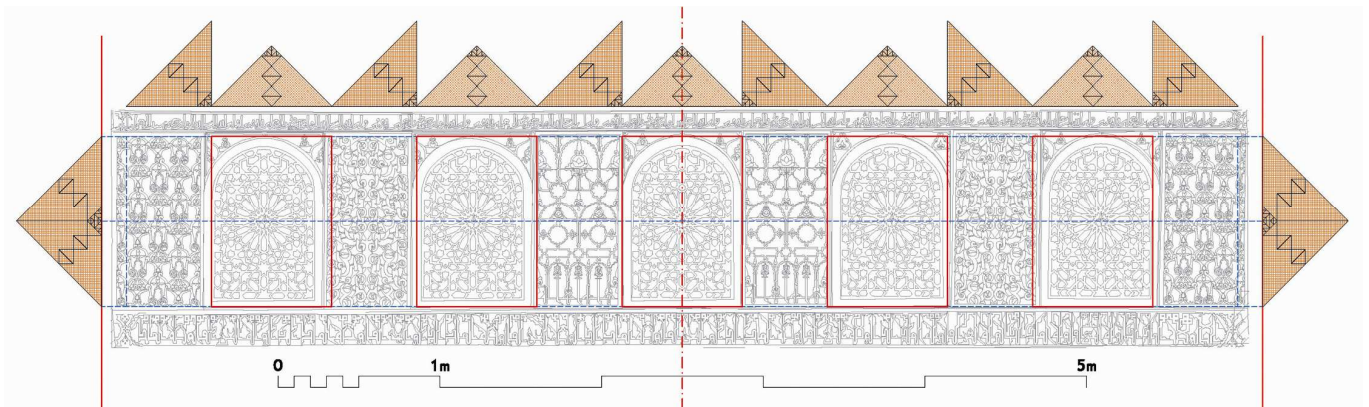


Francisco Javier Roldán Medina



**PRINCIPIOS DE METROLOGÍA
EN LA ARQUITECTURA DEL PASADO**

TESIS DOCTORAL

Director:
DR. JUAN CALATRAVA ESCOBAR
UNIVERSIDAD DE GRANADA

2013

Editor: Editorial de la Universidad de Granada
Autor: Francisco Javier Roldán Medina
D.L.: GR 727-2014
ISBN: 978-84-9028-879-5

A mi gran familia

PREÁMBULO	1
Formación e interés por la Geometría.....	1
Geometría y matemáticas	2
Técnica artesanal y aproximada.....	3
La escala	3
La incertidumbre de los levantamientos de planos	4
Los oscuros tratados	5
La revolución infográfica	5
La actividad profesional	6
Estudios de doctorado.....	7
Más actividad profesional, docencia e investigación.....	8
 PRÓLOGO	 10
 OBJETIVO	 12
 INTRODUCCIÓN. MEDIR LO INCONMENSURABLE	 13
La necesidad de medir	13
El módulo en arquitectura.....	14
La irracionalidad de la geometría no cuadrada	16
 La metrología racional.....	 18
Los sistemas de medidas.....	18
Magnitud, Patrón y Sistema de unidades	19
Las bases aritméticas.....	21
El error, la incertidumbre y la tolerancia	24
La belleza y las aproximaciones fraccionarias	25
El sistema antropométrico	29
Patrón y sistema de unidades	30
La variabilidad de valores y denominaciones	31
El codo sagrado.....	35
El codo hispano-musulmán.....	36
Origen y evolución. Poder y secretismo	36
Confusiones y mal interpretaciones	38
Los intentos de unificación	40
Patrones y escuadras	42
 La geometría racional e irracional.....	 48
El círculo	49
El cuadrado	50
El ángulo recto.....	52
Los módulos básicos.....	54
La división de la unidad. Graduación de los patrones.....	55
$\sqrt{2}$: La diagonal del cuadrado.....	59
Ad quadratum	61
El octógono	67
El rectángulo de plata y los polígonos cordobeses.....	70
El triángulo: $\sqrt{3}$, el hexágono y la Vesica Piscis.....	74
El pentágono: $\sqrt{5}$	76
El pentagrama místico.....	77
La razón áurea.....	78
 La proporción en arquitectura. Teorías y prácticas.....	 81
El tratado de Vitruvio. Luces y sombras.....	82
El canon humano	82

La numerología	83
Las armonías musicales	83
El homo Ad Circulum	84
Los sistemas geométricos	84
Las correcciones ópticas	85
Los tratados ilustrados	85
Las teorías	93
Cuadrículas	93
Triángulos	95
Tramas y series numéricas	96
Sección sagrada	97
Sección áurea	101
Rectángulo cordobés	103
Óptica	103
Diversidad	104
Deformación	104
Aplicaciones prácticas	105
Miscelánea de estudios	105
Los codos hispano-musulmanes	108
La lacería	109
Análisis y críticas	114
La posición teórica	114
Medida real y medida teórica	116
Los principios del punto gordo y la recta astuta	117
METODOLOGÍA	119
La representación gráfica del edificio como referencia métrica y de proporciones	119
Las herramientas informáticas	121
Los procedimientos gráficos mediante CAD	121
El tratamiento de imágenes	121
Otros recursos	121
El método de modulación y dimensionado	122
La base aritmética duodecimal	122
La base geométrica octogonal	125
Los procedimientos de obtención de módulos	126
La cuantificación de las medidas	126
Las singularidades del sistema	127
Los patrones de medida	127
Las modulaciones lineales	128
Las tramas modulares	129
Tramas estáticas	129
Tramas dinámicas	130
Los Residuos en el ajuste a los límites	131
Las combinaciones peculiares de módulos	132
Fracciones	133
Irracionales notables	133
La obtención y presentación de los resultados	134
Estudio básico de proporciones	134
Estudio métrico	139
Estudio de elementos secundarios	139
Mediciones directas	140
Estudio de irregularidades y deformaciones	141
Descuadres originales	141

Comportamiento estructural.....	141
Cambio de módulo.....	142
Trazado regulador.....	142
Condiciones de presentación.....	143
Otras herramientas desarrolladas.....	144
Escuadras y reglas dobles para el dimensionado directo.....	144
Aplicación para trazado de lacerías.....	145
RESULTADOS.....	147
Publicaciones previas.....	147
Criterios de elección y ejemplos no incluidos.....	149
El Templo Pintado. Tell Uqair, Iraq. (3500-3000 a.C.).....	150
Breve reseña histórica.....	150
Estudios específicos.....	153
Referencia métrica utilizada.....	154
Resultados.....	156
Valor del módulo.....	156
Dimensiones generales.....	156
Elementos secundarios.....	156
Observaciones.....	158
Debate.....	160
La Edad Antigua.....	162
Juego Real de Ur (2600-2400 a.C.).....	162
El Gudea de Lagash (2200-2100 a.C.).....	163
El Templo de Seti I. Abidos, Egipto. (1200 a.C.).....	164
El Partenón. Atenas, Grecia. (447- 432 a.C.).....	166
Breve reseña histórica.....	166
Estudios específicos.....	168
Referencia métrica utilizada.....	172
Resultados.....	174
Valor del Módulo.....	174
Dimensiones generales.....	174
Observaciones.....	176
Debate.....	176
La Edad Clásica.....	178
El Erecteón (421-406 a.C.).....	178
El Arco del Triunfo de Medinaceli. Soria, España (69-96 d.C.).....	180
Xcalumkin. Campeche, México.....	182
La Mezquita-Catedral de Córdoba. España (siglos VIII a XVIII d.C.).....	183
Breve reseña histórica.....	183
Estudios específicos.....	185
Emilio Camps Cazorla.....	185
Félix Hernández.....	188
Rafael de la Hoz Arderius.....	193
José Miguel Merino de Cáceres.....	198
Antonio Fernández Puertas.....	200
Referencia métrica utilizada.....	206
Resultados.....	210
Valor del módulo.....	210
Dimensiones generales.....	210

Elementos secundarios.....	214
Mediciones directas	242
Observaciones.....	251
Proporciones notables	253
Arcos.....	254
Debate.....	254
Emilio Camps Cazorla	254
Félix Hernández.....	257
Rafael de la Hoz Arderius.....	259
José Miguel Merino de Cáceres.....	260
Antonio Fernández Puertas.....	261
La Edad Media	264
El Salón Rico de Madinat Al-Zahra. Córdoba, España (953-957 d.C.).....	264
El Palacio de Onda. Castellón, España (siglo XI d.C.).....	265
Detalle de la Colegiata de Roncesvalles. Navarra, España (siglo XII d.C.).....	267
El Bañuelo. Granada, España (siglo XI? d.C.).....	268
El Castel del Monte en Adria. Apulia, Italia (siglo XIII d.C.).....	271
Puerta de Toledo. Ciudad Real, España (siglo XIII d.C.).....	272
El Cuarto Real de Santo Domingo. Granada, España (siglo XIII d.C.)	275
Breve reseña histórica.....	275
Estudios específicos.....	278
Referencia métrica utilizada	278
Resultados.....	279
Valor del módulo	279
Dimensiones generales.....	280
Elementos secundarios.....	282
Modelos digitales.....	292
Observaciones.....	294
Debate.....	296
La Edad Moderna	298
Estudio de una iglesia central de Leonardo Da Vinci (hacia 1488 d.C.).....	298
Homo Vitruviano de Leonardo Da Vinci (hacia 1490 d.C.).....	299
San Pedro de Roma. Planta de Bramante (1505-1506 d.C.).....	301
El Pabellón de los Periodistas de Agdal. Marrakech, Marruecos (siglo XIX d.C.).....	302
DEBATE GENERAL	305
La metrología en la arquitectura del pasado	305
La dispersión de valores del módulo	305
Jerarquización de espacios.....	306
Octógonos.....	308
Residuos y aproximaciones	309
Los procedimientos de los estudios realizados	311
Las medidas reales.....	311
Los análisis gráficos	312
Estudios parciales	312
Mitos y dogmas	313
La escala única: aproximaciones fraccionarias, armonía musical y números sagrados.....	313
La divina proporción, el Homo Ad Circulum, la proporción cordobesa y otras teorías geométricas	316
El tamaño del lazo y la escala de la geometría	317
La imposibilidad por deformación y variedad.....	318
Nuevos campos de investigación abiertos.....	319

La divulgación de los conocimientos recuperados y la difusión del procedimiento.....	319
La investigación métrica en la documentación del patrimonio.....	320
Tramas modulares.....	321
Patrones y medidas directas.....	321
La medida de la deformación.....	322
Estudios de elementos complejos: arcos y lóbulos, otros polígonos,.....	322
Base de datos para complementar la secuencia histórica y cultural.....	323
El desarrollo de aplicaciones prácticas.....	324
Herramientas infográficas.....	324
Criterios de intervención sobre el patrimonio.....	325
Arqueología virtual.....	325
Obras de nueva planta.....	327
Sistemas de prefabricación.....	328
La revisión de las fuentes históricas.....	328
Vestigios Ad Quadratum.....	329
La doble vara de medir.....	329
Irracionales versus fracciones.....	330
El ocaso.....	331
La mejor fuente.....	332
CONCLUSIONES	333
ILUSTRACIONES	335
BIBLIOGRAFÍA	341
AGRADECIMIENTOS.....	359
ANEXOS	361
Equivalencia de unidades antropométricas.....	361
Valores métricos reconocidos.....	361
Valores en estudios consultados.....	362
Valores deducidos. Resultados.....	363
Comparativas de factores.....	364
Dimensiones de la Mezquita Catedral de Córdoba.....	365
Rutinas de programación Autolisp para el trazado de lacerías.....	374

PREÁMBULO

Formación e interés por la Geometría

La Geometría (con mayúsculas) ha sido sin duda mi principal pasión desde la infancia. Tal vez por influencia de mi padre, topógrafo y ayudante de obras públicas de la Diputación de Ciudad Real, a quien visitaba en su trabajo mientras elaboraba proyectos de carreteras y obras civiles, o acompañaba en algunas de sus visitas de obra a cualquier rincón del vasto territorio provincial. Siempre me fascinó la meticulosidad de sus dibujos técnicos realizados con tinta, y su hábil manejo de las herramientas tradicionales de dibujo, que limpiaba tras cada uso y cuidaba con esmero.

Las representaciones gráficas, dibujos topográficos de planos acotados y perfiles, las realizaba primero a lápiz o portaminas, siempre con puntas afiladas y con la dureza apropiada. Mediante reglas, escalímetros, escuadras, cartabones, compases y plantillas de curvas trazaba minuciosamente el plano, borrando y corrigiendo lo necesario antes de pasarlo a tinta. Superponía entonces al boceto un formato de grueso papel vegetal de textura textil, sobre el que reproducía con paciencia y mucho cuidado las líneas relevantes del dibujo, utilizando tiralíneas y bigoterías que continuamente había que alimentar en tinteros de color negro, rojo o azul. Era imprescindible un papel secante con que limpiar los excesos de tinta de los diminutos depósitos capilares de estos utensilios, una afilada cuchilla de afeitar con que raspar las manchas y perfilar los trazos imperfectos, y un rollo de cinta adhesiva para fijar el formato en distintas posiciones, con lo que se obtenía la composición final del plano. Una vez concluido el trazado de líneas, rectas y curvas, procedía a la rotulación de los textos como paso final de la representación gráfica. Y este proceso lo hacía mi padre a mano, sin utilizar las ya disponibles plantillas ni ningún otro medio mecánico, con una admirable caligrafía de trazo claro, firme y prodigiosamente regular, apoyado únicamente en dos líneas auxiliares a lápiz que posteriormente borraba.

Muchos de sus utensilios de precisión habían pertenecido a mi abuelo, que era ingeniero y empresario, y si bien mi padre en su trabajo contaba con alguna novedad tecnológica (como un tecnógrafo que provocaba mi asombro y admiración, o una de las primeras calculadoras electrónicas de dígitos verdes), las técnicas que utilizaba poco habían variado respecto de las de mi abuelo. Tampoco los instrumentos ópticos que empleaba en los trabajos de campo eran muy distintos a los de mi abuelo. Los niveles, teodolitos y taquímetros de su época tal vez fuesen más ligeros y más precisos, pero se basaban en los mismos principios científicos y compartían la misma tecnología que sus predecesores, con sus lentes, niveles de burbuja, plomadas y miras graduadas. Y si bien para las operaciones matemáticas sí utilizó la mencionada calculadora, nunca abandonó el cálculo manual apoyado por reglas de cálculo, con que rellenaba cuadernos de ordenadas e interminables columnas con primorosas cifras.

La única técnica cartográfica novedosa que utilizaba era la fotogrametría. Recuerdo sobre su mesa de dibujo una especie de gafas con patas que colocaba sobre dos fotografías aéreas, aparentemente iguales. Me explicó que eran un par estereoscópico, y que mirando a través de las gafas se podía ver el relieve del terreno, tridimensionalmente, como si estuvieras en un avión. Intenté en alguna ocasión asomarme a esa ventana, pero a pesar de los consejos de mi padre –debes fijar la vista de cada ojo en el mismo punto de cada fotografía

hasta que se fusionen, y verás una sola imagen en tres dimensiones- no conseguí sino una visión borrosa y cierta sensación de mareo. Aquello me pareció algo muy complicado, pues aunque practicando pudiese uno acostumbrarse a obtener la visión espacial, no entendía cómo a partir de ello se podían trazar las curvas de nivel del terreno.

Si mi padre me inició en la cartografía y el dibujo técnico, también tuve la influencia de mi madre en cuestiones artísticas, tanto por su pasión por la historia del arte como sobre todo en lo referente a las manualidades o artes aplicadas, en las que mi padre fallaba. Siempre ha tenido un afán inagotable de producción artesanal en el ámbito de la decoración doméstica (utilizando diversas técnicas pictóricas y de grabado) que alcanzó su cénit en el periodo de tiempo (corto pero prolífico) en que se dedicó a realizar reproducciones de iconos rusos y bizantinos mediante la técnica de grabado en estaño. La recuerdo coleccionando láminas que le servían de modelo, pero sobre las que realizaba todo tipo de modificaciones propias, recortando las láminas de estaño sobre las que trazaba las líneas generales del modelo para darles relieve mediante buriles, rellenando los surcos con cera, pegando piedras y cristales de colores, aplicando esmaltes, lacas y láminas de oro. A veces yo la ayudaba recortando los tableros de conglomerado de madera de los soportes sobre los que pegaba la lámina y el estaño. Remataba el trabajo con un barniz denso que reproducía el volumen de los trazos de pintura de la lámina, y con una mano de pátina que proporcionaba a la obra un increíble aspecto genuino. Y lo más admirable es que todo esto lo realizaba con asombrosa rapidez y eficacia.

En este contexto no es de extrañar que desde pequeño mi pasatiempos favorito fuese el dibujo técnico y las manualidades (aún siguen siéndolo). Y si también me gustaba montar y construir todo tipo de artefactos y mecanismos junto a mis hermanos (nos encantaba los juegos de *Meccano*), bien pronto me incliné hacia los modelos arquitectónicos, indagando en las perspectivas cónicas, o realizando detalladas y laboriosas maquetas a cuya construcción dedicaba horas y pagas.

Nunca las asignaturas de dibujo o trabajos manuales me resultaron complicadas, más al contrario, me proporcionaban un grato placer al que siempre estaba dispuesto a sucumbir. Estoy convencido que la visión espacial que desarrollé con estas disciplinas me facilitaron el aprendizaje de otras materias técnicas, como la física o incluso la química, cuyos conceptos eran siempre reducibles a una representación gráfica (mediante vectores, grafos, diagramas,...).

Geometría y matemáticas

Pero era la Matemática la que sin duda guardaba mayor relación con el dibujo técnico, pues constituía el cuerpo teórico con el que se podían obtener unos resultados exactos (con el número de decimales que manualmente la paciencia permitiese, o con los que me proporcionaban las calculadoras científicas) de las correspondientes representaciones geométricas. Me resultaba mágica esa propiedad absoluta y universal que emanaba de la Geometría, aplicada a la trigonometría, a la representación de funciones, al cálculo de áreas y volúmenes, y a la mayor parte de los conceptos matemáticos que tuve que aprender. Esa hermandad entre Geometría y Matemática permitía comprobar los resultados geométricos mediante el cálculo aritmético, y viceversa. Esto me fascinaba. Me llenaba de satisfacción cuando coincidían, y me permitían detectar y corregir los fallos si había errado. Aunque para ello había que repetir ambos procedimientos, pues el error podía haberse producido en

el procedimiento geométrico o en el matemático. Aún hoy en día practico este doble cálculo de comprobación.

Técnica artesanal y aproximada

También fui consciente desde el principio del carácter aproximado de los resultados obtenidos mediante técnicas gráficas, lo que obligaba a que, para obtener mayor precisión, se partiese del mayor tamaño o escala del esquema geométrico, y proceder después con rigor y sumo cuidado en el trazado. Había que marcar con máxima aproximación los valores métricos de los datos iniciales con el escalímetro, mantener la misma inclinación del lápiz sobre el borde de las reglas, cuidar la alineación de escuadras y cartabones a la hora de tomar una alineación, no desplazar uno cuando los utilizamos para trazar paralelas y perpendiculares, fijar bien la punta del compás sobre el punto exacto de intersección de las líneas, no abrir ni cerrar sus brazos cuando se transportan medidas o se dibujan arcos de igual radio... Al final, aunque se hubiera obrado correctamente con la máxima pulcritud en el dibujo, los resultados gráficos sólo podían expresarse en los milímetros de las divisiones del escalímetro. O extrapolarse por aproximación algún decimal más cuando no había coincidencia entera con la graduación milimétrica, que solía ser el caso general.

Estos antecedentes me facilitaron los estudios universitarios, y tuve la oportunidad de mejorar mis técnicas gráficas manuales con las numerosas prácticas de dibujo durante todos mis estudios de arquitectura técnica, y en parte de mis estudios de arquitectura. Me convertí así en un virtuoso del dibujo técnico, como algunos de mis compañeros. Y como todos ellos, utilizaba prácticamente la misma técnica artesanal que había visto usar a mi padre. Los tiralíneas se habían sustituido por estilógrafos (los *Rotring*), que aunque eran mucho más cómodos porque no había que rellenar continuamente la tinta, se solían atascar bastante si se les secaba la punta, sobre todo los grosores finos como el 0,1. Había que limpiarlos tras cada uso, o desmontarlos para desatascarlos. Otra novedad fue el paralex, genial invento por sencillo de un arquitecto español que permite mantener el paralelismo de una regla larga deslizante mediante dos cuerdas en sus extremos. Y en detrimento de nuestra caligrafía, ya no se exigía la rotulación de textos a mano, por lo que usábamos plantillas o los vistosos transfer, que permitían variadas tipografías y contaban además con un surtido conjunto de símbolos y bloques con que amueblar y decorar nuestros dibujos. Aparte de estos adelantos, poco más había cambiado en el campo de la delineación. Lápices y portaminas, sacapuntas y afiladores, gomas, escuadra y cartabón, escalímetro, transportador de ángulos, plantillas de curvas, papel vegetal... y la necesaria cuchilla de afeitar para borrar la tinta.

La escala

La cuestión de la escala siempre fue complicada. Primero como concepto. Entender las infinitas representaciones proporcionales que pueden realizarse de un mismo objeto, y establecer la que cabe más adecuadamente en el limitado formato del papel requiere una abstracción conceptual no apta para cualquiera. Sin duda el escalímetro facilita la cuestión, con una plasmación práctica en distintas graduaciones asignadas a fracciones o escalas comunes. Después, el tedioso proceso de cambio de escala, bien desde el original al papel, bien entre distintas representaciones proporcionales, requiere transportar una por una cada dimensión del objeto, girando y orientando correctamente la herramienta en cada paso. Además, si la escala original o la escala destino no eran comunes (no aparecían en el escalímetro) la conversión pasaba por calcular el factor de escala y aplicarlo a cada dimensión.

Una pesadilla que sólo se facilitaba construyendo una regla con la graduación concreta, o utilizando un pantógrafo de difícil ajuste a la escala deseada.

La aparición de las fotocopiadoras continuó con la revolución del proceso de reproducción gráfica, que se había iniciado ya en tiempos de mi padre con las máquinas de copia azules de planos con amoníaco. Si bien en un principio las fotocopiadoras no sustituyeron a las máquinas de copia de planos por su limitado tamaño, máximo un DIN-A3, sí permitían el proceso de cambio de escala de las representaciones gráficas, por su capacidad de aumentar o reducir la imagen original. El limitado rango de porcentaje de escalado y de tamaño de las copias obligaba a repetir varias veces la operación hasta alcanzar el factor de escala esperado, que en cualquier caso siempre resultaba aproximado.

La incertidumbre de los levantamientos de planos

Las obligadas y numerosas prácticas de levantamiento de planos arquitectónicos que tuve que realizar durante mis estudios me ayudaron en muchos aspectos. Aparte de los resultados académicos esperados, como el análisis de formas, el constructivo, de estilos arquitectónicos, la práctica de la mano alzada o la mejora de la técnica de delineación, experimenté en propia carne una serie de conceptos de metrología difíciles de entender teóricamente, como son la incertidumbre de las medidas, el error acumulado y la tolerancia.

La toma de datos se hacía manualmente, a cinta. El croquizado previo a mano era fundamental para anotar las distintas medidas generales y parciales. Algunas partes eran complicadas de dimensionar, como era el caso de los alzados, en donde no teníamos acceso a partir de cierta altura. Debíamos contentarnos con algunos valores obtenidos con pértigas, o asomados desde los huecos hasta el suelo. Incluso en planta era difícil determinar los descuadros e irregularidades, lo que obligaba a proceder por triangulación. Por muchas cotas que se tomasen en el levantamiento siempre ocurría que faltaba alguna cuando se restituían los valores en el tablero de dibujo.

Un fenómeno que siempre se repetía era que el mismo elemento arrojaba distintos valores cada vez que era medido. Cuando comparábamos los datos tomados con los de nuestros compañeros, nunca coincidían exactamente. Eran parecidos pero distintos, con mayor diferencia cuanto mayor era la longitud medida. Las razones de esta incertidumbre eran diversas. Si no se fijaba bien el inicio de la cinta –en unas había que contar la anilla inicial, en otras no-, si no se tensaba bien –por mucho que se tensase siempre se medía una catenaria y no una línea recta, sobre todo en grandes distancias-, si los extremos no estaban horizontales... Ni siquiera las cintas métricas que utilizábamos coincidían exactamente entre ellas.

A esto se unían los errores de lectura y transcripción de la medida. De esto te dabas cuenta, a veces, en el proceso de encaje de dimensiones. Las cotas parciales no coincidían con las generales, los triángulos no cerraban, los descuadros eran distintos, y una o varias cotas anotadas debían estar, sin duda, equivocadas.

Los profesores nos explicaban que como en cada lectura de medidas se producía un error -por diversas causas que motivaban la incertidumbre-, éstos se acumulaban en las medidas parciales, por lo que eran más fiables las lecturas de dimensiones generales y a cinta corrida.

Pero aunque se actuase con máximo rigor debíamos ser conscientes que nunca podríamos hacer una representación exacta del edificio que estábamos levantando, menos aún cuando presentaba deformaciones patológicas o irregularidades. A lo que debíamos aspirar era a que fuese lo más aproximada a la realidad, dentro de un margen de error aceptable que constituía la tolerancia.

Desde luego que existían otros recursos para intentar plasmar lo más acertadamente las formas de los edificios. A veces utilizábamos instrumentos topográficos, como teodolitos o taquímetros, para determinar con mayor precisión las dimensiones generales en planta y la frecuente inclinación de la rasante. La fotografía era, en cualquier caso, imprescindible para ayudarnos a restituir las diversas formas del edificio, especialmente indicadas para los alzados y detalles en donde las cotas tomadas eran escasas. Una buena foto frontal permitía determinar las distintas dimensiones mediante un cambio de escala, siempre que conociésemos el valor métrico de alguno de los elementos que aparecían retratados. Aunque también ocurría lo mismo que con la toma de medidas, por muchos carretes que tirásemos siempre quedaba alguna parte no documentada.

Los oscuros tratados

También recuerdo la consulta práctica de tratados históricos de arquitectura (empezando por *Los diez libros de arquitectura* de Vitruvio) en busca de las proporciones que supuestamente tenían los distintos elementos del edificio, identificables con algún orden clásico. Pero aparte de poder reconocer el estilo, básicamente por el capitel de las columnas (toscano, dórico, jónico, corintio, compuesto), de poca ayuda me sirvieron estas fuentes en la determinación de sus dimensiones, pues la realidad no coincidía con los distintos valores que daba cada autor. Además, estos tratados utilizaban frecuentemente textos crípticos de difícil entendimiento, gráficos parciales acotados mediante fracciones de un supuesto módulo que no podíamos identificar, y construcciones geométricas con numerosas letras y extensas descripciones escritas. Más que obtener respuestas, recuerdo de estas consultas una cierta sensación de desasosiego e incertidumbre, como que me faltase algún secreto o conocimiento básico para poder entenderlos, y que impedía utilizarlos en la práctica.

La revolución infográfica

Ya desde los primeros contactos con un ordenador *Spectrum* intuí el enorme potencial gráfico que representaba la nueva tecnología informática, que empezaba a llegar poco a poco para quedarse después definitivamente. Mediante sencillas secuencias en lenguaje *Basic* realicé aplicaciones que dibujaban perspectivas caballerías a base de introducir las coordenadas cartesianas de cada uno de los vértices de una figura geométrica. El programa aplicaba un vector de desplazamiento para las coordenadas z, lo que producía la representación en perspectiva en la pantalla del televisor.

Por ello en el año 1988, en mitad de mis estudios de arquitectura, no dudé en apuntarme a un curso de diseño asistido por ordenador, seguramente el primero que se impartió en Sevilla. Allí tuve el primer contacto con el programa Autocad, versión 2.52, que se me reveló desde el principio como una extraordinaria herramienta gráfica. Me cautivó la versatilidad para introducir datos (de manera gráfica o numérica), los recursos de dibujo de formas puras (el punto, la recta, el polígono, el círculo,...), la creación de bloques con formas complejas que se podían redefinir, la edición de esas formas (desplazamientos, giros, copias,

simetrías, escalado,...), las bibliotecas (de bloques, de estilos de textos, de tipos de líneas,...), el operar desde el principio en el espacio tridimensional, y la capacidad de visualización desde cualquier punto de vista y a cualquier escala de zoom. Y sobre todo la exactitud matemática con se realizaban los dibujos.

Este curso me ayudó a iniciarme en este campo del CAD, convencido de su supremacía sobre la técnica artesanal que hasta entonces tanto había practicado. Aquel descubrimiento significaba que la Geometría había dejado la incertidumbre de ser una técnica de resultados aproximados, para convertirse en ciencia exacta. El nuevo papel, el área de dibujo, ya no tenía límites. El punto era adimensional, la recta unidimensional, el plano bidimensional y el espacio tridimensional. Y todas las relaciones geométricas que con ellos se pudieran establecer eran mensurables con la precisión de una calculadora científica. Pronto intuí el profundo cambio que las técnicas gráficas artesanales sufrirían a consecuencia de esta revolución.

Las posibilidades que brindaba esta nueva técnica exigían mucho tiempo de aprendizaje, pero los brillantes resultados que obtenía me animaban a sumergirme en su mejor conocimiento. A dedicarle días y noches de práctica en los que iba descubriendo nuevas y asombrosas herramientas de gran utilidad. Como al principio no disponía de ordenador personal, por lo costosos que eran los primeros modelos, para practicar empecé a frecuentar el Centro de Cálculo de mi Escuela Superior de Arquitectura de Sevilla. Allí tuve la suerte de coincidir con una serie de profesores y compañeros muy motivados con los nuevos medios informáticos, encabezados por el director de la Escuela D. Félix Escrig Pallarés. Y sobre todo tuve la suerte de obtener becas de formación de personal informático durante los 3 años siguientes, hasta que terminé mis estudios de arquitectura. Fui testigo y protagonista de la transformación de un pequeño centro de cálculo, dedicado sobre todo al cálculo de estructuras, a las grandes aulas repletas de ordenadores dedicados al CAD. Junto al desaparecido profesor D. Jacinto Canivell Rodríguez y al compañero José Sánchez impartí numerosos cursos de Autocad a alumnos y profesores de la Escuela. También desarrollamos aplicaciones en Autolisp, el lenguaje de programación de Autocad, para exportar geometrías elaboradas en CAD a los programas de cálculo de estructuras, y para importar los resultados de nuevo al interfaz gráfico. Colaboré con Félix en varios de sus proyectos de estructuras plegables y tensadas, y gané un premio internacional gracias a los conocimientos que adquirí en ese entorno febril previo a la celebración de la Expo'92 de Sevilla. Todo ello dominando esta nueva técnica gráfica de la que me había convertido en experto. De nuevo virtuoso de la Geometría.

La actividad profesional

Ya con el título de arquitecto inicié el ejercicio de la profesión en Granada. Desde el principio mi estudio de arquitectura estaba adaptado a la nueva tecnología informática. Las mesas de dibujo y todo el material de delineación manual habían sido sustituidos por ordenadores personales, cada vez más potentes. La impresora, el plóter y el escáner completaban esta nueva herramienta al permitir la entrada y salida de la documentación gráfica. Habían desaparecido los rollos y archivadores de planos, pues ya no existía el documento físico original que era preciso almacenar para consultar o realizar copias. Ahora los archivos y copias de seguridad se almacenaban en soportes digitales, cada vez más pequeños y con mayor capacidad: los disketes de 5'' y 3,5'' primero, luego las cintas ópticas, los CDs, los DVDs, ahora los pen drive USB y los discos duros externos. Mi estudio ya no era como

aquellos de antaño, con arquitectos técnicos, ingenieros, delineantes y secretaria. Prácticamente el estudio era yo, mi ordenador y muchos programas con los que podía sacar adelante el trabajo que hasta hacía poco necesitaba de una gran infraestructura material y personal. Los planos, los cálculos, los presupuestos, las memorias, las maquetas informáticas y las presentaciones de la mayoría de proyectos de pequeña y mediana envergadura pueden realizarse ahora con la intervención de unos pocos técnicos. La expansión de Internet facilitó además la colaboración con otros profesionales a distancia, el envío directo de los planos a las empresas de reprografía y constructoras, la gestión colegial telemática...

Pero sin duda el aspecto de la actividad profesional del que más aprendí en este periodo fue la gestión práctica de las propias obras, que en general se trataban de rehabilitaciones, reformas y construcciones de nueva planta de viviendas en el centro histórico de Granada, muchas de ellas en el barrio del Albaycín. Aparte de la complicada obtención de las licencias de obras, que requerían del conocimiento e interpretación de diversas normativas específicas urbanísticas y de protección del patrimonio, la propia ejecución de las obras demandaba del conocimiento tanto de técnicas constructivas actuales como de técnicas artesanales que ya no se enseñaban en la universidad.

Como siempre en arquitectura construida, la ejecución de la obra requiere de un conjunto coordinado de profesionales de distintos oficios que lleven a cabo las previsiones del proyecto. Aprendí la importancia, no sólo de poseer los suficientes conocimientos teóricos y técnicos para poder abordar un proyecto arquitectónico, sino de plasmarlos en el documento coherentemente, de manera que cada participante en el proceso constructivo tuviese la información necesaria y adecuada para poder llevar a cabo su labor. Y por ello adquiere mayor importancia, si cabe, la representación gráfica de la obra en el proyecto -los planos- que deben aportar todos los datos útiles tanto de las características generales de la obra como de cada una de las partes. No se trata, por ejemplo, de llenar los planos de cotas que tan sencillamente se implementan con los programas de dibujo asistido, porque la mayoría de estos valores serán incorrectos en la realidad física debido tanto a la incertidumbre del levantamiento del estado previo de la construcción -en los proyectos de intervención sobre el patrimonio edificado- como también a la utilización de técnicas artesanales en el control métrico de la obra (la clásica plomada, el nivel de burbuja, la cinta métrica y la escuadra, y para replanteos generales de ángulos rectos se sigue recurriendo al triángulo de lados 3-4-5). Hay que filtrar la información relevante y eliminar aquella superabundante que puede llevar a confusión, de manera que la obra concluida presente una tolerancia dimensional dentro de un rango admisible.

Estudios de doctorado

Ya con una importante experiencia profesional a mis espaldas continué con mis estudios de tercer grado en el programa “Expresión gráfica, cartografía y proyecto urbano” de la Universidad de Granada durante el periodo 1998-2000. Me interesaron la mayor parte de cursos que recibí, tanto por que abundaban en temas comunes a mi interés por la Geometría dentro de la arquitectura, como por el alto nivel académico y docente de los profesores que los impartían. En particular disfruté con entera entrega a varios de los cursos. Como el de “Modelado de curvas y superficies” impartido por D. Ángel Delgado Olmos, en donde tuve la oportunidad de conocer las modernas técnicas para producir formas singulares o libres desarrolladas en la industria aeroespacial, naval y del automóvil, y que pronto se aplicarían también en la arquitectura. Especial huella me dejó el curso de “Ingeniería y

técnicas constructivas de la iconografía” impartido por el ingeniero humanista D. Ignacio González Tascón (desgraciadamente fallecido unos años después, en 2006). Él supo transmitirme, con su enorme capacidad de comunicación y su extenso conocimiento de las fuentes históricas tanto escritas como especialmente gráficas, la pasión por las complicadas y dolosas tecnologías del pasado. D. Joaquín Casado de Amezúa y D. Rafael Herrerías Ocete, con el curso “Proyectividad y métrica en arquitectura”, enriquecieron las nociones que sobre las teorías de proporción en arquitectura ya había adquirido, y que tanto he tenido que consultar desde entonces para la realización de mis investigaciones. Y sobre todo me marcó el curso de “Arquitectura del mundo islámico” impartido por D. Antonio Orihuela Uzal, en donde me sumergí en el mejor conocimiento de las construcciones musulmanas que desde hacía mucho tiempo me habían cautivado, seguramente por residir en la ciudad de La Alhambra.

Mi interés por la geometría del arte hispano-musulmán se había iniciado tiempo atrás, en especial con la lectura y estudio de los virtuosos trabajos de D. Enrique Nuere Matauco sobre las armaduras de lazo. Por ello, cuando tuve que elegir un tema para la realización de mi trabajo de investigación, no dudé de que se trataría de un estudio gráfico sobre edificaciones históricas. Y tras consultar varias opciones, D. Antonio Orihuela me propuso el edificio del Cuarto Real de Santo Domingo, sobre el que se centraban las investigaciones que junto a D. Antonio Almagro Gorbea estaban desarrollando en ese momento en la Escuela de Estudios Árabes, del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Las facilidades que ambos profesionales me ofrecieron, al facilitarme el levantamiento fotogramétrico que sobre el edificio habían realizado, así como su interpretación del estado inicial del monumento, me animaron a iniciar un estudio que a la postre ha trascendido del simple objetivo inicial de realizar una reconstrucción tridimensional o anástilosis virtual de una edificación histórica parcialmente desaparecida.

Más actividad profesional, docencia e investigación.

Desde que volví a Granada como arquitecto intenté entrar como docente en la Universidad, aprovechando los conocimientos que había adquirido en Sevilla. Pero como la suerte no me acompañaba en este aspecto, tras los estudios de doctorado seguí dedicándome al ejercicio de la profesión en esa época de frenética actividad constructiva. Y aunque ello ha significado una dedicación inconstante que ha alargado significativamente mi periodo como doctorando, me consuelo con la importancia que tienen muchos de los conocimientos prácticos adquiridos, y de la amplia visión que sobre arquitectura y construcción me han proporcionado.

Sin duda que ello me ayudó también cuando por fin conseguí impartir docencia universitaria. Primero un curso de Geometría Descriptiva en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura, que me obligó a refrescarme con placer en los procedimientos gráficos propios de los sistemas Diédrico, Cónico y de Planos Acotados, a redescubrir con asombro renovado las propiedades de polígonos y poliedros regulares, y a profundizar en el estudio de grandes geómetras de la historia, como Leonardo da Vinci, Gaspard Monge o Maurits Cornelis Escher. Después, los dos cursos en la ya Escuela Superior de Ingeniería de la Edificación impartiendo Trabajo Fin de Carrera y Construcción, no me supusieron un gran esfuerzo, pues los conocimientos a transmitir eran los adquiridos en mi actividad profesional. Me llamó la atención el ver cómo los jóvenes estudiantes, primera generación de nativos digitales que llegaba a la universidad, iban pegados en todo momento a un ordenador por-

tátil -que había sustituido a las clásicas herramientas de dibujo encabezadas por el paralex-. Y que a pesar del gran salto tecnológico que se había producido en la sociedad, las materias y la forma académica de impartirlas en poco o nada había cambiado con respecto a mis tiempos de universitario, dos décadas antes.

Mi reciente ingreso en el grupo de investigación “Laboratorio de arqueología y arquitectura de la ciudad” o LAAC (código HUM-104 del Plan Andaluz de Investigación), cuyo investigador responsable es D. Julio Navarro Palazón, me está permitiendo consolidar mi faceta investigadora en un campo que aúna mis conocimientos profesionales con mi gran pasión por la Geometría: La métrica en la arquitectura del pasado.

PRÓLOGO

El análisis de las fuentes directas -la información que proporciona la propia obra en su estado actual- juega un papel fundamental en los estudios históricos que se realizan sobre el patrimonio arquitectónico.

El desarrollo de las técnicas fotogramétricas y escáner láser 3D permite representaciones gráficas a escala de las dimensiones reales de cada una de las partes, lo que proporciona levantamientos fidedignos de la totalidad visible de la obra. Ello facilita además la documentación de los trabajos arqueológicos, los estudios constructivos de sistemas y materiales, de deformaciones y patologías, de estratigrafía muraria, y el análisis funcional.

Se pueden realizar también trabajos de laboratorio sobre los materiales del edificio, como los estudios mineralógicos y geoquímicos, así como los de datación absoluta por diversos métodos: dendrocronología, carbono 14, potasio-argón, termoluminiscencia, paleomagnetismo,...

Sin embargo casi nunca se realiza un estudio métrico que permita determinar el módulo empleado en la construcción de la obra, y el sistema de proporciones que rige el dimensionado de sus partes. Datos tan básicos para el correcto conocimiento del edificio -y para establecer acertados criterios de intervención- son sistemáticamente ignorados en la mayor parte de los estudios históricos realizados.

Los motivos de esta carencia de información son las lagunas que la actual ciencia tiene sobre la metrología utilizada por los antiguos en la construcción de sus obras. Desde el Renacimiento este tema ha sido objeto de un debate continuo, siendo numerosos los especialistas que han planteado diversas propuestas e hipótesis al respecto del sistema de proporciones en la arquitectura. La proliferación de teorías -bastantes de ellas realizadas con escaso rigor científico-, y la aparente ineficacia de todas ellas, han propiciado el escepticismo sobre la validez y utilidad de estos análisis, y el rechazo de la comunidad científica a incorporarlos en los estudios históricos.

Dado que el conjunto de fuentes históricas y teorías desarrolladas en relación a la métrica de la arquitectura no han permitido hasta ahora explicar satisfactoriamente la relación de proporción presente entre las partes de los edificios, será necesario en esta tesis revisar los conceptos científicos que permiten construir a escala y con un tamaño concreto -mediante la metrología- un diseño tridimensional o forma arquitectónica determinada por su geometría, así como recopilar una muestra representativa de testimonios escritos y gráficos que sobre estas cuestiones se han realizado a lo largo de la historia.

No obstante la metodología adoptada para establecer los objetivos y demostrar las hipótesis de partida de la presente tesis es de carácter netamente empírica. Tal como expone Emilio Camps Cazorla en el proemio justificativo de la finalidad de su obra *Módulo, Proporciones y Composición en la Arquitectura Califal Cordobesa*:

Una certidumbre, más que sospecha, ha dado nacimiento a la labor: la de que la composición arquitectónica musulmana occidental, en todos sus aspectos funcionales y decorativos, no puede obedecer simplemente al capricho más o menos fantástico, sino que había de tener sus leyes y que, si respecto de ellas no tenemos testimonios fuera de los propios monumentos, el análisis concienzudo y objetivo de éstos podría hacernos descubrir sus normas esenciales.

(Camps Cazorla, 1953:13).

De igual manera se pretende aquí deducir la proporción de las obras, utilizando las fuentes directas que proporciona el propio elemento arquitectónico, con el mismo convencimiento de que el tamaño y disposición de sus partes debe responder a reglas fijas que pueden ser detectadas mediante un minucioso análisis.

Para ello se aprovechará la oportunidad que ofrece la exactitud de las actuales técnicas - tanto de levantamientos arquitectónicos como de representación gráfica- con las que se ensayará, mediante el procedimiento de prueba y error, pautas modulares que consigan justificar las distintas dimensiones que presenta el todo y las partes de cada obra analizada.

OBJETIVO

La presente tesis doctoral tiene por objetivo principal demostrar que un procedimiento modular con doble sistema de unidades, basado en la diagonal del cuadrado, es necesario y suficiente para justificar todas y cada una de las dimensiones de obras arquitectónicas de distintas culturas y civilizaciones.

Como objetivos secundarios se pretende:

- Recopilar distintas fuentes iconográficas y bibliográficas en relación con las medidas y proporciones de los edificios históricos.
- Caracterizar las peculiaridades generales del sistema métrico propuesto, así como las particulares de cada estilo arquitectónico.
- Establecer una metodología científica para realizar estudios métricos en arquitectura.
- Aplicar el método a ejemplos concretos.
- Desarrollar aplicaciones prácticas.
- Plantear nuevos campos de investigación abiertos.

INTRODUCCIÓN. MEDIR LO INCONMENSURABLE

Las dimensiones y proporciones de los edificios ha sido un tema ampliamente abordado en la historiografía en la arquitectura. La cuestión de las medidas que presenta el todo y las partes de las construcciones -conservadas o desaparecidas- ha sobrepasado el aspecto básicamente práctico del control métrico necesario para llevar a cabo cualquier obra colectiva como es el caso de la arquitectura. Desde un principio el aspecto puramente científico de la forma de los edificios (la geometría) y su escala o tamaño (la métrica) se convirtió en fuente inagotable del debate teórico -frecuentemente considerando otros aspectos de carácter místico o espiritual- en lo que constituye la “historia de las teorías de la proporción en arquitectura”.

La necesidad de medir

Las Matemáticas son el fundamento y la escala para llegar al conocimiento de cada una de las demás ciencias, por encontrarse en el primer grado de certeza, como afirma el filósofo cuando dice “Mathematicae enim scientiae sunt in primo grado certitudinis et naturales sequuntur eas”. Como se ha dicho, las ciencias y disciplinas matemáticas se encuentran en el primer grado de certeza y las siguen todas las ciencias naturales; y sin el conocimiento de aquellas se hace imposible. Igualmente está escrito en la sabiduría que “omnia consistunt in numero, pondere et mensura”, es decir, que todo aquello que se encuentra distribuido por el universo inferior y superior se reduce necesariamente a número, peso y medida.

(Pacioli, 1991:33)

Arthur H. Klein (1974) cita a Lord Kelvin para destacar la importancia que para el hombre tiene la cuantificación de los fenómenos que le rodean:

Solemos decir que cuando puede medirse aquello de lo que se habla y expresarlo en números se sabe algo acerca de ello; pero si no podemos expresarlo en números, nuestro saber es deficiente e insatisfactorio, y aunque puede significar el principio del conocimiento, nuestros conceptos apenas habrán avanzado hacia el ámbito de la ciencia, cualquiera que sea la materia de estudio considerada.

(Lord Kelvin¹)

Para Lord Kelvin (1824-1907) aquello que no se define, ni se puede medir ni se puede mejorar, y por tanto siempre se degrada.

Estas afirmaciones tomadas al pie de la letra pueden suponer una descalificación de valiosas formas de conocimiento cualitativo, pero destacan la importancia del conocimiento cuantitativo, y por tanto de la medida como operación que permite expresar una propiedad o atributo físico en forma numérica.

¹ Lord Kelvin realmente se llamaba William Thomson y fue quien estableció el cero absoluto o temperatura mínima alcanzable, entre otros importantes avances científicos. Cita tomada de KLEIN, H. A. *The world of measurements: Masterpieces, mysteries and muddles of metrology*, 1974.

En su obra *Métrica en la arquitectura*, Constanza Mónica Suárez Jiménez (2009:35) especifica que la medición implica un doble concepto de número. Por un lado como sistema secuencial ordenado o sistema de numeración que determina el *cómo* se lleva a cabo la cuantificación. Y por el otro una unidad que asocie y distinga los objetos que se van a contar, un modelo comparativo que distinga el *qué* se va a medir.

Añade esta autora (Suárez Jiménez, 2009:36) que la medición estableció el conocimiento de las cosas, la relación que éstas tienen entre sí y con el observador. Significó el primer paso para el conocimiento científico, convirtiendo al hombre en un ser racional y productivo. Mediante la medida fue capaz de superar el azar y controlar los fenómenos naturales y culturales de su entorno, por lo que es el origen de la conciencia humana diferenciada del mundo natural.

Por otro lado Witold Kula (1980:13) recoge, en su libro *Las medidas y los hombres*, la premisa sostenida por Montaigne de que frente a la barbarie de los pueblos primitivos, la existencia de un sistema de pesas y medidas es un criterio de civilización, al igual que el conocimiento de la escritura, el cultivo de los cereales, el vino o el uso de vestidos.

El módulo en arquitectura

No hay nada que el arquitecto deba cuidar más que las proporciones exactas de su edificio, tomando como punto de referencia cierta parte elegida como patrón.
(Vitruvio. *Los diez libros sobre arquitectura*. Libro 1, capítulo 2, apartado 6)

Entre las actividades tecnológicas que las primeras civilizaciones pudieron abordar mediante la medición destaca significativamente la construcción de edificios. Y según plantea José Antonio Ruiz de la Rosa (1987:17), en su obra *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, la arquitectura está sometida a más fuertes condicionantes que otras artes gráficas, pues además de atender a la propia expresión artística debe responder a otros aspectos de funcionalidad, estabilidad y economía. Para concebir un edificio el arquitecto puede actuar de modo parecido al pintor o al escultor, pero para materializarlo necesita el concurso de operarios instruidos en diversos oficios de la construcción a los que tiene que transmitir sus ideas de manera precisa. Mientras que en otras artes el proceso de ideación se puede solapar con el proceso de realización, modificando y corrigiendo los errores sobre la marcha, en arquitectura las correcciones suelen ser en extremo costosas en tiempo y economía.

Para Spiro Kostof (1984:9) en *El arquitecto: historia de una profesión*, la presencia de arquitectos está documentada ya en el tercer milenio antes de Cristo, y supone que se extendieron a partir de que existió el deseo de un entorno artificial sofisticado. Expone también que para construir edificios grandes y complejos, éstos deben ser concebidos por un arquitecto antes de ser ejecutados. Tanto antes como ahora la tarea primordial del arquitecto es proporcionar imágenes concretas que comuniquen cómo debe ser y qué aspecto deben tener los edificios propuestos, de manera que pueda erigirse una nueva estructura.

Según Juan Francisco Esteban Lorente (2001:235) en *La teoría de la proporción arquitectónica en Vitruvio*, el arquitecto romano establece en su tratado de *Los diez libros sobre arquitectura* que la conmensuración o modulación *ordinatio* es la última fase del trabajo teórico del arquitecto. Consistiría tal apartado en pasar el proyecto o *dispositio*, y sus deta-

lles o *compositio*, a dibujos y medidas concretas y a módulos; medidas que los oficiales y capataces de la obra puedan entender.

En la misma línea se expresa Juan Calatrava Escobar (2005:48), en su apartado *Vitruvio: El mito de un arquitecto y la teoría de la arquitectura*, cuando refiere que etimológicamente la “simetría” vitruviana es con-mensuración, esto es, “*un conjunto complejo de medidas relacionadas entre sí y en el que el módulo, como medida base y como concepto mismo, desempeña un papel fundamental*”.

Ese papel fundamental que desempeña el módulo como norma o regla general se puede concretar en el conjunto de piezas que se repiten en una construcción de cualquier tipo para hacerla más fácil, regular y económica. El Diccionario de la Lengua Española también define módulo como la medida que se usa para las proporciones de los cuerpos arquitectónicos².

Tine Kurent (1985:71) considera que una condición fundamental para industrializar la construcción de edificios es adoptar un sistema modular coordinado, pues redundaría en beneficio de todos los que participan en el proceso de la edificación: arquitecto, fabricante y constructor.

Por su parte Aguirre de Yraola (1969:7) considera que el módulo de base para la coordinación dimensional deberá ser una longitud adoptada como unidad fundamental, y los módulos derivados se subdividen en multimódulos y submódulos, que se obtienen de multiplicar o dividir el módulo básico por un número entero. Añade que las dimensiones de coordinación deben ser aditivas, de manera que la suma de dos de ellas deberá ser una tercera dimensión perteneciente a la serie.

También define este autor la dimensión de coordinación “*como la medida que indica qué cantidad de espacio necesita cada elemento de la obra para su unión con otro*”. (Aguirre de Yraola, 1969:24).

En el mismo sentido se expresa Ernst Neufert (1965:11) al considerar la ordenación de dimensiones como un instrumento excelente y necesario para aprovechar las posibilidades técnicas y culturales, pues facilita la planificación y la simplificación.

Esta industrialización mediante coordinación dimensional parece estar ya presente en las primeras manifestaciones de arquitectura monumental del comienzo del periodo histórico en Mesopotamia. En los templos protohistóricos del periodo sumerio (4000-3000 a. C.), como los de Al'Ubaid, Tepe Gaura, Eridu o Uruk, se aprecia una sensibilidad arquitectónica y una configuración de la forma sobre planta rectangular simétrica (Ruiz de la Rosa, 1987:52). Cada uno de ellos está construido con ladrillos de adobe del mismo tamaño, lo que permitiría obtener la serie de dimensiones de coordinación mediante la adición de estos elementos prefabricados (Choisy, 1977:136).

Coincide por lo tanto esta necesaria coordinación dimensional de la construcción industrializada con el concepto de *ordinatio* de la “regla de la simetría” de Vitruvio, que según Juan

² DICCIONARIO DE LA LENGUA ESPAÑOLA. Real Academia de la Lengua. Ed. Espasa Calpe. Madrid, 1992. Pág. 1387

Calatrava Escobar se traduce como ordenación: “*expresión aritmética de la simetría en cantidades concretas a partir de un módulo dado*” (Calatrava, 2005:48).

Igualmente coincide con los nuevos sistemas de prefabricados, pues sin ningún tipo de ordenación de medidas no es posible realizar trabajos racionales de construcción a base del montaje de tales elementos. La fabricación en serie requiere de pocos tipos de elementos y pocos tamaños de los mismos (Schmitt y Heene, 1998:367).

En este principio de estandarización modular se basa la “Ordenación Internacional de Módulos” que siguen las normas actuales vigentes, como la europea DIN 18000 de “Coordinación de medidas en la construcción”, o las de carácter universal como la ISO y el IMG. La primera utiliza el sistema octamétrico de fracciones decimales, bien con un módulo de 500 mm o con otro de 625 mm. Las segundas emplean el módulo de 600 mm con fracciones duodecimales, lo que le reporta un mayor número de submódulos por la mejor divisibilidad del sistema aritmético de base 12 (Suárez Jiménez, 2009:191-193).

La irracionalidad de la geometría no cuadrada

De lo expuesto en los dos apartados anteriores se deduce que una forma definida por un sistema modular coordinado -como el propuesto por Vitruvio o por las actuales normas- podría inscribirse en una “*retícula cúbica que tuviera por lado la unidad o módulo empleado. Las proporciones de sus elementos y del conjunto vendrían dadas por cocientes de números enteros*” (Ruiz de la Rosa, 1987:24) de manera que las dimensiones del todo y de cada uno de sus partes puedan expresarse numéricamente al ser conmensurables.

Sin embargo cuando a partir del Quattrocento se inician los estudios y mediciones de las ruinas romanas que tanta admiración provocaban en el Renacimiento -y a partir del siglo XVIII también de los edificios griegos- pronto se hace evidente el choque entre este sistema modular -que aparece en el redescubierto y elevado a dogma texto vitruviano- y “*la asombrosa y mal digerible variedad de la arquitectura antigua*” (Calatrava, 2005:51).

Una razón evidente que aboca al fracaso todo este sistema racional de coordinación modular es que se convierte en inoperante cuando se utilizan formas geométricas regulares pero no rectangulares -las más comunes en la geometría plana de regla y compás como triángulos, pentágonos, hexágonos, octógonos,..., incluido el círculo- dado que todas ellas presentan proporciones irracionales.

A nivel numérico esto significa que son inexpresables mediante números enteros o fracciones simples; es decir, son inconmensurables o irracionales. En el plano geométrico se traduce en que los vértices de estas figuras geométricas no coinciden con una cuadrícula o retícula regular. El círculo no tiene vértices, y su centro y dos de sus diámetros pueden ajustarse a una cuadrícula, pero ni la longitud de su circunferencia ni su área podrán obtenerse con exactitud por medios geométricos³.

Por lo tanto el estado de la cuestión en que nos encontramos sigue siendo conocer la regla que permitía a los antiguos arquitectos y constructores controlar dimensionalmente los

³ La cuadratura del círculo fue uno de los problemas clásicos irresolubles geoméricamente. Los otros dos serán la duplicación del cubo y la trisección del ángulo.

diseños irracionales que edificaron, tan evidentemente presentes por ejemplo en la geometría del gótico o en la decoración islámica.

El conjunto de hipótesis planteadas a lo largo de la historia para explicar el control dimensional de las formas de la arquitectura antigua -comenzando por el texto vitruviano- se pueden englobar esencialmente dentro de dos tradiciones. La tradición numérica que utiliza primordialmente los números enteros y fracciones simples. Y la tradición geométrica que emplea directamente procedimientos gráficos para generar arquitectura (Ruiz de la Rosa, 1987:21).

Pero antes de realizar un breve repaso de las respuestas más representativas que se han dado a la cuestión, creo conveniente adentrarnos en los dos aspectos científicos que aparentemente hacen irreconciliable las dos tradiciones mencionadas: La metrología que nos permite cuantificar numéricamente -y por tanto conocer satisfactoriamente todos los fenómenos que nos rodean-, y la geometría de donde emanaron tanto las formas arquitectónicas como la propia matemática antigua.

La metrología racional

Se denomina “metrología”⁴ a la ciencia de la medida. Incluye no sólo el estudio, sino también el mantenimiento y la aplicación de los distintos sistemas de medidas.

El objetivo fundamental de la metrología es obtener y expresar el valor de las distintas magnitudes para conseguir la exactitud requerida en cada proceso, y actúa tanto en el ámbito científico como en el productivo, en el legal y en cualquier otro que demande la sociedad.

Para obtener estos valores mensurables la metrología se sirve de unos métodos y medios apropiados, que deben ser comunes e inmutables en el ámbito en que se aplique un determinado sistema. Para cada sistema esto incluye la construcción y reproducción calibrada de instrumentos de medida, con los que se determinará el valor y se comprobará en su caso la exactitud requerida.

La utilización del vocablo griego μέτρον (metro) como medida puede llevar a confusión, pues no sólo se refiere al metro como la unidad de longitud del actual Sistema Internacional de Unidades (SI), sino a todos los sistemas destinados a determinar medidas, independientemente de la magnitud o sistema de unidades utilizados. Por esta misma razón el término “métrico” puede utilizarse genéricamente como relativo a la medida, o exclusivamente para referirnos a lo relativo al metro como unidad del SI.

También se tiende a seguir utilizando la antigua expresión de “pesos y medidas”, que diferenciaba entre el peso o masa del resto de medidas tradicionales. Actualmente no tiene sentido esta diferenciación puesto que la masa es otra magnitud susceptible de ser medida.

Los sistemas de medidas

La metrología histórica se ocupa del estudio de los antiguos sistemas de medición. Para Kula (1980:125) esta definición implica la consideración de todos los elementos relativos a la medición: los sistemas de numeración, los utensilios o instrumentos de medida, la forma de utilizarlos (que considera a veces más importantes que las dimensiones), la diferenciación por situaciones sociales, y finalmente la red de intereses heterogéneos y frecuentemente enfrentados.

Por su parte Manuel Escalona Molina (2009:27-30) agrupa los antiguos sistemas de medida en tres grandes grupos. El primero sería el antropométrico, del que destaca el convencimiento unánime de que fue el hombre el origen de las primeras medidas al comparar las cosas consigo mismo. Un segundo grupo más evolucionado de sistema de medidas sería el significativo-funcional, que se manifiesta por el tiempo de trabajo consumido en una determinada labor (p.e. peonada, obrada o huebra, jornal, yugada, aranzada,..), o bien por la cantidad de grano consumido en la siembra (p.e. la fanega es tanto una unidad de capaci-

⁴ La Real Academia Española define Metrología: (Del gr. μέτρον, medida, y -logía) 1. f. Ciencia que tiene por objeto el estudio de los sistemas de pesas y medidas.

dad como la extensión de terreno que se siembra con esa cantidad de grano). El último y más elaborado sistema de medidas sería el convencional, que asigna unas dimensiones fijas a unidades tanto antropométricas como funcionales.

Magnitud, Patrón y Sistema de unidades

Las comunidades primitivas toman conciencia del hecho cualitativo de la unidad al poder relacionarse con cada objeto de manera abstracta, tomando sólo las cualidades que tiene en común con todos los otros objetos del mismo género, y descartando las demás cualidades específicas que hacen de cada objeto una entidad única e irrepetible.

De esta manera pudo el hombre primitivo clasificar los fenómenos naturales que observaba en distintos géneros, y a partir de aquí desarrollar un sistema de numeración secuencial -los números naturales o enteros positivos- que permiten la cuantificación de objetos del mismo género contenidos en un conjunto.

De la traducción al español del *Vocabulario Internacional de Metrología -Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM)*⁵ extraemos las siguientes definiciones básicas:

1.1 (1.1) magnitud. f: propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia.

Luego lo cualitativo se refiere a la naturaleza de lo que se va a medir, la propiedad conformante y diferenciadora que puede ser cuantificada, es decir, la magnitud.

Existen magnitudes adimensionales que por su naturaleza no necesitan establecer una referencia, pues el valor puede expresarse como relaciones matemáticas puras. Es el caso de la cantidad de objetos de un conjunto, que se expresa con un número natural. Para el tema que nos ocupa -la construcción de edificios- nos interesa considerar dos magnitudes adimensionales. Por un lado los ángulos planos porque, a pesar de que pueden medirse en grados, radianes, etc., sus unidades se pueden expresar simplemente como fracción de una circunferencia, es decir, con números racionales. Por otra parte están las razones de proporcionalidad, el factor constante que expresa la relación entre dos valores, que en geometría es equivalente al concepto de semejanza, y que frecuentemente necesitará del uso de un número irracional o inconmensurable.

Por su parte las magnitudes dimensionales necesitan de ese doble concepto de número que implica tener que adoptar además una referencia, un modelo comparativo. Como decía Gabriel Ciscar en 1800 (2000:1):

No se puede dar una idea exacta de una cantidad sino comparándolo con otra cantidad conocida, a la que suele darse el nombre de unidad. Medir una extensión es hallar las unidades y partes de unidad de que se compone.

⁵ CEM. *Vocabulario internacional de metrología – conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM)*. p. 88, 2008.

En el sentido más general, medir es “*la comparación de una cantidad con su respectiva unidad, con el fin de averiguar cuántas veces la segunda está contenida en la primera* “. (Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, 22ª edición, Madrid, 2001).

Aquí lo cuantitativo implica adoptar una unidad de referencia, el patrón de comparación que permitirá determinar la medición de todos los objetos que compartan la misma propiedad, que sean del mismo género o naturaleza. EL VIM define:

1.9 (1.7) unidad de medida, *f.* **unidad**, *f.* **magnitud** *escalar real, definida y adoptada por convenio, con la que se puede comparar cualquier otra magnitud de la misma naturaleza para expresar la relación entre ambas mediante un número.*

La unidad es el valor fijo que se establece como referencia para cuantificar numéricamente una magnitud dimensional, dada la ausencia de modelos comparativos absolutos en la naturaleza. A la unidad de medida también se le denomina unidad, unidad base o básica. El término patrón hace referencia a la materialización de ese valor en un instrumento de medida, un material de referencia o un sistema de medida utilizado para definir, realizar, conservar o reproducir la unidad.

Existen magnitudes básicas como es el caso de la longitud, que va a ser la tratada fundamentalmente en esta tesis. Y existen otras magnitudes derivadas de las básicas, por ejemplo el área y el volumen que se derivan de la longitud.

Una vez que se ha establecido la unidad básica y materializado el patrón podremos realizar la medición, es decir, cuantificar las veces que el patrón está contenido en la magnitud a determinar. Por ello, en otra acepción, medir es contar. Contar el número entero de unidades patrón que caben en el objeto medido.

Pero sólo en escasas ocasiones la magnitud a medir contendrá un número entero de unidades básicas. En general, para aproximarse al valor real de la magnitud se deberá utilizar un sistema de unidades más pequeñas que la unidad básica, los llamados submúltiplos o partes de la unidad que, según las definiciones que aportamos del VIM, se obtienen al dividir la unidad por un número natural.

1.13 (1.9) sistema de unidades, *m:* **Conjunto de unidades de base y unidades derivadas, sus múltiplos y submúltiplos, definidos conforme a reglas dadas, para un sistema de magnitudes dado**

1.18 (1.17) Submúltiplo de la unidad, *m:* **unidad de medida obtenida al dividir una unidad de medida dada por un número entero mayor que uno**

Aún así las mediciones nunca pueden efectuarse con precisión absoluta pues, aunque utilizemos submúltiplos muy pequeños, el valor real no tiene por qué coincidir con un número entero de estas unidades. En cualquier caso, cuanto mayor sea el número de divisiones iguales de la unidad básica, mayor precisión o aproximación al valor real de la medida podremos obtener.

Las bases aritméticas

En la antigüedad todos los sistemas de medidas concedían especial valor a una buena divisibilidad (Neufert, 1965:10). Se salvaba así la necesidad de hacer cálculos aritméticos, cuyo dominio no se tuvo hasta bastante más tarde (Ruiz de la Rosa, 1987:22). En general, la elección de módulo suele hacerse tomando una cantidad que admita varios divisores (Soler Sanz, 2008:22). Para ello se utilizan diversas bases aritméticas que presentan buena divisibilidad y permiten sencillas agrupaciones.

Una base aritmética se determina en función del número de divisiones enteras que se hagan de la unidad. En el patrón va a significar su graduación en partes iguales.

Binaria

La base binaria es la más primaria, y está presente en el resto de las bases con buena divisibilidad. La división de la unidad por su mitad es una operación básica presente en la naturaleza, especialmente en la simetría animal, y ha sido muy utilizada en arquitectura.

(...) el cuerpo humano, admirado en los mejores ejemplares del otro sexo y del propio, se presenta a la vista extrema como especularmente simétrico, y esta correspondencia biunívoca entre las dos partes se verifica respecto a un eje y a un plano verticales, razón por la cual se justifica la preferencia, común a todos los tiempos precedentes al nuestro, por las construcciones “simétricas”, al menos cuando los motivos de la construcción eran de orden superior, no importa que fuera civil o religiosa la institución interesada. (Zevi, 1973:143)⁶.

El código máquina de los actuales ordenadores utiliza esta base mediante las cifras 0 (apagado) y 1 (encendido).

La división dicotómica de un segmento por su mitad es uno de los procedimientos geométricos básicos de regla y compás utilizado desde la antigüedad. Si tenemos una magnitud de longitud de valor L, el conjunto de submúltiplos que se obtiene por sucesivas divisiones binarias vendrá dado por la expresión:

$$L(2) = 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots$$

Decimal

Considerando que el cuerpo propio siempre constituye el modelo de las primeras enumeraciones primitivas (Cassirer, 1985:197) es evidente que el instrumento de comparación y medición más práctico e inmediato fueron las manos con sus diez dedos. La antropología no duda de que éste fuera el origen del sistema decimal, que hoy es la base de buena parte de nuestro conocimiento científico por su utilización en el Sistema Métrico Decimal.

⁶ ZEVI, Bruno. *El lenguaje de la arquitectura*. p. 143, 1973 citado en GARCÍA VALLDECABRES, Jorge. *La métrica y las trazas en la iglesia de san juan del hospital de valencia*. p. 247, 2010.

Los egipcios, como los chinos y los hindúes, emplearon la base decimal (Ruiz de la Rosa, 1987:42).

No obstante el éxito del actual sistema decimal se debe en buena parte al sistema hindú de numeración decimal recogida por al-Khuwarizmi en el siglo IX, "...*diez signos simbólicos independientes de cualquier lenguaje conocido*"⁷, y que incluye el concepto del cero.

Pero sobre todo su supremacía se debe a la notación científica de coma flotante, que permite representar y operar aritméticamente con números reales extremadamente grandes y pequeños de manera muy eficiente y compacta. Estas ventajas se impusieron en la adopción del sistema decimal del actual SI, a pesar de la escasa divisibilidad que presenta, y a que aún a principios del siglo XIX sólo una ínfima parte de la población europea poseía estos conocimientos (Kula, 1980 :110-111).

Si tenemos la misma magnitud de longitud, las divisiones aceptadas por este sistema serán las fracciones determinadas por los sucesivos factores de los números primos 2 y 5:

$$L(2,5) = 1, 1/2, 1/4, 1/5, 1/8, 1/10, \dots$$

Duodecimal

Mejor divisibilidad presenta la base aritmética duodecimal basada en el número 12, generada a partir de los dos primeros números primos, el 2 y el 3. Como veremos, su utilización fue generalizada en los antiguos sistemas de pesas y medidas de origen antropométrico, y aún subsiste en ciertos ámbitos como son la división del año en 12 meses, del día en dos mitades de 12 horas, los 12 signos zodiacales, o ciertas mercancías distribuidas por docenas. También se mantiene en el sistema imperial o anglosajón de medidas en donde el pie se divide en 12 pulgadas, y si bien estas unidades están siendo lentamente reemplazadas por el SI, todavía persisten sociedades en Gran Bretaña y en los EEUU que promocionan su uso. El argumento es que el 12 tiene 4 factores propios (excluidos el 1 y el propio 12), que son el 2, 3, 4 y 6, mientras que el 10, como ya hemos indicado, sólo tiene 2 factores propios: 2 y 5. Por tanto el sistema duodecimal es más eficiente que el decimal, por lo que las normas de coordinación modular basadas en este sistema (ISO y IMG) presentan más versatilidad combinatoria que las que utilizan el sistema decimal, como el sistema octamétrico de las normas DIN.

También es posible usar una mano para operar con este sistema, utilizando el pulgar para contar cada una de las 3 falanges de los otros 4 dedos restantes, hasta alcanzar 12.

Las divisiones de longitud admitidas serán:

$$L(2,3) = 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/9, 1/12, \dots$$

⁷ FONTAINE, J. *Isidore de Sevilla et la culture classique dans l'Espagne Wisigothique*, p. 402. Citado en RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. *Traza y simetría de la arquitectura: En la antigüedad y medioevo*, pp. 197-198, 1987.

Sexagesimal

La utilización como base aritmética del número 60 está documentada desde tiempos remotos. Los trabajos de la Misión Babilónica de la Universidad de Pennsylvania permitieron datar desde 3.000 a.C. numerosísimas tablillas de Nippur y Lagash con contenido matemático, cuya aritmética se basaba en un sistema sexagesimal de numeración con notación parcialmente posicional (Ruiz de la Rosa, 1987:38).

𐎶 1	𐎵 11	𐎴𐎶 21	𐎳𐎶 31	𐎲𐎶 41	𐎱𐎶 51
𐎷 2	𐎵𐎷 12	𐎴𐎷 22	𐎳𐎷 32	𐎲𐎷 42	𐎱𐎷 52
𐎸 3	𐎵𐎸 13	𐎴𐎸 23	𐎳𐎸 33	𐎲𐎸 43	𐎱𐎸 53
𐎹 4	𐎵𐎹 14	𐎴𐎹 24	𐎳𐎹 34	𐎲𐎹 44	𐎱𐎹 54
𐎺 5	𐎵𐎺 15	𐎴𐎺 25	𐎳𐎺 35	𐎲𐎺 45	𐎱𐎺 55
𐎻 6	𐎵𐎻 16	𐎴𐎻 26	𐎳𐎻 36	𐎲𐎻 46	𐎱𐎻 56
𐎼 7	𐎵𐎼 17	𐎴𐎼 27	𐎳𐎼 37	𐎲𐎼 47	𐎱𐎼 57
𐎽 8	𐎵𐎽 18	𐎴𐎽 28	𐎳𐎽 38	𐎲𐎽 48	𐎱𐎽 58
𐎾 9	𐎵𐎾 19	𐎴𐎾 29	𐎳𐎾 39	𐎲𐎾 49	𐎱𐎾 59
𐎿 10	𐎵𐎿 20	𐎴𐎿 30	𐎳𐎿 40	𐎲𐎿 50	

Ilustración 1. Numerales sexagesimales babilónicos

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d6/Babylonian_numerals.svg

Actualmente lo seguimos usando para medir tiempos (24 horas, 60 minutos y 60 segundos) y ángulos (360 grados, 60 minutos y 60 segundos), y ello a pesar de los intentos por establecer estas mediciones mediante el sistema decimal -recordemos el fracasado tiempo revolucionario francés o el poco utilizado grado centesimal-. Su desarrollo se liga al de la vieja astronomía y a la trigonometría, aprovechando entre otras la propiedad de que en todos los triángulos rectángulos de lados enteros el producto de sus 3 lados es siempre un múltiplo de 60.

Usando una mano para contar con en sistema duodecimal, se puede seguir con cifras mayores levantando un dedo de la otra mano cada vez que se alcanza el 12, hasta completar 60 unidades ($12 \times 5 = 60$).

La extraordinaria divisibilidad del sistema sexagesimal deriva de que tiene como divisores propios los 3 primeros primos, es decir, 2, 3 y 5. Las divisiones exactas que se pueden obtener de una longitud concreta serán:

$$L(2,3,5) = 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/9, 1/10, 1/12, 1/15, 1/16, 1/18, 1/20, \dots$$

La precisión de medida que permite tal cantidad de divisores tiene como desventajas la excesiva graduación necesaria, y la dificultad de memorizar unas tablas de multiplicar con 1770 productos distintos, frente a los 45 productos del sistema decimal o los 66 del duodecimal.

Otras bases

A lo largo de la historia se han usado otras bases aritméticas, aunque de forma más minoritaria. En ocasiones se trata de ligeras variaciones de los sistemas ya citados. Del binario procede el sistema octal de base 8, el hexadecimal de base 16 y sistema Base64, muy utilizados en la informática actual. Un variante del decimal lo constituye el sistema vigesimal de base 20, que se obtiene contando con los dedos de manos y pies. Su uso estuvo muy extendido⁸ y todavía está presente en numerosas culturas. También se utilizó la agrupación cuadregesimal (en cuarentenas).

Por su parte el sistema ternario de base 3 y el quinario de base 5 son menos operativos al carecer de la base binaria. Por la misma razón no se utilizan bases aritméticas con números primos mayores, como 7, 11, 13,..., ni siquiera combinados con binarias como podría ser la base 14.

Los distintos sistemas de medidas utilizados por el hombre han combinado frecuentemente distintas bases aritméticas. Básicamente se han utilizado bases decimales y duodecimales que se compatibilizan mediante la base sexagesimal. De esta manera se determinaban las distintas unidades del sistema.

Ya en el saber aritmético de la época sumeria se usaba un sistema de numeración con notación parcialmente posicional. Junto a la base 60 y sus potencias -‘sar’ o 60 al cuadrado y ‘gran sar’ o 60 al cubo-, se empleaba el 10 como base secundaria para los números del 1 al 59. (Ruiz de la Rosa, 1987:48).

Los romanos combinaron la base duodecimal con la decimal al establecer el paso como la longitud correspondiente a 5 pies (cada pie es 1/6), y la milla (en latín: *milia passuum*) como 1000 pies. El sistema imperial utiliza además la base binaria en la división de pulgadas. Todo ello se compatibiliza aritméticamente mediante el sistema sexagesimal de base 60.

El error, la incertidumbre y la tolerancia

Actualmente sabemos que las mediciones nunca pueden efectuarse con precisión absoluta, y que las cantidades físicas obtenidas de observaciones experimentales carecen de certeza total. Si utilizamos una regla ordinaria o un metro obtenemos una precisión próxima al milímetro, mientras que un calibrador micrométrico puede medir longitudes con precisión de hasta 0.01 mm, o incluso menos. (Suárez Jiménez, 2009:41).

La precisión nos dirige a la llamada Teoría del error, que puede también expresarse en términos de error relativo máximo o error probable representado en tanto por ciento.

El concepto de incertidumbre establece que todas las mediciones están sujetas a error, por lo que el resultado de una medición difiere del valor verdadero del mensurando. Es por ello necesario conocer el intervalo en que con una probabilidad determinada se encuentra el valor real (incertidumbre), y también establecer un rango de valores límites que implique la

⁸ Carlomagno sancionó el sistema vigesimal como obligatorio. KULA, Witold. *Las medidas y los hombres*, pp. 109, 1980.

aceptación o el rechazo del error cometido (tolerancia), y que dependerá de la precisión requerida para realizar una determinada tarea de manera aceptable. Mientras que en campos científicos se exige una mayor precisión -y por tanto menor tolerancia-, en otros campos, como en la misma construcción, se permite una mayor tolerancia siempre que el error producido no sea perceptible.

Hoy en día tenemos asumidos estos conceptos metrológicos básicos, y las tolerancias en la construcción están establecidas en distintas normas legales -como la UNE-EN ISO 7976 de Tolerancias para el edificio-. En el pasado el hombre ha buscado objetivar la realidad, trascendiendo sus limitaciones perceptivas que le proporcionaban datos erróneos. Para ello ha tratado de medir con mayor precisión, reduciendo el margen de error.

La belleza y las aproximaciones fraccionarias

La idea de que dos magnitudes, y más concretamente dos segmentos, tienen siempre una parte alícuota común, es decir, que son conmensurables al poder ser expresada su relación mediante una fracción de números enteros, es sin duda una etapa primigenia inevitable en el desarrollo del pensamiento intuitivo matemático, tanto en el horizonte histórico como en el escolar y por supuesto en el ámbito artesanal, debido al carácter siempre aproximado de las medidas que se deriva de la teoría del error y del principio de la incertidumbre.

Esta primaria visión de un espacio discreto, en donde entre dos números consecutivos no existe nada, fue clave para ese primer paso racional que permitió al hombre establecer un sistema secuencial ordenado de numeración. Para obtener una mayor aproximación de medida se debió acudir a la división de la unidad en partes más pequeñas. Y mediante las bases aritméticas se creó una jerarquía de unidades alícuotas que facilitaban las operaciones matemáticas.

La utilización de este sistema espacial discreto -compuesto únicamente por números enteros o fracciones simples- está avalado por pensadores como Pitágoras, Plotino o San Agustín, que opinaban que la belleza es tanto más elevada cuanto más sencilla sean las relaciones matemáticas (Moya, 1993:369). Recoge también el sistema antropométrico de medidas descrito ya por Vitruvio⁹, y que fue el utilizado en prácticamente todos los sistemas de pesos y medidas del pasado. Permite englobar igualmente las distintas propuestas realizadas sobre la ley de las armonías musicales en arquitectura¹⁰. Este principio, también presente en las actuales normas de coordinación dimensional, sirvió en la formulación de las ternas pitagóricas o conjunto de 3 números enteros que cumplen con el teorema de Pitágoras. Es decir, que forman triángulos rectángulos cuyos lados, con valores enteros positivos, se adaptan a la condición del primer principio fundamental de la geometría teórica ($a^2 + b^2 = c^2$), y que por tanto y como ya hemos referido, el producto de sus lados es siempre múltiplo de 60. El ejemplo más conocido es el llamado triángulo sagrado egipcio de lados (3,4,5), si bien existen numerosas ternas más como (5,12,13), (7,24,25), (8, 15,17),...

⁹ VITRUBIO POLIÓN, Marco. *Los diez libros de arquitectura*, p. 277, 2007.

¹⁰ KAPPRAFF, Jay *Ancient harmonic law*, p. 16, 2007.



Ilustración 2. Gaffurio, *Theorica musicae*, Milán, 1492

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Gaffurio_Pythagoras.png

Las extraordinarias relaciones numéricas han sido históricamente objeto de elogio y estudio matemático, dando lugar en ocasiones a la formulación de teoremas que han necesitado siglos de desarrollo matemático para poder ser demostrados¹¹.

Estos hallazgos numéricos indujeron a Pitágoras a creer que la verdad última de la estructura del universo residía en ciertas razones y proporciones, y que “*los números son el principio, la fuente y la raíz de todas las cosas*”, con todas las connotaciones religiosas que ello conllevaba. Apoyado en los acordes musicales desarrolló una aritmología mística que asignaba a los números propiedades cualitativas. Es el caso del triángulo decádico formado a partir del *tetraktys*, constituido por los 4 primeros números cuya suma es 10, número perfecto según Pitágoras, Platón o Vitruvio. (Fernández Gómez, 1999:37-38).

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & 5 & 6 & 7 \\ & & 8 & 9 \\ & & & 10 \end{array}$$

Paradójicamente el teorema de Pitágoras, que inició el conocimiento de la geometría teórica, sirvió también para descubrir la inconmensurabilidad de sencillas proporciones geométricas. Ello supuso la primera crisis de fundamentos en la Historia de la Geometría tal como relata el historiador de la Matemática Howard Eves¹²:

¹¹ Como muestra el último teorema de Fermat relacionado con las ternas pitagóricas y postulado en 1637, que no fue demostrado hasta 1995 por Andrew Wiles.

¹² EVES, Howard. *Great moments in mathematics*, p. 53, 1977. Citado en GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro M. *El descubrimiento de los inconmensurables*, p. 114, 2013.

El descubrimiento de números irracionales y magnitudes inconmensurables provocó una considerable consternación en las filas pitagóricas al dar un golpe mortal a su Filosofía que dependía de los números enteros. [...] ¿Cómo puede ser que el número $\sqrt{2}$ dependa de números enteros y no pueda expresarse como razón de dos de ellos? El sentido común y la intuición resultan contrariados por la contrapartida geométrica del hallazgo: existen segmentos que no pueden ser medidos por una unidad común. Pero toda la teoría de la proporción pitagórica y de figuras semejantes se basaba en esta presunta obvia asunción, de modo que una extensa parte de la geometría pitagórica quedaba invalidada de repente. Se precipitó una seria crisis de fundamentos en la Matemática. Tan grave fue el escándalo lógico que se desplegaron enormes esfuerzos por mantener el asunto en secreto y una terrible leyenda emergió sobre el que lo reveló a los extraños, el pitagórico Hipasos de Metaponto, que, según unos, pereció en el mar por impiedad, y, según otros, fue desterrado de la comunidad pitagórica y se le erigió una tumba como si hubiera muerto. (Eves, 1977:53)

La revelación de que el espacio es continuo, y por tanto no discreto, supuso el conocimiento de que ciertas razones matemáticas adoptadas desde antiguo como valores geométricos no eran correctas. La simple proporción entre la diagonal y el lado del cuadrado no puede expresarse mediante una relación de números enteros, y por tanto las fracciones utilizadas son únicamente aproximaciones al valor real, con mayor o menor error.

A nivel teórico fue trascendente la imposibilidad de calcular de forma aritmética exacta el problema de la “duplicación del cuadrado”¹³. La incalculabilidad aritmética de ciertas medidas aparecía en muchos valores geométricos, por ejemplo, en la relación entre el lado y la altura del triángulo equilátero, o entre la circunferencia y su diámetro.

Sobre la inconmensurabilidad del diámetro respecto de la circunferencia a todos nos parece admirable que una cosa no sea medible por medio de otra que es divisible aún en partes muy pequeñas, [...]. Nada causaría más asombro a un geómetra que el ver que la relación del diámetro a la circunferencia resultaba commensurable. (Aristóteles)¹⁴

Esta crisis exigió una revisión de los fundamentos pitagóricos ya que desde entonces las magnitudes geométricas no podían ser medidas mediante números que permitiesen manipulaciones algebraicas. Como escapatoria al problema planteado por el infinito y la irracionalidad, el matemático de la Escuela platónica Eudoxo de Cnido introdujo la idea de “tan pequeño como se quiera”, antecedente del actual proceso de “paso al límite”. Su definición de igualdad de razones permite comparar magnitudes geométricas de figuras semejantes. El “axioma de continuidad” abre las puertas al actual cálculo infinitesimal.

En el momento que abandonamos las figuras limitadas por líneas rectas o superficies planas, entramos de lleno en los problemas de la continuidad, los enigmas del infinito y los dédalos de los números irracionales. Eudoxo ha encontrado el primer método lógicamente satisfactorio, que Euclides ha reproducido en el Libro V de sus

¹³ PLATÓN, *Diálogo de Menón*, 82d–83e.

¹⁴ ARISTÓTELES, *Metafísica*. Libro I, Cap.2, 983^a. Citado en GONZÁLEZ URBANEJA. *El descubrimiento de los inconmensurables*, p. 114, 2013.

Elementos, para resolver estos problemas. En su método de exhaustión, aplicado al cálculo de áreas y volúmenes, Eudoxo ha mostrado que no tenemos necesidad de suponer la “existencia” de “cantidades infinitamente pequeñas”. Basta, para los fines que persiguen las Matemáticas, poder alcanzar una magnitud “tan pequeña como queramos” gracias a la división continua de una magnitud dada. (Payot, 1950:36).¹⁵

Mientras que a nivel empírico el problema geométrico se limita a reducir el margen de error utilizando una aproximación aritmética tolerable y cómoda, a nivel teórico se inició un largo camino de desarrollo matemático hasta poder definir y operar con valores irracionales que permitieran calcular el error cometido, la incertidumbre de la medida realizada y el rango de tolerancia.

Así, por ejemplo, la sencilla aproximación fraccionaria decimal $7/5$ (1.4) al valor de la diagonal del cuadrado $\sqrt{2}$ (1.41421356...) presenta un error del -1.01%, lo que le sitúa en el límite de la percepción visual. Valor muy similar al obtenido por exceso con $10/7$ (1.42857...). Se mejoró con la utilización de la fracción duodecimal $34/24$ (1.41666...) propuesta por Faventino e Isidoro (Ruiz de la Rosa, 1987b:53), cuyo error de 0.17% es prácticamente inapreciable. Por su parte el antiguo texto matemático indio Sulvasutras (c. 800—200 a. C.) utiliza la fracción duodecimal $577/408$ (1.41421569...) (Ruiz de la Rosa, 1987b:53) con un error del 0.00015%. Las tablas babilónicas YBC 7289¹⁶ (c. 2000—1650 a. C.) ya proporcionan en esas fechas una aproximación en cuatro dígitos sexagesimales, que es similar a seis cifras decimales (1.41421297...), lo que reduce el error cometido al despreciable valor de -0.00004%.

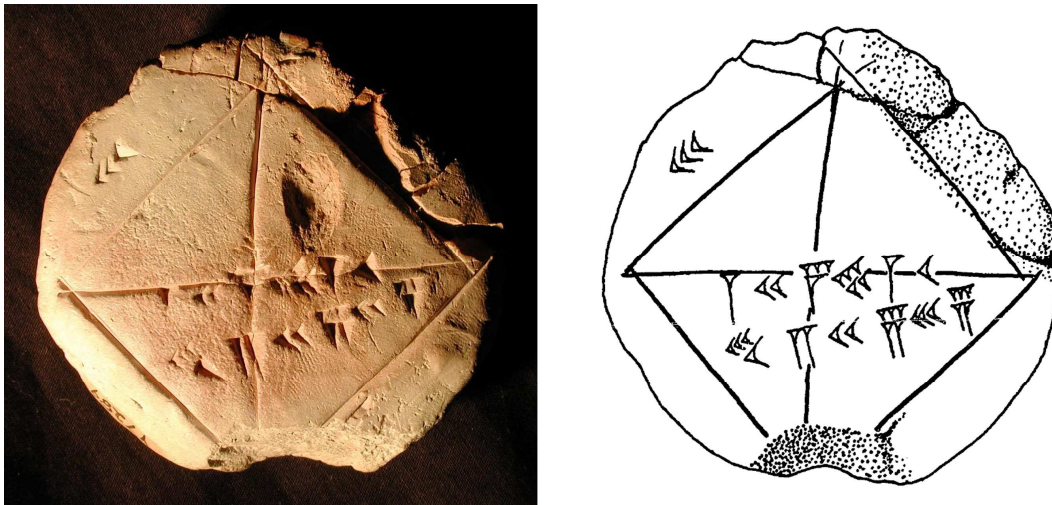


Ilustración 3. Tablilla babilónica YBC 7289 <http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/ybc/ybc7289-1.jpg>
(Fowler y Robson, 1998:367)

Para la altura de un triángulo equilátero -que vale $(\sqrt{3})/2 = 0,866025404\dots$ - se utilizaba la fracción $6/7$ (0,857142857...) como valor por defecto con un error del -1.03%, y $7/8$ (0.875) como valor por exceso con error 1.04% (Ruiz de la Rosa, 1987:333).

¹⁵ Citado en GONZÁLEZ URBANEJA. *El descubrimiento de los inconmensurables*, p. 135, 2013.

¹⁶ FOWLER, D. H. y ROBSON, E. R. *Square root approximations in old babylonian mathematics: YBC 7289 in contex*, pp. 366—378, 1998.

Por otra parte en el Papiro Rhind o de Ahmes se describe un valor aproximado de π -la relación entre la circunferencia y su diámetro- equivalente a la fracción ternaria $256/81$ (error 0.6%). En Mesopotamia se llegó a utilizar la sencilla fracción duodecimal $25/8$ (error -0.53%), posteriormente citada por Vitruvio y por Durero. En la Biblia se aproxima simplemente al valor entero 3 (error -4.51%). Arquímedes utiliza el método de exhaustión para acotar el valor de π entre $22/7$ (error 0.04%, también utilizado por Luca Pacioli y Durero) y $223/71$ (-0.02%). Ptolomeo proporciona la fracción duodecimal $377/120$ (error 0.002%). La matemática china ofreció varios valores, como el decimal $142/45$ (error 0.44%) del astrónomo Wang Fang, y el ya citado $22/7$ y el preciso $355/113$ (error 0.00001%) de Zu Chongzhi. Chinos e indios usaron también el valor $\sqrt{10}$ (error 0.66%).

En general obtendremos mejor aproximación en el cálculo de cualquier valor irracional si aumentamos las divisiones de la unidad hasta que queramos. Y actualmente podemos hacerlo hasta el infinito. No obstante en la antigüedad esto conllevó complicar los cálculos numéricos y utilizar distintas bases aritméticas, lo que en la práctica limitaba enormemente la utilización de las aproximaciones más complicadas. Y sobre todo supuso tener el conocimiento sobre la inexactitud de todas estas aproximaciones -el actualmente asumido concepto de incertidumbre- que ocasionaba la pérdida del principio clásico de sencillez y belleza.

El sistema antropométrico

El hombre es la medida de todas las cosas, de las que son, en tanto que son, y de las que no son, en tanto que no son.

Esta frase del sofista griego Protágoras fue recogida por Platón y Sexto entre otros. Si bien algunos comentaristas lo interpretan como una proclama relativista, en general ha sido utilizada para ilustrar el antropocentrismo imperante en la antigüedad.

En efecto, el cuerpo humano actúa como una estructura permanente de referencia, de canon tanto de la perfección espacial como de su belleza. En él se encuentra el origen del relativismo subjetivo de la apreciación; supone un desafío y opción frontal propia del racionalismo platónico. (De la Hoz, 1991)¹⁷.

Parece ser que, a falta de patrones naturales estables para poder medir las magnitudes dimensionales, el cuerpo humano se convirtió en unidad básica de comparación. Se estableció así un sistema de medición llamado antropométrico, que además de antiquísimo es universal (Escalona, 2009:27).

Si bien este sistema sirvió para definir tanto medidas de longitud, como sus derivadas de área y volumen -denominadas tradicionalmente superficiales y de capacidad-, nos centraremos fundamentalmente en la magnitud básica de longitud por ser la única necesaria para construir edificios.

¹⁷ HOZ ARDERIUS, Rafael de la. *Varia Espacial*. Discurso leído por el académico electo el 20 de enero de 1991 en Madrid ante los miembros de la Academia de San Fernando.

En los diez libros de arquitectura Vitruvio ya habla de que al realizar sus construcciones los antiguos observaban una exacta proporcionalidad entre las medidas de cada una de sus partes y el conjunto. Y ello era porque la naturaleza había formado el cuerpo humano de manera que sus miembros quedan también en su conjunto determinados por proporciones exactas.

Vitruvio¹⁸ estima que es imposible que un templo tenga una disposición correcta si carece de simetría y proporción, como sucede con el “*homo bene figuratus*” (hombre bien formado). Define proporción como la correspondencia de las medidas de los miembros o partes de una obra a partir de un módulo constante y calculado, de tal manera como la naturaleza formó al cuerpo humano, en donde su anchura –la medida entre las puntas de sus dedos con los brazos extendidos- es igual a su altura.

Patrón y sistema de unidades

Comienza Vitruvio su exposición de medidas con el rostro, que mide 1/10 de la altura total del hombre al igual que la palma de la mano desde la muñeca hasta el extremo del dedo medio.

A continuación establece que la cabeza mide 1/8, el pie es un 1/6 y el codo 1/4, siempre respecto de la altura del hombre. Posteriormente añade que el codo equivale a 6 palmos y que el palmo mide 4 dedos, por lo que el palmo mide 1/24 de la altura y el dedo es 1/96.

Si bien Vitruvio inicia su descripción de proporciones humanas con el valor decimal del rostro, esta medida no constituyó una unidad establecida del sistema antropométrico general, formado básicamente por fracciones duodecimales de la unidad básica de longitud.

En cualquier caso se debería considerar a la altura o anchura del hombre (brazo) como la unidad básica de longitud de este sistema antropométrico. Y sin embargo las distintas civilizaciones que lo emplearon no establecieron como unidad de su sistema el módulo humano completo sino en general un submúltiplo de éste, tal vez por resultar demasiado grande y poco manejable. Así mesopotámicos, egipcios y musulmanes utilizaron el codo. Por su parte para los griegos, romanos, y en el actual sistema imperial, la unidad base es el pie. En los reinos castellanos se operó con la vara que corresponde con media braza. Por tanto el valor de la vara respecto de la altura del hombre es 1/2.

Vitruvio menciona también otras medidas de longitud en otras partes de su obra:

La pulgada resulta de dividir el palmo en 3 partes, por lo que representaba 1/72 de la altura. De esta manera la braza y cada una de las otras unidades mencionadas admiten divisiones bien en dedos (sistema dactílico), o bien mediante pulgadas o *uncias* (sistema uncial). (Ruiz de la Rosa, 1987:112).

También establece en el apartado de cómo medir las distancias (L10 C9) que una milla corresponde con 5000 pies, es decir, 1000 pasos. Y cuando habla de los vientos (L1 C6) dice que el giro del sol es de 252.000 estadios, que equivalen a 31.500.000 pasos. Como un pie corresponde con 1/6 de la altura del hombre, el paso supone 5/6, el estadio 125/6 y la

¹⁸ En el capítulo 1 del libro tercero dedicado al origen de la medida de los templos.

milla 5000/6. Como ya se ha visto, al combinar la base aritmética duodecimal de las unidades básicas de longitud con la base decimal del estadio y la milla, se necesita una base sexagesimal para poder reducir estas distancias a las unidades básicas. No obstante estas unidades “itinerarias” se utilizaban para medir distancias largas, y en general no se aplicaban a la construcción de edificios en donde se mantenían las divisiones duodecimales “ordinarias”.

Para medidas más pequeñas el dedo se dividía en 4 granos (se abandona por tanto las referencias antropomorfas). Luego el grano se corresponde con $1/384$ de la altura humana, fracción suficientemente pequeña para las obras de arquitectura pero que a su vez se prorrateaba en líneas y puntos en labores de mayor detalle.

La subdivisión de pulgadas [...] sobre todo cuando se trata de las técnicas de construcción, rara vez se hace según las 12 líneas de la subdivisión oficial, sino que por lo regular se hace según fracciones resultado de la división sucesiva por 2. (Ruiz de la Rosa, 1987:24)

Por lo tanto la línea ya supone $1/864$ de la altura humana, alrededor de 2.3 mm. Como a su vez la línea se divide en 12 puntos, cada uno de ellos mide unos 0.2 mm ($1/10368$).

Otras unidades comunes en Castilla eran: el puño ($1/18$) que correspondía con 4 pulgadas; la ochava ($1/16$); la sesma ($1/12$); y la cuarta ($1/8$). La denominación de estas 3 últimas hacía referencia a su relación con la vara, al igual que la tercia (o pie).

La variabilidad de valores y denominaciones

Jose Antonio Ruiz de la Rosa (1987:22) indica que el principal problema histórico de los sistemas de medida es el de la fijación del valor de sus unidades. En algunas épocas, los patrones de medida tuvieron validez casi universal, pero no siempre ocurrió así, creándose con ello una de las mayores dificultades de la investigación arqueológica, la determinación de las unidades empleadas en un monumento y su valor.

Al problema de la variabilidad histórica de los valores métricos de estas unidades se añade la diversidad de denominaciones específicas que han recibido, bien para distinguir iguales unidades con distinta medida, o bien para definir otros múltiplos y submúltiplos utilizados localmente.

Mesopotamia

Está comprobado que el conjunto de unidades de medida empleado por los sumerios formaba un sistema cerrado, donde las medidas de longitud, capacidad y peso, se relacionaban entre sí de manera sencilla. Ruiz de la Rosa (1987:95) indica que existió un codo más antiguo denominado codo ordinario, y otro posterior o neobabilónico usado a partir del 600 a.C. Para el codo ordinario aporta valores de 495 mm y 518 mm justificados por François Thureau-Dangin (1916), de 528 mm aportados por Claudi Alsina y Enric Trillas (1984:240-241) y de 530 mm que proporciona la Enciclopedia Británica en la página 728.

El codo babilónico de 495 mm también es aportado por Glotz (1948). Por su parte Berri-man (1953) habla del pie sumerio de 335 mm y el pie asirio de 329 mm. Jodin (1975) cita

las denominaciones y valores aportados por Contenau, como el *ubânu* (dedo) de 0.0165 m, el *ammatu* (codo) de 0.396 m, el *kanu* (caña o 6 codos) de 2.376 m o el *gar* de 4.725 m. Jodin por su parte habla del pie babilónico de 330 mm. Parrot (1981) dice que el codo mesopotámico medía 0.40 m aproximadamente (Pachón Veira, 2002:6-7).

Por su parte para González Raposo (1998:10-37) el pie sumerio mide 0.3353 m, el *shusi* aproximadamente 0.01666 m, el *kus* 0.5 m aprox., el *gar* mide 6 m aprox. y el *annginna* 180m aprox.

Los ladrillos de la construcción mesopotámica adoptaban medidas estándar y con frecuencia aparece en sus fábricas la dimensión de 33 cm, que para la dimensión de un pie se deduce un codo de 49.5 cm que confirmaría el valor aportado por Thureau-Dangin y por Glotz.

Egipto

Según los estudios de Erik Iversen (1955) el codo es también la base del sistema metrológico egipcio. En un inicio existió un sistema antiguo en donde el codo tenía unos 45 cm. En fecha no determinada se añade al codo un palmo más, para formar un codo real de 7 palmos, y por tanto de 52.5 cm. Posteriormente se establece el codo reformado de igual longitud que el real pero dividido en los 6 palmos del codo común (Ruiz de la Rosa, 1987:49-50).

Berriman (1953) describe una nueva unidad denominada *remen* que corresponde con 20 dedos egipcios, o lo que es lo mismo, 5 palmos (Ruiz de la Rosa, 1987:49). Otros autores añaden que el antiguo codo real de 523.75 mm se define en base a la $\sqrt{2}$ del *remen*, y que ambos se utilizaban para replantar la planta cuadrada de las pirámides (Lelgemann, 2004). El egiptólogo aficionado Ricardo Paulo Javier (2008) lo denomina *demen* y lo define como la mitad de la $\sqrt{2}$ del codo sagrado de 523.599 mm. Sin embargo Francisco López (2013:11) plantea que el *remen* era una unidad de superficie que equivalía a medio *setat*, es decir 5.000 codos cuadrados.

García Gallo (1978) aporta las medidas de los codos grabados en los nilómetros, siendo el de Elefantina de 523.5 mm y el de Rodah de 543.2 mm. Docchi (1994) da entre otras las mismas medidas que Iversen para el periodo más antiguo, de 0.45 m para el codo natural y 0.525 m para el codo real. Este autor añade como medidas fileteras el pie de 0.36 m (que correspondería con un codo de 0.54 m), el codo pequeño de 0.51 m y el codo grande de 0.72 m. Para el periodo alejandrino el codo tendría 0.4625 m. (Pachón Veira, 2002:6-7).

Fenicios

Según los datos aportados por Glotz (1948) y analizados por Ramón Pachón Veira (2002:8) el codo fenicio medía 470.086 mm. En cambio Suárez Jiménez (2009:56) aporta un pie medio fenicio de 27.89 cm, luego el codo mediría 41.835 cm.

Grecia

Reinach (1880) propone una braza u *orgia* de valor 1.85 m y un codo de 0.386 m, que Pachón Veira considera un error entendiendo que debería decir 0.308 m. Por su parte Glotz distingue entre el sistema *eginético* donde se utilizaría el pie de Phidon, babilónico o de Filetero correspondiente a dóricos, Peleponeso y Grecia norte, de valor 330 mm (2/3 del codo babilónico), y el sistema *euboico* de Eubea, Corinto, Jónicos y Atenas de 297 mm (3/5 del codo babilónico). Jodin (1975) distingue entre el pie de Delos o de Epidauro de 327 mm, el pie de Corinto de 297 mm y el pie ático u olímpico de 368 mm (10/9 del pie babilónico). Docci (1994) habla de un codo de 0.444 m, un pie jónico de 0.2775 m y un pie olímpico de 0.3080 m. (Pachón Veira, 2002:8-9).

Íberos

Moret y Badie ofrecen los datos de La Picola de Santa Pola en Alicante, del siglo V a.C.. Denominan pie autóctono de origen griego a la unidad de valor 0.297 m. También mencionan la braza u *orgüia*, y la cadena o *hamma* que mide 10 brazas. (Pachón Veira, 2002:9)

Púnicos

Jodin cita las medidas de la ciudad de Volúbilis en Marruecos. Escribe del *cóndilo* que son dos dedos, y por lo tanto 1/48. Al palmo también lo denomina *paliaste*, y el pie “olímpico” mide 36.8 cm. Distingue entre el pequeño codo de 5 palmos y el gran codo de 6 palmos. El paso corresponde según este autor con 2 pies y medio (5/12) (Pachón Veira, 2002:9). En las colonias púnicas de Cartago y Sardina el pie variaba entre 28.14 y 28.37 cm (Suárez Jiménez, 2009:56). El codo utilizado en Cartago en el siglo V a.C. era de 51.87 cm (Barresi, 2007:20-21).

Hebreos

Entre las unidades citadas en la Biblia y las palestinas coetáneas Berriman (1953) cita el codo palestino de valor 0.64135 m, que correspondería con $\sqrt{3}$ *remen* egipcios, y el codo real dimensionado mediante $\sqrt{2}$ *remen* egipcios. Por su parte González Raposo (1998) se refiere al codo vulgar o de hombre que mide 0.45 m, el codo mayor o regio de 0.525 m y el codo sagrado de 28 dedos o codo y medio [sic]. (Pachón Veira, 2002:9)

Roma

Como unidades greco-romanas González Raposo menciona el *palmus minor* de 4 dedos y el *palmus maior* de medio codo o 6 dedos [sic], un *pes* de 0.2962 m, un *cubitum* de 0.4444 m, la *orgia* o braza, y otras medidas mayores como el *studium* y la *mille passus*. También cita a Schrader que aporta el *pes oscus* (pie osco) de 0.2750 m. Similares valores refiere Docci en 1994 añadiendo el *gradus* (paso), la *decempeda* (pértiga) de 4 pasos. Berriman cita el *actus* de 120 pies. (Pachón Veira, 2002:10).

El gramático Elio Antonio de Nebrija¹⁹ publica en 1510 su obra *De mensuris* donde recoge un glosario de 77 términos de medidas de longitud, superficie y capacidad de origen romano. Entre las de longitud incluye el *sicilicus* o *apócope* que corresponde con 1/48 del pie (1/288) y la *vncia* o onza que es la duodécima parte del todo, y que respecto del pie corresponde por tanto con la pulgada. Utiliza *orgya* y *vlna* como sinónimos de braza. *Pechys* es también *cubitum* o codo. Distingue igualmente dos tipos de *palmus* o palmo: el *palaestes* o palmo menor (1/24) y la *spithama* o palmo mayor (1/8). Y además del *passus* o paso incluye su mitad como el *gressus* o paso medio (5/12).

En cuanto a la estabilidad dimensional del pie romano o capitalino en los territorios conquistados por el imperio, hay autores que lo dan por supuesto con un valor estable de 29.57 cm (Ruiz de la Rosa, 1987:111; Chouquer y Favory, 1992:80) y otros que opinan que los romanos adoptaron las medidas locales para no perder el control comercial y el poder derivado de éste (Suárez Jiménez, 2009:59), cambiando únicamente su denominación por las del sistema romano.

La época post-clásica

Se describe la metrología medieval como una amalgama de medidas de origen romano, visigodo y árabe a las que se añadirían las usadas por los constructores románicos y góticos, adaptada además a las necesidades y circunstancias del lugar (Merino de Cáceres, 1999:6).

Al problema lingüístico que se producía al utilizar denominaciones similares para unidades que correspondían a fracciones distintas del módulo antropométrico hay que añadir que, incluso en el mismo ámbito, una misma unidad podía tener distinta dimensión en función del tipo de mercancía que debía medir:

En cada país tienen sus medidas, que cambian según los lugares y también según las cosas que se tienen que medir... Conforme más preciosa es una cosa, menor es la medida, aunque se llame igual; por ejemplo el Brazo: es mayor el Brazo de madera que el de paño y mayor el de paño que el de terciopelo, y así sucesivamente. (Filarete, 1990:52-53)

Además el carácter significativo de las medidas deriva en el uso de diferentes unidades para objetos diversos (Kula, 1980:4-5).

Cada medida servía para una cosa. El pie para distanciar las plantas de patatas, el paso para la longitud, el codo para los géneros, jamás para maderas que se medían en varas. El campesino pescador, al hablar de su red, dice que tiene 30 varas de largo por 20 codos de ancho. (Moszynski, 1934:118)²⁰

¹⁹ NEBRIJA, Antonio de. *Repetición Sexta sobre las Medidas*, 1981. Citado en ESCALONA MOLINA, Manuel. *Estadal: Una aproximación al universo de la mensura*, pp. 36-37, 2009.

²⁰ MOSZYNSKI, K. *Cultura ludowa Stowian* (Cultura folklórica de los eslavos), p. 118, 1934. Citado por KULA, Witold. *Las medidas y los hombres*. p. 482, 1980.

Esta situación fue deteriorándose progresivamente con la incorporación de nuevas denominaciones y peculiaridades, como ponen en relieve los distintos tratados sobre medidas²¹. Se estima que durante el oscuro periodo medieval coexistían en Europa cerca de 4000 unidades de medida de todo tipo (Suárez Jiménez, 2009:238).

En los territorios americanos conquistados por la corona española se fundieron todas estas medidas castellanas con las de cada grupo étnico de origen precolombino, dando lugar a una enorme variedad de denominaciones y valores todavía pendientes de estudio (Feijóo, 2006; Suárez Jiménez, 2009: 63-98).

El codo sagrado

En la Biblia existen numerosas referencias a las medidas. Cuando se dan las dimensiones del Arca de Noé, el Tabernáculo de Moisés, el Arca de la Alianza y los Templos de Salomón y Ezequiel, se utiliza básicamente el codo²². A lo largo de la historia ha existido una gran controversia sobre cuánto medía este codo y de qué tipo era, dado que en ocasiones el codo referido era especial.

Juan Rafael de la Cuadra Blanco (2006) trata profusamente el tema del codo bíblico en sus estudios sobre la génesis de El Escorial, y cita a Fernando Chueca quien señalaba:

Es un hecho demostrado que los antiguos pueblos caldeo, egipcio, hebreo [...] utilizaban dos clases de medidas: unas eran las unidades de medidas sagradas reservadas a los templos y palacios de las sagradas dinastías, sólo conocidas y manejadas por los sacerdotes y los iniciados; las otras pertenecían al común del pueblo y eran empleadas en obras profanas y de utilidad [...] El codo egipcio, el codo piramidal, ya era conocido por el pueblo hebreo cuando llegó a Egipto, que lo consideraba como un precioso don recibido por revelación divina. (Chueca Goitia, 1947:73).

En el Libro de Ezequiel se aportan las medidas del Altar Nuevo en codos de “un codo y un palmo” (Ez 40:5; 41:8; 43:13), lo que se correspondería con un codo de 7 palmos como el codo real de Iversen, y por tanto tendría 28 dedos. Herodoto en sus *Nueve Libros de la Historia* aclara que el codo real es 3 dedos más largo que el ordinario, luego tendría 28 dedos. Juan R. Cuadra interpreta como el Padre Prado que el ordinario referido ya era de 28 de dedos, por lo que el codo sagrado de Herodoto tenía 31 dedos.

Numerosos autores han aportado información sobre este tema, denominando y dimensionando el codo sagrado de distinta manera que el vulgar o común. Ya en la antigüedad Plinio el Viejo en su *Historia Natura* se refiere a que el pie babilónico era “3 dedos mayor que los nuestros”. En la Edad Media Maimónides en *Misnah* hace referencia a que este codo tiene 28 dedos.

²¹ Ejemplos significativos los aportan SÁNCHEZ MARTÍN y SÁNCHEZ ORENSE en su trabajo sobre *La metrología en el primer tratado de sastrería español del siglo XVI: Cuestiones terminológicas sobre la voz vara*, 2011; o RÍOS y SANCHIDRIÁN en *Medir sin metro. Módulos de medida en El Quijote*, 2006.

²² También se mencionan en el Antiguo Testamento la caña, el palmo menor y el palmo del pulgar al meñique. FEIJÓO OSORIO, Carlos. *Antiguas medidas de longitud*, 2006

Posteriormente J. de Prado, J. Sigüenza, Villalpando, J. Capell y M. Esteban consideraron y dimensionaron este tipo de codo durante el Renacimiento. En el Barroco lo hicieron J. Judá León, A. Kircher, J. Caramuel, J. Greaves, I. Newton y B. Lamy. Durante el siglo XVIII y XIX constan los trabajos de R. Simon, Vázquez Queipo, M. de Vogüe, M.P. Larousse, P Smyth, Torres Amat y D.E. Hispano Americano.

Ya en el siglo XX la enciclopedia Espasa de 1923 incluye un extenso artículo en el que se citan a múltiples autoridades como Calmet-Lanny, Glaire, John, Tirino y Caminero. Se menciona y dan valores métricos de la vara judaica, la vara egipcia *nahud* y otra real. Por su parte M. C. Ghyka, A. Segré, A. Penna, Le Corbusier, Iversen, Carter, Funk-Hell, Fournier, Koelliker, P. Salamanca, Hernández, Vidal, Hertwig, Guinguand, J. Vallvé, Wilkinson, E. Larousse, Luis Moya, Ruiz de la Rosa, E. Británica, Diccionario Oxford, Ch. Jacq, Álvarez, la Real Academia y J. R. Cuadra han realizado referencia a esta dualidad de valores del codo mediante mediciones métricas o relaciones fraccionarias.

Los datos recopilados por Cuadra Blanco presentan una dispersión tanto de denominaciones como de dimensiones. Esta medida sagrada mayor que la ordinaria es referida como codo y palmo, codo con palmo, codo con puño, codo real, codo sagrado, codo piramidal, codo geométrico, codo babilónico, codo egipcio, codo de varó, vara judaica o vara egipcia *nahud*. Aunque apenas hay repeticiones en los valores métricos, la mayoría se mueve en torno a los 52-56 cm para el codo usado en la Biblia y a los 44 cm para el vulgar. Existen valores extremos de codos de 80 y 96 cm. Los valores aportados en dedos tienen una media de 31-32, variando entre los 28 hasta los 96 dedos por codo.

El codo hispano-musulmán

En 1961 Félix Hernández Giménez publica su obra *El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento*. En él se hace eco de otra doble denominación del codo atribuida a citas de Ibn Luyun y el Idrisi: el codo a puño *mamuní* y el codo a mano *rassasi* (ver apartado resultados), cuya denominación y valores deducidos tendrán una gran repercusión en estudios posteriores.

Es el caso de Joaquín Vallvé Bermejo (1976), quien hace un “*análisis sistemático, pero no exhaustivo, de los datos abundantísimos, aunque contradictorios a veces, que proporcionan las fuentes hispanoárabes*”. Vallvé encuentra un gran número de vocablos de medidas tradicionales hispánicas con procedencia musulmana. En cuanto al codo distingue entre: antiguo, común o geométrico que corresponde a media vara de Castilla; *rassasi*, *hasimí*, mediano morisco, de ribera o de Córdoba; *mamuní*, negro o de Guadix; manual; mayor; mayor morisco; real.

Origen y evolución. Poder y secretismo

Witold Kula relata, al comienzo de su conocida obra *Las medidas y los hombres*, que fue Caín el inventor de las medidas. Cita al historiador judío romanizado Flavio Josefo (37-101 d.C.), quien en su obra *Antigüedades judías*, I,2,2 escribe, refiriéndose al mal hijo de Adán y Eva, que tras matar a su hermano cometió muchos otros actos abominables y, entre éstos,

habiendo inventado pesas y medidas, transformó aquella inocente y noble naturalidad con que vivía la gente mientras las desconocía, en una vida plena de estafas (Kula, 1980:3).

Aparte del pecaminoso origen, Kula resalta el control que siempre ha ejercido el poder sobre el establecimiento de las medidas, y el secretismo con el que se ha transmitido su conocimiento:

La fijación de las medidas es atributo del poder en todas las sociedades de organización desarrolladas. El atributo del poder es conferir carácter de obligatoriedad a las medidas y guardar los patrones, que a veces poseen un carácter sagrado. El poder tiende a unificar las medidas vigentes en los territorios que están bajo su hegemonía, y, asimismo, castiga las contravenciones correspondientes. (Kula, 1980:22).

En el periodo Babilónico los reyes guardaban el secreto de las medidas, y ellos mismos establecían las dimensiones del templo e iniciaban la construcción (Kostof, 1984:14). La inmutabilidad de los patrones se garantizaba mediante su custodia por el poder, los judíos guardaban sus patrones en el Templo y los romanos en el Capitolio (Escalona, 2009:24).

La potestad en fijar nuevos patrones corresponde siempre al gobernante, quien lo elige a su libre arbitrio. El codo *mamuní* lo inventó el califa de Bagdad al-Ma'mun (813-833 d.C) según la longitud del codo de un esclavo negro (Vallvé, 1976:344). Luis XIV estableció la longitud de su pie como patrón. En Inglaterra Jorge III impuso como unidad de volumen la capacidad de su orinal (galón imperial), enviando como patrón secundario a las colonias americanas el orinal de su mujer (galón USA). (Escalona, 2009:25).

No obstante el establecimiento de las medidas quedaba en última instancia supeditado al poder local donde operaba como señal de identidad diferenciadora:

Las ciudades guardaban celosamente sus particularidades metrológicas, tal como lo hacen, en la medida de sus fuerzas, con todos sus correspondientes privilegios y "libertades". Tal vez en mayor grado, ya que la medida propia, al igual que la moneda, es el símbolo externo y universalmente visible de libertad (Kula, 1980:26).

Y por supuesto toda conquista o cambio dinástico suponía la imposición de nuevos patrones. Durante las campañas cristianas sobre los reinos "moros" se solía acordar que la localidad de los primeros combatientes en entrar por fuerza en una ciudad le diesen pobladores, peso y medida una vez tomada. Por esta causa la vara de Valencia tendría origen leridano. (García Valldecabres, 2010:265).

Las nuevas "poleis" creaban sus propios patrones como símbolo de su soberanía, mientras que las ciudades victoriosas imponían a las vencidas sus medidas como símbolo de dominación (Kula, 1980:23).

El establecimiento de un sistema de medidas implicaba en primer lugar la destrucción de los patrones anteriores y su sustitución por los nuevos, que debían ser expuestos en lugares públicos para permitir su comprobación y reproducción. Es fundamental que toda la pobla-

ción tenga conocimiento de las nuevas medidas para que puedan ser aplicadas en las distintas actividades sociales supeditadas a ellas, y sancionar en su caso su incumplimiento.

No obstante el procedimiento de aplicación de dichas medidas en el diseño y construcción de las distintas manufacturas -y especialmente en arquitectura- se basaba en una tradición establecida, celosamente guardadas por los gremios y logias que tenían la orden de no divulgar los secretos del oficio a los extraños (Peiffer, 2000:49). Este conocimiento de reglas específicas y fórmulas empíricas de los maestros de obras se transmitía oralmente de una generación a otra, o mediante libros de pautas destinados a los iniciados que en ningún caso podían hacerse públicos (Suárez Jiménez, 2009:239). Tales “secretos” del *magister murii* radicaban esencialmente en el conocimiento de los métodos geométricos necesarios para trazar el proyecto de un edificio *partiendo tan solo de la “justa medida”, la escuadra y el compás* (Alvarado, 2009:40).

Confusiones y mal interpretaciones

La gran cantidad de denominaciones que han recibido las distintas medidas antiguas han dificultado de sobremanera la identificación de su valor dimensional, creándose frecuentemente equívocos o referencias mal definidas:

La correspondencia de pesos y medidas es dificultosa porque no tenemos copia de pesos y medidas juntas de otros reinos para conferirlos contada puntualidad como pide esta materia, y esa es la causa porque los autores no concurren sino que se copian unos a otros. Algunos pesos y medidas están aquí ya verificados con toda precisión que esto cabe. Otros solamente según los traen los autores.
(Corachán, 1735:20)²³

Palmo

Las referencias bíblicas al codo sagrado dadas por Ezequiel (Ez 40:5; 43:13) han creado un debate histórico sobre qué tipo de palmo es el que se añade para obtener ese codo largo o “de grandor” (Ez 41:8). Parece ser que los hebreos distinguían ya entre el palmo menor de 4 dedos (*tefaj* o *tôfaj*) y el palmo mayor de 12 dedos o 3 palmos menores (*zereth*), pero muchas traducciones tan sólo refieren el término palmo.

Esta confusión se reitera en muchos textos históricos con referencias métricas, que utilizan el palmo sin especificar si es el menor (1/24) o si se trata del mayor (1/8). Ya vimos que en latín también existía la doble acepción. En castellano los malentendidos a veces se solventan al utilizar el vocablo cuarta (1/4 de vara) como el valor del palmo mayor. Pero en otros se incrementa la confusión al usar el término palmo o “palma” indistintamente para alguna de las dos unidades. (Pachón Veira, 2002:2). Esta cuestión, que desgraciadamente aún se mantiene en español, también se da en el idioma inglés entre los términos *palm*, *hand* o *handbreadth*.

²³ CORACHÁN, Juan B. *Arithmetica demonstrada theorico-practica para lo mathematico y mercantil*, 1735. Citado en GARCÍA VALLDECABRES. *La métrica y las trazas en la iglesia de san juan del hospital de valencia*, p. 248, 2010.

Puño

Por su parte el puño²⁴ (el ancho de la mano cerrada) a veces se identifica con el palmo de 4 dedos (Pachón Veira, 2002:12), con 6 dedos (Wikipedia), con 4 dedos y una pulgada (1/18) que son 4 pulgadas (Ruiz de la Rosa, 1987:50), con 2 dedos y 1 pie (Feijóo, 2006). Al igual que para los codos hispano-musulmanes, “a mano” o “a puño” se utilizó para diferenciar otras unidades de distinto tamaño, como es el caso de la fanega de puño o sembradura (Escalona, 2009). En inglés se utiliza indistintamente *hand* o *fist*, y por tanto también *palm*.

Coto

En el capítulo XXXI de la primera parte del El Quijote, Sancho Panza dice refiriéndose a Dulcinea del Toboso:

—*Tan alta es* —respondió Sancho—, *que a buena fe que me lleva a mí más de un coto.*
—*Pues ¿cómo, Sancho?* —dijo don Quijote—. *¿Haste medido tú con ella?*

Ríos Sanchidrian (2006:21) identifica esta inusual medida llamada coto con la longitud de la mano cerrada o puño, que según él corresponde “*con la mitad del palmo [sic] o cuarta*”, es decir, la octava parte de la vara u ochava (6 dedos). Cita a Sebastian de Covarrubias quien en 1611 lo define como “*cierta medida de los quatro dedos de la mano, cerrado el puño y levantando sobre él el dedo pulgar*”. (Covarrubias, 2003).

Pulgada

La proliferación de codos y varas en los reinos hispánicos se debe a la confusión constante que de hecho existió entre el dedo y la pulgada, confusión que se acentúa en el mundo islámico, pues la lengua árabe no conoce en teoría el concepto de la pulgada o “uncia” romana y la identifica en la práctica con el dedo.
(Vallvé, 1976:348).

Dedo

Si bien en inglés el término *inch* proviene de la *uncia* romana y corresponde siempre con 1/12 del pie, el dedo clásico (1/16 del pie) corresponde con el término *finger* o *fingerbreadth*, mientras que *digit* (del *digitus* romano) se utiliza como una medida de menor tamaño.

²⁴ En muchas traducciones de los mencionados textos el codo bíblico se define como “codo y puño”.

Brazo

En su *Tratado de arquitectura* de 1465 Filarete describe un sistema de módulos distinto al definido por Vitruvio. Su brazo es definido como 3 cabezas, siendo la cabeza $1/9$ de la altura del hombre “a semejanza del espesor de las columnas con respecto a su altura en el estilo Dórico”. Por lo tanto este brazo representa $1/3$ de la altura y no la totalidad, aunque frecuentemente se utiliza el término braza en las traducciones del texto.

Un claro ejemplo de lo que debió suponer esta falta de entendimiento en el panorama métrico del pasado lo seguimos encontrando en el mencionado tratado. Se señala que “*la medida del brazo es mayor en Roma, donde mide 4 palmos, que en otros lugares*”. Si el palmo aludido es menor ($1/24$) el brazo sería $1/6$ pero mayor a $1/3$, aunque tal vez también aquí existe el equívoco con el palmo mayor. Cuando habla de otras medidas “*que antiguamente se llamaban codos*”, no sabe bien si son 2 cabezas o medio brazo ¡ $2/9$ ó $1/6$! Cita otra medida “*que se usa poco*” al referirse al pie, del que no da fracción pero que describe e ilustra de curiosa manera:

...mide dos manos cerradas, es decir, unidos los cuatro dedos y separado el quinto, de punta a punta: esto se llama pie. Y también existe el palmo, que es cuando el hombre abre la mano de tamaño corriente. (Filarete, 1990:52-53).

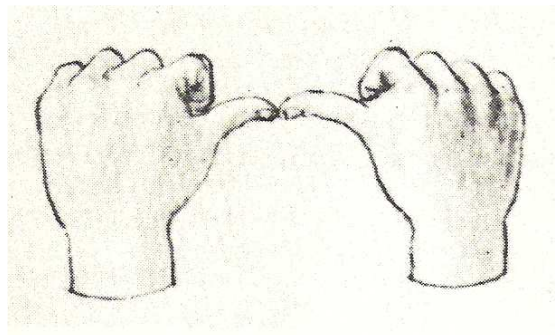


Ilustración 4. El pie según Filarete (1990:53)

Los intentos de unificación

Siempre ha existido una presión favorable para unificar las medidas en territorios extensos, básicamente por ser interés de Estado y facilitar las transacciones mercantiles. Las leyendas de la antigüedad sobre las leyes unificadoras de Filipo de Macedonia y de Alejandro Magno, sobre la medida capitolina, o sobre la reforma unificadora de Justiniano nos hablan de ello (Kula, 1980:151).

Durante la Edad Media se realiza una gran reforma unificadora por parte de Carlomagno y sus sucesores en todo su imperio, de manera que “*el patrón que se conserva en el palacio rige en todo el territorio hasta donde llega la autoridad real*” (Escalona, 2009:141).

En Europa se realizaron intentos unificadores en Francia por Francisco I, en Lombardía y Saboya, en Austria, en Rusia por Iván el Terrible, Pedro el Grande y Catalina, en Prusia por Federico II.

En Castilla la iniciativa más antigua conocida se remonta a la promovida por Alfonso X en 1261. Por acuerdo con Jaime I se utiliza la misma vara de Valencia “*de 3 pies romanos*” adoptada por la Corona de Aragón en 1238, y que en Castilla se denominará vara de Toledo. La dimensión de esta vara sería 76.62 cm según Escalona (2009:44) y García Valldecabres (2010:270), de 83.55 cm según Maier Allende, Maier y Martín Almagro Gorbea (Maier, 2005:50) y de 90.6 cm según Capdepón y Tabasco (2006:123).

Esta vara es sustituida como oficial por la de Burgos, de 83.59 cm, en los Ordenamientos de Alcalá por Alfonso XI en 1347. Su hijo Don Enrique II confirmó en las Cortes de Toro en 1369 lo establecido por su padre. Escalona (2009:143) la identifica con la vara real de Castilla y afirma que perdurará hasta la implantación del sistema métrico decimal.

No obstante en 1436 -y en dos ocasiones más- Juan II establece como oficial en Castilla de nuevo la vara de Toledo “*que era una ochava mayor que la Castellana*”, lo que es refrendado por los Reyes Católicos en 1496. Felipe II ordena en 1568 que sea la vara de Burgos la unidad de medida en todos sus dominios del Imperio, denominada a partir de entonces como vara castellana. Parece ser que Toledo acató la orden y sustituyó su vieja vara por esta nueva, aunque no fue el caso en otras numerosas ciudades. Fernando VI en 1751 ordena que se investigue la causa de no observarse en Castilla la misma medida, y en 1752 dicta que se unifiquen todas en base a la vara castellana del marco de Burgos, ofreciendo la correspondencia 2000 a 2333 con la toesa o 6 pies del Rey de París a efectos de su cotejo. (López, 1795:168-171)

En cualquier caso resultan contradictorios los datos aportados por los distintos autores respecto de la dimensión de las antiguas varas de Valencia y de Toledo:

La vara de Toledo era un 12ª parte mayor que la de Burgos, tomada la 12ª en esta, y de la de Burgos se guardó el patrón en Toledo. La vara de Valencia es una 10ª mayor que la de Madrid, de modo que en 100 varas de Valencia entran 110 de la Corte. (Terreros y Pando, 1788: 756)

Lo que a todas luces sí es evidente es que todos estos intentos de unificación no tuvieron éxito en todo el territorio, conservando numerosas ciudades sus patrones metrológicos propios como señal de identidad y poder feudal. Gabriel Ciscar, involucrado desde un inicio en el proceso de unificación universal de pesas y medidas de la Revolución francesa según un patrón tomado de la naturaleza, plantea la situación española en 1800:

De aquí resulta que los modelos de que se ha hecho uso el presente para la medidas ha sido arbitrarios, sin más fundamento que el capricho de los que las han establecido: y por esta razón no debe extrañarse la mucha variedad de varas de que se hace uso en España, Vara de Burgos, vara de Valencia, vara de Aragón, vara de Santiago, vara de una estatura prodigiosa.(...) Pero volviendo a los patrones o modelos primarios de las medidas más acreditadas en España, ¿qué cosa son más que unos monumentos de la barbarie e ignorancia del siglo en que fueron construidos? La famosa vara de Burgos está torcida, y tan mal esquadrada por sus entremos, que entre las longitudes de una y otra cara, y la distancia entre dos piezas apoyadas contra sus extremidades, se encuentran diferencias de más de un cuarto

de línea. El patrón original de Burgos difiere cerca de un décimo y medio de línea del que se conserva en el archivo de Toledo. (Ciscar, [1800] 2000:5)

Por tener poca fe en el futuro de la iniciativa francesa o desconfiar de ésta, Carlos IV decreta en 1801 la Igualación de Pesos y Medidas para todo el Reino, de nuevo en base a la medida de la vara de Burgos.

En 1849²⁵ Isabel II promulgó la Ley de Pesos y Medidas que adoptaba el metro como unidad fundamental del sistema de medidas y pesos en todos los dominios españoles, y que debía ser obligatorio a partir de 1860. En 1852, 1863 y 1886 se publican tablas de correspondencia entre las antiguas medidas recopiladas en las distintas provincias y el nuevo sistema métrico-decimal.

Aquí se pone de manifiesto el fracaso de los anteriores intentos de unificación, ya que constan numerosas localidades con medidas distintas a las oficiales. Cifrándonos a la unidad de longitud encontramos 11 varas distintas a la de Burgos. Albacete, Guipúzcoa, Logroño, Segovia y Toledo, usan la vara de 83.7 cm. Alicante la vara de 91.2 cm, Almería la de 83.3 cm, Canarias la de 84.2 cm, Castellón y Valencia la de 90.6 cm, Ciudad Real y Jaén, la de 83.9 cm, Coruña y Madrid, la de 84.3 cm, Huesca y Zaragoza, la de 77.2 cm, Lugo la de 85.5 cm, Navarra la de 78.5 cm y Teruel la de 76.8 m.

Además en Baleares y Cataluña se mantenía como unidad básica de longitud la *cana*, que correspondía a 2 varas o braza. Así la media cana en Baleares mide 78.2 cm, en Barcelona 77.75 cm, en Gerona 77.95 cm, en Lérida 77.8 cm, y en Tarragona 78 cm. En Baleares también se utiliza como medida de longitud el *destre* de 4.214 m.

Sobrepasado el plazo de aplicación obligatoria sin su total implantación, en 1892 otra ley manda observar el sistema métrico en todos los dominios españoles y en 1895 se aprueba un reglamento para su ejecución. (Escalona, 2009).

Patrones y escuadras

Aunque en origen estas medidas lineales tuvieran por fundamento el cuerpo humano, se advierte que el dedo, el pie o el codo de cada uno sólo pueden tener uso en medidas muy groseras. Por esta razón desde la antigüedad se construyeron patrones de madera o metal divididos en cierto número de dichas unidades naturales. (Ciscar, 2000:1).

El llamado codo de Nippur²⁶ (Museo Arqueológico de Estambul en Turquía) es una barra de aleación de cobre datada hacia el 2650 a.C, con forma y divisiones irregulares de 110.35 cm de longitud.

²⁵ Había transcurrido medio siglo desde que la Comisión Internacional de sabios reunidos en París estableciera el valor de la nueva unidad de medida denominada “metro” como 3 pies, 11 líneas y 296 milésimas de línea de la toesa del Perú.

²⁶ El *International Bureau for hexadecimal metrology* (BI-SMH) define el codo de Nippur exactamente en 0,518616 m.



Ilustración 5. Codo de Nippur

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/af/Nippur_cubit_.JPG/320px-Nippur_cubit_.JPG

La estatua acéfala de Gudea de Lagash (Museo del Louvre) pertenece a la misma región 5 siglos más tarde, y en la tablilla del regazo donde está representada la planta de un edificio también aparece un estilete y una regla dividida en 16 dedos (Ruiz de la Rosa, 1987:48).

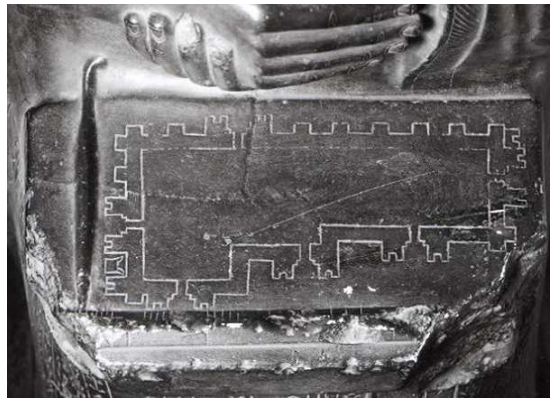


Ilustración 6. Tablilla del Gudea de Lagash

<http://s3.amazonaws.com/lcp/algargosarte/myfiles/Gudea-el-plano-2-.jpg>

Este novedoso modelo iconográfico de rey como constructor y arquitecto se repetirá en posteriores representaciones, donde el dios-rey-noble porta varas, cuerdas y otras herramientas de medida²⁷.

De Egipto se conservan numerosas reglas de madera o piedra, generalmente de 52.5 cm de longitud divididos en 7 palmos de 4 dedos (codo real), o de 6 palmos (codo reformado) (Iversen, 1955). Varias se han encontrado en las tumbas de relevantes funcionarios. Destacan el codo del Louvre y el del Museo de Turín. Ambos son de 28 dedos (reales) y presentan 15 dedos divididos de 2 a 16 partes iguales.

²⁷ Podemos citar la Tableta de Shamash de la ciudad de Sippar, la parte superior del Código de Hammurabi, las representaciones de la diosa griega Némesis, del dios greco egipcio Serapis, o la estela de Ur-Nammu.



Ilustración 7. El codo del Louvre http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/65/Louvres-antiquites-egyptiennes-img_2748.jpg

Spiro Kostof (1984:9-17) nos explica este sistema de codos y nos introduce en el proceso de diseño de las fuentes pictóricas egipcias realizadas con plumas de caña en superficies de cuero o papiro. Los instrumentos de dibujo eran junto a la regla, la escuadra, y diversos triángulos que también aparecen en los enterramientos y en los cimientos de los templos. Tanto los estrictos cánones de las figuras humanas como los planos y alzados arquitectónicos se regían por una rejilla cuadrículada en rojo.

Esta cuadrícula permite la construcción de triángulos rectángulos de lados enteros propios de las ternas pitagóricas. Según describe Plutarco en su tratado “Isis y Osiris” los egipcios tenían al triángulo de lados 3, 4, 5 en tanta estima que lo consideraban sagrado y el más bello de los triángulos, atribuyéndole significados cosmológicos. Este triángulo sagrado egipcio se puede construir con la cuerda de doce nudos, y era instrumento básico de agrimensores y constructores para materializar el ángulo recto (Ruiz de la Rosa, 1987:58). Todavía hoy en día se sigue utilizando para el mismo fin.

En la iconografía funeraria romana también está muy bien ilustrado el sistema métrico, pues aparece un variado repertorio de representaciones de instrumentos de los oficios de la construcción, especialmente los de medir y dibujar. Las reglas suelen estar divididas en palmos y codos, a veces con unas pestañas en los extremos para facilitar la medida. En Pompeya se encontraron ejemplares articulados. En otros casos los patrones también están divididos en pulgadas, como es el caso de la “mesa calibradora” de Leptis Magna cuyo uso debió ser el de comprobación en obra de las medidas de las diferentes piezas. Ruiz de la Rosa destaca el hallazgo en el templo de Baco en Baalbek de un patrón métrico con una unidad de 51.44 cm de longitud, lo que equivale a multiplicar por $\sqrt{3}$ un pie de 29.7 cm²⁸. De ser esto así, se demostraría el uso de figuras geométricas aplicadas a la obtención de unidades derivadas, útiles en determinados casos (1987:111).

²⁸ Otra definición de la medida del pie romano es la equivalente a 16/28 del codo de Nippur determinado por el *International Bureau for hexadecimal metrology* (BI-SMH), lo que equivale a 0.296352 m.

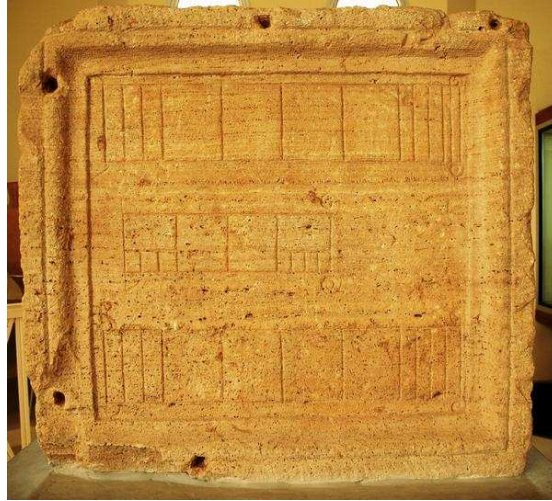


Ilustración 8. La “mesa calibradora” de Leptis Magna

http://www.livius.org/a/libya/lepcis_magna/macellum/lepcis_macellum_measures.JPG

La combinación de unidades de medida para obtener triángulos aproximadamente rectángulos parece que fue también una práctica común. Muchos codos reales de 28 dedos tienen señalada la división 20 correspondiente a una de las definiciones vistas del *remen*, de manera que se puede crear un ángulo casi recto mediante la citada aproximación fraccionaria $7/5$ a la $\sqrt{2}$. Esta es la tradición de los artesanos empiristas medievales que según Fontaine sustituyó a la tradición culta de construir escuadras correctas según el triángulo egipcio, tal como relata Vitruvio (L9, intr.). Tanto Faventino (“De diversis fabricis”, XXVIII) como Isidoro (XIX, 18, 1) describen la construcción de la escuadra como un triángulo isósceles con lados 34 y 24 (Ruiz de la Rosa, 1987b:53).

Dada la enorme variabilidad de unidades durante la Edad Media algunos autores opinan que no se utilizaría una regla con unidades específicas, sino que la propia geometría de las escuadras asumiría el papel de control métrico (Kostof, 1984:89).

En esta época la escuadra no es tan sencilla como un simple triángulo sino que su forma se complica un poco, según algunos para contener también el triángulo “canónico” del doble cuadrado que correspondía a la proporción áurea (Suarez Jimenez, 2009:240).

Se trata de escuadras abiertas, con sólo dos lados perpendiculares de distinta longitud y frecuentemente achaflanados en uno o en ambos extremos. Es el caso de la escuadra labrada en la lápida del arquitecto Hugh Libergier (muerto en 1231), ubicada en la Catedral de Reims, que además presenta espesores distintos en cada lado. Esta escuadra se ha identificado con la llamada “escuadra masona” (Suarez Jimenez, 2009:240), y sobre la proporción de sus dimensiones existe un debate abierto (Wu, 2000).



Ilustración 9. Lápida del arquitecto Hugh Libergier

<http://christhecomrade.blogspot.com.es/2012/05/the-most-beautiful-cathedral.htm>

Mayor complicación presenta la escuadra que aparece varias veces representada en el “Cuaderno” de Villard de Honnecourt (1220-1240). Además de dos brazos perpendiculares desiguales y un achaflanado curvo en el extremo largo, el espesor de cada uno de ellos es variable de manera que sus bordes no son paralelos. Parece que tanto los bordes exteriores como los interiores son ortogonales, pero entre ambas alineaciones existe un pequeño giro que provoca ese espesor variable de los brazos. También en este caso existen varias teorías sobre la finalidad de dicha forma, que en general se relaciona con el trazado de los arcos apuntados y el despiece del dovelaje que aparece en los dibujos. Si bien unos autores apuntan a fórmulas empíricas mediante aproximaciones fraccionarias y otros a trazados geométricos (Ruiz de la Rosa, 1987: 319-325).

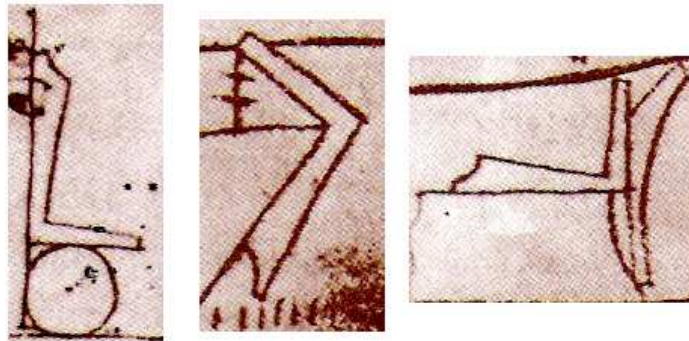


Ilustración 10. La escuadra del “Cuaderno” de Villard de Honnecourt (Honnecourt, 1991)

Idéntico diseño lo encontramos en la escuadra que porta el maestro de obras que acompaña a Enrique III en una ilustración del siglo XIV d.C.



Ilustración 11 Enrique III acompañado del maestro de obras según *La Vida de los Santos Albano y Amfibalo* (mn. siglo XIV) (Alvarado, 2009:31)

Aparte de mediante el triángulo egipcio y las ternas pitagóricas, para la construcción geométrica de ángulos rectos y de escuadras correctas es básico el dominio del dibujo de regla y compás. Y la regla y el compás, junto a las escuadras y niveles eran las herramientas necesarias para plasmar los diseños de los edificios en los solares. En la versión de 1787 de Ortiz Sáenz del Tratado de Vitruvio el traductor añadió una nota diciendo “*la escuadra se forma geoméricamente haciendo un triángulo rectángulo en un semicírculo, cuyo diámetro sea igual al hipotenusa, según la 31 el Libro III de Euclides. La invención de la escuadra ó ángulo recto, por Pitágoras, se halla en el Proemio del Libro IX, Cap. 2, número 7*”²⁹ (Citado en Suárez Jiménez, 2009:235).

No obstante el obligado uso del círculo nos aparta de la racionalidad de la metrología para arrojarnos a la inconmensurabilidad de numerosas formas geométricas.

²⁹ Realmente este procedimiento se basa en el denominado segundo teorema de Tales y, como más adelante referiré, es el mismo que el de la “cambija” utilizada en el manuscrito de Diego López de Arenas para el trazado de cartabones de las armaduras de lazo. Por otro lado el procedimiento descrito en el proemio de Vitruvio es el del triángulo egipcio de lados 3, 4, 5.

La geometría racional e irracional

Parece existir unanimidad de que en las tierras que rodean al Golfo Pérsico se sitúa el origen de los conocimientos de geometría y aritmética, muy ligadas a la astronomía y aplicadas a la agrimensura y la arquitectura. Las similitudes entre la geometría babilónica e india son demasiado fuertes para ser fortuitas, lo que puede denotar un origen común y estrechas relaciones entre ambas civilizaciones. O puede ocurrir que estos orígenes correspondan a distintos focos que se desarrollan con independencia y que con el tiempo confluyesen hacia la cuenca mediterránea, que será el escenario de la eclosión de la geometría griega (Ruiz de la Rosa, 1987:47)

Según Luis Moya (1993:367) para los antiguos la seguridad se encontraba en la geometría y en la expresión numérica de ésta, dado que en ella reside lo objetivo, lo verdaderamente independiente de la intimidad subjetiva y siempre insegura del artista, y también lo seguro frente a la variedad imprevisible de la naturaleza y de la vida.

En el prólogo al libro de Felipe Soler Sanz *Sobre las proporciones y los trazados de la Arquitectura* José María Gentil Baldrich estima que la geometría griega era una ciencia carente de algebra para su aplicación, con una aritmética que se reducía a lo que podría resolverse con regla y el compás, y que inicialmente las formas empleadas tuvieron que ser las más sencillas: el círculo, el cuadrado, el triángulo y el rectángulo. Posteriormente se añadirían otros polígonos procedentes de la bisección del ángulo, es decir, hexágono u octógono con muy escasas variaciones (Gentil Baldrich, 2008:7).

En los diferentes tratados medievales y renacentistas sobre arquitectura se resalta la importancia del conocimiento geométrico, cuyas construcciones básicas se suelen presentar al inicio de las obras. Así, Villard de Honnecourt³⁰ anota repetidas veces esta idea en su Cuaderno (1220-1240): “*en él podrás encontrar el arte de la geometría*” (folio 1V) o “*aquí comienza la importancia del trazado de la figura, así como de la geometría, que enseña a trabajar con soltura...*” (folio 18V). Y Matthäus Roriczer³¹ en la introducción de su tratado sobre pináculos (1486-1490) asegura que es la primera vez que se pone por escrito los métodos del cantero, y que sobre el fundamento de la geometría se puede llegar a determinar con el compás las proporciones correctas de los distintos elementos de un edificio.

A través de la utilización de la geometría basada en el círculo el hombre encontró un método perfecto para diseñar sin recurrir a complicados cálculos matemáticos. Issam y Parman (1976:3) aseguran que tras el desarrollo de las matemáticas con el sistema decimal este método, completo en sí mismo, permaneció inalterado.

Sin embargo estas reglas constructivas se conservaban y transmitían gremialmente, y en muchas ocasiones dichas técnicas cayeron en desuso hasta perderse. Para Enrique Nuere (1985:44) esta fue la razón que llevo a Diego López de Arenas a intentar perpetuar, con la

³⁰ HONNECOURT, Villard de. *Cuaderno de dibujos*, 1991.

³¹ RORITZER, Matthäus y GELDNER, Ferdinand. *Das büchlein von der fialen gerechtigkeit . die geometria deutsch (1486-1490)*, 1965.

publicación de sus manuscritos a principios del siglo XVII, el conocimiento de los carpinteros de lo blanco y de la construcción de armaduras de lazo, lo cual no consiguió³².

Como instrumento con el que delimitamos, cortamos, precisamos y formamos el espacio, la geometría es el material base del diseño de la arquitectura, con ese doble significado de invención-proyectación y de operación gráfica para la construcción-comunicación de la propia invención (Quaroni, 1980:134).

La naturaleza visual y manipuladora de la geometría permite usar la intención y la imaginación al mismo tiempo que desarrolla nuestra capacidad para medir, calcular, experimentar, crear, comprobar y demostrar (Fernández y Reyes, 2003:15).

Carlos Chanfón y Antonio Bonet Correa³³ profundizan en la estrecha relación de geometría y arquitectura a través del sistema antropométrico:

No será posible establecer una división absoluta entre el estudio de la proporción antropométrica y el estudio de la proporción geométrica aplicadas a la arquitectura. La razón de esta relación entre ambos conceptos, es fácil de comprender, si se considera que para ser aplicable a un proyecto arquitectónico, cualquier norma tomada de las proporciones del cuerpo humano, debe optar de forma abstracta de una proporción geométrica. (García, Bonet y Chanfón, 1991:31)

El círculo

La geometría se desarrolló en base al descubrimiento del círculo, tan presente en distintas manifestaciones de la naturaleza y que el hombre primitivo comenzó a reproducir para dar forma, entre otros utensilios, herramientas y abalorios, a su propia morada.

El texto de Vitruvio dedica un apartado a “*las comunidades primitivas y el origen de los edificios*” (L2, C1) en donde relaciona el descubrimiento del fuego como originador de reuniones y encuentros entre tribus. Estos colectivos se agrupaban alrededor de esta fuente de calor, y de igual forma comenzaron a construir sus chozas y cabañas imitando los nidos de los pájaros, y manipulando ramas y follaje realizaron sus techumbres.

La forma circular domina en las construcciones fortificadas de estas comunidades primitivas, como es el caso de los castros de la Edad del Bronce y de la Edad del Hierro. Generalmente se realizaba un zócalo de piedra elevado y una cubierta vegetal cónica apoyada en el perímetro y en un punto central elevado, de manera que el empuje de estos elementos inclinados es absorbido por la masa pétreo del zócalo.

³² NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lo blanco: Lectura dibujada del primer manuscrito de diego lópez de arenas*, p. 289, 1985. Como se verá más adelante, la técnica de la carpintería de lazo acabó perdiéndose durante siglos hasta la publicación de este virtuoso trabajo.

³³ BONET CORREA, Antonio y CHANFÓN OLMOS, Carlos. Estudios introductorios de la edición facsimil de GARCÍA, Simón, *Compendio de architectvra y simetria de los templos conforme a la medida del cuerpo humano: Con algunas demostraciones de geometria, año de 1681 : Recoxido de dibersos autores, naturales y estrangeiros*, 1991.

Además el círculo adquiere desde antiguo un carácter sagrado. Tal vez en principio por representar la forma visible del sol y de la luna, pero después también como consecuencia de la constatación de sus prodigiosas propiedades geométricas que el hombre primitivo comenzó a desentrañar y aprovechar. Los dólmenes megalíticos como Stonehenge, los túmulos, los templos más antiguos del mundo como el de Ggantija o Torre de los Gigantes en Malta, presentan formas circulares.

El trazado de esta forma primigenia exige de una abstracción geométrica previa: el punto que define su centro y la recta que con un extremo en este punto permite el giro originando la curva equidistante. Y con ello se produce la primera constatación métrica que el primitivo pudo comprobar: la duplicación de la longitud de la recta utilizada como radio. Lo que también implica la primera división binaria del círculo, en donde siempre el centro de esta figura geométrica coincide con la mitad de los infinitos diámetros que contiene, que además seccionan a la figura en dos semicírculos iguales en simetría especular.

La investigación metrológica que debieron emprender los primitivos sobre las distintas proporciones entre la longitud del radio generador y el desarrollo lineal de la circunferencia, incluso del área del círculo, se hace patente por la antigüedad de las aproximaciones obtenidas. El concepto de irracionalidad que presentan estos valores, al que eran ajenas las primeras civilizaciones, no les impidió calcularlos con gran precisión. Ya se han citado las aproximaciones fraccionarias utilizadas como valor de π . En el Papiro Rhind se establece también la equivalencia del círculo con un cuadrado cuyo lado es $8/9$ del diámetro, lo que aproxima el valor del área hasta la centésima (Ruiz de la Rosa, 1987:44)

El cuadrado

Sin embargo el círculo es una magnitud adimensional, y sus divisiones no permiten establecer términos de comparación lineal. Para construir patrones métricos que permitan las comprobaciones empíricas de estas proporciones fue necesario el descubrimiento de otra figura geométrica, básica para el desarrollo metrológico y que además suministró al hombre el sistema de referencia espacial.

Y así podemos observar cómo la primacía de la forma circular de las construcciones primitivas es sustituida radicalmente y para siempre por la ortogonalidad de las edificaciones de las primeras civilizaciones. El asentamiento neolítico de Catal Hoyük en Anatolia (Turquía) tiene una antigüedad de 9000 años, y presenta un extenso conjunto urbano formados por unidades habitacionales rectangulares.

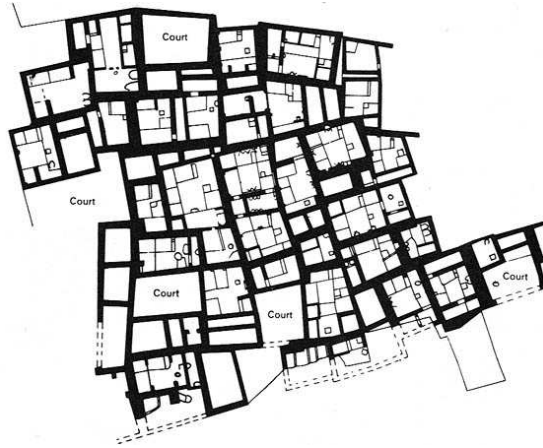


Ilustración 12. Asentamiento neolítico de Catal Hoyük

<http://www.utexas.edu/courses/classicalarch/images1/catalplan.jpg>

De este poblado se conserva la más antigua representación de arquitectura que se conoce. Esta pintura mural es comentada tanto por Vagnetti (1974:36) como por Kostof (1984:9) dado que en ella se muestra lo que parece la trama de una ciudad bajo la silueta de un volcán. Y aunque no resulta claro si su finalidad era técnica o artística (Ruiz de la Rosa, 1987:52), es sorprendente no ya la rectangularidad de las construcciones -similar a la del poblado original- sino sobre todo la trama sensiblemente ortogonal de las calles o vías que los separan, un elemento urbano todavía no estructurado en el parcelario de Catal Hoyük.



Ilustración 13. Pinturas de Catal Hoyük

<http://www.naturalhistorymag.com/htmlsite/0606/images/0606feature1.jpg>

Otra antigua representación arquitectónica la encontramos 4 milenios más tarde en el Templo Pintado del Tell Uqair, perteneciente al denominado periodo protoliterario (3500-3000 a.C). Sus pinturas murales contienen un correcto dibujo en alzado de un templo apilastrado localizado en el frente del altar. Tanto en el ritmo de la composición, proporción y disposición de elementos, como en los numerosos diseños de decoración geométrica que contiene, se reconoce un estilo regido por formas rectangulares propio de la arquitectura antigua y clásica de los siguientes milenios. Esta obra será objeto de análisis en la presente tesis (ver resultados).

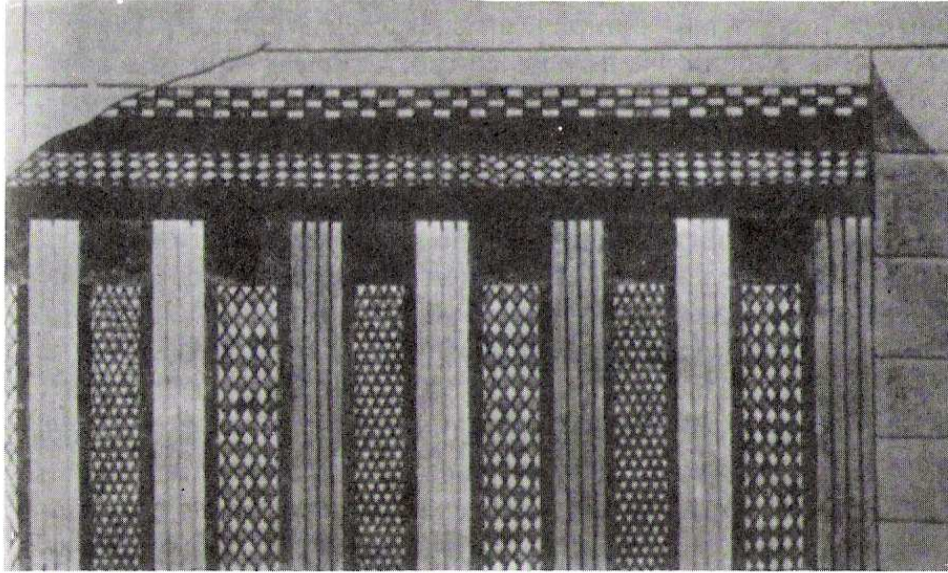


Ilustración 14. Restitución de un alzado en Tell Uqair (Ruiz de la Rosa, 1987:59, f. 13)

El círculo quedó relegado a un segundo plano, como perímetro de ciertas construcciones generalmente identificadas como templos. A veces éstas presentan divisiones concéntricas como en Tell Gubba o Uch Tepe, pero también su interior es compartimentado mediante elementos ortogonales como ciertas viviendas de Tepe Gaura. El círculo y las formas ovaladas pasarán a estar sólo presentes en los límites y muros exteriores de ciertas arquitecturas, como en los templos ovales de Khafaje, Al-Ubaid o Lagash, dentro de los cuales se desarrolla una arquitectura básicamente ortogonal (Crawford, 1991; Soudipour, 2007). Después estas formas curvas desaparecerán prácticamente de la historia de la arquitectura hasta que la cultura griega la recupere para ciertas tipologías, como los teatros.

El ángulo recto

Una vez que el hombre primitivo comenzó a experimentar con el círculo descubrió un procedimiento transcendental para todo el desarrollo de la geometría y de la metrología, el cual aparece al inicio de los todos de los tratados sobre la materia aplicado a la división de un segmento por la mitad:

Dado un segmento de recta determinado por dos puntos extremos, si con centro en estos extremos trazamos sendos círculos (o arcos de circunferencia) con un mismo radio arbitrario -que sea mayor a la semidistancia entre los puntos- éstos arcos se cortarán a ambos lados en dos puntos que unidos por otra recta intersecciona con la primera en el punto medio de los segmentos.

Este proceso de división binaria de la longitud, que se ha mantenido inalterado a lo largo de la historia hasta nuestros días, tiene otro resultado añadido que le aporta aún más utilidad: ambas rectas se cortan ortogonalmente dividiendo el espacio plano en 4 cuadrantes iguales. De esta cruz referencial habla en 1924 Le Corbusier en su obra “*El espíritu nuevo en arquitectura*”:

Si me hubiesen dicho que trazase algo sobre una pared, me parece que habría trazado una cruz, que está hecha de cuatro ángulos rectos, que es una perfección que lleva en sí algo divino y que es, al mismo tiempo, una toma de posesión de mi universo, porque en los cuatro ángulos rectos tengo los dos ejes, apoyo de las coordenadas con las que puede representar el espacio y medirlo.

(Le Corbusier, 1983:21)

La perfección de los ejes ortogonales de referencia debió asombrar tanto al espíritu del primitivo geómetra como seguía fascinando al nuevo espíritu de la arquitectura moderna. Le Corbusier describe de forma personal lo que debieron discurrir los antiguos descubridores del sistema de referencia tridimensional, ahora en un texto de 1929 titulado “*Precisiones respecto a un estado actual de la arquitectura y el urbanismo*”:

Entre el horizonte y mis ojos, se ha producido un hecho sensacional: una roca vertical, una piedra de granito artificial está ahí, enhiesta, como un menhir; su vertical, forma, con el horizonte del mar, un ángulo recto. Cristalización, fijación del lugar. Esto es un lugar donde el hombre se detiene, porque hay sinfonía total, magnificencia de afinidades, nobleza. Lo vertical fija el sentido de lo horizontal. Lo uno vive a causa de lo otro. He aquí unas potencias de síntesis (...).

Entonces dibujo con dos trazos solamente "este lugar de todas las proporciones", y, habiendo comparado con mi espíritu gran número de obras humanas, digo: "¡Aquí está, esto basta!".

(Le Corbusier, 1978:98)

El ángulo que una recta colocada en vertical -probablemente antes que un menhir, una plomada o cuerda con peso sometida a la fuerza de la gravedad - produce con el plano horizontal -materializado en la superficie en calma de una masa de agua- es exactamente el mismo que el obtenido mediante el procedimiento geométrico de la división de un segmento por su mitad, es decir, 90°. Y esto ocurre en cualquier dirección que se adopte en el plano horizontal. Al tomar conciencia de este hecho el hombre sentó las bases para todo el desarrollo científico basado en la medida. Por una parte por establecer un sistema de referencia plano que inmediatamente deriva en espacial. Por otra parte por la posibilidad de dividir sucesivamente cualquiera de estos ejes en partes iguales, aunque por ahora sólo de forma binaria. Control del medio y herramienta -tanto de control de la forma como de la medida-. Le Corbusier alaba en 1955 ambas cualidades en su “*Le poème de l'angle droit*”³⁴, y manifiesta su elección del ángulo recto como trazado regulador en el control formal de sus obras (Gutiérrez Labory, 2005:62).

De manera similar a la división de una recta por su mitad se realiza el trazado geométrico de la perpendicular a un arco de círculo -y que por tanto pasará por su centro-, y el de la bisección de un ángulo. Estos procedimientos, junto al sistema de referencia espacial, también se han mantenido inalterados hasta la actualidad debido a su sencillez.

³⁴ LE CORBUSIER. *Le poème de l'angle droit : Lithographies originales*, 2007.

Los módulos básicos

Tras tener las herramientas procede obtener las unidades y patrones geométricos básicos. El sistema permite transpolar el procedimiento bidimensional del cuadrado al tridimensional del cubo mediante la incorporación de un tercer eje perpendicular. Queda dividido el espacio en 8 triedros trirectángulos.

Existen varios procedimientos para trazar un cuadrado. Entre los que permiten hacerlo a partir de un lado de dimensión dada destacamos el aportado por Eric Broug en su libro *“Islamic Geometric Patterns”* (2008:10-11). Tras haber obtenido la cruz de los dos ejes perpendiculares del plano por el procedimiento del ángulo recto realizaremos un círculo con centro en la intersección -convertido en origen del sistema de referencia- y radio la distancia a los extremos iniciales del segmento dividido. Y con ese mismo radio -“sin abrir ni cerrar el compás”- trazaremos otros 4 círculos iguales con centro en las intersecciones del primero con los ejes.

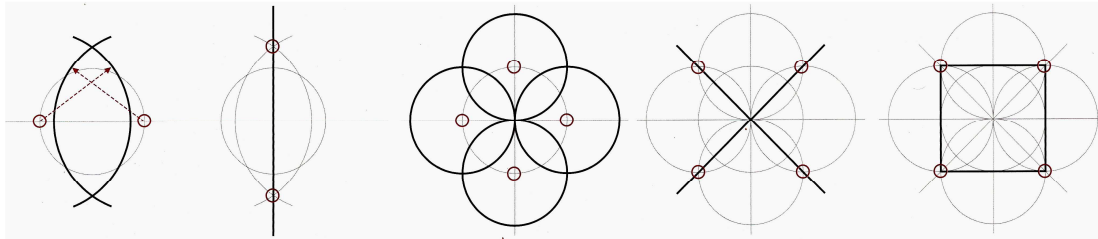


Ilustración 15. Trazado del cuadrado (Broug, 2008:10-11)

Estos 4 círculos se cortarán todos ellos en el origen, y de 2 en 2 en los vértices de un cuadrado paralelo a los ejes, centrado en el origen y de lado igual a la longitud del segmento inicial. Este módulo básico plano permite su repetición en ambos sentidos hasta completar la teselación de la superficie. Se ha obtenido la cuadrícula, la trama básica de las composiciones estáticas ortogonales. Y por extensión la teselación del espacio mediante repetición del cubo. A nivel de cálculo representa la operación aritmética de la multiplicación.

Este procedimiento de trazado del cuadrado propuesto por Broug genera numerosas posibilidades de diseño interno con este módulo básico, que pueden repetirse indefinidamente en una cuadrícula. Este autor ofrece múltiples ejemplos propios de las tramas geométricas islámicas. No obstante este trazado se detecta tanto en el diseño de edificios de planta central como en motivos decorativos de otros estilos y épocas. Un ejemplo lo constituye el pedestal visigodo conservado en la catedral de Córdoba, decorado con los trazos curvos de los círculos de este sistema.



Ilustración 16. Pedestal visigodo conservado en la catedral de Córdoba (Pérez Arribas, 2011:15)

La división de la unidad. Graduación de los patrones

Circular

El círculo -dividido en 4 partes iguales en el procedimiento del ángulo recto- vuelve a dividirse binariamente mediante las diagonales del cuadrado obtenido. La simetría especular de único eje se transforma primero en simetría central (2 ejes perpendiculares) y ahora en simetría octogonal (4 ejes a 45°).

Además en el procedimiento expuesto para trazar el cuadrado los círculos se cortan entre sí en otros 8 puntos. Junto a los 4 cuartos dividen al círculo inscrito en 12 partes iguales. Esta división duodecimal permite inscribir en el círculo un dodecágono, 2 hexágonos, 3 cuadrados y 4 triángulos equiláteros en distintas posiciones, tal como expone Broug (2008:19).

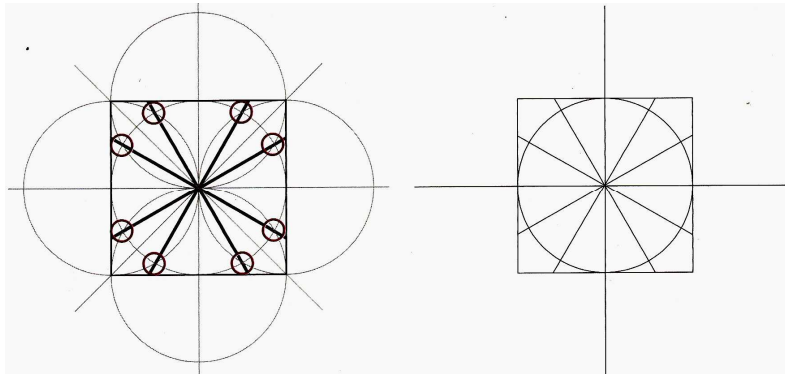


Ilustración 17. División duodecimal del círculo (Broug, 2008:11)

Lineal

Mediante el primer teorema de Tales podemos dividir una longitud en cualquier número de partes iguales. Este postulado -básico en geometría y precursor de la teoría demostrativa griega- se basa en que si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados se obtiene otro triángulo semejante, es decir, sus ángulos serán iguales y sus lados proporcionales.

Este principio de obtener la proporción mediante el paralelismo es el procedimiento más difundido y utilizado para la graduación y división de segmentos, y lo podemos encontrar tanto en los actuales manuales de geometría como en numerosos tratados históricos.

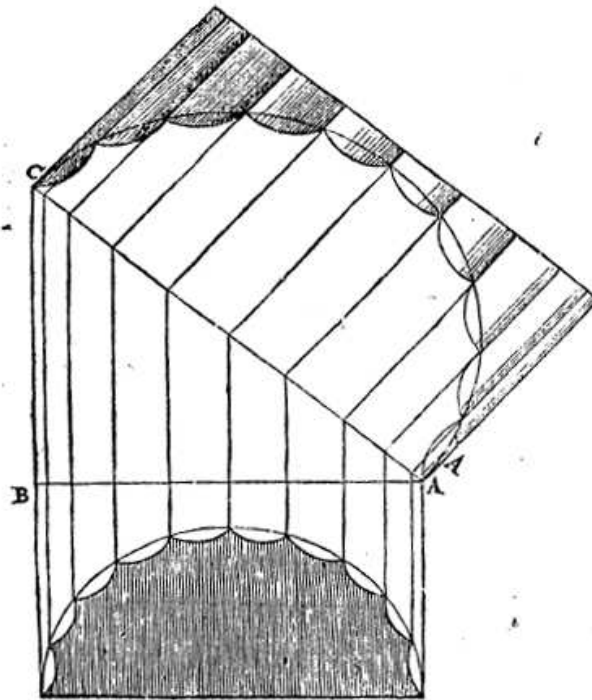


Ilustración 18. Proporcionamiento de columna dórica por Tales (Serlio, 1611: L1 C1 F5)

No obstante este teorema fue formulado en el siglo VI a.C., y aunque fuese conocido empíricamente desde mucho antes como el de Pitágoras (González Urbaneja, 1988), el trazado de paralelas nunca ha sido una operación geoméricamente cómoda³⁵.

Otro procedimiento menos divulgado es el conocido por el método de las diagonales, que se obtiene a partir del cuadrado. Serlio también lo utiliza para exponer la obtención de las proporciones de una portada en su Libro 1 Capítulo 1 Folio 13 mediante un sistema aparentemente geométrico.

³⁵ Quienes hemos practicado el dibujo técnico con medios tradicionales conocemos las continuas alineaciones que exige el trazado de paralelas con escuadra y cartabón, lo que provoca errores acumulados. Los tecnígrafos y sobre todo el Paralex -patentado por Francisco Enrique Gómez de Puig en 1953- facilitaron recientemente esta operación.

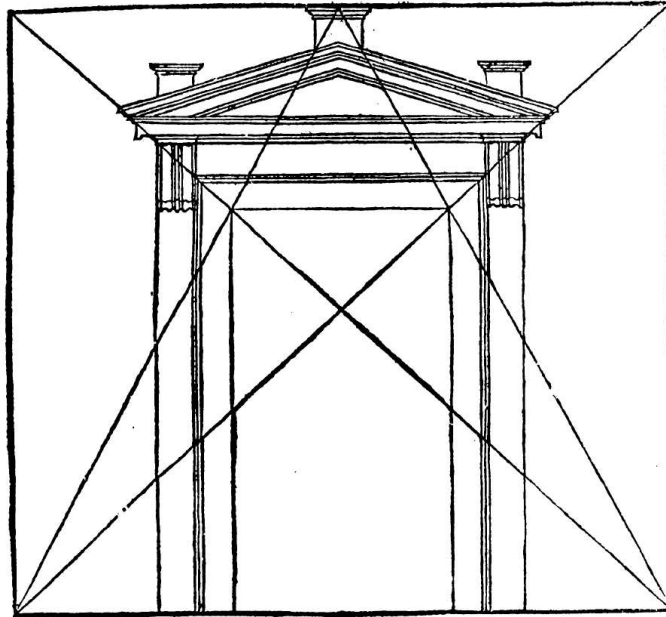
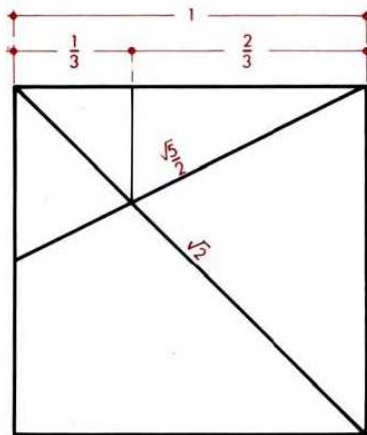


Ilustración 19. Portada (Serlio, 1611: L1 C1 F13)

La diagonal del cuadrado ($\sqrt{2}$) y la diagonal de medio cuadrado ($\sqrt{5/2}$) interseccionan a $1/3$ del lado, produciendo su división ternaria. El cuadrado queda dividido en 9 cuadrados menores, de manera que Serlio con estas diagonales determina un hueco con un ancho de $1/3$ del lado del cuadrado exterior por un alto de $2/3$. Robert Lawlor utiliza este procedimiento en su libro “*Sacred geometry: philosophy and practice*” (1989:84) para ilustrar las proporciones aritméticas.



Drawing 8.1. Using the square as unity with both its side and area equal to 1, we see by geometric evidence or by trigonometry that by crossing the $\sqrt{2}$ with the $\sqrt{5/2}$ and simply leading a perpendicular from the point of intersection up to the side (1), we divide the unity into $1/3$ and $2/3$, and using the unity as the largest term, we have a three-term arithmetic proportion: $1/3, 2/3, 1$.

Drawing 8.1. $\frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1$ Arithmetic

Ilustración 20. Proporciones aritméticas (Lawlor,1989:84)

Por lo tanto mediante la división binaria obtenida por el procedimiento del ángulo recto - que una vez que tenemos el cuadrado también se consigue con sus diagonales- y la ternaria facilitada por la diagonal del medio cuadrado podremos realizar una división lineal duodecimal.

Esta sorprendente propiedad geométrica se extiende a las diagonales principales del cuadrado de manera que se puede obtener cualquier división fraccionaria del lado. Jay Kappraff (2000:31) nos muestra un trazado hasta la fracción 8ª, análogo al utilizado para transportar medidas en la perspectiva cónica central.

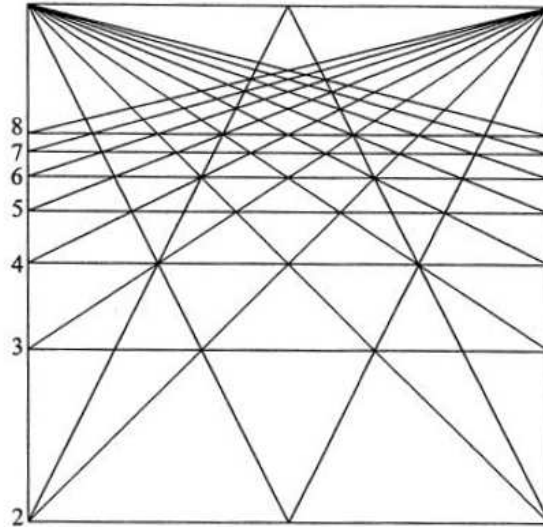


Ilustración 21. Fracciones mediante diagonales (Kappraff, 2000:31)

El procedimiento de división lineal mediante diagonales es tan sencillo como la actual formulación matemática para calcular la intersección de estas rectas.

Mediante ambos procedimientos (Tales o diagonales) se pueden graduar correctamente patrones de medidas lineales basados en cualquier base aritmética. Se ha materializado gráficamente la operación aritmética de la división, y obtenido el sistema de unidades a utilizar en el la toma de medidas. Para conseguir el sistema metrológico completo tan sólo es necesario establecer la dimensión del patrón de referencia, el lado del cuadrado, que en el sistema antropométrico será la altura del hombre elegido.

Este incipiente desarrollo de la metrología mediante un sistema de medidas de longitud lo suficientemente preciso para poder traducir las operaciones formales está presente en los vestigios mesopotámicos. Ejemplos de ello que ofrece Ruiz de la Rosa (1987: 54) son: la tablilla del Museo de Estambul (3400-3000 a.C.) que representa parcelas de campo acotadas con longitudes y áreas, y en la que un campo irregular se divide en triángulos, rectángulos y trapecios; la tablilla procedente de Eshnunna, Iraq, de hacia 3000 a. C, que representa la planta de una casa con el espesor de sus muros y la situación de los huecos; o la tablilla de Berlín (h 2000 a.C) con acotación más precisa a escala 1/360. Para Ruiz de la Rosa el desarrollo de estos conocimientos debió ser impulsado tanto por las necesidades de control catastral necesario en una sociedad agrícola, *“como también por las de control de la forma en arquitectura, puesto que emplea los mismos procedimientos”*.

$\sqrt{2}$: La diagonal del cuadrado

Tras haber obtenido el racional cuadrado del irracional círculo, nos volvemos a adentrar en la inconmensurabilidad de las proporciones notables utilizadas en arquitectura, que además están presentes en los problemas matemáticos que se plantearon los antiguos.

El sistema de referencia ortogonal posibilita el cálculo de cuadrados y cubos, lo que dio pie al desarrollo de la geometría analítica y del álgebra para poder obtener la duplicación de áreas, a intentar la duplicación del cubo, o a calcular raíces cuadradas y cúbicas.

Cierto que tras Pitágoras y la crisis de los inconmensurables los teóricos griegos fueron conscientes de la irracionalidad de muchos de estos valores, lo que tuvo una gran influencia en la escuela platónica. Pedro Miguel González Urbaneja (2007:125) narra como Teodoro de Cirene, discípulo de Protágoras y a quien Platón reconoce como maestro, demuestra la irracionalidad de las raíces cuadradas de los números naturales que no son cuadrados perfectos desde el 3 al 17, ambos incluidos (diálogo entre Sócrates y Teeteto, en Platón, Teeteto, 147d).

La cuestión de la irracionalidad de las raíces fue abordada durante el Renacimiento por distintos autores. Así Luca Pacioli en el Libro IX de su *“La divina proporción”* hace estas consideraciones:

*La raíz de una cantidad es otra cantidad que multiplicada por sí misma da aquella primera cantidad, de la cual se dice que es raíz.
Hay algunas cantidades que no tienen raíces que puedan indicarse exactamente mediante un número.
Así pues se originan dos clases de raíces, una discreta, es decir, racional, que se puede designar exactamente mediante un número; otra, llamada sorda, es la que no se puede indicar con exactitud mediante un número. (Pacioli, 1509:L9)³⁶.*

El desconocimiento del valor numérico de estos números “sordos” no implicaba el desconocimiento de sus dimensiones, puesto que la Geometría permitía mediante métodos gráficos que una cantidad inconmensurable fuera mesurable. Alberti, paladín de la necesidad de mensuración renacentista, comenta en *“De re aedificatoria”* que es muy difícil hallar el valor aritmético de estas raíces, pero que se explica *“a las mil maravillas mediante líneas”*. Las proporciones que se obtenían a partir de números inconmensurables se llamaban relaciones dinámicas. (Fernández Gómez, 1999:159-160).

La diagonal del cuadrado representa el primero de esos números sordos, que como ya se ha visto había sido calculado con enorme precisión en la tablilla babilónica YBC 7289. Su sencilla determinación gráfica a partir del cuadrado también permite obtener la sucesión de rectángulos de proporción \sqrt{n} por simple abatimiento de las diagonales. De igual manera que la diagonal del cuadrado de lado 1 mide $\sqrt{2}$, la diagonal de un rectángulo $1 \times \sqrt{2}$ valdrá $\sqrt{3}$, y la de un rectángulo $1 \times \sqrt{3}$ será la discreta $\sqrt{4} = 2$. Por lo que el siguiente rectángulo será el doble cuadrado, y su diagonal la $\sqrt{5}$. Sucesivamente iremos obteniendo tanto las

³⁶ Tomado de FERNÁNDEZ GÓMEZ, Margarita. *La teoría clásica de la arquitectura: Clasicismo y renacimiento*, p. 161, 1999.

siguientes raíces sordas $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, como las discretas que generan rectángulos de proporciones aritméticas ($\sqrt{9} = 3$ da el triple cuadrado de diagonal $\sqrt{10}$).

Uno de los sencillos procedimientos geométricos existentes para determinar esta progresión es la conocida como espiral de Teodoro -por atribuirse su desarrollo a Teodoro de Cirene en su demostración de irracionalidad-, también denominada espiral o caracola pitagórica, espiral de Einstein o sencillamente espiral de raíces cuadradas.

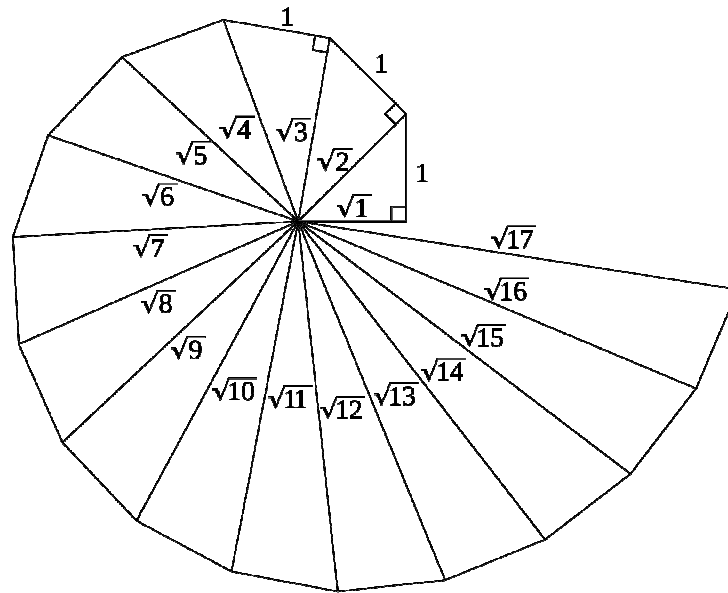


Ilustración 22. Espiral de Teodoro

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9f/Spiral_of_Theodorus.svg/2000px-Spiral_of_Theodorus.svg.png

El rectángulo de proporción $\sqrt{2}$ tiene la particularidad de que genera rectángulos semejantes mediante la división en 2 partes iguales del lado mayor, lo que lo convierte en especialmente útil. Es el principio que utiliza la norma DIN 476³⁷ para formatos de papel. El tamaño mayor de la serie A³⁸ se define a partir de un rectángulo $\sqrt{2}$ que mide 1 metro cuadrado (tamaño A0 = 841 mm x 1198 mm = 1 m²), del que por sucesivas divisiones del lado mayor se obtiene el resto de formatos.

³⁷ De esta norma alemana deriva la internacional ISO 216 y la española UNE-EN-ISO 216.

³⁸ La serie B se genera a partir de la media geométrica de 2 tamaños consecutivos de la serie A para cubrir una gama más amplia de tamaños. El tamaño DIN B0 es de 1000 x 1414 mm (aprox. 1 x $\sqrt{2}$ m), aunque a partir del tamaño B1 se redondea por aproximación 7/5 a $\sqrt{2}$, de manera que el DIN B1 ya mide 700 x 1000 mm. Los tamaños de la serie C se obtienen por media geométrica de los de las series A y B.

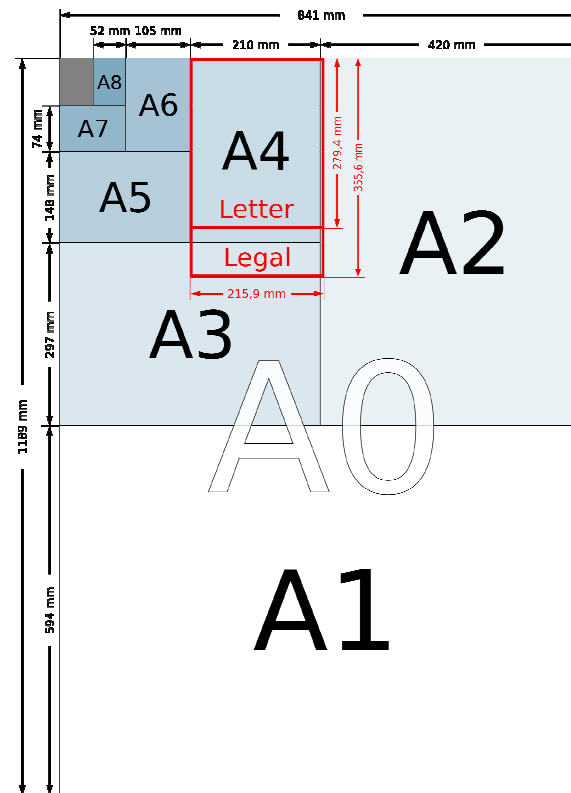


Ilustración 23. Formatos DIN-A

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/A_size_illustration2_with_letter_and_legal.svg/2000px-A_size_illustration2_with_letter_and_legal.svg.png

Ad quadratum

Esta misma propiedad de la $\sqrt{2}$ que emplea el sistema DIN fue utilizada desde antiguo para duplicar y dividir binariamente áreas, pero utilizando otro conocido procedimiento:

Si dividimos los lados de un cuadrado por la mitad de sus lados y los unimos, obtenemos otro cuadrado inscrito y girado 45° que tiene la mitad del área del primero. Si volvemos a realizar este proceso con el segundo cuadrado obtenemos un tercer cuadrado paralelo al primero –que evidentemente vuelve a tener la mitad del área que el anterior y por tanto $1/4$ de la del primero- y cuyos lados son la mitad del cuadrado inicial.

Por lo tanto este proceso no sólo obtiene la mitad del área, sino que repetido produce también la división binaria de la longitud. La posibilidad de sucesivas divisiones y sobre todo la simetría octogonal que presenta otorga al procedimiento un enorme potencial, tanto de control dimensional de longitudes y áreas mediante operaciones aritméticas binarias, como de generación de diseños geométricos a partir de las diagonales del cuadrado.

En la tablilla babilónica del Museo Británico BM 15285 correspondiente a la I Dinastía (2000-1500 a.C.) aparece repetidamente este procedimiento geométrico. Se trata de una tablilla de aproximadamente 23 x 15 x 5 cm dividida en tres columnas por un lado y cuatro

por el otro donde se contienen dibujos y textos, cuya finalidad era el aprendizaje para capacitarse en mensuración (Ruiz de la Rosa, 1987:92).



Ilustración 24. Tablilla babilónica BM 15285 (Fotografía tomada de González Urbaneja, 1988:17)

En la transcripción de ambas caras de la tablilla que acompaña el trabajo de C.J. Gadd (1922:149-159) se aprecian bien los dibujos y textos conservados. Se trata de distintas secciones o problemas para calcular-encontrar-reproducir³⁹ cuadrados y triángulos iguales en determinada cantidad y proporción de lados y áreas, para lo que se utiliza reiteradamente las diagonales del cuadrado inicial, su división en 4x4 casillas y círculos inscritos trazados con compás (cuyo punzón queda marcado en el centro de cada dibujo).

³⁹ Ver la descripción e interpretaciones ofrecidas por RUIZ DE LA ROSA, J.A. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, pp. 92-93, 1987.

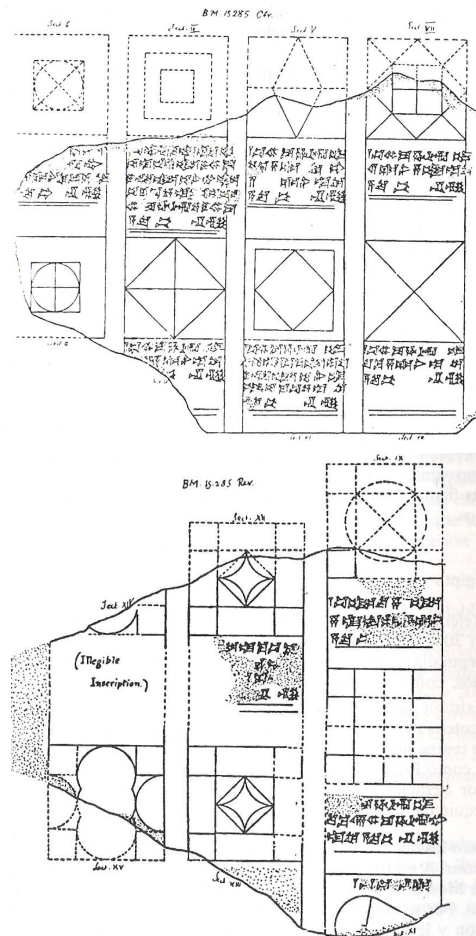


Ilustración 25. Transcripción de la tablilla babilónica BM 15285 (Tomado de Gadd, 1922:156)

Independientemente de la finalidad de esta tablilla, y de las distintas aplicaciones prácticas que en agrimensura o arquitectura podrían tener según los distintos estudios realizados (Hertz, 1929:40; Saggs, 1960: 131-146; Hyrup, 2002:60-61), los diseños obtenidos son resultado de este procedimiento geométrico que posteriormente recibirá en nombre de *Ad Quadratum* o de “Cuadratura”.

Este sistema de proporcionamiento según la $\sqrt{2}$ es citado por Platón en el *Timeo*, en donde establece que el triángulo rectángulo isósceles generado por las diagonales del cuadrado se denomina “semitetrágono”, y que *“es el principio de composición de la tierra; porque de él procede el cuadrado, compuesto a su vez de cuatro semitetrágonos”*⁴⁰.

Vitruvio realiza algunas tibias referencias a su utilización en las proporciones de los atrios (VI,4; B. 147), en la construcción y la medida del ábaco de un capitel corintio (IV,1; B. 68), en la duplicación del área de un cuadrado en la introducción del libro IX que dice tomar de Platón, en la construcción de un teatro sometido a una estrella de 12 puntas (V,6), en la profundidad de las acanaladuras del fuste dórico (IV,3; B. 96) y en las volutas del capitel jónico (III,5).(Esteban Lorente, 2001:239).

⁴⁰ PLATÓN, *Timeo de Locres. Del alma del mundo y de la naturaleza*. Citado en AZCÁRATE, Patricio d. *Obras completas de Platón*, pp.121-136, 1872.

Tanto durante el imperio romano como en el estilo gótico medieval el diseño *Ad Quadratum* fue profusamente utilizado en la distribución de elementos generales, y como motivo de ornamentación de numerosos elementos decorativos de suelos y paredes (Macody Lund, 1921; Wu, 2002; Bartoli, 2004).

En el folio 19v del cuaderno de Villard de Honnecourt se muestran varias composiciones de figuras regidas por la composición *Ad Quadratum*.

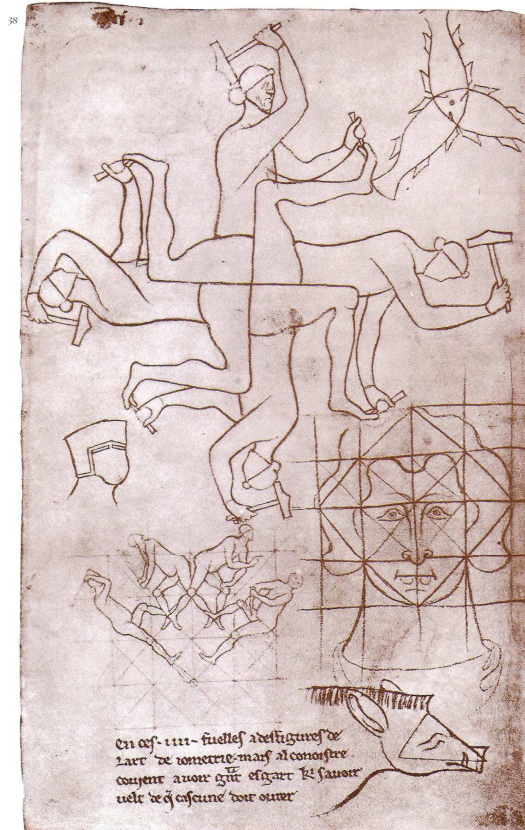


Ilustración 26. Cuaderno de dibujos (Honnecourt, 1991:39; fol. 19v)

Muy abundantes son los ejemplos que en los escasos tratados tardo medievales se hace de esta sucesión de cuadrados girados e inscritos cuyo área es la mitad que el anterior y su lado responde a la progresión $\sqrt{2}$. Unas veces el trazado base *Ad Quadratum* aparece explícitamente en el dibujo, otras se explican los pasos del procedimiento, y en otras ocasiones aparece implícitamente en el resultado final.

Ruiz de la Rosa presenta y realiza (1987:295-323) varias interpretaciones de la aplicación de la cuadratura de estos trabajos. En el cuaderno de Villard de Honnecourt aparece - además de las composiciones figurativas del folio 19v- una pseudoperspectiva de una torre de la “casa del reloj” cuya descripción de la planta alterna cuadrados y octógonos (folio 6v). Y es evidente su uso en la planta de la torres de la catedral de Laon (folio 9v) y en el rosetón del folio 16, muy similar al de a catedral de Lausana.

La construcción de diferentes escuadras y plantillas aplicadas al diseño de secciones de columnas y capiteles, que ya aparecen en este cuaderno, derivan igualmente del mismo procedimiento tal como explican otros importantes tratados que, en contra de las ordenanzas del gremio, verán la luz a partir del siglo XV (Shelby, 1971).

Es el caso de los tratados de Matthäus Roriczer⁴¹, cuyas variadas plantas se generan siempre mediante cuadratura, y la altura de sus alzados por múltiplos del lado del cuadrado inicial. Además de para pináculos obtiene plantillas para numerosos elementos como maineles, jambas, gabletes,... Todo ello lo presenta con una perspectiva puramente práctica y operativa, sin demostraciones teóricas ni utilización de aritmética (Presas i Puig, 1997:259-260).

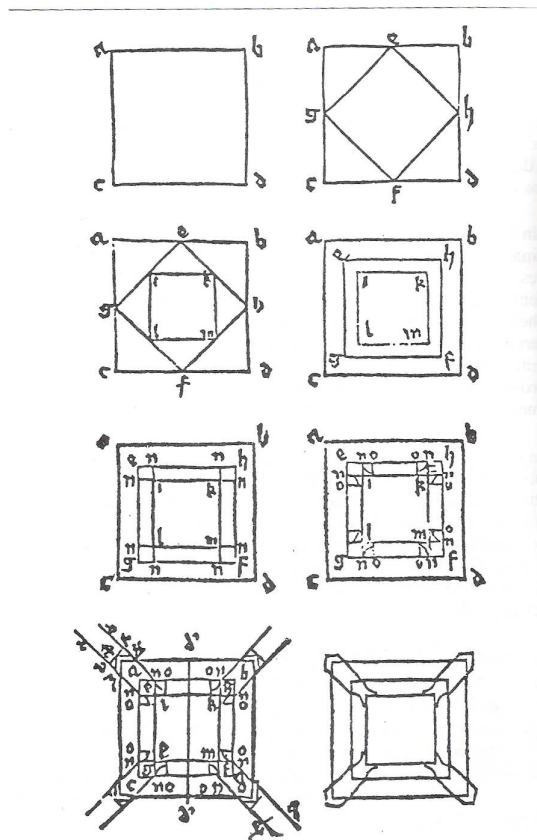


Fig. 29. Secuencia de trazado de la planta de un pináculo. Roriczer, Würzburg, Universitätsbibliothek. (fol. 3 a 4v).

296

Ilustración 27 Secuencia de trazado de la planta de un pináculo. Roriczer folio 3 a 4v. (Tomado de Ruiz de la Rosa, 1987:296)

El posterior tratado de orfebrería titulado *Fialenbüchlein* de Hans Schmuttermayer (1498) - quien declara tomar sus reglas de la de los canteros- presenta unos diseños similares basados en una construcción de 8 cuadrados girados e inscritos, de cuyo diagrama pueden deri-

⁴¹ *Büchlein der Fialen Gerechtigkeit*, que podemos traducir como “Cuaderno de la justa proporción de los pináculos” (1ª edición 1485, ed. ampliada 1486), y *Geometria Deutsche* o “Geometría alemana” (1488).

varse “*todos los trazados de pináculos y de gabletes y de trabajo medido*”(Ruiz de la Rosa, 1987:298). Incluye igualmente distintas plantillas de tamaño determinado por proporciones duodecimales.

El constructor y cantero Lorenz Lechler (“*Baumeister und Pirenmeister*”) redacta en 1516 su manuscrito *Unterweisung* sobre múltiples cuestiones constructivas. Entre ellas la forma de trazar plantillas mediante los secretos del *Kunst* -arte de obtener formas arquitectónicas a partir de las formas geométricas-, cuyo procedimiento básico vuelve a ser la cuadratura: “...*debes dibujar la plantilla en los cuadrados...*”; “...*si quieres sacar plantillas de varias molduras (...)* hazlo con los cuadrados”; “*dibuja tres cuadrados uno sobre otro...*”. En sus construcciones incluye a veces círculos inscritos y circunscritos a los cuadrados, así como algunas relaciones numéricas. (Ruiz de la Rosa, 1987:301).

Lechler distingue entre las plantillas “*viejas o nuevas*” como ya lo hiciera Schmuttermayer, aclarando:

Divide el muro del espesor del coro en tres partes; de estas tres partes, toma una y divide la misma parte en siete, que es el mainel viejo correcto para todos los edificios. Pero si deseas hacer un mainel nuevo, como a veces se hace, toma dos partes de las siete y deja cinco. Las mismas cinco partes significan el mainel nuevo, como fácilmente puedes comprender. Así el mainel antiguo tiene 7 partes y el nuevo cinco, y el nuevo está sacado del antiguo.

(Lechler, 1516:135)⁴²

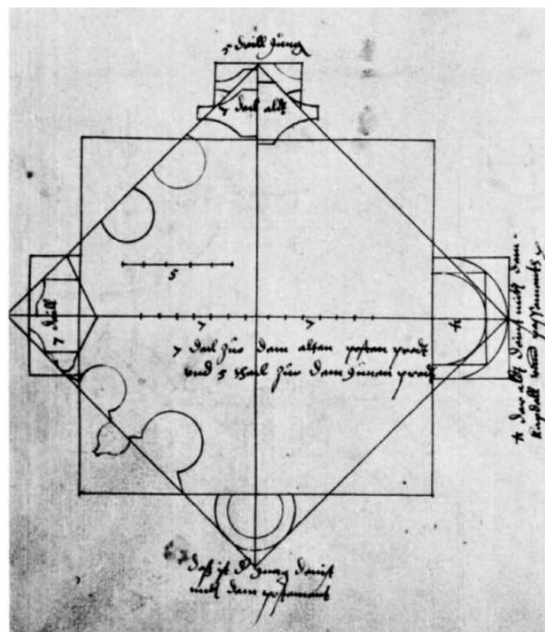


Ilustración 28 Lechler, 1516:fol. 42 (Tomado de Shelby, 1971:151)

⁴² Tomado de RUIZ DE LA ROSA, J.A. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, p. 304, 1987.

Lo mismo realiza con las basas, fustes, capiteles, nervios de bóvedas, molduras, pedestales, capiteles, escaleras y arcos. Incluso el replanteo general de una cabecera de iglesia de forma octogonal está formado por dos cuadrados girados.

Si quieres hacer una planta, dibujarla o construirla, orienta a esta idea tus cuadrados, sea obra pequeña o grande...
(Lechler, 1516:145)

Según Ruiz de la Rosa (1987:309) las instrucciones de Lechler son también empíricas sin demostración ni justificación, preocupado sólo por realizar su labor con arte apoyado en la “*geometría fabrorum*”:

...permitía manipular formas geométricas para producir resultados que no podía explicar matemáticamente, pero que resultaban útiles para proyectar y construir formas arquitectónicas.
(Shelby, 1971:150).

Como curiosidad se comenta que también las piezas del *Tangram* -juego rompecabezas de origen chino- están formadas por agrupaciones de semitetrágonos generados por el procedimiento *Ad Quadratum*.

El octógono

La simetría octal inherente al procedimiento *Ad Quadratum* permite girar la figura 45° y obtener la geometría del octógono, así como otras figuras derivadas de la proporción $\sqrt{2}$ mediante semitetrágonos proporcionales.

Antiguamente este polígono (el octógono) era llamado octágono, siguiendo la norma de denominación de los otros polígonos.
La presencia del octógono en el Arte y en la Arquitectura es muy abundante en todas las épocas, en especial en los estilos islámicos y mudéjares. Recordemos por ejemplo los trazados en planta, cúpulas, mausoleos, torres, fontanas, etc.
En el arte propio de las culturas cristiana y bizantina, también existen cúpulas y plantas de iglesias y catedrales con forma octogonal.
El octógono es una forma geométrica frecuentemente utilizada en la construcción arquitectónica como paso intermedio entre la forma cuadrado a la circular.
(Fernández y Reyes, 2003:15)

El carácter divino que envolvía al círculo se combinaba con la razón humana en esta figura regular generada por el giro de un cuadrado sobre otro idéntico según sus diagonales. De esta manera desde época clásica se construyen obras de planta octogonal, se distribuyen en ocho sectores las plantas circulares o se mantiene la forma primigenia de la estrella de 8 puntas.

Ya en las casillas del denominado Juego Real perteneciente a la primera dinastía de Ur (anterior al 2600 a.C.) aparecen unos diseños de flores de 8 pétalos inscritos en octógonos (ver resultados).

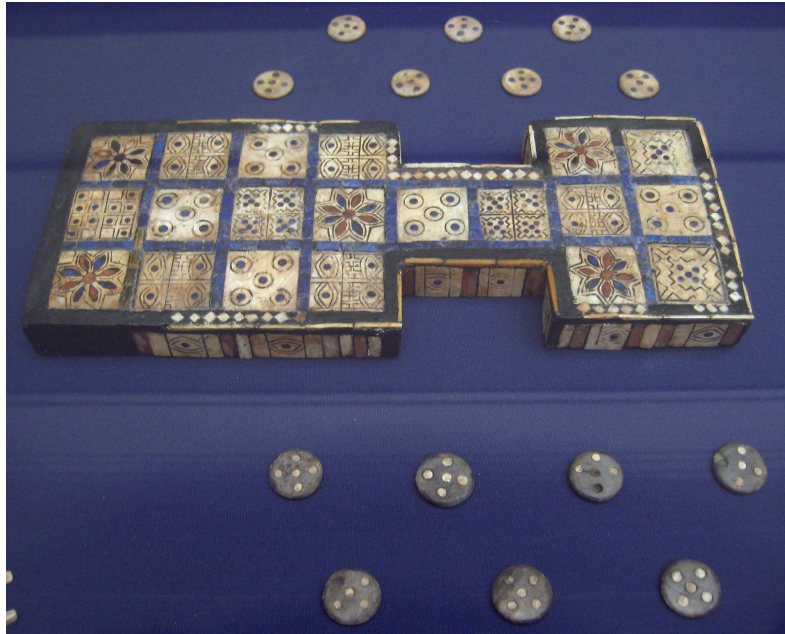


Ilustración 29. Juego Real de Ur

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/British Museum Royal Game of Ur.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/British_Museum_Royal_Game_of_Ur.jpg)

También en época egipcia existen constancias del uso de esta figura. En el problema 48 del papiro Rhind se presenta una figura de lo que parece un octógono inscrito en un cuadrado. A ello se acompañan las superficies comparadas del octógono y el cuadrado cuando varían sus dimensiones. Durante el Imperio Medio el templo funerario de Mentuhotep I en Deir el Bahari se construye con columnas de sección octogonal en su segundo nivel.

La famosa Torre de los Vientos de Atenas tiene forma octogonal, con un reloj de sol en cada cara. Tanto el templo de Zeus Asclepios en Pérgamo como el Panteón de Roma dividen internamente su forma circular en 8 sectores. A Marco Vipsanio Agripa se le atribuye tanto la construcción del Panteón como la siguiente frase:

En la geometría plana, el círculo es símbolo del cielo y el cuadrado de la tierra, y el octógono intermedia entre uno y otro, y a través de él se logra la cuadratura del círculo, la unión indisoluble del espíritu y la materia

El coetáneo tratado de Vitruvio sólo menciona el octógono para referirse a la división de las obras en el interior de las murallas según los 8 vientos (L1 C6).

El octógono toma protagonismo en época tardorromana y bizantina, con numerosos edificios de planta central como el Mausoleo de Diocleciano, la iglesia de la Ascensión de Jerusalén, San Lorenzo de Milán, la Iglesia de Monte Gerizim, Qal'at Sim'en Siria, el Santuario de Seleucie, San Vital de Ravena, la Catedral de Bosra o la Cúpula de la Roca, por citar algunos ejemplos.

Filarete lo retoma para el diseño urbanístico al emplazar su ciudad imaginaria Sforzinda dentro de una muralla en forma de estrella de ocho puntas a su vez inscrita de un foso circular. Este fue el primero de una larga lista de planos de ciudades en forma de estrella.

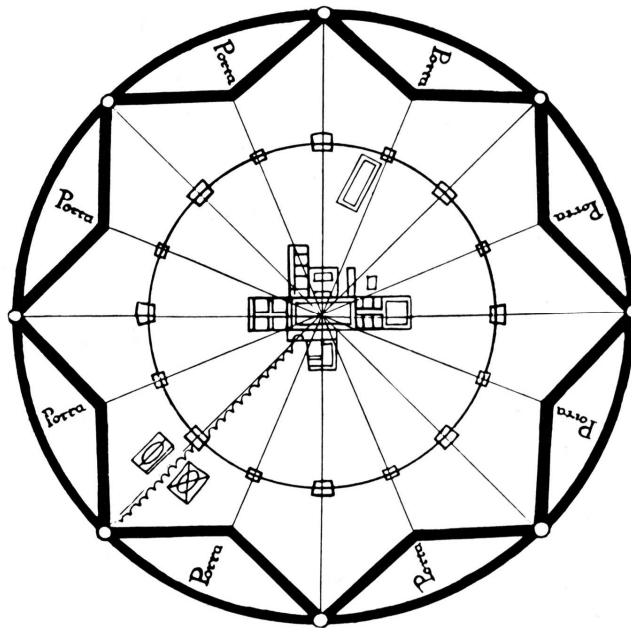


Ilustración 30. Plano de la ciudad ideal de Sforzinda. Filarete, 1457
<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7f/Idealstadt.jpg>

Por su parte Serlio incluye un simple trazado del octógono a partir del cuadrado y sus semi diagonales:

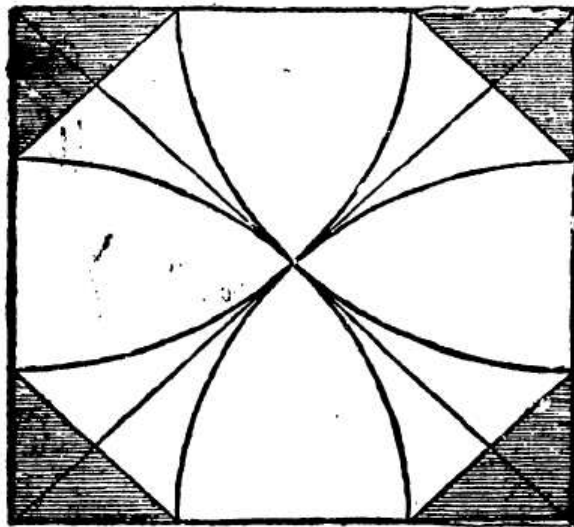


Ilustración 31. Trazado del octógono (Serlio, 1611: L1 C1 F2v 2)

El rectángulo de plata y los polígonos cordobeses

La proporción entre el ancho o alto de un octógono regular y su lado tiene un valor $\theta = (1 + \sqrt{2}) = 2.41421356\dots$. Esta constante recibe el nombre de número, razón o proporción de plata o plateada⁴³.

Por lo tanto si a $\sqrt{2}$ le sumamos 1 se obtiene en número de plata, y si a $\sqrt{2}$ le restamos 1 se tiene el inverso del número de plata de valor $\sqrt{2} - 1$. Geométricamente si a un rectángulo $\sqrt{2}$ lo alargamos añadiéndole un cuadrado, o lo acortamos quitándoselo, conseguimos un rectángulo de plata.

Si a un rectángulo de plata le sumamos dos cuadrados del tamaño de sus lados largos θ obtenemos otro rectángulo de plata, cuyos lados medirán por lo tanto $\theta = 1 + \sqrt{2}$, y $2\theta + 1 = 2(1 + \sqrt{2}) + 1 = 3 + 2\sqrt{2} = \theta^2$. Este proceso puede proseguirse indefinidamente, obteniendo una sucesión creciente de rectángulos de plata cuyos lados son dos términos consecutivos de la sucesión $\{\theta^n\}$. La progresión geométrica de razón θ es una sucesión recurrente conocida en la literatura matemática como sucesión de Pell.

De forma análoga podemos proceder indefinidamente restando dos cuadrados al rectángulo de plata inicial, consiguiendo la sucesión decreciente de rectángulos de plata que están en progresión geométrica θ^{-n} . Las expresiones del número de plata y de su inverso en términos de $\sqrt{2}$ nos permiten establecer relaciones compositivas entre rectángulos $\sqrt{2}$ y rectángulos de plata, obteniendo unos a partir de los otros operando a través de cuadrados (Blanco Martín, 2007).

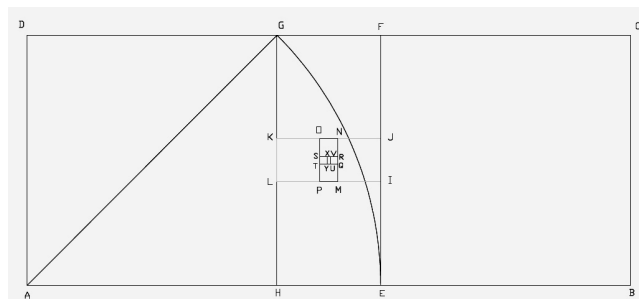


Ilustración 32. Descomposición de un rectángulo de plata (Blanco Martín, 2007)

Por otra parte sus 4 diagonales dividen al octógono en 8 triángulos isósceles iguales. La relación entre los lados desiguales de estos triángulos, que es la que existe entre el lado y el

⁴³ Se denomina número metálico a la solución positiva de la ecuación $x^2 - px - q = 0$, siendo p y q números naturales. Para $p = 1$ y $q = 1$ obtendremos el número de oro ϕ . Para $p = 2$ y $q = 1$ el resultado es el Número de Plata, representado también a veces por δ_s . La descubridora de la familia de números metálicos, la matemática argentina SPINADEL, Vera W. (*La familia de números metálicos*, pp. 17-44, 2003), lo designa por σ_{Ag} . Análogamente el número de bronce σ_{Br} se obtiene para $p=3$ y $q=1$, el número de cobre σ_{Cu} para $p=1$ y $q=2$ (cuya solución es 2), y el número de níquel σ_{Ni} queda determinado por $p=1$ y $q=3$.

radio del octógono, recibe el nombre de proporción cordobesa⁴⁴. Su valor viene definido por la expresión $c = 1/(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 1.306562964\dots$

Deducido de la geometría del octógono tenemos que las diagonales de un rectángulo de plata formalizan dos triángulos cordobeses. De igual manera obtenemos 8 triángulos cordobeses si unimos dos vértices alternos de un octógono con su opuesto.

También conseguimos esta geometría duplicada a partir de un rectángulo $\sqrt{2}$ si trazamos las diagonales del cuadrado y del rectángulo de plata que lo conforman.

Antonia Redondo Buitrago y Encarnación Reyes Iglesias (2008) analizan las relaciones geométricas que genera el triángulo cordobés por combinación con él mismo, con su gnomon y con el gnomon del gnomon. Estas asociaciones dan lugar al diamante cordobés, a 3 tipos de trapecios cordobeses, a la cometa cordobesa, al dardo cordobés, y a 3 tipos de pentágonos incluido el de la disección de Lindgren (1972). A su vez estas formas poligonales se pueden ensamblar produciendo una enorme variedad de teselados del plano mediante estrellas de 4 y 8 puntas, cruces de Malta, rosetas, heptágonos cóncavos, hexágonos no regulares, doble cometas, dobles dardos, comas, soles, estrellas, lazos, sombrillas, lunas, peces,...

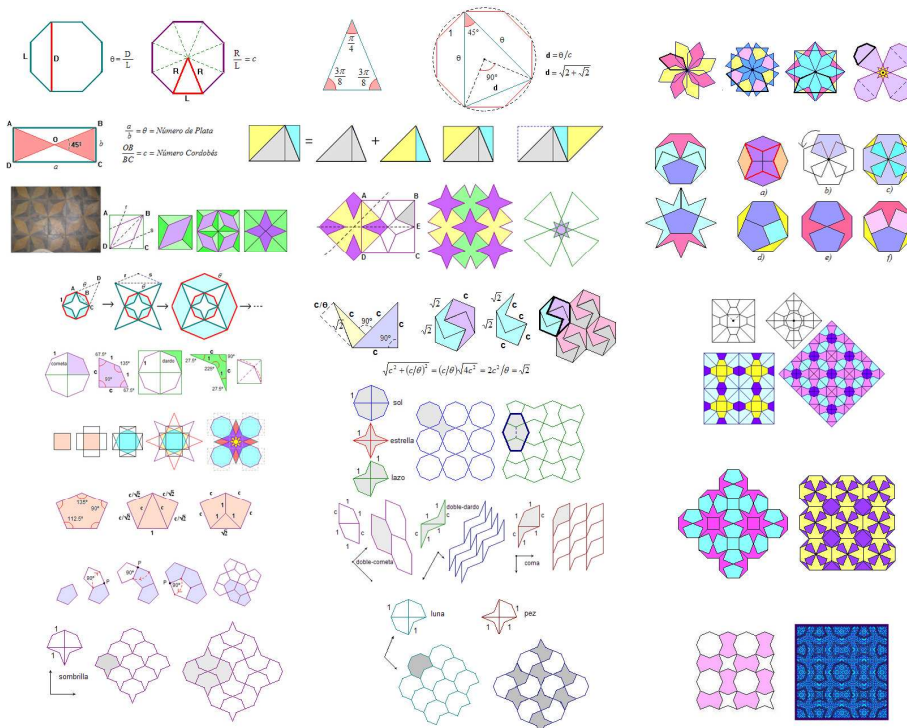


Ilustración 33. Polígonos cordobeses (Redondo y Reyes, 2008)

Según concluyen en su artículo Redondo y Reyes, se muestra el significado geométrico de esta proporción dinámica obtenida por disección canónica del octógono, y la relevancia del ángulo de 45°.

⁴⁴ Esta proporción fue introducida en 1973 por el arquitecto español Rafael de la Hoz Arderius como resultado de sus investigaciones acerca de las proporciones presentes en la arquitectura de la ciudad española de Córdoba (ver apartado de teorías y de resultados de la Mezquita de Córdoba).

Los diseños que nos proporcionan estas dos autoras son reconocibles en muchos elementos de arquitectura histórica, sobre todo en la decoración geométrica árabe. No obstante la generación de polígonos cordobeses está presente en todo diseño de base octogonal, tal como constata por ejemplo Tomás Gil-López (2012) en la bóveda gótica de la Capilla de la Presentación de la Catedral de Burgos.

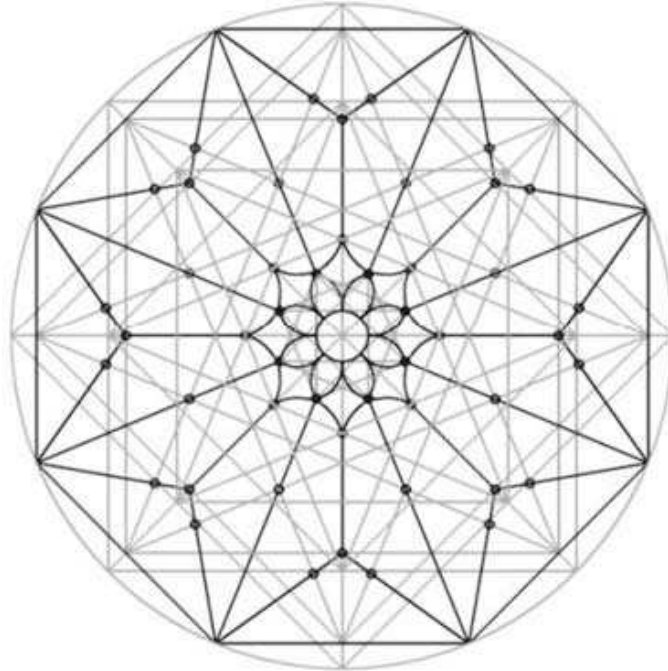


Ilustración 34. Bóveda de la Capilla de la Presentación de la Catedral de Burgos (Gil-López, 2012:186)

La técnica modular del mocárabe⁴⁵ occidental se basa en la adición de una serie de prismas o *adarajas* de igual tamaño que responden a tres formas básicas⁴⁶: la *conza* tiene una planta rectangular en proporción $1 \times \sqrt{2}$; la *atacia* o medio cuadrado tiene la base de un triángulo isósceles rectángulo, de catetos con valor 1 y por tanto hipotenusa $\sqrt{2}$; y el *dumbaque* es un triángulo isósceles con un ángulo de 45° y con 2 lados de valor 1, es decir, un triángulo cordobés. Las mismas figuras son empleadas todavía en la técnica con diseños geométricos de la denominada taracea granadina.

⁴⁵ Consultar a PACCARD, André. *Le maroc et l'artisanat traditionnel islamique dans l'architecture*, 1981 sobre las técnicas artesanas marroquíes actuales.

NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lazo: Lectura dibujada del manuscrito de fray andrés de san miguel*, pp. 65-70; 263-283, 1990.

NUERE MATAUCO, Enrique y LÓPEZ DE ARENAS, Diego. *Nuevo tratado de la carpintería de lo blanco y la verdadera historia de Enrique Garavato carpintero de lo blanco y maestro del oficio con el facsímil de la "primera y segunda parte de las reglas de la carpintería" escrito por Diego Lopez de Arenas en 1619*, pp. 236; 295-296, 2001.

LÓPEZ PERTÍÑEZ, María d. C. *La carpintería en la arquitectura nazari*, 2006.

PALACIOS GONZALO, José C. *Las cúpulas de mocárabes*, 2011

⁴⁶ Los tratados de Diego López de Arenas y de Fray Andrés de San Miguel utilizan la aproximación $7/5$ a la $\sqrt{2}$ para dimensionar estas piezas.

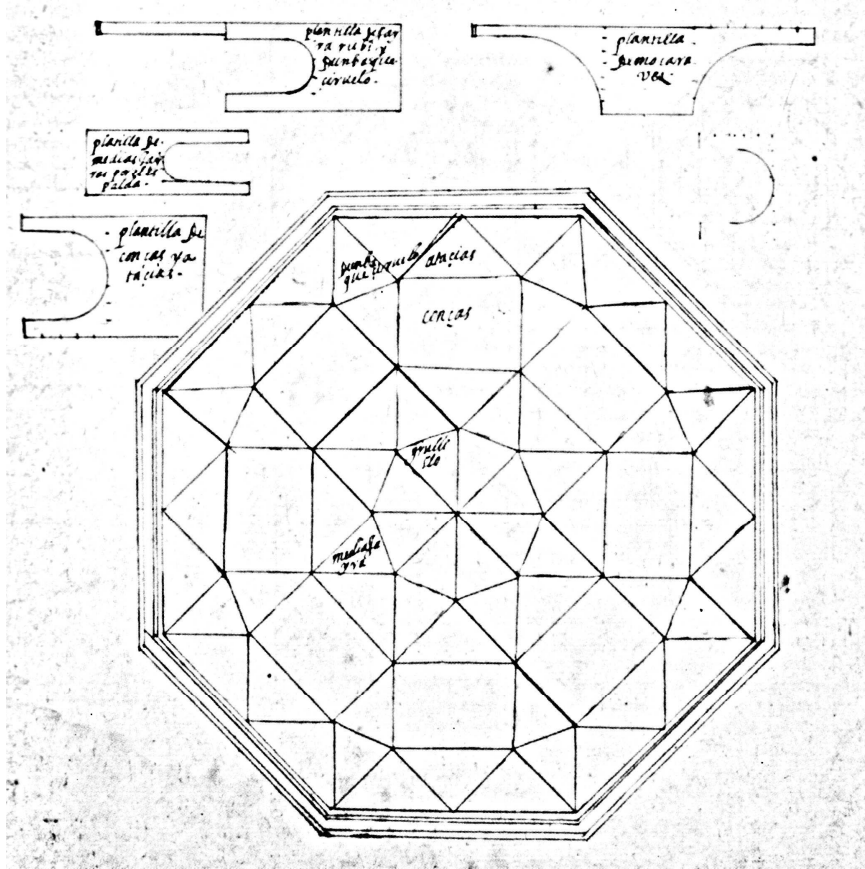
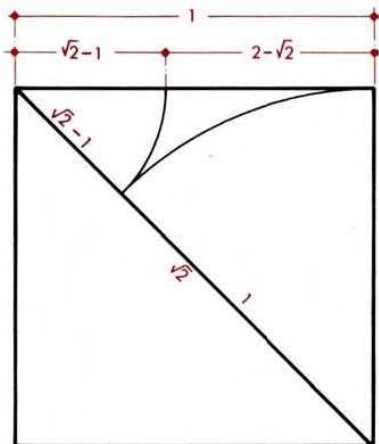


Ilustración 35. Racimo de mocárabes de Fray Andrés de San Miguel (Nuere, 1990:69)

Robert Lawlor (1989:84) clasifica como proporciones armónicas a los términos derivados de la división geométrica del cuadrado en función de su diagonal.



Drawing 82 Again using the square for unity and by means of an arc from the lower left corner, bring the length of side 1 down to intersect with the diagonal $\sqrt{2}$. Then lead an arc from the upper right corner back up to the upper side of the square. We have again a point on the upper side at which to divide the square, but this division creates a three-term harmonic proportion, $(\sqrt{2}-1)$, $(2-\sqrt{2})$, 1.

Drawing 82. $(\sqrt{2}-1):(2-\sqrt{2}):1$ Harmonic

Ilustración 36. Proporciones armónicas (Lawlor, 1989:84)

El triángulo: $\sqrt{3}$, el hexágono y la Vesica Piscis

Mediante el trazado del cuadrado ya se ha obtenido la división duodecimal del círculo inscrito, que permite trazar triángulos, hexágonos y dodecágonos. No obstante existe un sistema más sencillo para obtener triángulos equiláteros a partir de un lado:

Se traza un círculo con radio la unidad y desde un punto cualquiera situado en la circunferencia obtenida se traza otro círculo de igual radio. El procedimiento es similar al de la construcción del ángulo recto, y la intersección de ambos círculos definirá un segmento perpendicular a la línea que une sus centros en su punto medio. Uniendo centros y extremos del segmento obtenemos un rombo formado por dos triángulos equiláteros de lado la unidad y unidos por sus bases.

La zona central definida por los dos círculos se conoce como *Vesica Piscis* (vejiga de pez en latín), también denominada almendra o mandarla mística, y ha sido una figura muy utilizada en los periodos románico y gótico como patrón para insertar elementos sagrados, como un Pantocrátor o una Virgen. Esta forma de pez se utiliza también como el símbolo zodiacal de Piscis.



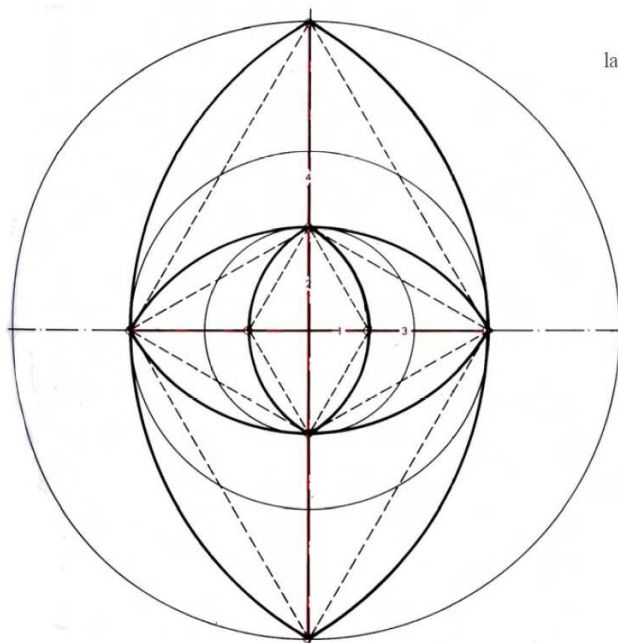
Ilustración 37. Emblema oficial de la Bauhütte (Alvarado, 2009:54)

La proporción entre el ancho y el alto de la *Vesica Piscis* es $\sqrt{3}$. Por lo tanto coincide con la diagonal de un rectángulo $\sqrt{2}$ y con la diagonal de un cubo de lado la unidad.

Si seguimos transportando el radio sobre la circunferencia obtendremos 6 divisiones iguales, y podremos unirlos consiguiendo un hexágono regular. Si unimos vértices alternos

resultan otros dos triángulos equiláteros de lado $\sqrt{3}$ que forman otro hexágono menor estrellado.

Esta figura se conoce como Estrella de David, Sello de Salomón o Sello de Visnú, y es común tanto en la tradición oriental como occidental. Al tratarse de dos *Tetractys*⁴⁷, uno invertido respecto del otro, ha provocado todo tipo de especulaciones gnósticas. Por otra parte el *Sriyantra* es una construcción geométrica utilizada en la tradición tártrica hindú similar a inscribir sucesivamente una estrella de David dentro de otra. Esta operación se puede realizar utilizando los puntos medios de los sucesivos hexágonos generados, o bien usando directamente sus vértices. Se obtiene así una progresión geométrica *Ad Triangulum*⁴⁸ de razón $\sqrt{3}$, análoga a la obtenida con el cuadrado por el procedimiento *Ad Quadratum* (Elejoste, 2002:100).



The relationship of the smaller axis to the larger axis of the Vesica Piscis in progressive growth visually demonstrates a geometric progression:

$$\frac{\text{axis 1}}{\text{axis 2}} : \frac{\text{axis 2}}{\text{axis 3}} : \frac{\text{axis 3}}{\text{axis 4}} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{3}}{3} : \frac{3}{3\sqrt{3}}$$

Ilustración 38. Progresión geométrica $\sqrt{3}$ (Lawlor, 1989:35)

La sencilla construcción de esta rígida figura, realizada únicamente con arcos de compás con el mismo radio, permite prolongar indefinidamente sus lados formalizando tramas hexagonales. Por ello ha sido una base geométrica muy utilizada en la elaboración de elementos decorativos desde la antigüedad.

La denominada flor de la vida es una figura geométrica formada por 19 círculos superpuestos formando flores de 6 pétalos, que ya aparece en un pilar del Osirion del Templo de Seti I en Adibos⁴⁹. Muy similar es la llamada fruta de la vida o cubo de Metatrón, formado por

⁴⁷ Ver apartado *La belleza y las aproximaciones fraccionarias*

⁴⁸ Durante la construcción de la catedral de Milán y por asesoramiento de Stornaloco se modificó la sección *ad quadratum* prevista por otra *ad triangulum* de menor altura. RUIZ DE LA ROSA, J.A. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, p. 204, 1987.

⁴⁹ El polémico científico autodidacta Nassim Haramein, autor de la *Teoría Unificada del Todo* -que divulga a través de numerosas charlas accesibles desde Internet, y que se centra en matemáticas fractales, en geometría sagrada y en que los agujeros negros son el centro de cualquier estructura del universo- opina que esta flor está grabada en la roca, y nada menos que con láser.

13 círculos tangentes en disposición hexagonal, que contiene la planta de los 5 sólidos platónicos (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro). Por ello ambas figuras son consideradas cuerpos de la geometría sagrada, muy ligadas a la mística, a la cábala y al esoterismo⁵⁰.

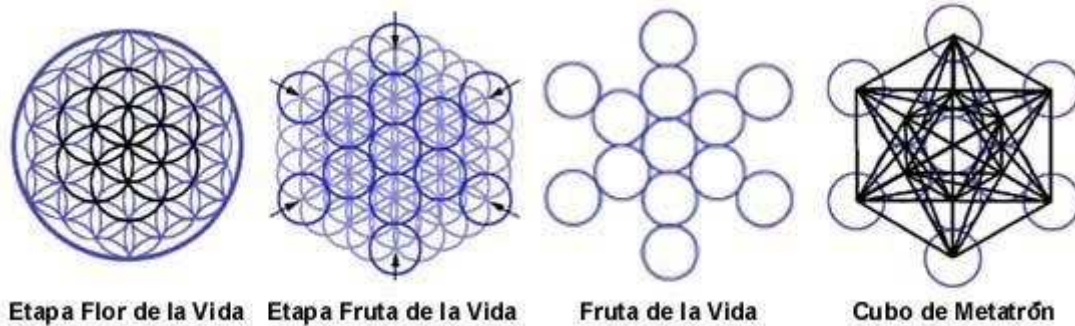


Ilustración 39. Etapas de la flor de la vida

http://www.canalizandoluz.com/imagenesbrinda/etapas_flor_de_la_vida.JPG

Basilio Pavón Maldonado (2001) realiza una revisión del uso de estas tramas hexagonales en el arte árabe occidental, encontrando precedentes en los mosaicos de la Domus Augustana de Roma, de Itálica y de Pompeya. Y diseños de ruedas de lazo de 6 ya aparecen en el pavimento de la basílica paleocristiana de la ciudad ibero-romana de *Illici*, situada en La Alcudia a escasos kilómetros de Elche.

El pentágono: $\sqrt{5}$

Para el trazado de un pentágono regular existen varios procedimientos exactos⁵¹, tanto si se quiere inscribir en un círculo de radio concreto o bien se parte de un lado dado. En cualquier caso es imprescindible determinar la $\sqrt{5}$ a partir de la diagonal de un doble cuadrado. Para el caso de inscribir la figura en un círculo es necesario, además de trazar el círculo, obtener dos diámetros ortogonales y realizar la división por la mitad de un radio. Con centro en este punto medio (F) y radio la diagonal hasta el extremo del radio perpendicular (1) trazamos un arco que cortará al diámetro en un punto (G) tal que su distancia hasta 1 será el lado del pentágono inscrito, y la distancia hasta el centro determinará el lado del decágono.

⁵⁰ Un ejemplo actual lo constituye la obra de MELCHIZEDEK, Drunvalo. *The ancient secret of the flower of life: Volume 1*, p. 26, 1999, quien considera que la antigüedad de la flor de Atybos es de 6000 años. Otros autores destacan la existencia de caracteres coptos junto al dibujo, lo que retrasaría su autoría al año 400 a.C. aprox. FURLONG, David. *The "Flower of life" and the Osirion: Facts are more interesting than fantasy*, 2010.

⁵¹ También existen trazados aproximados, como el empleado por Diego López de Arenas para construir el cartabón de cinco. NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lo blanco: lectura dibujada del primer manuscrito de Diego López de Arenas*, pp. 163-166, 1985.

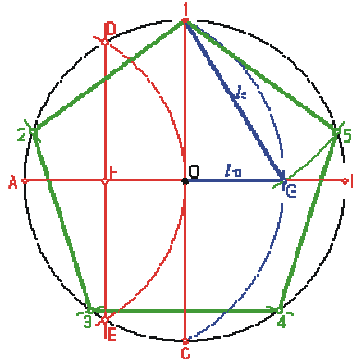


Ilustración 40. Trazado del pentágono

http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/Poligonos/pentdodec.gif

Se obtiene así una nueva división del círculo. Además de las divisiones binarias y ternarias ya conseguidas con el cuadrado, tenemos ahora la quinaría del pentágono y la decimal del decágono, así como todas las sucesivas divisiones binarias que se pueden realizar mediante la bisección del ángulo (5, 10, 20, 40,...).

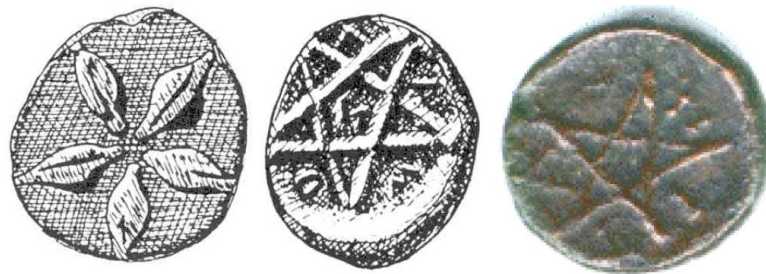
El pentagrama místico

Una vez dibujado el pentágono podremos trazar sus 5 diagonales, o prolongar sus lados hasta que se corten, obteniendo una figura estrellada de 5 puntas denominada *pentacle*, *pentalfa* o pentagrama místico.

Empleado desde la antigüedad mesopotámica, el pentagrama místico fue uno de los tópicos geométricos de la Escuela pitagórica por sus bellísimas propiedades de las que nace su simbolismo místico (González Urbaneja, 2001:91).



Pentagrama mesopotámico (2600 a.C.), pentagrama judío (500 a.C.) y pentagrama romano (78 a.C.).



Monedas griegas con simbología pitagórica pentagonal halladas en Metaponto (440 a.C.), Melos (420 a.C.) y Pitane (350 a.C.).

Ilustración 41. Pentagramas (González Urbaneja, 2001:96)

Como primera curiosidad que imponía respeto a los pitagóricos tenemos su “unicursalidad”, pues la estrella pentagonal puede ser trazada por el movimiento de un punto sin pasar dos veces por el mismo lado.

Además se convirtió en el anagrama supremo de la salud y en símbolo de los propios pitagóricos, quienes admiraban al sólido platónico formado por 12 pentágonos regulares:

El Dodecaedro como quintaesencia de la Cosmogonía pitagórica, la sagrada Tetractys como fuente y raíz de la naturaleza eterna, el triángulo rectángulo depositario de la inconmensurabilidad, el Pentagrama místico símbolo de identificación de los pitagóricos y de la salud, son los talismanes de la actividad intelectual del «modo de vida pitagórico», en el que la música –cuya armonía es de naturaleza matemática– ejerce una influencia definitiva en el equilibrio emocional.

(González Urbaneja, 2001:96)

Los gremios de constructores medievales incorporaban el pentagrama en los trazados de los rosetones de las catedrales góticas, a través de cuyos vitrales se irradiaba luminosa magnificencia mística.

Maniqueos, cátaros, albigenses, vadeses, templarios y masones utilizaron en pentagrama como emblema del conocimiento racional y ocultista, tanto para invocar los buenos poderes como los maléficos. Es frecuentemente usado como símbolo del poder y distintivo de mandos militares, siendo numerosas las naciones que incluyen la estrella pentagonal en sus banderas.

Paracelso reduce a dos todos los signos que obedecen los espíritus: el Hexagrama o Sello de Salomón en representación del Macrocosmos, y el Pentagrama que representa el Microcosmos humano, “que es el signo más poderoso de todos”. Goethe inmortalizó en *Fausto* la estrellita de cinco picos que impide salir a Mefistófeles. (González Urbaneja, 2001:99).

La razón áurea

El pentagrama místico pitagórico también es llamado “tripletriángulo” porque se forma a partir de 3 triángulos isósceles iguales que tienen los ángulos iguales (72°) dobles del ángulo desigual (36°). En estos triángulos los lados iguales están en proporción áurea con el lado menor, al igual que lo están los distintos segmentos creados por el corte entre los 3 triángulos áureos del pentagrama.

La razón áurea es designada simbólicamente con la letra griega ϕ (fi en minúscula), o con Φ (fi en mayúscula) en honor al escultor griego Fidias. También se le representa con la letra griega Tau (T τ). El número áureo o de oro es un irracional de la familia de los números metálicos, y su valor es:

$$\Phi = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1.6180339887\dots$$

Esta constante, también llamada razón extrema y media, razón dorada, media áurea, proporción áurea y divina proporción, surge de la división de un segmento en dos, de manera que la longitud total es al segmento más largo como éste es al segmento más corto.

Para dividir un segmento en media y extrema razón Euclides construye en su proposición II.11 un cuadrado, y abate la diagonal del medio cuadrado:



Ilustración 42. La Proposición II.11 de Los Elementos de Euclides en una edición de 1482 (González Urbaneja, 2001:78)

De esta manera, y mediante el método de Aplicación de las Áreas que resuelve la ecuación cuadrática $\phi^2 - \phi - 1 = 0$, obtiene un rectángulo de la división áurea del cuadrado. Este rectángulo áureo tiene unas propiedades “auto reproductivas” (Euclides XIII.5) similares a la del rectángulo de plata. Si a un rectángulo áureo se le sustrae un cuadrado de igual lado que su menor se genera otro rectángulo áureo menor, y así sucesivamente. De igual manera si se le añade un cuadrado de lado su mayor surge otro rectángulo áureo mayor.

La sucesión de rectángulos áureos encajados convergen hacia el polo de una espiral logarítmica, lo que ha cautivado a matemáticos, artistas y naturalistas por su belleza y propiedades presentes en numerosos organismos vivos. Descartes la llamó espiral equiangular por ser constante el ángulo de corte del radio vector con la curva. Halley la denomina espiral geométrica pues el radio vector crece en progresión geométrica mientras que el ángulo polar decrece en progresión aritmética. Bernoulli la llamó *spira mirabilis* rogando que fuera gravada en su tumba. También se conoce como espiral de Durer.

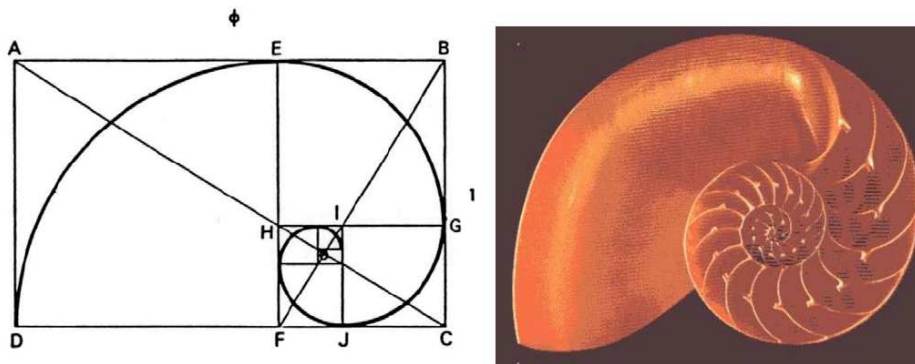


Ilustración 43. La espiral logarítmica y la concha del Nautilus (González Urbaneja, 2001:81)

De igual manera es auto reproductible el pentagrama al inscribirlo o circunscribirlo en los vértices de otro, coincidiendo también la dimensión de sus segmentos con dos términos consecutivos de la sucesión ϕ^n .

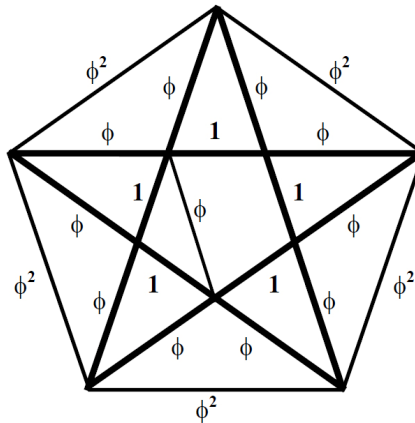
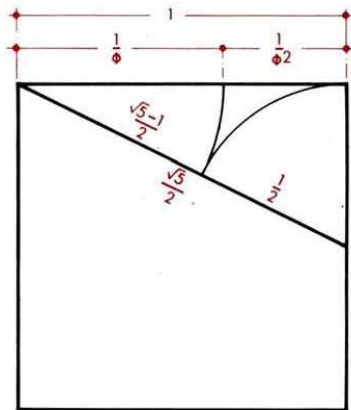


Ilustración 44. Proporciones áureas del pentágono (González Urbaneja, 2001:100)

Esta propiedad auto reproducible es igualmente extensible a los triángulos áureos (Euclides, IV.10), cuya sucesión genera igualmente una espiral logarítmica. Todas estas progresiones están relacionadas con la sucesión de Fibonacci establecida por Leonardo de Pisa en 1202 d.C., ya que la proporción entre dos términos consecutivos tiende a ϕ (Elejoste, 2002: 103-104).

Luca Pacioli en *La Divina Proporción* (Venecia, 1509) destaca las propiedades “*excelsas, supremas, excelentísimas, incomprensibles, innumerables, admirables, inefables, singulares, ...*” de la razón áurea como principio universal de belleza y como imagen de la perfección divina. Entre las excelencias que omitió para eludir el fuego eterno se encuentra el hecho de que ϕ es la proporción entre el radio y el lado de un decágono regular (Hoz Arderius, 2002:72). El libro ofrece también una serie de capítulos dedicados a los poliedros regulares (los sólidos platónicos), a sus estrellados y truncamientos (los poliedros *abscisus*), a los cuerpos oblongos, cilindros, prismas, conos, pirámides y a otras figuras truncadas, todo ello ilustrado por Leonardo da Vinci (Pacioli, 1991).

Robert Lawlor (1989:84) clasifica como proporciones geométricas a los términos derivados de la división geométrica del semi cuadrado.



Drawing 83. The last division of the side of square 1 is accomplished with the $\sqrt{5}/2$. This is done by leading an arc from the point of intersection of the half-side with the semi-diagonal and the arc with radius equal to the half side to the upper side of the square. This divides our unity into a geometric proportion, $1/\phi^2 : 1/\phi : 1$.

Drawing 83. $\frac{1}{\phi^2} : \frac{1}{\phi} : 1$ Geometric

Ilustración 45. Proporciones geométricas (Lawlor, 1989:84)

La proporción en arquitectura. Teorías y prácticas

El debate abierto sobre el procedimiento utilizado por los antiguos arquitectos y constructores para dimensionar y modular los edificios del pasado ha marcado la naturaleza de los numerosos estudios que sobre la proporción en arquitectura se han ido sucediendo a lo largo de la historia. La disyuntiva entre que se usara un proceso “numérico” o “geométrico” para dimensionar los distintos cuerpos edificatorios ha determinado esta clasificación de dos grandes tradiciones o escuelas, dentro de las cuales podemos englobar casi todas las variadas propuestas realizadas.

La tradición numérica representa las posiciones más racionales de los que sostienen que para poder llevar a cabo la coordinación dimensional necesaria en cualquier obra de ingeniería, y específicamente en arquitectura, es necesario utilizar un sistema de medidas con un patrón o una unidad base, y una serie de múltiplos y submúltiplos a cuyo tamaño se deben adaptar todas y cada una de las partes. La cuantificación de las medidas mediante números enteros y fracciones simples implica determinar el módulo o unidad base del sistema y establecer la base aritmética que define los distintos submúltiplos, de manera que el todo y las partes del edificio queden determinados por una cuadrícula regular. Además del aspecto estrictamente científico sobre la metrología empleada -el valor de la unidad base y el número de sus divisiones-, los estudios realizados dentro de esta tradición “cultura” suelen considerar otras cuestiones “estéticas” centradas en las cualidades de los números y sus relaciones.

Por su parte la tradición geométrica propone construcciones gráficas para justificar las dimensiones de los distintos elementos arquitectónicos, generalmente utilizando una o varias de las bases geométricas expuestas, propias de la Geometría Sagrada: El Círculo generador; La $\sqrt{2}$ que determina la diagonal del cuadrado, el procedimiento *Ad Quadratum*, el número de plata (relacionado con la sucesión de Pell), la geometría del octógono y su división canónica en polígonos cordobeses; La $\sqrt{3}$ de donde deriva el triángulo equilátero, la *Vesica Piscis*, el hexágono, el hexagrama o Estrella de David, el procedimiento *Ad Triangulum*, la flor de la vida, y la fruta de la vida o cubo de Metatrón; Y la $\sqrt{5}$ obtenida de la diagonal del doble cuadrado, y que a su vez origina el pentágono, el decágono, el pentagrama místico, y el número de oro o divina proporción (relacionado con la sucesión de Fibonacci). Los valores irracionales que presentan estas construcciones plantea la cuestión de si la capacidad matemática de que disponían los antiguos era suficiente para poder realizar un control dimensional -y llevar así a cabo sus obras mediante una cuantificación aritmética-, o si por el contrario las distintas proporciones arquitectónicas son fruto de sucesivos trazados gráficos que permiten poner en escala la irracional geometría a partir de un módulo numérico dado.

Para Abel Rey (1959:108-109) ya en la civilización mesopotámica “() *la existencia de las tablas, el empleo de fórmulas correctas de agrimensura, la descomposición de superficies complejas en otras más sencillas, el sistema métrico, la misma numeración de posición y el cálculo de la hipotenusa son, sin duda, manifestaciones innegables de una observación juiciosa y ya sistemática para la técnica gráfica y la operatoria ()*”. Sin embargo para Ruiz de la Rosa (1987:41-42) “*no es mucho lo que estas matemáticas pueden ofrecer a la arquitectura. En cuanto a la aritmética, poco más que sencillos cálculos de dimensión y acotación, y cálculos de áreas y volúmenes casi siempre aproximados. En cuanto geome-*

tría, un conocimiento primario de las figuras simples, que aparecen luego reiteradamente en los diseños.”

El tratado de Vitruvio. Luces y sombras

Los diez libros de la arquitectura de Vitruvio⁵² es el texto sobre proporciones en arquitectura más antiguo conservado, aunque como en él mismo se indica (en la introducción al Libro Séptimo) existieron otros previos de los que sólo nos han llegado referencias. Si bien para Wittkower (1968) el texto vitruviano no representa una teoría de la proporción, para Scholfield (1971) la cuestión no es tan tajante (Esteban Lorente, 2001:229). Lo cierto es que es su capítulo 1 del libro tercero -dedicado al origen de las medidas de los templos- describe la proporción de los miembros del hombre que coincide en lo básico con las unidades del sistema antropométrico de base duodecimal utilizado mayoritariamente en el pasado. Por ello se ha considerado este texto dentro de la tradición numérica, dado que establece esta misma proporción para la correcta disposición de las partes de los templos.

Pero tanto en este apartado como en otros de la extensa obra de Vitruvio -en donde trata temas de otra índole- introduce una serie de cuestiones que han centrado en buena parte las numerosísimas interpretaciones que ha tenido este influyente y oscuro texto.

El canon humano

Un importante debate se centró en el propio canon humano implícito en el sistema antropométrico señalado por Vitruvio, y que determina la proporción de los distintos miembros del hombre bien formado como fracciones duodecimales de su altura.

Vitruvio consigue estas relaciones sencillas de medidas, aunque para ello se separa de las dimensiones reales que se encuentran en la estatuaria antigua y en estudios modernos de anatomía. El sistema que expone, siguiendo una tradición helenística, es una aproximación a la realidad observable, convertida en un sencillo esquema geométrico fundado en relaciones sencillas entre números enteros bajos (). La longitud del pie, es preciso hacer notar que existe gran diferencia entre lo indicado en el texto de Vitruvio y la realidad medida en las estatuas antiguas y en la anatomía moderna.

(Moya, 1993:367)

Ciertamente que el valor de $1/6$ de la altura resulta demasiado grande anatómicamente para el tamaño de un pie proporcionado, así como el $1/24$ del palmo resulta pequeño para el ancho de la mano. No obstante Vitruvio aclara al referirse al pie como unidad de medida que es equivalente a la huella que deja el pie (L4, C1), y por lo tanto mayor que el propio miembro.

Otras proporciones del hombre dadas por Vitruvio, como la cabeza ($1/8$) o el rostro ($1/10$), han sido objeto de comentarios por presentar problemas de interpretación (Esteban Lorente, 2001:245).

⁵² El autor de *De Architectura libri decem* fue el arquitecto romano *Marcus Vitruvius Pollio*, que vivió entre el año 80-70 a.C. y el 15 d.C.

La numerología

Al principio de la exposición la definición del rostro -y de la muñeca hasta el extremo del dedo medio- plantea la división decimal de la altura del hombre, frente a la utilización de la base aritmética duodecimal del resto de unidades posteriormente citadas, y que son las empleadas en el sistema antropométrico conocido.

Es posible que Vitruvio introdujese esta división forzosamente -al igual que alcanza el total sagrado de 10 libros en su obra⁵³ (Calatrava, 2005)- sin que tuviese aplicación práctica en el sistema metrológico. O pudiera indicar que en la construcción de templos se emplearan ambas divisiones de la unidad, es decir, una base aritmética sexagesimal.

Este conflicto metrológico entre lo decimal y lo duodecimal se complica cuando Vitruvio introduce en el Libro Cuarto los distintos órdenes de columnas que se construyen a semejanza del cuerpo humano⁵⁴, y que a su vez representan módulos arquitectónicos: La división de la columna dórica alargada es en base 7, un número con la cualidad⁵⁵ de no tener divisores ni múltiplos en la decena.

Y si bien el hombre es el origen de las medidas de los templos, en su construcción el módulo⁵⁶ puede ser la columna, su diámetro, su capitel o el frente del templo (L4). El esquema metrológico expuesto en el conjunto del texto vitruviano cuestiona tanto la base aritmética del sistema de unidades como el propio valor de su unidad base.

Las armonías musicales

Vitruvio hace frecuentes referencias a las armonías musicales, si bien tanto Wittkower (1968:102) como Scholfield (1971:30) afirman que de ello no hay rastro y que el tema se debe a los comentaristas italianos del Renacimiento que extrajeron las analogías musicales del Timeo. No obstante existen referencias concretas a ello tanto en la exposición teórica al hablar de la importancia de la música y de la relación con la astronomía para el arquitecto (L1 C1), del cuerpo humano (L3 C1), de las basas de las columnas (L3 C5) y de la armonía (L5 C4), como en las proporciones propuestas para dimensionar distintos elementos⁵⁷.

⁵³ Recordemos el caso del triángulo decádico formado a partir del *tetraktys*, constituido por los 4 primeros números cuya suma es 10, número perfecto también según Pitágoras y Platón.

⁵⁴ Distingue entre varios tipos humanos: el dórico del varón tenía una altura de 6 veces el diámetro, luego alargada a 7; el jónico de la mujer tenía 8 diámetros y más tarde la hicieron esbelta de 9 diámetros; y el corinto de la muchacha adolescente tiene 10 diámetros.

⁵⁵ *Tales (640-550 a.C.) ya mostró especial inclinación por el aspecto cualitativo de los números, al dividirlos en perfectos y amistosos y posiblemente estas consideraciones influyeron más tarde. Para Pitágoras y los pitagóricos el 1 era la Razón, porque es intercambiable. Para Tales el 2 simbolizaba lo femenino; para otras versiones significa la "opinión"; el 3 era lo masculino; el 4 simbolizaba la Justicia inmutable y equitativa; el 5 simbolizaba el matrimonio; el 7 representaba a Atenea, diosa virgen, porque es el único de la década que no tiene productos ni fracciones...* FERNÁNDEZ GÓMEZ, Margarita. *La teoría clásica de la arquitectura: clasicismo y renacimiento*, p. 41, 1999.

⁵⁶ En el libro 10 capítulo 10 dedicado a las catapultas el módulo es el diámetro de los agujeros del travesaño.

⁵⁷ Se entiende por armonías musicales la proporción basada en las siguientes razones de números enteros, o cocientes racionales: 2/1 = dupla o disdiapasón; 3/2 = sesquialtera o diapente; 4/3 = sesquitercia o diatesarón; 3/1 = tripla o diapasón-con-diapente; 4/1 = cuádrupla o disdiapasón; Dupla menos tono = 16/9 (1,777). Serie 9,12,16: razón continua sesquitercia; Dupla más tono = 9/4 (2,25). Serie 4,6,9: razón continua sesquialtera. ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. *La teoría de la proporción arquitectónica en Vitruvio*, p. 240, 2001.

El homo Ad Circulum

Otro polémico tema con enorme repercusión lo introduce Vitruvio en su descripción del canon humano al intentar conciliar el cuadrado que define la altura y anchura del hombre (la braza) con un círculo centrado en su ombligo:

Asimismo el centro natural del cuerpo humano es el ombligo, pues tendido el hombre supinamente, y abiertos los brazos y piernas, si se pone un pie del compás en el ombligo, y se forma un círculo con el otro, tocará los extremos de pies y manos. Lo mismo que en un círculo sucederá en un cuadrado; porque si se mide desde las plantas a la coronilla, y se pasa la medida transversalmente a los brazos tendidos, se hallará ser la altura igual a la anchura, resultando un cuadrado perfecto. (LIII, C1).

Vitruvio no aporta más datos para determinar el diámetro del círculo, ni indica cual es el centro del cuadrado, por lo que este intento de cuadratura del círculo ha dado lugar a errores de interpretación por parte de investigadores posteriores (Franco Taboada, 1998:75).

Los sistemas geométricos

Scholfield (1971:45) afirma que Vitruvio pudo considerar otros sistemas proporcionales, geométricos e inconmensurables, que no entran en competencia con los anteriores. La referencias concretas que aparecen son: La alusión simultánea al círculo y al cuadrado *del homo vitruviano*; la dimensiones según la diagonal del cuadrado en un atrio (L6 C4), del ábaco de un capitel corintio (L4 C1), de las acanaladuras del fuste dórico (L4 C1) y de las volutas del capitel jónico (L3 C5); la construcción de un teatro sometido a una estrella de 12 puntas (L5); la duplicación del área de un cuadrado (L9); y poco más.

También describe la construcción de la escuadra según el triángulo 3,4,5 (L9) útil para determinar la pendiente de las escaleras, y la aproximación $25/8$ (3.125) a π para construir una máquina para medir distancias en carreteras (L10 C14).

Para Pierre Gros (1976) además de las citas concretas, Vitruvio hace continuas simplificaciones a razones inconmensurables, pero todas se refieren a $\sqrt{2}$ y alguna referencia a $\sqrt{5}$, no existiendo alusión concreta a la llamada divina proporción⁵⁸.

También realiza Vitruvio varias referencias a la “justa proporción”: en lo que consiste la Ordenación (L1 C2); en la mezcla de 2 partes de arena por una de cal (L2 C5); en la altura de una columna del templo eustilo (L3 C3); en la escalera obtenida con la escuadra 3,4,5 (L9). Parece ser que son menciones genéricas, no con el sentido de obtenida mediante el procedimiento *Ad Quadratum* que se le daría durante el Renacimiento a la “justa medida”.

⁵⁸ Este autor critica los trabajos de HAMBIDGE, Jay. *Dynamic symmetry: The greek vase*, 1920; GHYKA, Matila C. *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*, 1953 y LORENZEN, E. *Technological studies in ancient metrology*, 1966 por su mal uso e interpretación de Vitruvio, y a Vicari por considerar que cuando Vitruvio habla de “analogía” se refería exclusivamente a la razón ϕ .

Las correcciones ópticas

Cuando trata las clases de templos Vitruvio (L3 C3) introduce el “éntasis”, que son las adiciones de sección de las columnas que corrigen los efectos ópticos que se provocan al contemplar la obra en su proximidad, obteniendo así conjuntos proporcionados y agradables a la vista. También deben las columnas angulares levantarse bastante mas gruesas que las otras (una quincuagésima parte), pues quedan exentas y parecen más esbeltas y delgadas a los espectadores. Lo que se puede percibir erróneamente debe solventarse por medio del arte...

Los tratados ilustrados

Como ya se ha visto, los escasos tratados tardo medievales hacen continua referencia al procedimiento *Ad Quadratum* para obtener las dimensiones de los distintos elementos arquitectónicos. Tanto Villard de Honnecourt primero, como Matthäus Roriczer y Hans Schmuttermayer después, se engloban en la denominada tradición geométrica. Incluso Lorenz Lechler al inicio del Renacimiento basa el trazado de sus plantillas en la sucesión de cuadrados girados uno sobre otro.

El proceso de diseño se desarrollaba a partir de una proyección geométrica que comenzaba con figuras básicas, tales como triángulos equiláteros, círculos y cuadrados, terminando, a través de una serie de simples pasos geométricos en una complicada constelación de formas (...). En la arquitectura gótica las proporciones son abstractas: Los elementos individuales no tienen una serie de proporciones aceptables en si mismos o en relación con las dimensiones globales del edificio, pero siguen un sistema de relaciones unitarias basadas en la consistencia de las formas geométricas. (Kostof, 1984:88-89).

No obstante en 1416 el humanista florentino Poggio Bracciolini encuentra en el monasterio suizo de Saint Gall un manuscrito del tratado de Vitruvio, y aunque éste fuese conocido a lo largo de toda la Edad Media por autores tan diferentes e importantes como Boecio, Isidoro de Sevilla, Eginardo, Alcuino de York, Hugo de Saint-Victor, Vicent de Beauvais o el propio Santo Tomás de Aquino, este redescubrimiento fue recibido como un faro iluminador en el contexto renacentista de la fascinación por la antigüedad (Calatrava, 2005:22).

*A lo largo de los siglos siguientes, la obra de Vitruvio sería objeto de numerosas ediciones del texto original en latín, traducciones a distintas lenguas, comentarios críticos, exégesis o ilustraciones gráficas que intentaban reemplazar a los perdidos dibujos originales. De *Architectura* se convirtió en el centro de apasionadas polémicas arquitectónicas y estéticas en las que se trataba de dilucidar el sentido “verdadero”, oculto, de una obra que, como buen texto sagrado, desde un principio fue considerada en muchos puntos críptica, oscura y, en consecuencia, necesitada de interpretaciones por mediadores autorizados capaces de revelar el verdadero sentido del depósito de arcana sabiduría encerrado en ella. (Calatrava, 2005:24).*

Existe un contraste claro entre el método de proporcionar las figuras del artista medieval mediante una norma geométrica preestablecida, y el del artista renacentista que tiende a extraer una norma métrica. Así opina Margarita Fernández Gómez:

En ocasiones, como es el caso del cuadrado, un mismo elemento será ampliamente valorado en las dos épocas (...) Los artistas del Renacimiento descartaron la “justa medida” medieval, con su inscripción sucesiva de cuadrados, sin duda a causa de la inconmensurabilidad de esta configuración. Pero en el Renacimiento los artistas se percataron de las razones numéricas simples que existían entre los lados de un cuadrado y encontraron en la razón 1:1 (unisonancia en música) la belleza y la armonía perfecta. Resulta, pues, que una figura geométrica tan simple como el cuadrado puede utilizarse tanto en un contexto racional y métrico como en otro geométrico pero irracional. De ahí que provoque reacciones tan distintas.
(Fernández Gómez, 1999:48)

No se duda de que se debieron utilizar proporciones métricas durante el Medievo, así como que la geometría jugó un papel importante en la estética del Renacimiento (Wittkower, 1968:533-536). Pero la proporción tenía diferente significado en ambas épocas. Los artistas renacentistas conocían tanto la justa medida del *Ad Quadratum* medieval como la sección áurea que Pacioli llamó divina proporción. Sin embargo “*en los estudios renacentistas sobre proporciones no aparece el uso de la Sección Áurea ni de cualquier otra magnitud irracional*” (Fernández Gómez, 1999:48,168). A juicio de Wittkower ello se debe a que es imposible conciliar sus propiedades irracionales con una anotación fidedigna y conmensurable de las dimensiones, objetivo fundamental de la arquitectura renacentista.

Gran parte de los tratados publicados durante y tras el Renacimiento en Italia, Francia, Inglaterra, Alemania o España contienen referencias e interpretaciones del texto vitruviano, y por supuesto comparten ese afán por la mensuración de la tradición numérica. Y aunque sí aparecen algunos repetidos trazados irracionales en estos tratados, lo cierto es que se reducen prácticamente a las excepciones nombradas por Vitruvio: las proporciones $\sqrt{2}$ de los atrios, el ábaco del capitel corintio, las acanaladuras del fuste y las volutas del capitel jónico, la construcción de un teatro sometido a una estrella de 12 puntas, la duplicación del área de un cuadrado, y la escalera 3,4,5.

Una excepcional nueva aportación de construcción geométrica nos la ofrece Alberto Durero, quien en su tratado *De la Medida* (1525) propone un complicado instrumento para trazar una línea serpentina, formado por una serie de varillas articuladas y ruedas de distinto tamaño conforme a la “*justa medida*” (Peiffer, 2000:52) o “*justa proporción*” (Durero, 2000:174). En el esquema que ilustra sus proporciones Durero utiliza los cuadrados girados propios del procedimiento *Ad Quadratum*, de manera que las dimensiones de las varillas y ruedas están en proporción $\sqrt{2}$.

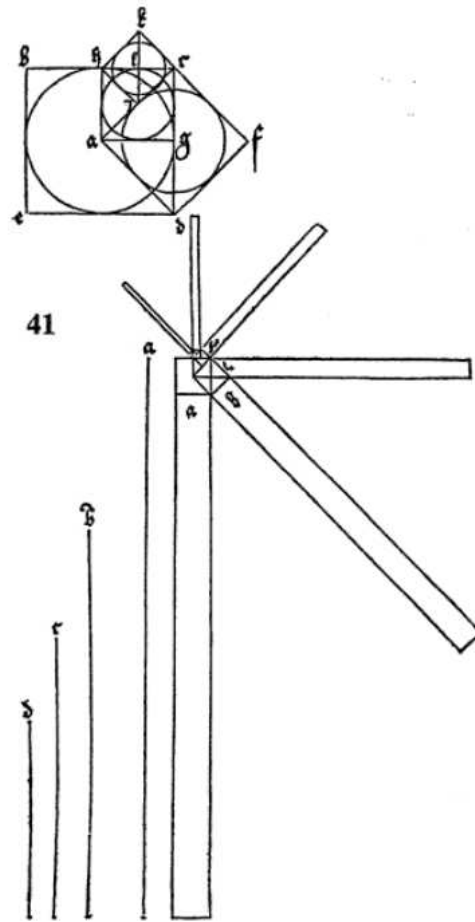


Ilustración 46. Construcción de un instrumento para trazar una línea serpentina (Durero, 2000:176)

La anotación fidedigna y conmensurable de las dimensiones impuesta en el pensamiento “numérico” renacentista conlleva adoptar la cuadrícula como herramienta científica y gráfica básica. La rejilla está presente en varias de las numerosas ilustraciones que durante los siglos XV al XVII hicieron los tratadistas sobre el hombre vitruviano. La cuestión del centro de la figura humana a partir del *homo bene figuratus* de Vitruvio (Franco, 1998) - afrontada por autores como Francesco di Giorgio en 1470, Fray Giocondo en 1511, Cesariano en 1521, Rusconi en 1590 o el propio Leonardo da Vinci en hacia 1498- nos permite contrastar distintas propuestas antropométricas contenidas en la división del *homo ad quadratum*. Igualmente nos ilustra de la respuesta dada por estos autores al problema planteado por la cita vitruviana sobre el *homo ad circumum*.

En lo que se refiere a descripción proporcional del texto de Vitruvio la interpretación gráfica de Rusconi es la más literal. Su hombre está inserto en una cuadrícula de 24 celdas que se corresponden una de las subdivisiones dadas por Vitruvio en relación a la altura total del hombre: el palmo. Todos los miembros unidad del sistema antropométrico coinciden con la rejilla duodecimal. Evidentemente el rostro y la palma de la mano, que corresponden con el décimo, no se ajustan a la cuadrícula. Incluso el pie es dibujado con 4 casillas, es decir, con el canónico $1/6$ de la altura. Rusconi separa en dos representaciones al hombre *ad quadratum* del hombre *ad circumum*, lo que le permite resolver el problema del centro del círculo

en el ombligo sin relacionar el tamaño del cuadrado con el del círculo. En este sentido está en la misma línea de Fray Giocondo y Cesariano.

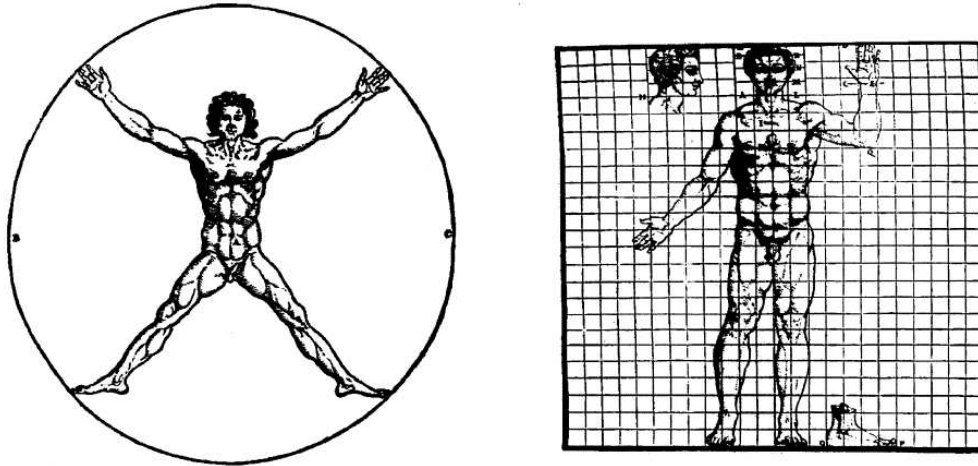


Ilustración 47. *Homo vitruviano* de Rusconi en 1590 (Franco Taboada, 1998:75)

El diseño de Leonardo da Vinci es también muy fiel a la descripción vitruviana. No incorpora la rejilla de 24 celdas, pero está implícita en las distintas líneas de división del cuerpo y en la escala gráfica que acompaña el estudio en su parte baja, donde aparecen señaladas las fracciones correspondientes al codo dividido en 6 palmos. Incluso fracciona los palmos extremos en 4 partes o dedos. También señala las divisiones decimales de la palma de la mano y del rostro. Ahora bien, el pie es dibujado según $1/7$ de la altura, y no con el $1/6$ canónico. La genial solución dada en la misma figura para el *homo ad circumum* pasa por separar las piernas hasta elevarlas $1/14$ de la altura y conseguir así que formen un triángulo equilátero. De esta manera hace coincidir el centro del círculo con el ombligo⁵⁹(ver resultados).

Los diseños de Cesariano y de Caporali son muy parecidos y desconcertantes. En la versión *ad quadratum* el hombre aparece en una cuadrícula de 30 celdas, agrupadas decimalmente de 3 en 3, de manera que sólo coinciden el rostro y la palma de la mano con divisiones enteras (aunque el rostro aparece desplazado respecto de la rejilla). Tampoco hay correspondencia entre el tamaño de la cuadrícula y las unidades de dedos, palmos, pies y codos que aparecen al pie correctamente proporcionadas según el sistema antropométrico. En la palma de la mano de Cesariano se incorpora un círculo con otra cuadrícula superpuesta que coincide con palmos divididos en 3 partes, es decir, pulgadas. Ambos autores incluyen las diagonales del cuadrado, y otro cuadrado menor girado, propios del procedimiento *Ad Quadratum*. En el caso Caporali incluye además un círculo inscrito y otro cuadrado inscrito a su vez en el círculo. También incorporan ambos una celda dividida en 4 rectángulos y otra cuadrículada con 7 subdivisiones, así como una serie de segmentos que irradian desde lo alto de la cabeza. En la zona de los pies aparecen unos arcos de círculo, mayores en el caso de Cesariano, que con su postura de piernas cerradas hace sobresalir los pies del cuadrado. Caporali evita este conflicto abriendo las piernas.

⁵⁹ Varios autores afirman que el ombligo de esta figura se localiza en razón áurea respecto a la altura del hombre, cuestión que Leonardo no menciona en el texto que acompaña al estudio. FRANCO TABOADA, Juan Manuel. *La cuestión del centro de la figura humana a partir del 'homo bene figuratus' de Vitruvio*, p. 80, 1998.

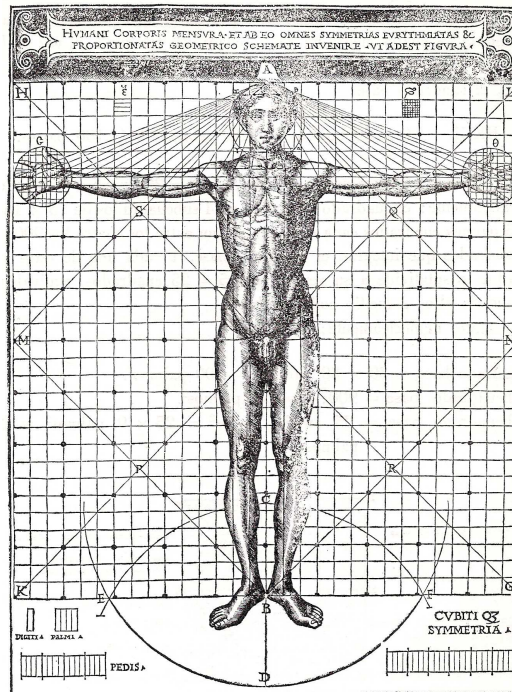


Ilustración 48. *Homo ad quadratum* de Cesariano en 1521 (Cervera, 1978:85)

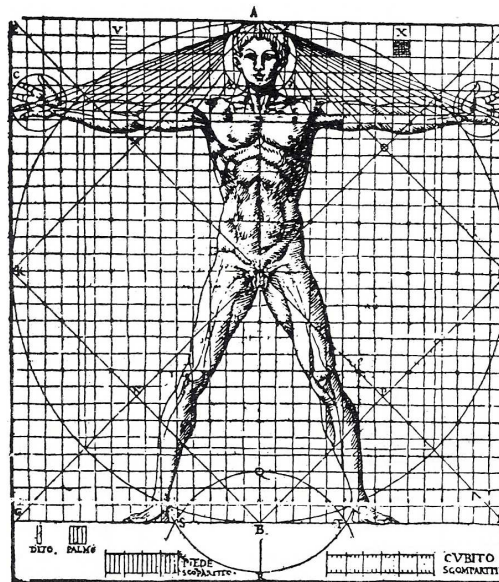


Ilustración 49. *Homo ad quadratum* de Caporali en 1536 (Moya, 1993:382)

Para la figura *ad circulum* estos autores utilizan la misma cuadrícula de 30 celdas, pero incluyen al hombre abierto de piernas y brazos en el cuadrado inscrito en el círculo, de manera que la figura es más pequeña que la del *homo al quadratum*. Aparte de la desproporción de miembros de Cesariano (Hernández González, 2002:88), Luis Moya opina que la versión de Caporali representa la interpretación fiel del texto vitruviano, cuestión de la que disiente Juan Manuel Franco Taboada al referir que ambos autores utilizan una cuadrícula de 22 celdas para incluir al hombre (1998:78). Realmente, y tal como se aprecia en

ambos dibujos, el cuadrado interior no alcanza las 22 celdas, sino que queda definido por el procedimiento *Ad Quadratum* de manera que su lado mide aproximadamente la mitad de la diagonal del cuadrado mayor de 30 celdas ($30 \times \sqrt{2} / 2 = 21.2132\dots$).

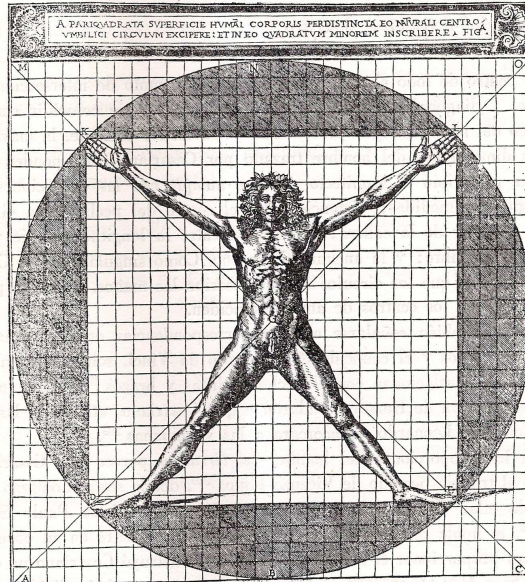


Ilustración 50. *Homo ad circulum* de Cesariano (Cervera, 1978:88)

Otras divisiones decimales las encontramos en el grabado de Jacques Goujon de la versión vitruviana de Jean Martin (1547), en el *homo ad quadratum* de Lázaro Velasco (1564) -en ambas aparecen también las diagonales y cuadrado inscrito-, y en la *Varia Commensuración* de Juan de Arphe y Villafañe (1585).

El conflicto entre el canon duodecimal de 8 cabezas de Vitruvio y el decimal de 10 cabezas de San Agustín⁶⁰ se hace patente en los estudios de Heller⁶¹ y de Luis Moya (1993:386). Esta cuestión ha planteado numerosos comentarios relacionados con la metrología y la simbología de los números (Hernández González, 2005).

⁶⁰ En la obra *De Civitate Dei* (XV,26,1) San Agustín relaciona las proporciones humanas con las medidas del arca de Noé:

Las medidas (del arca) de su longitud, altura y anchura son un símbolo del cuerpo humano en cuya realidad vino a los hombres ('El Hombre Cristo Jesús'), como había sido predicho. En efecto, la longitud del cuerpo humano desde la coronilla a los pies es seis veces tanta como la anchura que hay desde un costado al otro, y diez veces tanta como la altura, que se mide en el costado desde la espalda al vientre. Así, si mides a un hombre tendido boca abajo o boca arriba, es seis veces más largo desde la cabeza a los pies que ancho de derecha a izquierda o de izquierda a derecha, y diez veces más que alto desde el suelo. Por eso el arca se hizo de trescientos codos de larga, cincuenta de ancha y treinta de alta.

Tomado de HERNÁNDEZ GONZÁLEZ, Román. *La teoría sobre la proporción de san agustín: Entre la simbología y la práctica artística*. p. 422, 2000.

⁶¹ Dibujo sin datar suministrado por Ghyka en *El número de oro*. Tomado de FRANCO TABOADA, Juan Manuel. "La cuestión del centro de la figura humana a partir del 'homo bene figuratus' de Vitruvio, p. 80, 1998.

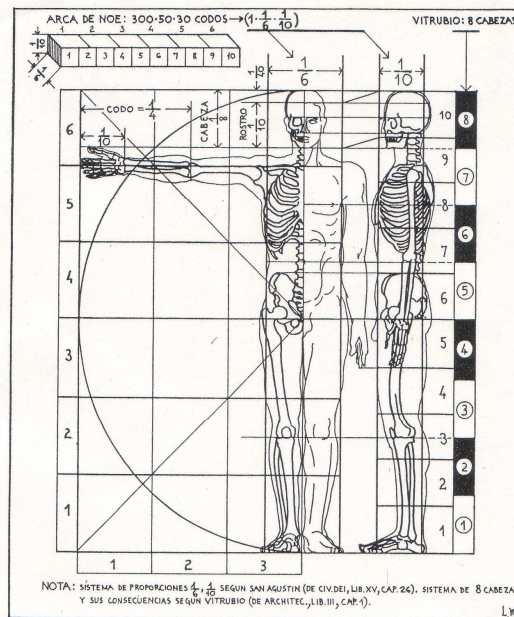


Ilustración 51. Proporciones según Vitruvio y San Agustín (Moya 1993:386)

Se vuelven a repetir por tanto las incongruencias metrológicas sobre la división de la unidad que presenta la numerología del texto vitruviano. Ya citamos las confusiones del *Tratado de arquitectura* de Filarete (1465) con su módulo de 9 cabezas y su brazo de 3, que no obstante es compatible con la base duodecimal. No es el caso de la propuesta de Vincenzo Scamozzi que adopta una división en base 7 -a su vez subdivididos en 3-, y en donde el hombre ni siquiera alcanza la altura exacta del doble cuadrado-círculo. La utilización de la aproximación $7/5$ a $\sqrt{2}$ le permite, eso sí, incorporar el procedimiento *Ad Quadratum*.

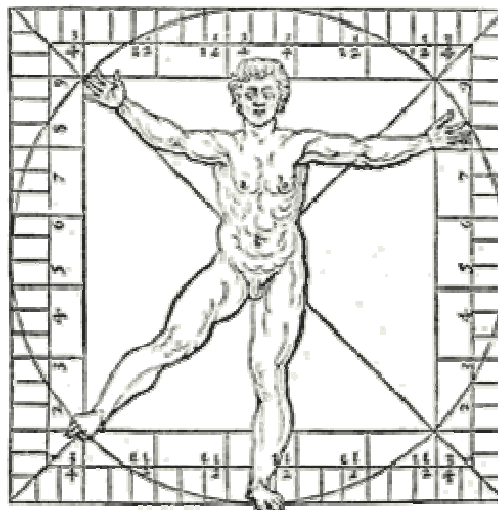


Ilustración 52. Pieza central del grabado *L'idea della architettura universale* de Scamozzi en 1615
<http://www.artgorbunov.ru/bb/modular/vitruvianman/scamozzi-hybrid.gif>

Además de la base aritmética, detectamos que estos estudios antropométricos también cuestionan la base geométrica. Se han visto ya varias inclusiones del *Ad Quadratum*, pero existen otras propuestas como el pentagrama místico utilizado por Nettesheim en su hombre microcosmos de *De occulta philosophia* (1533). O la del folio 7 del Codex Huygens con varias figuras geométricas incluidas (Franco, 1998:80; Hernández González, 2002:90), que es considerada un estudio preparatorio del conocido dibujo de Leonardo.

No obstante las cuadrículas suplen bien la necesidad de conmensuración exigida durante el Renacimiento. En los tratados se mejora la representación gráfica, que camina hacia el sistema diédrico mediante proyecciones ortogonales y hacia el sistema cónico mediante perspectivas. Se incluyen escalas gráficas con el sistema antropométrico y acotaciones con notación decimal pero todavía fraccionaria. La utilización de valores enteros permite combinaciones numerológicas -acordes con la sencillez de la belleza y con las armonías musicales- y admite el triángulo 3,4,5 y otras ternas que abren la puerta al teorema de Pitágoras. Por el primer teorema de Tales se obtienen elementos proporcionados según cualquier razón. Cuando aparecen geometrías no cuadradas se utilizan las conocidas aproximaciones fraccionarias a valores irracionales.

Los tratados de carpintería de los blancos del siglo XVII heredan también la tradición geométrica de los diseños de lazo hispano-musulmán. Usan los mismos recursos gráficos renacentistas, pero además utilizan diversos triángulos rectángulos denominados cartabones –con valores irracionales que proceden de distintas divisiones del círculo- para componer sus complicados diseños (Nuere, 1985).

El *Ad Quadratum* medieval volverá a aparecer como procedimiento de diseño y dimensionado en los tratados neogóticos alemanes del siglo XIX. Carl Alexander Heideloff (1789-1865) y Friedrich Hoffstadt (1802-1846) lo utilizan para diseñar todo tipo de plantas generales, elementos y detalles de catedrales góticas (Evers, 2011: 634-647).

Las teorías

Para poder abordar las numerosísimas y variadas aportaciones que desde el siglo XIX se vienen haciendo sobre las proporciones de la arquitectura clásica nos centraremos en la cuestión concreta de los mecanismos o reglas utilizadas en el diseño y construcción de las antiguas arquitecturas, es decir, el sistema metrológico con el que se llevo a cabo el control dimensional de estas obras.

Este análisis métrico se fundamenta en la ciencia de la aritmética, en el estudio del número como cantidad concreta, como dimensión que depende de la unidad base de referencia o patrón. Los distintos autores que lo han abordado lo han hecho como objetivo único de su estudio, o como parte de unas investigaciones más generales en donde el aspecto métrico es uno más de los tratados.

La mayoría de las respuestas dadas a esta cuestión las podemos seguir clasificando en esas dos tradiciones o escuelas ya enunciadas: la numérica y la geométrica⁶². La primera si el autor concluye que es posible cuantificar las dimensiones. La segunda si sólo utiliza un recurso geométrico que produzca valores irracionales.

No obstante estas posturas se han convertido en líneas de pensamiento no excluyente, y si bien hay claros representantes de cada una de ellas, es frecuente que un mismo investigador plantee diferentes propuestas encasillables en escuelas o familias distintas.

Cuadrículas

El cuadrado y su extensión a la cuadrícula o rejilla regular son las bases geométricas que permiten que todas las dimensiones que se ajusten tengan valores racionales. Para el profesor Ruiz de la Rosa “*una forma definida en sus dimensiones por un sistema de medidas podría inscribirse idealmente en una retícula cúbica que tuviera como lado la unidad empleada*” (1987:24), siendo quizás la aplicación más extensa y coherente de la teoría numérica de la proporción la sistematización modular de los órdenes clásicos señalada por Vitruvio y ampliada por los tratadistas del Renacimiento (1987:25). Tanto Durand como Gwilt abordaron los problemas compositivos de la arquitectura clásica sobre una retícula de cuadrados (Ruiz de la Rosa, 1987:144). El investigador soviético K. C. Kpiokob (Ruiz de la Rosa, 1996:28,53) o Kpyukov analizó en 1964 una serie de edificios construidos a partir del siglo IX d.C. en Asia Central, tanto de arquitectura civil como religiosa, que se ajustaban perfectamente a una cuadrícula. La colección de planos⁶³ de un maestro uzbeko del siglo XVI d.C. representa este procedimiento. Para George Michell (1985:132) “*no parece haber la menor duda de que este era el método mediante el que se dibujaban, proyectaban y organizaban los edificios*”.

⁶² Ruiz de la Rosa incluye otra tradición “gráfica” presente desde los orígenes, y que abarca los modelos de representación utilizados, es decir, dibujos, planos y maquetas (1987:20-29; 2005: 1001).

⁶³ Estos dibujos se conservan en los archivos del Instituto de la Academia Oriental de ciencias de la R.S.R. del Uzbekistán.

Walter Horn y Ernest Born (1966) analizaron la escala del plano medieval del monasterio de Saint Gall, que se adapta a una cuadrícula de módulos de 40 pies, y que a su vez se subdividen en 16 fracciones de 2 ½ pies en la definición de elementos secundarios y mobiliario. Ruiz de la Rosa opina que esta arquitectura monacal puede inscribirse en la tradición métrica, con la utilización de “grandes unidades” o multimódulos que detectan distintos estudios realizados (1987:234-243).

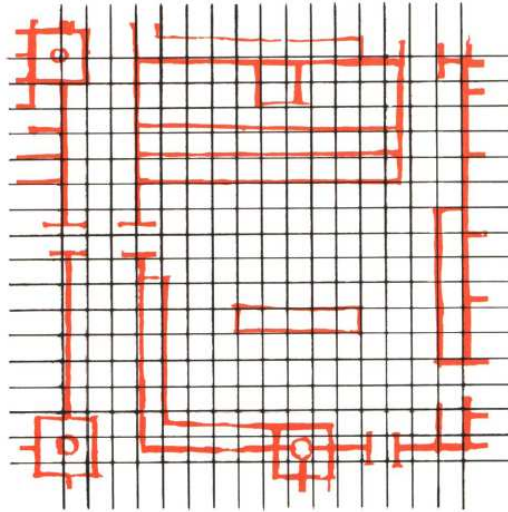


Ilustración 53. Detalle del Plano de Saint Gall con cuadrícula de 2 ½ pies (Horn y Born, 1966: f 11)

Afirma Emilio Camps (1953), en su estudio gráfico sobre las proporciones de una serie de arcos de herradura y califales (ver resultados), que mediante módulos o escalas se miden en números enteros todas sus dimensiones, y aunque en muchos casos coincidan las trazas geométricas, la composición general se obtiene procediendo por magnitudes aritméticas llevadas sobre la rejilla:

El mecanismo de composición por cuadrícula, el concepto de serie indefinida de magnitudes, ya hecho notar por Massignon en tantos puntos del pensamiento árabe, etc., etc., se nos muestran íntimamente relacionados, tanto con el proceso de abstracción y dedesación de las formas arquitectónicas como con el sentido de indefinición concreta de ellas mismas, que las transforma en elementos indefinidamente enlazables, como con el procedimiento de composición general mediante ejes de simetría generales y parciales enlazados entre sí, que ya hizo notar Marçais en la ordenación general del Patio de los Leones, y que produce tal impresión de íntima trabazón entre todos los elementos. (Camps, 1953:57).

Tal vez la hipótesis numérica mas radical es la planteada por John Michell (1981), quien mantiene que todas las antiguas medidas no son arbitrarias sino que derivan de fracciones enteras del pie inglés, que sería la base de todo el sistema. Así el pie inglés coincidiría con el griego olímpico, el asirio sería 9/10, el ibérico 32/35,..., y así hasta 12 módulos raíz. Y a partir de éstos se puede deducir cualquier otra unidad y distancia arquitectónica, geográfica o astronómica, siempre en base a una fracción simple del pie inglés. John Neal (2000) amplía este enfoque metrológico y lo identifica en modelos arquitectónicos como Karnak o Washington D.C., y Richard Heath (2010) lo utiliza para justificar sus teorías numerológicas.

Triángulos

En 1899 Auguste Choisy había extendido al mundo clásico su teoría de relaciones numéricas sencillas que había deducido del arte egipcio, expresando que “*todos los monumentos griegos cuyas dimensiones han podido ser determinadas con exactitud, responden a leyes de trazados simples, expresadas en cotas enteras*” (1977:211). No obstante esta afirmación está en evidente desacuerdo con la de muchos otros autores (Ruiz de la Rosa 1987:144), y el mismo Choisy conjuga esta teoría modular con un sistema de triángulos, algunos con valores irracionales:

Por una parte, el sistema del módulo que establece una medida común entre las partes de la composición. Por otra, el sistema de los triángulos, que relaciona la posición de los puntos con una ley gráfica. (1977:213).
(Choisy et al. 1977)

Poco antes Viollet-le-Duc (2007) había considerado el triángulo sagrado de lados $3,4,5$ ⁶⁴ como regulador del diseño en Egipto, y atribuye a esta cultura el manejo de otros triángulos como el de lados $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ⁶⁵ y el isósceles de base 4 y altura $2\frac{1}{2}$ ⁶⁶.

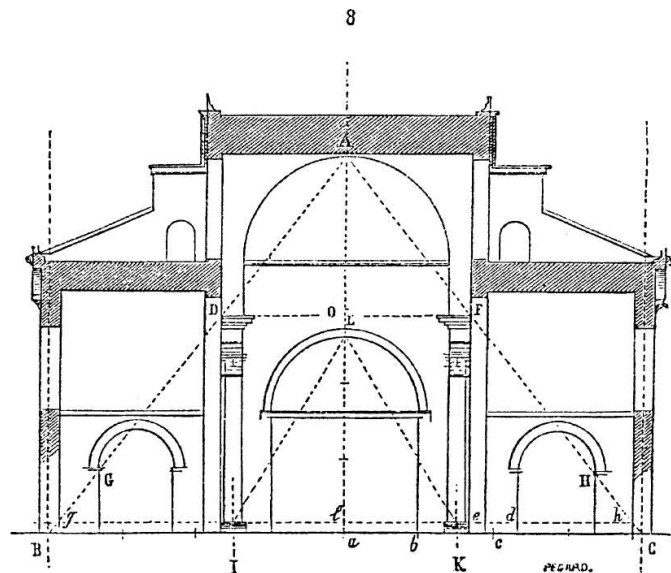


Ilustración 54. La basílica de Constantino según Viollet-le-Duc (Rossi 2004:16)

En esta misma línea encontramos a Babin, quien afirma que este triángulo sagrado de las pirámides egipcias pasó a la tradición griega. Koskof incluye los triángulos en los que su base es igual a su altura, a su mitad, o a otras divisiones binarias (1, 1/2, 1/8...) (Ruiz de

⁶⁴ La única base de las diversas teorías que se han formulado sobre el arte egipcio parece ser un comentario de Plutarco en su tratado “Isis y Osiris”: según él, los egipcios tenían al triángulo de lados 3,4 y 5 en tanta estima que lo consideraban sagrado y el más bello de los triángulos atribuyéndole significados cosmológicos. RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, p. 85, 1987.

⁶⁵ Triángulo rectángulo que es la mitad de la sección diagonal de una pirámide cuadrada cuya sección recta es un triángulo equilátero.

⁶⁶ Deducido por Ramée y Jomard del propio texto de Plutarco. RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*, p. 85, 1987.

la Rosa, 1987:86). Tanto Ghyka (1953:63) como Scholfield (1971:105) suscriben el triángulo isósceles de base 4 y altura $2\frac{1}{2}$ de Viollet-le-Duc, si bien Ghyka incluye otras complejas combinaciones irracionales.

H. Kalayan utiliza en 1971-73 un patrón métrico de 51.44 cm equivalente a la $\sqrt{3}$ de un pie romano de 29.7 cm, y establece una trama de triángulos equiláteros que se ajusta a la planta del templo de Baco. En 1983 J. J. Rasch determina un módulo principal de 8 pies de 29.42 cm, y sus múltiplos 3 y 5, para obtener todas las medidas del Mausoleo de Majencio en números enteros. Ese mismo año F. Rakob compatibiliza el sistema metrológico con figuras geométricas para justificar diversas plantas curvas como el templo de Baiae o la villa Adriana de Tívoli. (Ruiz de la Rosa, 1987:157). El templo de Gabino es analizado por Almagro y Jiménez (1982) basándose en un módulo de 10 pies (*decenpedae*) de 29.5 cm y en el trazado geométrico según triángulos 3,4,5.

Antonino, Pistone y Zorogniotti (2007) plantean la posible génesis geométrica de la iglesia medieval de San Lorenzo de Alba, en el Piemonte italiano, a partir de una modulación de triángulos equiláteros.

Podríamos incluir aquí las controversias sobre las escuadras masonas o medievales vistas en el apartado *Patrones y escuadras*, así como otros triángulos de valores irracionales utilizados por diversos autores para sus trabajos, como los cartabones de lazo descritos en el tratado de Diego López de Arenas (Nuere, 1985) o los que superpone Rafael de la Hoz (2002) sobre plantas y alzados para demostrar el uso de la proporción cordobesa.

Tramas y series numéricas

Otra base geométrica utilizada para justificar las dimensiones de los edificios son los rectángulos, bien de proporción aritmética entre sus lados -y por tanto inscribibles en una cuadrícula regular o trama estática-, o bien de valores geométricos e irracionales que componen tramas dinámicas.

El principio de “repetición de razones” enunciado por Lloyd establece que unas pocas relaciones numéricas se repiten en todas las partes del edificio. Siguiendo esta teoría trabajan Thiersch, Wölfflin y Robinson traduciendo las razones numéricas a figuras geométricas. De esta manera llegan al principio de “repetición de figuras semejantes” o “ley de analogías” (Scholfield, 1971:119).

El análisis compositivo basado en rectángulos semejantes es adoptado por Hambidge (1920), cuya teoría “dinámica” se basa en un sistema de rectángulos, espirales logarítmicas y en la sucesión de Fibonacci, que según este autor utilizaron egipcios y griegos. Para Ruiz de la Rosa (1987:146) es inexplicable que no haya la menor referencia directa o indirecta a estos supuestos métodos dinámicos, y que dada su sofisticación solo cabría entenderlos desde la intuición.

Las series aritméticas de números son las propias de la tradición numérica, relacionadas con la numerología pitagórica y las armonías musicales. Son las que aparecen repetidamente en el texto vitruviano buscando siempre relaciones de números enteros bajos. Jay Kappraff (2007) estudia la “antigua ley armónica” expuesta por Nicómaco y Platón que

estaría detrás del sistema de proporciones arquitectónicas utilizadas en el Renacimiento. La “teoría de cuerdas” de Euclides estaría regulada por las series 2,3,4 y 3,4,5. Mediante estos vectores y matrices generadas por los 4 primeros números primos 1,2,3,5 se componen todas las escalas musicales basadas en la teoría de los 12 tonos. También apunta este autor que la $\sqrt{2}$ juega un papel central en estos sistemas a través de los términos de la sucesión de Pell, por lo que plantea también series de números proporcionales de origen geométrico. A la sucesión de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,...) y de Pell (1, 1, 3, 7, 17, 41, 99, 239,...) añaden otros autores el uso de la sucesión de Pavodan⁶⁷ (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37,...) como series numéricas usadas en las proporciones arquitectónicas.

A pesar de que estas series proporcionales poseen propiedades aditivas, se duda que en épocas históricas se haya proyectado un solo edificio aplicándolas de manera consciente, dada la dificultad de su utilización y el conocimiento matemático del que disponían en el pasado (Ruiz de la Rosa, 1987:24).

Sección sagrada

C. Mauss plantea la hipótesis de un trazado de simetría central *Ad Quadratum* en la planta de la mezquita de Omar y de la Cúpula de la Roca de Jerusalén, generado desde dentro hacia fuera (Ruiz de la Rosa, 1996:40). K. A. C. Creswell (1979) amplía este esquema tipológico a edificios de origen romano e influencia sirio-bizantina, encontrando la repetición de ciertas medidas como el radio de la circunferencia circunscrita de 26.87 m equivalente a 50 codos de la época. Contra lo opinado por Mauss propone una teoría centrípeta a partir del círculo exterior, a partir del cual y por sucesivas inscripciones se deriva el resto del diagrama. M. Ecochard (1977) considera que este mismo radio de 26.87 m y su mitad son los que circunscriben numerosas construcciones poligonales de la alta Edad Media en toda la cuenca mediterránea, generadas siempre a partir de una estrella de 8 puntas formada por dos cuadrados girados. J. Wilkinson (1981) sustituye los valores directos de la trama geométrica de la estrella de 8 por aproximaciones a números enteros sencillos, de forma que puede superponer una cuadrícula regular al esquema geométrico.

El ingeniero danés Tons Brunes (1967) plantea la hipótesis de un antiguo sistema geométrico utilizado en la erección de templos, y mantenido en secreto desde tiempos faraónicos. La base de la teoría de Brunes es una estrella de ocho puntas construida a partir de las diagonales de un cuadrado ($\sqrt{2}$) y de las diagonales de sus mitades ($\sqrt{5}/2$).

⁶⁷ Al igual que el límite de la sucesión de Pell es θ (número de plata) y el de Fibonacci es ϕ (número de oro), el límite de la sucesión de Pavodan es ψ (número plástico). Su valor 1,32471... es la única solución real de la ecuación $x^3 = x + 1$. Su descubrimiento se atribuye al monje y arquitecto Dom Hans Van Der Laan. ALSINA, Claudi. *El número de oro es plano ¡pásalo!*, p. 75-78, 2007.

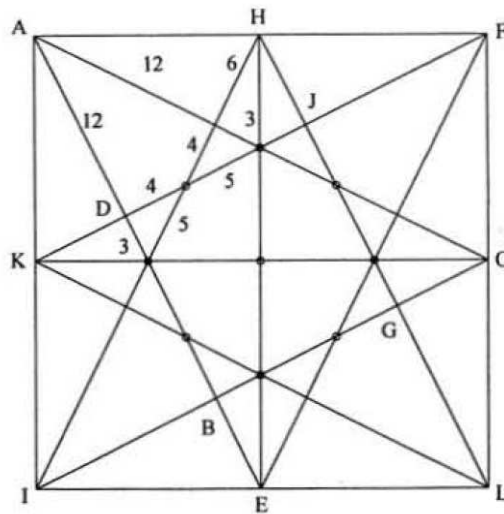


Ilustración 55. La estrella de Brunes (Kappraff, 2000:32)

Esta “estrella de Brunes”⁶⁸ serviría para señalar ciertas intersecciones del diseño de los más variados templos, como el Partenón, el Theseum, el templo de Ceres o de Poseidón. Así mismo utiliza la “sección sagrada” (*sacred cuts*), que coincide con el diseño utilizado por Serlio para trazar un octógono a partir de las semidiagonales de un cuadrado. Combina la estrella y la sección sagrada hasta en 21 diagramas distintos, que superpone a los edificios analizados para justificar sus dimensiones. Gary Adamson generalizó la estrella de Brunes sustituyendo los trazos rectos de las diagonales del medio cuadrado por segmentos de una hipérbola yuxtapuesta en 8 posiciones distintas (Kappraff, 2000:34).

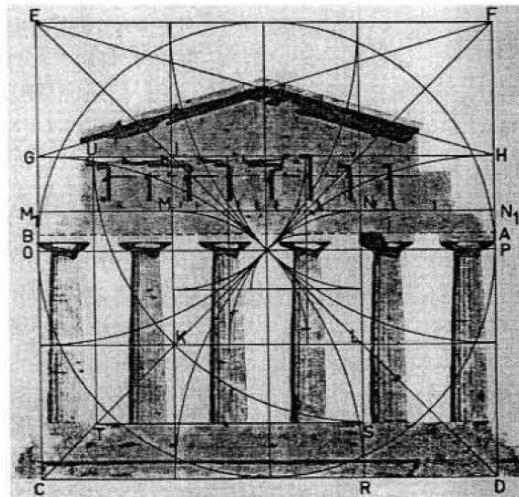


Ilustración 56. El templo de Ceres según Brunes (Kappraff, 2000:33)

⁶⁸ Jay Kappraff la denomina “*Brunes star*”. Como vimos se trata de la división de la unidad mediante diagonales que obtiene graduaciones binarias, ternarias, quinquarias... Este diagrama formaliza además 8 triángulos en proporción 3,4,5 así como otros segmentos de valores enteros. KAPPRAFF, Jay. *A secret of ancient geometry*, p. 29, 2000.

La sección sagrada es propuesta por Carol Martin Watts (1987) como el sistema de división del espacio pictórico de los muros y del mosaico del suelo de la habitación 5 de la Casa de las Musas, de manera que cada plano queda compartimentado en sectores definidos por la progresión $\sqrt{2}$, siendo ésta la proporción de la planta. John R. Clarke (1991) se basa en la aportación de Watts para realizar una interpretación en donde se integran tanto las líneas básicas arquitectónicas como las de la decoración de paredes y suelo, aunque el esquema sólo es válido para plantas de rectángulos $\sqrt{2}$.

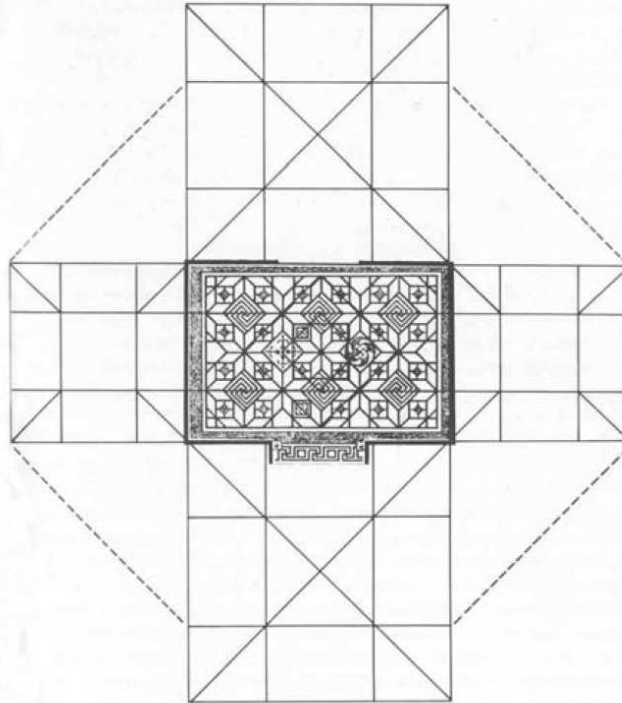


Ilustración 57. La sala de las Musas según Clarke (Marqués Calvo, 2006:5)

José Antonio Ruiz de la Rosa realiza varias interpretaciones *Ad Quadratum* de obras medievales (1987:317-323), y especialmente utiliza la cuadratura en su estudio sobre pináculos de la Giralda-Catedral gótica de Sevilla (1996b). No obstante también propone trazados numéricos por módulos aproximados a enteros en diseños de decoración hispano musulmana (1996), y nos ilustra con las aproximaciones a las proporciones de polígonos regulares que considera tradiciones operantes en *Arquitectura* (2005:1004). En sus bien documentados trabajos pone en relieve la utilización tanto de métodos numéricos como gráficos en lo que constituye la *geometría fabrorum* que utilizaban los antiguos constructores, y que como él mismo titula, son la “antítesis de las teorías sofisticadas” que no consideran los limitados conocimientos teóricos del pasado (1987b). En su trabajo junto a Antonio Jesús García Ortega (2010) sobre el gótico andaluz propone submúltiplos de varas medievales y una mayoración gráfica basada en la unidad multiplicada por $\sqrt{2}$.

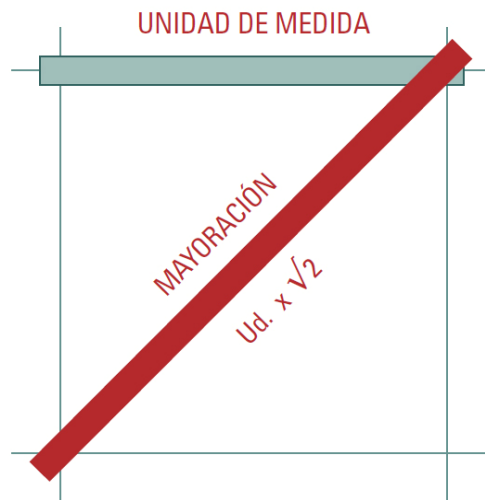


Ilustración 58. Mayoración gráfica $\sqrt{2}$ (García Ortega y Ruiz de la Rosa, 2010:52)

Para Linda Elaine Neagley (1992) la elegante simplicidad del diseño gótico tardío de *St.-Maclou in Rouen* se basa en los sucesivos cuadrados inscritos del procedimiento *Ad Quadratum*. Tanto la planta general como distintos elementos secundarios se justifican mediante los gráficos de H. Shih y L. Neagly por este método.

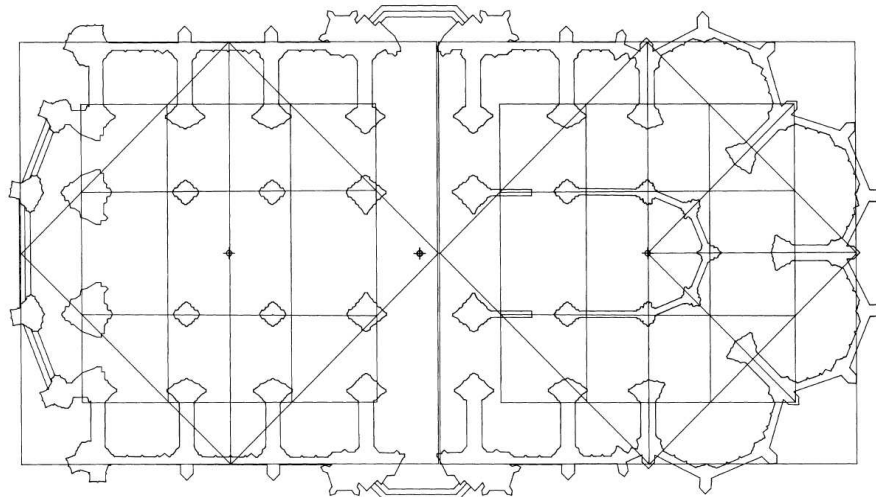


Ilustración 59. *St.-Maclou in Rouen* según H. Shih y L. Neagly (Neagley, 1992:405)

Tine Kurent (1997) analiza varias basílicas eufrasianas surgidas tras la caída del Imperio Romano desde el punto de vista de la metrología, el ritmo modular, las proporciones y el simbolismo numérico (gematria). Determina que el esquema proporcional es el mismo que el del periodo Bizantino, basado en el octagrama de la estrella de 8 puntas. A partir del módulo cuadrado o *prima* se genera la proporción *quadriagon* o medio número de plata ($\theta/2$), el *diagon* ($\sqrt{2}$), el *dual diagon* ($2\sqrt{2} - 1$), la octava o *duplo* (2) y el doble *quadriagon* ($\theta = 1 + \sqrt{2}$), lo que permite modular los distintos templos en cuadrículas según los términos de la sucesión de Pell.

Sección áurea

Lund (1921) propone triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos y pentagramas. Mössel en 1926 utiliza la segmentación polar del círculo en número variable de 4 a 32 partes iguales para obtener polígonos y rectángulos que superpone a plantas de edificios.

En 1922 Caskey estudia numerosos vasos griegos donde la mayoría presenta proporciones dinámicas $\sqrt{5}$, con presencia también de $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$. Estas teorías fueron recopiladas y complementadas por Lurcat, Ghyka (1953), Scholfield (1971), o Elisa Maillard (1968) quien propone 5 rectángulos áureos como instrumento básico de control dimensional, uno de los cuales habría servido como regla de proporción del Partenón (ver resultados).

Pero Ghyka admite y publica análisis de construcciones egipcias sobre complejas combinaciones de rectángulos de proporción irracional, que no tienen más fundamentos que el deseo de demostrar que el número de oro es una constante en la historia de la arquitectura. En línea parecida están las hipótesis de Tubeuf, Mössel, Lurcat o Hinkel, que superponen a plantas y alzados los más peregrinos esquemas. Comentando estas teorías se ha llegado a afirmar que mediante los análisis proporcionales se encuentra siempre lo que se busca. (Ruiz de la Rosa, 1987:88).

A pesar de estas críticas han sido varios los autores que han apuntado a la proporción áurea como reguladora de la dimensiones de diversos elementos arquitectónicos. Alexander Badawy (1965) propone el triángulo 8:5 de la sucesión de Fibonacci como valor aproximado a ϕ para justificar numerosas edificaciones egipcias. Rasch propone módulos de valor 8, 5 y 3 que le permiten obtener todas las medidas del Mausoleo de Majencio en números enteros. Else C. Kielland (1955) y René A. Schwaller de Lubicz (1957) proponen que las proporciones de las representaciones humanas egipcias responden también a la divina proporción. Robert Lawlor (1989) continúa esta teoría aplicándola a una representación plana del trono de Osiris, a la expansión gnomónica del templo de Luxor, y al Osirion del templo de Seti I en Abidos.

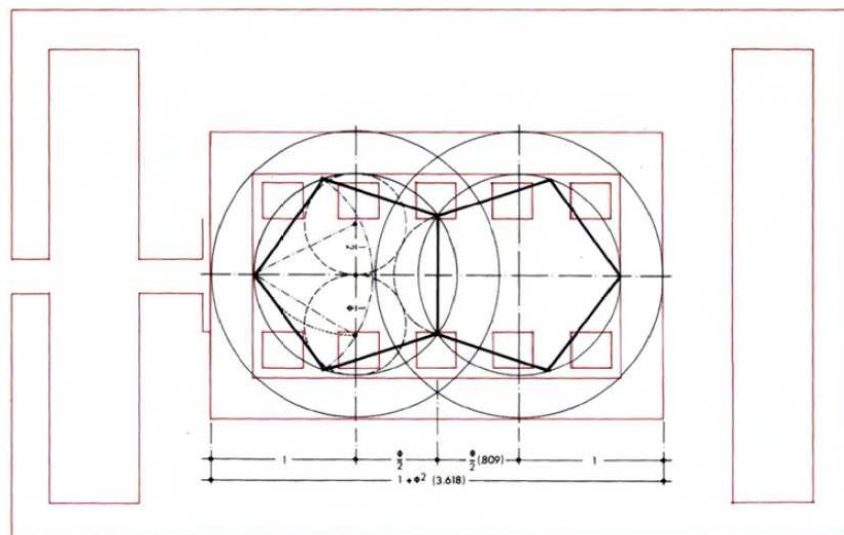


Ilustración 60. El Osirion del templo de Seti I en Abidos (Robert Lawlor, 1989:61)

André Fournier des Corats (1957) supone la apoteosis de las teorías basadas en la divina proporción al aplicar 8 valores áureos denominados “*Rapports de Divine Harmonie*” calculados a partir de la pirámide de Keops. Con estos valores representados por letras justifica ejemplos de arte y arquitectura de todos los periodos faraónicos.

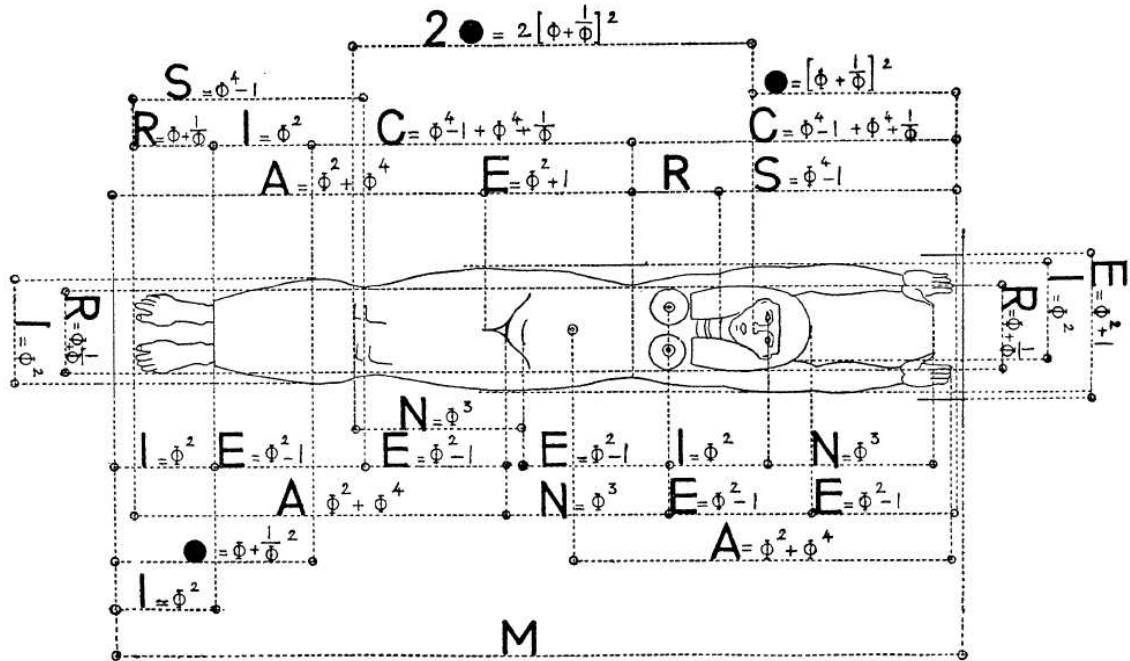


Ilustración 61. La divina armonía de la Diosa Nut según Fournier des Corats (Rossi, 2004:39)

Si bien se ha discutido mucho sobre el uso de la divina proporción en época antigua (Markowsky, 1992; Carlotti, 1995; Wilson Jones, 2003; Rossi, 2004) e incluso se duda de que tuviera un papel predominante en la arquitectura del Renacimiento (Wittkower, 1968), ciertos autores apoyan su utilización desde épocas mesopotámicas, e incluso su uso semántico desde época paleocristiana (Puche, 2010:18).

Siguen apareciendo propuestas áuricas que justifican dimensiones de edificios, como por ejemplo en la mezquita del Cristo de la Luz de Toledo (Del Río Francés et al., 1973) o la modulación teórica del Arco de Medinaceli (CORESAL, 2004). Y se generaliza la presencia de la divina proporción en otros campos como la naturaleza y el arte (Doczi, 1997).

La propuesta de utilización generalizada de la divina proporción en la arquitectura clásica fue recogida por Le Corbusier (1980) para formular su “Modulor”, lo que sin duda ha ayudado a la gran aceptación mediática de que goza esta teoría más. Inmaculada López Vílchez (2008) analiza las fases que han convertido esta sencilla relación geométrica en el mito contemporáneo que la identifica como clave de la belleza universal, y cuestiona la veracidad de los estudios realizados desde la especulación subjetiva.

Rectángulo cordobés

Rafael de la Hoz Arderius (2002) divulga en 1973 su estudio sobre las constantes arquitectónicas locales de Córdoba (ver resultados). En principio el objetivo de su investigación era demostrar el uso generalizado de la divina proporción, convencido de su universalidad. Pero ésta no apareció en ninguna traza relevante de la ciudad. Tras este fracaso detectó en unos tests que el rectángulo de proporción 1.3 era el elegido como más agradable por numerosos ciudadanos locales. Comprobó que este valor era prácticamente la relación entre el lado y el radio de un octógono regular, y lo más sorprendente, que al barrer con una escuadra de esta inclinación los planos de una serie de edificios representativos cordobeses se obtenían coincidencias con una serie de puntos significativos de las obras. Cita una serie de edificios pertenecientes a los más diversos lugares y épocas donde surgen testimonios que confirman la universalidad de la proporción cordobesa.

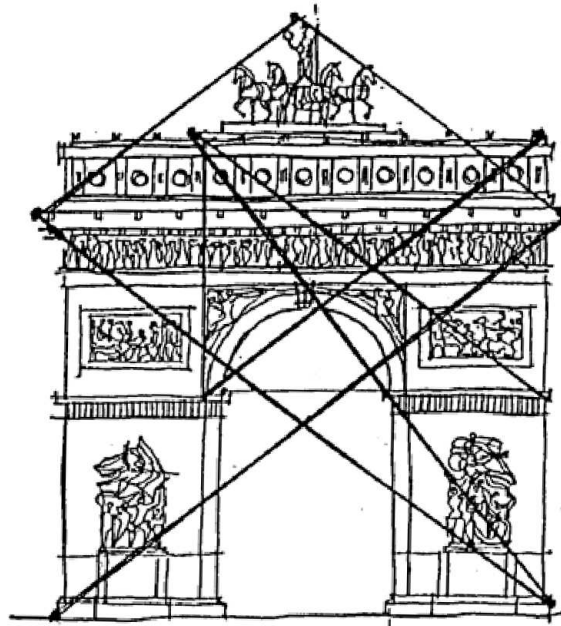


Ilustración 62. El Arco de L'Étoile según Rafael de la Hoz (Hoz Arderius, 2002:83)

Óptica

Otra rama geométrica la inició Pennethorne (1878) al introducir la corrección óptica basada en el texto vitruviano y en “arte del simulacro” de Platón. Las minuciosas mediciones Penrose (1888) verifican esta teoría al comprobarse la curvatura del estilóbato del Partenón. Hay conjuga rectángulos irracionales con los ángulos de visión. D’Ors, Borissavlievitch (1949) o Doxiadēs (1972), se inclinan del lado de los efectos y las correcciones visuales. Para poder alcanzar la belleza de su obra el sentimiento estético y subjetivo del arquitecto debe corregir la neutralidad aportada por la aritmética y la geometría.

Diversidad

La teoría de Chipiez (1891) sobre el uso de 3 tipos de módulos “generales”, “correctivos” y “auxiliares” abre la puerta a la posibilidad de realizar múltiples combinaciones que obtienen soluciones diferentes. Apoyada en ella otra corriente de pensamiento sostiene que en cada época se pudieron utilizar soluciones formales distintas, condicionadas por los gustos culturales y artísticos propios de cada estilo. Para ellos no existe un procedimiento único y universal que determine las proporciones en la arquitectura, sino muchos particulares.

Para Ruiz de la Rosa (1987:145) la teoría de Chipiez es “*una de las más valiosas, no solamente por dar respuesta a bastantes cuestiones, sino también por evitar principios de validez general (...)*”. La arquitectura se debe a su momento, cultural, sociológico, etc., por lo que no se pueden establecer reglas, modulaciones o sistemas de proporciones de validez universal. Como comenta Alberto Donaire en el prólogo del libro de Ruiz de la Rosa:

Es frecuente entre los investigadores de nuestra disciplina la tendencia a encontrar confirmación de sus hipótesis más allá de límites razonables, porque es humano aspirar a que nuestras ideas tengan validez universal. (Donaire, 1987:11)

Para Carlos Montes Serrano la forma no está del todo indeterminada, sino que se encuentra sometida a los requisitos y condicionantes de toda manifestación cultural y artística. Se puede afirmar que a lo largo de la historia se han producido distintas soluciones formales que se engarzan en una serie de familias de formas prestigiadas en arquitectura. (1992:156)

Deformación

Francis Penrose (1888) dedicó buena parte de su vida a la medición⁶⁹ del Partenón con dos objetivos en la mente. Primero detectar la dimensión del módulo que se utilizó en su construcción, para después reconstruir el sistema de proporciones seguido por los arquitectos. Concluyó que no es posible expresar las dimensiones del Partenón en cifras redondas, siendo notable lo poco que el pié o el dedo se presentan en números enteros.

Desde entonces están los que opinan que debido a múltiples factores -los errores en la toma de datos, los errores de ejecución, la erosión debida al transcurso del tiempo, los terremotos, las deformaciones iniciales y sobrevenidas, la dilataciones y contracciones por los cambios de temperatura, etc.-, no es posible determinar el módulo de una construcción antigua, ni por tanto su sistema de proporciones.

⁶⁹ Las medidas que tomó Penrose del Partenón siguen siendo consideradas hoy en día como las más fiables de entre las numerosas realizadas desde entonces por otros autores. Ver resultados.

Aplicaciones prácticas

Miscelánea de estudios

Para José Miguel Merino de Cáceres el arquitecto medieval determinaba todas las dimensiones de sus edificios en función de una unidad básica y por medio de figuras geométricas sencillas (1999:53). Sus interpretaciones trazadas con compás generan frecuentemente valores $\sqrt{2}$, y en ocasiones también $\sqrt{3}$. Sus estudios de metrología y planimetría se centran en catedrales españolas, pero se extienden a otras muchas obras medievales como su aportación del trazado de la Puerta de San Esteban⁷⁰ de la Mezquita de Córdoba (1985), su estudio sobre la Iglesia de la Vera Cruz de Segovia (1998), o su reciente contribución al polémico tema del claustro románico de Palamós⁷¹ (Merino de Cáceres y Martínez Ruiz, 2012).

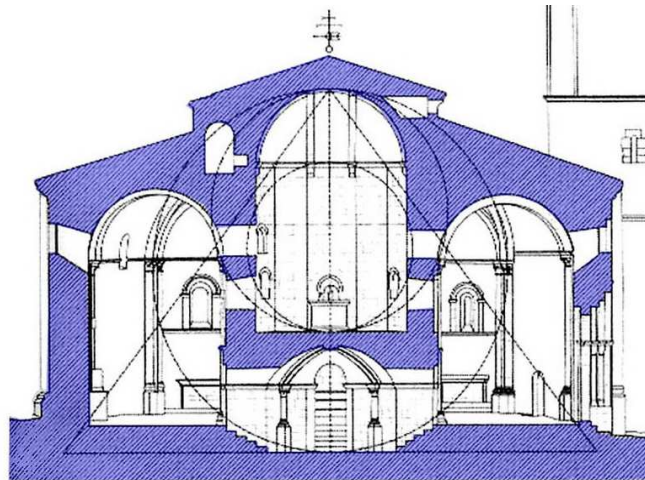


Ilustración 63. La Iglesia de la Vera Cruz de Segovia según Merino de Cáceres (1998:f18)
(<http://www.arquivoltas.com/26-segovia/SwgoviaVeraCruz%20G008.jpg>)

El historiador Antonio Fernández Puertas tiene publicados varios artículos en los que propone “trazados proporcionales” para distintas edificaciones hispano-musulmanas. Respecto de la mezquita de Córdoba (ver resultados) plantea propuestas geométricas que justifican la planta general en sus distintas fases de ampliación (2000; 2008) a partir del cuadrado de la mezquita fundacional. Utilizando escuadras de 45° para relaciones $\sqrt{2}$, cartabones de 60° para $\sqrt{3}$, y compás, determina gráficamente las dimensiones generales. Amplía el estudio a las arquerías del oratorio y a varias portadas, en donde parte del ancho del hueco, del dintel o del alfiz para proceder en la determinación de las distintas proporciones. Presenta trazados alternativos para la situación de las columnas del oratorio (2008), y para la Puerta de San Esteban o *Bab Al-Wuzara* (2008b; 2009).

⁷⁰ Ver resultados.

⁷¹ Sobre el origen de este “aparecido” claustro se puede consultar además http://es.wikipedia.org/wiki/Claustro_románico_del_Mas_del_Vent_de_Palamós y <http://maestrodecovarrubias.blogspot.com.es/>

Juan Francisco Esteban Lorente ha realizado numerosos análisis metrológicos de iglesias tardo medievales. Por citar algunos de sus trabajos destacaremos sus estudios sobre los templos de Saint-Hilaire de Poitiers (1996), de Santa María de Alaón de Huesca (1998), sobre la catedral románica de Jaca (1999; 2000), sobre columnas románicas (2001b), sobre iglesias-salón (2004), y sobre una serie de edificios de la Alta Edad Media Española (2005; 2006; 2007; 2008). En general encuentra el uso de la sistemática de Vitruvio mediante números de simbolismo cristiano en armonía musical, a imagen de San Pedro de Roma o del plano del monasterio de Saint Gall. Incluye también sistemas geométricos para el control del espacio arquitectónico basados principalmente en el cuadrado y en el triángulo equilátero -en alusión a la Trinidad cristiana-, y en algún caso también en el pentágono (2000). Igualmente hace referencias a la arquitectura antropomorfa. Aporta entre otros valores la dimensión del pie utilizado en cada construcción (pie romano de 0.2958 m en Saint-Hilaire de Poitiers, en Santa María de Alaón, pie de 0.292 m, de 0.295 m, de 0.297 m, de 0.303 m, de 0.308 m, de 0.311 m, de 0.315 m, de 0.325 m, pie carolingio de 0.333 m, de 0.348 m,...), así como su multimódulo u orden (3p, 5p, 6p, 7p, 8p, 9p, 10p, 12p, 15p,...), la altura de las columnas en función de su diámetro (6ϕ , 7ϕ , 9ϕ , 10ϕ , 11ϕ ,...), o el espesor de los muros en pies (2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5,...).

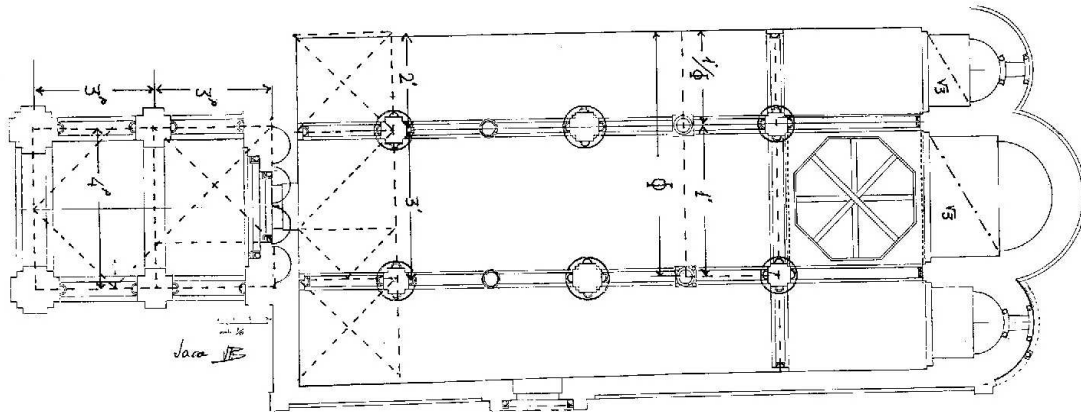
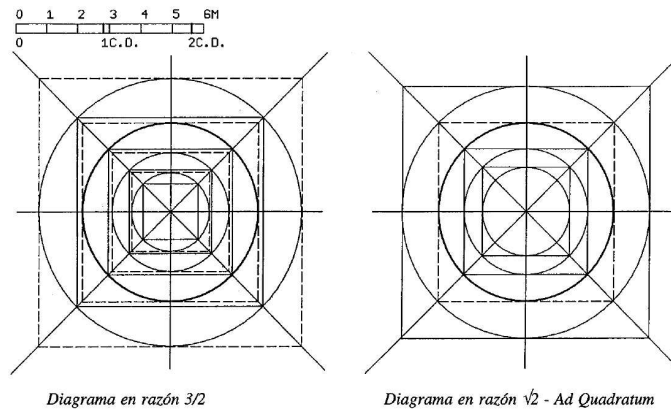


Ilustración 64. Las razones $\sqrt{3}$, ϕ y armonías musicales 2-3-4 de la catedral de Jaca (Esteban Lorente, 2000:234)

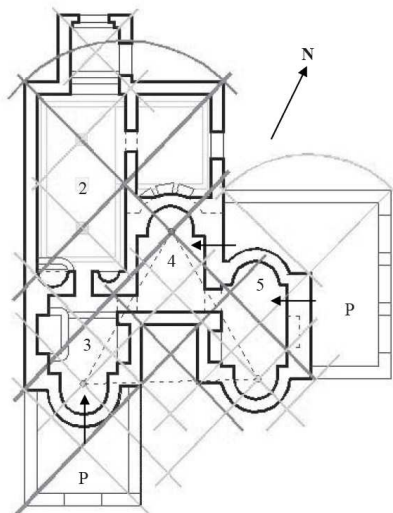
Rafael Vila Rodríguez (1997) estudia 50 iglesias del Románico Catalán y propone para la mayoría una cuadrícula con unidad de medida la cana destre de unos 280 cm. En el resto detecta un sistema geométrico con ejes a 45° , y basado tanto en un diagrama de series de círculos concéntricos en función de la constante $3/2$, como en el muy similar procedimiento *Ad Quadratum*.

ESCALA DE MEDIDAS GENERADA POR LA CANA DESTRE

**Ilustración 65. Comparación entre el diagrama 3/2 y el *Ad Quadratum* (Vila Rodríguez, 1997:492)**

Anne M. Bulckens (2002) consigue lo que no pudo obtener Penrose. Propone que el Partenón fue diseñado mediante dedos agrupados en 12 módulos distintos, múltiplos de 40 (ver resultados). Justifica distintas medidas tomadas por Penrose, la mayoría en dedos enteros y algunas en sus fracciones ternarias. Detecta que los módulos se adaptan a la inversa de la escala musical dórica según los estudios de Kappraff, y que se utilizó la aproximación pitagórica $17/12$ a la $\sqrt{2}$, así como otras a $^3\sqrt{2}$ y a $^4\sqrt{2}$.

Por su parte Joaquín Marqués Calvo (2006) plantea la geometría como herramienta de control del espacio arquitectónico de las ruinas de las Termas Romanas de Sant Boi de Llobregat, aplicado de forma innovadora en la definición de espacios desaparecidos para una posterior reconstrucción digital o anástilosis virtual. Apunta al cuadrado y al doble cuadrado que generan diagonales irracionales y divisiones binarias y ternarias, y propone un trazado regulador basado en dos cuadrados de dimensiones diferentes en proporción $2/3$ y con ejes girados 45° . También apuesta por un triángulo equilátero con vértices en los centros de los 3 ábsides, en la proporción $1:1$ para el alto de las salas respecto su ancho, y en una pavimentación con diseños de triángulos y cuadrados.

**Ilustración 66. Las Termas Romanas de Sant Boi de Llobregat (Marqués Calvo, 2006:7)**

María Concepción López González y Jorge García Valldecabres (2007) detectan tramas de triángulos equiláteros y proporciones dinámicas $\sqrt{2}$ sobre las trazas de la iglesia de San Miguel de Foces Ibieca (Huesca), que traducen a varas aragonesas de 77.7 cm en una parte y en varas valencianas de 91.0 cm en el resto. En la tesis de García Valldecabres (2010) sobre la métrica y las trazas en la iglesia de San Juan del Hospital de Valencia se detecta octogramas en planta, tramas exagonales en los alzados, así como condicionamientos del número plástico y la sucesión de Padovan en planta y sección. Todos estos valores se expresan en palmos (decimales hasta con dos dígitos en detalles) correspondientes a la vara valenciana.

En la reciente tesis de Concepción Rodríguez Moreno (2012) se presentan esquemas compositivos, tipológicos y funcionales de numerosos edificios palatinos hispánicos como antecesores del Palacio de Pedro I en los Reales Alcázares de Sevilla. Determina las proporciones generales de cada espacio a partir de fracciones aritméticas de un gran módulo (L) que coincide con la dimensión de los patios o fachadas. Ya en el análisis formal del propio palacio detecta la proporción geométrica $\sqrt{2}$ en el trazado medieval en cuadratura con que se definen distintos espacios en planta. Y en los alzados utiliza también la $\sqrt{3}$. Plantea la hipótesis de superponer una cuadrícula al esquema *Ad Quadratum* para “() *aproximarse fácilmente las medidas geométricas a unidades enteras que simplifiquen el proceso de replanteo*”(506). De esta manera se puede redondear a módulos múltiplos de 3, 4 y 5 codos enteros (*rassasi* de 0.625 m) los distintos valores de la base $\sqrt{2}$ (obteniendo errores en torno al 3%), y realizar así un trazado ideal en cuadrícula del palacio. No obstante se presentan una serie de disconformidades con la planimetría real atribuidas a errores de replanteo y decisiones improvisadas.

Los codos hispano-musulmanes

La ya mencionada contribución de Félix Hernández Giménez (1961) sobre el doble codo hispano-musulmán de la Mezquita de Córdoba compara los valores dimensionales aportados en codos por distintas fuentes escritas árabes con las medidas reales del edificio que tanto había estudiado. De ello deduce la utilización de dos unidades de medida distintas en la construcción de las diferentes partes del templo: el codo *mamuni* de 47.14 cm y el codo *rassasi* de 58.93 cm (:45). Estas denominaciones con valores aproximados han sido utilizadas en numerosos estudios posteriores (Vallvé, 1976; Fernández Puertas, 1980; 2008; Merino de Cáceres, 1985; Almagro Gorbea, 2008; García Ortega y Ruiz de la Rosa, 2010; Marfil Ruiz, 2010; Rodríguez Moreno, 2012).

No siempre los autores identifican estos tipos de codos en las construcciones hispano-musulmanas. En ocasiones su valor es establecido por la dimensión de los alminares de las distintas mezquitas estudiadas, ya que según Félix Hernández (1975:174) en las mezquitas aljamas éstos disponían de una planta de 10 x 10 codos. De esta manera Basilio Pavón Maldonado (1966:26) determina el codo de la mezquita de Madinat Al-Zahra entre 53.2 y 52.2 cm, Almagro Gorbea (1993:326) establece 51.5 cm para la de Zaragoza, Navas et al. (1995:101) dan un valor de 52-54 cm para la de Tudela.

Por su parte Ángel González Hernández (2007) utiliza una trama transparente modulada con cuadrícula de 54 x 54 cm superpuesta a los planos de planta para justificar la utiliza-

ción del codo negro mameluco como unidad modular en la construcción de diversos edificios históricos españoles⁷².

Análogamente en otras ocasiones la determinación del valor dimensional del módulo es obtenido directamente del espesor medio de fábricas, muros, o materiales concretos, dividido en partes iguales, lo que para algunos autores puede ser un criterio de datación muy interesante (Naval, 1998) y para otros además motivo de controversia (Martínez Enamorado, 2007).

La lacería

La lacería es un conjunto de lazos, *laqueorum conjunctio*, especialmente en labores de adornos. Se trata de un recurso geométrico que consiste en entrecruzar una o varias cintas, de forma que recorriendo cualquiera de ellas ésta pase alternadamente por encima y por debajo de cada cruce que produzca en la urdimbre.

Esta es la técnica más sencilla para construir tejidos, entramados, enrejados o mallas con materiales lineales y flexibles, como la madera, las fibras vegetales o el metal. Este recurso, que es utilizado rudimentariamente por alguna otra especie animal, permitió desde sus inicios a la nuestra dotarse de utensilios, tejidos, adornos, muebles y estructuras constructivas.

Además de la enorme contribución práctica a la historia de la tecnología, los entrelazados han sido motivo de inspiración para la recreación artística en distintas culturas. Desde la antigüedad se ha imitado el cautivador efecto visual sin aparente solución de continuidad de los diseños de lazo, y se ha empleado como motivo de ornamentación en labores textiles, de cantería, caligrafía, orfebrería, ebanistería, carpintería, pintura, escultura y arquitectura.

Los primeros diseños de lazo emplean cintas curvas que se enlazan arbitrariamente en motivos vegetales. Ya eran frecuentes en el arte y simbología celta, así como en otras culturas orientales, y desde entonces han sido un recurso recurrente en la historia del arte.

Después estos diseños curvos son regulados geoméricamente por griegos y sobre todo por romanos, que los utilizan profusamente en un sencillo trazado basado en una sucesión de círculos alineados, que a modo de cordón enmarca las distintas escenas de pinturas y mosaicos. También aparecen las primeras combinaciones mixtilíneas, y con polígonos regulares.

Con la expansión del Islam, y sobre todo en la cultura hispano-musulmana de Al Andalus, se generaliza la utilización de este recurso tanto en trazados curvos como en diseños rectilíneos basados en tramas de polígonos regulares estrellados, extendiéndose su aplicación de la mera ornamentación de objetos y revestimientos a regir la composición de distintos elementos arquitectónicos.

⁷² Así rastrea este autor el codo de 54 cm en algunas edificaciones de la Alhambra, en construcciones de la Granada nazarí, así como en construcciones de la España cristiana contemporáneas como el Palacio de Tordesillas, la Sinagoga del Tránsito y el Taller del Moro de Toledo, etc. GONZÁLEZ HERNÁNDEZ, Angel. *De nuevo sobre el Palacio del Rey Don Pedro I en Tordesillas*, p. 16, 2007.

La fascinación por la ornamentación geométrica hispanomusulmana despertó el interés de los investigadores del siglo XIX. Owens Jones (1842) sostiene que ésta debía desarrollarse sobre una construcción geométrica precedida por una proporción entre todas sus partes, de tal manera que el todo y las partes sean múltiplo de la unidad proporcional. Antonio Prieto Vives analiza matemáticamente en 1977 los diseños del arte de la lacería comparándolos con el manuscrito de Diego López de Arenas. Destaca los errores de algunas de las construcciones aproximadas de las recetas del alarife sevillano, pero sin llegar a vislumbrar el método utilizado por los artesanos medievales para realizar sus obras. Por su parte Manuel Gómez Moreno (1974) aporta la idea de que el lazo se distribuye en 3 tipos de patrones: cuadrados, exagonales regulares y exagonales alargados.

Issam el-Said y Ayse Parman (1976) defienden que existe una ausencia de unidades de medida en la decoración geométrica islámica, por lo que la transposición de una escala a otra se hace por referencia a un patrón geométrico.

A partir del manuscrito de López de Arenas el arquitecto y carpintero Enrique Nuere Matuauco realizó un aporte fundamental en la recuperación de las técnicas artesanales de la carpintería de lo blanco en general, y particularmente en el proceso de diseño y construcción de las armaduras con diseños de lazo. Este autor plantea que el trazado de lacerías se realiza con una serie de cartabones como instrumento exclusivo (1982), que se construyen a partir de la división de un semicírculo (la cambija) en partes iguales (en ocasiones aproximadamente). Desentraña el críptico texto del siglo XVII traduciendo e interpretando gráficamente cada línea del manuscrito (1985). Los diseños se ajustan a las denominadas “leyes de lazo”. La primera norma es que se alterne consecutivamente el cruce del lazo o cinta de manera que una vez sea pasante y la siguiente se interrumpa para dejar pasar la cinta que se atraviesa. El lazo se identifica por el polígono que genera su geometría, y cuya prolongación de lados paralelos o calles crean las correspondientes estrellas o ruedas. Cada tipo de rueda (de 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 20, ... lados) requiere de 2 o 3 cartabones específicos para trazar todos los cortes y ensamblajes necesarios.

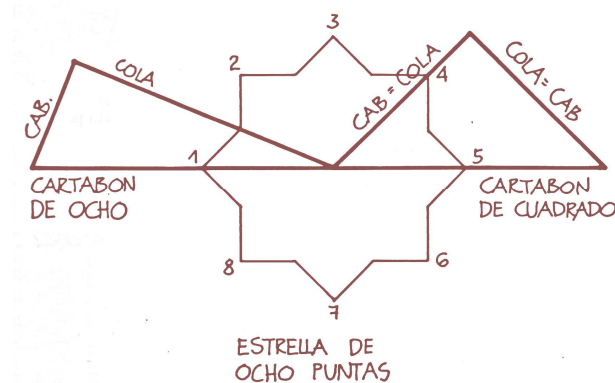


Ilustración 67. Cartabones de la rueda de 8 (Nuere, 1985:103)

Ciertas ruedas se pueden combinar geoméricamente entre sí por prolongación de sus calles en lo que se conoce como rueda “desculata”. Así la de 16 se combina con la de 8, la de 12 con la de 9, la de 20 con la de 10. Incluso se puede descular la de 28 con la de 7, si bien Nuere no conoce ejemplos de ello (1989:224).

En los trazados denominados “legítimos” rige la ley de “calle y cuerda” por la que el ancho de la calle o distancia entre cintas paralelas (denominadas cuerdas) es el doble que el grueso de la cuerda. Según las recetas de López de Arenas en las armaduras de “par y nudillo” este grueso del par se calcula dividiendo el ancho de la estancia a cubrir por la armadura en 3 partes iguales, de las cuales el tercio central corresponde con la situación del nudillo de la armadura -donde se localiza el almizate o plano horizontal-, y los laterales coinciden con los faldones o planos inclinados. Para poder incorporar el lazo se vuelve a dividir el tercio central en múltiplos de 3, dependiendo del tipo de lazo elegido. Por ello el grueso de la madera del par, o cuerda, se determina dividiendo el ancho de la sala por múltiplos de 9 (1982:85). Por su parte el alto de la madera del par se define por la $\sqrt{2}$ del grueso mediante la “cola de cuadrado” (1982:88).

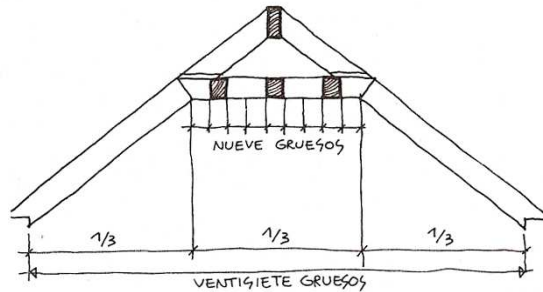


Ilustración 68. Determinación del grueso del par (Nuere, 2001:104)

Para Nuere este aspecto es transcendental, pues supone que la armadura se desarrolla en una trama modular cuadrículada cuya unidad es el grueso de la madera. Mediante esta unidad y los correspondientes cartabones se construyen las armaduras de lazo.

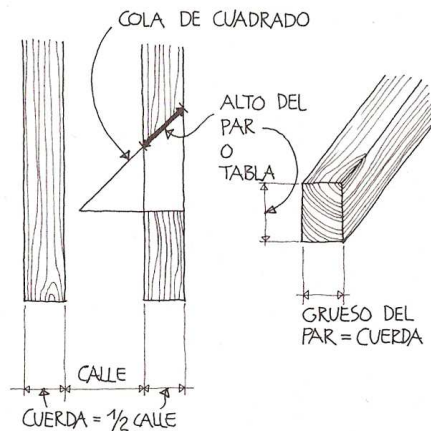


Ilustración 69. Ley de “calle y cuerda” y determinación del alto del par (Nuere, 2001:107)

Comenta Nuere que en el manuscrito de Fray Andrés de San Miguel no se sigue esta división tripartita, pero sí la determinación del grueso de la madera en función del ancho del espacio a cubrir, en este caso 38 partes. El cualquier caso para escalar un diseño concreto a las dimensiones reales del espacio se debía dividir el ancho a cubrir en el número de partes iguales impuesto por el diseño, obteniéndose así el espesor de la madera a emplear (Nuere, 1990:100).

Así la propia madera que había que emplear el carpintero se convertía en la unidad de medida del sistema, lo que permitía una vez cortadas las maderas al grueso preciso, obviar cualquier clase de medición sobre la muestra que se quería reproducir en madera. (Nuere, 1990:102).

No obstante esto implica la imposibilidad de utilizar anchos “comerciales” de madera en las armaduras de lazo legítimo. Esta es la razón que obligó a numerosas armaduras construidas a partir del siglo XVI con gruesos estándar a realizarse de forma no legítima, “fuera de calle y cuerda”. (Nuere, 1990:100).

Otros autores han realizado diversas aportaciones teóricas al conocimiento de la lacería. Varios han optado por aproximaciones fraccionarias como trazado simplicista del lazo de estilo mudéjar (Galiay Sarañana, 1995; 1944). Antonio Fernández Puertas (1975) propone también un trazado simplificado de los diseños de lazo de ocho andaluz de manera que las proporciones $(\sqrt{2}-1)$, 1 y $\sqrt{2}$ son sustituidas por los valores enteros 2, 5 y 7. Alberto Donaire Rodríguez (1984) amplía esta propuesta a distintas configuraciones de trazado de lacería de ochos en alicatados, estableciendo un canon proporcional que tiene como unidad la quinta parte de la unidad de lazo o ancho de la calle (P), o la tercera parte de la distancia entre ejes de calle (G). Especifica que estos lazos son diferentes a los obtenidos por Enrique Nuere (1985) mediante trazado geométrico con cartabones.

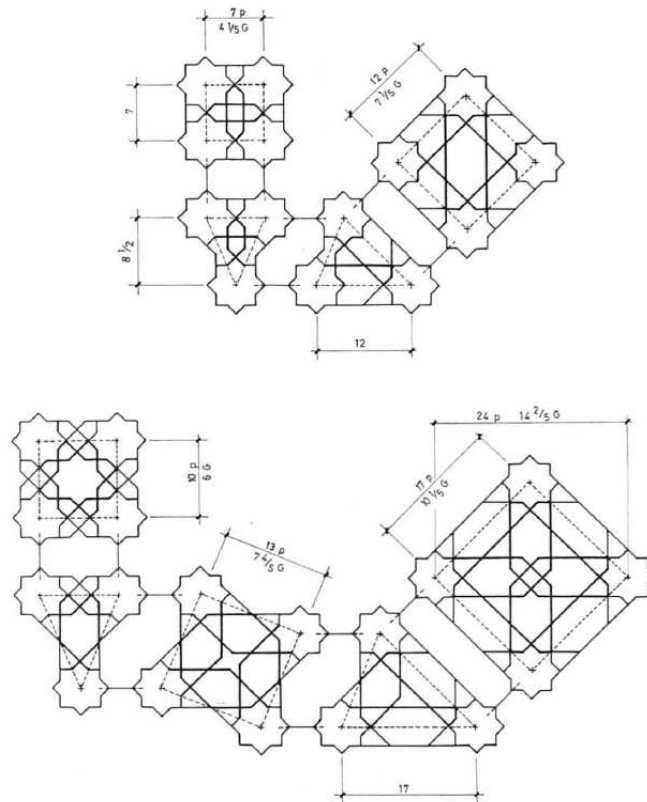


Ilustración 70. Lazos de 8 (Donaire Rodríguez, 1984)

Por su parte María Isabel González Ramírez (1995) extiende este mismo sistema a otros lazos distintos del ocho andaluz, y justifica los numerosos ejemplares del Alcázar de Sevilla mediante un canon de proporciones. En general divide el ancho de la calle en 3, 4 o 5 partes iguales, lo que le permite modular las distancias entre centros de estrellas en la dimensión general del panel. “*Los errores respecto de los trazados legítimos pasarían inadvertidos a los propios tracistas*” (:134). En el análisis de las armaduras detecta que en la mayoría su almizate no coincide con el $\frac{1}{3}$ exacto del ancho total.

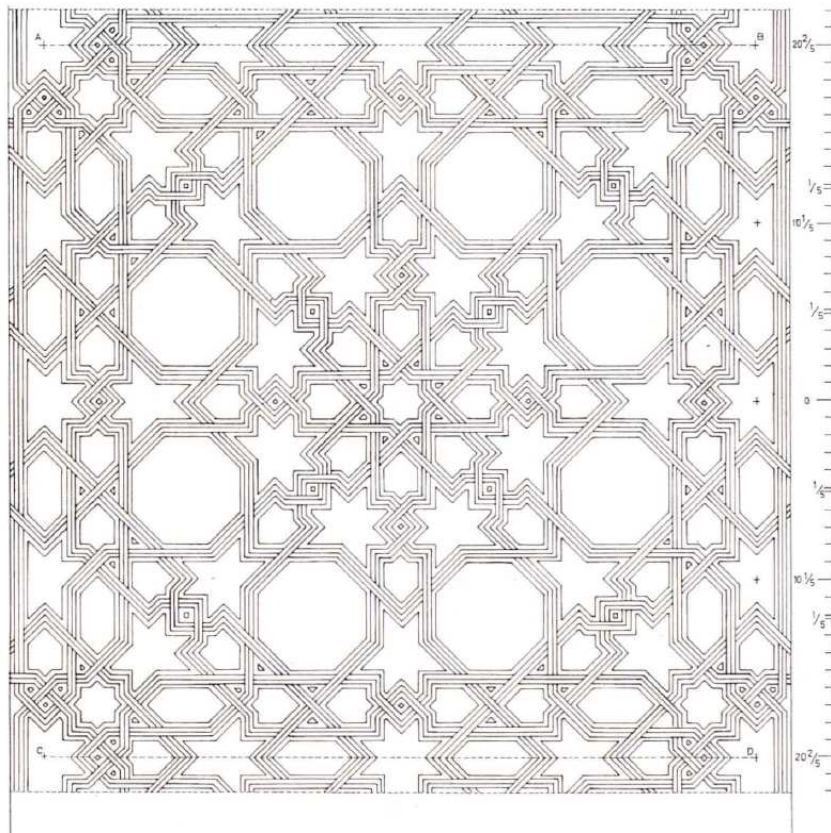


Ilustración 71. Alfarje del Alcázar de Sevilla (González Ramírez, 1995:267)

Entre la enorme repercusión práctica y científica que ha tenido el trabajo de Nuere destacamos las recientes aportaciones al conocimiento de la carpintería de lazo realizadas por Juan Antonio García Granados (1990) sobre figuras y composición en el lazo de ocho hispanomusulmán, Cecilia Cañas Palop (2003) sobre las técnicas constructivas de las armaduras de lazo de los Reales Alcázares de Sevilla, María del Carmen López Pertíñez (2006) sobre la carpintería en la arquitectura nazarí, Joaquín Rodero Garduño (2010) en su aportación sobre los modos musicales del mocárabe -muqarima- y la lacería islámica, y la tesis de Gloria Aljazairi López (2010) sobre la reproducción de las cubiertas de lazo del convento de la Merced de Granada. En el reciente trabajo de esta autora sobre el orden interno de los trazados geométricos (Aljazairi, 2012) destaca que partiendo de unos patrones, módulos, cánones y proporciones se ejecutan los diseños de lazo mediante los cartabones, insistiendo en la ausencia de unidades de medida de la ornamentación geométrica islámica.

Análisis y críticas

Las críticas a las distintas teorías formuladas se suelen suceder en cada nuevo estudio en que se aborda la cuestión de las proporciones de la arquitectura clásica, y que frecuentemente termina con una nueva hipótesis igualmente criticable. Principalmente se reprocha a los autores anteriores utilizar planimetrías incorrectas, o simplemente croquis que no se corresponden con las medidas reales de los edificios. O bien en basarse en fuentes históricas no contrastadas o poco fiables. O porque utilizan aproximaciones aritméticas que no coinciden con los trazados geométricos irracionales. O por el contrario por utilizar procedimientos geométricos incorrectos, poco precisos, irreproducibles a pie de obra, o con los que se puede justificar prácticamente cualquier cosa.

Muy significativa es la obra de Luis Moya (1981) donde analiza numerosas propuestas realizadas por distintos autores, muchos ya citados, sobre las proporciones del Partenón (ver resultados). Concluye que ninguno de los sistemas propuestos justifica las medidas presentes en esta construcción, ni la forma en que se obtuvieron durante la obra. Para justificar ciertos módulos detectados en el Partenón finaliza lanzando otra teoría de construcción por fases.

La posición teórica

Como hemos visto Fernández Puertas inició sus propuestas con una teoría sobre el trazado simplista de los diseños de lazo de 8 mediante la aproximación $7/5$ a la $\sqrt{2}$ que ha sido seguida por otros autores. No obstante actualmente se le puede considerar claro exponente de la teoría geométrica con sus trazados proporcionales con los que justifica numerosas obras. En el trabajo sobre las portadas de la Mezquita de Córdoba (2009) critica la parcialidad de los estudios numéricos y justifica sus procedimientos proporcionales (ver resultados):

Como se ve, E. Camps Cazorla basó su estudio de la fachada a base de módulos de medida fija y no mediante trazado proporcional con base inconmensurable que da la totalidad del trazado de la composición arquitectónica y ornamental de la Portada. Lo mismo le pasó a F. Hernández Giménez en su estudio sobre el codo y su aplicación en la mezquita de Córdoba. Con medidas fijas –un módulo o un codo– se pueden hallar un cierto número de elementos de una composición arquitectónica, pero nunca un trazado general completo de una planta o un alzado, como se ha demostrado en mis trabajos sobre estos temas en la misma Mezquita. (Fernández Puertas, 2009:109-111)

Por su parte Ruiz de la Rosa siempre ha sido muy crítico con la extensa literatura moderna sobre trazados reguladores como medio de control de las formas, “contaminada de esoterismo romántico y tan desprestigiada por sus propios excesos”. (1987:12)

Cuando los investigadores han explorado este campo, se han dejado llevar por un gran entusiasmo e igual precipitación, lanzándose a deducir trazados reguladores de arquitecturas en cuya génesis no es presumible que tal procedimiento interviera; han llegado a atribuir a un mismo edificio trazados absolutamente dispares y contradictorios, bien porque una planta o alzado de composición ordenada admite

con benevolencia la superposición de composiciones variadas, bien por haberse basado en dibujos esquemáticos o en levantamientos poco rigurosos; por otra parte muchas de esas deducciones son absurdas desde el punto de vista práctico, construcciones sin utilidad alguna. (Ruiz de la Rosa, 1987:28)

Para este autor la mayor parte de las especulaciones sobre el uso de los trazados reguladores en arquitectura más bien ha contribuido a desacreditar y oscurecer el problema que a resolverlo (1987:28). Es necesario distinguir entre las hipótesis que admiten el uso de relaciones de números enteros de aquellas que atribuyen a los antiguos el manejo de complicados trazados geométricos, y el de las magnitudes inconmensurables que subyacen en ellos. Aunque también admite que “*no es posible saber hasta qué punto muchas de estas relaciones numéricas son fortuitas, generadas al aplicar el sistema metrológico y no controladas conscientemente por los arquitectos*” (1987:89).

En el mismo sentido Jiménez y Pinto (2003:121) advierten que los estudios que se emprenden sobre medidas geométricas de arquitecturas antiguas deben tener muy claros los límites de la percepción humana, los de la finalidad eminentemente constructiva y los de la congruencia de conocimientos.

En cuanto a este debate teórico, y sobre la universalidad o diversidad de su aplicación en arquitectura, este pasaje de (1974) Rudolf Wittkower nos resume el estado de la cuestión desde hace tiempo:

(...) todas las civilizaciones superiores creyeron en un orden basado en los números y en las relaciones entre los números, y que buscaron y establecieron una armonía, a menudo fantástica y mística, entre los conceptos universales y cósmicos y la vida del hombre. En cuanto el arte monumental y la arquitectura tuvieron finalidades religiosas, rituales, cosmológicas y mágicas, en una palabra, en cuanto su contenido fue metafísico, se convirtieron necesariamente en vehículos para expresar ese orden y esa armonía.

La psicología moderna defiende la hipótesis de que la búsqueda de un orden y una armonía básica es casi consustancial con la naturaleza humana. ¿Se trata entonces de un instinto como el hambre o la sed, o se debe más bien a un impulso intelectual?

Suponiendo que sea cierto que el abstracto lenguaje de las matemáticas se utilizó siempre para expresar un deseo innato de orden, hemos de plantearnos la cuestión de si la humanidad ha estado buscando siempre representar el mismo y único orden básico; en otras palabras, si hay un solo sistema proporcional que sea verdadero, correcto y satisfactorio. Esta cuestión está muy lejos de ser algo exclusivamente académico. Pero si aceptamos la existencia de muchas proporciones auténticas, correctas y satisfactorias, ¿no perjudicará esto a todo el problema? Puede ayudarnos la comparación con un instinto como el hambre: en diferentes países y diferentes épocas los pueblos produjeron y producen alimentos diferentes para satisfacer su hambre, y producen alimentos diferentes, y esto no significa ni que el hambre no exista ni que un solo pueblo esté en lo cierto y todos los demás equivocados. Sin embargo, este es precisamente el impasse en que cayó la proporción en el siglo XIX. Toda cuestión era o rechazada de plano (principalmente por los artistas) o tratada por los historiadores como si hubiese una sola verdad inatacable. Naturalmente, cada historiador propugnaba la universalidad de su verdad particu-

lar: uno veía el secreto de toda buena proporción en la Sección Áurea, otro en el exágono, un tercero en el pentágono, un cuarto en el círculo, por mencionar sólo algunos esfuerzos bien intencionados. (Rudolf Wittkower, 1974)⁷³.

Medida real y medida teórica

Los estudios sobre los módulos dimensionales y los sistemas de proporciones en arquitectura no se realizan directamente sobre la misma obra, sino que es necesario utilizar una representación a escala de los edificios donde “chequear” las distintas hipótesis. Las críticas por haberse basado en fuentes escritas, en dibujos esquemáticos o en levantamientos poco rigurosos -que no coinciden con las medidas reales-, suelen ser con razón las primeras que se esgrimen para desacreditar los resultados teóricos expuestos por otros autores:

“Hubiera sido necesario que [Vitruvio] hubiese tenido también un perfecto conocimiento de los edificios y que los hubiera dibujado y medido con la máxima precisión, cosa que no hizo”. (Le Roy, 1758:27)

Para Antonio Almagro Gorbea (2004) es obligado establecer una clara distinción entre lo que son las formas teóricas y las formas reales de un edificio. En primer lugar lo que interesa conocer es la forma real mediante el levantamiento y representación del edificio, dentro de los estudios previos que permiten alcanzar un conocimiento en profundidad de la obra. El hecho de medir y dibujar un edificio nos permite una mejor aproximación a la “*irrepetible concepción primigenia*” de la obra arquitectónica, y en cualquier caso es el método de análisis más completo para conocer la realidad geométrica de un edificio. Las formas teóricas con que pudo ser concebido podrán ser objeto de posteriores estudios, pero en cualquier caso habrán de basarse en la forma que actualmente tiene.

En el trabajo de Luis Moya (1981) se pone en evidencia la necesidad de partir de las medidas reales como premisa para proponer teorías bien fundamentadas:

Sólo hace algunas décadas comenzaron a aparecer trabajos en que cada arquitectura era analizada en sus propios términos, sin referencia a categorías extrínsecas. Ejemplo cercano es el de Luis Moya, hombre por otra parte profundamente formado en la clasicidad: en su exhaustivo trabajo sobre proporciones del Partenón llegó a la conclusión de que ninguna de las teorías propuestas era satisfactorias; los estudios debían partir del cuidadoso levantamiento del monumento, no de esquemas aproximados sobre los que puede demostrarse casi cualquier cosa, porque ni siquiera sabemos si Ichtynos empleó planos para construirlo. (Donaire, 1987:12)

Gracias a las actuales técnicas de levantamiento de planos, y a la labor de unos pocos profesionales dedicados a documentar rigurosamente y divulgar el estado actual de distintos edificios, se puede disponer desde hace relativamente poco tiempo de bases métricas fiables sobre las que ensayar posibles medidas teóricas de estas arquitecturas. Ejemplo desta-

⁷³ Citado en FERNÁNDEZ GÓMEZ. *La teoría clásica de la arquitectura: Clasicismo y renacimiento*, pp. 49-50, 1999.

cado de ello lo representa precisamente el trabajo de Antonio Almagro. En base a sus levantamientos otros autores ya han podido realizar sus propuestas sobre medidas reales.

El estudio atento y minucioso de los propios monumentos ha progresado enormemente en las últimas décadas, lo que para Ruiz de la Rosa permite descartar aquellas hipótesis que se basan en esquemas, planos imprecisos o reconstrucciones imaginativas, como ya hiciera Moya hace algunos años. No obstante este mismo autor advierte:

Los levantamientos así realizados permiten en algunos casos deducir la base metroológica del monumento, las unidades de medida empleadas y su valor, e incluso el modo particular en que estas unidades sirvieron para controlar el diseño. Pero, por muy precisa que sea la toma de datos, los errores de ejecución, las alteraciones que el paso del tiempo produce por erosión, descomposición de los materiales, terremotos, o la propia manipulación, etc., entorpecen el trabajo interpretativo y llegan a reducir a conjetura toda conclusión. La mayor cautela es necesaria por tanto a la hora de formular hipótesis, como lo es el tratar de generalizar los resultados de la investigación de un monumento a otros diferentes. (Ruiz de la Rosa, 1987:105-106)

En este sentido Antonio Almagro precisa que entre la forma real y la forma teórica media ante todo la interpretación subjetiva de quien deduce la segunda de la primera.

Y el cualquier caso siempre intervienen las deformaciones fruto de interpretaciones o errores del ejecutor de la obra, los efectos del tiempo, de las propias cargas y acciones de la estructura, de alteraciones posteriores, etc; en suma, de la propia historia del edificio cuyo conocimiento tiene que ser uno de los objetivos primordiales de nuestra actuación.

(Almagro Gorbea, 2004)

Los principios del punto gordo y la recta astuta

Dada su permanente búsqueda de precisión y fiabilidad en las planimetrías que genera, Antonio Almagro⁷⁴ reconoce el relativo escepticismo que le causan las investigaciones sobre metrología y trazados reguladores (2003:13). Por un lado por los escasos resultados⁷⁵ a los que ha llegado cuando ha emprendido alguno de estos análisis. Por otra parte le da la sensación que muchos de estos trabajos acaban saltándose los postulados de Euclides, pues finalmente aplican lo que en términos humorísticos se conoce como los principios “del punto gordo” y de “la recta astuta”⁷⁶.

⁷⁴ ALMAGRO GORBEA, Antonio. Prólogo al libro de JIMÉNEZ MARTÍN, A., y PINTO PUERTO, F. *Levantamiento y análisis de edificios, tradición y futuro*, 2003.

⁷⁵ Como el mismo autor anota, y tal como hemos ya referido, han sido varias sus aportaciones a este campo.

⁷⁶ En otra nota de este mismo texto enuncia ambos principios:

Principio del Punto Gordo: “Por un punto suficientemente gordo exterior a una recta, pueden trazarse más de una recta paralela a la dada.

Principio de la Recta Astuta: “Por tres puntos no alineados siempre puede pasar una recta que sea suficientemente astuta”.

Al igual que es imprescindible partir de las medidas reales del edificio, para realizar una propuesta teórica es necesario proceder con el máximo rigor geométrico, y no con trazados aproximados con los que se puede demostrar cualquier cosa. Afortunadamente las técnicas gráficas artesanales son ya parte de la historia. La precisión de las actuales herramientas infográficas evita que se produzcan los errores e incoherencias derivados de la utilización de estos principios.

METODOLOGÍA

El desarrollo del presente método de determinación de medidas y proporciones en las edificaciones históricas parte de la premisa de que para el diseño, y especialmente para la construcción de arquitecturas representativas históricas -templos, palacios, edificaciones públicas,...- se debe utilizar un sistema metrológico compuesto por una unidad base de longitud y un sistema de unidades derivadas. La utilización de un módulo único y de una serie limitada de submúltiplos permitiría llevar a la práctica el control dimensional de las formas de un edificio, de manera que el todo y cada una de las partes estén proporcionados según alguna regla que, necesariamente, deberá ser sencilla. Esta hipótesis coincide con el principio de las propuestas numéricas que plantean la necesidad de cuantificación de las medidas en arquitectura.

Se asume igualmente el sistema de referencia espacial por el que la magnitud de longitud es básica, y a partir de ella se deriva la magnitud de área o superficie, y la de volumen o capacidad. Por lo tanto las distintas dimensiones de una edificación deben poder establecerse en base a una única unidad básica de longitud, determinadas sobre un sólo eje para las magnitudes lineales, sobre 2 ejes ortogonales para áreas planas, o sobre 3 ejes para volúmenes tridimensionales.

El proceso de determinación dimensional será de carácter empírico, ensayándose sobre las medidas reales de una edificación mediante métodos gráficos vectoriales distintas combinaciones modulares que permitan justificar satisfactoriamente todas sus proporciones. Se descarta por lo tanto partir de cualquier valor de módulo o sistema de proporciones preestablecido o publicado, a excepción del evidente principio de simetría axial, o en su caso de simetría central.

La determinación del valor dimensional de la unidad base sólo podrá llevarse a cabo si se establece previamente el sistema de proporciones de la práctica totalidad de las dimensiones generales del la obra.

La dimensión de los distintos elementos secundarios –incluida la modulación de las partes decorativas- deberá poder justificarse mediante la misma unidad base y el mismo sistema de submúltiplos.

La representación gráfica del edificio como referencia métrica y de proporciones

Para obtener unos resultados gráficos precisos y fiables es necesario partir de una correcta y completa representación gráfica del edificio, la cual constituirá la base métrica de referencia en todo el proceso. Las medidas reales serán el único dato de partida, y los resultados deberán ser siempre representados sobre esta base métrica, de manera que las diferencias entre la medida real y la medida teórica deducida sean contrastables y mensurables.

Se debe evitar utilizar como base métrica simples croquis y levantamientos clásicos realizados a cinta métrica. Únicamente los levantamientos de plantas regulares y ortogonales realizados por autores de reconocido prestigio pueden permitirnos obtener resultados válidos. Sin embargo la complicación que conlleva medir las alturas en los alzados y seccio-

nes, los descuadres de alineaciones en planta, y las frecuentes deformaciones presentes en las edificaciones históricas, implica la imposibilidad práctica de que estas representaciones gráficas tradicionales se ajusten a todas las medidas reales, por lo que cualquier resultado que de ellas se pueda extraer tendrá carácter especulativo.

La presente metodología ha sido desarrollada en base a levantamientos fotogramétricos detallados, lo que garantiza unos errores mínimos respecto a la medida real de cada elemento, reduciendo la incertidumbre a un intervalo de tolerancias admisible en los procesos constructivos.

Con asimilable fiabilidad se puede proceder con levantamientos obtenidos mediante la nueva técnica de escáner láser 3D, bien sobre la lectura directa de la nube de puntos obtenida, bien sobre la necesaria vectorización de aristas y formas para su representación planimétrica, o bien sobre las distintas ortofotografías que este procedimiento obtiene de forma semiautomática. No obstante esta novedosa técnica se encuentra en desarrollo y, si bien es posible encontrar varios estudios sobre ella, escasea todavía la publicación de resultados prácticos que puedan servir de base métrica.

Una vez establecido el procedimiento de modulación con referencia fotogramétrica se ha comprobado la viabilidad de utilizar bases fotográficas para el análisis de elementos planos. Varios de los resultados que se van a presentar han sido obtenidos mediante simples fotografías del elemento, que en el caso de que no sean totalmente frontales es necesario orto-proyectar previamente. Las fotografías no permiten obtener el valor dimensional del módulo empleado si no disponemos de referencias métricas del elemento. No obstante sí podremos deducir el sistema de modulación de todas las partes, ya que si se ha realizado correctamente la orto-proyección las proporciones permanecerán inalteradas en la representación fotográfica. Cuando se dispone de las dimensiones generales de los elementos fotografiados -por haber sido publicadas en algún estudio- se puede poner en escala la composición y obtener así todas las demás dimensiones.

En ocasiones se han combinado varias bases métricas obtenidas por los distintos procedimientos, especialmente cuando no hemos dispuesto de representaciones diédricas de la obra en base fotogramétrica. En estos casos deben primar siempre los resultados obtenidos de la base más fiable, y cuestionar el resto de bases auxiliares si presentan discordancias.

Todas las bases métricas utilizadas en la presente tesis han sido realizadas por terceras personas, absteniéndome de aportar ninguna medida real. Si bien la operación de toma de datos y levantamiento de planos permite a su autor tener un profundo conocimiento de la obra, también puede suponer que se forme ideas preconcebidas sobre el sistema de modulación y realice premisas subjetivas que influyan en el análisis métrico. Se recomienda por lo tanto que los levantamientos se ciñan, como debe ser, a las medidas reales que presenta actualmente la obra, sin interpretaciones geométricas o regularizaciones métricas intuitivas. Y que la disciplina de estudios sobre proporciones y modulaciones se realice por otro equipo independiente -incluido también de la fase de estudios previos- de manera que sus resultados sean imparciales y puedan ser contrastados con el resto de datos recopilados sobre la edificación.

Las herramientas informáticas

Para la realización de la presente investigación, del método propuesto y de los resultados obtenidos, han sido suficientes medios informáticos actualmente corrientes, como son un ordenador personal de gama media bajo sistema operativo Windows XP, y una serie de programas comerciales de uso generalizado.

Los procedimientos gráficos mediante CAD

Los procesos gráficos necesarios para la determinación precisa de los trazados que se pretenden obtener se simplifican enormemente con el uso de programas vectoriales de diseño asistido -AutoCAD -, puesto que las operaciones de afinidad a realizar se basan en sucesivos tanteos y sus correspondientes comprobaciones. Se elimina así la imprecisión en la determinación de puntos que presenta la mayoría de los estudios realizados mediante técnica manual.

Si bien en alguna ocasión he utilizado como base métrica levantamientos fotogramétricos suministrados en formato vectorial, recomiendo usar una base en formato ráster (imagen) pues se reduce considerablemente su tamaño facilitando su manejo, y se evitan interferencias entre esta base de medidas reales con la deducida de medidas teóricas. Con mayor razón se recomienda cuando se dispongan de las “pesadas” nubes de puntos obtenidas por escáner láser 3D.

Existen numerosas aplicaciones gráficas que permiten pasar los formatos vectoriales a ráster. Cuando se realice este proceso -o si directamente se parte de una base métrica en formato ráster, que suele ser el caso general- es necesario comprobar que la conversión no ha supuesto ninguna deformación axial del original. Por ello es de agradecer cuando los autores del levantamiento incluyen no solo una escala gráfica lineal, sino también marcas o acotaciones ortogonales.

El tratamiento de imágenes

Para la orto-proyección de fotografías y tratamiento de imágenes se ha utilizado el software Adobe PhotoShop CS. Cuando la fotografía se utiliza como base métrica será igualmente necesario comprobar que el proceso de orto-proyección no haya introducido deformaciones.

Otros recursos

Para la recopilación, tratamiento y comprobación de valores numéricos se ha recurrido a hojas de cálculo del programa Excel.

Los modelos tridimensionales han sido generados desde Autocad, si bien para el renderizado se han exportados a la aplicación 3DStudio.

La herramienta para el trazado de lacerías se ha desarrollado mediante el lenguaje de programación de Autocad denominado Autolisp.

El método de modulación y dimensionado

El sistema metrológico que propone la presente investigación para modular y dimensionar edificios históricos consta de una única unidad básica de longitud por obra -el patrón o módulo lineal empleado en su construcción- y de un doble sistema de unidades.

La base aritmética duodecimal

El sistema de unidades estará basado en los submúltiplos de la unidad básica, en función de su división en fracciones enteras simples de la base aritmética duodecimal. De esta manera se identifica cada módulo unidad teórico con las unidades del sistema antropométrico utilizado en el pasado.

Teniendo en cuenta las confusiones y mal interpretaciones que históricamente se vienen produciendo en los estudios sobre medidas antiguas interesa hacer una serie de puntualizaciones. La utilización en los resultados de denominaciones antropométricas de las unidades del sistema es optativa, lo fundamental es que estas unidades correspondan con fracciones duodecimales de la unidad básica. Se puede utilizar cualquier denominación de medida tradicional siempre que está claramente especificada la fracción de la unidad que representa.

En los resultados he utilizado las siguientes denominaciones y correspondencias:

La unidad básica⁷⁷ del sistema es la altura del hombre o “brazo” = 1

La mitad de la unidad básica corresponde con la “vara” = 1/2

La tercera⁷⁸ parte son 2 pies = 1/3

La cuarta parte de la unidad básica es el “codo” = 1/4

La sexta parte será el “pie” = 1/6

A la octava⁷⁹ parte de la unidad se le denomina “cuarta” = 1/8

La novena⁸⁰ parte estará constituida por 2 puños = 1/9

La doceava⁸¹ parte de la unidad es la “sesma” = 1/12

La décimo sexta⁸² fracción de la unidad corresponde con la “ochava” = 1/16

La décimo octava⁸³ parte es el “puño” = 1/18

La vigésimo cuarta⁸⁴ parte será el “palmo” = 1/24

La septuagésimo segunda división de la brazo es la “pulgada” = 1/72

La nonagésima sexta parte es el “dedo” = 1/96

La tricentésimo octogésimo cuarta parte de la unidad básica es el “grano” = 1/384

⁷⁷ *El hombre es la medida de todas las cosas* en el concepto antropocéntrico antiguo, luego también lo será en los edificios.

⁷⁸ Como se ha visto esta unidad correspondería con el “brazo” del sistema de Filarete, pero se evita esta denominación por las confusiones que puede provocar con la brazo.

⁷⁹ Se adopta esta denominación castellana frente a otras confusas como “palmo”, “palmo mayor” o “palma”.

⁸⁰ Correspondería con la “cabeza” de Filarete y de otras propuestas del canon humano de 9 cabezas.

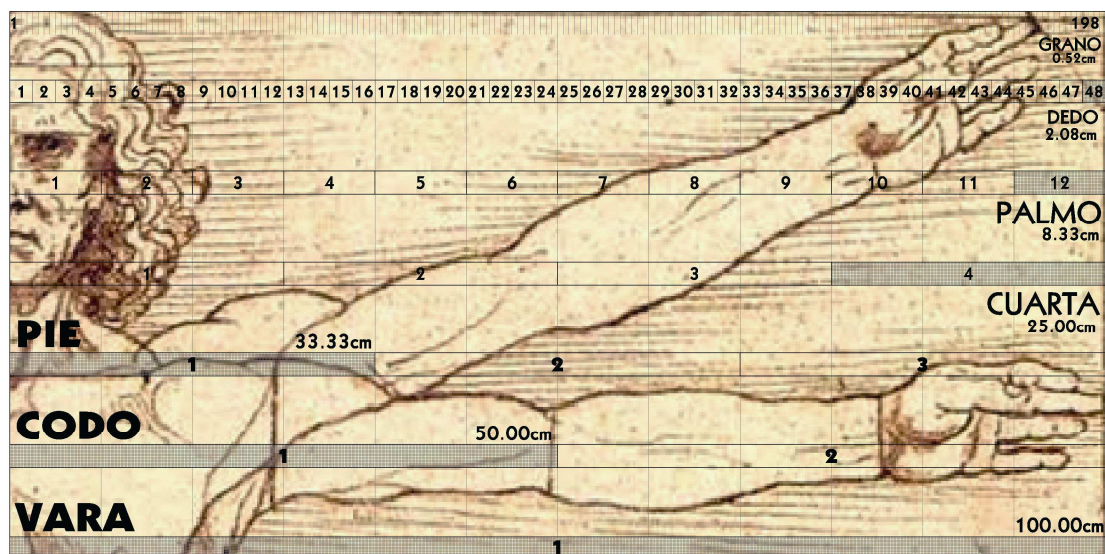
⁸¹ Se podría utilizar la “onza” romana como duodécima parte del todo, según Elio Antonio de Nebrija.

⁸² Tanto en ésta como en la anterior mantenemos la denominación castellana.

⁸³ Entre las distintas versiones expuestas adoptamos la que define el puño como 4 pulgadas, o lo que es lo mismo, 4 dedos y 1 pulgada, es decir, 1 palmo y 1 pulgada. Conseguimos así denominar a la fracción simple 1/18, y por tanto su doble ó 1/9.

⁸⁴ La raíz de la denominación de esta unidad es común en la mayoría de culturas e idiomas.

En la figura se presenta una tabla de equivalencias entre todas estas unidades antropométricas consideradas, así como un gráfico con los principales submúltiplos sobre parte de la famosa figura de hombre vitruviano de Leonardo da Vinci. Se usan las denominaciones adoptadas en español, así como ciertas correspondencias en otros idiomas. Se acompañan sus valores en el SI sobre una hipotética braza de 200 cm para contrastar cada fracción duodecimal con su correspondencia decimal.



SISTEMA CLÁSICO MEDIDAS

	argyia		pechya	pous		dichas		pugna	palaiste	uncia	daktylos	
Latin	patere/status		cubitum	pes	spithama			palmus	palmus	inch	digitus	
English	fathom	yard	cubit	foot				fist	palm	inch	digit	
French	brasse/toise	cour		pied				poing	palme	pouces	doigt	
Arabic	argye	qasab	arsh						cabda		assbaa	
Español	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	GRANO
BRAZA	1	2	4	6	8	12	16	18	24	72	96	384
VARA	1/2	1	2	3	4	6	8	9	12	36	48	192
CODO	1/4	1/2	1	1 1/2	2	3	4	4,5	6	18	24	96
PIE	1/6	1/3	2/3	1	1 1/3	2	2 2/3	3	4	12	16	64
CUARTA	1/8	1/4	1/2	3/4	1	1 1/2	2	2 1/4	3	9	12	48
SESMA	1/12	1/6	1/3	1/2	2/3	1	1 1/3	1,5	2	6	8	32
OCHAVA	1/16	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1	1 1/8	1 1/2	4 1/2	6	24
PUÑO	1/18	1/9	2/9	1/3	4/9	2/3	8/9	1	1 1/3	4	5 1/3	21 1/3
PALMO	1/24	1/12	1/6	1/4	1/3	1/2	2/3	3/4	1	3	4	16
PULGADA	1/72	1/36	1/18	1/12	1/9	1/6	2/9	1/4	1/3	1	1 1/3	5 1/3
DEDO	1/96	1/48	1/24	1/16	1/12	1/8	1/6	3/16	1/4	3/4	1	4
GRANO	1/384	1/192	1/96	1/64	1/48	1/32	1/24	3/64	1/16	3/16	1/4	1

Ilustración 72. Unidades del sistema antropométrico de medidas de longitud

Se aporta igualmente los valores en el SI de cada unidad fracción según la dimensión de medidas históricamente estables, como el pie capitolino de Roma de 29.57 cm, el pie inglés del actual sistema imperial de 30.48cm, y la vara castellana de 83.59 cm, comparadas con una hipotética braza SI de 200 cm.

UNIT	fathom	yard	cubit	foot				fist	palm	inch	digit	
Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96	
SI	200,00	100,00	50,00	33,33	25,00	16,67	12,50	11,11	8,33	2,78	2,08	
ROMA	177,42	88,71	44,36	29,57	22,18	14,79	11,09	9,86	7,39	2,46	1,85	
IMPERIAL	182,88	91,44	45,72	30,48	22,86	15,24	11,43	10,16	7,62	2,54	1,91	
CASTILLA	167,181	83,59	41,80	27,86	20,90	13,93	10,45	9,29	6,97	2,32	1,74	

Ilustración 73. Valores métricos de unidades históricas

En el sistema antropométrico el relacionar unidades de longitud con partes del cuerpo humano -a modo de código nemotécnico- facilitaba las operaciones aritméticas sencillas entre las numerosas fracciones del sistema. La gran divisibilidad de esta base aritmética permite que prácticamente cualquier unidad admita divisiones binarias o ternarias que constituyen a su vez unidades del sistema (sistema dactílico y uncial).

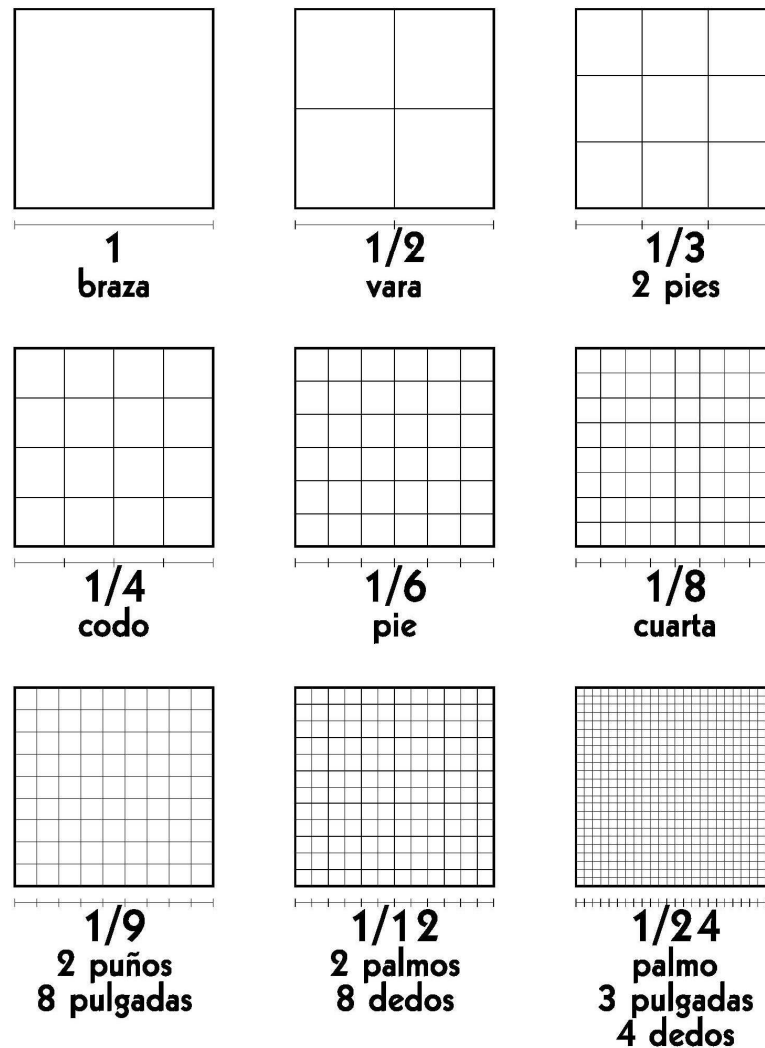


Ilustración 74. Divisiones duodecimales del sistema antropométrico

No obstante hay que resaltar que, si bien se pueden crear multi-módulos de cualquier múltiplo entero de cada unidad duodecimal, esta base no es operativa cuando se divide por otros factores primos ($1/5$, $1/7$, $1/11$,...). Los patrones y reglas duodecimales carecen de estas graduaciones dado que no existen submúltiplos con estas fracciones⁸⁵.

⁸⁵ Recordemos que el decimal “rostro” de Vitruvio no se utilizó como unidad de medida del sistema.

La base geométrica octogonal

Este sistema de unidades duodecimales se completa, en la metrología de la arquitectura del pasado, con otro sistema de unidades derivadas del primero. Esta otra “escala” estará compuesta por las mismas unidades mayoradas⁸⁶ según el valor de la $\sqrt{2}$. Se mantiene la misma proporcionalidad entre todas las unidades del sistema antropométrico y las de este sistema de unidades “mayores”, que por consiguiente se rige también por divisiones duodecimales.

Evidentemente nos basamos en los numerosos testimonios, y en las características expuestas sobre el procedimiento geométrico *Ad Quadratum* generado a partir de inscribir sucesivos cuadrados girados 45°.

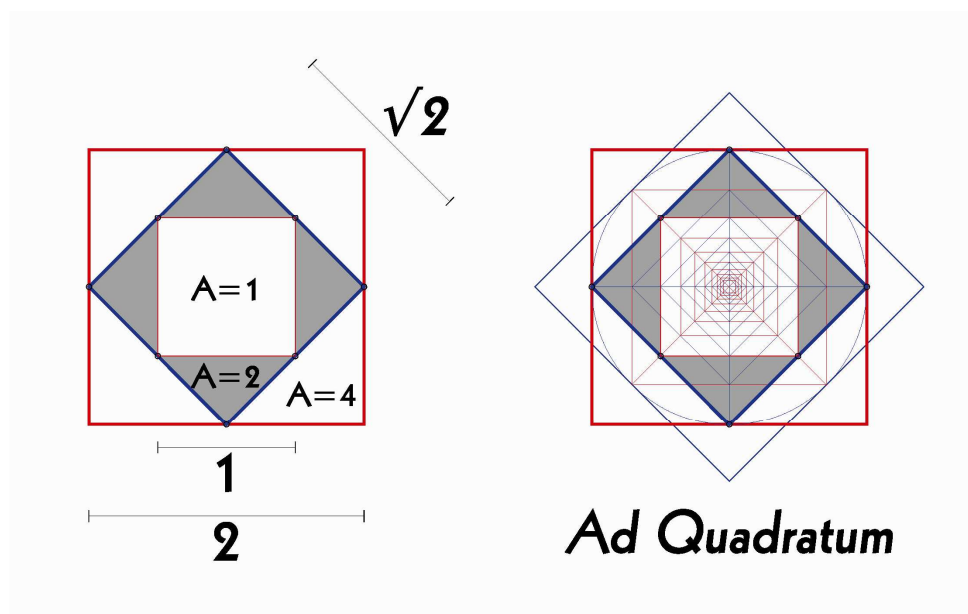


Ilustración 75. Procedimiento *Ad Quadratum*

Entre las divisiones binarias de longitud que se generan en la progresión $\sqrt{2}$ se intercalan otros términos armónicos cuyos cuadrados representan a su vez divisiones binarias del área. El conjunto de divisiones de longitud mediante el procedimiento *Ad Quadratum* vendrá dado por la expresión:

$$L(\sqrt{2}) = 1, 1/\sqrt{2}, 1/2, 1/2\sqrt{2}, 1/4, 1/4\sqrt{2}, 1/8, 1/8\sqrt{2}, \dots$$

⁸⁶ Se adopta por tanto la teoría de la Sección Sagrada, y concretamente la propuesta de mayoración gráfica $\sqrt{2}$ propuesta por GARCÍA ORTEGA y RUIZ DE LA ROSA. *Diseño estructural en el primer gótico andaluz (II): Maestros y medidas*, p. 52, 2010.

Los procedimientos de obtención de módulos

Para determinar la modulación de los distintos elementos arquitectónicos se suele utilizar la base aritmética duodecimal y la base gráfica octogonal conjuntamente. Partiendo de un módulo cuadrado, de lado la unidad básica del sistema o braza, se pueden usar las siguientes unidades:

- a) Las correspondientes a las unidades del sistema duodecimal
- b) La $\sqrt{2}$ de estos valores
- c) Combinaciones de las dos anteriores⁸⁷

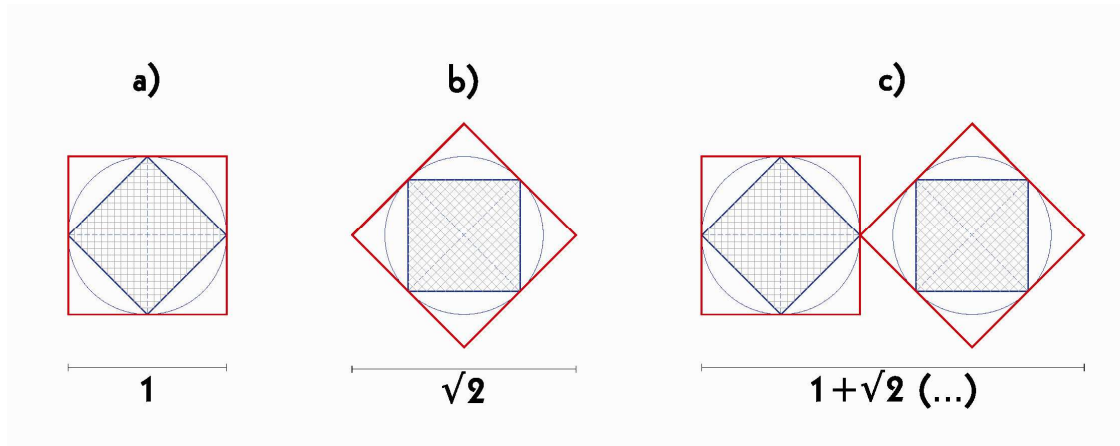


Ilustración 76. Obtención de módulos del sistema

Por lo tanto el conjunto de fracciones duodecimales del sistema antropométrico se duplica con el uso de sus proporcionales según la $\sqrt{2}$ para obtener módulos arquitectónicos “estáticos”. Pero además la posibilidad de crear módulos “dinámicos” por combinación de ambas series o escalas genera un conjunto casi ilimitado de unidades disponibles. Como la base aritmética binaria está contenida en la progresión $\sqrt{2}$, podemos expresar este conjunto de la siguiente manera:

$$L(\sqrt{2},3) = (1, 1/\sqrt{2}, 1/2, \dots) \times (1, 1/3, 1/9, \dots)$$

La cuantificación de las medidas

Evidentemente la introducción de la base geométrica octogonal producirá valores irracionales en la mayoría de estas unidades disponibles. Además estos módulos se combinarán entre sí -en la definición de las medidas generales de los distintos elementos- en otros multi-módulos de valor igualmente irracional. Por ello es imposible expresar estas dimensiones mediante una única fracción de la unidad básica.

Para resolver este “paradigma” de la proporción en arquitectura se recurre de nuevo al procedimiento *Ad Quadratum*, en donde todas las divisiones obtenidas son fracciones binarias del lado del cuadrado inicial, o de su diagonal. Por lo tanto cualquier combinación que

⁸⁷ Puede ser tanto el número de plata $\theta = 1 + \sqrt{2}$ como otras combinaciones notables ($\sqrt{2}-1, 2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, \dots$)

realicemos con estos dos sistemas de unidades se podrá expresar mediante un binomio, en donde el primer término representará la cantidad de divisiones del lado y el segundo la cantidad de divisiones de la diagonal que se han utilizado en la combinación.

Como además el sistema antropométrico admite divisiones ternarias de la unidad, cualquier dimensión parcial o total que se obtenga por los procedimientos indicados se podrá expresar mediante el valor positivo de:

$$M = (a \pm b\sqrt{2}) / (2, 3)$$

Donde **a** y **b** son números enteros positivos (naturales), y / (2, 3) es una fracción de la base duodecimal o unidad antropométrica.

En el caso de modulaciones estáticas el valor de **a** o de **b** es cero.

Si se trata de modulaciones dinámicas estas medidas no podrán dividirse en valores enteros, debido a la presencia de valores irracionales.

Las singularidades del sistema

Los patrones de medida

Para representar las modulaciones se utiliza un patrón cuadrado que identifica la unidad básica del sistema: la braza. Se situará en posición recta si se utiliza su lado como patrón del sistema básico antropométrico, y adoptará una posición girada 45° si es su diagonal la que determina el patrón del sistema de unidades mayoradas.

Para representar submúltiplos se usan patrones escuadra (triángulos isósceles rectángulos) cuyo cateto coincida con la fracción duodecimal correspondiente. Dada la gran cantidad de unidades existentes, que son a su vez múltiplos y submúltiplos de otras, reduciremos la gama a codos, pies, cuartas y palmos.

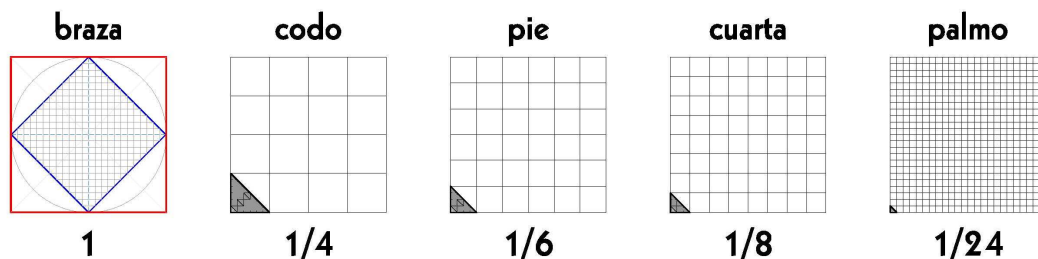


Ilustración 77. Patrones de medida del sistema

Para el estudio de detalles el palmo está graduado en 4 dedos, e incluso en algún caso se divide cada dedo en 4 granos.

Luego si la dimensión a cuantificar corresponde al sistema básico será un cateto de la escuadra quien la determine. Si giramos la escuadra será la hipotenusa la que defina una dimensión de la serie $\sqrt{2}$.

Las modulaciones lineales

Como se ha indicado las modulaciones lineales de elementos pueden generarse por agrupación de distintas unidades. En el siguiente gráfico mostramos 2 ejemplos de modulaciones estáticas definidas únicamente por la unidad básica. Las trazas verticales indican la hipotética posición de la modulación a determinar.

En el primer ejemplo se agrupan brazas con la pauta 1+2+1+2+1. Evidentemente no existen unidades mayoradas ($b = 0$) y la dimensión total corresponde con el total de 7 brazas.

En el segundo ejemplo sólo se usan brazas $\sqrt{2}$ según la pauta 1+3+1. Como todas son unidades mayoradas a es nulo.

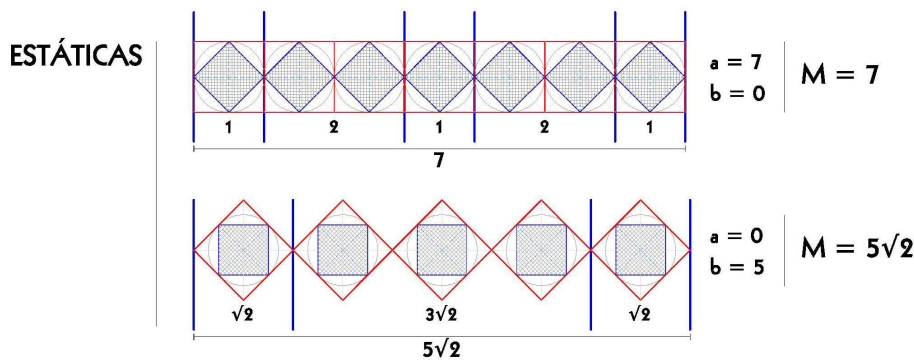


Ilustración 78. Modulaciones lineales estáticas

Si se trata de modulaciones dinámicas, donde se combinan unidades de ambas escalas, hay que expresar la dimensión total mediante los referidos binomios.

En el primer ejemplo dinámico se emplean 2 submúltiplos de las 2 series: codos ($1/4$) y pies ($1/6$). Cualquier agrupación que se realice podrá expresarse en submúltiplos enteros, en este caso en pies.

Cuando la modulación utilice la misma unidad se puede indicar -tanto las dimensiones parciales como la total- mediante enteros de esa unidad siempre que quede explícitamente especificado. Es el caso del segundo ejemplo realizado con codos, donde además se utilizan modulaciones por diferencia de unidades mayoradas y básicas.

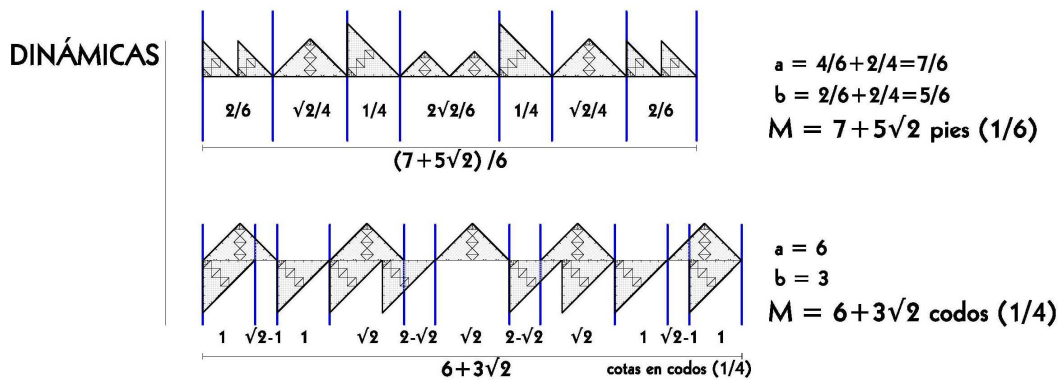


Ilustración 79. Modulaciones lineales dinámicas

Si se desea calcular el valor numérico aproximado de estas expresiones siempre se puede sustituir el término $\sqrt{2}$. Si se usa la tradicional fracción $7/5$ obtendremos que los dos ejemplos estáticos tienen la misma longitud (7 brazas). En el primer ejemplo dinámico la longitud total se puede redondear a 14 pies enteros. Sin embargo al sustituir esta aproximación en el segundo ejemplo dinámico se obtiene la fracción decimal $51/5$ de codo, lo que representa una incongruencia en el sistema duodecimal. No se podría determinar aritméticamente esta dimensión utilizando unidades del sistema, aunque siempre queda la posibilidad de medir la distancia empíricamente con un patrón graduado y aproximarse a alguna fracción duodecimal.

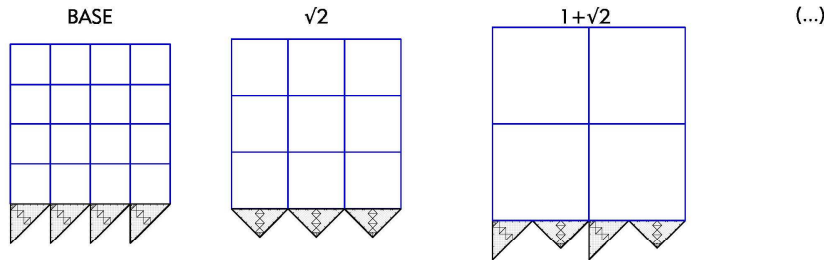
Las tramas modulares

Las modulaciones lineales se combinan ortogonalmente para formalizar las tramas modulares que definirán las dimensiones de los distintos elementos planos de las obras. La gran cantidad de variantes posibles crea una rica gama de tipologías disponibles que agrupamos en las siguientes variantes:

Tramas estáticas

Están basadas en cuadrículas regulares que admiten composiciones racionales. La gama definida mediante módulos de la serie o escala **base** de unidades antropométricas - procedimiento a)- se duplica con la posibilidad de usar las dimensiones de las unidades de la escala $\sqrt{2}$ -procedimiento b)-. Además se pueden crear estas cuadrículas con módulos obtenidos dinámicamente a partir de las combinaciones del procedimiento c), por lo que la gama de tamaños de las cuadrículas de estas tramas estáticas coincidirá con el conjunto de módulos lineales del sistema.

TRAMAS ESTÁTICAS



TRAMAS DINÁMICAS

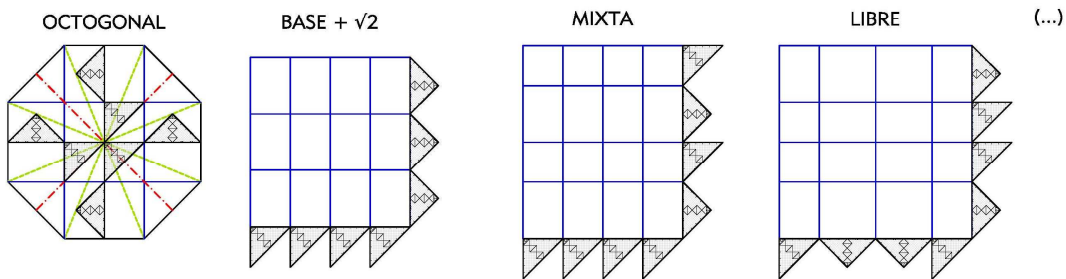


Ilustración 80. Tipología de tramas modulares del sistema

Tramas dinámicas

El sistema de doble escala permite combinar unidades de ambas series bien en el eje horizontal, en el vertical o en ambos, ampliando enormemente el abanico de posibilidades de diseño y dimensionado de las tramas modulares.

La base geométrica del sistema facilita la composición de tramas dinámicas **octogonales** sobre las que se pueden trazar correctamente todos los diseños generados a partir del procedimiento *Ad Quadratum*. Se trata por tanto de la trama característica del sistema en donde, además de determinar la modulación de todas las partes sobre los 2 ejes ortogonales, se puede realizar la misma operación sobre los otros 2 ejes girados 45° con sólo incrementar los términos de la serie dinámica $1+\sqrt{2} = \theta$. Esta trama genera tanto octógonos regulares como los rectángulos de plata y triángulos cordobeses derivados de su geometría. Así mismo permite trazar todos aquellos polígonos cordobeses generados por la división canónica del octógono.

No obstante el sistema permite otra serie de combinaciones dinámicas. En el caso denominado **base** y $\sqrt{2}$ cada eje ortogonal es modulado mediante una de las 2 series, lo que genera un teselado de rectángulos $\sqrt{2}$.

También se pueden crear tramas **mixtas**, en donde un eje mantiene una modulación estática y el otro presenta modulación dinámica. En este caso se genera una retícula formada por cuadrados con el tamaño de la modulación estática, rectángulos $\sqrt{2}$ y rectángulos de plata θ .

Por último se pueden generar tramas **libres** en donde cada eje presenta diferente modulación, por lo que se delimita el plano en una sucesión de cuadrados de ambas series, así como series de rectángulos $\sqrt{2}$ y de plata. En este caso las posibilidades combinatorias son infinitas.

Tanto las tramas dinámicas octogonales como las libres tienen la capacidad de formalizar multi-módulos cuadrados que se repitan, creando tramas estáticas en cuadrículas regulares de valor irracional.

Los Residuos en el ajuste a los límites

Se permite la utilización de “residuos”⁸⁸ para realizar modulaciones que se aproximen a unas dimensiones totales determinadas por un procedimiento modular distinto. Las diferencias o restos irracionales se acumulan simétricamente en los extremos.

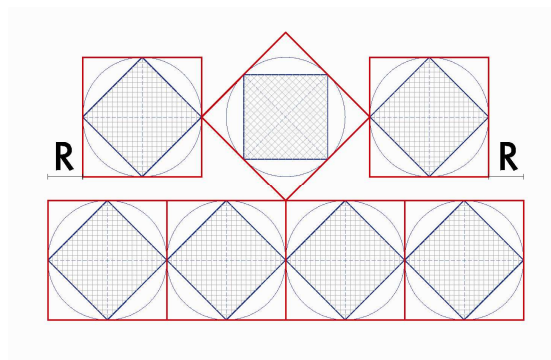


Ilustración 81. Residuos

De esta manera se puede diseñar la modulación de las dimensiones de la obra basada en una unidad básica cualquiera, que se ajustará por defecto o por exceso a una longitud dada. En el ejemplo se aproxima por defecto la modulación $2+\sqrt{2}$ a la modulación 4, o viceversa por exceso.

Los elementos secundarios en techos, cubiertas, paredes y suelos de una obra (franjas de decoración y motivos patrón repetitivos) quedarán delimitados por la trama modular de las dimensiones generales. Sin embargo, y dentro de estos límites, cada elemento podrá tener distinto procedimiento modular siempre que se mantenga para su definición la misma unidad básica empleada en las dimensiones generales. Los residuos generados formalizarán generalmente un marco liso perimetral. En algunos casos estas diferencias se emplearán para determinar y absorber espesores de revestimientos, e incluso para proporcionar las holguras necesarias en el montaje de elementos prefabricados.

En el siguiente ejemplo se generan 9 sectores mediante una trama general dinámica con simetría central de $2+\sqrt{2}$ brazos de lado. En cada uno de ellos se introduce una trama modular distinta utilizando codos ($1/4$) y pies ($1/6$). Generalmente cada diseño partirá de los

⁸⁸ Así se refiere PACIOLI, Luca en *La divina proporción*, Capítulo VIII, p. 46, 1987 al indicar que “*Dichas partes (...) son irracionales, y en el arte se llaman residuos.*”

centros de los sectores definidos a partir de la modulación general, conservando la doble simetría central. A partir de aquí se genera cada trama particular por alguno de los procedimientos expuestos, utilizando en todos los casos unidades del sistema. Los residuos de cada sector -sombreados en el ejemplo- variarán dependiendo de las diferencias con la trama general, pudiendo no existir si coincide su modulación con la del sector. En general se intentará que estos residuos sean lo más pequeños posibles.

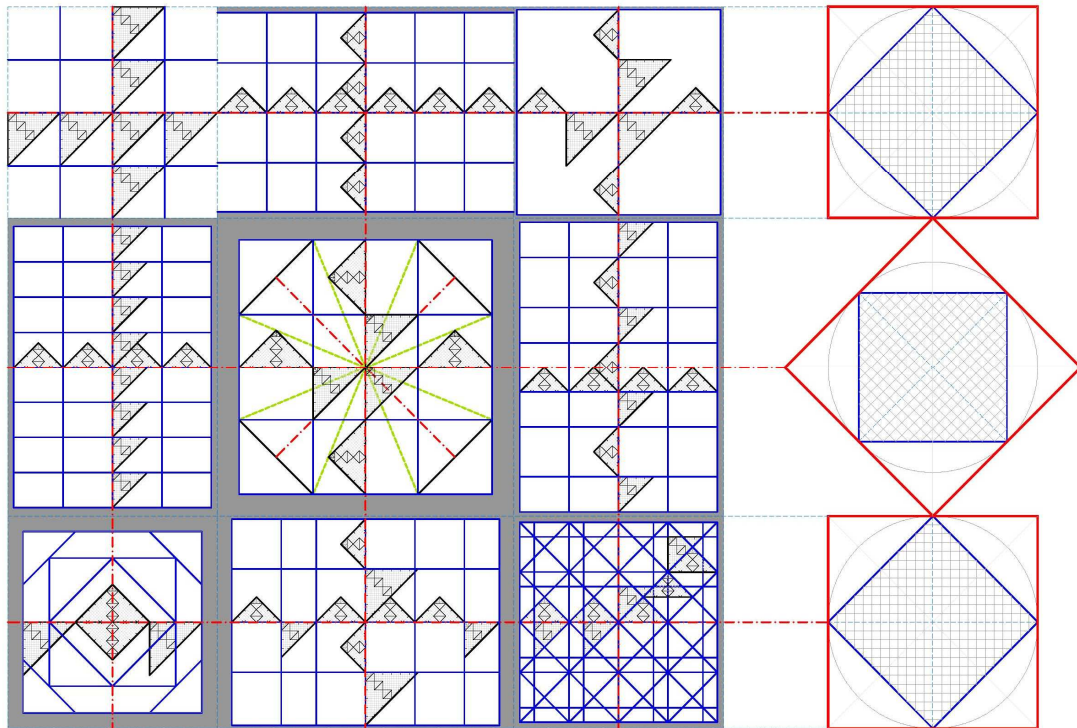


Ilustración 82. Ejemplo de utilización de residuos

Las combinaciones peculiares de módulos

Con el sistema expuesto se trazan y cuantifican correctamente todos los diseños generados por el procedimiento *Ad Quadratum* sin necesidad de utilizar ninguna de las aproximaciones fraccionarias a la $\sqrt{2}$.

Dentro de las numerosas combinaciones dinámicas que se pueden dar se ha comprobado que los valores que arrojan las más sencillas -como $1+\sqrt{2}$ ó $2+\sqrt{2}$ - obtienen aproximaciones operativas -menos de 1% de error- a fracciones no presentes en el sistema duodecimal, y a otros valores irracionales usados en arquitectura. Los errores cometidos serán siempre menores que si se utiliza cualquier aproximación fraccionaria. Además pueden mejorarse utilizando otras combinaciones más complejas. Y lo más importante es que utilizando una simple escuadra se elimina por completo la necesidad de realizar cálculo aritmético alguno.

Fraciones

Como ya se ha expuesto las unidades del sistema clásico contienen todas las fracciones derivadas de los múltiplos de 2 y 3. Pero resulta inoperante cuando se pretende obtener divisiones derivadas de combinaciones del 5, 7, 11 y otros números primos.

Este hecho resulta desconcertante, dado el valor que las fuentes clásicas atribuyen a “números perfectos”, como es el caso del 10.

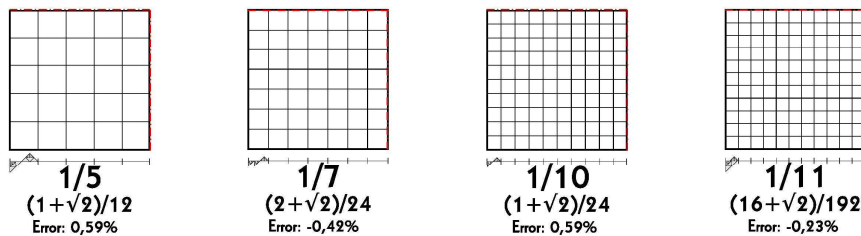
Por ello planteamos las siguientes hipótesis para obtener estos valores aproximadamente:

Si realizamos la sencilla operación de sumar a un palmo su $\sqrt{2}$ obtenemos un valor que se aproxima a 1/5 de vara (1/10 de braza) con un error del 0,59%. Luego se podría utilizar la combinación $1+\sqrt{2}$ para obtener la fracción 5.

Dos palmos más $\sqrt{2}$ palmo proporciona 1/7 de braza con un error del -0,42%. Por lo tanto $2+\sqrt{2}$ proporcionaría la fracción 7.

Un palmo más 1/16 de su $\sqrt{2}$ ($\sqrt{2}$ de un grano) arroja 1/11 de vara con un error del -0,23%. La combinación $16+\sqrt{2}$ podría equivaler a la fracción 11.

APROXIMACIONES A RACIONALES



APROXIMACIONES A IRRACIONALES

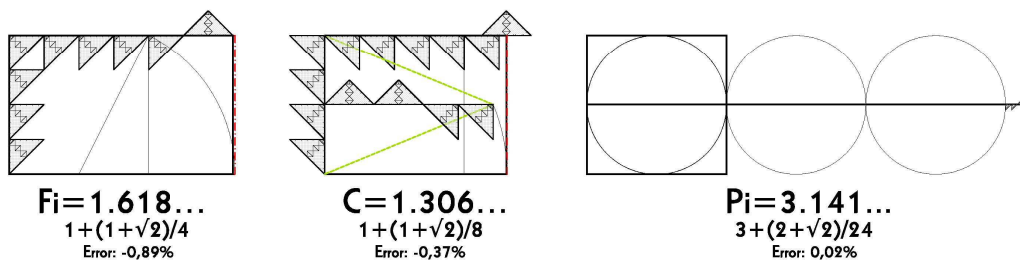


Ilustración 83. Aproximaciones mediante modulaciones dinámicas

Irracionales notables

El sistema permite trazar correctamente la sección sagrada de los diseños en cuadratura basados en octógonos, dado que la $\sqrt{2}$ es la base geométrica del sistema.

Mediante el mismo procedimiento de combinación de módulos de ambas escalas planteamos las siguientes hipótesis para realizar aproximaciones operativas a otras razones clásicas conocidas:

Para obtener una aproximación a la divina proporción o razón áurea (ϕ) podemos utilizar $(5+\sqrt{2})/4$ con un error del -0,89% respecto al valor irracional de ϕ .

La proporción cordobesa (C) tiene un valor irracional muy próximo a 1,3. Mejor aproximación se obtiene si utilizamos $(9+\sqrt{2})/8$, con un error del -0,37%.

Una buena aproximación a π (π) se obtenía mediante la fracción $22/7$, es decir, $3 + 1/7$. No obstante se mejora si sustituimos esta fracción por la aproximación dinámica propuesta, de manera que el error producido se limita a 0.02%.

La obtención y presentación de los resultados

Para demostrar los principios metrológicos expuestos el objetivo de la presente tesis es poder comprobarlos mediante una serie de estudios sobre obras construidas. Resulta por tanto fundamental establecer una metodología para realizar estos análisis y presentar los resultados de manera que otros investigadores puedan utilizar el procedimiento y/o contrastar los resultados.

Evidentemente el estudio de la obra comenzará con la obtención de la base gráfica que servirá de referencia métrica. Cuanto mayor número de representaciones planimétricas tengamos de un edificio –plantas, alzados, secciones, detalles,...- mayor será el grado de comprobación que podremos realizar. No obstante se puede efectuar el estudio a partir de una única proyección plana con tal de que contenga suficientes elementos para establecer su sistema de proporciones.

Existe una serie de niveles de estudio posibles en función de los datos de que dispongamos, y de la información que deseemos obtener.

Estudio básico de proporciones

El primer nivel de estudio que se puede realizar es el de detectar la trama modular del conjunto de la obra. Este apartado básico nos permitirá abordar otros niveles más avanzados.

Una vez que hayamos introducido la base gráfica más fiable en el programa de CAD iniciaremos el proceso de determinar la modulación de cada una de las partes.

Como el objetivo de este nivel de estudio es determinar el sistema de proporciones que rige el diseño general de la obra no es necesario considerar los valores numéricos de cada elemento, sino la proporcionalidad que existe entre todos ellos. Por esto es posible realizar este estudio sobre una simple fotografía frontal u orto-proyectada, o sobre una planimetría sin referencia métrica.

El sistema consiste en ir detectando la relación entre los tamaños de los distintos elementos, por lo que se iniciará comparando 2 dimensiones lineales de ciertas partes que consideremos representativas. Una vez establecida esta proporción se procederá a justificar mediante este sistema el resto.

Un principio fundamental para poder realizar correctamente el análisis es tener en consideración que el procedimiento de diseño es aditivo, por lo que se parte de un módulo de valor antropométrico al que se le van sumando otros según el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ descrito. Por esta razón nunca se iniciará el estudio de proporciones sobre una dimensión total de la obra, sino con un módulo de tamaño medio (humano).

Se facilita la operación si existen elementos modulares que se repitan rítmicamente.

Se aprovechará el principio de simetría especular que suele regir la mayoría de composiciones. Igualmente se utilizará la simetría central y octogonal si es evidente en la composición de la obra.

Por ello una buena opción es iniciar el estudio desde la parte central de la composición. No obstante el procedimiento puede comenzar en cualquier elemento sobre el que podamos detectar el sistema de proporciones.

El objetivo de esta primera fase es la superposición vectorial sobre la base planimétrica de una trama modular teórica que defina las proporciones de todos y cada uno de los elementos principales. Por lo tanto las dimensiones de los huecos, los espesores de los muros, la altura de hileras regulares de sillería, las franjas decorativas, las alturas de impostas y cornisas, la separación entre soportes, etc., deberán relacionarse mediante la trama deducida.

Dado que muchas de estas dimensiones pueden haberse originado mediante una agregación de unidades del doble sistema, la determinación del sistema de proporciones puede resultar inviable si partimos de una supuesta unidad que en realidad sea un multi-módulo dinámico.

Por ello el procedimiento de análisis consiste en un continuo tanteo de proporciones hasta que se detecte el que justifique la mayoría de elementos. A este respecto indicamos que es frecuente que existan deformaciones e irregularidades en estas obras, por lo que puede haber zonas que no se ajusten al sistema de proporciones detectado en el resto. Por ello pueden dejarse sin determinar “islas” cuyos elementos presenten dimensiones incongruentes, y que serán objeto de estudio posterior en otra fase más avanzada.

A excepción de estas irregularidades la coincidencia de las medidas reales de la base métrica con la trama deducida de medidas teóricas debe ser evidente, y sus diferencias sólo podrán justificarse por deformaciones estructurales.

Los pasos a realizar en esta primera fase son:

- 1°.- Elegir un módulo inicial
- 2°.- Determinar las distintas proporciones existentes
- 3°.- Realizar simetrías
- 4°.- Escalar la trama para ajuste total

Para desarrollar e ilustrar estos apartados se utiliza un diseño de mocárabes sobre el que se hace el análisis mediante el sistema propuesto, y se compara con la hipótesis de proporciones exclusivamente aritméticas.

El primer paso es el más intuitivo, pues sobre la base métrica trazaremos unas rectas que determinen lo que se considere que puede representar un módulo de la composición. Por lo tanto esta distancia inicial será tomada “a sentimiento” en base a algún elemento de la base.

A continuación se determinan las unidades a utilizar en base a este módulo inicial. Se construye un cuadrado de lado el módulo, y su diagonal. Para obtener fracciones duodecimales dividiremos el lado en 12 partes iguales⁸⁹, de manera que podamos usar $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$, $1/8$ y $1/12$. Para conseguir las unidades de la serie $\sqrt{2}$ se realiza la misma operación con la diagonal⁹⁰.

El segundo paso consiste en tantear unidades del sistema que justifiquen el resto de elementos. Si existe simetría se realiza el tanteo sólo en una mitad de la composición. Si se obtiene parecido resultado mediante distintas fracciones de cada escala se opta por la que contenga números enteros más bajos.

En el ejemplo se comienza a ensayar la fracción $\sqrt{2}/2$ frente a otras opciones como $4/6$ o $5/6$. Se repite el paso con $1/2$, $\sqrt{2}/2$ y $1/2$. Se detecta que las sucesivas particiones realizadas cada vez se aproximan menos a la medida real, pero mantienen la proporcionalidad⁹¹.

En el tercer paso se aprovechan las simetrías existentes. Si sólo existe simetría respecto a un eje (la simetría especular de los alzados) se realiza el estudio de proporciones en el eje ortogonal (alturas)⁹².

Por último se realiza un escalado de la trama deducida para ajustar sus dimensiones totales a las reales. En este paso es importante no escalar también la base métrica, y resulta especialmente útil el comando “alineal” del programa Autocad. Esta operación se puede ir realizando conforme se van deduciendo las distintas proporciones. No obstante para dar por concluido el análisis básico de proporciones se debe completar la trama modular hasta la dimensión mayor posible.

Una primera indicación de que hemos realizado correctamente la interpretación de la modulación completa es que al realizar cada escalado se mejore el ajuste de la trama con todos y cada uno de los bordes de los distintos elementos⁹³.

⁸⁹ En el ejemplo dividimos en 6 para obtener medios, tercios y sextos, aunque sólo son necesarios medios. El sistema duodecimal acepta dos particiones binarias y una ternaria, por lo que existen más probabilidades que se produzcan las primeras.

⁹⁰ En el análisis aritmético dividimos el módulo en 7 partes iguales, siguiendo la métrica ofrecida en los tratados de López de Arenas y Fray Andrés.

⁹¹ Se utiliza la serie 7, 5, 4, 5, 4 como fracciones aritméticas más próximas a la medida real. La coincidencia inicial resulta mayor que en la hipótesis de doble escala.

⁹² En el ejemplo existe simetría octogonal, pero no se representa para simplificar la trama.

⁹³ En el ejemplo aritmético existen diferencias de ajuste en las proporciones parciales.

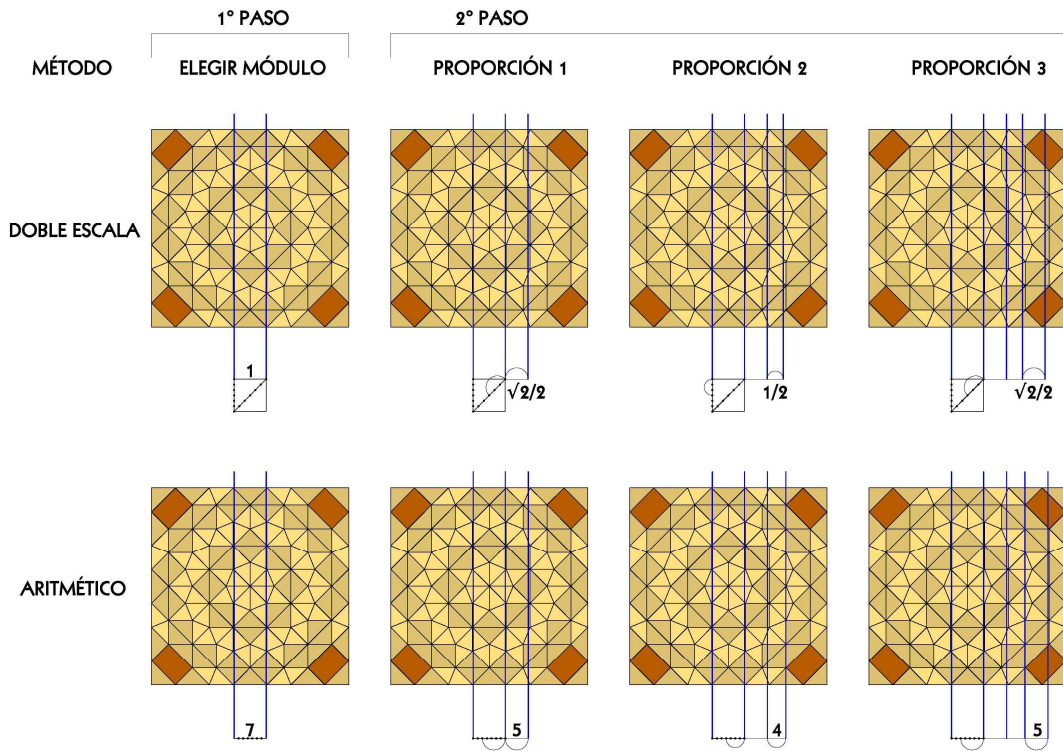


Ilustración 84. Estudio de proporciones 1

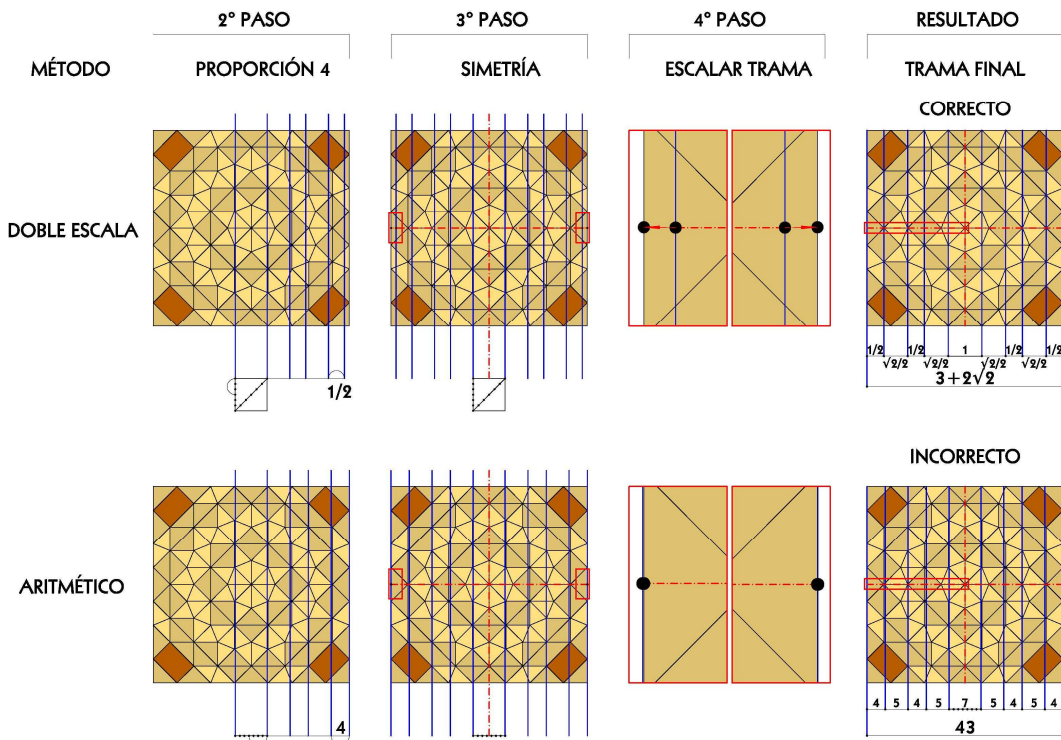


Ilustración 85. Estudio de proporciones 2

Hay que señalar que siempre existe una solución aritmética que permita justificar la dimensión total y algunas parciales con una aproximación general aceptable. Deberá ser el caso de aquellas obras que hayan sido diseñadas estáticamente. El resultado final debe ser la solución en que se produzca una mejor proporcionalidad entre la trama teórica y las dimensiones reales. En este sentido es necesario ser coherente y cuestionar los resultados que:

- Utilicen divisiones muy pequeñas del módulo -con lo que se puede obtener una cuadrícula tan tupida como se quiera-
- Las fracciones usadas sean incompatibles con alguna base aritmética sencilla.
- Las diferencias entre medida real y teórica sean irregulares y heterogéneas.

La potencia gráfica de zoom de los programas de CAD facilita el control del ajuste general de la trama⁹⁴. Hay que analizar las diferencias globalmente y decidir si son debidas a motivos de comportamiento estructural -flechas, desplomes, desplazamientos,...-, o si se trata de una solución equivocada. En el primer caso las diferencias entre las dimensiones reales y la trama deducida serán homogéneas, y responderán a una deformación y/o desplazamiento continuo. En la segunda opción las diferencias responderán a un patrón aleatorio, con resultados parciales irregulares.

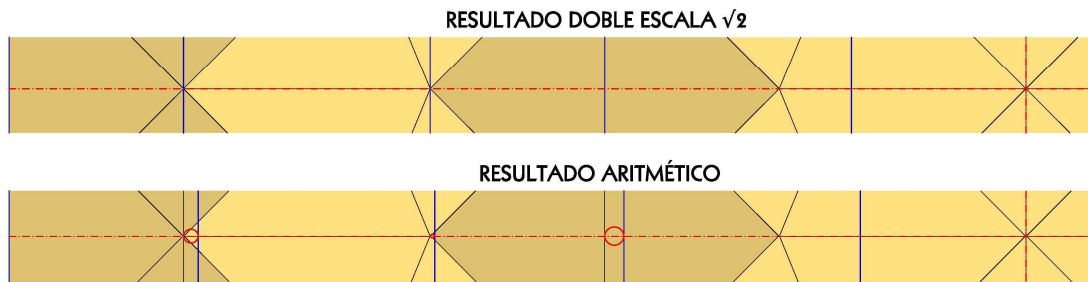


Ilustración 86. Detalle del resultado del estudio de proporciones

En ningún caso son aceptables resultados que justifiquen estas diferencias bajo la hipótesis de que se deben a errores iniciales en el replanteo de la obra.

La trama teórica deducida representa el armazón proporcional de la obra, por ahora sin escala, adimensionalmente geométrico. No obstante se pueden cuantificar todas las medidas respecto al módulo obtenido⁹⁵.

La unidad antropométrica utilizada en la construcción de la obra puede corresponder con el módulo deducido o con otra de las particiones obtenidas.

⁹⁴ En el ejemplo a una escala pequeña no se aprecian las diferencias entre las 2 propuestas. Sin embargo ampliando los resultados se detecta que la opción aritmética sólo se justifica bajo el principio del punto gordo.

⁹⁵ Utilizando la hipótesis de doble escala se obtiene un ancho total de $3+2\sqrt{2}$ frente al valor $43/7$ que arroja la hipótesis fraccionaria.

Estudio métrico

Si disponemos de dimensiones reales de la obra podremos deducir el valor dimensional de la unidad básica utilizada, así como el de todas las demás unidades derivadas, y por tanto la dimensión de cada elemento en función de las unidades del sistema.

Una vez obtenida la trama modular general la única operación que necesita esta fase es poner en escala conjuntamente la trama y la base métrica.

Si se ha partido de un levantamiento en formato vectorial no será necesaria esta operación, ya que desde el principio la representación habrá estado en escala.

Si se utilizan formatos ráster, es decir, imágenes de los levantamientos, se utilizarán sus escalas gráficas, sus marcas métricas o sus acotaciones totales para realizar la puesta en escala.

Si se utilizan planimetrías sin referencias métricas, o fotografías frontales u ortoproyectadas, se usarán las dimensiones generales publicadas o conocidas.

En el caso de que no dispongamos de esas dimensiones será inviable esta puesta en escala. No obstante, y dado que ya se dispone de la trama proporcional, en el momento que se obtenga alguna de las dimensiones generales o parciales se podrá llevar a cabo la operación.

La puesta en escala afectará tanto a la base métrica de referencia como a la trama proporcional. Los comandos “zoom”, “escala” y “alineal” del programa Autocad permiten realizar esta operación con sobrada precisión.

Una vez efectuada la puesta en escala será necesario establecer el valor de la unidad básica de longitud de la obra, que como se ha comentado puede corresponder con el módulo deducido en el estudio de proporciones, o con otra de las divisiones establecidas. Si bien como se verá mas adelante existen otros criterios para adoptar esta decisión, en principio podemos determinar que la braza de la obra corresponderá con un valor métrico que esté dentro del rango humano (entre 1.55 y 2.2 m).

Una vez fijado el valor dimensional de la braza se obtienen directamente las dimensiones del resto de unidades de la escala antropométrica por sus divisiones duodecimales, y las de la escala mayorada proporcional a la primera según $\sqrt{2}$.

Igualmente se puede expresar cualquier dimensión parcial o total en unidades del sistema mediante la cuantificación de medidas.

Estudio de elementos secundarios

Para comprobar que el sistema de proporciones deducido es correcto interesa aplicarlo a detalles, elementos constructivos y ornamentales desarrollados en los sectores definidos por la trama general.

Para ello se analizará cada elemento siguiendo las mismas pautas del estudio de proporciones, es decir, mediante tanteos en general a partir del centro de la composición.

No obstante es fundamental abstenerse de escalar de nuevo la trama modular general⁹⁶. Todos los elementos originales de la obra debe ser justificado mediante las unidades ya determinadas, si bien cada uno de ellos puede adoptar distinto tipo de trama modular.

En ocasiones existen partes de los edificios que han sufrido reformas y/o añadidos. Si en el análisis se detecta que una trama no se adapta al módulo deducido, sino a otro notablemente distinto, se determinará ese otro módulo y su sistema de unidades para un posterior estudio de deformaciones e irregularidades.

En el caso en que la diferencia entre el patrón general y el particular no sea significativa se mantendrá la trama en función del módulo general.

En cualquier caso es imprescindible abstenerse de hacer pequeñas correcciones y modificaciones de las tramas particulares que impliquen variar la dimensión de la unidad, aunque con ello se obtenga un mejor ajuste a las medidas reales. De existir estas pequeñas diferencias deben quedar gráficamente documentadas.

Cuando existen deformaciones generales en el estado actual de la obra es frecuente que estos elementos secundarios aparezcan desplazados respecto de la trama modular. En este caso se puede “centrar” el elemento en el estudio de sus proporciones siempre que este desplazamiento quede explicitado en la trama general y sea mensurable.

Este nivel de estudio puede ser más o menos intenso, analizando sólo algunos elementos secundarios o extenderse a su totalidad.

Mediciones directas

Una vez realizado el estudio métrico se pueden construir patrones personalizados de medida (reglas graduadas) con las dimensiones del doble sistema de unidades del edificio. Con ellos se pueden medir directamente sobre la obra elementos accesibles, y verificar igualmente si se ajustan al módulo general de la obra. También permiten completar el estudio de elementos secundarios.

Dado que interesa que estas reglas de medida sean manejables no se realizarán en tamaños grandes, sino en correspondencia a palmos, cuartas, pies o codos. No obstante no hay inconveniente en hacerlas tan grandes como se quiera o pueda. Como se utilizan en elementos secundarios interesa que estén divididas en dedos, e incluso en granos.

Estas reglas deberán contener al menos las dos graduaciones y una referencia de su equivalencia métrica. También pueden especificar la fracción a que corresponde cada graduación y su denominación.

⁹⁶ Esto supondría modificar el valor dimensional de todas las unidades del sistema.

Estudio de irregularidades y deformaciones

Si la deducción de las tramas modulares ha sido realizada correctamente las diferencias entre la medida real y la teórica cobran un especial interés para el conocimiento de la evolución histórica de la obra. Se abre así un campo de investigación específico cuyo desarrollo puede arrojar importantes datos científicos para una mayor documentación del edificio, puesto que todas estas diferencias son mensurables.

En primer lugar es necesario aclarar que siempre existirán estas diferencias, máximo cuando la obra tenga cierta antigüedad, y haya sufrido intervenciones y reformas.

Este análisis se puede chequear desde el estudio de proporciones, si bien interesa haber obtenido los valores métricos.

En cualquier caso se debe determinar el origen de cada irregularidad.

Descuadres originales

Frecuentemente existen descuadres de ciertas alineaciones, así como desplazamientos de ejes secundarios respecto de los principales de la obra. En este caso nos encontramos ante acciones producidas durante el diseño y ejecución de la obra, que serán originales si existe constancia de que el edificio se construyó *exnovo*, o posteriores si corresponden a una intervención de reforma.

En general los descuadres perimetrales serán debidos a circunstancias previas a la construcción de la obra, como edificaciones o lindes preexistentes. En este frecuente caso interesa no modificar la trama modular para ajustarse a estas alineaciones puntualmente desviadas, sino mantener la ortogonalidad general de la obra.

En el caso también frecuente de crujías paralelas a patios irregulares, no ortogonales, debe quedar claramente especificado el ángulo que presentan las distintas alineaciones establecidas, y mantener la ortogonalidad si la diferencia es pequeña.

También se debe indicar tanto los ejes generales del edificio como aquellos secundarios de cada estancia o elemento que presente desplazamiento respecto de los primeros.

Comportamiento estructural

Si las diferencias detectadas son deformaciones y/o desplazamientos homogéneos de ciertos elementos respecto de la trama modular nos encontramos ante acciones debidas al comportamiento estructural del edificio a lo largo de su existencia. Por lo tanto la detección y cuantificación de estas diferencias (flechas, desplomes, empujes,..) serán datos fundamentales para completar el estudio de patologías estructurales. Por ello es imprescindible

no corregir la trama modular para adaptarla a estas diferencias, pues se desvirtúan los resultados y se impide este análisis.

Cambio de módulo

Si en el estudio de elementos secundarios se detecta que una parte del edificio ha sido diseñada con un módulo distinto al general -por ser evidente que su trama modular no coincide con ninguna de las posibilidades combinatorias de unidades del sistema- es muy probable que se trate de una reforma o añadido posterior, realizado en una época en que ya no se utilizaba el patrón original del edificio.

Se debe rechazar esta opción si las diferencias entre el módulo de la parte difiere poco del general. En este caso se debe barajar la posibilidad de un error en la reproducción de patrones, e incluso en un distinto comportamiento evolutivo del material utilizado en ese elemento, y que haya supuesto aumento o reducción de sus dimensiones (por ejemplo las partes realizadas con madera).

En el caso de adoptar módulos distintos al general, éstos se usarán para generar la trama modular del elemento, debiendo quedar explicitado en los resultados los valores de los distintos patrones, de sus unidades derivadas, así como la localización de cada parte que utilice distinto módulo.

Trazado regulador

A partir de la trama modular general de la planta del edificio, o de sus alzados y secciones, se puede realizar un estudio de agrupaciones singulares de módulos. Las distintas medidas parciales admiten numerosas combinaciones que pueden arrojar proporciones notables.

El sistema de doble escala propuesto crea múltiples proporciones derivadas de la serie $\sqrt{2}$, por lo que si ésta ha sido utilizada es posible detectar agrupaciones parciales de módulos que crean multi-módulos de este sistema de proporciones.

Algunas de estas agrupaciones corresponderán con las combinaciones peculiares expuestas en el apartado correspondiente, abriendo la posibilidad de que hayan sido utilizadas como aproximaciones a fracciones no presentes en el sistema, o a otras proporciones notables de valor irracional.

En este caso interesa hacer un chequeo de las proporciones que presentan elementos significativos (huecos, portadas, dimensiones generales de estancias,...) en busca de la posible utilización de estas proporciones en la definición de los distintos elementos.

Si se detecta la presencia de proporciones distintas a las derivadas de la $\sqrt{2}$ -como por ejemplo $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ϕ ó C - hay que comprobar si las medidas reales se ajustan mejor al valor exacto, o si lo hacen en base a una agrupación de módulos del sistema. En el primer caso nos encontraríamos ante un trazado geométrico del elemento. En el segundo caso puede tratarse de una aproximación dinámica que coincida con las expuestas, o que constituya una nueva aproximación.

Constatados estos hechos podremos establecer una hipótesis sobre el trazado regulador utilizado en el diseño del edificio, y que contenga distintas proporciones notables.

No obstante debemos considerar la posibilidad de que subyazcan otras proporciones clásicas inmersas en las tramas deducidas. Y en cualquier caso siempre será especulativo determinar si fueron acciones intencionadas por parte del autor, o bien son meras coincidencias geométricas.

Condiciones de presentación

Los resultados aportados en los estudios metrológicos deben cumplir con una serie de requisitos mínimos para ser considerados científicamente rigurosos, y servir así para un mejor conocimiento del edificio y su entorno histórico, junto al resto de estudios previos.

La trama modular deducida debe aparecer superpuesta a la base gráfica que ha servido de referencia métrica. Para diferenciarlas se ha optado por presentar la base de referencia en un tono gris, y encima los trazos de colores de la trama vectorial deducida.

La dimensión de cada módulo utilizado debe quedar gráficamente y/o aritméticamente definida. Además de la unidad básica o braza representada por el cuadrado, los resultados se expresan a base de escuadras de 45°, triángulos rectángulos isósceles cuyos catetos e hipotenusas permiten una representación gráfica e intuitiva de las modulaciones dinámicas $\sqrt{2}$.

En ocasiones se acotan dimensiones parciales y totales con expresión numérica de sus valores en función de una unidad de medida del sistema. Contienen un solo término cuando el elemento se dimensiona estáticamente -solo catetos o hipotenusas de las escuadras-, o son binomios cuando se realiza dinámicamente.

Se incluye una escala gráfica del SI, aparte de la que pueda contener la base de referencia.

Se aporta el valor dimensional de cada unidad en el SI.

Otras herramientas desarrolladas

Escuadras y reglas dobles para el dimensionado directo

Con los resultados del análisis métrico he construido patrones de medida específicos para varios de los edificios analizados.

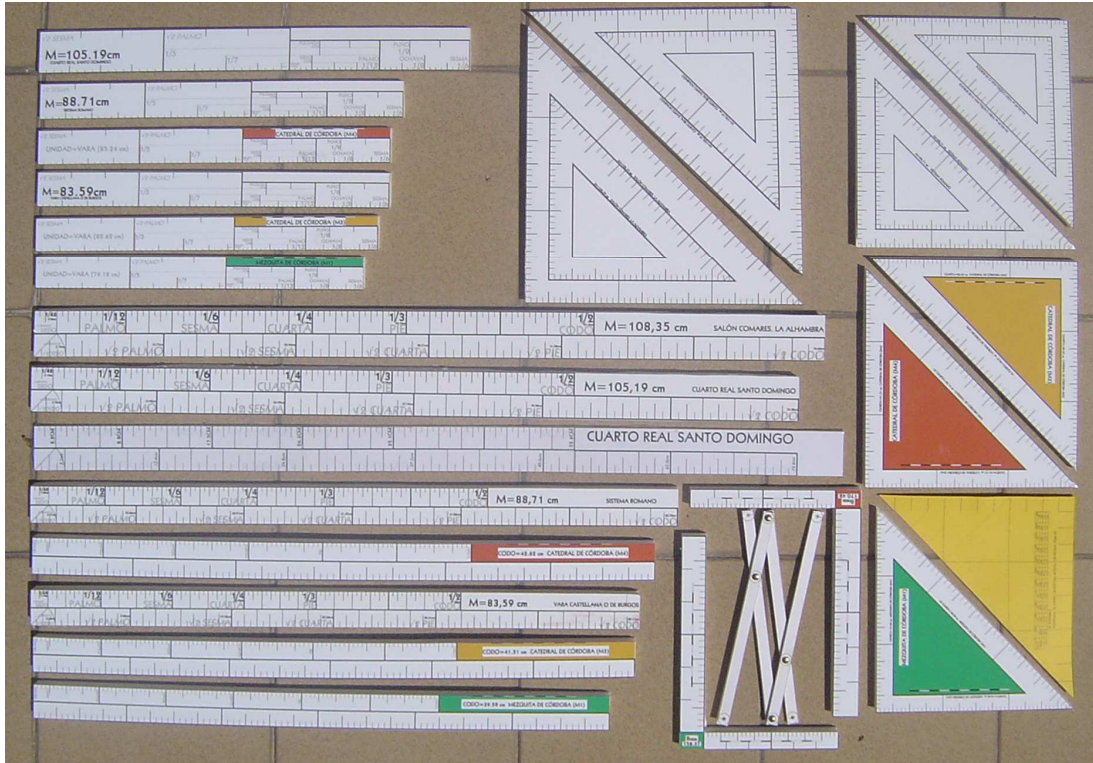


Ilustración 87. Escuadras y reglas dobles

Las escuadras adquieren el tamaño de sesmas o cuartas, y obviamente contienen el mismo número de divisiones duodecimales en los catetos y en la hipotenusa. En otra versión de brazos desiguales, cada uno de ellos presenta distinta graduación.

En las reglas dobles las graduaciones de ambas escalas se sitúan en paralelo, y alcanzan un tamaño total de $\sqrt{2}$ codos. Son las más prácticas a la hora de tomar medidas. También se ha construido un prototipo con graduación elástica que permite ajustarse a cualquier módulo.

Las reglas de cálculo contienen las dos escalas enfrentadas a partir de un origen común. Dos palmos de cada serie permiten medir módulos dinámicos, obtener divisiones en dedos y pulgadas de cada escala, y determinar todas las fracciones enteras de la unidad desde $1/6$ a $1/12$.

Aplicación para trazado de lacerías

Se ha completado el estudio de proporciones aplicado a los diseños de lacería con una aplicación para realizar sus laboriosos encuentros a partir de los ejes deducidos de su trama modular, que soluciona automáticamente todos sus cruces de manera canónica según las leyes de lazo.

Analizando la geometría de los diseños de lazo hispano-musulmán se detecta que todos cumplen una particularidad gráfica muy sencilla, cuya ley se ha aprovechado:

Los ejes de los dibujos de lazo son segmentos de rectas en cuyos extremos se inicia únicamente otro segmento -con cambio de dirección-, y en cada cruce sólo coinciden dos rectas.

En base a esta premisa la aplicación se ha desarrollado bajo el lenguaje de programación Autolisp desarrollado por Autodesk. La herramienta se divide en dos subprogramas que una vez cargada funcionan como comandos dentro del programa AutoCad. La aplicación procesa independientemente cada intersección, por lo que resuelve cualquier diseño de lazo, sea regular o irregular.

Una vez se han dibujado los ejes del lazo la aplicación PLIN chequea el conjunto de rectas. Para cada una detecta aquellas otras que interseccionan con ella, dividiéndola en dos segmentos para cada uno de los puntos de cruce que presenta. El resultado gráfico obtenido es idéntico al original, pero ahora cada línea ha sido dividida de manera que todos los cruces son punto inicial o final de nuevos segmentos.

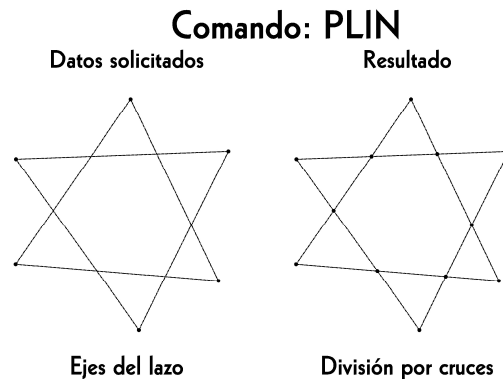


Ilustración 88. Comando PLIN para división por cruces de ejes de lacería

En el siguiente paso la aplicación LAZO solicita designar el segmento por donde se va a iniciar el proceso, que se desarrolla en el sentido del punto extremo más próximo al utilizado para la designación.

Se introduce gráfica o numéricamente el valor de la cuerda o ancho del lazo a dibujar, que puede ser a calle y cuerda, o con cualquier otra proporción que permita encuentros correctos. También solicita el factor de ensamble entre piezas, que determinará además dos líneas de gramiles.

A partir de aquí se “recorre” el lazo solucionando cada uno de los sucesivos extremos. Como consecuencia de la premisa enunciada tan sólo pueden darse 2 casos:

1.- Si en un punto extremo coinciden 2 segmentos se trata de un vértice del diseño, y el encuentro se resuelve mediante la bisectriz.

2.- Si en un punto extremo coinciden 4 segmentos se trata de un cruce. El primer cruce detectado y todos los siguientes impares serán los pasantes (2i), y en los pares se interrumpirá el lazo (2p)⁹⁷. El ensamble entre piezas se resuelve mediante las dos bisectrices y el factor de ensamble.

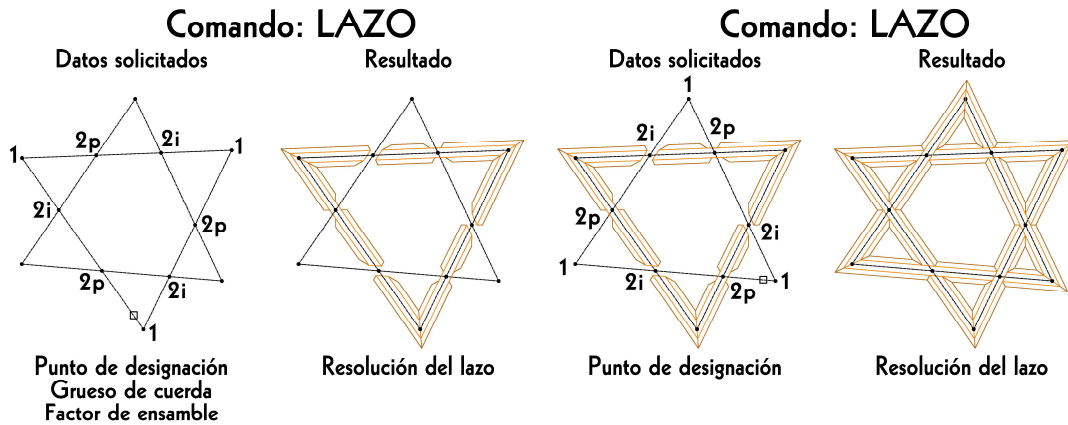


Ilustración 89. Comando LAZO para trazado de lacerías

En el segundo caso el recorrido del lazo continúa por el segmento prolongación. El proceso continúa hasta que el lazo se cierra.

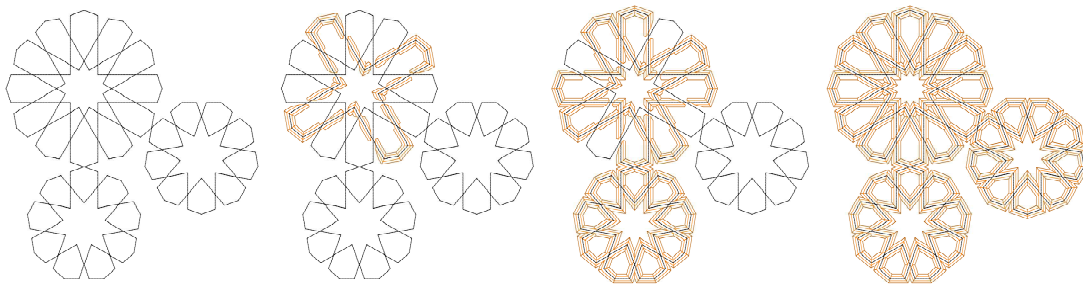


Ilustración 90. Ejemplo de aplicación para trazado de lacerías

Un diseño puede presentar varios lazos cerrados y superpuestos, por lo que para solucionar correctamente el conjunto el sentido de recorrido -determinado por el punto de designación de la primera línea- debe coincidir en todos ellos.

En los anexos se incluyen las líneas de programación de las dos rutinas desarrolladas.

⁹⁷ Se aprovecha otra ley detectada en estos diseños: el número de cruces en el recorrido de un lazo siempre es par.

RESULTADOS

Se presenta a continuación la aplicación del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ al estudio de proporciones y dimensiones de distintas obras. Los resultados se han ordenado en función de la cronología de las obras. No obstante la presente investigación se desarrolló en otro orden de estudio, estableciéndose primero la metodología deducida del análisis minucioso de un único edificio.

Publicaciones previas

Fue durante mi trabajo de investigación de los cursos de doctorado -dentro del programa “Expresión Gráfica, Cartografía y Proyecto Urbano” del Departamento de Expresión Gráfica en la Arquitectura y en la Ingeniería de la Universidad de Granada- cuando obtuve mis primeros resultados. El documento sin publicar titulado “*El Cuarto Real de Santo Domingo de Granada. Modelo Digital*”, de septiembre de 2000, expone el proceso que se siguió para obtener el objetivo inicial: construir digitalmente un modelo tridimensional del estado original de este valioso palacio nazarí.

Para ello he tenido la suerte de contar desde entonces con la colaboración de Antonio Almagro Gorbea y Antonio Orihuela Uzal, de la Escuela Estudios Árabes (EEA) del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). En aquel momento me facilitaron el exhaustivo levantamiento fotogramétrico en formato vectorial que habían realizado para acometer la restauración del único espacio conservado del edificio: su salón o *qubba* (Almagro Gorbea y Orihuela Uzal, 1997). Consiste en una representación completa de la totalidad de la *qubba* en el estado en que se encontraba con anterioridad a su reciente restauración. Así mismo dispuse de su propuesta de restitución del estado original del conjunto incluida la zona del pórtico y de la huerta-jardín, realizada en base a los estudios previos realizados.

Si bien en un principio se consideró la posibilidad de establecer la geometría del modelo en base a una serie de medidas medias representativas⁹⁸, tomadas directamente del levantamiento, se optó por intentar un análisis geométrico que pudiera determinar las distintas dimensiones teóricas del conjunto y sus partes.

Los resultados obtenidos en este primer trabajo establecieron el sistema de proporciones generales del edificio, así como el de la armadura de lazo que cubre su espacio principal. Se desarrolló entonces la aplicación para el trazado de lacerías, y se realizó el modelo digital pretendido.

No obstante, y como el mismo documento admitía, quedaba pendiente la deducción del trazado de detalles. El estudio de elementos secundarios suponía un reto que permitiría

⁹⁸ Para obtener un modelo de sólidos puros a partir de la amalgama de aristas detectadas en el riguroso levantamiento -donde quedan recogidas todas las formas con irregularidades y deformaciones incluidas- es necesario realizar un proceso de regularización dimensional.

descubrir si “*los motivos geométricos que revisten sus paramentos estaban basados en ajustes de proporción de sus diseños a la dimensión a cubrir (lo que conllevaría adoptar otro valor de la unidad de medida) o por el contrario se respeta la uniformidad dimensional impuesta por el codo de 52.6 cm utilizado en la definición del resto de elementos*” (Roldán Medina, 2000:19).

Por motivos personales y profesionales este estudio de elementos secundarios se retrasó 11 años. Cuando finalmente lo acometí se confirmó la hipótesis de que todos estos detalles de este edificio -no solamente los geométricos, sino también aquellos otros que presentaban motivos “vegetales” y caligráficos- mantenían el mismo patrón dimensional que el resto de la obra, utilizando una rica variedad de tramas modulares. Animado por los resultados me apresuré a publicarlos en la monografía que titulé “*La escuadra sagrada*” (Roldán, 2011).

En este trabajo también incluía un “método simplificado”⁹⁹ -basado en simples fotografías frontales de otras obras- con los que obtenía su trama modular general en base al mismo principio deducido del estudio del Cuarto Real.

A este libro le han seguido la publicación del artículo titulado “Modulación, tipología de tramas y ajuste a los límites en la metrología arquitectónica clásica” en el nº 20 de la revista *EGA* (Roldán, 2012a) -en donde incido en estos aspectos del sistema detectado-, y una aportación en la revista *Nexus Network Journal* nº14-3 bajo el título “Method of Modulation and Sizing of Historic Architecture” (Roldán, 2012b), que describe las características del sistema de doble escala aplicada a varios ejemplos contenidos en la presente tesis.

Además he realizado las siguientes comunicaciones en congresos cuyas actas están pendientes de publicación:

MÉTODO DE MODULACIÓN Y DIMENSIONADO DE LA ARQUITECTURA HISTÓRICA, AR&PA 2012: *VIII Bienal de la Restauración y Gestión del Patrimonio*, Valladolid, del 24 al 27 de mayo de 2012.

COMBINACIÓN DE MÓDULOS EN LA METROLOGÍA CLÁSICA, *IV Congreso Internacional de Arqueología e Información Gráfica, Patrimonio e Innovación. ARQUEOLÓGICA 2.0*, Sevilla, 21 de Junio de 2012.

EL ORIGEN DE LA PROPORCIÓN EN LA ARQUITECTURA CLÁSICA, *Jornadas de Investigación en Arquitectura*, Granada, 18 de Diciembre de 2012.

Así mismo he impartido conferencias relativas a estas investigaciones en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Granada el 30 de noviembre de 2011, y en el Colegio Oficial de Arquitectos de Granada el 12 de abril de 2012, y realizado exposiciones con ilustraciones de los resultados en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Edificación de Granada del 16 de noviembre al 21 de diciembre de 2011, y en el Colegio Oficial de Arquitectos de Granada del 15 de marzo al 15 de abril de 2012.

⁹⁹ Este método simplificado corresponde con lo que en la presente tesis se ha establecido como estudio básico de proporciones.

Criterios de elección y ejemplos no incluidos

En la presente investigación se han analizado con distinta intensidad varias obras históricas seleccionadas por cuestiones de oportunidad e interés, procurando abarcar distintos periodos históricos y siempre que se ha podido obtener una base métrica fiable.

Los resultados de cada obra se presentan siguiendo el mismo esquema, si bien existen apartados que desarrollan exclusivamente una obra -de mayor interés histórico o con mayor nivel de estudio- y otros en donde se agrupan ejemplos representativos de ciertos periodos.

Por cuestiones prácticas se han omitido los resultados obtenidos en una serie de obras analizadas, en unos casos por no aportar novedades respecto de los ejemplos incluidos, en otros por estar los resultados pendientes de confirmación, y en otros porque el volumen y trascendencia de los datos obtenidos son suficientes para constituir por sí mismos una investigación independiente. En este último caso se encuentra La Alhambra, en donde se ha detectado la utilización tanto del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ como de distintos patrones métricos en los diferentes edificios que conforman este complejo monumental.

El Templo Pintado. Tell Uqair, Iraq. (3500-3000 a.C.)

Breve reseña histórica

En la actual localidad iraquí de Soudipour se conservan los restos arquitectónicos del denominado Templo Pintado de Tell Uqair. Al igual que en Eridu, la ocupación más temprana en Tell Uqair aparece en el período Ubaid. El Templo Pintado fue construido en el período Protohistórico (Uqair fase VII) y nos ofrece un buen ejemplo de diseño del templo en este periodo. Tiene una planta tripartita que se puso de moda en el período Protohistórico / Uruk. El edificio fue construido sobre una sólida plataforma elevada, visible desde el paisaje inmediato y desde la lejanía.

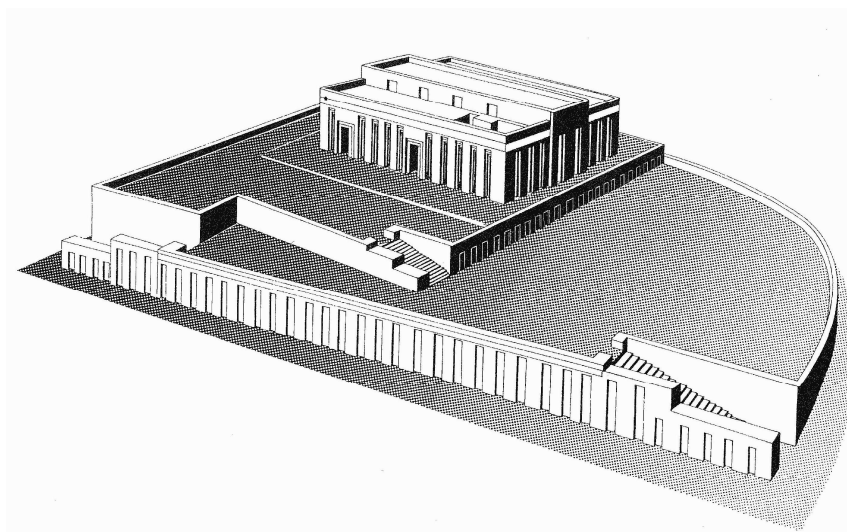


Ilustración 91. The Painted Temple (Forest, 1996:136)

El cerro de Tell Uqair está localizado al norte del gran cerro de Tell Ibrahim, situado aproximadamente a 80 km al sur de Bagdad. Tell Uqair incluye dos montículos, cada uno con una altura máxima de 6 m. Estos montículos estaban separados por una depresión que, parece ser, llevó un canal de agua en la antigüedad. Estaban cubiertos por restos arqueológicos del periodo Ubaid, con fragmentos de cerámica y de conos-mosaico de arcilla. En la falda norte del montículo A fue encontrado un asentamiento del período Ubaid (Lloyd, Safar y Frankfort, 1943:135). Tell Uqair fue excavada en la década de 1940 por Lloyd y Safar -el mismo equipo que excavó Eridu-, y brevemente en la década de 1970 por Michael Müller-Karpe (Robson, 2000:199).

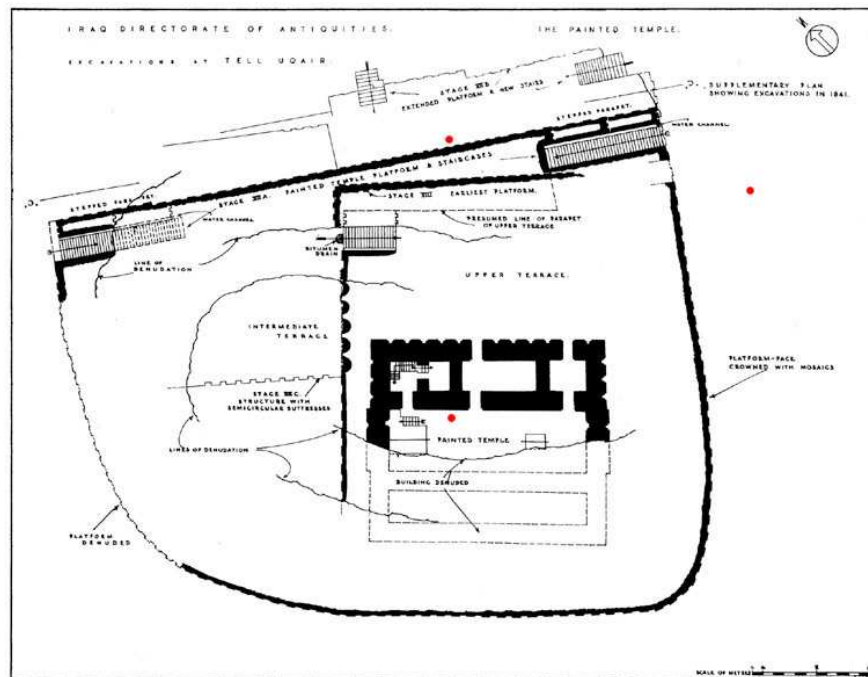
El Templo Pintado o Templo Protoliterario de Tell Uqair está ubicado en el lado oeste del montículo A. Su plataforma se eleva hasta una altura de 5 m, y los muros del templo alcanzan en algunas partes una altura de 3.80 m. Los restos existentes del templo están bien conservados, ya que todo su interior había sido relleno con ladrillo crudo con la finalidad de hacer una plataforma mayor para un nuevo templo (Lloyd et al., 1943:139).

Este edificio tiene una estructura rectangular con planta tripartita típica del periodo Protoliterario, y al estar construido sobre una plataforma elevada podían apreciarse los cuatro alzados. El templo está orientado de norte a sur.

La plataforma dispone de dos niveles superpuestos. La terraza inferior tiene una forma semicircular, mientras que la terraza superior es más pequeña y de forma rectangular, ocupando el cuadrante sur. Ambas terrazas estaban conectadas por una escalera. Otras dos escaleras en el lado opuesto de la terraza inferior conectaban con nivel del suelo (Lloyd et al., 1943:144).

Afirma Frankfort (1996) que la disposición de las escaleras del Templo Pintado -dos ascendente desde direcciones opuestas mientras una tercera, a medio camino entre los dos, lleva a las plataformas superiores- sin lugar a dudas representa una forma temprana de escaleras triples utilizadas por la tercera dinastía Ur en Warka y Ur, y que hasta ahora habían sido asimétricas.

Las escaleras de acceso tenían cada una 40 escalones (peldaños de 27 cm de ancho y 10 cm de alto), y estaban limitadas por paredes parapeto de 1 m de altura que funcionaban como balaustrada (Lloyd et al., 1943:145). Parece que también este era el caso también para la desaparecida escalera de la terraza superior. La superficie de estos parapetos estaba adornada con pequeñas estrías verticales. La base de los peldaños estaba impregnada de betún. No quedan restos de los desembarques.



SUPPLEMENTARY PLAN OF THE PAINTED TEMPLE AND TEMPLE PLATFORM SHOWING EXCAVATIONS MADE IN 1941

Ilustración 92. Planta general del Templo Pintado en Tell Uqair (Lloyd et al., 1943: pl.V)

La plataforma fue construida con adobes sobre un pavimento de arcilla blanda. Los ladrillos son de un tamaño estándar, como los actuales, en contraste con otros más grandes usados en la ampliación posterior del lado norte. Los muros laterales de las dos terrazas están

decorados con contrafuertes, y la terraza inferior tiene un elemento de diseño adicional, una banda de cinco columnas de conos de mosaico colocado por encima de los contrafuertes.

Debido al proceso de erosión del terreno sólo la mitad nordeste del templo ha sobrevivido, pero gracias a la característica de diseño simétrico de esta arquitectura se puede reconstruir la parte desaparecida. La planta es similar a la del Templo Blanco en Warka, con un esquema tripartito. El templo es de planta rectangular y consta de tres zonas diferenciadas. Incluye una cámara central de forma rectangular y dos grupos de estancias laterales, es decir, al noreste y al suroeste (Lloyd et al., 1943:139).

El templo está construido en la terraza superior y orientado de sur a norte. Las dos puertas de entrada se encuentran en la fachada norte del templo. Probablemente existían otras dos simétricas en la desaparecida fachada sur. Los muros están contruidos de adobe colocado sobre la plataforma con una capa de betún intermedio. No hay cimentación enterrada. Los adobes utilizados para la construcción del templo son similares a los de la construcción de la plataforma, tanto en tamaño y forma, por lo que es lógico suponer que la plataforma y el templo son contemporáneos. Tanto en el interior como en el exterior del edificio la superficie del suelo es de betún cubierto con arcilla fina. La terraza superior se recubrió con una capa de acabado de yeso blanco, y hay un rastro de pintura al agua de color rojizo sobre la superficie del norte (Lloyd et al., 1943:138).

Las fachadas del templo estaban totalmente articuladas mediante contrafuertes y rebajes, con pequeñas estrías verticales marcadas en el yeso de los contrafuertes. Los centrales disponen de tres estrías, y cuatro más separadas tienen los contrafuertes de la esquina. (Lloyd et al., 1943: 139). Las paredes fueron revestidas con revoque de barro de 3-5 cm de espesor, y la fachada estaba pintada de blanco con yeso.

Hay 3 estancias en el lado noreste del templo y se supone que debido a la simetría también había 3 en el lado suroeste. Se encontraron 2 escaleras en el interior del templo. Una en forma de L que se encuentra en la estancia norte, y lleva al techo del edificio. La segunda es de un tramo con seis peldaños, y conduce a la parte superior del altar. Las paredes del extremo de la sala están diseñadas con contrafuertes con dos huecos cada uno. No hay rastro de ventanas, así que supuestamente la luz penetraba a través de claraboyas.

La plataforma del altar, que mide 2.60 x 3.60 m por una altura de 0.8/0.9 m, se localiza junto al muro noroeste de la sala central. En medio de esta cámara se sitúa la mesa de ofrendas. El eje de la sala central pasa a través del centro del altar y de la mesa, y sin embargo la entrada es perpendicular al eje principal (Lloyd et al., 1943: 139), un "eje indirecto".

La importancia del Templo Pintado se encuentra en las pinturas de sus paredes. De forma similar a las paredes exteriores, las interiores también se recubrieron con yeso, y en cada metro cuadrado se puede observar restos de pintura. Al parecer el interior del templo disponía de pinturas murales en todas sus superficies. Los elementos de diseño incluyen figuras humanas y animales (leopardos y toros), además de decoración geométrica. El fondo de los elementos del diseño era completamente blanco, y los tonos azul y verde fueron utilizados en la mayoría en las figuras. Éstas fueron elaboradas en primer lugar con un trazo

color rojo y naranja, luego coloreadas, y finalmente perfiladas en negro (Lloyd et al., 1943: 140).

La pintura mural más notable y bien conservada se encontraba en la parte delantera y los laterales del altar. La decoración de la parte frontal es un diseño arquitectónico que presumiblemente simboliza la fachada del templo.

(...) el altar del Tell Uqair, datado hacia 3000 a.C. y conservado en el Museo Nacional de Bagdad, representa la fachada de un templo protohistórico con mosaicos policromos; por su abstracción, el ritmo de su composición y el empleo de proyección ortogonal, es de gran significación habida cuenta de su antigüedad". (Ruiz de la Rosa, 1987:58-60)

Estudios específicos

Según Lloyd et al. (1943: 140) el altar fue concebido como un templo en miniatura, en una tradición que continuó hasta el período babilónico antiguo. Al igual que en la fachada del templo, en la miniatura sus contrafuertes fueron diseñados como pilastras verticales, y llevan también tres estrías y dos rebajes como adorno. Las pilastras se pintaron de blanco y amarillo, y los huecos se rellenaron con dos patrones geométricos.

Para Amir H. Soudipour (2007:26) estas pinturas murales, excepcionalmente conservadas, indican que el templo estaba decorado con escenas directamente relacionadas con las ceremonias que tuvieron lugar en su interior (procesiones, figuras humanas que traen los animales para el sacrificio). Las pinturas murales muestran también que los templos protohistóricos de Mesopotamia fueron muy elaborados y ricamente embellecidos. El punto focal del templo es el altar, que estaba decorado con figuras de leopardos y toros, y diseñado para ser una versión en miniatura del propio templo. El diseño muestra la importante posición de la estatua de culto dentro de este conjunto arquitectónico y simbólico, así como la relevante importancia del templo mesopotámico dentro de la sociedad del período Protohistórico.

Shamil Kubba (1990) es autor de una teoría donde pone en evidencia el uso de una unidad de medida estándar de 72 cm -"el codo de Ubaid"- con el que justifica en cuadrícula regular numerosos templos de este período. Aunque no analiza específicamente el Templo Pintado, sí realiza el estudio de varias plantas similares de templos de Eridu y Uruk en base a las planimetrías de Safar et al. (1981).

La metodología que utiliza Kubba es también empírica, basada en el principio de ensayo y error. Superpone a la planta de los edificios diversas cuadrículas de 50 cm, 60 cm, 72 cm y 75 cm, así como otra retícula regular de 75 cm x 1.50 m (Kubba, 1990:46).

Detecta que las dimensiones generales y otros elementos de las plantas se ajustan a la cuadrícula de 72 cm, sobre la que es posible encajar sólo ciertos tipos de triángulos rectángulos de lados enteros (ternas pitagóricas 3:4:5 y 5:12:13), así como otros triángulos isósceles de proporción semibase altura 1:2, 1:4 y 5:8. Este último valor permitiría aproximaciones a la divina proporción en diseños armónicos.

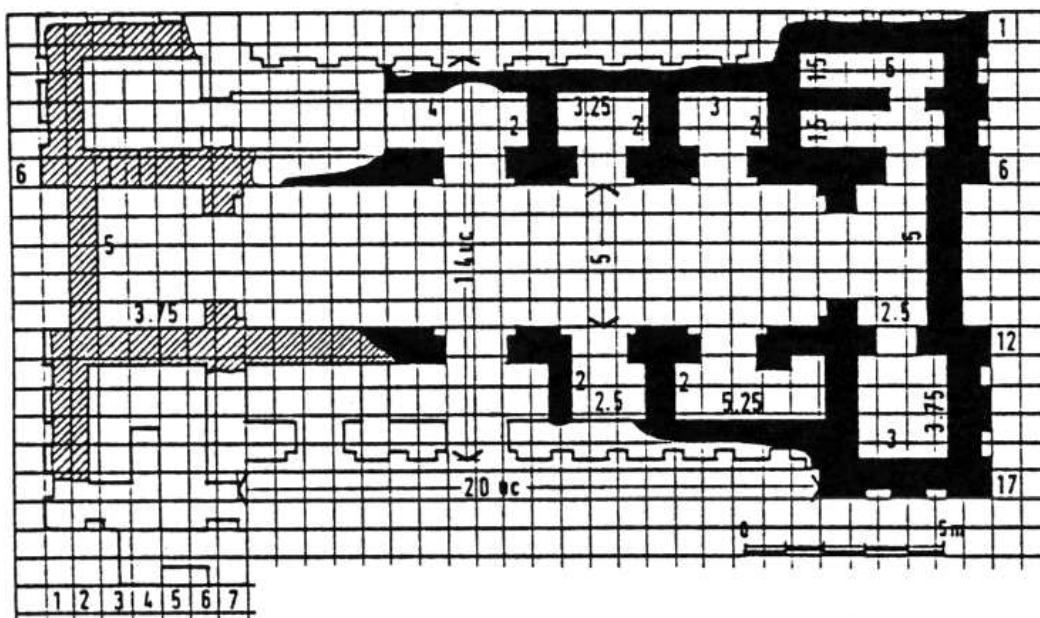


Ilustración 93. Templo VI de Eridu (Kubba, 1990:47 F1)

Concluye Kubba que es posible racionalizar las dimensiones generales de los templos del periodo Ubaid mediante estas cuadrículas de 72 cm, al igual que han determinado también Beale y Carter (1983:84) en su propuesta de un *kus* largo para el templo del posterior periodo IVC de Tepe Yahya.

Referencia métrica utilizada

Se han utilizado las planimetrías publicadas en el estudio de Lloyd et al. (1943). Para el análisis de la planta del templo la base ha sido el plano de localización de pinturas conservadas pl. XI, de mayor escala que la planta general. Para las pinturas del altar se ha utilizado el plano X de este estudio, así como la imagen publicada por Ruiz de la Rosa (1987:59).

La referencia métrica en ambos análisis ha sido la escala gráfica que aparece en los correspondientes planos de Lloyd, por lo que la exactitud de mis resultados depende en buena parte de la precisión de estos dibujos.

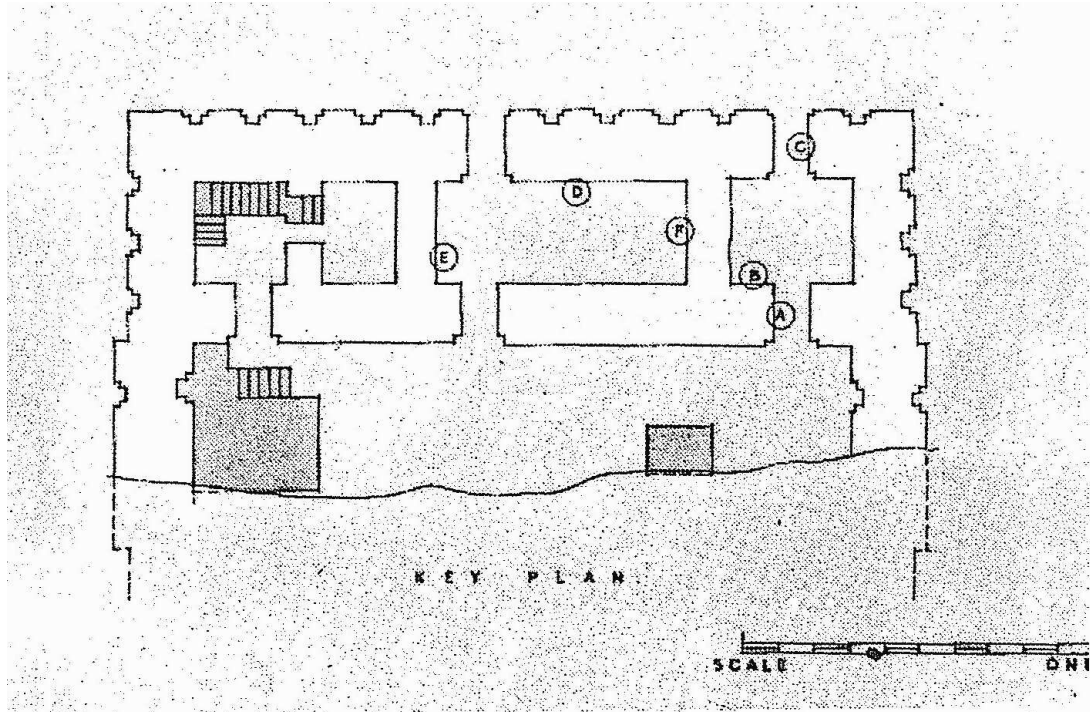


Ilustración 94. Plano de localización de pinturas conservadas (Lloyd et al., 1943: pl. XI)

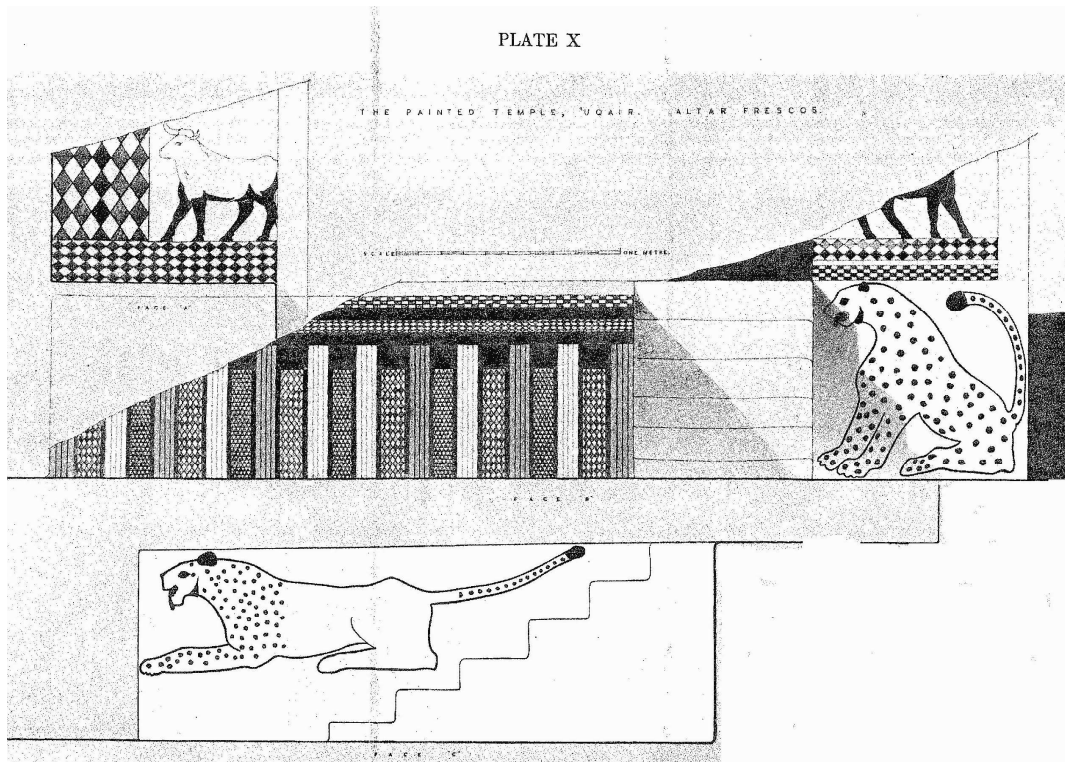


Ilustración 95. Pinturas del altar del Templo Pintado (Lloyd et al., 1943:pl. X)

Resultados

Valor del módulo

La planta del templo responde a un módulo antropométrico correspondiente a una braza de 185.63 cm.

En el caso de las pinturas se establece que se utilizó un módulo de 27.5 cm.

UNIT	<i>fathom</i>	<i>yard</i>	<i>cubit</i>	<i>foot</i>				<i>fist</i>	<i>palm</i>	<i>inch</i>	<i>digit</i>
<i>Unidad</i>	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96
PLANTA	185,63	92,82	46,41	30,94	23,20	15,47	11,60	10,31	7,73	2,58	1,93
√2	262,52	131,26	65,63	43,75	32,82	21,88	16,41	14,58	10,94	3,65	2,73
PINTURAS 4/27	27,50	13,75	6,88	3,44	1,72	0,86	0,43	0,21	0,11	0,05	0,03
√2	38,89	19,45	9,72	4,86	2,43	1,22	0,61	0,30	0,15	0,08	0,04

Ilustración 96. Módulos del Templo Pintado

Dimensiones generales

El análisis de proporciones de la planta del templo detecta que el espesor medio de los muros es de un módulo antropométrico. La longitud de la fachada es 12 de estos módulos base (brazas), y el ámbito de las salas laterales es de una braza y media.

Esta trama estática se interrumpe cuando el ancho de la sala central queda dimensionado mediante una combinación con la serie $\sqrt{2}$ para alcanzar $4+6\sqrt{2}$ codos. También se incrementa el largo de esta cámara 1 codo a ambos lados hasta los 50 codos totales. Considerando la simetría de la zona desaparecida en ancho total del edificio serían $32+6\sqrt{2}$ codos.

Elementos secundarios

La planta del altar (en cuyo frente se encuentra la pintura del alzado) es un cuadrado de lado una braza $\sqrt{2}$. Frente a él se localiza una mesa de ofrendas de media braza $\sqrt{2}$ de ancho por 1 braza de largo. El ancho de las dos escaleras, del pasillo posterior junto al muro oeste, y el de los huecos de paso es de 2 codos. Estos huecos tienen unos rebajes laterales hasta los $2\sqrt{2}$ codos.

Los contrafuertes de los alzados presentan dos escalonamientos. El primero de ellos alcanza un ancho de 2 codos y una profundidad de 2 palmos. El segundo rebaje tiene un ancho de $2\sqrt{2}$ codos y una profundidad de $2\sqrt{2}$ palmos. La separación entre contrafuertes es de $2+2\sqrt{2}$ palmos excepto en el caso de los 2 huecos de acceso.

Pinturas

El análisis de los dibujos del altar revela que fue dimensionado mediante un módulo proporcional al del edificio. La determinación de la escala de estos diseños se ha deducido de la composición de la cara C en donde se localizan las escaleras y aparece un leopardo. Se detecta que la braza $\sqrt{2}$ del lado del altar se divide en 9 partes iguales, 6 de las cuales coinciden con las huellas de los escalones. A su vez cada huella se divide en $3\sqrt{2}$ de los codos a

escala del resto de dibujos. Por ello se establece que la escala a la que están realizados estos dibujos corresponde a $4/27$ del módulo del templo.

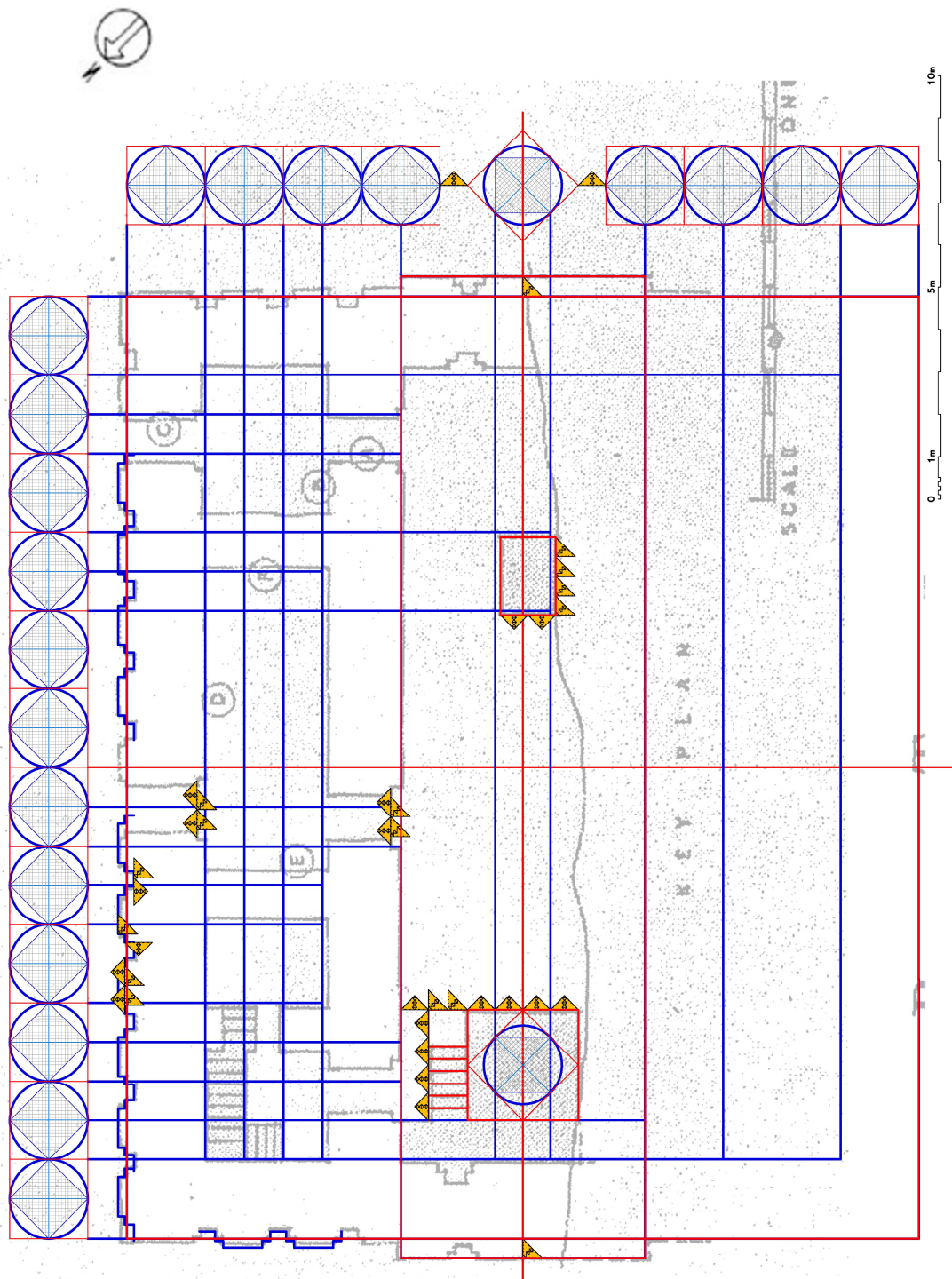


Ilustración 97. Modulaci3n de la planta del Templo Pintado

Así en el alzado dibujado en el frente del altar (cara B) el ancho de sus pilastras responde a $\sqrt{2}$ codos, mientras que los huecos miden 2 codos. El ancho total del alzado -compuesto de 12 pilastras y 11 huecos- es de $22+12\sqrt{2}$ codos.

Las alturas de las pilastras y de las distintas franjas horizontales del dintel corrido se determinan según $\sqrt{2}$. Una de estas franjas está compuesta por rombos de $2\sqrt{2}$ palmos de ancho, y otra mediante un damero de $2\sqrt{2}$ palmos de ancho por $\sqrt{2}$ palmo de alto.

En los huecos del alzado se alternan dos diseños de tramas de rombos. En uno de ellos los rombos son de $2+\sqrt{2}$ palmos de altura, mientras que el ancho responde a $6/5$ de $\sqrt{2}$ palmos. En el otro caso la altura es la misma pero el ancho es de 2 palmos y medio.

Las estrías que presentan las pilastras parecen responder a la división de su ancho en 16 partes iguales. El ancho de cada estría sería una de estas partes, la separación entre ellas serían 3, y hasta cada borde de la pilastra quedarían otras 3 partes y media.

El resto de diseños geométricos de estas pinturas son dinámicos mixtos. Entre la figura del leopardo y el toro de la cara B -al otro lado de la escalera- existe una franja en damero y otra superior de rombos. Ambas disponen de una modulación estática base de las alturas, pero su ancho responden a una combinación dinámica. En el caso de la cara A la figura de un toro se remarca con dos composiciones de rombos. Ambas tienen una modulación vertical estática $\sqrt{2}$, pero en el sentido horizontal son distintas y dinámicas (excepto la columna izquierda que también es estática $\sqrt{2}$).

Observaciones

Sorprende comprobar que ya en este edificio se utilizó el procedimiento de la doble escala $\sqrt{2}$ para definir dimensionalmente cada uno de sus elementos, tanto generales como decorativos.

Se detecta el principio de utilizar la serie $\sqrt{2}$ exclusivamente en aquellas partes más representativas y sagradas (el altar), la combinación de ambas escalas en la definición de numerosos elementos, y el exclusivo uso de la escala base en zonas secundarias y de paso, como puertas y escaleras.

Aparece prácticamente toda la tipología de tramas posibles en el sistema, excepto la octogonal.

Se detecta que los 50 codos de longitud total de la cámara central entre los $4+6\sqrt{2}$ codos de su ancho interior dan 4 con un error del -0.12%.

Como curiosidad también llama la atención la desigual altura de los peldaños que ascienden al altar. El primero es más bajo, y su tabica correspondería con $6\sqrt{2}$ palmos del módulo de las pinturas. Después existen dos con la misma altura de $9\sqrt{2}$ palmos. Los 3 últimos escalones mayores disponen de $11\sqrt{2}$ palmos de altura. Estas 6 tabicas suman los $57\sqrt{2}$ palmos del módulo de las pinturas que dispone de altura el altar.

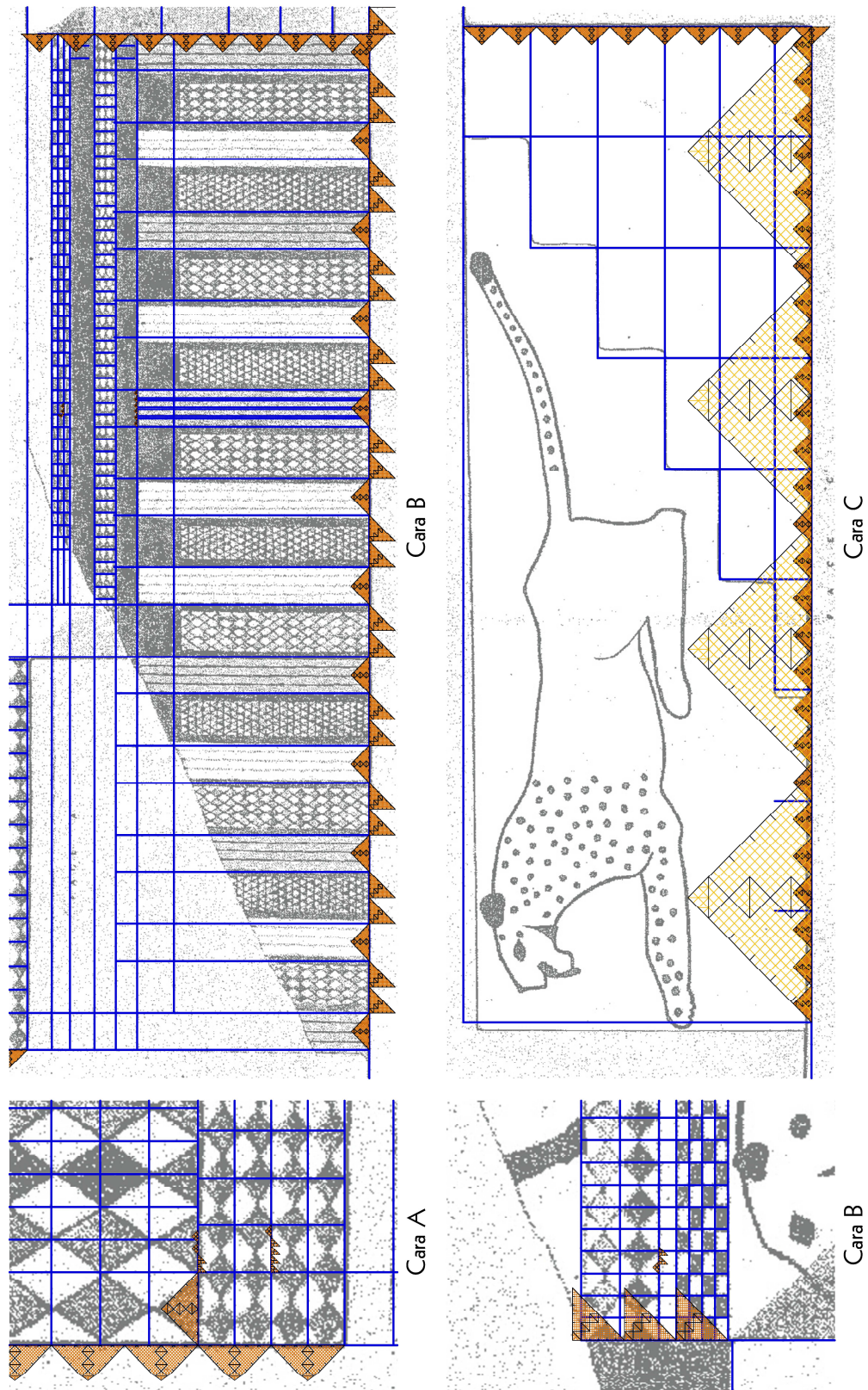


Ilustración 98. Modulación de las pinturas del altar del Templo Pintado

Debate

El alzado de las pinturas es una idealización del aspecto que los templos de esta época debían presentar, pues presenta ciertas diferencias con el que tuvo que tener este edificio en realidad. Así se deduce del análisis de la planta general, en donde se aprecia que la configuración de los 13 contrafuertes del alzado no se corresponde con las 12 pilastras del dibujo. En las pinturas el ritmo hueco-macizo es regular y dinámico, así como su longitud total también es dinámica. Además la proporción del hueco respecto al macizo es mucho mayor que la separación entre contrafuertes de la fachada norte. Ésta presenta cambio de ritmo en las zonas ocupadas por las 2 puertas de acceso, que además presentan asimetría respecto del centro de la composición. La longitud total está definida en escala estática base, y los residuos generados por el ritmo dinámico de los contrafuertes se acumulan en los extremos y junto a las puertas.

No se trata por tanto de una representación del propio templo sino que muestra un modelo evolucionado de alzado adintelado, del que no conocemos ejemplos construidos en esta cultura¹⁰⁰.

Sin duda el punto focal del templo es el altar. Tanto su evidente posición simétrica como los resultados obtenidos nos lo confirman. Su planta cuadrada es la única dimensión general determinada mediante trama estática $\sqrt{2}$. Esta escala se mantiene en el lado corto de la mesa de ofrendas, pero en el lado largo enfrentado a la puerta se utiliza la escala base (trama dinámica base y $\sqrt{2}$). Además en el ancho de la sala central se usa modulación dinámica, al igual que en los contrafuertes de la fachada y en las pinturas.

En cuanto a la teoría de Shamil Kubba -sobre la posibilidad de racionalizar las dimensiones de los templos del periodo Ubaid mediante cuadrículas de 72 cm- se ha ensayado esta misma trama estática sobre la planta del Templo Pintado.

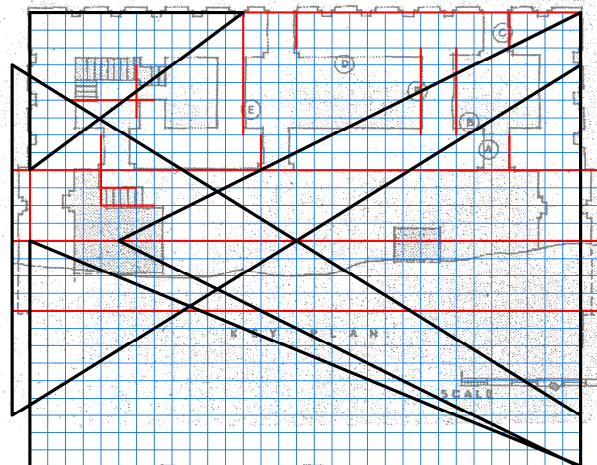


Ilustración 99. Cuadrícula de 72 cm en el Templo Pintado

¹⁰⁰ Los restos del nivel IVb de Eanna en Uruk muestran un templo -algo más complejo pero muy similar al templo Pintado- al que se adosa un patio con un pórtico de columnas. Este es uno de los escasos casos de la arquitectura sumeria en donde se sustituyen muros por soportes aislados en fachada. CRAWFORD, Harriet E. W. *Sumer and the sumerians*, f.4.9, 1991.

Comprobamos que efectivamente se pueden justificar sus dimensiones generales, así como otra serie de elementos presentes. También se ha conseguido encajar un triángulo rectángulo 3:4:5 y casi otro 5:12:13, así como isósceles 1:2 y 5:8.

No obstante ya se ha advertido en el apartado de metodología que siempre es posible insertar una cuadrícula sobre un diseño regular de manera que presente ciertas coincidencias con sus dimensiones¹⁰¹. De hecho se ha repetido la misma operación ajustando el tamaño de la cuadrícula¹⁰² al valor 94.65 cm.

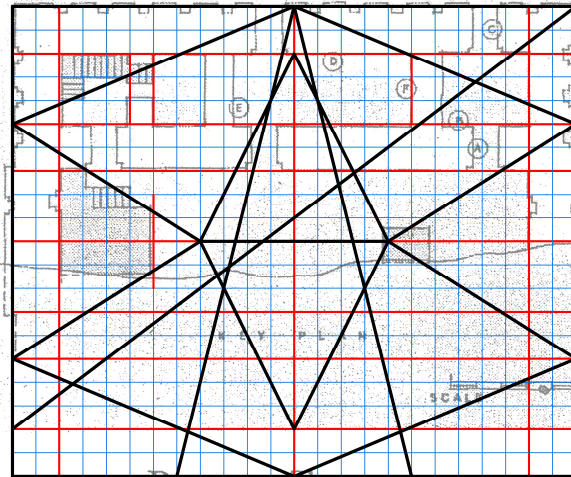


Ilustración 100. Cuadrícula de 94.65 cm en el Templo Pintado

La nueva propuesta estática obtiene mejores resultados al poder justificar mayor número de elementos de forma más sencilla. Y por otra parte nos permite incluir todos los triángulos propuestos por Kubba.

Esto demuestra que son especulativas todas aquellas teorías sobre la proporción en arquitectura que partan de premisas que puedan no ser acertadas -en este caso un patrón fijo y un diseño estático- sin que se puedan justificar mediante el sistema propuesto tanto las dimensiones generales como las de elementos secundarios. Además las diferencias entre las dimensiones reales y las teóricas deducidas no deberían ser mayores a las admisibles en los procesos constructivos (máximo un 1%), y tal como expone Kubba en su primer ejemplo sus proporciones generales presentan un error¹⁰³ del 2.7% (1990:47).

Por otra parte es lógico que sobre una cuadrícula se puedan insertar triángulos de valores enteros, y probable que presenten distintas configuraciones que justifiquen algunas dimensiones, al igual que es factible encontrar en estas tramas estáticas proporciones que se aproximen a valores irracionales notables.

Para concluir se pone en evidencia el excesivo valor de 72 cm para una unidad como el codo o *kus*, que implica un patrón antropométrico de un gigante de 288 cm de altura.

¹⁰¹ Sobre todo si se hace la cuadrícula más densa utilizando cualquier división aritmética.

¹⁰² Con las actuales técnicas vectoriales se posibilitan ajustes muy precisos.

¹⁰³ Es frecuente que los autores achaquen estas diferencias a errores de replanteo.

La Edad Antigua

Juego Real de Ur (2600-2400 a.C)

Bajo esta denominación se conocen 2 piezas arqueológicas encontradas en las tumbas reales de Ur. Se trata de unas tablas con incrustaciones de taracea que datan de la primera dinastía sumeria. El tablero está dividido en 20 casillas cuadradas distribuidas en 8 columnas y 3 filas, en donde la ausencia de 4 cuadrados le aporta una forma en H o de guitarra.

Se desconocen las reglas del juego -que contaba con 7 fichas negras y blancas, y en donde se usaban 3 dados piramidales-, aunque se supone que se trataba de una carrera o persecución entre dos jugadores.

Uno de estos juegos se conserva en el Museo Británico (BM 120834). Es de madera con incrustaciones de nácar y lapislázuli. Tiene una altura de 2.4 cm, un ancho de 11 cm (5.7 cm en la parte estrecha), y 30.1 cm de largo.

El análisis de proporciones se ha realizado sobre una fotografía orto proyectada.

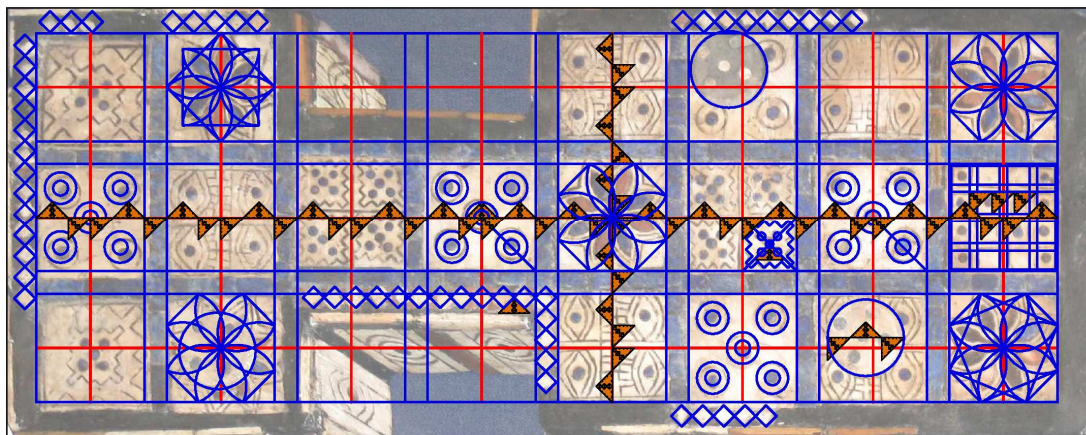


Ilustración 101. Modulación del Juego Real de Ur (BM 120834)

Se detecta que cada casilla responde a $2+2\sqrt{2}$ módulos separadas por franjas de 1 módulo de espesor. Este dimensionado permite desarrollar los diseños octogonales *Ad Quadratum* de las 5 rosetas presentes, una de las cuales presenta distinta composición.

El resto de diseños parecen responder a la misma métrica. En las casillas donde aparecen 5 círculos con un punto inscrito el diámetro del círculo se ajusta a $\sqrt{2}$ y el del punto a $4/6$. Las fichas presentan un diámetro de $2+\sqrt{2}$. Los cuadrados girados incrustados es el perímetro tienen un lado de $4/6$.

Debido a la irregularidad de los bordes no se ha podido establecer su espesor. No obstante, al cotejar la modulación obtenida con las dimensiones reales aportadas, podemos deducir que el módulo usado corresponde a $1/3$ de dedo correspondiente a una braza de unos 175 cm. La altura podría responder a 4 de estos módulos.

El Gudea de Lagash (2200-2100 a.C.)

Entre las 27 esculturas sumerio-akadia del rey independiente o *patesi* Gudea de Lagash descubiertas destaca una de las que se conservan en el Museo del Louvre (AO 2). Se trata de una estatua acéfala que se conoce como el Arquitecto del Plano. Porta una tablilla en el regazo donde está representada la planta de un edificio de formas rectangulares, junto a un estilete y una regla.

La tabla reproduce el plano de un edificio o complejo arquitectónico, que podría tratarse del templo de Ningirsu. Dispone esta planta de varios torreones de entrada, hornacinas y contrafuertes.

El arquitecto boliviano Carlos Calvimontes Rojas (2008) destaca ciertas peculiaridades de este dibujo, como la forma irregular, la ausencia de divisiones interiores y, sobre todo, 2 elementos no arquitectónicos en los puntos extremos de una diagonal al plano. Junto a otro punto interior y ciertas marcas de la regla determina una serie de alineaciones y segmentos en proporción áurea que señalan “con absoluta claridad” la intención de exponer las proporciones humanas¹⁰⁴.

Se analiza la planta a partir de una fotografía orto proyectada. No se ha realizado análisis de las marcas de la regla por la deformación de su plano inclinado y las numerosas pérdidas de material.

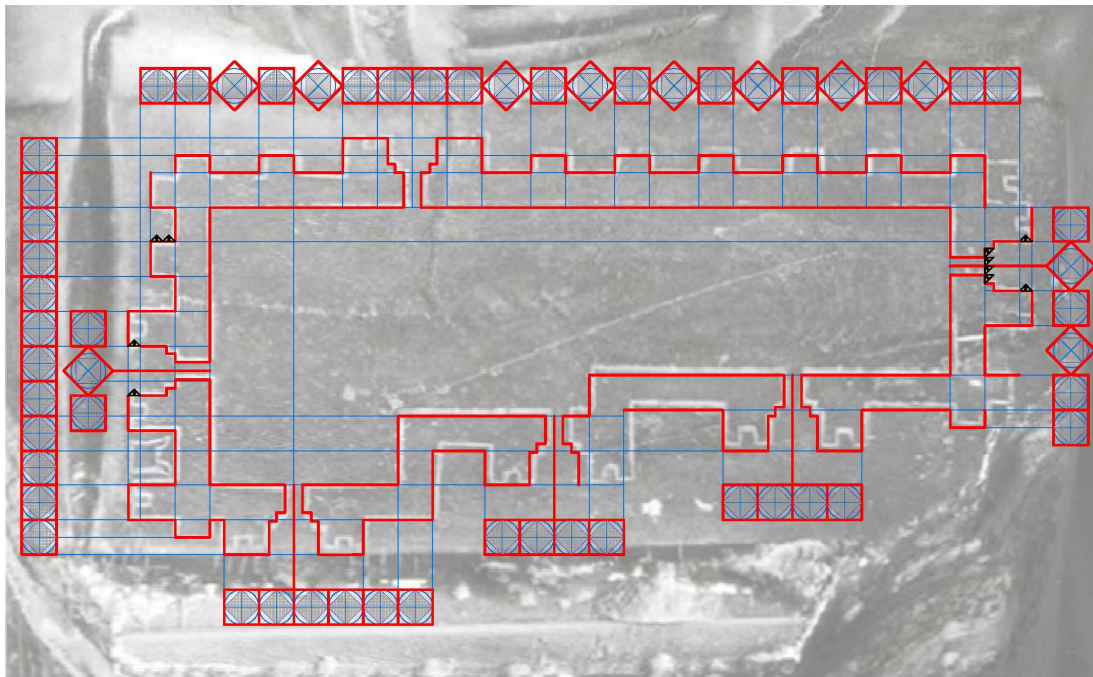


Ilustración 102. Modulación del plano del Gudea de Lagash (AO 2)

Se establece un módulo de valor el espesor de los muros. Se detecta que en el lado más largo del edificio cada contrafuerte mide $1 \times 1/2$, y está separado del siguiente $\sqrt{2}$. La portada tiene un largo de 4 y sus contrafuertes sobresalen 1. Lo mismo ocurre con los accesos

¹⁰⁴ Se puede consultar la teoría de este autor en la dirección <http://exapenta.zxq.net/GUDEA.html> [con acceso el 29-05-2013].

de los 3 lados paralelos, mientras que en las 2 portadas de los muros transversales el largo total parece ajustarse a $2+\sqrt{2}$. En todos los casos la separación entre contrafuertes de acceso es $\sqrt{2}$, el ancho de jambas es 1 y el del hueco $1/2$.

Contrasta la modulación dinámica del alzado longitudinal con la estática del transversal largo, así como la asimetría en la posición de los accesos.

El Templo de Seti I. Abidos, Egipto. (1200 a.C)

Este “templo de millones de años” fue construido por el faraón Seti I y finalizado por su hijo Ramsés II durante la XIX dinastía.

Consta de un pórtico de 12 pilastras en el acceso, 2 salas hipóstilas y 7 capillas. Detrás del templo se encuentra adosada la capilla de Osiris, y de forma aislada se localiza el Osirion.

En uno de los pilares del Osirion es donde se encuentra grabada “la flor de la vida” de composición exagonal. Y sobre la planta de esta curiosa construcción Robert Lawlor (1989) realiza su propuesta de sección áurea.

Se analiza el alzado del pórtico apilastrado a partir de una fotografía orto proyectada, y la planta del Osirion a partir del dibujo tomado de Lawlor.

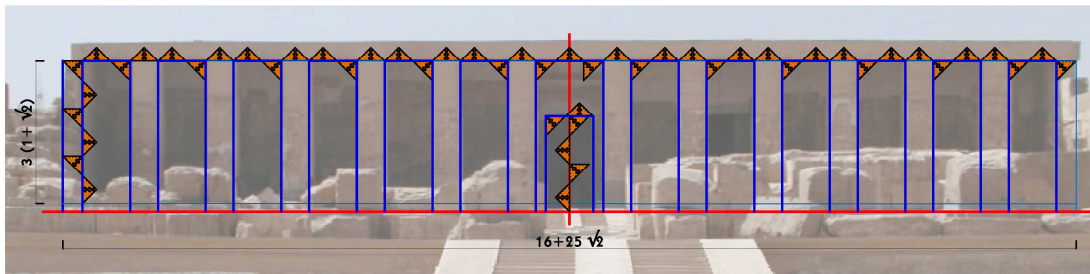


Ilustración 103. Modulación del pórtico del templo de Seti I

El ritmo dinámico de este pórtico responde a un espesor de $\sqrt{2}$ módulo para las pilastras, separadas $1+\sqrt{2}$. En el caso de los soportes centrales su separación es de $2+\sqrt{2}$. Su altura alcanza $3+3\sqrt{2}$. La puerta central tiene un ancho de $1+\sqrt{2}$ por un alto de $2+2\sqrt{2}$.

Se destaca la simetría de la composición, y la modulación similar a la del dibujo del Templo Pintado.

Los soportes cuadrados del Osirion son de $1+\sqrt{2}$ de lado. A esta misma distancia están separados entre sí en sentido longitudinal, mientras que el ámbito que dejan las 2 filas de 5 soportes es de $4+2\sqrt{2}$. El ancho de los huecos de acceso, de la escalera y foso central, y de las 5 capillas en muros transversales, es de 2 módulos. El acceso a estas capillas y las escaleras laterales disponen de un ancho $\sqrt{2}$.

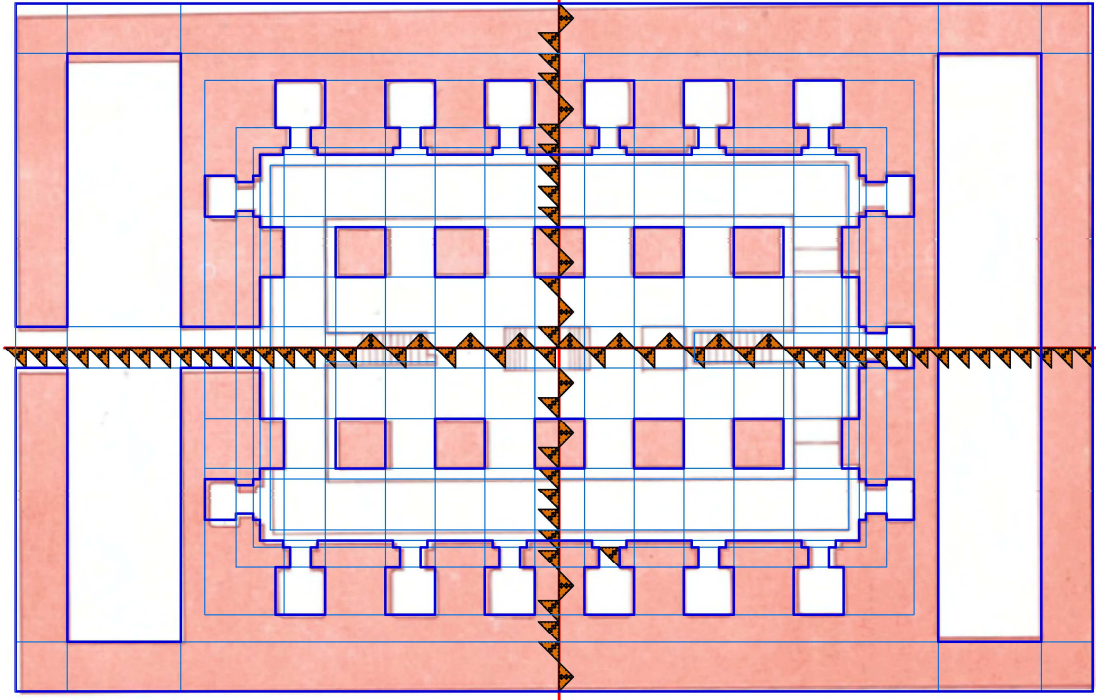


Ilustración 104. Modulaci3n del Osirion

Por su parte las capillas ubicadas en los muros longitudinales tienen un acceso de 1, un ancho interior $1+\sqrt{2}$, e id3ntica separaci3n entre las 4 centrales.

Los espesores de los muros transversales, patios y pasillo perimetral presentan modulaci3n est3tica base, mientras que es din3mico el espesor de los muros en sentido longitudinal. No se detecta modulaci3n est3tica $\sqrt{2}$.

Ante la ausencia de referencias m3tricas se ha utilizado una escala gr3fica de una planimetría general del conjunto, concluyendo que para ambos elementos analizados el m3dulo considerado tiene aproximadamente 1 m, por lo que debe corresponder a 2 codos de 0.5 m y m3dulo antropom3trico de 2 m de braza.

El Partenón. Atenas, Grecia. (447- 432 a.C.)

Breve reseña histórica

Tras la batalla de las Termópilas en el 480 a.C. las tropas persas asaltan Atenas y arrasan los templos de la Acrópolis, entre ellos el conocido como Pre-Partenón que estaba en construcción.

Tras décadas en ruinas Pericles propone la reconstrucción de los templos de la colina sagrada mediante un ambicioso proyecto, en donde la pieza clave sería un nuevo templo a Atenea. En él se custodiaría el tesoro ateniense, se conmemoraría la victoria de Maratón, y sobre todo albergaría una enorme estatua de oro y marfil realizada por Fidias, quien sería además el supervisor de toda la obra.

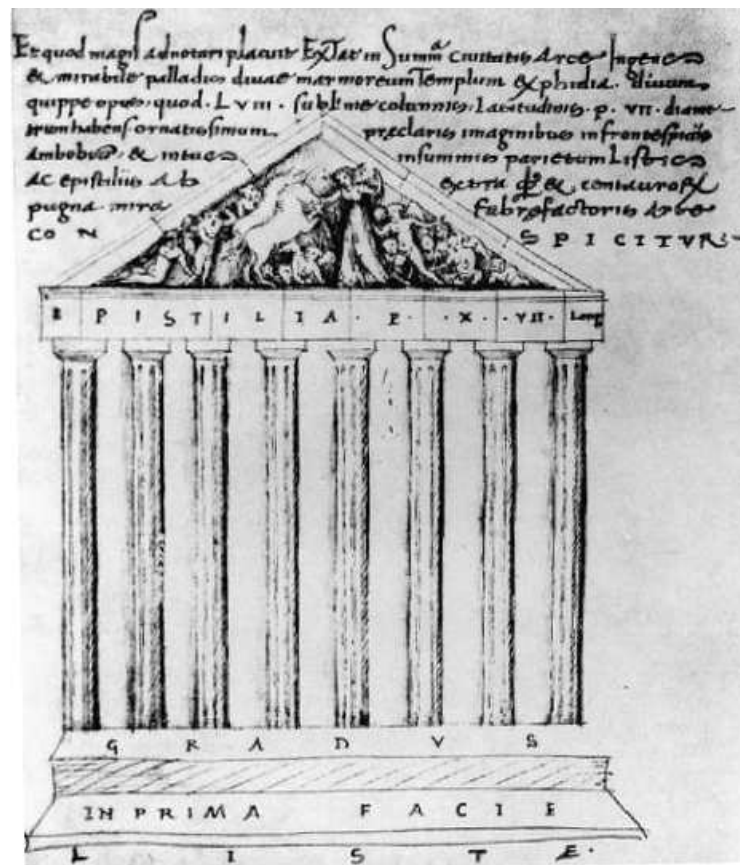


Ilustración 105. El Partenón según Ciriaco de Ancona (1436-1444)

<http://blogpartenon.blogspot.com.es/>

De la construcción se encargaron los arquitectos Ictino y Calícrates¹⁰⁵. El templo se realizó por entero del mármol blanco procedente de una cantera situada a 16 kilómetros. Cada

¹⁰⁵ Vitruvio menciona 4 siglos más tarde a otro arquitecto llamado Carpión.

bloque se trabajaba en la misma cantera hasta casi adquirir la forma definitiva antes de ser trasladado a la obra.

Se aprovechó en parte la cimentación del anterior templo, sobre la que se construyó una plataforma de 3 escalones. Sobre el superior, llamado estilóbato, se levantó la columnata exterior o peristilo. Contaba con 8 columnas cada frontal del templo, y 17 los flancos laterales, todas ellas de estilo dórico. Cada columna estaba dividida en 10 o 12 tambores, y sobre ellas descansaba el friso con decoración de triglifos y metopas.

En el interior del templo se crearon 2 amplias salas independientes separadas por un muro. En la mayor de ellas, la *naos* con acceso por el pórtico principal, se alojó la monumental estatua criselefantina de Fidias rodeada por dos pisos de columnas dóricas en los laterales y fondo de la estancia. La sala posterior era más pequeña. Su techo estaba sustentado por 4 esbeltas columnas jónicas. La función de esta estancia era albergar el tesoro de la ciudad, y como era un espacio destinado a las jóvenes dedicadas al culto de Atenea se le denominó “cámara de las doncellas” o Partenón, nombre con que posteriormente se conoció a todo el edificio.

En la parte superior del exterior de los muros se añadió un friso escultórico de 1 m de altura, 160 m de desarrollo y situado a 12 m de altura. Se supone que fue una modificación del proyecto original, y a pesar del considerable esfuerzo que debió suponer no era prácticamente visible desde el exterior del templo.

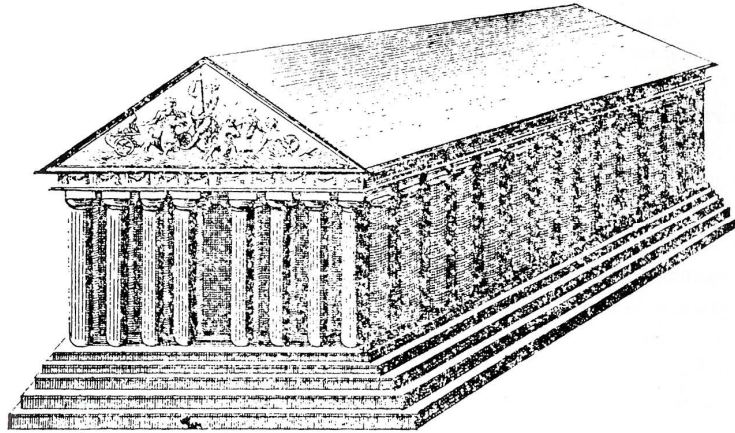


Ilustración 106. El Partenón según Spon hacia 1676 (Moya, 1993:451)

La cubierta estaba constituida por una estructura de madera sobre la que se colocaron tejas de mármol. Posteriormente se realizó la delicada tarea del estriado de las columnas, y se completaron los frontones.

Tras la conversión al cristianismo del Imperio romano (Teodosio, 395 d.C) se cerraron los templos de los antiguos dioses. En el siglo VI d.C. se construyó una iglesia bizantina en el interior del Partenón, desapareciendo la escultura de Atenea.

Tras la conquista otomana el templo fue transformado en mezquita en el 1460 d.C. En 1687 un obús de la artillería veneciana hizo explotar el polvorín que los otomanos almacenaban en el Partenón, provocando enormes daños en su interior.



Ilustración 107. La explosión del Partenón según el artillero veneciano Giacomo Verneda (1687)
<http://www.laaventuradelahistoria.es/2012/09/26/estalla-el-partenon.html>

Al deplorable estado de ruina que sufría el templo a principios del siglo XIX se unió la actuación de lord Elgin, enviado británico ante el imperio otomano, quien entre 1801 y 1805 retiró la mayoría de esculturas originales que aun quedaban en su lugar para trasladarlas a Inglaterra. Actualmente se exponen en el Museo Británico.

Poco después se iniciaron las labores de recuperación de la Acrópolis, desmontando numerosas estructuras otomanas medievales cuyos escombros cubrieron las laderas de la colina sagrada.

A principios del siglo XX d.C. se intenta devolver parte de la antigua grandeza del Partenón. El ingeniero Nikolaos Balanos reerigió a partir de 1923 las columnas del norte y sur del templo, usando abrazaderas de hierro para unir sus secciones.

Actualmente el Servicio de Restauración de la Acrópolis, del Ministerio de Cultura y Turismo griego, continúa con las labores de restauración de todo el conjunto.

Estudios específicos

Sin duda el Partenón es el edificio histórico sobre el que se han realizado mayor número de estudios. Sus dimensiones y proporciones han sido objeto de los más variados análisis, propuestas y teorías. Y esto sin entrar en otras hipótesis esotéricas respecto a su construcción, función o significado de sus distintos elementos. Ello ha convertido desde hace milenios a este templo en el mito por excelencia de la arquitectura clásica.

La descripción que realizó Vitruvio sobre las proporciones de los distintos estilos arquitectónicos para los templos, incluidos los dóricos (L4, C3), fue el motivo de que a partir de las campañas arqueológicas se cuestionara su teoría numérica basada en diversos módulos. La constatación de que los restos conservados de estas arquitecturas del pasado no se ajustaban a las reglas aritméticas propuestas por el arquitecto romano dio origen a la formulación de numerosas teorías de todo tipo.

Actualmente el Partenón sigue siendo banco de ensayo de la mayoría de estas propuestas, con la que los más variados autores han pretendido justificar sus dimensiones, y por extensión la de otras obras conservadas, desaparecidas o simplemente referenciadas.

Afortunadamente en su trabajo de 1981 Luis Moya ya analizó diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón. Concretamente consideró las propuestas de Nikolaos Balanos, Jay Hambidge, Viollet-le-Duc, Georges Tubeuf, Lesueur, Charles Chipiez, C.J. Moe, Maruis Clayet-Michaud -sobre el rectángulo de Elisa Maillard-, Henri Trezzini, D.R. Hay, August Thiersch, Alexander Speltz, Zeysing, Mössel, Matila C. Ghyka, Ernst Neufert, Wedepohl, Hans Plessner, Funck-Heller, Otto Hertwing, Odilo Wolff, Karl F. Wieninger, Victor D'Ors, Uhde y otros teóricos. Por su interés recopilatorio, analítico y crítico remitimos al lector a la consulta de esta obra, cuyas demoledoras conclusiones se inician de la siguiente manera:

El examen de las diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón ha demostrado que no existe ningún sistema que pueda explicar a la vez dos aspectos del problema: el primero, las medidas efectivas que se miden en la realidad actual, y segundo, cómo se llegó a ellas en el trabajo de construcción. (Moya, 1981:146; 1993:568)

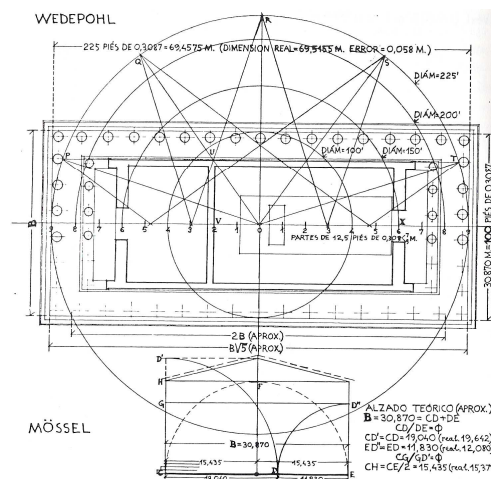


Ilustración 108. Análisis de las teorías de Wedepohl y Mössel (Moya, 1981:114; 1993:536)

Finalmente Moya renuncia a que las medidas del Partenón puedan ser reducibles a cualquier unidad, y plantea una nueva hipótesis de construcción por fases. En la primera etapa se diseñaría un edificio rectangular en proporción 9 de largo, 4 de ancho y 2 de altura, señalando que aunque esto sugiere un origen musical no existe ninguna confirmación a esta hipótesis. En la segunda etapa se adopta como planta, no el estilóbato, sino el rectángulo tangente a las columnas en su base. En la tercera se establecen las curvaturas de las fachadas (6.5 cm en la fachada principal y 11.9 cm en la lateral, aproximadamente). En la

cuarta etapa se modifican las longitudes de la planta a consecuencia de las distintas curvaturas adoptadas. En la quinta etapa se divide la verdadera altura de las fachadas en 28 partes de 54.92 cm: 3 partes para el basamento, 19 partes para la columna y 6 partes para el entablamento. En la sexta etapa se modifica ligeramente este módulo para ancho de la fachada, y para el costado. En la séptima etapa se divide el entablamento en la proporción 4.5/4.5/2, obteniendo otro módulo de 30 cm. En la octava se determina el vértice del frontón a una altura de 7 módulos de 54.92 cm sobre la moldura de remate. En la novena etapa, y en base a los diversos módulos detectados, se procede a la composición detallada de sus elementos.

En lo referente a las medidas Moya indica que no se ha encontrado ninguna unidad satisfactoria para establecer el “pie del Partenón”. Aporta los numerosos valores dados por los distintos autores sobre la supuesta unidad que sirvió para la construcción del templo, y que varían desde los 28.95 cm a los 30.87 cm. Sin embargo resalta la aparición de ese nuevo módulo de 54.94 cm, aunque con dimensiones ligeramente diferentes según el lugar del templo en que se ha medido. En cualquier caso aquí no encuentra la sencillez métrica del Arsenal del Pireo y del Templo de Teseo-Hephaistos. Acepta la sugerencia de Hambidge de que no se dieron medidas a los canteros, sino *patrones* a tamaño natural o a una escala fácil de manejar.

A igual conclusión había llegado Francis Penrose en 1888 tras haber dedicado grandes esfuerzos en medir minuciosamente el templo. Sus infructuosos intentos de detectar el módulo del Partenón para reconstruir su sistema de proporciones le llevó a concluir que las numerosas deformaciones que presentan los restos -tanto por las curvaturas iniciales, como por las reformas, explosiones, terremotos, e incluso las dilataciones térmicas- impide en la práctica tal empresa.

Ya se han mencionado varias hipótesis más dedicadas a las dimensiones del Partenón. Es el caso de Tons Brunes (1967) y su teoría de la sección sagrada basada en su estrella de 8 puntas que superpone a numerosas obras, incluido el alzado de este templo.

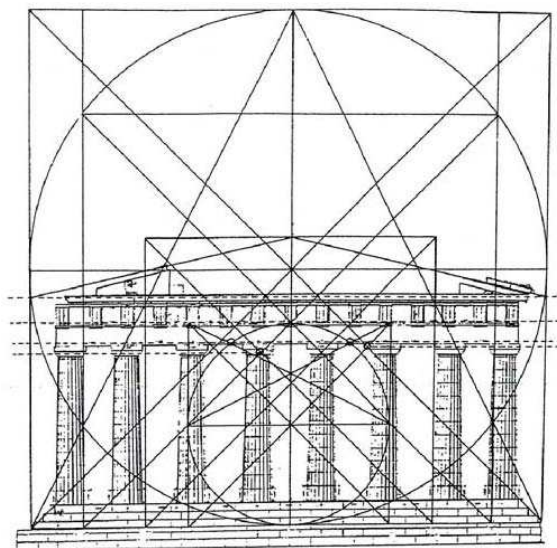


Ilustración 109. El Partenón según Tons Brunes en 1967 (Lawlor, 1989:29)

Otros investigadores han profundizado en las relaciones musicales que se derivan de las distintas proporciones del Partenón, como es el caso de Jay Kappraff (2007).

Partiendo de la propuesta de Brunel en base a la $\sqrt{2}$ Anne M. Bulckens (2002) intenta conciliar su base irracional con las escalas musicales mediante una propuesta aritmética basada en distintos módulos generados a partir de la agrupación de dedos en múltiplos de 40. Obtiene unos errores muy bajos (0.15%) respecto a las dimensiones aportadas por Penrose.

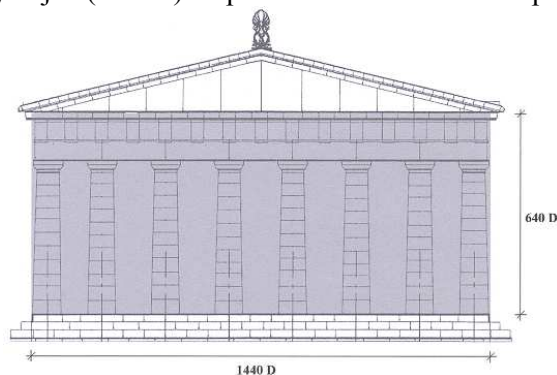


Ilustración 110. El Partenón según Anne M. Bulckens (2002)

No obstante la teoría con mayor aceptación mediática sobre las proporciones del Partenón es la que utiliza la sección áurea para determinar sus dimensiones, y ello a pesar de que numerosos autores -incluido el imparcial estudio de Moya- hayan puesto en evidencia la ausencia de correlación de estas hipótesis con las medidas reales. Sin duda la aportación que para justificar su *Modulor* hizo Le Corbusier ha tenido gran repercusión.

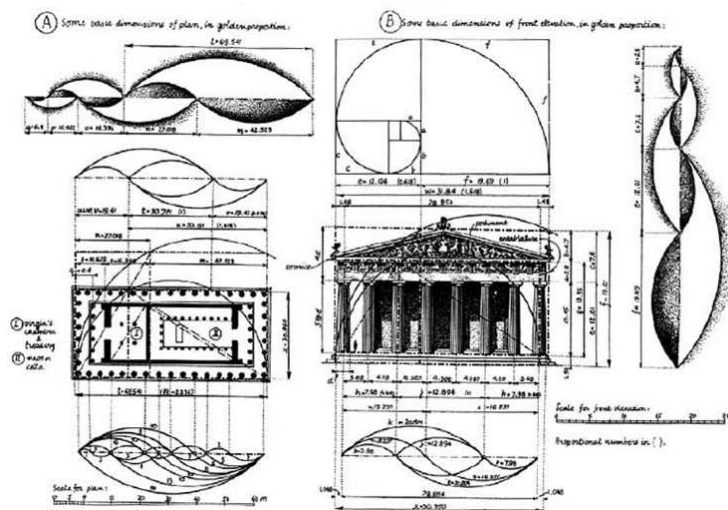


Ilustración 111. La razón áurea en el Partenón según Le Corbusier (Doczi, 1997:108)

La recopilación de las hipótesis que aún hoy en día se siguen generando sobre esta cuestión tendría carácter enciclopédico. En la página rusa *chronologia.org*¹⁰⁶ se recogen numerosos documentos sobre este edificio, tanto grabados y fotografías antiguas, como muchos de los gráficos realizados por distintos autores, algunos ya citados y otros nuevos, y que extien-

¹⁰⁶ <http://www.chronologia.org/dcforum/DCForumID2/11308.html>

den la cuestión de las medidas del Partenón a su orientación, su construcción o su relación espacial con los más diversos puntos geográficos.

Todas las familias de teorías sobre la proporción en arquitectura han sido aplicadas sobre esta obra. Se han usado cuadrículas, triángulos, tramas dinámicas, series numéricas, la sección sagrada, la sección áurea, las correcciones ópticas,... Existe una tendencia en las últimas aportaciones a combinar diversas ideas previas, y a encontrar nuevas relaciones numéricas cada vez más complejas. Por citar algún autor más se hace referencia al griego Athanasios G. Angelopoulos (2003), cuyo dimensionado del Partenón incluye fracciones, potencias y raíces cuadradas tanto de números enteros como de constantes matemáticas clásicas (π y ϕ) y modernas (usa el número e o de Euler, de valor 2.718...).

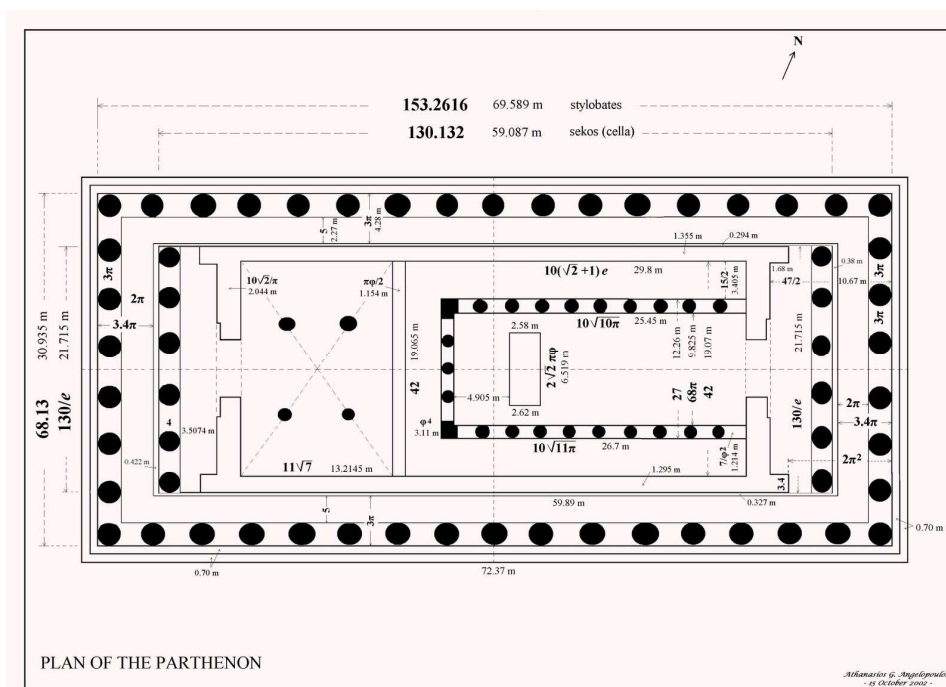


Ilustración 112. El Partenón según Angelopoulos (2003)

<http://www.chronologia.org/dcforum/DCForumID2/11308.html>

Referencia métrica utilizada

El análisis del Partenón se inició a partir de una fotografía frontal. Tras obtener resultados se ha consultado y contrastado numerosa documentación gráfica sobre este edificio, encontrando diferencias significativas entre las distintas planimetrías publicadas.

Tras tener conocimiento de que se estaba realizando un levantamiento fotogramétrico de toda la Acrópolis solicité a su Servicio de Restauración ortofotografías o planimetrías de las medidas reales del Partenón.

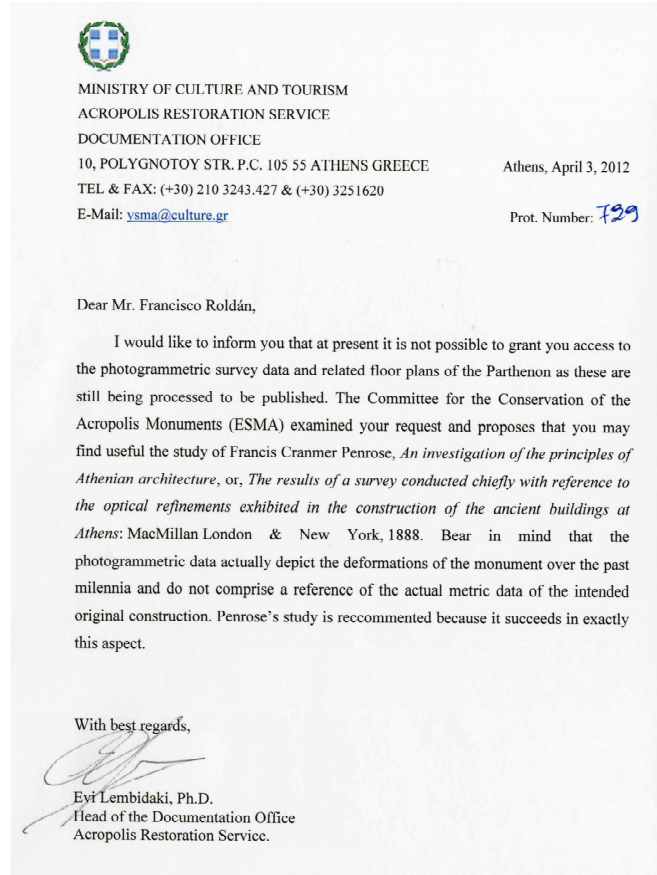


Ilustración 113. Respuesta del Servicio de Restauración de la Acrópolis

La amable respuesta me negaba el acceso a los levantamientos fotogramétricos porque todavía están en proceso de publicación. El Comité para la Conservación de los Monumentos de la Acrópolis (ESMA) me recomienda el estudio de Penrose de 1888, advirtiéndome que los datos fotogramétricos representan las deformaciones sufridas por el monumento durante milenios, y por lo tanto no constituyen una referencia métrica real de la construcción original.

Por lo tanto el estudio de proporciones se ha basado finalmente en la fotografía frontal.

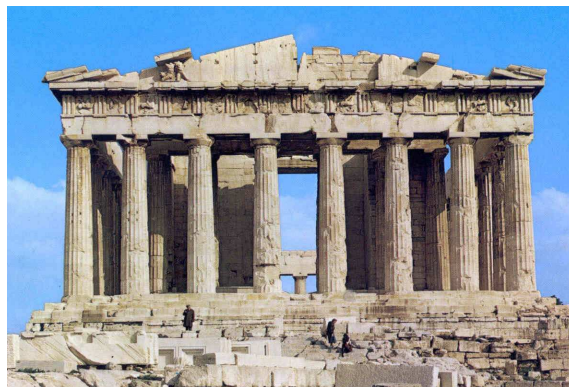


Ilustración 114. Fotografía frontal del Partenón

http://contenidos.educarex.es/mci/2004/44/@rt.com/Arte_griego/pages/Acropolis_Partenon_vista_frontal.jpg.htm

La restitución de la planta se ha basado en varias fuentes gráficas y métricas. Para el análisis métrico se han considerado los valores aportados por Penrose y Balanos, muy parecidos.

A la espera de la publicación del levantamiento fotogramétrico del Partenón he renunciado a presentar un estudio de elementos secundarios. Planteo la restitución de la planta como una hipótesis a confirmar. También podrían sufrir alguna variación los valores métricos aportados, aunque serán cambios poco significativos.

Resultados

Valor del Módulo

El módulo antropométrico del Partenón mide 178.97 cm, lo que corresponde a un pie de 29,83 cm.

UNIT	fathom	yard	cubit	foot	palm	inch	digit
Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	PALMO	PULGADA	DEDO
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/24	1/72	1/96
CENTIMETERS	178,97	89,49	44,74	29,83	7,46	2,49	1,86

Ilustración 115. Modulos del Partenón

Dimensiones generales

Las columnas exteriores tienen 1 módulo de ancho por $3+2\sqrt{2}$ de alto (1043.17 cm). Están separadas entre sí por la $\sqrt{2}$ del módulo (253.11 cm), excepto en los extremos donde sólo distan 1 módulo.

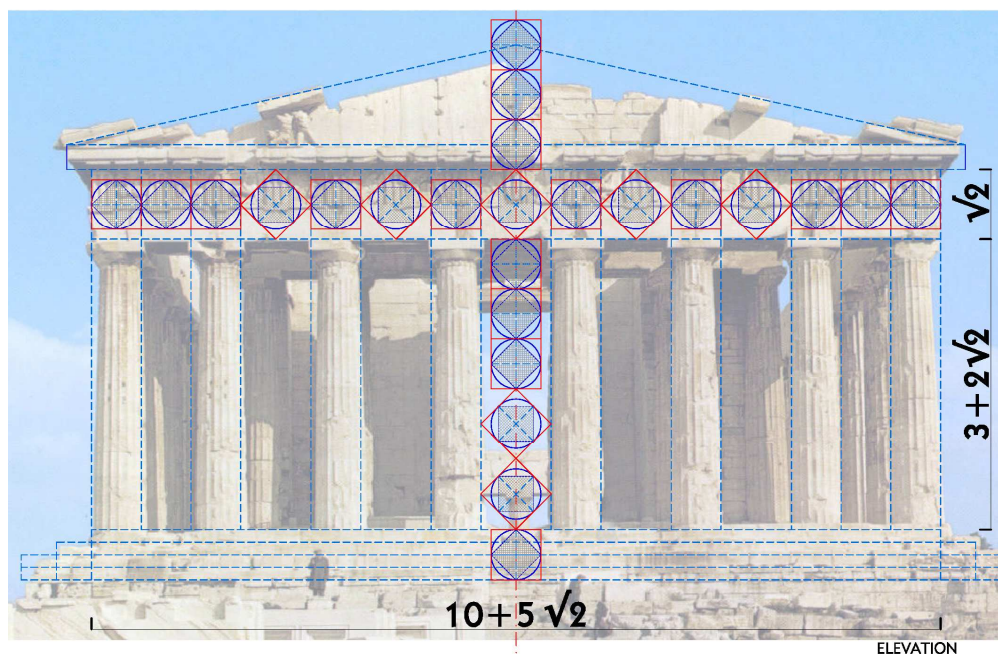


Ilustración 116. Modulacion del alzado del Partenón

De esta manera las fachadas principales, con 8 columnas cada una, miden $10+5\sqrt{2}$, (3055.36 cm) mientras que las laterales de 17 columnas tienen $19+14\sqrt{2}$ (6944.21 cm). Sobre ellas descansa el entablamento de $\sqrt{2}$ módulos de altura.

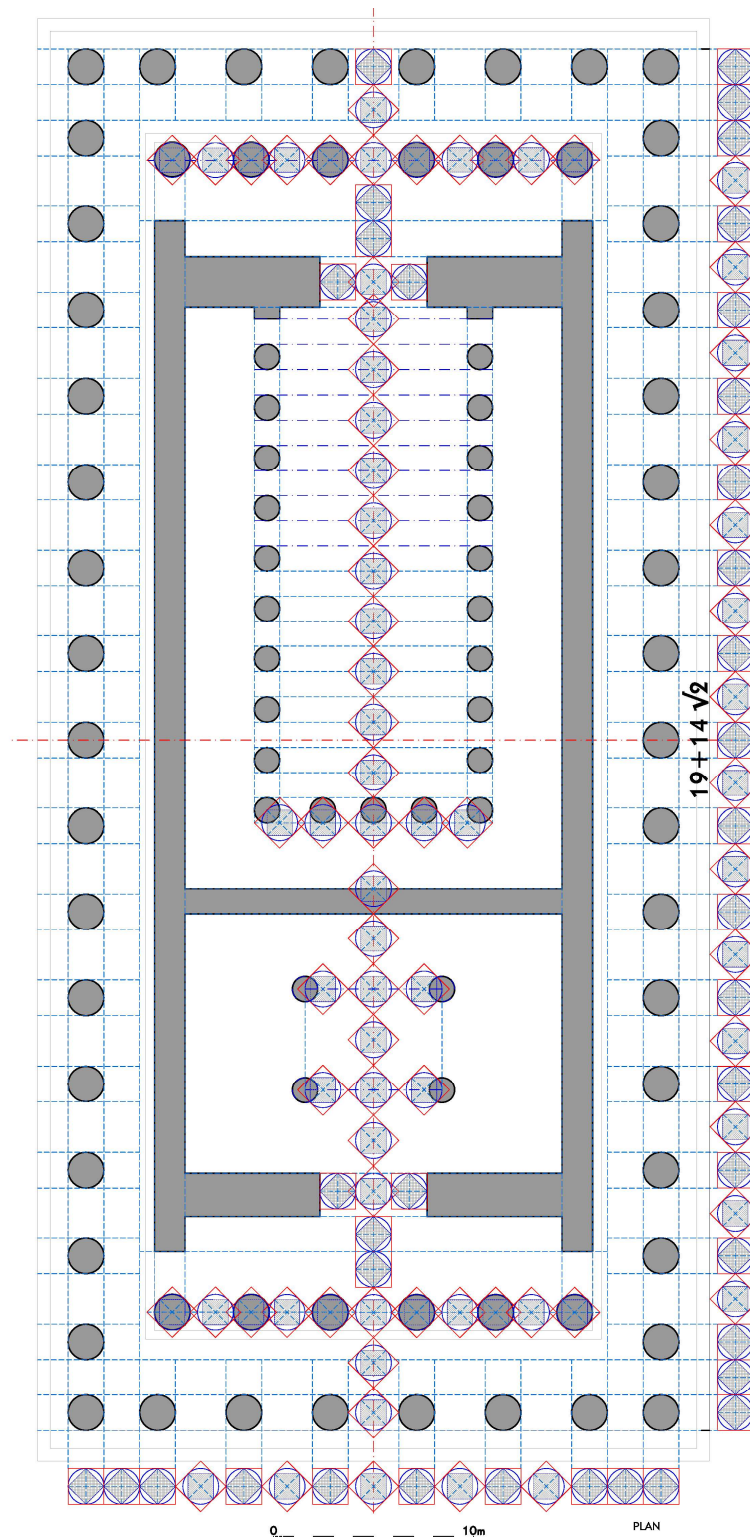


Ilustración 117. Restitución modular de la planta del Partenón

Observaciones

La proporción macizo-hueco ($1:\sqrt{2}$) de la fachada es idéntica al dibujo del Templo Pintado, excepto en los 3 módulos base de las esquinas. La altura de los soportes se determina dinámicamente, como en el templo de Seti I en donde también hay cambio de ritmo en la separación, en ese caso entre los pilares centrales.

La altura del entablamento del friso es $\sqrt{2}$, y en la planta restituida se aprecia la trama estática $\sqrt{2}$ que domina la disposición de las columnas interiores del templo.

Las diferencias entre estas medidas teóricas y las reales publicadas son menores del 1%.

Debate

Me parece evidente que el Partenón se construyó siguiendo las reglas del sistema de doble escala $\sqrt{2}$. Poco más aporta el estudio de sus proporciones generales a lo ya visto en la Edad Antigua.

Es cierto que este edificio presenta proporciones irracionales, y que por lo tanto es inviable cuantificar sus dimensiones en fracciones de un módulo. Reducir las medidas del Partenón a una única escala es tarea imposible, tal como han comprobado Penrose y Moya entre otros, y a pesar de que se insista en esta cuestión desde teorías sobre armonías musicales.

Las tramas dinámicas están muy presentes en la composición de los alzados, y por tanto de la planta. La teoría de “simetría dinámica” de Jay Hambidge intuía esta cuestión aunque, como otros que también han contemplado la progresión $\sqrt{2}$, la combinó con constantes derivadas de más geometrías irracionales.

La teoría más difundida ha conseguido consolidar un simple diagrama superpuesto al alzado del Partenón como icono y dogma de fe de la presencia de la divina proporción en esta obra. Y lo hace relacionando según la razón áurea tan sólo el ancho total de la línea de cornisa con la altura de las columnas y el alto del entablamento. Las aproximaciones son groseras. El ancho total queda corto, y la altura de columnas resulta excesiva.



Ilustración 118. El Partenón según la sección áurea
<http://www2.rgu.ac.uk/subj/ats/teachingweb/teaching/t26-DesignPrinciples/TheGoldenSection/ParthenonGoldenRatio.jpg>

Por su parte otro grupo de autores ha insistido mediante trazados reguladores generales en las proporciones *Ad Quadratum* que rigen el Partenón. Trezzini lo utiliza partiendo del ancho total del arquitrabe. Brunel superpone al alzado su diagrama de la sección sagrada.

Para mi investigación la mayor dificultad ha sido obtener una base métrica de referencia. Sorprende la falta de correspondencia con las proporciones reales que presentan la mayoría de las numerosas reproducciones conocidas del Partenón. Y que los valores métricos aportados por Penrose en 1888 sean considerados, entre todas las mediciones realizadas desde entonces, como los más próximos a las medidas reales.

Las medidas de Penrose también sirvieron de fundamento científico a esa familia de teorías sobre correcciones ópticas que afectan a la curvatura del estilóbato y al éntasis de las columnas del Partenón. Sin embargo al tratarse de mediciones parciales se carece de información sobre la deformación de cada parte, por lo que por ahora tampoco se puede comprobar la veracidad de estas hipótesis.

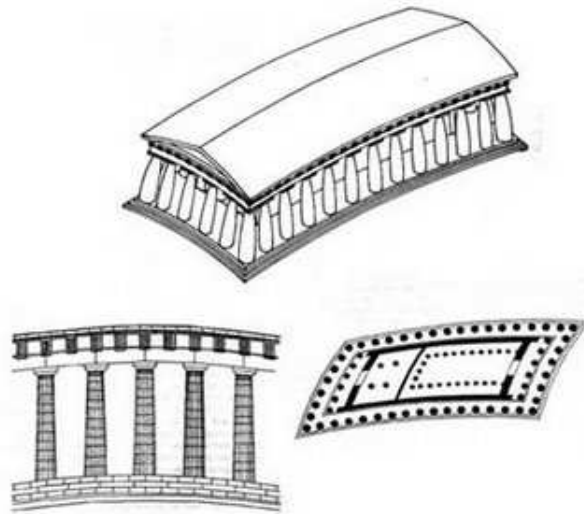


Ilustración 119. El Partenón según las correcciones ópticas

<http://ravatxol.files.wordpress.com/2010/07/51-partenon-correcciones-opticas-coulton-1977.jpg>

No obstante el mayor legado que parece haber dejado Penrose a la comunidad científica respecto de las proporciones en arquitectura es la creencia de que es imposible determinar el módulo con que se construyó un edificio en base a las medidas que presenta en la actualidad, debido a sus deformaciones.

En cualquier caso es inexplicable que un monumento como el Partenón no cuente todavía con una planimetría moderna. Cuando se publique conoceremos todas las medidas reales de un edificio sobre el que se vienen proponiendo tantas medidas teóricas

La Edad Clásica

El Erecteón (421-406 a.C.)

Poco después de concluirse el Partenón se construyó al norte de las Acrópolis de Atenas el templo del Erecteón, dedicado al mítico rey Erecteo y a los dioses Atenea Polias y Poseidón.

Dispone este templo de planta rectangular con dos inusuales porches adosados, uno con 6 altas columnas jónicas en la esquina noroeste y otro en la esquina suroeste con las 6 famosas cariátides.

En los frentes del rectángulo dispone de sendos pórticos. Mediante una fotografía orto proyectada del pórtico con 6 columnas jónicas localizado al este se ha realizado su estudio de proporciones.

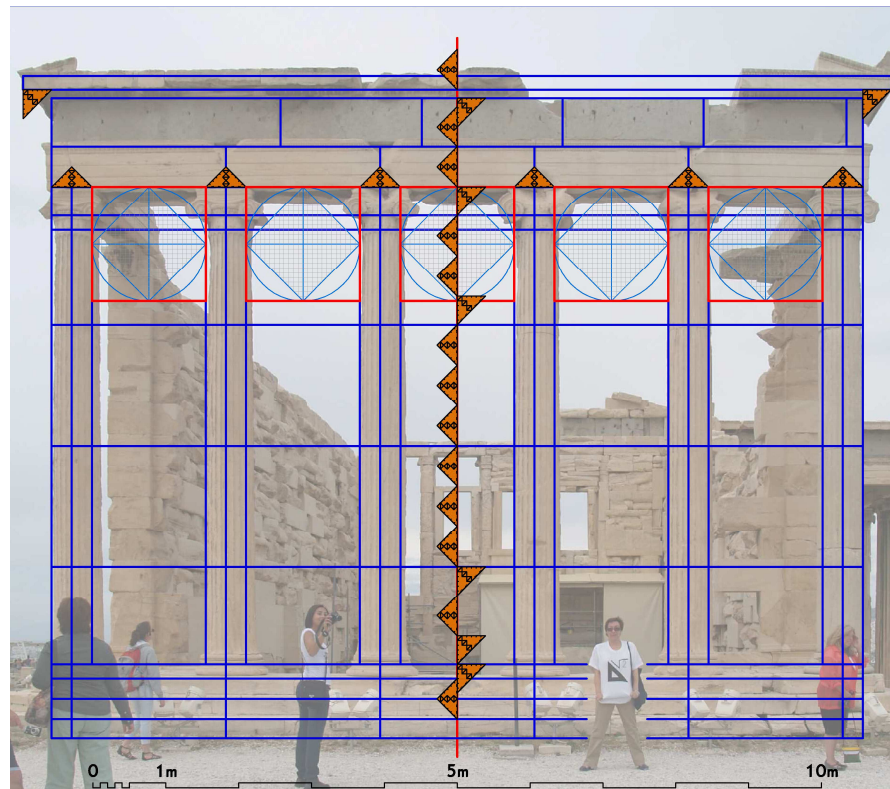


Ilustración 120. Modulación del pórtico este del Erecteón

Se detecta que el diámetro de cada columna corresponde con $\sqrt{2}$ codo, y la separación entre ellas es de 1 braza. Luego la dimensión de esta fachada es de $20+6\sqrt{2}$ codos. Por su parte las alturas de las columnas parecen definirse dinámicamente hasta alcanzar los $4+9\sqrt{2}$ codos. Sobre ellas descansa el dintel de $\sqrt{2}$ codo, y hasta la cornisa existen otras $2+\sqrt{2}$ cuartas.

Se ha completado el estudio con la planta tomada de <http://architecture-as-space.info/documents/ErePlan7.pdf>. El ancho del rectángulo coincide con la fachada este, cuyo muro se retranquea de la línea exterior de las columnas. El largo del rectángulo y de los espacios intermedios se determina dinámicamente hasta alcanzar un total de $11+12\sqrt{2}$ varas, al que se añade $\sqrt{2}$ brazas en el acceso al porche noroeste.

El espesor de todos los muros es $2+\sqrt{2}$ cuartas. Esta misma distancia mide la base de las cariátides, que se encuentran separadas entre sí $1+\sqrt{2}$ codos y $2\sqrt{2}$ codos.

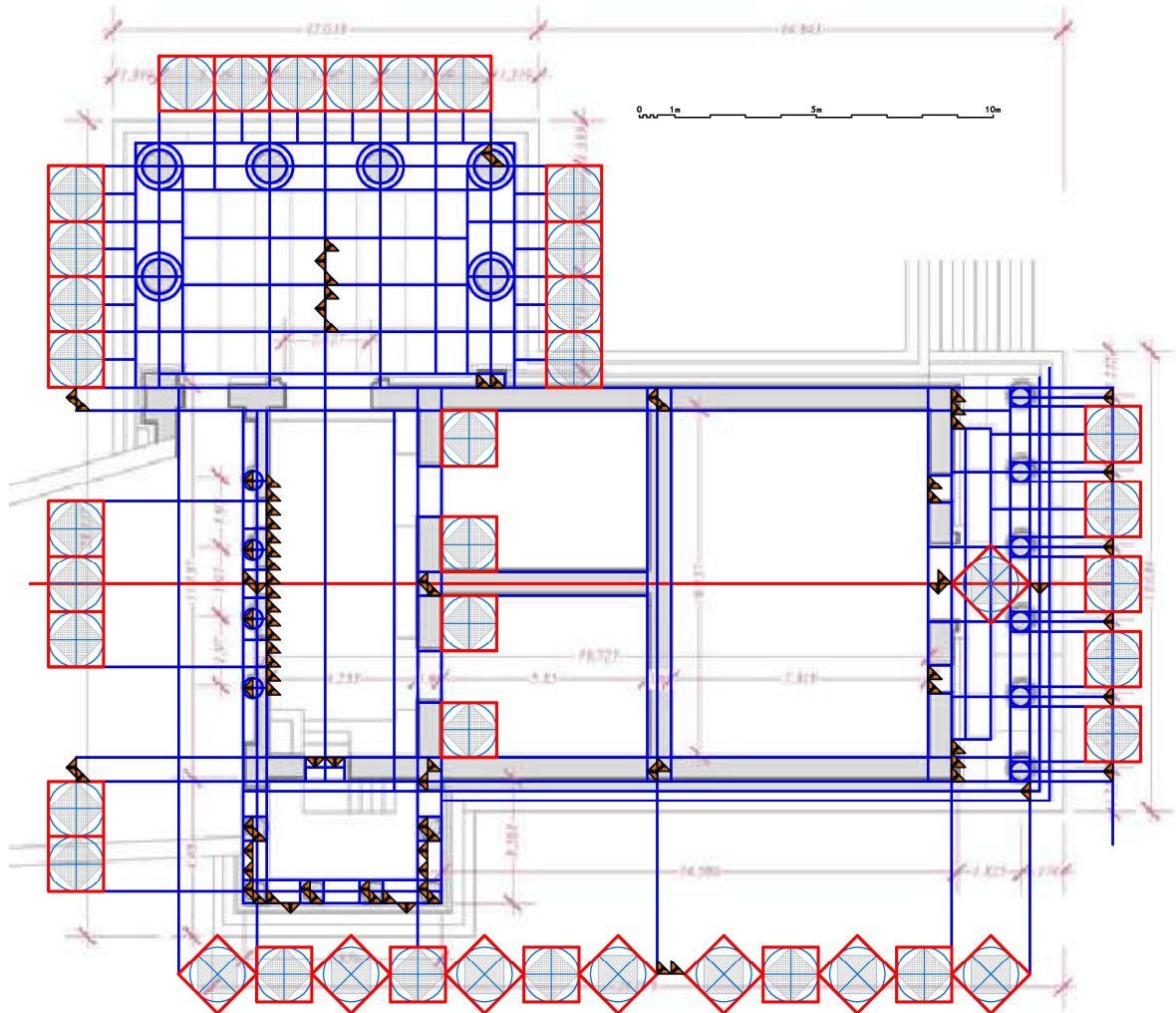


Ilustración 121. Modulación de la planta del Erecteón

Destaca la modulación estática base del porche noroeste y del pórtico oeste. También sorprende el hecho de que, según la escala gráfica de la base métrica utilizada, el módulo antropométrico de este templo sea 156.3 cm, lo que le corresponde un pie de 26.1 cm. Bastante más pequeño que el utilizado en el Partenón.

El Arco del Triunfo de Medinaceli. Soria, España (69-96 d.C)

Este monumento formaba parte de una muralla que rodeaba el cerro y ceñía la ciudad romana de nombre aún no precisado que se asentaba en lo que hoy es Medinaceli. Ha sido datado epigráficamente en época de Domiciano (Abad Casal, 2004:120).

Se ha utilizado una fotografía orto proyectada de su alzado¹⁰⁷, así como los datos del levantamiento fotogramétrico aportado por la empresa CORESAL, SL (2004), lo que permite tanto el estudio de proporciones como el métrico. En el informe realizado por esta empresa se acompaña un estudio compositivo en donde, en base a la sección áurea y partiendo de un módulo M -correspondiente al radio del arco central -, se obtiene el valor h correspondiente a la altura de arranque del arco y ancho de los cuerpos laterales.

Se detecta que el *opus quadratum* con que se realizó esta obra responde a hiladas regulares de 1 codo de altura, correspondiendo al primer cuerpo 8 codos, al segundo 9 codos y al tercero 3. Por lo tanto la altura total alcanza los 20 codos de altura (5 brazas).

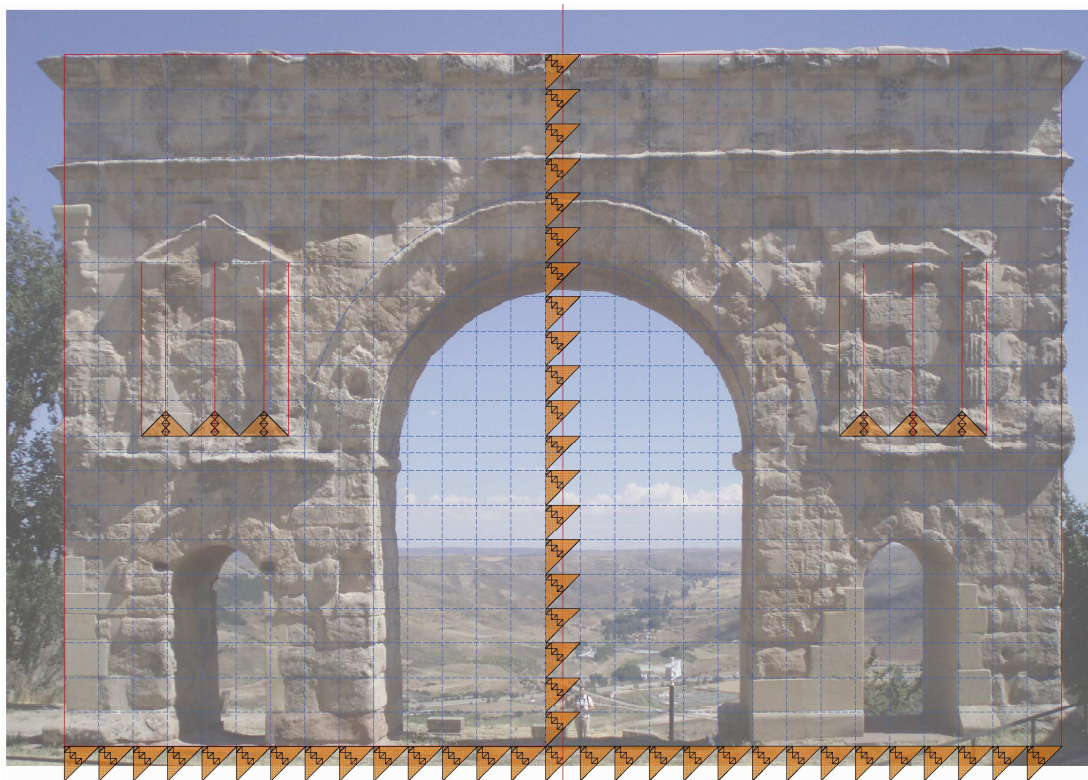


Ilustración 122. Modulación del Arco de Medinaceli

De igual manera -mediante modulación estática base- se desarrollan los distintos vanos de esta obra: 3 codos para los 4 macizos, 3 para los 2 huecos laterales y 11 para el vano central. En total 29 codos de largo.

El fondo de la construcción es de 4 codos (1 braza).

¹⁰⁷ https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Arco_de_triunfo_de_Medinaceli--1.JPG

Al lado del arco central existen sendos templetos formados por dos pilastras corintias rematadas por un frontón triangular. El ancho total de cada templete es de $3\sqrt{2}$ y el del espacio interior se ajusta a $2\sqrt{2}$.

Por tanto contrasta la trama estática base -utilizada para la definición constructiva y compositiva de la mayor parte de elementos- con la trama dinámica base y $\sqrt{2}$ que presentan los templetos.

El valor del codo utilizado es de 45,29 cm, lo que corresponde a un módulo antropométrico de 181,16 cm (brazo) y a un pie de 30.19 cm.

En cuanto al estudio compositivo realizado por CORESAL, SL se comprueba que 9 codos de los cuerpos laterales entre 5.5 de radio del arco central da el valor de ϕ con un error del 1.13%.

Xcalumkin. Campeche, México.

En este templo (Universidad Autónoma de Campeche, 2003) -edificio sur del Grupo Inicial de la ciudad maya de Xcalumkin correspondiente al periodo Xcalumkín Temprano (650-725 d.C.)- se repiten las pautas modulares dinámicas observadas en los pórticos de la Edad Antigua y Clásica.



Ilustración 123. Modulación del alzado del edificio sur del grupo inicial de Xcalumkin

Mediante la orto proyección de una fotografía obtenida en <http://remarq.ning.com/photo/xcalumkin> se realiza el estudio de proporciones.

La separación entre ejes de $2+\sqrt{2}$ módulos se combina con unas columnas de diámetro 1 y altura 3, incluidos los ábacos de $\sqrt{2}$ de ancho y $\sqrt{2}/4$ de alto. Las hiladas de sillería tiene $1/2$ módulo de altura excepto la que coincide con los ábacos. Sobre las 4 brazas de altura se disponen otras hiladas de altura variable definida en palmos enteros.

No se puede ofrecer valores métricos pues no se ha obtenido ninguna referencia dimensional de este edificio.

Muchos autores han destacado los parecidos entre las arquitecturas precolombinas y las antiguas construcciones clásicas. Se confirma aquí que también se utilizó el mismo procedimiento modulador.

La Mezquita-Catedral de Córdoba. España (siglos VIII a XVIII d.C.)

Breve reseña histórica

Fue el primer emir omeya de Córdoba, Abd al-Rahmán I, quien en el 786 d.C. inicia las obras de la aljama en el solar que había ocupado previamente el complejo episcopal de San Vicente. Éste había sido adquirido a los cristianos, demolido, y aprovechados sus materiales de decoración en la nueva obra.

Esta mezquita fundacional presentaba una sala de oración de naves longitudinales paralelas (tipo hipóstilo) con orientación norte-sur, y un patio al norte. Disponía de 11 naves perpendiculares al muro de oración o *qibla*, localizado al sur, siendo la nave central más ancha, y más estrechas las extremas. Las naves se separaban por 10 tramos de doble arco superpuesto (el inferior de herradura y el superior de medio punto) apoyados en columnas con fuste, capitel y cimacio.

El hijo de Abd al-Rahmán I, Hisam I, termina las galerías del patio, levanta un alminar y construye una sala de abluciones. Al final del siglo VIII d.C. debían existir 3 puertas desde la calle al patio, y al menos una -la denominada de los Visires, de San Sebastián o de San Esteban- que se abría en el muro de la fachada oeste del oratorio.

En el año 848 d.C. el emir Abd al-Rahmán II procede a ampliar la sala de oración con 8 tramos de arcada hacia el sur, demoliendo el anterior muro de oración y abriendo nuevas puertas en las fachadas del oratorio, conservándose la denominada de San Miguel o Postigo del Obispo.

Respecto a la denominada Puerta de los Deanes, localizada en el patio, existen varias opiniones respecto a si fue edificada por Abd al-Rahmán I (Hernández Giménez: 1975), por Abd al-Rahmán II (Gómez-Moreno:1951:55-58; Torres Balbás: 1957:394), o si sufrió una reforma exterior en la segunda mitad del siglo XIV (Nieto Cumplido:1998). En cualquier caso se considera obra emiral (Marfil: 2010).

El primer califa cordobés, Abd al-Rahmán III, actúa ya en el siglo X d.C. ampliando el patio hacia el norte, reconstruyendo sus galerías, reforzando la fachada del oratorio, y construyendo un alminar monumental entre los años 951 y 953 d.C.

Su hijo, el califa Al-Hakam II, ordena la ampliación de la mezquita aljama a partir del 962 d.C. Se añaden hacia el sur 12 tramos en prolongación de la sala de oración, un muro doble de *qibla* y el *mihrab* antecedido por la zona de *maqsura*, o área reservada al califa. En la zona que había ocupado el antiguo *mihrab* de Abd al-Rahmán II se abre un lucernario que se conoce desde época cristiana como Capilla de Villaviciosa. En la fachada oeste se ejecutan otras tres nuevas puertas monumentales: al norte la Puerta del Espíritu Santo, al sur la Puerta de San Idelfonso, y en el centro la Puerta de los 3 nombres (de San Pedro, de la Paloma o Postigo de Palacio). Además se crea la puerta del pasadizo o *Bab al-Sabat* que, situada entre los muros de la *qibla*, conectaba mediante un pequeño puente la mezquita con el alcázar omeya. En esta fase se alcanza la madurez del arte califal cordobés con elementos de decoración arquitectónica que son elaborados exprefeso para la mezquita, como los

arcos entrecruzados y polibulados, y los mosaicos bizantinos que cubren la cúpula central y los frentes del *mihrab*, la cámara del tesoro, y la puerta del pasadizo.

La última y mayor ampliación de la mezquita la inicia Almanzor en el año 989 d.C., añadiendo al oratorio otras ocho naves hacia el este, prolongando lo mismo los muros del patio, del oratorio y del exterior de la *qibla*, y construyendo la totalidad de la fachada este. Con esta obra el edificio adquiere sus dimensiones definitivas.

Tras la reconquista de Córdoba por el rey castellano Fernando III el Santo en 1236 se cristianiza la mezquita y se convierte en la Santa Iglesia de Santa María, Catedral de Córdoba (Marfil, 2009:11-14).

En 1266, bajo los auspicios de Alfonso X de Castilla y León, se construyó una Capilla Mayor gótica ocupando parte de la expansión de Al-Hakam II y utilizando su lucernario, la Capilla de Villaviciosa, como altar mayor.

En el año 1371 Enrique II edifica la Capilla Real para albergar los restos de su padre Alfonso XI y su abuelo Fernando IV. Está localizada junto al altar mayor y utiliza un rico estilo mudéjar.

A principios del siglo XVI el arquitecto Hernán Ruiz I, maestro mayor de la catedral, realiza numerosas actuaciones en el edificio. Remodela totalmente las tres galerías del patio. Habilita la crujía oeste del patio como hospital provisional de San Sebastián, edificando la puerta conocida como el Postigo de la Leche -entre 1512 y 1516 construye en el solar de enfrente el hospital definitivo, hoy Palacio Episcopal-. En 1517 ha iniciado la Capilla del Sagrario situada en la esquina sureste del edificio -inicialmente para albergar la librería capitular-, la cual cubre con una bóveda de crucería gótica. También recalza la puerta de los Visires con la misma piedra utilizada en el hospital de San Sebastián (Marfil, 2009:114).

En 1523 las autoridades eclesiásticas de la catedral ordenan la construcción de una nueva capilla mayor y crucero en la zona central del edificio, afectando a parte de las ampliaciones de Abd al-Rahmán II y Almanzor. Las obras las inicia Hernán Ruiz I en estilo tardo gótico, las continúa su hijo Hernán Ruiz II en estilo renacentista, y las termina Juan de Ochoa en 1607 (Orti Belmonte, 1929:45-53).

En 1593 Hernán Ruiz III inicia una primera modificación del alminar que concluye en 1618. Su hermano Martín Ruiz Ordóñez realiza reposiciones en la Puerta de los Visires en 1602 (Marfil, 2010:575).

A partir de 1679 se construye la Capilla de la Inmaculada Concepción, promovida por el obispo Salizanes. Ocupa tres intercolumnios de la antigua mezquita en el muro oeste, dos para la capilla y uno para la sacristía (Romero Torres, 2012:257), y también afectó al muro de la fachada.

El maestro mayor de la Catedral, Juan Francisco Hidalgo coloca en 1668 cinco sillares junto a la ventana norte de la Puerta de los Visires (Marfil, 2010:575). Su sucesor Francisco Hurtado Izquierdo comienza en 1697 las obras de la barroca capilla de Santa Teresa, localizada en la *qibla* cerca del *mihrab*.

En 1755 se realiza otra importante reparación del campanario tras el terremoto de Lisboa.

A finales del siglo XIX y principios del XX el arquitecto Ricardo Velázquez Bosco desarrolla una intensa labor de restauración de numerosos elementos interiores y exteriores. Reconstruye la decoración de las puertas de la fachada este de Almanzor, y de 2 de las puertas de Al-Hakam II en la fachada oeste -Espíritu Santo y San Idelfonso-.

A partir de 1930 el arquitecto Félix Hernández Giménez continúa la labor de restauración con unos criterios científicos más contemporáneos.

Estudios específicos

Numerosas son las fuentes documentales que hacen referencia a este edificio, tanto como mezquita aljama de la Córdoba musulmana, como desde su conversión a catedral cristiana. Pedro Marfil Ruiz (2010) realiza una exhaustiva recopilación centrada en referencias concretas a las puertas de la época del emirato omeya que, al extenderse a los estudios e intervenciones realizadas hasta la actualidad en la mezquita-catedral, supone un valioso corpus historiográfico de la totalidad de la obra. Fuentes históricas árabes, planimetría histórica, iconografía, fotografía e historiografía moderna son referenciadas por este autor, a cuyo trabajo nos remitimos para su consulta.

Como estudios específicos consideraremos trabajos de autores contemporáneos que han realizado propuestas para justificar las dimensiones y proporciones de distintos elementos arquitectónicos de la mezquita-catedral, sin olvidar que el estudio de este edificio ha sido objeto de numerosas publicaciones por parte de consagrados investigadores del arte hispano-musulmán.

Emilio Camps Cazorla

El que fuera director del Museo Nacional Arqueológico, Emilio Camps Cazorla, publica de forma póstuma en 1953 el libro *Módulo, Proporciones y Composición en la Arquitectura Califal Cordobesa*. Bajo esta denominación realiza un estudio gráfico de las proporciones que presentan una serie de trazados de arcos de herradura, de lóbulos y entrecruzados, existentes en diversas localizaciones, y que le sirven para establecer varias características comunes a todos ellos.

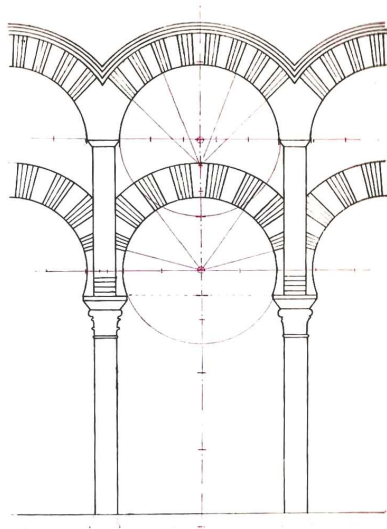


Ilustración 124. Trazado geométrico de las arquerías primitivas de la Mezquita de Córdoba (Camps, 1953:F19)

Comienza Camps este trabajo con un proemio justificativo de la finalidad de la obra, que coincide en su planteamiento con las premisas y el método adoptado en el desarrollo de la presente tesis. Plantea deducir la proporción de las obras empíricamente, utilizando las fuentes directas que proporciona el propio elemento arquitectónico, sin recurrir a fuentes indirectas que según el autor no proporcionan testimonios respecto a las reglas de trazado.

La estructura del texto es peculiar, en cuanto que comienza describiendo las conclusiones que le ha proporcionado el análisis monográfico de arcos expuesto al final de la obra. El aspecto dimensional más importante que aporta el estudio se expone en el apartado de *Determinación y caracteres del módulo califal*:

La novedad estriba en el hallazgo de un cierto tipo de módulo que es base para todas las dimensiones de la composición arquitectónica musulmana en cada caso concreto, y que se emplea siempre en relaciones numéricas enteras, salvo para los elementos de pequeño tamaño, como las molduras, medidas, a su vez, en tercios del módulo, en proporción constante de dos de ellos para las anchas y uno para las estrechas. (Pág.16)

Se inclina, por tanto y desde el principio, por las hipótesis propias de la Escuela Numérica dentro de las diversas teorías sobre la proporción en arquitectura.

Con estas escalas se miden en números enteros todas las dimensiones de la construcción.

La división del ancho total de la fachada o de la dimensión entre ejes verticales se hace en fracciones de la misma correspondientes a distintas escalas; por ejemplo, de 1/3, 1/4 ó 1/5, que se entremezclan al usarse para distintos elementos.

Este módulo en escala continua numérica, y el ajuste de todas las dimensiones a él, hacen ver también que la composición general no es propiamente geométrica, aunque en muchos casos coincidan con medidas enteras de escala las distintas trazas meramente geométricas, sino que se hace procediendo por magnitudes aritméticas,...

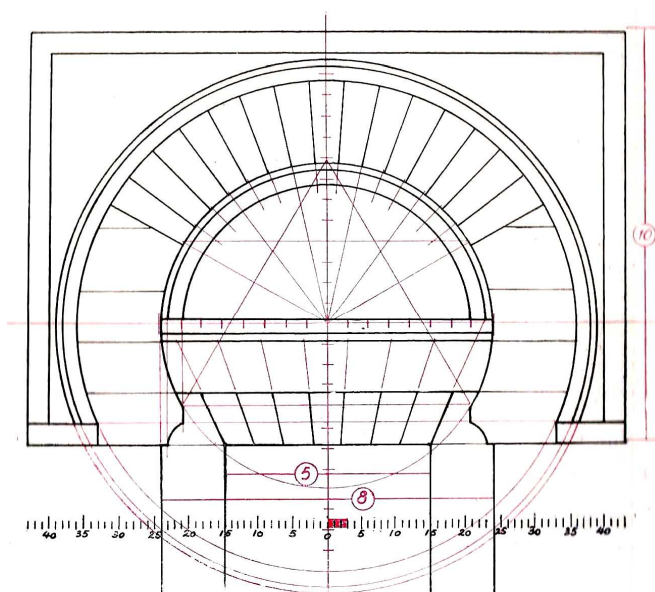


Ilustración 125. Córdoba. Mezquita. Puerta de San Esteban. Exterior. Trazado geométrico del arco (Camps, 1953:F21)

No obstante también expone pronto otro aspecto geométrico del trazado de arcos, el triángulo inscrito, del que hará uso continuo en sus análisis:

La consecuencia inmediata de este empleo aritmético del módulo nos lleva a la adopción, para el triángulo inscrito a los intradoses, de figuras cuya base y altura son iguales, y por tanto medibles en número entero de módulos, produciendo un capialzado de los arcos que cada vez se va exagerando más, al tiempo que una prolongación de la herradura por bajo del diámetro en medidas también enteras, que si bien oscilan ligeramente alrededor de la típica 1/2 del radio, no se ajustan exactamente a ella (Pág.17).

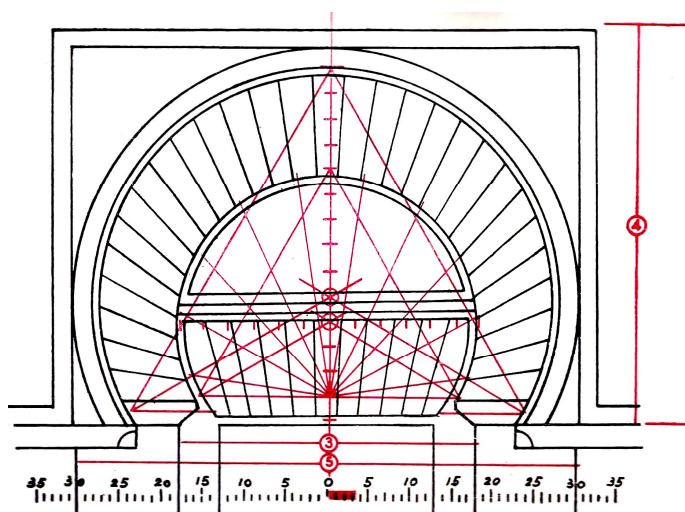


Ilustración 126. Córdoba. Mezquita. Trazado geométrico del arco de la puerta de Alaken (Camps, 1953:F40)

Desarrolla posteriormente las características comunes de los distintos tipos de arcos considerados, comenzando con los precedentes hispano-visigodos del arco de herradura, de los que aporta significativos ejemplos: Santa Eulalia de Bóveda (Lugo, siglo III d.C.), San Juan de Baños (Cerrato, Palencia, siglo VII d.C.), Santa Comba de Bande (Orense, siglo VII d.C.), Cripta de San Antolín (Palencia, siglo VII d.C.), San Pedro de la Nave (Zamora, siglo VII d.C.) y Quintanilla de las Viñas (Burgos). Continúa el cuerpo de la obra con la caracterización del arco califal de herradura, del arco cordobés de lóbulos y de los arcos cruzados cordobeses. Establece los paralelismos en los procedimientos califales de composición de arcos, entre los que el autor encuentra los trazados de lazo (Pág.57).

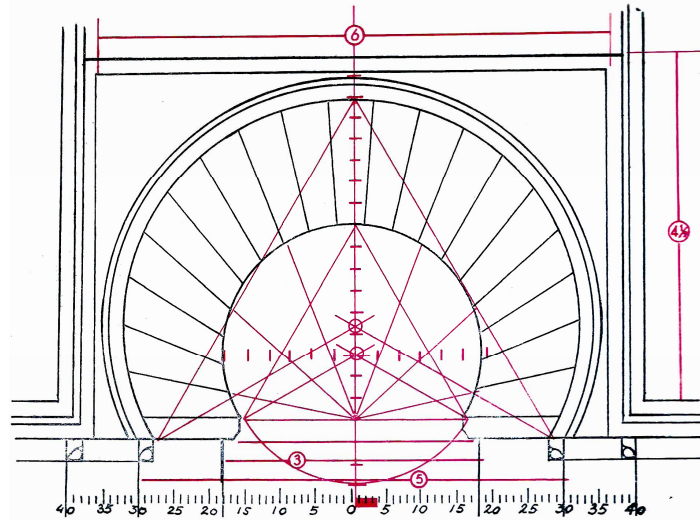


Ilustración 127. Córdoba. *Mihrab*. Trazado geométrico de su arco (Camps, 1953:F42)

Termina la obra con el análisis monográfico de trazados de arcos, de los cuales aporta comentario, fotografías, levantamiento e interpretación geométrica, con determinación gráfica de cada módulo detectado, y de las dimensiones generales de cada arco en función de dicho módulo. Aparte de los ya mencionados, analiza arcos de la mezquita de Córdoba, de Medina Azahara, de la Alfarería de Zaragoza, de la Alcazaba de Málaga y del oratorio del Partal de la Alhambra.

Félix Hernández

El arquitecto, conservador de monumentos y arabista, Félix Hernández Giménez, publica en 1961 su obra *El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento*. Compara las dimensiones de la mezquita ofrecidas por distintas fuentes escritas árabes con las que el restaurador de la mezquita-catedral había determinado con precisión tras treinta años de investigación, estudio e intervención en el edificio.

Comienza advirtiendo que las fuentes árabes no siempre son útiles, y que además en ellas las dimensiones se registran en diferentes unidades de medida, adelantando la existencia de un doble codo:

Las más de las noticias consignadas por los autores árabes respecto a dimensiones de la Mezquita de Córdoba resultan de imposible o, cuando menos, de muy aventurado aprovechamiento. Constituye, ya, no pequeña dificultad para sacar algún partido de la referida información, el que tales dimensiones no aparezcan registradas en todos los casos en una misma unidad de medida...

Por lo que respecta al codo, que conforme tenemos indicado es, en relación con la Mezquita, la unidad más empleada, cuenta fundamentalmente entre aquellos motivos el de que, bajo la denominación de codo, juegan, en las medidas del citado santuario, dos unidades que discrepan bastante entre sí. (Pág. 5)

Las dos variedades de codo que considera Félix Hernández en el caso de la mezquita de Córdoba son el *mamuní* y el *rassasí*, por ser descritos en un pasaje atribuido al poeta de Almería Ibn Luyun -siglo XIV- por Lerchundi y Simonet en su obra *Crestomatía árabe-española*¹⁰⁸ publicada en 1881.

A juzgar por lo hasta el día divulgado, los autores árabes sólo hacen concreta mención, con referencia a la Mezquita, de dos variedades de codo: la ma'muniyya y la rassasiyya. Sobre los valores de esas dos variedades nos orienta un interesante pasaje de Ibn Luyun, publicado ya hace tiempo por Lerchundi y Simonet (. Según ese pasaje, contaban en el codo ma'muni 24 dedos, y 30 de éstos en el codo rassasi, lo que supone la relación de 4:5 entre ambas variedades. Así, adoptando para el debo¹⁰⁹ [sic] un grosor, en promedio, de 19,585 mms., el primero de tales codos hubo de corresponderse con 47 cms., y el segundo con 58,76 cms. (Pág. 7)

Por lo tanto se utilizaba un codo normal de 24 dedos, y otro mayor que Ibn Luyun dimensiona en razón 5/4. Respecto de este gran codo *rassasí* destaca la cita del cordobés Ibn al-Faradí -muerto en 1013- que refiere que su dimensión está gravada sobre una de las columnas de la mezquita de Córdoba (Pág. 7).

El estudio recopila las citas de textos árabes que aportan, de manera explícita, dimensiones concretas de partes de la mezquita generalmente determinadas en codos genéricos (sin especificar si son de distinto tipo). Para cada cita realiza una serie de consideraciones antes de comparar el valor dado en los textos con las dimensiones reales que el elemento citado tiene en la actualidad. Acompaña al final cinco plantas (Figs. 1 a 5) correspondientes a las fases de ampliación de la mezquita, con acotaciones métrico-decimal de las dimensiones de distintas partes consideradas.

¹⁰⁸ Se trata de una colección de fragmentos históricos, geográficos y literarios relativos a España bajo el período de la "dominación sarracénica", seguida de un vocabulario de todos los términos contenidos en dichos fragmentos.

¹⁰⁹ Entendemos que existe una errata y debiera decir *adoptando para el dedo...*

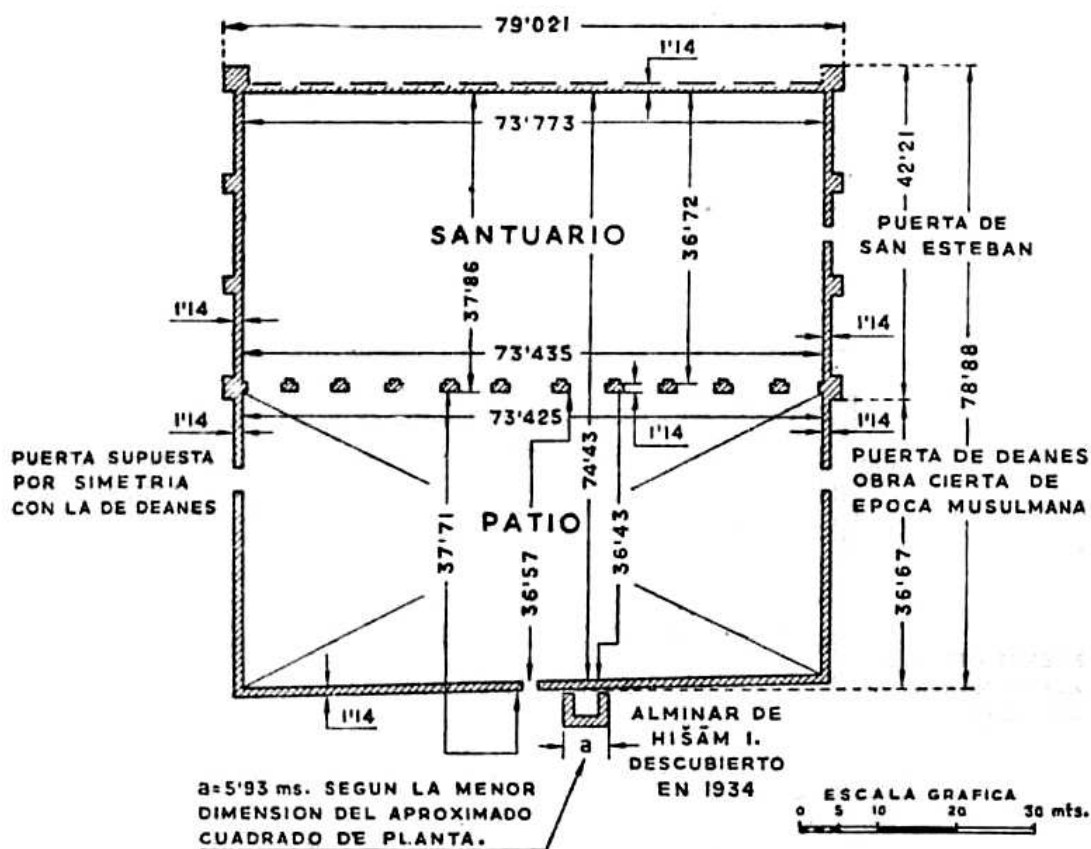


Ilustración 128. Planta de la Mezquita Mayor de Córdoba a fines del siglo VIII (Hernández Giménez, 1961:F1)

Tras desechar algunas referencias tiene en consideración 22 medidas diferentes correspondientes al *mihrab*, el alminar, las distintas ampliaciones, dimensiones totales, la nave central, las laterales y extremas, el patio y sus galerías. Éstas son aportadas por Ibn al-Nazzam, Ibn Baskuwal, Ibn Idari, y el Anónimo del *Kitab maymu al-muftariq* (recogidas por al-Maqqari). De los resultados, que resume en un cuadro (Pág. 43), encuentra 13 equivalencias coincidentes con los valores establecidos al principio como provisionales, 2 que resultan conciliables, 4 dudosas y 3 incompatibles.

Sector es a que afectan las referencias.	Fuente de que las referencias proceden.	DIMENSIONES		Equivalencias en cms.	Modo de estar computada la medida.	Grupos
			Codos.			
Mibrab.	s/ Ibn Bask.	anch.	7,5	47,5		*
		al t.	13,5	47,3		*
		profundidad.	8,5	50,4 49,1 42,8		***
Gran Alminar.	s/ Ibn. Bask.	a n c h. 1er cuerpo	18	47,14		*
1.ª ampl.	s/ Ibn 'Idari.	anch = a.	150	49,3 50,9 52,8	int ext. sin contrafs. ext. con contrafs.	***
		long N-S.	50	48,9	8 arcadas, pero no la pilastra que las precede.	*
Ampl. Al-Hakam II.	s/ Ibn 'Idari.	anch = a.	150	46,5	int.	*
		long N-S.	95	47,4 47,9	ext. sin contrafs. ext. con contrafs.	*
Mezq al morir 'Abd. al-R. III.	s/ Kitab Maym.	long. N-S.	105	42,1 43,7 45,2	int. ext. int. agrandado, ya el patio.	***
		long. N-S.	225	47	ext. id. id.	**
Mezq al morir Al-Hakam II.	s/ Kitab Maym.	anch.	105	70,5	int.	**
		long. N-S.	330	51,8 53	int. ext.	****
Ampl. Almanz.	s/ Kitab Maym.	anch.	185	66,5	int.	****
		anch.	80	59,7	int.	*
Patio	s/ Kitab Maym.	anch. E-O.	128	57,4	int.	*
		long. N-S.	105	57,4	int. ya ampliado, pero antes de reforzarse el hastial N. del oratorio.	***
Nave central. Id. colaterales. Id. extremas. Galerías del patio.	s/ Kitab Maym.	anch.	16	55,7 48,8	int. bajo Al-Hakam II.	*
		anch.	14	49,3	entre ejes de fustes.	*
Naves extremas	s/ Ibn al-Nazz.	anch.	11	50	Id, id. id.	****
		anch.	10	57	hasta id, id.	*
Patio.	s/ Ibn Bask.	anch.	9,5	57,9	Incluidos id.	*
		anch.	250	49,2	hasta ejes de fustes.	*
		long. N-S.	80	45,7 47	int. ext.	*

Ilustración 129. Cuadro resumen (Hernández Giménez, 1961:43)

Realiza un pequeño ajuste de los valores definitivos al otorgar mayor credibilidad al valor de 18 codos enteros para el ancho del primer cuerpo del alminar ofrecido por Ibn Baskuwal, y cuya longitud “exacta” conocida es 8.485 m:

En definitiva, pues, es estimable como exacta equivalencia del codo ma'muni la de 47,14 cms., que, a su vez, supone la de 58,93 cms. para el codo rassasi, e implica como grosor del dedo, base de que hemos partido para la determinación del valor del codo, no 19,585 mms, sino 19,643 mms., magnitud, esta última, superior a aquélla sólo en poco más de media décima de milímetro (Pág. 45).

Termina el trabajo resaltando que la longitud de las almenas se utilizaba en el Andalus como patrón métrico, y que las correspondientes a las ampliaciones de al-Hakam II y de Almanzor tienen un ancho invariable igual a su altura de 94 cms., prácticamente el doble de lo obtenido para el codo mamuni (Pág. 46-47).

También menciona que 2 codos del mugrib africano -el codo real *abdelwadi* y el de Abu Inan- miden 47 y 46 cms. respectivamente, y justifica la omisión de las dimensiones totales de la mezquita ofrecidas por el Idrisi (100 *ba* de largo por 80 *ba* de ancho) por no ajustarse a las proporciones existentes en la realidad (Pág. 48).

Rafael de la Hoz Arderius

El arquitecto español Rafael de la Hoz Arderius (1924-2000) pronuncia su conferencia *La proporción cordobesa* -relativa a la investigación de las constantes arquitectónicas locales- en la quinta asamblea de instituciones de Cultura de las diputaciones provinciales celebrada en Córdoba en septiembre de 1973.

Posteriormente publica con el mismo título una ponencia recogida en las actas de las VII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática Thales editada por el Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba en 1996, y por el Colegio Oficial de Arquitectos de Córdoba (Hoz Arderius, 2002). También se recoge esta aportación en el monográfico *Rafael de la Hoz* sobre su obra que publica de forma póstuma el Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España (Hoz, 2005).

En su escrito de 1996 relata cómo su descubrimiento de la Proporción Cordobesa, 22 años antes, se debió a una casualidad “*como feliz resultado de un esplendoroso fracaso*”:

Esperando poder encontrar la anteporeidad y vigencia universal de la proporción áurea -rastreado a tales efectos su existencia en las arquitecturas de una ciudad milenaria-, resultó que en vez de aquélla, por encima de épocas, culturas, tipologías o estilos, apareció un módulo de proporción,-hasta entonces desconocido- por completo ajeno al rectángulo armónico que se esperaba encontrar. (Pág. 67)

Por lo tanto el origen de su investigación era demostrar el uso generalizado de la divina proporción, convencido de su universalidad.

Recuerda que fue Euclides de Alejandría quien, 3 siglos antes de Cristo, establece por primera vez en su tratado *Los Elementos* el principio de la “media y extrema razón”, luego conocido por “regla de oro”, “proporción áurea, armónica o divina”. Dicho trabajo fue traducido por Ishaq Hunein, corregido por Tabit Qurra, publicado por Alhacen y estudiado sistemáticamente en las escuelas de Córdoba, sobresaliendo en su análisis el matemático Geber Ibn Aphla (Pág. 68). Pero que en cualquier caso este texto, como todos los avances científicos de que disponían los cordobeses -especialmente el secreto del cero- eran guardados celosamente.

No fue hasta después de la labor de espionaje llevada a cabo por el inglés Adelhart of Bath en la escuela matemática de Córdoba del siglo XII que esta traducción al árabe de *Los Elementos* se conociera en el resto de Europa. En 1245 la publica Campanus de Novara, y teniendo en cuenta que hasta 1535 no se descubre el texto griego, los trabajos sobre la proporción armónica de Fibonacci, Leonardo da Vinci y Luca Pacioli -decisivos para el Renacimiento- se hicieron necesariamente a partir del texto cordobés.

Con estos antecedentes, resultaba razonable esperar que si en alguna arquitectura pre-renacentista se había empleado racionalmente la proporción áurea, ese lugar no podía ser otro que Córdoba. (Pág. 69)

Hace referencia al ensayo realizado en 1876 por el filósofo alemán Gustavo-Teodoro Fechner -similar al realizado en la Universidad de Yale en la década de 1970- consistente en que una serie de entrevistados elije entre varios el rectángulo que le parezca más pro-

porcionado, equilibrado, perfecto y bello. En ambos casos una gran mayoría se pronunció por el rectángulo áureo.

En principio la investigación se plantea como otra variante del tema, comprobando cuando los autores de las arquitecturas históricas de Córdoba habían utilizado racional, o instintivamente, dicho rectángulo. Pero el resultado fue por completo desconcertante:

Excepto en algunos casos muy especiales, obra aislada de Ventura Rodríguez u otros arquitectos académicos importados, no apareció la proporción armónica en ninguna traza relevante de la ciudad.

Quedaron pulverizados todos los apriorismos y con ellos la presunta universalidad del “principio de la media y extrema razón”. Nuestro proyecto fue cancelado. (Pág. 70)

Relata que tras este fracaso la Diputación de Córdoba le solicitó preparar unos test de capacidad de unas becas para estudiar arquitectura, entre los que incluyó la citada prueba de seleccionar el rectángulo más “agradable”. Y sorprendentemente el rectángulo elegido por amplia mayoría no fue el armónico, sino el de proporción 1.3 entre sus lados. Repetida la prueba reiteradamente con personas nacidas o residentes en Córdoba, se volvía a obtener el mismo resultado de la proporción 1.3 con una frecuencia muy superior a la obtenida por Fechner para el 1.618.

Repasando las fuentes reflexiona sobre la formulación euclidiana, que se limita a establecer que un rectángulo encierra la máxima belleza si resulta semejante a otro formado por la suma de sus propios lados y el mayor de ambos. Entre las muchas excelencias de la proporción áurea que Luca Pacioli no menciona -para eludir el fuego eterno- resalta que es la misma proporción existente entre el radio y el lado del decágono regular, esto es $(1+\sqrt{5})/2 = 1.618033989\dots$, y que tanto el hombre de Leonardo da Vinci -en la versión de Neufert- hasta el “Modulor” de Le Corbusier utilizan la proporción áurea como la relación existente entre las distancias del plano umbilical a la cabeza y pies del cuerpo ideal.

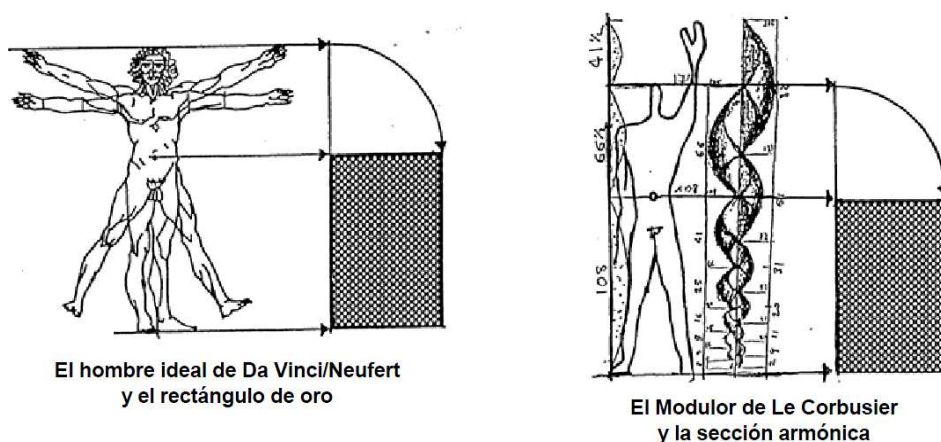


Ilustración 131. Proporción áurea del plano umbilical (Hoz Arderius, 1996:73)

Sin embargo destaca que el canon de belleza varió a lo largo de la historia, y que para alcanzar una proporción divina los actores griegos comenzaron a utilizar un suplementado del calzado llamado “coturno”. Estos tacones se pusieron de moda entre las atenienses, que

los utilizaron hasta con 18 cm de altura según las esculturas clásicas. También hace mención a la deformación de cráneos en la XVIII Dinastía, los pies en el Japón clásico, brazos y piernas con los quimbaya, narices con los Tolima, dentaduras en el alto Amazonas, orejas budistas o “cinturas de avispa” del Novecento, etc.

No obstante encuentra que en relieves, esculturas y mosaicos romanos existentes en el museo arqueológico local las figuras humanas se representan según la razón 1.3, y dado que para el cordobés esta proporción parecía más bella que la divina, procede a rastrear otra vez una muestra representativa de sus edificios con dicha nueva proporción.

Y de repente, con impresionante precisión cobraron lógica compositiva ordenaciones aparentemente anárquicas; en todas apareció una oculta e invisible trama reguladora trazada según la nueva proporción que daba orden, coherencia y disciplina al todo. (Pág. 75).

Buscando establecer el orden geométrico donde tenía origen dicho número, recuerda que la proporción áurea es la existente entre el lado y radio del decágono, mientras que la proporción cuadrada es la misma referida al exágono, y la raíz de dos es la resultante del cuadrado, concluyendo que la serie de polígonos regulares de 10, 6 y 4 lados, origen de las proporciones conocidas, quedaría completa con la inclusión del de 8 lados.

Y calcula que la relación entre el lado y el radio del octógono es el número irracional $(2-\sqrt{2})^{-1/2} = 1.30656296487\dots$, prácticamente igual al determinado empíricamente, lo que para Rafael de la Hoz significa encontrar instalada en la mística de los números su descubierta proporción local.

Destaca la frecuencia del uso constructivo del octógono por su fácil trazado, señalando el exhaustivo trabajo de L.R. Spitzenfeil sobre el empleo de esta figura en la arquitectura. Resalta su abundante presencia en numerosos elementos de los más variados edificios de Córdoba. Y tanto la inclinación de sus tejados como la declinación solar de Córdoba en equinoccio se adaptan a la diagonal del rectángulo encontrado.

Para verificar la utilización de este canon de proporción en la arquitectura cordobesa, Rafael de la Hoz analiza una serie de edificios representativos de las distintas culturas, épocas y estilos. El método utilizado consiste en barrer el plano de la fachada o de la planta del edificio con una escuadra con la inclinación de la diagonal del rectángulo, determinando los vértices que se encuentran en la proporción dada.

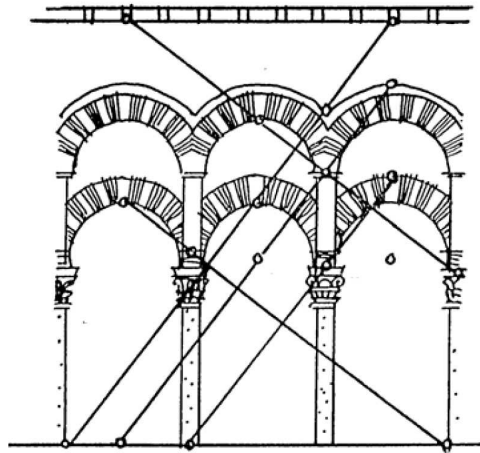


Ilustración 132. Arcadas de la mezquita (Hoz Arderius, 1996:79)

Presenta una serie de diagramas de proporciones donde consigna la presencia de dos series de rectas inclinadas correspondientes a las diagonales del rectángulo en vertical y apaisado.

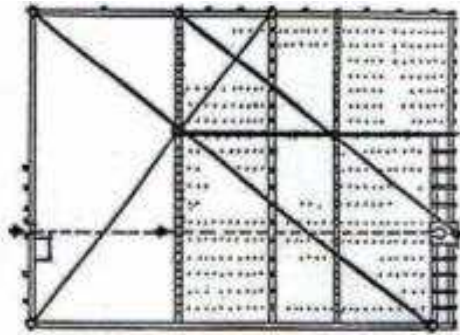


Ilustración 133. Planta de la mezquita (Hoz Arderius)
(<http://laproporcionperfecta.blogspot.com.es/2011/06/proporcion-cordobesa.html>)

Inicia el rastreo en la milenaria mezquita, donde encuentra numerosos puntos singulares definidos por intersección de las dos familias de rectas. Tanto en la planta general, como en la arquería de sus naves, en la portada de la ampliación de Al-Hakan II (no especifica cuál) y en la fachada del *mihrab*, señala estos puntos y las rectas que los definen.

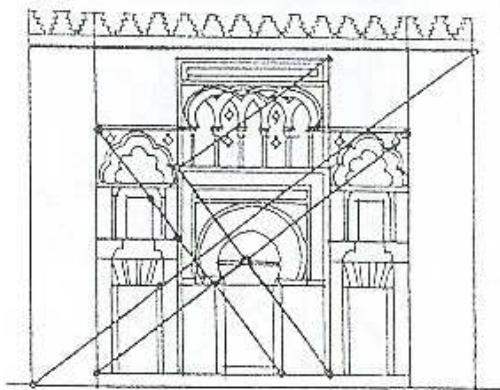


Ilustración 134. Portada de Al-Hakan II (Hoz Arderius, 1996:80)

También tiene éxito en la sinagoga del siglo XIV, en la portada de D. Juan Cosme de Paniagua del XVI, en la iglesia románico-gótica de Santa Marina de Aguas Santas del XIII, la Iglesia de la Merced, el convento franciscano de Capuchinos y en el de la Merced.

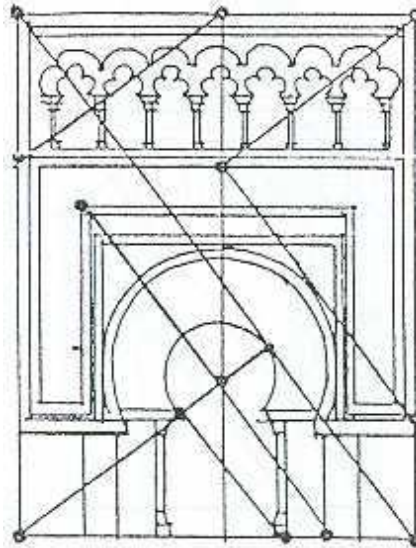


Ilustración 135. Mihrab de la mezquita de Córdoba

([http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales didacticos/belleza/Belleza_aux/aihrab.jpg](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/belleza/Belleza_aux/aihrab.jpg))

Además descubre otra investigación donde Fechner fracasa al pretender demostrar la supremacía de la divina proporción analizando el tamaño medio de los cuadros de numerosos museos. Y lo que encuentra es que la proporción media resultó ser exactamente 1.30

Cita una serie de edificios pertenecientes a los más diversos lugares y épocas donde surgen testimonios que confirman la universalidad de la proporción cordobesa. Desde el Panteón de Agripa hasta las pirámides de Egipto -“*donde desde Kepler a Ghyka han fracasado con la divina proporción*”- obedecen de manera directa e inequívoca a la proporción encontrada.

Tras citar la constatación de que el ángulo del talud de la Pirámide de la Luna de Teotihuacan también corresponde con la llamada Proporción Cordobesa, termina declarando:

Reiteraré que con esta constatación no se pretende contribuir a la confusión matemática o a las especulaciones mágicas existentes, ni siquiera aventurar opinión alguna sobre los métodos de proporción de los primigenios arquitectos, sean estos egipcios o mexicanos.

Lo único que se comprueba es la realidad tangible, incuestionable, de que pese a la enorme distancia en la cultura, espacio y tiempo, tales creadores, compartían una misma sensibilidad estética, un denominador común: “La Proporción Cordobesa”. (Pág. 84)

José Miguel Merino de Cáceres

El investigador y catedrático de arquitectura José Miguel Merino de Cáceres publicó en el Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando (nº 60 Pág. 288-297) de 1985 un artículo titulado *El trazado de la Bab Al-Uzara' (Puerta de San Esteban de la Mezquita de Córdoba)*.

En este trabajo presenta 4 figuras sobre el trazado de la puerta también llamada de los Visires, en las que pretenden deducir la determinación de sus dimensiones por trazado geométrico. Como base métrica utiliza el levantamiento fotogramétrico publicado por Antonio Almagro en 1984 (Fig.1).

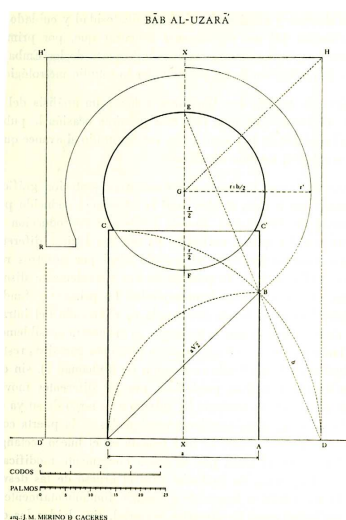


Ilustración 136. Esquema regulador de la puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:F2)

Tras alabar la meticulosidad del levantamiento utilizado, advierte de las distorsiones que presenta este elemento debido a las sucesivas restauraciones, movimientos sísmicos y a la fatiga de los materiales. Aún así achaca fundamentalmente las desviaciones respecto a la traza teórica obtenida a errores de replanteo y ejecución.

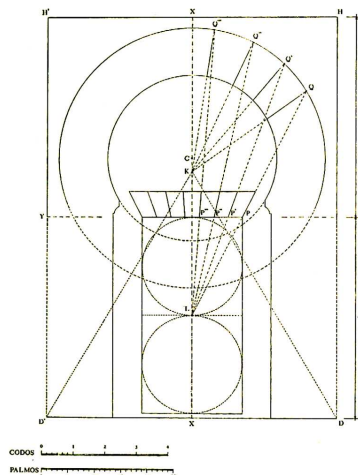


Ilustración 137. Esquema del despiece del dovelaje de la puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:F3)

En su interpretación del trazado parte del ancho del hueco decorativo -las jambas-, que entiende dimensionado con uno de los codos definidos por Félix Hernández en 1961:

Veamos primeramente el esquema representado en la Fig. 2. Sobre la "línea de tierra" se traza la dimensión a , entre los puntos O y A que corresponde a una medida exactamente de cinco codos mamunies, esto es, $5 \times 47 = 2,35$ m., y define el ancho del hueco decorativo de la portada.

Con esta medida construimos un rectángulo dinámico, primero con trazado del triángulo isósceles OAB , con hipotenusa $\sqrt{2}$ y después levantando el punto B sobre la perpendicular a la línea de tierra en O con radio $a\sqrt{2}$, hasta obtener C y por simetría C' . De esta forma tenemos ya el rectángulo básico $OCC'A$, de base a y altura $a\sqrt{2}$.

... comprobando que el desplazamiento del punto G sobre la línea $C-C'$ es exactamente de la mitad del radio; esto es, la ultrasemicircularidad del arco es de un medio de su radio, lo cual va a ser una característica fundamental del llamado "arco califal". (Pág. 293)

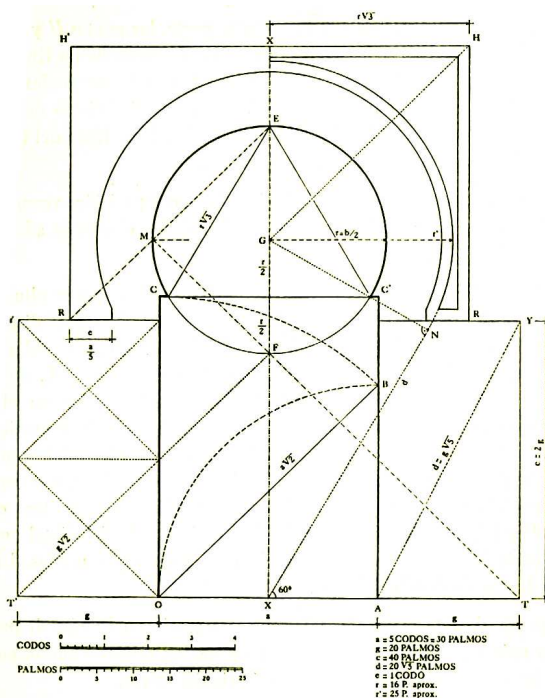


Ilustración 138. Algunas relaciones métricas y geométricas puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:292 F4)

Además del esquema regulador representado en la Fig. 2, aporta otro del despiece del dovelaje en la Fig. 3-tanto del arco que converge en su único centro como del dintel que lo hace en la mitad del hueco-, y la Fig.4 que presenta algunas relaciones métricas y geométricas de la puerta. En éste esquema inscribe un triángulo equilátero en el intradós, apoyado en el rectángulo base.

Antonio Fernández Puertas

El catedrático de Historia del Arte Musulmán Antonio Fernández Puertas tiene publicados varios artículos en los que propone trazados proporcionales para distintos elementos de la mezquita de Córdoba.

Del año 2000 es su artículo *La Mezquita de Córdoba: Trazado proporcional de su planta general (siglos VIII-X)*, editado por el Archivo Español de Arte, Tomo 73, n.º 291, Madrid, 2000, pp. 217-248. En él presenta hasta 16 figuras de las distintas fases de ampliación del templo.

Parte de estos gráficos los incluye en su artículo del año 2008 titulado *La Mezquita de Córdoba: Abd al-Rahman I (169/ 785-786). El trazado proporcional de la planta y alzado de las arquerías del oratorio. La “qibla” y el “mihrab” del siglo VIII*, editado también por el Archivo Español de Arte, Tomo 81, n.º 324, págs. 333-356. Centrándose en los elementos de la mezquita fundacional, realiza trazados proporcionales de su planta y arquerías. Respecto a las dimensiones generales expone:

La planta de la mezquita del siglo VIII era un cuadrado dividido en dos áreas rectangulares iguales, el patio y el oratorio. El alarife dividió este último en dos cua-

drados y tomó los lados opuestos de cada uno a E. y O. como radios y, al entrecruzarlos, consiguió el ancho de la nave central. Distribuyó en cinco partes iguales el área restante de cada cuadrado y obtuvo el ancho de las naves laterales. Para hallar la ubicación de las columnas pudo utilizar dos sistemas, o una cuadrícula rectangular o una retícula romboidal. Conocidos los centros de los ejes de las columnas, trazó el alzado de las arquerías y armadura mediante escuadra ($=\sqrt{2}$), cartabón ($=\sqrt{4}$) y escuadra menor. El muro de la qibla era corrido en las 11 naves y albergó el nicho del mihrab. (Pág. 333)

Basándose en la planta realizada por Félix Hernández, va estableciendo los pasos seguidos para la determinación de las distintas proporciones de los elementos de la mezquita:

El alarife había fijado el ancho del muro perimetral del patio y santuario en 114 cm., o sea, 2 codos y 1/4 de otro mamuní aproximadamente. Esta misma anchura tienen los pilares en "T" que separan el oratorio del patio, sin contar su prolongación hacia el santuario. (Pág. 334)

Para la determinación de la retícula general de la planta del templo describe el proceso seguido en 7 apartados, utilizando 8 figuras explicativas:

Los pasos del trazado proporcional reticular fueron los siguientes:

- 1) Lo primero que el arquitecto hizo fue dividir el rectángulo $\sqrt{4}$ del solar destinado a oratorio en dos cuadrados (fig. 2), a los que trazó sus diagonales sin sustraerle aún el ancho del muro perimetral de los paramentos E., O. y S. (fig. 3).*
- 2) Luego a cada cuadrado le restó el ancho de sus correspondientes muros perimetrales de E. y O. y el común S., es decir, un ancho de 114 cm., o sea, 2 codos mamunies y 1/4 de otro (fig. 4).*
- 3) A continuación tomó como radio el lado de los cuadrados, y, desde los cuatro ángulos exteriores, trazó los correspondientes arcos de circunferencia que se cruzan entre sí en cada cuadrado. La distancia que queda entre ambos cruces es el ancho de la nave central de las once que tiene el santuario (fig. 5).*
- 4) Seguidamente el alarife dividió en cinco partes iguales la distancia desde la nave axial central a la cara exterior del muro perimetral y obtuvo el ancho de las naves (fig. 6). La una y once resultan más estrechas que las otras ocho intermedias y la central, pues en su trazado el alarife incluyó el ancho del muro perimetral a E. y O., como se ha dicho en el paso 2 del proceso.*
- 5) Hecho esto, tomó las distancias desde los dos centros donde se cruzan los cuatro radios de circunferencia del paso 3 (fig. 7). Las prolongó de manera longitudinal hasta los puntos de encuentro con las diagonales de los dos cuadrados del paso 1, y estas distancias las dividió en cinco partes iguales hacia N. y hacia S. (fig. 7). Tras ello prolongó estas cinco divisiones de modo horizontal hacia los muros E. y O. y formó una retícula rectangular, en cuyos ángulos se encuentran las columnas ubicadas a la perfección por el eje de sus plantas (fig. 7).*
- 6) Otro sistema para situar con precisión las columnas, consiste en dividir en cuatro partes iguales el ancho de las cinco naves a cada lado de la central (fig. 8). En las naves una y once la parte 4 cae en el grueso del muro perimetral de modo holgado.*
- 7) Desde estas divisiones en 4 del ancho de las naves se trazan líneas con el cartabón a 60° hacia la derecha y luego hacia la izquierda, por lo que se obtiene una*

perfecta red rómbica (fig. 9). Las columnas de una misma arquería están separadas la distancia del largo de un rombo de la trama. En la nave central la separación en anchura entre las dos arquerías que la definen es del ancho de cuatro rombos y parte de otro, debido al trazado proporcional incommensurable. En las ocho naves colaterales la distancia entre sus galerías es el ancho de cuatro rombos. En las naves una y once la distancia hasta el muro perimetral es la anchura de tres rombos y parte de otro (fig. 9). (Pág. 337)

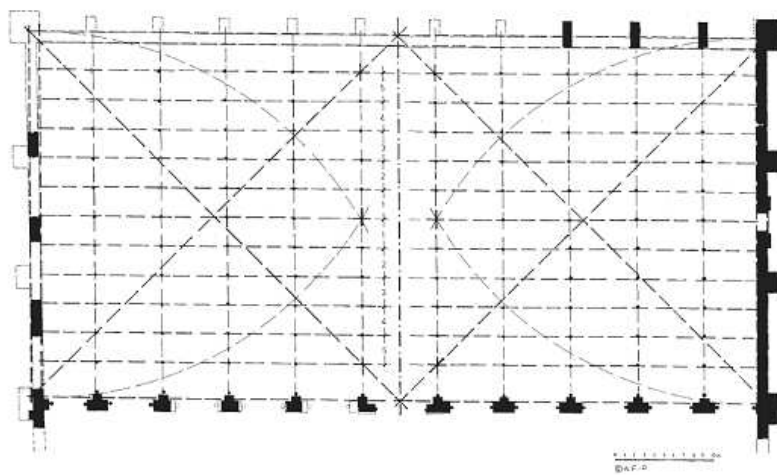


Fig. 7

Ilustración 139. Ubicación de las columnas del oratorio mediante retícula (Fernández Puertas, 2008:F7)

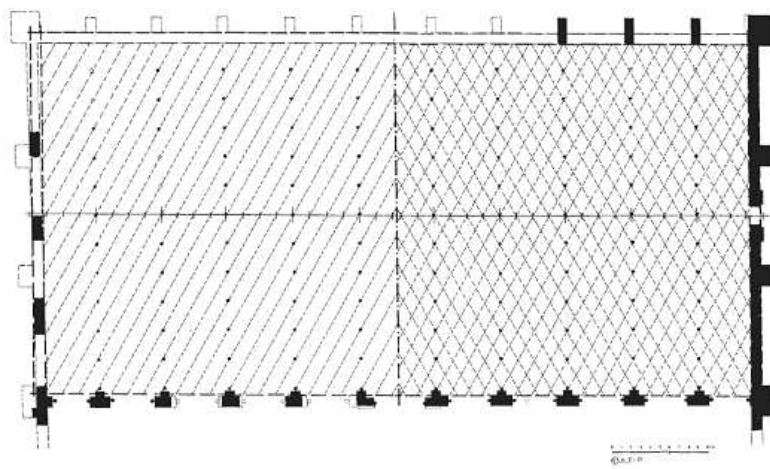


Fig. 9

Ilustración 140. Ubicación de las columnas del oratorio mediante rombos (Fernández Puertas, 2008:F7)

De forma similar describe el trazado de las arquerías del oratorio, utilizando 9 pasos ilustrados en 4 figuras:

- 1) El alarife tomó el ancho de eje a eje de las columnas como la unidad o lado de un cuadrado que construyó, fuera cual fuera el grosor de los fustes; luego le trazó sus diagonales (fig. 11: 1-3).
- 2) A continuación tomó una semidiagonal superior como radio:1 y trazó un arco de círculo (fig. 12: 4).
- 3) Seguidamente, adoptó un radio:2 desde el eje base del centro de las columnas al punto medio de dicho arco de círculo, y al abatirlo en vertical le dio la altura del capitel (fig. 12: 5). Es posible que esta medida varíe si el capitel es más o menos alto.
- 4) Para obtener la línea de impostas y el peralte del arco de entibo de herradura, tomó el radio:3 (fig. 12: 6), cuya longitud estableció desde el eje medio del arco al centro de la parte alta del capitel, donde volvió a dibujar el alarife un nuevo arco de círculo que le dio el peralte del arco de herradura tras prolongar su parte cimera en horizontal (fig. 12: 6).
- 5) Halló el centro del arco de herradura y la longitud del radio del mismo al tomar la distancia desde el centro del cuadrado base al punto axial superior del capitel, y trazar otro arco de círculo con un radio:4 (fig. 13: 7). Hasta aquí el alarife hizo el trazado proporcional con la escuadra y el compás, sobre el cuadrado de la base.
- 6) Obtuvo el trasdós del arco de herradura (que da su grosor de ladrillo y medio), al dibujar, mediante cartabón, un triángulo equilátero cuya base asentó sobre el arco de círculo trazado por el radio:1 (fig. 12: 4, y fig. 13: 8).
- 7) Halló la línea del intradós del arco de herradura al situar un triángulo equilátero encima del cuadrado base y con igual longitud de lado (fig. 13: 9).
- 8) Para obtener el arco de medio punto superior, con su rosca de ladrillo, invirtió este triángulo equilátero por su vértice hacia arriba (fig. 13: 9). Así obtuvo un rectángulo $\sqrt{3}$, cuya diagonal ($\sqrt{4}$) compone un cartabón (fig. 14: 10, 11).
- 9) Para obtener la altura de la armadura plana decorativa de madera, partió de las líneas ejes de las columnas y de los pilares, y, a la altura de este rectángulo, dibujó con la escuadra ángulos de 45° , que cuando se unen en el de 90° forman una escuadra a escala proporcional menor, lo que da la altura deseada (fig. 14: 11, 12). (Págs. 344-345)

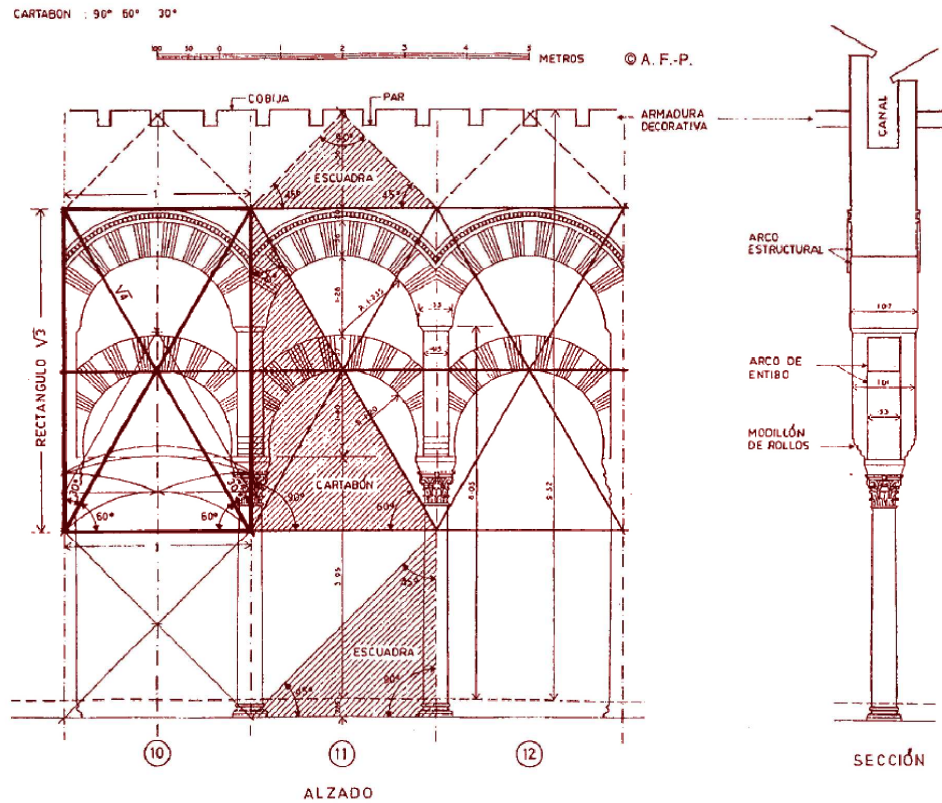


Ilustración 141. Trazado de las arquerías del oratorio (Fernández Puertas, 2008:F14)

Otro artículo que nos interesa en especial de Antonio Fernández Puertas es el publicado en el año 2009 titulado *La Mezquita de Córdoba. El trazado de la portada interior de la Bab Al-Wuzara. La puerta de los Deanes (S. VIII), su trazado interior y exterior*, editado igualmente por el Archivo Español de Arte, Tomo 82, n.º 326, págs. 107-136.

Respecto al interior de la puerta de Bab Al-Wuzara -Puerta de los Ministros, de los Visires o de San Esteban- se hace eco del análisis realizado por Emilio Camps:

El trazado interno repite, como es natural, el exterior sin más variantes que su mayor pobreza decorativa al suprimir varias de las molduras retalladas en el externo, como la del trasdós y el alfiz. Su regularidad es perfecta, pues hasta la altura de las hiladas resulta en muchos casos medida en módulos y lo mismo las dimensiones generales. El ancho total de la fachada (32 módulos) es doble que el diámetro interno del arco (16) y que la anchura entre jambas del mismo. La relación entre la altura desde el centro (24) y el ancho total (32) es como de tres a cuatro, etc. El conjunto se encuadra por un ancho retallo (dos módulos) y se corona con un andén de tres módulos de altura en el que se alinean once almenas escalonadas del típico modelo cordobés. (Camps, 1953:23)

Como puro representante de la escuela geométrica Fernández Puertas critica la parcialidad de los estudios numéricos y justifica sus procedimientos proporcionales, pues mediante el trazado con base inconmensurable se obtiene la totalidad del trazado de la composición

arquitectónica, y no un limitado número de elementos que proporciona el estudio con medidas fijas (Págs. 109-111).

Para el trazado de la Portada interior de Bab al-Wuzara parte del ancho de su alfiz, y mediante rectángulos $\sqrt{2}$, líneas a 45° y a 30° obtiene el trazado proporcional en 20 pasos ilustrados en 6 figuras (Págs. 116-117).

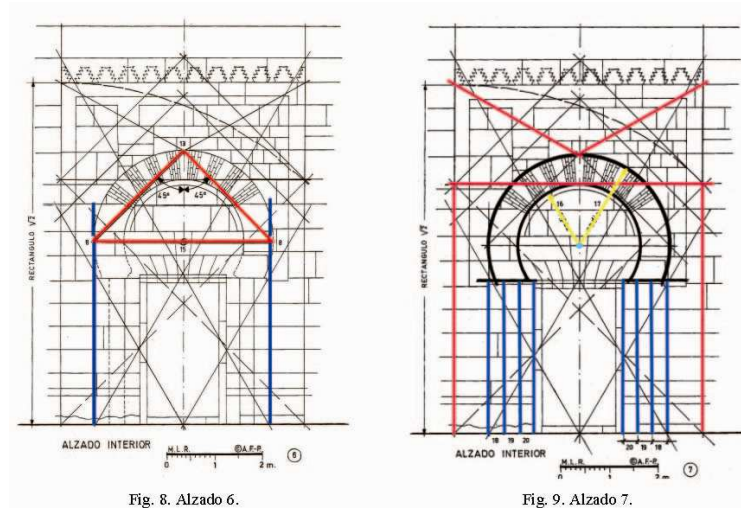


Ilustración 142. Alzado interior de la Puerta de Bab al-Wuzara (Fernández Puertas, 2008:F8-9)

En el caso de la Puerta de los Deanes, para su trazado interior se describen 8 pasos de trazado (Págs.127-128) representados en 8 figuras (págs. 130-131), y para el alzado exterior son 6 los pasos descritos (Págs. 128 y131) ilustrados en 6 figuras (Págs. 132-133).

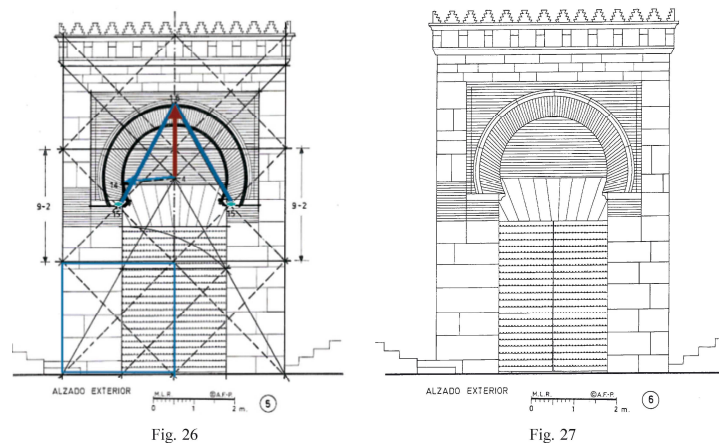


Ilustración 143. Alzado exterior de la Puerta de los Deanes (Fernández Puertas, 2008:F26-27)

Respecto a la datación de esta puerta, Fernández Puertas escribe:

Esta puerta se ha venido fechando como del siglo IX; sin embargo, hay que datarla como obra de la mezquita de Abd al-Rahmán I, siglo VIII, por las razones que se exponen en este trabajo.

La Puerta de los Deanes la considera F. Hernández Giménez, y yo con él, puerta de acceso original al patio de la mezquita de Abd al-Rahmán I (169-170 / 785-786). Si se observan los sillares de su jamba S. muestra ser de mayor escuadría, trabados bien con los del muro perimetral del oratorio del siglo VIII y con su misma disposición a soga y tizón. Por el contrario, los cercanos a la jamba N. son de época de Abd al-Rahmán III, siglo X, por ser más pequeños los sillares y por cada soga hay dos o tres que atizonan. (Pág. 119-120)

Cita a Leopoldo Torres Balbás, que coincide con Gómez-Moreno en la datación de esta puerta en el S. IX:

El señor Gómez-Moreno atribuye a la campaña de obras de Abd al-Rahmán II, y supone prototipo de las restantes del edificio, la llamada puerta de los Deanes, emplazada en el muro que cierra el patio a poniente, cerca de la fachada Oeste de la sala de la oración. (Torres Balbás, 1956:394)

El ancho de los muros a ambos lados de la puerta es el argumento utilizado por Fernández Puertas para su valoración:

Quizá lo más importante de destacar es que el grueso de los muros de las jambas es distinto: el de la S., a derecha, obra del siglo VIII, es más estrecho y mide 129 cm. El muro de N., a izquierda, tiene 140 cm, por ser el muro perimetral del patio que reedificó Abd al-Rahmán III al ampliarlo en el 951. (Pág. 126)

Referencia métrica utilizada

Comparando la abundante planimetría tradicional existente sobre la mezquita-catedral -que recopila Gabriel Ruiz Cabrero (2009) en “Dibujos de la Catedral de Córdoba. Visiones de la Mezquita”- se pone de manifiesto la dificultad de realizar levantamientos fidedignos de un edificio tan extenso y complejo. Tal vez su aparente sencillez geométrica ha propiciado la elaboración de plantas hipotéticas, o meramente descriptivas, que no disponen de la fiabilidad métrica necesaria para poder determinar la modulación de las partes que pretendemos.

Inicié el estudio utilizando el levantamiento fotogramétrico realizado por Antonio Almagro en 1980 del exterior de la Puerta de los Visires o de San Esteban. Ello permitió determinar el módulo y las tramas modulares de este elemento arquitectónico.

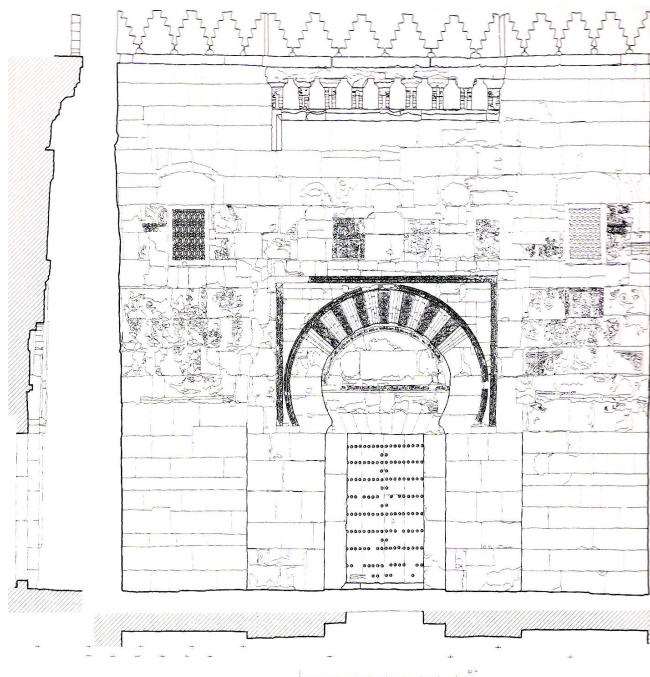


Ilustración 144. Restitución de Puerta de San Esteban o de los Visires (Almagro Gorbea, 1996:208)

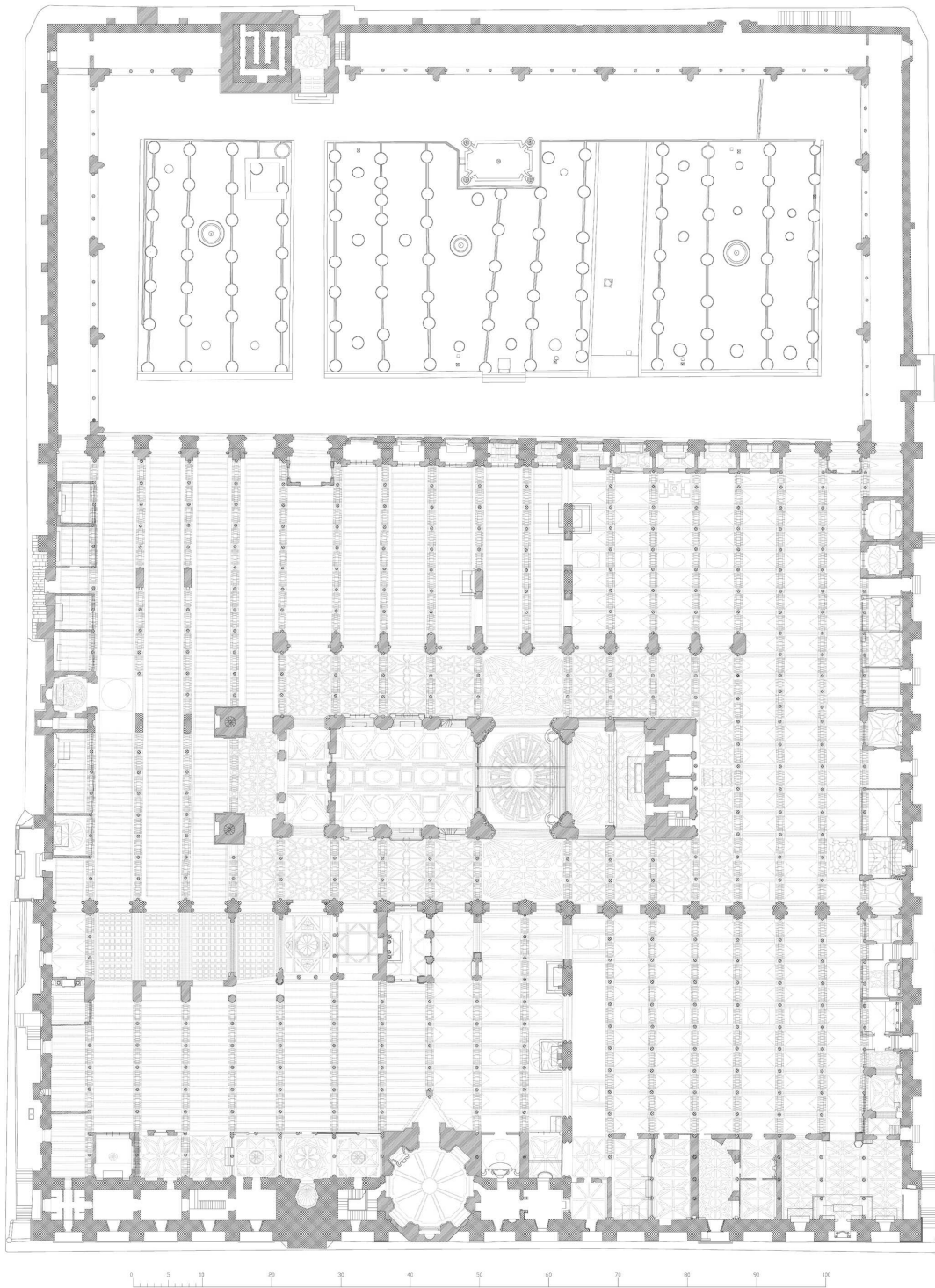
Posteriormente el mismo Antonio Almagro me ha facilitado el levantamiento fotogramétrico de la totalidad del alzado oeste de la catedral ex-mezquita realizado en 2011 (y aún inédito). Este riguroso documento gráfico ha sido la base métrica para establecer la modulación de la totalidad de este frente del edificio, el más significativo históricamente.



Ilustración 145. Alzado oeste de la Catedral Ex-Mezquita de Córdoba (Antonio Almagro Gorbea)

Este documento ha permitido, además de corroborar y ajustar la precisión del módulo detectado con anterioridad, interpretar la modulación de las dimensiones generales del edificio. Para ello se ha utilizado la planta publicada en 1996, también por Antonio Almagro, en la que sigue las líneas generales marcadas en el plano de Félix Hernández, incluyendo el Patio de los Naranjos y el Crucero Catedralicio. El texto del autor que acompaña al plano es el siguiente:

“Esta planta, que refleja tanto el corte de los elementos verticales (con tramas de relleno), como escalones y alcorques (línea continua) y techos (con línea discontinua), es la reunión de todas las etapas de la Gran Mezquita de Occidente; en este gráfico se resumen y concluyen las tareas de dibujo de tan complejo edificio, que inició en 1930 Don Félix Hernández Giménez”.



MEZQUITA-CATEDRAL DE CORDOBA. PLANTA. BASADO EN PLANOS DE F.HERNANDEZ (1990) Y K.A.C.CRENSWELL (1940) - ESCUELA DE ESTUDIOS ARABES, C.S.I.C. ALMAGRO

Ilustración 146. Planta de la Mezquita-Catedral de Córdoba (Almagro Gorbea, 1996:207)

Antonio Almagro me ha suministrado también una copia digital de esta planta, así como de la original acotada de Félix Hernández.

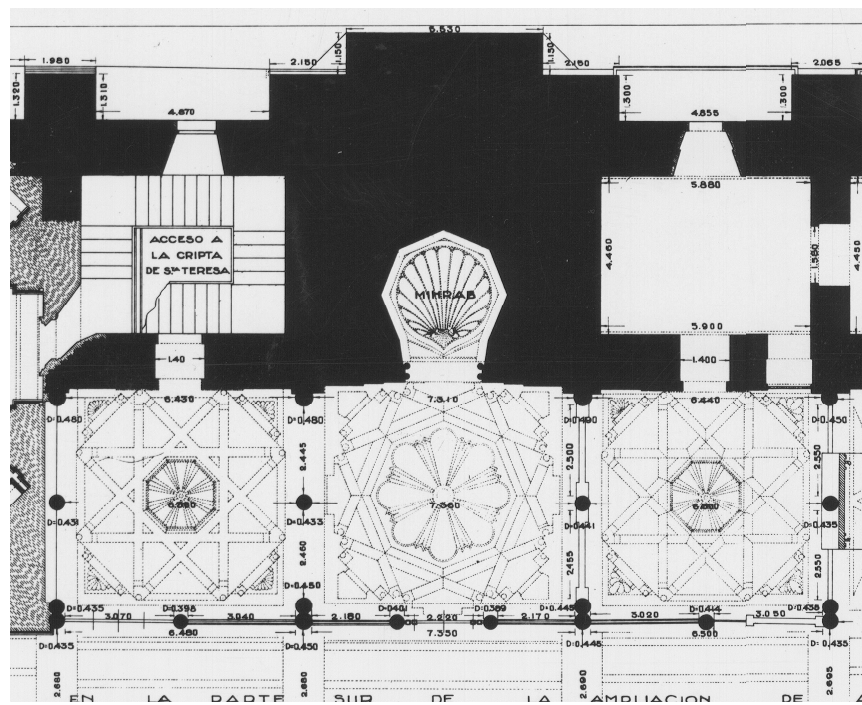


Ilustración 147. Detalle del plano de Félix Hernández (Antonio Almagro Gorbea)

En el análisis del alzado interior de la puerta de los Deanes he utilizado el levantamiento realizado por Pedro Marfil (2010:255).

Las secciones y alzados publicados por Félix Hernández han servido de referencia en el estudio del alminar de Hisam I (1975:131) y en el de Abd al-Rahmán III (1975:F9-10).

Para el estudio de las proporciones del *mihrab* he cotejado varias fuentes publicadas que han resultado contradictorias en ciertas proporciones, tal vez por una deformación axial de las reproducciones. En el estudio he usado finalmente la planta de Félix Hernández y una fotografía orto proyectada de la fachada.

Para el estudio de la modulación de las arquerías se han utilizado los gráficos publicados por Emilio Camps Cazorla en 1953 (Fig. 19 Lám XIII), por Rafael de la Hoz en 1996 (Pág 79), y Antonio Fernández Puertas en 2008 (Fig. 14 Pág. 344). También en este caso se detectan diferencias entre las distintas bases.

Debido a estas desviaciones detectadas entre las medidas reales proporcionadas por las distintas fuentes, los resultados que se presentan del *mihrab* y de las arquerías deben supeditarse a su comprobación cuando se disponga de un levantamiento fidedigno de estos elementos.

La reciente visita realizada a la mezquita catedral con patrones métricos, contruidos a partir de los módulos obtenidos en los resultados, ha permitido realizar mediciones directas de algunos elementos accesibles.

Resultados

Valor del módulo

Se han detectado 4 módulos distintos utilizados en la construcción del alzado oeste de la mezquita-catedral de Córdoba:

Módulo 1

Corresponde con el oratorio de la mezquita-aljama. Su valor antropométrico es de una braza de 158.37 cm, lo que le corresponde un codo de 39.59 cm.

Módulo 2

Se ha detectado este patrón en el trazado exterior de la Puerta de los Deanes. El valor de su codo es 52.42 cm (209.69 cm de braza).

Módulo 3

Desde la Puerta de los Deanes hasta la esquina norte, incluido el Postigo de la Leche, y en otras zonas puntuales del oratorio, se utilizó un patrón de valor antropométrico 165.23 cm, es decir, una vara de 82.62 cm o un codo de 41.31 cm.

Módulo 4

La zona correspondiente a la Capilla de la Inmaculada Concepción, en el centro del alzado, fue ejecutada utilizando un módulo de 170.48 cm, lo que le corresponde una vara de 85.24 cm.

Para cada módulo se ha empleado un distinto color, tanto de la trama modular como de los patrones de medida, siendo las dimensiones de cada unidad del sistema antropométrico las que aparecen en el siguiente cuadro:

UNIT	fathom	yard	cubit	foot				fist	palm	Inch	digit
Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96
MÓDULO 1	158,37	79,18	39,59	26,39	19,80	13,20	9,90	8,80	6,60	2,20	1,65
MÓDULO 2	209,69	104,85	52,42	34,95	26,21	17,47	13,11	11,65	8,74	2,91	2,18
MÓDULO 3	165,23	82,62	41,31	27,54	20,65	13,77	10,33	9,18	6,88	2,29	1,72
MÓDULO 4	170,48	85,24	42,62	28,41	21,31	14,21	10,66	9,47	7,10	2,37	1,78

Ilustración 148. Módulos de la Mezquita-Catedral de Córdoba

Dimensiones generales

Módulo 1

La zona sur del alzado oeste, la que corresponde con la ampliación de Al-Hakam II, es la que presente mayor adaptación a la trama estática en base al patrón del tipo Módulo 1. A partir del doble muro de la *qibla* se detecta una modulación de valor 8 brazas entre los ejes de las 3 puertas, y centrados entre ellas avanzan los contrafuertes. Este ritmo de 4 brazas se conserva, algo descentrado en la Puerta de San Miguel, hasta el eje de la espadaña cristiana de la Capilla de la Inmaculada. A partir de la Puerta de los Visires, cuyo eje ya no coincide, este intervalo no vuelve a manifestarse exteriormente.

Cuando se ha confrontado esta cadencia con la planta general del edificio se ha detectado una concordancia de 2 brazas (316.74 cm) entre ejes de soportes de las arcadas de las naves. E igual espesor tiene la fachada del oratorio fundacional, con lo que se cuentan 34 intervalos exactos de 2 brazas hasta el *mihrab*.

El doble muro de la *qibla* no se ajusta a esta trama estática impuesta en las arcadas de las naves, sino que se recurre a una modulación dinámica de $1+2\sqrt{2}$ codos para determinar el espesor de los muros. Y entre ellos se dimensiona con un ancho de $2\sqrt{2}$ brazas el ámbito donde se localiza el *mihrab*, la cámara del tesoro y la puerta del pasadizo.

En dirección sur, el trazado del Patio de los Naranjos no responde a Módulos 1 enteros, pero si se adapta a fracciones binarias, con lo que las dimensiones generales de la mezquita catedral en sentido norte-sur pueden expresarse en codos de la siguiente manera:

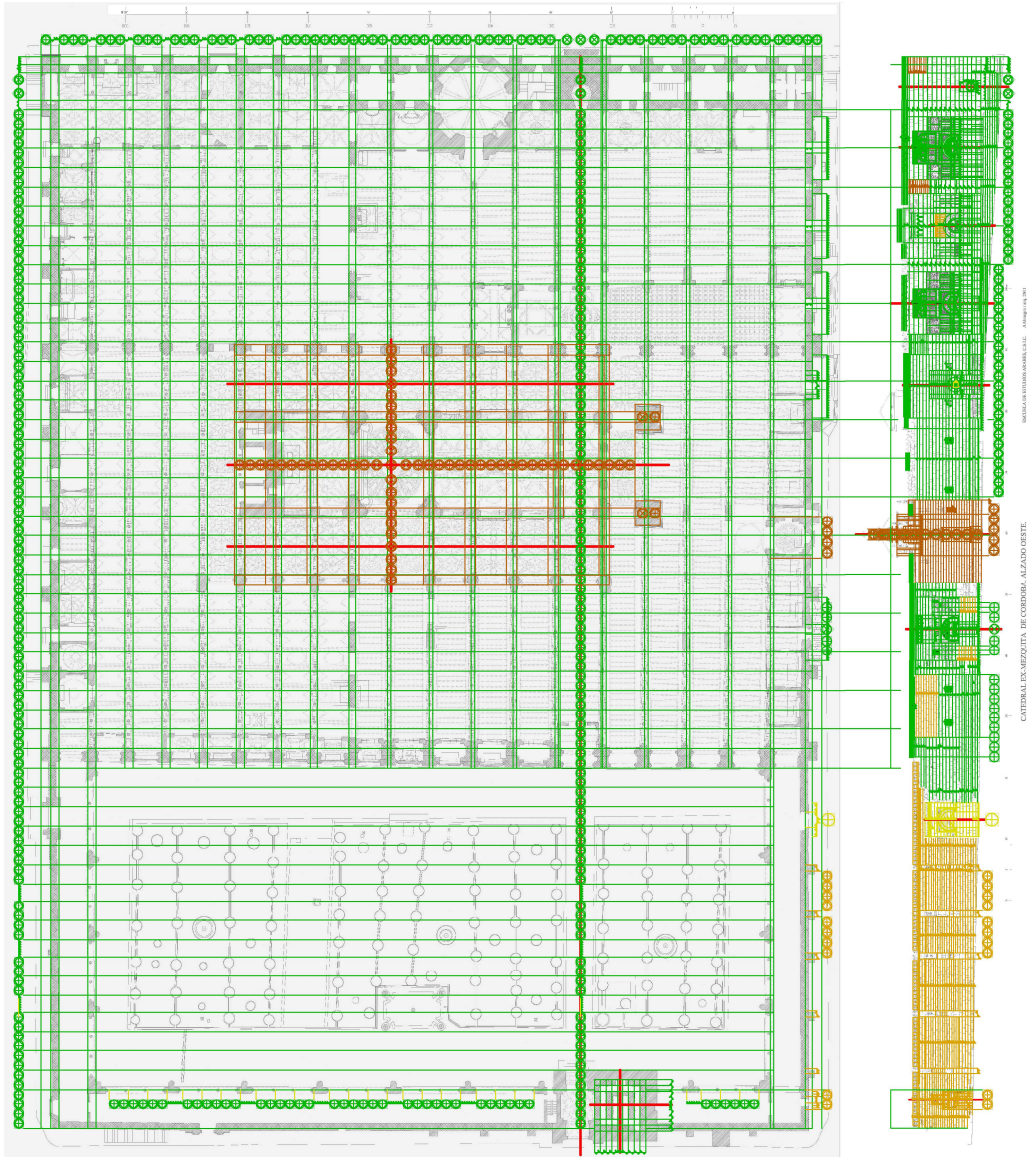
- 149 codos correspondientes al patio, desde el exterior de la fachada norte hasta la fachada del oratorio.
- 272 codos de la fachada y las arcadas del oratorio hasta la *qibla*.
- $2+12\sqrt{2}$ codos el doble muro de la *qibla* hasta la fachada sur, sin contar los contrafuertes.

En total suma la longitud de alzado oeste $423+12\sqrt{2}$ codos, lo que equivale a unos 440 codos y a 174.18 m.

La distancia entre ejes de soportes de las naves -formalizadas entre las arcadas perpendiculares al muro de oración- se aproxima a 4 brazas del Módulos 1, pero no se ajusta a enteros ni a fracciones duodecimales. Sin embargo considerando un espesor de arcada de valor $\sqrt{2}$ codo obtenemos para las 8 naves intermedias, simétricas respecto al *mihrab*, un ancho neto de 4 brazas. La nave central del *mihrab* se ajusta a $3\sqrt{2}$ brazas de fachada más $\sqrt{2}$ codo hasta los soportes. Y en las extremas las 4 brazas de ámbito se miden desde la línea de fachada, por lo que hay que deducir el espesor de los muros, fijado en $2\sqrt{2}$ codo. Ello arroja un ancho libre para las naves extremas de $16-2\sqrt{2}$ codos (5.21 m).

MEZQUITA CATEDRAL DE CORDOBA

ANÁLISIS MÉTRICO



UNIT	<i>fathom</i>	<i>yard</i>	<i>cubit</i>	<i>foot</i>				<i>fist</i>	<i>palm</i>	<i>inch</i>	<i>digit</i>
<i>Unidad</i>	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO
FRACCIÓN	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96
MÓDULO 1	158,37	79,18	39,59	26,39	19,80	13,20	9,90	8,80	6,60	2,20	1,65
MÓDULO 2	209,69	104,85	52,42	34,95	26,21	17,47	13,11	11,65	8,74	2,91	2,18
MÓDULO 3	165,23	82,62	41,31	27,54	20,65	13,77	10,33	9,18	6,88	2,29	1,72
MÓDULO 4	170,48	85,24	42,62	28,41	21,31	14,21	10,66	9,47	7,10	2,37	1,78

Ilustración 149. Modulación general de la Mezquita-Catedral de Córdoba

Esto es válido para las naves de la mezquita fundacional, y para sus prolongaciones en las ampliaciones de Abd al-Rahmán II y Al-Hakam II. En cuanto a la última ampliación de Almanzor se acorta el ancho neto de las naves a 3 brazas mientras se amplía el espesor de las arcadas a $2+\sqrt{2}$ codos. Esto se cumple en todas las naves de Almanzor, excepto en la primera adosada al muro de la primitiva fachada, desde la que se miden 4 brazas enteras incluida la primera arcada hasta la segunda nave.

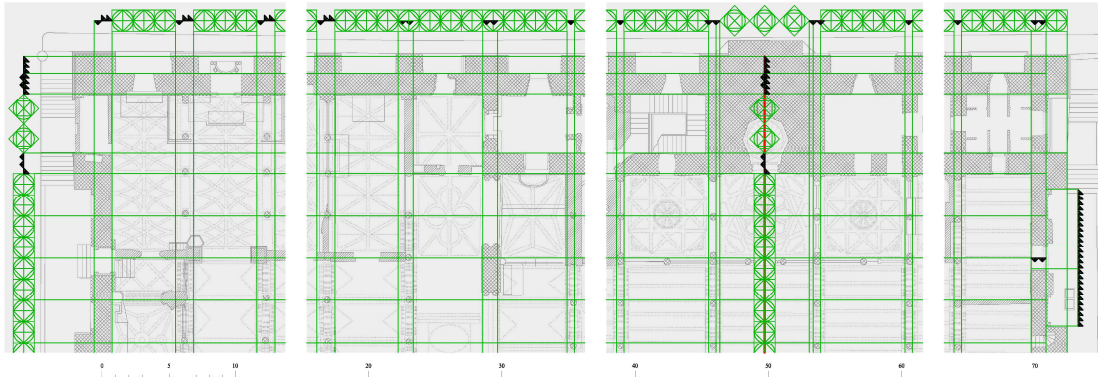


Ilustración 150. Modulación del sector sur de la Mezquita-Catedral de Córdoba

Por lo tanto establecemos las dimensiones generales de la mezquita-catedral en sentido oeste-este de la siguiente manera:

- 4 brazas para las naves extremas de la mezquita fundacional, incluidos los muros.
- 4 brazas para cada una de las 8 naves intermedias de la mezquita fundacional.
- $\sqrt{2}$ codo para cada una de las 10 arcadas de la mezquita fundacional.
- $13\sqrt{2}$ codos para la nave central de la mezquita fundacional.
- 3 brazas para las 7 naves iguales de la ampliación de Almanzor.
- 4 brazas para la nave oeste de la ampliación de Almanzor, incluida la primera arcada.
- $2+\sqrt{2}$ codos para cada una de las otras 6 arcadas y para la fachada de la ampliación de Almanzor.

El ancho total de la mezquita fundacional, incluidos sus muros pero no los contrafuertes, es por tanto de $160+23\sqrt{2}$ codos, lo que corresponde con 76.22 m. La ampliación de Almanzor alcanza los $114+7\sqrt{2}$ codos (49.05 m). El ancho total de la mezquita-catedral en este sentido es $274+30\sqrt{2}$, lo que supone 125.28 m, valor muy próximo a 315 codos.

Módulo 4

Se han ensayado los módulos detectados en la fachada oeste sobre la planta del crucero de la catedral -construida en el interior de la mezquita- encontrándose correspondencia con el fijado para la Capilla de la Inmaculada Concepción. Utilizando su valor podemos justificar

las dimensiones del crucero de la catedral en sentido norte-sur con $4+3\sqrt{2}$ brazas, y para las naves laterales $4+\sqrt{2}$ brazas cada una. En sentido este-oeste el interior del crucero se ajusta a $2+3\sqrt{2}$, prolongándose la nave central hacia el este 7 brazas enteras del altar mayor y 2 brazas de las capillas traseras. Hacia el coro 3 naves intermedias de la mezquita se salvan con 4 brazas por nave. La nave central más ancha se salvaría con $2.5+\sqrt{2}$ brazas en el tras-coro, y hasta las inconclusas torres -de planta cuadrada de lado $1+\sqrt{2}$ brazas- otra nave se salva con 2.5 brazas. Contando con 1 braza por cada línea de soportes obtenemos un total de $16+5\sqrt{2}$ brazas para el ancho total (39.33 m), y de $34+5\sqrt{2}$ brazas para el largo (70.02 m).

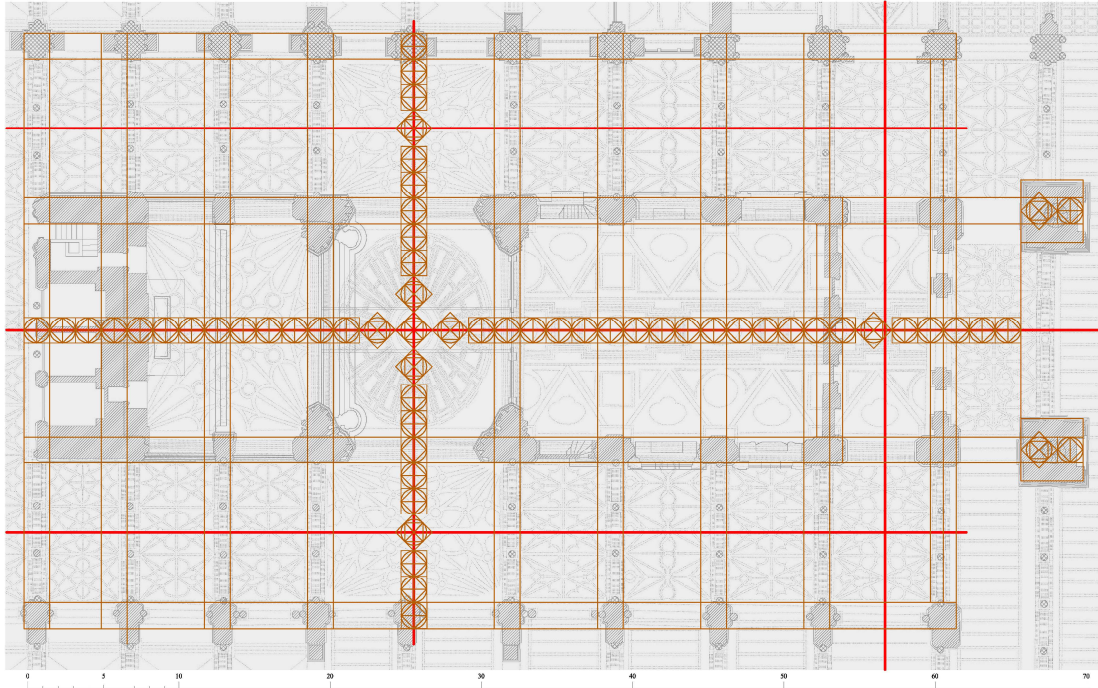


Ilustración 151. Modulación del crucero de la Mezquita-Catedral de Córdoba

Elementos secundarios

Sillerías

En la zona de la fachada oeste a partir de la Puerta de los Deanes y hasta la Puerta del Espíritu Santo -exceptuando la Capilla de la Inmaculada Concepción, y puntualmente otras superficies- los sillares de los lienzos de muro y de los 5 contrafuertes existentes se disponen generalmente en hiladas de altura $\sqrt{2}$ codo del Módulo 1 (unos 56 cm), si bien también hay otras dimensionadas en palmos, en $\sqrt{2}$ palmos, o en combinación de ambas escalas.

En contraste, en la zona correspondiente a la ampliación de Al-Hakam II hasta el extremo sur del edificio predomina una altura de sillar de valor $2+\sqrt{2}$ cuartas (67.6 cm) del mismo módulo, e igualmente aparecen otros valores por combinación dinámica.



Ilustración 152. Sillerías del alzado oeste

A partir de la Puerta de los Deanes hasta el extremo norte el cerramiento del patio dispone de una altura de sillares establecida en palmos enteros del Módulo 3, generalmente 5 palmos ó 1 codo. La misma métrica se detecta: en la fábrica que se extiende por encima de la Puerta de los Deanes, así como en toda la crestería gótica que corona esta parte -mediante módulos de 9 palmos de ancho-; en la parte superior del lienzo al norte de la Puerta de los Visires, sobre dos ventanas; y en las zonas bajas a ambos lados de dicha puerta.

La fachada de la Capilla de la Inmaculada Concepción está realizada con fábrica de 1 codo de altura correspondiente al Módulo 4. La misma métrica, aunque con dimensiones más pequeñas en palmos o medios palmos, se detecta en la parte superior del contrafuerte existente entre la Puerta de los 3 nombres (San Pedro, Paloma y Postigo de Palacio) y la Puerta de San Idelfonso, y en la misma zona del último contrafuerte en el extremo sur del alzado.

Puertas (de sur a norte)

- Puerta del Pasadizo

El hueco de esta puerta centrada entre los muros de la *qibla* tiene un ancho de 1 braza y una altura de $5+\sqrt{2}$ codos. Bajo su umbral se disponen 5 sillares a tizón de 1 codo de ancho por $2+\sqrt{2}$ cuartas de altura.

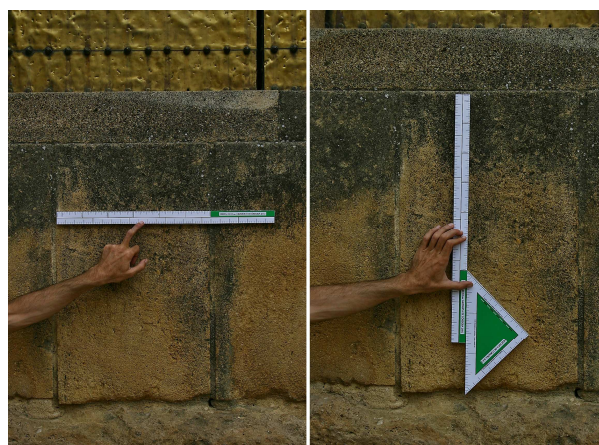


Ilustración 153. Sillares bajo la Puerta del Pasadizo

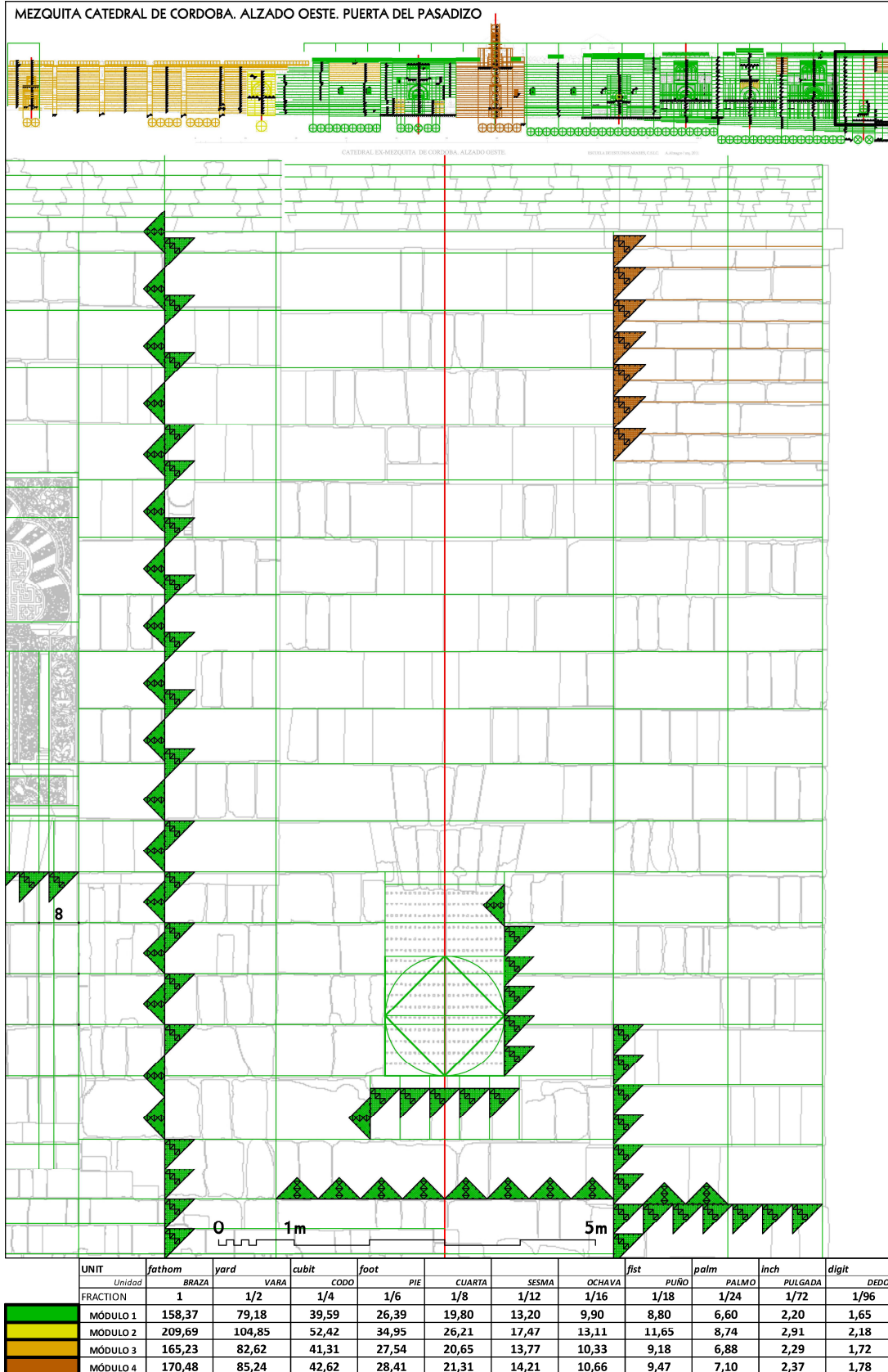


Ilustración 154. Modulación de la Puerta del Pasadizo

- Puerta de San Idelfonso

Su eje está desplazado casi 5 cm al sur respecto de la modulación general establecida. Todos los anchos de sus diferentes elementos pueden establecerse en palmos enteros del Módulo 1. Las alturas a partir del hueco también se determinan de igual manera (con alguna excepción), pero hasta el centro del arco se modula dinámicamente al igual que la sillería.

Dado en palmos, el ancho del hueco central es 26, de su jamba 4, hasta el recerco del arco 13, el recerco 10. Las ventanas superiores están separadas a eje $12 \frac{1}{2}$. El cuerpo central tiene un ancho total de 80. Los cuerpos laterales tienen 38, por lo que la portada completa entre contrafuertes tiene 156 (26 codos).



Ilustración 155. Puerta de San Idelfonso

Siguiendo en palmos, la altura del hueco de acceso se establece dinámicamente en $24+15\sqrt{2}$, y sobre él está el dintel adovelado de $6+9\sqrt{2}$. Ambas alturas coinciden con el despiece de sillería, y en medio de la parte superior del dintel se localiza el centro del intradós del arco de la puerta. Sobre este punto se localiza el centro del arco del trasdós a 2, después 15 a la clave del intradós (por lo tanto con arco de diámetro 34), y otros 15 a la clave del trasdós, cuyo diámetro es 60. Continúa una franja epigráfica remarcada de 8, el resto del recerco de la puerta de 9, las ventanas de 21 hasta el arranque de sus arcos, 6 al centro del intradós, 1 al centro del tradós, 10 a la clave del intradós (diámetro 22), 6 a la clave del trasdós (diámetro 32), y 1 hasta el recuadro superior de 12 de altura.

En los cuerpos laterales, las ventanas tienen un ancho de 11 y su altura de $22 \frac{1}{2}$. Sobre ellas hay 6 hasta el arranque de sus arcos lobulados, cuya clave interna alcanza los 21, rematándose estos cuerpos con 8 palmos más.

Las líneas del dovelaje del arco central se adaptan a una separación de $2+\sqrt{2}$ palmos en el trasdós y de $1+\sqrt{2}$ en el intradós.

Se detecta además la utilización de la $\sqrt{2}$ en la altura de las dos franjas epigráficas horizontales, ambas con una altura de $2\sqrt{2}$ palmos.

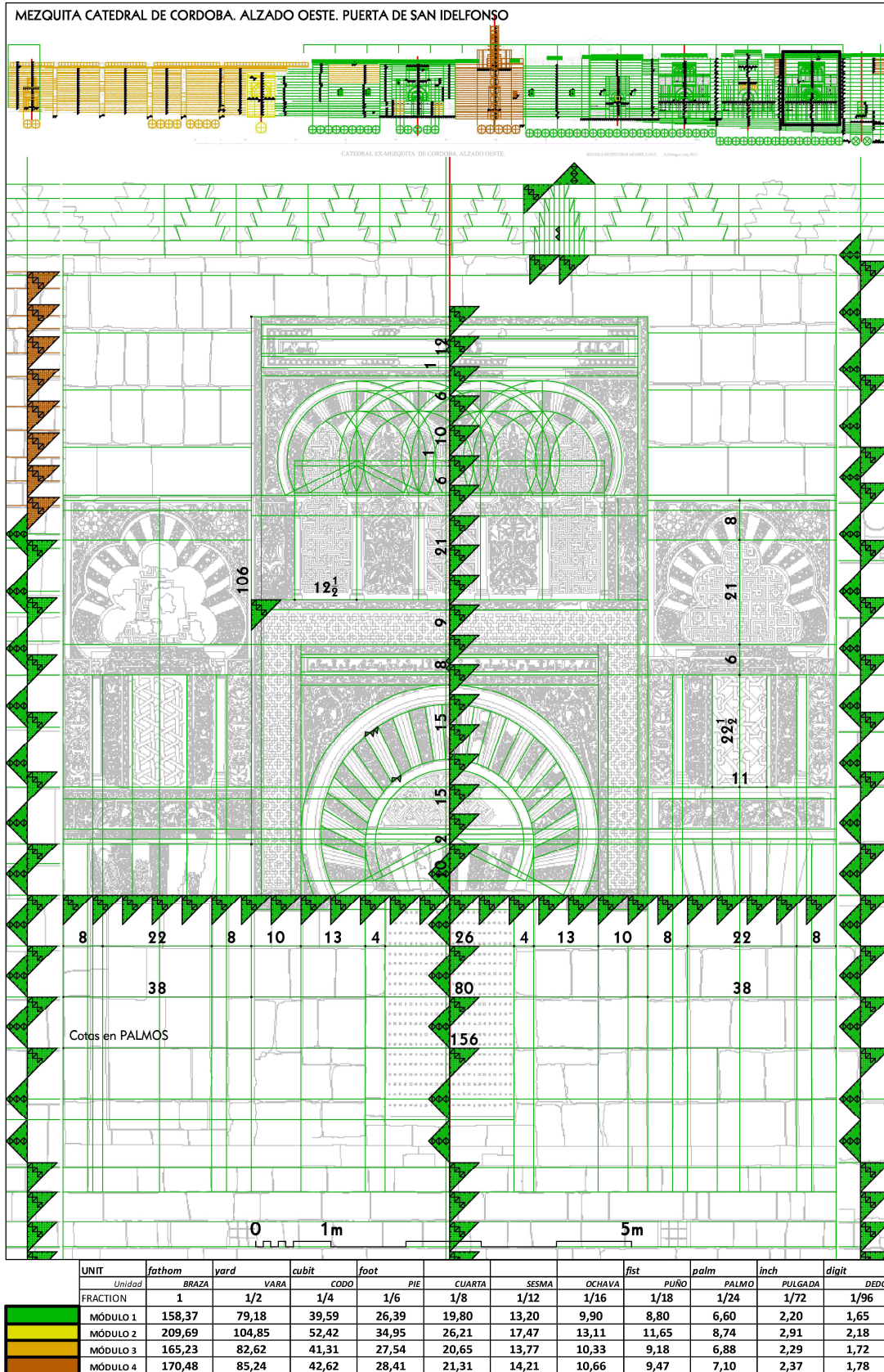


Ilustración 156. Modulacion de la Puerta de San Idelfonso

- Puerta de los 3 nombres

La desviación de su eje respecto al general es de casi 4 cm al sur. Similar modulación que la puerta anterior, realizada en palmos del Módulo 1.

Ancho del hueco de acceso 26. Sus jambas 5, remarco 12, hasta el cuerpo lateral otros 12, 6 hasta el hueco ciego, que tiene 22. Las distancias hasta el final de la portada son ligeramente distintas en los dos extremos: 10 el del sur y algo menos el del norte. La distancia entre contrafuertes es alrededor de medio palmo menor que 160 (40 pies).

Se repite la altura del hueco de $24+15\sqrt{2}$, y del dintel adovelado de $6+9\sqrt{2}$. A esta altura se localiza también el centro de los arcos, en este caso tanto del intradós como del trasdós. Hay 14 de altura hasta la clave del intradós (diámetro 28), que tiene un espesor de 4. A los 12 se localiza la clave del trasdós (luego tiene 60 de diámetro). La portada actual parece rematarse con 24 más.

En la parte superior sobresale una zona almenada que coincide con el ancho de 84 (14 codos) establecido para el cuerpo central. Por debajo aparece la impronta de unos pequeños huecos de ventanas de $6\sqrt{2}$ de ancho, separadas entre si por 2 palmos.

Se detecta que la decoración gótica existente sobre el arco se basa en una serie de pequeñas columnas separadas 4 palmos (1 pie) del Módulo 3.

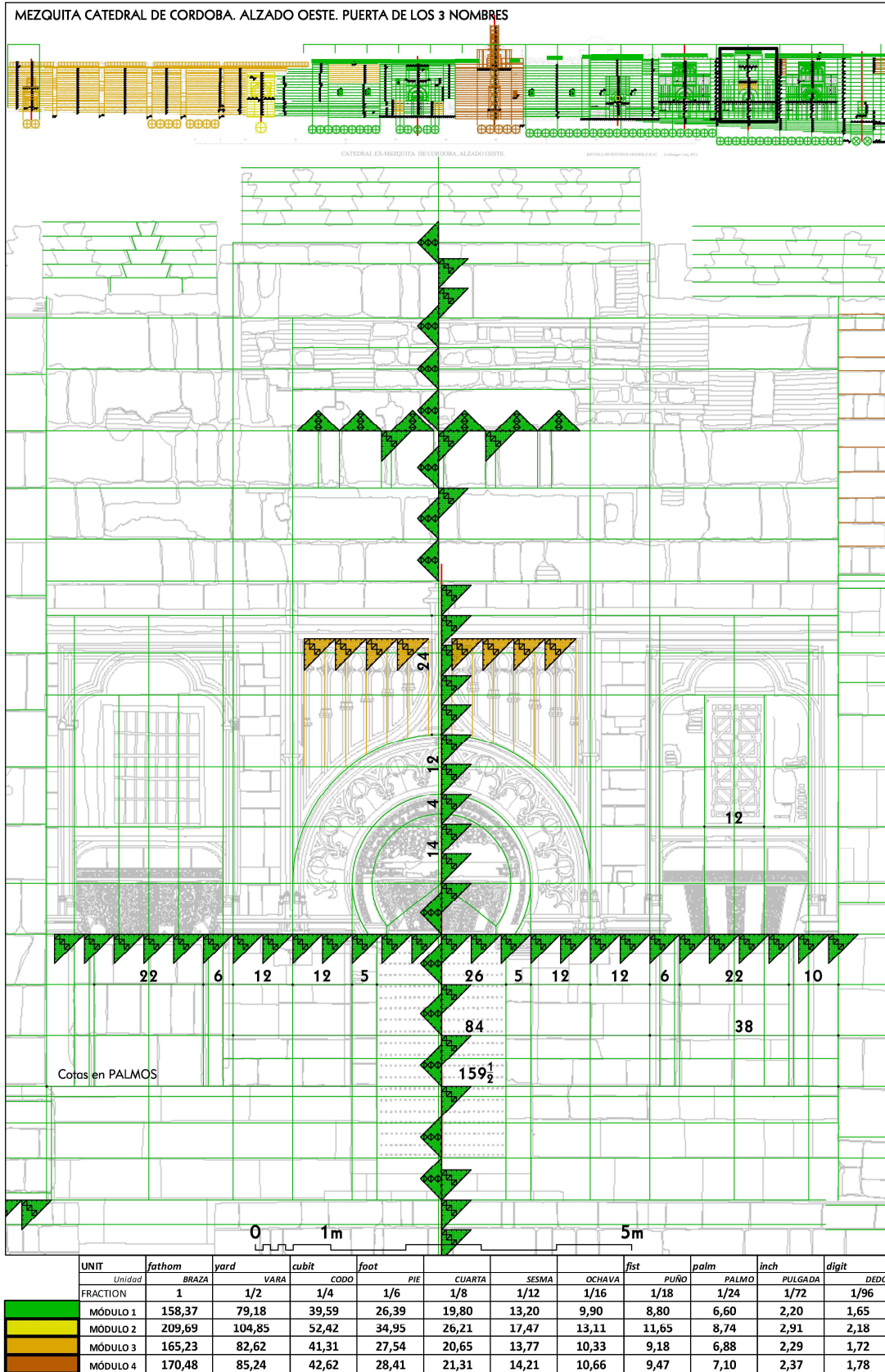


Ilustración 157. Modulación de la Puerta de los 3 Nombres

- Puerta del Espíritu Santo

Su eje está centrado respecto a la modulación general. Similar modulación que las puertas anteriores, realizadas en palmos del Módulo 1.

El ancho del hueco vuelve a ser 26, con 5 de jamba y 18 hasta los cuerpos laterales. Éstos tienen un hueco ciego de 22, y 10 de cerco hasta los extremos. El ancho del cuerpo central es, por lo tanto, de 72 (12 codos), y el de los laterales 42 (7 codos), por lo que la distancia entre contrafuertes vuelve a ser 26 codos.



Ilustración 158. Puerta del Espíritu Santo

También se repiten la altura del hueco y del dintel. En este caso el centro del intradós del arco se peralta 1, y el del trasdós 3 por encima. Los 15 hasta la clave del intradós produce un diámetro de 36 para este arco. Y los 12 hasta el trasdós provocan un diámetro de 54. El remarco del arco se eleva a 7 de este punto, con una altura de 10. La altura de las ventanas superiores es 24 hasta el arranque de sus arcos, y los ejes de sus columnas se encuentran separados $11 \frac{1}{2}$. Sobre el arranque se localiza el centro de los arcos del intradós a $5 \frac{1}{2}$, y $\frac{1}{2}$ se peralta el centro de los trasdosos. Las claves de los intradoses se elevan otros 10 (diámetro 21), y sobre ellos 5 hasta los trasdosos (diámetro 30). El cuerpo central se remata con una franja de 12 de altura.

Se detectan dimensiones establecidas mediante $\sqrt{2}$ en las franjas epigráficas ($2 \sqrt{2}$ palmos), y también parece ajustarse a $\sqrt{2}$ codo el ancho del remarco vertical de la puerta.

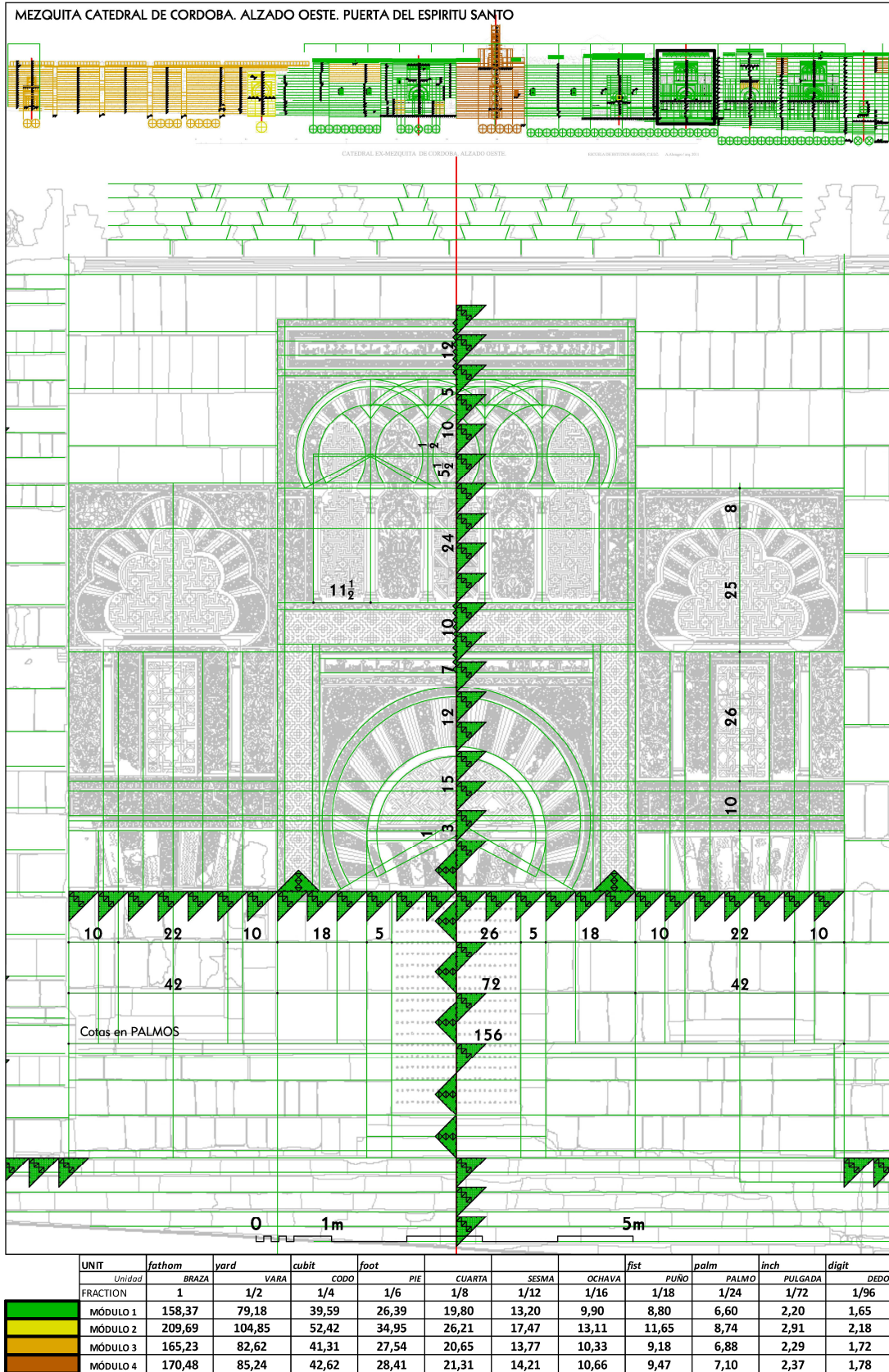


Ilustración 159. Modulación de la Puerta del Espíritu Santo

- Postigo del Obispo

Varía sustancialmente el proceso de modulación, pero manteniendo el Módulo 1. Su eje queda desviado 65 cm al norte de la trama general establecida.

En ancho del hueco se establece en $1+2\sqrt{2}$ codos, y el de sus jambas en 13 palmos. No dispone de cuerpos laterales. La distancia entre contrafuertes vuelve a ser 26 codos, estando también el eje de la puerta desplazado respecto del punto medio del lienzo 27 cm hacia sur.



Ilustración 160. Postigo del Obispo

La altura de los sillares de las jambas se fija en 6 y 7 palmos, y el hueco de acceso alcanza los 44. El centro del arco del intradós se eleva 10 y el del trasdós se peralta 2 más. La clave del intradós se alcanza a los 10 (diámetro 24), y del trasdós se eleva 9 (diámetro 38).

En el centro del arco se localiza una lápida cuadrada del obispo Don Juan Daza, cuyo lado coincide con $\sqrt{2}$ codos del Módulo 2.

Actualmente la puerta se remata a 10 palmos sobre la clave exterior del arco dovelado, pero se aprecia encima una zona que presenta distinto despiece de sillería que el resto del lienzo. Se trata de 7 hiladas de 5 palmos de altura cada una, que se prolongan 1 braza a cada lado de las jambas y se escalonan superiormente.

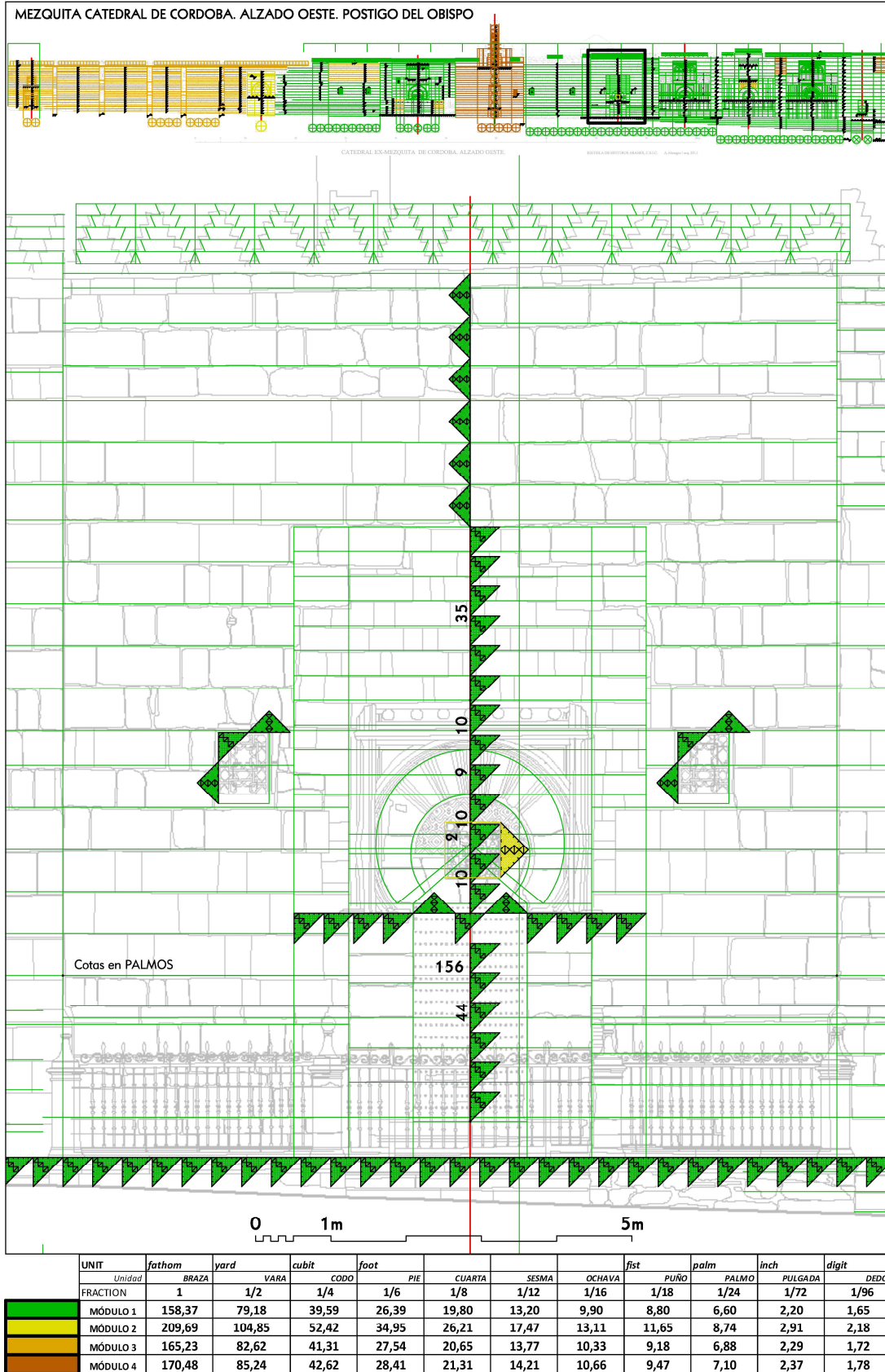


Ilustración 161. Modulación del Postigo del Obispo

- Puerta de los Visires

Su eje no coincide con la modulación general establecida, pero sí con el centro del lienzo entre contrafuertes. Casi todas las dimensiones horizontales y verticales se establecen en palmos enteros.

El ancho del hueco de acceso es de 24, las jambas tienen 6 y 23 más al extremo de la portada. Hasta la vertical de las dos ventanas laterales existen 12, y el ancho de éstas también es 12. Restan otros 13 palmos hasta los contrafuertes, con lo que el ancho total del lienzo vuelve a ser 26 codos.

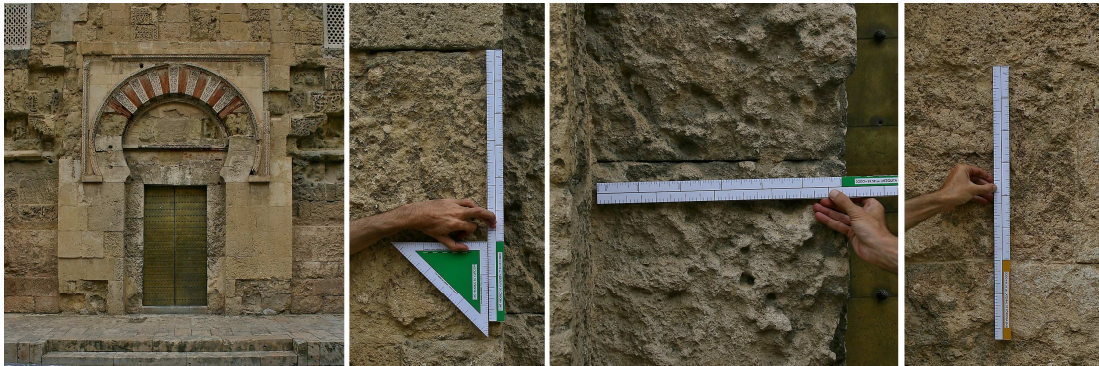


Ilustración 162. Puerta de los Visires

La altura del hueco de entrada es 44 palmos, y su dintel tiene 6. Sobre él se localiza a 8 el centro del trasdós. Bajo este punto se dispone una franja epigráfica con una altura de $\sqrt{2}$ palmos, y en su mitad (a $\frac{1}{2} \sqrt{2}$ palmos) se localiza el centro del arco del intradós. Continúan 18 hasta la clave del intradós, que por la localización de su centro presenta diámetro de valor irracional ($36+\sqrt{2}$). Hasta la clave del arco del trasdós hay 12 (diámetro 60), 2 tiene la franja del recuadro, y sobre él se localizan las ventanas a 4. Las improntas de los tres huecos situados sobre el arco dejan entre sí unos paneles decorados de 12 de altura, y sobre ellos a 33 se dispone una cornisa de 9 de altura. La disposición horizontal de sus ménsulas parece responder a un ritmo $\sqrt{2}$, mientras que su anchura es de 3.

Destaca que mientras los sillares labrados existentes a ambos lados del arco tienen $\sqrt{2}$ codos de altura (como los contrafuertes y restos de paños de esta zona), la parte superior se dimensiona en palmos enteros.

Volvemos a mencionar que la sillería bajo el arco, a ambos lados de las jambas de la puerta, está dimensionada mediante palmos enteros del Módulo 3.

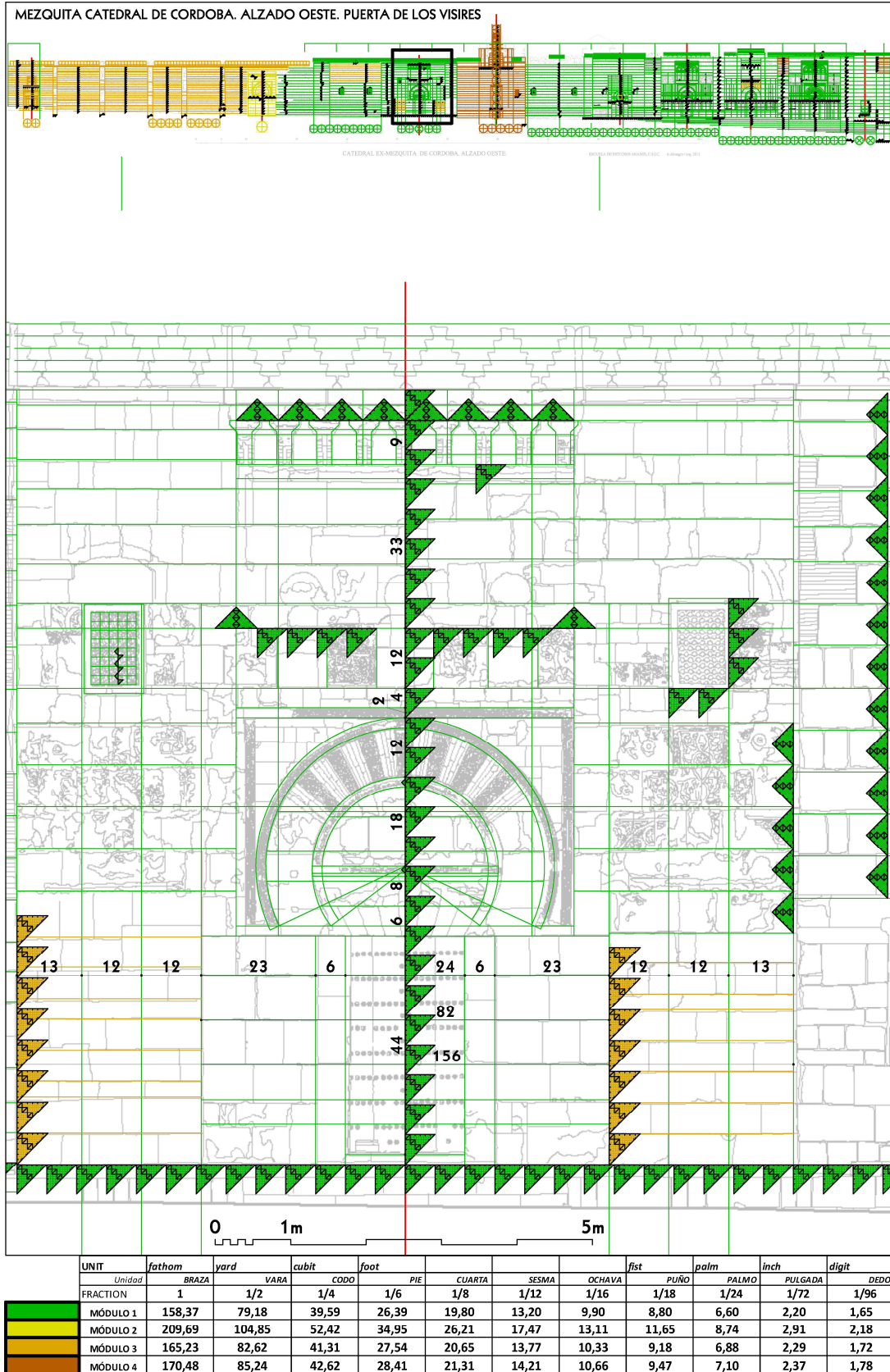


Ilustración 163. Modulación de la Puerta de los Visires

- Puerta de los Deanes

Dimensionada exteriormente mediante el Módulo 2. El ancho de su hueco responde a $2+\sqrt{2}$ codos, el remarco del arco se prolonga $\sqrt{2}$ y otro tanto el extremo de la portada, que en total dispone de un ancho de $2+6\sqrt{2}$ codos.

La altura actual del hueco es de 7 codos menos 2 palmos, y las jambas disponen de sillares de 1 codo de altura. El dintel adovelado es de 2 codos, y sobre él se dispone a 2 palmos el único centro del intradós y trasdós de sus arcos. A 15 palmos se localiza la clave del intradós (diámetro 30), y 7 palmos de espesor tiene el arco hasta la clave de su trasdós (diámetro 44). Sobre él, y a 2 codos, se dispone una cornisa de 1 codo de altura, y se remata la portada con unas pequeñas almenas de otro codo de altura. Las ménsulas de la cornisa tienen un ancho de $1+\sqrt{2}$ palmos, y están separadas $4\frac{1}{2}$ palmos.



Ilustración 164. Puerta de los Deanes

Contrasta esta modulación exterior con la de la sillería del módulo 1 al sur, y con la del módulo 3 localizada al norte y superiormente.

Analizando el alzado interior se detecta la continuidad del módulo 1, tanto en las sillerías de ambos lados como en el trazado general de la puerta. El ancho del hueco corresponde con 2 brazas, el dintel adovelado con 2 codos, el radio del intradós con 1 braza. El trasdós se peralta 2 palmos y dispone de un radio de 34 palmos.

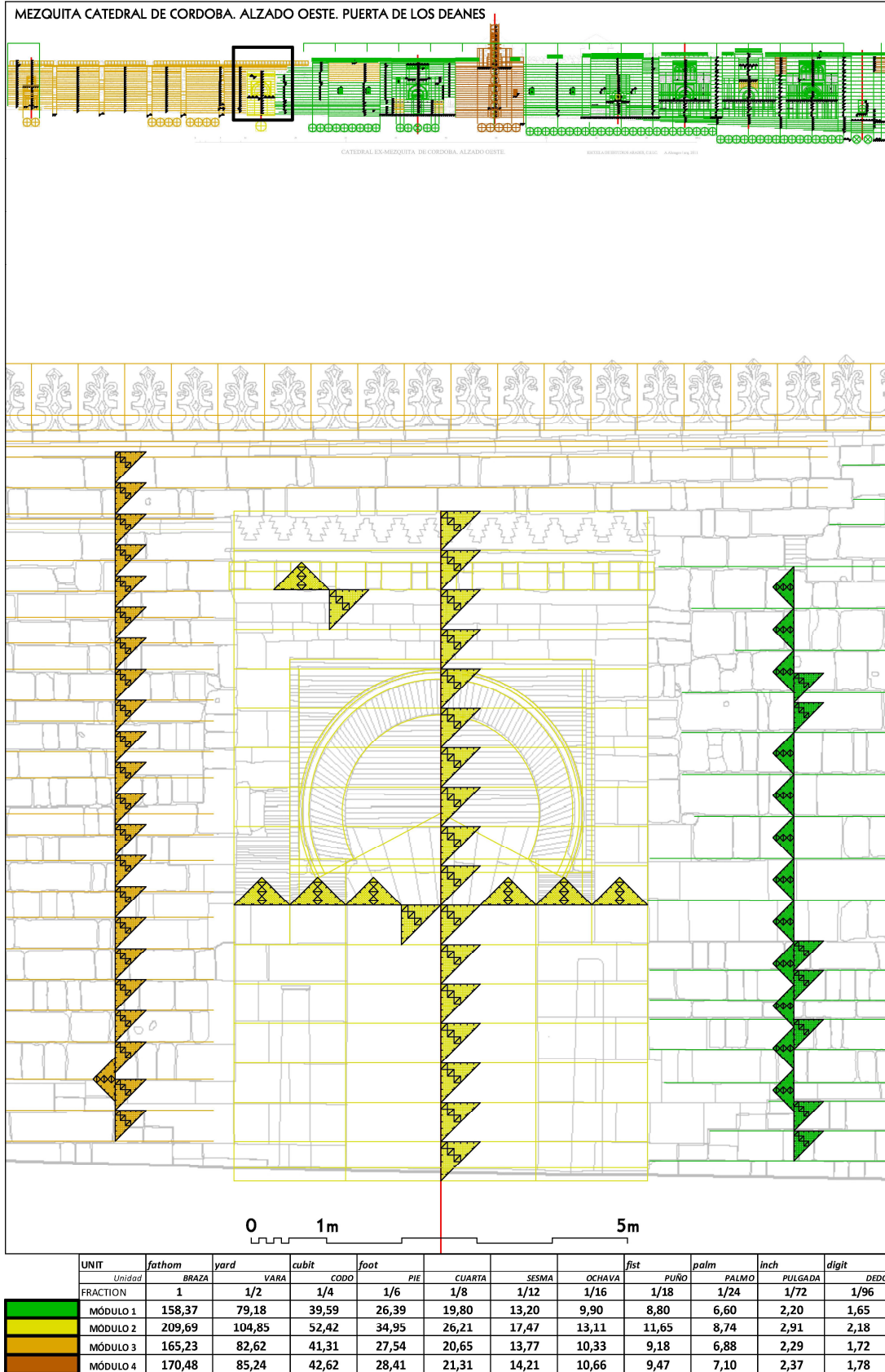


Ilustración 165. Modulación de la Puerta de los Deanes. Exterior

MEZQUITA CATEDRAL DE CORDOBA. ALZADO OESTE. INTERIOR PUERTA DE LOS DEANES

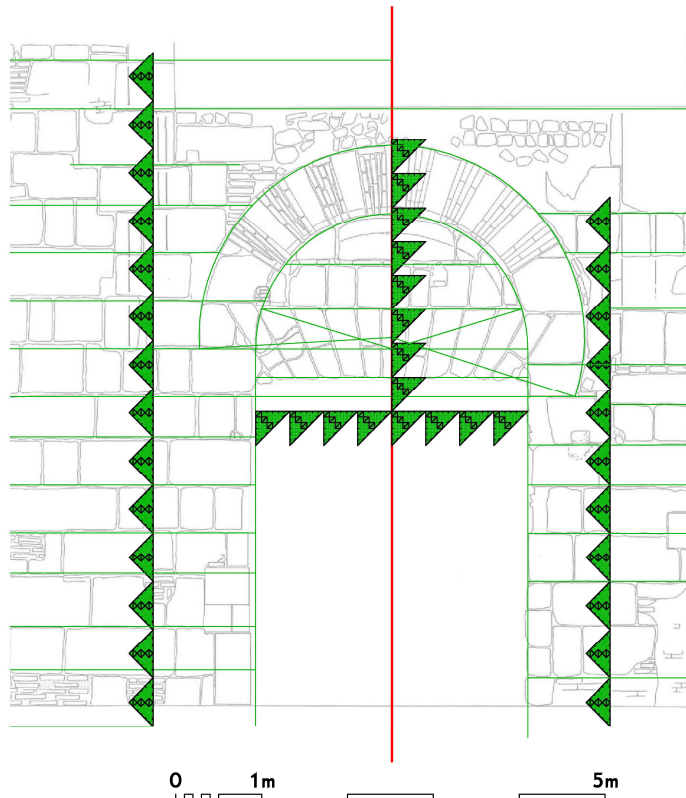


Ilustración 166. Modulación de la Puerta de los Deanes. Interior



Ilustración 167. Interior de la Puerta de los Deanes

- Postigo de la Leche

Portada dimensionada con el Módulo 3. El ancho del hueco de acceso es $2\sqrt{2}$ codos, las jambas hasta las semicolumnas tienen 8 palmos, y éstas tienen 4 hasta completar el ancho de la portada ($4+2\sqrt{2}$).



Ilustración 168. Umbral del Postigo de la Leche

El hueco de la puerta dispone de 7 codos de altura, el dintel tiene 2, y otro la cornisa de transición hasta el cuerpo superior. Éste está compuesto por un hueco ciego enmarcado, con un ancho total de 26 y una altura de 38 palmos.

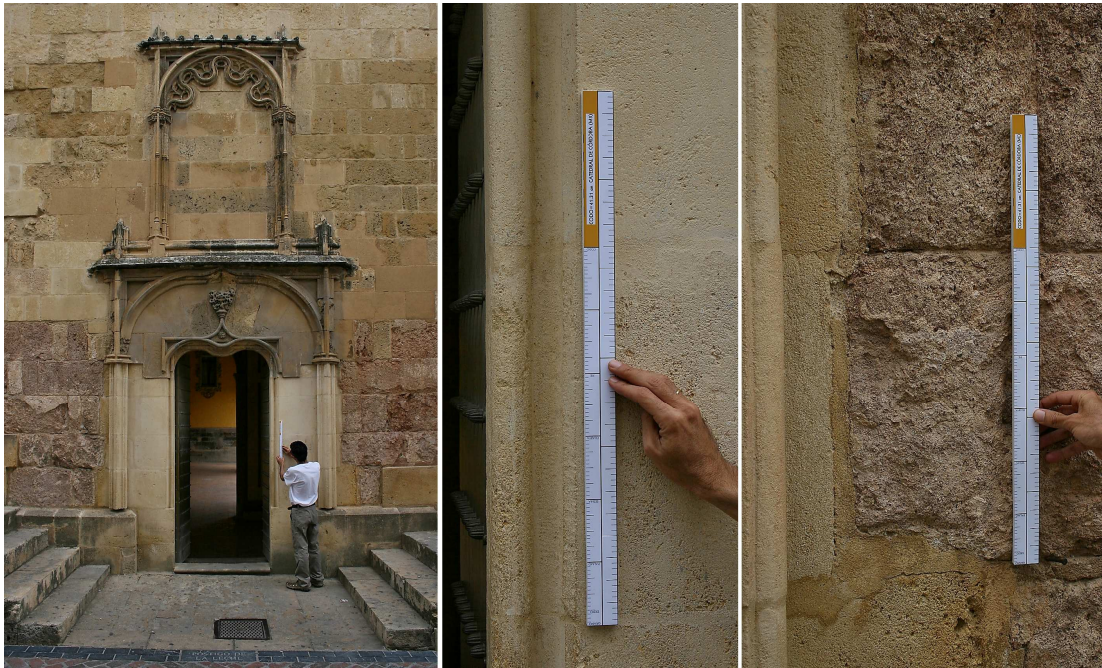


Ilustración 169. Postigo de la Leche

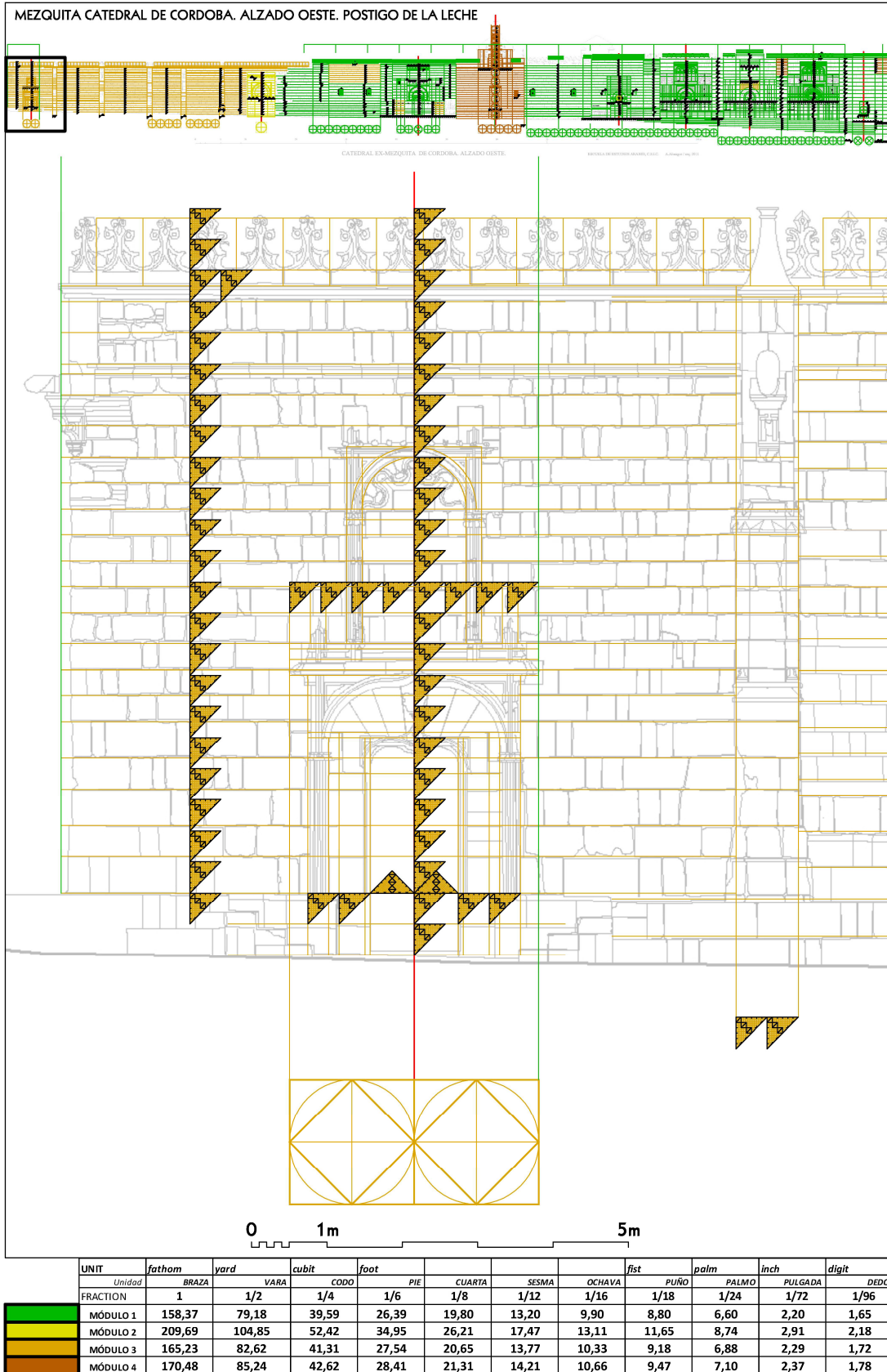


Ilustración 170. Modulación del Postigo de la Leche

Capilla de la Inmaculada Concepción

La obra de esta capilla -que ofrece fachada en el alzado oeste de la mezquita catedral- está dimensionada mediante el Módulo 4. Todos sus elementos se ajustan a modulación estática, a excepción de la ventana superior que parece presentar un ancho de hueco de $2\sqrt{2}$. El resto se dimensiona en unidades enteras. La sillería es regular de 1 codo de altura. El nicho sobresaliente del altar presenta 32 palmos de ancho (8 pies). La ventana del contrafuerte donde se ubica la sacristía dispone de 2 codos de ancho por 3 de alto protegidos por una reja de barrotes separados 2 palmos de ancho por $3\frac{1}{2}$ alto. El ancho exterior del cuerpo sobresaliente de la capilla se ajusta a 4 brazas.

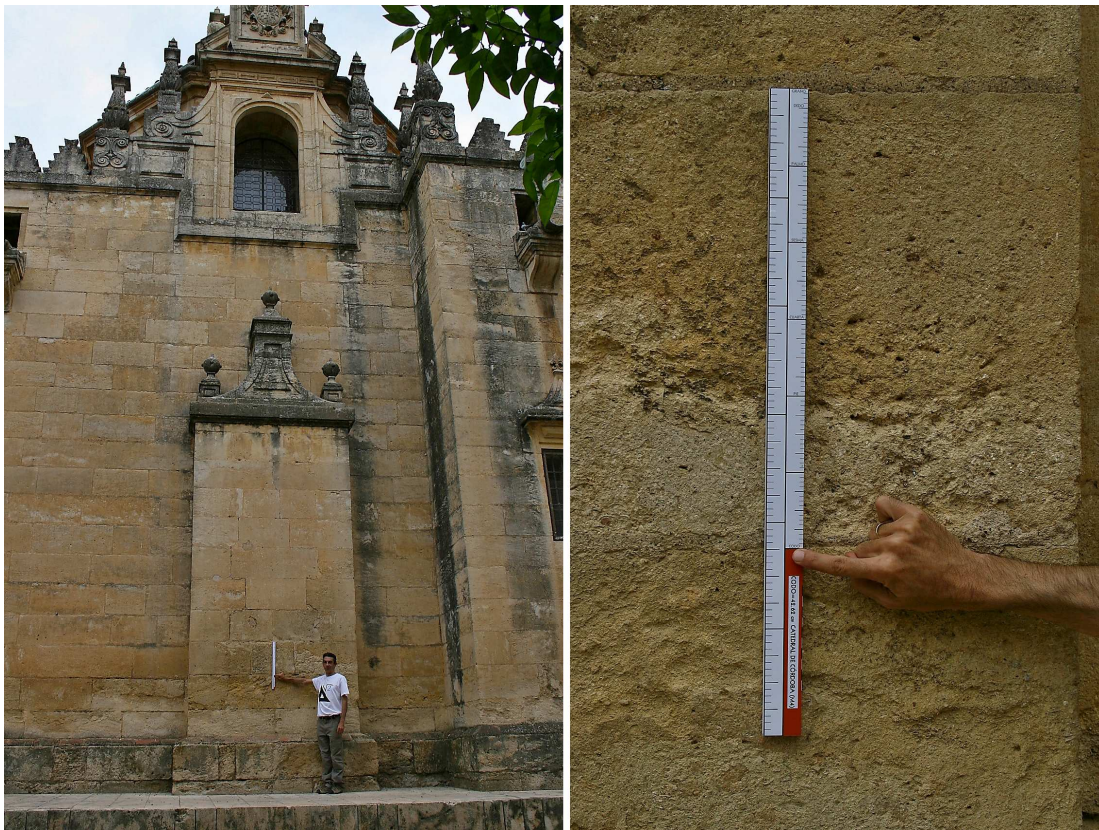


Ilustración 171. Exterior de la Capilla de la Inmaculada Concepción

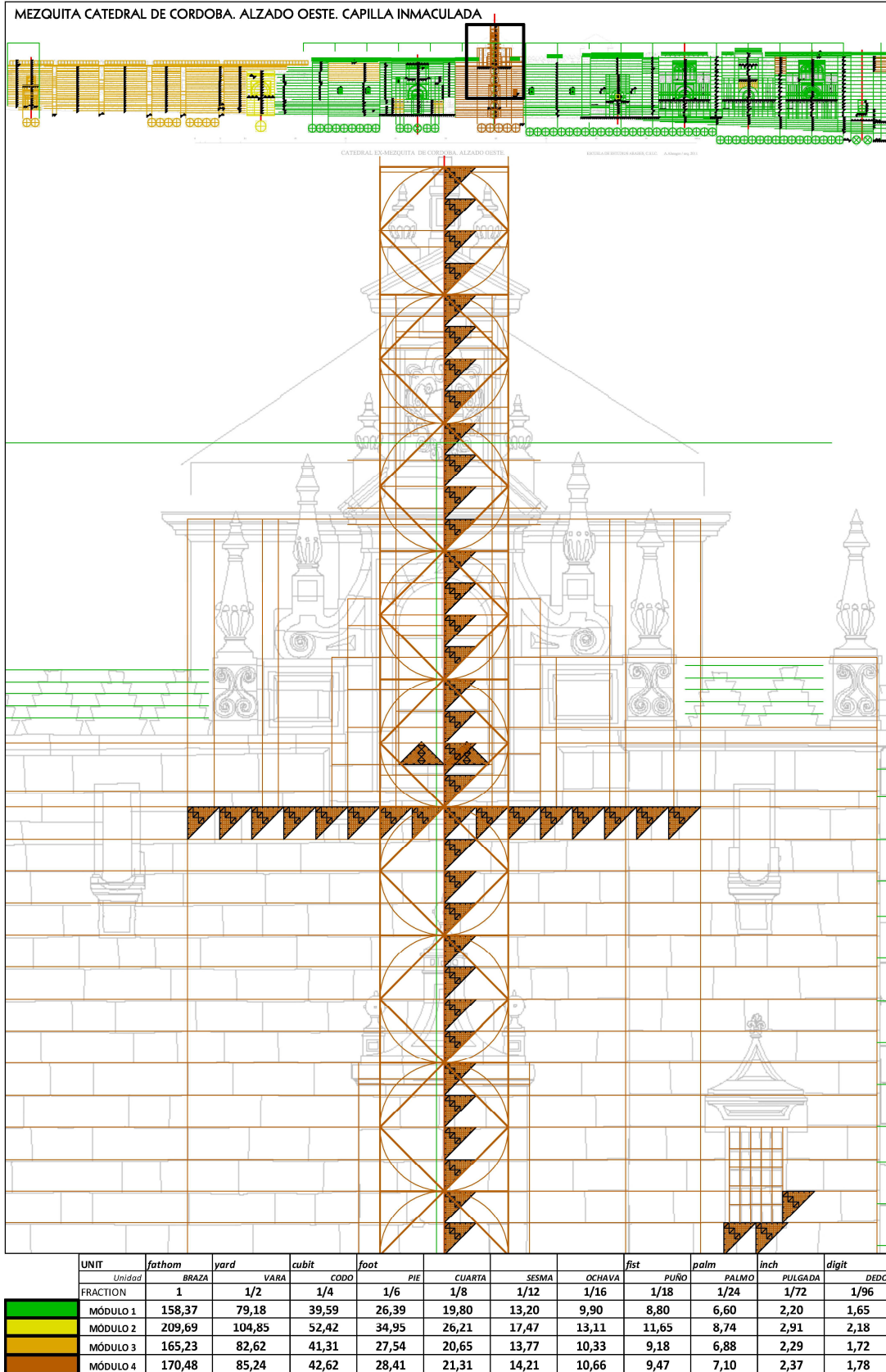


Ilustración 172. Modulación exterior de la Capilla de la Inmaculada Concepción

Ventanas

En los 2 paños ciegos de la fachada oeste de la sala de oración de la mezquita existen pares de ventanas de celosía de igual tamaño. Su dimensión interior se ajusta a $1+\sqrt{2}$ codos de ancho y a $2\sqrt{2}$ de alto -también parecen ajustarse a esta proporción los huecos existentes junto al Postigo del Obispo-. En todos los casos el espesor de sus marcos es $\sqrt{2}$ palmo.

El diseño de sus celosías se basa en tramas estáticas de distinto tamaño (en palmos y sentido norte sur): $1+\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$ y $2+\sqrt{2}$. También presenta trama estática con módulo dinámico la traza de la ventana al norte de la Puerta de los Visires, en este caso $\frac{3}{4}(1+\sqrt{2})$ palmos. No he sido capaz de determinar la modulación en base al Módulo 1 de la ventana al sur de esta puerta.

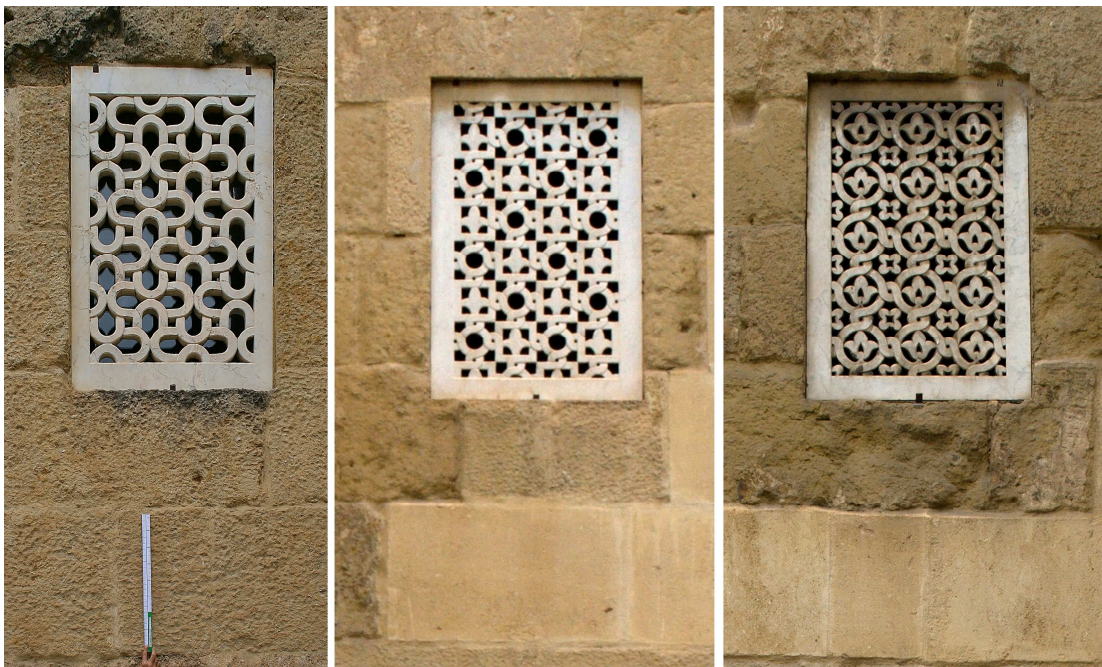


Ilustración 173. Ventanas de celosía

Almenas

En el alzado oeste de la mezquita catedral se detectan dos configuraciones distintas en el trazado de los elementos de remate. En ambos casos el escalonado de las almenas mantiene un ancho determinado por palmos enteros del Módulo 1, pero su altura varía entre los $2\sqrt{2}$ palmos en las almenas más altas, y los $1+\sqrt{2}$ palmos en las más bajas. La distribución es bastante heterogénea a lo largo de la fachada. Las almenas altas se localizan sobre las 3 puertas de la ampliación de Al-Hakam II, y varios de los módulos disponen de un ancho igual a $1+\sqrt{2}$ codos. Por su parte las almenas bajas se sitúan en el resto del alzado de la sala de oración, incluida la zona de la Capilla de la Inmaculada, el espacio entre los muros de la *qibla* y el contrafuerte de la esquina sur. En este caso se utilizan varios anchos dimensionados en palmos.

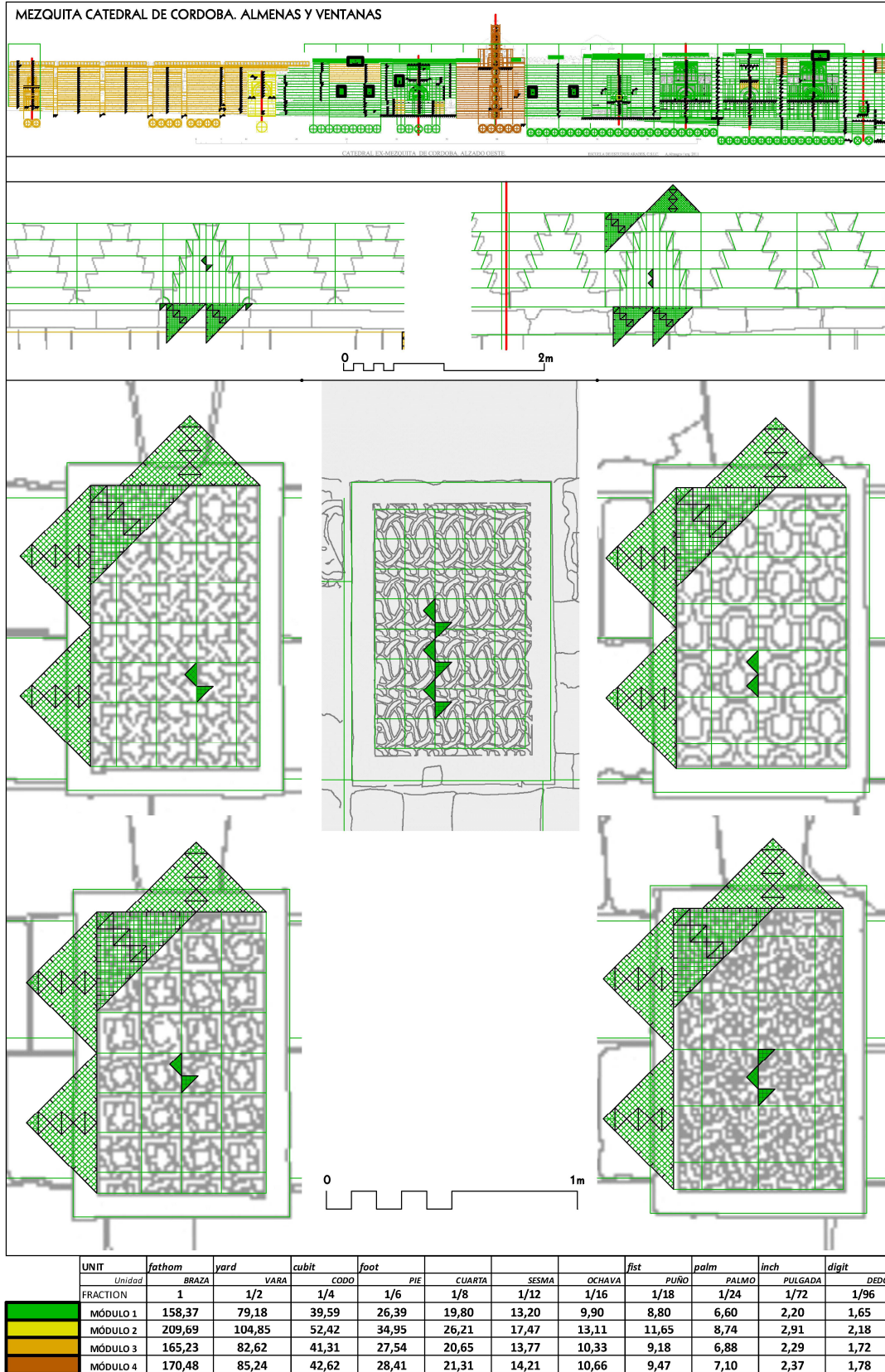


Ilustración 174. Modulación de ventanas y almenas

Alminar de Hisam I

Los alzados publicados en 1975 por Félix Hernández -en su trabajo *El alminar de Abd al-Raman III en la mezquita mayor de Córdoba: génesis y repercusiones-* sobre los restos del primitivo alminar revelan que fue construido según una planta cuadrada de $1+2\sqrt{2}$ brazas del Módulo 1 (6.06 m).

Las hiladas de sillería tienen un alto constante de $\sqrt{2}$ codos. La longitud de los sillares a soga se dimensiona en $\sqrt{2}$ palmos, predominando los de $2\sqrt{2}$ codos. Los colocados a soga presentan tanto palmos como $\sqrt{2}$ palmos, siendo la mayoría de 1 codo o de $5\sqrt{2}$ palmos.



Ilustración 175. Modulaci3n del alminar de Hisam I

Alminar de Abd al-Rahmán III

Se detecta que este elemento se genera a partir de una planta cuadrada de $10+8\sqrt{2}$ codos del Módulo 1 ($5+4\sqrt{2}$ brazas). A partir de ella se desarrollan las distintas alturas en base a un multimódulo de valor $2+\sqrt{2}$ brazas, de manera que la altura conservada del alminar es 8 de estos multimódulos, la altura supuesta del primer cuerpo es de 11, y la del segundo cuerpo alcanza los 14. Sobre este segundo cuerpo -que tiene un lado de $3+2\sqrt{2}$ brazas- la media naranja se eleva otro multimódulo, y el remate con esferas se eleva otros 3.

Tanto el ancho de muros como el ámbito de escaleras son de $1+\sqrt{2}$ codos, excepto el machón central que tiene un ancho de 2 codos en la parte conservada y 1 codo en la superior.

La altura de las sillerías es de $2+\sqrt{2}$ cuartas. Este valor encaja bien en los primeros tramos dibujados por Félix Hernández, si bien se desajusta en los intermedios para volver a coincidir en los superiores. También coincide con la altura que presentan los sillares del alminar visibles en la Puerta del Perdón, siendo el ancho del situado junto a la cruz labrada de 1 codo.



Ilustración 176. Sillar del alminar de Abd al-Rahmán III

Los escalones disponen de una huella de $5\sqrt{2}$ palmos y una altura de $2+\sqrt{2}$ palmos.

El fondo de los huecos ciegos de fachada, y el ancho de los rebajes en los testeros de los muros sobre los que se desarrollan ambas escaleras, es de $\sqrt{2}$ codos. En los laterales de estos muros los 3 rebajes del primer nivel tienen un ancho de 3 codos, y los 4 del resto de plantas es de 2 codos.

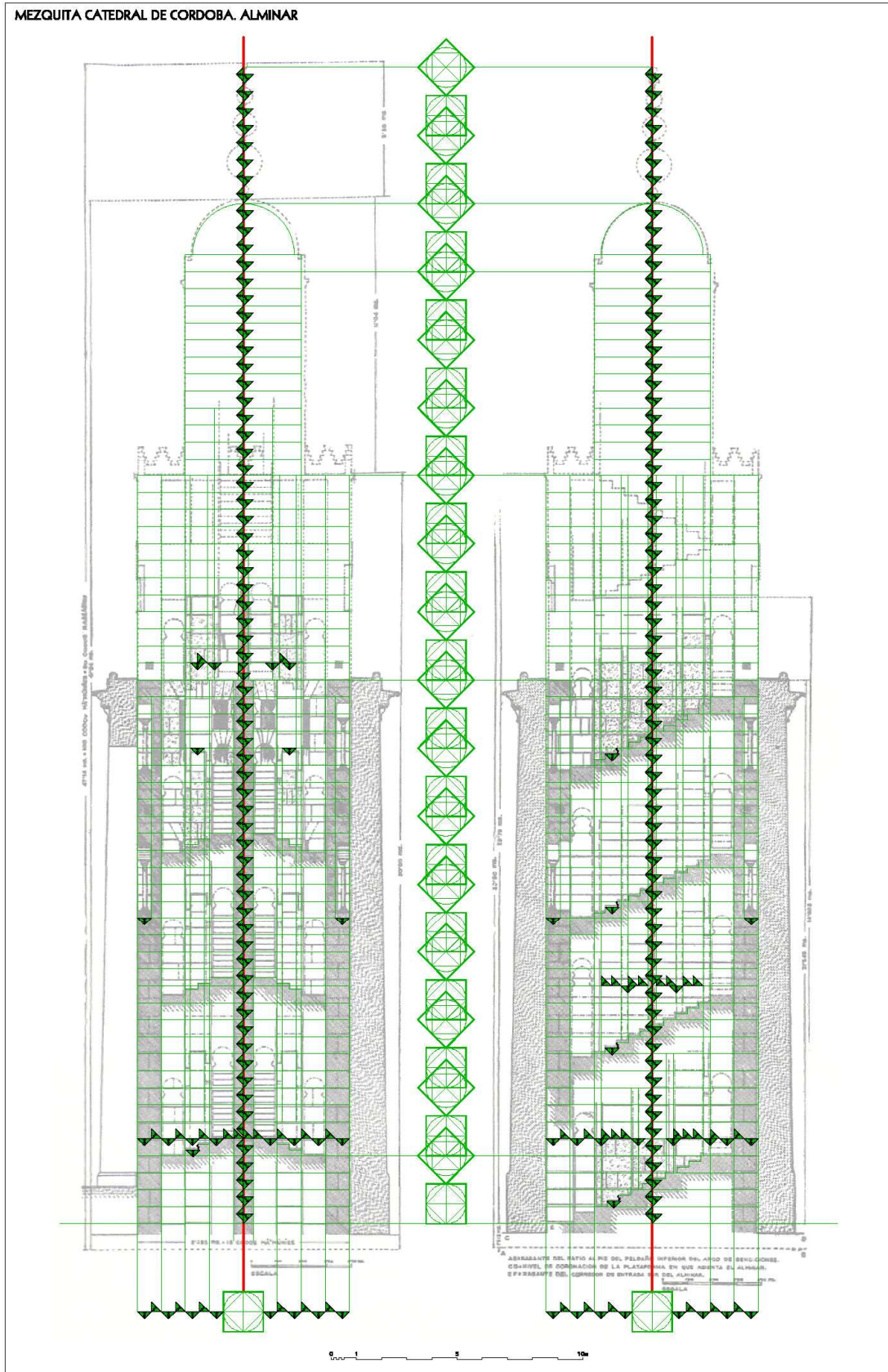


Ilustración 177. Modulación del alminar de Abd al-Rahmán III

Arquerías

Estableciendo en 2 brazas del Módulo 1 la separación entre ejes de soportes de las arquerías -según las dimensiones generales deducidas- se obtiene una altura al arranque y centro de los arcos superiores de 4 brazas, siendo el diámetro del intradós de 40 palmos. Los arcos del trasdós tienen el mismo centro y el espesor de las dovelas de ladrillo es de 9 palmos. Sobre ellas se suceden 3 molduras curvas de 1 palmo de espesor cada una.

El arranque de los arcos inferiores parece localizarse a 57 palmos de altura ($9 \frac{1}{2}$ codos). En los gráficos de Rafael de la Hoz y Antonio Fernández Puertas sus centros se sitúan a 11 codos de altura (66 palmos), el diámetro del arco del intradós vuelve a ser 40 palmos y el espesor de las dovelas hasta el trasdós concéntrico es de 10 palmos, por lo que la clave se localiza a la misma altura que el arranque y centro de los arcos superiores (4 brazas). En la interpretación de Emilio Camps Cazorla el arco inferior se localiza más abajo, su centro se sitúa a 64 palmos, su intradós tiene un diámetro de 38 palmos y el espesor hasta el trasdós es de 8 palmos.

El ancho de las arcadas se fija en $2\sqrt{2}$ codos en la parte de los arcos superiores, y en $\sqrt{2}$ codo los arcos inferiores y el canal de recogida de aguas. Esta misma dimensión presentan las basas de aquellas columnas que disponen de este elemento.



Ilustración 178. Basa de columna de las arquerías de la mezquita fundacional

A la dimensión de $4\sqrt{2}$ palmos parece ajustarse el diámetro de las columnas y el frente de las pilastras que soportan los arcos superiores.

La altura hasta el techo podría corresponderse con $6 \frac{1}{2}$ brazas. Las vigas tendrían una altura de 5 palmos, un espesor de $\frac{5}{2}\sqrt{2}$, y estarían separadas entre sí 10 palmos.

Mihrab

El ancho de la fachada del *mihrab* se adapta a las $3\sqrt{2}$ brazas del Módulo 1 establecidas como ámbito de la nave central, siendo el ancho de su hueco $\sqrt{2}$ braza, y el de sus jambas $\sqrt{2}$ codo. Igual ancho tienen los paneles intermedios del zócalo, y el doble los paneles extremos.

Las ménsulas de arranque de sus arcos de herradura comienzan a los $21\sqrt{2}$ palmos de altura ($3\frac{1}{2}\sqrt{2}$ codos) y tienen $2\sqrt{2}$ palmos de altura. El intradós de las dovelas tiene el centro a $29\sqrt{2}$ palmos de altura y un diámetro de $20\sqrt{2}$ palmos. El centro del trasdós del arco se sitúa a $31\sqrt{2}$ palmos del suelo, y su diámetro alcanza los $42\sqrt{2}$ palmos ($7\sqrt{2}$ codos).

La arquería lobulada superior se inicia a las $3\sqrt{2}$ brazas de altura, y sus columnas se separan entre ejes $9\sqrt{2}$ palmos.

La planta del nicho del *mihrab* se ajusta a un octógono regular con $6\sqrt{2}$ codos de distancia entre lados paralelos. La concha de su techo se inscribe en otro octógono semejante de $5\sqrt{2}$ codos. El espesor del hueco -en donde se localizan 4 columnillas- es de $\sqrt{2}$ codo, y el resalte de los paneles del zócalo es de $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ palmos.



Ilustración 179. Espesor del hueco del *mihrab*

La bóveda de arcos entrecruzados que cubre el espacio de la *maqsura* frente a la fachada del *mihrab* se genera con cuadrados de 3 brazas de lado. El espesor de los arcos es de 4 palmos.

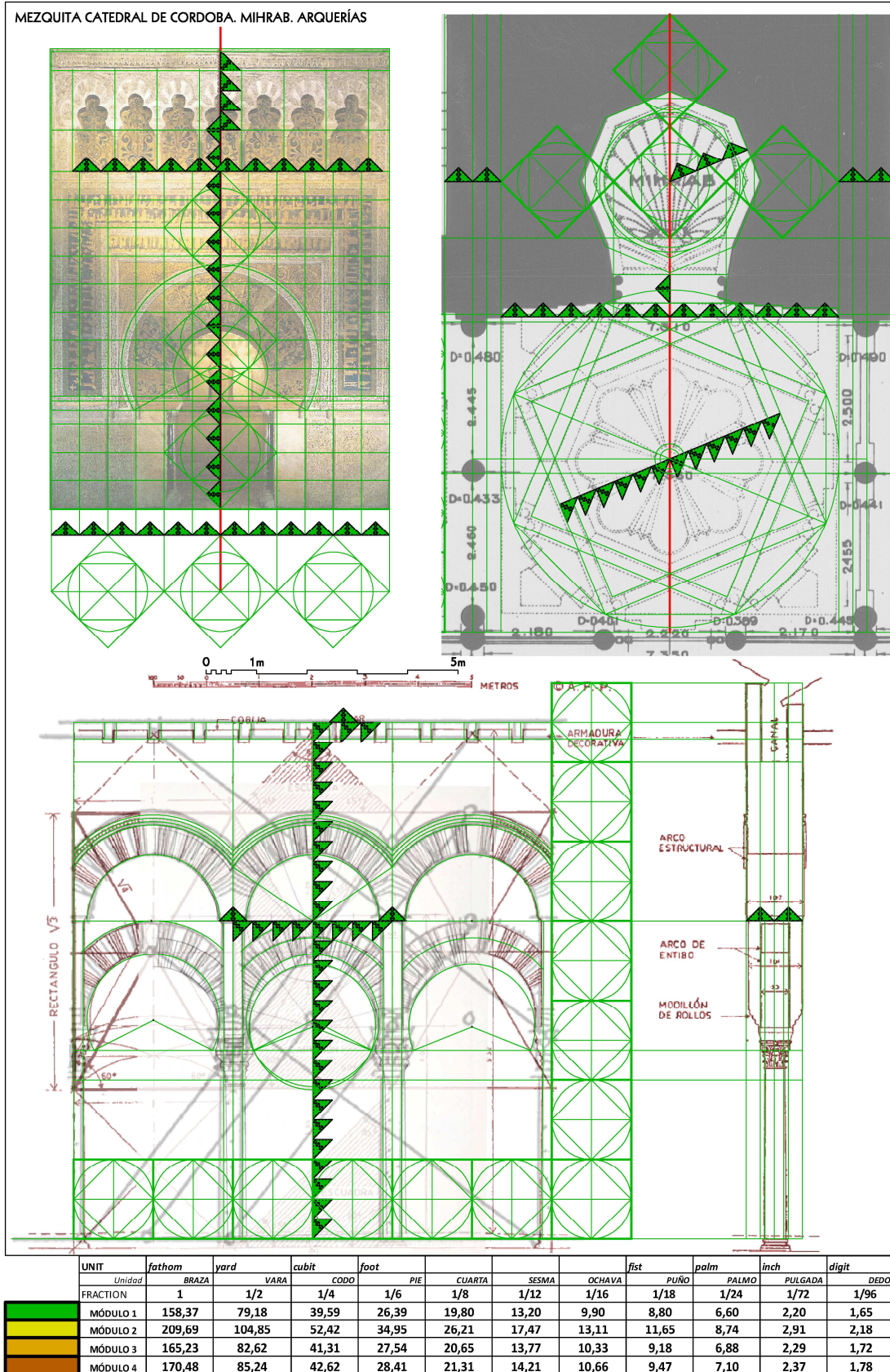


Ilustración 180. Modulación del mihrab y de las arquerías

Mediciones directas

Además de confirmar las modulaciones teóricas obtenidas en el análisis de proporciones los patrones construidos han revelado la métrica de otra serie de elementos no representados en las bases de referencia.

Modulo 1

En el interior del templo se detecta que las trazas del muro de la qibla de la mezquita fundacional de Abd al-Rahmán I -señaladas por Félix Hernández Giménez en la solería- disponen de un ancho de $\sqrt{2}$ codos del Módulo 1. Sorprende que las franjas extremas grises se adapten a un grueso de $2\sqrt{2}$ palmos, y que las piezas cuadradas de mármol rojo que se distribuyen giradas a lo largo de las trazas dispongan de una diagonal de $\sqrt{2}$ codos -luego tienen 1 codo de lado- y que sus vértices se localicen a $\sqrt{2}$ cuartas de los bordes.



Ilustración 181. Trazas de la qibla de la mezquita fundacional

Los capiteles del mihrab de Al-Hakam II se adaptan a una altura de $\sqrt{2}$ cuartas, lo mismo que están separados a eje las dos parejas de columnas.



Ilustración 182. Capiteles del *mihrab*

La profundidad de la basa de estas columnas es de 1 cuarta. El fondo del cimacio se ajusta a $\sqrt{2}$ codos del espesor del muro de la qibla.



Ilustración 183. Basa y cimacio del *mihrab*

La altura del cimacio es de $2\sqrt{2}$ palmos, mientras que las ménsulas del interior del mihrab disponen de un ancho de 2 palmos y una separación de $2\sqrt{2}$ palmos.



Ilustración 184. Interior del *mihrab*

En unas puertas expuestas en la zona de la *maqsurá* se detecta que el ancho de las chapas metálicas que las revisten se adapta a $1+\sqrt{2}$ palmos, y que la separación entre clavos es de 1 palmo.



Ilustración 185. Puerta chapada

En la fachada sur al patio los contrafuertes de la Puerta de las Palmas disponen de una altura regular de sillares de $\sqrt{2}$ cuarta. En otro contrafuerte lateral aparecen trabas con sillares de 1 codo de altura.



Ilustración 186. Sillares de la fachada del oratorio

Por su parte en la fachada este del oratorio -correspondiente a la última ampliación de Almanzor- se detectan sólo modulaciones estáticas $\sqrt{2}$. Las jambas de la puerta tienen el mismo ancho que fondo de $\sqrt{2}$ cuarta, y el recerco sobresale $2\sqrt{2}$ palmos.

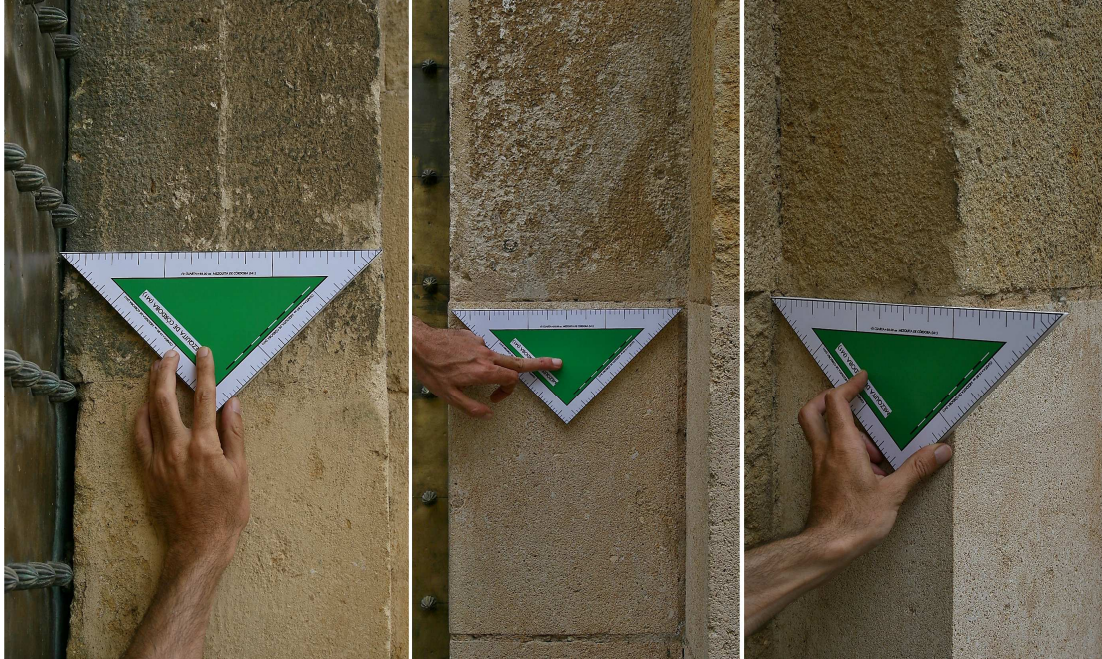


Ilustración 187. Puerta de Almanzor

El ancho del recerco es $\sqrt{2}$ codos. La altura de la sillería es de $4\sqrt{2}$ y $5\sqrt{2}$ palmos.



Ilustración 188. Sillares de Almanzor

En la base de la fachada sur de la qibla se localizan sillares de formato más grande. Se documentan hiladas con altura de $\sqrt{2}$ codos, 3 cuartas y $2+\sqrt{2}$ cuartas.



Ilustración 189. Sillares de la fachada sur

Módulo 3

En el Postigo de la Leche la profundidad de las jambas es de 1 cuarta y el umbral avanza hasta $\sqrt{2}$ cuarta del Módulo 3.



Ilustración 190. Jamba y umbral del Postigo de la Leche

Se chequea y comprueba que este mismo módulo fue el utilizado en la construcción del Hospital de San Sebastián, tanto en la sillería de sus muros exteriores como en los elementos de su portada.



Ilustración 191. Hospital de San Sebastián

La misma métrica parece presentar la sillería del alzado norte de la mezquita catedral correspondiente al patio, incluida la Puerta del Perdón y la torre del campanario cristiano.



Ilustración 192. Sillares de la Puerta del Perdón

Los sillares presentan dimensiones en codos, cuartas y pies enteros.



Ilustración 193. Jambas de la Puerta del Perdón y pie de la torre

Módulo 4

En el interior de la Capilla de la Inmaculada Concepción se detectan varios elementos dimensionados en escala estática base del Módulo 4.

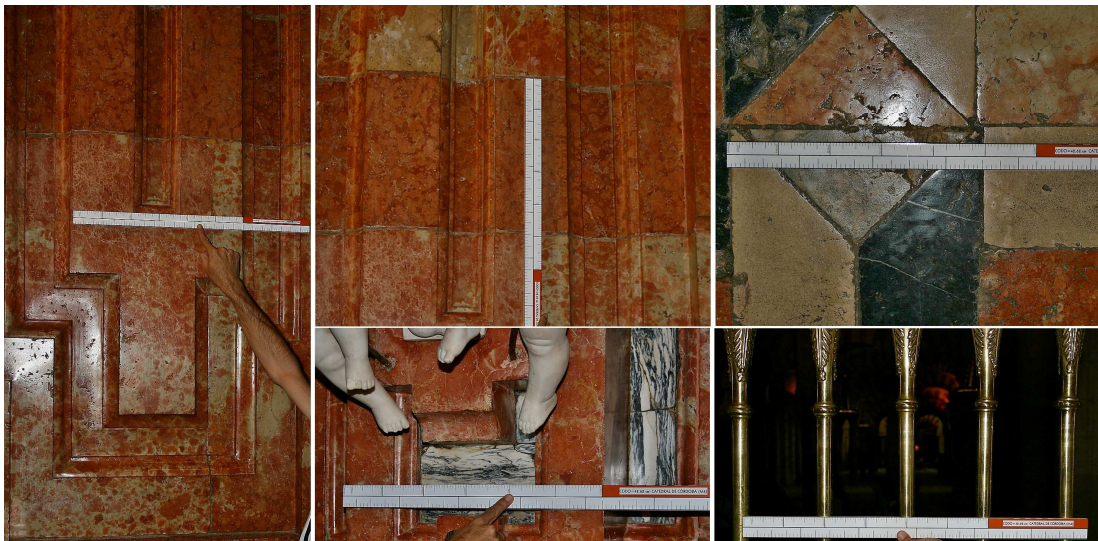


Ilustración 194. Interior de la Capilla de la Inmaculada Concepción

Sin embargo en el altar de la Capilla Mayor predominan las modulaciones $\sqrt{2}$. La altura y separación de las columnillas del sagrario es $\sqrt{2}$ codos, y sus basas de $\sqrt{2}$ palmos de ancho.



Ilustración 195. Sagrario de la Capilla Mayor

En otros detalles la modulación responde tanto a palmos enteros como a $\sqrt{2}$ palmos.



Ilustración 196. Elementos del alzado de la Capilla Mayor

En la base del pilar del crucero y en el relieve geométrico de los contrafuertes se detectan modulaciones estáticas base. No obstante la solería en damero de esta Capilla Mayor es una cuadrícula de $\sqrt{2}$ cuartas.



Ilustración 197. Otros elementos de la Capilla Mayor

Un chequeo de la Sala Capitulare también permite localizar alguna modulación $\sqrt{2}$.



Ilustración 198. Sala Capitulare

Y en el exterior la Puerta de Santa Catalina parece responder a la métrica base del Módulo 4.



Ilustración 199. Puerta de Santa Catalina

Observaciones

Tanto en la mezquita fundacional como en cada una de las ampliaciones realizadas por los distintos gobernantes musulmanes se mantuvo el mismo patrón dimensional correspondiente al Módulo 1. Este valor es de los más bajos entre los constatados en la presente tesis, y no se corresponde con ninguno de los codos hispano musulmanes publicados hasta ahora. Su invariabilidad, a lo largo del dilatado periodo de 2 siglos de evolución de la mezquita aljama, denota el afán de sus constructores por considerarlo un único edificio al mantener la proporcionalidad de las partes añadidas.

El hecho de que Al-Hakam II utilizara un módulo distinto en la construcción de la ciudad palatina de Medina Azahara (ver apartado correspondiente) indica que el Módulo 1 había dejado ya de ser el oficial en el momento de su ampliación.

En contraste con la uniformidad métrica desarrollada por los constructores musulmanes destaca la variabilidad del resto de patrones utilizados en las posteriores reformas. Los Módulos 3 y 4, correspondientes sin duda a obras cristianas, tampoco se ajustan a los valores de las varas oficiales conocidas (la vara de Toledo y la de Burgos o Castellana).

Especial relevancia tiene el resultado obtenido en el exterior de la Puerta de los Deanes, pues su Módulo 2 no coincide con el resto de la mezquita. El alto valor del patrón utilizado tampoco se ajusta a los oficiales publicados, pero sí con el proporcionado por diversos autores como la dimensión del codo real egipcio o codo sagrado. El hecho de que esta métrica sólo coincida con la de la lápida del escudo heráldico del obispo Don Juan Daza -que se localiza en el Postigo del Obispo- podría relacionar la reforma exterior de la Puerta de los Deanes con el mandato de este obispo, entre 1505 y 1510.

El Módulo 3 utilizado en el Postigo de la Leche, en el cerramiento exterior del patio, en la Puerta del Perdón, en la torre del campanario y en otras zonas puntuales del alzado oeste coincide con la edificación del Hospital de San Sebastián atribuida a Hernán Ruiz I.

Según las crónicas, este mismo maestro inició poco después las obras del crucero y naves de la catedral. El hecho de que utilizase el distinto Módulo 4 puede estar relacionado con la necesidad de adaptarse a la geometría de la mezquita donde se insertaba. En vez de utilizar el mismo Módulo 1 con que se había construido el templo original -por desconocimiento o intencionadamente- se adopta otro que permite una curiosa compatibilidad con las dimensiones interiores de las distintas naves de la mezquita aljama. Como referencia métrica debió utilizarse la distancia entre ejes de las naves intermedias, que como se ha expuesto es de 4 brazas más $\sqrt{2}$ codo del Módulo 1 (689.4 cm). Al dividir este valor entre 4 se obtiene una braza de 172.35 cm, algo mayor al patrón finalmente adoptado para el Módulo 4 (170.48 cm). De esta manera las 4 brazas de las naves del coro de la catedral coinciden con los ejes de las naves intermedias de la mezquita. Las $2+3\sqrt{2}$ brazas del interior del crucero en sentido este-oeste se adaptan al ancho de dos naves de la mezquita, una intermedia y otra extrema. En sentido norte-sur, el crucero dispone de $4+3\sqrt{2}$ brazas del Módulo 4, lo que permite que entre los soportes de la nave central, de otra braza de espesor, se abarque el espacio ocupado por 5 arcadas de la mezquita (10 brazas del Módulo 1). El ancho de las naves laterales del crucero de la catedral, dimensionadas mediante $4+\sqrt{2}$ brazas, se ajustan a su vez a tres de las arcadas de la mezquita.

Por su parte las posteriores obras de la Capilla de la Inmaculada Concepción, la Sala Capitular y la Puerta de Santa Catalina, mantienen el mismo Módulo 4 que el crucero de la Catedral.

Destaca la distinta distribución del uso de la escala $\sqrt{2}$ en la planta de los dos templos superpuestos. En la mezquita se enfatiza el eje de la nave central y el espesor de todas las arquerías, mientras que en sentido perpendicular este-oeste la escala mayor se reserva a la definición del doble muro de oración o *qibla*, produciéndose la intersección en forma de T en el nicho del *mihrab*. En cambio en la catedral se sigue el esquema de utilizar la $\sqrt{2}$ centrada en el crucero, formalizándose una cruz latina. También se acude a esta escala en la definición del ancho de las naves laterales, y en la dimensión de las bases de las dos inconclusas torres. Mientras que el espesor de los soportes y muros del templo cristiano se ajustan a la escala base, en la obra musulmana casi todos los muros presentan unas dimensiones determinadas por la utilización única o combinada de la escala $\sqrt{2}$.

En la obra musulmana se detecta la presencia de toda la tipología de tramas disponibles. Las tramas estáticas en escala base domina la composición de las portadas y arcadas. Las estáticas $\sqrt{2}$ se reservan al frente del *mihrab*. Se destaca la composición de las ventanas del alzado oeste, que presentan en general tramas estáticas de módulo dinámico con presencia de diseños geométricos de lazo. Por otra parte existen tramas dinámicas de todo tipo: octogonales, base y $\sqrt{2}$, mixtas, y mayoritariamente libres.

Diferente es también la composición de las distintas sillerías que presenta el alzado oeste, pues mientras que los lienzos ejecutados en época cristiana se realizaron con sillares de altura determinada por la escala base -generalmente palmos enteros-, en los muros hispano musulmanes la altura y el espesor de las piezas se determina con el uso de la $\sqrt{2}$.

Sorprende observar que mientras en la zona correspondiente a la mezquita fundacional, al alminar de Hisam I, y a la ampliación de Abd al-Rahmán II (época emiral) la altura de los sillares de sus fábricas se ajustan en general a $\sqrt{2}$ codos, en el alminar Abd al-Rahmán III y en la ampliación de Al-Hakam II (época califal) se modifica esa modulación y adopta una dimensión dinámica de valor $2+\sqrt{2}$ cuartas.

Este criterio adoptado por los alarifes cordobeses -dimensionar mediante la $\sqrt{2}$ tanto el espesor como la altura de los muros- no se mantiene en el trazado de las portadas existentes en el alzado oeste. En todos los casos, y a partir al menos del dintel de las puertas, las dimensiones generales de los distintos elementos (incluida la fábrica que los sustenta) se determina sólo mediante unidades de la escala base. Ello provoca la no concordancia en altura entre las hiladas de sillería perteneciente a los lienzos de muro y las que configuran las distintas portadas. Este hecho queda claramente patente sobre el Postigo del Obispo, en donde debió existir un cuerpo superior original. También se observa en la Puerta de los Visires, si bien en este caso la sillería superior en escala base se extiende hasta los contrafuertes en donde se vuelve a adoptar la escala $\sqrt{2}$.

No parece ser este el caso de la fachada este de Almanzor. Según las mediciones directas realizadas tanto puertas como lienzos comparten una sillería de modulación estática $\sqrt{2}$.

Las puertas del alzado oeste correspondientes a la sala de oración de la mezquita se encuentran centradas entre dos contrafuertes en lienzos de fábrica de 26 codos de ancho, excepto la Puerta de los 3 Nombres que es 1 pie mayor.

Proporciones notables

El hueco de la Puerta de Pasadizo se localiza entre los muros de la *qibla* y sobre un lienzo de sillares de altura $2+\sqrt{2}$ cuartas, pero su ancho es de 1 braza de la escala base. Y en su umbral se localizan 5 sillares colocados a tizón de 1 codo de ancho. Sin embargo la altura del hueco se ajusta a la dimensión de $5+\sqrt{2}$ codos, por lo que la proporción obtenida representa la aproximación dinámica al rectángulo áureo.

En las 3 puertas de Al-Hakam II el hueco central tiene un ancho de 26 y una altura de $24+15\sqrt{2}$ palmos (razón alto/ancho=1.732), que resulta ser una aproximación operativa al rectángulo $\sqrt{3}$ (razón 1.739, error del 0.4%).

En el resto de huecos centrales no se detectan proporciones singulares. Sin embargo si es posible encontrar combinaciones de elementos de cada portada que presenten aproximaciones a alguna constante matemática. Por ejemplo, y de nuevo en las puertas de Al-Hakam II, las dimensiones del hueco se combinan con las de las jambas y el dintel. En la Puerta de San Idelfonso los 4 palmos de las jambas amplían el hueco a 34 palmos de ancho, que por la altura del hueco produce un marco de proporción 1.330, lo que representa una aproximación a $4/3$ con un error del -0.26%. Si a esta altura de $24+15\sqrt{2}$ palmos le añadimos los $6+3\sqrt{2}$ del dintel obtenemos $30+18\sqrt{2}$, que entre los 34 de ancho arrojan un valor de 1.631. Es otra aproximación operativa a la divina proporción, dado que el número de oro es 1.618 (error del 0.80%).

Ensayando sobre la trama modular de esta portada se encuentran configuraciones simétricas que presentan buenas aproximaciones a la Proporción Cordobesa, a $4/3$, a $\sqrt{2}$, a la Divina Proporción y a $\sqrt{3}$.

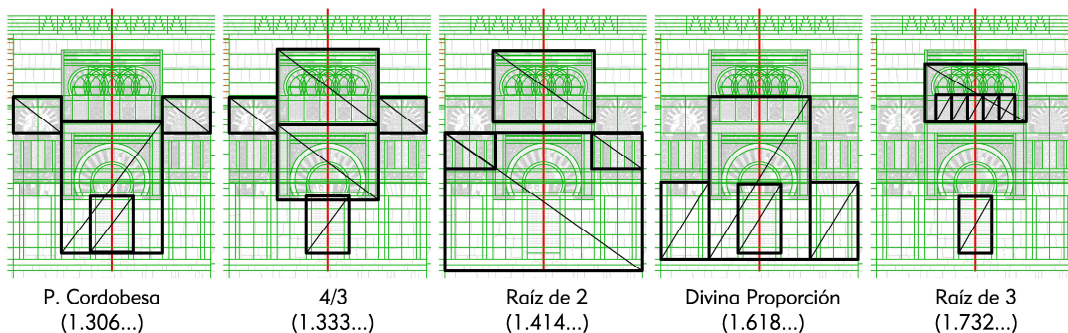


Ilustración 200. Proporciones notables en la Puerta de San Idelfonso

Y si bien estas coincidencias pudieran tener carácter aleatorio y no responder a la intención del proyectista, se resalta el dimensionamiento de distintos elementos mediante la repetición de módulos en base al número primo 13. Así el ancho de la nave central es de $13\sqrt{2}$ codos, al ancho de los lienzos de muro del alzado oeste donde existen portadas es de 26 codos (excepto en la Puerta de los 3 Nombres), el ancho de las 3 puertas del Al-Hakam II y la altura de las ventanas laterales de la Puerta del Espíritu Santo es de 26 palmos.

Arcos

En los arcos de herradura del alzado oeste se utiliza un solo centro para el trazado del trasdós y del intradós en el exterior de la Puerta de los Deanes y en la Puerta de los 3 Nombres. En esta última el dovelaje es gótico, y debe suponerse que existió un arco similar al resto de puertas de la mezquita, con el centro del trasdós sobre el del intradós.

Con esta característica de dos centros de los peraltados arcos califales se trazan las sucesivas portadas, comenzando de forma indecisa en la más antigua Puerta de los Visires. En este caso se ha ajustado el centro del intradós $2\sqrt{2}$ dedos por debajo de los 10 codos de altura de referencia, en donde se localiza el centro del trasdós y finaliza una franja epigráfica horizontal de $\sqrt{2}$ palmo de altura. En el interior de la Puerta de los Deanes, en el Postigo del Obispo y en la Puerta de San Idelfonso el peralte es de 2 palmos, y en la Puerta del Espíritu Santo es de 3.

Los arcos entrelazados de los cuerpos superiores también se peraltan. En la Puerta de San Idelfonso presentan 1 palmo, y $1/2$ en el caso de la del Espíritu Santo.

El estudio de las arquerías de las naves interiores de la mezquita revela que tanto los arcos de medio punto superiores como los de herradura inferiores están trazados con un solo centro, sin peralte.

Debate

Emilio Camps Cazorla

Si bien el título de su obra es una generalización del contenido -que exclusivamente estudia trazado de arcos- las premisas y el procedimiento seguido en este trabajo son acertados al basarse en el análisis proporcional y racional de levantamientos correctos de estos elementos.

En el análisis monográfico de arcos incluye, del alzado oeste de la mezquita catedral, los siguientes elementos exteriores:

Puerta de San Esteban (Pág. 71 Fig. 20-23)

Si ensayamos un triángulo inscrito en el intradós de su arco central su base presenta buen ajuste al arranque (tal como expone este investigador), aunque también puede justificarse esta distancia como 4 palmos enteros desde el hueco.

Como se ha expuesto en las observaciones -y pese a las deformaciones que presenta este antiguo arco- hemos obtenido mejor ajuste al original si peraltamos el centro del intradós sobre el del trasdós. Este caso es el único -aparte de en el *mihrab*- en donde el peralte detectado se realiza con la escala $\sqrt{2}$, concretamente localizando el centro del intradós medio

$\sqrt{2}$ palmo por debajo del de el trasdós. Dado que el resto de valores se dimensionan en palmos enteros el diámetro del intradós obtenido ($36+\sqrt{2}$ palmos) no coincide con el ancho del hueco más las jambas (36 palmos).

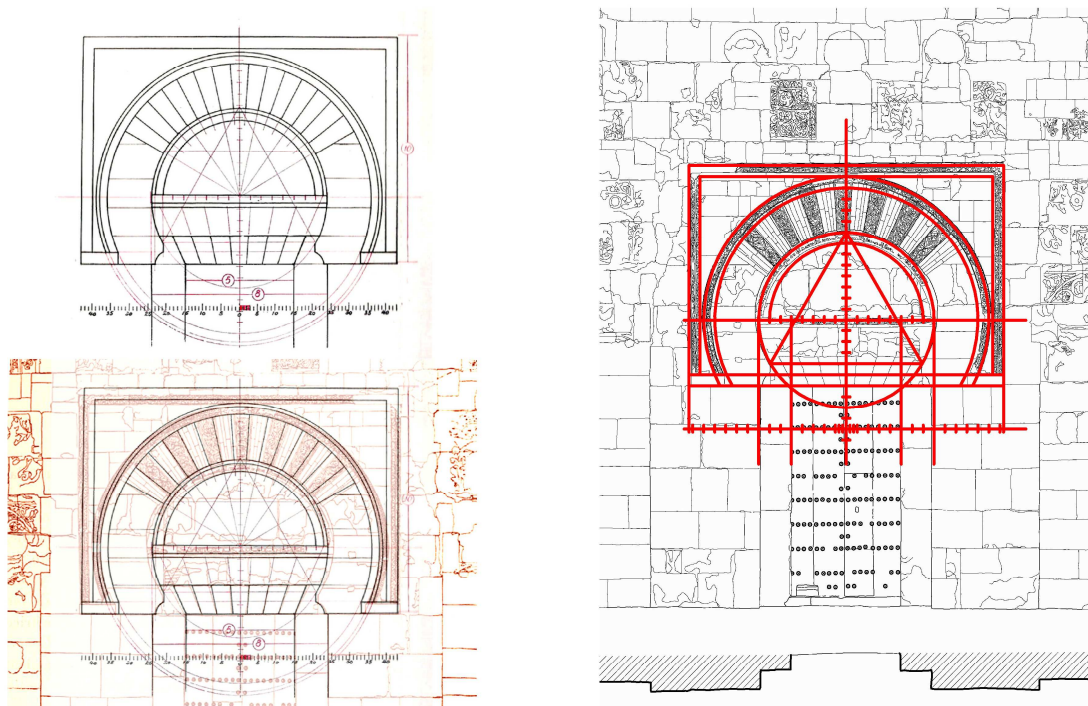


Ilustración 201. Restitución del trazado de la Puerta de los Visires según Camps

Por lo tanto según nuestros resultados el trasdós no es paralelo al intradós ni la anchura de la rosca es homogénea, tal como afirma Camps. En la clave la rosca de ladrillo es de 10 palmos (66 cm) mientras que en los arranques tiene algo más de 59 cm.

Dada la presencia de ese valor irracional en el centro y radio del intradós, y la irregularidad mencionada, la determinación del módulo efectuada por Camps para este arco, en nuestra opinión, es inadecuada.

En las comprobaciones que he realizado respecto al dovelaje de arcos y dinteles hispano-musulmanes se detecta en todos los casos que sus líneas no convergen hacia un punto concreto -sea este el centro del arco u otro en su vertical- sino que presentan diversas divergencias. Discrepo por tanto de que en éste ni en ningún otro caso el dovelaje siga *la tradicional convergencia del mismo al centro del arco* que propone Camps. Me inclino a proponer que estas divisiones se realizaban transportando una distancia fija desde la clave del trasdós, y otra menor desde la clave de intradós, uniendo dichos intervalos.

Puerta de San Miguel (Pág. 76 Fig. 28-32)

El radio del intradós para Camps dispone de 8 de sus Módulos, mientras que en nuestro resultado hemos obtenido para el mismo elemento 2 codos del Módulo 1. De este dato podemos deducir que el Módulo de Camps corresponde en este caso con 1.5 palmos del Mó-

dulo 1. Coincide además la altura de la rosca de la clave, que Camps dimensiona en 6 Módulos (que por 1.5 da los 9 palmos que hemos determinado). Los demás valores son aproximados, pues fija el peralte de centros en 1 (1.5) cuando nuestro ajuste se fija en 2 palmos, la altura del dintel en 6 (9) siendo 10 palmos en nuestro caso, etc...

Sin mencionarlo dibuja el dovelaje del arco también convergente al centro del intradós, lo que tampoco se ajusta a la realidad en este caso. La ausencia de mención y dibujo del triángulo equilátero inscrito en el intradós tal vez se deba a que aquí no coincide con el arranque del arco, como tampoco se produce coincidencia entre el diámetro del intradós y el ancho del hueco (Camps no proporciona modulación en este sentido).

Puerta Al-Hakam II (Pág. 82 Fig. 39-40)

Su modulación¹¹⁰ parte de la anchura total entre el interior de las ramas del alfiz, que nosotros hemos dimensionado en 60 palmos. Ésta la divide en 5 partes para tomar 3 de ellas como ancho del hueco y diámetro exterior del intradós, que por lo tanto serían 36 palmos. Esto ya no se ajusta a los 34 aquí obtenidos, que no podemos dividir en 6 partes enteras para obtener el Módulo de Camps. La altura del alfiz tampoco coincide con 4/5 del ancho, pues deberían corresponder con 48 palmos, cuando presenta 44.

El ajuste de la base de los triángulos inscritos es aproximado al arranque de los arcos, como lo son el resto de proporciones que se dan respecto a esta puerta.

Vuelve a dibujar el dovelaje convergente, en este caso al punto fijado como línea de impostas. Sin embargo se produce mejor ajusta a la realidad si se transporta el valor $2+\sqrt{2}$ palmos por el trasdós y $1+\sqrt{2}$ por el intradós.

Esta obra de Emilio Camps representa una importante contribución al conocimiento de los arcos de herradura y califales, con sus precedentes hispano-visigodos. Esta tesis corrobora la utilización de relaciones numéricas enteras en el trazado de arcos. No obstante al generalizar al resto de dimensiones generales, incluso al trazado de lazo, utiliza una premisa que aquí ha sido refutada como incorrecta, dada la verificada utilización de la doble escala para la determinación de numerosas partes de los edificios.

Tanto la prolongación del arco de herradura como la base del triángulo inscrito presentan distintas configuraciones según los mismos casos estudiados por Camps. En nuestros resultados no se ha detectado una regla común en este sentido, ni la necesidad de inscribir un triángulo para el trazado del arco.

En cuanto a la característica de que el ancho del hueco o de las jambas coincide con el diámetro del intradós tampoco debe considerarse como regla fija, pues en el alzado oeste tan sólo lo cumplen las 3 puertas de Al-Hakam II. En la Puerta de San Idelfonso además coincide el trasdós con el ancho del alfiz.

¹¹⁰ Deduzco que se trata de la Puerta de San Idelfonso por la fotografía aportada (previa a la restauración de Velázquez Bosco) y por la disposición de las jambas (Camps no lo especifica).

La única diferencia que he detectado entre los arcos de herradura y los llamados califales es que los primeros utilizan un solo centro para el trazado del trasdós y el intradós - produciéndose una rosca de igual grosor como en el exterior de la Puerta de los Deanes- mientras que los segundos peraltan el trasdós elevando el centro, de manera que las roscas son más anchas en la clave que en los arranques.

La escasa coincidencia de las modulaciones de arcos aportadas por Camps -que presenta un módulo distinto para cada elemento analizado- con las obtenidas aquí debe achacarse principalmente a la carencia de un levantamiento fotogramétrico y a la utilización de técnicas gráficas tradicionales.

Félix Hernández

Gran importancia tiene la obra *El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento* de Félix Hernández, por la repercusión que este texto ha tenido en estudios posteriores sobre las dimensiones de la mezquita, y en general sobre la metrología hispano-musulmana.

Los resultados que he obtenido contradicen la utilización de dos patrones distintos en la construcción de la mezquita. El valor del codo del Módulo 1 se encuentra incluso fuera del intervalo existente entre el codo *mamuní* de 47 cm y el *rassasí* de 59 cm, si bien su $\sqrt{2}$ (56 cm) se aproxima al segundo.

Félix Hernández omite especificar de dónde proviene el preciso promedio decimal -un dedo de 19,585 mms.- que utiliza para establecer, al principio de la obra y de forma provisional, las dimensiones de los dos codos considerados (Pág. 7).

Desconcierta que ofrezca la cita de descripción del Faro de Alejandría del Idrisi, cuando se expone que el valor de su patrón, el codo *rassasí*, es de tres palmos. Para Félix Hernández compagina bien con el equivalente a 30 dedos de que habla Ibn Luyun, y que ha utilizado para establecer la razón $5/4$ entre las dimensiones de los 2 codos. Sin embargo la descripción aportada es contraria a la hipótesis del codo de 30 dedos, pues si tenemos en cuenta que el palmo clásico es de 4 dedos, para tres palmos obtenemos un codo de doce dedos (la razón sería $1/2$, muy pequeño). Si por otra parte el texto se refiere al llamado por algunos palmo mayor, palma o cuarta -la mitad de un codo, 3 palmos menores o 12 dedos-, el codo alcanzaría entonces los 36 dedos (razón $3/2$), excediendo en 6 los dedos establecidos por Ibn Luyun para este tipo de codo.

De los resultados ofrecidos en este texto se deduce que están dimensionados mediante codo *mamuní*: el *mihrab*, el alminar, la primera ampliación, la de Al-Hakam II, el total de la mequita, y las naves laterales. Mientras lo están en codo *rassasí*: la nave central, la ampliación de Almanzor, y las galerías del patio. Queda sin justificar el criterio que seguían los alarifes para adoptar uno u otro patrón al dimensionar tan dispares elementos de la mequita. Además ocurre que las mismas dimensiones -las del patio y las naves extremas- son aportadas por dos autores en distinto codo (Pág. 43).

En cualquier caso Félix Hernández ya había advertido sobre la incompatibilidad aritmética que existe entre medidas parciales y totales realizadas con distinto módulo, y otras variables accesorias.

Como razones de índole accesorio, causa de la referida disparidad de equivalencia, son invocables: los errores en que, en la transcripción de manuscritos, pueda haberse incurrido, sea en lo relativo a guarismos, sea en la especificación de los patrones en que las susodichas medidas fueron computadas originariamente; y los que proceden —y son los más temibles— de haberse formado dimensiones de conjunto mediante la adición de medidas parciales, heterogéneas entre sí. Y es también incluíble, entre las razones acabadas de indicar, la asignación de determinadas medidas a partes del santuario distintas de aquellas a que propiamente corresponden. (Hernández Giménez, 1961:6)

Comparando las dimensiones en codos -aportadas por las distintas fuentes árabes recopiladas por Félix Hernández- con los aquí obtenidos, encontramos que en ningún caso existe coincidencia exacta. Se aproximan los 95 codos que se citan en el *Kitab maymu al-muftariq* -como longitud de las doce arcadas añadidas por Al-Hakán II- a los 96 obtenidos (8 codos cada arcada).

En general el número de codos de las citas árabes es siempre inferior a la cantidad que se ha obtenido en esta tesis.

Este defecto podría deberse, en parte, a que las medidas fueron tomadas con patrones de codo más largos que el utilizado en la construcción de la mezquita. De hecho el valor del módulo de la mezquita aljama de Córdoba es el más bajo de los obtenidos en esta tesis. Dada la variedad de codos que se utilizaron en Al-Andalus lo más probable es que los codos usados en las mediciones de los autores árabes fueran mayores. Y por supuesto redondeaban a enteros o medios, sin aportar mayor información de la utilización de la doble escala como procedimiento modulador. Estas fuentes facilitan referencias dimensionales antropométricas, y por tanto hay que tratarlas como muy aproximadas. Su valor es meramente referencial, y en ningún caso ofrecen fiabilidad métrica.

En este texto Félix Hernández aporta la longitud de las almenas que según él se usaban como patrón, afirmando que en el caso de las ampliaciones de Al-Hakam II y de Almanzor tienen un ancho invariable igual a su altura de 94 cm, es decir, el doble del codo *mamuni*. En nuestros resultados las identificamos como las almenas altas, y aunque su ancho varía, se repite y señala la configuración de $1+\sqrt{2}$ codos del Módulo 1 (95.58 cm). En cuanto a la altura, las almenas tienen 5 niveles de escalones incluida la base, y en el caso de las altas cada escalón lo hemos fijado en $2\sqrt{2}$ palmos, lo que arroja un total de 93.3 cm.

En contraste con la disconformidad de los valores de los codos establecidos por Félix Hernández resalto la coincidencia de las dimensiones métrico decimales reales aportadas -tanto en este texto como en el mas extenso estudio del *El alminar de Abd al-Raman III...*- con las teóricas que he obtenido. Por ejemplo, establece el ancho interior de la mezquita fundacional en 73.99 m, siendo la medida teórica correspondiente 73.81 m. El ancho interior total incluyendo la ampliación de Almanzor la fija en 123.10 m, frente a 122.62 m teóricos. El espesor del muro oeste lo establece en 123.5 cm, siendo el valor teórico 120.55 cm. En el caso del muro este aporta un valor de 146 cm y se obtiene aquí 145.52 cm.

Como ya he comentado, la dimensión del lado de la base del alminar de Abd al-Rahmán III (848.5 cm) le sirve para fijar el valor de sus codos a razón de 18 enteros ofrecidos por Ibn Baskuwal. La medida teórica obtenida en el análisis realizado para este elemento es 843.84 cm.

La altura conservada del alminar según Félix Hernández es 2154.5 cm, mientras que la teórica obtenida es 2162.79 cm. El espesor de los muros es de 97 cm reales y 95.58 cm teóricos. La huella de las escaleras (1975:85) tienen 47cm y obtengo 46.66 cm. La altura media de los peldaños (1975:89) mide 22.6 cm según Félix Hernández y 22.53 cm según mis investigaciones. Incluso los valores aportados de los cuerpos desaparecidos coinciden con los teóricos.

Las diferencias entre los valores métricos de los distintos elementos publicados por Félix Hernández y los obtenidos en la presente investigación son inferiores al 1% en casi todos los casos.

Rafael de la Hoz Arderius

Las bases de referencia que utiliza Rafael de la Hoz para demostrar su teoría de la Proporción Cordobesa son simples croquis de los elementos analizados, que no se corresponden con las medidas reales.

Por lo tanto los resultados que obtiene sólo son justificables basándose en el principio del punto gordo y la recta astuta.

Ya hemos presentado ensayos en donde es posible detectar diversas proporciones geométricas sobre las más diversas tramas modulares, incluida la divina proporción que este autor buscaba en un principio.

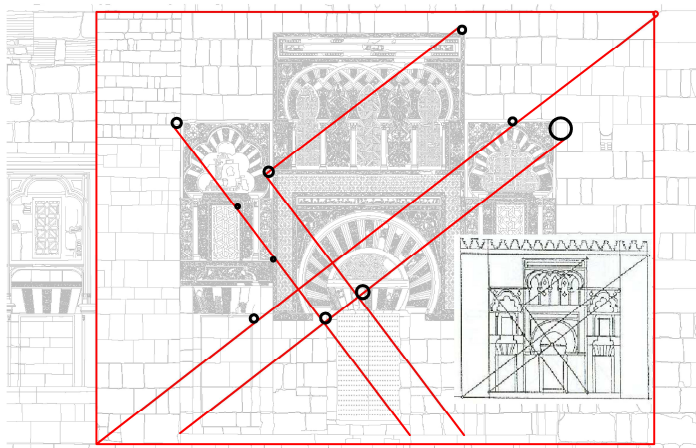


Ilustración 202. Puntos gordos de la Proporción Cordobesa en la Puerta de Al-Hakan II

Hay que añadir que, si bien las tramas dinámicas que proponemos son compatibles con el rectángulo $\sqrt{2}$, el de plata y con todos los polígonos cordobeses derivados de la división canónica del octógono, el rectángulo cordobés está excluido de este conjunto pues requiere

abatir el radio del octógono hasta la perpendicular del lado. Por la misma razón el rectángulo $\sqrt{3}$ no es compatible con tramas de triángulos regulares, y el rectángulo en divina proporción no encaja en un pentágono.

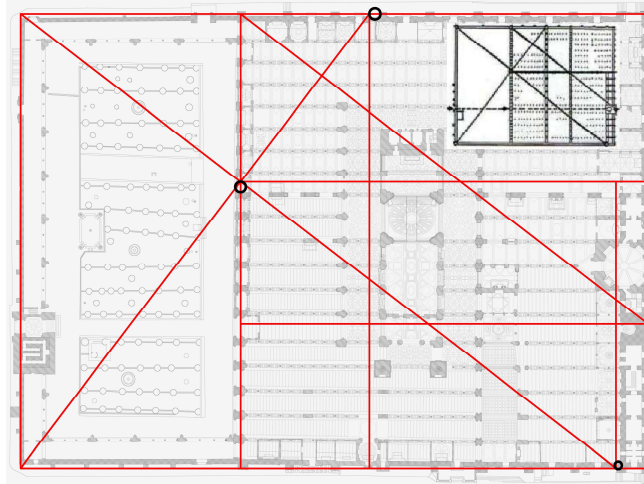


Ilustración 203. Puntos gordos de la Proporción Cordobesa en la planta de la Mezquita

Además se da la circunstancia que la Proporción Cordobesa tiene un valor muy próximo a la sencilla relación aritmética $4/3$, por lo que con las técnicas y principios empleados por Rafael de la Hoz se podría establecer una teoría fraccionaria bastante más racional. Máxime si los puntos determinados por el procedimiento pueden definir los más dispares elementos sin que rija siquiera el principio de simetría.

En cuanto a los resultados obtenidos por este autor sólo coincidimos en que tampoco la divina proporción se utilizó como base del sistema metrológico antiguo.

José Miguel Merino de Cáceres

En su breve estudio Merino de Cáceres parte del correcto levantamiento fotogramétrico de Antonio Almagro. Dado que su propuesta es netamente geométrica el único dato métrico inicial que aporta es la premisa de partida, en la que el ancho del hueco central incluidas sus jambas es de 5 de los codos *manunies* definidos por Félix Hernández. Y como se acaba de exponer estos valores son incorrectos.

A partir de esta dimensión utiliza complejas trazas geométricas que generan proporciones $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$ entre otras. Con ellas justifica el alto de jambas, ancho y alto del alfiz, centro y radios del trasdós e intradós del arco en la figura 2.

En la figura 3 despieza el dovelaje del arco con convergencia a su centro, y el del dintel que converge en el punto medio del hueco a partir del dovelaje del trasdós del arco.

Termina la aportación con otro gráfico (figura 3) en donde da algunas relaciones métricas obtenidas en función del codo mamuní.

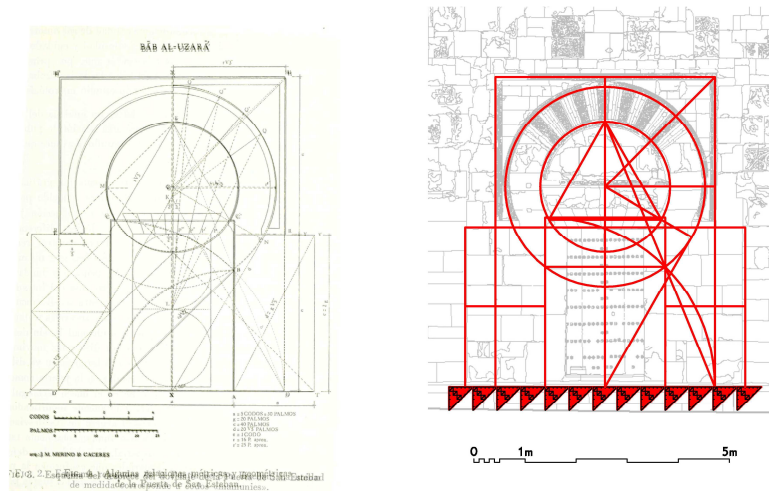


Ilustración 204. Restitución del trazado de la Puerta de los Visires según Merino de Cáceres

Tan sólo cabe destacar las diferencias de los resultados de este estudio con los obtenidos en la presente investigación, tanto en la mejor aproximación a las medidas reales de nuestro trabajo, en la utilización de una simple trama estática del Módulo 1 para determinar más elementos, en la localización y el peralte del arco, en la divergencia de los dovelajes, y en la no coincidencia del triángulo inscrito sobre el rectángulo base según el mismo trazado propuesto.

Antonio Fernández Puertas

En las plantas generales utiliza tanto las planimetrías de Félix Hernández como la premisa del codo *mamuní* para justificar las dimensiones generales de la mezquita. Por lo tanto ya discrepamos en este punto.

Si bien existe cierta coincidencia en la proporción en medio cuadrado de la mezquita fundacional y del fondo del patio mediante la diagonal, el desajuste es patente en la zona de la primera y última ampliación. Tampoco hay ajuste total, como se afirma, entre la longitud total tras la ampliación de Al-Hakan II -obtenida mediante un cuadrado y su diagonal- y la de la ampliación de Almanzor realizada con 2 triángulos $\sqrt{3}$.

Peor coincidencia con las medidas reales se produce con la propuesta de reparto de los anchos de las naves, tanto de la central como de las laterales. Plantea una serie de divisiones en partes iguales que implican usar una base aritmética decimal o más procedimientos gráficos. En cuanto a la ubicación de las columnas asegura que pueden realizarse utilizando dos sistemas, uno en cuadrícula y otro romboidal. Ambos producen distinta distribución y ninguno justifica la medida real de las arquerías.

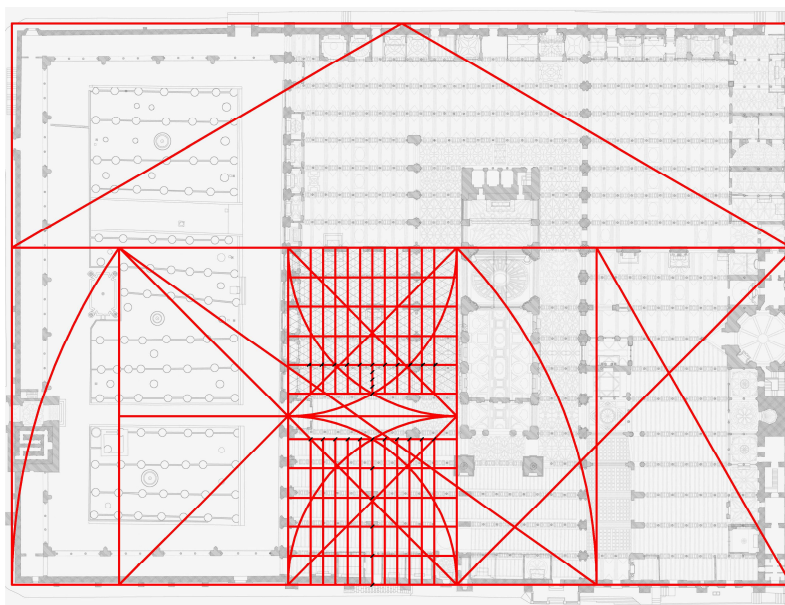


Ilustración 205. Restitución del trazado de planta de la Mezquita según Fernández Puertas

En la propuesta de trazado del alzado de las arquerías utiliza escuadra $\sqrt{2}$, cartabones $\sqrt{3}$ y triángulos equiláteros, cuando aquí se ha justificado mediante una simple trama estática.

Respecto al exterior de la Puerta de los Deanes el trazado propuesto por Fernández Puertas obtiene buenos ajustes a la base que utiliza, pero ésta difiere de la real que ha proporcionado Antonio Almagro, sobre todo en las partes más altas de la portada.

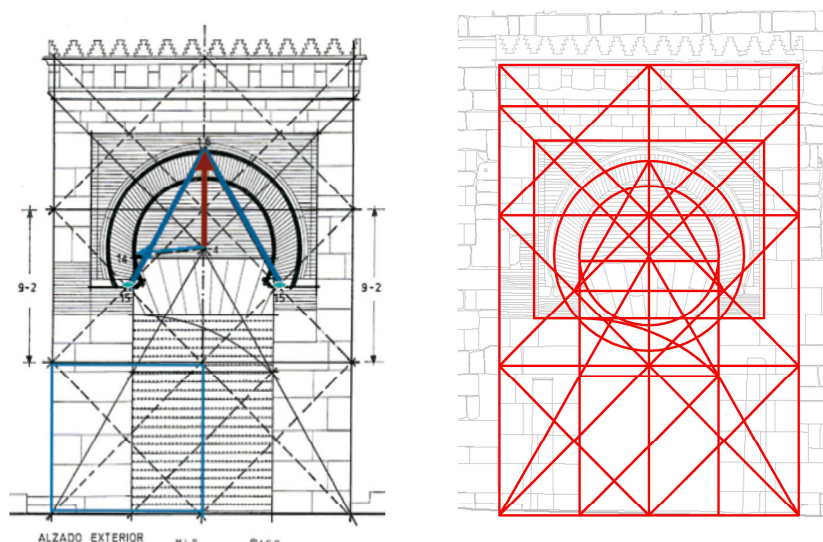


Ilustración 206. Restitución del trazado exterior de la Puerta de los Deanes según Fernández Puertas

Discrepo de la opinión de que los sillares de la jamba sur de esta puerta traben bien con los del muro perimetral del oratorio, al menos exteriormente donde se utilizó el Módulo 2. Y sobre todo de que la hoja exterior del muro del patio al norte de esta portada sea obra musulmana. La coincidencia de su dimensionado con el Módulo 3 con que se realizó el Posti-

go de la Leche, así como con toda la crestería de remate de este muro, indica que es obra cristiana aunque se utilizase la disposición a sogas y tizón en su sillería.

Como todas las demás propuestas geométricas, la de Fernández Puertas renuncia a establecer un sistema de medidas coherente que permitiese el control dimensional de las obras. Sin embargo suponer que a través de complicados trazados de dificultoso replanteo se puede organizar una obra de estas características va en contra de toda lógica constructiva.

Sobre la cuestión de las proporciones en arquitectura sólo coincidimos con este autor en que mediante una medida fija sólo se puede hallar un cierto número de elementos. Y que para obtener la totalidad es necesaria una base inconmensurable. No obstante se puede prescindir de trazados proporcionales de naturaleza gráfica. Basta con utilizar el sencillo procedimiento modular de doble escala $\sqrt{2}$.

La Edad Media

El Salón Rico de Madinat Al-Zahra. Córdoba, España (953-957 d.C.)

La parte más valiosa del conjunto arqueológico de esta ciudad palatina lo constituye el salón del califa Abd al-Rahman III. Está compuesto por una nave transversal porticada de acceso, y 3 naves longitudinales separadas por 6 arcadas de herradura.

Su aspecto actual se debe a la intensa labor de restauración llevada a cabo por Félix Hernández Giménez (1985).

Se ha utilizado como base métrica de referencia el levantamiento fotogramétrico realizado por Antonio Almagro Gorbea (2011).

La fachada del Salón Rico se compone de un pórtico de 5 arcos de herradura separados a eje la $\sqrt{2}$ del módulo antropométrico - correspondiente a un codo de 42,48 cm-. Está enmarcado por un módulo decorativo, siendo el ancho total $2+5\sqrt{2}$ y la altura 4.

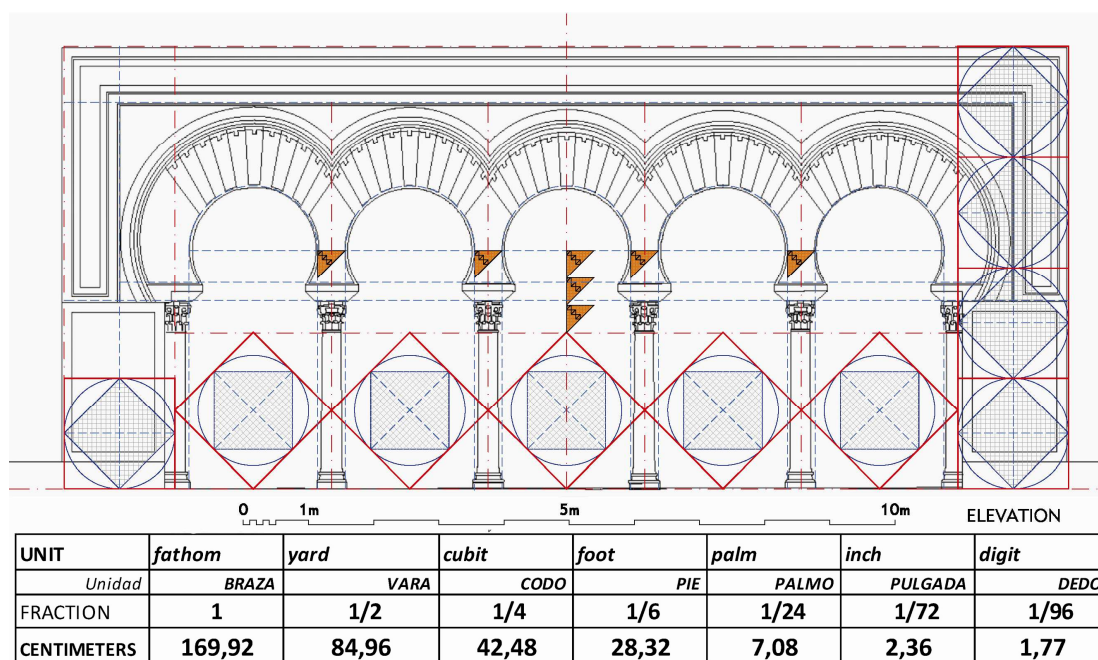


Ilustración 207. Modulación de la fachada del Salón Rico de Madinat Al-Zahra

En planta los espacios interiores totales se dimensionan en módulos base, excepto toda la arquería del Salón Rico que se ajusta a la escala $\sqrt{2}$. Los espesores de los muros longitudinales se dimensionan de manera dinámica $(1+\sqrt{2})$. Los 2 muros transversales tienen un ancho de $2\sqrt{2}$.

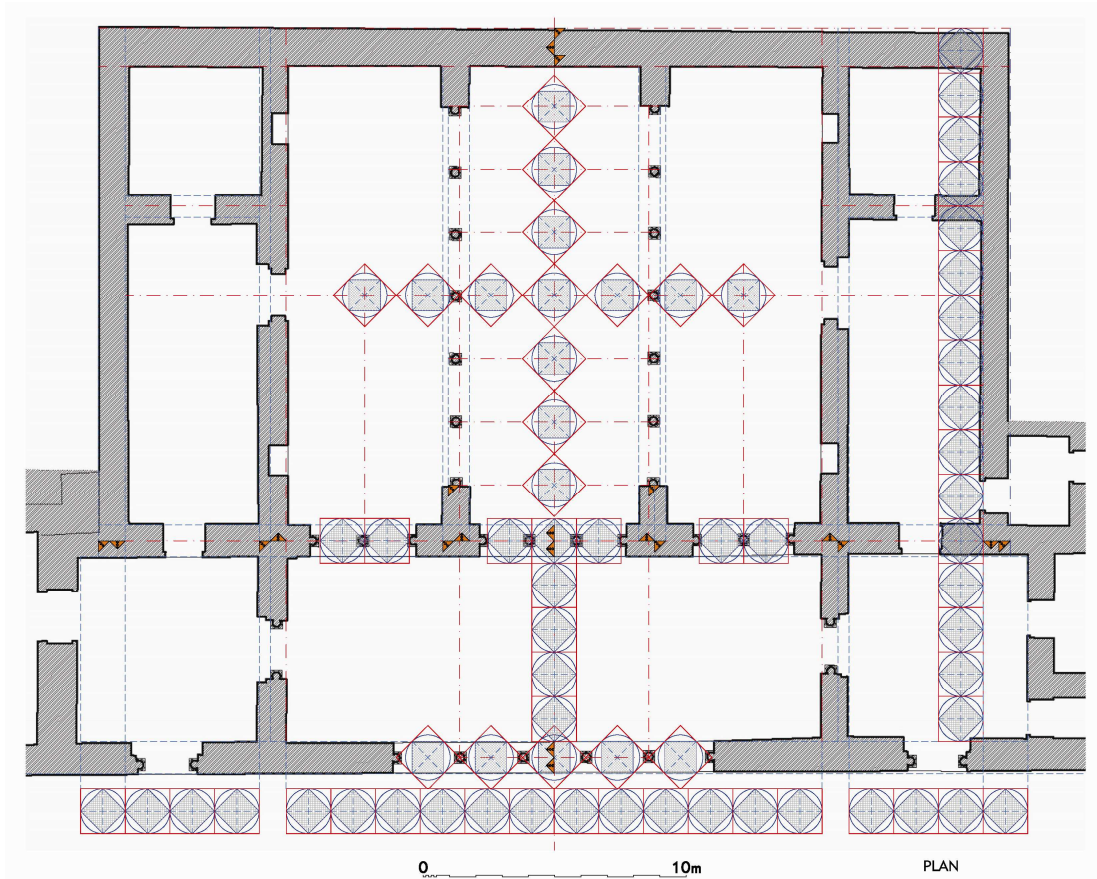


Ilustración 208. Modulación de la planta del Salón Rico de Medinat Al-Zahra

Destaca la composición en cruz latina mediante trama estática $\sqrt{2}$ de las arcadas de la nave central y de los ejes de acceso de las laterales, así como los distintos espesores de muros.

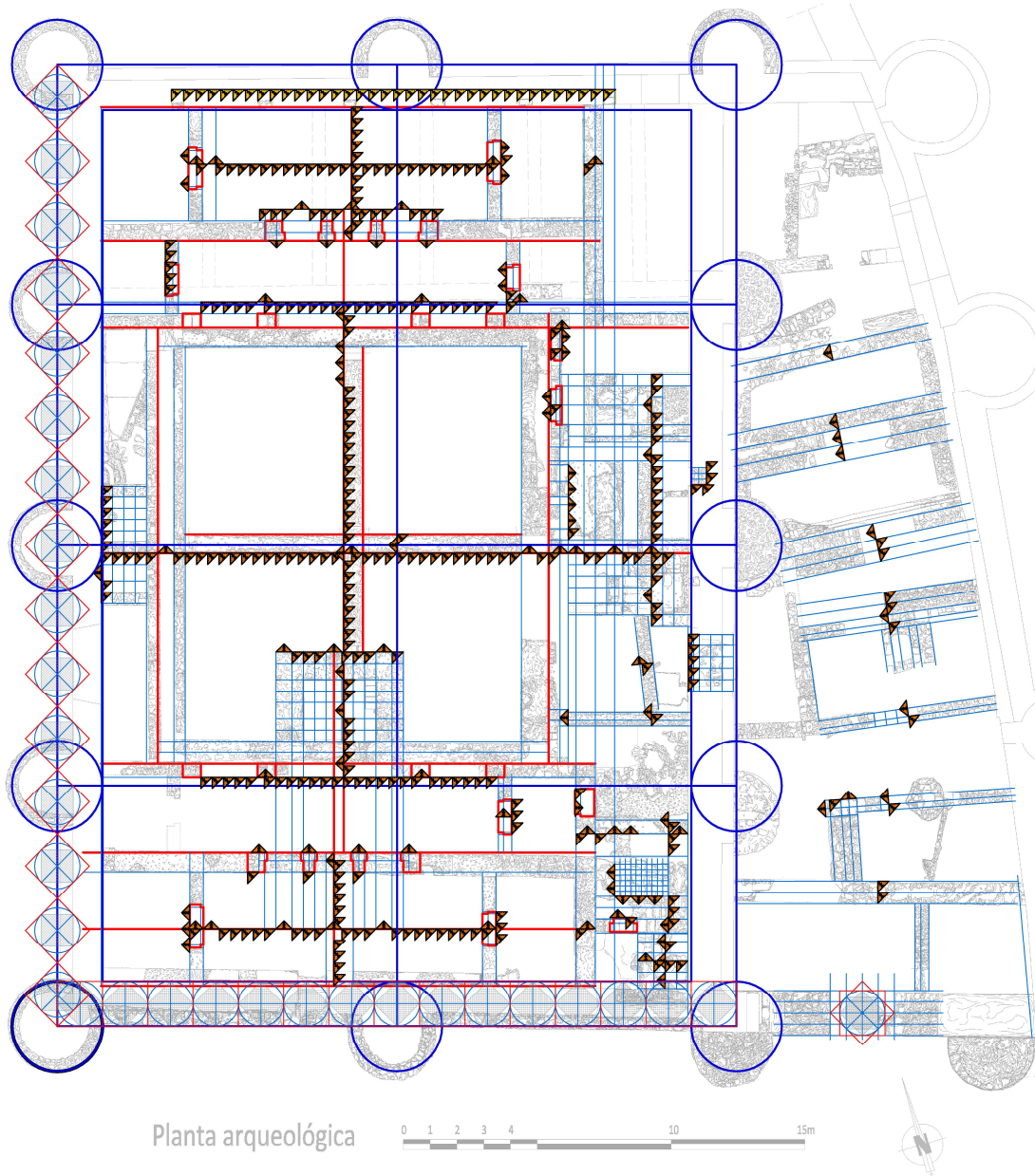
El Palacio de Onda. Castellón, España (siglo XI d.C)

El reciente hallazgo de una fortaleza estatal y su palacio durante los trabajos arqueológicos en la alcazaba de Onda (Navarro Palazón: 2012) ha puesto a descubierto una construcción regular con torres circulares en la parte más alta del cerro, en cuyo interior se han documentado 3 edificios diferenciados construidos a lo largo de los siglos XI al XIV.

Se ha contado con el levantamiento arqueológico realizado y suministrado por Julio Navarro Palazón.

En el análisis de proporciones se detecta que el recinto amurallado regular está definido por un rectángulo $\sqrt{2}$, con un ancho de 15 brazas (este-oeste) por un largo de $15\sqrt{2}$ brazas (norte-sur). El espesor de la muralla perimetral es de 1 braza, al igual que el radio de las torres circulares que la jalonan formalizando divisiones binarias de sus lienzos: 3 situadas en los extremos y el medio de los lados cortos, y 5 en los lados largos del rectángulo.

Los espacios principales del palacio desarrollado en su interior mantienen la misma métrica, presentando sus ejes longitudinales ciertos desplazamientos respecto del central de la fortaleza para permitir una crujía más ancha al este.



UNIT	fathom	yard	cubit	foot					fist	palm	inch	digit
Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96	
CENTIMETERS	169,09	84,54	42,27	28,18	21,14	14,09	10,57	9,39	7,05	2,35	1,76	
v2	239,13	119,56	59,78	39,85	29,89	19,93	14,95	13,28	9,96	3,32	2,49	
1+v2	408,22	204,11	102,05	68,04	51,03	34,02	25,51	22,68	17,01	5,67	4,25	

Ilustración 209. Modulación de la planta arqueológica del Palacio de Onda

Se destaca la modulación dinámica que rige numerosos elementos, como es el caso de la alberca, los pórticos, las arcadas de acceso a las salas principales, los rebajes de los huecos de paso, y la distribución de varios espacios secundarios. Igualmente interviene en la rica

variedad de espesores de muros, encontrando gruesos de 1 braza, 1 vara, 1 codo, $\sqrt{2}$ codos, $1+\sqrt{2}$ codos, $1+\sqrt{2}$ cuartas, y $2+\sqrt{2}$ cuartas. A estas modulaciones se adaptan también las dimensiones de los ladrillos y distintas piezas constructivas documentadas.

Todos los elementos generales y secundarios están dimensionados en función de una braza de 169.09 cm¹¹¹, a la que corresponde un codo de 42.27 cm.

La única excepción la constituyen una serie de soportes rectangulares localizados en la zona norte del palacio, correspondiente a un edificio gótico de la Orden de Montesa del siglo XIV, y que se adaptan a una métrica de una braza de 184.39 cm. Los soportes tienen un largo de 1 codo por un ancho de 1 cuarta, y se encuentran separados entre sí 6 codos.

Detalle de la Colegiata de Roncesvalles. Navarra, España (siglo XII d.C.)

Este diseño geométrico es un motivo decorativo perteneciente a la Colegiata románica de Roncesvalles. La fotografía se ha obtenido de las consultas de los lectores en línea de la revista Nexus Network Journal <http://www.nexusjournal.com/readers-queries-online/229-what-is-this-geometrical-symbol-in-roncesvalles.html> [con acceso el 22/02/12], y ha sido orto proyectada.

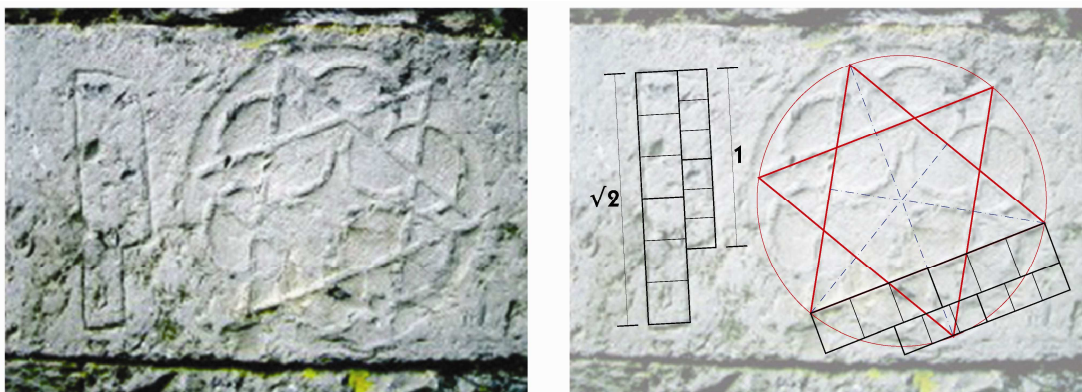


Ilustración 210. Modulación de un detalle de la Colegiata de Roncesvalles

El detalle consiste básicamente en dos triángulos equiláteros inscritos en un círculo. A su izquierda aparece una figura en forma de P alargada. Si se asigna el valor 1 al trazo corto de la P, el trazo largo mide $\sqrt{2}$, el espesor del trazo corto vale $1/6$ y el del trazo largo $\sqrt{2}/6$. El lado del triángulo que genera el exágono estrellado coincide con la dimensión y divisiones del trazo largo $-\sqrt{2}-$. Esta figura en P debe ser una representación de una regla doble utilizada como referencia métrica.

¹¹¹ Valor muy similar al del Salón Rico de Madinat Al-Zahra

El Bañuelo. Granada, España (siglo XI? d.C.)

Se trata de un *hamman* o baño árabe localizado en el barrio del Albayzín junto al río Darro, también conocido como “Baño del Nogal”. Se accede a través de un patio con alberca y dispone de varias salas (2 frías, una templada y otra caliente), así como una zona de calderas y patio posterior. Todas las salas están cubiertas con bóvedas cilíndricas salpicadas de “luceros” (claraboyas octogonales y estrelladas).

La sala principal dispone de una arquería de herradura en 3 de sus lados, y está cubierta por una bóveda esquifada. Los capiteles de sus columnas son reutilizados (Jerez Mir, 1996:32).

Este edificio fue construido mediante fábrica de ladrillo en fecha desconocida. Si bien se considera obra de época zirí del siglo XI, varios autores opinan que su técnica de ejecución corresponde a un periodo posterior más próximo a la época nazarí.

Se utiliza como base de referencia la planimetría fotogramétrica publicada por Almagro Gorbea (2004).

La planta rectangular de esta construcción se inserta en una trama estática base de 8 brazas transversales. Longitudinalmente el patio y la primera sala ocupan 4 brazas, la segunda sala fría tiene 2, la templada 5 y la caliente 2. Las calderas y el patio posterior completan otras 5 brazas hasta las 18 brazas de largo total, más otra del pórtico de acceso al patio.

En la sala central se organizan las 3 arcadas de 3 arcos de herradura a razón de 1 braza por diámetro y un codo por cada soporte. La planta de la bóveda esquifada tiene por tanto 14 codos de lado.

En la sección se aprecia que las bóvedas de medio punto arrancan a las 2 brazas de altura, los capiteles se sitúan a 1 braza, y los centros de arcos de herradura se localizan a 5 codos de altura.

Sin embargo los luceros de los techos están regidos todos por una modulación $\sqrt{2}$, tanto en su tamaño como en su localización en planta. Sorprende detectar que la proyección en planta de estas claraboyas situadas en una superficie cilíndrica se ajusta a una trama estática $\sqrt{2}$. En el caso de la bóveda central esquifada su distribución aprovecha la aproximación de una cuadrícula de $10\sqrt{2}$ codos a la planta de 14 codos.

El valor del módulo antropométrico es de 159.01 cm, con un codo de 39.75 cm.

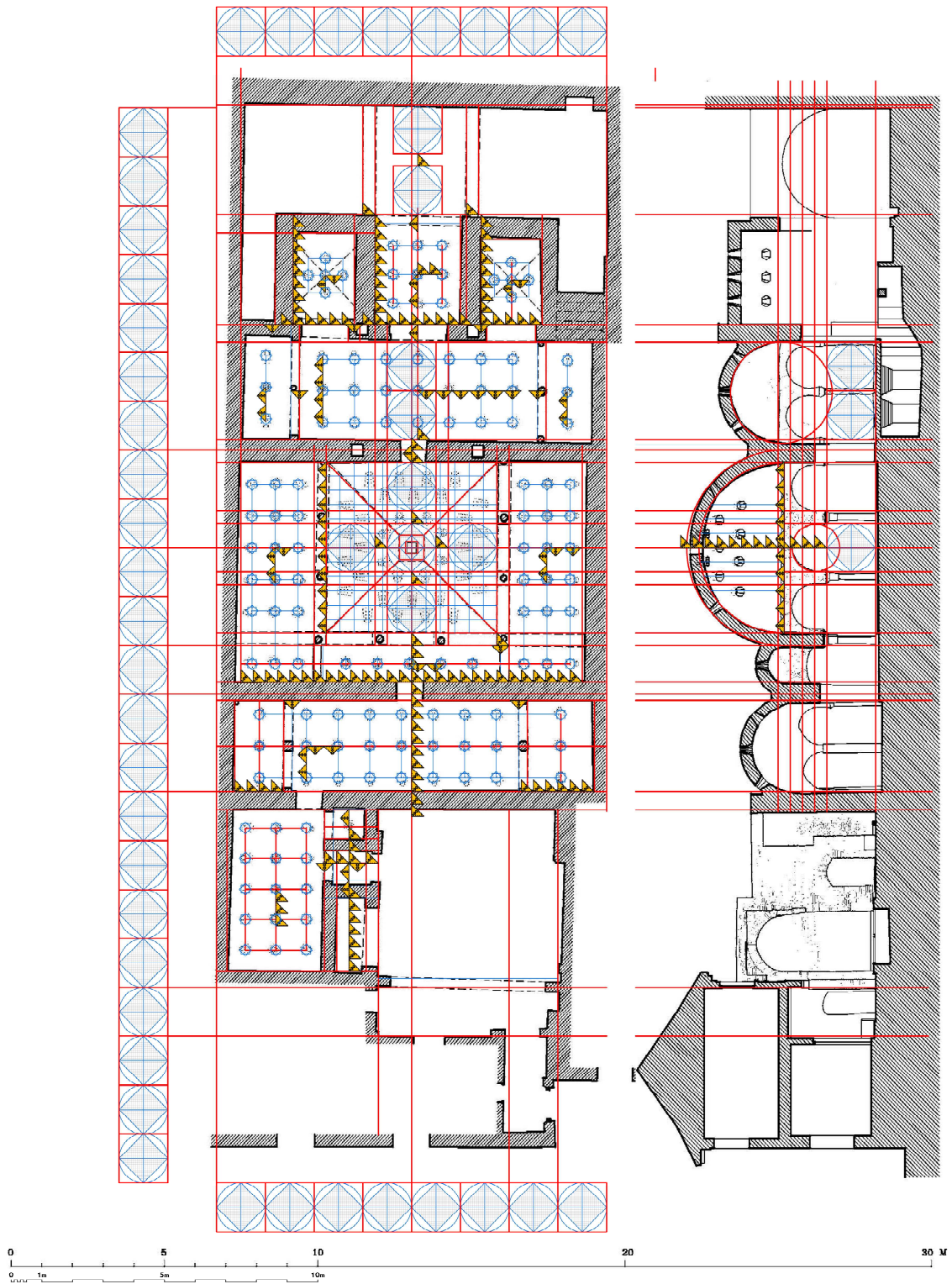


Ilustración 211. Modulación del Bañuelo de Granada

Mediante mediciones directas se detectan más singularidades:



Ilustración 212. Altura de capiteles reutilizados

La altura de los distintos capiteles reutilizados se ajusta $\sqrt{2}$ cuartas.



Ilustración 213. Ancho de capiteles y entre arcos

Mientras que su ancho y la separación de los arcos lo hace a 1 cuarta.



Ilustración 214. Espesor de arquerías y atañor

Se comprueba que el espesor de las arquerías es 1 codo, así como que la longitud de los ladrillos es $\sqrt{2}$ cuarta. Se detecta además que cada atañor -pieza de cañería cerámica- mide $2+\sqrt{2}$ ochavas entre empalmes.

El Castel del Monte en Adria. Apulia, Italia (siglo XIII d.C)

Esta fortaleza palaciega de potente geometría octogonal fue construida por el emperador Federico II entre 1240 y 1250 d.C.

Se realiza el estudio de esta construcción en base a la planta obtenida en <https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Casteldelmontepln.png> [con acceso el 22/02/12], complementada con una serie de fotografías orto proyectadas.

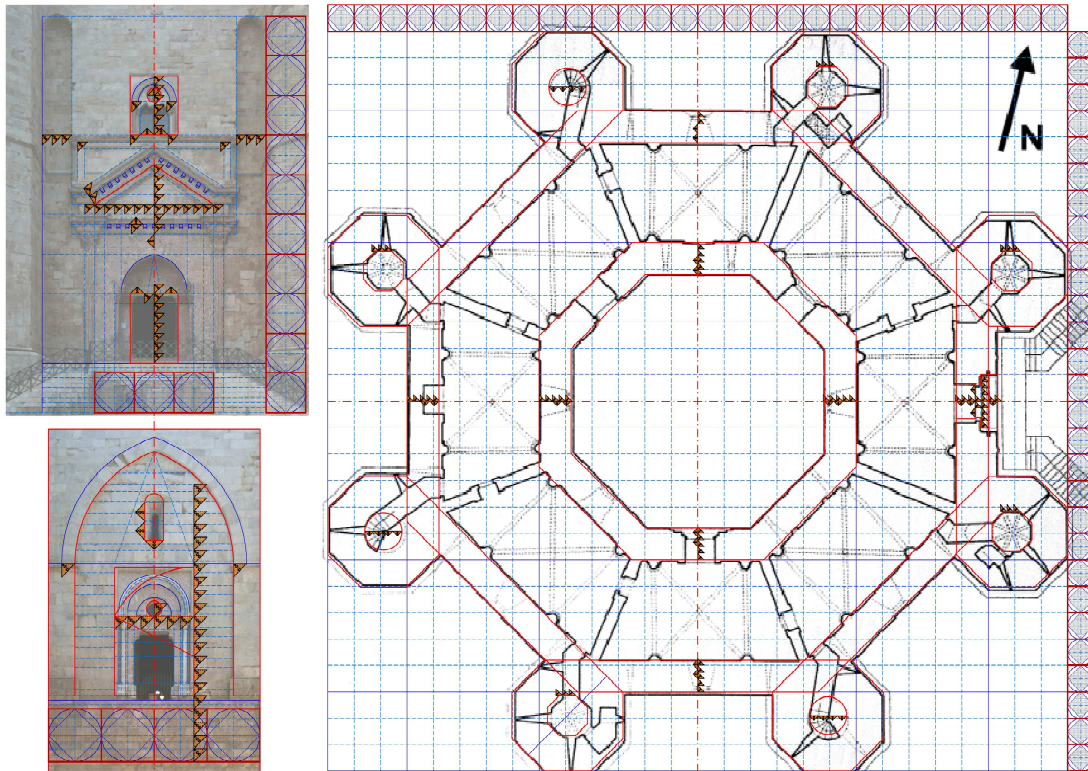


Ilustración 215. Modulación del Castel del Monte en Adria

Destaca la modulación estática base de las dimensiones generales del edificio, mediante un octógono interior de 12 brazas de ancho y otro exterior de 22. El espesor de sus muros es tal que el lado del octógono interior del patio se aproxima a 4 brazas, y determina que el ancho de cada uno de las 8 torres octogonales se ajuste a la trama estática. De esta manera se obtiene un ancho total de la edificación de 28 brazas. Ese espesor de muros puede determinarse estáticamente mediante la fracción $29/24$, o dinámicamente mediante $1+\sqrt{2}$ varas.

También se detecta modulación dinámica en el ancho de los huecos de la fachada principal, en el tragaluz sobre el balcón del patio, y en otros elementos. Por su parte la altura de las hiladas de sillería se dimensionan estáticamente en escala base. El remarco del balcón presenta un ajuste exacto a la proporción áurea.

Puerta de Toledo. Ciudad Real, España (siglo XIII d.C.)

La Puerta de Toledo es la única que se conserva de las ocho puertas con que contaba el recinto amurallado de Ciudad Real, ordenado levantar por Alfonso X tras la fundación de la villa en 1255, y que según las crónicas estaba jalonado hasta por 130 torres repartidas por su amplio perímetro ovalado.

Es de estilo gótico-mudéjar, con dos fuertes torreones entre los que se formaliza el acceso mediante una sucesión de seis arcos. Los exteriores superiores son ojivales, y los exteriores inferiores son de herradura -de medio punto en la fachada norte y apuntado en la sur-. Los arcos interiores son ojivales, y dividen el acceso en dos recintos cubiertos por bóvedas de crucería ojival. Entre los dos arcos interiores existe una estrecha ranura para el recorrido del rastrillo.

En el recinto interior sur existe una puerta de acceso a la escalera que asciende a la actual terraza. Ésta debía estar cubierta para proteger el torno que accionaba el rastrillo, por lo que la altura total de la puerta debía ser originalmente mayor a la que presenta hoy en día según Ildefonso Ramírez González, arqueólogo director de la excavación.

Se ha utilizado el levantamiento realizado por el Ayuntamiento de Ciudad Real, y el aportado por el arquitecto Carlos Clemente San Román para el Proyecto de Restauración financiado por la Fundación Caja Madrid en 2011, y actualmente en ejecución.

La Puerta de Toledo de Ciudad Real está dimensionada en base a un módulo antropométrico de 159.71 cm de longitud (brazo), que se corresponde con una vara de 79.85 cm y con un codo de 39.93 cm.

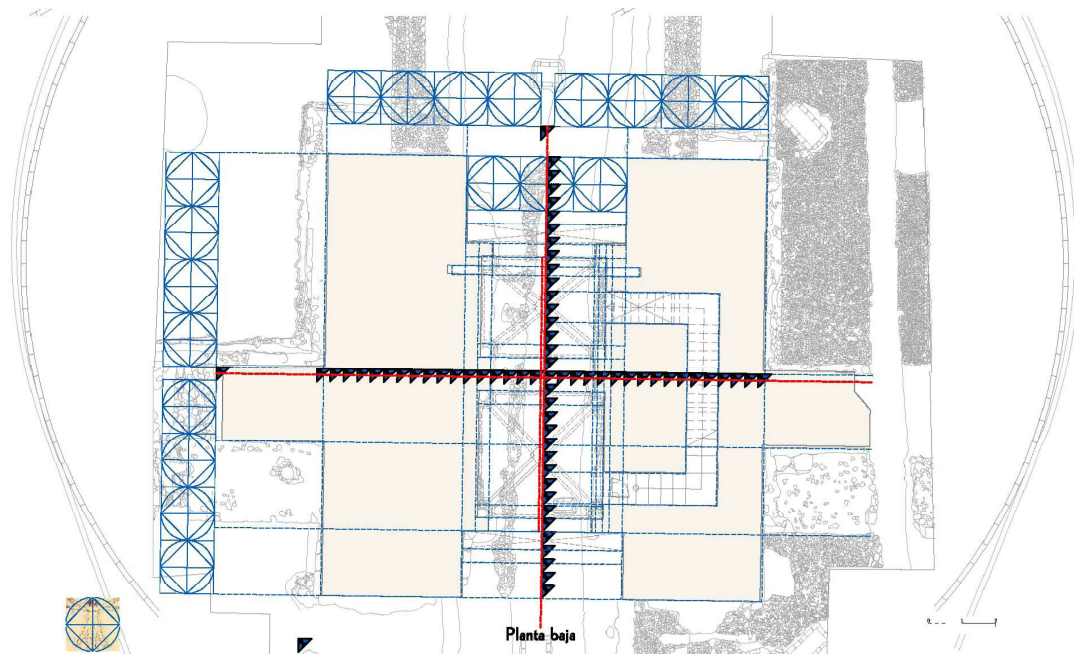


Ilustración 216. Modulación de la planta de la Puerta de Toledo de Ciudad Real

La planta de la puerta se inscribe en un cuadrado perfecto, de 33 codos de lado y correctamente orientado en dirección norte-sur (presenta un grado de desviación). Los dos contrafuertes laterales dejan al exterior un claro de 3 brazas entre sí para ubicar el acceso. El arco norte se retranquea 1 braza, y el sur sólo lo hace 16 palmos. Todos los arcos tienen un espesor de 1 codo. Tras los exteriores existen sendos espacios vacíos -o matacanes- hasta el plano de los segundos arcos, de 9 palmos de espesor el del norte y de 8 palmos el del sur, por lo que el segundo arco norte se retranquea respecto de los contrafuertes 6 codos y medio, mientras que el sur lo hace 5 codos.

El ancho de los recintos interiores es de 9 codos y medio, y su eje está desplazado 1 palmo y medio hacia oeste respecto del eje principal norte-sur de la puerta. La profundidad del recinto norte es de 7 codos y medio, y la del recinto sur es de 9 codos y medio (planta cuadrada). Ambos recintos están separados 2 codos y medio -un codo por cada arco interior, y medio por el hueco del rastrillo-.

El espesor de los lienzos de muralla es de 5 codos y medio, y el de la escalera interior se ajusta a los 14 palmos. La altura de los sillares se fija en palmos enteros, estando separadas las llagas horizontales desde 2 hasta 9 palmos.

El trazado de los dos arcos ojivales exteriores es el mismo. Los centros de sus arcos se localizan a 1 palmo sobre sus arranques, y a 15 codos y 2 palmos (92 palmos) del nivel del suelo. Estos centros se encuentran separados simétricamente 11 palmos del eje para crear el apuntado del arco. La clave parece localizarse a una altura de 22 codos y 1 palmo (133 palmos), por lo que el radio de los arcos debe determinarse geoméricamente. La altura de las dovelas es de 3 cuartas (9 palmos), mientras que su ancho mayor en el trasdós responde a $4\sqrt{2}$ palmos. Las dovelas convergen al centro de los respectivos arcos.

También son iguales los dos arcos interiores. En este caso tanto el arranque como los centros de los arcos se sitúan a 2 brazas de altura (8 codos). Los centros se separan 20 palmos del eje y el radio interior tiene 43 palmos. El ancho entre jambas es de 46 palmos. Las dovelas tienen una altura de 8 palmos, y su ancho se determina en el trasdós mediante palmos enteros.

El arco de herradura norte es de medio punto, con un solo centro localizado a 10 codos de altura, y tiene un diámetro de 46 palmos que coincide con el ancho entre jambas. El arco se prolonga inferiormente 16 palmos hasta el arranque, que se sitúa por tanto a 7 codos y 2 palmos de altura (44 palmos). Apoya sobre unas ménsulas de 1 codo de altura que vuelan otro codo sobre las jambas. Las dovelas iniciales se disponen horizontalmente hasta el centro, a partir del cual convergen en el centro. Tienen una altura de 8 palmos, y su ancho se determina en el trasdós mediante palmos enteros.

En contraposición, aunque con el mismo ancho, el arco de herradura sur es del tipo apuntado. Presenta además su eje vertical un desplazamiento respecto al general de la puerta -de 1 palmo y medio hacia el oeste-, lo que se manifiesta en el mayor ancho de la jamba este. Sus centros se sitúan a una altura de 10 codos menos 2 palmos (58 palmos), y están separados 9 palmos entre sí. Los arranques se localizan 16 palmos por debajo, a una altura de 7 codos desde el nivel de suelo. Por lo demás, presenta similares características que el arco norte, en cuanto a las ménsulas (algo más cortas) y al despiece del dovelaje.

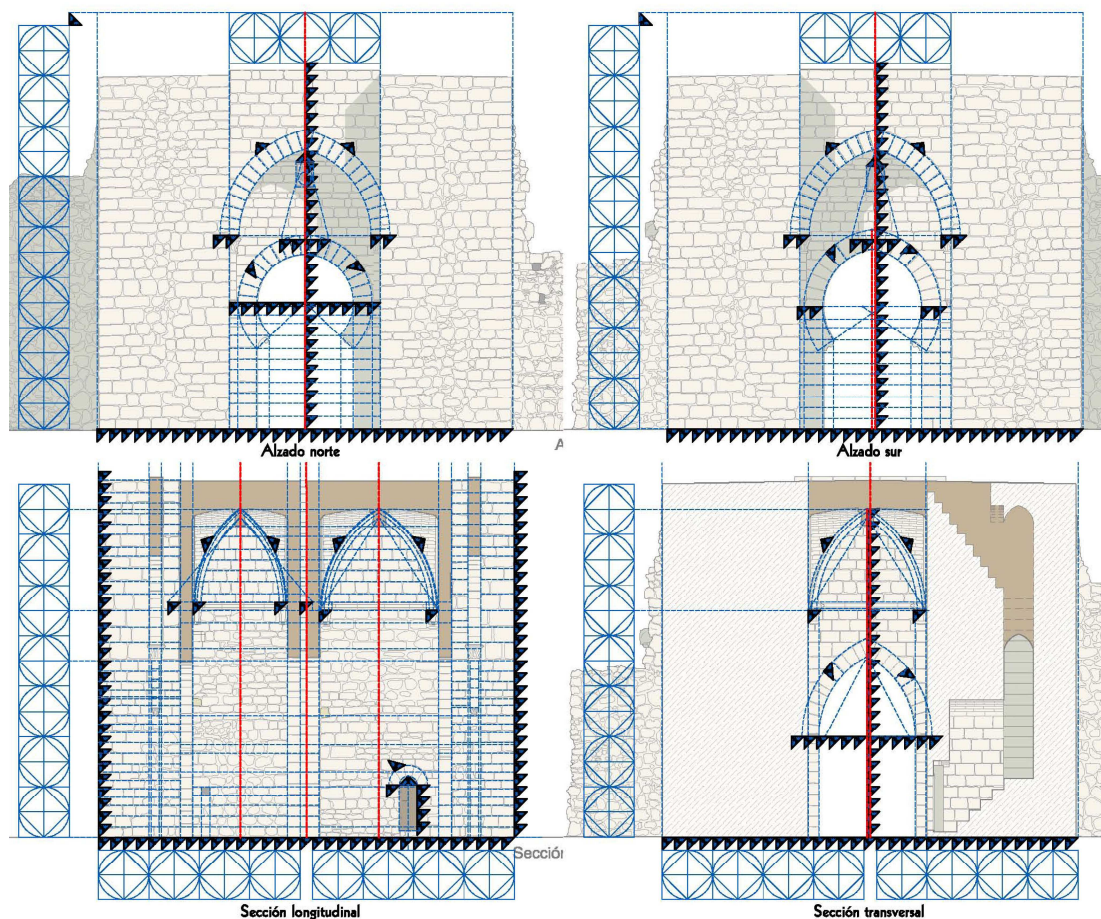


Ilustración 217. Modulación de alzados y secciones de la Puerta de Toledo de Ciudad Real

Las bóvedas ojivales que cubren los dos recintos interiores se apoyan en arcos apuntados. Éstos arrancan a los 18 codos de altura y alcanzan una altura de unos 26 codos en la clave. Los 4 arcos del recinto sur son iguales por ser su planta cuadrada. Los centros de sus arcos se encuentran separados lo mismo que el ancho y fondo del recinto, por lo que el radio del trasdós es 9.5 codos. Las dovelas nervadas tienen una altura de 4 palmos (1 pie) y su longitud coincide con $\sqrt{2}$ de 1 codo. En cuanto al recinto norte, para permitir alcanzar en sus lados más cortos (7.5 codos) la misma altura de clave, conservando el mismo arranque, presenta centros de arcos 2 codos más separados que el propio ámbito, y 4 palmos por encima de los 18 codos. Se obtiene así un trasdós también de 9 codos y medio de radio.

El ancho del hueco de acceso a la escalera de la terraza es igual a $\sqrt{2}$ codos, lo mismo que el diámetro del arco de medio punto que lo corona. Sus dovelas, que convergen bajo el centro, tienen una altura y un ancho en el trasdós de 5 palmos. Las placas conmemorativas situadas sobre ambos arcos de herradura tienen unas dimensiones aproximadas de $\sqrt{2}$ codos de ancho por 2 codos de alto.

Esta obra de carácter militar se ciñe a una trama estática de 1 palmo cuadrado en la definición de casi todos sus elementos. No obstante presenta varias dimensiones que se ajustan a la escala $\sqrt{2}$, como en las dovelas de los arcos superiores, en el hueco de la escalera -donde estuvo localizado el fielato que cobraba por las mercancías que entraban por la puerta- y en las lápidas.

El Cuarto Real de Santo Domingo. Granada, España (siglo XIII d.C.)

Breve reseña histórica

El edificio del Cuarto Real de Santo Domingo de Granada constituye un espléndido ejemplo de arquitectura hispano-musulmana, y es valioso referente para el desarrollo de los modelos arquitectónicos y decorativos nazaríes utilizados posteriormente en La Alhambra. De la edificación original denominada *Yannat al-Manyra al-Kubra* se conserva el salón cuadrado o *qubba* (alcoba)¹¹², que cuenta con 2 alhanías laterales y 4 pequeñas habitaciones.

Este espacio dispone de una rica decoración geométrica tanto en su techumbre de madera como en sus paredes, cuyos zócalos están revestidos con los azulejos andalusíes más antiguos conservados (Alvaro Zamora, 2007:361), o con delicadas pinturas murales.



Ilustración 218. Alzado interior sur del Cuarto Real de Santo Domingo

Las hipótesis marcadas por los investigadores lo vinculan a la construcción de la muralla del Arrabal de los Alfareros (Orihuela Uzal, 1996:388), tal vez durante el reinado del segundo rey nazarí Muhammad II (1273-1302). Respaldan esta teoría los resultados de la

¹¹² RAMÓN-LACA MENÉNDEZ DE LUARCA, Luis. *Alcoba y cuadra, dos sinónimos castellanos para un arquetipo de origen persa*, 2006.

reciente dendrodatación de la madera de pino usada en su techumbre (Rodríguez Trobajo, 2008:35), que establecen el año 1283 como fecha *post quem* más antigua o lejana de su aparición. Otros autores concretan la fecha 1292 para la aparición de este edificio (Puerta Vilchez, 2010:26).

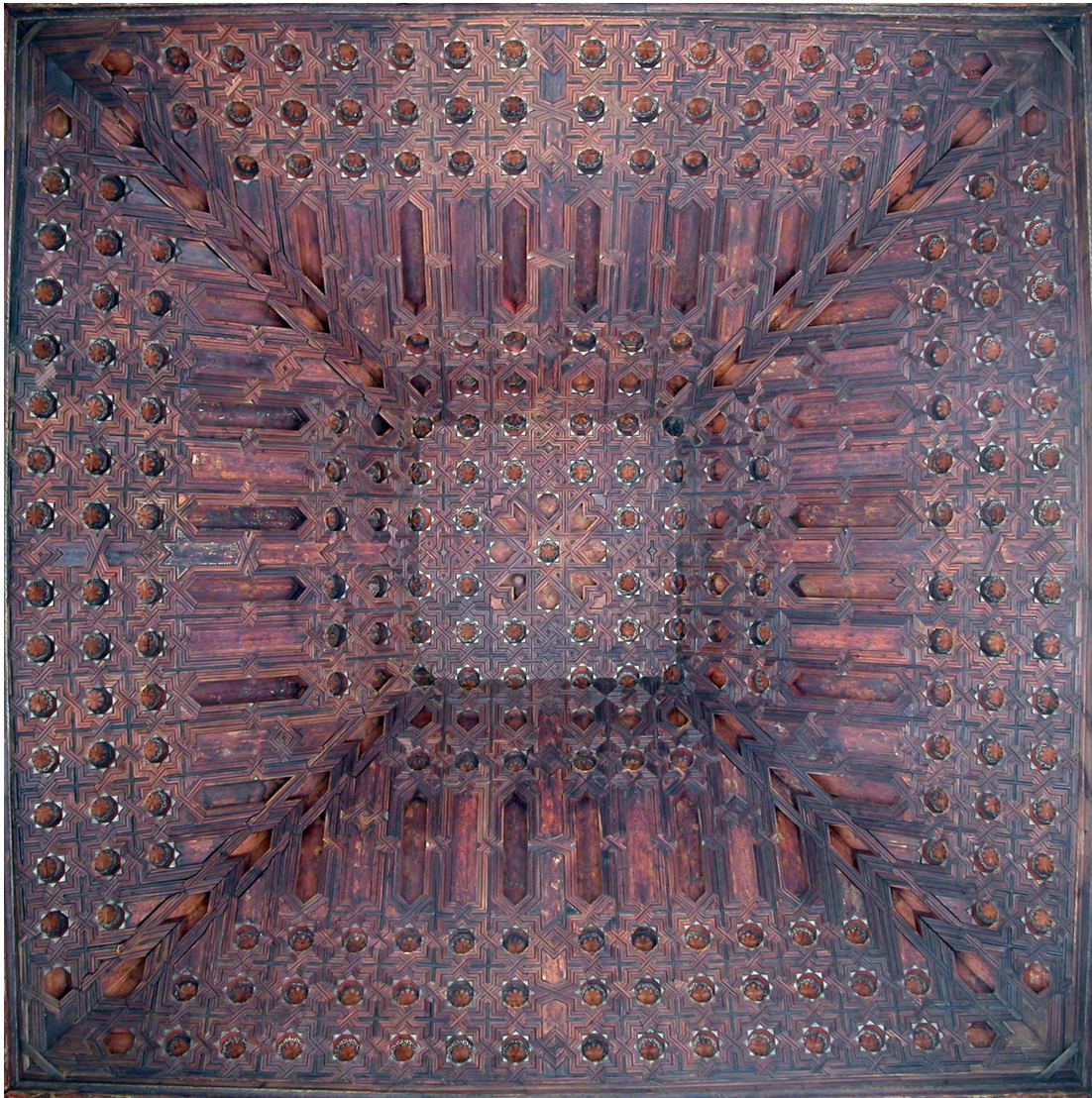


Ilustración 219. Techumbre del Cuarto Real de Santo Domingo

Se trata por tanto esta techumbre de la más antigua armadura apeinazada de par y nudillo con diseños de lazo de que se tenga constancia. Son comúnmente conocidas como artesanados o techumbres mudéjares (Nuere, 1989:383). Fueron utilizadas ampliamente durante siglos en todo el territorio nacional y colonial español, por la vistosidad de sus diseños geométricos de lazo, y sobre todo por la economía y rapidez de montaje que proporcionaba el primer sistema prefabricado de elementos estructurales conocido.

Esta propiedad real nazarí contaba al menos con un pórtico y un huerto-jardín al norte.

Tras la conquista del reino de Granada los Reyes Católicos cedieron su propiedad a la orden de los Dominicos, que adaptaron el salón como capilla realizando 2 forjados de entreplanta en sendas alhánias, y eliminando los muros entre éstas y las pequeñas habitaciones laterales para ampliar así estos ámbitos.

Tras la Desamortización de Mendizábal la propiedad pasó a manos privadas, siendo el edificio transformado en el siglo XIX con la adición de una construcción residencial de escaso valor arquitectónico, y con restauraciones caprichosas y de dudoso criterio (Almagro, 2002:175).

En 1990 el Ayuntamiento adquirió la propiedad. Tras un largo periodo de espera y proyectos fallidos la *qubba* ha sido restaurada, y el edificio del siglo XIX que lo ocultaba parcialmente demolido.

Sin embargo, y excepto en un corto periodo de tiempo, el edificio permanece cerrado al público a espera de que se ejecute el proyecto ganador de un concurso de adecuación del entorno.

Al retraso en el inicio de las obras -por la actual falta de financiación pública- se añade el hecho de que la propuesta seleccionada contempla el mantenimiento del volumen del siglo XIX, renunciando a recuperar la documentada configuración original de *qubba*-pórtico-jardín.



Ilustración 220. Vista interior del Cuarto Real de Santo Domingo

Estudios específicos

Entre las referencias bibliográficas generales que abordan el estudio de esta emblemática construcción destacamos la obra monográfica de Basilio Pavón Maldonado (1991), la publicación de Manuel Gómez Moreno sobre la Granada del siglo XIII (1966:26-34), y sobre todo las publicaciones de los investigadores Antonio Almagro y Antonio Orihuela de la Escuela Estudios Árabes (EEA) del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). Estos autores, a la cabeza de un importante equipo técnico y con un estricto rigor científico, han analizado fuentes documentales, realizado detalladas planimetrías y propuestas de intervención (Almagro y Orihuela, 1997). Así mismo dirigieron el proceso de restauración de la *qubba* culminado en 2004 (Almagro y Orihuela, 2008).

Existe un estudio del trazado de sus zócalos pintados a partir de los restos de dibujo preparatorio, realizado por García Bueno, Medina Flórez y López Pertíñez (2003).

En cuanto a su armadura de lazo está considerada como la de tipo apeinazada más antigua del periodo nazarí, junto a la del Pabellón Norte del Generalife (López Pertíñez, 2006:248). Enrique Nuere aclara que los defectos de que adolece (2004:105) no se corresponden con la perfección de su trazado geométrico, sino con las diferencias constructivas (detalles técnicos) que presenta si se compara con equivalentes armaduras castellanas posteriores. La existencia de esta armadura hace modificar la teoría de este autor sobre que la técnica de construcción de estas estructuras fue desarrollada por carpinteros castellanos bajo influencia de los carpinteros nazaríes “*quienes eran diestros en servirse de la geometría para la fragmentación modular de sus techumbres*”. Sugiere una nueva hipótesis, sin invalidar la anterior, de que algún carpintero musulmán del siglo XII o XIII copiase la técnica castellana de organizar armaduras y aplicase sus conocimientos geométricos a la decoración de la misma.

Respecto a las dimensiones y modulación de este edificio tan sólo se ha encontrado una referencia genérica de la posible utilización en cuadrícula del codo mameluco de 54 cm, como en otras obras nazaríes y edificios históricos españoles coetáneos (González Hernández, 2007).

Referencia métrica utilizada

En este caso se ha utilizado una copia digital en formato vectorial del exhaustivo y detallado levantamiento fotogramétrico, suministrada por Almagro y Orihuela (1997). Consiste en una representación completa de la totalidad de la *qubba* en el estado en que se encontraba con anterioridad a su reciente restauración, con propuesta de restitución del estado original del conjunto realizada en base a los trabajos arqueológicos llevados a cabo en la zona del pórtico y de la huerta-jardín (Almagro, 2002).



Ilustración 221. Cuarto Real. Estado previo. Sección norte-sur por la *Qubba* (Almagro, 2002:176)

En el estudio de proporciones de algunos elementos secundarios se ha completado la documentación planimétrica con fotografías orto proyectadas.

También se ha utilizado la propia obra para la realización de mediciones directas, aprovechando las visitas realizadas.

Resultados

Valor del módulo

El valor del módulo antropométrico utilizado en la construcción de este edificio corresponde con una braza de 210.37 cm, es decir, con un codo de 52.59 cm.

UNIT	fathom		yard	cubit	foot				fist	palm		inch	digit
	Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	
FRACTION	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96		
CENTIMETERS	210,37	105,19	52,59	35,06	26,30	17,53	13,15	11,69	8,77	2,92	2,19		

Ilustración 222. Módulos del Cuarto Real

Dimensiones generales

El cuadrado interior de la *qubba* se ajusta a $2+\sqrt{2}$ brazas de lado, y la mitad de esta cantidad es el ancho de las alhanías incluido los muros, por lo que longitudinalmente el edificio alcanza $4+2\sqrt{2}$ brazas. El espesor de los muros exteriores es $1+\sqrt{2}$ codos, y los de las alhanías y la linterna miden $\sqrt{2}$ codo, por lo que quedan 3 codos como ámbito de las estancias laterales.

En sentido transversal se suman 2 muros exteriores al módulo del salón hasta alcanzar $10+6\sqrt{2}$ codos. En el muro norte se abre la puerta de acceso de 5 codos de ancho. En el muro sur se localiza el alzado interior principal, con un hueco central y dos laterales. Interiormente el fondo del salón se divide en $\sqrt{2}$ braza centrales para el ancho de las alhanías, y 1 braza para cada una de las 2 pequeñas habitaciones laterales incluido el muro de 1 codo.

El módulo $2+\sqrt{2}$ brazas determina tanto el ancho y fondo del salón, como su altura hasta la parte baja de las ventanas de la linterna, formalizando por tanto un cubo o domo hasta ese punto.

En cuanto a las alturas predomina, excepto en la determinación del mencionado cubo y de algún otro elemento, la modulación estática base mediante unidades enteras. El hueco central del testero o “lugar del gobernante” -en el alzado interior sur- tiene unas dimensiones de 4 codos de ancho por 4 de alto, al igual que el elemento superior donde se localiza un arco ciego. Los huecos laterales están separados del central 1 codo, tienen un ancho de 2 y una altura de 4 hasta la clave de sus arcos. Por lo tanto podemos detectar la presencia del módulo cuadrado antropométrico base -o braza- agrupando series de 4 por 4 codos. Éste está presente en la composición tripartita del alzado principal, tanto en la definición del hueco central, en el arco ciego superior y en los huecos laterales.

También podemos localizar los 4 codos en la altura de la linterna hasta el alicer. Y sobre éste se eleva 4 codos la armadura apeinazada del techo hasta el almizate, que además tiene una planta cuadrada de 4 codos de lado de manera que en este punto se formaliza una braza cúbica.

Otras alturas de zócalos, impostas y arcos decorativos quedan determinadas en cuartas. En el alzado interior sur la altura del zócalo es 5 cuartas, y define el arranque de las impostas de los arcos. El centro del arco decorativo superior del hueco central se localiza a 11 cuartas sobre el suelo y es rematado horizontalmente a 8 codos. En los huecos laterales el centro del arco se sitúa a 7 cuartas de altura. La altura de las alhanías se sitúa a 11 codos, lo mismo que alcanza la decoración de los alzados laterales.

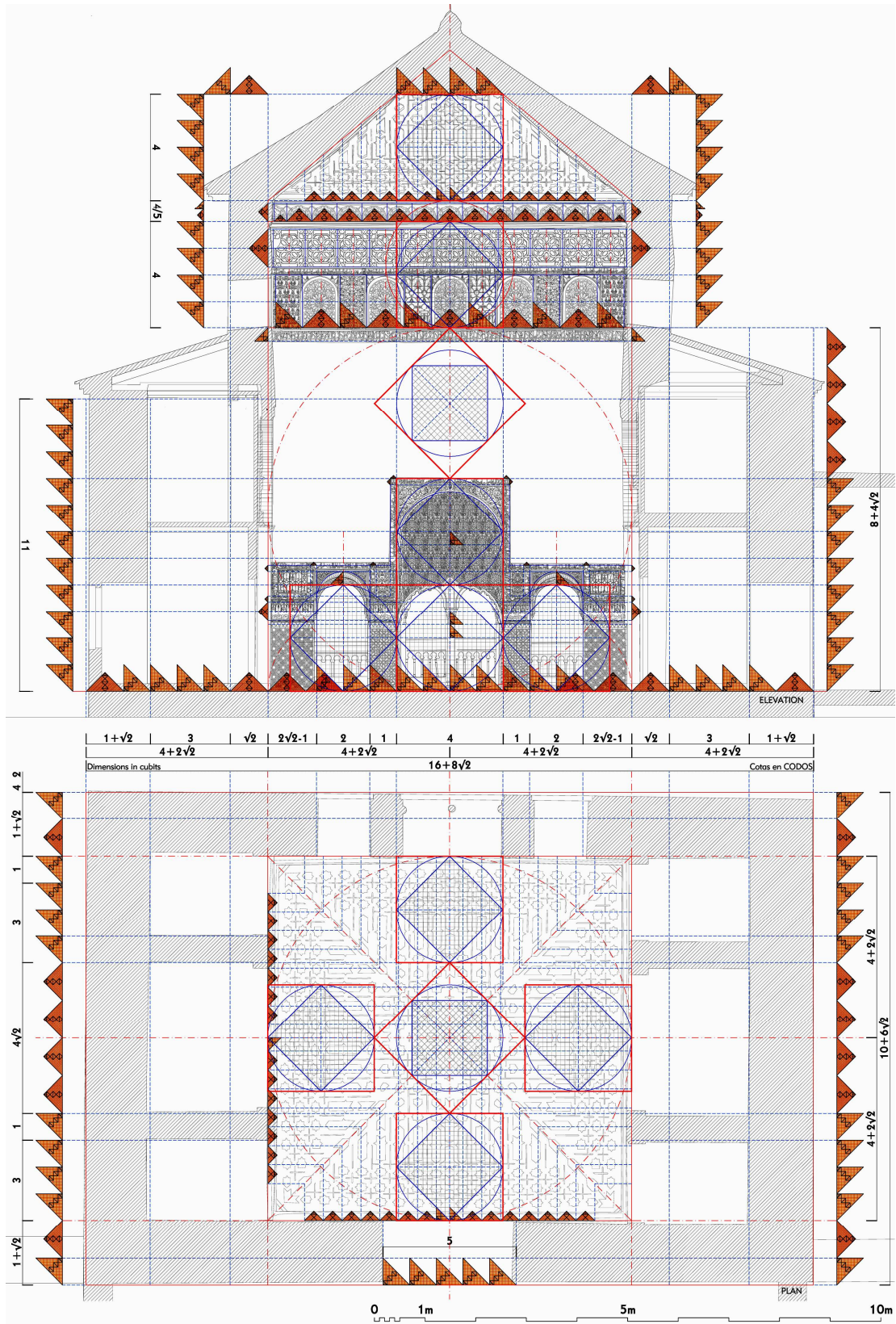


Ilustración 223. Modulación general del Cuarto Real

Elementos secundarios

El techo

El análisis de este significativo elemento ha sido trascendental para establecer el procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$ que fundamenta la presente tesis.

La techumbre del Cuarto Real es un armadura de madera con diseño de lazo apeinado¹¹³ con forma de artesa invertida o pirámide truncada. Dispone de 5 paños, uno cuadrado paralelo al suelo llamado almizate, y 4 inclinados que conforman los faldones trapezoidales. Responde al tipo de armadura de par y nudillo, en donde los pares paralelos e inclinados constituyen las vigas de madera de los faldones, y los nudillos horizontales formalizan la estructura del almizate.

Sus dimensiones teóricas iniciales se ajustan a una base del ancho del salón ($2+\sqrt{2}$ brazas), y a una altura, anchura y fondo del almizate de 1 braza.

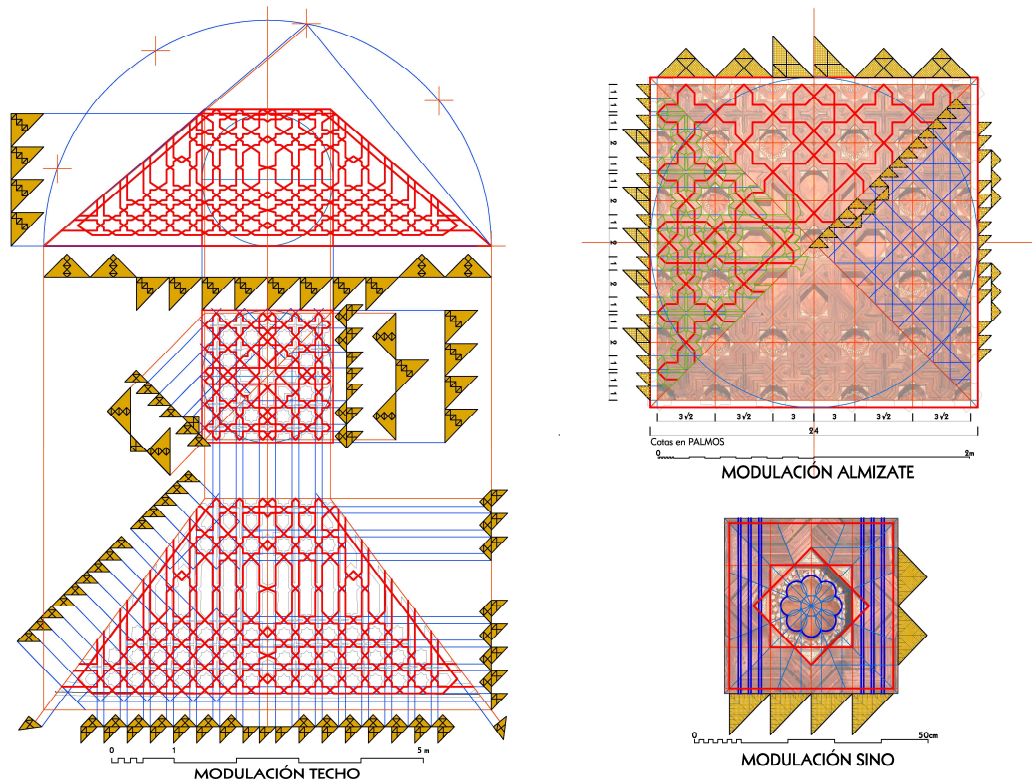


Ilustración 224. Modulación de la techumbre del Cuarto Real

El diseño lazo es mediante el seno de 8, polígono estrellado generado por dos cuadrados girados 45° , que en este caso tienen 2 palmos de lado. La modulación se inicia en el centro del almizate con un seno que define las 4 calles de una composición con simetría octagonal.

¹¹³ En el lazo apeinado las maderas tienen espesor y carácter estructural. En el lazo ataujerado se utilizan finas tablas fijadas a una estructura auxiliar.

El grueso de las cuerdas¹¹⁴ se ajusta a 1 palmo, por lo que se cumple la ley de a calle y cuerda en las calles centrales. También ocurre esto en las calles adyacentes inmediatas, por lo que la distancia entre los ejes de cuerda es 3 palmos (1 cuarta). Sin embargo a continuación se produce un “doblado de pares” con 2 cuerdas muy próximas que se repiten en sentido horizontal y vertical en el resto de la armadura. El eje de la segunda cuerda está separado $\sqrt{2}$ cuartas de la anterior, por lo que estos pares dobles están separados $(\sqrt{2}-1)$ cuartas a eje. En las direcciones a 45° la separación $\sqrt{2}$ cuartas sólo se presenta en las calles adyacentes a la central, manteniendo la separación de 1 cuarta a continuación.

Este diseño completa la dimensión del almizate a media calle para permitir el quiebro de los faldones, alcanzando $1+2\sqrt{2}$ codos de lado. Esta medida se aproxima a los 4 codos teóricos iniciales en un 95.5 %.

Un segundo redondeo (99%) se produce en el trazado del cartabón de la armadura o inclinación de los faldones. La altura de 4 codos por la base de $2+\sqrt{2}$ codos produce un ángulo muy próximo a los 40° del “cartabón de cuatro y medio”, que es el que se ha utilizado en la generación del modelo tridimensional teórico.

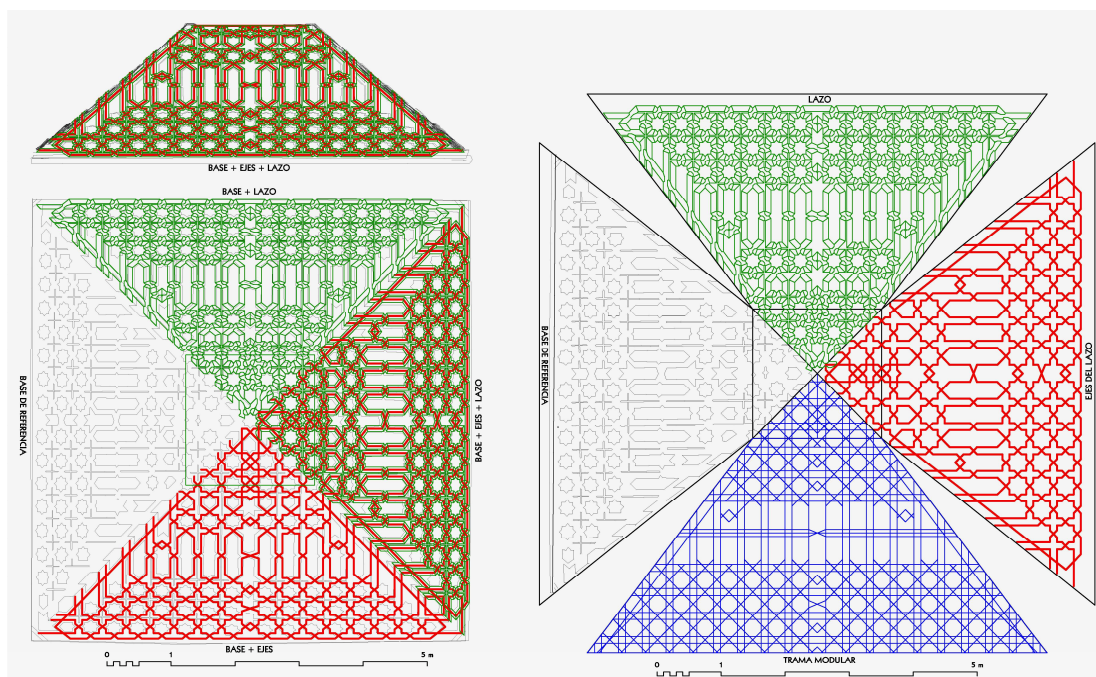


Ilustración 225. Base, trama, ejes y lazo de la techumbre del Cuarto Real

A partir de estas medidas teóricas se ha determinado la trama modular de los ejes de su diseño, y sobre ella se ha reproducido el esquema teórico de los ejes de lazo de la composición.

¹¹⁴ La calle es la distancia entre 2 cuerdas. Cuerda es el espesor del lazo, que en armaduras apeinazadas corresponde con el grueso del par o espesor de las maderas.

Se ha utilizado la aplicación LAZO desarrollada para el trazado automático de los gruesos y encuentros de la lacería, lo que permite la superposición del modelo teórico con la base fotogramétrica de referencia utilizada.

La linterna

Se localiza la linterna de la *qubba* entre el cubo del salón y el techo, a modo de una ancha banda ornamental de transición. Recorre de forma similar las cuatro paredes de este espacio central con una serie de franjas horizontales de decoración donde se integran las ventanas de celosía.

Comenzamos analizando este elemento desde su extremo superior donde la techumbre de madera descansa en el alicer, que se compone de una tabla con decoración tallada de tema epigráfico cúfico encerrado en arcos lobulados de gancho. El motivo patrón tiene un ancho de $\sqrt{2}$ pie y una altura de $\sqrt{2}$ cuarta (proporción 3:2). Las trazas de su decoración responden a una trama estática $\sqrt{2}$. Se repite el módulo completo 13 veces en cada alzado más una mitad en cada extremo. Por lo tanto se realiza otra aproximación por defecto al ancho total de la sala, que es absorbido en este caso por un mayor espesor del revestimiento a esta altura.

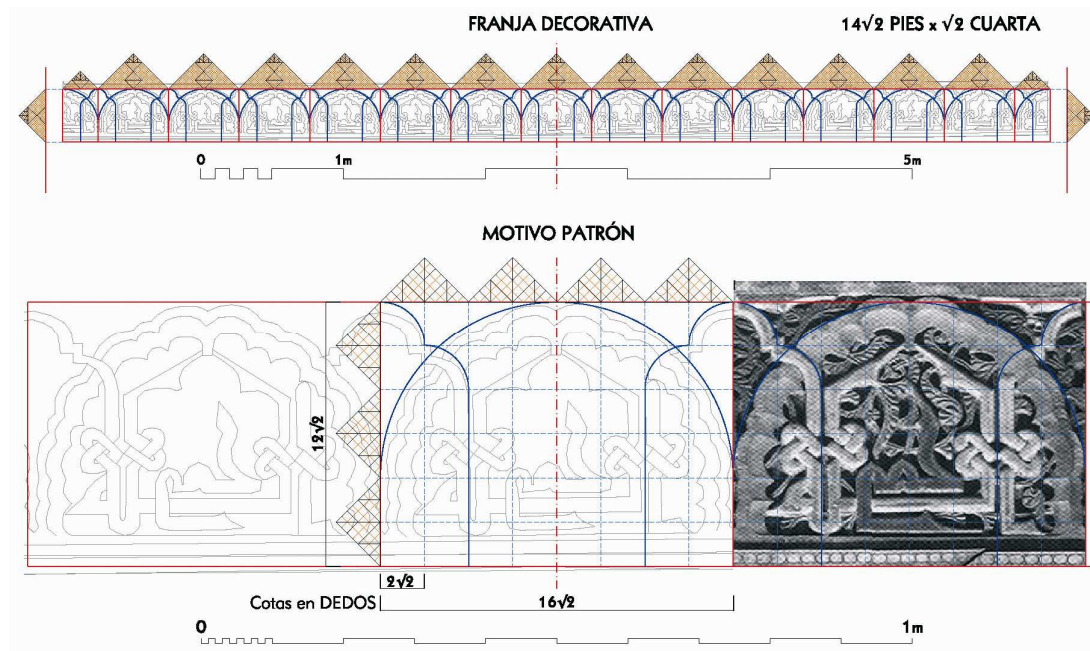


Ilustración 226. Modulación del alicer

El alicer está acompañado en todo el largo por sendos listeles superior e inferior, lo que produce la altura total de $1+\sqrt{2}$ sesmas (aproximación a 4/5 de codo).

A continuación se localiza otra franja modulada o friso, con tema geométrico basado en un octógono y una estrella de 8. La altura del friso es $\sqrt{2}$ codo y el ancho del motivo patrón $1+\sqrt{2}$ cuarta. Éste se repite 11 veces en una nueva aproximación al ancho total de la sala.

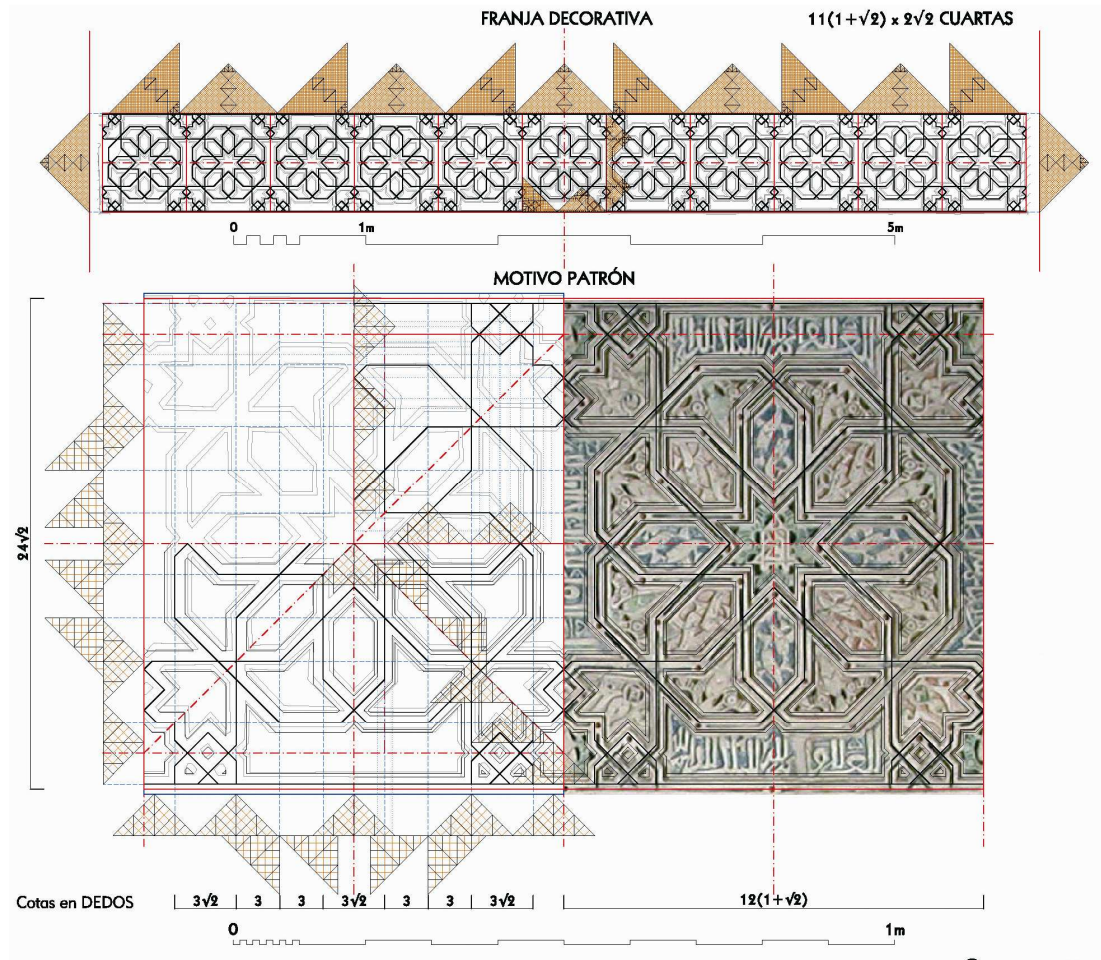


Ilustración 227. Modulación del friso

El diseño del motivo responde al mismo esquema de la armadura de lazo del techo pero sin entrelazados. Dispone de calles en norma que formalizan cuerdas separadas $3\sqrt{2}$ dedos entre ejes, los cuales están claramente representados por segmentos lineales y puntos en las intersecciones y cambios de dirección. Las cuerdas están delimitadas por una doble línea que produce su espesor en norma $\sqrt{2}$ dedo, y otro menor de 1 dedo. La composición se genera a partir de las cuatro calles de la estrella central. Una calle superior y otra inferior definen el octógono. Lateralmente media calle permite la continuidad de repetición del motivo, y otra calle entera determina la longitud de las aspillas.

Todo este trazado dinámico se puede realizar mediante unidades de la escala $\sqrt{2}$ tomadas sobre las cuatro direcciones de la estrella, o bien por combinación de las dos escalas medidas únicamente sobre el eje vertical y horizontal.

En la linterna las ventanas de celosía se separan entre si y respecto de los extremos de cada alzado por 6 machones o paños ciegos decorados, que en todos los casos tienen unas dimensiones de 1 codo de ancho por 2 de alto. Cada una de las cinco ventanas por cara de la linterna se enmarca en unos límites de $\sqrt{2}$ codo de ancho por 2 codos de alto.

Al intercalar las 5 ventanas de celosía entre los machones se realiza la misma modulación dinámica y aproximación al ancho total que los 11 motivos patrón del friso con octógonos,

si bien en este caso se aprecia un pequeño incremento en la separación de los motivos que se hace más patente en los extremos.

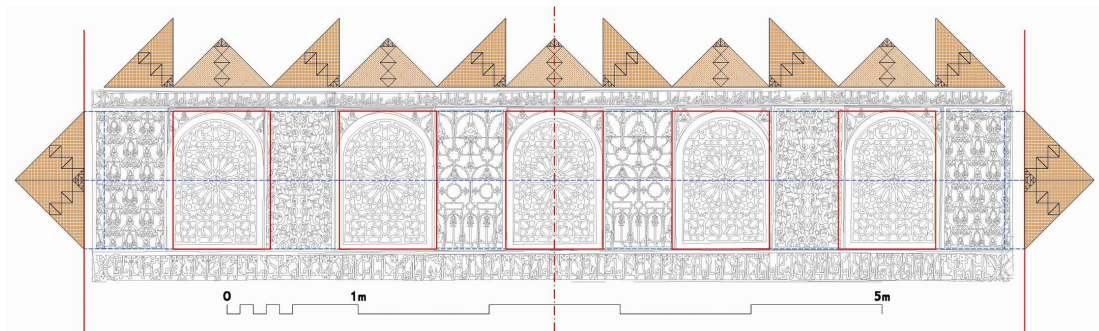


Ilustración 228. Modulación de la linterna

En las ventanas se centra a un codo de altura la estrella de 16 puntas que constituye el motivo geométrico base del calado de la celosía de lazo. Esta estrella y su rueda se combinan mediante una rígida composición geométrica con otras 8 de 8 puntas en lo que se conoce como rueda descultada de 16. Los centros de estas 8 estrellas se localizan en la mitad de cada lado de un octógono. En nuestro caso se circunscribe en un círculo de diámetro $18\sqrt{2}$ dedos. Esta dimensión determina un ancho entre ejes de cuerda de valor muy próximo a dedo y medio $\sqrt{2}$ ($6\sqrt{2}$ granos) que entendemos fue el utilizado (con un error del +0,42%). El ancho de la cuerda parece ser 2 granos, lo que provoca que el diseño no esté en norma al producir calles de ancho superior al doble del de las cuerdas.

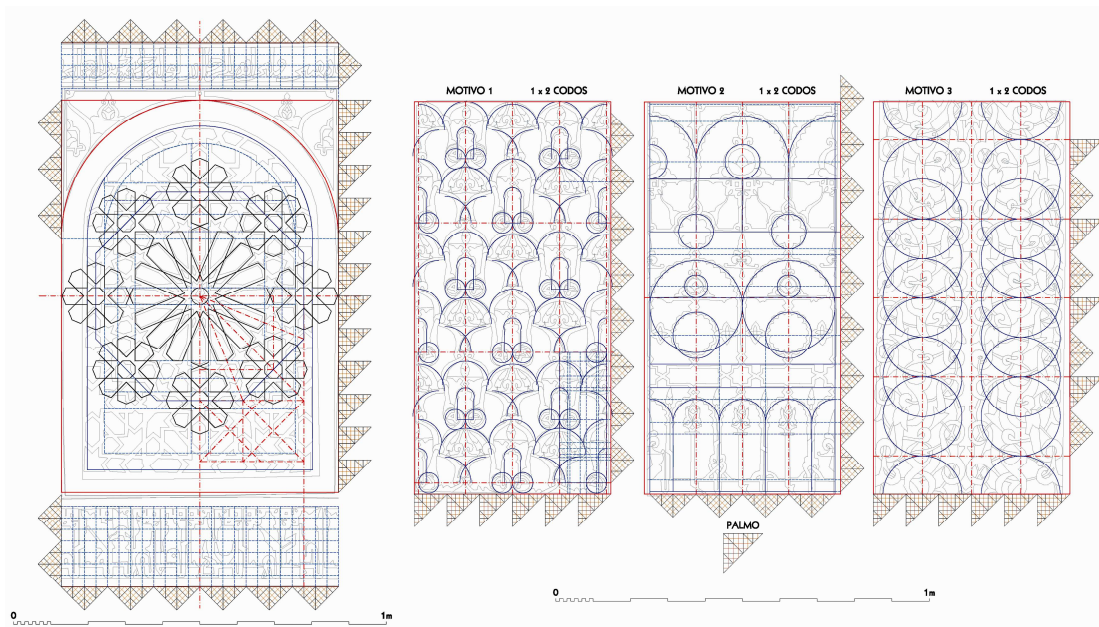


Ilustración 229. Modulación de ventanas y machones

Se analizan los tres motivos de yesería floral que repetidos se distribuyen simétricamente en todos los alzados que aparecen en la base fotogramétrica utilizada, si bien tras la reciente restauración han aparecido, bajo copias de anteriores intervenciones, nuevos modelos originales con distintos motivos.

En todos los casos subyace una composición geométrica de distinta modulación. En el motivo 1 la distribución vertical responde a la escala base con ajuste exacto al ancho, mientras que la vertical se ajusta a la escala $\sqrt{2}$. En el motivo 2 tanto la vertical como la horizontal se realiza en escala $\sqrt{2}$, por lo que se hace aproximación a ambas dimensiones generales. También existe ajuste en la distribución vertical del motivo 3 al realizarse en base de la escala base, pero en el caso de la horizontal se recurre a un módulo aditivo de valor $1+\sqrt{2}$ palmo.

Hueco lateral

Concluimos la exposición de resultados analizados con los elementos que configuran el hueco lateral derecho del alzado interior sur o testero principal de la *qubba* del Cuarto Real de Santo Domingo.

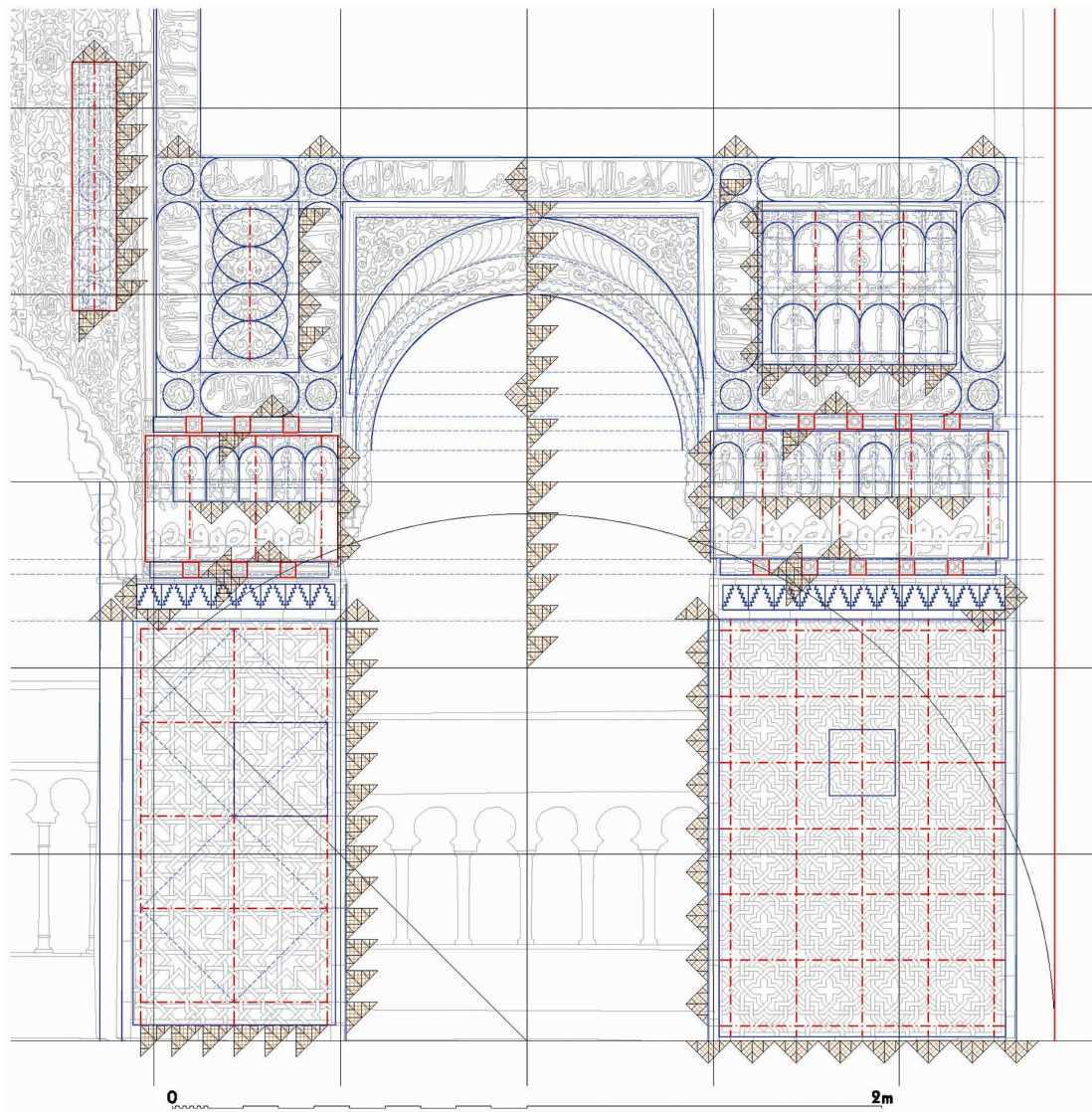


Ilustración 230. Modulación del hueco lateral

Se ha incorporando en línea negra fina la trama estática que define los distintos elementos generales de esta zona en base a una cuadrícula regular de 1 x 1 codo.

En el extremo superior izquierdo se aprecia parte del hueco central o lugar del gobernante. La decoración del arco superior ciego se realiza con una cortina de yeserías de arquillos y medallones lobulados sobrepuestos, que se repiten según un motivo patrón distribuido a tresbolillo sobre toda la superficie. Cada uno de estos módulos tiene un ancho de $\sqrt{2}$ palmo por 8 palmos de altura (2 pies). La trama estática que define su ornamentación responde a la escala base.

Todas las fajas con caracteres cursivos que delimitan lateral y superiormente los huecos tienen un ancho de $\sqrt{2}$ palmo. En las intersecciones se localizan medallones lobulados de 1 palmo de diámetro. Entre el hueco central y el lateral las fajas están separadas 1 codo de fuera a fuera, e interiormente la yesería con decoración vegetal se distribuye según trama dinámica $1+\sqrt{2}$ palmo. Al otro lado del hueco lateral el tema de arcos lobulados, enmarcado entre fajas, responde a trama estática $\sqrt{2}$.

Los centros de los sucesivos arcos decorativos de este hueco lateral se localizan sobre el eje por lo general a unidades enteras de la escala base, si bien el remate superior de la zona gallonada parece responder a una adición de escala $\sqrt{2}$.

A ambos lados del arranque de los arcos se distribuye sin fajas otras yeserías con arcos lobulados y caligrafía cúfica, que se ordena estáticamente según $\sqrt{2}$. Los arcos lobulados tienen en general $3\sqrt{2}$ dedos de ancho, pero en el paño de la derecha sólo se detectan dos con estas dimensiones, mientras que el resto es $2\sqrt{2}$ granos más anchos para completar la decoración hasta el rincón.

Estos motivos están enmarcados superior e inferiormente por cadenetas geométricas de 2 dedos de altura. Los cuadrados discontinuos que enmarcan estrellas de 8 puntas tienen el mismo ancho pero están separados entre sí $3\sqrt{2}$ dedos.

A continuación aparece una estrecha franja de azulejos almenados en blanco y negro. Cada motivo patrón se enmarca en un cuadrado de $9\sqrt{2}$ granos de lado. La altura de cada escalón es $\sqrt{2}$ grano y medio. El dentado responde verticalmente a un ritmo $\sqrt{2}/3$ de grano.

Los zócalos están revestidos con dos modelos de alicatado con tema geométrico de lazo que se repiten simétricamente en este alzado.

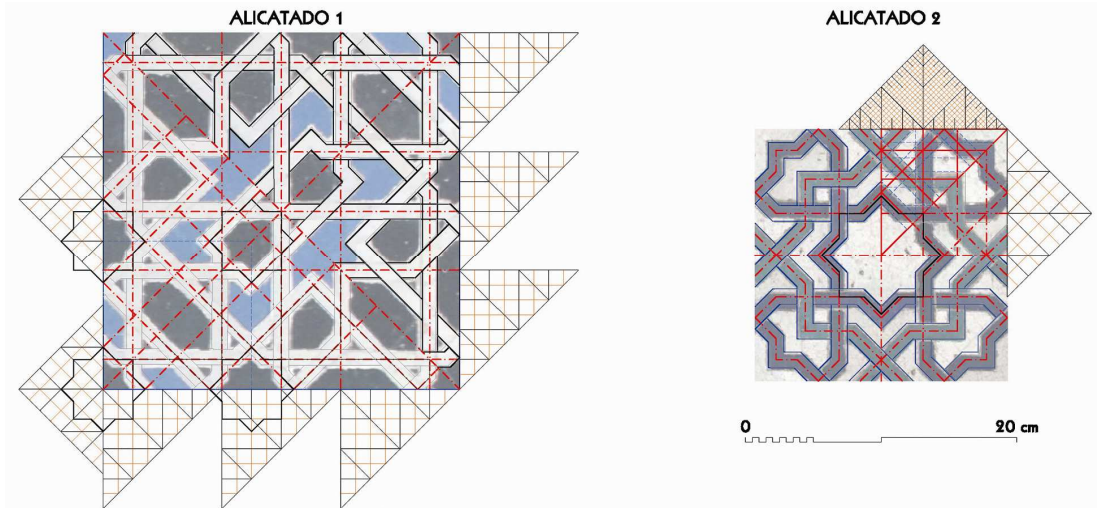


Ilustración 231. Modulación de alicatados 1 y 2

El alicatado 1 se desarrolla en base a un motivo patrón cuadrado de 3 palmos de lado, en donde se distribuyen armónicamente dos calles centrales y dos medias laterales separadas por una entrecalle mas ancha. Los ejes de las cuerdas están separados 2 dedos en las calles y 3 dedos en las entrecalles. El grueso de las cuerdas o cintas blancas es de 2 granos (1/2 dedo), por lo que el de las calles es 6 granos y el de las entrecalles 10 granos. Las calles centrales se combinan en medio en un rectángulo girado, lo que produce la asimetría de las estrellas de 8 puntos de los lados del motivo. La composición genera en todos los casos estrellas regulares.

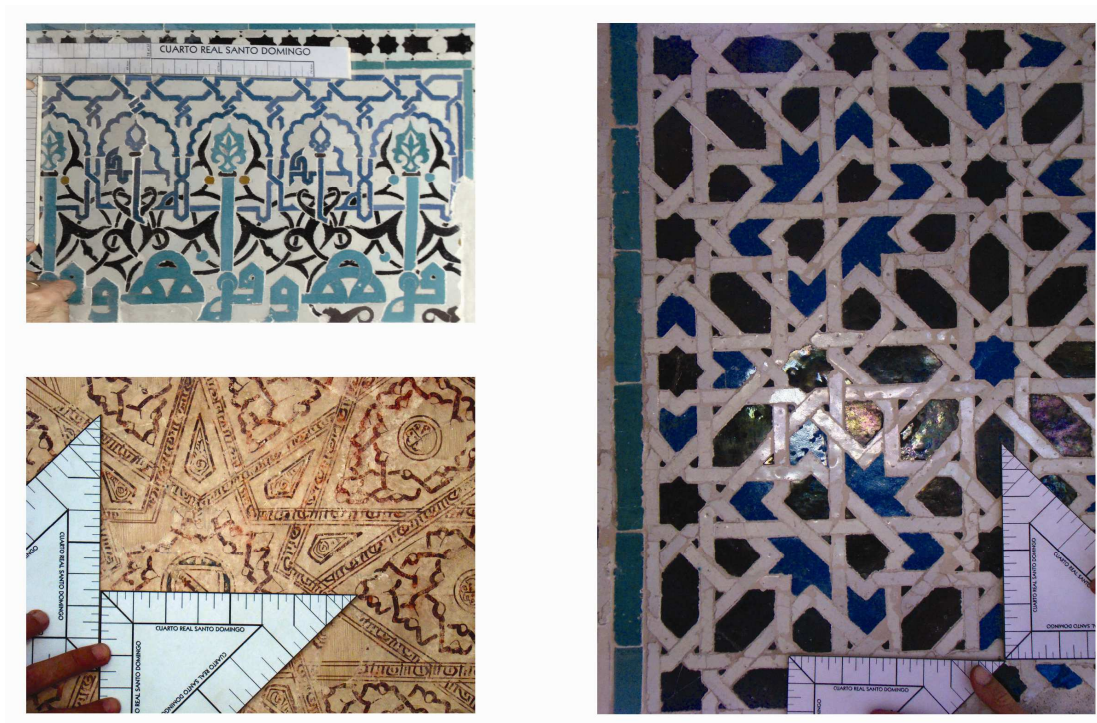


Ilustración 232. Alicatados y pinturas

En el alicatado 2 también se utiliza un motivo patrón cuadrado, en este caso de $6\sqrt{2}$ dedos de lado. Dispone de una única calle central cuyos ejes de cuerda están separados $2\sqrt{2}$ dedos en sentido vertical y horizontal. Sin embargo en los sentidos girados 45° se han utilizado 3 dedos, lo que provoca la irregularidad de la estrella central. El ancho de las cintas es $\sqrt{2}$ grano y medio. Todos los ejes del trazado se pueden resolver en un octante mediante trazos verticales, horizontales e inclinados, tomando desde el centro del motivo valores de la escala $\sqrt{2}$.

Alfarje

En la reciente restauración de la *qubba* se ha mantenido los alfarjes de parte del forjado de entreplanta construido en las alhanías en época cristiana¹¹⁵. En la base fotogramétrica utilizada aparece este alfarje bajo una balaustrada de montantes torneados, así como otros elementos existentes en el estado previo a la restauración.

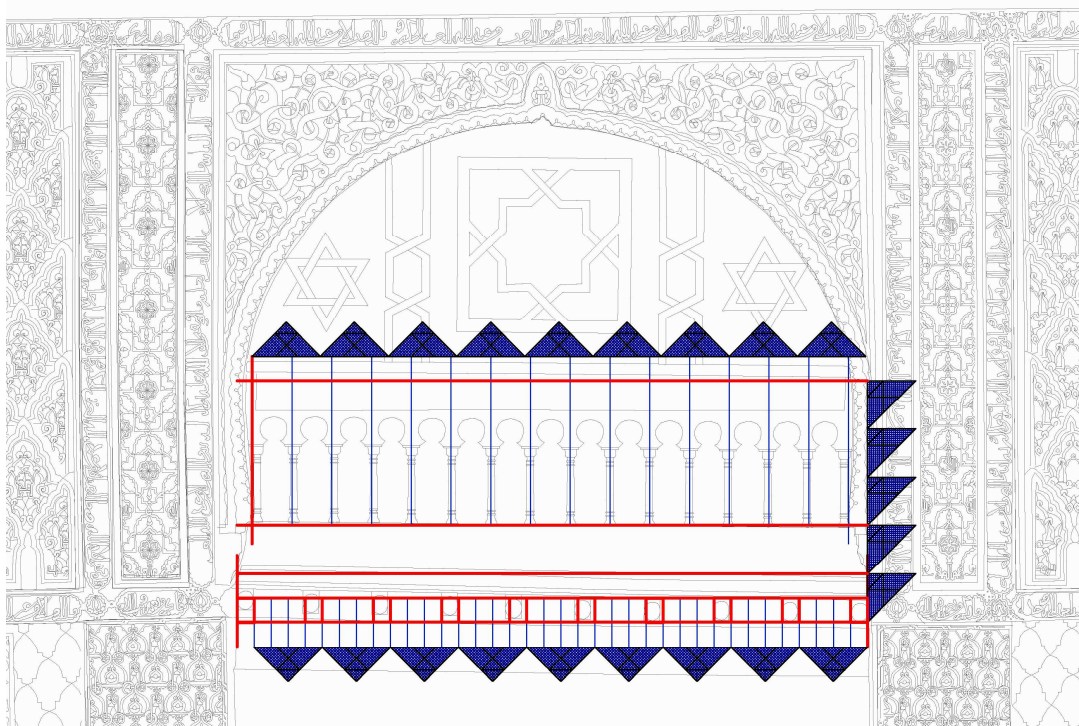


Ilustración 233. Modulación de alfarje cristiano

Se detecta que el tamaño y disposición de los alfarjes, y de los elementos de la balaustrada, no se adaptan a la métrica del resto del edificio sino que lo hacen en base a la vara castellana o de Burgos (vara de 83.59 cm). No obstante la actuación utiliza una trama base y $\sqrt{2}$, de manera que las divisiones verticales se realizan en escala $\sqrt{2}$ y las horizontales en escala base. Concretamente las maderas del alfarje disponen de un grueso de $3\sqrt{2}$ dedos y una separación de $9\sqrt{2}$ dedos, y su altura es de 6 dedos (1 ochava). Una cuarta de espesor tiene el forjado, y a otra cuarta comienzan los balaustres que están separados $7\sqrt{2}$ dedos.

¹¹⁵ También se ha conservado la ventana abierta en el siglo XIX en el muro norte sobre la puerta de acceso, así como una pequeña hornacina aparecida sobre el hueco central del alzado interior sur.

Mediciones directas

La construcción de patrones ha permitido constatar las medidas teóricas de ciertos elementos analizados, así como detectar las modulaciones de otros elementos secundarios no procesados.

Así se determina que los delicados azulejos con epigrafía de la entrada presentan modulación $\sqrt{2}$. Mientras que el dibujo del zócalo -donde aparece lo que parece ser el único emblema nazarí localizado en este edificio- presenta una traza circular preparatoria de 1 palmo de diámetro, donde se inscribe el escudo en 2 dedos y se desarrolla el diseño modulado en escala base.

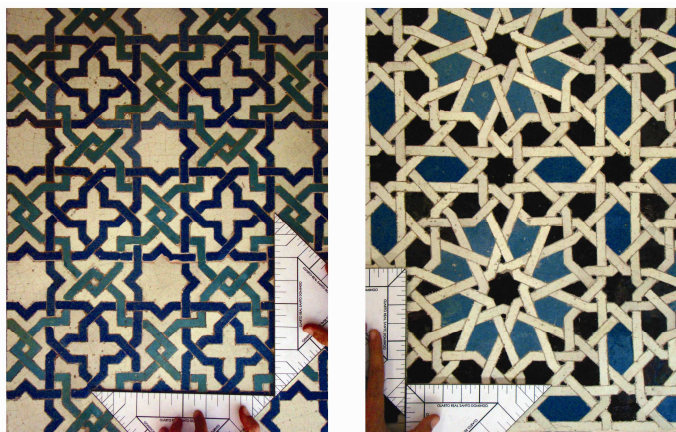


Ilustración 234. Azulejos

Otro diseño de lazo octogonal -en uno de los zócalos de las alhanías- presenta cuerdas de 2 granos y calles de 6. En otro zócalo la composición de 12 puntas se rige por la escala $\sqrt{2}$.

Los mocárabes de la entrada y el ataurique del hueco del gobernante presentan modulación estática en dedos enteros.

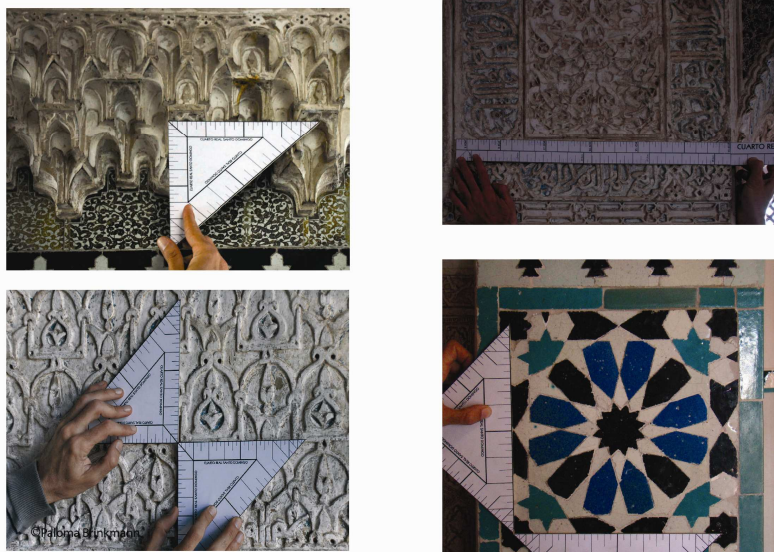


Ilustración 235. Mocárabes, atauriques y azulejo

Modelos digitales

Aprovechando las medidas teóricas deducidas se han construido modelos digitales tridimensionales tanto de la armadura del techo, como del interior y exterior del edificio.

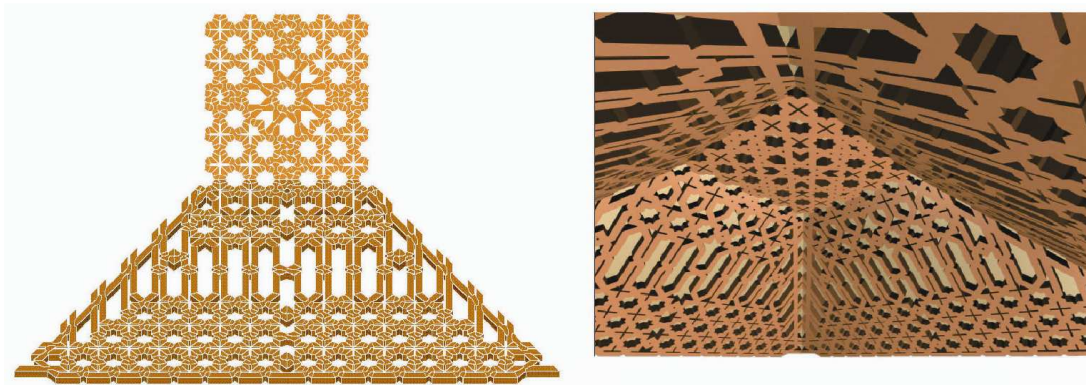


Ilustración 236. Modelo digital de la techumbre

El modelo de la armadura apeinazada se basa en la geometría deducida de los ejes de lazo y del cartabón de la armadura, así como en el trazado de lacería obtenido mediante la aplicación LAZO.

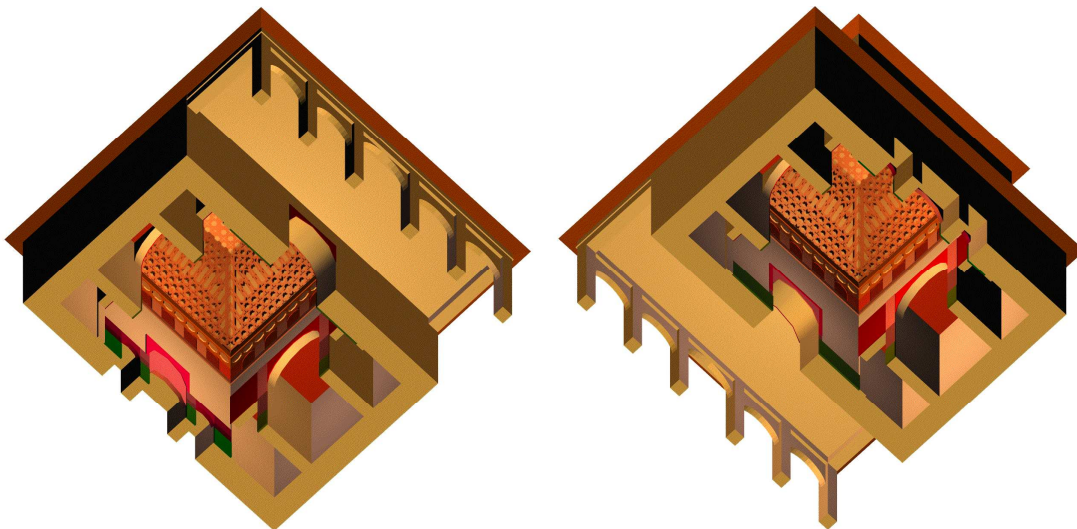


Ilustración 237. Isométricas inferiores del modelo digital

En base a las hipótesis sobre la reconstrucción del estado original de los restauradores de la *qubba* se modeló un prototipo ideal con las proporciones teóricas del edificio, tanto de sus dimensiones generales como de los elementos secundarios más significativos.

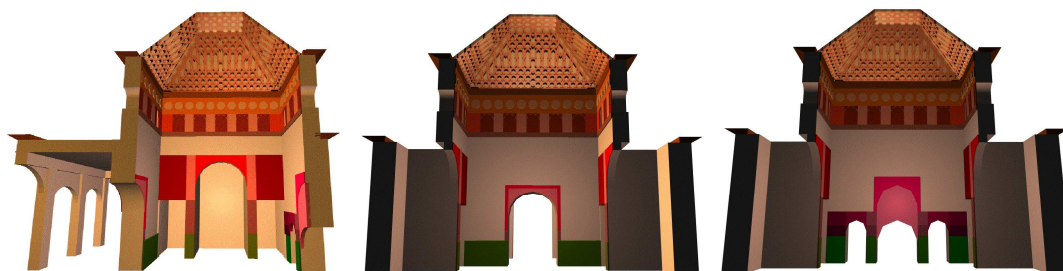


Ilustración 238. Secciones cónicas del modelo digital

También se ha ensayó la aplicación de texturas utilizando la misma base fotogramétrica, lo que permitió visualizar el estado en que quedaría el interior de la *qubba* tras su posterior restauración.

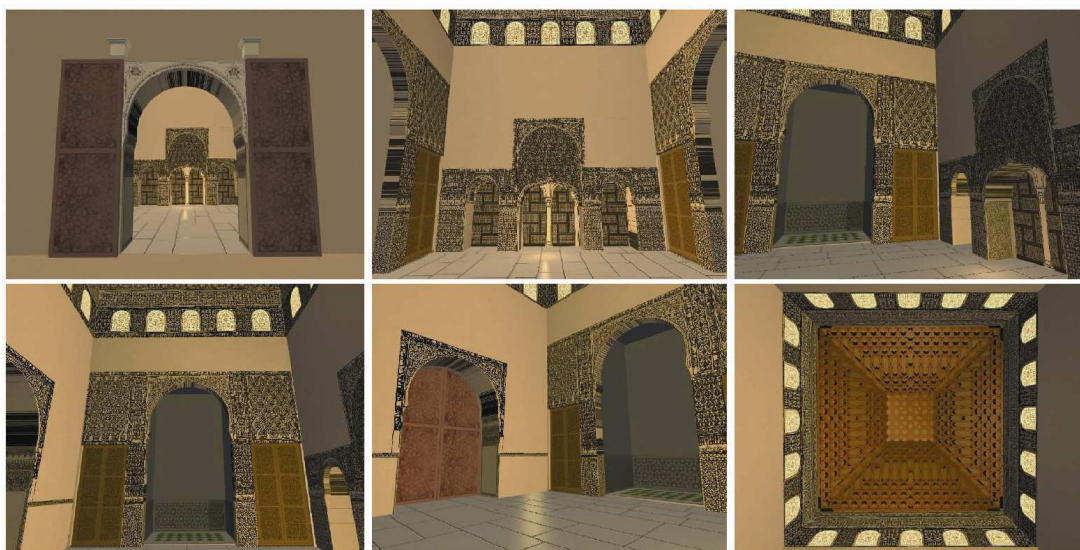


Ilustración 239. Vistas interiores del modelo digital

De manera esquemática se recreó el hipotético volumen original del conjunto, con el pórtico previo y los límites de su huerta-jardín.

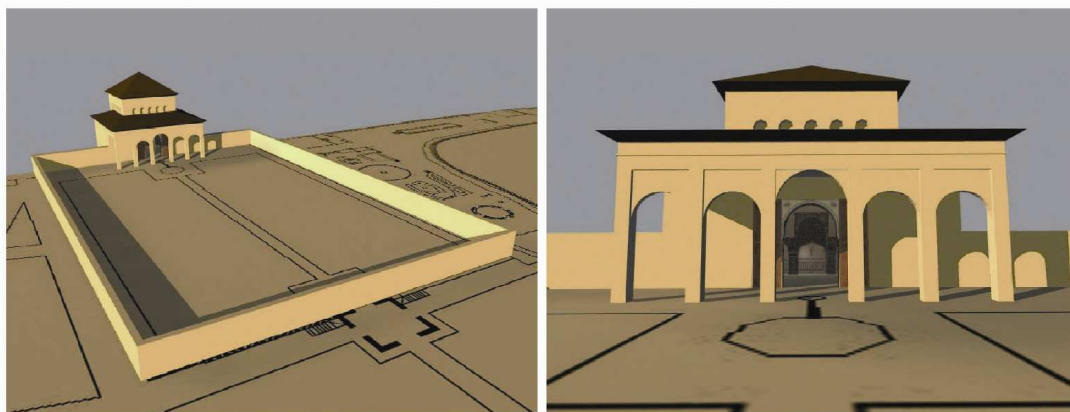


Ilustración 240. Vistas exteriores del modelo digital

Posteriormente la Escuela de Estudio Árabes ha publicado un DVD con una animación de un modelo virtual del Cuarto Real de Santo Domingo mucho más desarrollado que éste, que incluye una recreación de las especies vegetales cultivadas en el jardín, así como la reposición cromática de todos los elementos decorativos (Almagro et al., 2010).

Observaciones

En la rica decoración de este edificio se detecta la totalidad de tipos de tramas posibles en el sistema de doble escala $\sqrt{2}$. Si bien ninguno de los elementos secundarios analizados presenta una trama estática de módulo dinámico (como en las ventanas de celosía de la Mezquita de Córdoba), sí que estos multimódulos se detectan en la composición general de la planta, pues la trama dinámica libre utilizada crea una cuadrícula de 4×2 casillas de $4+2\sqrt{2}$ codos de lado.

Si bien en ningún elemento general se desarrolla una trama estática $\sqrt{2}$, destaca el hecho de que todas las franjas epigráficas presenten esta modulación -aparte de que también se usen en otros diseños geométricos secundarios-.

Se repite el dimensionado de los espesores de muros con intervención de la escala $\sqrt{2}$, así como la prevalencia de la escala base en la definición de alturas.

Las tramas octogonales dominan los numerosos diseños *Ad Quadratum* presentes en esta obra. Llama la atención que en aquellas decoraciones consideradas “no geométricas” - como los atauriques y los temas vegetales de los machones- rija igualmente la determinación de sus distintos tamaños mediante otras tramas generalmente dinámicas.

La utilización de residuos está presente en las numerosas aproximaciones que realizan las modulaciones de los elementos secundarios para encajar en las dimensiones generales. Se aprecia en el diseño del almizate en su ajuste a los 4 codos generales, aunque en este caso existe solución de continuidad con el resto de la armadura. En las franjas decorativas de la linterna cada una se aproxima por defecto al ancho total teórico de la sala, utilizando esa diferencia en proporcionar los distintos espesores de estos revestimientos. El ligero incremento de medida en la separación entre las ventanas de celosía respecto a la modulación deducida es absorbido por ese defecto hasta las medidas totales. Se detecta que en la zona del hueco central o lugar del gobernante el zócalo 1 se adapta por exceso a las medidas teóricas. Al tratarse de una esquina -y no de un rincón- esto permite que la aproximación realizada posibilite un grueso de revestimiento en los laterales del hueco central, decorados con azulejos y atauriques. En el caso de los huecos laterales, adornados con pinturas murales, el ajuste es casi exacto.

Estudiando las combinaciones peculiares de módulos que generan aproximaciones a razones notables en arquitectura, ha sido posible localizar la divina proporción en el trazado regulador de la planta del edificio. Desde la línea exterior de la fachada hasta la paralela que define el ancho de los huecos de las alhánias laterales hay un fondo de $5+\sqrt{2}$ codos (1 braza y $1+\sqrt{2}$ codos). Dado que el ancho de estos huecos es $\sqrt{2}$ braza se formaliza una franja central que determina el fondo total del edificio de fuera a fuera. Está formada por un rectángulo $\sqrt{2}$ central exacto y dos rectángulos áureos aproximados en los extremos, todos ellos con un ancho correspondiente a una braza o módulo base.

En cuanto al valor del módulo antropométrico obtenido hay que resaltar que no coincide ni con el codo mameluco de 54 cm, ni con otros valores publicados de codos hispano musulmanes. No obstante hay que comentar que el valor del codo del Cuarto Real de Santo Domingo (52.59 cm) se ajusta a las dimensiones del codo real egipcio -también denominado reformado o Faraónico-, así como al proporcional pie Filetereo o Ptolemaico de 35 cm.

El trazado legítimo del lazo de la armadura del techo respeta la mayoría de normas de la carpintería de lo blanco que sobre la construcción de este tipo de cubiertas se dan en los manuscritos del siglo XVII. Se cumple la ley de alternancia de cruces del lazo, las relaciones entre las dimensiones de los pares, los cartabones de lazo utilizados (el cuadrado, el de ocho y el blanquillo), los cartabones de armadura (de cuatro y medio), de coz de limas y el albanecar¹¹⁶.

No obstante se aprecian 2 peculiaridades en esta armadura que difieren de las reglas ofrecidas en el manuscrito de Diego López de Arenas. Por un lado el almizate no se ajusta a 1/3 del ancho de la sala a cubrir, tal como expone este autor para dimensionar este tipo de armaduras de par y nudillo (Nuere, 1985:85). Y por otra parte la ley de a calle y cuerda sólo se da en las 3 calles centrales, presentado además este diseño esos pares doblados que rompen la equidistancia entre cuerdas.

Es de resaltar la proporción dimensional entre las partes y el todo que presenta la *qubba* del Cuarto Real de Santo Domingo, así como la correcta ejecución de la obra, con replanteos de medidas y ángulos muy exactos.

Por otra parte la construcción conservada ha tenido un buen comportamiento estructural a lo largo de su historia, tal como se detecta al comparar las tramas modulares teóricas con el estado real del levantamiento que presentaba el edificio antes de su reciente restauración. En el caso de la sección del alzado sur se aprecia un ligero vuelco hacia el interior de los arcos de las alhánias laterales, que se convierte en desplome hacia el exterior de los paramentos de la linterna. Esta deformación es especialmente apreciable en el alzado interior oeste, donde en una intervención anterior se superpusieron copias de sus elementos decorativos para disimular la falta de plomo que había adquirido este paramento (Almagro, 2002:183). Esta patología podría achacarse a la eliminación de los muros transversales realizada para ampliar los ámbitos de las alhánias a las pequeñas habitaciones laterales, lo que provocaría una ausencia de arriostramiento de estas fachadas interiores. La excentricidad de la carga de los muros de la linterna sobre los esbeltos soportes dejados a los arcos de las alhánias explica el pandeo hacia el exterior de éstos, así como el giro del soporte en la base de la linterna y la inclinación hacia el exterior de su parte alta.

Esta deformación queda también patente en la planta de la armadura de lazo, en donde se aprecia la curvatura hacia el exterior de la parte media de sus bases. Sorprende la escasa diferencia existente entre el trazado teórico deducido y la base fotogramétrica de este elemento, con unas deformaciones mínimas de la geometría actual casi reducibles a la flecha de sus pares. Ello indica el extraordinario comportamiento estructural obtenido con la trama de pares y peinaos utilizados en su diseño. Se detecta también en este elemento una pequeña reducción del valor de su módulo con respecto del general del edificio, de manera que la diferencia entre la separación de pares reales y teóricos se va incrementando en los

¹¹⁶ Consultar la obra de Enrique NUERE, en especial el léxico que incluye en su obra *La carpintería de armar española*, pp. 255-378, 1989.

extremos. Esta despreciable disconformidad de módulos puede ser debida a un error en la reproducción del patrón de medida utilizado, aunque observando el rigor del resto de medidas me inclino a pensar que se debe a un comportamiento reológico de contracción de la madera.

Debate

Los resultados obtenidos muestran que la riqueza decorativa nazarí -utilizada posteriormente en la Alhambra- responde al sistema de control métrico del procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$ detectado desde épocas protohistóricas. Las dimensiones de todos los elementos analizados han sido justificadas en base a este principio, cumpliéndose además la peculiaridad de dedicar el uso exclusivo de la modulación $\sqrt{2}$ en aquellos elementos de carácter sagrado. La ausencia de una modulación estática $\sqrt{2}$ en la configuración de las dimensiones generales indica que su función no era de templo, mientras que la rica variedad de modulaciones dinámicas denota el carácter de construcción representativa destinada a la realeza.

Por la notable presencia de diseños geométricos de lazo en el Cuarto Real de Santo Domingo -en particular en su armadura apeinazada del techo- es especialmente trascendente la aportación de Enrique Nuere de que el ancho del madero o grueso del par es utilizado en este tipo de cubiertas como módulo dimensional de su trazado. Esto ha sido comprobado en los resultados obtenidos. No obstante hay que añadir que en todos los casos esa dimensión es además una unidad del sistema -un palmo en el caso de la armadura-, por lo que se consigue que cada elemento y sus partes estén en proporción con el resto del edificio.

Recordemos que Enrique Nuere realiza esta propuesta de dimensionado a partir de sus estudios sobre fuentes documentales del S. XVII, en particular del manuscrito del carpintero de lo blanco Diego López de Arenas. Y que la regla básica que aporta este autor para determinar el tamaño de las piezas era la de dividir el ancho de la sala en 3 partes iguales, con lo que se definía el ancho del almizate o nudillo ($1/3$), y una vez seleccionado el motivo decorativo o estrella, se volvía a dividir éste en múltiplos de 3 obteniendo entonces el ancho del par o cuerda, su alto o tabla, la separación entre pares o calle y el número total de pares que entraban en el ancho.

De esta manera se puede cubrir cualquier espacio y se garantiza la equidistancia entre pares, lo que a su vez facilita el desarrollo del diseño de lazo sobre una cuadrícula o trama base estática (generalmente con estrellas de 8 distribuidas a tresbolillo). Pero este proceso también conlleva ignorar el patrón y la modulación que habían definido el ancho de la sala, y por lo tanto provoca la carencia de uniformidad dimensional entre las partes y el todo¹¹⁷.

Considerando la del Cuarto Real como la más antigua, cuando se publica este manuscrito en 1633 existía una tradición en armaduras de lazo en España de al menos 350 años. Y como el mismo autor comenta la técnica está en decadencia (si bien continuó utilizándose aún durante un largo periodo de tiempo).

Como se ha visto la lacería geométrica es una técnica de origen remoto de la antigüedad clásica. Los mosaicos romanos incorporan motivos *Ad Quadratum* que deben considerarse como diseños precursores. En cuanto a la aplicación de estos diseños en la decoración ar-

¹¹⁷ Para aplicar esta regla de López de Arenas es inevitable el cambio de escala del módulo, y por lo tanto la pérdida del principio de proporcionalidad del espacio cubierto, a no ser que coincidiese el ámbito a cubrir con divisiones enteras múltiplos de 9.

quitectónica, ya se había iniciado en la Córdoba omeya con la decoración tallada en las ventanas de celosía. También desde época de la Córdoba emiral existe tradición de la aplicación de entrelazados en labores de carpintería para la ejecución de *mimbares*. Estos púlpitos de las mezquitas eran elementos de mobiliario fácilmente fragmentables y transportables, que tuvieron un importante papel en la transmisión de influencias decorativas (Wulff, 2005:1127).

La aplicación de lacerías a las armaduras de cubierta aprovecha la disposición del nudillo para el desarrollo del almizate. Puede que esto sea una aportación de las técnicas castellanas. No obstante la mayor innovación que presentan estas cubiertas suele ser la existencia de limas moamares (dobles) en los encuentros entre faldones. Esto permite fragmentar toda la cubierta en entramados planos, de manera que se fabrican en taller, se transportan fácilmente y se montan en poco tiempo.

La armadura de par y nudillo del Palacio de Pinohermoso -andalusí de finales del siglo XII y conservada en el museo de Játiva- ya presenta estas 2 características, así como la introducción del lazo en el almizate (Pavón Maldonado, 2004:251). Dado que esta armadura puede considerarse un prototipo algo arcaico de este tipo de techos de lacería, el gran desarrollo de esta técnica de armaduras -que caracteriza en gran parte al arte nazarí y al prolífico estilo mudéjar- debió realizarse en una época próxima a la ejecución del Cuarto Real de Santo Domingo, en donde se encuentra el primer ejemplo de trazado legítimo de lazo de 8.

Se destaca que, excepto en el dimensionado de $1/3$ para el almizate y la equidistancia de pares, se cumplen el resto de las conocidas como leyes de lazo. Por ello se debe considerar que estas recetas descritas por López de Arenas en el S. XVII son una simplificación a cuadrícula de la técnica desarrollada en el siglo XIII, basada en el procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$.

No obstante lo más relevante para la cuestión de esta tesis es la necesidad de utilizar cartabones para este tipo de obras. En este sentido se destaca que para el trazado del eje del lazo de 8 de esta cubierta tan sólo se requiere de una escuadra -el cartabón cuadrado-, dado que se tratan de motivos *Ad Quadratum*. Los demás cartabones del lazo -el de 8 y el blanquillo- son necesarios para solucionar los cruces con grueso mediante la bisectriz de sus ángulos.

Lo mismo ocurre cuando el lazo deja los diseños de 8 y adopta otras bases geométricas (triangulares-exagonales o pentagonales). Tan sólo es necesario un cartabón para trazar los ejes de estos diseños. No obstante para poder cuantificar las modulaciones realizadas en una base geométrica distinta a la octogonal -utilizando un cartabón distinto a la escuadra- será necesario utilizar trinomios en vez de binomios para poder expresar sus dimensiones¹¹⁸.

¹¹⁸ En la escuadra -o cartabón de cuadrado- la cabeza y la cola son iguales por la simetría a 45° , mientras que en el resto de cartabones se debe distinguir entre ambos términos porque los triángulos rectángulos no son isósceles.

La Edad Moderna

Estudio de una iglesia central de Leonardo Da Vinci (hacia 1488 d.C.)

En este boceto -conservado en la *Bibliothèque de l'Institut de France* de París- Leonardo Da Vinci plantea la distribución de un templo de planta central, del que acompaña la planta y una perspectiva. Un espacio central está rodeado por 8 capillas periféricas. Un ámbito de acceso rompe la simetría octogonal que rige la composición a partir de una estrella central de 8 puntas.

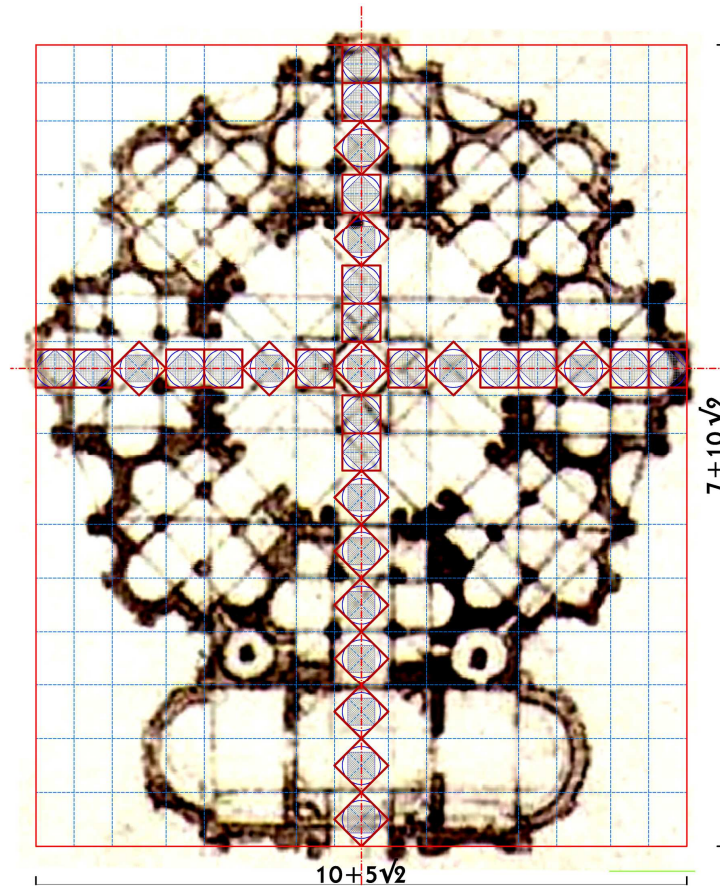


Ilustración 241. Modulación del Estudio de una iglesia central de Leonardo Da Vinci

Analizando las proporciones a partir de una fotografía orto proyectada de la planta se detecta que el ámbito central queda determinado por un octógono de $4+3\sqrt{2}$ módulos, al que se añaden las capillas periféricas de $2+\sqrt{2}$ más otro módulo extremo que formaliza un nicho semicircular. Este esquema se desarrolla en 7 sentidos, excepto en el de acceso. Aquí la modulación varía a partir del ámbito central con un ritmo $\sqrt{2}$. De esta manera el ancho total de la propuesta es de $10+5\sqrt{2}$, mientras que en el sentido del acceso alcanza los $7+10\sqrt{2}$ módulos.

Homo Vitruviano de Leonardo Da Vinci (hacia 1490 d.C.)

El genial artista del Renacimiento realizó esta interpretación del texto de Vitruvio sobre las medidas del hombre bien formado. Esta obra se ha convertido en icono de nuestra cultura del conocimiento, y a su vez en fuente de nuevas interpretaciones sobre las proporciones que presenta esta figura de Leonardo.

Frecuentemente los autores se han centrado en la cuestión del ombligo en el centro del *homo ad circumum*, siendo dogma que el plano umbilical se sitúa en proporción áurea respecto de la altura¹¹⁹.

En otras ocasiones se teoriza sobre otras proporciones implícitas en el dibujo. No obstante la información explícita que ofrece Leonardo representa con fidelidad el sistema antropométrico clásico de medidas de longitud. En el *homo ad quadratum* aparecen todas las unidades duodecimales, y la unidad decimal de la cara -y la mano hasta la muñeca- introducida por Vitruvio. Así mismo Leonardo declara y dibuja la longitud del pie como $1/7$.

En el estudio de proporciones realizado se comprueban las particiones del cuerpo con las proporciones dadas por Vitruvio y Leonardo. Se utilizan escuadras patrón de $1/4$, $1/6$, $1/8$, $1/16$ y $1/24$ (codos, pies, cuartas, sesmas y palmos). Para la fracción $1/10$ de la braza se usa la aproximación $1+\sqrt{2}$ palmos, y para $1/7$ se hace uso de $2+\sqrt{2}$ palmos.

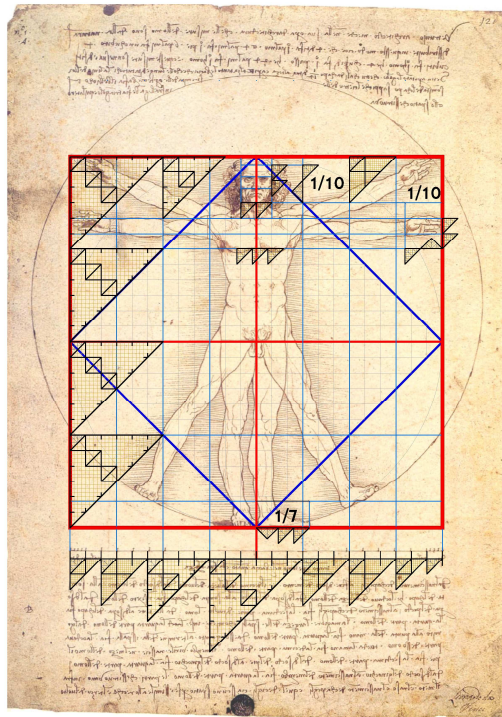


Ilustración 242. Modulación del *Homo Vitruviano* de Leonardo Da Vinci

¹¹⁹ Recordemos a Neufert, al “Modulor” de Le Corbusier, y a Rafael de la Hoz.

En el cuadrado de 1 braza y con centro en el pubis Leonardo dibuja la cabeza de $1/8$ de altura hasta la barbilla, y sobre ella se eleva la cara $1/10$ hasta la frente. La frente hasta los ojos tiene 3 dedos, es decir, $1/32$. Lo mismo se le da a la nariz, y la boca absorbe el residuo hasta $1/10$.

Al ensayar la proporción áurea del cuadrado para localizar el centro del círculo se detecta que dicho punto (0.618...) se localiza ligeramente elevado sobre el ombligo, de manera que al trazar el círculo éste es algo mayor al del dibujo.

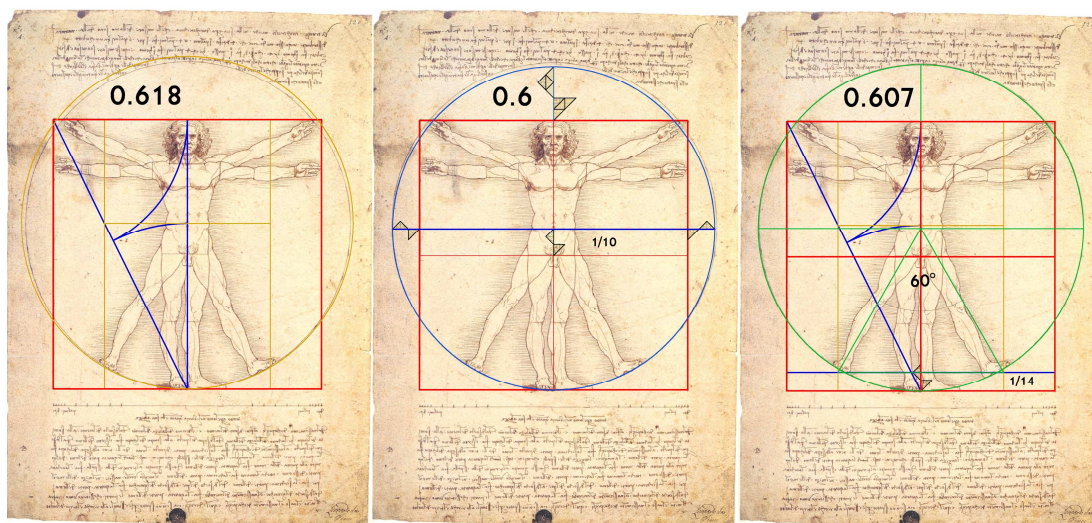


Ilustración 243. Proporción del centro del *homo ad circulum*

En mi primera interpretación (Roldán, 2011:38-39) el ombligo se sitúa $1/10$ sobre el centro del cuadrado, es decir, a $3/5$ de altura (0.6). Aunque se obtiene mejor aproximación al ombligo que en la propuesta áurea, el trazado del círculo difiere del dibujo de Leonardo, ahora por defecto.

Leonardo dice que el *homo ad circulum* eleva las piernas $1/14$. Y que las piernas entonces forman un triángulo equilátero con el vértice en el ombligo. No obstante el texto omite el tamaño del triángulo, por lo que faltan datos para determinar la altura o el lado del triángulo.

En esta nueva interpretación se localiza un triángulo equilátero con lado en proporción áurea con el del cuadrado, a una altura de $1/14$. Tanto el vértice del triángulo coincide con el ombligo, como el círculo se ajusta con precisión al trazado por Leonardo.

Luego la posición del ombligo de la figura de Leonardo no está en proporción áurea con el lado del cuadrado, aunque esta proporción determina el lado del triángulo equilátero cuya altura se suma a $1/14$. Por lo tanto el centro del círculo se localiza a $0.607\dots$, y en su valor interviene la $\sqrt{3}$ por el triángulo y la $\sqrt{5}$ por la proporción áurea.

San Pedro de Roma. Planta de Bramante (1505-1506 d.C.)

Donato di Pascuccio d'Antonio, más conocido por Bramante, recibió en 1503 el encargo del papa Julio II de reconstruir la Basílica de San Pedro de Roma. Se conservan numerosos dibujos de este autor y su equipo para la ejecución de esta gran obra, cuya ceremonia de colocación de la primera piedra del crucero se llevó a cabo el 18 de abril de 1506.

Este proyecto de Bramante contemplaba una planta en cruz griega con 2 grandes capillas en cada esquina. No obstante esta propuesta sólo se inició, dado que posteriormente fue modificada por Rafael, Antonio de Sangallo y Miguel Ángel, para ser concluida en el siglo XVII por Carlo Maderno.

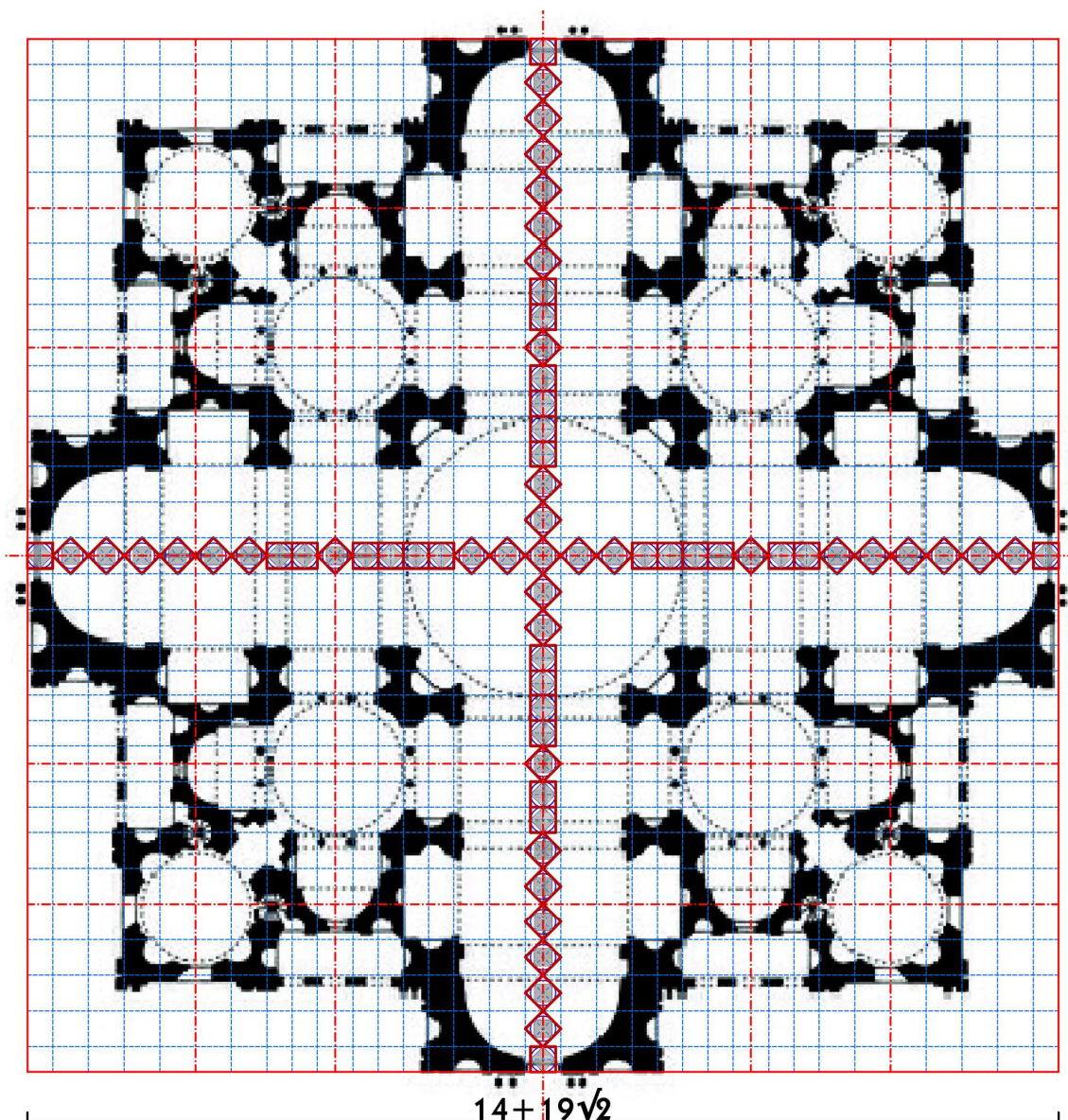


Ilustración 244. Modulación de la Planta de Bramante

La conocida planta de Bramante presenta una completa simetría octagonal generada a partir de dos naves en cruz, de un ancho de $5\sqrt{2}$ módulos cada una. El espacio central se inscribe en un círculo de $4+5\sqrt{2}$ de diámetro. Las capillas intermedias disponen de $4+\sqrt{2}$ módulos de ámbito, y las de las esquinas alcanzan los $4\sqrt{2}$. Se completan las cabeceras de las naves con otros $1+2\sqrt{2}$ módulos hasta alcanzar el total de $14+19\sqrt{2}$ módulos en ambos sentidos.

Se destaca que, como en el estudio de Leonardo y otros ejemplos vistos, los ejes de todas las capillas están dimensionados mediante la escala $\sqrt{2}$, si bien disponen de más de estos módulos el espacio central (5) y los extremos de las esquinas (4) que los intermedios (1).

El Pabellón de los Periodistas de Agdal. Marrakech, Marruecos (siglo XIX d.C.)

Los Jardines del Agdal, construidos a mediados del siglo XII, fueron en su origen una finca de recreo almohade y desde su creación han sido propiedad de las dinastías gobernantes y del Estado. Tienen una extensión de unas 500 hectáreas y consisten en un conjunto de espacios cultivados, infraestructuras hidráulicas y edificaciones palatinas rodeadas por una muralla que originalmente llegó a alcanzar los 10 kilómetros de perímetro.

El Dr. Julio Navarro Palazón dirige el equipo del Laboratorio de Arqueología y Arquitectura de la Ciudad (LAAC) de la Escuela de Estudios Árabes de Granada que participa en la rehabilitación de este conjunto monumental¹²⁰.

Entre las edificaciones palatinas que existieron en el interior de esta gran almunia real el equipo del LAAC ha documentado una pequeña construcción conocida como el Pabellón de los Periodistas.

Este edificio presenta 2 particularidades. Por una parte su construcción data del siglo XIX según este equipo de investigadores. Por otro lado esta obra fue demolida hasta nivel de suelo, quedando actualmente únicamente los arranques de los muros y restos de la solería exterior.

Por suerte el equipo de investigación me ha facilitado el levantamiento que ha realizado de los restos superficiales, así como 2 valiosas fotografías de su original aspecto exterior e interior, lo que ha permitido realizar el estudio de proporciones y métrico.

En la planta destaca que prácticamente todos los ámbitos están modulados estáticamente en escala base, excepto el espacio interior que recurre a una combinación dinámica para alcanzar los $8+2\sqrt{2}$ codos de lado. También se detecta un ámbito de $2\sqrt{2}$ de ancho en los accesos al recinto exterior.

¹²⁰ Consultar la conferencia de José Tito, Julio Navarro, Hamid Triki, Fidel Garrido Carretero, Manuel Pérez Asensio y José Torres Carbonell: "El Agdal de Marrakech en la tradición de las fincas palatinas medievales". 1/3/2012 (http://www.laac.es/index.php?option=com_content&task=view&id=411)

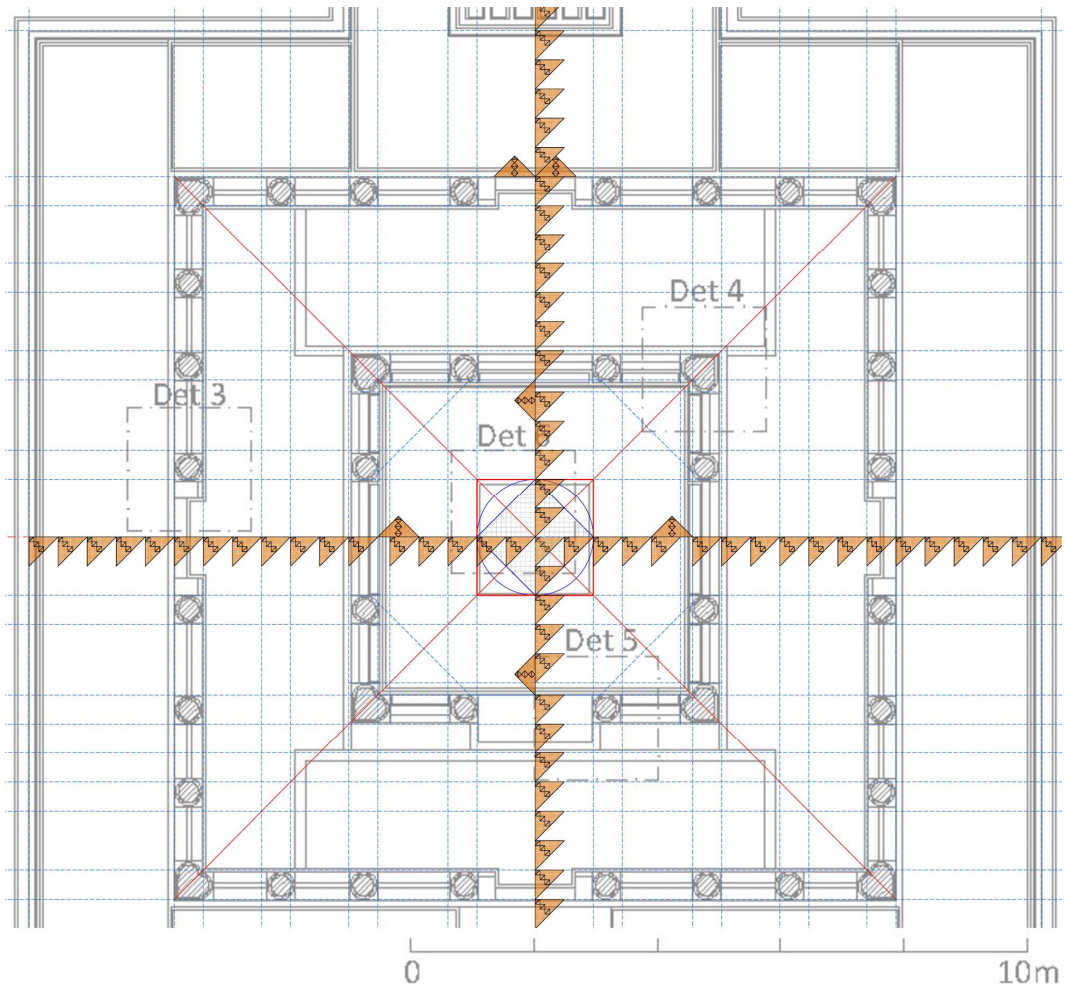


Ilustración 245. Modulación de la planta del Pabellón de los Periodistas de Agdal

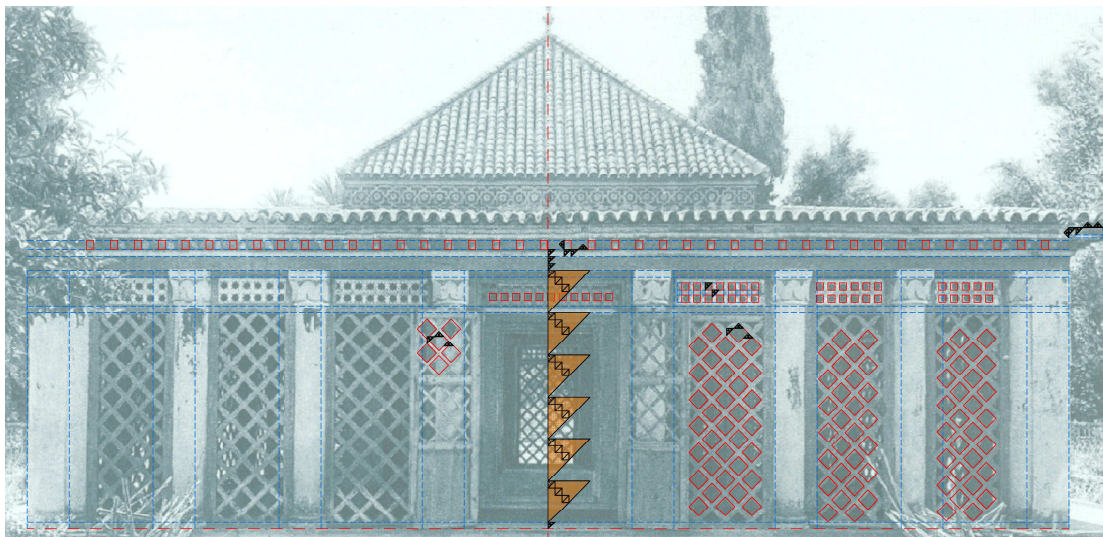


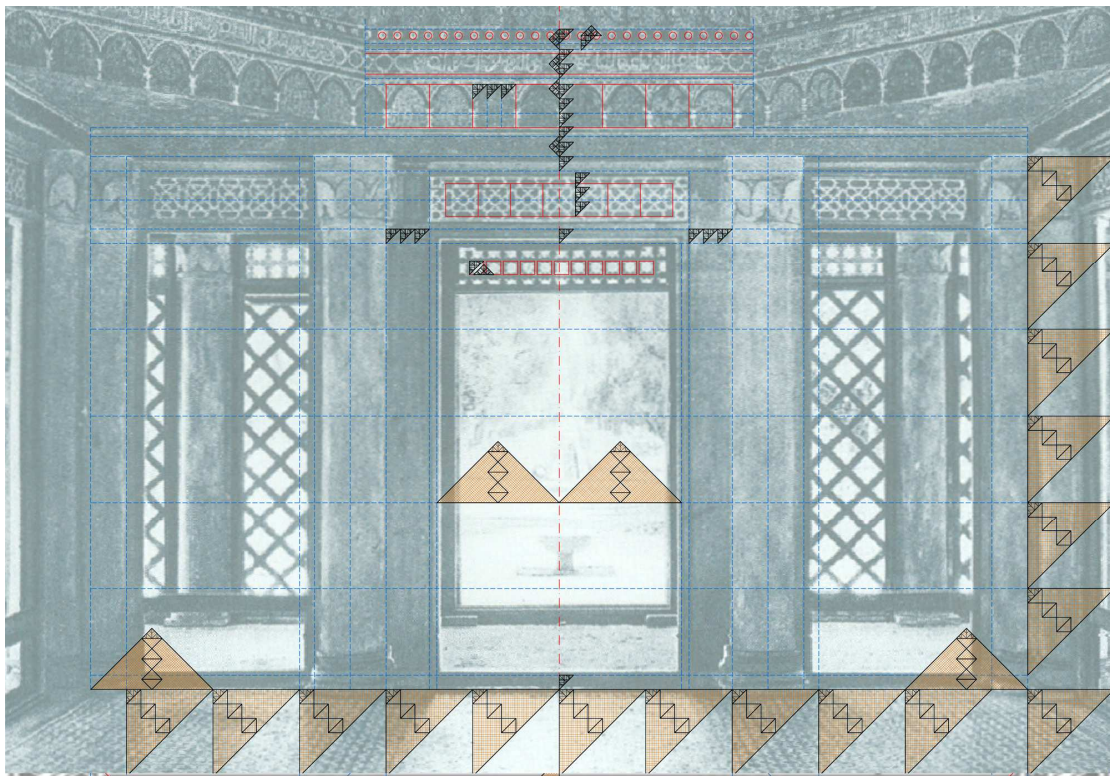
Ilustración 246. Modulación del alzado exterior del Pabellón de los Periodistas de Agdal

El módulo antropométrico deducido es de 188.57 cm, que se corresponde con un codo de 47.14 cm.

En la fotografía del alzado exterior se aprecia que las alturas de los distintos elementos se determinan en escala base, siendo en los huecos de 5 codos más otro para los capiteles.

Se comprueba que los canecillos del alero miden 1 palmo de ancho por $\sqrt{2}$ palmos de alto, dejando un espacio entre ellos de $1+\sqrt{2}$ palmos.

En cada hueco se desarrolla una celosía en cuadrícula. Destaca que mientras cada cuadrado interior de las celosías de los huecos inferiores se dimensiona mediante $3+2\sqrt{2}$ pulgadas, están separados por un grueso macizo de 2 dedos. En las franjas superiores que coinciden con los capiteles la celosía recta dispone de un hueco de 1 palmo separados por un grueso de 2 pulgadas. También se determina el vuelo del alero en $2+2\sqrt{2}$ palmos.



Ilustraci3n 247. Modulaci3n del alzado interior del Pabell3n de los Periodistas de Agdal

En la vista interior se aprecian m3s juegos din3micos. El ancho del hueco central es de $2\sqrt{2}$ codos. Sobre 3l la celosía recta dispone huecos de 1 palmo separados medio dedo. Luego viene un diseo de estrellas de 8 que se inscriben en motivos patr3n de 9 dedos de lado. La franja de arquillos tiene un patr3n repetitivo de 3×3 palmos. La franja superior dispone de c3rculos de 2 dedos de di3metro separados $3\sqrt{2}$ dedos. Las columnas centrales disponen de un ancho de 5 palmos, mientras que los extremos sobresalen s3lo $\sqrt{2}-1$ codos.

DEBATE GENERAL

La metrología en la arquitectura del pasado

Sigo comprobando que numerosas obras de distintas culturas admiten un análisis antropométrico con este método de doble escala. La coincidencia de las tramas modulares es evidente. Es sencillo detectar la trama dinámica $\sqrt{2}$, tanto si se trabaja con rigurosos levantamientos como con simples fotografías frontales. Si no se tiene una referencia métrica no podremos determinar el valor del módulo, pero sí la proporción entre todas las partes definida por la trama (Roldán, 2011: 539-553).

La dispersión de valores del módulo

Los resultados obtenidos sobre el valor del patrón utilizado en cada obra confirman la gran variabilidad de la dimensión de los módulos utilizados en el pasado. Aunque la muestra analizada es poco representativa del largo periodo de tiempo que abarca, y de las distintas culturas implicadas, se comprueba los muy distintos tamaños que sirvieron de patrón en la construcción de estas obras.

Siempre dentro de un rango humano (de 150 cm a 210 cm) estas dimensiones se pueden agrupar en 3 tamaños significativos: los pequeños hasta 160 cm -El Erecteón, La Mezquita de Córdoba (Módulo 1), El Bañuelo, y La Puerta de Toledo de Ciudad Real-; los medianos de 160 cm hasta 190 cm -El Templo Pintado, El Partenón, El Arco de Medinaceli, los Módulos 3 y 4 de La Catedral de Córdoba, y el Alfarje cristiano de Cuarto Real-; y los grandes de más de 190 cm -El Templo de Seti I, El Cuarto Real y el módulo 2 de la Catedral de Córdoba.

Por lo tanto se presentan estos 3 distintos tamaños significativos mezclados a lo largo de la historia, sin un patrón claro que identifique alguno de ellos con una época concreta.

Cuando repasamos los valores publicados se suele encontrar esta misma dispersión en las distintas épocas estudiadas. En la era sumeria los distintos autores aportan en general dimensiones de módulos grandes (Thureau-Dangin, 1916; Enciclopedia Británica: 728; Glotz, 1948; Berriman, 1953; Jodin, 1975; Alsina y Trillas, 1984:240-241; el codo de Nipur, el del Templo de Bako en Baalbek), o excesivamente grandes como el caso del codo de Ubaid correspondiente a una braza de 288 cm (Kubba, 1990). Aunque también se proponen tamaños pequeños como el *ammatu* aportado por Contenau, ningún investigador consultado plantea tamaños medianos como el obtenido en el Templo Pintado.

En Egipto dominan los módulos grandes correspondientes al codo real (Iversen, 1955; García Gallo, 1978; Docci 1994; Lelgemann, 2004), aunque también aparecen módulos medianos como el codo egipcio antiguo o el alejandrino (Iversen, 1955; Docci 1994), así como otro excesivamente grande (el codo grande filetero de Docci coincide con el codo de Ubaid de Kubba). El aproximado tamaño obtenido en el templo de Seti I (200 cm) se sitúa en ese rango de módulo grande.

Con la época clásica los valores aportados en los distintos estudios se sitúan en general en tamaños medianos (Reinach, 1880; Glotz, 1948; Jodin, 1975; Docci, 1994; Suárez Jiménez, 2009:56) y en algún tamaño grande como el pie de Phidon (Glotz, 1948) o el pie de Délos y el pie olímpico (Jodin, 1975). El debatido pie del Partenón ha sido dimensionado en una estrecha franja próxima a los 180 cm (Moya, 1993) en donde se sitúa nuestro resultado (178.97 cm). No obstante tampoco en esta época se proponen módulos pequeños como el obtenido en el Erecteón (156.30 cm).

En cuanto a la estabilidad del pie capitolino (módulo de 177.42 cm) en las obras del Imperio Romano se detecta que en el Arco de Medinaceli se utilizó un valor algo mayor (181.16) dentro del tamaño mediano.

Ya se han visto las contradicciones detectadas entre los valores de los módulos hispano musulmanes publicados y los resultados obtenidos, en buena parte derivados de los estudios de Hernández Giménez. Su codo *mamuní* corresponde con un módulo mediano (188.56 cm) y el *rassasí* con uno muy grande (235.72 cm), siendo el detectado en toda la ejecución de la Mezquita de Córdoba de tamaño pequeño (158.37). Similar valor se ha obtenido en el Bañuelo de Granada.

En otras obras andaluzas los autores suelen aportar tamaños grandes (Pavón Maldonado, 1966:26; Almagro Gorbea, 1993:326; Navas et al., 1995:101; González Hernández, 2007), como es el caso del detectado en el Cuarto Real. No obstante se omiten resultados de módulos medianos como los obtenidos en el Salón Rico y en el Palacio de Onda, muy similares entre sí.

Los valores de las varas españolas existentes cuando se instaura el sistema métrico decimal se sitúan en un rango de tamaño pequeño o mediano, lo que coincide con los resultados. No obstante recordamos que el módulo de la Puerta de Toledo de Ciudad Real no se ajusta a los medianos cristianos sino a un tamaño pequeño muy similar al de la Mezquita de Córdoba o el Bañuelo de Granada. Tampoco se adaptan los módulos cristianos de la Mezquita de Córdoba a la vara castellana, aunque en 2 casos se aproximan (Módulos 3 y 4) y en otro caso se adopta un tamaño grande (Módulo 2) que coincide con el del Cuarto Real y con los publicados del codo real egipcio o codo sagrado. Por otro lado el alfarje cristiano del Cuarto Real sí se adapta al valor de la vara castellana o de Burgos

Jerarquización de espacios

En todos los resultados se confirma, además de la evidente simetría especular, la utilización jerarquizada de las dos series de unidades, reservándose siempre la serie larga $\sqrt{2}$ para dimensionar aquellos elementos más representativos del poder sagrado o de la realeza. Así los ejes de los templos, los altares, el frente del *mihrab*, las franjas epigráficas, las esculturas sagradas, las lápidas conmemorativas y los tragaluces están definidos siempre mediante esta serie.

Frecuentemente los soportes verticales de los templos (pilastras, columnas, incluso muros), la distribución en planta de palacios, buena parte de los elementos superiores (cornisas, aleros), y numerosos elementos decorativos utilizan una combinación de ambas series. Este dimensionamiento dinámico se extiende también al espesor de los muros en las obras clásicas.

sicas, e incluso a la altura de los sillares en los templos hispano-musulmanas. En el resto de las zonas bajas destinadas a los súbditos, o en aquellas obras militares y civiles, predomina la modulación estática en la serie base.

El ritmo soporte-hueco de los pórticos de los alzados de los distintos templos se adaptan a composiciones mixtas de módulos enteros, diversas pero similares. Así se aprecia el parecido diseño entre el alzado de los dibujos del Templo Pintado, el del templo de Seti I, el Partenón, el Erecteón, o el del templo maya de Xcalumkin.

La creación de un eje principal más ancho y dimensionado según la $\sqrt{2}$ es una pauta constante en la planta de los templos. Ya en el eje indirecto del Templo Pintado queda jerarquizado el principal $\sqrt{2}$ enfocado al altar, frente al de acceso de tamaño base. En la Mezquita de Córdoba ese eje sagrado se enfoca hacia el *mihrab*, siendo el resto de las naves y la separación de soportes de las arquerías definidas en escala base. No obstante el ancho de las arquerías perpendiculares, así como el espesor del muro doble de la *qibla*, son dimensionados en la escala larga $\sqrt{2}$, formalizando un peine de cerdas desiguales.

En los templos cristianos se modifica esta focalidad lineal hacia un elemento concreto al incorporar al menos otro eje secundario perpendicular el principal, cuya intersección se sitúa en medio del crucero. También las naves laterales de la Catedral de Córdoba disponen de un eje $\sqrt{2}$, pero el ámbito central tiene más módulos largos (3) que los laterales (1).

Esta característica de utilizar módulos $\sqrt{2}$ combinados con otros módulos base facilita el diseño de plantas centrales y octogonales. El Estudio de una Iglesia Central de Leonardo da Vinci o el diseño de Bramante para San Pedro son claros ejemplos de los principios comunes que regían el diseño de la planta de estos edificios.

Esta jerarquización de los espacios también está presente en otros tipos de edificios representativos del poder, y no únicamente en los templos. Es el caso de la irregular planta del indeterminado edificio del Gudea de Lagash, salpicado de modulaciones $\sqrt{2}$ en la separación de contrafuertes, en donde no obstante se abren puertas en escala base.

También la disposición de las columnas centrales del Salón Rico de Medina Azahara, así como la arquería de su fachada, responden a modulación $\sqrt{2}$. Por el contrario las dimensiones generales de sus distintos espacios están conformadas mediante módulos enteros de la serie base, al igual que el recerco decorativo de la fachada y la arcada de acceso al salón.

En el diseño de las dimensiones generales de edificios palaciegos -no destinados al culto pero sí a personajes nobles- domina la modulación dinámica. En la curiosa construcción del Osirion del templo de Seti I este dimensionado ordena tanto las pilastras como su separación y el tamaño de las pequeñas capillas. Sin embargo los huecos de acceso y el pasillo perimetral se ajustan a la escala base, mientras que las escaleras extremas disponen de un ámbito $\sqrt{2}$ -posiblemente por dirigirse a un espacio con connotaciones más sagradas-.

Igualmente en el Cuarto Real está presente un módulo $\sqrt{2}$ centrado en la planta. Sin embargo el dimensionado del alzado interior principal -la composición tripartita incluido el lugar del gobernante- se realiza en escala base. De esta forma la braza cúbica $\sqrt{2}$ se localiza centrada y elevada sobre el suelo, fuera del alcance humano por muy real que fuera el promotor de la obra.

Si bien las alturas de los distintos elementos se suele establecer en escala base, es frecuente el uso de la $\sqrt{2}$ en la determinación de ciertas elevaciones. Así se realiza en el cubo del Cuarto Real, y en todo el alzado del *mihrab* de la Mezquita de Córdoba. Aquí también se utiliza en la altura de las hileras de los muros, tanto estáticamente en $\sqrt{2}$ (época emiral) como dinámicamente (época califal), en una característica que también se detecta en los soportes del dibujo del Templo Pintado (estático $\sqrt{2}$), en los del templo de Seti I, el Partenón, o el Erecteón (dinámicos).

No obstante sorprende que sea frecuente incluir en ciertas partes elementos dimensionados en escala diferente. Es el conflicto que ocasiona el dimensionado base de las portadas del alzado oeste de la Mezquita de Córdoba -incluidas sus fábricas- abiertas en lienzos de muros de tamaño $\sqrt{2}$ o dinámicos. O la inclusión de los templetos $\sqrt{2}$ en la cuadrícula base del Arco de Medinaceli.

En este sentido se destaca que en las obras civiles o militares no destinadas a personajes nobles prevalecen los diseños basados en cuadrículas base. Se detecta tanto en el Arco de Medinaceli como en la Puerta de Toledo en Ciudad Real, cuyas dimensiones generales y la mayoría de elementos usan tramas estáticas de la escala normal. Sin embargo en ambos casos se incluyen modulaciones $\sqrt{2}$ en algunos elementos representativos: los templetos del Arco de Medinaceli, o las lápidas y el hueco del fielato de la Puerta de Toledo.

De igual manera se rigen las dimensiones en planta y altura del Bañuelo de Granada. En este caso no se aprecian elementos representativos del poder. No obstante, y como ocurre también en los tragaluces y ventanas altas de mezquitas e iglesias, los luceros de los techos de este baño se modulan en escala estática $\sqrt{2}$, otorgando valor sagrado a la luz que penetra por ellos. También reciben el mismo trato la altura de los capiteles reaprovechados, e incluso los propios ladrillos con que está realizada esta obra.

El agua parece disponer igualmente de noble consideración a tenor del modulado dinámico del atañor del Bañuelo, y a los detalles observados en los aleros de otras obras. Es frecuente que los canecillos y ménsulas de las cornisas se distribuyan dinámicamente, como ocurre sobre el acceso al Castel del Monte, o sobre la Puerta de los Visires y la de los Deanes de la Mezquita Catedral de Córdoba.

Octógonos

Aunque en el Templo Pintado no se detectan tramas octogonales, sí están presentes el resto de tipologías posibles en el sistema de doble escala $\sqrt{2}$. Las estáticas base en muros y estancias laterales, la estática $\sqrt{2}$ del altar, la dinámica base y $\sqrt{2}$ de la mesa de ofrendas, las mixtas de la decoración geométrica de las pinturas, las libres de la modulación general.

No obstante, aparte de obtener numerosas combinaciones modulares -y facilitar la duplicación de áreas- lo potencia geométrica del ingenioso procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$ radica en su capacidad de generar formas octogonales. La combinación $1+\sqrt{2}$ -o la proporcional $2+\sqrt{2}$ - permite modular todos los diseños *Ad Quadratum* de manera exacta. Así se puede apreciar ya en el Juego Real de Ur, donde el tamaño de las casillas admite varias composiciones de rosetas octogonales.

Tanto en las fuentes recopiladas en la introducción como en los resultados obtenidos se detecta la continua investigación que realizaron los antiguos para desarrollar las posibilidades de los diseños octogonales, y que fueron alcanzando cada vez más virtuosismo. Así en la Mezquita de Córdoba se plasma el control que sobre esta forma adquirieron los alarifes hispano-musulmanes, herederos de la tradición visigoda y omeya, y desarrolladores de técnicas para la aplicación de estas geometrías a elementos constructivos y decorativos frecuentemente prefabricados. La planta del espacio más sagrado del templo, el hueco del mihrab, presenta esta geometría. Igualmente se utiliza para las bellas cúpulas de arcos cruzados de la *maqsura*. Es de suponer que el *mimbar* de la Mezquita, al igual que otros ejemplares conservados, presentase diseños octogonales.

El desarrollo de las aplicaciones octogonales alcanza su cénit en el Cuarto Real, donde se plasman en numerosos elementos de madera, cerámica o yeso. En este edificio encontramos además totalmente definidos las leyes de lazo que regirán las numerosas armaduras de madera y obras de lacería que se realizarán en los siguientes siglos, aunque en el caso de esta armadura todavía sean aplicados únicamente al lazo de 8.

También aparecen en el Cuarto Real ya totalmente desarrolladas otras técnicas *Ad Quadratum* propias de la cultura andalusí, y que después se mantuvieron en la tradición mudéjar. Es el caso de los mocárabes, que aunque en esta obra tienen poca preponderancia no es así en otros numerosos espacios nazaríes. Los polígonos cordobeses derivados de la división canónica del octógono (Redondo y Reyes, 2008) se combinan formalizando variadas tramas dinámicas, cuyo principio modular también rige las composiciones realizadas con la técnica de la taracea granadina, aún en uso.

También se ha visto como el Castel del Monte presenta una fuerte composición octogonal en planta, si bien en este caso no se detecta en las dimensiones generales la utilización de modulación dinámica sino que éstas se ciñen a una cuadrícula base. El espesor de los muros permite compatibilizar las formas octogonales con la trama estática.

En general se detecta que en las obras cristianas, aunque se respeta en general la jerarquía de los espacios de los templos mediante ejes $\sqrt{2}$ y aparecen modulaciones dinámicas en huecos de acceso y ventanas altas, los diseños y técnicas se basan en tramas estáticas, careciendo de la riqueza modular de las obras hispano-musulmanas.

Residuos y aproximaciones

La capacidad de combinar ambas series de medidas en el sistema plantea la cuestión de la incompatibilidad que presentan los valores irracionales generados. Mediante la aplicación exacta de los principios enunciados tan sólo se pueden insertar unas tramas en otras cuando ambas sean del mismo tipo, reduciendo considerablemente las posibilidades combinatorias.

Para ello se utilizan desde el principio los residuos (Pacioli, 1987:46) o restos de aproximaciones modulares a una dimensión dada. Ya están presentes en los contrafuertes dinámicos del Templo Pintado, que se encajan en la modulación estática general. O en los diseños romboidales de los huecos del dibujo del alzado que formalizan un marco ciego.

Lo mismo ocurre cuando se insertan columnatas $\sqrt{2}$ en espacios definidos por otras modulaciones, como en el Partenón o en el Salón Rico, donde el desajuste se absorbe en los ámbitos perimetales.

En la Mezquita de Córdoba ya se ha comentado el desencaje entre las fábricas de los lienzos de muros y de las distintas portadas que en ellos se abren.

No obstante se detecta que estos residuos son empleados para procurar las holguras y juntas necesarias en los sistemas constructivos, así como para absorber el espesor de revestimientos. Así las sucesivas hiladas del alminar de Hisam I en la Mezquita de Córdoba presentan distinta combinación de sillares, en general dimensionados en escala $\sqrt{2}$, hasta completar su dimensión dinámica general. El desajuste de cada hilada es distribuido entre sus juntas verticales, lo que obliga a introducir módulos de otras dimensiones o de la otra escala.

Más evidente son las distintas franjas decorativas de la linterna del Cuarto Real, cada una generada con diferente trama modular y ajustándose al mismo ancho de la *qubba*. Los variables residuos generan distintos grosores en cada modulación, y permiten que los elementos prefabricados -las celosías de las ventanas y los paneles decorativos de los machones- ajusten a pesar de sus ligeros excesos.

La cuestión de la irracionalidad de estos valores no parece representar ningún inconveniente a la hora de utilizar el procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$. Por el contrario, y dado que se utilizan dos series de patrones, se pueden componer modulaciones muy aproximadas a cualquier dimensión dada. Obtener un error admisible es cuestión de ensayar varias de las múltiples combinaciones posibles hasta encontrar la más ajustada.

En este sentido es relevante el ajuste del almizate del Cuarto Real a la braza teórica obtenida en las dimensiones generales. Parece que existió una intención clara por parte del autor de ceñirse a esa dimensión, lo que resolvió brillantemente mediante el doblado dinámico de pares.

Con los residuos se consiguen combinar las distintas tramas dinámicas $\sqrt{2}$ -incluidas las cuadrículas y los diseños *Ad Quadratum*- en una misma obra utilizando una única escuadra. Y por tanto se pueden obtener buenas aproximaciones a cualquier valor racional o irracional si el residuo obtenido es despreciable.

Parece razonable que los que desarrollaron y aplicaron el procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$ analizaran los valores que se obtenían con sencillas combinaciones, y las compararan con valores notables. Y probable que adoptasen como operativas varias de esas aproximaciones dinámicas, ya que les permitían determinar valores fraccionarios incompatibles con la base duodecimal, e irracionales derivados de geometrías no octogonales, sumando simplemente una serie de veces los lados de una escuadra.

Y si bien es especulativo otorgar a la intención del autor el uso de estas combinaciones peculiares de módulos, lo cierto es que en los resultados obtenidos se repiten algunas de las más sencillas. Es el caso de la aproximación a ϕ mediante $(5+\sqrt{2})/4$ que se detecta en la Puerta del Pasadizo de la Mezquita de Córdoba, o en la planta del Cuarto Real.

También se detectan proporciones notables obtenidas en modulaciones más complejas, que igualmente podrían ser intencionadas. La sala central del Templo Pintado dispone de un ancho dinámico y un largo estático, pero su proporción presenta un error mínimo al entero 4. Lo mismo ocurre en las puertas de Al-Hakam II y su ajuste a la $\sqrt{3}$. Y ya se ha visto en estas mismas puertas que si se combinan varios elementos se obtienen nuevos valores notables.

Los procedimientos de los estudios realizados

Tras la obtención de resultados se reflexiona sobre los numerosos estudios que, sobre todo en los 2 últimos siglos, se han venido publicando sobre la proporción en arquitectura. Se concluye que los enormes esfuerzos realizados en este sentido han resultado infructuosos debido principalmente a las técnicas gráficas tradicionales utilizadas en el levantamiento y en el análisis de las distintas obras.

Las medidas reales

La necesidad de conmensuración del espíritu del Renacimiento sigue siendo, aún más si cabe hoy en día, una exigencia en nuestra avanzada sociedad tecnológica. La imposibilidad de expresar en números la proporción en arquitectura provoca que nuestro saber sea deficiente e insatisfactorio en esta materia (Luca Pacioli, 1991:33; Lord Kelvin), por lo que numerosos investigadores han abordado esta cuestión de las medidas reales de los edificios.

No obstante, y como comenta Antonio Almagro, para plantear una propuesta sobre las dimensiones con que fueron construidos los edificios lo primero que debemos conocer son sus medidas actuales.

Por ello se destaca que numerosos estudios consultados utilizan como dato de partida y base de referencia métrica simples croquis, bocetos o imprecisos levantamientos que difieren de las proporciones reales de los edificios. Por esta razón los resultados que estos estudios aportan carecen de fiabilidad, dado que todo análisis que se haga a partir de unos datos falsos será equivocado.

Se constata la imprecisión de levantamientos de planos realizados por técnicas tradicionales, así como una carencia de publicaciones científicas con las medidas reales de estas arquitecturas monumentales. A pesar de que la fotogrametría es desde hace algún tiempo una técnica común en cartografía, y que el escáner láser 3D tienen hoy en día un gran desarrollo aplicado a la ingeniería inversa, son muy escasos los autores que elaboren y divulguen planimetrías científicas de los edificios históricos. Y pocas son las instituciones culturales que ofrecen recursos de investigación.

A la labor rigurosa y prolífica de Antonio Almagro Gorbea se debe la posibilidad de obtener bases de referencia métrica de numerosos edificios. No obstante su ejemplo es desgraciadamente escaso en el panorama científico mundial. Y si bien existen varios proyectos en marcha sobre digitalización de monumentos y obras de arte, lo cierto es que el acceso actual a publicaciones sobre las medidas reales de otras obras es muy limitado.

Por ello contrasta la profusión de hipótesis, ilustraciones y recreaciones de edificios tan notables como el Partenón con la carencia de una planimetría científica actualizada que los pueda avalar.

También es de lamentar que algunos estudios recientes sobre arquitecturas del pasado - tanto de edificios completos como de partes constructivas o decorativas, y realizados con técnicas actuales- presenten sus resultados sin referencias métricas que permitan cuantificar sus dimensiones (sin escalas gráficas). También se omite especificar si las representaciones gráficas suministradas se corresponden con levantamientos científicos, o si se trata ya de interpretaciones geométricas por parte del autor. En cualquier caso los resultados suelen presentarse independientemente de la base de referencia, lo que dificulta contrastar su adecuación y mensurar las diferencias.

Los análisis gráficos

La técnica gráfica artesanal utilizada a lo largo de la historia produce siempre unos resultados más o menos precisos -según el virtuosismo y rigor del tracista- que en todos los casos son aproximados. Para la mayoría de los trabajos manuales realizados en la construcción la precisión de los medios gráficos tradicionales es suficiente para obtener unas tolerancias admisibles.

No obstante, cuando lo que se trata es de deducir un sistema de proporciones a partir de una representación a escala de un edificio construido, el simple espesor del trazo del lápiz utilizado puede representar -dependiendo de la escala- un valor superior al error máximo previsible en una obra monumental. Y entonces la acumulación de estos errores será inevitable.

Por ello, y aunque se proceda con el máximo rigor y bien intencionadamente, los procedimientos gráficos tradicionales son inadecuados para poder precisar, y menos cuantificar, relaciones dimensionales entre partes de una representación a escala de un edificio.

Si además se “fuerzan” una serie de aparentes coincidencias utilizando los principios del punto gordo y la recta astuta -aprovechando que a escalas más pequeñas el espesor del trazo representa un mayor grosor- se podrá alcanzar cualquier conclusión premeditada o sugerida por las supuestas correspondencias.

La aplicación de este procedimiento gráfico tradicional sobre croquis o levantamientos a mano multiplica los errores acumulados, reduciendo toda conclusión que pueda extraerse de sus resultados a meras conjeturas casuísticas.

Estudios parciales

En la mayoría de los casos consultados los autores que acometen el estudio de proporciones de algún edificio se limitan a sus dimensiones generales, o algún detalle o elemento aislado. Varios autores realizan estudios de distintas obras, pero exclusivamente de algún

elemento principal (alzados o plantas generales). En otros casos un mismo autor analiza varios elementos de un mismo edificio. No obstante estos estudios son acometidos independientemente, sin extraer unas modulaciones comunes que relacionen las distintas partes entre sí, y éstas con el todo.

Así ocurre que las hipótesis planteadas para justificar las proporciones generales de los edificios son inoperantes respecto a las dimensiones que presentan elementos considerados como secundarios, pero que son tan fundamentales en la ejecución de una obra completa como los tamaños de los elementos constructivos y prefabricados (sillares, ladrillos, vigas de madera,...). Igualmente ocurre que los módulos deducidos de algún elemento decorativo no puedan justificar los de otros, o las dimensiones generales del edificio.

Mitos y dogmas

Considerando lo poco adecuados que resultan los procedimientos gráficos tradicionales para el objetivo de analizar las proporciones de edificios a través de su representación a escala, se comprende la proliferación de tan dispares hipótesis planteadas.

Del amplio conjunto de premisas realizadas algunas han tenido mayor repercusión científica o mediática, dando lugar a una serie de teorías que han trascendido su propia naturaleza hipotética para convertirse en mitos de nuestra actual cultura, o en dogmas avalados por prestigiosos investigadores.

La escala única: aproximaciones fraccionarias, armonía musical y números sagrados

La premisa que han utilizado todos los autores alineados dentro de la escuela numérica tiene una base racional incuestionable como es la necesidad de medida, de cuantificación numérica de las dimensiones que permita ejecutar las proporciones en arquitectura -y cualquier otra actividad industrial- según unos principios científicos.

No obstante la premisa de que la única manera de cuantificar las dimensiones en arquitectura es a través de una sola escala numérica ha resultado errónea según los resultados obtenidos en la presente tesis.

Según nuestro actual concepto de metrología un sistema de medidas debe responder a un único módulo y a un único sistema de submúltiplos fraccionarios. Así los distintos investigadores que han abordado esta cuestión han descartado generalmente la posibilidad de un modelo distinto que contemplase más escalas a través de otras unidades derivadas.

Tal vez esa necesidad de conmensuración renacentista basada en los postulados de Euclides redujera las posibilidades de modulación de un edificio a la cuadrícula, al igual que lo hacen las actuales normas de coordinación dimensional en la construcción.

Los arquitectos de hoy somos en buena medida herederos de la reflexión teórica que sobre la arquitectura se hizo en el Renacimiento. Nuestras concepciones esenciales y nuestros métodos de trabajo son en el fondo los mismos, aunque hayamos

introducido desde entonces algunos perfeccionamientos técnicos. E, inmersos en esta tradición e imbuidos de su modelo conceptual, numerosos autores en los últimos siglos han tratado de aplicarlo a la interpretación de la arquitectura de las edades Antigua y Media, suponiendo que los medios de control por parte del arquitecto han seguido una línea única, en lento desarrollo a través de los siglos. Otras veces, ante la ausencia de documentos, se han hecho análisis directos de los monumentos para deducir su génesis formal, atribuyendo a quienes los crearon conocimientos secretos hoy supuestamente olvidados; (Ruiz de la Rosa, 1987:19).

Afortunadamente los perfeccionamientos técnicos de la revolución infográfica -que se generalizaron poco después de que Ruiz de la Rosa escribiera este texto- han permitido eliminar la incertidumbre de los procedimientos gráficos, y así evaluar con rigor científico otra línea de conocimiento supuestamente olvidada.

Entre los investigadores que consideraron otras líneas de conocimiento es de destacar la intuición de Hambidge sobre la simetría dinámica de estas obras. Sin embargo no han sido creíbles las tesis de que los antiguos tuvieran los conocimientos matemáticos para usar varias bases geométricas.

Comenta Moya sobre la propuesta de Hambidge que presenta dos dificultades:

*(...) aceptar la hipótesis de que un matemático de la época se dedicase a construir rectángulos de proporciones muy variadas (...) adosando dos de ellos por sus lados largos, o por uno largo con un corto, o por los dos cortos.
 (...) el empleo constante de números irracionales, que en el caso de haberse hecho el proyecto con este sistema, hubiera dificultado en sumo grado la determinación de las medidas reales de cada pieza. (Moya, 1993:494-5)*

No obstante las dificultades de utilizar rectángulos (o triángulos) de proporciones irracionales se reducen enormemente si se usa solamente uno. Y, como hemos visto, si la única proporción usada es $\sqrt{2}$ se facilitan las divisiones binarias y el cálculo de áreas. La dificultad del manejo de los valores irracionales se elimina precisamente adosando lados largos y cortos, y operando con binomios.

Realmente esta cuestión ya fue resuelta por Enrique Nuere para los diseños de lazo y cubiertas de madera. Mediante cartabones específicos se pueden controlar, una por una, todas las bases geométricas. Y aunque Nuere a nivel de cuantificación se haga eco de las recetas simplificadas del tratado de Diego López de Arenas, sus investigaciones revelan la capacidad de controlar dimensionalmente estas geometrías irracionales adosando lados largos (cabezas) y cortos (colas) de los correspondientes cartabones.

Por la tanto nos encontramos con que el sistema de doble escala deducido permite una rica tipología de tramas modulares, en donde las composiciones estáticas base son sólo un caso más. Aunque como se ha visto existen edificios en donde dominan estas cuadrículas, lo general tratándose de un templo o un palacio es que se utilicen prácticamente todos los tipos de tramas. Y frecuentemente en las dimensiones generales se habrá usado una trama dinámica libre.

Luego utilizar la premisa de una escala única resultará equivocado en la mayoría de los casos, a pesar de que, como también se ha visto, siempre es posible encajar una cuadrícula más o menos densa sobre algunas dimensiones generales de una planta regular. Aunque en este caso será imposible deducir el resto de dimensiones secundarias.

Dado que la arquitectura histórica no se adapta a esa “*retícula cúbica que tuviera por lado la unidad o módulo empleado*” (Ruiz de la Rosa, 1987:24), sus dimensiones son incompatibles con una cuadrícula, e irreducibles a un único número entero. Por lo tanto los módulos deducidos de dividir alguna dimensión de un edificio en partes iguales serán en general erróneos, a excepción de que se trate de composiciones estáticas -poco frecuentes en arquitectura representativa- y que se divida por el número correcto de partes.

Descartada la composición estática y única de la mayoría de edificios monumentales queda en entredicho toda teoría que proponga combinaciones o series de números enteros como premisa reguladora de estas arquitecturas. Se cuestiona por tanto la relación directa de las armonías musicales con la composición arquitectónica, si bien siempre se podrán encontrar analogías entre los ritmos arquitectónicos y los musicales. Para relacionar estas dos disciplinas deberían existir armonías que combinases una doble escala musical, de lo cual no tengo conocimiento.

Por ello tampoco es de recibo plantear series de números enteros que rijan las proporciones en arquitectura, ni aún en el caso de la serie de Pell derivada de la progresión $\sqrt{2}$ puesto que, aunque se pueda dar en diseños *Ad Quadratum*, las reglas de composición de las dimensiones generales se suelen adaptar a tramas dinámicas libres, no sujetas a una serie fija.

Es posible detectar la utilización simbólica de ciertos números enteros en el diseño dinámico arquitectónico tal como se ha puesto de relieve en alguno de los ejemplos analizados. Sin embargo las hipótesis numéricas de dimensionado de edificios han venido realizándose hasta ahora bajo la premisa de la única escala, por lo que todos aquellos estudios que han incidido en una supuesta relación de numerología entre unos valores supuestamente sagrados pero erróneamente deducidos aportarán conclusiones equivocadas.

Por lo ya expuesto, y excepto en aquellas partes diseñadas estáticamente, será imposible encajar triángulos rectángulos de lados enteros en las tramas modulares arquitectónicas. En los resultados también se ha puesto en evidencia que sobre una cuadrícula se puede, lógicamente, inscribir formas rectangulares de lados enteros. Y es muy probable que dado cualquier tamaño de cuadrícula se pueda encajar en ella varias ternas pitagóricas y triángulos de valores enteros que coincidan con sus dimensiones totales.

La posibilidad comprobada de realizar aproximaciones a fracciones no presentes en el sistema duodecimal -así como a valores irracionales notables- mediante la combinación dinámica de módulos implica que es innecesario realizar cálculos numéricos para obtenerlas. Como se ha visto todos los diseños *Ad Quadratum* se determinan mediante unidades enteras de ambas escalas, por lo que cualquier composición octogonal se traza de forma exacta mediante el sistema dinámico. Luego utilizando este procedimiento se evita obtener estos diseños de manera aproximada, así como realizar operaciones aritméticas con fracciones que, en general, contendrán dividendos no pertenecientes a la base 12.

Es necesario poner en evidencia que las aproximaciones fraccionarias más sencillas a la $\sqrt{2}$ ($7/5$ ó $10/7$) pertenecen como poco a la base aritmética decimal, por lo que cualquier operación que pretenda determinar esta proporción a partir de una unidad del sistema antropométrico exigirá controlar tanto la base duodecimal de las unidades como la base decimal de la aproximación. Es decir, será necesario operar con la complicada base sexagesimal y disponer de un patrón con ese sistema de divisiones para plasmar la dimensión del resultado. En contraste con esta dificultad se resalta la sencillez de determinar la $\sqrt{2}$ mediante la diagonal del cuadrado, tanto obtenida geoméricamente como utilizando los patrones con doble escala del sistema.

Para otras bases geométricas menos frecuentes en las formas arquitectónicas generales, como las triangulares-exagonales o pentagonales, el procedimiento de doble escala $\sqrt{2}$ no permite su trazado exacto. De igual manera la base aritmética duodecimal carece de divisiones que permitan determinar sencillas fracciones ($1/5$, $1/7$,...). No obstante en ambos casos será más práctico y sencillo utilizar aproximaciones dinámicas mediante combinaciones de unidades de ambas escalas que realizar cálculos aritméticos, sobre todo si éstos requieren usar bases complicadas. Además estos diseños pueden obtenerse con exactitud mediante trazado geométrico directo, o bien utilizando los cartabones del sistema geométrico descritos por Nuere.

La divina proporción, el Homo Ad Circulum, la proporción cordobesa y otras teorías geométricas

Entre las numerosas hipótesis geométricas planteadas para justificar las proporciones en arquitectura la que cuenta sin duda con más aceptación mediática es la que plantea la utilización de la sección áurea de forma sistemática. Es curioso que aunque el uso generalizado de la divina proporción en las obras antiguas, e incluso en el Renacimiento, haya sido cuestionado por prestigiosos autores (Wittkower, 1968; Markowsky, 1992; Moya, 1993; Carlotti, 1995; Hoz Arderius, 1996; Wilson Jones, 2003; Rossi, 2004; López Vílchez, 2008) esta teoría se siga planteando en estudios actuales -algunos supuestamente científicos- que siguen incrementando este mito sin fundamento.

Los resultados obtenidos en la presente tesis descartan con rotundidad que la sección áurea se utilizase como sistema de modulación y dimensionado en arquitectura, ya que para ello se usaba el sistema de doble escala $\sqrt{2}$. Es cierto que esta proporción ha sido detectada en ciertos elementos puntuales de las obras analizadas. No obstante para obtener esta proporción es mucho más sencillo utilizar una modulación dinámica aproximada -por ejemplo $(5+\sqrt{2})/4$ -, o proceder geoméricamente y conseguir un trazado exacto, que basar todo el sistema de modulación constructiva en esta complicada proporción de base geométrica no ortogonal, y cuya progresión aditiva carece de compatibilidad con las divisiones binarias o con otras bases aritméticas.

Y aunque la divina proporción y la sucesión de Fibonacci tengan numerosas cualidades matemáticas, y sea evidente que esta geometría -que está presente en numerosas formas vegetales- haya causado la admiración de antiguos y modernos autores, tampoco parece acertada la hipótesis de que Leonardo Da Vinci localizase el ombligo de su *homo vitruviano* en proporción áurea respecto la altura del hombre. El estudio métrico de esta obra ha revelado que aunque el genial autor utilizase esta proporción para posicionar el plano umbilical,

también hizo uso de otras proporciones como la fracción $1/14$ y la $\sqrt{3}$, tal como literalmente expresa. De manera que la cuestión del centro del *homo ad circulum* planteado por Vitruvio -e interpretado de muy diversa forma según distintos autores- tampoco coincide con la división en media y extrema razón, erróneamente asignada al dibujo de Leonardo por autores como Neufert, Le Corbusier o Rafael de la Hoz.

La proporción cordobesa propuesta por este último autor, así como todas aquellas hipótesis geométricas que han planteado el uso de trazados gráficos para obtener el dimensionado de las partes de un edificio, carece de un planteamiento metrológico sencillo que permita justificar las medidas reales. Tan sólo avalan estas hipótesis el uso de procedimientos inadecuados en el proceso de análisis, lo que aboca todo resultado obtenido a meras especulaciones generales carentes del rigor científico exigible con las actuales técnicas instrumentales. En las mismas circunstancias se pueden integrar aquellas teorías ópticas que proponen sofisticadas correcciones basadas en fugas cónicas de difícil comprobación mediante técnicas artesanales.

En este sentido se destaca que han sido numerosos los autores que han utilizado las formas octogonales y la $\sqrt{2}$ como premisa de sus propuestas. En ciertas ocasiones (Viollet-le-Duc; Caskey; Hambidge; Merino de Cáceres; Fernández Puertas) se han combinado con otras bases geométricas, lo que complica su desarrollo y cuestiona su aplicabilidad práctica.

No obstante otros muchos investigadores han propuesto esta proporción de forma exclusiva. Sin embargo unas veces han recurrido a la premisa de escala única para justificar sus resultados métricos (Creswell; Ecochard; Wilkinson; Ruiz de la Rosa; Bulckens), y en otras ocasiones se han limitado a superponer uno o varios rígidos diagramas geométricos, renunciando a utilizar composiciones dinámicas libres y a proporcionar relaciones aritméticas (Brunes, Watts, Clarke, Neagley; Kurent; Vila Rodríguez).

El tamaño del lazo y la escala de la geometría

Se insiste en que los estudios y aplicaciones desarrollados por Enrique Nuere respecto a los trazados de diseños de lazo demuestran la posibilidad de realizar un estricto control dimensional de obras basadas en distintas bases geométricas utilizando únicamente patrones geométricos. En el caso del lazo de 8 -el más frecuentemente utilizado- sus ejes se determinan mediante el cartabón cuadrado o escuadra de 45° . Y siempre el patrón dimensional está materializado por el grueso del par de madera.

Además recordemos que una regla del trazado legítimo de diseños de lazo consiste en que el ancho de la calle sea el doble que el grueso de la cuerda, lo que produce una proporción de $1/3$ entre el ancho del par y la separación entre sus ejes. Por su parte la distribución de los gramiles en los pares de la armadura del Cuarto Real responde a una división en 16 partes del grueso, que podría ser la misma que la utilizada en las pilastras del dibujo del Templo Pintado. Y otra regla es que el alto del par responda a la $\sqrt{2}$ del grueso. Todo ello compatible y coherente con el sistema de doble escala.

El sistema de cartabones de lazo incluye otras bases geométricas aparte de la octogonal. A este respecto entiendo que existió un lento desarrollo del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ -establecido en arquitectura desde la protohistoria y basado únicamente en escuadras- hasta

el dominio en tiempo de Al Andalus de otras geometrías no *Ad Quadratum* mediante juegos de cartabones. La técnica desarrollada continuó aplicándose en la tradición mudéjar durante siglos, si bien ciertos factores provocaron su decadencia.

Respecto a la receta dada por Diego López de Arenas -de dimensionar el módulo o grueso del par a partir de dividir el ancho de la sala en múltiplos de 3- todo indica que se trata de una simplificación estática del sistema para obtener pares equidistantes, y que realmente no era la forma legítima de resolver estas armaduras porque, entre otras cosas, implica la imposibilidad de utilizar anchos comerciales de madera.

En cualquier caso se pone de relieve que los diseños no octogonales que he analizado también disponen de dimensiones totales y parciales en alguna de las 2 escalas del sistema. La escala del diseño geométrico siempre es determinada por unidades del sistema, de manera que el todo y las partes de la arquitectura estén en proporción.

El concepto de geometría sin escala, o de ausencia de unidades de medida en la decoración geométrica islámica (el-Said y Parman; Aljazairi) es una creencia generalizada que ha resultado totalmente desacertada. Los tamaños de las partes responden a una regla fija independientemente de la base geométrica de sus diseños. Aunque la gama de tamaños disponibles no se reduce exclusivamente a fracciones duodecimales en cuadrícula estática, la tipología de tramas modulares del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ es limitada, y a ella se ajustan todos los elementos generales y decorativos analizados. La posibilidad de escalar un diseño geométrico para encajarlo en unas dimensiones dadas, de manera que pueda adquirir un tamaño cualquiera, debe ser descartada dentro del panorama de la arquitectura histórica. El cambio de escala se lleva a cabo únicamente a través de fracciones duodecimales del sistema antropométrico combinadas con su $\sqrt{2}$. La diferencia respecto al tamaño concreto se absorberá en los residuos.

La imposibilidad por deformación y variedad

La frustrada conclusión de Francis Penrose (1888) -sobre que la deformación impide deducir el módulo inicial con que fue construida una edificación- arraigó en una línea de pensamiento negacionista entre la comunidad científica. Como consecuencia de esta deducción la medida actual de los edificios perdió credibilidad como fuente de investigación histórica sobre la proporción en arquitectura. Por ello algunos autores se han lanzado a estudiar el resto de escasas fuentes directas relacionadas con la construcción de edificios -como son planimetrías originales o las trazas preparatorias de algunos diseños- otorgándole mayor valor documental como fuente directa que al propio y supuestamente deformado conjunto construido.

De la persistente ausencia de resultados prácticos de estos estudios se deriva también la idea de que el control dimensional de las obras se ha realizado de muy diversa forma a lo largo de la historia, existiendo varias líneas de desarrollo que han operado en cada periodo cultural. Por ello varios autores advierten del peligro que supone tratar de generalizar los resultados de la investigación de un monumento a otros diferentes.

No obstante hay que indicar que los procedimientos gráficos de que dispuso Penrose eran tradicionales -como lo han sido a lo largo de toda la historia hasta hace apenas 20 años-, a

lo que podemos achacar parte de su fracaso. Por otra parte el orden de deducción que se impuso en su investigación implicaba obtener primero el módulo con que se construyó el Partenón, y a partir del él conseguir el sistema de proporciones del edificio. Es precisamente el orden inverso el que se ha utilizado en la presente investigación, puesto que en primer lugar se realiza el estudio de proporciones que permite obtener la trama modular, y una vez determinado el tamaño total de la modulación se obtiene el valor del módulo antropométrico del edificio.

Por otra parte parece exagerado que las deformaciones que haya sufrido una construcción, por muy grande que éstas sean, alteren tanto sus proporciones originales como para impedir determinar las relaciones métricas iniciales entre las distintas partes arquitectónicas. Máxime cuando se trata generalmente de materiales con gran estabilidad dimensional, como la piedra o la cerámica.

La incertidumbre de las medidas no debe ser motivo para ignorar su valor actual. Cuando las actuales técnicas instrumentales han permitido reducir esa incertidumbre por debajo de los límites de tolerancia aplicables a una construcción nueva, la medida real ha adquirido un doble valor documental: por un lado porque permite determinar la modulación y el patrón de una obra; y por otro porque admite mensurar las diferencias entre medida real y media teórica, y por tanto cuantificar y analizar las deformaciones sufridas.

La premisa de que se han utilizado varios sistemas de control dimensional en arquitectura a lo largo de la historia parece deducirse por lógica a la vista del rico y poco práctico repertorio de hipótesis plantadas. La existencia de muchas proporciones auténticas, correctas y satisfactorias es una respuesta razonable dado el estado de la cuestión.

Sin embargo los resultados obtenidos en esta investigación apuntan a la validez universal del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ en el dimensionado arquitectónico. Si bien la muestra de obras analizadas es aún muy limitada, y no se puede descartar la utilización de otros sistemas metroológicos aplicados a edificios de otras épocas y culturas, lo cierto es que las coincidencias entre las modulaciones deducidas se repiten en todos los ejemplos expuestos.

Nuevos campos de investigación abiertos

Gracias a las nuevas técnicas digitales se ha reducido la incertidumbre de la medida real y de la medida teórica hasta límites tolerables, lo que me ha permitido detectar el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ que rige la proporción de la arquitectura histórica. Ahora se abre un amplio abanico de posibles aplicaciones de este conocimiento recuperado.

La divulgación de los conocimientos recuperados y la difusión del procedimiento

Dada la trascendencia histórica que supondría la confirmación de esta tesis adquiere gran importancia el aspecto divulgativo de la actividad investigadora desarrollada. El conocimiento de los principios de metrología en la arquitectura del pasado son de sumo interés en numerosos campos y disciplinas relacionadas con el patrimonio cultural. Tanto arquitectos como arqueólogos, historiadores y restauradores disponen ahora de una técnica instrumental para obtener mucha más información de la fuente directa que constituye la propia obra.

Aunque los principios matemáticos del sistema deducido sean de sencilla formulación, y las técnicas infográficas utilizadas sean actualmente corrientes, la larga tradición de incertidumbre que ha rodeado la cuestión de la medida en arquitectura ha instaurado un clima de creencia en mitos y dogmas que ahora es necesario superar. Y para ello es necesario profundizar en el concepto de la metrología histórica desde la nueva óptica que brindan los conocimientos recuperados.

La difusión metodológica, tanto de los conceptos básicos de la metrología antropométrica como de su peculiar aplicación a la arquitectura, son asignaturas pendientes en nuestro sistema educativo. La disciplina sobre análisis métricos en el arte y la arquitectura debe adquirir una importancia troncal en aquellos ámbitos profesionales relacionados con el patrimonio histórico, e incorporarse dentro de los planes de estudio universitario.

Por otra parte las premisas científicas en que se basa el sistema de doble escala están en un nivel de conocimiento matemático tan básico que pueden ser asimiladas por la mayoría de la población, por lo que su divulgación se podría extender al ámbito de otras enseñanzas, en especial dentro del estudio de la geometría, las matemáticas y la historia.

La investigación métrica en la documentación del patrimonio

La metodología desarrollada en la presente investigación va encaminada a suministrar científicamente una técnica para el análisis métrico del patrimonio artístico. Su aplicación práctica se centra en el estudio de obras arquitectónicas completas, con objeto de identificar sus tramas modulares y el valor del patrón utilizado en su construcción.

No obstante los resultados obtenidos demuestran que es viable su aplicación a partes aisladas tanto de bienes inmuebles como muebles. El estricto control dimensional observado en las obras analizadas, así como los testimonios de las fuentes escritas, señalan la importancia que las antiguas culturas daban al establecimiento y aplicación de los patrones propios de medida. Y los resultados apuntan a que la documentada variabilidad del patrón iba ligada a la utilización del mismo sistema básico de unidades antropométricas de base aritmética duodecimal combinadas con la escala $\sqrt{2}$.

Por lo tanto se puede usar el procedimiento tanto en las dimensiones generales de una edificación como en cada una de sus partes secundarias con la seguridad de que se utilizó el mismo patrón. Esto ocurrirá siempre que el edificio fuese creado *ex novo* por un solo promotor, e incluso en aquellas ampliaciones y reformas sufridas durante la misma dinastía o civilización, puesto que según el constatado principio clásico todas las partes de una obra arquitectónica deben estar proporcionadas.

No obstante parece evidente -por las fuentes consultadas y por los resultados obtenidos- que este rigor métrico se extendía al resto de manufacturas realizadas en un ámbito específico, de manera que otros bienes muebles y obras de arte estarían supeditados a la misma regla arquitectónica de modulación y dimensionado.

Luego la investigación métrica traspasa los límites del extenso patrimonio edificado para poder ser aplicada a cualquier obra, independientemente de su tamaño y finalidad. Según

todos los indicios la fabricación de objetos destinados a los poderes religiosos y civiles estaría condicionada también a dimensionarse según el mismo sistema de medidas. Por ello es especialmente interesante extender el análisis métrico de la arquitectura a aquellos objetos muebles relacionados con la obra.

Tramas modulares

La determinación de las tramas modulares es el primer resultado que se obtiene en la investigación métrica de una obra. Una vez que se conoce el procedimiento de dimensionado mediante el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ su deducción no plantea dificultades, pudiéndose realizar sin referencia métrica aunque siempre con una base de proporciones fidedigna. En este sentido se destacan los buenos resultados que puede proporcionar una simple fotografía frontal, y las desacertadas conclusiones que se pueden extraer de un levantamiento a mano o de la utilización de técnicas gráficas tradicionales.

La trama modular general de un edificio proporciona la distribución de unidades derivadas del mismo patrón dimensional, y suelen limitarse a brazas enteras, varas y codos. La presencia de las 2 escalas combinadas en las dimensiones generales indica que el destino del edificio era representativo del poder. Se debe cumplir el principio de jerarquía de escalas que indicará aquellos espacios destinados a uso público general (modulaciones estáticas base), aquellos otros reservados a la nobleza (modulaciones dinámicas), y los lugares que revistan carácter sagrado (modulaciones estáticas $\sqrt{2}$).

Esta misma jerarquía se dará en general en los elementos secundarios de las obras, si bien los motivos decorativos geométricos pueden adoptar cualquier combinación.

Evidentemente toda parte del edificio -o de una obra en general- responderá al mismo sistema de medidas pero no necesariamente a la misma modulación, por lo que sobre cada una de ellas se puede realizar el estudio métrico. En cualquier caso siempre será deseable que se compruebe la utilización del mismo patrón de las dimensiones generales sobre la modulación de elementos secundarios decorativos (franjas de ornamentación, motivos patrón o detalles compositivos) y constructivos (sillares, ladrillos y elementos prefabricados).

Respecto a la tipología de tramas modulares es posible que exista alguna combinación peculiar no contemplada en esta investigación, aunque si se mantienen los principios del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ las posibilidades se reducen a ligeras variantes de las configuraciones expuestas.

Patrones y medidas directas

La determinación del valor dimensional del patrón del edificio se obtiene a partir de la trama modular y de una única referencia métrica. La precisión de este valor dependerá en primer lugar de la acertada deducción de la trama -las discrepancias entre medida real y teórica deben limitarse a tolerancias admisibles en la ejecución, o que puedan justificarse por deformaciones patológicas evidentes-. En segundo lugar los posibles errores acumulados durante el replanteo de la obra y las deformaciones sufridas se distribuirán mejor cuanto mayor sea la trama modular deducida y la referencia métrica utilizada. Evidentemente la exactitud de la referencia métrica también determinará la precisión del patrón deducido.

El valor del módulo antropométrico de una obra permite determinar el tamaño de todas las modulaciones utilizadas en su construcción puesto que siempre responderán al sistema de doble escala $\sqrt{2}$. Por lo tanto se pueden reconstruir patrones graduados que permiten medidas directas, tanto para comprobar la adecuación de los resultados a la realidad física de la obra -y no respecto de la reproducción a escala utilizada como referencia- como para detectar el dimensionado de elementos secundarios no analizados -bien porque no estén reflejados en la representación, porque su análisis plantea dudas, o porque no se hayan estudiado-.

La medida de la deformación

Una vez que conocemos las medidas reales de una obra mediante un levantamiento científico, así como el procedimiento práctico que se utilizó para el dimensionado de sus partes y el valor dimensional de su patrón, obtenemos la posición y tamaño teórico con que se diseñó y ejecutó cada elemento, así como el desplazamiento o desajuste que ha sufrido cada punto respecto de su posición teórica inicial.

Por lo tanto la incertidumbre que provocaba la deformación de las obras e impedía -según algunos autores- conocer las medidas originales ha dado paso a la certidumbre de cómo se adoptaron las distintas medidas y sus valores concretos. En consecuencia son mensurables los desplazamientos de cada parte respecto de la trama teórica, por lo que estas deformaciones adquieren ahora protagonismo como valiosa fuente de información sobre la evolución histórica de la obra.

Aparte de detectar descuadres y cambios de alineación del replanteo general de la obra -factibles sin necesidad de estudio métrico- la información que aporta el estudio de deformaciones facilita el estudio de patologías constructivas, pudiéndose reproducir modelos estructurales y deducir los esfuerzos y empujes a que ha estado sometida cada parte a partir del desplazamiento sufrido.

Especialmente útil resulta poder detectar partes dimensionadas con distinto módulo que el utilizado en el resto del edificio, dado que corresponderán en general a reformas y añadidos realizados bajo el dominio de otra cultura. En este sentido resaltamos el hecho de que las distintas ampliaciones de la Mezquita de Córdoba mantienen el mismo módulo antropométrico, por lo que debía ser regla coherente que toda actuación sobre un edificio respetase su patrón original.

Estudios de elementos complejos: arcos y lóbulos, otros polígonos,...

Si bien se ha podido determinar el sistema de dimensionado que se empleaba en el establecimiento de los distintos tamaños de las partes generales de los edificios, y que el procedimiento permite trazar correctamente todos los diseños *Ad Quadratum* y justificar la modulación de otros numerosos diseños, queda aún pendiente el estudio detallado sobre el dimensionado de otros elementos complejos. Especialmente interesante son los de desarrollo curvo como arcos lobulados y/o entrecruzados, los diseños desarrollados en otra base geométrica como la triangular-exagonal o la pentagonal, o el despiece de dovelajes diver-

gentes. Los resultados parciales obtenidos indican que tanto las dimensiones generales de estos elementos como el tamaño de sus partes se ajustaban igualmente a la gama de unidades del sistema de doble escala $\sqrt{2}$. No obstante interesa profundizar en su estudio para determinar si se evitaban dimensionados geométricos mediante la utilización de aproximaciones dinámicas en composiciones no octogonales, o si las alineaciones fuera de los ángulos de 45° podrían realizarse con cartabones similares a los de lazo.

Base de datos para complementar la secuencia histórica y cultural

El valor dimensional del patrón de cada obra trasciende de la importancia que tiene el estudio aislado del edificio cuando se puede confrontar con la de otras obras pertenecientes al mismo periodo histórico.

La dificultad que la variabilidad histórica de patrones entrañaba para determinar el módulo concreto de una obra se convierte ahora en una oportunidad para estudiar los numerosos periodos de tiempo en donde eran frecuentes los cambios de patrón.

Mediante la creación de una base de datos -en donde se vayan volcando los módulos deducidos del análisis métrico de distintas obras aisladas- se puede confeccionar un mapa geográfico-temporal que permita relacionar patrones repetidos con gobiernos concretos.

Especialmente útil resultará esta base de datos en el estudio de aquellas épocas con gran variabilidad de patrones, como es el caso de la larga Edad Media tanto en la cultura cristiana como en la musulmana. Las obras cuya autoría o datación estén documentadas servirán se referencia para establecer el módulo oficial de ese gobierno, por lo que la coincidencia métrica con otras obras no datadas o descontextualizadas pero pertenecientes al mismo periodo histórico indicaría que fueron realizadas por el mismo promotor o gobierno.

En este sentido es interesante poder determinar y contrastar los cambios de patrón presentes en un mismo enclave con los datos históricos sobre los distintos poderes locales reinantes, así como la observancia o no del mismo patrón en los territorios dominados.

La presencia de numerosas varas distintas a la castellana en la España de mediados del siglo XIX también plantea la posibilidad de rastrear desde cuándo los edificios de estas localidades se ajustan a esos patrones, así como el ámbito territorial en que eran aplicados.

El desarrollo de aplicaciones prácticas

Además de los estudio métricos como los realizados en la presente tesis, el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ dispone de una formulación matemática tan sencilla que es viable seguir desarrollando aplicaciones del procedimiento para facilitar aún más su uso en distintos campos.

Herramientas infográficas

Los comandos presentes en los actuales programas informáticos de diseño vectorial disponen de los recursos necesarios para procesar adecuadamente una base métrica y obtener sus tramas modulares. No obstante ciertas operaciones repetitivas del análisis se deben realizar de manera manual debido a que todo nuestro conocimiento científico-métrico se basa en un único sistema de unidades. Las aplicaciones están preparadas para realizar acotaciones de una manera prácticamente automática, y si bien es posible elegir entre el formato de notación del sistema métrico decimal o del sistema imperial para acotar las distintas dimensiones, como es lógico ninguno de estos programas permite en principio asignar un valor distinto a la unidad básica de medida (será siempre el metro o el pie) o expresar la cota en fracciones duodecimales de esa unidad (en el sistema imperial las fracciones de la pulgada se expresan por divisiones binarias). Y evidentemente ningún sistema de acotación actual considera la posibilidad de cuantificar unidades de 2 escalas irracionales y combinadas.

No obstante el desarrollo de aplicaciones informáticas específicas es muy sencillo debido a los básicos principios matemáticos que rigen el sistema de medidas detectado. Dado que la gama de tamaños disponibles se limita a las fracciones duodecimales de la unidad básica, a su $\sqrt{2}$ y a las combinaciones de ambas escalas, es viable forzar las trazas de la modulación deducida para que sólo contemple estos valores. Además debido a las deformaciones suele ocurrir que una medida real se aproxima a varios tamaños disponibles, lo que exige estudiar uno a uno el ajuste de distintas combinaciones modulares. La aplicación puede realizar rápidamente el cálculo de la aproximación y proponer la modulación más adecuada, que en general deberá coincidir con la más sencilla.

La metodología utilizada en esta tesis exige detectar el sistema desde un punto inicial, y deducir poco a poco la trama modular hasta completarla. Para implementar las acotaciones geométricas a base de escuadras es necesario copiar y orientar cada icono en los intervalos de modulación, y para cuantificar dimensiones totales hay que contar “a mano” el número de iconos en la misma posición e introducir estos valores en cada uno de los términos del binomio. Luego estas operaciones podrían implementarse automáticamente de manera que una vez determinada una modulación se incluyan los iconos en su posición correcta, y que indicada una dimensión total la aplicación determine el número de unidades de cada escala y escriba correctamente el binomio (aparte de poder dar el valor con dígitos decimales).

Aprovechando la sobrada capacidad de cálculo informática se puede desarrollar una aplicación para realizar el análisis métrico de forma alternativa o complementaria. En vez de operar deduciendo por partes las distintas modulaciones se pueden introducir sobre la base métrica todos los puntos significativos a evaluar (vértices de la composición). La aplicación evaluará la posición relativa de cada punto y las relaciones dimensionales que se crean entre las partes, proponiendo tanto la cuadrícula regular como las tramas dinámicas $\sqrt{2}$ que

mejor se ajusten a las referencias dadas, e informando de los porcentajes de aproximación de cada opción.

Crterios de intervencin sobre el patrimonio

El desconocimiento del sistema de control dimensional de las formas en arquitectura ha provocado que los estudios previos histricos carezcan de anlisis métricos que identifiquen el patrón y el sistema de proporciones utilizado en la construccin de las obras. Como consecuencia de esto las intervenciones realizadas sobre nuestro patrimonio arquitectnico han ignorado las estrictas reglas de composicin detectadas en esta investigacin. Los profesionales han actuado casi “a ciegas” respecto a los tamaos y la distribucin de aquellos nuevos elementos introducidos durante las intervenciones.

Una vez recuperado este conocimiento sería deseable revisar las actuaciones llevadas a cabo sobre nuestros monumentos para comprobar que los elementos aadidos son compatibles métricamente con la obra original. Considerando el estricto cumplimiento que los antiguos hacían de las normas dimensionales derivadas del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, todo elemento introducido en un edificio que ignore estas premisas sería considerado una aberracin que no cumple con el principio clásico de proporcionalidad de las partes.

Los distintos profesionales que intervienen en la conservacin y puesta en valor del patrimonio edificado deben conocer y aplicar los principios de metrología en la arquitectura del pasado expuestos en esta tesis para ser rigurosos en sus propuestas, y coherentes con las normas compositivas que utilizaron los antiguos arquitectos en sus obras.

Arqueología virtual

Más frecuentes que las intervenciones físicas sobre el patrimonio edificado son actualmente las recreaciones virtuales de arquitecturas del pasado. El modelado tridimensional proporciona una potente herramienta que utilizan cada vez más profesionales y aficionados en el ámbito de las anastilosis virtual o reconstruccin digital de obras parcial o totalmente desaparecidas.

Podemos citar las contribuciones de José Antonio Fernández Ruiz con su tesis sobre la restauracin del patrimonio por la imagen de síntesis (1997) o con su recreacin del centro de la Granada en 1830 (Fernández Ruiz, Gómez Robles y Torices Abarca, 2008). En la investigacin sobre el concepto de espacio en la arquitectura palatina andalusí Ana Almagro Vidal (2008) destaca las posibilidades que ofrecen las técnicas de realidad aumentada en la documentacin, conservacin, divulgacin y puesta en valor del patrimonio arquitectnico. Otros investigadores ya mencionados incluyen modelos digitales para recrear sus resultados y propuestas, como Jorge García Valldecabres (2007) o Concepcin Rodríguez Moreno (2012).

La reconstruccin virtual de antiguas arquitecturas se consolida en los estudios de arquitectura, arqueología, historia, cartografía e informática como asignaturas o líneas de investigacin de distintas escuelas universitarias. Existen numerosos proyectos de investigacin y grupos de trabajo en varias instituciones que, desde distintos ámbitos disciplinares, desarrollan actividades vinculadas con la arqueología, el patrimonio cultural y las tecnologías

de vanguardia aplicadas a esta área del conocimiento. La mayoría de estos grupos de investigación y de empresas relacionadas se encuentran integrados en la Sociedad Española de Arqueología Virtual (SEAV) constituida en 2008, o en su filial internacional *Virtual Archaeology International Network* (INNOVA).

El principal objetivo del SEAV ha sido la elaboración y aprobación de un conjunto de recomendaciones internacionales aplicables al campo de la Arqueología Virtual. Los denominados “Principios de Sevilla” desarrollan las bases establecidas en la Carta de Londres (*The London Charter*) para diseñar nuevos proyectos cada vez con mayor rigor dentro del ámbito del patrimonio cultural (Beacham, Niccolucci y Denard, 2009), en este caso aplicados al campo específico del patrimonio arqueológico (López-Menchero y Grande, 2011). Destacamos la preocupación de los investigadores ante la profusión de modelos y recreaciones virtuales realizadas mediante metodologías poco científicas. Así entre los 8 Principios de Sevilla se insiste en la autenticidad que debe regir estas reconstrucciones (principio 4), en la rigurosidad histórica a que se deben ceñir (principio 5), y la transparencia científica que permita contrastar las conclusiones por parte de otros investigadores (principio 7). Por ello los proyectos de arqueología virtual deben estar basados en los “Principios para la creación de archivos documentales de monumentos, conjuntos arquitectónicos y sitios históricos y artísticos” aprobada por la 11ª asamblea General del ICOMOS (Consejo Internacional de Monumentos y Sitios) en 1996.

Como incluyen los Principios de Sevilla *“La calidad final de cualquier visualización asistida por ordenador deberá medirse en función de la rigurosidad con la que haya sido elaborada y no de la vistosidad de sus resultados”* (López-Menchero y Grande, 2011:19). Por lo tanto la arqueología virtual considerada “de calidad” deberá partir de unas dimensiones reales de la obra reconstruida, y no de simples esquemas o medidas aproximadas. No obstante, y a pesar de esta preocupación por la medida real y la representación del patrimonio (Melón Valle, 2006) y de la gran evolución que han adquirido ciertas técnicas de medida aplicadas a la arquitectura y a la arqueología (especialmente la fotogrametría), son hoy en día más accesibles las recreaciones virtuales de antiguas arquitecturas que las bases métricas fiables de esas mismas obras.

Aunque los autores actúen con la mayor rigurosidad en cuanto a las dimensiones reales de una obra (o de unos restos arqueológicos) y se parta de una base métrica de referencia fiable, siempre nos encontraremos ante una detallada representación gráfica del estado actual del edificio en donde quedan recogidas todas sus formas con irregularidades y deformaciones incluidas. Si bien es posible generar un pesado modelo tridimensional con toda esa información geométrica que sea útil para un mejor conocimiento del estado actual -por ejemplo para realizar un estudio de patologías- este enorme volumen de información es improcedente y superabundante cuando se trata de recrear un hipotético estado original.

Por ello en arqueología virtual es necesario realizar un proceso de modelización de la obra, de regularización dimensional de manera que se obtengan sólidos puros y geometrías sencillas a partir de la amalgama de aristas detectadas en el levantamiento fotogramétrico (o de las nubes de puntos generadas por los escáner láser 3D).

La elección del método para llevar a cabo esa regularización dimensional fue el origen de la investigación de esta tesis. Si bien en un principio consideré la posibilidad de establecer la geometría del modelo del Cuarto Real en base a medidas medias representativas toma-

das directamente del levantamiento fotogramétrico (lo que hubiera aligerado bastante ese paso previo) se optó por intentar un análisis geométrico que pudiera definir las distintas dimensiones del conjunto y sus partes en base a obtener el trazado regulador utilizado en la construcción de la *qubba*, tal como planteó también Joaquín Marqués Calvo (2006) en las ruinas de las Termas Romanas de Sant Boi de Llobregat.

Una vez que se dispone de las tramas modulares se puede generar un modelo tridimensional que se ajuste a la medida teórica, como el realizado para el Cuarto Real. Este modelo virtual será una representación ideal acotada en función del módulo dimensional utilizado, y estará generada a partir de volúmenes geométricos puros. Por ello las operaciones booleanas que sobre ellos se aplican son enormemente sencillas y precisas. Se elimina así la incertidumbre e inexactitud que supondría el uso de medidas aproximadas deducidas directamente del levantamiento, obteniéndose un modelo ideal que contiene todas las razones de proyectividad utilizadas en el diseño original del monumento.

Como esta proporcionalidad se basa en un patrón conocido y en los limitados tamaños del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, toda manipulación que se quiera realizar sobre el modelo virtual -para simular hipotéticos estados originales, o para recrear posibles intervenciones- debe ajustarse a estos principios.

Sería posible implementar una aplicación de manera que el tamaño de los nuevos volúmenes introducidos se ciña a la limitada gama del sistema. Se puede simplificar el espacio continuo que manejan los programas de CAD por uno discreto que sólo contemple unidades del sistema.

De cualquier forma se debe garantizar que los añadidos que se realicen sobre el patrimonio -tanto físicos como virtuales de calidad- no disponen de unas dimensiones arbitrarias sino que cumplen con los principios métricos con que fue construido el edificio.

Obras de nueva planta

También se abre un interesante campo de investigación de nuevas formas generadas en aplicación del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, tanto en arquitectura de nueva planta como en el diseño gráfico e industrial.

La utilización de los potentes diseños *Ad Quadratum*, o de la rica variedad de tramas tipológicas del sistema, permiten generar nuevas formas que adapten los principios de modulación del pasado a los gustos actuales, tal como lo hicieron los distintos estilos culturales dentro de sus periodos de desarrollo.

El conocimiento de las numerosas configuraciones compositivas utilizadas en el pasado -tanto en el trazado de las dimensiones generales de un edificio como en cada uno de los elementos secundarios y partes decorativas- y de las reglas métricas que regía la determinación de los distintos tamaños posibilitan la reutilización de diseños clásicos en estricto cumplimiento del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, o bien reinterpretando las reglas -por ejemplo eliminando la jerarquía de escalas y/o el principio de simetría-.

También procede la investigación y desarrollo de nuevas composiciones del sistema aprovechando las antiguas técnicas constructivas y las investigaciones sobre configuraciones geométricas del sistema. En este sentido es especialmente atrayente la generación de diseños actualizados de lazo legítimo, y de las formaciones mediante polígonos cordobeses propias de los mocárabes o de la taracea granadina.

Sistemas de prefabricación

Especialmente recomendable puede ser la implementación de los principios del sistema en el campo de la prefabricación, donde las rígidas tramas estáticas que imponen las actuales normas de coordinación modular limitan enormemente las posibilidades combinatorias.

La extensión de los módulos disponibles en las actuales normas de estandarización modular a la gama suministrada por otra escala $\sqrt{2}$ y sus combinaciones amplía sustancialmente los tamaños disponibles y, lo que es más importante, permite superar la limitación de los diseños en cuadrícula al generar tramas y formas dinámicas. En este sentido es más coherente y variado hacer uso de los sistemas duodecimales que aportan las normas ISO. No obstante el procedimiento sería igualmente viable en sistemas de estandarización decimal como el de las normas UNE, pues compensaría la peor divisibilidad de la base aritmética con el incremento de tamaños facilitado por la escala $\sqrt{2}$, aunque renunciando a las clásicas divisiones ternarias del sistema antropométrico.

De igual manera que es viable adaptar el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ a las actuales normas de estandarización dimensional -adoptando sus unidades básicas y su base aritmética- la metrología histórica nos enseña que es viable realizar cualquier diseño en base a un patrón específico para la obra. Se abre por tanto la posibilidad de generar nuevas obras de métrica “personalizada” a un tamaño concreto. No es necesario ajustarse a los patrones del SI, sino que es posible desarrollar un proyecto completo según la metrología de la arquitectura del pasado utilizando como patrón una dimensión cualquiera, como por ejemplo la altura de un promotor o personaje concreto.

Tanto en este caso como cuando se intervenga en un edificio histórico será necesario utilizar piezas con unas dimensiones concretas adaptadas al patrón específico de la obra. Se deberán por tanto fabricar ex profeso esas partes, tales como ladrillos, sillares, baldosas, maderas o paneles decorativos. Luego el interés no se limita a la determinación de unos tamaños estándares de aplicación universal, sino también y especialmente se debe extender al rescate de las técnicas modulares del procedimiento *Ad Quadratum*. Además de poder generar todos los patrones escuadra que garantizan la reproducibilidad de los tamaños admitidos por el sistema a partir de un patrón cualquiera, permitirá llevar a cabo el control dimensional durante la ejecución de la obra.

La revisión de las fuentes históricas

Se abre ahora un periodo de reflexión científica y revisión historiográfica, una vez que conocemos lo que tanto se ocultó que acabó perdiéndose, lo que tanto se ha buscado y tan-

tas veces se ha dicho encontrado. La metrología en la arquitectura histórica tiene ahora menos misterios y más ciencia, si bien aún queda superar la lógica reticencia generada tras tantos siglos de confusiones, mal interpretaciones y especulaciones.

Vestigios Ad Quadratum

Los más antiguos vestigios de las primeras civilizaciones indican que el gran desarrollo tecnológico que experimentaron se basó en buena parte al establecimiento de un sistema de medidas que permitía controlar distintas actividades productivas. Paralelamente a la aparición de patrones de medida de origen antropométrico se detecta la investigación que se emprendió por parte de los sabios de la protohistoria para cuantificar y aprovechar proporciones geométricas. En este sentido es de resaltar la antigüedad y precisión de ciertas aproximaciones al valor de la $\sqrt{2}$ -como la de la tablilla babilónica YBC 7289 - así como la aplicación de la diagonal del cuadrado a la resolución de problemas matemáticos, especialmente a la duplicación y cálculo de áreas -como en la tablilla BM 15285 o el Papiro Rhind-.

Los resultados obtenidos en el análisis métrico del Templo Pintado indican que ya en esa época estaba instaurado el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ en la arquitectura, por lo que los gobernantes ya tenían el privilegio tanto de determinar el valor del patrón de medida -de aplicación en todos sus dominios- como de hacer uso de modulaciones dinámicas en sus obras. Por lo tanto el poder mantenía, junto a la custodia del patrón y los secretos de su construcción, el conocimiento exclusivo de la aplicación del sistema de doble escala. Tan sólo se daba a conocer el patrón vigente y su utilización estática base de las cuadrículas regulares que regían las actividades del pueblo.

A pesar del secretismo que acompañó la aplicación del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ durante todo su largo periodo de vigencia son numerosos los vestigios sobre el interés antiguo por cuantificar el valor de la diagonal del cuadrado, y sobre su aplicación específica a la arquitectura. Aunque se resalta la ausencia de descripciones explícitas en las fuentes -tanto escritas como gráficas- respecto al sistema y su aplicación, sí que abundan las referencias históricas al valor de la $\sqrt{2}$ y a su uso en arquitectura a través del procedimiento *Ad Quadratum*.

La doble vara de medir

Ante la evidencia de que se ocultó premeditadamente la difusión de este conocimiento, y una vez que conocemos su naturaleza, procede una revisión de las fuentes históricas desde la nueva óptica que nos proporcionan los resultados obtenidos. Por ejemplo, en la frase atribuida a Pitágoras de que *los números son el principio, la fuente y la raíz de todas las cosas* el término raíz podría hacer referencia velada a su concepto matemático, y en especial a la $\sqrt{2}$.

No obstante existen testimonios mas concretos, aunque una particularidad histórica de la $\sqrt{2}$ es la frecuente ausencia de una denominación específica para este valor. Una excepción conocida lo puede representar la unidad de medida egipcia denominada *remen* (o *demen*). En el caso del llamado codo real egipcio de 7 palmos (28 dedos) es necesario reflexionar sobre el interés que llevó a añadir ese palmo de más al codo vulgar, puesto que a nivel mé-

trico la división de la unidad en 7 partes implica la imposibilidad de utilizar una base aritmética sencilla y común, complicando de sobremanera los cálculos (lo que al final debió ser el motivo de reformar ese codo real para volver a dejarlo con 24 dedos). Una explicación a esta configuración del codo real podría ser la intención de expresar el valor de la $\sqrt{2}$ mediante la aproximación $28/20$ ($7/5$) que aporta el número total de dedos entre los dedos asignados a la unidad *remen* por algunos autores (20).

Veo en el mito del codo sagrado de la Biblia un paralelismo con el codo real egipcio en esa búsqueda del valor de la $\sqrt{2}$. Esa regla de medir templos de “codo más palmo” referida en los pasajes del Libro de Ezequiel indica el interés por utilizar una proporción concreta en los altares. Si bien los numerosos autores que han aportado interpretaciones sobre el valor total de esta codo bíblico -recopilados en el estudio de Juan Rafael de la Cuadra Blanco (2006)- siempre han ofrecido relaciones aritméticas entre el codo normal y ese palmo especial que se le añadía -la mayoría dimensiona el codo sagrado en 31 ó 32 dedos-, lo cierto es que todo indica que lo que se buscaba era obtener el valor de la $\sqrt{2}$. Para ello bastaría con que la longitud total del codo sagrado fuera de 34 dedos -lo cual está dentro del rango de propuestas realizadas- con lo que se obtendría la relación $34/24$. Ésta es la misma buena aproximación a la $\sqrt{2}$ que ofrecen Faventino e Isidoro (Ruiz de la Rosa, 1987b:53) para la construcción de una escuadra. No obstante ese palmo especial podría ajustarse al valor exacto $\sqrt{2}-1$ de forma similar a las reglas dobles utilizadas en la presente investigación para tomar medidas directas.

También se podría buscar relación entre el sistema de doble escala $\sqrt{2}$ y las parejas de codos hispano-musulmanes. Y sobre todo con los orígenes del mito universal sobre el doble patrón de medida que rige los privilegios de los poderosos.

Irracionales versus fracciones

Hay que resaltar que esta búsqueda de fracciones representativas de la $\sqrt{2}$ sólo tiene sentido para expresar ese valor irracional, para comprobar su dimensión mediante una única escala, o para realizar cálculos aritméticos. Se debe tener claro que para obtener el valor exacto de la $\sqrt{2}$ basta con determinar la diagonal de un cuadrado, por lo que se haría mediante trazado geométrico o utilizando una escuadra derivada de este trazado.

El uso del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ en arquitectura evitaba la necesidad de utilizar estas aproximaciones en las obras, así como operar con ellas. No obstante el secretismo que rodeó al procedimiento obligaba a referirse a su valor mediante una fracción aritmética aproximada. Con mayor razón tras el descubrimiento de la irracionalidad de numerosas raíces sordas¹²¹, puesto que para dar una notación fidedigna de un valor inconmensurable sólo se podían utilizar relaciones entre números enteros¹²².

¹²¹ Recordamos que a nivel culto -en la clásica crisis de los inconmensurables- se demostró que esas raíces eran *álogos* o irracionales, y por tanto era inviable conocer su valor exacto. El procedimiento de doble escala desarrollado en la arquitectura resultó poco científico.

¹²² Euclides permitió que la ciencia pudiera controlar el espacio continuo mediante una única escala, tan pequeña como se quiera hasta alcanzar la aproximación satisfactoria. No obstante en Arquitectura ya estaban consolidadas desde la protohistoria estas técnicas constructivas basadas en los principios modulares de las dos medidas jerarquizadas

Por ello hay que considerar que cuando los distintos autores ofrecían estas fracciones aproximadas lo hacían para referirse al valor exacto de la $\sqrt{2}$, y que para su determinación no se usaba la mencionada fracción sino el procedimiento geométrico *Ad Quadratum*.

Esto es lo que se deduce de las fuentes escritas más reveladoras, como es el caso de los maineles descritos en el tratado de Lorenz Lechler en donde el procedimiento en cuadratura es la base del diseño de toda “obra pequeña o grande”. No obstante cuando proporciona la relación entre las partes hace referencia a que “el mainel antiguo tiene 7 partes y el nuevo 5” aclarando que “el nuevo está sacado del antiguo” (Lechler, 1516:135). Es evidente que utiliza esta proporción para referirse a la relación entre la diagonal y el lado del cuadrado, y no como un valor métrico fijo a establecer en las partes.

De igual manera se expresa Diego López de Arenas cuando al inicio de su tratado presenta el dibujo de una escuadra especificando que el cateto es igual a 5 y la hipotenusa vale 7, o cuando ofrece esta misma proporción para determinar los tamaños de las *adarajas* de los mocárabes. Carece de sentido aplicar literalmente la proporción 7/5 a estos diseños *Ad Quadratum* dado que se genera una geometría incorrecta, y que cualquier operación de cambio de escala queda supeditada a complicadas operaciones aritméticas no deseables.

Otros autores pertenecientes a la tradición culta renacentista sí hacen referencia al valor exacto de la $\sqrt{2}$ -aunque sea a nivel anecdótico- cuando utilizan la expresión “justa medida” o “justa proporción” (Durero, 2000:174) derivada del procedimiento de la cuadratura, y que es identificada con la tradición geométrica medieval.

No obstante resulta evidente que, excepto en los tratados medievales y neogóticos que tan profusamente utilizan el procedimiento *Ad Quadratum*, los distintos autores que escribieron sobre las proporciones en arquitectura evitaron hacer público las particularidades del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ detectado en esta investigación, aunque seguramente lo conocían y utilizaban en sus obras. En general la información que suministran las fuentes escritas es parcial, limitándose a ofrecer las relaciones entre números enteros propias del uso de una escala única y de los diseños estáticos. E incluso se aprecia cierta intención de confundir más que de aclarar con crípticos textos como el de Vitruvio.

Dado que las fuentes escritas mantuvieron el secreto sagrado y gremial, tan sólo resta su relectura para intentar detectar alguna referencia velada. Poco más pueden aportar los textos conocidos a esta cuestión. Encontraremos más información en las ilustraciones y otras fuentes gráficas

El ocaso

A partir del Renacimiento la formación de los arquitectos se fundamentó en la necesidad de conmensuración, y en el -desafortunado a nivel metrológico- texto vitruviano. Por otro lado la caída del Reino de Granada interrumpía la larga tradición geométrica de las dinastías hispano-musulmanas. Y si bien el conocimiento empírico del procedimiento se mantuvo en los gremios de artesanos -primero mudéjares y con el tiempo cristianos, o en logias masónicas- a nivel culto el espíritu científico del Humanismo impedía utilizar -o al menos declarar el uso de- valores inconmensurables que no podían calcularse con exactitud.

Las necesidades científicas coincidieron con el debacle metrológico y social de la Ilustración que desembocó en la adopción del SI. Un patrón universal de medidas y un sistema de unidades decimal que nos ha permitido el desarrollo científico y tecnológico actual.

Por el camino los procedimientos geométricos ancestrales cayeron en desuso y decadencia. La transmisión del conocimiento se deterioró, y se abandonaron muchas técnicas artesanales. El cambio a un patrón universal acabó con la crónica dispersión de medidas y denominaciones. Sin embargo la elección del sistema decimal supuso también el abandono del ancestro sistema antropométrico de base duodecimal.

Aquí se ha documentado que autores del Renacimiento como Leonardo Da Vinci o Bramante se ceñían a los principios metrológicos del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, y que aún en el siglo XIX esa herencia estaba viva en el Marruecos del Pabellón de los Periodistas. No obstante entre la comunidad científica occidental la cuestión de la proporción de la arquitectura antigua ya suponía un gran enigma a finales del siglo XVIII.

Es de suponer que se produjo un lento abandono del inconmensurable sistema dinámico $\sqrt{2}$ a favor del estático fraccionario, tanto en los diseños de los arquitectos como en las técnicas de los artesanos y en la floreciente industria. La adopción del SI debió acelerar el proceso de pérdida de ese conocimiento metrológico antiguo del que nos han llegado escasos vestigios: el simplificado sistema imperial, las recetas empíricas de ciertas artesanías tradicionales, y cierta confusión respecto al sistema de unidades antropométricas debido a su abandono y a la histórica variabilidad de patrones y denominaciones.

La mejor fuente

Queda pendiente revisar numerosas fuentes para documentar la extensa historia de la arquitectura, de manera que se puedan identificar los patrones y las peculiaridades de las tramas modulares utilizadas en el pasado. El estudio de otras culturas no evaluadas, o la ampliación a otras tipologías edificatorias en los periodos ya testados, podrán confirmar, matizar o en su caso rechazar la posible universalidad de la aplicación del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ en la arquitectura detectada en esta investigación. Igualmente se debe extender el estudio a la Edad Moderna con objeto de documentar la supuesta decadencia y abandono del ancestral procedimiento, o incluso su supervivencia en ámbitos aún desconocidos.

Entre las fuentes disponibles para tal fin no se descarta que puedan aparecer nuevos textos o interpretaciones de los conocidos, con referencias directas o indirectas, que aporten alguna información de utilidad. También podrían ser más reveladoras las ilustraciones originales de los proyectos o las trazas preparatorias de las obras. No obstante el documentado secretismo con que se transmitió este conocimiento hace poco probable que estas fuentes puedan suministrar datos concluyentes.

Por el contrario la presente investigación ha puesto de manifiesto el importante valor documental de la fuente directa que representan las medidas reales de las propias obras, tanto para determinar con objetividad y precisión las tramas modulares y el valor del patrón utilizado en su construcción, como para analizar sus deformaciones e irregularidades.

CONCLUSIONES

Es posible y sencilla la búsqueda mensuración de las obras de arquitectura del pasado, comprobándose el principio clásico sostenido por Vitruvio de proporcionalidad de las partes en base a un canon antropométrico. Se detecta que, si bien es cierta la gran variabilidad de los patrones métricos en el pasado, no es menos cierto que en la construcción de arquitecturas -al menos las más representativas que nos han llegado- regía un estricto control dimensional que era cumplido con sumo cuidado, atendiendo a las reglas ya conocidas de simetría, módulo antropométrico y división duodecimal. Tan sólo hay que añadir que para ello es necesaria y suficiente la utilización combinada y jerarquizada de la serie $\sqrt{2}$.

Los principios de metrología detectados confirman que el procedimiento modular utilizado por los antiguos en arquitectura no se reduce a composiciones estáticas en cuadrícula regular -que proponían ciertos autores de la escuela numérica- ni se extiende a varias bases geométricas que exijan su determinación gráfica e impidan su cuantificación numérica -como proponían otros-. No obstante este método de modulación y dimensionado es bastante sencillo, a la vez que ingenioso y práctico, dado que utiliza un único patrón por obra y un sistema de submúltiplos de base duodecimal -como era previsible según las fuentes clásicas y los conocimientos actuales sobre el sistema antropométrico-.

La mayor particularidad metrológica que se ha puesto de manifiesto en esta investigación es que ese sistema de unidades fraccionarias se completaba en la arquitectura del pasado con otro sistema de unidades mayoradas -con connotaciones sagradas- y derivadas de la primera según la proporción irracional que existe entre la diagonal del cuadrado y su lado: la $\sqrt{2}$. Estas 2 escalas se utilizan independientemente para generar cuadrículas en diseño estático, o bien se usaban combinadamente produciendo tramas dinámicas $\sqrt{2}$.

Este método modular permite componer correctamente, además de cuadrículas, todos los numerosos diseños *Ad Quadratum* y composiciones octogonales tan documentados en la arquitectura histórica, así como generar otras tramas modulares ortogonales formadas por cuadrados, rectángulos $\sqrt{2}$ y rectángulos de plata. Se aprovechan así las propiedades duplicativas y aditivas de las series $\sqrt{2}$ y $1+\sqrt{2}$, así como la capacidad de determinar todas las dimensiones de los distintos módulos disponibles y de llevar a cabo el control métrico de estas obras mediante simples escuadras -o patrones con doble escala $\sqrt{2}$ -.

Otra peculiaridad observada es la utilización de residuos para realizar modulaciones que se aproximen a unas dimensiones totales determinadas por otro procedimiento modular distinto. Las diferencias o restos irracionales se acumulan simétricamente en los extremos, formalizando generalmente un marco liso. De esta manera se pueden integrar en cada porción de la trama principal de una obra otras tramas geométricamente no compatibles con tal de que utilicen el mismo patrón y el peculiar sistema de unidades.

Dentro de las numerosas combinaciones de módulos que se pueden dar se observa que en la definición dimensional de diversos elementos arquitectónicos se suelen repetir las más sencillas -como $1+\sqrt{2}$ ó $2+\sqrt{2}$ -, agrupándose a veces en tramas estáticas de cuadrados multi-módulo. Además de los conocidos valores notables que se consiguen, estas combinaciones dinámicas permiten obtener muy buenas aproximaciones a fracciones no presentes en el sistema duodecimal ($1/5$, $1/7$, $1/11$,...) y a otros valores irracionales usados en arquitec-

tura como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, el número de oro ó π . Los errores cometidos serán siempre menores que si se utiliza cualquier aproximación fraccionaria. Y lo más importante es que utilizando una simple escuadra se elimina por completo la necesidad de realizar cálculo aritmético alguno.

Con estos principios metrológicos -que se pueden resumir en que si las obras no se ajustan a una cuadrícula lo harán a una trama dinámica $\sqrt{2}$ - se pueden realizar estudios muy útiles para el mayor conocimiento de nuestro patrimonio artístico y cultural, al quedar determinados con imparcialidad y precisión las tramas modulares y el patrón dimensional utilizado en cada obra. Los resultados obtenidos en los ejemplos analizados han proporcionado un importante volumen de información, revelando el interés histórico que pueden aportar los datos métricos para comprender mejor tanto el proceso de diseño y construcción de cada obra como su evolución y transformación a lo largo de su vida. Especialmente el apartado de la Mezquita-Catedral de Córdoba pone en relieve la conveniencia de realizar estos análisis en complejos conjuntos monumentales construidos por fases, gracias a la capacidad de identificar los distintos patrones y modulaciones utilizados en cada parte.

Aprovechando la dispersión de patrones del pasado, la contrastación de los resultados de estos estudios métricos realizados en ámbitos históricos concretos pueden ayudar a la datación de obras enteras o partes añadidas, así como de elementos descontextualizados.

También facilitan los datos obtenidos la realización de análisis de comportamiento estructural -mediante la medida de la deformación-, funcional o de proporciones de los edificios. Y por supuesto que la posibilidad de crear patrones específicos y realizar mediciones directas es una de las aplicaciones más prácticas.

Por lo tanto estos principios metrológicos deben constituir un criterio relevante en cualquier tipo de intervención, tanto física en el campo de la documentación, conservación, reforma-ampliación, o divulgación del patrimonio, como en el campo virtual de las reconstrucciones teóricas y la realidad aumentada.

Se abre igualmente un campo de investigación de nuevas formas generadas en aplicación del método, tanto en arquitectura de nueva planta como en todas las artes decorativas. Especialmente interesante puede ser su implementación en el campo de la prefabricación, así como la recuperación del método de dimensionado en técnicas artesanales tradicionales.

Afortunadamente esta investigación ha desvelado las pautas clave que utilizaban los antiguos arquitectos para fijar el tamaño de las distintas partes de una obra. Por lo tanto ahora los propios edificios constituyen, con mayor razón, valiosas fuentes directas de información métrica. Su estudio permitirá ir completando la secuencia geográfico-temporal del grado de aplicación del sistema de doble escala $\sqrt{2}$, así como caracterizar las peculiaridades de cada obra, estilo y periodo histórico.

Granada, septiembre de 2013

ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Numerales sexagesimales babilónicos http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d6/Babylonian_numerals.svg	23
Ilustración 2. Gaffurio, <i>Theorica musicae</i> , Milán, 1492 http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Gaffurio_Pythagoras.png	26
Ilustración 3. Tablilla babilónica YBC 7289 http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/ybc/ybc7289-1.jpg (Fowler y Robson, 1998:367)	28
Ilustración 4. El pie según Filarete (1990:53)	40
Ilustración 5. Codo de Nippur https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/af/Nippur_cubit_.JPG/320px-Nippur_cubit_.JPG	43
Ilustración 6. Tablilla del Gudea de Lagash http://s3.amazonaws.com/lcp/algargosarte/myfiles/Gudea-el-plano-2-.jpg	43
Ilustración 7. El codo del Louvre http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/65/Louvres-antiquites-egyptiennes-img_2748.jpg	44
Ilustración 8. La “mesa calibradora” de Leptis Magna http://www.livius.org/a/libya/lepcis_magna/macellum/lepcis_macellum_measures.JPG	45
Ilustración 9. Lápida del arquitecto Hugh Libergier http://christhecomrade.blogspot.com.es/2012/05/the-most-beautiful-cathedral.htm	46
Ilustración 10. La escuadra del “Cuaderno” de Villard de Honnecourt (Honnecourt, 1991)	46
Ilustración 11 Enrique III acompañado del maestro de obras según <i>La Vida de los Santos Albano y Amfibalo</i> (mn. siglo XIV) (Alvarado, 2009:31)	47
Ilustración 12. Asentamiento neolítico de Catal Hoyük http://www.utexas.edu/courses/classicalarch/images1/catalplan.jpg	51
Ilustración 13. Pinturas de Catal Hoyük http://www.naturalhistorymag.com/htmlsite/0606/images/0606feature1.jpg	51
Ilustración 14. Restitución de un alzado en Tell Uqair (Ruiz de la Rosa, 1987:59, f. 13)	52
Ilustración 15. Trazado del cuadrado (Broug, 2008:10-11)	54
Ilustración 16. Pedestal visigodo conservado en la catedral de Córdoba (Pérez Arribas, 2011:15)	55
Ilustración 17. División duodecimal del círculo (Broug, 2008:11)	55
Ilustración 18. Proporcionamiento de columna dórica por Tales (Serlio, 1611: L1 C1 F5)	56
Ilustración 19. Portada (Serlio, 1611: L1 C1 F13)	57
Ilustración 20. Proporciones aritméticas (Lawlor, 1989:84)	57
Ilustración 21. Fracciones mediante diagonales (Kappraff, 2000:31)	58
Ilustración 22. Espiral de Teodoro http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9f/Spiral_of_Theodorus.svg/2000px-Spiral_of_Theodorus.svg.png	60
Ilustración 23. Formatos DIN-A http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/A_size_illustration2_with_letter_and_legal.svg/2000px-A_size_illustration2_with_letter_and_legal.svg.png	61
Ilustración 24. Tablilla babilónica BM 15285 (Fotografía tomada de González Urbaneja, 1988:17)	62
Ilustración 25. Transcripción de la tablilla babilónica BM 15285 (Tomado de Gadd, 1922:156)	63
Ilustración 26. Cuaderno de dibujos (Honnecourt, 1991:39; fol. 19v)	64
Ilustración 27 Secuencia de trazado de la planta de un pináculo. Roriczer folio 3 a 4v. (Tomado de Ruiz de la Rosa, 1987:296)	65
Ilustración 28 Lechler, 1516:fol. 42 (Tomado de Shelby, 1971:151)	66
Ilustración 29. Juego Real de Ur http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/British_Museum_Royal_Game_of_Ur.jpg	68
Ilustración 30. Plano de la ciudad ideal de Sforzinda. Filarete, 1457 http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7f/Idealstadt.jpg	69
Ilustración 31. Trazado del octógono (Serlio, 1611: L1 C1 F2v 2)	69
Ilustración 32. Descomposición de un rectángulo de plata (Blanco Martín, 2007)	70
Ilustración 33. Polígonos cordobeses (Redondo y Reyes, 2008)	71
Ilustración 34. Bóveda de la Capilla de la Presentación de la Catedral de Burgos (Gil-López, 2012:186)	72

Ilustración 35. Racimo de mocárabes de Fray Andrés de San Miguel (Nuere, 1990:69)	73
Ilustración 36. Proporciones armónicas (Lawlor, 1989:84)	73
Ilustración 37. Emblema oficial de la Bauhütte (Alvarado, 2009:54)	74
Ilustración 38. Progresión geométrica $\sqrt{3}$ (Lawlor, 1989:35)	75
Ilustración 39. Etapas de la flor de la vida http://www.canalizandoluz.com/imagenesbrinda/etapas_flor_de_la_vida.JPG	76
Ilustración 40. Trazado del pentágono http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/Poligonos/pentdodec.gif	77
Ilustración 41. Pentagramas (González Urbaneja, 2001:96)	77
Ilustración 42. La Proposición II.11 de Los Elementos de Euclides en una edición de 1482 (González Urbaneja, 2001:78)	79
Ilustración 43. La espiral logarítmica y la concha del Nautilus (González Urbaneja, 2001:81)	79
Ilustración 44. Proporciones áureas del pentágono (González Urbaneja, 2001:100)	80
Ilustración 45. Proporciones geométricas (Lawlor, 1989:84)	80
Ilustración 46. Construcción de un instrumento para trazar una línea serpentina (Durerro, 2000:176)	87
Ilustración 47. <i>Homo vitruviano</i> de Rusconi en 1590 (Franco Taboada, 1998:75)	88
Ilustración 48. <i>Homo ad quadratum</i> de Cesariano en 1521 (Cervera, 1978:85)	89
Ilustración 49. <i>Homo ad quadratum</i> de Caporali en 1536 (Moya, 1993:382)	89
Ilustración 50. <i>Homo ad circulum</i> de Cesariano (Cervera, 1978:88)	90
Ilustración 51. Proporciones según Vitruvio y San Agustín (Moya 1993:386)	91
Ilustración 52. Pieza central del grabado <i>L'idea della architettura universale</i> de Scamozzi en 1615 http://www.artgorbunov.ru/bb/modular/vitruvianman/scamozzi-hybrid.gif	91
Ilustración 53. Detalle del Plano de Saint Gall con cuadrícula de 2 ½ pies (Horn y Born, 1966: f 11)	94
Ilustración 54. La basílica de Constantino según Viollet-le-Duc (Rossi 2004:16)	95
Ilustración 55. La estrella de Brunes (Kappraff, 2000:32)	98
Ilustración 56. El templo de Ceres según Brunes (Kappraff, 2000:33)	98
Ilustración 57. La sala de las Musas según Clarke (Marqués Calvo, 2006:5)	99
Ilustración 58. Mayoración gráfica $\sqrt{2}$ (García Ortega y Ruiz de la Rosa, 2010:52)	100
Ilustración 59. <i>St.-Maclou in Rouen</i> según H. Shih y L. Neagly (Neagly, 1992:405)	100
Ilustración 60. El Osirion del templo de Seti I en Abidos (Robert Lawlor, 1989:61)	101
Ilustración 61. La divina armonía de la Diosa Nut según Fournier des Corats (Rossi, 2004:39)	102
Ilustración 62. El Arco de L'Etoile según Rafael de la Hoz (Hoz Arderius, 2002:83)	103
Ilustración 63. La Iglesia de la Vera Cruz de Segovia según Merino de Cáceres (1998:f18) (http://www.arquivoltas.com/26-segovia/SwgoviaVeraCruz%20G008.jpg)	105
Ilustración 64. Las razones $\sqrt{3}$, ϕ y armonías musicales 2-3-4 de la catedral de Jaca (Esteban Lorente, 2000:234)	106
Ilustración 65. Comparación entre el diagrama 3/2 y el <i>Ad Quadratum</i> (Vila Rodríguez, 1997:492)	107
Ilustración 66. Las Termas Romanas de Sant Boi de Llobregat (Marqués Calvo, 2006:7)	107
Ilustración 67. Cartabones de la rueda de 8 (Nuere, 1985:103)	110
Ilustración 68. Determinación del grueso del par (Nuere, 2001:104)	111
Ilustración 69. Ley de “calle y cuerda” y determinación del alto del par (Nuere, 2001:107)	111
Ilustración 70. Lazos de 8 (Donaire Rodríguez, 1984)	112
Ilustración 71. Alfarje del Alcázar de Sevilla (González Ramírez, 1995:267)	113
Ilustración 72. Unidades del sistema antropométrico de medidas de longitud	123
Ilustración 73. Valores métricos de unidades históricas	123
Ilustración 74. Divisiones duodecimales del sistema antropométrico	124
Ilustración 75. Procedimiento <i>Ad Quadratum</i>	125
Ilustración 76. Obtención de módulos del sistema	126
Ilustración 77. Patrones de medida del sistema	127
Ilustración 78. Modulaciones lineales estáticas	128
Ilustración 79. Modulaciones lineales dinámicas	129
Ilustración 80. Tipología de tramas modulares del sistema	130
Ilustración 81. Residuos	131
Ilustración 82. Ejemplo de utilización de residuos	132
Ilustración 83. Aproximaciones mediante modulaciones dinámicas	133
Ilustración 84. Estudio de proporciones 1	137
Ilustración 85. Estudio de proporciones 2	137
Ilustración 86. Detalle del resultado del estudio de proporciones	138
Ilustración 87. Escuadras y reglas dobles	144

Ilustración 88. Comando PLIN para división por cruces de ejes de lacería	145
Ilustración 89. Comando LAZO para trazado de lacerías	146
Ilustración 90. Ejemplo de aplicación para trazado de lacerías	146
Ilustración 91. The Painted Temple (Forest, 1996:136)	150
Ilustración 92. Planta general del Templo Pintado en Tell Uqair (Lloyd et al., 1943: pl.V)	151
Ilustración 93. Templo VI de Eridu (Kubba, 1990:47 F1)	154
Ilustración 94. Plano de localización de pinturas conservadas (Lloyd et al., 1943: pl. XI)	155
Ilustración 95. Pinturas del altar del Templo Pintado (Lloyd et al., 1943:pl. X)	155
Ilustración 96. Módulos del Templo Pintado	156
Ilustración 97. Modulación de la planta del Templo Pintado	157
Ilustración 98. Modulación de las pinturas del altar del Templo Pintado	159
Ilustración 99. Cuadrícula de 72 cm en el Templo Pintado	160
Ilustración 100. Cuadrícula de 94.65 cm en el Templo Pintado	161
Ilustración 101. Modulación del Juego Real de Ur (BM 120834)	162
Ilustración 102. Modulación del plano del Gudea de Lagash (AO 2)	163
Ilustración 103. Modulación del pórtico del templo de Seti I	164
Ilustración 104. Modulación del Osirion	165
Ilustración 105. El Partenón según Ciriaco de Ancona (1436-1444)	
http://blogpartenon.blogspot.com/es/	166
Ilustración 106. El Partenón según Spon hacia 1676 (Moya, 1993:451)	167
Ilustración 107. La explosión del Partenón según el artillero veneciano Giacomo Verneda (1687)	
http://www.laaventuradelahistoria.es/2012/09/26/estalla-el-partenon.html	168
Ilustración 108. Análisis de las teorías de Wedepohl y Mösel (Moya, 1981:114; 1993:536)	169
Ilustración 109. El Partenón según Tons Brunes en 1967 (Lawlor, 1989:29)	170
Ilustración 110. El Partenón según Anne M. Bulckens (2002)	171
Ilustración 111. La razón áurea en el Partenón según Le Corbusier (Doczi, 1997:108)	171
Ilustración 112. El Partenón según Angelopoulos (2003)	
http://www.chronologia.org/dcforum/DCForumID2/11308.html	172
Ilustración 113. Respuesta del Servicio de Restauración de la Acrópolis	173
Ilustración 114. Fotografía frontal del Partenón	
http://contenidos.educarex.es/mci/2004/44/@rt.com/Arte_griego/pages/Acropolis_Partendon_vista_frontal_jpg.htm	173
Ilustración 115. Modulos del Partenón	174
Ilustración 116. Modulación del alzado del Partenón	174
Ilustración 117. Restitución modular de la planta del Partenón	175
Ilustración 118. El Partenón según la sección áurea	
http://www2.rgu.ac.uk/subj/ats/teachingweb/teaching/t26-DesignPrinciples/TheGoldenSection/ParthenonGoldenRatio.jpg	176
Ilustración 119. El Partenón según las correcciones ópticas	
http://ravatxol.files.wordpress.com/2010/07/51-partenon-correcciones-opticas-coulton-1977.jpg	177
Ilustración 120. Modulación del pórtico este del Erecteón	178
Ilustración 121. Modulación de la planta del Erecteón	179
Ilustración 122. Modulación del Arco de Medinaceli	180
Ilustración 123. Modulación del alzado del edificio sur del grupo inicial de Xcalumkin	182
Ilustración 124. Trazado geométrico de las arquerías primitivas de la Mezquita de Córdoba (Camps, 1953:F19)	186
Ilustración 125. Córdoba. Mezquita. Puerta de San Esteban. Exterior. Trazado geométrico del arco (Camps, 1953:F21)	187
Ilustración 126. Córdoba. Mezquita. Trazado geométrico del arco de la puerta de Alaken (Camps, 1953:F40)	187
Ilustración 127. Córdoba. <i>Mihrab</i> . Trazado geométrico de su arco (Camps, 1953:F42)	188
Ilustración 128. Planta de la Mezquita Mayor de Córdoba a fines del siglo VIII (Hernández Giménez, 1961:F1)	190
Ilustración 129. Cuadro resumen (Hernández Giménez, 1961:43)	191
Ilustración 130. El alminar de Abd al-Raman III en la mezquita mayor de Córdoba (Hernández Giménez, 1975)	192
Ilustración 131. Proporción áurea del plano umbilical (Hoz Arderius, 1996:73)	194
Ilustración 132. Arcadas de la mezquita (Hoz Arderius, 1996:79)	196

Ilustración 133. Planta de la mezquita (Hoz Arderius) (http://laproporcionperfecta.blogspot.com.es/2011/06/proporcion-cordobesa.html)	196
Ilustración 134. Portada de Al-Hakan II (Hoz Arderius, 1996:80)	196
Ilustración 135. <i>Mihrab</i> de la mezquita de Córdoba (http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/belleza/Belleza_aux/aihrab.jpg)	197
Ilustración 136. Esquema regulador de la puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:F2)	198
Ilustración 137. Esquema del despiece del dovelaje de la puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:F3)	199
Ilustración 138. Algunas relaciones métricas y geométricas puerta de San Esteban (Merino de Cáceres, 1985:292 F4)	200
Ilustración 139. Ubicación de las columnas del oratorio mediante retícula (Fernández Puertas, 2008:F7)	202
Ilustración 140. Ubicación de las columnas del oratorio mediante rombos (Fernández Puertas, 2008:F7)	202
Ilustración 141. Trazado de las arquerías del oratorio (Fernández Puertas, 2008:F14)	204
Ilustración 142. Alzado interior de la Puerta de Bab al-Wuzara (Fernández Puertas, 2008:F8-9)	205
Ilustración 143. Alzado exterior de la Puerta de los Deanes (Fernández Puertas, 2008:F26-27)	205
Ilustración 144. Restitución de Puerta de San Esteban o de los Visires (Almagro Gorbea, 1996:208)	207
Ilustración 145. Alzado oeste de la Catedral Ex-Mezquita de Córdoba (Antonio Almagro Gorbea)	207
Ilustración 146. Planta de la Mezquita-Catedral de Córdoba (Almagro Gorbea, 1996:207)	208
Ilustración 147. Detalle del plano de Félix Hernández (Antonio Almagro Gorbea)	209
Ilustración 148. Módulos de la Mezquita-Catedral de Córdoba	210
Ilustración 149. Modulación general de la Mezquita-Catedral de Córdoba	212
Ilustración 150. Modulación del sector sur de la Mezquita-Catedral de Córdoba	213
Ilustración 151. Modulación del crucero de la Mezquita-Catedral de Córdoba	214
Ilustración 152. Sillerías del alzado oeste	215
Ilustración 153. Sillares bajo la Puerta del Pasadizo	215
Ilustración 154. Modulación de la Puerta del Pasadizo	216
Ilustración 155. Puerta de San Idelfonso	217
Ilustración 156. Modulación de la Puerta de San Idelfonso	218
Ilustración 157. Modulación de la Puerta de los 3 Nombres	220
Ilustración 158. Puerta del Espíritu Santo	221
Ilustración 159. Modulación de la Puerta del Espíritu Santo	222
Ilustración 160. Postigo del Obispo	223
Ilustración 161. Modulación del Postigo del Obispo	224
Ilustración 162. Puerta de los Visires	225
Ilustración 163. Modulación de la Puerta de los Visires	226
Ilustración 164. Puerta de los Deanes	227
Ilustración 165. Modulación de la Puerta de los Deanes. Exterior	228
Ilustración 166. Modulación de la Puerta de los Deanes. Interior	229
Ilustración 167. Interior de la Puerta de los Deanes	229
Ilustración 168. Umbral del Postigo de la Leche	230
Ilustración 169. Postigo de la Leche	230
Ilustración 170. Modulación del Postigo de la Leche	231
Ilustración 171. Exterior de la Capilla de la Inmaculada Concepción	232
Ilustración 172. Modulación exterior de la Capilla de la Inmaculada Concepción	233
Ilustración 173. Ventanas de celosía	234
Ilustración 174. Modulación de ventanas y almenas	235
Ilustración 175. Modulación del alminar de Hisam I	236
Ilustración 176. Sillar del alminar de Abd al-Rahmán III	237
Ilustración 177. Modulación del alminar de Abd al-Rahmán III	238
Ilustración 178. Basa de columna de las arquerías de la mezquita fundacional	239
Ilustración 179. Espesor del hueco del <i>mihrab</i>	240
Ilustración 180. Modulación del <i>mihrab</i> y de las arquerías	241
Ilustración 181. Trazas de la <i>qibla</i> de la mezquita fundacional	242
Ilustración 182. Capiteles del <i>mihrab</i>	243
Ilustración 183. Basa y cimacio del <i>mihrab</i>	243
Ilustración 184. Interior del <i>mihrab</i>	243

Ilustración 185. Puerta chapada	244
Ilustración 186. Sillares de la fachada del oratorio	244
Ilustración 187. Puerta de Almanzor	245
Ilustración 188. Sillares de Almanzor	245
Ilustración 189. Sillares de la fachada sur	246
Ilustración 190. Jamba y umbral del Postigo de la Leche	246
Ilustración 191. Hospital de San Sebastián	247
Ilustración 192. Sillares de la Puerta del Perdón	247
Ilustración 193. Jambas de la Puerta del Perdón y pie de la torre	248
Ilustración 194. Interior de la Capilla de la Inmaculada Concepción	248
Ilustración 195. Sagrario de la Capilla Mayor	249
Ilustración 196. Elementos del alzado de la Capilla Mayor	249
Ilustración 197. Otros elementos de la Capilla Mayor	250
Ilustración 198. Sala Capitular	250
Ilustración 199. Puerta de Santa Catalina	250
Ilustración 200. Proporciones notables en la Puerta de San Idelfonso	253
Ilustración 201. Restitución del trazado de la Puerta de los Visires según Camps	255
Ilustración 202. Puntos gordos de la Proporción Cordobesa en la Puerta de Al-Hakan II	259
Ilustración 203. Puntos gordos de la Proporción Cordobesa en la planta de la Mezquita	260
Ilustración 204. Restitución del trazado de la Puerta de los Visires según Merino de Cáceres	261
Ilustración 205. Restitución del trazado de planta de la Mezquita según Fernández Puertas	262
Ilustración 206. Restitución del trazado exterior de la Puerta de los Deanes según Fernández Puertas	262
Ilustración 207. Modulación de la fachada del Salón Rico de Medinat Al-Zahra	264
Ilustración 208. Modulación de la planta del Salón Rico de Medinat Al-Zahra	265
Ilustración 209. Modulación de la planta arqueológica del Palacio de Onda	266
Ilustración 210. Modulación de un detalle de la Colegiata de Roncesvalles	267
Ilustración 211. Modulación del Bañuelo de Granada	269
Ilustración 212. Altura de capiteles reutilizados	270
Ilustración 213. Ancho de capiteles y entre arcos	270
Ilustración 214. Espesor de arquerías y atanor	270
Ilustración 215. Modulación del Castel del Monte en Adria	271
Ilustración 216. Modulación de la planta de la Puerta de Toledo de Ciudad Real	272
Ilustración 217. Modulación de alzados y secciones de la Puerta de Toledo de Ciudad Real	274
Ilustración 218. Alzado interior sur del Cuarto Real de Santo Domingo	275
Ilustración 219. Techumbre del Cuarto Real de Santo Domingo	276
Ilustración 220. Vista interior del Cuarto Real de Santo Domingo	277
Ilustración 221. Cuarto Real. Estado previo. Sección norte-sur por la <i>Qubba</i> (Almagro, 2002:176)	279
Ilustración 222. Módulos del Cuarto Real	279
Ilustración 223. Modulación general del Cuarto Real	281
Ilustración 224. Modulación de la techumbre del Cuarto Real	282
Ilustración 225. Base, trama, ejes y lazo de la techumbre del Cuarto Real	283
Ilustración 226. Modulación del alicer	284
Ilustración 227. Modulación del friso	285
Ilustración 228. Modulación de la linterna	286
Ilustración 229. Modulación de ventanas y machones	286
Ilustración 230. Modulación del hueco lateral	287
Ilustración 231. Modulación de alicatados 1 y 2	289
Ilustración 232. Alicatados y pinturas	289
Ilustración 233. Modulación de alfarje cristiano	290
Ilustración 234. Azulejos	291
Ilustración 235. Mocárebos, atauriques y azulejo	291
Ilustración 236. Modelo digital de la techumbre	292
Ilustración 237. Isométricas inferiores del modelo digital	292
Ilustración 238. Secciones cónicas del modelo digital	293
Ilustración 239. Vistas interiores del modelo digital	293
Ilustración 240. Vistas exteriores del modelo digital	293
Ilustración 241. Modulación del Estudio de una iglesia central de Leonardo Da Vinci	298
Ilustración 242. Modulación del <i>Homo</i> Vitruviano de Leonardo Da Vinci	299

Ilustración 243. Proporción del centro del <i>homo ad circulum</i>	300
Ilustración 244. Modulación de la Planta de Bramante	301
Ilustración 245. Modulación de la planta del Pabellón de los Periodistas de Agdal	303
Ilustración 246. Modulación del alzado exterior del Pabellón de los Periodistas de Agdal	303
Ilustración 247. Modulación del alzado interior del Pabellón de los Periodistas de Agdal	304

BIBLIOGRAFÍA

ABAD CASAL, Lorenzo. *El arco de Medinaceli, un monumento singular en la Hispania romana*. Alicante: Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes, 2004.

AGUIRRE DE YRAOLA, Fernando. *Coordinación dimensional de unidades de obra y elementos de construcción*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Patronato de Investigación Científica y Técnica Juan de la Cierva, 1969.

ALJAZAIRI LÓPEZ, Gloria. *EL orden interno de los trazados geométricos y su aplicación a nuevos diseños: El patrón, el canon, la proporción y los cartabones*. Granada: Fundación Robles Pozo, 2012.

ALJAZAIRI LÓPEZ, Gloria. *Carpintería de lo blanco, teoría, trazas y reproducción: las cubiertas de lazo del convento de la Merced de Granada*. Granada: Universidad de Granada, 2010.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. *Planimetría de Madinat Al-Zahra'*. Granada: Real Academia de Bellas Artes de San Fernando. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), 2011.

ALMAGRO GORBEA, Antonio [et al.]. *El Cuarto Real de Santo Domingo de Granada [Recurso Electrónico]*. Granada: Laboratorio de Arqueología y Arquitectura de la Ciudad. Escuela de Estudios Árabes. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), 2010.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. “La puerta califal del castillo de Gormaz”. *Arqueología de la Arquitectura*, nº 5, pp. 55-77, 2008.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. *Levantamiento arquitectónico*. Granada: Universidad de Granada, 2004.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. Prólogo al libro de JIMÉNEZ MARTÍN, A., y PINTO PUERTO, F. *Levantamiento y análisis de edificios, tradición y futuro*. Sevilla: Universidad de Sevilla, Secretariado de Publicaciones, 2003.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. “El análisis arqueológico como base de dos propuestas: El Cuarto Real de Santo Domingo (Granada) y el Patio del Crucero (Alcázar de Sevilla)”. *Arqueología de la Arquitectura*, nº 1, pp.175-192, 2002.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. “La investigación gráfica de la arquitectura nazarí”. *Arquitectura en Al-Andalus: Documentos para el siglo XXI*. Barcelona: El Legado Andalusi, pp. 77-87, 1996.

ALMAGRO GORBEA, Antonio. “El alminar de la mezquita aljama de Zaragoza”. *Madri-der Mitteilungen*, nº 34, pp. 251-266, 1993.

- ALMAGRO GORBEA, Antonio; ORIHUELA UZAL, Antonio. “Propuesta de intervención en el Cuarto Real de Santo Domingo (Granada)”. *Loggia, Arquitectura y Restauración*, nº4, pp. 22-29, 1997.
- ALMAGRO GORBEA, Antonio; ORIHUELA UZAL, Antonio. *El Cuarto Real de Santo Domingo*. Granada: Escuela de Estudios Árabes (CSIC), 2008. Disponible desde Internet en: http://www.eea.csic.es/index.php?option=com_content&task=view&id=52&Itemid=43 [con acceso el 25-07-2011].
- ALMAGRO VIDAL, Ana. *El concepto de espacio en la arquitectura palatina andalusí*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 2008.
- ALSINA, Claudi. “El número de oro es plano ¡Pásalo!”. *Suma*, nº 54, pp. 75-78, 2007.
- ALVARADO PLANAS, Javier. *Heráldica, simbolismo y usos tradicionales de las corporaciones de oficios: las marcas de canteros*. Madrid: Hidalguía, 2009.
- ALVARO ZAMORA, María Isabel. “La cerámica andalusí”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 22, pp. 337-370, 2007.
- ANGELOPOULOS, Athanasios. *Metron Ariston: Ho Agnōstos Megalithikos Pēchys Kai Ta Aporrēta Mystika Tēs Hellēnikēs Architektonikēs*. Grecia: Ekdoseis Aeropos, 2003.
- ANTONINO, Francesca; PISTONE, Giuseppeand; ZORGNIOTTI, Dario. “Possible Geometric Genesis of a Medieval Cathedral (Alba, Piedmont, Italy)”. *International Journal of Architectural Heritage*, vol. 1, nº 2, pp. 133-164, 2007.
- AZCÁRATE, Patricio de. *Obras completas de Platón*. Madrid: Medina y Navarro (Biblioteca Filosófica), 1872.
- BADAWY, Alexander. *Ancient Egyptian architectural design: a study of the harmonic system*. University of California Press, 1965.
- BARRESI, Paolo. *Metrología púnica*. Lugano: Lumires internationales, 2007.
- BARTOLI, MariaTeresa. “Ad Quadratum: The Practical Application of Geometry in Medieval Architecture”. *Nexus Network Journal*, 10/01, vol. 6, nº 2, pp. 129-130, 2004.
- BEACHAM, R.; NICCOLUCCI, F.; DENARD, H. *The London Charter*. Londres: Hugh Denard, King’s College London, 2009. Disponible desde Internet en: http://www.londoncharter.org/fileadmin/templates/main/docs/london_charter_2_1_en.pdf [con acceso el 28-06-2013].
- BEALE, Thomas W.; CARTER, Sarah M. “On the track of the Yahya large kuš: evidence for architectural planning in the Period IVC complex at Tepe Yahya”. *Paléorient*, vol. 9, nº 1, pp. 81-88, 1983.

- BERRIMAN, Algernon Edward. *Historical metrology: a new analysis of the archaeological and the historical evidence relating to weights and measures*. Londres: Dent, 1953.
- BLANCO MARTÍN, M^a Francisca. “Arte y Matemáticas”. *DivulgaMAT: Un paseo por la Geometría*, vol 2006/2007, pp. 1-20, 2007.
- BORISSAVLIEVITCH, Miloutine. *Las teorías de la Arquitectura*. Buenos Aires: El Ateneo, 1949.
- BROUG, Eric. *Islamic Geometric Patterns*. Londres: Thames & Hudson, 2008.
- BRUNES, Tons. *The secrets of Ancient Geometry - and its use*. Copenhagen: International Science Publishers, 1967.
- BULCKENS, Anne M. “The Parthenon Height Measurements: The Parthenon Scale with Roots of 2”. *Symmetry: Art and Science*, vol. 2, n^o 1, pp. 219-229, 2002.
- CALATRAVA ESCOBAR, Juan. *Estudios sobre historiografía de la arquitectura*. Granada: Universidad de Granada, 2005.
- CALVIMONTES ROJAS, Carlos. *Gudea Críptico. El Código Sumerio*. e-ditando.com, 2008. Disponible desde Internet en: <http://exapenta.zxq.net/GUDEA.html> [con acceso el 29-05-2013].
- CAMPS CAZORLA, Emilio. *Módulo, proporción y composición en la arquitectura califal cordobesa*. Madrid: Instituto Diego Velazquez, 1953.
- CAÑAS PALOP, Cecilia. “The constructive techniques of the moorish roofing frameworks: the case of the Mirador of the Reales Alcázares of the Catholic Monarchs in Seville”. *Proceedings of the First International Congress on Construction History: Madrid, 20th-24th January 2003*. Instituto Juan de Herrera, pp. 513-524, 2003.
- CAPDEPÓN, F. P.; TABASCO, J. P. *El espacio geográfico del Quijote en Castilla-La Mancha*. Universidad de Castilla-La Mancha, 2006.
- CARLOTTI, Jean-Francois. “Contribution a l'étude metrologique de quelques monuments du temple d'Amon-Re a Karnak”. *Cahiers de Karnak*, n^o10, pp. 78-79, 1995.
- CASSIRER, Ernst. *Filosofía de las formas simbólicas*. México: Fondo de Cultura Económica, 1985.
- CEM. *Vocabulario Internacional de Metrología – Conceptos Fundamentales y Generales, y Términos Asociados (VIM)*. Madrid: Centro Español de Metrología, 2008.
- CERVERA VERA, Luis. “La edición vitruviana de Cesare Cesariano”. *Academia: Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, n^o47, pp. 29-181, 1978.

- CHIPIEZ, Charles. "Le système modulaire et les proportions dans l'architecture grecque". *Revue archéologique*, tomo XIX, nº 1. Paris: Leroux, 1891.
- CHOISY, Auguste. *Historia de la Arquitectura*. Buenos Aires: Víctor Leru, 1977.
- CHUECA GOITIA, Fernando. *La catedral de Valladolid: una página del siglo de oro de la arquitectura española*. Madrid: Instituto Diego de Velázquez, 1947.
- CISCAR, Gabriel. *Memoria elemental sobre los nuevos pesos y medidas decimales fundados en la naturaleza*. Valencia: Corts Valencianes, 2000.
- CLARKE, John R. *The houses of roman Italy 100 B.C. - A.D. 250: Ritual, space and decoration*. Berkeley: University of California Press, 1991.
- CORACHÁN, Juan B. *Arithmetica demonstrada theorico-practica para lo mathematico y mercantil*. Barcelona: Pablo Campins, 1735.
- CORESAL, SL. "Informe sobre la modulación y características físico-químicas de los materiales pétreos del arco de Medinaceli". *El arco romano de Medinaceli*, Universidad de Alicante, pp. 63-68, 2004.
- COVARRUBIAS, Sebastián de. *Tesoro de la lengua castellana o española según la impresión de 1611*. Barcelona: Alta Fulla, 2003.
- CRAWFORD, Harriet E. W. *Sumer and the Sumerians*. Cambridge University Press, 1991.
- CRESWELL, Keppel A. C. *Compendio de arquitectura paleoislámica*. Universidad de Sevilla, 1979.
- CUADRA BLANCO, Juan Rafael de la. *El Escorial y El Templo de Salomón*, 2009. Disponible desde Internet en: <http://sapiens.ya.com/jrcuadra/jr-0.htm> [con acceso el 25-07-2011].
- DEL RÍO FRANCÉS, Manuel [et al.]. "Proporciones áureas de la mezquita del Cristo de La Luz". *Revista de Obras Públicas*, vol. marzo, pp. 189-204, 1973.
- DES CORATS, André F. *La proportion égyptienne et les rapports de divine harmonie*. Les Éditions Véga, 1957.
- DOCZI, György. *El poder de los límites: proporciones armónicas en la naturaleza, el arte y la arquitectura*. México: Editorial Pax, 1997.
- DONAIRE RODRÍGUEZ, Alberto. Prólogo al libro de RUIZ DE LA ROSA, Jose Antonio *Traza y simetría de la arquitectura: En la Antigüedad y Medievo*. Universidad de Sevilla, 1987.
- DONAIRE RODRÍGUEZ, Alberto. "El trazado de lacería de ochos en alicatados". *Actas del III Simposio internacional de mudejarismo*, pp. 647-674, 1984.

- DOXIADĒS, Kōnstantinos A. *Architectural space in ancient Greece*. Mit Pr, 1972.
- DURERO, Alberto. *De la medida*. Madrid: Akal, 2000.
- ECOCHARD, Michel. *Filiation de monuments grecs, byzantins et islamiques*. Paris: P. Geuthner, 1977.
- ELEJOSTE, Félix. “Belleza Irracional”. *Sigma: revista de matemáticas = matematika al-dizkaria*, nº 21, pp. 87-109, 2002.
- EL-SAID, Issam; PARMAN, Ayse. *Geometric concepts in Islamic art*. Londres: World of Islam Festival Publishing Company Ltd, 1976.
- ESCALONA MOLINA, Manuel. *Estadal: una aproximación al universo de la mensura*. Junta de Andalucía, Servicio de Publicaciones y Divulgación, 2009.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología y sus consecuencias en las iglesias de la Alta Edad Media Española. IV: el románico del último tercio del siglo XI”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 23, pp. 387-426, 2008.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología y sus consecuencias en los edificios de la Alta Edad Media Española. III: El Primer Románico en España”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 22, pp. 423-472, 2007.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología y sus consecuencias en las iglesias de la Alta Edad Media española. II: edificios en el reino asturiano del siglo IX y en los condados catalanes de los siglos IX y X”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 21, pp. 291-342, 2006.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología y sus consecuencias en las iglesias de la Alta Edad Media española. I: San Juan de Baños, Santa Lucía del Trampal, San Pedro de la Nave, Santa María de Melque, San Miguel de Escalada y San Cebrián de Mazote”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 20, pp. 215-254, 2005.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “El control del espacio arquitectónico en las iglesias-salón españolas: algunos ejemplos”. *Arquitectura religiosa del siglo XVI en España y Ultramar*. Institución Fernando el Católico, pp. 85-114, 2004.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La teoría de la proporción arquitectónica en Vitruvio”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 16, pp. 229-256, 2001.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La ordinatio y compositio vitruviana en las columnas románicas: metrología de ejemplos escogidos”. *Imágenes y promotores en el arte medieval: miscelánea en homenaje a Joaquín Yarza Luaces*. Servei de Publicacions, 2001b.

- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología de la catedral románica de Jaca: 2”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 15, pp. 231-258, 2000.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología de la catedral románica de Jaca: 1”. *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 14, pp. 241-262, 1999.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología en Santa María de Alaón (hacia el año 1100)”, *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 13, pp. 223-242, 1998.
- ESTEBAN LORENTE, Juan Francisco. “La metrología y sus consecuencias en Saint-Hilaire de Poitiers (hacia 1940)”, *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, nº 12, pp. 335-358, 1996.
- EVERS, Bernd; THOENES, Christof. *Teoría de la Arquitectura: del Renacimiento a la actualidad: 89 artículos sobre 117 tratados*. Berlín: Taschen, 2011.
- EVES, Howard. *Great moments in mathematics*. The Mathematical Association of America, 1977.
- FEIJÓO OSORIO, Carlos. *Antiguas medidas de longitud*. elagrimensor.net, 2006. Disponible desde Internet en: www.elagrimensor.net [con acceso el 02-03-2013].
- FERNÁNDEZ BENITO, Inmaculada; REYES IGLESIAS, María E. *Geometría con el hexágono y el octógono*. Armilla: Proyecto Sur de Ediciones, S.A.L., 2004.
- FERNÁNDEZ GÓMEZ, Margarita. *La teoría clásica de la arquitectura: clasicismo y renacimiento*. Universidad Politécnica de Valencia, 1999.
- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. “Mezquita de Córdoba: el trazado de la portada interior de la Bāb al-Wuzarā'. La Puerta de los Deanes (s. VIII), su trazado interior y exterior”. *Archivo Español de Arte*, vol. 82, nº 326, pp. 107-136, 2009.
- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. “Otro trazado de la Bab al-Uzara”. *Miscelánea de estudios árabes y hebraicos*. Sección Árabe-Islám, nº 57, pp. 75-121, 2008b.
- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. “Mezquita de Córdoba: ‘Abd al-Raḥmān I (169/785-786). El trazado proporcional de la planta y alzado de las arquerías del oratorio. La qibla y el miḥrāb del siglo VIII”. *Archivo Español de Arte*, vol. 81, nº 324, pp. 333-356, 2008.
- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. “Mezquita de Córdoba. Trazado proporcional de su planta general (siglos VIII-X)”. *Archivo Español de Arte*, vol. 73, nº 291, pp. 217-247, 2000.

- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. *La fachada del Palacio de Comares*. Granada: Patronato de la Alhambra y Generalife, 1980.
- FERNÁNDEZ PUERTAS, Antonio. “Lazo de ocho occidental o andaluz. Su trazado, canon proporcional, series y patrones”. *Al-Andalus: revista de las Escuelas de Estudios Árabes de Madrid y Granada*, vol. 40, nº 1, pp. 199-204, 1975.
- FERNÁNDEZ RUIZ, José Antonio. *La restauración del patrimonio por la imagen de síntesis*. Granada: Universidad de Granada. Departamento de Expresión Gráfica, Arquitectónica y en la Ingeniería, 1997.
- FERNÁNDEZ RUIZ, José Antonio; GÓMEZ ROBLES, Lucía; TORICES ABARCA, Nicolás. *Tourist in Granada: la ciudad de 1830 vista por los viajeros*. Granada: Fundación Albaicín, 2008.
- FILARETE; PEDRAZA, Pilar. *Tratado de arquitectura de Antonio Averlino. Filarete*. Vitoria: Ephialte, 1990.
- FOREST, Jean-Daniel. *Mésopotamie: l'apparition de l'Etat, VIIe-IIIe millénaires*. Méditerranée, 1996.
- FOWLER, D. H.; ROBSON, E. R. “Square root approximations in Old Babylonian mathematics: YBC 7289 in context”. *Historia Mathematica*, vol. 25, pp. 366–378, 1998.
- FRANCO TABOADA, Juan Manuel. “La cuestión del centro de la figura humana a partir del 'homo bene figuratus' de Vitruvio”. *Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura da Coruña*, vol. 22, pp. 74-83, 1998.
- FRANKFORT, Henri. *The art and architecture of the ancient Orient*. Yale University Press, 1996.
- FURLONG, David. *The “Flower of Life” and the Osirion: Facts are more interesting than Fantasy*. Egyptian Tour , 2010. Disponible desde Internet en: http://www.kch42.dial.pipex.com/egypttour_stewart.html [con acceso el 03-04-2013].
- GADD, C. J. “Forms and Colours”. *Revue d'Assyriologie*, vol. 19, pp. 149-159, 1922.
- GALIAY SARAÑANA, José; NUERE MATAUCO, Enrique. *El lazo en el estilo mudéjar, su trazado simplicista*. Institución Fernando el Católico, 1995.
- GARCÍA BUENO, Ana; MEDINA FLÓREZ, Víctor J.; LÓPEZ PERTÍÑEZ, M^a Carmen. “El trazado de los zócalos pintados nazaríes a partir de los restos de dibujo preparatorio: El Cuarto Real de Santo Domingo y la Alhambra de Granada”. *Cuadernos de La Alhambra*, vol. 39, pp. 9-36, 2003.
- GARCÍA GRANADOS, Juan Antonio. “Figuras y composición en el lazo de ocho hispanomusulmán”. *Cuadernos de arte de la Universidad de Granada*, nº 21, pp. 87-110, 1990.

GARCÍA ORTEGA, Antonio Jesús; RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. "Diseño estructural en el primer gótico andaluz (II): Maestros y medidas". *EGA. Revista de expresión gráfica arquitectónica*, vol. 15, nº 15, p. 46-53, 2010.

GARCÍA VALLDECABRES, Jorge Luis. *La métrica y las trazas en la iglesia de San Juan del Hospital de Valencia*. Valencia: Departamento de Expresión Gráfica Arquitectónica de la UPV, 2010.

GARCÍA, Simón; BONET CORREA, Antonio; CHANFÓN OLMOS, Carlos. *Compendio de arquitectura y simetría de los templos conforme a la medida del cuerpo humano: con algunas demostraciones de geometría, Año de 1681: Recoxido de diversos autores, naturales y extranjeros*. Valladolid: Colegio Oficial de Arquitectos, 1991.

GENTIL BALDRICH, José María. Prólogo al libro de SOLER SANZ, Felipe. *Trazados reguladores octogonales en la arquitectura*. Valencia: Ediciones Generales de Arquitectura, 2008.

GHYKA, Matila C. *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Buenos Aires: Poseidón, 1953.

GIL-LÓPEZ, Tomás. "The Vault of the Chapel of the Presentation in Burgos Cathedral: Divine Canon? no, Cordovan Proportion". *Nexus Network Journal*, 04/01, vol. 14, no. 1, pp. 177-189, 2012.

GÓMEZ-MORENO MARTÍNEZ, Manuel. "Una de mis teorías del lazo". *Cuadernos de La Alhambra*, pp. 10-11, 1974.

GÓMEZ-MORENO MARTÍNEZ, Manuel. "Granada en el siglo XIII". *Cuadernos de La Alhambra*, nº. 2, pp. 3-42, 1966.

GÓMEZ-MORENO MARTÍNEZ, Manuel. *Ars Hispaniae: Historia universal del arte hispánico. El arte árabe español hasta los almohades; arte mozárabe*. Plus-Ultra, 1951.

GONZÁLEZ HERNÁNDEZ, Angel. "De nuevo sobre el Palacio del Rey Don Pedro I en Tordesillas". *Reales Sitios: Revista del Patrimonio Nacional*, nº 171, pp. 4-21, 2007.

GONZÁLEZ RAMÍREZ, María I. *El trazado geométrico en la ornamentación del Alcázar de Sevilla*. Sevilla: Universidad de Sevilla, 1995.

GONZÁLEZ RAPOSO, María del Salvador. *Introducción a la metrología histórica*. Universidade da Coruña, 1998.

GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. *El descubrimiento de los inconmensurables*. Disponible desde Internet en: <http://www.xtec.cat/sgfp/llicencies/200304/memories/incommensurables.pdf> [con acceso el 03-04-2013].

GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. *Pitágoras el filósofo del número*. Madrid: Nivola, 2007.

- GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. *Pitágoras*. Madrid: Nivola, 2001.
- GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. “El teorema llamado de Pitágoras: una historia geométrica de 4.000 años”. *Sigma: revista de matemáticas*, vol. 32, pp. 103-130, 1988.
- GROS, Pierre. “Nombres irrationnels et nombres parfaits chez Vitruve”. *MEFRA*, vol. 88, pp. 669-704, 1976.
- GUTIÉRREZ LABORY, Elsa María. “Le Corbusier y al ángulo recto”. *EGA: revista de Expresión Gráfica Arquitectónica*, nº 10, pp. 58-63, 2005.
- HAMBRIDGE, Jay. *Dynamic symmetry: the Greek vase*. Yale University Press, 1920.
- HEATH, Richard. *Los números sagrados y el origen de la civilización: los enigmas de la historia a través del misterio de los números*. Barcelona: Ediciones Obelisco, 2010.
- HERNÁNDEZ GIMÉNEZ, Félix. *Madina Al-Zahra*. Granada: Patronato de la Alhambra, 1985.
- HERNÁNDEZ GIMÉNEZ, Félix. *El alminar de Abd al-Raman III en la mezquita mayor de Córdoba: génesis y repercusiones*. Granada: Patronato de la Alhambra y Generalife, 1975.
- HERNÁNDEZ GIMÉNEZ, Félix. *El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento*. Madrid: Maestre, 1961.
- HERNÁNDEZ GONZÁLEZ, Román. “El legado de Vitruvio III: la primera aportación numérica al canon de proporción”. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, nº 40, pp. 99-109, 2005.
- HERNÁNDEZ GONZÁLEZ, Román. “Interpretaciones y especulaciones acerca del concepto vitruviano del homo ad circulum y ad quadratum”. *Bellas Artes. Revista de Artes Plásticas, Estética, Diseño e Imagen*, vol. 0, pp. 81-99, 2002.
- HERNÁNDEZ GONZÁLEZ, Román. “La teoría sobre la proporción de San Agustín: Entre la simbología y la práctica artística”. *Actas del IX Congreso diálogo fe-cultura. "Nuevo Milenio Para Un Humanismo Sin Fronteras"*, pp. 421-426, 2000.
- HERTZ, Amelia. “Les débuts de la géométrie”. *Revue de Synthesis Historique*, vol. XLVII, pp. 29, 1929.
- HONNECOURT, Villard de. *Cuaderno de dibujos*. Madrid: Akal, 1991.
- HORN, Walter; BORN, Ernest. “The "Dimensional Inconsistencies" of the Plan of Saint Gall and the Problem of the Scale of the Plan”. *The Art Bulletin*, vol. 48, nº 4, 1966.
- HOZ ARDERIUS, Rafael de la. *La proporción cordobesa*. Córdoba: Colegio Oficial de Arquitectos de Córdoba, 2002.

- HOZ, R. "Rafael de la Hoz". *Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España*. Córdoba, 2005.
- HYRUP, Jens. *Lengths, widths, surfaces: a portrait of old Babylonian algebra and its kin*. Nueva York: Springer, 2002.
- IVERSEN, Erik. *Canon and proportions in Egyptian art*. Londres: Sidgwick and Jackson, 1955.
- JEREZ MIR, Carlos. *Guía de arquitectura de Granada*. Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Cultura, 1996.
- JIMÉNEZ MARTÍN, Alfonso; PINTO PUERTO, Francisco. "Levantamiento y análisis de edificios, tradición y futuro". *Universidad de Sevilla, Secretariado de Publicaciones*, 2003.
- JIMÉNEZ, José Luis; ALMAGRO GORBEA, Martín. "Metrología y modulación del templo de Juno Gabina". *Italica: cuadernos de Trabajos de la Escuela Española de Historia y Arqueología en Roma*, nº 16, pp. 59-86, 1982.
- JONES, Mark Wilson. *Principles of Roman architecture*. Yale University Press, 2003.
- JONES, Owen. *Plans, elevations, sections, and details of the Alhambra*. 1842.
- KAPPRAFF, Jay. "Ancient Harmonic Law". *Bridges 2007*, pp. 16, 2007.
- KAPPRAFF, Jay. "A Secret of Ancient Geometry". *MAA Notes*, vol. 53, pp. 26-36, 2000.
- KIELLAND, Else Christie. *Geometry in Egyptian Art*. Alec Tiranti, 1955.
- KLEIN, H. A. *The world of measurements: masterpieces, mysteries and muddles of metrology*. Simon and Schuster, 1974.
- KOSTOF, Spiro. *El arquitecto: historia de una profesión*. Madrid: Cátedra, 1984.
- KUBBA, Shamil. "The Ubaid Period: Evidence of Architectural Planning and the Use of a Standard Unit of Measurement-the "Ubaid cubit" in Mesopotamia". *Paléorient*, vol. 16, nº 1, pp. 45-55, 1990.
- KULA, Witold. *Las medidas y los hombres*. Madrid: Siglo XXI, 1980.
- KURENT, Tine. "La coordinación modular de las dimensiones arquitectónicas". *Boletín del Museo Arqueológico Nacional*, vol. 3 (1), pp. 69-95, 1985.
- KURENT, Tine; VIDMAR, Aleksander. "The continuity of the antique compositional principles in the architecture of the eufrasian basilica". *Antigüedad y Cristianismo*, nº 14, 1997.

- LAWLOR, Robert. *Sacred geometry: philosophy and practice*. Nueva York: Thames and Hudson, 1989.
- LE CORBUSIER. *El espíritu nuevo en arquitectura; En defensa de la arquitectura*. Murcia: Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1983.
- LE CORBUSIER. *El Modulor*. Barcelona: Poseidón, 1980.
- LE CORBUSIER. *Le poème de l'angle droit: lithographies originales*. Milan: Electa, 2007.
- LE CORBUSIER. *Precisiones respecto a un estado actual de la arquitectura y del urbanismo*. Poseidón, 1978.
- LE ROY, M.; GUÉRIN, Hyppolite-Louis. *Les ruines des plus beaux monuments de la Grèce*. París, 1758.
- LELGEMANN, Dieter. "Recovery of the Ancient System of Foot/Cubit/Stadion–Length Units". *History of Surveying and Measurement, Athens*, pp. 1-7, 2004.
- LINDGREN, Harry. *Recreational Problems in Geometric Dissections and how to Solve them*. New York: Dover, 1972.
- LLOYD, Seton; SAFAR, Fuadand; FRANKFORT, H. "Tell Uqair: excavations by the Iraq Government Directorate of Antiquities in 1940 and 1941". *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 2, nº 2, pp. 131-158, 1943.
- LÓPEZ GONZÁLEZ, María C.; GARCÍA VALLDECABRES, Jorge; NAVARRO GARCÍA, María L. *La Iglesia de San Miguel de Foces*. Valencia: Editorial de la UPV, 2007.
- LÓPEZ PERTÍÑEZ, María del Carmen. *La carpintería en la arquitectura nazarí*. Granada: Instituto Gómez Moreno, 2006.
- LÓPEZ VÍLCHEZ, Inmaculada. "Entre la razón y el mito: arte y ciencia en la divina proporción". *Educatio Siglo XXI*, nº 26, pp. 267-288, 2008.
- LÓPEZ, Francisco. *Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. 11. UNIDADES, PESOS Y MEDIDAS*. Disponible desde Internet en: <http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/unidades.htm> [con acceso el 15-03-2013].
- LÓPEZ, Tomás. *Principios geográficos aplicados al uso de los mapas: tomo I[-II]*. Madrid: Imprenta de D. Benito Cano, 1795.
- LÓPEZ-MENCHERO BENDICHO, Víctor Manuel; GRANDE, Alfredo. "Hacia una Carta Internacional de Arqueología Virtual: el borrador SEAV". *Virtual Archaeology Review*, vol. 2, nº 4, pp. 71-75, 2011.
- LORENZEN, E. *Technological Studies in Ancient metrology*. Copenhagen, 1966.

LUND, Fredrik Macody. *"Ad Quadratum". A study of the geometrical bases of classic and medieval religious architecture. With special reference to their application in the restoration of the Cathedral of Nidaros (Thronhjem). Norway.* Londres: Batsford Ltd., 1921.

MAIER ALLENDE, Jorge; MAIER, Jorge; ALMAGRO GORBEA, Martín. *Antigüedades siglos XVI-XX.* Madrid: Real Academia de la Historia, 2005.

MAILLARD, Elisa. *Cahiers du nombre d'or.* Paris: Tournon, 1968.

MARFIL RUIZ, Pedro. *Las puertas de la Mezquita de Córdoba durante el Emirato Omeya.* Universidad de Córdoba, 2010.

MARFIL RUIZ, Pedro. "La Puerta de los Visires de la Mezquita Omeya de Córdoba". *Anaquel de Estudios Árabes*, vol. 21, p. 279-299, 2009.

MARKOWSKY, George. "Misconceptions about the golden ratio". *The College Mathematics Journal*, vol. 23, nº 1, pp. 2-19, 1992.

MARQUÉS CALVO, Joaquín. "Geometrías. El trazado regulador de las termas romanas de Sant Boi de Llobregat. Módulos estáticos y dinámicos". *XVIII CONGRESO INTERNACIONAL DE INGENIERÍA GRÁFICA. DISEÑO E INNOVACIÓN* pp. 134, 2006.

MARTÍNEZ ENAMORADO, Virgilio; MARTÍNEZ SALVADOR, Carmen; BELLÓN AGUILERA, Jesús. "A vueltas con la cronología del edificio del Castillejo de Monteagudo, Murcia: estudio de un epígrafe con el lema de los nazaries y reflexiones sobre la metrología de sus tapias constructivas". *Verdolay: Revista del Museo Arqueológico de Murcia*, nº 10, pp. 225-235, 2007.

MELCHIZEDEK, Drunvalo. *The Ancient secret of the flower of life: Volume 1.* Arizona: Light Technology Publishing, 1999.

MELÓN VALLE, Manuel José. "La medida y representación del patrimonio: alternativas y criterios de selección". *Berceo*, nº 151, pp. 63-85, 2006.

MERINO DE CÁCERES, José Miguel. "Metrología y composición en las catedrales españolas". *Tratado de rehabilitación.* Editorial Munilla-Lería, pp. 33-56, 1999.

MERINO DE CÁCERES, José Miguel. *La Iglesia de la Vera-Cruz de Segovia: conocida como de los templarios.* Segovia: Academia de Historia y Arte de San Quirce, 1998.

MERINO DE CÁCERES, José Miguel. "El trazado de la Bab Al-Uzara' (Puerta de San Esteban en la Mezquita de Córdoba)". *Academia: Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, nº 60, pp. 287-298, 1985.

MERINO DE CÁCERES, José Miguel; MARTÍNEZ RUIZ, María José. "Entorn al desconcertant claustre de Palamós. Un dubte raonable". *L'Avenç: Revista de història i cultura*, nº 382, pp. 11-13, 2012.

- MICHELL, George; AGUADE, Jorge; CASTILLO, Beatriz del. *La arquitectura del mundo islámico: su historia y significado social*. Madrid: Alianza Editorial, 1985.
- MICHELL, John. *Ancient Metrology*. Bristol: Pentacle Books, 1981.
- MONTES SERRANO, Carlos. *Representación y análisis formal: lecciones de análisis de formas*. Valladolid: Secretariado de Publicaciones Universidad de Valladolid, 1992.
- MOYA BLANCO, Luis. *La arquitectura cortés y otros escritos*. Madrid: Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid, 1993.
- MOYA BLANCO, Luis. “Relación de diversas hipótesis sobre las proporciones del Partenón”. *Academia: Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, nº 52, pp. 25-156, 1981.
- NAVAL MAS, Antonio. “Las medidas de los materiales como metodología de datación de las construcciones”. *Actas del Segundo Congreso Nacional de Historia de la construcción*. Universidade da Coruña, 1998.
- NAVARRO PALAZÓN, Julio. “El palacio de Onda: un enigma para la historia de Al-Andalus en el siglo XI”. *Le plaisir de l'Art du Moyen Âge*. París: Picard, pp. 300-312. 2012.
- NAVAS CÁMARA, Luis [et al.]. “La excavación de urgencia de la Plaza Vieja (Tudela-1993): La necrópolis cristiana y nuevos datos sobre la Mezquita Aljama”. *Trabajos de arqueología navarra*, nº 12, pp. 91-174, 1995.
- NEAGLEY, Linda Elaine. “Elegant Simplicity: The Late Gothic Plan Design of St.-Maclou in Rouen”. *Art Bulletin*, pp. 395-422, 1992.
- NEAL, John F. *All done with mirrors: an exploration of measure, proportion, ratio and number*. London: Secret Academy, 2000.
- NEUFERT, Ernst. *Industrialización de las construcciones: manual de la construcción racional con medidas normalizadas*. Barcelona: Gustavo Gili, 1965.
- NIETO CUMPLIDO, Manuel. *La catedral de Córdoba*. Córdoba: Publicaciones de la Obra Social y Cultural de Cajasur, 1998.
- NUERE MATAUCO, Enrique. “El techo del salón de Comares”. *Cuadernos de la Alhambra*, nº 40, pp. 103-122, 2004.
- NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lazo: lectura dibujada del manuscrito de Fray Andrés de San Miguel*. Málaga: Colegio de Arquitectos de Málaga, 1990.
- NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de armar española*. Madrid: Ministerio de Cultura, 1989.

NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lo blanco: lectura dibujada del primer manuscrito de Diego López de Arenas*. Madrid: Ministerio de Cultura, 1985.

NUERE MATAUCO, Enrique. “Los cartabones como instrumento exclusivo para el trazado de lacerias. La realización de sistemas decorativos geométricos hispano-musulmanes”. *Madrider Mitteilungen Heidelberg*, vol. 23, pp. 372-427, 1982.

NUERE MATAUCO, Enrique; LÓPEZ DE ARENAS, Diego. *Nuevo tratado de la carpintería de lo blanco y la verdadera historia de Enrique Garavato carpintero de lo blanco y maestro del oficio con el facsímil de la "Primera y segunda parte de las reglas de la carpintería" escrito por Diego Lopez de Arenas en 1619*. Madrid: Munilla-Leria, 2001.

ORIHUELA UZAL, Antonio. *Casas y palacios nazaries: Siglos XIII-XV*. Barcelona: Lunewerg, 1996.

ORTI BELMONTE, Vicente. *Guía artística de Córdoba*. Córdoba: Rogelio Luque, 1929.

PACCARD, André. *Le Maroc et l'artisanat traditionnel islamique dans l'architecture*. Editions Atelier 74, 1981.

PACHÓN VEIRA, Ramón F.; MANZANO AGUGLIARO, Francisco. “Metrología en las civilizaciones de Mesopotamia, Egipto, Fenicia, Israel, Grecia, Cartago, Roma y otras culturas de la antigüedad”. *XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica*. Almería: Ingegraf, 2002.

PACIOLI, Luca. *La Divina Proporción*. Madrid: Akal, 1991.

PALACIOS GONZALO, José Carlos. “Las cúpulas de mocárabes”. *Actas del Séptimo Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Madrid: Instituto Juan de Herrera, pp. 1021-1029, 2011.

PAULO JAVIER, Ricardo. *El número Pi en el antiguo Egipto*. P. Arieu Theologies, 2008. Disponible desde Internet en: <http://lasteologias.wordpress.com/2008/06/11/el-numero-pi-en-el-antiguo-egipto/> [con acceso el 15-03-2013].

PAVÓN MALDONADO, Basilio. *Tratado de Arquitectura Hispano-Musulmana: Palacios. III*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 2004.

PAVÓN MALDONADO, Basilio. “El lazo 6 de La Alcudia (Elche), el primer ejemplo conocido de Occidente. Las tramas hexagonales en el arte árabe”. *Al-Qanṭara*, vol. 22, nº 1, 2001.

PAVÓN MALDONADO, Basilio. *El Cuarto Real de Santo Domingo de Granada: los orígenes del arte nazarí*. Granada: Ayuntamiento de Granada, 1991.

PAVÓN MALDONADO, Basilio. *Memoria de la excavación de la mezquita de Medinat al-Zahra*. Ministerio de Educación Nacional, Dirección General de Bellas Artes, Servicio Nacional de Excavaciones Arqueológicas, 1966.

- PEIFFER, Jeanne. Notas introductorias al libro de DURERO, Alberto. *De la medida*. Madrid: Ediciones Akal, 2000.
- PENNETHORNE, John; ROBINSON, John C. *The Geometry and Optics of Ancient Architecture: Illustrated by Examples from Thebes, Athens and Rome*. Williams and Norgate, 1878.
- PENROSE, Francis Cranmer. *An Investigation of the Principles of Athenian Architecture, Or, the Results of a Survey... of the Ancient Buildings at Athens*. Macmillan, 1888.
- PÉREZ ARRIBAS, Juan Luis. “Capiteles-imposta visigóticos en la iglesia de Valdepeñas”. Artículo sin publicar. *Cogolludo*, 2011.
- PRESAS I PUIG, Albert. “Un ejemplo de la geometría práctica del gótico: el "Büchlein der Fialen Gerechtigkeit" y la "Geometria deutsch" de Matthäus Rorizcer”. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, vol. 20, nº 38, pp. 239-272, 1997.
- PRIETO VIVES, Antonio. *El arte de la lacería*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos, 1977.
- PUCHE FONTANILLES, Josep M. “Los procesos constructivos de la arquitectura clásica. De la proyección a la ejecución. El caso del Concilium Provinciae Hispaniae Citerioris de Tarraco”. *Arqueología de la Arquitectura*, nº 7, pp. 13-41, 2010.
- PUERTA VÍLCHEZ, José Miguel. *Leer la Alhambra: guía visual del monumento a través de sus inscripciones*. Granada: Patronato de la Alhambra, 2010.
- QUARONI, Ludovico. *Proyectar un edificio: ocho lecciones de arquitectura*. Madrid: Xarait, 1980.
- RAMÓN-LACA MENÉNDEZ DE LUARCA, Luis. “Alcoba y cuadra, dos sinónimos castellanos para un arquetipo de origen persa”. *Oppidum: cuadernos de investigación*, nº 2, pp. 117-140, 2006.
- REDONDO BUITRAGO, Antonia; REYES IGLESIAS, Encarnación. “La Geometría de los Polígonos Cordobeses”. *Visual Mathematics*, vol. 10_4, 2008.
- REY, Abel. *La ciencia oriental antes de los griegos*. México: Uteha, 1959.
- RÍOS, A.; SANCHIDRIÁN, J.M. “Medir sin metro: módulos de medida en el Quijote”. *IV Centenario del Quijote*. Ávila: Ayuntamiento, 2006.
- ROBSON, Eleanor. *Dictionary of the ancient Near East. British Museum*. Londres: Cambridge Univ Press, 2000.
- RODERO GARDUÑO, Joaquín. “Maqam: Muqarna y lacería. Los modos musicales en el Islam”. *Voces del Islam*. Universidad de Huelva, pp. 119-142, 2010.

RODRÍGUEZ MORENO, Concepción. *El palacio de Pedro I en los Reales Alcázares de Sevilla*. Universidad de Granada, 2012.

RODRÍGUEZ TROBAJO, Eduardo. “Procedencia y uso de madera de pino silvestre y pino laricio en edificios históricos de Castilla y Andalucía”. *Arqueología de la arquitectura*, nº 5, pp. 33-53, 2008.

ROLDÁN MEDINA, Francisco J. *El Cuarto Real de Santo Domingo. Modelo digital*. Trabajo de investigación de los cursos de doctorado. Departamento de Expresión Gráfica en la Arquitectura y en la Ingeniería de la UGR, 2000.

ROLDÁN, Francisco. “Modulación, tipología de tramas y ajuste a los límites en la metrología arquitectónica clásica”. *EGA: Revista de expresión gráfica arquitectónica*, nº 20, pp. 172-183, 2012a.

ROLDÁN, Francisco. “Method of Modulation and Sizing of Historic Architecture”. *Nexus Network Journal*, 10/01, vol. 14, nº 3, pp. 539-553, 2012b.

ROLDÁN, Francisco. *La escuadra sagrada*. Madrid: Bubok Publishing S.L., 2011.

ROMERO TORRES, José Luis. “Pedro de Mena, Pedro Roldán y el concurso artístico de fray Alonso de Salizanes, obispo de Córdoba”. *Laboratorio de Arte: Revista del Departamento de Historia del Arte*, nº 24, pp. 251-274, 2012.

RORITZER, Matthäus; GELDNER, Ferdinand. *Das Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit. Die Geometria Deutsch (1486-1490)*. Wiesbaden: Pressler, 1965.

ROSSI, Corinna. *Architecture and mathematics in ancient Egypt*. New York: Cambridge University Press, 2004.

RUIZ CABRERO, Gabriel. “Dibujos de la Catedral de Córdoba: visiones de la Mezquita”. *Index Islamicus*, pp. 86, 2009.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. “Fuentes para el estudio de la *geometría fabrorum*. Análisis de documentos”. *Actas del Cuarto Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Cádiz, 2005.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. “Arquitectura islámica como forma controlada. Algunos ejemplos en Al-Andalus”. *Arquitectura en Al-Andalus*. Barcelona: Lunwerg, pp. 27, 1996.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. *Quatro edificios sevillanos: [metodologías para su análisis]*. Sevilla: Colegio Oficial de Arquitectos de Andalucía Occidental, 1996b.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. *Traza y simetría de la arquitectura: en la Antigüedad y Medioevo*. Sevilla: Universidad de Sevilla, 1987.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio. “*Geometría fabrorum* o la antítesis de las teorías sofisticadas”. *Boletín Académico de la ETSA de la Coruña*, vol. 7, pp. 52-59, 1987b.

SAFAR, Fuadand; LLOYD, Seton. *Eridu*. Republic of Iraq, Ministry of Culture and Information, State Organization of Antiquities and Heritage, 1981.

SAGGS, H. W. F. "A babylonian geometrical text". *Revue d'Assyriologie*, vol. 54, nº 3, pp. 131-145, 1960.

SÁNCHEZ MARTÍN, Francisco Javier; SÁNCHEZ ORENSE, Marta. "La metrología en el primer tratado de sastrería español del siglo XVI: cuestiones terminológicas sobre la voz vara". *Sintagma: revista de lingüística*, nº 21, pp. 71-83, 2011.

SCHMITT, H.; HEENE, A. *Tratado de Construcción*. Barcelona: Gustavo Gili, 1998.

SCHMUTTERMAYER, Hans. *Fialenbüchlein*. Nuremberg: Germanisches Nationalmuseum, Inc., 1498.

SCHOLFIELD, P. H. *Teoría de la proporción en arquitectura*. Barcelona: Labor, 1971.

SCHWALLER DE LUBICZ, René Adolphe. *Le temple de l'homme*. Paris: Caractères, 1957.

SERLIO, Sebastiano; PEAKE, Robert. *The first booke of architecture*. Londres: Simon Stafford and Thomas Snodham, 1611.

SHELBY, L. R. "Mediaeval mason's Templates". *Journal of the Society of Architectural Historians*, vol. 30, pp. 140-154, 1971.

SOLER SANZ, Felipe. *Trazados reguladores octogonales en la arquitectura*. Valencia: Ediciones Generales de Arquitectura, 2008.

SOUDIPOUR, Amir H. *An architectural and conceptual analysis of mesopotamian temples from the ubaid to the old babylonian period*. Ankara: Department of Archaeology and History of Art. Bilkent University, 2007.

SPINADEL, Vera W. "La familia de números metálicos". *Cuadernos del CIMBAGE*, vol. 6, pp. 17-44, 2003.

SUÁREZ JIMÉNEZ, Constanza Mónica. *Métrica en arquitectura*. México: Universidad Iberoamericana, 2009.

TERREROS Y PANDO, Esteban. *Diccionario castellano con las voces de ciencias y artes y sus correspondientes en las tres lenguas francesa, latina é italiana: P-Z*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Ibarra, Hijos y Compañía, 1788.

TORRES BALBÁS, Leopoldo. "Arte hispano-musulmán hasta la caída del califato de Córdoba". *Historia de España*, vol. 5, pp. 331-788, 1957.

TORRES BALBÁS, Leopoldo. "La Mezquita de Córdoba y Madinat Al-Zahra". *Arquitectura Arte 170*, vol. 320, 1956.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CAMPECHE. *Investigadores de la cultura maya*, 2003.

VAGNETTI, L. *L'architetto nella storia di Occidente*. Florencia: Teorema, 1974.

VALLVÉ BERMEJO, Joaquín. “Notas de metrología hispano-árabe. El codo en la España musulmana”. *Al-Andalus: revista de las Escuelas de Estudios Árabes de Madrid y Granada*, vol. 41, nº 2, pp. 339-354, 1976.

VILA RODRÍGUEZ, Rafael. “Estudios compositivos de algunas basílicas paleocristianas de la España romana de los siglos IV – VI”. *Antigüedad y Cristianismo: Monografías históricas sobre la Antigüedad tardía*, nº 14, pp, 1997.

VIOLLET-LE-DUC, Emmanuel L. N. *Conversaciones sobre la arquitectura*. Valencia: Consejo General de la Arquitectura Técnica de España, 2007.

VITRUBIO POLIÓN, Marco. *Los diez libros de arquitectura*. Madrid: Akal, 2007.

WATTS, Carol M. *A pattern language for houses at Pompeii Herculaneum and Ostia*. Ph.D. dissertation, University of Texas at Austin, 1987.

WILKINSON, John. “Architectural Procedures in Byzantine Palestine”. *Levant. Journal of the British School of Archaeology in Jerusalem London*, vol. 13, pp. 156-172, 1981.

WITTKOWER, Rudolf. *La arquitectura en la edad del Humanismo*. Buenos Aires: Nueva Visión, 1968.

WU, Nancy Y. *Ad quadratum: the practical application of geometry in medieval architecture*. Ashgate Pub Ltd, 2002.

WU, Nancy Y. “Hughes Libergier and his instruments”. *Nexus Network Journal*, vol. 2, nº 1-2, pp. 93-102, 2000.

WULFF BARREIRO, Federico. “Origen y evolución de las armaduras Hispano-musulmanas: diseño estructural, constructivo e influencias para el desarrollo de las armaduras apeinazadas y ataujeradas de lazo”. *Actas del Cuarto Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Cádiz: Instituto Juan de Herrera, pp. 1122-1136, 2005.

AGRADECIMIENTOS

Muchas han sido las personas que han contribuido, directa o indirectamente, a la realización de esta investigación. Quisiera empezar recordando a aquellos que tanto me ayudaron y que desgraciadamente ya no están con nosotros.

A la memoria de mi padre, Saturnino Roldán, quien me introdujo con su ejemplo en el mundo de la medida (tanto técnica como ética) y me animó al estudio de la Arquitectura.

Al profesor Ignacio González Tascón, por saber transmitirme su pasión por las tecnologías del pasado, y enseñarme a cuestionar fuentes poco fiables.

A mi gran amigo, socio y compañero Juan de Mata Vico Rodríguez, por todos los ánimos y buenos consejos que siempre me dispensó, tanto para la realización de la tesis como para todos los asuntos profesionales y personales que durante nuestra larga relación tuve la suerte de compartir con él.

A mi hermana Asun Roldán, por su incondicional cariño y el interés que mostró por mi investigación.

Al profesor Félix Escrig Pallarés, con quien tuve el privilegio de compartir docencia, investigación, trabajo y amistad durante mis estudios de arquitectura, y cuyo impresionante perfil profesional y humano me marcó profundamente.

Quiero expresar mi gratitud a todos los miembros de mi gran familia por el interés y apoyo que en todo momento me han dispensado. Especialmente a mi esposa Pilar Martínez, compañera y madre de mi hijo, por sus consejos sobre elegir este tema de investigación, por su cariño y por los muchos esfuerzos que ha realizado para liberarme de tareas, lo que me ha permitido dedicarme en exclusividad a la investigación y sacar adelante este documento. A mi hijo Guillermo, por ser la alegría de la casa. A mi madre Asunción Medina por transmitirme el interés por el arte, y por toda la ayuda material y emotiva que me ha suministrado. Al igual que mi hermana Marta Roldán, quien además me ha proporcionado numerosos consejos metodológicos y ha colaborado en el estudio de diversas fuentes.

Incluyo en mi gran familia a todos los amigos que han soportado y compartido la exposición de mis teorías y que, lejos de limitarse a escuchar educadamente el contenido de una tesis de arquitectura, han participado activamente en el debate. La ilusión y confianza que me han transmitido han sido claves para la materialización de este trabajo. Gracias a todos ellos, y en especial a Julia Salazar por sus traducciones, a Juan Emilio Murcia por las fotografías y la compañía en la visita a la Mezquita-Catedral de Córdoba, y a Paloma Brinkmann, Carmen Leal y Mariano Cruz por la ayuda y fotografías durante la visita al Cuarto Real de Santo Domingo.

A los compañeros Ana Almagro y Carlos Clemente le agradezco la documentación sobre la Puerta de Toledo, y su compañía durante la visita realizada.

Al profesor José Antonio Ruiz de la Rosa debo agradecer, además de ser el autor que más he consultado y citado en mi investigación, el haber realizado desinteresadamente una serie de observaciones generales sobre mi monografía que he tenido en gran consideración a la hora de desarrollar la presente tesis.

Gracias a Fani Tufano por las gestiones ante el Comité para la Conservación de los Monumentos de la Acrópolis, y a Evi Lembidaki por la respuesta.

Mi agradecimiento al personal del Área de Patrimonio del Ayuntamiento de Granada por facilitarme el acceso al Cuarto Real de Santo Domingo, y al Cabildo Catedral de Córdoba por el permiso para la visita de investigación. También al Patronato de la Alhambra y del Real Alcázar de Sevilla pues, aunque no haya presentado en esta tesis los resultados obtenidos, las facilidades que me han proporcionado han permitido corroborar en estas obras los principios de metrología expuestos en la presente investigación.

Mi reconocimiento a la Escuela Técnica Superior de Arquitectura, la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Edificación, y el Colegio Oficial de Arquitectos de Granada por permitirme exponer y presentar algunas de mis publicaciones previas.

Al personal y ex compañeros del Departamento de Expresión Gráfica Arquitectónica de la UGR quiero expresar mi reconocimiento por la colaboración prestada, en especial a Francisco Moreno Vargas por la dirección de mi inacabada tesis sobre invernaderos y territorio, y a Joaquín Casado de Amenzúa por sus grandes conocimientos sobre las teorías de la proporción en arquitectura y su interés en mi investigación.

También agradezco al personal y ex compañeros del Departamento de Construcciones Arquitectónicas las facilidades que me han brindado para la presentación de la tesis. A Ignacio Valverde por la carta de recomendación que me suministró. Y especialmente, y como no podía ser de otra manera, quiero dar las gracias a Juan Calatrava Escobar por su gran erudición y verbo, por la receptividad con que desde el primer momento me ha tratado, y por los buenos consejos y la madura dirección que ha llevado conmigo, lo que me ha facilitado llevar a buen término mi investigación.

Por último le doy las gracias a todo el personal de la Escuela de Estudios Árabes de Granada y a los compañeros del LAAC por el buen trato y disposición que en todo momento me han dispensado. A Julio Navarro por confiar en el interés de mis investigaciones y permitirme aplicarlas en sus actuales estudios arqueológicos. A Antonio Orihuela por todo el material, los buenos consejos, los contactos y la información que me ha suministrado durante todos estos años. Lo mismo agradezco a Antonio Almagro, a quien además debo la mayoría de las bases de referencia que he utilizado. Espero que la presente tesis cumpla mínimamente con el rigor científico que les caracteriza.

ANEXOS

Equivalencia de unidades antropométricas

Greek	orgyia		pechya	pous		dichas			palaiste		daktylos	
Latin	patere/status		cubitum	pes	spithama			pugnus	palmus	uncia	digitus	
English	fathom	yard	cubit	foot	span			fist	palm	inch	digit	
French	brasse/toise	cour		pied				poing	palme	pouces	doigt	
Arabic	orgye	qasab	arsh						cabda		assbaa	
FRACCIÓN	1	1/2	1/4	1/6	1/8	1/12	1/16	1/18	1/24	1/72	1/96	1/384
UNIDAD	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	GRANO
BRAZA	1	2	4	6	8	12	16	18	24	72	96	384
VARA	1/2	1	2	3	4	6	8	9	12	36	48	192
CODO	1/4	1/2	1	1 1/2	2	3	4	4 1/2	6	18	24	96
PIE	1/6	1/3	2/3	1	1 1/3	2	2 2/3	3	4	12	16	64
CUARTA	1/8	1/4	1/2	3/4	1	1 1/2	2	2 1/4	3	9	12	48
SESMA	1/12	1/6	1/3	1/2	2/3	1	1 1/3	1 1/2	2	6	8	32
OCHAVA	1/16	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1	1 1/8	1 1/2	4 1/2	6	24
PUÑO	1/18	1/9	2/9	1/3	4/9	2/3	8/9	1	1 1/3	4	5 1/3	21 1/3
PALMO	1/24	1/12	1/6	1/4	1/3	1/2	2/3	3/4	1	3	4	16
PULGADA	1/72	1/36	1/18	1/12	1/9	1/6	2/9	1/4	1/3	1	1 1/3	5 1/3
DEDO	1/96	1/48	1/24	1/16	1/12	1/8	1/6	3/16	1/4	3/4	1	4
GRANO	1/384	1/192	1/96	1/64	1/48	1/32	1/24	3/64	1/16	3/16	1/4	1

Valores métricos reconocidos

VALORES RECONOCIDOS	MÓDULO	vara 1/2	codo 1/4	pie 1/6
SISTEMA MÉTRICO INTERNACIONAL	200,00	100,00	50,00	33,33
SISTEMA ROMANO CAPITOLINO	177,42	88,71	44,36	29,57
SISTEMA MÉTRICO IMPERIAL	182,88	91,44	45,72	30,48
VARA CASTELLANA O DE BURGOS	167,18	83,59	41,80	27,86
VARA DE JAEN / CIUDAD REAL	167,80	83,90	41,95	27,97
VARA DE ALBACETE/GUPUZCOA/SEGOVIA/TOLEDO	167,40	83,70	41,85	27,90
VARA DE ALICANTE	182,40	91,20	45,60	30,40
VARA DE ALMERIA	166,60	83,30	41,65	27,77
VARA DE CANARIAS	168,40	84,20	42,10	28,07
VARA DE CASTELLON / VALENCIA	181,20	90,60	45,30	30,20
VARA DE HUESCA/ZARAGOZA	154,40	77,20	38,60	25,73
VARA DE LUGO	171,00	85,50	42,75	28,50
VARA DE MADRID/CORUÑA	168,60	84,30	42,15	28,10
VARA DE PAMPLONA	157,00	78,50	39,25	26,17
VARA DE TERUEL	153,60	76,80	38,40	25,60
CANA DE BALEARES	156,40	78,20	39,10	26,07
CANA DE BARCELONA	155,50	77,75	38,88	25,92
CANA DE GERONA	155,90	77,95	38,98	25,98
CANA DE LÉRIDA	155,60	77,80	38,90	25,93
CANA DE TARRAGONA	156,00	78,00	39,00	26,00

Valores en estudios consultados

UNIDAD CITADA	MÓDULO	vara 1/2	codo 1/4	pie 1/6	FUENTE/CITA/COMENTARIO
<i>MESOPOTAMIA</i>					
CODO DE NIPPUR	207,45	103,72	51,86	34,57	International Bureau for hexadecimal metrology
CODO DEL TEMPLO DE BAKO en Baalbek	205,76	102,88	51,44	34,29	Ruiz de la Rosa, 1987
CODO DE UBAID	288,00	144,00	72,00	48,00	Kubba, 1990
CODO ORDINARIO	198,00	99,00	49,50	33,00	François Thureau-Dangin, 1916/Ruiz de la Rosa, 1987:95
CODO ORDINARIO	207,20	103,60	51,80	34,53	François Thureau-Dangin, 1916/Ruiz de la Rosa, 1987:96
CODO ORDINARIO	211,20	105,60	52,80	35,20	Claudi Alsina y Enric/Ruiz de la Rosa, 1987:96
CODO ORDINARIO	212,00	106,00	53,00	35,33	Enciclopedia Británica/Ruiz de la Rosa, 1987:96
CODO BABILÓNICO	198,00	99,00	49,50	33,00	Glötz, 1948/Pachón Veira, 2002:6-7
PIE SUMERIO	201,00	100,50	50,25	33,50	Berriman, 1953/Pachón Veira, 2002:6-8
PIE ASIRIO	197,40	98,70	49,35	32,90	Berriman, 1953/Pachón Veira, 2002:6-9
ubānu (dedo)	158,40	79,20	39,60	26,40	Jodin, 1975/Pachón Veira, 2002:6-10/ Dedo de 1,65 cm
ammatu (codo)	158,40	79,20	39,60	26,40	Jodin, 1975/Pachón Veira, 2002:6-11
PIE BABILÓNICO	198,00	99,00	49,50	33,00	Jodin, 1975/Pachón Veira, 2002:6-12
CODO BABILÓNICO	198,00	99,00	49,50	33,00	Glötz, 1948/Pachón Veira, 2002:6-13
PIE SUMERIO	201,18	100,59	50,30	33,53	González Raposo, 1998:10-37
PIE SUMERIO	201,00	100,50	50,25	33,50	González Raposo, 1998:10-37
<i>EGIPTO</i>					
CODO EGIPCIO ANTIGUO	180,00	90,00	45,00	30,00	Erik Iversen, 1955/ Docci, 1994
CODO REAL EGIPCIO	210,00	105,00	52,50	35,00	Erik Iversen, 1955/ Docci, 1994/ 7 PALMOS
CODO REFORMADO	210,00	105,00	52,50	35,00	Erik Iversen, 1955// 6 PALMOS
REMEN	150,00	75,00	37,50	25,00	Berriman, 1953// 5 PALMOS
CODO REAL	209,50	104,75	52,38	34,92	Leigemann, 2000// $\sqrt{2}$ del REMEN
CODO SAGRADO	209,44	104,72	52,36	34,91	Ricardo Paulo Javier, 2008// $\sqrt{2}$ del REMEN
CODO NILÓMETRO ELEFANTINA	209,40	104,70	52,35	34,90	García Gallo, 1978
CODO NILÓMETRO RODAH	217,28	108,64	54,32	36,21	García Gallo, 1978
PIE FILETERO	216,00	108,00	54,00	36,00	Docci, 1994/ Pachón Veira, 2002:6-12
CODO PEQUEÑO	204,00	102,00	51,00	34,00	Docci, 1994/ Pachón Veira, 2002:6-13
CODO GRANDE	288,00	144,00	72,00	48,00	Docci, 1994/ Pachón Veira, 2002:6-14
CODO ALEJANDRINO	185,00	92,50	46,25	30,83	Pachón Veira, 2002:6-15
<i>FENICIO</i>					
CODO FENICIO	188,03	94,02	47,01	31,34	Glötz, 1948/ Pachón Veira, 2002:6-15
PIE FENICIO	167,34	83,67	41,84	27,89	Suárez Jiménez, 2009:56
<i>GRECIA</i>					
ORGIA GRIEGO	185,00	92,50	46,25	30,83	Reinach, 1880
PIE GRIEGO	158,40	79,20	39,60	26,40	Reinach, 1880
PIE GRIEGO	123,20	61,60	30,80	20,53	Reinach, 1880/ Pachón Veira, 2002:6-15
PIE DE PHIDON	198,00	99,00	49,50	33,00	Glötz, 1948// 2/3 CODO BABILONICO
PIE EUBOICO	178,20	89,10	44,55	29,70	Glötz, 1948// 3/5 CODO BABILONICO
PIE DE DELOS	196,20	98,10	49,05	32,70	Jodin, 1975
PIE DE CORINTO	178,20	89,10	44,55	29,70	Jodin, 1975
PIE OLÍMPICO	220,80	110,40	55,20	36,80	Jodin, 1975// 10/9 PIE BABILONICO
CODO GRIEGO	177,60	88,80	44,40	29,60	Docci, 1994
PIE JÓNICO	166,50	83,25	41,63	27,75	Docci, 1994/ Pachón Veira, 2002:6-15
PIE OLÍMPICO	184,80	92,40	46,20	30,80	Docci, 1994/ Pachón Veira, 2002:6-16
PIE DEL PARTENÓN	179,46	89,73	44,87	29,91	Moya, 1993// de 28,95 a 30,87 cm
<i>IBERO</i>					
PIE AUTÓCTONO	178,20	89,10	44,55	29,70	Moret y Badie / Pachón Veira, 2002:6-17
<i>PUNICOS</i>					
PIE OLÍMPICO	220,80	110,40	55,20	36,80	Jodin, 1975/ Pachón Veira, 2002:6-16
PIE PÚNICO	169,20	84,60	42,30	28,20	Suárez Jiménez, 2009// de 28,14 a 28,37 cm
CODO DE CARTAGO	207,48	103,74	51,87	34,58	Docci, 1994
<i>HEBREOS</i>					
CODO PALESTINO	256,54	128,27	64,14	42,76	Berriman, 1953// $\sqrt{3}$ remen egipcios
CODO REAL	209,46	104,73	52,37	34,91	Berriman, 1953// $\sqrt{2}$ remen egipcios
CODO VULGAR	180,00	90,00	45,00	30,00	González Raposo, 1998
CODO REGIO	210,00	105,00	52,50	35,00	González Raposo, 1998
CODO SAGRADO	245,00	122,50	61,25	40,83	González Raposo, 1998// 28 dedos o codo y medio
<i>ROMA</i>					
CODO ROMANO	177,76	88,88	44,44	29,63	González Raposo, 1998
PIE	177,72	88,86	44,43	29,62	González Raposo, 1998
PIE OSCO	165,00	82,50	41,25	27,50	González Raposo, 1998
PIE ROMANO	177,42	88,71	44,36	29,57	Ruiz de la Rosa, 1987:111/ Chouquer y Favory, 1992:80
<i>AL ANDALUS</i>					
CODO RASSASI	235,72	117,86	58,93	39,29	Hernández Giménez, 1961
CODO MAMUNI	188,56	94,28	47,14	31,43	Hernández Giménez, 1961
CODO NEGRO MAMELUCO	216,00	108,00	54,00	36,00	González Hernández, 2007
CODO MEZQUITA Madinat Al-Zahra	210,80	105,40	52,70	35,13	Pavón Maldonado, 1966:26// Entre 53.2 y 52.2 cm
CODO MEZQUITA Zaragoza	206,00	103,00	51,50	34,33	Almagro Gorbea, 1993:326
CODO MEZQUITA Tudela	212,00	106,00	53,00	35,33	Navas et al., 1995:101// Entre 52 y 54 cm
<i>CASTILLA</i>					
ANTIGUA VARA DE TOLEDO	153,24	76,62	38,31	25,54	Escalona, 2009:44
ANTIGUA VARA DE TOLEDO	167,10	83,55	41,78	27,85	Maier Allende, Maier y Martín Almagro, 2005
ANTIGUA VARA DE TOLEDO	181,20	90,60	45,30	30,20	Capdepón y Tabasco, 2006:123

Valores deducidos. Resultados

OBRA ANALIZADA	LOCALIZACIÓN	DATACIÓN	MÓDULO	vara 1/2	codo 1/4	pie 1/6
TEMPLO PINTADO	TELL UQAIR. IRAK	3500-3000 a.C.	185,63	92,82	46,41	30,94
JUEGO REAL (BM 120834)	UR. IRAK	2600-2400 a.C.	175	87,50	43,75	29,17
GUDEA DE LAGASH (AO 2)	IRAK	2200-2100 a.C.				
TEMPLO DE SETI I	ABIDOS. EGIPTO	1200 a.C.	200	100,00	50,00	33,33
PARTENON	ATENAS. GRECIA	447-432 a.C.	178,97	89,49	44,74	29,83
ERECTEÓN	ATENAS. GRECIA	421-406 a.C.	156,30	78,15	39,08	26,05
ARCO DE MEDINACELI	SORIA	69-96 d.C.	181,16	90,58	45,29	30,19
XCALUMKIN	CAMPECHE. MEXICO	650-725 d.C.				
MEZQUITA CÓRDOBA. MÓDULO 1	CÓRDOBA	786-989 d.C.	158,37	79,18	39,59	26,39
CATEDRAL DE CÓRDOBA. MÓDULO 2	CÓRDOBA	1505-1510 d.C.?	209,69	104,85	52,42	34,95
CATEDRAL DE CÓRDOBA. MÓDULO 3	CÓRDOBA	1512-1516 d.C. ?	165,23	82,62	41,31	27,54
CATEDRAL DE CÓRDOBA. MÓDULO 4	CÓRDOBA	1523-1679 d.C.	170,48	85,24	42,62	28,41
SALON TRONO. MADINAT AL-ZAHRA	CÓRDOBA	953-957 d.C.	169,92	84,96	42,48	28,32
PALACIO DE ONDA	CASTELLÓN	1000-1100 d.C.	169,09	84,54	42,27	28,18
PALACIO GÓTICO DE ONDA	CASTELLÓN	1300-1400 d.C.	184,39	92,20	46,10	30,73
COLEGIATA DE RONCESVALLES	NAVARRA	1100-1200 d.C.				
EL BAÑUELO	GRANADA	1000-1100 d.C.?	159,01	79,51	39,75	26,50
CASTEL DEL MONTE	APULIA. ITALIA	1240-1250 d.C.				
PUERTA TOLEDO	CIUDAD REAL	1255-1328 d.C	159,71	79,85	39,93	26,62
CUARTO REAL DE SANTO DOMINGO	GRANADA	1283-1292 d.C.	210,37	105,19	52,59	35,06
ALFARJE DEL CUARTO REAL	GRANADA	1492-? d.C.	167,18	83,59	41,80	27,86
ESTUDIO DE LEONARDO DA VINCI		1488 d.C.				
HOMO VITRUVIANO DE LEONARDO		1490 d.C.				
PLANTA DE SAN PEDRO DE BRAMANTE		1505-1506 d.C.				
PABELLÓN DE LOS PERIODISTAS DE AGDAL	MARRAKECH. MARRUECOS	1800-1900 d.C	188,57	94,29	47,14	31,43
RESULTADOS NO INCLUIDOS Y PROVISIONALES						
SAN MIGUEL DE TRILLO	OVIEDO	842 d.C.	156,17	78,09	39,04	26,03
PUERTA CALIFAL DEL CASTILLO DE GORMAZ	SORIA	965-966 d.C.	148,43	74,22	37,11	24,74
MADINAT AL-ZAHRA. MEZQUITA	CÓRDOBA	941-945 d.C.	169,92	84,96	42,48	28,32
MADINAT AL-ZAHRA. CASA DE YAFAR	CÓRDOBA	961 d.C.?	167,23	83,61	41,81	27,87
SAN ANDRÉS	MURCIA		212,92	106,46	53,23	35,49
ALGIBE MEZQUITA GRANADA	GRANADA		161	80,50	40,25	26,83
ALMINAR SAN JOSÉ	GRANADA		179	89,50	44,75	29,83
ALCÁZAR GENIL	GRANADA	861-1325 d.C.?	184,04	92,02	46,01	30,67
LA ALHAMBRA. COMARES / LEONES	GRANADA	1333-1391 d.C.	216,64	108,32	54,16	36,11
LA ALHAMBRA. 2º MEXUAR / MEZQUITA VIEJA	GRANADA	1314-1325 d.C.?	205,93	102,97	51,48	34,32
LA ALHAMBRA.GENERALIFE	GRANADA	1273-1309 d.C.?	216,29	108,15	54,07	36,05
LA ALHAMBRA.GENERALIFE. MIRADOR DARRO	GRANADA		178,5	89,25	44,63	29,75
LA ALHAMBRA.PARTAL. ALTO / MIRADOR	GRANADA		194,17	97,09	48,54	32,36
LA ALHAMBRA.PARTAL. ARCADA PÓRTICO	GRANADA		200,12	100,06	50,03	33,35
LA ALHAMBRA.PARTAL. PUERTA MIRADOR	GRANADA		210,00	105,00	52,50	35,00
LA ALHAMBRA.PARTAL. VENTANAS	GRANADA		223,40	111,70	55,85	37,23
LA ALHAMBRA.QUBBA RAUDA	GRANADA		172	86,00	43,00	28,67
LA ALHAMBRA. PUERTA VINO	GRANADA		183	91,50	45,75	30,50
MADRAZA AL MUSTANSIRIYA	BAGDAG. IRAK	1232-1234 d.C	191	95,46	47,73	31,82
PALACIO DE PEDRO I. REALES ALCÁZARES	SEVILLA	1356-1366 d.C.	167,18	83,59	41,80	27,86
SAN JERÓNIMO	GRANADA	1504-1522 d.C.?	168,93	84,47	42,23	28,16
CARTUJA	GRANADA	1516-1764 d.C.	167,18	83,59	41,80	27,86

Comparativas de factores

COMPARATIVA FACTORES SISTEMA DECIMAL, DUODECIMAL Y DOBLE ESCALA V2									
SISTEMA MÉTRICO DECIMAL			SISTEMA DOBLE ESCALA V2 *						
Unidad	FACTOR	FRACCION	ESCALA	Unidad	FACTOR	FRACCION	Aprox.	error	
METRO	100,00%	1	2+v2	BRAZA	341,42%	3 408/985	3 2/5	-0,42%	
DECÍMETRO	10,00%	1/10	1+v2	BRAZA	241,42%	2 408/985	2 2/5	-0,59%	
CENTÍMETRO	1,00%	1/100	2+v2	VARA	170,71%	1 408/577	1 5/7	0,42%	
			v2	BRAZA	141,42%	1 408/985	1 2/5	-1,01%	
			1+v2	VARA	120,71%	1 204/985	1 1/5	-0,59%	
			1	BRAZA	100,00%	1	1	0,00%	
			2+v2	CODO	85,36%	204/239	6/7	0,42%	
			v2	VARA	70,71%	408/577	5/7	1,02%	
			1+v2	CODO	60,36%	102/169	3/5	-0,59%	
			2+v2	PIE	56,90%	136/239	4/7	0,42%	
			1	VARA	50,00%	1/2	1/2	0,00%	
			2+v2	CUARTA	42,68%	102/239	3/7	0,42%	
			1+v2	PIE	40,24%	68/169	2/5	-0,59%	
			v2	CODO	35,36%	204/577	7/20	-1,01%	
			1+v2	CUARTA	30,18%	51/169	3/10	-0,59%	
			2+v2	SESMA	28,45%	68/239	2/7	0,42%	
			1	CODO	25,00%	1/4	1/4	0,00%	
			v2	PIE	23,57%	136/577	4/17	-0,17%	
			1+v2	SESMA	20,12%	34/169	1/5	-0,59%	
			v2	CUARTA	17,68%	102/577	3/17	-0,17%	
			1	PIE	16,67%	1/6	1/6	0,00%	
			2+v2	PALMO	14,23%	34/239	1/7	0,42%	
			1	CUARTA	12,50%	1/8	1/8	0,00%	
			v2	SESMA	11,79%	68/577	2/17	-0,17%	
			1+v2	PALMO	10,06%	17/169	1/10	-0,59%	
			1	SESMA	8,33%	1/12	1/12	0,00%	
			1	OCHAVA	6,25%	1/16	1/16	0,00%	
			v2	PALMO	5,89%	34/577	1/17	-0,17%	
			1	PUÑO	5,56%	1/18	1/18	0,00%	
			2+v2	PULGADA	4,74%	34/717	1/21	0,42%	
			1	PALMO	4,17%	1/24	1/24	0,00%	
			2+v2	DEDO	3,56%	17/478	1/28	0,42%	
			1+v2	PULGADA	3,35%	17/507	1/30	-0,59%	
			1+v2	DEDO	2,51%	17/676	1/40	-0,59%	
			v2	PULGADA	1,96%	11/560	1/51	-0,17%	
			v2	DEDO	1,47%	8/543	1/68	-0,17%	
			1	PULGADA	1,39%	1/72	1/72	0,00%	
			1	DEDO	1,04%	1/96	1/96	0,00%	
			2+v2	GRANO	0,89%	2/225	2/225	-0,03%	
			1+v2	GRANO	0,63%	1/159	1/160	-0,59%	
			v2	GRANO	0,37%	2/543	1/270	0,57%	
			1	GRANO	0,26%	1/384	1/384	0,00%	
* Factores obtenidos con la escala base, la escala v2, y las combinaciones 1+v2 y 2+v2 que producen aproximaciones operativas a fracciones enteras.									

Dimensiones de la Mezquita Catedral de Córdoba

	Elemento		Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
Dimensiones generales							
MEZQUITA							
NORTE-SUR	Patio	Ancho	158,37	1/4	149		5899,15
	Arcadas	Ancho	158,37	1	2		316,73
	Quibla	Muros	158,37	1/4	1	2	151,57
		Tesoro	158,37	1		2	447,93
		Total	158,37	1/4	2	12	751,08
	TOTAL N-S		158,37	1/4	423	12	17419,15
OESTE-ESTE	Naves extremas		158,37	1	4		633,47
	Naves intermedias		158,37	1	4		633,47
	Nave central		158,37	1/4		13	727,88
	Arcada		158,37	1/4		1	55,99
	Nave Almanzor		158,37	1	3		475,10
	Arcadas Almanzor		158,37	1/4	2	1	135,17
	Nave O Almanzor		158,37	1	4		633,47
	TOTAL E-O	Fundacional	158,37	1/4	160	23	7622,45
		Almanzor	158,37	1/4	114	7	4905,38
		Total	158,37	1/4	274	30	12527,84
CATEDRAL							
NORTE-SUR	Crucero		170,48	1	4	3	1405,23
	Muros		170,48	1	1		170,48
	Naves		170,48	1	4	1	923,03
	TOTAL N-S		170,48	1	16	5	3933,21
OESTE-ESTE	Capillas E		170,48	1	2		340,96
	Altar		170,48	1	7		1193,38
	Crucero		170,48	1	2	3	1064,26
	Coro		170,48	1	3		511,45
	Trascoro		170,48	1/2	5	2	667,30
	Muros		170,48	1	1		170,48
	Hasta torres		170,48	1/2	5		426,21
	Torres		170,48	1	1	1	411,58

	Elemento		Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	TOTAL E-O		170,48	1	34	5	7001,89
Elementos secundarios							
	FABRICAS	Altura M1 1	158,37	1/4		1	55,99
		Altura M1 2	158,37	1/8	2	1	67,59
		Altura M3	165,23	1/4	1		41,31
		Altura M4	170,48	1/4	1		42,62
		Espesor O	170,48	1/4		2	120,55
		Espesor E	170,48	1/4	2	1	145,52
	PUERTAS						
Pasadizo	Ancho hueco		158,37	1/4	4		158,37
	Alto hueco		158,37	1/4	5	1	253,95
San Idelfonso	Ancho hueco		158,37	1/24	26		171,56
	Alto hueco		158,37	1/24	24	15	298,34
	Jambas		158,37	1/24	4		26,39
	Hasta recerco		158,37	1/24	13		85,78
	Recerco		158,37	1/24	10		65,99
	Cuerpo Central		158,37	1/24	80		527,89
	Cuerpo Lateral		158,37	1/24	38		250,75
	Ancho total		158,37	1/4	26		1029,38
	Dintel/C. Intradós		158,37	1/24	6	9	123,58
	C. Trasdós		158,37	1/24	2		13,20
	A clave intradós		158,37	1/24	15		98,98
	Diámetro intradós		158,37	1/24	34		224,35
	A clave trasdós		158,37	1/24	15		98,98
	Diámetro trasdós		158,37	1/24	60		395,92
	Remarco epigráfico		158,37	1/24	8		52,79
	Recerco		158,37	1/24	9		59,39
	Arranque arco ventanas		158,37	1/24	21		138,57
	Sep. Ventanas		158,37	1/24	13		82,48
	C. Intradós ventanas		158,37	1/24	6		39,59
	C. Trasdós ventanas		158,37	1/24	1		6,60
	Clave Intradós ventanas		158,37	1/24	10		65,99
	Diámetro intradós		158,37	1/24	22		145,17

	Elemento	Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Clave trasdós	158,37	1/24	6		39,59
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	32		211,16
	Recuadro	158,37	1/24	12		79,18
	Ancho ventana lateral	158,37	1/24	11		72,58
	Alto ventana lateral	158,37	1/24	23		148,47
	Franjas epigráficas	158,37	1/24		2	18,66
3 Nombres	Ancho hueco	158,37	1/24	26		171,56
	Alto hueco	158,37	1/24	24	15	298,34
	Jambas	158,37	1/24	5		32,99
	Remarco	158,37	1/24	12		79,18
	Hasta c. lateral	158,37	1/24	12		79,18
	Cuerpo Central	158,37	1/24	84		554,28
	Cuerpo Lateral	158,37	1/6	40		1055,78
	Ancho total	158,37	1/24	160		1052,48
	Dintel/Centros	158,37	1/24	6	9	123,58
	C. Trasdós	158,37	1/24	2		13,20
	A clave intradós	158,37	1/24	14		92,38
	Diámetro intradós	158,37	1/24	28		184,76
	A clave trasdós	158,37	1/24	12		79,18
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	60		395,92
	Remarco epigráfico	158,37	1/24	8		52,79
	Remate	158,37	1/24	24		158,37
	Arranque arco ventanas	158,37	1/24	21		138,57
	Ancho superior	158,37	1/24	84		554,28
	Ancho huecos sup.	158,37	1/24		6	55,99
	Sep. huecos sup.	158,37	1/24	2		13,20
	Sep. Adorno gótico	165,23	1/24	4		27,54
Espíritu Santo	Ancho hueco	158,37	1/24	26		171,56
	Alto hueco	158,37	1/24	24	15	298,34
	Jambas	158,37	1/24	5		32,99
	Hasta c. lateral	158,37	1/24	18		118,77
	Cuerpo Central	158,37	1/4	12		475,10
	Cuerpo Lateral	158,37	1/4	7		277,14

	Elemento	Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Ancho total	158,37	1/4	26		1029,38
	Dintel/Centros	158,37	1/24	6	9	123,58
	C. trasdós	158,37	1/24	1		6,60
	C. intradós	158,37	1/24	3		19,80
	A clave intradós	158,37	1/24	15		98,98
	Diámetro intradós	158,37	1/24	36		237,55
	A clave trasdós	158,37	1/24	12		79,18
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	54		356,32
	A Remarco	158,37	1/24	7		46,19
	Remarco	158,37	1/24	10		65,99
	Arranque arco ventanas	158,37	1/24	24		158,37
	Sep. Ventanas	158,37	1/24	12		75,88
	C. Intradós ventanas	158,37	1/96	22		36,29
	C. Trasdós ventanas	158,37	1/96	2		3,30
	Clave Intradós ventanas	158,37	1/24	10		65,99
	Diámetro intradós	158,37	1/24	21		138,57
	Clave trasdós	158,37	1/24	5		32,99
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	30		197,96
	Remarco	158,37	1/24	12		79,18
	Ancho v. lateral	158,37	1/24	12		79,18
	Alto v. lateral	158,37	1/24	26		171,56
	Franjas epigráficas	158,37	1/24		2	18,66
	Remarco vertical	158,37	1/4		1	55,99
Obispo	Ancho hueco	158,37	1/4	1	2	151,57
	Alto hueco	158,37	1/24	44		290,34
	Jambas	158,37	1/24	13		85,78
	Cuerpo Central	158,37	1/24	32	12	323,14
	Ancho total	158,37	1/4	26		1029,38
	Dintel/Centros	158,37	1/24	10		65,99
	C. Trasdós	158,37	1/24	2		13,20
	A clave intradós	158,37	1/24	10		65,99
	Diámetro intradós	158,37	1/24	24		158,37
	A clave trasdós	158,37	1/24	9		59,39
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	38		250,75

	Elemento	Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Remate	158,37	1/24	10		65,99
	Sillería superior	158,37	1/24	5		32,99
	Ancho superior	158,37	1/24	84		554,28
	Lápida Obispo	209,69	1/4		1	74,14
Visires	Ancho hueco	158,37	1/24	24		158,37
	Alto hueco	158,37	1/24	44		290,34
	Jambas	158,37	1/24	6		39,59
	Extremo portada	158,37	1/24	23		151,77
	Cuerpo Central	158,37	1/24	82		541,09
	A ventana lateral	158,37	1/24	12		79,18
	Ventana lateral	158,37	1/24	12		79,18
	A extremo	158,37	1/24	133		877,61
	Ancho total	158,37	1/4	26		1029,38
	Dintel/Centro trasdós	158,37	1/24	8		52,79
	C. Intradós	158,37	1/24		-1	-4,67
	A clave intradós	158,37	1/24	18		118,77
	Diámetro intradós	158,37	1/24	36	1	246,88
	A clave trasdós	158,37	1/24	12		79,18
	Diámetro trasdós	158,37	1/24	60		395,92
	Remarco	158,37	1/24	2		13,20
	A ventanas	158,37	1/24	4		26,39
	Altura paneles	158,37	1/24	12		79,18
	A cornisa	158,37	1/24	33		217,75
	Cornisa	158,37	1/24	9		59,39
	Sillería lateral baja	165,23	1/24	1		6,88
Deanes	Ancho hueco	209,69	1/4	2	1	178,99
Exterior	Alto hueco	209,69	1/24	40		349,49
	Remarco	209,69	1/4		1	74,14
	Jambas ancho	209,69	1/4		2	148,28
	Jambas alto	209,69	1/4	1		52,42
	Ancho portada	209,69	1/4	2	6	549,68
	Dintel	209,69	1/4	2		104,85
	Centro arcos	209,69	1/24	2		17,47

	Elemento		Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Clave intradós		209,69	1/24	15		131,06
	Diámetro intradós		209,69	1/24	30		262,12
	Clave trasdós		209,69	1/24	7		61,16
	Diámetro trasdós		209,69	1/24	44		384,44
	A cornisa		209,69	1/4	2		104,85
	Cornisa		209,69	1/4	1		52,42
	Ancho ménsulas		209,69	1/24	1	1	21,09
	Sep. ménsulas		209,69	1/96	18		39,32
Interior	Ancho hueco		158,37	1	2		316,73
	Alto dintel		158,37	1/4	2		79,18
	Radio intradós		158,37	1	1		158,37
	Radio trasdós		158,37	1/24	34		224,35
	Peralte		158,37	1/24	2		13,20
Leche	Ancho hueco		165,23	1/4		2	116,84
	Alto hueco		165,23	1/4	7		289,16
	Jambas		165,23	1/24	8		55,08
	Semicolumnas		165,23	1/24	4		27,54
	Ancho portada		165,23	1/4	4	2	282,07
	Dintel		165,23	1/4	2		82,62
	Cornisa		165,23	1/4	1		41,31
	Ancho cuerpo sup.		165,23	1/24	26		179,00
	Alto cuerpo sup.		165,23	1/24	38		261,62
	CAPILLA INMACULADA						
	Alto sillares		170,48	1/4	1		42,62
	Ancho nicho		170,48	1/6	8		227,31
	Ancho vent. sacrist.		170,48	1/4	2		85,24
	Alto vent. sacrist.		170,48	1/4	3		127,86
	Ancho reja vent. sacrist.		170,48	1/24	2		14,21
	Alto reja vent. sacrist.		170,48	1/96	14		24,86
	VENTANAS						
	Ancho int.		158,37	1/4	1	1	95,58
	Alto int.		158,37	1/4		2	111,98

	Elemento	Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Marco	158,37	1/24		1	9,33
	Trama 1	158,37	1/24	1	1	15,93
	Trama 2	158,37	1/24		2	18,66
	Trama 3	158,37	1/24	2	1	22,53
	Trama Visires N	158,37	1/96	3	3	11,95
	ALMENAS					
	Ancho escalonado	158,37	1/24	1		6,60
	Alto 1	158,37	1/24		2	18,66
	Alto 2	158,37	1/24	1	1	15,93
	Crestería gótica	165,23	1/24	9		61,96
	ALMINAR HISAM I					
	Lado planta	158,37	1	1	2	606,29
	Alto hiladas	158,37	1/4		1	55,99
	Ancho muro	158,37	1/8	4	1	107,18
	Soga general	158,37	1/4		2	111,98
	Tizón general 1	158,37	1/4	1		39,59
	Tizón general 2	158,37	1/24		5	46,66
	ALMINAR ABD AL-RAHMÁN III					
	Lado planta	158,37	1/4	10	8	843,84
	Alto conservado	158,37	1/2	16	8	2162,79
	Alto 1º cuerpo	158,37	1/2	22	11	2973,83
	Lado 2º cuerpo	158,37	1/4	6	4	461,51
	Alto 2º cuerpo	158,37	1	3	3	1146,99
	Alto remate	158,37	1	3	3	1146,99
	Alto total	158,37	1	17	17	6499,62
	Ancho muros y escaleras	158,37	1/4	1	1	95,58
	Alto sillares y ancho machón	158,37	1/8	2	1	67,59
	Huella escaleras	158,37	1/24		5	46,66
	Tabica escalera	158,37	1/24	2	1	22,53
	MIHRAB					
	Ancho fachada	158,37	1		3	671,89

	Elemento	Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Ancho hueco	158,37	1		1	223,96
	Ancho jambas	158,37	1/4		1	55,99
	Ancho paneles intermedios	158,37	1/4		1	55,99
	Ancho paneles extremos	158,37	1/4		2	111,98
	Alto a ménsulas	158,37	1/24		21	195,97
	Alto ménsulas	158,37	1/24		2	18,66
	A centro intradós	158,37	1/24		6	55,99
	Diámetro intradós	158,37	1/24		20	186,64
	A centro trasdós	158,37	1/24		2	18,66
	Diámetro intradós	158,37	1/4		7	391,94
	Altura hasta arquería	158,37	1		3	671,89
	Separación arquería	158,37	1/24		9	83,99
	Ancho octógono nicho	158,37	1/4		6	335,95
	Ancho octógono techo nicho	158,37	1/4		5	279,96
	Espesor muro	158,37	1/4		1	55,99
	Resalte paneles	158,37	1/96		2	4,67
	Lado cuadrado bóveda maqsura	158,37	1		3	475,10
	Espesor arcos bóveda maqsura	158,37	1/24		4	26,39
	ARQUERÍAS					
	Separación soportes	158,37	1		2	316,73
	Arranque y c. arcos sup.	158,37	1		4	633,47
	Diámetro intradós	158,37	1/24		40	263,94
	Diámetro trasdós	158,37	1/24		58	382,72
	Espesor molduras trasdós	158,37	1/24		1	6,60
	Altura arranque arcos inferiores	158,37	1/24		57	376,12
s/ F. Hernández	Altura centro	158,37	1/4		11	435,51
	Diámetro intradós	158,37	1/24		40	263,94
	Diámetro trasdós	158,37	1/24		60	395,92
s/ E. Camps	Altura centro	158,37	1/24		64	422,31
	Diámetro intradós	158,37	1/24		38	250,75
	Diámetro trasdós	158,37	1/24		54	356,32
	Ancho arcadas sup.	158,37	1/4		2	111,98

	Elemento		Módulo	Fracción	a	b	Centímetros
	Ancho arcadas inf / canal		158,37	1/4		1	55,99
	Frente pilastras/columnas		158,37	1/24		4	37,33
	Altura hasta techo		158,37	1/2	13		1029,38
	Alto vigas		158,37	1/24	5		32,99
	Ancho vigas		158,37	1/96		10	23,33
	Separación vigas		158,37	1/24	10		65,99


```

(repeat (length CONJ0)
  (setq CONJ (ssdel (nth CI CONJ0) CONJ))
  (setq CI (+ CI 1))
)
)
)

;si es un final
(if (equal (sslength CONJ) 1)
  (progn
    (setq TC 1 ENT (ssname CONJ 0))
    (setq PXI(cdr (assoc 10 (entget ENT))))
    (setq PXF(cdr (assoc 11 (entget ENT))))
    (if (= (rtos (distance P1 PXI) 2 2) "0.00") (setq P3 PXF) (setq P3 PXI) )
    (setq VIS (/ (+ (angle P1 P3) (angle P1 P2)) 2.0) )
    (if (> (angle P1 P2) (angle p1 p3)) (setq VIS (+ VIS pi) ) )
    (setq DA (abs (/ calle (sin (- VIS (angle P1 P2) ) ) ) ) )
    (setq DB (abs (/ calle (cos (- VIS (angle P1 P2) ) ) ) ) )
    (setq PA (polar P1 VIS DA))
    (setq PA1 (polar P1 VIS (* DA MORD) ) )
    (setq PC (polar p1 (+ VIS pi) DA))
    (setq PC1 (polar p1 (+ VIS pi) (* DA MORD) ) )
    (setq lista1 (cons PA lista1))
    (setq lista11 (cons PA1 lista1))
    (setq lista2 (cons PC lista2))
    (setq lista21 (cons PC1 lista21))
    (if (> (length lista1) 1)
      (progn
        ;dibuja el gramil
        (setq CI 0)
        (setq lista21 (reverse lista21))
        (setq lista0 (append lista11 lista21))
        (entmake (list (cons 0 "POLYLINE")(cons 8 "GRAMIL")(cons 66 1)(cons 70 1) ) )
        (repeat (length lista0)
          (entmake (list (cons 0 "VERTEX") (cons 10 (nth CI lista0)) ) )
          (setq CI (+ CI 1))
        )
        (entmake (list (cons 0 "SEQEND")))
      )
    )
    ;dibuja la pieza de lazo
    (setq CI 0)
    (setq lista2 (reverse lista2))
    (setq lista (append lista1 lista2))
    (entmake (list (cons 0 "POLYLINE")(cons 8 "LAZO")(cons 66 1)(cons 70 1) ) )
    (repeat (length lista)
      (entmake (list (cons 0 "VERTEX") (cons 10 (nth CI lista)) ) )
      (setq CI (+ CI 1))
    )
    (entmake (list (cons 0 "SEQEND")))

    (setq lista1 nil lista2 nil lista11 nil lista21 nil)
    (setq lista1 (cons PA lista1))
    (setq lista2 (cons PC lista2))
    (setq lista11 (cons PA1 lista1))
    (setq lista21 (cons PC1 lista21))
  )
)
)

;si es un cruce
(if (equal (sslength CONJ) 3)
  (progn
    (setq TC 2 CI 0 CONT2 (+ CONT2 1))
    (repeat (sslength CONJ)
      (setq ENTX (ssname CONJ CI))
      (setq PXI(cdr (assoc 10 (entget ENTX))))
      (setq PXF(cdr (assoc 11 (entget ENTX))))
      (if (= (rtos (distance P1 PXI) 2 2) "0.00") (setq PX PXF) (setq PX PXI) )
      (if (= (rtos (angle P2 P1)) (rtos (angle P1 PX) ) ) (setq ENT ENTX)
        (progn
          (if (<= (angle P1 P2) pi)
            (if (and (> (angle P1 PX) (angle P1 P2)) (> (+ (angle P1 P2) pi) (angle P1 PX)) )

```

```

        (setq P3 PX)
      )
    )
    (if (> (angle P1 P2) pi)
      (if (or (> (angle P1 PX) (angle P1 P2)) (> (angle P2 P1) (angle P1 PX)))
        (setq P3 PX)
      )
    )
  )
)
)
(setq CI (+ 1 CI) ENTX nil)
)
(setq VIS (/ (+ (angle P1 P3) (angle P1 P2)) 2.0) )
(if (> (angle P1 P2) (angle p1 p3)) (setq VIS (+ VIS pi) ))
(setq DA (abs (/ calle (sin (- VIS (angle P1 P2) )))))
(setq DB (abs (/ calle (cos (- VIS (angle P1 P2) )))))
(setq PA (polar P1 VIS DA))
(setq PB (polar P1 (+ VIS (* pi 0.5)) DB))
(setq PC (polar p1 (+ VIS pi) DA))
(setq PD (polar p1 (+ VIS (* pi 1.5)) DB))
(setq PA1 (polar P1 VIS (* DA MORD) ))
(setq PB1 (polar P1 (+ VIS (* pi 0.5)) (* DB MORD) ))
(setq PC1 (polar p1 (+ VIS pi) (* DA MORD) ))
(setq PD1 (polar p1 (+ VIS (* pi 1.5)) (* DB MORD) ))

;si el cruce pisa
(if (= (gcd CONT2 2) 1)
  (progn
    (setq lista1 (cons PA lista1))
    (setq lista1 (cons PA1 lista1))
    (setq lista1 (cons PB1 lista1))
    (setq lista1 (cons PB lista1))
    (setq lista2 (cons PD lista2))
    (setq lista2 (cons PD1 lista2))
    (setq lista2 (cons PC1 lista2))
    (setq lista2 (cons PC lista2))
  )
)

;si el cruce pasa
(if (= (gcd CONT2 2) 2)
  (progn
    (setq lista1 (cons PA lista1))
    (setq lista1 (cons PA1 lista1))
    (setq lista2 (cons PD lista2))
    (setq lista2 (cons PD1 lista2))

    (setq lista11 (cons PA1 lista11))
    (setq lista21 (cons PD1 lista21))

    (if (> (length lista1) 1)
      (progn
        (setq CI 0)
        (setq lista21 (reverse lista21))
        (setq lista0 (append lista11 lista21))
        (entmake (list (cons 0 "POLYLINE")(cons 8 "GRAMIL")(cons 66 1)(cons 70 1) ))
        (repeat (length lista0)
          (entmake (list (cons 0 "VERTEX") (cons 10 (nth CI lista0)) ))
          (setq CI (+ CI 1))
        )
        (entmake (list (cons 0 "SEQEND"))))

      (setq CI 0)
      (setq lista2 (reverse lista2))
      (setq lista (append lista1 lista2))
      (entmake (list (cons 0 "POLYLINE")(cons 8 "LAZO")(cons 66 1)(cons 70 1) ))
      (repeat (length lista)
        (entmake (list (cons 0 "VERTEX") (cons 10 (nth CI lista) ))
          (setq CI (+ CI 1))
        )
      )
      (entmake (list (cons 0 "SEQEND"))))

    (setq lista1 nil lista2 nil lista11 nil lista21 nil)
  )
)

```

