infortunios, y en el Pnyx, no obstante quedar á sus espaldas oculto el Pireo, recuerdo de tanta gloria y poderío, resonó la más hermosa elocuencia, tanto más hermosa cuánto que tenia por objeto conservar puro el santo amor de la patria. Pero tambien allí la filosofía y las matemáticas brillaron con esplendor, y en el seno de una Academia celebérrima un gran maestro, cuyo nacimiento no quiere ceder Atenas á su cercana isla Egina, el divino Platon, emprendia con sus discípulos las más abstractas especulaciones, inquiriendo, con ocasion de las doctrinas de Parménides, si de algun modo podia ser el no ser, al propio tiempo que ideando secciones en el cono, abria el derrotero de las más famosas investigaciones matemáticas. ¡Grandes guerreros, artistas, poetas, filósofos y matemáticos fueron atenienses!

Y con tal precedente en la historia, ¿podian las condiciones poéticas de Granada ser parte á hacerme vacilar en la eleccion de tema? ¡Cómo! ¿las molduras de la Alhambra serian menos propicias á las ciencias abstractas que las columnas del Parthenon? Si aquí en la celebrada vega deleita el curso del Genil y la enhiesta cima de Mulahasen realza el fondo del panorama, ¿no extasiaba á los poetas, allá en Atenas, la corriente del Cefiso y no se embellecia la perspectiva del Acrópolis al proyectarse sobre la falda del Himeto? Y cuando, para más completo parecido, atraida por los acentos de un gran poeta, honra de Granada, la poesía de Atenas, acompañando á la sombra de Edipo, se ha complacido en visitar este suelo, ¿la ciencia, allí cultivada, le miraria como extraño? Mia fe, nunca supe imaginarlo, y al venir á mí, por no sé que mal consejo de la fortuna, la tarea, tan árdua por el desempeño como gustosa por el objeto, de alentar á la juventud, en este venerando recinto congregada para dar comienzo á un brillante año académico, juzgué desde luego que un tema, merced al cual, á la luz de la filosofía, se viera la obra de las matemáticas en la depuracion de sus conceptos trascendentales, sería tan adecuado á excitar el talento de todos, que poderosos, con el calor de sus propias ideas, á discurrir ámpliamente sobre el punto propuesto, apenas si pensarian en cotejar con lo valioso que se les ocurría, lo que sin mérito se les presentaba. Del agrado de mis compañeros en el profesorado era ofensa preocuparme: que siempre fué de grandes sabios oir con cariñosa benevolencia á todos, aun á quien, si no es por el afan de aprender, por otra cosa no acertaria á igualárseles. Así aliviadas y seducidas mis fuerzas, con algun más aliento del que en otro caso tendria, entro á ocuparme:

FIGURA 40

# Dirichlet, Peter Gustav Lejeune, 1805-1859

Vorlesungen über Zahlentheorie / von P.G. Lejeune Dirichlet ; herausgegeben und mit zusätzen Versehen von R. Dedekind...
3. umgerarb. und verm. Aufl.

Braunschweig : Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, 1879
XVI, 627 p. ; 21 cm

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859) fue un matemático alemán al que se le atribuye la definición moderna de función y que aportó importantes contribuciones en análisis de Fourier y teoría de números.

Tras la muerte de Dirichlet, su amigo y colega matemático Richard Dedekind recopiló, editó y publicó sus lecciones y otros resultados en teoría de números bajo el título *Vorlesungen über Zahlentheorie* (Lecciones sobre teoría de números). Esta obra está basada en el curso sobre teoría de números impartido por Dirichlet en la Universidad de Göttingen. Constituye un punto de inflexión entre la teoría clásica de números tratada por Fermat, Jacobi y Gauss y la teoría moderna de números de Dedekind, Riemann y Hilbert. Aunque no aparece explícitamente el concepto de grupo, en muchas demostraciones se reconoce implícitamente la teoría de grupos. Esta obra contiene además uno de lo resultados clave de la teoría analítica de números: la progresión aritmética p + qn contiene infinitos números primos siempre que los números enteros p y q sean primos relativos.

BHR/B-001-205

dass die Differenz $a - b$ durch $k$ theilbar ist; offenbar behalten die vorstehenden Sätze auch nach dieser Erweiterung ihre volle Gültigkeit.

## §. 18.

Da jede beliebige Zahl $a$ ihrem Reste $r$ in Bezug auf den (positiven) Modul $k$ congruent ist, so ist jede Zahl $a$ einer der $k$ Zahlen

$$0, 1, 2 \ldots (k-1)$$

congruent; sie kann aber auch nur einer dieser Zahlen congruent sein, denn sonst müssten ja auch unter diesen $k$ Resten mindestens zwei einander congruent sein, was offenbar nicht der Fall ist. Theilen wir daher sämmtliche Zahlen in *Classen* *) ein nach dem Princip, dass wir jedesmal zwei Zahlen in dieselbe oder in verschiedene Classen werfen, je nachdem sie in Bezug auf den Modulus $k$ congruent sind oder nicht, so ist die *Anzahl* dieser Classen offenbar $= k$; die eine enthält sämmtliche Zahlen, welche $\equiv 0 \pmod{k}$, d. h. durch $k$ theilbar sind; die folgende Classe enthält alle Zahlen, welche $\equiv 1 \pmod{k}$ sind, u. s. f.

Greift man nun aus jeder dieser Classen nach Belieben ein Individuum heraus, so hat das so gebildete System von $k$ Zahlen die charakteristische Eigenschaft, dass jede beliebige ganze Zahl stets einer und auch nur einer von diesen $k$ Zahlen congruent ist; ein solches System, wie es z. B. auch die Zahlen

$$0, 1, 2 \ldots (k-1)$$

bilden, nennt man ein *vollständiges System nicht congruenter* (oder *incongruenter*) *Zahlen* oder ein *vollständiges Restsystem* in Bezug auf den Modul $k$; offenbar bilden auch die Zahlen

$$1, 2, 3 \ldots k$$

und ebenso je $k$ successive ganze Zahlen ein solches System.

Alle Zahlen, welche einer und derselben Classe angehören, haben nun mehrere allen gemeinschaftliche Eigenschaften, so dass sie in Bezug auf den Modul fast die Rolle einer einzigen Zahl spielen. Wir haben schon früher gesehen, dass jede Zahl, welche

*) In dieser Bedeutung scheint das Wort *Classe* zuerst von *Gauss* gebraucht zu sein in der Abhandlung *Theoria residuorum biquadraticorum*. II. art. 42.



in einer Congruenz als Summand oder als Factor auftritt, unbeschadet der Richtigkeit der Congruenz durch jede andere ihr congruente, d. h. derselben Classe angehörige Zahl ersetzt werden darf. Ein anderes Element, welches allen in einer Classe enthaltenen Individuen gemeinschaftlich ist, bildet der grösste Divisor, den sie mit dem Modul $k$ gemeinschaftlich haben; denn sind $a$ und $b$ zwei congruente Zahlen, so ist

$$a = b + sk,$$

folglich ist jeder gemeinschaftliche Divisor von $a$ und $k$ auch gemeinschaftlicher Divisor von $b$ und $k$, und umgekehrt. Man kann daher nach diesem grössten gemeinschaftlichen Divisor die Classen wieder in Gruppen eintheilen, und da die Zahlen

$$1, 2 \ldots k$$

ein vollständiges System incongruenter Zahlen bilden, so ist (nach §. 13), wenn $\delta$ irgend einen Divisor von $k = n\delta$ bezeichnet, $\varphi(n)$ die Anzahl derjenigen Classen, welche solche Zahlen enthalten, die $\delta$ zum grössten gemeinschaftlichen Divisor mit dem Modul $k$ haben. Speciell ist also $\varphi(k)$ die Anzahl derjenigen Classen, welche nur Zahlen enthalten, die relative Primzahlen gegen den Modulus $k$ sind.

Von besonderer Wichtigkeit für spätere Untersuchungen ist auch noch folgender Satz:

*Ist $a$ relative Primzahl gegen den Modulus $k$, und setzt man in dem linearen Ausdruck $ax + b$ für $x$ der Reihe nach alle $k$ Glieder eines vollständigen Systems incongruenter Zahlen ein, so bilden die so entstehenden Werthe dieses Ausdrucks wieder ein vollständiges System incongruenter Zahlen.*

Da nämlich aus

$$ax + b \equiv ay + b \pmod{k}$$

auch

$$ax \equiv ay \pmod{k}$$

und, da $a$ relative Primzahl gegen $k$ ist, nach §. 17, 6. auch

$$x \equiv y \pmod{k}$$

folgt, so ergiebt sich, dass alle Werthe des Ausdrucks $ax + b$, welche incongruenten Werthen von $x$ entsprechen, ebenfalls incongruent sind; setzt man daher für $x$ alle $k$ incongruenten Zahlen ein, so erhält der Ausdruck $ax + b$ auch $k$ incongruente Werthe, welche, da es überhaupt nur $k$ Classen giebt, ein vollständiges System incongruenter Zahlen bilden.

Vorlesungen über Zahlentheorie.

FIGURA 41

# Serret, Joseph Alfred, 1819-1885

Cours d'algèbre supérieure / par J.-A. Serret... ; tome second
5e éd.

Paris : Gauthier-Villars... Successeur de Mallet-Bachelier, 1885
XII, 694 p. ; 22 cm

Joseph Alfred Serret (1819-1885) nació en París y murió en Versalles. Se graduó en la prestigiosa École Polytechnique en 1840 donde llegó a ser examinador de candidatos a ingresar, cargo de gran prestigio por su relevancia. También fue miembro del Bureau des Longitudes al que pertenecía o había pertenecido lo más granado de la ciencia francesa como Laplace, Lagrande, Delambre, Cassini, Legendre, Poisson o Cauchy. Su trabajo en las matemáticas no se limitó al álgebra: en geometría diferencial son bien conocidas las fórmulas de Frenet-Serret y trabajó también en teoría de números y en mecánica celeste. Fue profesor de Camille Jordan a quien le dirigió su tesis doctoral. Editó la obra de Lagrange.

El *Cours d'algèbre supérieure* es una obra enciclopédica dividida en dos tomos. En la introducción del primer tomo aparece la conocida y citada opinión de que el "álgebra es propiamente hablando el análisis de las ecuaciones". ¡Qué contraste con el contenido de los libros de álgebra de Bourbaki o de la geometría algebraica actual!

La obra está dividida en cinco secciones; las dos primeras, dedicadas, respectivamente, a "las propiedades generales y la resolución numérica de ecuaciones" y a "las funciones simétricas", son el contenido del primer tomo. Este tomo segundo contiene las tres secciones restantes que están dedicadas a "las propiedades de los números enteros", "las sustituciones" y "la resolución algebraica de ecuaciones".

El impresor-librero de Paris es Gauthier-Villars, sucesor del famoso Mallet-Bachelier, que imprimía libros para l'Ecole Polytechniqe y para el Bureau des Longitudes. Los temas tratados están orientados a resumir las lecciones profesadas por el autor en la Sorbona.

du premier membre V de la proposée. On fera la division à la manière ordinaire et l'on égalera à zéro les $p$ termes du reste; on aura ainsi $p$ équations dont les $p-1$ premières détermineront $Q_2, Q_3, \ldots$, en fonction de $X_0$, la dernière étant alors satisfaite d'elle-même. Il est évident que $Q_2, Q_3, \ldots$ doivent s'exprimer rationnellement en fonction de $X_0$, puisque toutes ces fonctions sont semblables. On aura donc enfin, par ce moyen, les $n$ équations de degré $p$ dans lesquelles peut se décomposer l'équation proposée.

Tel est le point où les travaux de Lagrange ont ramené la question de la résolution algébrique des équations. La fonction résolvante nous a donné la résolution des équations du troisième et du quatrième degré; mais elle n'est d'aucune utilité pour les équations générales de degré supérieur au quatrième, dont, au surplus, la résolution est aujourd'hui démontrée impossible. Toutefois on verra plus loin que la considération de cette fonction résolvante conduit à la résolution algébrique d'une classe fort étendue d'équations de degrés quelconques.

A la même époque où Lagrange publiait, à Berlin, le Mémoire dont nous venons de présenter les résultats principaux, Vandermonde s'occupait de la même question et présentait à l'Académie des Sciences de Paris un beau Mémoire où, par des considérations différentes de celles de Lagrange, il arrivait pourtant aux mêmes conséquences. Je me borne ici à indiquer ce travail de Vandermonde, imprimé dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris* (année 1771).



# CHAPITRE II.

## DE L'IMPOSSIBILITÉ DE LA RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE DES ÉQUATIONS GÉNÉRALES AU DELA DU QUATRIÈME DEGRÉ.

### *Des fonctions algébriques.*

**522.** Les considérations que nous avons développées dans le Chapitre précédent donnent lieu de penser qu'il est impossible de résoudre algébriquement les équations générales de degré supérieur au quatrième. Abel est parvenu à démontrer rigoureusement cette impossibilité par une méthode qui a été simplifiée ensuite par Wantzel dans quelques-unes de ses parties.

Résoudre une équation algébriquement, c'est former une fonction algébrique des coefficients qui, substituée à l'inconnue, satisfasse identiquement à l'équation; la première chose à faire, pour reconnaître si une équation est soluble ou non algébriquement, est donc d'étudier la forme générale des fonctions algébriques. C'est cette étude que nous allons faire ici, et nous en conclurons ensuite facilement l'impossibilité de résoudre algébriquement les équations générales de degré supérieur au quatrième.

Soient

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_k$$

$k$ quantités quelconques indépendantes, et $v$ une fonction de ces quantités; $v$ sera une *fonction algébrique*, si on peut l'exprimer en $x_1, x_2, x_3, \ldots$, par le moyen des opérations suivantes, effectuées un nombre fini de

FIGURA 42

# Jevons, William Stanley, 1835-1882

Nociones de lógica / por W. Stanley Jevons... ; con diagramas

New York : D. Appleton y Compañía, 1885
180 p. : il. ; 15 cm

En 1883 el poeta cubano José Martí recibió el encargo de D. Appleton y Compañía, Nueva York, de realizar la traducción del libro *Nociones de Lógica* de W. Stanley Jevons. En una carta de 1883 dirigida a su hermana Amelia escribe: "Anoche puse fin a la traducción de un libro de lógica, que me ha parecido -a pesar de tener yo por maravillosamente inútiles tantas reglas pueriles- preciosísimo libro, puesto que con el producto de su traducción puedo traer a mi padre a mi lado" (José Martí, Obras Completas). La traducción realizada por Martí es clara y denota dominio sobre el tema, ya que el 30 de agosto de 1873 este solicita examen de asignaturas como lógica y ética, física, química, historia natural y fisiología en la Universidad de Zaragoza.

Las *Nociones de Lógica* de Jevons se inician con una introducción encaminada a explicar en qué consiste la Lógica y cuál es su utilidad. El libro es una continuación del programa de Boole, cuyo mérito reconoce pero en el que introduce mejoras como el abogar por el sentido inclusivo del disyuntor o un método mecánico para realizar inferencias. Entre los temas que aborda este texto traducido por Martí, figuran: ¿Qué es el razonamiento deductivo?; diferentes clases de términos y nombres; el uso de las palabras; cómo y por qué clasificamos las cosas; de las proposiciones; de las reglas del silogismo; del razonamiento inductivo; del razonamiento por analogía; acerca de las falacias.

Stanley Jevons nació en Liverpool el 1 de septiembre de 1835. Comienza sus estudios en el University College de Londres, donde, después de diversos puestos en Australia e Inglaterra, acaba como profesor en 1876. Jevons estudió principalmente las ciencias naturales, pero su interés se desplazó hacia la lógica y la economía, los dos campos en los que pronto adquirió fama internacional; hoy se le recuerda como uno de los impulsores del tratamiento matemático de la economía. Débil de salud, muere trágicamente ahogado en un balneario a los 47 años.

*rivar una conclusión negativa, á menos que una de las premisas sea negativa.* Imaginemos, para entender esto con toda claridad, que una proposi-


Fig.13.

ción negativa que separa sus términos, está representada por dos círculos separados. Si decimos: "Todos los negros son de tez oscura:" "ningún inglés es de tez oscura," el círculo de "negros" está dentro del de los "de tez oscura," mientras que el de los ingleses está fuera: de modo que el círculo de los ingleses debe quedar separado del de los negros, dando así un resultado negativo. Es verdad que podemos arreglar de otro modo los términos. Las premisas podrían ser: "Todos los negros son de tez oscura": "ningún chino es negro." El círculo de negros está, como en la figura anterior, dentro del de los hombres "de tez oscura"; pero el círculo de los chinos, aunque separado del de los negros, que es lo que hasta ahora afirma la proposición, puede estar completamente fuera del círculo de los "de tez oscura," ó en parte fuera y en parte dentro, ó completamente dentro. Tales premisas nada nos dicen, por consiguiente, de la posición relativa de los chinos y los negros, y vemos que



de una premisa negativa podemos obtener una conclusión negativa, ó no obtener conclusión alguna.

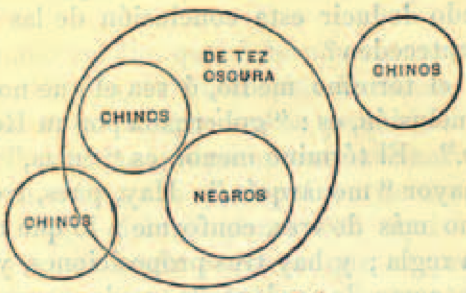



Fig.14.

Dice la segunda parte de la regla que no se puede obtener una conclusión negativa, á menos que una premisa no sea negativa. Para probarnos esto, no tenemos más que indicar, por medio de un círculo auxiliar, cómo un círculo está separado de otro. No podemos indicar esto sino poniendo uno de los círculos dentro del tercer círculo auxiliar, y otro fuera. Y poner un círculo fuera de otro indica, como ya hemos visto á menudo, términos separados: proposición negativa.

Todo el que desee ser buen lógico debe recordar las reglas del silogismo, y habituarse á conocer rápidamente si el argumento que se presenta como silogismo obedece ó nó á estas reglas. Veamos aún, en algún otro ejemplo, el modo de examinar un argumento, y ver si es buen silogismo ó nó.

Sea éste el ejemplo:

"Toda monarquía es gobernada por un Rey ó Emperador."

8

FIGURA 43

# Laurent, Henri

Traité d'algèbre a l'usage des candidats aux Ecoles du Gouvernement / par H. Laurent... ; deuxième partie, a l'usage des classes de Mathématiques spéciales

4ème éd... / revue par J.-H. Marchand...

Paris : Gauthier-Villars... Successeur de Mallet-Bachelier..., 1887
252 p.; 23 cm

Texto en francés dividido en tres partes, cada una de las cuales está dividida también en tres capítulos, que desarrollar el *Programa de los conocimientos exigidos para el acceso a las Escuelas del Gobierno*. Los contenidos incluidos abarcan el estudio de polinomios, radicales aritméticos, ecuaciones de grado bajo, funciones exponencial y logarítmica, series y fracciones continuas, funciones enteras, resolución de ecuaciones numéricas, teoría de la eliminación, fracciones racionales y estudio especial de las ecuaciones de grado tres y cuatro.

peut dire que la droite $1_\pi$ ou $-1$ est le carré de $1_{\frac{\pi}{2}}$, que l'on peut alors représenter par $\sqrt{-1}$. Toute droite pouvant être considérée comme la résultante de deux autres, l'une, $a$ ou $a_0$, parallèle à l'axe fixe, et l'autre, $b_{\frac{\pi}{2}} = b_0 . 1_{\frac{\pi}{2}} = b\sqrt{-1}$, perpendiculaire à cet axe; elle pourra être représentée par un symbole tel que

$$a + b\sqrt{-1}, \text{ etc.}$$

Hamilton (*Lectures on quaternions*) a essayé d'étendre ces notions à la Géométrie de l'espace. M. Despeyrous (*Mémoires de l'Académie de Toulouse*) a fait une tentative du même genre. Les imaginaires de M. Despeyrous sont jusqu'ici la généralisation la plus naturelle des imaginaires de Mourey; les quaternions d'Hamilton sont soumis à des règles bizarres: ainsi le produit de deux quaternions peut changer avec l'ordre des facteurs.

6. Une droite étant déterminée par ses deux extrémités, on propose de trouver son milieu en faisant usage d'un compas, mais sans se servir de la règle. (MASCHERONI.)

Les propriétés de l'hexagone régulier et la théorie de Mourey permettent de donner un grand nombre de solutions de ce problème. (*Voir* MASCHERONI, *la Géométrie du compas*. Napoléon Ier faisait, paraît-il, grand cas de cet Ouvrage.)

7. Consulter la théorie des équipollences de Bellavitis, traduite par Laisant, député.



# CHAPITRE V.

## THÉORIE GÉNÉRALE DES SÉRIES.

### 1. — DÉFINITIONS.

On appelle *série* une suite illimitée de termes qui se forment et se suivent d'après une loi déterminée. On appelle encore les séries *suites infinies*.

Une série est dite *convergente* si la somme de ses $n$ premiers termes tend vers une limite déterminée, lorsque $n$ augmente indéfiniment, en suivant du reste une loi quelconque; cette limite est ce que l'on appelle la *valeur* de la série ou la *somme de ses termes* (*).

Une série qui n'est pas convergente est appelée *divergente*. La série

$$(x_0 - x_1) + (x_1 - x_2) + (x_2 - x_3) + (x_3 - x_4) + \ldots + (x_{n-1} - x_n) + \ldots,$$

dans laquelle $x_n$ désigne un nombre qui a pour limite zéro, lorsque $n$ augmente indéfiniment, est convergente, car la somme de ses $n$ premiers termes est $x_0 - x_n$, et cette quantité a pour limite $x_0$ pour $n = \infty$.

(*) Quel est l'inventeur de la théorie des séries? C'est une question difficile à trancher; Archimède a sommé les progressions géométriques, Newton, Wallis, Leibnitz, Mercator, Maclaurin, Stirling, les Bernoulli, Euler, Lagrange, etc., ont sommé bien des séries, mais leurs raisonnements manquent en général de rigueur; Abel et Cauchy paraissent être les premiers qui aient raisonné juste dans cette branche de l'Analyse. (Lire l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla.)

Traité d'algèbre a l'usage des candidats aux Ecoles du Gouvernement.

FIGURA 44

# Garcia de Galdeano y Yanguas, Zoel

Crítica y síntesis del Algebra / por Z.G. de Galdeano...

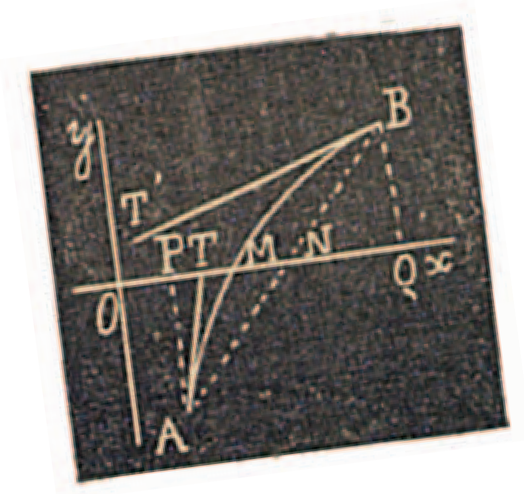
Toledo : Imprenta y Librería de J. Peláez, Sucesor de Fando, 1888
126 p.: il. ; 20 cm

Zoel García Galdeano y Yanguas (1846-1924) desempeñó, entre otras, la Cátedra de Geometría Analítica y la de Cálculo Infinitesimal en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Fundó y dirigió la primera revista estrictamente matemática publicada en España, *El Progreso Matemático*, pionera en la labor de difusión y en la apertura de canales de relación e intercambio interno y externo entre comunidades matemáticas. Participó asiduamente en congresos internacionales y en organismos directivos de la comunidad matemática internacional. Fue presidente de la Sociedad Matemática Española y de la Academia de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales de Zaragoza desde 1916 hasta su muerte. Su alumno Rey Pastor lo calificó como "apóstol de la matemática moderna".

La parte más original de la producción de García de Galdeano la representan sus trabajos de síntesis, llegando a plantear un nuevo campo de investigación y de articulación del pensamiento matemático, que él mismo definió en el Congreso de París de 1900 como la «crítica matemática». Se trata de un factor de reconstrucción racional de las matemáticas que sigue a las especulaciones de orden analítico.

Entre sus obras más destacadas en esta línea se encuentra *Crítica y Síntesis del Álgebra*, una de las tres obras que se encuadernan conjuntamente en este libro. Las otras dos son *Tratado de Aritmética* y *Problemas de Aritmética y Álgebra*, que incluye cálculo de probabilidades.





la primera; y las conocidas figuras 2.ª, 3.ª, 4.ª y 5.ª, son la representación gráfica de todas estas circunstancias respecto al primer método, expresando los catetos $PT$ la función $\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{f'(x)}$, tan importante en dichos métodos.

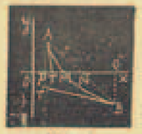


Fig. 2.ª

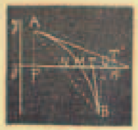


Fig. 3.ª

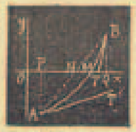


Fig. 4.ª

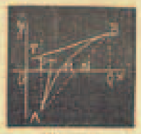


Fig. 5.ª

Pero el de Budan origina las representaciones gráficas que hacemos en las figuras 6.ª, 7.ª, 8.ª y 9.ª

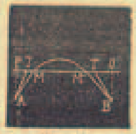


Fig. 6.ª


Fig. 7.ª


Fig. 8.ª


Fig. 9.ª

Desde luego el crecimiento ó decrecimiento de la función $\varphi(x)$ correspondiente á la igualdad ó desigualdad de signos de $f(x)$ y $f''(x)$ se halla representado por el cateto $PT$. Y en el caso de existir dos raíces reales correspondientes á los puntos $M$ y $M'$ de $f(x)=0$ entre dos límites $\alpha$ y $\xi$ correspondientes á los $P$ y $Q$, no comprendiendo además dicho intervalo ninguna raíz de $f''(x)=0$, según expresa la concavidad ó convexidad constante en el mismo (figs. 6.ª y 7.ª), se hace visible la relación

$$\frac{f(\xi)}{f'(\xi)}-\frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}<\xi-\alpha,$$

deducida de que $OT'<OT$ ó $\xi-\frac{f(\xi)}{f'(\xi)}<\alpha-\frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$; en el caso de no tener $f''(x)=0$ ninguna raíz en dicho intervalo y de tener solamente una $x_1$ la ecuación $f'(x)=0$, siendo $f(x)$ y $f''(x)$ de igual signo, la representación está dada por las figuras 8 y 9, pues ya permanezca $P$ fijo ó $\varphi(\alpha)$ constante y $Q$ se aproxime hacia $L$,



correspondiente á $x_1$, ya $Q$ sea fijo y por consiguiente $\varphi(\xi)$ constante, como $\varphi(\xi)$ en el primer caso y $\varphi(\alpha)$ en el segundo tienden hacia el infinito (pues en $M$ la tangente será paralela al eje de las $x$), $OT'$ llegará á ser menor que $OT$ (fig. 8.ª) ú $OT>OT'$ (figura 9.ª), es decir, $\varphi(\alpha)>\varphi(\xi')$ ó $\varphi(\alpha')>\varphi(\xi)$, pudiéndose verificar para cierto valor $\xi'$ ó $\alpha'$ suficientemente próximo á $L$ (superior en el primer caso é inferior en el segundo) que

$$\frac{f(\xi)}{f'(\xi)}-\frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}\geq\xi-\alpha.$$

Si tratando de funciones de variables complejas se adopta la representación, por medio de radios vectores en el plano donde se suponen las variaciones de aquéllas, el teorema de Cauchy tiene la conocida representación por medio de los contornos que recorren la variable y la función simultáneamente. Y este principio, que permite extender á las raíces imaginarias los resultados tan sólo obtenidos mediante el teorema de Sturm respecto á las raíces reales, manifiesta cómo el Álgebra se enlaza con la teoría de las funciones y exige para su exposición evocar frecuentemente algunos de sus principios, procedimientos y desarrollos. Pues conforme con el modo de proceder de la inteligencia humana, sobre el organismo del Álgebra debe elevarse el más superior del Análisis en cuyos generales principios los de aquélla se encuentren incluídos.

Nada diremos de la serie de procedimientos que en Álgebra se exponen para descomponer el problema de la resolución de las ecuaciones en los parciales procedimientos que fijan límites, entre los cuales se hallan encerradas todas las raíces que determinan separadamente las enteras de las fraccionarias, que estrechando aquellos primeros límites llegan á intervalos donde una sola raíz queda comprendida, y que, en fin, cuando ésta no puede ser obtenida exactamente, aproximan su valor cuanto se quiera; pues el conjunto de reglas en todos ellos incluído solo tienen un valor práctico, cuyos principios se reducen al escaso número de proposiciones ya citadas, y son simples emanaciones y desarrollos de la noción de la continuidad.

FIGURA 45

# Moreno Rey, Santiago

Elementos de matemáticas : álgebra / por Santiago Moreno Rey y José Ceruelo y Obispo...
3ª ed.

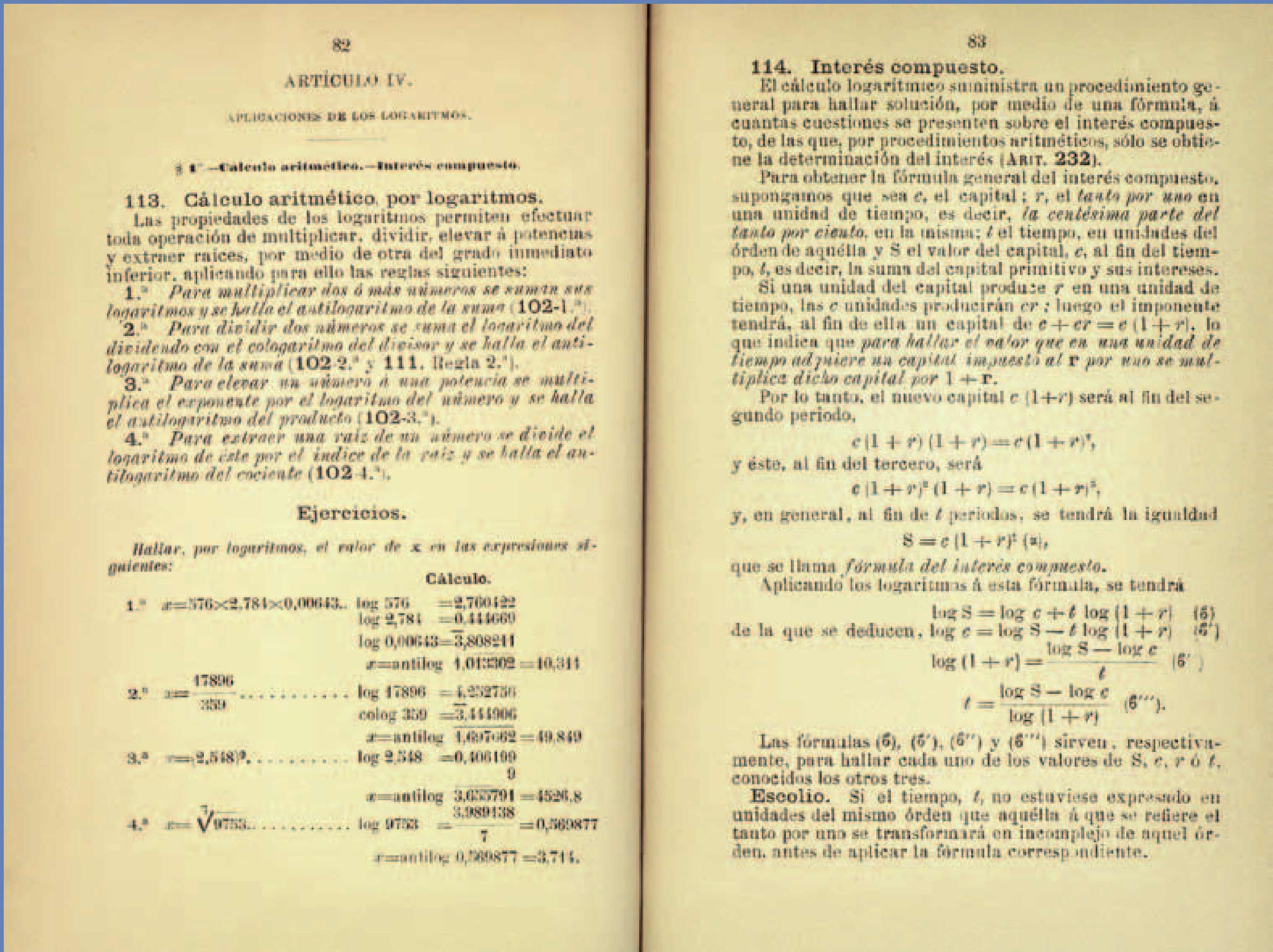
Madrid : Imprenta de la Viuda é hija de Fuentenebro, 1890
143 p. ; 20 cm

Santiago Moreno Rey fue perito agrónomo, licenciado en Derecho y doctor en Ciencias Exactas. En 1862 obtuvo una cátedra de matemáticas en el instituto de Albacete y desde entonces dedicó el resto de su vida activa principalmente a la docencia en matemáticas. Muy interesado en la divulgación científica, publicó diversos artículos en la prensa especializada y algunas monografías que fueron utilizadas como libros de texto en varios institutos de la época.

*Elementos de Matemáticas*, obra realizada en colaboración con José Ceruelo y Obispo, catedrático del instituto San Isidro de Madrid, muestra un rigor y un nivel que supera en ocasiones al de bachillerato para la que fue concebida.

Está dividida en dos partes: Aritmética y Álgebra. En la introducción aparece una definición de Matemáticas y se explican términos como axioma, teorema, corolario o escolio.

La parte de Aritmética contiene el cálculo con números y aparecen la regla de tres y la regla de aligación. En la parte de Álgebra se tratan las ecuaciones algebraicas de primer y segundo grado. También aparecen ejercicios con logaritmos.





## ARTÍCULO IV.

### APLICACIONES DE LOS LOGARITMOS.

§ 1.° —Cálculo aritmético.—Interés compuesto.

**113. Cálculo aritmético, por logaritmos.**

Las propiedades de los logaritmos permiten efectuar toda operación de multiplicar, dividir, elevar á potencias y extraer raices, por medio de otra del grado inmediato inferior, aplicando para ello las reglas siguientes:

**1.°** *Para multiplicar dos ó más números se suman sus logaritmos y se halla el antilogaritmo de la suma* (**102**-1.°).

**2.°** *Para dividir dos números se suma el logaritmo del dividendo con el cologaritmo del divisor y se halla el antilogaritmo de la suma* (**102**-2.° y **111**, Regla 2.°).

**3.°** *Para elevar un número á una potencia se multiplica el exponente por el logaritmo del número y se halla el antilogaritmo del producto* (**102**-3.°).

**4.°** *Para extraer una raiz de un número se divide el logaritmo de éste por el índice de la raiz y se halla el antilogaritmo del cociente* (**102**-4.°).

### Ejercicios.

*Hallar, por logaritmos, el valor de x en las expresiones siguientes:*

**Cálculo.**

1.° $x=576\times2{,}784\times0{,}00643$. . . $\log 576 = 2{,}760422$
$\log 2{,}784 = 0{,}444669$
$\log 0{,}00643 = \bar{3}{,}808211$
$x = \text{antilog } 1{,}013302 = 10{,}311$

2.° $x=\dfrac{17896}{359}$ . . . . . . . . . . . . $\log 17896 = 4{,}252756$
$\text{colog } 359 = \bar{3}{,}444906$
$x = \text{antilog } 1{,}697662 = 49{,}849$

3.° $x=(2{,}548)^9$. . . . . . . . . . . $\log 2{,}548 = 0{,}406199$
$9$
$x = \text{antilog } 3{,}655791 = 4526{,}8$

4.° $x=\sqrt[7]{9753}$. . . . . . . . . . . $\log 9753 = \dfrac{3{,}989138}{7} = 0{,}569877$
$x = \text{antilog } 0{,}569877 = 3{,}714$.



**114. Interés compuesto.**

El cálculo logarítmico suministra un procedimiento general para hallar solución, por medio de una fórmula, á cuantas cuestiones se presenten sobre el interés compuesto, de las que, por procedimientos aritméticos, sólo se obtiene la determinación del interés (ARIT. **232**).

Para obtener la fórmula general del interés compuesto, supongamos que sea $c$, el capital; $r$, el *tanto por uno* en una unidad de tiempo, es decir, *la centésima parte del tanto por ciento*, en la misma; $t$ el tiempo, en unidades del órden de aquélla y S el valor del capital, $c$, al fin del tiempo, $t$, es decir, la suma del capital primitivo y sus intereses.

Si una unidad del capital produce $r$ en una unidad de tiempo, las $c$ unidades producirán $cr$; luego el imponente tendrá, al fin de ella un capital de $c+cr=c(1+r)$, lo que indica que *para hallar el valor que en una unidad de tiempo adquiere un capital impuesto al* **r** *por uno se multiplica dicho capital por* 1 + **r**.

Por lo tanto, el nuevo capital $c(1+r)$ será al fin del segundo periodo,

$$c(1+r)(1+r)=c(1+r)^2,$$

y ésto, al fin del tercero, será

$$c(1+r)^2(1+r)=c(1+r)^3,$$

y, en general, al fin de $t$ periodos, se tendrá la igualdad

$$S=c(1+r)^t \ (a),$$

que se llama *fórmula del interés compuesto*.

Aplicando los logaritmos á esta fórmula, se tendrá

$$\log S=\log c+t\log(1+r) \quad (6)$$

de la que se deducen, $\log c=\log S-t\log(1+r) \quad (6')$

$$\log(1+r)=\frac{\log S-\log c}{t} \quad (6'')$$

$$t=\frac{\log S-\log c}{\log(1+r)} \quad (6''').$$

Las fórmulas (6), (6'), (6'') y (6''') sirven, respectivamente, para hallar cada uno de los valores de S, $c$, $r$ ó $t$, conocidos los otros tres.

**Escolio.** Si el tiempo, $t$, no estuviese expresado en unidades del mismo órden que aquélla á que se refiere el tanto por uno se transformará en incomplejo de aquel órden, antes de aplicar la fórmula correspondiente.

Elementos de matemáticas: álgebra.

FIGURA 46

# Tercedor y Díaz, Juan A.

Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1898 á 1899 en la Universidad Literaria de Granada / por... Juan A. Tercedor y Díaz
Discurso de apertura del Curso Académico 1898-1899 en la Universidad de Granada

Granada : Imprenta de Indalecio Ventura, 1898
25 p. ; 28 cm

Juan Antonio Tercedor Díaz (1870-1956) nació en Motril, Granada. Fue Catedrático de Geometría Analítica con 22 años y decano de la Facultad de Ciencias de Granada en los periodos 1897 a 1905 y del 1923 al 1931. El discurso, dividido en dos partes, hace un breve resumen histórico de cómo surgieron algunas de las ramas de las matemáticas, concretamente la geometría, el álgebra y el cálculo infinitesimal. Es curioso que no se hace ninguna referencia a otras disciplinas como el cálculo de probabilidades o las ecuaciones diferenciales. En la segunda parte se relacionan las matemáticas con otras materias, empezando por la física: mecánica, astronomía, acústica, óptica, termodinámica y electricidad, para pasar por la química y las ciencias naturales. Por último, el autor expresa su opinión acerca de la falta de matemáticos ilustres españoles y las razones de este hecho.

originan, hay que añadir aquellos otros, envueltos en dudas y misterios, en virtud de los que los elementos materiales se reunen para constituir los tejidos, guardando cierta regularidad en sus movimientos y tendiendo á conservar la forma orgánica. La dificultad de someter esos fenómenos á las leyes que la Mecánica establece, conviértese en verdadera imposibilidad cuando de nuestros movimientos voluntarios se trata; imposibilidad que nos obliga á admitir algo inmutable y eterno donde resida la permanencia de nuestra personalidad, á pesar de las constantes transformaciones y cambios que la materia experimenta, algo independiente de la inflexibilidad de las leyes dinámicas, algo, en fin que nos permita ser como somos, libres, inteligentes, razonadores y responsables.

No obstante las generosas tentativas de algunos sabios para dar carácter matemático á la Medicina, lo cierto es que el éxito no ha coronado sus esfuerzos, bien por que ésta aún no se halle preparada, á pesar de los trabajos que representan tantas generaciones dedicadas á su cultivo, á recibir la influencia directa de los procedimientos del Cálculo, ó bien porque éstos no sean aplicables, por lo menos actualmente, al estudio de los fenómenos orgánicos. Entre dichos sabios merece especial mención, nuestro compatriota el ilustre Letamendi, que al afirmar que «la función de la vida es el producto de la energía individual por la energía cósmica», olvidó que estas energías no sólo tienen magnitud, sino dirección y sentido, y por tanto que no puede expresarse la vida por una simple multiplicación.

Establecido el apoyo que las Matemáticas prestan á la Astronomía, Física, Química y Ciencias naturales, dedúcese la importancia y necesidad de su estudio en la Arquitectura, Ingeniería, Balística y demás ramas que utilizan los conocimientos de las ciencias experimentales.

Si, pues, antes vimos que las Matemáticas nos proporcionan saludable alimento á nuestro espíritu, y ahora nos encontramos con que han coadyuvado y coadyuvan á la realización de las



grandes conquistas materiales con que se ufana nuestro siglo, ¿por qué, tan injustamente se las desdeña?

***

Más no solamente bajo el doble punto de vista considerado, es importante el estudio de las Matemáticas; creemos, además, que llena, sobre todo en nuestro país, un fin eminentemente educativo.

En efecto: así como una inteligente educación física, debe dirigirse con preferencia al cultivo y perfeccionamiento de aquellas partes del organismo que en cada individuo más rudimentarias se presenten, así también una bien entendida instrucción debe perseguir el necesario equilibrio entre las diversas facultades anímicas, dedicándose, con especial interés, al desarrollo de las que en cada pueblo, menos desenvueltas aparezcan. Y que en nuestra Patria las Ciencias físico-matemáticas, es decir, las que son producto de la razón, no han merecido el entusiasmo que, la literatura, poesía, oratoria, pintura y demás bellas artes, hijas de la imaginación, es cosa que nos demuestra la Historia.

Si frente á Shakspeare, Moliere, Schiller y Dante, podemos presentar á Lope de Vega, Cervantes y Calderón, y ante Rafael, Rubens y Poussin, los no menos ilustres de Murillo, Goya, Velázquez y tantos otros. ¿Qué nombre español puede colocarse entre Newton, Galileo, Descartes, Leibnitz, Gay-Lussac, Kepler, Laplace, Bernoulli y tantos otros que ostentan con legítimo orgullo las demás naciones?

Y no se atribuya este lamentable efecto, como algunos pretenden, á la intolerancia religiosa de los pasados siglos, pues en ninguna parte gozaron los hombres científicos, la libertad que en España. Mientras en Francia era perseguida con pena de muerte la imprenta, la gran Isabel concedíale numerosos privilegios. El sistema de Copérnico tan combatido por Ticho-

Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1898 á 1899 en la Universidad Literaria de Granada.

FIGURA 47

# Salinas y Angulo, Ignacio

Algebra / por D. Ignacio Salina y Angulo y D. Manuel Benítez y Parodi... Segunda parte... 3ª ed. notablemente corregida

Madrid : Librería de Hernando y Compañia, 1898
424 p., [2] h. de lam. pleg. : il. ; 22 cm

En el marco de un Programa publicado por la Dirección General de Instrucción Militar y, para dar continuidad a una primera parte dedicada al álgebra elemental, los coroneles del Cuerpo de E.M. del Ejército Ignacio Salinas y Angulo y Manuel Benítez y Parodi escriben un extenso tratado en un contexto general de álgebra superior. Éste se encuentra dividido en libros en los que al final de cada capítulo aparecen una serie de oportunos ejercicios propuestos, con títulos consecutivos Algoritmo Funcional, Análisis Combinatorio, Funciones Derivadas y Teoría y Resolución de las Ecuaciones. Se aborda así el estudio de funciones algebraicas simples, de las funciones exponencial y logarítmica, de progresiones y combinatoria, de los determinantes y la resolución de sistemas y, finalmente, de la resolución de ecuaciones y la teoría de la eliminación.

BHR/B-002-199

Algebra.



# ALGEBRA

POR

D. IGNACIO SALINAS Y ANGULO

Y

D. MANUEL BENÍTEZ Y PARODI

CORONELES DEL CUERPO DE E. M. DEL EJÉRCITO

## SEGUNDA PARTE

elegida de texto por real orden de 21 de octubre de 1886
en el concurso celebrado el 3 de octubre de 1885 por la Dirección general
de Instrucción Militar

TERCERA EDICIÓN
NOTABLEMENTE CORREGIDA



MADRID
LIBRERÍA DE HERNANDO Y COMP.ª—ARENAL, NÚM. 11

IMPRENTA DEL DEPÓSITO DE LA GUERRA
1898

FIGURA 48

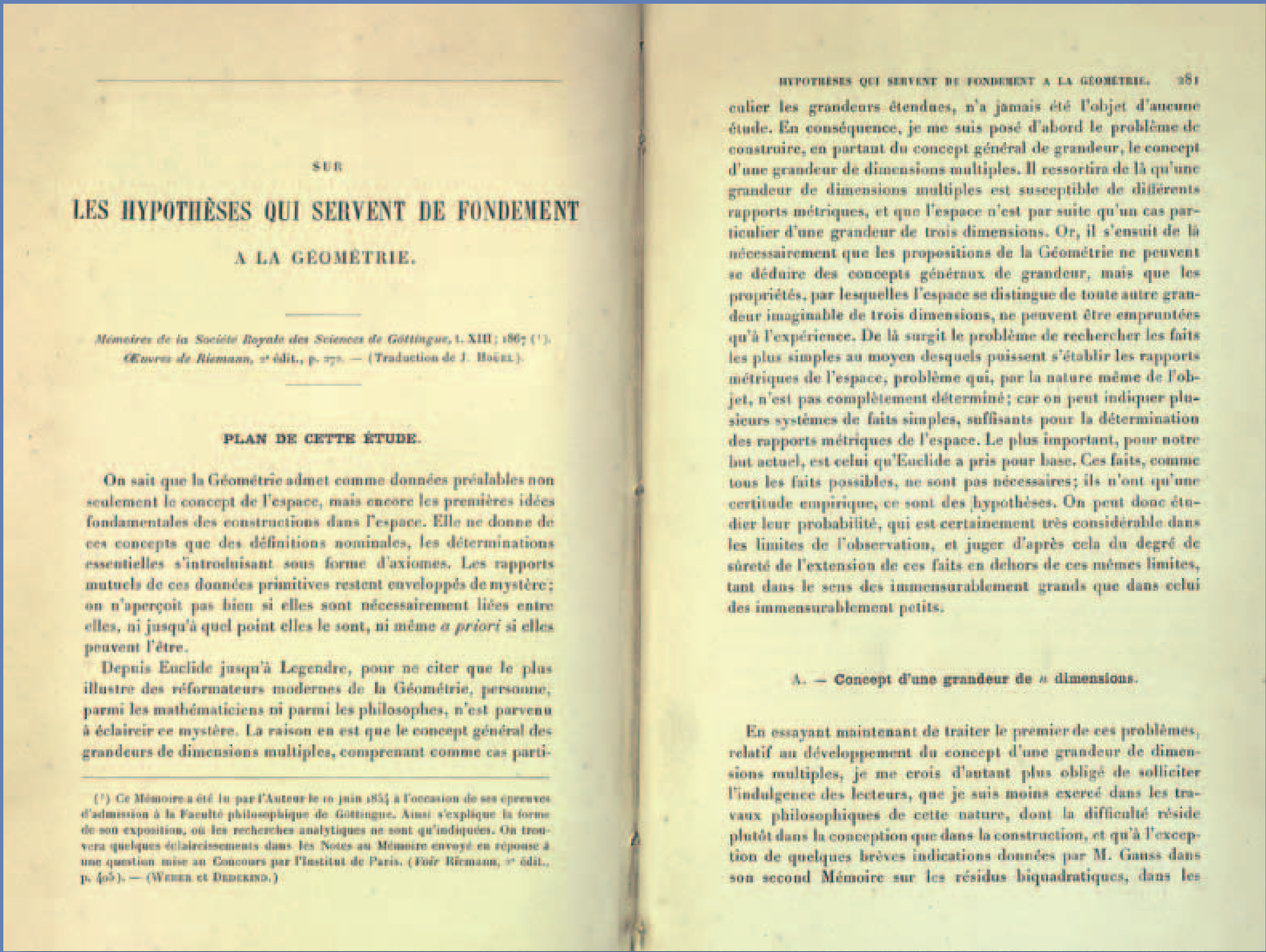
# Riemann, Bernhard

Oeuvres mathématiques / de Riemann ; traduites par L. Laugel ; avec une préface de M. Hermite ; et un discours de M. Félix Klein

Paris : Gauthier-Villars et Fils..., 1898
XXXV, 453 p. ; 23 cm

Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866) fue un matemático alemán que realizó contribuciones muy importantes al análisis y la geometría, algunas de las cuales sirvieron para el desarrollo de la teoría de la relatividad general. Al doctorarse en 1859, bajo la supervisión de Gauss, formuló por primera vez la hipótesis de Riemann, que constituye uno de los más famosos problemas sin resolver de las matemáticas.

El libro *Oeuvres mathématiques de Riemann* comienza con un prólogo de Hermite en el que se ensalza con gran entusiasmo la belleza y trascendencia del trabajo de Riemann. Le sigue un instructivo discurso de Klein sobre la decisiva influencia del trabajo de Riemann en las matemáticas modernas. El libro está dividido en tres partes. La primera contiene las obras publicadas durante la vida de Riemann y en ella cabe destacar la teoría general de funciones de una variable compleja. La segunda parte está dedicada a las obras póstumas, donde resaltamos su teoría de series trigonométricas y su fundamental contribución a la geometría diferencial. La última parte contiene diversos fragmentos póstumos, que incluyen contribuciones sobre representación conforme, superficies minimales y teoría analítica de números.



SUR

# LES HYPOTHÈSES QUI SERVENT DE FONDEMENT A LA GÉOMÉTRIE.

*Mémoires de la Société Royale des Sciences de Göttingue*, t. XIII; 1867 [1].
*Œuvres de Riemann*, 2e édit., p. 272. — (Traduction de J. Hoüel).

## PLAN DE CETTE ÉTUDE.

On sait que la Géométrie admet comme données préalables non seulement le concept de l'espace, mais encore les premières idées fondamentales des constructions dans l'espace. Elle ne donne de ces concepts que des définitions nominales, les déterminations essentielles s'introduisant sous forme d'axiomes. Les rapports mutuels de ces données primitives restent enveloppés de mystère; on n'aperçoit pas bien si elles sont nécessairement liées entre elles, ni jusqu'à quel point elles le sont, ni même *a priori* si elles peuvent l'être.

Depuis Euclide jusqu'à Legendre, pour ne citer que le plus illustre des réformateurs modernes de la Géométrie, personne, parmi les mathématiciens ni parmi les philosophes, n'est parvenu à éclaircir ce mystère. La raison en est que le concept général des grandeurs de dimensions multiples, comprenant comme cas parti-

[1] Ce Mémoire a été lu par l'Auteur le 10 juin 1854 à l'occasion de ses épreuves d'admission à la Faculté philosophique de Göttingue. Ainsi s'explique la forme de son exposition, où les recherches analytiques ne sont qu'indiquées. On trouvera quelques éclaircissements dans les Notes au Mémoire envoyé en réponse à une question mise au Concours par l'Institut de Paris. (*Voir* Riemann, 2e édit., p. 405). — (Weber et Dedekind.)



culier les grandeurs étendues, n'a jamais été l'objet d'aucune étude. En conséquence, je me suis posé d'abord le problème de construire, en partant du concept général de grandeur, le concept d'une grandeur de dimensions multiples. Il ressortira de là qu'une grandeur de dimensions multiples est susceptible de différents rapports métriques, et que l'espace n'est par suite qu'un cas particulier d'une grandeur de trois dimensions. Or, il s'ensuit de là nécessairement que les propositions de la Géométrie ne peuvent se déduire des concepts généraux de grandeur, mais que les propriétés, par lesquelles l'espace se distingue de toute autre grandeur imaginable de trois dimensions, ne peuvent être empruntées qu'à l'expérience. De là surgit le problème de rechercher les faits les plus simples au moyen desquels puissent s'établir les rapports métriques de l'espace, problème qui, par la nature même de l'objet, n'est pas complètement déterminé; car on peut indiquer plusieurs systèmes de faits simples, suffisants pour la détermination des rapports métriques de l'espace. Le plus important, pour notre but actuel, est celui qu'Euclide a pris pour base. Ces faits, comme tous les faits possibles, ne sont pas nécessaires; ils n'ont qu'une certitude empirique, ce sont des hypothèses. On peut donc étudier leur probabilité, qui est certainement très considérable dans les limites de l'observation, et juger d'après cela du degré de sûreté de l'extension de ces faits en dehors de ces mêmes limites, tant dans le sens des immensurablement grands que dans celui des immensurablement petits.

### I. — Concept d'une grandeur de $n$ dimensions.

En essayant maintenant de traiter le premier de ces problèmes, relatif au développement du concept d'une grandeur de dimensions multiples, je me crois d'autant plus obligé de solliciter l'indulgence des lecteurs, que je suis moins exercé dans les travaux philosophiques de cette nature, dont la difficulté réside plutôt dans la conception que dans la construction, et qu'à l'exception de quelques brèves indications données par M. Gauss dans son second Mémoire sur les résidus biquadratiques, dans les

Oeuvres mathématiques.

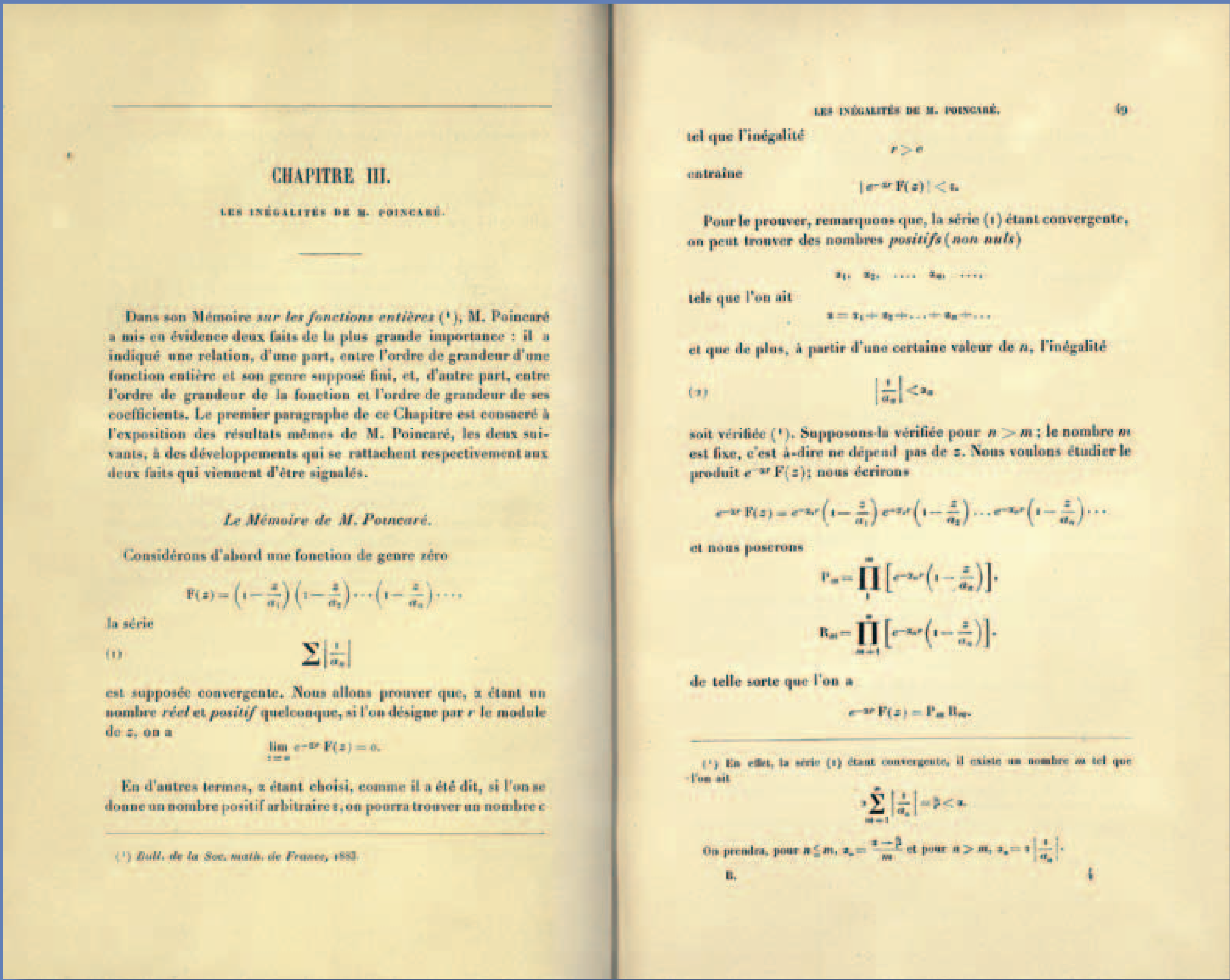
FIGURA 49

# Borel, Émile, 1871-1956

Leçons sur les fonctions entières / par Émile Borel...

Paris : Gauthier-Villars..., 1900
124 p. ; 24 cm

Felix Édouard Justin Émile Borel (1871-1956) matemático y político francés, fue uno de los fundadores de la teoría de la medida. *Leçons sur les fonctions entières* es uno de los manuales sobre teoría de funciones escritos por Borel y basados en sus cursos impartidos en l'École Normale. Este manual está dedicado concretamente al estudio de las funciones enteras y contiene cinco capítulos: el primero está dedicado al teorema de Weierstrass sobre desarrollo en producto infinito, el segundo al concepto de género desarrollado por Laguerre, el tercero a las desigualdades de Poincaré, el cuarto a los teoremas de Hadamard y el quinto a los teoremas pequeño y grande de Picard.



# CHAPITRE III.

## LES INÉGALITÉS DE M. POINCARÉ.

Dans son Mémoire *sur les fonctions entières* (¹), M. Poincaré a mis en évidence deux faits de la plus grande importance : il a indiqué une relation, d'une part, entre l'ordre de grandeur d'une fonction entière et son genre supposé fini, et, d'autre part, entre l'ordre de grandeur de la fonction et l'ordre de grandeur de ses coefficients. Le premier paragraphe de ce Chapitre est consacré à l'exposition des résultats mêmes de M. Poincaré, les deux suivants, à des développements qui se rattachent respectivement aux deux faits qui viennent d'être signalés.

### *Le Mémoire de M. Poincaré.*

Considérons d'abord une fonction de genre zéro

$$F(z) = \left(1-\frac{z}{a_1}\right)\left(1-\frac{z}{a_2}\right)\cdots\left(1-\frac{z}{a_n}\right)\cdots,$$

la série

$$(1) \qquad \sum\left|\frac{1}{a_n}\right|$$

est supposée convergente. Nous allons prouver que, $\alpha$ étant un nombre *réel* et *positif* quelconque, si l'on désigne par $r$ le module de $z$, on a

$$\lim_{r=\infty} e^{-\alpha r} F(z) = 0.$$

En d'autres termes, $\alpha$ étant choisi, comme il a été dit, si l'on se donne un nombre positif arbitraire $\varepsilon$, on pourra trouver un nombre $c$

(¹) *Bull. de la Soc. math. de France*, 1883.



tel que l'inégalité

$$r > c$$

entraîne

$$|e^{-\alpha r} F(z)| < \varepsilon.$$

Pour le prouver, remarquons que, la série (1) étant convergente, on peut trouver des nombres *positifs* (*non nuls*)

$$\alpha_1, \quad \alpha_2, \quad \ldots, \quad \alpha_n, \quad \ldots,$$

tels que l'on ait

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n + \ldots$$

et que de plus, à partir d'une certaine valeur de $n$, l'inégalité

$$(2) \qquad \left|\frac{1}{a_n}\right| < \alpha_n$$

soit vérifiée (¹). Supposons-la vérifiée pour $n > m$ ; le nombre $m$ est fixe, c'est-à-dire ne dépend pas de $z$. Nous voulons étudier le produit $e^{-\alpha r} F(z)$; nous écrirons

$$e^{-\alpha r} F(z) = e^{-\alpha_1 r}\left(1-\frac{z}{a_1}\right) e^{-\alpha_2 r}\left(1-\frac{z}{a_2}\right)\cdots e^{-\alpha_n r}\left(1-\frac{z}{a_n}\right)\cdots$$

et nous poserons

$$P_m = \prod_1^m \left[e^{-\alpha_n r}\left(1-\frac{z}{a_n}\right)\right],$$

$$R_m = \prod_{m+1}^{\infty} \left[e^{-\alpha_n r}\left(1-\frac{z}{a_n}\right)\right],$$

de telle sorte que l'on a

$$e^{-\alpha r} F(z) = P_m R_m.$$

(¹) En effet, la série (1) étant convergente, il existe un nombre $m$ tel que l'on ait

$$\sum_{m+1}^{\infty}\left|\frac{1}{a_n}\right| = \beta < \alpha.$$

On prendra, pour $n \leq m$, $\alpha_n = \frac{\alpha-\beta}{m}$ et pour $n > m$, $\alpha_n = \alpha\left|\frac{1}{a_n}\right|$.

B. 4

Leçons sur les fonctions entières.

FIGURA 50

# Rey Pastor, Julio, 1888-1962

**Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1913 á 1914 : [Historia de la Matemática en España] / por el doctor D. Julio Rey Pastor**

Oviedo : Establecimiento Tipográfico, 1913
75 p. ; 29 cm.

Julio Rey Pastor (1888-1962) ha sido uno de los matemáticos españoles más relevantes de la primera mitad del S. XX.

Realizó los estudios de Ciencias Exactas en la Universidad de Zaragoza y se doctoró en Madrid, en 1909. En 1911 obtuvo la cátedra de Análisis Matemático de la Universidad de Oviedo, y en 1913 la de la Universidad Complutense. Fue becado durante dos cursos para estudiar en Berlín (1911-1912) y Gotinga (1913-1914). Posteriormente, en 1921, fue contratado en la Universidad de Buenos Aires para impulsar los estudios de doctorado en matemáticas, donde se instaló hasta su muerte, sin dejar de atender de manera intermitente su cátedra de Madrid.

Rey Pastor mostró su pasión por las matemáticas como investigador, como impulsor de nuevos estudios y como creador de organismos e instituciones que potenciaron y favorecieron su desarrollo en España. Su obsesión por mejorar la enseñanza de las matemáticas le llevó a publicar un gran número de manuales y libros de texto universitarios, desarrollando también una actividad importante en el campo de la historia de la matemática y de las ciencias y en epistemología. Es considerado uno de los grandes renovadores de las matemáticas en todo el mundo de habla española.

De su breve paso por la Universidad de Oviedo quedó el discurso inaugural Los matemáticos españoles del siglo XVI (1913), en el que siguió los pasos del polémico discurso de J. Echegaray con motivo de su ingreso en la Real Academia de Ciencias Exactas (1864) al enjuiciar el desarrollo de las matemáticas en España. Influenciado por su formación en Alemania, afirma que el discurso pretende ser un estudio sólido y macizo expuesto lisa y llanamente, algo que pudiéramos llamar un discurso a la alemana (p.7). Con esta obra, el autor se declara inmerso en el proyecto para una nueva España propuesto por el filósofo J. Ortega, en el que el desarrollo científico debería jugar un papel esencial.

Este preliminar obligado falta en mi discurso. Yo no podía dudar porque no tenía dónde elegir. Consagrado exclusivamente en mis pocos años de vida científica al cultivo de la Matemática, á ninguna otra ciencia podía acudir en demanda de argumento. Pero desarrollar un tema propio de esta disciplina, con todas sus aparatosas y para los no iniciados casi espeluznantes notaciones simbólicas; y abusar de vuestra desventajosa posición, cuando la ley os obliga á oirme, para desarrollar uno de mis insignificantes trabajos matemáticos, hubiera sido caso inaudito de crueldad, que no podría perdonarme toda vuestra indulgencia.

No, en verdad; no quiero dejar recuerdo tan desagradable de mi estancia entre vosotros; y descartada esta solución, que para mi sería la más cómoda, ya no podía dudar. Pertenezco á una generación, que contagiada quizás por el espíritu crítico-revisionista que caracteriza á la ciencia actual, ha emprendido una fría revisión de nuestro pasado, para poder edificar sobre más segura base el porvenir. Nuestra historia científica, en particular, nos es desconocida casi totalmente; pero hoy, cuando ya se perciben claramente los primeros resplandores de un renacimiento—que quizás sea el definitivo—, inspirado en el noble y optimista anhelo de tener ciencia propia española, para dejar de ser parásitos del progreso, el conocimiento de nuestro pasado científico es necesario, es urgente.

Aquel famoso dilema con que el Sr. Merino, en ocasión solemne, pretendía demostrar la inutilidad de esta revisión, por temor á sus conclusiones, era un sofisma encubierto con el vistoso ropaje que aquel sabio y poeta sabía dar á las más atrevidas ideas. No; la ignorancia no puede ser nunca base sólida para construir nada duradero; sólo el conocimiento de la verdad podrá darnos la orientación segura que hace tanto tiempo busca inútilmente nuestra patria. Hagamos, pues, cada uno en su especialidad, una completa revisión, fría, desapasionada, científica, y aceptemos con valentía sus conclusiones, cualesquiera que éstas sean. Ellas nos señalarán el camino que en lo sucesivo hemos de seguir, los escollos que hemos de evitar.



Para decirnos que no sois elocuentes, habéis hecho en vuestros discursos brillantes párrafos llenos de elocuencia. También de esto carecerá el mío. ¿Para qué esforzarme en demostrar lo que ya estáis viendo? Pero quizás, señores, esta carencia de brillantez oratoria no es tan lamentable como creemos. Afortunadamente para mí, se intensifica cada vez más la reacción que siguió á aquella época no lejana, en que se rendía en nuestra patria culto exagerado á la forma, con grave detrimento del fondo. «De oradores de Ateneo—llegó á decir el gran Menéndez y Pelayo—estamos hartos en España. La generación siguiente, si algo ha de valer, debe formarse en las bibliotecas; faltan estudios sólidos y macizos.»

Esto precisamente quisiera hoy presentar ante vosotros: un estudio sólido y macizo expuesto lisa y llanamente; algo que pudiéramos llamar un discurso *á la alemana*. Pero desgraciadamente, las fuerzas no siempre alcanzan á donde llega la voluntad; y mucho temo, señores, que al tomar aquel modelo, haya logrado con creces la longitud excesiva, la pesadez soporífera, que son sus defectos, sin conseguir en cambio ninguna de sus ventajas.

Hechas estas advertencias para evitaros un desencanto, entremos en materia.

---

Os he anunciado que mi discurso va á versar sobre la Historia de la Matemática en España, y ya veo asomar á vuestros labios una objeción: ¿No se ocupó ya de ella nuestro gran Menéndez y Pelayo en su *Ciencia Española*? ¿No desarrolló ese tema el no menos grande Echegaray en su discurso de ingreso en la Academia de Ciencias de Madrid? ¿No dijo la última palabra de aquella

Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1913 á 1914 : [Historia de la Matemática en España].

# Índices

# Índice de autores

# Índice de autores

# Índice de impresores

# Índice de impresores

# Índice de títulos

# Índice de títulos

# Índice de títulos