

T 6/132-11

La presente tesis corresponde a la leída por D. Carlos Lopez Casado el día 18 de Marzo de 1982 en la Facultad de Ciencias de Granada ante el tribunal constituido por los siguientes señores

Presidente :	Pablo Herués Burgos
Vocal	Bernardo Garcia Olmedo
"	Francisco Garcia Lopez
"	Luis Esteban Carrasco
Secretario	Rafael Fernandez Rubio

y que fue calificada con

SOBRESALIENTE CUM LAUDE

Stamos

R.52.293

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
Sala B
Folios 138
Número 303

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
GRANADA
Nº Documento 61359574x
Nº Copia 15627617

ANALISIS DE ACELEROGRAMAS EN

REGISTROS DE ALTA FRECUENCIA

Memoria presentada para
optar al título de Doctor
en Ciencias Físicas por el
Licenciado Carlos Lopez Casado

Vº Bº
El Director de la Tesis

Luis Esteban Carrasco

Firmado

Carlos Lopez Casado



Against the Wind

Lopez-Casado family

Pretoria 1979/82

INDICE

TOMO I	
1. INTRODUCCION	1
2. LA RED DE ACELEROGRAFOS DE KLERKSDORP	11
3. TEORIA Y METODOS	18
3.1 DIGITIZACION	19
3.2 INTEGRACION	23
3.3 CORRECCION PARABOLICA SIMPLE E ITERATIVA	27
3.4 CORRECCION PARABOLICA CLASICA	31
3.5 EL METODO DE TRIFUNAC (1971)	40
4. ANALISIS ARMONICO DEL ACELEROGRAMA	74
5. RESULTADOS E INTERPRETACION	93
6. CONCLUSIONES	130
AGRADECIMIENTOS	141
BIBLIOGRAFIA	142

TOMO II

ANEJOS

 APENDICES

 FIGURAS

1. INTRODUCCION

El conocimiento que actualmente existe sobre el movimiento del suelo durante un terremoto destructivo ha sido obtenido, en gran proporción, de los registros de la aceleración de este movimiento, proporcionados por acelerógrafos cercanos al epicentro del terremoto o dentro del área de máxima intensidad sísmica del mismo. Los acelerógrafos son sismógrafos diseñados especialmente para registrar la parte superior de la banda de frecuencias contenidas en el movimiento del suelo, que es la que contiene información sobre las aceleraciones producidas por el terremoto en el lugar en que se obtiene su registro. Para evitar pérdidas de información en estas frecuencias altas a causa de su atenuación con la distancia, el registro debe ser hecho dentro del "campo cercano", donde esta atenuación se puede considerar sólo inversamente proporcional a la distancia al foco del terremoto, o al menos lo más cerca posible de la fuente del movimiento.

La instalación del primer acelerógrafo se produjo en el año 1933 en los Estados Unidos y también en este mismo año se obtuvo el primer acelerograma, como consecuencia de un terremoto localizado en Long Beach, en el Estado de California. La obtención de nuevos acelerógrafos en años sucesivos fué escasa debido al pequeño número de acelerógrafos disponibles y a la imposibilidad de tenerlos instalados lo suficientemente cerca de la fuente del terremoto. Sin embargo, ya en 1960 el "U.S. Coast and Geodetic Survey" tenía registrados cerca de cien acelerogramas de diversos terremotos, aunque en la gran mayoría de los casos éstos fueron registrados en el "campo lejano". En 1971 y después del terremoto del 9 de febrero en San Fernando, California, el número de registros alcanza ya la cifra de quinientos. En la actualidad el número de acelerogramas se estima muy por encima del millar, no sólo registrados en Estados Unidos si no también en otros países.

Sin embargo, lamentablemente en algunos países con un marcado potencial sísmico destructivo no se ha registrado ni un solo acelerograma, lo cual supone para éstos una seria desventaja a la hora de tratar de desarrollar proyectos encaminados a estudiar el riesgo sísmico de determinadas zonas de los mismos en las que el futuro desarrollo industrial haga estos irremisiblemente necesarios.

Durante las tres primeras décadas que siguieron a la instalación del primer acelerógrafo, el interés en el uso de la información contenida en los acelerogramas fué casi exclusivamente debido a ingenieros sísmicos y arquitectos. Estos utilizaban las medidas directas de la aceleración en sus proyectos sobre diseños de estructuras antisísmicas. Sin embargo y como excepción, Gutenberg y Richter hicieron uso de éstos en sus estudios sobre desarrollo de escalas de magnitud durante la década de 1930 a 1940.

La mayoría de estos registros fueron utilizados como base para el cálculo de la respuesta espectral de las estructuras estudiadas en los proyectos de diseños antisísmicos. El primer trabajo sobre el cálculo de la respuesta de un oscilador (estructura) sujeto a un movimiento arbitrario del suelo es debido a G.W. Housner en 1941. Este mismo (Housner, Martel y Alford, 1953; Housner, 1957), así como otros autores (Hudson, 1962; Clough, 1962) desarrollaron en los años sucesivos las bases matemáticas y físicas del cálculo de los espectros de respuesta que actualmente utilizamos.

Conviene en este punto, para una mayor comprensión de todo lo que a continuación vamos a tratar, explicar en un sentido más amplio las bases físicas del fenómeno que vamos a estudiar. Cuando la energía liberada por un terremoto, en forma de ondas elásticas, llega a un determinado punto, el material que lo constituye se ve afectado por un movimiento de tipo oscilatorio, que por consiguiente estará caracterizado por una cierta banda de frecuencias. Las características cualitativas de

este fenómeno suelen ser, sobre todo en terremotos destructivos, claramente observadas sin necesidad de utilizar ningún tipo de aparato de alta sensibilidad. Es decir, podemos sentir y percibir el movimiento producido por el terremoto. Ahora bien, como con otros tipos de movimiento estudiados por la física, la cuantización de éstos viene acompañada por la evaluación de tres funciones bastantes familiares al físico, como son: el desplazamiento o la medida de las distintas posiciones por las que pasa el suelo durante el tiempo que dura el fenómeno, en este caso el movimiento producido por el terremoto; la velocidad o medida de la variación del desplazamiento en función del tiempo y por último la aceleración, la cual nos medirá la variación de la velocidad nuevamente en función del tiempo. Por otra parte, en casos como el nuestro, en el que el movimiento es de carácter oscilatorio y por lo tanto asociado con una determinada banda de frecuencias, comúnmente conocida con el nombre de espectro, podemos relacionar el desplazamiento con las frecuencias más bajas del espectro, la velocidad con las intermedias y la aceleración con las altas, lo cual es bastante fácil de comprender en este último caso si recordamos que la aceleración fué definida como la medida de la variación "de la variación" del desplazamiento del suelo producido por el movimiento ocasionado por el terremoto. Desde el punto de vista matemático, las anteriores cantidades que definen el movimiento están relacionadas, como es sabido, por el concepto de derivada, si lo que tratamos es de obtenerlas a partir de la primera (desplazamiento), y por el concepto de integral, si las obtenemos a partir de la última (aceleración) los espectros de éstas pueden ser hallados a partir del uso de la transformada de Fourier. Estos, están relacionados aún más fácilmente, en el dominio de la frecuencia, pues se puede obtener uno del otro por simple multiplicación o división de uno de ellos por el vector $i\omega$ según se vaya del desplazamiento a la aceleración o vice-versa.

Por/...

Por último, como aclaración final, queremos indicar que aunque hemos hablado de tres espectros, éstos son sólo distintas representaciones del mismo, es decir, de aquel que define el movimiento del suelo, diferenciándose sólo en el hecho de que cada uno resalta más que los otros una determinada parte del espectro, pero todos tendrán el mismo contenido de frecuencias. Esto es fácil de ver, considerando el fenómeno en el dominio de la frecuencia, donde hemos dicho que para pasar del espectro de la aceleración a los restantes solo era necesario dividir por ω , con lo cual las amplitudes correspondientes a las frecuencias altas se verán reducidas por la división por ω y las frecuencias bajas, a la inversa (multiplicación por ω), se verán aumentadas. Tampoco la fase será la misma, sin olvidar el carácter complejo del espectro, sino que habrá un desfase constante de 90 grados en cada paso.

A pesar de que estaba claro que para obtener información total del movimiento del suelo era necesario conocer la aceleración, velocidad y desplazamiento del mismo, en los primeros años se realizaron muy pocos intentos para calcular las integraciones que permitieran obtener éstas con cierta exactitud. Con la única excepción del riguroso trabajo de Neumann, publicado en 1943, hasta principios de la década de los sesenta no se empieza a desarrollar la teoría sobre la integración de acelerogramas. Habiendo comprobado que los fracasos obtenidos en años anteriores en los intentos de integración de la aceleración, usando métodos tanto gráficos como numéricos, eran debidos al hecho concreto, entre otros, del desconocimiento del verdadero eje de la aceleración, es decir, de aquella recta para la cual durante el movimiento la aceleración era nula, Berg y Housner (1961), suponen que en el verdadero sistema de coordenadas (Tiempo-Aceleración) la ecuación de la línea base temporal de la aceleración debería ser de la forma...

$a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, imponiéndose la condición de mínimo sobre el cuadrado de la velocidad, obtenida con respecto a la línea base anterior, para calcular las constantes a_0 , a_1 y a_2 . Esta suposición unida al uso progresivo de computadores contribuyó

a que los resultados obtenidos fueran en muchos casos bastante satisfactorios. Es Wiggins en 1962 quien, a pesar de los esperanzadores resultados obtenidos anteriormente, comprueba, después del estudio de cerca de cien acelerogramas integrados doblemente, que algunos de ellos presentan características completamente anormales si son comparados con los restantes. Situando que este comportamiento anormal estaba principalmente caracterizado por una discontinuidad en la traza de la velocidad o por una curvatura de la línea nula de ésta, en forma de un visible período largo, concluye que si bien los errores estadísticos de las lecturas de la aceleración no parecen influir mucho en los espectros de respuestas, estos se pueden ver muy afectados por los errores producidos por falsos impulsos, que son los causantes de las discontinuidades en la traza de la velocidad. Sin embargo, el método de Berg y Housner fué seguido (y aún es usado) durante toda la década de los sesenta, siendo sólo Schiff y Bogdanoff quienes en 1967, y desde un punto de vista estadístico, los primeros que hagan una nueva crítica al método de la corrección parabólica. Deberemos sin embargo, esperar hasta 1971, en que Trifunac presente un nuevo método basado en técnicas de filtrado, para que de verdad los resultados obtenidos de velocidad y desplazamiento, por simple o doble integración, empiecen a tener la exactitud necesaria para la ya numerosa demanda de información requerida sobre el movimiento del suelo producido por un terremoto. Esta demanda proviene no sólo ya de la ingeniería sísmica, sino también de campos puramente sismológicos, como los estudios del mecanismo del foco, el desarrollo de nuevas escalas de Magnitud e Intensidad y estudios de atenuación de la energía disipada por el terremoto en función de la distancia, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, así como indicábamos al principio, la aportación de estos datos en la evaluación del riesgo sísmico de una determinada región. Por esto nos parece importante, antes de continuar con el desarrollo de los métodos de integración, tratar de explicar el por qué de este incremento de la demanda de información que se puede obtener a partir de un acelerograma.

Si los modernos métodos de computación de la dinámica de estructuras requerían valores exactos en la zona de las frecuencias altas del espectro del acelerograma, en orden a determinar la respuesta de la estructura a los modos más altos de la vibración, por otro lado la construcción de edificios de gran altura y estructuras civiles de gran longitud, como puentes o grandes sistemas de conducción (oleoductos, etc.), requerían la exactitud en la zona de las frecuencias más bajas, que podrían producir efectos de resonancia al tener longitudes de onda comparables a las dimensiones de la estructura. Pero, quizás la verdadera demanda fué debida a los trabajos que se hicieron del acelerograma que registró la aceleración producida por el terremoto del 27 de junio de 1966 en Parkfield, en la falla de San Andrés, en el estado de California. Housner y Trifunac (1967), realizan la integración del acelerograma ajustando un polinomio de tercer grado por mínimos cuadrados (corrección parabólica de Berg y Housner 1961) a la velocidad, y encuentran que el desplazamiento está formado por un pulso de aproximadamente 25.4cm y un segundo de duración, al cual corresponde una aceleración máxima cercana al 50% del valor de la aceleración de la gravedad. Los detalles del movimiento de la falla revelados por este trabajo y otros posteriores, (Aki, 1968 ; Cloud y Perez, 1967), enfocados a estudios de mecanismo a partir de la información de los largos períodos contenidos en el acelerograma, demostraron que parámetros como el momento sísmico, las dimensiones de la fuente, el modelo de radiación, la propagación de la ruptura, el desarrollo de ondas superficiales, así como su dispersión y la variación azimutal debido a la estructura geológica donde se producía el registro, tenían una influencia fundamental en la forma y contenido de frecuencia del desplazamiento obtenido. Esto permitía abrir un nuevo campo al conocido problema de inversión, es decir, el cálculo de algunos de los parámetros anteriores a partir del conocimiento del desplazamiento, o por el contrario, introducirnos dentro del problema de sintetizar estos desplazamientos a partir de una determinada asignación de valores a dichos parámetros.

Uno u otro método son actualmente aplicados extensivamente, basados principalmente en los trabajos sobre la teoría de la dislocación de Brune (1970 y 1971). Ahora bien, si estos trabajos han abierto una serie de nuevas posibilidades al uso de acelerogramas, también es cierto que han demandado una mayor exactitud de la información necesitada, así como una mayor extensión en la banda de frecuencias de interés. Esto último ha sido todavía más acentuado debido a que recientemente se han registrado acelerogramas a distancias muy próximas al hipocentro del terremoto, tanto para sucesos de tipo natural (Fletcher, Brady y Hanks, 1980) como para aquellos otros de carácter inducido (McGarr, Green y Spottiswoode), como son los producidos en minas profundas, ambos caracterizados por un gran contenido en frecuencias altas.

En función de todo lo dicho hasta ahora, el problema de integración de acelerogramas para obtener información total sobre el movimiento del suelo, se vió caracterizado, a partir de la década de los setenta, por una mayor atención a la exactitud de los resultados obtenidos, la cual se comprobó, ya de una manera formal, que estaba casi completamente dominada por los errores introducidos durante la evaluación numérica del acelerograma (Trifunac, Udwardia y Brady, 1973). Otra característica de los trabajos sobre acelerogramas, en esta misma época, se centra en desarrollar métodos que recuperen la verdadera aceleración del suelo para aquellos terremotos registrados con frecuencias del mismo orden, o aún mayor, que la frecuencia natural del acelerógrafo, para las cuales la traza registrada ya no se puede considerar proporcional a la aceleración del movimiento (Trifunac, 1972). Por lo tanto era necesario corregir esta traza por la respuesta instrumental del acelerógrafo, lo que requería una doble diferenciación numérica de la misma, proceso cuya exactitud se veía nuevamente afectada por los errores introducidos durante la evaluación numérica del acelerograma, en este caso concretamente, en el proceso de digitización. Si esta última

característica del proceso de obtención de información desde acelerogramas, se ha constituido en un proceso rutinario, ya sea realizando la corrección instrumental en el dominio del tiempo (tras previo filtraje de las altas frecuencias introducidas por la digitización y posterior diferenciación numérica de la traza registrada), o por corrección directa del espectro de la aceleración (en función del conocimiento de la respuesta instrumental del aparato en el dominio de la frecuencia), no pasa lo mismo con la primera característica de obtención de valores de la aceleración, velocidad y desplazamiento, con la necesaria exactitud requerida. Es así como, a lo largo de toda la década, (Medearis, 1974; Hanks, 1975) y aún en nuestros días (Shoja-Tahery, 1980; Fletcher, Brady y Hanks, 1980), han aparecido trabajos que cuestionan o corrijen la exactitud de los métodos utilizados hasta la fecha.

A mediados del año 1979, la sección de sismología del Geological Survey de la República de Sudáfrica me encargó la obtención de los valores más exactos posibles de la aceleración, velocidad y desplazamiento de los acelerogramas registrados por una red de acelerógrafos que el Geological Survey tenía instalados en los campos de oro de Klerksdorp, en la provincia del Transvaal, donde se encuentran algunas de las minas profundas más importantes no ya de Sudáfrica, sino también del mundo. Tras los primeros intentos en la realización del trabajo y la inherente dificultad encontrada en su realización, pedí permiso al Director del Geological Survey para hacer una Tesis Doctoral a presentar en la Universidad de Granada en España, basada en las investigaciones sobre la exactitud y estabilidad de cada uno de los métodos de integración de acelerogramas utilizados hasta ahora y asimismo tratar después de calcular valores los más exactos posibles en la integración de nuestros datos, ya fuera por la aplicación de alguno de los métodos anteriores o modificaciones de ellos, que suministrarán no sólo una mayor exactitud, sino también una mínima estabilidad, que permitiera en lo sucesivo utilizar el método de una forma rutinaria.

Tras haberme sido concedido generosamente el permiso para realizar la Tesis, por el Director del Geological Survey, se comenzó y prolongó por dos años y medio una serie de investigaciones que constituyen la base y contenido del presente trabajo, el cual se presenta a la Sección de Físicas de la Universidad de Granada con la intención de que al autor, a través de él, se le conceda el Grado de Doctor en Físicas por la misma.

En un adelanto de lo que prosigue y con idea de introducirnos algo más en los objetivos de la presente Tesis, éstos pueden ser resumidos en los siguientes pasos. Tras un estudio del equipo de digitización disponible para realizar la evaluación de los acelerogramas y una discusión del tipo de digitización más adecuado a utilizar, en función de los datos a procesar, se pasa directamente a la discusión teórica y práctica de los métodos utilizados hasta la fecha para, en la mayoría de los casos, imponerles determinadas correcciones que favorezcan el trato de nuestros acelerogramas. A continuación se pasa a la obtención de resultados, como aplicación de casi todos los métodos explicados anteriormente, y a su discusión no ya sólo en el dominio del tiempo, sino también en el dominio de la frecuencia, lo que por otra parte es totalmente necesario, poniéndose como condiciones de su adecuación el grado de estabilidad y exactitud obtenida por cada uno de ellos. Para terminar haciendo lo mismo con los resultados obtenidos con la aplicación de un nuevo método desarrollado en principio para el uso exclusivo de nuestros datos, pero que debido a su consistencia tanto física como matemática, puede ser extendido a un tipo más general de datos. El capítulo final se dedicará a las conclusiones obtenidas a partir de los resultados anteriores, tratando de obtener de éstos, un conocimiento del problema que nos permita su extensión a un tipo de acelerogramas más general.

Los acelerogramas utilizados fueron aquellos registrados en Klerksdorp en el año 1977 como consecuencia de dos terremotos de magnitudes 3.9 y 5.2, según una adaptación para la provincia del Transvaal realizada por la Sección de Sismología del "Geological Survey", y que fueron localizados en las minas de Hartebeesfontein y Vaal Reefs respectivamente.

2. LA RED DE ACELEROGRAFOS DE KLERKSDORP

Con el objetivo de estudiar la atenuación con la distancia de la energía sísmica liberada, en forma de ondas elásticas, por terremotos localizados en áreas donde se encuentran minas profundas de oro, del tipo característico de la República de Sudáfrica, la Sección de Sismología del Geological Survey de esta nación instaló en 1976 un conjunto de cuatro acelerógrafos en la zona de Klerksdorp, en la provincia del Transvaal. Hacia finales de 1980 otros cuatro acelerógrafos con traza fija adicional completaron la red actual. También durante este año fueron adquiridos registradores digitales con varios segundos de memoria posterior al comienzo del registro del acelerograma, en adición a los analógicos de carácter fotográfico que poseen los acelerógrafos actuales y se piensa que estén en funcionamiento a finales de 1981, lo cual, como veremos al final de este trabajo, supondrá no ya sólo un ahorro en el tiempo de trabajo de procesamiento, sino también una mayor exactitud en la información obtenida de los acelerogramas.

Los acelerómetros que fueron instalados en Klerksdorp son los SMA-1 fabricados por Kinemetric. Estos instrumentos han sido específicamente diseñados para medir la aceleración del suelo producida por terremotos locales, así como la utilización de esta como base para el cálculo de respuesta de estructuras. El sistema de registro es en papel fotográfico de 70mm, siendo la velocidad de avance del tambor del registrador de 1cm/seg. Está presente en el registro un sistema interno de tiempo, por medio de marcas separadas constantemente una de otra por $\frac{1}{2}$ de segundo. Los cuatro primeros acelerógrafos instalados (los utilizados en este estudio) carecen de traza fija con respecto a la cual, en una primera aproximación, referir la evaluación del acelerograma. Como es común en todos los acelerógrafos utilizados hasta la fecha, para el comienzo del registro de la aceleración, el instrumento posee un mecanismo de disparo ("triggering") activado

por el mismo terremoto que va a ser registrado. Como consecuencia de ésto se produce una pérdida teórica de unos 50 milisegundos del principio de la señal. Normalmente el tiempo que dura el registro es igual a la duración del terremoto más una cantidad adicional (ajustable) equivalente a unos 10 segundos. Por lo tanto, para el tamaño normal del papel fotográfico, es posible registrar un único terremoto o una secuencia de terremotos y réplicas, que duren como máximo 25 minutos. El mecanismo de disparo se puede ajustar para que sea activado según el valor de la gravedad que se crea más conveniente. Así, tras un estudio previo de la zona donde se va a ubicar el instrumento, se puede elegir un determinado valor tal que no permita que se pierda información sobre terremotos de pequeña magnitud, ni tampoco que el acelerógrafo se esté disparando constantemente debido a niveles altos del ruido sísmico ambiental.

Desde el punto de vista físico, el acelerógrafo, como casi la mayoría de los sensores sísmicos típicos, se puede considerar como un oscilador con un sólo grado de libertad viscosamente amortiguado. La ecuación diferencial que define la conducta de este tipo de osciladores es bien conocida y viene expresada por la ecuación:

$$\ddot{x} + 2\psi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = -Va(t) \quad (2.1)$$

donde

x = movimiento relativo de la masa del oscilador o más concretamente, el acelerograma registrado.

ω_0 = frecuencia natural del oscilador.

ψ = tanto por ciento del amortiguamiento crítico.

V = factor de escala (adimensional).

a = aceleración absoluta del suelo.

Para que un oscilador definido por la ecuación (2.1) se comporte como un acelerógrafo, tiene que cumplirse que el primer y segundo término del lado izquierdo de la ecuación sean despreciables frente al valor del tercero, con lo cual

la ecuación quedará reducida a:

$$\omega_0^2 x = -V a(t) \quad (2.2)$$

Ahora bien, para que ésto sea posible, han de darse dos circunstancias. La primera, consistente en que el valor de la frecuencia angular natural del oscilador sea grande (por encima de los 60 radianes/segundo), como es evidente sin más que observar la ecuación (2.1). La segunda, también bastante clara, consiste en que la frecuencia del excitador sea más pequeña que la frecuencia natural del oscilador. Esto puede ser fácilmente entendido si, como una simplificación, consideramos que el movimiento excitador está formado por un simple armónico de frecuencia w . Entonces los valores de x , \dot{x} y \ddot{x} vendrán dados por:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\dot{x} = A \omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x} = -A \omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

con lo cual aunque w_0 sea grande, si w es de su mismo orden los tres términos del lado izquierdo de la ecuación (2.1) serán también del mismo orden, con lo que no se podrá despreciar ninguno de ellos. Como una extensión lógica de lo anterior, nos parece oportuno hacer notar que en estos casos, cuando las frecuencias w y w_0 son similares, si queremos obtener la verdadera aceleración absoluta del suelo, es necesario diferenciar dos veces el acelerograma. Si una vez hecho esto, representamos por $X(t)$, $\dot{X}(t)$ y $\ddot{X}(t)$ el acelerograma y sus respectivas diferenciaciones, la verdadera aceleración absoluta vendrá dada por:

$$a(t) = -\ddot{X}(t) - 2\omega_0 \varphi \dot{X}(t) - \omega_0^2 X(t) \quad (2.3)$$

Sin embargo, como fué indicado por Trifunac (1972), el procedimiento anterior es impracticable si antes de la diferenciación no se han filtrado las altas frecuencias introducidas

en el acelerograma durante la digitización. Si a las dos condiciones anteriores, que debe reunir un oscilador caracterizado por la ecuación (2.1), se une el hecho de que para un valor aproximado del 60% del amortiguamiento crítico la curva de respuesta es completamente plana hasta valores de w entre $1/2$ y $1/3$ del valor de w_n , se comprenderá que este tipo de osciladores se haya adoptado universalmente como sensor sísmico para el registro de aceleraciones y que hasta el presente el diseño anterior prácticamente no haya variado (Jai Krishna, 1974), con la única excepción de haber aumentado el valor de w_0 hasta valores por encima de los 200 rad/seg.

Como hemos visto, los valores de w_0 y Ψ , así como el valor de la sensibilidad del instrumento (generalmente en $\text{cm}/\frac{1}{2}g$), definen completamente las características de la respuesta del acelerógrafo y vienen ajustadas directamente por el fabricante. El sistema de calibración con el que viene equipado el aparato permite un sistema fácil de comprobación de los valores de w_0 y Ψ . En las siguientes líneas, en las que se dará una breve idea de las condiciones geológicas donde se encuentran instalados los acelerógrafos, a su vez se indicarán los valores de las constantes anteriores para cada uno de los cuatro acelerógrafos utilizados.

Los campos de oro de Klerksdorp están constituidos principalmente por cuatro minas: Hartebeesfontein, Vaal Reefs, Buffelsfontein y Stilfontein. Los acelerógrafos fueron instalados en las oficinas centrales de cada una de estas minas, figura 2.1, en el suelo del bajo del edificio, es decir, sobre los cimientos de la edificación, que como muestra la figura 2.2, yacen sobre una capa de dolomitas. El espesor de esta capa buza de una forma constante a lo largo de la red, pasando por el valor aproximado de 500 metros cuando alcanza la estación situada en Buffelsfontein y de unos 650 metros en la de Stilfontein, lo cual, teniendo en cuenta que la distancia entre estas dos estaciones es de unos cuatro kilómetros, dará un valor bastante pequeño para el ángulo de buzamiento.

A continuación sigue una capa irregular de lava que forma el techo de las cuarcitas, en las cuales se encuentra el sistema de fallas de donde se extrae el material que contiene el oro. Estas cuarcitas están a una profundidad de unos 1000 a 3000 metros y es donde generalmente se localizan los focos de los terremotos que producen nuestros acelerogramas. En la tabla 2.1 aparece en detalle la localización geográfica de cada instrumento, así como las características del mismo para cada una de sus componentes.

<u>COORDENADAS</u>	<u>COMPONENTES</u>	<u>ψ</u>	<u>f_0</u>	<u>SENSIBILIDAD</u>
<u>Vaal Reefs (Instrumento SMA-1 2118)</u>				
x = 2980064m	Vertical	60%	18.7Hz	1.79cm= $\frac{1}{2}$ g
y = 26050m	Longitudinal	60%	18.2Hz	1.80cm= $\frac{1}{2}$ g
z = 1320m	Transversal	60%	17.9Hz	1.90cm= $\frac{1}{2}$ g
<u>Stelfontein (Instrumento SMA-1 2117)</u>				
x = 2978700m	Vertical	60%	18.4Hz	1.88cm= $\frac{1}{2}$ g
y = 19756m	Longitudinal	60%	17.8Hz	1.93cm= $\frac{1}{2}$ g
z = 1317m	Transversal	60%	17.6Hz	1.76cm= $\frac{1}{2}$ g
<u>Buffelsfontein (Instrumento SMA-1 1744)</u>				
x = 2976180m	Vertical	60%	17.9Hz	1.75cm= $\frac{1}{2}$ g
y = 19722m	Longitudinal	60%	18.0Hz	1.96cm= $\frac{1}{2}$ g
z = 1317m	Transversal	60%	18.0Hz	18.1 cm= $\frac{1}{2}$ g
<u>Hartebeesfontein (Instrumento SMA-1 2120)</u>				
x = 2972388m	Vertical	60%	18.8Hz	1.85cm= $\frac{1}{2}$ g
y = 21219m	Longitudinal	60%	17.8Hz	1.80cm= $\frac{1}{2}$ g
z = 1320m	Transversal	60%	17.8Hz	1.76cm= $\frac{1}{2}$ g

Tabla 2.1

El sistema de coordenadas al que nos referimos para localizar los instrumentos es el utilizado normalmente por las compañías mineras en Sudáfrica, en el cual la x está referida con respecto al ecuador, la y con respecto al meridiano más cercano y la z con respecto a lo que se denomina "datum", que es una línea de referencia cuya altitud es de 1828 metros, considerándose la y positiva cuando está al Oeste del meridiano citado. Sin embargo la z que aparece en la tabla está ya referida al nivel medio del mar. Como se deduce de esta tabla y recordando lo dicho con respecto a la respuesta instrumental, todos los acelerógrafos instalados registrarán la aceleración absoluta del suelo, para aquellas frecuencias que no excedan un valor de 12 Hz. Esto se puede ver aún mejor en la figura 2.3, que muestra la respuesta de uno de los instrumentos según fué proporcionada por el fabricante.



3. TEORIA Y METODOS .

Como anteriormente hemos indicado, el interés principal de este trabajo, radica en encontrar aquellas funciones, obtenidas desde los registros de la aceleración que representen lo más exactamente posible a la verdadera aceleración, velocidad y desplazamiento del movimiento del suelo producido por terremotos ocurridos en las minas de oro de Klerksdorp. Debido al carácter armónico de estas funciones, dicha exactitud será requerida no solo en el dominio del tiempo sino también en el de la frecuencia. En este sentido, el camino a seguir se centrará en el desarrollo de un método específico para nuestros datos, basado en las experiencias negativas o positivas de la aplicación de los métodos clásicos a nuestros acelerogramas. En este punto hay que tener en cuenta que todo resultado negativo de un determinado método, se puede considerar como la contribución, tanto de los errores introducidos por el método como de los errores inherentes a los datos, que no han sido eliminados por el método. Una posible separación de estas dos contribuciones es evidente que proporcionará vital información a la hora de designar el método que pueda corregir estos errores.

En el segundo apartado de este trabajo notábamos que el registro se hace sobre film de 75mm. Es entonces evidente que cualquier intento de la inevitable evaluación numérica del acelerograma para su posterior procesamiento matemático, tendrá que pasar por una ampliación del film. Debido a la características del equipo fotográfico utilizado y en función de estudiar los efectos de la ampliación sobre los acelerogramas, se escogieron los valores de cinco y nueve veces aproximadamente el valor del original. En cualquier interpretación de resultados que hagamos, deberán ser considerados los errores introducidos por la imperfecta realización de este proceso, así como la mala conservación de las ampliaciones.

3.1 DIGITIZACION

La digitización, muestreo o representación numérica de una función no analítica (acelerograma) se realizó utilizando un equipo formado por el minicomputador HP-9825A, el digitizador HP-9864A y una mesa digitizadora Bendix. De este equipo lo más importante para nuestro trabajo, como se verá posteriormente, es el poder de resolución del cursor, que es de 0.245mm y las dos formas posibles de realizar la digitización de un registro. El poder de resolución unido a la sensibilidad de cada acelerograma nos lleva al descubrimiento de una de las causas principales de introducción de errores. Para una sensibilidad de $18\text{mm}/\frac{1}{2} G$, una incertidumbre de 0.245mm en una lectura supone haber tomado un valor con un error cercano al 1% de G. La sucesión de estos errores en muchas de las lecturas de la aceleración, siendo muestreada, parecen de no mucha importancia para ésta en el dominio del tiempo pero, como se verá, su significación sobre la velocidad y desplazamiento, así como de estos y la misma aceleración en el dominio de la frecuencia, es de suma importancia en el cómputo general de los errores introducidos en los datos. Como adición a todo lo anterior, la línea de aceleración cero a la cual han de referirse los valores de la aceleración, aunque se conociera, tendría que ser definida tomando dos puntos sobre ella con el cursor y, a excepción de una casualidad, éstos también estarán afectados por el valor del poder de resolución, haciendo que esta recta esté desplazada, girada o las dos cosas, con respecto a la verdadera independientemente de que pudieramos conocerla o fuera dibujada por nosotros en el acelerograma, como una primera aproximación. Todo esto es un claro motivo más en la necesidad de amplificar el registro, ya que el hecho de que el poder de resolución permanezca constante y sin embargo la sensibilidad del aparato aumente debido a la ampliación, hacen que los errores anteriores queden bastante reducidos, aunque no desaparezcan completamente. De todas formas, no conviene olvidar que excesivas ampliaciones del registro pueden introducir grandes errores caracterizados como largos períodos mezclados con la verdadera señal.

Las dos formas posibles de digitización corresponden a los llamados modo continuo y modo simple. En el primero, según se va pasando de una forma continua el cursor sobre la traza del acelerograma, la minicomputadora, según un programa en el que se especifica el número de muestras a tomar por unidad de tiempo, va almacenando los valores numéricos de la aceleración leídos por el cursor. Debido al movimiento, el cursor no siempre lee puntos sobre el centro de la traza, sino mas bien puntos separados algunas décimas de milímetro del centro. En realidad el resultado final será que hemos aproximado la verdadera traza por medio de una línea quebrada que oscila alrededor de ella. También hay que indicar que, en este modo continuo de muestreo, los datos son leídos a intervalos iguales de la ordenada tiempo y los múltiplos del intervalo base pueden coincidir con algunas ordenadas de los puntos representativos del acelerograma (en función de su integración) como los máximos y mínimos, las inflexiones, los trozos de curva que no se pueden aproximar por medio de un polinomio de primer grado, etc., pero lo más normal será que la mayoría de estos no sean leídos, con lo cual la aproximación numérica del acelerograma no sea lo suficientemente exacta como para realizar la integración con cierta seguridad de éxito. El fenómeno citado en primer lugar (aproximación por una línea quebrada) se conoce como efecto "jitter". Normalmente este puede ser significativamente reducido usando alguna técnica de suavizado de datos, como puede ser el método de ir promediando los valores de varios puntos a lo largo de toda la curva ("running average") y que en el dominio de la frecuencia actúan como filtros que solo dejan pasar las bajas frecuencias, es decir, se trata el fenómeno "jitter" como ruido de alta frecuencia. Un conocido tipo de suavizado es el llamado exponencial, cuyo efecto en el dominio de la frecuencia es el mismo que el de los anteriores; su representación matemática en el dominio del tiempo sería:

$$\bar{a}(n\Delta t) = \alpha a(n\Delta t) + (1-\alpha)a[(n-1)\Delta t] \quad (3.1)$$

donde/...

donde la barra indica el valor suavizado, Δt el intervalo de separación entre dos puntos adyacentes y α es un número positivo comprendido entre 0 y 1. Para α igual $\frac{1}{2}$ vemos que la fórmula se convierte en el simple procedimiento de ir hallando la media aritmética de dos puntos adyacentes, teniendo en cuenta que siempre uno de ellos ha sido ya suavizado. Una simple aplicación de la fórmula anterior a puntos rodeando los valores máximos o mínimos del acelerograma, demuestra que estos son realmente "suavizados" y aunque eliminen parte del efecto "jitter", habrá que tener en cuenta qué cantidad de área ha sido perdida, en la contribución total de la integración, debido al suavizado y si esta pérdida ha sido igual con respecto a todos los valores "pico" en el acelerograma, ya que en caso contrario, equivaldría a ir haciendo las lecturas de estos puntos respecto a una serie de escalones, en vez de respecto a una línea recta. La distribución de estos escalones a uno u otro lado de la verdadera línea recta es evidente que se convertirá, una vez realizada la integración, en un componente de período largo superpuesto sobre la función integrada. De todas formas, a pesar de los posibles problemas que puede suponer el suavizado de los datos, y ya que en realidad no sabemos hasta qué punto puede alterar la exactitud de nuestros resultados, nosotros realizaremos uno de ellos mediante un filtro que elimine parte de las frecuencias altas actuando sobre seis puntos a la vez y cuyas características se explicarán más tarde.

En el modo simple, el minicomputador solo almacena datos de puntos especialmente elegidos sobre la traza de la curva y por consiguiente, no se perderá ningún punto significativo. La densidad de muestras tomadas por unidad de tiempo será una función de la complejidad de la curva y por tanto para una igual representación de la curva (si fuera posible) usando ambos métodos, el número de puntos tomados será siempre menor para el modo simple, lo cual es siempre importante considerar a la hora de ahorrar tiempo de computación. Además, el hecho de que la lectura se realice en una posición estática implica

que el/...

que el efecto "jitter" practicamente desaparezca, reduciendose solo a la contribución debida al poder de resolución del cursor y al error provocado por el ojo del operador que realiza la digitización. En este sentido, y para reducir aún más el anterior efecto, tanto en el modo continuo como en el simple, la amplificación más la utilización de una lupa sobre el cursor que recorre la traza dieron excelentes resultados. El efecto del poder de resolución disminuye en el mismo sentido que aumenta el número de ampliaciones y la lupa permite colocar el origen del cursor en el centro de la traza, con lo cual se reducen en gran parte los errores debidos a la mala impresión de la misma. Volviendo al modo simple de digitización, tenemos que tener en cuenta que una de las características más importantes del mismo, es el hecho de que los datos no están tomados igualmente espaciados, con lo cual todo el cálculo numérico a realizar con estos datos se verá restringido por esta propiedad. Sin embargo, se podría pensar que una interpolación, basada en una aproximación de primer orden entre puntos adyacentes, conseguiría tener puntos igualmente espaciados, pero entonces volveríamos, aunque en menor grado, al caso anterior de pérdida de puntos significativos de la curva. Por lo tanto, en función de la exactitud de los resultados y la necesidad de contrastarlos con otros, a lo largo de este trabajo se tratarán con igual extensión evaluaciones tanto para puntos igualmente espaciados, como para desigualmente espaciados. Finalmente en este apartado sobre digitización debemos indicar que de las dos formas de obtener puntos igualmente espaciados, la segunda es mucho más ventajosa, ya que con ella el intervalo de digitización puede ser tan pequeño como queramos, y sin embargo con la primera, el intervalo se ve limitado por el poder de resolución del cursor. Además, el aumento de la densidad de muestras por unidad de tiempo implica el tener que mover el cursor más lentamente, aumentando el efecto "jitter", como ha sido demostrado experimentalmente. De cualquier manera, la elección de un determinado método de digitización deberá ser tomada en función de una buena relación entre la exactitud

obtenida y la simplicidad de cálculo para obtenerla, es decir, pensar si merece la pena utilizar un laborioso método de digitización, cuando la exactitud obtenida con respecto a otros no es muy significativa.

3.2 INTEGRACION

Una vez que el acelerograma ha sido digitizado, debemos realizar dos integraciones numéricas para obtener la velocidad y desplazamiento del suelo producido por estas aceleraciones. Entre los diferentes métodos de integración numérica existentes, nosotros, debido a la forma lineal de la mayor parte de nuestros registros, elegimos la "regla trapezoidal". Sin embargo, en algunos casos fué usada la "regla de Simpson", a pesar de que esta aproxima la traza de la curva entre varios puntos mediante una curva de segundo grado (parábola).

Las ecuaciones básicas, a las cuales estará unido nuestro trabajo de obtención de velocidad y desplazamiento a partir de la aceleración, son las bien conocidas fórmulas de la cinemática, dadas por las expresiones:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta d(t)}{\Delta t} = \frac{d(d(t))}{dt} = v(t) \quad (3.2)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{d(v(t))}{dt} = a(t) \quad (3.3)$$

o también, más directamente para nuestro caso y obtenidas a partir de las anteriores:

$$d(d(t)) = v(t) dt \quad \int d(d(t)) = \int v(t) dt \quad (3.4)$$

$$d(v(t)) = a(t) dt \quad \int d(v(t)) = \int a(t) dt \quad (3.5)$$

Debido a las características transitorias de nuestra señal (acelerograma), su duración está limitada a un determinado intervalo $(0, t)$ sobre el cual se deberán realizar las integraciones. Por consiguiente, las ecuaciones anteriores quedarán ahora en la forma:

$$d(t) = \int_0^t v(t) dt + d(0) \quad (3.6)$$

$$v(t) = \int_0^t a(t) dt + v(0) \quad (3.7)$$

donde

$d(t)$ = desplazamiento del suelo para el instante t

$d(0)$ = desplazamiento del suelo para $t=0$

$v(t)$ = velocidad del suelo para el instante t

$v(0)$ = velocidad del suelo para $t = 0$

$a(t)$ = aceleración del suelo para el instante t , obtenida mediante la digitización del acelerograma.

La primera ecuación a resolver dentro del cálculo numérico debe ser la (3.7) que, en función de haber elegido como método de cuadratura la regla trapezoidal, queda transformada en:

$$v(t_N) = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=2}^N \{a(t_{k-1}) + a(t_k)\} \Delta t_k \right] + v(0) \quad (3.8)$$

Recordando todo lo dicho en el apartado de digitización, una aplicación directa de la ecuación (3.8) es evidente que no nos dará un valor exacto de la velocidad, ya que además de los errores de lectura introducidos por el poder de resolución y el desconocimiento de la verdadera línea de aceleración cero sobre los pares de valores $(a(t_k), t_k)$, una nueva incógnita viene a agravar el problema, el desconocimiento de la velocidad inicial del suelo cuando se empezó a registrar la primera aceleración. Una experiencia mínima en sismología nos indica, que debido al ruido ambiental, es desaconsejable la idea de creer que esta velocidad es nula. Tampoco hay que olvidar que, debido al sistema de "triggering" del comienzo de registro del aparato, nuestro instante

inicial está retrasado alrededor de 50 milisegundos con respecto al verdadero y que al cabo de este tiempo y como consecuencia de las aceleraciones ejercidas en el suelo, la velocidad habrá ya alcanzado un determinado valor distinto de cero.

Para la obtención del desplazamiento, la ecuación a transformar para el cálculo numérico es la (3.6) en la cual los valores para $v(t)$ deben ser obtenidos a partir de la ecuación (3.8), es decir:

$$d(t_N) = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=2}^N \{ v(t_{k-1}) + v(t_k) \} \Delta t_k \right] + v(0)t_N + d(0) \quad (3.9)$$

Claramente el valor del desplazamiento estará aún más afectado por los errores que en el caso de la velocidad. Independientemente de los valores incorrectos de los $v(t_k)$, ahora al desconocimiento del desplazamiento inicial $d(0)$ hay que unir la tendencia lineal producida por la integración de $v(0)$, que por supuesto es también desconocida.

En una primera aproximación y como una práctica usual en trabajos sobre cálculo de velocidad y desplazamiento desde acelerogramas, (Berg, G.V. and G.W. Housner, 1961), la velocidad y el desplazamiento inicial son considerados nulos, lo que en un principio se puede considerar como aceptable. Hudson, D.E. (1963), comprobó que para el mecanismo pendular del comienzo usado por la "USCCS", un semi-período de una función seno de 0.05 segundos de duración requería una aceleración de 0.09g para el "triggering". Esto implica una velocidad inicial de 2.8cm/seg y un desplazamiento inicial de 0.064cm. Esto supondrá que los valores de la velocidad así obtenidos estarán desplazados una pequeña cantidad $V(0)$, lo cual se puede interpretar como que la línea de velocidad cero está desplazada. Para el desplazamiento el efecto será una tendencia lineal más un desplazamiento, dados por los valores

de $v(0)t$ y $d(0)$, de su línea de desplazamiento nulo con respecto a la verdadera.

Como situábamos al principio, la introducción de los errores comenzaban en el mismo momento que fijábamos la línea de aceleración nula con respecto a la cual referir los distintos valores digitizados del acelerograma. Normalmente esta línea es una aproximación de la verdadera, difiriendo con respecto a ella en un giro más una traslación. Teniendo en cuenta esto último y el hecho de suponer la velocidad y desplazamiento inicial nulo, el problema, desde el punto de vista matemático y para las tres funciones (aceleración, velocidad y desplazamiento), se puede formular en la siguiente manera:

$$a_c(t) = a_I(t) - a_0 - a_1 t \quad (3.10)$$

donde

$a_c(t)$ = valor correcto de la aceleración referido a la línea verdadera de nivel cero

$a_I(t)$ = valor incorrecto de la aceleración referido a la línea falsa de nivel cero

a_0, a_1 = coeficientes que definen la línea verdadera con respecto a la línea falsa

Realizando la integración de (3.10) en el intervalo $(0, t)$ obtendremos la relación entre las velocidades correcta e incorrecta.

$$\int_0^t a_c(t) dt = \int_0^t a_I(t) dt - \int_0^t (a_0 + a_1 t) dt$$

$$v_c(t) = v_I(t) - a_0 t - a_1 \frac{t^2}{2} + \bar{v}(0) \quad (3.11)$$

$$\bar{v}(0) = v_c(0) - v_I(0)$$

$$d_c(t) = d_I(t) - a_0 \frac{t^2}{2} - a_1 \frac{t^3}{6} + \bar{v}(0)t + \bar{d}(0) \quad (3.12)$$

donde/...

donde

$$\bar{d}(0) = d_c(0) - d_r(0)$$

A la vista de las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.12) y considerando que no tenemos en cuenta, por el momento, los errores debidos al limitado poder de resolución del digitizador y el efecto 'jitter', una vez obtenidas nuestras tres funciones, aceleración, velocidad y desplazamiento, al ser éstas las incorrectas, presentaron, la primera una tendencia lineal, la segunda una tendencia cuadrática y la tercera una tendencia cúbica, en su representación gráfica. Es razonable por consiguiente que los primeros resultados que tratemos de obtener vayan encaminados a la comprobación práctica de todo lo anteriormente indicado. En éste sentido dos integraciones directas del acelerograma digitizado constituirán nuestro primer paso en ésta investigación.

3.3 CORRECCION PARABOLICA SIMPLE E ITERATIVA

Ante lo visto hasta ahora, se podría pensar que la utilización del método de mínimos cuadrados, puede ser una buena solución para encontrar (de una forma aproximada) los coeficientes de los polinomios por los que hay que corregir la aceleración, velocidad y desplazamiento. En un principio esto correspondería a ajustar a la aceleración incorrecta una línea recta, según reclama la ecuación (3.10), por mínimos cuadrados y obtener la aceleración corregida por sustracción de ésta recta de la aceleración incorrecta. En un sentido optimista podríamos pensar que el ajuste obtenido por mínimos cuadrados, era tan bueno, que una vez realizadas las dos integraciones de la aceleración corregida, la velocidad corregida se podría obtener por un nuevo ajuste de mínimos cuadrados de una recta a la velocidad obtenida por integración, lo cual nos daría un coeficiente $a_0 = \bar{v}(0)$ y un $a_1 = 0$. Para el desplazamiento el razonamiento sería el mismo y ahora la recta ajustada nos debería dar $a_0 = \bar{d}(0)$ y $a_1 = \bar{v}(0)$. Lo cierto es que, debido en parte a que el método de mínimos cuadrados es una

aproximación y en parte a que algunos errores no han sido considerados, en la práctica nunca se llega a los resultados anteriores, aunque por un medio de tanteo, que se mostrará en la siguiente sección, se puede uno acercarse bastante, lo cual nos indica que en un principio las suposiciones, teorías del problema, hasta ahora planteadas, son bastante correctas.

Todo esto fue ya notificado por numerosos autores, los cuales, además de las fuentes de errores supuestas por nosotros, consideraban otras nuevas que, aunque de menor significación, contribuían también en las diferencias entre los resultados obtenidos y los verdaderos debido a la suposición de una línea recta como único factor corrector de la aceleración obtenida incorrectamente a causa del proceso total de digitización, ampliación e inclusive mal estado mecánico del acelerógrafo usado. Todo ello hizo pensar que quizás la mayor flexibilidad de una curva de segundo grado, aunque carente de un verdadero significado físico, podría dar mejores resultados cuando se ajustara a la aceleración incorrecta. Una vez realizadas las correspondientes pruebas, se vio que la velocidad y desplazamiento, a pesar de ser corregidas por $\bar{v}(0)$ y $\bar{v}(0)t + \bar{d}(0)$, seguían presentando errores, representados en estas funciones por medio de períodos largos (en comparación con los que se medían sobre la aceleración). La amplitud y períodos de los mismos incrementaba con el número de integraciones, es decir, eran mayores para el desplazamiento.

Si habíamos escogido una línea de segundo grado para ajustar la aceleración, pensamos que lo mismo se podría hacer con la velocidad y desplazamiento (lo que no supondría un trabajo adicional, dada la necesidad de tener que realizar el ajuste con una curva de un grado menor) con la idea de que todo esto podría mejorar los resultados y hacer desaparecer, en parte los falsos períodos largos que perturbaban nuestras señales. En razón de que los ajustes de nuestras funciones a una curva de segundo grado se realizan después de la integración y debido a que una vez corregidas las tres funciones se

las debe/...

las debe exigir que estén relacionadas por la diferenciación o integración (según el sentido), es necesario hacer ciertas correcciones sobre ellas, como se explica a continuación.

La primera aceleración corregida se obtendrá, después de haber ajustado a la aceleración digitizada una curva de segundo grado, según la ecuación:

$$\bar{a}_c(t) = \bar{a}_I(t) - a'_1 - a'_2 t - a'_3 t^2 \quad (3.13)$$

integrando entre 0 y t

$$v_c(t) = v_I(t) - a'_1 t - a'_2 \frac{t^2}{2} - a'_3 \frac{t^3}{3} + \bar{v}(0)$$

Si ahora ajustamos una curva de segundo grado a $v_c(t)$ y la corregimos por ella, obtendremos:

$$v_c(t) = v_I(t) - a'_1 t - a'_2 \frac{t^2}{2} - a'_3 \frac{t^3}{3} + \bar{v}(0) - a''_1 - a''_2 t - a''_3 t^2$$

o después de ordenarlo

$$v_c(t) = v_I(t) + \bar{v}(0) - a''_1 - (a'_1 + a''_2) t - \left(\frac{a'_2}{2} + a''_3 \right) t^2 - \frac{a'_3}{3} t^3 \quad (3.14)$$

Realizando los mismos pasos de integración, ajuste de curva y ordenación de esta última ecuación, obtenemos para el desplazamiento:

$$d_c(t) = d_I(t) + d(0) - a'''_1 - (a''_1 - v(0) + a'''_2) t - \left(\frac{a'_1}{2} + \frac{a''_2}{2} + a'''_3 \right) t^2 - \left(\frac{a'_2}{6} - \frac{a''_3}{3} \right) t^3 - \frac{a'_3}{12} t^4 \quad (3.15)$$

Si ahora/...

Si ahora diferenciamos sucesivamente dos veces esta última ecuación, obtendremos para la primera:

$$V_c(t) = V_I(t) - a_1'' + v(0) - a_2''' - (a_1' + a_2'' + 2a_3''')t - \left(\frac{a_2'}{2} - a_3''\right)t^2 - \frac{a_3'}{3}t^3 \quad (3.16)$$

y después de la segunda diferenciación obtendremos para la aceleración:

$$a_c(t) = a_I(t) - a_1' - a_2'' - 2a_3''' - (a_2' + 2a_3'')t - a_3' t^2 \quad (3.17)$$

Si comparamos las ecuaciones (3.17) y (3.13), (3.16) y (3.14), vemos, que suponiendo que la ecuación (3.15) da el desplazamiento corregido, deberemos adicionar a las ecuaciones (3.13) y (3.14), para que sean las corregidas, los siguientes términos:

aceleración	velocidad
$-2a_3''' - a_2''$	$-a_2''$
$-2a_3'''t$	$-2a_3'''t$

Las pruebas con este método no fueron buenas, sobretodo para el desplazamiento, en lo que respecta a las condiciones iniciales y la presencia de períodos largos. En la sección correspondiente se desarrollará una explicación detallada de los resultados. Por último, como se puede ver por las correcciones, las condiciones iniciales se deben tratar con mucho cuidado pues en caso contrario podríamos obtener valores para las mismas en total desacuerdo con las características físicas del fenómeno tratado. Así tenemos, que para la velocidad corregida la velocidad inicial viene dada por $(-a_1'' - a_3''')$, donde a_3''' se obtuvo de ajuste por mínimos cuadrados del desplazamiento. En el mismo sentido, el desplazamiento inicial vendrá dado por $-a_4'''$. Con esto podemos concluir que como los últimos coeficientes a_1''' , a_2''' y a_3''' fueron

obtenidos/...

obtenidos en parte como función de los anteriores (a_1' , a_2' , a_3' ; a_1'' , a_2'' , a_3''), errores mínimos en estos pueden afectar bastante a los primeros, con lo cual y según las correcciones que tenemos que hacer, las tres señales supuestamente corregidas pueden presentar errores bastante importantes.

3.4 CORRECCIÓN PARABÓLICA CLÁSICA

Como una pequeña introducción a nuestro próximo apartado sobre resultados, hemos ido indicando el éxito o fracaso (mas bien éste último) de la aplicación de nuestros métodos a los acelerogramas. Entonces debido a las dificultades encontradas decidimos aplicar algunos de los métodos clásicamente usados en la obtención de velocidades y desplazamientos a partir de acelerogramas.

Berg G.V. y G.W.Housner (1961), desarrollaron un método, en parte similar a los anteriormente aplicados por nosotros, pero con una pequeña diferencia, que sin embargo, tiene un gran contenido físico. Debido a que este método fue prácticamente el único usado hasta 1971 y que hasta inclusive después para registros de corta duración, "como en nuestro caso", ha dado "buenos" resultados (Trifunac M.D. y otros 1973), parece oportuno y con motivo de que lo vamos a aplicar a nuestros datos, dar de él una extensa explicación.

Siguiendo la notación de Schiff A. y J.L.Bogdanoff, 1967, en su crítica al método de corrección parabólica, y suponiendo que la línea de aceleración cero en función del tiempo toma la forma de una curva de segundo grado.

$$a_1 + a_2 t + a_3 t^2$$

Las ecuaciones de la aceleración, velocidad y desplazamiento, corregidas con respecto a las anteriores obtenidas directamente por integración del acelerograma digitizado, serán:

$$a_c(t) = a_1(t) - a_1 - a_2 t - a_3 t^2 \quad (3.18)$$

$$v_c(t) = v_I(t) - a_1 t - \frac{a_2}{2} t^2 - \frac{a_3}{3} t^3 + \bar{v}(0) \quad (3.19)$$

$$d_c(t) = d_I(t) - \frac{a_1}{2} t^2 - \frac{a_2}{6} t^3 - \frac{a_3}{12} t^4 + \bar{v}(0)t + d(0) \quad (3.20)$$

Obtenidas después de integrar (3.18) entre 0 y t, donde nuevamente, los valores iniciales de la velocidad y el desplazamiento son:

$$\bar{v}(0) = v_c(0) - v_I(0)$$

$$\bar{d}(0) = d_c(0) - d_I(0)$$

Es evidente que las incógnitas en las ecuaciones (3.18), (3.19) y (3.20) son los coeficientes a_1 , a_2 , a_3 y las condiciones iniciales $v(0)$ y $d(0)$. Desde el punto de vista físico y debido a las características oscilatorias del fenómeno, así como a la experiencia obtenida de la enorme cantidad de registros sobre la velocidad del suelo producida por un terremoto que se poseen, se pensó que, ya que en todos los registros al final la velocidad tendía a cero y que durante el tiempo de registro del terremoto la traza de la velocidad oscilaba aproximadamente en forma simétrica alrededor del eje de valor cero, la mejor condición de optimización a usar en el método de mínimos cuadrados, para obtener los coeficientes a_1 , a_2 , a_3 , era de suponer que el valor medio del cuadrado de la velocidad del movimiento del suelo, al final del terremoto, fuera un mínimo (Hudson D.E, N.C.Ni-gan y M.D.Trifunac, 1969).

Matemáticamente podemos expresar la condición anterior mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \int_0^t v_c^2(t) dt = 0 \quad (3.21)$$

donde $v_c^2(t)$ debe ser sustituido por el cuadrado del miembro derecho de la ecuación (3.19). Desarrollando, para mejor comprensión, el sistema de ecuaciones contenido en la ecuación (3.21), obtendremos para las derivadas parciales antes de la

integración.

$$\frac{\partial V_c^2(t)}{\partial a_1} = 2a_1 t^2 + 2a_3 \frac{t^4}{3} - 2V_I(t)t + 2V(0)t + a_2 t^3 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial V_c^2(t)}{\partial a_2} = a_2 \frac{t^4}{2} + a_1 t^3 - V_I(t)t^2 + V(0)t^2 + a_3 \frac{t^5}{3} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial V_c^2(t)}{\partial a_3} = 2V_I^2(t) \frac{t^3}{3} + 2V(0) \frac{t^3}{3} + 2a_3 \frac{t^6}{9} + 2a_1 \frac{t^4}{3} + a_2 \frac{t^5}{5} \quad (3.25)$$

Realizando la integración entre 0 y t para después igualar a cero los resultados, según establece la condición de mínimo, obtendremos:

$$\begin{aligned} a_1 \frac{1}{3} + a_2 \frac{t}{6} + a_3 \frac{t^2}{15} &= \frac{1}{t^3} \int_0^t t V_I(t) dt - \frac{V(0)}{2t} \\ a_1 \frac{1}{4} + a_2 \frac{t}{10} + a_3 \frac{t^2}{18} &= \frac{1}{t^4} \int_0^t t^2 V_I(t) dt - \frac{V(0)}{3t} \\ a_1 \frac{1}{5} + a_2 \frac{t}{12} + a_3 \frac{t^2}{21} &= \frac{1}{t^5} \int_0^t t^3 V_I(t) dt - \frac{V(0)}{4t} \end{aligned} \quad (3.26)$$

En este sistema de tres ecuaciones aparece nuevamente la incógnita $v(0)$, si volvemos a suponer que su valor es cero, estaremos obligados a corregir, la velocidad y el desplazamiento, usando el método de mínimos cuadrados, por una línea recta que nos dará con cierta aproximación, la velocidad y el desplazamiento inicial.

Como ya decíamos antes, éste método fue criticado por Schiff A. y J. L. Bogdanoff, 1967, usando medios estadísticos. Entre otras cosas encontraron que, para un registro de unos 30 segundos y un intervalo de digitización constante de 100 muestras por segundos, los errores principales introducidos durante el proceso de digitización no son corregidos. Sin embargo, Trifunac M.D., et al 1973, no compartieron esta opinión e indicaron que para registros de corta duración y un cuidadoso proceso de digitización, la corrección parabólica "standard"

era un método útil, comparable inclusive con un método nuevo de filtrado del acelerograma. Siguiendo esta idea y puesto que, además de tener registros de muy corta duración comparados con los 30 segundos antes indicados, nuestro equipo de digitización nos parecía más exacto, decidimos aplicar también este método a nuestros datos. La aparición de errores asociados con períodos largos y una gran inestabilidad de los resultados nos llevó a realizar ciertas modificaciones del método, que a continuación explicaremos.

Suponiendo que los errores debidos al poder de resolución y al efecto "jitter" podrían estar asociados con las frecuencias altas, introducimos en el proceso un filtro que eliminara éstas antes de realizar la minimización del cuadrado de la velocidad. Una característica importante de este filtro es su capacidad para eliminar frecuencias más altas que la mitad del valor de la frecuencia Nyquist, con lo cual el problema de "aliasing" se resuelve bastante bien. Siguiendo a Hamming 1962, el filtro y su aplicación se pueden explicar en la siguiente manera.

Sea una función muestreada con N datos en el intervalo en que está definida. Los nuevos valores de esta, como consecuencia de la aplicación del filtro serán:

$$\bar{a}_k = \frac{a_k + 2a_{k+1} + 3a_{k+2} + 3a_{k+3} + 2a_{k+4} + a_{k+5}}{12} \quad (3.27)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Este filtro se puede considerar como la aplicación consecutiva de dos filtros. El primero toma tres puntos con diferentes pesos y los promedia, realizando este proceso a lo largo de todo el registro, avanzando punto por punto formando conjuntos superpuestos de puntos. El segundo filtro es idéntico al anterior, pero tomando 4 puntos para el promedio. Generalmente estos filtros son conocidos como "running mean average". Sus funciones de transferencia son respectivamente:



$$H_1(\omega) = \frac{\text{sen}(3\omega\Delta t/2)}{3 \text{sen}(\omega\Delta t/2)} \quad (3.28)$$

$$H_2(\omega) = \frac{\text{sen}(4\omega\Delta t/2)}{4 \text{sen}(\omega\Delta t/2)} \quad (3.29)$$

El producto de estas funciones de transferencia nos dará la función de transferencia del filtro dado por la ecuación (3.27).

$$H(\omega) = \frac{\text{sen}(3\omega\Delta t/2) \text{sen}(4\omega\Delta t/2)}{12 \text{sen}^2(\omega\Delta t/2)} \quad (3.30)$$

Esta función tiene como valor máximo la unidad y lo alcanza para $\omega=0$ ($f=0$).

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(3\pi f\Delta t) \text{sen}(4\pi f\Delta t)}{12 \text{sen}^2(\pi f\Delta t)} = \frac{3\pi f\Delta t \cdot 4\pi f\Delta t}{12\pi^2 f^2 \Delta t^2} = 1$$

Los ceros de la función los podemos encontrar imponiendo la condición de que los argumentos de los senos en el denominador sean un múltiplo de π y recordando que, al ser el seno una función acotada, no vamos a encontrar problemas de indeterminación en los cálculos. Por lo tanto las condiciones serán:

$$\begin{aligned} 3\pi f\Delta t &= n\pi \\ 4\pi f\Delta t &= n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.31)$$

Entonces, para ver las características del filtro en función de la frecuencia Nyquist, haciendo la sustitución $f_N = 1/2\Delta t$ en las ecuaciones (3.31), obtendremos:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \pi f &= n\pi f_N \\ 2\pi f &= n\pi f_N \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.32)$$

luego a partir de estas ecuaciones, vemos que la función de

transferencia $H(w)$ tendrá ceros para aquellas frecuencias que cumplan las condiciones

$$f = \frac{2n}{3} f_N$$

$$f = \frac{n}{2} f_N \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

Así, el primer cero se producirá a $\frac{1}{2}$ del valor de la "frecuencia Nyquist" de la señal, es decir, que como el hecho de pasar una señal del tiempo por un filtro equivale a la multiplicación del espectro de la señal por la función de transferencia del filtro, el contenido en frecuencias de la señal será cero para $\frac{1}{2}$ de f_N y a partir de este valor su reducción en amplitud será considerable, volviendo a pasar por cero para los valores que cumplan las condiciones dadas por las ecuaciones (3.32). Como vemos, este filtro tiende a anular la contribución de las altas frecuencias de la señal y de aquí el que sea considerado como un filtro que solo deja pasar las bajas frecuencias. Cuando aplicamos este filtro a una función que va a ser integrada a continuación, aparecen algunos problemas que en principio no parecen tener mucha importancia. Primeramente tenemos que extender el registro fuera del intervalo $0 \sim \bar{t}$, en función de la longitud de la ventana que define el filtro, es decir, tres puntos a la izquierda del principio del registro y tres puntos a la derecha del final. El suponer que para éstos el valor es cero, no parece problema cuando son los del final, pero para los del principio ya no es tan claro, ya que, debido al mecanismo de "triggering" del acelerógrafo, sabemos que anterior a nuestro origen el valor de la aceleración no era cero. También el hecho de que el nuevo punto obtenido cada vez que promediamos 6 puntos tiene como abscisa el centro del intervalo formado por estos puntos (figura 3.1), variará el origen que, debido a ser el primer punto tomado (en posición estática), se podía considerar como uno de los puntos menos afectados por el efecto "jitter". Finalmente, otro de los

problemas estará causado por el suavizamiento que pueda realizar el filtro sobre los puntos más característicos de la curva (máximos, mínimos puntos de inflexión, etc.) que, al no ser afectadas en la misma forma, pueden alterar el valor real de la integración.

Volviendo a la idea central de la corrección parabólica y fijándonos en la ecuación que nos da el cuadrado de la velocidad corregida, antes de hallar su integración:

$$\begin{aligned} (V_1(t) - a_1 t - a_2 \frac{t^2}{2} - a_3 \frac{t^3}{3} + V(0))^2 &= V_1(t)^2 + V(0)^2 + \\ 2V_1(t)V(0) + a_1^2 t^2 + a_2^2 \frac{t^4}{4} + a_1 a_2 t^3 + a_3^2 \frac{t^6}{9} + a_3 a_1 \frac{2t^4}{3} + a_3 a_2 \frac{t^5}{3} - \\ 2V_1(t)a_1 t - a_2 V_1(t)t^2 - a_3 V_1(t)\frac{2t^3}{3} - 2a_1 V(0)t - a_2 V(0)t^2 - a_3 V(0)\frac{2t^3}{3} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Vemos que también podemos minimizar la ecuación (3.34) con respecto a $V(0)$, con lo que no es necesario suponer que su valor es cero y por lo tanto evitamos los problemas que esto suponía. Siguiendo esta idea, integrando entre 0 y \bar{t} y ordenando, obtenemos un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas:

$$\begin{aligned} a_1 \frac{1}{2} + a_2 \frac{\bar{t}}{2.3} + a_3 \frac{\bar{t}^2}{3.4} - V(0) \frac{1}{\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{t}^2} \int_0^{\bar{t}} V_1(t) dt \\ a_1 \frac{1}{3} + a_2 \frac{\bar{t}}{2.4} + a_3 \frac{\bar{t}^2}{3.5} + V(0) \frac{1}{2\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{t}^3} \int_0^{\bar{t}} t V_1(t) dt \\ a_1 \frac{1}{4} + a_2 \frac{\bar{t}}{2.5} + a_3 \frac{\bar{t}^2}{3.6} + V(0) \frac{1}{3\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{t}^4} \int_0^{\bar{t}} t^2 V_1(t) dt \\ a_1 \frac{1}{5} + a_2 \frac{\bar{t}}{2.6} + a_3 \frac{\bar{t}^2}{3.7} + V(0) \frac{1}{4\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{t}^5} \int_0^{\bar{t}} t^3 V_1(t) dt \end{aligned} \quad (3.35)$$

Este sistema se puede poner facilmente en forma matricial y será el camino de resolverlo en el programa de computación. Siguiendo la notación de Schiff A. and T.L. Bogdanoff 1967, la expresión dada por las ecuaciones (3.35) puede ponerse en forma reducida de la siguiente manera:

$$\sum_{j=1}^3 a_j \frac{t^{-(j-1)}}{j(i+j+1)} + \frac{v(0)}{(i+1)t} = B_i \quad (3.37)$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

con el término $\frac{v(0)}{(i+1)t}$ con signo negativo para $i=0$ y los valores

de B_i dados por la expresión:

$$B_i = \frac{1}{t^{(i+2)}} \int_0^{\bar{t}} t^{(i)} v_I(t) dt \quad (3.38)$$

Pensando que debido a la forma de nuestros registros, con un final bastante homogéneo, donde se puede suponer que el ruido oscila de forma simétrica alrededor del eje de aceleración cero, era más exacto aplicar el método de mínimos cuadrados a la segunda mitad del registro, que esta principalmente ya formado por ruido; una variación de las anteriores ecuaciones fue desarrollada. La idea fundamental de esta se podría basar en que, ya que hemos perdido parte del registro al principio, es posible que la lógica descomposición de la simetría del acelerograma en esta primera parte afecte la aproximación a los valores verdaderos que definen el ajuste del método de mínimos cuadrados. Por lo tanto, si para el ajuste se toma la segunda parte del registro, donde ya tanto señal como ruido están más homogeneizados, la aproximación será más perfecta. Debemos de nuevo recordar que, a excepción del proceso que usa el filtro, todos los métodos explicados hasta ahora solo contemplan los errores debidos al desconocimiento de la línea base, de las condiciones iniciales de la velocidad y el desplazamiento y, en parte, el posible arrugamiento de la ampliación. Las ecuaciones (3.35),

en el/...

en el caso de realizar la integración entre $\bar{t}/2$ y \bar{t} y en forma matricial, quedarán en la forma:

$$[C] \times [A] = [B] \quad (3.39)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) & \frac{\bar{t}}{2.3} \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) & \frac{\bar{t}^2}{3.4} \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) & -\frac{1}{\bar{t}} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\ \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) & \frac{\bar{t}}{2.4} \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) & \frac{\bar{t}^2}{3.5} \left(1 - \frac{1}{2^5}\right) & \frac{1}{2\bar{t}} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \\ \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) & \frac{\bar{t}}{2.5} \left(1 - \frac{1}{2^5}\right) & \frac{\bar{t}^2}{3.6} \left(1 - \frac{1}{2^6}\right) & \frac{1}{3\bar{t}} \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) \\ \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{2^5}\right) & \frac{\bar{t}}{2.6} \left(1 - \frac{1}{2^6}\right) & \frac{\bar{t}^2}{3.7} \left(1 - \frac{1}{2^7}\right) & \frac{1}{4\bar{t}} \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ v(0) \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{t}^2} \int_{\bar{t}/2}^{\bar{t}} v_I(t) dt \\ \frac{1}{\bar{t}^3} \int_{\bar{t}/2}^{\bar{t}} v_I(t) t dt \\ \frac{1}{\bar{t}^4} \int_{\bar{t}/2}^{\bar{t}} v_I(t) t^2 dt \\ \frac{1}{\bar{t}^5} \int_{\bar{t}/2}^{\bar{t}} v_I(t) t^3 dt \end{bmatrix}$$

La forma/...

La forma reducida del sistema de ecuaciones que da lugar a la ecuación matricial anterior, es bastante similar a la del caso de la integración entre 0 y \bar{t} y viene dada por la expres-

$$\sum_{j=1}^3 a_j \frac{\bar{t}^{-(j-1)}}{j(i+j+1)} \left(1 - \frac{1}{2^{(i+j+1)}}\right) + \frac{V(0)}{(i+1)\bar{t}} \left(1 - \frac{1}{2^{(i+1)}}\right) = B_i$$

$$i = 0, 1, 2, 3 \quad (3.40)$$

donde nuevamente para $i = 0$ debemos cambiar el signo del término en $V(0)$ y los B_i vienen dados por la ecuación (3.38), pero ahora la integral se extiende entre $\bar{t}/2$ y \bar{t} . Las ecuaciones (3.38) y (3.40), a parte de su simplicidad, tienen la ventaja de facilitar el camino de su programación a la hora de tratar de evaluar los términos matrices $[C]$ y $[B]$.

Como indicación final al método de corrección parabólica y a la variación con filtro de alta frecuencia, debemos hacer notar que algunas veces después del filtrado se ajustó a la aceleración una curva de segundo grado, usando el método de mínimos cuadrados, con la idea de eliminar parte de los errores debidos a dobleces del registro inicial o de su ampliación. La subrutina que resuelve la ecuación matricial (3.39) usa una modificación del método Gauss-Jordan (Carnahan, B., Luther H.A. and Wilkes T.O. 1969), que aumenta al máximo la exactitud del resultado.

3.5 EL METODO DE FILTRADO DE TRIFUNAC (1971)

Según Trifunac, M.D., et al 1969, cuando se usa el método clásico de corrección parabólica se suelen introducir falsos períodos, que no tienen demasiada importancia en la exactitud del cálculo de espectros de respuestas, siempre que estemos trabajando con períodos menores que 5 segundos. Sin embargo, Trifunac, M.D., 1971, indicará que para acelerogramas de duración intermedia y larga, donde períodos mayores que 5 segundos pueden pertenecer a la señal, es decir, al movimiento del suelo producido por el terremoto (aceleración,

velocidad/...

velocidad y desplazamiento) ya no es adecuado utilizar el método clásico de corrección parabólica ya que los períodos mayores que 5 segundos estarían afectados por la utilización de este método. Es evidente que según estos razonamientos, nosotros no deberíamos aplicar este nuevo método a nuestros datos ya que, en el mejor de los casos, nuestros registros hasta ahora nunca han pasado los 4 segundos de duración y por tanto es poco probable que períodos de más de 5 segundos pertenezcan a la señal. Sin embargo, en el curso de esta investigación se verá que en el desplazamiento hay períodos de más de 1 segundo carentes de toda conexión con la naturaleza física del fenómeno que estamos estudiando, que dominan por completo la forma del mismo. Esto nos indica que los diferentes métodos explicados anteriormente, inclusive la clásica corrección parabólica, no eliminaban, e incluso introducían, estos períodos falsos. Por lo tanto, una adaptación del método de Trifunac, M.D. 1971, podría quizás, con una apropiada elección de las frecuencias de corte y de terminación, resolver el problema. Con esta idea y como información necesaria, en lo que sigue vamos a explicar tanto el método como su adaptación a nuestros datos.

El primer hecho a resaltar de este método es la realización de la digitización tomando puntos separados desigualmente. Después, al conjunto de puntos que forman la aceleración se les ajusta una línea recta por medio del método de mínimos cuadrados y una vez obtenida ésta, se corrige la aceleración por ella.

$$\bar{a}_i^{\circ}(t) = \bar{a}(t_i) + a_0 + a_1 t_i \quad (3.41)$$

Entonces se integra $\bar{a}_i^{\circ}(t)$, suponiendo velocidad inicial igual a cero, para obtener la velocidad:

$$\int_0^t d(v_i^{\circ}(t)) = \int_0^t \bar{a}_i^{\circ}(t) dt$$

$$v_i^{\circ}(t) = \int_0^t \bar{a}_i^{\circ}(t) dt + v_i^{\circ}(0) \quad (3.42)$$

Usando de nuevo el método de mínimos cuadrados sobre la velocidad, podemos obtener con cierta "aproximación" la velocidad inicial:

$$V_1(t) = V_1^0(t) + a'_0 + a'_1 t \quad (3.43)$$

donde $V_1(0) \approx a'_0$ (3.44)

Si ahora diferenciamos la ecuación (3.43) para recuperar la aceleración, obtenemos:

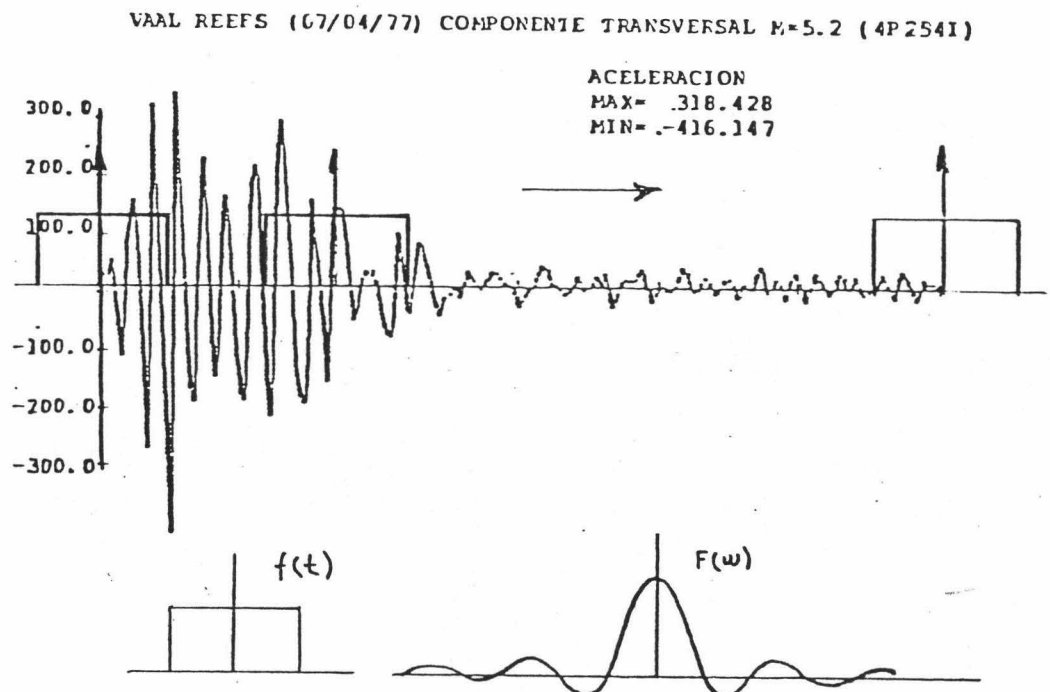
$$\frac{d}{dt} (V_1(t_i)) = \frac{d}{dt} (V_1^0(t_i)) + \frac{d}{dt} (a'_0 + a'_1 t_i)$$

$$a_1(t_i) = a_1^0(t_i) + a'_1 \quad (3.45)$$

Esta ecuación nos indica que el hecho de ajustar una línea recta a la velocidad para obtener una aproximación de la velocidad así de como su valor inicial, introduce un desplazamiento (D.C.) a lo largo del eje del tiempo en la aceleración. Debemos notar que el significado físico de este desplazamiento y su procedencia no es muy claro, pues teóricamente el desconocimiento de la velocidad inicial solo introduce un error dado por una constante y no por una constante más un término lineal. Además, la aceleración fue antes corregida por el efecto debido a algún desplazamiento en la línea de valor cero (ajuste de $a(t_i)$ por una línea recta), lo cual de no haber sido hecho hubiera justificado el término lineal; por consiguiente pensamos que este término puede ser debido principalmente a la no exactitud del método de mínimos cuadrados o a que existe o se introduce un nuevo error durante algún momento del proceso. De todas formas sería interesante averiguar que efecto tiene esta constante en función de su valor sobre el desplazamiento, pues no olvidemos que al realizar la doble integración, el término constante a'_1 en la aceleración será $a'_1 t^2$ en el desplazamiento.

Continuando con el método de Trifunac, M.D., 1971, el paso siguiente es filtrar la aceleración $a_i(t_i)$, lo cual obliga a tener valores de la misma para t_i constante, por lo que es necesario interpolar puntos con un intervalo constante entre aquellos separados desigualmente que teníamos. Para ello el autor elige un intervalo de 0.02 segundos, lo que equivale a tener 50 puntos por segundo. Es importante resaltar aquí que el autor no indica nada acerca del problema que puede surgir por la pérdida de algunos puntos significativos, como consecuencia de la interpolación, y que como ya comentamos, puede ser fuente de errores importantes para la velocidad y el desplazamiento.

La eliminación de los largo períodos es realizada mediante dos pasos. Con el primero el acelerograma es sometido a un filtro del tipo de aquellos que van promediando puntos a lo largo del acelerograma ('running mean'), con pesos cuyo valor es la unidad, caracterizado por la longitud de la ventana en la cual se hace el promedio, Trifunac (1971) elige en su trabajo un valor para ésta de $T_w = 0.40$ seg., siendo como a continuación veremos, muy interesantes las condiciones de trabajo que impone este valor.



Matemáticamente el filtro en el dominio del tiempo y la frecuencia viene representado por las expresiones:

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 & |T_w/2| \leq t \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \quad (3.46)$$

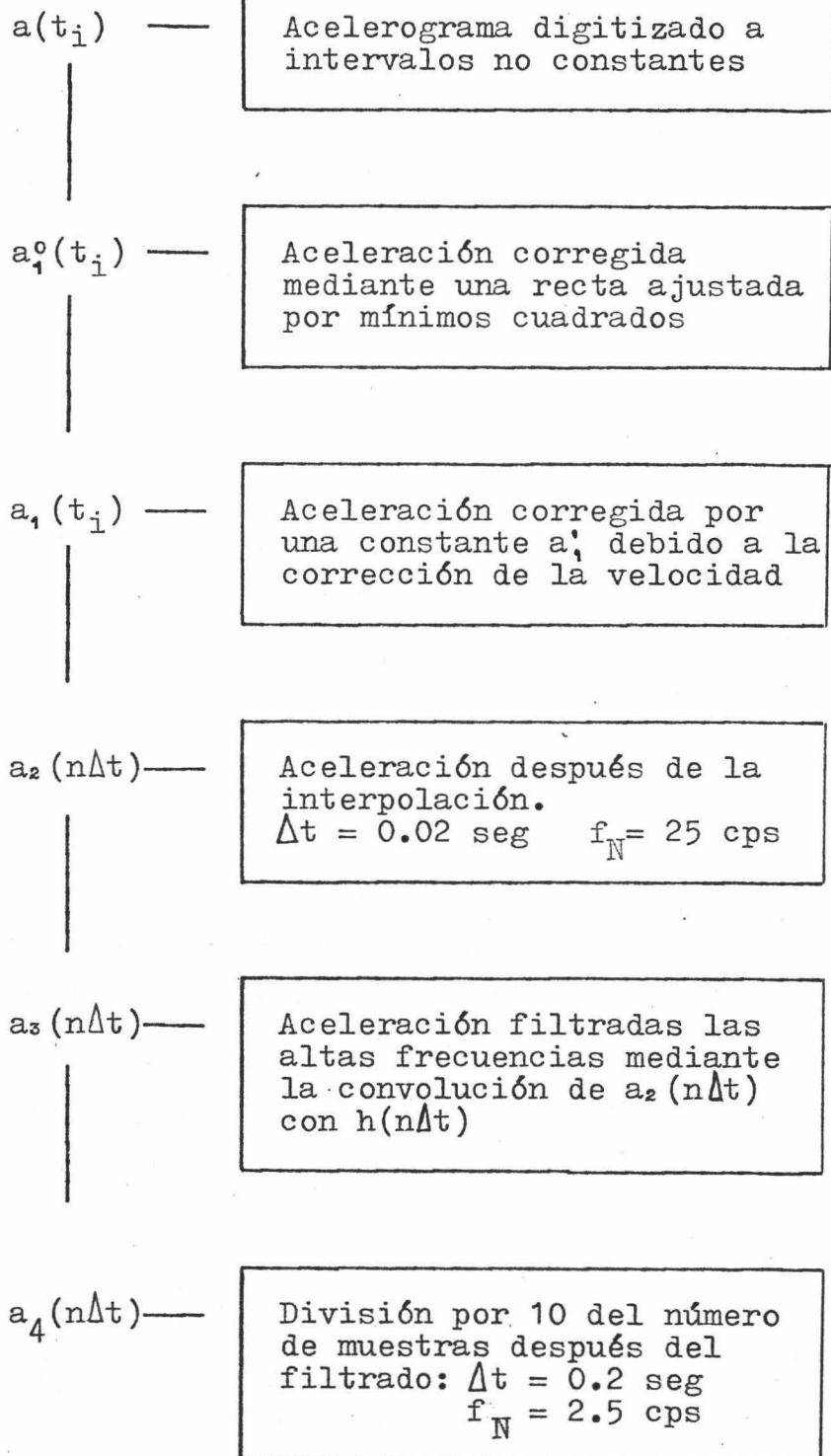
$$H_1(\omega) = \frac{\text{sen}(\pi f T_w)}{\pi f T_w} \quad (3.47)$$

De (3.46), ya que el intervalo después de la interpolación es 0.02 segundos, se concluye que la ventana alcanza a 20 puntos en cada promedio, 10 a la izquierda y 10 a la derecha del punto correspondiente. Un estudio de la ecuación (3.47) nos muestra que el primer cero se alcanza para una frecuencia de 2.5 cps y que entre este y el segundo, alcanzado para $f = 5$ cps, la amplitud de la función es casi nula, con lo cual se puede elegir una frecuencia Nyquist igual al primer valor. Esto supone que el valor del intervalo a tomar, tal que no deje escapar ninguna frecuencia por debajo de la Nyquist, deberá ser $t = 0,2$ segundos, ya que si:

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad f_N = 2.5 \Rightarrow \Delta t = 0.2 \text{ seg}$$

Así, el pasar en la evaluación del acelerograma de un intervalo de 0.02 segundos a otro de sólo 0.2, es equivalente a dividir por diez el número de muestras que lo definen. Esto como veremos nos ahorrará tiempo de computación, pues los siguientes cálculos los tendremos que realizar con un número mucho menor de números. Como una ayuda al entendimiento de lo que hemos explicado hasta ahora, presentamos el siguiente esquema:

$$a(t_i) / \dots$$



El segundo paso en el proceso de eliminar los períodos largos consiste en filtrar las altas frecuencias contenidas en $a_4(n t)$ por medio de un filtro Ormsby. Este filtro viene definido, en lo que respecta a su función de transferencia, por las siguientes frecuencias características.

$$\omega_c: \text{frecuencia de corte ("cutoff frequency")} = 2\pi f_c$$

$$\omega_t: \text{frecuencia de terminación ("rolloff frequency")} = 2\pi f_t$$

Si además definimos

$$h = \omega / \omega_s$$

$$h_c = \omega_c / \omega_s$$

$$h_R = (\omega_t - \omega_c) \quad (3.48)$$

donde

f : frecuencia lineal en c.p.s. (Hz)

$$\omega_s: 2\pi f_s = 2\pi \left(\frac{1}{\Delta t}\right) \text{ en radianes} \quad (3.49)$$

Los pesos que definen el filtro Ormsby en el dominio del tiempo vienen dados por la expresión:

$$h_n = \frac{\cos(2\pi n h_c) - \cos(2\pi n h_t)}{2 h_R (\pi n)^2} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \quad (3.50)$$

$$h_t = h_c + h_R \quad (3.51)$$

La agudeza de la terminación del filtro entre h_c y h_t viene dada por h_R (ecuación 3.48), que juntamente con el número de pesos N , nos medirá la exactitud del filtro. Así, para pequeños valores de N y pequeños valores de h_R , se reduce la exactitud de la función de transferencia con respecto a la ideal. Sin embargo, cuando $N \rightarrow \infty$, la transformada de (3.50) coincide con la función de transferencia ideal $H_2(f)$ que matemáticamente viene representada por la función:

esquema/...

$$\bar{H}_2(f) = \begin{cases} 1 & f \leq f_c \\ (f_T - f) / (f_T - f_c) & f_c \leq f \leq f_T \\ 0 & f > f_c \end{cases} \quad (3.52)$$

Ormsby, 1961, da de una forma empírica el error entre las funciones de transferencia computada e ideal $\epsilon(f, N) = H_2(f) - \bar{H}_2(f)$, como una función de λ_R y N mediante la fórmula:

$$\epsilon(f, N) = \frac{0.012}{\lambda_R N} \quad (3.53)$$

Es importante notar que esta es una fórmula aproximada y que debido al fenómeno de Gibbs, en los puntos de discontinuidad y cuanto más pronunciada sea ésta, la aproximación a $\bar{H}_2(f)$, aunque N sea grande, no será muy buena. Por otro lado, una suavización de la pendiente entre f_c y f_T tampoco sería conveniente, debido a que parte de las características de eliminación de bajas frecuencias del filtro desaparecerían. Por tanto, pensamos que la fórmula (3.53) deberá ser manejado con la correspondiente cautela; por ejemplo si consideramos que a partir de un cierto valor de la frecuencia ya no existe señal, no será conveniente colocar f_c igual a dicho valor, pues frecuencias próximas, pero anteriores a f_c , se verían afectadas en su amplitud por el fenómeno de Gibbs.

Trifunac, M.D. (1970) encontró que con el equipo de digitización que usualmente se utiliza en el Instituto Tecnológico de California y considerando la correspondiente exactitud de los operadores que normalmente digitizan los acelerogramas, el periodo de corte debería ser de 16 segundos, pues periodos más grandes que pertenecieran a la señal estarían profundamente perturbados por el ruido inherente en el proceso de digitización. Por lo tanto la estructura del filtro Ormsby, considerando un error $\epsilon(f, N)$ 1.2%, vendrá dado por las igualdades:

$$\lambda_R = \frac{(\omega_T - \omega_c)}{\omega_s} = (f_T - f_c) \Delta t \quad (3.54)$$

$$\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi \frac{1}{\Delta t} = \frac{2\pi}{0.2}$$

$$\omega_T = 2\pi f_T = \frac{2\pi}{T_T} = \frac{2\pi}{14.28} = 2\pi(0.07)$$

$$\omega_C = 2\pi f_C = \frac{2\pi}{T_C} = \frac{2\pi}{20.00} = 2\pi(0.05)$$

Como puede verse, los valores de T_C y T_T se han elegido tal que

$$T_T < 16 < T_C$$

El valor de λ_R será por lo tanto

$$\lambda_R = \frac{2\pi(0.07 - 0.05)}{2\pi/0.2} = 0.004$$

Como vemos el valor de λ_R es muy pequeño lo que, en función de la fórmula (3.53), nos implicará un valor muy alto para N .

Así, si en esta ecuación consideramos $\epsilon(f, N) = 1.2\%$, obtendremos para N .

$$\lambda_R \cdot N = 1 \Rightarrow 0.004 \cdot N = 1 \Rightarrow N = 250$$

La ecuación (3.54) es una adecuada expresión de λ_R a partir de la cual se ve claramente la necesidad de dividir por diez los datos a utilizar, para reducir el número de pesos. Para valores pequeños de Δt , el valor de λ_R se verá reducido, lo que implicará directamente el aumento del valor de N . Como el intervalo de separación entre los puntos del acelerograma es el mismo que el que separa cada h_n , encontramos que la ventana definida por estos tendrá la longitud:

$$250 \times 0.2 \text{ seg} = T_w/2 \Rightarrow T_w = 100 \text{ seg}$$

Ahora bien, como sabemos, el filtrado de una señal desde el punto de vista del cálculo, en el dominio del tiempo, es equivalente a la convolución de la función que define la señal y el conjunto de pesos que definen el filtro y en el dominio de la frecuencia al producto de las transformadas de las anteriores. Volviendo al primer caso (dominio del tiempo), lo anterior se expresa matemáticamente por la ecuación:

$$\bar{a}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) h(t-\tau) d\tau \quad (3.55)$$

o en forma discreta, que es nuestro caso ($N = 250$)

$$\bar{a}_i = a_i * h_i = \sum_{k=-k}^k a_k h_{i-k} \quad (3.56)$$

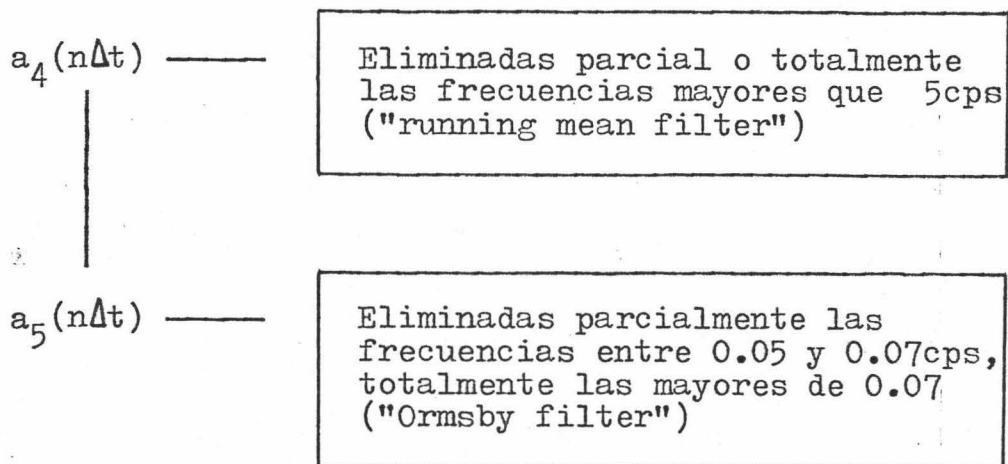
o también/...

o también, en función de la propiedad conmutativa de la convolución

$$\bar{a}_i = h_i * \bar{a}_i = \sum_{k=-k}^k h_k a_{i-k} \quad (3.57)$$

Desde ésta fórmula es fácil ver que, debido al proceso de filtrado, el intervalo en que definimos la aceleración tiene que ser extendido desde su valor inicial $(0, T)$ al debido a la longitud de la ventana donde están definidos los pesos, $(-T_w/2, T + T_w/2)$. El valor que se asigna a la aceleración en la extensión del intervalo es cero, lo que en un principio es bastante razonable, ya que lógicamente para los puntos anteriores al cero (a excepción de la pérdida de señal debido al sistema de "triggering") la señal es nula y para los puntos después del valor para T la señal se ha terminado e igualmente se la puede considerar nula. Luego podemos concluir, que si la parte de señal distinta de cero a la cual se le ha asignado el valor nulo es una parte insignificante del registro ($< 0.05\text{seg}$), la suposición anterior puede considerarse como razonable.

Recordando el esquema antes mostrado, los dos últimos pasos desde el punto de vista del filtrado se pueden caracterizar por:



Como sabemos, en el dominio de la frecuencia los dos pasos anteriores pueden ser expresados por las ecuaciones:

$$a_4(n\Delta t) = a_3(n\Delta t) * h_1(t) \xrightarrow{F.T} a_3(\omega) H_1(\omega) \quad (3.58)$$

$$a_5(n\Delta t) = a_4(n\Delta t) * h_2(t) \xrightarrow{\text{F.T}} a_4(\omega) H_2(\omega) \quad (3.59)$$

y sustituyendo la expresión-ecuación (358) en (359)

$$a_5(n\Delta t) = a_3(n\Delta t) * h_1(t) * h_2(t) \quad (3.60)$$

$$a_5(\omega) = a_3(\omega) \cdot H_1(\omega) \cdot H_2(\omega) \quad (3.61)$$

El valor de $H_1(\omega)$, hasta las frecuencias de corte y terminación de $H_2(\omega)$ (0,05 y 0.07 cps), es prácticamente la unidad, como es fácil ver sin más que sustituir estos valores en la ecuación (3.47), por lo tanto el producto de las funciones de transferencia $H_1(\omega)$ y $H_2(\omega)$, hasta los valores de las frecuencias mencionadas, se puede considerar igual a $H_2(\omega)$. Es decir, los dos pasos en que estaba dividido el filtrado dan el mismo resultado que si solo hubieramos realizado el segundo, pero la reducción previa de puntos (1º paso) nos ha supuesto un ahorro grande en el tiempo de computación. Lo que hemos hecho hasta ahora parece lo opuesto a lo que en realidad nos interesa, pues hemos eliminado las frecuencias a partir del valor 0.07 y hemos dejado los períodos con valores mayores que 20 segundos; es decir, hemos eliminado nuestra señal y dejado el ruido. Sin embargo, los siguientes pasos nos demostrarán como al final conseguimos todo lo contrario.

Ahora nuestra aceleración filtrada $a_5(n\Delta t)$ tiene que ser sustraída de la aceleración inicial espaciada desigualmente $a_1(t_i)$. Por tanto tenemos que interpolar $a_5(n\Delta t)$ para encontrar sus valores para los mismos puntos en los que está definida $a_1(t_i)$ y así hacer posible la sustracción; luego tendremos:

$$a_7(t_i) = a_1(t_i) - a_6(t_i) \quad (3.62)$$

donde $a_6(t_i)$ contiene los valores de $a_5(n\Delta t)$ para los diferentes t_i obtenidos por interpolación. Vamos a ver a continuación el verdadero significado físico de la sustracción

dada por (3.62). Si representamos por $F_7(\omega)$, $F_1(\omega)$ y $F_6(\omega)$ las respectivas transformadas de Fourier de $a_7(t_i)$, $a_1(t_i)$ y $a_6(t_i)$, tenemos que la ecuación equivalente de (3.62) en el dominio de la frecuencia es:

$$F_7(\omega) = F_1(\omega) - F_6(\omega) \quad (3.63)$$

donde
$$F_6(\omega) = F_1(\omega) \cdot H(\omega) \quad (3.64)$$

siendo como sabemos $H(\omega)$ la función de transferencia del filtro Ormsby por el que fué pasada $a_1(t_i)$. Sustituyendo (3.64) en (3.63) obtendremos:

$$F_7(\omega) = F_1(\omega) - F_1(\omega) H(\omega) = F_1(\omega) [1 - H(\omega)] \quad (3.65)$$

Pero, como es conocido por la teoría de filtrado, si $H(\omega)$ es un filtro que solo deja pasar las bajas frecuencias, $1-H(\omega)$ representa su complemento y solo dejará pasar las altas. Concluyendo, podemos por tanto decir que $a_7(t_i)$ representa un valor preliminar de la aceleración corregida, donde todos los períodos mayores que 16 segundos han sido eliminados.

Una vez llegados a este punto, debemos recordar que la extensión del acelerograma fuera del intervalo $(0, T)$, por motivos del filtrado, fue realizada (asignación del valor cero) con respecto a la primera corrección de la línea base, dada por la ecuación de la línea recta $c_0 + c_1 t + V_1$, donde los coeficientes c_0 , c_1 y V_1 fueron obtenidos antes del filtrado. O sea, que el valor cero de la aceleración fuera del intervalo $(0, T)$ está referenciado en un sistema nuevo de coordenadas, cuya ecuación de transformación con respecto al primero es:

$$\bar{a}(t) = a(t) + c_0 + c_1 t + V_1 \quad (3.66)$$

como puede verse, esta transformación de coordenadas supone una traslación más un giro con respecto al sistema de referencia primitivo.

Es evidente que ahora, una vez obtenida la aceleración $a_7(t)$, que está corregida por la línea base, de la cual se han eliminado los períodos largos, la doble integración de ésta con la suposición de velocidad y desplazamiento iniciales iguales a cero, nos daría los valores prácticamente exactos de la velocidad y el desplazamiento con excepción de los errores debidos a las suposición de condiciones iniciales nulas. Por tanto, la integración de $a_7(t)$ considerando que $V_7(t)$ para $t=0$ es nula, implica el que tengamos que ajustar a $V_7(t)$ una línea recta por mínimos cuadrados y luego corregirla por ella. También por el mismo razonamiento tendríamos que hacer lo mismo con el desplazamiento. Podríamos pensar ahora que el proceso de corrección está terminado y sería cierto si los valores obtenidos en el último ajuste de la velocidad para V_0 y V_1 estuvieran de acuerdo con lo establecido por la ecuación (3.66). Lógicamente esto no se cumplirá debido a la substracción dada por la ecuación (3.62) como consecuencia del filtrado. Esta discrepancia, sobre todo en el valor de V , viene justificada por haber extendido el acelerograma fuera del intervalo $(0, T)$ con un valor distinto a cero, que es el que físicamente debe tener la señal fuera del intervalo $(0, T)$. Para evitar este problema, Trifunac, M.D., 1971, indica que el proceso de filtrado se debe repetir varias veces hasta que la diferencia entre los respectivos valores obtenidos de V_0 y V_1 para dos filtrados consecutivos sea prácticamente nula, lo que indicaría que los valores asignados a la aceleración, fuera del intervalo, ahora ya si serían realmente nulos. Esquemáticamente el proceso iterativo de filtrado puede ser representado en la forma:

$$\begin{array}{c}
 d_1(t_i) = d_1^{\circ}(t_i) + V_1 \Rightarrow \text{Filtrado} \Rightarrow d_7(t_i) \\
 \uparrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 V_1 \neq V_1' \longleftarrow d_8(t_i) = d_7(t_i) + V_1' \\
 \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 (A_c, V_c, d_c) \leftarrow V_1 = V_1'
 \end{array}$$

Como una indicación sobre el método, nosotros queremos notar por ahora que la verdadera respuesta del filtro para los valores de N y λ_R debería ser comprobada, ya que la ecuación que da la exactitud de la misma en función de λ_R y N fué obtenida de forma empírica. Además pensamos que para los puntos que dan la frecuencia de corte y la de terminación, el fenómeno de Gibbs deberá tener un significado especial debido a que estos son puntos de discontinuidad, donde a pesar de que N sea muy grande la aproximación entre la función de transferencia ideal y la calculada no será muy buena. Por último, no debemos olvidar que el desplazamiento corregido se calculó con la condición de desplazamiento inicial nulo y por lo tanto para que este sea el verdaderamente corregido deberíamos ajustarle una línea recta usando mínimos cuadrados, lo que implicaría un desplazamiento en la línea base de la velocidad, debido al término lineal del ajuste. El hecho de que el autor no indique nada de esto, puede ser debido a que no tenga demasiada importancia sobre la velocidad y el desplazamiento, pero en cualquier caso nosotros investigaremos sus posibles efectos sobre la exactitud de nuestros datos.

Como se deduce de todo lo anterior, la aplicación de este método a nuestros acelerogramas, si no va precedida de un estudio previo, estará llena de incertidumbre. Por ejemplo, las frecuencias de corte y terminación dadas por Trifunac, en nuestro caso son completamente irrelevantes. En el mejor de los casos la máxima duración de un registro no llega a los 4 segundos, luego filtrar períodos más grandes que 16 segundos carece de sentido, y por supuesto, también, dejar aquellos comprendidos entre 4 y 16 segundos. Hasta cierto punto, es posible que parte de un armónico de largo período, esté incluido en el intervalo sobre el que se realiza la digitización y que por tanto la línea base de la aceleración, como consecuencia de la normal superposición de los

períodos cortos sobre el largo, se encuentre distorsionada, alejando su característica linealidad ($a_c = 0$) hacia un comportamiento más cercano al de una curva de segundo grado. Pero mas bien pensamos que si existen estos períodos largos o inclusive menores que la duración del registro, pero comparables en orden, probablemente no estarán relacionados con las aceleraciones producidas por el terremoto. Como se verá más adelante en el apartado dedicado a resultados, es claro que durante el proceso de digitización se introducen dentro de la señal períodos largos, cuyo valor oscila entre 1.5 y 2.0 segundos, lo que nos lleva, en un principio, a elegir como frecuencias de terminación y corte los inversos de los valores anteriores, que nos conducirá a un filtro de alta frecuencia cuyos períodos de corte y terminación serán respectivamente 1.5 y 2.0 segundos. Siguiendo el mismo proceso que en el caso anterior obtendremos:

$$\lambda_R = \frac{(\omega_T - \omega_c)}{\omega_s}$$

$$\omega_T = 2\pi(0.666) = 2\pi(1/1.5)$$

$$\omega_c = 2\pi(0.500) = 2\pi(1/2.0)$$

luego
$$\lambda_R = \frac{2\pi(0.666 - 0.500)}{2\pi \cdot 200} = 0.833 \times 10^{-3}$$

Si volvemos a suponer un error en la función de transferencia práctica del 1.2% con respecto a la función de transferencia teórica, el número de pesos y la longitud de la ventana vendrán dados por:

$$\lambda_R \cdot N = 1 \Rightarrow 0.833 \times 10^{-3} \cdot N = 1 \Rightarrow N \simeq 1200$$

como
$$\Delta t = 1/200 = 0.005 \text{ seg}$$

$$T_w / 2 = 1200 \times 0.005 \Rightarrow T_w = 12 \text{ seg}$$

Diversas e importantes conclusiones que en adelante discutiremos, se pueden obtener de estos cálculos. Así, vemos que el número de pesos obtenidos es grande y que la longitud de la ventana va a ser, en la mayoría de los casos, 3 o 4 veces mayor que la duración del registro, lo que supondrá tener que repetir varias veces el proceso de iteración y aumentar el tiempo de computación, no ya solo por el número de veces que se deba realizar la iteración sino también por la cantidad de evaluaciones que requiere una convolución en la cual una de las funciones esta definida por 1200 puntos. Ahora claramente vemos la necesidad de usar un "running mean filter" antes de aplicar el filtro Ormsby que nos permita reducir el número de pesos. Siguiendo una cierta ley de proporcionalidad con el trabajo anterior, nosotros debemos tomar una ventana de 0,1 segundo para el "running mean filter", a la que corresponderá una función de transferencia según la ecuación:

$$T_w(f) = \frac{\text{sen}(\pi f T_w)}{\pi f T_w}$$

que tendrá su primer cero para una frecuencia de 10cps. Como las frecuencias de corte y terminación elegidas son 0,5 cps y 0.666 cps, el producto de esta función de transferencia por la que define el filtro Ormsby hasta estas frecuencias es igual a la unidad. Dividiendo el número de puntos por diez, con lo que el intervalo de digitización pasará a ser igual a 0.05 segundos, obtendremos los siguientes valores de T_w y N :

$$k_R = \frac{2\pi(0.666 - 0.500)}{2\pi \cdot 20} = 0.833 \times 10^{-2}$$

$$\left| \begin{array}{l} k_R \cdot N = 1 \Rightarrow 0.833 \times 10^{-2} \cdot N = 1 \Rightarrow N = 120 \\ T_w / 2 = 120 \times 0.05 \Rightarrow T_w = 12 \text{ seg} \end{array} \right.$$

luego/...

Luego el número de pesos del filtro se ha reducido diez veces, pero la longitud de la ventana sigue siendo la misma, ya que la disminución del número de pesos implica un aumento de igual magnitud en el intervalo de digitización, haciendo que el producto permanezca constante.

El reducir la ventana se realizaría aumentando el valor de la diferencia ($f_t - f_c$) de una de estas dos formas. La primera consistiría en disminuir el valor de f_c con lo que se dejarían pasar largos períodos carentes de interés que contaminarían la señal, pero a su vez al ser menos pronunciada la pendiente entre los puntos definidos por f_t y f_c , la discontinuidad en ellos sería menos marcada y la semejanza entre la función de transferencia práctica y teórica sería mayor. La segunda forma implicaría un aumento del valor de f_t , pero esto traería como consecuencia el que períodos de interés se vieran afectados por el filtraje. Como ilustración, a continuación damos unos cuantos ejemplos para $t=0.05$ segundos:

f_t	f_c	Δf	N	T _w	T _t	T _c
0.666	0.500	0.166	120	12	2	1.5
0.666	0.285	0.381	50	2.5	3.5	1.5
1.000	0.500	0.500	40	2.0	2	1
2.0	1.0	1.0	20	1.0	1	0.5

Es evidente de todo lo anterior que la estructura final del filtro Ormsby es una elección bastante complicada y que la elección de f_t y f_c no está simplemente regida por su proximidad a los valores de los períodos que se quieran filtrar, sino por la agudeza de la pendiente entre f_t y f_c . También el carácter de las discontinuidades en estos puntos, deberán ser tenidas en primera consideración, ya que no podemos olvidar que, aunque el período de corte ya no sea de interés, el efecto producido por el fenómeno de Gibbs de alterar la forma de la función de transferencia práctica en los alrededores de los puntos de discontinuidad, puede alcanzar

a algunos/...

a algunos de los períodos de interés. Esto normalmente vendrá representado por la multiplicación de las amplitudes correspondientes a éstos por una cantidad distinta de la unidad.

La aplicación con ciertas garantías de este método a nuestros datos deberá realizarse teniendo siempre en cuenta las siguientes matizaciones: se tratará de conocer lo mejor que se pueda el contenido frecuencial de la señal. Así, las frecuencias de corte y terminación del filtro la alterarán en menor grado. La discontinuidad del registro, debida al sistema de disparo y a la necesaria extensión del mismo para poder realizar el filtraje, es un fenómeno cuyos efectos aún no son bien conocidos, lo que nos aconseja el estudio de éstos, sobre todo después de cada iteración y a la luz de su influencia sobre el cálculo de los coeficientes obtenidos por el método de mínimos cuadrados. De cualquier manera, siempre se puede dejar sin filtrar los primeros puntos y comenzar a partir de aquellos cuya posición corresponde con la mitad de la longitud de la ventana con lo cual la influencia sobre las condiciones iniciales debida al filtraje habrá desaparecido. Así, para $t=0.005$ la ventana del "running filter" es 0.1 segundo. Considerando este filtraje como una convolución escalada según la fórmula:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{2k+1} \sum_{k=-k}^k h_k Y_{i-k} \quad (3.67)$$

Si empezamos con el punto que ocupa el lugar número once y a partir de él seguimos el proceso de filtraje, todos los puntos menos los diez primeros serán filtrados. Como después se reduce por diez el número de puntos, tendremos que solo el primer punto no ha sido suavizado, con lo que la alteración de las condiciones iniciales, como efecto del filtro; puede ser considerada casi despreciable.

En los/...

En los últimos diez años el método de Trifunac (1971), ha sufrido algunas modificaciones, siempre en función del tipo de datos tratados. Entre éstas, mas bien como un mayor acercamiento a la realidad, que como una modificación, se encuentra el trabajo de Hank, T.C. (1975). Este trabajo es realmente importante ya que es una apropiada introducción a la utilización del desplazamiento del suelo producido por un terremoto (obtenido por doble integración de la aceleración) como un medio para estudiar en detalle el mecanismo de la fuente del terremoto, la influencia de la estructura local de la corteza sobre el modelo de radiación y como un paso final, obtener información necesaria para intentar la sintetización del movimiento del suelo producido por terremotos y condiciones locales simulados. Como indica el autor, es mucho más fácil desde el punto de vista puramente físico entender el mecanismo del foco y la heterogeneidad del medio de propagación para ondas con períodos largos que para aquellas asociadas a las altas frecuencias. La mayor longitud de onda de las primeras permitirá que sean registradas sin alteraciones debidas a pequeñas heterogeneidades, estando formadas casi completamente por la información característica del mecanismo del foco y por las grandes discontinuidades geológicas del medio. La precisión de nuestros resultados vendrá dada en función de la exactitud de los datos utilizados y es por este motivo, que el trabajo de Hank T.C. (1975) toma mayor interés. Como ya sabemos, dentro de las tres funciones que desde el punto de vista físico definen el movimiento del suelo producido por un terremoto (aceleración, velocidad y desplazamiento), es en el desplazamiento donde se manifiesta, con mucho, más claramente el contenido en largos períodos del movimiento, esto nos conducirá, si queremos resultados fiables, a tener que obtener valores del desplazamiento, despues de la doble integración de la aceleración, lo mas exactos posibles. El procedimiento elegido por Hank, T.C. (1975) para conseguir esto, pasa por el procesamiento de sus datos, según el método de Trifunac, M.D. (1971). La idea utilizada para conocer la exactitud de los desplazamientos se basa en el

hecho de que para una limitada variación de las distancias y el azimut, entre varias estaciones que registren el mismo terremoto local, el desplazamiento del suelo registrado debe ser bastante coherente en todas ellas. Así, eligiendo estaciones que están separadas por distancias pequeñas, en comparación con la longitud de onda de la banda de frecuencias de interés, los desplazamientos registrados en ellas, si la variación de los materiales sobre los cuales están instaladas no son grandes, deberán mostrar una forma muy parecida. Tomando el ejemplo de desplazamientos con períodos 3, 4 o más segundos, con una velocidad de propagación entre 2,5 y 3,5 km/seg (a los cuales correspondería una longitud de onda de aproximadamente 10 km o más), al atravesar un array de acelerógrafos cuyas dimensiones fueran menor que 2 km, cualquier diferencia encontrada entre los períodos largos registrados en las diferentes estaciones, debería ser atribuido a errores instrumentales o a errores del proceso de los datos. También es importante indicar que en este trabajo el número de veces que se aumenta el film es cuatro y que ésto lleva a ampliar por separado secciones de 11 segundos del registro total, cuya duración es aproximadamente de unos 60 segundos, lo que, debido a que luego para la digitización tienen que ser unidas, producirá períodos largos para valores de $11n$ o $11/n$ donde n es un entero, como se puede deducir a partir de la teoría de las oscilaciones armónicas (concepto de armónicos y armónico fundamental). En nuestro caso este problema nunca aparecerá y por lo tanto no será necesario establecer una acotación del período de corte por ello. Es evidente que para poder realizar la comparación entre los diferentes desplazamientos es necesario que todos los acelerógrafos tengan una orientación común para las tres componentes y la misma base de tiempo. El número de componentes del desplazamiento del suelo con las que se trabajó en este estudio fueron 234, todas ellas obtenidas del terremoto de San Francisco (California) el 9 de Febrero de 1971, y cuya magnitud local fué 6,7. Esta magnitud y el promedio de las distancias a las que fueron realizados los

registros hacen bastante dispares nuestros datos con los utilizados en este trabajo. Ya el autor indica que no está muy claro el hecho de que el trabajo se esté realizando dentro del tratamiento de datos en el campo cercano (near-field) o el campo lejano (far-field). Sin embargo hay una serie de conclusiones que pueden ser muy aprovechables a la hora de controlar la exactitud de los resultados obtenidos con nuestros datos. Así, según el autor, es claro que la exactitud en la obtención de los largos períodos es una función de la longitud del registro, hasta tal punto que desde un registro de 30 segundos de duración es imposible esperar una información exacta para un período de 15 segundos, lo cual se podría interpretar como que períodos de la mitad de la duración del registro que aparezcan en el desplazamiento, pueden ser considerados como "irreales". A la hora de interpretar la forma general que representa los pulsos del desplazamiento, éstos se deben considerar no como la contribución de un solo armónico, sino mas bien como la suma de armónicos sobre una determinada banda de frecuencias. Es evidente por otra parte, que lo anterior solo se puede entender como una necesaria aproximación al problema, que nos permita entender, en parte, la complicada estructura del mismo. Para Hank, T.C., el término período largo debe referirse a aquella banda de períodos, discernible en el desplazamiento y que generalmente oscilará entre 1 ó 2 segundos y 8 ó 10 segundos. La dificultad para recuperar la información de éstos, apoyando las conclusiones de Trifunac (1973 b), es debida principalmente a los errores aleatorios introducidos en el proceso de digitización y no como consecuencia de imperfecciones instrumentales, longitud del registro, tiempo de "trigger" y desconocidas condiciones iniciales, siempre y cuando, claro está, se use el método de filtrado iterativo (Trifunac M.D., 1971) o la versión modificada por Hank, T.C. (1975). Como información los valores máximos de la aceleración, velocidad y desplazamiento obtenidos para diferentes lugares de registro, son expuestos en la siguiente tabla: (ver sig. hoja)



Id.	Aceleración	Velocidad	Desplazamiento	Período
E075	111.8cm/seg ²	18.5cm/seg	-11.6cm	12seg
G112	78.5cm/seg ²	-15.7cm/seg	- 9.2cm	8seg
1134	-97.9cm/seg ²	16.7cm/seg	11.3cm	9seg
G110	139.0cm/seg ²	9.0cm/seg	- 2.9cm	4seg
N186	96.7cm/seg ²	-9.7cm/seg	5.0cm	5seg
P220	34.3cm/seg ²	-5.8cm/seg	6.7cm	7seg
N195	-40.9cm/seg ²	-3.6cm/seg	-2.4cm	8seg

Si siguiendo al autor podemos aplicar a uno de estos datos la teoría de dislocación del mecanismo del foco (Brune 1970, 1971). Si consideramos que el primer pulso transversal que aparece en el desplazamiento, registrado en el lugar cuya identificación es G110, es un pulso de cizalla en el "campo lejano", las fórmulas:

$$M_0 = 4\pi \rho \beta^2 R (\Omega_0 / 0.85) \quad (3.68)$$

$$\tau (\beta / r) \simeq 3$$

donde ρ y β tienen los valores 2.7grm/cm³ y 3.2km/seg respectivamente, Ω_0 es la integral (función del tiempo) del pulso de cizalla en el "campo lejano", τ la anchura del anterior pulso en segundos y 0.85 el factor corrector por reflexión del pulso de cizalla con la superficie libre, que fué tomado como valor promedio entre el modelo de radiación y la correspondiente contribución por tratarse de la componente horizontal, nos dan los valores de 1.3×10^{26} dinas cm para el momento sísmico y 5km para las dimensiones de la fuente. Ahora bien, estos valores fueron obtenidos a partir de los de Ω_0 y τ que se midieron directamente en el desplazamiento obtenido por doble integración con lo que si éste no ha sido obtenido correctamente estas medidas y los anteriores valores serán completamente erróneos. El haber obtenido un valor de 5km para r demuestra una vez mas lo exclusivo de

los datos utilizados en nuestro trabajo, donde a partir de observaciones directas en el interior de la mina, nunca ni por aproximación se ha llegado a alcanzar en el foco tales dimensiones. Fuera de las consideraciones sobre la teoría de la dislocación, Hanks (1975) prácticamente no varía en nada el método de Trifunac, M.D. (1971) y solo se limita a cambiar los límites de las frecuencias de corte y terminación con idea de obtener valores mas exactos dentro de la banda de los largos períodos, lo cual hará más factible el uso de estos datos, en trabajos de tipo clásico como los de Haskel, N.A. (1964, 1969) y Brune (1970, 1971), para estudios del mecanismo del foco en el "campo lejano".

En 1977 K.G. Maderis y J. Wilson presentan un método de corrección de aceleraciones basado principalmente en la combinación del método de mínimos cuadrados y el uso de "running mean filters". Así, la aceleración no corregida es integrada para obtener la velocidad. A esta se le aplica un "running mean filter" con lo cual solo se dejan en ella las bajas frecuencias, eliminandose las altas. Después se ajusta un polinomio, usando el método de mínimos cuadrados, donde el orden del polinomio se calcula en función de la frecuencia de corte que se desee y la longitud del registro, según la fórmula:

$$n = 1 + 2fT \quad (3.70)$$

Como sabemos, el hecho de pasar el registro por un "running mean filter" nos permite reducir el número de puntos que lo definian con lo cual el ajuste de mínimos cuadrados se realiza en un tiempo mucho menor. El siguiente paso en el proceso consiste en interpolar, para obtener el mismo número de puntos que había en el registro original. Entonces se realiza la sustracción entre la velocidad original y la corregida, con lo cual, como en el caso de Trifunac, M.D. (1971), lo que se ha eliminado de la velocidad son las bajas frecuencias, es decir los posibles largos períodos introducidos durante la digitización o en cualquier otro

momento en el proceso de tratamiento de los datos. La aceleración es obtenida por diferenciación de la velocidad corregida y el desplazamiento por simple integración de la anterior o doble integración de la aceleración corregida. Como indica el autor, para una frecuencia de corte de 0.85Hz y una longitud de registro de 10 segundos, la fórmula (3.70) nos da para n el valor 18. El hecho de elegir 0.85Hz de frecuencia de corte implica el que realmente se eliminen en parte o del todo los períodos en la proximidad del valor 1.2 segundos y más arriba. En nuestro caso la siguiente tabla nos da una idea de los ordenes de los diferentes polinomios que tendríamos que ajustar según se varíe la frecuencia de corte y la duración de la longitud del registro.

T(seg)	f_c (Hz)	T_c (seg)	$n=1 + 2f_c T$
3	1	1	7
2	1	1	5
2	2	0.5	9
3	0.5	2	2~3
<u>2.0 .7 1.4</u>	2.5	1	3~4

Como vemos, para pequeñas variaciones de T y f_c los órdenes de los polinomios varían bastante, no siendo fácil encontrar un significado físico a este hecho. Así, es fácil entender que debido a la elección subjetiva de la duración del registro, para dos diferentes operadores que estudiarán el mismo registro, uno de ellos podría caracterizarlo por el primer caso de la tabla y el segundo por el último, con lo que a un mismo registro una vez le ajustáramos un polinomio de séptimo grado y otra uno de tercero, con lo cual, como consecuencia de lo ya indicado sobre el carácter de aproximación que tiene el método de mínimos cuadrados, los resultados obtenidos en uno y otro caso, sobre todo en el caso de doble integración, serán bastante diferentes. Esto puede definir el método como inestable lo que representa una desventaja difícil de superar. En mi opinión, la pregunta mas

importante en torno a este método se fundaría en la forma en la cual se ha obtenido la fórmula (3.70) y si ya se han eliminado los largos períodos, ¿qué tipo de corrección sobre el registro representa el ajustarle polinomios de órdenes mayores que el tercero?. Como vimos, el desconocimiento de la línea base, en condiciones normales, solo implica el que la velocidad sea corregida por un polinomio de segundo grado. Otras contaminaciones en esta línea base o incertidumbres en las lecturas y las condiciones iniciales deberían ser, por otra parte, corregidas por el filtraje que se utiliza con el "running mean filter". De cualquier forma y como se puede ver en uno de los casos, el método se puede considerar como una variación de la corrección parabólica, consistente en filtrar los largos períodos del registro. Como comentario final a este método indicaremos que las distancias a las cuales se obtienen los registros utilizados en este trabajo varían entre los 6.4Km y los 64Km, con la correspondiente variación en la aceleración registrada entre 0.003g y 1.0g. Esto realmente nos indica que los picos de la aceleración estarán asociados a una amplia banda de períodos con lo que la frecuencia de corte deberá ser elegida cuidadosamente en cada caso concreto.

Un estudio mas profundo que el realizado por Trifunac et al (1973) sobre los errores producidos por la digitización y la corrección de la línea base, es presentado en 1980 por Iafar Shoja-Taheri. Para el autor, los valores de los parámetros que definen la línea base dependen en gran proporción de la selección de la posición de los datos a lo largo del eje del tiempo. Así, con excepción de los máximos y mínimos, los demás puntos son seleccionados arbitrariamente y por tanto dependerán de cada digitización y de la persona que realice la misma. La variación en estos parámetros tiene un pronunciado efecto sobre las componentes de baja frecuencia del desplazamiento. Aunque el autor fija el límite a partir del cual el desplazamiento empieza a verse afectado, igual 0.1Hz, nosotros, como ya indicábamos, y en función de

que registramos/...

que registramos frecuencias más altas, creemos que este límite (inferior para registros de corta duración) debe ser aumentado hasta valores cercanos a 1 Hz, con lo cual tendríamos que utilizar filtros que empezaran a eliminar los períodos mayores que 1 segundo. Al igual que nosotros habíamos indicado y aunque en otro tipo de acelerogramas, las conclusiones del autor se centran no sólo en reducir el límite de los largos períodos que se pueden considerar como reales, sino a recomendar que las elecciones de las frecuencias de corte y terminación que especifican el filtro Ormsby deben ser elegidas según las características de cada caso particular de registro que se vaya a estudiar. Es decir, un estudio de diferentes digitizaciones del registro pueden dar una idea de las necesarias frecuencias de corte y terminación que se deban aplicar a cada registro, con la seguridad de que éstas no dejen parte de ruido en el mismo o quiten parte de la señal.

Siguiendo los trabajos de Hank, T.C. (1974, 1975, 1977, 1978, etc.) de estudiar los parámetros de la fuente de un terremoto, utilizando información obtenida desde acelerogramas, John B. Fletcher, A. Gerald Brady y el mismo Thomas C. Hanks, presentan en 1980 un trabajo que en parte es de gran importancia para nuestro presente estudio y del cual haremos una extensa discursión. La utilización de más de 300 acelerogramas obtenidos después de los tres primeros meses que siguieron al terremoto de Oroville, California, el 1 de Agosto de 1975 y cuya magnitud (M_L) fué 5.7, proporcionaron a los autores una información inédita en el campo de los estudios sobre acelerogramas que hasta ese momento se habían utilizado. Estas réplicas se diferencian de los registrados anteriormente en su baja profundidad focal, entre 2 y 12 Km, su pequeña distancia de registro al hipocentro, casi siempre menor a los 15 Km y por último el bajo rango de magnitud de los mismos, entre 2.8 y 4.9. Desde el punto de vista del registro, las características más fundamentales de éstos son su corta duración, su pequeña diferencia

entre el/...

entre el comienzo del registro y la llegada de la onda S y el que las mayores amplitudes, se alcanzan para valores de la frecuencia por encima de unos pocos Hertz. Como en un principio puede verse, la similitud entre estos datos y los que nosotros utilizamos es bastante buena, pero, como mostraremos a continuación, hay diferencias sustanciales. La primera y más importante de ellas, bajo nuestro punto de vista, es la forma en la que son digitados los datos, o más claramente el sistema de digitización utilizado. Este es un "laser scanner" con el cual los puntos de traza digitizados caen dentro de la misma con un error de $\pm 10 \mu m$ con respecto al centro de la misma. Teniendo en cuenta que el espesor de la traza en el film es del orden de 0.2mm, lo anterior permite definir una traza que es 1/10 menos espesa que la traza visible del acelerograma y que está situada en el medio de ésta. Sin embargo en nuestro caso, como se recordará, el poder de resolución era de $\pm 0.1mm$, es decir del orden del espesor de la traza, produciendo como ya veremos más adelante, errores importantísimos en la definición de los respectivos ciclos que definen nuestro acelerograma y que van a tener una gran significación sobre la integración. Este problema se da en menor medida en el caso de usar el "laser scanner", lo cual evidentemente hará diferente la fuente de errores de uno a otro tipo de datos y por consiguiente el tratamiento de la eliminación de los errores introducidos en cada uno de los procesos. En un principio, los autores siguen casi el mismo proceso de obtención de velocidad y desplazamiento que Trifunac, M.D. (1971), es decir, una suavización de la traza fija que aparece en el registro es restada a la aceleración; luego, estas aceleraciones son trasladadas tal que su valor medio sea igual a cero, interpolación para obtener puntos igualmente espaciados con un intervalo de 0.01seg., es el siguiente paso, previo paso al filtrado de las altas frecuencias usando un filtro Ormsby construido por la aplicación separada de un filtro de paso baja (caracterizado por las frecuencias $f_H=25Hz$ y $f_{HT}=27Hz$) y un filtro de paso alta (que a su vez se caracteriza por

$f_L=0.33\text{Hz}$ y $f_{LT}=0.23\text{Hz}$), es decir, obtenemos un filtro de "paso-banda" que solo deja pasar los períodos comprendidos entre 3.34 segundos y 0.04 segundos y que desde el punto de vista estrictamente teórico, los períodos entre 3.03 y 0.037 segundos no serán en absoluto alterados. Después el número de puntos se divide por dos, con lo que ahora el intervalo de muestreo es $t=0.02$, que implicará una frecuencia Nyquist igual a 25Hz. Una vez que el acelerograma es corregido por la respuesta instrumental se le ajusta una línea recta por el método de mínimos cuadrados, la cual a continuación es restada a la aceleración. Las primeras integraciones son realizadas y una vez obtenida la velocidad, a ésta también se le ajusta una línea recta, cuyo término lineal es sustraído de la aceleración, que nuevamente es pasado por el filtro de "paso-alta". Otra nueva integración para obtener velocidad y desplazamiento es realizada, pero ahora a quien se pasa por el "filtro de alta" es a la velocidad, integrando ésta para obtener el desplazamiento. Finalmente, es al desplazamiento al que se le quitan los bajos períodos usando el anterior filtro de "paso-alta". Según lo explicado anteriormente, el método, aunque está basado totalmente en el de Trifunac, M.D. (1971), tiene diversas variaciones con respecto a él. El número de iteraciones controladas por los valores de las diferencias entre las velocidades iniciales, aquí no aparecen. El hecho de utilizar un filtro de "paso alta", es justificado por los autores como medio de eliminar los largos períodos introducidos por el desconocimiento de las condiciones iniciales de la velocidad y el desplazamiento. El tomar f_L como 0.33Hz, está basado en el criterio de tomar f_L igual a un cuarto de la longitud del registro, lo que implica una duración de aproximadamente 12 seg, alejándose bastante de la utilizada por nosotros, que siempre es menor de 4 segundos. Según notan los autores, a pesar de los repetidos filtrados, el desplazamiento corregido sigue mostrando falsos períodos largos. Para resolver en parte este problema los autores justifican y proponen los siguientes tres cambios en el método. Primero,

la rampa definida entre f_c y f_t debe ser extendida, es decir suavizan los puntos de discontinuidad de la respuesta del filtro Ormsby, para que la aproximación entre la respuesta práctica y la teórica sea mejor y así evitar el fenómeno de Gibbs, que como consecuencia de usar un número finito de pesos en el dominio del tiempo, tiene como efecto una sobrevaloración en las esquinas de la función respuesta del filtro. Así, siguiendo esta idea f_L es cambiada de 0.33 Hz a 0.5 Hz con lo que f es ahora 0.27 y no 0.10 como era antes. Segundo, eliminar el paso de filtrar las bajas frecuencias contenidas en el desplazamiento, ya que si nos basamos en la teoría de la dislocación (Haskel, 1969; Brune 1970) para computar desplazamientos teóricos del movimiento producido por la onda S, obtenemos que este consistirá en un pulso unipolar, formando una área finita y distinta de cero bajo el eje del tiempo. Ahora bien, para registros obtenidos a distancias muy cercanas, donde tiene más importancia sobre la señal, el área finita de la fuente y el fenómeno del campo cercano (Johnson, 1974), que la trayectoria de propagación, hay que tener cuidado al utilizar cualquier tipo de filtros de paso alta pues si sus frecuencias de corte y terminación están cercanas a la "frecuencia corner" del pulso, podría ocurrir que cierta parte del área finita predicha por la teoría, sea perdida y los efectos del "campo cercano" sean entonces enmascarados. Tercero, eliminación de todos los pasos de reducción de puntos durante el proceso de filtrado. Notamos que los autores, antes del proceso de filtrado de las bajas frecuencias contenidas en la velocidad y como un ahorro de tiempo de computación, reducen los puntos que definen la velocidad pero sin el paso previo de utilizar un "running mean filter" que elimine el problema de "aliasing". Como es sabido, al aumentar el intervalo de muestreo, como consecuencia de la reducción, la frecuencia Nysquist decrece y puede caer dentro de las frecuencias de interés de la velocidad, que se verán afectadas debido al fenómeno de doblamiento que se produce en el espectro para los valores de la frecuencia Nysquist y sus múltiplos enteros. Sin

embargo, el hecho de utilizar un "running mean filter" cuya función respuesta tenga el primer cero para una frecuencia igual a la frecuencia Nysquist del registro antes de la reducción, puede eliminar con bastante éxito los anteriores problemas de "aliasing". Así, en el caso de los autores, con una velocidad muestreada cada 0.02 segundos a la que corresponde una frecuencia Nysquist de 25 Hz, si para ahorrar tiempo en el filtrado se reduce por 10 el número de puntos, la correspondiente frecuencia Nysquist será ahora 2.5Hz y como fué dicho al principio, ésta cae de lleno dentro de las frecuencias de interés y todas las frecuencias pertenecientes a la velocidad alrededor del valor 2.5 estarán afectadas por el problema de "aliasing" producido como consecuencia de tener que muestrear la función. Sin embargo, algunos de los registros estudiados, a pesar de haber realizado en su procesamiento los tres cambios anteriores, seguían mostrando falsos largos períodos, cuyo valor era el mismo que el período de corte del filtro Ormsby utilizado. Parece entonces evidente que estos largos períodos sean introducidos por la inexactitud de la función de respuesta práctica del filtro Ormsby con respecto a la verdadera, obtenida con un número infinito de pesos. Esto hace que los autores cambien el filtro Ormsby por un filtro Butterworth que tiene una respuesta más plana en la banda de paso, que el anterior. Además el 2½% de la parte inicial y final del registro fueron suavizados usando funciones coseno de tipo campana ("cosine bell") para tratar de eliminar los problemas asociados con condiciones iniciales distintas de cero. En realidad, las variaciones de eliminar el "running mean filter" y extender la rampa del filtro se pueden resumir en una sola, la cual consistiría en acercar al máximo las respuestas teóricas y prácticas del filtro por aumentar el número de pesos y hacer más grande el valor de λ_R en (3.53). Ahora bien, según la ecuación (3.54), λ_R se puede expresar como $\lambda_R = (f_t - f_c) \cdot \Delta t$, es decir, el aumento de λ_R depende no sólo de la diferencia entre las frecuencias de terminación y corte sino también del intervalo de tiempo elegido para

realizar el filtraje. Si nos fijamos en las diferencias producidas por los cambios introducidos por los autores en su trabajo, éstas pueden ser expresadas por los tres siguientes casos:

1° caso $f_t = 0.33$, $f_c = 0.23$, $\Delta t = 0.02$ división por 2

0.33

$$\lambda_R = (9.33 - 0.23) \cdot 0.02 = 0.002$$

con lo cual para obtener un error del 1.2%, el valor de N debe ser 500, lo que supondrá definir el acelerograma 10 seg. antes y después del principio y el final del registro: $T_w = 20\text{seg.}$

2° caso $f_t = 0.33$, $f_c = 0.23$, $\Delta t = 0.01$ sin reducción de puntos

$$\lambda_R = (0.33 - 0.23) \times 0.01 = 0.001$$

lo cual implica, al igual que antes, un número de pesos igual a 1000 y lógicamente la misma longitud de ventana: $T_w = 20\text{seg.}$

3° caso $f_t = 0.5$, $f_c = 0.23$, $\Delta t = 0.01$ sin reducción

$$\lambda_R = (0.5 - 0.23) \times 0.01 = 0.0027$$

a este valor corresponde $N=370$ y $T_w=7.4\text{seg.}$

Estos tres casos tienen en común, si sobre ellos no se hace ningún cambio, el que implican según la fórmula (3.53) un error para la correspondiente función respuesta del 1.2%. Sin embargo, se diferencian en el número de pesos y en la longitud de la ventana. Lo primero influye directamente en el tiempo de computación y lo segundo, siempre según la fórmula experimental (3.53), no tiene ningún efecto sobre la precisión de la función respuesta y sólo, según indicó Trifunac, M.D. (1971), afecta al número de iteraciones necesarias para obtener un desplazamiento correcto, aunque según dijimos, los autores no hacen mención para nada al uso de las iteraciones. Por otra parte, con los casos segundo y

tercero realizan una prueba, consistente en obtener la función de transferencia resultante de pasar un pulso por las respectivas funciones respuestas que definen éstos. Los resultados demuestran que para el caso en que la frecuencia de esquina del filtro es 0.33, el valor de la amplitud del desplazamiento del pulso es un 40% más grande que en el caso en que la función respuesta tiene una frecuencia de corte de 0.5. Esto, como indican los autores, es debido al hecho de que la obtención del desplazamiento por una doble integración de la aceleración implica el que la amplitud de los armónicos contenidos en el desplazamiento se vea dividida por la frecuencia angular, al cuadrado, de cada uno de ellos, es decir que para un armónico en la aceleración de 0.5Hz de frecuencia y amplitud unidad, la doble integración deja a este armónico en el desplazamiento con una amplitud de 0.1013. Sin embargo, uno con frecuencia 0.33Hz es reducido a 0.2326. Lo anterior hace que las discrepancias entre la función respuesta práctica y teórica en la aceleración se reduzcan cuanto más alta es la frecuencia de esquina del filtro, con lo que el efecto de la sobre evaluación para esa frecuencia de esquina sea en el desplazamiento menos pronunciado. Parece entonces claro que el aumento del valor de la frecuencia de esquina puede mejorar la exactitud de los valores del desplazamiento, no solo por lo anterior sino también porque permite una mayor extensión de la rampla del filtro, lo que según la fórmula (3.53), si se mantiene el número de pesos constante, implicará un valor del error menor. Esto es en realidad lo que puede mejorar la respuesta del filtro, pues una vez fijado el número de pesos y el intervalo de tiempo, si aumenta el valor del factor (f_t, f_c) en λ_R , en la ecuación (3.53) producirá un menor valor del error predicho por esta. Así, en el caso primero presentado anteriormente, si dejamos fijo $N=500$ y $t = 0.02$, el pasar de un $\Delta f=0.1$ a otro $\Delta f=0.27$ supone que el error pase del 1.2% a 0.44%. Sin embargo, el no realizar la reducción de puntos sólo supone que el error pase de 1.2% a 0.88%, teniendo que aumentar el número de pesos hasta 1000

$(f_t - f_c)$

Δk

para poder mantener la anterior reducción en el error. Por tanto pensamos que si el hecho de aumentar el valor de Δf es aconsejable, no nos parece lo mismo la idea de eliminar la reducción de puntos, así nosotros no sólo la mantendremos como un medio de mejorar la veracidad de la función de respuesta del filtro, sino también como un medio de ahorrar tiempo de computación, además, si en el caso de los autores esta suponía el pasar de una frecuencia Nyquist de 25Hz a una 2.5Hz ya dentro de las frecuencias de interés, en nuestro caso concreto ésto se evitará debido a que la interpolación entre puntos se hará con un intervalo de separación de 0.0025, que supone una frecuencia Nyquist de 200Hz. Así, después de la división por diez del número de puntos, éstas se reducirán a 20Hz, que aún estaría lejos de nuestras frecuencias de interés, las cuales como veremos están alrededor de 10Hz. También debemos recalcar el hecho de que el aumento del valor de Δf , a partir de un aumento del valor en la frecuencia de terminación, permite la mejora de la función de respuesta, pero no siempre será factible, ya que ello puede implicar en algunos casos el empezar a filtrar en parte ciertas frecuencias de interés, sobre todo para el caso de los desplazamientos. En nuestro caso, lo anterior tiene un carácter más crítico que en el caso del trabajo al cual nos referimos, pues ellos pueden colocar la frecuencia de corte en un valor cercano a 0.25, ya que algunos de sus registros tienen duraciones cercanas a los 12 segundos, pero en nuestro caso, con sólo 4 segundos de duración o menos, poner frecuencias de corte menores que 0.35, permitiría pasar parte de los largos períodos debidos al ruido. Un valor mínimo de 0.5 parece el mas adecuado, lo que para obtener un Δf de 0.3 implicaría el tener que dar a la frecuencia de terminación un valor de 0.8Hz y supondría un verdadero período de corte de 1.25 segundos, que aún en el caso del desplazamiento, está todavía lejos de nuestros períodos de interés. Esto nos puede permitir en nuestro caso aumentar el valor de Δf , lo cual puede ser una ventaja que nos permita utilizar el método general de filtraje (Trifunac, M.D., 1971) sin casi ningún cambio. El hecho de la utilización

de un filtro tipo Butterworth en vez del Ormsby que propone Trifunac, puede ser avalado por la circunstancia de que la rampa entre la frecuencia de corte y terminación se define cuando se diseña el filtro y su decrecimiento se puede dar en decibeles por octava. Es decir, la discontinuidad definida por las esquinas en el filtro Ormsby aquí desaparece, ya que estas son definidas como la parte de la respuesta donde ha habido un descenso de -3db entre la zona donde pasan las frecuencias sin distorsión y la zona donde empiezan a cortarse. Si a lo anterior unimos el hecho del carácter recursivo del filtro, que le permite después de ciertos pasos alcanzar el orden de descenso diseñado, se comprenderán mejor las ventajas, que desde este punto de vista, tiene el filtro Butterworth sobre el Ormsby. Ahora bien, si una objeción es permisible, en nuestra opinión, debería ser por el hecho de que ellos no dan una fórmula, como en el caso del filtro Ormsby, que nos da una idea de la exactitud del mismo. De cualquier forma, parte de esto, será estudiado en el apartado correspondiente a resultados.

No queremos terminar esta sección sin dejar de mencionar un trabajo muy reciente, publicado por McGarr, Green y Spottiswoode (1981) que trata, aunque a diferente escala, parte de nuestro problema. Los datos utilizados son hasta la fecha los más similares a los nuestros que hemos encontrado, pues tratan con acelerogramas registrados en la zona de minas de oro del East Rand en Sudáfrica. Sin embargo, debido a que éstos fueron registrados en el interior de la mina y a pocos metros de distancia del foco ($50\text{m} \leq R \leq 1600\text{m}$), por lo tanto las amplitudes máximas de la aceleración están en la zona de las frecuencias muy altas ($10\text{Hz} \leq f \leq 400\text{Hz}$), parece impracticable, no ya sólo la comparación de estos datos con los nuestros, sino también los métodos de procesamiento utilizados. De cualquier forma conviene indicar el método por ellos seguido para calcular valores correctos de la aceleración, velocidad y desplazamiento. Primero, antes de cada integración, mediante un filtro

Butterworth se eliminan las frecuencias fuera de la banda comprendida entre los 10 y 400Hz. Segundo, se ajusta una línea recta al resultado del filtrado, que sustraída de este mismo, nos dará ya los resultados corregidos. Desde el punto de vista de la posible extrapolación de los resultados obtenidos de estos datos, a los nuestros, este trabajo será utilizado en la siguiente sección dedicada a Discusión y Resultados. Pero, antes de concluir queremos notar otros dos detalles importantes de estos datos como son: 1) La digitización se produjo con 1765 muestras por segundo; 2) El ruido de baja frecuencia está comprendido entre 10 y 50Hz. Lo primero, teniendo en cuenta que la duración media de los registros es aproximadamente 0.1 segundo, implica unos 180 puntos para evaluar el acelerograma, que es algo menor que lo utilizado por nosotros. Lo segundo puede ser interesante, pues de persistir este ruido en la superficie podría afectar en función de su amplitud a nuestros registros, ya que como veremos, las frecuencias fundamentales están siempre alrededor de los 10Hz.

4. ANALISIS ARMONICO DEL ACELEROGRAMA

A partir de la representación gráfica de la aceleración, velocidad y desplazamiento, en el dominio del tiempo, es en cierto modo posible obtener una idea del contenido armónico del movimiento del suelo. Sin embargo, para un detalle más completo del mismo, deberemos recurrir a la utilización de la integral de Fourier. En el caso concreto de funciones aperiódicas, el teorema de Fourier puede ser extendido a éstas si se las considera funciones periódicas con período infinito y siempre que la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt \quad (4.1)$$

sea finita. En este caso la función y su espectro o representación de la misma en el dominio de la frecuencia, vienen

dados por el par

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.2)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.3)$$

La ecuación (4.2) define la transformada directa de Fourier y la (4.3) la inversa. Por lo general $F(\omega)$ es una función compleja y por consiguiente vendrá representada por su módulo y por su fase

$$F(\omega) = R(\omega) - iI(\omega) = A(\omega) e^{-i\theta(\omega)} \quad (4.4)$$

$$A(\omega) = (R^2(\omega) + I^2(\omega))^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

$$\left(\frac{-I(\omega)}{R(\omega)} \right) \quad \theta(\omega) = \tan^{-1} (I(\omega)/R(\omega)) \quad (4.6)$$

$A(\omega)$ y $\theta(\omega)$ suelen ser llamados espectros de amplitud y fase respectivamente. El primero, cuando es representado gráficamente en función de la frecuencia (o el período), da una indicación clara de como fue repartida la energía dentro de las frecuencias (o períodos) que constituyen la función $F(\omega)$. El segundo, por otro lado, nos dará la diferencia de fase entre los correspondientes armónicos. Por último, debemos recordar que la condición de suponer un período infinito trae como consecuencia el que el espectro no esté constituido por líneas espectrales aisladas, como en el caso de funciones periódicas, sino que ahora lo que tenemos es una función continua para la frecuencia.

Por lo indicado hasta ahora, la representación armónica del movimiento del suelo a partir de la integral de Fourier

puede suministrar nuevos datos de marcado interés. Si bien el ingeniero puede obtener directamente de él la respuesta de una estructura para amortiguamiento nulo cuando la excitación máxima se produce al final del terremoto, el sismólogo es el que actualmente está obteniendo los mayores beneficios, no ya solo en estudios de mecanismo sino también en otros, como aquellos que utilizan los espectros del movimiento calculados teóricamente, en problemas de riesgo sísmico o en la creación de nuevas escalas de magnitud e intensidad. En nuestro caso, sin embargo, la información armónica será utilizada exclusivamente como un medio para poder discernir con mayor claridad las frecuencias del registro que pertenecen a la señal, de aquellas que definen el ruido. Para ello, y como una necesidad a la hora de entender los resultados, a lo largo de las siguientes líneas, no sólo explicaremos los métodos de cálculo seguidos, sino que también recordaremos algunos de los conceptos fundamentales del análisis de Fourier.

Las principales características que definen un acelerograma considerado como señal, en el análisis de Fourier, es su aperiodicidad y su transitoriedad. También en este último caso puede aplicarse el Teorema de Fourier, obteniéndose un espectro aproximado de la señal, si se considera que esta es periódica, con período igual a su duración. Es evidente que la aproximación será tanto mayor, cuanto mayor sea el intervalo que define su período. Debido a que el acelerograma debe ser digitizado con N muestras en el intervalo $(0, T)$, las integrales (4.2) y (4.3) son ahora sustituidas por las expresiones

$$F(k) = \frac{T}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i2\pi kn/N} \quad (4.7)$$

$$f(n) = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) e^{i2\pi kn/N} \quad (4.8)$$

El camino natural para evaluar estas ecuaciones es a través

(a_k, b_k)

del uso de los coeficientes de Fourier (a , b) en forma discreta. Así, si en la ecuación (4.7) desarrollamos el miembro derecho, omitiendo T para facilidad de notación, obtendremos

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i2\pi kn/N} &= \\ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \left[\cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right] &= \\ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - i \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) & \end{aligned}$$

y recordando las expresiones que definen a_k y b_k en forma compleja, el valor del espectro será

$$F(k) = \frac{1}{2} (a_k - i b_k) \quad (4.9)$$

Un proceso parecido puede seguirse para la ecuación (4.8), pero en este caso deberemos usar los coeficientes de Fourier de la parte real e imaginaria de $F(k)$.

Los espectros de amplitud y fase pueden ahora ser obtenidos fácilmente a partir de la ecuación (4.9) y vendrán dados por las expresiones

$$|F(k)| = \frac{1}{2} (a_k^2 + b_k^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

$$\theta(k) = \tan^{-1} (-b_k/a_k) \quad (4.11)$$

En principio, se utilizó un programa para calcular $F(k)$ según la ecuación (4.10) (previa interpolación lineal de puntos para el caso en que las lecturas del acelerograma fueran desigualmente espaciadas), pero a pesar de que el número de puntos utilizados en la evaluación no es grande, el

programa resultó muy lento, obligándonos a utilizar el algoritmo de la "Fast Fourier transform". La condición para la versión elegida por nosotros, de que el número de puntos que definen la función $f(u)$ sea una potencia de 2, restringió nuestros datos a la utilización de 512 ó 1024 puntos en cada evaluación de $F(k)$. Para el primer caso, e incluyendo el tiempo empleado en el dibujo del gráfico, la duración del programa no llega a los tres minutos. En el segundo caso el tiempo alcanzó los 6 minutos, aún muy favorable si se le compara con la duración de una hora que se necesitaba con el primer método. Si la rapidez de la "Fast Fourier transform" ha sido una de las principales causas de su actual preponderancia en los cálculos de espectros, hay además otras ventajas de este algoritmo que lo hacen aún más rentable. La "F.F.T." lo único que hace es evaluar la ecuación (4.7) más rápidamente que cuando se usan los coeficientes a_k y b_k en la ecuación (4.9), pero además si nos fijamos en (4.7) y (4.8), con excepción del factor T/N , estas ecuaciones solo se diferencian en un signo menos, por lo que normalmente todas las subrutinas que programan este algoritmo permiten a su vez, en un segundo paso, calcular con igual rapidez la transformada inversa de Fourier. Es decir, la "F.F.T." nos permite pasar rápidamente de un dominio a otro, con lo cual el tratamiento de los datos puede ser realizado en el dominio de la frecuencia, en el que la mayoría de las operaciones a realizar son más fáciles. Así, una vez realizadas éstas, podemos volver por síntesis del espectro al dominio del tiempo. El hecho de que algunas de las operaciones (integración y filtrado) a realizar sobre nuestros datos serán mucho más sencillas (división y multiplicación) en el dominio de la frecuencia, nos hizo pensar que quizás fuera mucho más fácil realizar todo el proceso de tratamiento de datos en este dominio. Como en general los conceptos que soportan la idea anterior pueden ser utilizados en la discusión de los resultados, vamos a explicar en detalle sus bases tanto teóricas como prácticas. Dos teoremas, el de la convolución y el de la integración, son los que utilizaremos. Estos aplicados a funciones totalmente generales, que

cumplan las condiciones del teorema de Fourier a sus extensiones, pueden ser resumidos como sigue:

Integración

Si $f(t)$ tiene como transformada $F(\omega)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \quad " \quad \frac{1}{i\omega} F(\omega)$$

Convolución

Si $f_1(t)$ tiene como transformada $F_1(\omega)$

y $f_2(t)$ tiene como transformada $F_2(\omega)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t-\tau) dt \quad " \quad F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$$

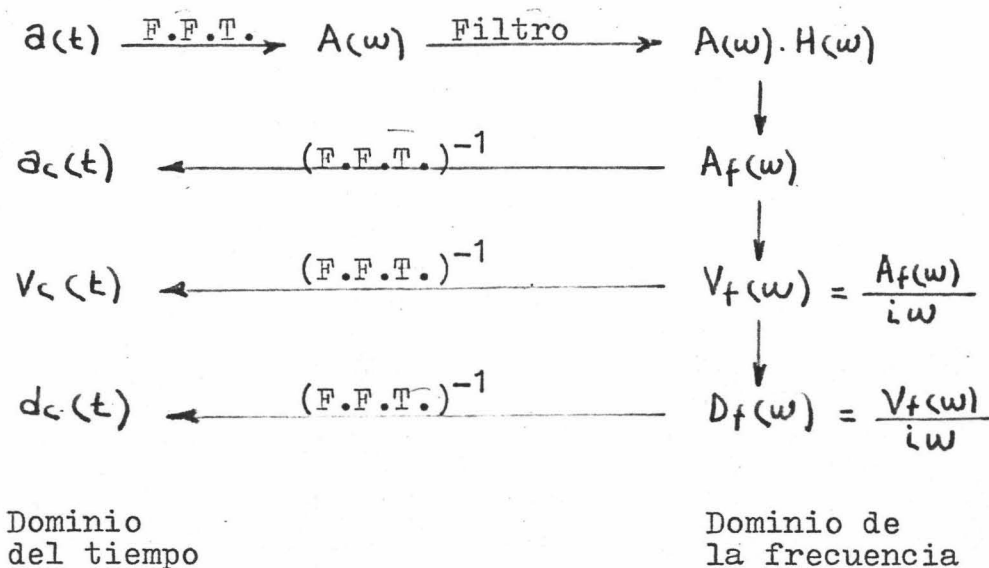
El primer teorema, teniendo en cuenta que la velocidad es la integral de la aceleración y el desplazamiento de la velocidad, tiene en nuestro caso concreto una aplicación directa que la esquematizamos en la forma

$$\begin{array}{l} a(t) \xleftrightarrow{F} A(\omega) \\ \int_{-\infty}^{\infty} a(t) dt = v(t) \xleftrightarrow{F} (1/i\omega) \cdot A(\omega) \\ \int_{-\infty}^{\infty} v(t) dt = d(t) \xleftrightarrow{F} (1/\omega^2) \cdot A(\omega) \end{array} \quad (4.12)$$

Dominio del tiempo
Dominio de la frecuencia

Este esquema nos sugiere un nuevo método para obtener el movimiento del suelo. Una vez obtenido el espectro de la aceleración, sin más que multiplicar éste por el factor $(1/i\omega)$, iríamos obteniendo los espectros de la velocidad y el desplazamiento. Tras aplicación ahora de la transformada inversa de Fourier, obtendríamos los valores buscados de la velocidad y el desplazamiento. Sin embargo, a pesar de la rapidez de la "F.F.T." el nuevo método no parece a primera vista más

ventajoso, tanto en tiempo como en exactitud, que aquellos que usan el concepto de integral numérica. Pero por otra parte, como veremos a continuación, el segundo teorema si que puede justificar la utilización de la transformada inversa de Fourier. Se recordará que el filtrado de una señal por otra es equivalente a la convolución de ambas funciones en el dominio del tiempo. Pero, en función del teorema anterior, esto es equivalente a multiplicar simplemente sus espectros. Entonces, una vez obtenido el espectro de la aceleración, se podrían eliminar los errores introducidos durante el proceso de los datos, anulando aquellas frecuencias que se consideren asociadas a ellos. Debido a la simplicidad de este proceso y a la posibilidad de haber corregido el espectro, parece natural proceder con éste, según lo antes explicado, para obtener los espectros corregidos de la velocidad y el desplazamiento, y obviamente, si invertiéramos éstos deberíamos obtener la aceleración, velocidad y desplazamiento del suelo, en buena parte, corregidos casi totalmente. Mediante un gráfico y siguiendo el sentido de las flechas, este procedimiento puede ser esquematizado en la forma



Las ventajas del método parecen ahora claras, no ya sólo por la rapidez en la realización del filtrado y la obtención de los espectros de la velocidad y el desplazamiento,



sino también porque se evita la extensión del registro debida a la ventana asociada con la utilización del filtro en el dominio del tiempo. De hecho, los primeros pasos de este procedimiento son actualmente seguidos para corregir la señal por la respuesta del instrumento, cuando ésta es conocida como una función de la frecuencia. Así, aquellos puntos en el espectro que correspondan a frecuencias para las que la curva de respuesta no es plana, son multiplicados por el inverso del valor correspondiente para esa frecuencia en esta última curva. Una vez terminada esta corrección, la vuelta al dominio del tiempo, mediante la transformada inversa de Fourier, nos permitiría recuperar la señal sin ninguna distorsión debida a la respuesta del instrumento. Sin embargo no debemos olvidar que, debido al hecho de trabajar con funciones de longitud finita y muestreadas a intervalos de tiempo de valor constante, solo podemos obtener una aproximación del espectro verdadero. Además, la banda de frecuencias asociadas al ruido introducido durante el procesamiento de los datos, es desconocida, con lo cual un determinado filtro puede no eliminar del todo estas frecuencias o por el contrario eliminar parte de la señal. Inclusive puede ocurrir que las bandas de frecuencias del ruido y la señal coincidan, en cuyo caso no podría utilizarse ningún tipo de filtrado, limitándonos simplemente a tratar de evaluar el nivel del ruido para así poder asignar un error a nuestras medidas.

Todos estos problemas son ampliamente conocidos y es posible encontrar información abundante sobre aquellos métodos que permiten mitigar sus efectos. El muestreo de la función introduce errores por doblamiento del espectro en los alrededores de la frecuencia Nyquist ($1/2\Delta t$), es decir, que si el espectro de la señal contiene frecuencias más altas que la frecuencia para la cual se produce el doblamiento del espectro, los valores próximos a ésta serán el resultado de la superposición de los correspondientes valores a uno y otro lado del doblez. Entonces, en el caso de que el intervalo de muestreo tenga que ser elegido de tal forma que dé una

frecuencia Nyquist situada dentro de las frecuencias de interés, todas éstas estarán distorsionadas y no representarán su valor real. Pero lo más común, por otra parte, es el que la frecuencia de desdoblamiento esté lo suficientemente separada de las frecuencias de la señal, por lo que su efecto no será significativo sobre la misma. Además, en estos casos, la utilización de un filtro de alta frecuencia como el explicado en la sección anterior (especialmente diseñado para evitar el efecto del doblamiento), puede resolvernos completamente el problema. De cualquier forma, con nuestros datos, y como se verá claramente en los resultados, este problema no tiene prácticamente ninguna relevancia. Si durante todo el proceso utilizáramos puntos desigualmente espaciados, inclusive en el cálculo del espectro de la aceleración, el problema no existiría, pues habría un intervalo de tiempo lo suficientemente pequeño como para haber cogido la frecuencia más alta contenida en la señal, es decir, carece de sentido hablar de la frecuencia Nyquist. Sin embargo, debido al uso de la "Fast Fourier Transform" debemos muestrear la función a intervalos de tiempo constantes, con lo cual el problema sigue existiendo. Pero el hecho de tomar un intervalo mínimo de 200 muestras por segundo, da como resultado una frecuencia Nyquist de 100Hz, la cual está muy por encima de las frecuencias principales de nuestra señal, que como fué dicho oscilan alrededor de 12Hz.

La obtención directa del espectro de la aceleración en el intervalo $(0, T)$, es equivalente a calcular el espectro del producto de nuestra señal por una ventana cuadrada, es decir, una función cuyo valor es la unidad dentro del intervalo $(0, T)$ y cero fuera de él (lo anterior es igualmente válido, si más rigurosamente hubiesemos considerado el intervalo $(-T/2, T/2)$), con lo cual nuestra función ahora está extendida al intervalo $(-\infty, \infty)$. En este punto tenemos que hacer notar que ya no sería necesaria la extensión del Teorema de Fourier a funciones transitorias, pues ahora estaríamos en el caso de considerar la función periódica con período infinito. El problema lo podríamos centrar en la consi-

deración de cuál de estas suposiciones da una mejor aproximación del espectro verdadero de la señal, pues, como a continuación veremos, la multiplicación por la ventana cuadrada conlleva serios efectos negativos sobre el mismo. Desde el punto de vista matemático, lo anterior puede ser situado a través de las ecuaciones

$$\begin{array}{l}
 a(t) \qquad \qquad \qquad \text{señal} \\
 \\
 h(t) \left| \begin{array}{l} = 1 \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ = 0 \quad \text{fuera} \end{array} \right| \text{ ventana}
 \end{array} \qquad (4.13)$$

$$a_w(t) = a(t) \cdot h(t) \qquad \text{resultado} \qquad (4.14)$$

Si $a(w)$ representa el verdadero espectro de la señal y $h(w)$ el de la ventana, tenemos que el espectro que realmente obtenemos (en función del teorema de la convolución) es el resultado de la convolución de los espectros de la señal y de la ventana

$$a_w(w) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\bar{w}) \cdot h(w - \bar{w}) d\bar{w} = a(w) * h(w) \qquad (4.15)$$

El espectro de la función definida por la ecuación (4.13) es de sobra conocido y viene dado por la función

$$h(w) = 2 \left(\frac{T}{2} \right) \frac{\text{sen}(wT/2)}{wT/2} \qquad (4.16)$$

que tiene su valor máximo para $w=0$ y el primer cero para $w=2\pi/T$ ó, en función de la frecuencia lineal, para $f=1/T$. Los demás ceros evidentemente se producirán para los valores n/T , donde n es un número entero, con lo que también hacemos mención a la parte simétrica del espectro correspondiente a las frecuencias negativas. Volviendo a la ecuación (4.15) ésta puede ser ahora expresada en la forma

$$\bar{a}_w(\omega) = \bar{a}(\omega) * 2(T/2) \frac{\text{sen}(\omega T/2)}{\omega T/2} \quad (4.17)$$

Es decir, los valores del espectro en cada punto han sido obtenidos a través del promedio con los de los puntos adyacentes, así cuanto más pequeña sea la longitud de la ventana, el promedio alcanzará a puntos menos próximos, con lo que el poder de resolución será aún más pobre, obteniéndose un espectro práctico bastante diferente al verdadero. Para evitar esto debemos tomar ventanas de gran longitud, con lo que los sucesivos valores del espectro estarán menos afectados por los de los puntos adyacentes correspondientes. El caso ideal, claro está, sería cuando la longitud de la ventana fuera infinita, con lo cual el primer cero de (4.16) sería para $f=\infty$, es decir, en este caso ambos espectros coincidirían. En el caso común, las características negativas de la ventana cuadrada con puntos de discontinuidad para $t=\pm T/2$ y sus correspondientes lóbulos de amplitud negativa en el dominio de la frecuencia, que dan lugar a la inestabilidad de los espectros obtenidos a través de ella, aconsejaron el uso de otro tipo de ventanas más estables. Antes de indicar la ventana que nosotros vamos a utilizar, conviene recalcar, con un ejemplo teórico, cual es el efecto producido en un espectro cuando su correspondiente señal ha sido multiplicada por una ventana. Tomando entonces una senoide pura de frecuencia f_1 como señal, definida en todo el intervalo, es decir entre $-\infty$ y ∞ , su espectro vendría dado por una sola línea espectral situada sobre el valor de la frecuencia f_1 . Al multiplicar la señal por la función ventana, su espectro está formado por el espectro de la ventana desplazado desde el origen hasta el punto de frecuencia f_1 . Si ahora la señal estuviera compuesta por dos o tres senoideas de frecuencias f_1, f_2 y f_3 , el espectro del conjunto señal-ventana estaría formado por una triple repetición del espectro de la función ventana centrado en los puntos de frecuencias f_1, f_2 y f_3 . Como cada espectro está definido en todo el intervalo, el espectro resultante será la superposición de los tres. Así, si las tres frecuencias son muy

próximias/...

próximas será difícil distinguirlas y para una mayor resolución se necesita una ventana de gran longitud, a la cual corresponde un espectro con un lóbulo central más estrecho, con lo que la superposición sólo se producirá para los lóbulos inferiores, permitiendo distinguir las tres frecuencias que realmente definen el espectro. Aunque el fenómeno físico asociado al estado vibratorio producido por nuestros terremotos es mucho más complicado que la suposición de un espectro formado por solo tres frecuencias, conviene llevar ésto en mente, pues hasta cierto punto nuestro espectro real debería también estar definido principalmente por tres frecuencias fundamentales, es decir, las correspondientes a las ondas superficiales y a las internas S y P.

Para nuestro trabajo hemos elegido una ventana Hamming, debido principalmente a que su segundo lóbulo tiene una amplitud menor que el 1% de la amplitud del central, lo cual dará una gran estabilidad al espectro resultante de la multiplicación de la señal por esta ventana, aunque la resolución no sea muy buena ya que en este caso la anchura del lóbulo central es más grande que en el caso de la ventana rectangular. Las ecuaciones que la definen en los dominios del tiempo y de la frecuencia son:

$$h(t) = \begin{cases} = 0 & |t| > T_m \\ = 0.54 + 0.46 \cos(\pi t / T_m) & |t| < T_m \end{cases} \quad (4.18)$$

$$H(\omega) = 0.54 S_0(\omega) + 0.23 S_0\left(\omega + \frac{\pi}{T_m}\right) + 0.23 S_0\left(\omega - \frac{\pi}{T_m}\right) \quad (4.19)$$

donde $S_0(\omega)$ es la función signo ($\text{sen } x/x$), cuya ecuación en este caso es:

$$S_0(\omega) = 2 T_m \frac{\text{sen}(\omega T_m)}{\omega T_m} \quad (4.20)$$

y que como vemos, coincide con el espectro de una ventana rectangular de duración $2T_m$.

De (4.18) se puede deducir que $h(t)$ tiene dos puntos de discontinuidad para los valores de t igual a $-T_m$ y T_m , que son los responsables de que algunos de los lóbulos siguientes al segundo sean más altos que éste. De cualquier forma, la amplitud de éstos tiende más rápidamente a cero que en el caso de la ventana rectangular.

Como hemos tratado de explicar, la posibilidad de obtener una buena aproximación del espectro de una señal aperiódica, transitoria y muestreada, es bastante complicada, ya que unas ventanas son estables pero tienen un bajo poder de resolución y otras tienen éste alto, pero sin embargo su estabilidad es entonces baja. Por este motivo, Abramovici(1973) considerando el caso de una ventana rectangular y una señal de frecuencia limitada, es decir, el caso en que el espectro suavizado venga dado por la ecuación:

$$F(\omega) = \int_{-\alpha}^{\alpha} F(\bar{\omega}) \frac{\text{sen}((\omega - \bar{\omega})T/2)}{\pi(\omega - \bar{\omega})} d\bar{\omega} \quad (4.21)$$

(el autor utiliza para la transformada de Fourier la ecuación:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad)$$

observa que esta última ecuación representa una integral Fredholm de primera clase, cuyo núcleo es:

$$\frac{\text{sen}((\omega - \bar{\omega})T/2)}{\pi(\omega - \bar{\omega})}$$

Entonces, como en (4.21) lo único desconocido es el valor del espectro verdadero de la señal, es posible a través del método correspondiente de resolución de integrales Fredholm calcular su valor. Puede ser que este último camino sea el único recomendable para realizar el ciclo completo de la obtención de velocidad y desplazamiento a través del espectro corregido

de la aceleración, ya que no debemos olvidar que los mismos problemas de muestreo que se tuvieron en la transformación directa, van a ser tenidos en la inversa y además ya con un espectro distorsionado. De cualquier forma nosotros hicimos unas pruebas de este proceso (Fernandez, L.M. y Lopez-Casado, C., 1980) con la componente transversal del acelerograma producido por el terremoto de Vaal Reefs de 7 de abril de 1977. La ventana usada fué la Hamming y antes de la obtención del espectro, la señal fué tratada con el filtro de frecuencias altas que ya explicamos (Hamming 1962). Los resultados en la recuperación de la aceleración fueron bastante buenos, pero no ocurrió lo mismo para la velocidad y el desplazamiento. Parece sin embargo, que el método puede ser bastante útil, pero debe ser acompañado de un extenso estudio no sólo de las ventanas a utilizar, sino también de los tipos de filtros necesarios para conseguir la corrección de la velocidad y el desplazamiento, afectados tanto por la digitización como por su condición de funciones transitorias y muestreadas. Una forma para hacer esto sería, una vez obtenido el verdadero movimiento del suelo, a partir de uno de los métodos convencionales (o algunas de sus variaciones) tratar de obtener este mismo por el método de inversión, observando para varios casos los efectos del tipo de filtro y de la longitud de la ventana sobre los resultados. Aunque ésto puede ser largo y trabajoso, merecería la pena si al final se consigue para este método un proceso que elimine la inestabilidad producida en él por la longitud de la ventana utilizada, como se mostrará en el apartado de resultados, pues a parte de su rapidez, este método muestra una clara interpretación física del fenómeno estudiado.

Volviendo al estudio de la estabilidad y exactitud de los métodos de análisis de acelerogramas en el dominio de la frecuencia, indicaremos que si la predicción del carácter armónico de los errores producidos por fallos de lectura del acelerograma es complicado, la de aquellos debidos al desconocimiento de la línea de nivel cero de la aceleración es en principio más fácil. Así considerando, para

este caso, que nuestro acelerograma es cero fuera del intervalo (0, T), tenemos que la necesidad de corregir la aceleración por un polinomio de segundo grado, implicará en el dominio de la frecuencia los siguientes efectos. Sea $a(t)$ y $A(\omega)$ el par de Fourier que define a la aceleración antes de la corrección parabólica, y $a_c(t)$ y $A_c(\omega)$ el par después de la corrección, entonces a:

$$a_c(t) = a(t) - a_0 - a_1 t - a_2 t^2 \quad (4.22)$$

le corresponde en el dominio de la frecuencia:

$$A_c(\omega) = A(\omega) - \int_{-\infty}^{\infty} (a_0 + a_1 t + a_2 t^2) e^{-i\omega t} dt \quad (4.23)$$

La transformada de Fourier del polinomio anterior puede realizarse a través de cada uno de sus términos o recordando uno u otro de los teoremas de integración y derivación del análisis de Fourier. Es decir, en el caso del primer teorema tendríamos que:

Si a $f(t)$ le corresponde $F(\omega)$

a $\frac{d}{dt} f(t)$ le corresponde $(i\omega) F(\omega)$

Así, si evaluamos el espectro de $a_2 t^2$, los espectros de $a_1 t$ y a_0 pueden ser calculados a partir de éste, pues las funciones anteriores, con excepción de un factor constante, son las derivadas sucesivas de la primera. Suponiendo también que al igual que la función $a(t)$ las funciones que definen el polinomio también están sólo definidas en el intervalo (0, T) y tomando sólo el término central en el cálculo de la transformada de Fourier, obtendríamos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_2 t^2 e^{-i\omega t} dt = a_2 \int_0^T t^2 e^{-i\omega t} dt \quad (4.24)$$

Haciendo/...

Haciendo el cambio de variable $-i\omega = a$ la integral toma la forma:

$$\int_0^T t e^{at} dt \quad (4.25)$$

cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{e^{at}}{a^2} (at-1) \Big|_0^T &= \frac{e^{-i\omega t}}{\omega^2} (-i\omega t-1) \Big|_0^T = \\ & \left(\frac{e^{-i\omega T}}{\omega^2} (-i\omega T-1) - \left(-\frac{1}{\omega^2}\right) \right) = \\ & \frac{1}{\omega^2} [e^{-i\omega T} (-i\omega T-1) + 1] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Por lo tanto la transformada del término central del polinomio de la ecuación (4.22) es:

$$a_1 \frac{1}{\omega^2} [e^{-i\omega T} (-i\omega T-1) + 1] \quad (4.27)$$

y las de los términos primero y tercero, en función de los teoremas de derivación e integración, serán:

$$a_0 \frac{1}{\omega^2} [e^{-i\omega T} (-i\omega T-1) + 1] (i\omega) \quad (4.28)$$

$$a_2 \frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2} [e^{-i\omega T} (-i\omega T-1) + 1] \left(\frac{1}{i\omega}\right) \quad (4.29)$$

Si ahora nos fijamos en las ecuaciones que definen las transformadas de la velocidad y el desplazamiento corregido, dadas por:

$$V_c(\omega) = V(\omega) - \int_{-\infty}^{\infty} \left(a_0 t + \frac{a_1}{2} t^2 + \frac{a_2}{3} t^3 \right) e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} v(0) e^{-i\omega t} dt$$

$$D_c(\omega) = D(\omega) - \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{a_0}{2} t^2 + \frac{a_1}{6} t^3 + \frac{a_2}{12} t^4 \right) e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} (v(0)t - D(0)) e^{-i\omega t} dt$$

/...

en forma reducida, indicando que $I(P_2(t))$ representa la integración del polinomio de segundo grado y poniendo todo en función del espectro de la aceleración, obtendremos:

$$V_c(\omega) = \frac{A(\omega)}{i\omega} - \int_{-\infty}^{\infty} I(P_2(t)) e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} v(0) e^{-i\omega t} dt \quad (4.30)$$

$$D_c(\omega) = \frac{A(\omega)}{\omega^2} - \int_{-\infty}^{\infty} I(I(P_2(t))) e^{-i\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} (v(0)t - D(0)) e^{-i\omega t} dt \quad (4.31)$$

Es decir, nuevamente los teoremas de integración y derivación nos muestran su utilidad a la hora de calcular los espectros teóricos, tanto de la aceleración corregida como de la velocidad y el desplazamiento. Ahora bien, como indica Papoulis (1962) estos teoremas deben ser aplicados según sus estrictas definiciones matemáticas, pues en caso contrario nos pueden llevar a resultados erróneos, tal que la transformada de Fourier de una función obtenida directamente y la obtenida a partir de esa función mediante uno de estos teoremas, sean diferentes. Teniendo esto presente y fijándonos solamente en los términos más significativos de las ecuaciones (4.26) a (4.31) podemos concluir que los errores introducidos en los respectivos espectros de la aceleración, velocidad y desplazamiento, como consecuencia del desconocimiento de la línea de nivel cero de la aceleración y de las condiciones iniciales de la velocidad y el desplazamiento, están centradas en las bajas frecuencias, ya que en las ecuaciones anteriores el factor $(\frac{1}{i\omega})$ y sus potencias serán siempre dominantes. Este, si para frecuencias altas tiene un valor despreciable, para aquellas menores que cero, alcanza un valor lo suficientemente grande como para dominar a todos los demás términos. Por lo tanto, si la suposición de condiciones iniciales nulas implican variaciones para la frecuencia cero en los

espectros de la velocidad y el desplazamiento, caracterizadas por la adición a los mismos de un pulso cuyo valor es $V(0)2\pi$ y $D(0)2\pi$ respectivamente y cuya forma está ahora modelada por la función de transferencia de la ventana (definida por la duración finita del acelerograma), el hecho del desconocimiento de la verdadera línea de nivel cero de la aceleración se suma a lo anterior, haciendo que las frecuencias cercanas al valor cero, pertenecientes o no a la señal, estén marcadamente distorsionadas. Esto tendrá evidentemente un efecto más pronunciado a medida que el término $(1/i\omega)$ esté elevado a potencias más altas, o sea, en los casos de la velocidad y el desplazamiento.

Aparte de los conceptos teóricos manejados, así como los aspectos prácticos del problema que hemos repasado a lo largo de estas líneas, sobre el movimiento del suelo en el dominio de la frecuencia, hay un hecho que surge de forma natural de las anteriores deducciones y que en nuestra opinión es una de las leyes fundamentales que definen el tratamiento de acelerogramas a partir de una doble integración, para obtener información completa del movimiento del suelo producido por un terremoto. El teorema de la integración del análisis de Fourier nos indica que los espectros de la velocidad y el desplazamiento son los de la aceleración sin más que dividir éstos por $(i\omega)$ y $(-\omega^2)$ respectivamente. A nivel práctico esto indica que la diferencia entre los tres espectros estará centrada en la zona de las bajas frecuencias. Así, para señales cuyo espectro sea pobre en esta o inclusive no exista, los tres espectros casi coincidirán. En este mismo caso, si los errores introducidos en la digitización están asociados con las bajas frecuencias, aunque el efecto de la integración los amplifique, no llegarán a ser dominantes, siempre y cuando la relación señal-ruido sea lo suficientemente grande. Por el contrario, en el caso de señales caracterizadas por altas frecuencias, éstas serán minimizadas por la integración, mientras que el ruido asociado a las bajas frecuencias seguirá siendo amplificado, con lo que estas últimas serán las dominantes

y los espectros serán completamente diferentes. Por consiguiente, aunque el ruido debido al proceso de digitización sea el mismo para todos los registros, su efecto será menos pronunciado en aquellos cuya señal esté en la banda próxima a un segundo o por encima de él. Considerando que por lo general los registros de corta duración están asociados con las frecuencias más altas y los de larga duración con las bajas, parece en un principio más lógico aplicar los métodos de filtrado para los primeros y los de corrección polinómica a los segundos que, en función de lo que antes hemos explicado, tendrán la señal y el ruido asociados a casi las mismas frecuencias. Con idea de generalizar aún más el tratamiento de los datos, en nuestra opinión más que mirar a la duración del registro para escoger un determinado método de análisis, debemos fijarnos en los períodos fundamentales de la señal. Por lo tanto, parece lógico pensar que el primer paso en el análisis de acelerogramas debería ser el cálculo del espectro de la aceleración, que nos daría una información bastante amplia del contenido armónico del acelerograma, tanto de la señal como del ruido. Un estudio detenido de este espectro quizás podría darnos algunas ideas preliminares tanto sobre las frecuencias asociadas a los errores debidos al desconocimiento de la línea del nivel cero de la aceleración, de los cuales ya tenemos una noción, como de los que están asociados a los errores de lectura debidos al limitado poder de resolución del digitizador utilizado. Esto nos facilitaría bastante la labor de la elección del método a aplicar en cada caso. Por este motivo, en la interpretación de nuestros resultados la información espectral tendrá carácter prioritario, aunque ésta deberá ser siempre interpretada sin olvidar la influencia sobre su exactitud de la longitud de la ventana utilizada en su obtención pues, como se verá en el siguiente apartado, a diferentes longitudes de ventana corresponden, en parte, diferentes valores del espectro de una misma función.

Nota: un tratamiento matemático más riguroso de las ecuaciones (4.24) a (4.29) puede verse en el Apéndice I.

5. RESULTADOS E INTERPRETACION

El objetivo principal de esta Tesis es el análisis crítico de los valores de la aceleración, velocidad y desplazamiento, obtenidos a partir de un acelerograma por los diferentes métodos que utilizan su doble integración. Al considerar la estabilidad de los resultados obtenidos por los distintos métodos, se proponen nuevas características en el análisis y nuevos métodos para mejorar los existentes. Así, la digitización se realizará en las dos formas ya explicadas. En el caso de que el intervalo de digitización se tome constante, su valor se aumentará o disminuirá con idea de observar la incidencia de estos cambios sobre los resultados. Igualmente, y por el mismo motivo, haremos con el número de veces que se amplifique el registro. También, para obtener un conocimiento mayor sobre la digitización se realizarán diversos ensayos prácticos. Funciones como una recta dibujada sobre una de las ampliaciones, ó la gráfica producida por el acelerógrafo en período libre, cuando se realiza la calibración del instrumento, serán entre otras las pruebas a estudiar. Estas fueron escogidas debido a que de antemano se conoce el resultado exacto de su integración. Para estudiar la exactitud de la integración, se estudiará numéricamente una función teórica del tipo $y = A \sin(\omega_0 t + \phi)$, para un cierto valor de Δt , utilizándose éstos como los datos a los que se les vá a aplicar la integración numérica. Tanto en el método que utiliza varias parábolas para la corrección, como en la variación de la corrección parabólica "standard", la longitud del registro se variará dentro de los límites disponibles para nuestros datos. Para un mismo registro se realizarán varias digitizaciones y serán comparados los resultados obtenidos al aplicarles un mismo método. El estudio de los efectos que producen los cambios de las condiciones iniciales se hará utilizando una única digitización, con lo cual se elimina la influencia de esta última. Los métodos que utilicen sistemas de filtrado serán observados en función del poder de eliminación de

frecuencias carentes de interés en la señal. Pero será aún más interesante, estudiar la habilidad que éstos brindan para no eliminar parte del contenido armónico de la misma. Esto tiene mayor importancia en los métodos que filtran las bajas frecuencias, lo que nos hará centrar la atención en los valores de las frecuencias de corte y terminación de los mismos. Una vez se filtre un determinado registro, éste se verá sometido varias veces al mismo proceso, con idea de acrecentar los posibles efectos negativos del fenómeno de Gibbs. La determinación de las frecuencias de corte y terminación, características de cada acelerograma, son uno de los puntos más delicados de este trabajo. Un sistema iterativo, que aplique un mismo filtro con frecuencias de corte y terminación descendentes en cada paso, parece el camino más lógico a seguir para ver su efecto sobre las frecuencias que contiene la señal. De todas formas, como de una manera exacta no conocemos el contenido armónico del acelerograma, para fijar los límites de éste sería necesario basarnos en los conocimientos existentes sobre el "campo cercano", que es donde se obtienen los registros de nuestros movimientos.

Los datos en los que se apoya la siguiente discusión, se pueden organizar según cuatro grupos típicos. El primero estará formado por las funciones de las que se conocen "a priori" los resultados exactos. El segundo, constituido por el registro de Parkfiel, podría estar incluido en el grupo anterior, pero su principal característica la da el período al cual están asociadas las aceleraciones máximas. El tercero está formado por los acelerogramas de los terremotos producidos en Klerksdorp el 06/03/1977 y el 07/04/77, que fueron registrados en Hartebeesfontein y Vaal Reefs a distancias menores de 3.5 kilómetros del foco y cuyas magnitudes respectivas fueron 3.9 y 5.2. Las características más importantes de este grupo son el que poseen los valores de las aceleraciones máximas registradas hasta la fecha en Sudáfrica y que por supuesto, éstos están asociados con frecuencias altas. El cuarto y último grupo está formado por los

registros/...

registros en Hartebeesfontein, Buffelsfontein y Stilfontein del terremoto del 07/04/77, cuya característica principal es que los instrumentos se encontraban a una distancia promedio de unos 10 kilómetros, lo que conlleva no sólo valores muy pequeños de los máximos de la aceleración, sino también una discutible veracidad de la significación sísmica de los mismos. Estos cuatro grupos quedan claramente sumariados en la tabla 5.1.

TABLA 5.1

	Valores máximos y mínimos de la aceleración	Frecuencia asociada a estos, calculada desde el acelerogram
1° Grupo		
1.1 Líneas rectas	1.9 cm/seg ²	
1.2 Calibración del instrumento	118.7 cm/seg ²	17Hz
1.3 Función teórica	220.0 cm/seg ²	10Hz
2° Grupo		
2.1 Parkfield (Califor- nia) terremoto del 27/06/66	478.0 cm/seg ²	1Hz
3° Grupo		
3.1 Vaal Reefs (07/04/77)	412.2 cm/seg ²	11Hz
3.2 Hartebeesfontein (06/03/77)	369.7 cm/seg ²	16Hz
4° Grupo		
4.1 Hartebeesfontein (07/04/77)	115.4 cm/seg ²	15Hz
4.2 Buffelsfontein (07/04/77)	52.9 cm/seg ²	19Hz
4.3 Stilfontein (07/04/77)	46.2 cm/seg ²	16Hz

Aunque los resultados y discusiones estarán apoyados en algunas tablas con cifras, el procedimiento usado principalmente consistirá en mostrarlos con gráficos específicamente preparados para este trabajo. Estos, en los que comunmente se representarán las aceleraciones, velocidades y desplazamientos obtenidos, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, representan una de las aportaciones de esta Tesis. Las escalas de medida que se utilicen en ellos podrán ser fijas o variables. Así, todos los datos obtenidos de los registros producidos por los terremotos del 06/03/77 y del 07/04/77 se representarán en la misma escala, lo cual permitirá comparar aceleraciones, velocidades y desplazamientos para los distintos lugares de registro, así como para las distintas magnitudes, de una forma directa. Cuando lo que se desee sea realzar el efecto de un determinado fenómeno, se adaptará para tal propósito la escala correspondiente. Esto será de vital importancia en el caso concreto del efecto producido por los errores en las lecturas del acelerograma durante la digitización. También el estudio de las frecuencias de corte y terminación, que deben ser impuestas a cada registro, se verá muy favorecido si la escala con la que se van a observar los resultados, ha sido razonablemente escogida. Una determinada escala puede velar por completo uno o varios de los errores introducidos durante la digitización y sin embargo realzar otros. De esta forma será más fácil asignar a cada error su aportación particular en el conjunto global. Consecuentemente, en ciertos casos la escala en la que se representó un determinado resultado, nos permitió descubrir las verdaderas características de un determinado error, que habían pasado totalmente desapercibidas en estudios anteriores. En correspondencia con los cuatro grupos de datos que vamos a tratar, serán utilizados otros tantos grupos de escalas diferentes. Las unidades físicas en las que se medirán la aceleración, velocidad y desplazamiento serán siempre las mismas, siendo respectivamente cm/seg^2 , cm y $\text{cm} \times \text{seg}$, para el dominio de la frecuencia. Por último, los gráficos

estarán/...

estarán acompañados por los valores máximo y mínimo de la función que representen, los cuales vendrán dados también en las unidades que antes indicábamos.

Los primeros resultados que presentamos corresponden al análisis de la componente transversal (Figura 5.1) del terremoto del 07/04/77, registrada en Vaal Reefs a una distancia de foco de 3.325 metros, y cuya máxima aceleración fué próxima al 42% del valor de la aceleración de la gravedad. La velocidad y desplazamiento, tal como aparecen en este gráfico, fueron obtenidos por integración numérica directa del acelerograma digitizado. Para comprobar la capacidad de reproducción de la digitización, el acelerograma digitizado se dibujó con la misma escala que la ampliación, comprobándose que, con excepción de algunas frecuencias altas, la semejanza era casi perfecta. Esta digitización fué realizada tomando puntos separados desigualmente, obteniéndose un valor promedio a unos 85 puntos por segundo. Las características más claras observadas en estos primeros resultados pueden ser resumidos en las tendencias lineal y parabólica que manifiestan respectivamente la velocidad y el desplazamiento. Se realizaron otras integraciones directas de la misma componente, pero con las siguientes variaciones: 1° se digitizó de nuevo el acelerograma; 2° el intervalo de muestreo se tomó constante e igual a 200 puntos por segundo; 3° antes de la doble integración se filtraron parte de las altas frecuencias, utilizando el filtro explicado en la sección tercera (Hamming, 1962). El gráfico de la figura 5.2 muestra la reproducción del acelerograma para un digitizado con puntos desigualmente espaciados, igualmente espaciados y el anterior después de haber sido filtrado. La reproductibilidad en los tres casos es buena, pero los acelerogramas situados en la parte media e inferior del gráfico están claramente suavizados, siendo ésto aún más claramente observado si se comparan los valores máximos y mínimos de los tres gráficos. En el caso en el que se han filtrado las altas frecuencias, este efecto llega a producir en los valores máximos y mínimos un descenso próximo al 15%. Por otra parte esta reduc-

ción, aunque presente en cada digitización o filtraje, no suele tener siempre el mismo valor y ya que la diferencia máxima encontrada es superior a lo que se podía esperar, debido al desconocimiento de la línea base, este efecto se consideró causado completamente por el tipo de digitización escogida y la utilización del filtro. Aunque también en el caso de tomar los puntos espaciados desigualmente, el valor del máximo y mínimo de la aceleración varía en cada nueva digitización, su importancia es mucho menor y puede ser perfectamente explicada por las variaciones entre las distintas líneas base tomadas. Una sumarización de los resultados anteriores aparece en la tabla 5.2. Las figuras 5.3 y 5.4 muestran la aceleración, velocidad y desplazamientos de algunas de las pruebas que aparecen en la tabla 5.2. Las diferentes gráficas de la velocidad y el desplazamiento muestran no sólo tendencias lineales y parabólicas, sino también otras asociadas a polinomios de mayor grado. Inclusive, en algunos casos, se adivinan puntos de discontinuidad que predicen de antemano un ajuste polinómico de baja calidad. También aparecen superpuestos en estas tendencias períodos largos (desplazamiento en figura 5.3), pero siempre de menor amplitud que aquellos asociados claramente a la señal.

TABLA 5.2

Digitización con $\Delta t \neq cte$	Digitización con $\Delta t = 1/200$	Digitización con $\Delta t = 1/200$ + filtro
Valores max. y min. de la aceleración	Valores max. y min. de la aceleración	Valores max. y mi de la aceleración
326.418 -412.617	319.843 -412.977	277.135 -378.357
320.113 -413.619	304.652 -402.317	283.326 -377.621
322.640 -411.935	-309.272 -398.754	275.002 -380.365

Se probaron dos métodos diferentes de integración numérica para aplicar al acelerograma digitizado. Tanto la regla de Simpson como la trapezoidal dieron excelentes resultados, pero, debido a la forma rectilínea de las partes más importantes de nuestros registros, nos inclinamos por el segundo método. El ajuste de una curva de segundo grado para cada tres puntos del acelerograma, que realiza la regla de Simpson, no nos pareció muy ventajoso para este tipo de acelerogramas. Observando la figura 5.5 en la que se ha realizado la integración doble de la función teórica $y = 220 \text{ sen}(2\pi 10t)$, evaluada con 200 muestras por segundo, se comprueba la exactitud con que es realizada la integración utilizando la regla trapezoidal. Como en este caso la línea base se conoce exactamente, la traslación manifestada en la velocidad y el giro del desplazamiento son debidos exclusivamente al haber supuesto velocidad y desplazamiento iniciales nulos. Ahora bien, lo más importante que podemos observar en la figura 5.5 es que el proceso matemático, a través del cual se realizan las integraciones, nunca será el responsable de los

errores que surjan en la velocidad y el desplazamiento, sino que éstos ya estaban introducidos antes. En lo único (para nosotros en parte beneficioso) que realmente afecta a la integración, es en realzar o minimizar, según el caso, estos errores. Las figuras 5.6 y 5.7 muestran los intentos de corrección de la velocidad y desplazamiento utilizando el ajuste mediante parábolas de la línea base, tanto de la aceleración como de la velocidad y el desplazamiento, antes y después de la integración. La figura 5.7, en particular, muestra la influencia que tiene sobre el método la longitud del registro elegida. Si con este método parece que se ha corregido el efecto del desconocimiento de la verdadera línea base, comprobamos que los gráficos de la velocidad, y aún más el del desplazamiento, están dominadas por los períodos largos. La disminución de la longitud del registro tiene como efecto inmediato la disminución de la amplitud de estos períodos e inclusive, la variación de su valor. La figura 5.8 muestra los espectros de amplitud del desplazamiento para los casos en los que éste ha sido obtenido por integración directa, integración más corrección parabólica para la longitud máxima del registro e integración más corrección parabólica, pero con una longitud reducida del registro. Como la digitización es la misma para los tres casos, las diferencias entre ellos, centradas en la zona de las bajas frecuencias, son exclusivamente debidas al tipo de corrección realizada. La disminución de la longitud sobre la que se realiza el ajuste de mínimos cuadrados en la corrección, afecta marcadamente el resultado final.

La corrección parabólica "standard" y sus variaciones de dos, tres y cuatro ecuaciones fué varias veces probada para una misma digitización. Aunque no de una forma absolutamente general, el caso de cuatro ecuaciones parece que es el que da mejores resultados. Las figuras 5.9 a 5.11 muestran algunos de ellos.

La primera y segunda corresponden a los casos 2° y 4° de la tabla 5.3 y la última al 3°.

TABLA 5.3

$$1^{\circ} \quad V_c = V_I - a_0 t - a_1 (1/2) t^2$$

$$2^{\circ} \quad V_c = V_I - a_0 t - a_1 (1/2) t^2 + V(0)$$

$$3^{\circ} \quad V_c = V_I - a_0 t - a_1 (1/2) t^2 - a_2 (1/3) t^3$$

$$4^{\circ} \quad V_c = V_I - a_0 t - a_1 (1/2) t^2 - a_2 (1/3) t^3 + V(0)$$

La tabla 5.4 dá una sumarización de los valores de los coeficientes obtenidos en cada caso. Los resultados para los casos primero y tercero fueron obtenidos calculando el valor medio de la velocidad, una vez que ya se han calculado los correspondientes coeficientes y ésta ha sido corregida.

TABLA 5.4

	D(0)	V(0)	a ₀	a ₁	a ₂
2°	0.00154	-0.6665	-0.3297	0.5299	
3°	-0.12187		-2.0409	2.8615	-0.6930
4°	0.00116	0.6506	-0.3942	0.6387	-0.0367

El valor de D(0) se calculó de la misma forma que V(0) pero ahora, para todos los casos, una vez que se han obtenido los desplazamientos corregidos. En la tabla se observa que en el caso 3° (no se calcula V(0)) los coeficientes difieren bastante de los otros.

Una vez tomada la variación de la corrección parabólica que utiliza cuatro ecuaciones, se realizaron varias pruebas para ver el comportamiento del método respecto a la digitización y a la longitud del registro. Las figuras 5.12 a 5.14 muestran lo primero y las 5.15 a 5.17 lo segundo para una misma digitización y longitudes del registro correspondientes a los valores 3.0, 2.5 y 2.0 segundos. En el primer conjunto de figuras se puede notar que aunque a la vista del gráfico de la aceleración las digitizaciones son casi exactas, la dispersión de los valores de puntos correspondientes en cada figura, para la velocidad y el desplazamiento, es muy grande. El segundo conjunto muestra la ya conocida tendencia positiva de reducción del efecto de los períodos largos, cuando se disminuye la longitud del registro.

En este punto se empezó a dudar de la utilidad del método, a pesar de las indicaciones hechas por Trifunac, M.D., (1971) de obtención de buenos resultados con la corrección parabólica "standard", cuando los registros a analizar fueran de duración corta. Como prueba, se realizó una reproducción ampliada del registro del terremoto de 27/03/66 en Parkfield, obtenida directamente del libro "Seismic Design for Nuclear Power Plants". Una vez realizada la digitización en la misma forma que con nuestros datos, la aceleración fué procesada según nuestro programa de corrección parabólica. La figura 5.18 muestra la aceleración, velocidad y desplazamiento tal como aparecen en el libro y las figuras 5.19 y 5.20 los resultados obtenidos por nosotros para distintas digitizaciones y longitudes de registro (9 y 12 segundos respectivamente). La similitud entre las tres figuras es clara, a pesar de la forma rudimentaria en que se obtuvo la ampliación del original. Esto nos indica que nuestro programa de la corrección parabólica "standard" no tiene errores teóricos y que para el caso concreto de este terremoto es una corrección completamente válida, no siendo muy significativos ni los cambios de digitización ni los de la longitud del registro. Dos hechos parecen a simple vista

los responsables de este desigual comportamiento del método para uno y otro tipo de registros. El primero es la longitud, que en el caso del terremoto de Parkfield es unas 4 veces mayor que el valor medio de la de nuestros registros. El segundo es el contenido armónico de cada una de las aceleraciones, habiendo una diferencia de casi 10 veces entre los valores de las frecuencias asociadas a los valores máximos. Lo anterior puede verse perfectamente comparando los espectros de uno de nuestros terremotos y el de Parkfield como muestran las figuras 5.21 y 5.22, donde se comprueba que para el primero el máximo de energía está asociado a un pico de frecuencia cercana a los 10Hz y para el segundo, sin embargo, para uno con frecuencia alrededor de sólo 1Hz.

Con idea de tratar de averiguar las causas de este distinto comportamiento del método, para una u otra señal, se realizó la siguiente prueba. Sobre una de las ampliaciones se dibujó una línea recta, que se procesó como si fuera un registro de la aceleración. Sucesivamente se añadieron cambios tales como dibujar la recta en otros grados de ampliación, variar el tipo de digitización y filtrar las altas frecuencias. Antes de tratar de interpretar los resultados obtenidos a través de las figuras que los recogen, debemos tener en cuenta que el origen de la aceleración se colocó al principio de cada línea, con lo que éstas deberían representar un movimiento con aceleración nula. Si además suponemos que la velocidad y desplazamiento iniciales son nulos, los resultados obtenidos después de la aplicación, con la corrección parabólica, para la aceleración, velocidad y desplazamiento, deberían coincidir con las líneas del nivel cero de estos movimientos. Los resultados, como muestran las figuras 5.23 a 5.32, son completamente diferentes a los esperados. En las 5 primeras, que corresponden a la integración directa de los cinco tipos de cambios realizados, sorprende comprobar (gracias al tipo de escala utilizado) que además de las frecuencias altas introducidas por el limitado poder de resolución del cursor de la digitizadora, también hay introducidas frecuencias bajas. Las



primeras se manifiestan en los numerosos impulsos que hay a través del registro, comprobándose que su altura da una amplitud en unidades de aceleración igual al valor del límite del poder de resolución. Las segundas están asociadas con aquellas trayectorias realizadas con el cursor por encima o por debajo del nivel cero y sobre ellas cabalgan los impulsos anteriores. En las gráficas de la velocidad y el desplazamiento, debido al tipo de escala escogido, se puede ver que las frecuencias altas han desaparecido, observándose claramente en todas una tendencia de tipo polinómico, que puede ser perfectamente explicada en función de que la línea recta está trasladada o girada con respecto a la línea base que se tomó cuando se fijó el origen de la digitización. Las cinco últimas figuras corresponden a los resultados obtenidos después de corregir las integraciones directas mediante la corrección parabólica "standard". Se observa como las tres funciones son ahora simétricas respecto al eje del tiempo, es decir, se han eliminado los errores debidos al desconocimiento de la línea base. Sin embargo, tanto en la velocidad como en el desplazamiento, los períodos largos son los predominantes. Además, la amplitud de éstos es mayor en el caso en que el orden de las ampliaciones es el más pequeño. También, si contamos el número de máximos (mínimos) del desplazamiento para los casos de ampliación mínima y máxima, encontramos que a los tres del primero sólo le corresponden dos en el segundo. Estos hechos indican que a medida que se aumenta el número de veces la ampliación, los errores se asocian con períodos más pequeños, cuya amplitud también es menor. Cualquiera de estos efectos puede ser relacionado con el equipo de digitización utilizado. El valor del poder de resolución es constante en unidades de longitud, pero su equivalencia con las unidades tanto de tiempo como de aceleración, velocidad y desplazamiento, dependerá del número de veces que se amplifique el acelerograma. En el caso de ampliar diez veces un registro, considerando una sensibilidad de 40mm/G, a un error de lectura de 0.1mm (como consecuencia del valor del poder de resolución del cursor), le

corresponde un error de 0.00025G, es decir, 10 veces menor que cuando no se realiza la ampliación. Luego tanto las amplitudes de las altas frecuencias como de las bajas, disminuyen al aumentar la ampliación del registro. La disminución del valor de los largos períodos con el aumento de ampliación, puede entenderse si se considera que el número de cambios de polaridad y la posición por arriba o debajo de la línea base cuando se digitiza, dependen de la longitud del registro. Así, al aumentar ésta por efecto de la ampliación, es posible un mayor número de cambios, lo que en función de que para todas las ampliaciones la longitud del registro es la misma en unidades de tiempo, se traduce en una reducción del período de estos cambios. Las figuras 5.33 y 5.37 muestran los espectros de amplitud del movimiento del suelo de algunos de los casos anteriores. Por lo general, los máximos están situados en la zona de las frecuencias bajas, pero en la última figura (máxima ampliación) no sólo la amplitud de éstas se ha reducido por un factor de 3, sino que el período ha pasado de valer 0.85 a 0.51 segundos. En la segunda figura (escala logarítmica) hay una caída de energía para 5Hz, indicando una separación clara entre las frecuencias bajas y altas. El filtro usado no es muy útil, como muestran las figuras 5.29 y 5.30, ya que no elimina las frecuencias altas que a nosotros nos interesan, pues este filtro fué diseñado para eliminar el efecto del doblamiento del espectro en los alrededores de la frecuencia Nyquist. Por eso, si las frecuencias altas debidas a la digitización, no están próximas a ésta, el filtro no las eliminará. Consecuentemente las figuras 5.35 y 5.36 de los espectros de amplitud para el caso de utilizar o no utilizar el filtro, sólo se diferencian en que en el primero hay un pico (en el espectro de amplitud de la aceleración es más claro) para una frecuencia de 75Hz, producido por la respuesta del filtro, que como recordaremos tenía uno de sus ceros para $1/2$ de la frecuencia Nyquist (a 300 muestras por segundo le corresponde una frecuencia Nyquist de 150Hz). La influencia del filtro es aún más clara en la figura 5.37, donde nítidamente se

ven los ceros producidos por éste para $1/4$ y $1/2$ de la frecuencia Nyquist. Por último, en la interpretación de los espectros de amplitud de la velocidad y el desplazamiento hay que tener en cuenta que fueron obtenidos dividiendo por w el espectro corregido de amplitud de la aceleración, pero en este no figura información sobre las condiciones iniciales de la velocidad y el desplazamiento. Por lo tanto, estos espectros aparecen dominados por un "D.C.", a pesar de la corrección a que han sido sometidos. Entonces, para hallar los espectros correctos, deberíamos calcularlos directamente desde la velocidad y el desplazamiento o calcular primero el espectro del desplazamiento y a partir de éste los demás por multiplicación sucesiva por el factor w , es decir, dado $D(w)$ obtendríamos $wD(w)$ y $w^2D(w)$.

Como una prueba más de los programas de la corrección parabólica "standard" y cálculo de espectros de amplitud, así como un test directo de los efectos producidos en la doble integración de una función teórica al ser muestreada, se evaluó la función $y = 220 \text{ sen}(2\pi 10t)$, usando 200 puntos por segundo. Los resultados de su integración directa, corrección parabólica y correspondientes espectros de amplitudes aparecen en las figuras 5.38 a 5.40. La primera de ellas muestra claramente el efecto de la suposición de velocidad y desplazamientos iniciales nulos, a través de un desplazamiento (D.C) en la integral primera y una tendencia lineal sobre la segunda, como predice la teoría. En la figura 5.39 se ve lo adecuado de usar la corrección parabólica, con la única excepción de la aparición de un claro período largo sobre el desplazamiento. Ya que en la gráfica del desplazamiento integrado directamente no aparece este período y que, como hemos probado, la integración numérica tampoco puede ser la responsable de él, su origen podría estar en el ajuste, sobre la velocidad, de una curva de tercer grado por mínimos cuadrados. Comprobado que el proceso matemático era perfecto y que los errores de cálculo del computador eran mínimos, la única explicación a este fenómeno

debía buscarse en la propia naturaleza del método de mínimos cuadrados. En un razonamiento simple, se puede considerar que la curva dada por el método es aquella que define áreas iguales a uno y otro lado del eje de velocidad nula. Luego así, si ésta estuviera formada por un conjunto de ciclos completos, la curva buscada sólo tendría término independiente, el cual coincidiría con el valor medio de la velocidad. Ahora bien, este no es nuestro caso, pues como se puede apreciar ya en la aceleración, el primero (o el último) ciclo no está completo. Entonces, una curva de tercer grado con todos sus coeficientes distintos de cero (generalmente) será la curva ajustada y por consiguiente la responsable, después de una integración, del período largo que aparece sobre el desplazamiento. Este razonamiento puede ser totalmente válido para justificar las variaciones experimentadas en los distintos tipos de correcciones polinómicas, cuando se cambiaba la longitud del registro. Todo esto queda más claro al analizar el espectro de amplitudes, donde apoyándonos en nuestros razonamientos, se pueden situar como sigue. La primera asíntota para la frecuencia más baja, que aparece en los espectros de la velocidad y el desplazamiento, quizás sea debida exclusivamente a la suposición de condiciones iniciales nulas. El segundo pico, que aparece aún después de la corrección parabólica, como muestra la figura 5.40, puede ser debido a los errores introducidos por el ajuste de mínimos cuadrados. El tercer pico nos indica la adecuación del programa de cálculo de espectros de amplitud, al darnos el máximo para una frecuencia de 10Hz como teóricamente se espera de una onda sinusoidal de período de 0.1 segundos. El último pico para una frecuencia de unos 36Hz, sólo podría estar asociado al muestreo de la aceleración, ahora bien, como su efecto sobre nuestras frecuencias de interés es mínimo, no haremos más incapié en él. Por otro lado, y volviendo al dominio del tiempo, la reproductividad del acelerograma, en lo que respecta a los valores máximos y mínimos, ha sido perfecta. Ahora bien, esto es sólo debido a que el número de muestras escogido era un múltiplo del período de la función

seno estudiada, lo que evidentemente no tiene porque ocurrir en el caso de nuestros acelerogramas.

La última prueba realizada, a medio camino entre el caso práctico y el teórico, consistió en procesar de la misma forma la ampliación del original de una de las curvas de calibración de nuestros instrumentos. Esta consiste en una onda sinusoidal de frecuencia constante y amplitud lentamente descendente con el tiempo. La integración directa de esta función aparece en la figura 5.41, en la cual se aprecia, aparte de las típicas tendencias polinómicas, el hecho de que en la velocidad, la onda que representa el período libre del instrumento es transportada por otra onda de período más largo. La corrección parabólica que se muestra en la figura 5.42, evidencia además de lo anterior, este mismo efecto, pero con tres ondas sobre el desplazamiento. La onda de alta frecuencia cabalga sobre la onda transportadora que indicábamos en la velocidad y esta última cabalga a su vez sobre una onda de menor frecuencia aún. En el espectro de amplitudes de la aceleración, figura 5.43, a la izquierda del pico fundamental, que se corresponde con el período libre del instrumento, aparece otro pico para una frecuencia algo menor a los 5Hz. Este, en el espectro de la velocidad, es ya del orden del pico principal y se corresponde con la onda transportadora que observábamos en el dominio del tiempo para la velocidad. Para el espectro del desplazamiento, la conclusión de estar formado por tres ondas es clara y aparte de ser la onda de período intermedio la predominante, se observa que las otras dos son aproximadamente del mismo orden. Sin un desarrollo teórico de la transformada de Fourier de la función que representa la calibración del aparato, así como sus respectivas integraciones, es aventurado proponer que los picos que aparecen en el espectro del desplazamiento, a la izquierda del que se corresponde con la frecuencia que define la onda producida por la calibración, son producidos en el proceso de digitización o por el método de mínimos cuadrados.

Sin embargo, lo que está claro es que el pico de energía para un valor de la frecuencia de 5Hz, que aparece en los tres espectros, fué introducido cuando se digitizó la aceleración, quizás como consecuencia de la descompensación producida en los ciclos que forman la señal, al ser leídos erróneamente sus valores máximos y mínimos, por efecto tanto del muestreo como del limitado poder de resolución del cursor del digitizador. Por otra parte, si queremos plantear teóricamente el problema, deberemos considerar que la calibración del aparato, por facilidad de cálculo, viene expresada por la función:

$$d(t) = u(t) e^{-at} \operatorname{sen} \omega_0 t$$

donde $u(t)$ representa la función de Heaviside, comunmente definida por

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Entonces, la función $d(t)$ puede ser considerada como compuesta por el producto de las funciones $\operatorname{sen} \omega_0 t$ y $e^{-at} u(t)$, cuyos espectros son respectivamente:

$$\frac{1}{2i} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$$

y

$$\frac{1}{a + \omega i}$$

donde $\delta(\omega)$ es la función delta de Dirac definida por:

$$\begin{aligned} \delta(\omega) &= 0 & \omega &\neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega) d\omega &= 1 & \omega &= 0 \end{aligned}$$

(ver apéndice II)

por lo/...

por lo tanto, el espectro de $a(t)$ resultará de la convolución de los espectros anteriores, con lo que en nada se justifica los ya mencionados picos de energía en cada uno de los espectros. Si ahora adicionalmente calculamos la velocidad a partir de la integral:

$$V(t) = \int H(t) e^{-at} \operatorname{sen}(\omega_0 t) dt$$

obtendremos

$$V(t) = A H(t) e^{-at} \operatorname{sen}(\omega_0 t + \theta)$$

donde

$$A = \frac{\sqrt{(1+a^2/\omega_0^2)}}{(1-a^2/\omega_0^2)\omega_0^2}$$

$$\theta = \operatorname{arc\,tan}(\omega_0/a)$$

es decir, que con la excepción de la constante A y el desfase dado por θ , estamos en un caso similar al de la aceleración. Así, todo lo mantenido para ella con respecto a la falsedad de los picos de energía que aparecen en sus espectros, puede ser aplicado a la velocidad o resumiendo, éstos teóricamente no están justificados.

Para comprobar los resultados hasta ahora obtenidos a un nivel más real, se realizaron varias pruebas con los acelerogramas originales. Así, para una misma digitización se fueron eliminando sucesivamente los puntos correspondientes al comienzo del registro, con lo que los cambios producidos en la velocidad y el desplazamiento serán exclusivamente debidos a la variación de las condiciones iniciales. Las figuras 5.44 a 5.49 representan las aceleraciones, velocidades y desplazamientos de un acelerograma para tres condiciones iniciales diferentes, mostrando la veracidad de nuestros razonamientos, al indicar que el método de mínimos cuadrados se ve afectado en la evaluación de sus coeficientes cuando se varían las condiciones iniciales del registro. Esto trae como consecuencia la aparición de falsos períodos largos sobre la velocidad

y el desplazamiento. A través de las pruebas anteriores se acumuló abundante información sobre casi todos nuestros acelerogramas, lo que nos permitió observar dos hechos importantes. El primero de ellos nos indica que, a pesar de la inestabilidad característica de la corrección parabólica "standard", es posible con ella obtener, después de varias digitizaciones del registro, valores bastante aceptables de la velocidad y el desplazamiento, donde han desaparecido en buena parte los falsos períodos largos, característicos tanto de la digitización como del método (mínimos cuadrados, figuras 5.50 y 5.52), observándose más claramente que éstos, aunque estén en la señal, no están asociados al mismo fenómeno físico. Así, si el registro, la forma de digitizar y el método de análisis, es el mismo para todas las pruebas, estos períodos largos si pertenecieran a la señal deberían estar siempre y con igual magnitud en todas las pruebas y no aparecer y desaparecer como si durante el proceso digitización-corrección la señal verdadera estuviera aún físicamente viva. Es decir, se puede esperar que parte del ruido esté asociado a las mismas frecuencias que la señal, pero nunca su efecto sobre la señal puede ser tan pronunciado que, como muestran las figuras, cambie completamente su naturaleza, pasando de unos casos a otros a ser las frecuencias altas o las bajas las predominantes. El segundo hecho se centra en el descubrimiento de una nueva fuente de errores debida también a la digitización. Un mal alineamiento del acelerograma unido a un registro poco ampliado pueden producir, a causa del limitado poder de resolución del curso, pérdida de información de la amplitud y el período de determinados ciclos de frecuencia alta del acelerograma. En consecuencia, la integración directa tendrá puntos de discontinuidad en las tendencias polinómicas de la velocidad y del desplazamiento. Es decir, los errores de lectura de los diferentes ciclos que forman el acelerograma darán lugar a que sea imposible compensar las áreas formadas por todos ellos o inclusive la parte positiva y negativa de un sólo ciclo, afectando a partir de ese momento, con una tendencia diferente a la

teórica, al proceso de integración. Las figuras 5.50 a 5.52 con las 5.53 y 5.54 muestran los resultados obtenidos cuando el método de corrección parabólica 'standard' es aplicado a dos digitizaciones distintas de un mismo registro. Estos fueron seleccionados debido a que muestran claramente que las diferencias encontradas en los desplazamientos, son causados por diferencias de forma de los ciclos que definen las respectivas velocidades. Aquí debemos mencionar otra de las limitaciones del método de mínimos cuadrados a la hora de corregir la "derivada" de un registro. Cuando un registro está inclinado con respecto a su verdadera línea base, la nueva situación puede ser considerada como que el registro ha experimentado una traslación más un giro, es decir, las coordenadas verdaderas, tanto del tiempo como de la aceleración, vendrán dadas con respecto a las que nosotros hemos leído, por las ecuaciones:

$$\bar{t} = -(t - t_0) \operatorname{sen} \theta + [a(t) - a(t_0)] \operatorname{cos} \theta \quad (5.1)$$

$$\bar{a}(t) = (t - t_0) \operatorname{cos} \theta + [a(t) - a(t_0)] \operatorname{sen} \theta \quad (5.2)$$

Así, al utilizar el ajuste de mínimos cuadrados, calculamos bastante aproximadamente (en el caso de un polinomio de primer grado) el ángulo que define el giro y el corte con el eje de las aceleraciones entre los ejes falsos y verdaderos. Al realizar la sustracción entre la aceleración y esta línea recta, el efecto es diferente al producido si utilizásemos las ecuaciones (5.1) y (5.2), ya que al no corregir los valores del tiempo, lo que estamos haciendo es proyectar todo el acelerograma sobre una recta que está girada y el ángulo dado por la pendiente de la recta ajustada y trasladada en el eje de las aceleraciones da una cantidad igual al término independiente de la recta anterior. Si bien en una proyección las áreas se mantiene, no ocurre lo mismo con los períodos de las ondas que definen el acelerograma, los cuales son siempre más pequeños. Ahora es más claro entender el por qué puede

ser más exacto ajustar una parábola que una línea recta, aunque la primera no tenga ningún sentido físico, pero desde el punto de vista matemático, su curvatura puede dar una medida más exacta de los nuevos períodos. Esto es en parte lo que haya Neumann(1943) cuando calcula la longitud de la línea de la parábola ajustada en el intervalo $(0, T)$ (duración del registro). De cualquier forma, hay un error difícil de evitar y es el debido a considerar que la traslación es sólo con respecto al eje de las aceleraciones. Sin embargo, con excepción de la pequeña, pero posible alteración en las condiciones iniciales, esta traslación no parece tener un efecto importante en la integración. Puede también pensarse que el problema de alineamiento no es importante ya que en todos los casos los valores de θ y \bar{c} que definen el giro y la traslación, son muy pequeños. Pero, como a continuación veremos, ésto no es cierto debido a dos hechos característicos, tanto de los datos manejados como del procedimiento utilizado para obtener la velocidad y el desplazamiento (integración). A causa del carácter impulsivo de nuestros registros, el ángulo formado entre la línea base verdadera y los picos del acelerograma es muy cercano a 90° , con lo que, si la línea de referencia práctica está girada con respecto a la verdadera un ángulo mayor que 90° menos el ángulo anterior, el cursor en su avance sobre la traza no leerá éstos con exactitud y el área calculada en esta zona por la integral no será verdadera. Los dos esquemas de la figura 5.55 tratan de explicar un poco más claramente todo esto. En el primero se puede observar la disminución del período ($T < T'$) cuando se realiza la proyección sobre la línea base verdadera. En el segundo vemos que la evaluación de la curva depende no sólo del valor del poder de resolución del cursor (líneas paralelas), sino también de los ángulos formados entre la línea base verdadera y la falsa, θ y a su vez entre la primera y la definida por el carácter impulsivo del registro, φ . Hay que tener por tanto en cuenta que a pesar de ajustar una línea recta a la aceleración, aunque ésta coincidiera con la verdadera línea base, los problemas de descompensación de

áreas, así como aquellos producidos por la variación de los verdaderos períodos que definen la señal, no nos permitirán corregir perfectamente la aceleración, ni tampoco la velocidad y el desplazamiento. Si la proyección realizada con la aceleración se manifestaba insuficiente e inclusive responsable de muchos de los errores posteriores, es evidente que los siguientes ajustes a realizar con la velocidad y el desplazamiento, por medio de curvas de segundo grado o mayor, producirán un efecto aún más negativo. Por tanto y volviendo al principio de nuestra última discusión, mientras los datos que estamos utilizando no vayan a ser integrados, los métodos de eliminación de "deriva" a partir de ajustes de polinomios, pueden dar resultados dentro de los límites de error permitibles, pero en caso contrario, los efectos de éstos sobre la primera y aún más sobre la segunda integración, serán catastróficos.

Si hasta ahora se ha comprobado que los métodos de corrección parabólica son inestables y que los errores principales asociados a ellos se encuentran en la zona de las bajas frecuencias, también es verdad que dicha inestabilidad nos proporciona un método de tanteo, basado en el conocimiento de los errores que se producen, mediante el cual, como se muestra en este trabajo (figura 5.51), se pueden obtener evaluaciones del movimiento del suelo bastante exactas. Ya que, inclusive en estos casos, la señal está contaminada con períodos largos, en lo que sigue vamos a discutir los resultados obtenidos con los métodos de filtrado que de momento son los únicos que nos pueden permitir la eliminación de los períodos no pertenecientes a la señal. Como veremos, los problemas surgidos con la adaptación del método de Trifunac a nuestros datos, nos llevaron a la creación de un nuevo método de filtrado. El proceso hasta llegar a él puede ser sumariado por las siguientes cuatro formas diferentes de tratar los datos:

1º Adaptación del método de Trifunac

a)/...

- a) Digitización y mínimos cuadrados para la aceleración.
 - b) Integraciones y mínimos cuadrados para la velocidad y el desplazamiento.
 - c) Filtrado de la aceleración más la constante V_1 .
 - d) Integraciones y mínimos cuadrados de la velocidad y el desplazamiento.
 - e) Iteraciones.
- 2° Adaptación del método de Trifunac pero no utilizando los datos sin corregir, sino aquellos obtenidos después de utilizar la corrección parabólica "standard".
- 3° Filtraje directo de las integraciones
- a) Integración directa de los datos sin corregir.
 - b) Eliminación de las bajas frecuencias de la aceleración, velocidad y desplazamiento antes obtenidas, utilizando un filtro Ormsby.
 - c) Iteraciones.
- 4° Método nuevo
- a) Filtraje igual que en el caso anterior, pero de la aceleración, velocidad y desplazamiento obtenidos usando la corrección parabólica "standard".
 - b) Iteraciones.

En el título de los gráficos que aparecen en nuestras figuras, aparece al final una expresión alfa numérica, cuyo significado vamos a explicar a continuación para una mejor comprensión de los resultados que aparecen en ellas. Los primeros símbolos corresponden al método de ajuste polinómico usado:

4P: corrección parabólica "standard" con evaluación de cuatro coeficientes (a_1 , a_2 , a_3 y $V(0)$).

3P: corrección parabólica "standard" con evaluación de tres coeficientes (a_1 , a_2 y a_3)

3p: ajuste sucesivo de una parábola a la aceleración, velocidad y desplazamiento.

Las tres siguientes cifras indican el número de puntos utilizados.

El sexto signo será una I cuando las integraciones sean directas y C cuando éstas hallan sido obtenidas mediante una corrección parabólica.

Los últimos caracteres, que comenzarán con un número, indicarán el tipo de filtraje utilizado y la cantidad de iteraciones realizadas.

Si detrás de las tres cifras y el símbolo del método utilizado aparece un número negativo, éste indicará el número de puntos del comienzo del registro que se han eliminado.

Concentrándonos ahora en la elección de los períodos de corte y terminación del filtro Ormsby para cada tipo de registro, estos se tomarán en principio según los resultados sobre frecuencias altas erróneas obtenidos en los párrafos anteriores. Así, el período de terminación nunca será mayor que un segundo. Sin embargo, para el de corte la cosa es más difícil aunque, a la vista de los numerosos espectros estudiados antes, parece razonable un límite inferior de 0.2 segundos ($f=5\text{Hz}$).

En un principio, para aplicar los cuatro casos antes mencionados, se tomó la componente vertical del acelerograma producido por el terremoto del 07/04/1977 registrado en Vaal Reefs. Las figuras 5.57 y 5.58 que muestran los resultados, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, de la aplicación al registro de la corrección parabólica "standard", indican nuevamente la presencia de períodos largos en el desplazamiento. Ahora bien, si se estudia minuciosamente la figura 5.56, donde aparece la integración doble directa de la aceleración, se puede ver que estos períodos no están presentes, es decir, han sido introducidos durante el proceso

de corrección, por las causas que ya hemos mencionado. Los resultados de la aplicación de la adaptación del método de Trifunac aparecen en las figuras 5.59 a 5.62, donde, como prueba y después de estudiar los espectros dados en la figura 5.58, los valores de los períodos de corte y terminación se tomaron igual a 0.25 y 0.35 segundos respectivamente. La primera figura corresponde al proceso en el que a la aceleración, velocidad y desplazamiento sólo se les ajusta una línea recta (definida por los valores $PEN.$ y $I(0)$). En la segunda ya se ha producido el filtrado y en las restantes aparecen los resultados después de sucesivas iteraciones. Notamos en éstas que, después de la primera iteración, los cambios producidos no son significativos y que siempre se introduce en la señal el mismo período largo. Si tenemos en cuenta que, por efecto del filtro, se han eliminado de la aceleración los períodos mayores que 0.5 segundos, parece claro que el período anterior ha sido introducido como consecuencia de los respectivos ajustes de mínimos cuadrados que se realizan durante el proceso. En la figura 5.63 se muestra que la aplicación de la adaptación del método de Trifunac, tras dos iteraciones, a la aceleración corregida mediante la corrección parabólica "standard", no representa ninguna ventaja adicional. Con idea de un mejor entendimiento del problema producido por el ajuste lineal, se repitió exactamente igual el proceso anterior, pero ahora sin realizar el ajuste sobre el desplazamiento una vez que la aceleración fué filtrada. Los resultados obtenidos, figura 5.64, dan un desplazamiento con una clara tendencia de grado mayor que el primero. Así, al ajustar por mínimos cuadrados a esta función un polinomio de primer grado, es natural que como resultado de la sustracción entre ésta y el polinomio, el desplazamiento se vea dominado por un período largo. Pensando que esta tendencia sería mejor representada por un polinomio de segundo grado, se realizó la prueba que muestra la figura 5.65, donde se ajusta al desplazamiento una parábola definida por los coeficientes C_0 , C_1 y C_2 que aparecen en ella. El resultado tampoco es bueno, que-

dándose/...

dándose sin eliminar el período largo, pero sin embargo se marcan otra vez las limitaciones del ajuste polinómico en la corrección de la aceleración, velocidad y desplazamiento, obtenidos éstos dos últimos por doble integración, cuando el contenido armónico de la primera está asociado con las frecuencias altas. Para estudiar la influencia de la longitud de la ventana que definen los períodos de corte y terminación, en el método, se aplicaron otros conjuntos de períodos (T_c , T_t). Si antes para $T_c = 0.25$ y $T_t = 0.33$ se obtenía una ventana de longitud relativamente larga, $T_w = 2$ seg, los nuevos podrían ser considerados como aquellos con ventana intermedia, $T_w = 1$ segundo para $T_c = 0.33$ y $T_t = 1.0$ segundos, y con ventana corta, $T_w = 0.66$ segundos para $T_c = 0.25$ y $T_t = 1.0$ segundos. En las figuras 5.66 y 5.67 aparecen los desplazamientos obtenidos en los tres casos, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, mostrándose que con éste método la influencia de la longitud de la ventana no es importante, así como la satisfactoria elección de un período de corte de 0.25 segundos, ya que el usar, en el caso tercero, uno de 0.33 segundos no ha representado ningún cambio significativo ni en los períodos fundamentales ni en las amplitudes correspondientes. Aunque podría ser hecha ahora una interpretación más extensa de éstos resultados, se dejará para mas adelante, en que se discutirán a la luz del proceso de filtrado. Ya que como hemos visto, el uso del método de mínimos cuadrados puede introducir largos períodos, hasta en el caso en que se utilice el método de filtrado propuesto por Trifunac, M.D., (1971), nosotros decidimos utilizar un método que potenciara todas las ventajas del filtrado y por otro lado eliminara por completo los efectos negativos de la corrección mediante ajuste de polinomios. Así, se pensó que lo mas conveniente sería el filtrar la aceleración, velocidad y desplazamiento, directamente obtenidas por doble integración, aplicandolas después exclusivamente una corrección mediante la sustracción de su valor medio. Es decir, si se sabe que las tendencias debidas al desconocimiento tanto de la línea base como de las condiciones iniciales, están asociadas a las bajas frecuencias (recordemos de nuevo que un D.C está

asociado/...

asociado con la frecuencia nula), como el filtro elimina todas éstas, los resultados del mismo serán prácticamente los correctos, con excepción de un ligero desplazamiento fuera del intervalo de registro, con un valor nulo respecto a un sistema de referencia erróneo (la línea base que da el valor cero es desconocida, entonces nosotros tomamos una, por tanteo, que en nuestra opinión es la que más se aproxima a la verdadera). Las figuras 5.68 y 5.69 muestran los resultados de aplicar lo anterior para los casos en que hay corrección por el valor medio de la función correspondiente y para cuando no se hace esta corrección. Dos hechos pueden ser resal- tados a partir de estas figuras. El primero de ellos mues- tra como en ambos casos, para la velocidad y el desplazamien- to, se ha introducido una perturbación en la señal, al final de la misma, que en caso del desplazamiento se corresponde, pero amplificada, con la parte inicial del mismo, donde se encuentran las ondas de mayor amplitud. El segundo nos in- dica como, al corregir estas funciones por el valor medio de la misma, se produce en ellas un desplazamiento. Esto es lógico ya que al calcularlo también se tiene en cuenta la parte perturbada de la señal, que aunque tiene carácter armónico, no está del todo compensada, haciendo que su va- lor medio sea distinto de cero. Así, en la segunda figura, donde sólo se ha realizado el filtraje, el D.C. producido anteriormente y los largos períodos han desaparecido total- mente, quedando en la señal como única parte perturbada la ya antes indicada, pudiendo tomar, con exclusión de esta última, como el valor más exacto encontrado hasta ahora de la velocidad y el desplazamiento. También se puede indicar que, en un principio la perturbación es debida a la discon- tinuidad producida en cada movimiento, cuando se extiende el mismo en el filtrado. Así, en la aceleración la pertur- bación es irreconocible ya que, en función de los valores máximos de la misma, el extenderla al final con un valor igual a cero no supone una gran discontinuidad con respecto a los valores precedentes. Sin embargo, en el caso del des- plazamiento, al pasar de un valor de -9.87276 (figura 5.56)

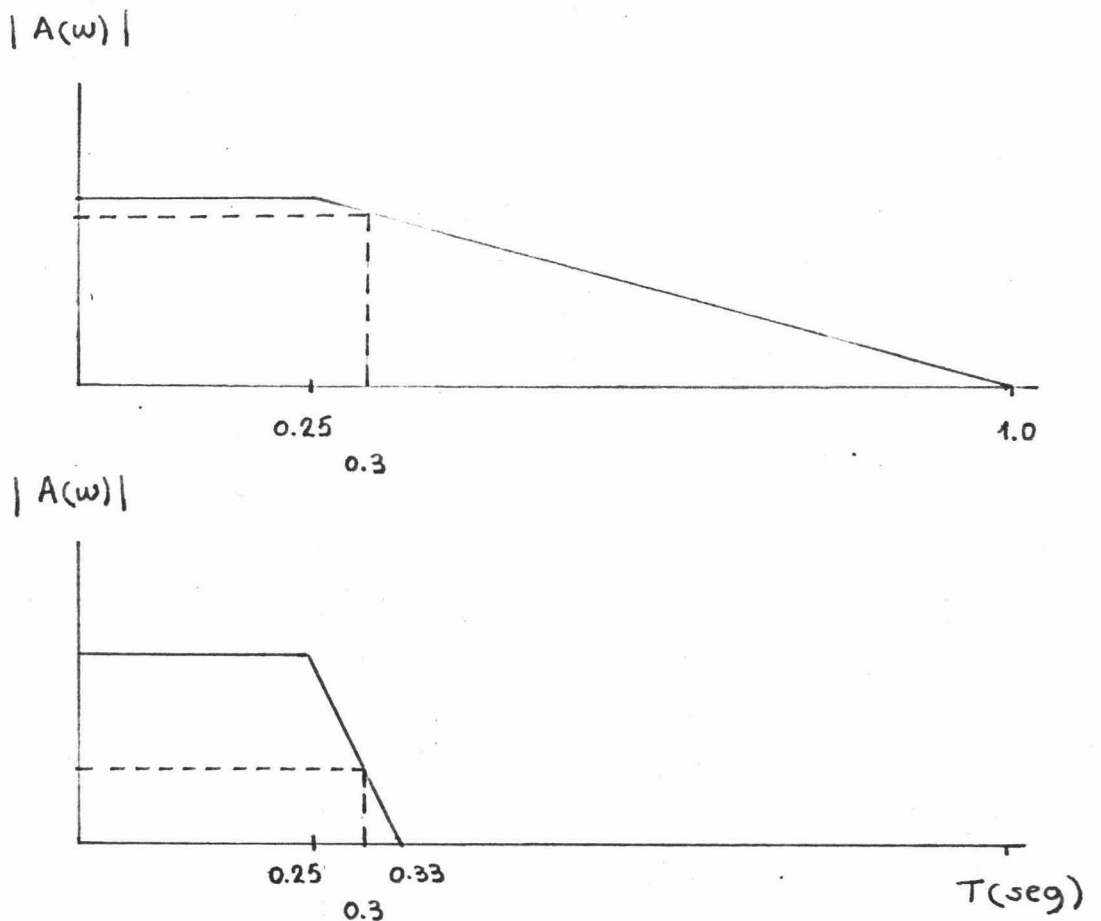
al final/...

del intervalo (0. T), a un valor nulo en la extensión del mismo, si que supone una tremenda discontinuidad, para que no produzca efectos negativos en el comportamiento del filtro. Recordando que después de corregir el movimiento del suelo por medio de una corrección parabólica "standard", la velocidad, e inclusive el desplazamiento, quedaban bastante próximas al valor cero en la parte final del registro, se decidió utilizar éstos como entrada al filtraje. Además su contaminación por períodos largos no era ningún problema, pues éstos como ya vimos, están por encima del período de terminación normalmente usado, por lo que la perturbación introducida por el método de mínimos cuadrados, así como el de las condiciones iniciales, pueden ser totalmente eliminados. La figura 5.70 nos muestra lo cierto de nuestros razonamientos, siendo la pequeña perturbación que aparece al final del gráfico del desplazamiento, una indicación más de que la discontinuidad producida por la extensión del acelerograma es la responsable de la misma, pues según se ve en la figura 5.67, el desplazamiento al final no es igual a cero. Para recalcar aún más esto, la figura 5.71 muestra en su gráfico central que si se escoge una duración del registro (170 puntos implican una duración de 2.37 segundos) para la que la función que representa el desplazamiento termine en cero, entonces la perturbación anterior desaparece, pues evidentemente en este caso no hay discontinuidad. El último gráfico de esta figura nos muestra la diferencia producida por utilizar un período de terminación*, implique una suavización de la rampa de la función de respuesta del filtro. Además de una variación del 5% en los valores del máximo y el mínimo, se puede observar, sobre todo al comienzo del movimiento que la forma de la onda es diferente. La explicación se obtiene directamente de la diferencia de inclinación entre las rampas del caso dado por los períodos de corte y terminación correspondientes al gráfico del medio ($T_c = 0.25$ segundos y $T_t = 0.33$ segundos) y los de este último ($T_c = 0.25$ segundos y $T_t = 1.0$ segundos). Así, no es ya sólo importante el hecho de que en el primer caso los períodos mayores que 0.33 segundos fueran eliminados sino también la forma en que han sido reducidos

mayor, que

aquellos comprendidos entre 0.25 y 0.33 segundos en comparación con la forma en que se hace en el segundo caso. Más claramente en la figura 5.72 observamos:

FIGURA 5.72



en que forma tan diferente se comportan los dos tipos de filtros definidos por estos casos para un mismo período. Tomando $T=0.3$ segundos, el primero le produce una reducción de su amplitud de cerca del 60% y sin embargo el segundo de sólo el 10%. De cualquier manera los resultados dados por el primero pueden ser obtenidos por el segundo sin más que repetirlo hasta que las sucesivas reducciones de las amplitudes de estos períodos den a estas un valor igual al del primer caso, como se muestra en la figura 5.73. El primer gráfico es el des-

plazamiento filtrado a través de la banda de transición que va desde 0.25 a 0.33 segundos y el segundo y tercero corresponden al desplazamiento filtrado en la banda 0.25 a 1 segundo, después de dos y seis iteraciones. En la figura 5.74 se ve que a lo que sí afecta la longitud de la ventana, es a la forma de la perturbación final. En los casos mostrados por los gráficos segundo y tercero la perturbación es la misma, ya que las longitudes de las ventanas son iguales (2 segundos). Algo importante, que se nota en esta figura, es que las diferencias en forma y en valor de los máximos y mínimos son debidas principalmente a los cambios en valores de los períodos de corte y terminación. Por lo tanto, debido a la similitud de forma entre los desplazamientos dados por los gráficos primero y tercero, a diferencia con la dada por el del medio, el período constante de la diferencia de forma se encuentra entre 0.25 y 0.50 segundos. Con idea de no depender del punto donde la corrección parabólica "standard" dé un cero para el desplazamiento, que puede suponer perder cierta parte de la señal; se pensó filtrar como mínimo dos veces tanto al desplazamiento como a la velocidad y la aceleración. La primera vez con toda la longitud del registro (figura 5.70) y la segunda tomando sólo del registro hasta donde empieza la perturbación en el desplazamiento (figura 5.75). Esto nos permitió anular por completo los problemas de discontinuidad, con una menor pérdida de señal y un reforzamiento de la capacidad de eliminación de períodos del filtro dentro de la banda de transición, pues así, volviendo al caso de la figura 5.72 ($T=0.3$ segundos y filtro con banda de transición entre 0.25 y 0.33), al cabo de la primera iteración, la amplitud de este período se ha reducido un 75% y después de la cuarta a un 92.5%. En este punto es necesario indicar que los problemas encontrados por Hetcher, Brady y Hanks (1980), explicados extensamente en la sección tercera, en nuestro caso y teniendo en cuenta los datos y métodos utilizados, no aparecieron, con lo que la simple aplicación iterativa de un filtro Ormsby al movimiento del suelo, después de haber sido corregido por el método de corrección parabólica que usa cuatro ecuaciones, sin necesidad

de posterior utilización del método de mínimos cuadrados, fué suficiente para obtener resultados que como veremos poseen una exactitud aceptable dentro de la calidad de los datos utilizados. Es decir, no existe la necesidad de utilizar un filtro Butterworth, cuyas ventajosas características pueden ser en parte aproximadas por la iterativa aplicación del filtro Ormsby. Como terminación a este tema, podemos decir que la fórmula que da el error del filtro Ormsby en nuestro caso fué totalmente fiable y que por otra parte, la reducción del número de puntos utilizados ("running mean") no representó tampoco ningún problema, sólo un ahorro de tiempo de computación.

Hemos visto hasta ahora que la aplicación de un filtro de frecuencias bajas a nuestros datos, según el método que proponemos, dá excelentes resultados en lo que respecta a la estabilidad de los mismos. Es decir, obtenemos resultados muy próximos cada vez que se utiliza el método, independientemente de la longitud del registro y de sus condiciones iniciales, pero siempre que la digitización y el período de corte sean los mismos, sin olvidar, claro está, que si el período de terminación es también diferente habrá que recurrir a un mayor número de iteraciones en el uso del filtro. Ya que las variaciones debidas a los cambios del período de corte son totalmente lógicas, tanto desde el punto de vista matemático como físico, y que por ello quedan al margen del concepto de estabilidad manejado por nosotros, vamos a centrarnos en las consecuencias que sobre éste tiene el utilizar diferentes digitizaciones de los mismos datos. Para ello se eligió nuevamente la componente transversal del terremoto del 07 de abril de 1977, de la cual se hizo un mayor número de digitizaciones. Recordando además que ya se comprobó que la utilización del tipo de puntos desigualmente separados era el que proporcionaba mejores resultados, se utilizará únicamente este método. Como introducción a las tres diferentes digitizaciones a estudiar, las figuras 5.76 a 6.78 muestran respectivamente los desplazamientos obtenidos por integración directa, por aplicación de la corrección



parabólica "standard" y los correspondientes espectros de amplitud de la aceleración. De esta y de la primera es posible obtener aproximadamente los períodos de corte y terminación. Como la doble integración del acelerograma no introduce períodos largos, deducimos que aquellos que aparecen superpuestos en la tendencia polinómica del mismo, o pertenecen a la señal o han sido producidos por descompensación entre los diversos ciclos de la misma, como consecuencia de un digitizado defectuoso. Una vez reconocido el período principal de éstos (de una forma aproximada) en esta figura, en la tercera se buscará el período más cercano a éste, por encima de el que muestre un mínimo claro en el espectro, para fijar la frecuencia de terminación. El período de corte se elegirá como un valor intermedio entre el valor anterior y el del máximo más cercano a éste. Notoriamente, en la figura 5.77 se puede observar uno de los problemas de difícil solución causado por el equipo de digitización utilizado y que ya fué mencionado anteriormente. Las gráficas de los tres desplazamientos están realizadas en la misma escala y aunque la diferencia más significativa entre ellas radica en la amplitud y forma de los diferentes períodos largos que aparecen en cada una, se puede también notar que sus respectivos contenidos en altas frecuencias no son iguales. La figura 5.79 nos muestra los resultados obtenidos cuando los desplazamientos calculados, usando la corrección parabólica "standard", son sometidos por dos veces a la acción de un filtro Ormsby en la forma antes explicada. Indicamos aquí que los gráficos de estos desplazamientos después de cada filtrado, no están corregidos por el valor medio, ya que tras varias pruebas en las que se calculó éste (después de que cada una de las anteriores funciones fueran filtradas), se vió que su valor no alcanzaba nunca el 0.1% del valor máximo de las mismas. Además, si esta corrección se hiciera en el primer filtraje, la perturbación introducida como consecuencia de la extensión de la función fuera del intervalo $(0, T)$ nos llevaría, como ya se ha visto antes, a obtener aún valores más erróneos que cuando no se realiza la corrección. Volviendo a la figura, ahora se puede observar de una forma más fácil

que aunque en los largos períodos que quedan después del filtrado en los desplazamientos (ondas de amplitud máxima) hay gran similitud, éstos se diferencian bastante (sobre todo el primero de los otros dos) en lo que respecta al contenido en frecuencias altas. Así, para el desplazamiento situado en la parte superior de la figura éstas casi han desaparecido, mientras que en los otros dos casos estos períodos cortos parecen coincidir, aunque aún es posible encontrar algunas diferencias entre ellos. Esto queda claramente indicado en la figura 5.80, que nos muestra los espectros de amplitud de los desplazamientos de la figura 5.79. Las diferencias entre ellos aparecen nuevamente no en los períodos más largos (pico de amplitud para 4.3 Hz), sino para aquellos períodos próximos a 0.1 segundo, que corresponden a los máximos de amplitud de la aceleración, como fué mostrado, por ejemplo en la figura 5.21. En el primer espectro, que corresponde a una evaluación de la aceleración por medio de 226 puntos (desigualmente separados), es donde la amplitud es menor para aquellos períodos próximos a 0.1 segundo. Para los gráficos situados en la parte de abajo de la figura, que corresponden a digitizaciones de la aceleración, con 345 y 346 puntos respectivamente, y dan desplazamientos prácticamente iguales, se encuentra que mientras en el último se pueden observar claramente tres picos en la amplitud del espectro, en el del medio el pico situado entre los dos extremos prácticamente ha desaparecido. Si suponemos que estos picos se corresponden con la energía transportada por las ondas superficiales, secundarias (s) y primarias (P), vemos hasta que punto pueden ser importantes los errores introducidos, según se tome una u otra digitización. En el primer gráfico se puede considerar que en el desplazamiento se ha perdido prácticamente la información sobre las ondas internas y solo persiste aquella sobre las ondas superficiales. En el segundo gráfico solo se ha perdido la información sobre la onda interna s y en el gráfico inferior parece que en el desplazamiento obtenido está toda la información sobre las ondas que transportaron la energía elástica liberada por el terremoto a través del medio, entre la estación registradora y el hipocentro

del mismo, así como la respuesta del instrumento. Aunque ya fué observado en otras pruebas, en este ejemplo se muestra claramente que el número de puntos utilizados para evaluar la aceleración es importantísimo, comprobándose que a mayor número de puntos, mayor es la exactitud de los resultados, ya que si uno de estos puntos fué evaluado erróneamente, aquellos de su alrededor pueden minimizar sus consecuencias en el proceso de integración. El tratar de encontrar una norma para tomar un número de puntos que definan correctamente el acelerograma, es bastante difícil y desde luego, es imposible fijarlo a través del estudio de la representación gráfica del acelerograma una vez que ha sido digitizado. Así, en la figura 5.81 se han representado las aceleraciones correspondientes a los desplazamientos anteriores, sin indicar quien corresponde a quien, dejándose al lector la iniciativa de decidir cuales y por qué forman parejas con aquellos.

Como hemos visto, aunque la repetibilidad (o estabilidad) de los resultados parece bastante aceptable, la precisión de cada uno de los resultados debe ser estudiada aún más profundamente, pues si ésta puede ser deficiente para el caso de las frecuencias altas, también inclusive para los períodos largos pueden encontrarse variaciones lo suficientemente importantes como para dudar de su fiabilidad. En la figura 5.80, en el primer gráfico, el máximo alcanza un valor de 0.36, que supone una diferencia cercana al 20% con respecto a los otros valores dados en los restantes gráficos, obteniéndose además este máximo para una frecuencia de 3.9 Hz, que supone una variación del 10% respecto a la frecuencia en que se encuentra en los otros. Por tanto, será muy importante elegir un registro bien digitizado, a la hora de definir la exactitud de los resultados obtenidos, siendo recomendable, en función del equipo utilizado, realizar varias digitizaciones de un mismo registro y con el mayor número de puntos que se pueda.

Para comprobar la independencia del método con respecto

a la longitud del registro, la componente transversal del terremoto registrado en Vaal Reefs y que fué digitizada con 346 puntos, dando hasta el momento uno de los mejores resultados obtenidos por nosotros, fué procesado nuevamente según nuestro método, pero incluyendo ahora sólo 2.5 segundos. El resultado, mostrado en la figura 5.82, indica, como se esperaba, la total independencia de los resultados con respecto a la longitud del registro elegida. El espectro que aparece en primer lugar corresponde (como se recordará) al caso en que se toma 3 segundos de registro y como se comprueba, no se diferencia en nada del segundo espectro, que representa el caso de tomar sólo 2.5 segundos.

Aunque se hicieron otras pruebas para estudiar la influencia que el número de muestras utilizadas en los filtros tiene sobre los resultados, así como la longitud de la ventana definida por el filtro, que caracteriza la utilización del filtro "running mean" antes de utilizar el filtro Ormsby, el efecto más significativo y sobre el que más se centraron estas pruebas, fué el producido por la ventana definida por este último. Si por una parte la longitud de la misma parece no afectar mucho a los resultados, es sin embargo la perturbación producida en relación con ella la que sí puede causar grandes errores, sobre todo si ésta no es eliminada después del primer filtrado. La figura 5.83 muestra claramente lo que estamos indicando. El primer gráfico representa el espectro de amplitudes del desplazamiento de la componente longitudinal del terremoto del 07 de abril de 1977, registrado en Vaal Reefs, cuando sólo se le ha sometido a un filtrado con períodos de corte y terminación de 0.25 y 0.50 respectivamente. Los restantes gráficos representan el mismo desplazamiento en el dominio del tiempo y el de la frecuencia, pero ahora con una longitud de registro reducida correspondiente a sólo 310 puntos y no los 331 antes utilizados. Los períodos de corte y terminación en este caso son 0.33 y 0.50, con lo que también la longitud de la ventana ha sido variada. Por lo tanto, las diferencias entre los respectivos espectros, centradas no sólo en que los picos de máxima amplitud tienen

valores diferentes sino que también ocurren para frecuencias distintas, pueden ser debidas a un efecto de resonancia producido por la perturbación introducida por el filtro, como consecuencia de la variación de la longitud del registro o la de la ventana, o por utilizar un período de corte más alto, que quizás no trunque nada de la señal, dando por consiguiente valores más altos para aquellas frecuencias que antes habían sido en parte eliminadas.

Para terminar este apartado de resultados queremos indicar que aunque se obtuvieron varios resultados con el grupo de acelerogramas que fueron registrados en aquellas estaciones localizadas a unos 10 kilómetros del foco, éstos no se tuvieron en cuenta debido a que en nuestra opinión una parte significativa de la señal no fué registrada y que por tanto ésta estaba contaminada bastante por el ruido ambiental producido durante el terremoto.

6. CONCLUSIONES

En la interpretación exacta de las siguientes conclusiones conviene tener siempre presente no sólo los datos utilizados sino también el como fueron éstos tratados y lo que se pretendía obtener de ellos. Los datos a procesar son, como se recordará, acelerogramas producidos por terremotos localizados en las minas de oro de Klerksdorp (Sudáfrica), con magnitud local 3.9 y 5.2, cuyos hipocentros no alcanzan una profundidad mayor de los 3 kilómetros y que fueron registrados siempre a distancias menores que los 10 kilómetros. El hecho de que el registro se realice sobre papel fotográfico de 75 mm, implica el que se haga necesaria la ampliación del mismo para poder digitizarlo posteriormente y así tener una evaluación numérica del mismo, que permita cualquier tipo de cálculo con él. El equipo de digitización utilizado, como ya se explicó, permite tomar muestras del acelerograma de una forma semiautomática, tanto para puntos igualmente como desigualmente separados, caracterizándose las lecturas correspondientes por un poder de resolución de 0.13 milímetros, es decir, la digitizadora no podrá distinguir entre dos puntos que estén a una distancia igual o menor que la anterior. Aunque a partir del acelerograma y por sucesiva integración, se han obtenido valores de la velocidad y el desplazamiento, lo que impulsó este trabajo de Tesis fué, a la vista de lo inédito de los datos utilizados, no ya solo encontrar los valores más exactos posibles de las tres funciones que caracterizan el movimiento del suelo, producido por terremotos localizados en minas profundas de oro, sino también estudiar la estabilidad y exactitud de los mismos con idea de dar un conjunto de resultados que hicieran posible su comparación con el resto de la información ya existente sobre acelerogramas, permitiendo llenar con garantía el hueco aún no cubierto por estos datos. Es decir, una vez eliminadas o conocidas aquellas partes de información dentro de la señal, que son debidas a factores ajenos al proceso físico al que está asociado la parte de señal que a nosotros nos interesa, y que cambiarán en función

de los factores humanos y mecánicos que se utilicen en el proceso de trato de los datos, será entonces posible no sólo comparar nuestros resultados actuales con los que se obtengan en el futuro, sino también con aquellos obtenidos por otros investigadores, tanto para zonas diferentes, como también para magnitudes, tipos de terremotos y distancias de registro variables. Finalizando, podríamos decir que lo que se ha pretendido es obtener unos resultados que estén contaminados mínimamente por el método utilizado para obtenerlos, así como por el proceso de datos implicado por el mismo.

Para una clara y esquemática presentación de las conclusiones, estas serán numeradas atendiendo al orden con que aparecieron a lo largo de este trabajo.

- 1º El valor del poder de resolución del cursor del equipo de digitización controla, casi por completo, la introducción de errores en los resultados de la aceleración, velocidad y desplazamiento. A parte de la conocida característica de estar estos asociados con las altas frecuencias, el hecho de que para obtener la velocidad y el desplazamiento se opte por la integración de la aceleración, nos lleva a que estos también estén asociados con las bajas frecuencias. Estas, sobre todo en los casos en los que los valores registrados de la aceleración son del orden del 10% de G ($G = 980\text{cm/seg}$), dominan por completo los desplazamientos calculados. El período asociado a estos errores, según las pruebas realizadas, tiene un valor por lo general entre 1 y 1.5 segundos.
- 2º Ya que el número de veces que se aumente el registro hace que en la práctica el valor del poder de resolución disminuya, los resultados, siempre que en la ampliación no se produzca ningún tipo de distorsión, estarán menos contaminados por los errores anteriores cuanto mayor sea el orden de la ampliación. Este efecto será aún mas claro cuando la ampliación alcance valores mayores en el sentido del eje del tiempo, consiguiendo de una forma práctica, aunque no real, el aumentar los períodos contenidos en la señal.

- 3° De los dos posibles formas de digitización, aquella que se realiza con tomas de valores de la aceleración para puntos desigualmente separados, da resultados superiores a la que utiliza puntos igualmente separados. El fenómeno de "jitter", característico de esta última, no se produce cuando se utiliza la primera, siendo en este caso los errores de lectura debidos solo a la imperfección del ojo humano y al valor del poder de resolución del cursor de la digitizadora. La correspondiente aproximación lineal que supone esta forma de digitización, no implica ningún tipo de restricción en los datos, a causa del carácter impulsivo, y por tanto lineal, de los acelerogramas por nosotros utilizados. Si en el proceso de digitización se toman cuidadosamente todos aquellos puntos en los que hay un cambio repentino del sentido de la traza del acelerograma o un cambio de pendiente de la misma, los resultados serán casi totalmente fidedignos, pudiéndose asegurar que no se ha perdido en la digitización ninguno de los puntos significativos que definen el acelerograma. Evidentemente lo anterior se realizará mas facilmente cuanto mayor sea el orden de la ampliación.
- 4° Los errores producidos por el desconocimiento de la línea verdadera de nivel cero de la aceleración, así como el desconocimiento de las condiciones iniciales son corregidos en gran parte por el método clásico de corrección parabólica. Sin embargo, la consiguiente aplicación de los métodos de ajustes de polinomios a los datos, utilizando el método de mínimos cuadrados, que está claramente influenciado por las condiciones iniciales y finales, donde radica principalmente nuestra fuente de incertidumbre, da lugar a una nueva introducción de errores, asociados otra vez con los períodos largos.
- 5° Los errores hasta ahora estudiados (desplazamiento dominado por los períodos largos), aunque siempre presentes, en el caso en que el acelerograma registrados tenga las

máximas amplitudes asociadas a períodos suficientemente grandes (alrededor o por encima de 1 segundo), carecen de importancia y dejan de ser dominantes sobre la velocidad y el desplazamiento, permitiendo que en este caso la corrección parabólica "standard" de resultados aceptables. Para aplicarla con garantías de éxito, es también importante el que los máximos asociados a estos períodos alcancen valores suficientemente altos como para no ser enmascarados por el aumento de bajas frecuencias producido por la integración. Nosotros nos mostramos partidarios de filtrar siempre las frecuencias bajas, pero en cualquier caso, la elección de uno u otro método deberá venir impuesta, mas que por la longitud o duración del registro, por el valor de los períodos para los que se produzca los máximos de amplitud de la señal.

6° En el caso concreto de nuestros acelerogramas, donde la frecuencia característica de los mismos está alrededor de los $12H_z$, la corrección parabólica "standard", como los diferentes métodos de ajuste polinómico probados, dan resultados completamente insatisfactorios, siendo en parte responsable de estos la longitud del registro y las condiciones iniciales. Si una disminución en el valor de la primera supone una disminución de la amplitud de los períodos largos introducidos por el correspondiente ajuste polinómico, la variación de las condiciones iniciales se traduce en un cambio en la periodicidad de los errores, tanto en lo que respecta a los valores de la amplitud como inclusive los de su fase. Si, como se comprobó, la estabilidad de estos métodos (corrección mediante el ajuste de un polinomio) es inexistente, hasta el punto de que no solo se obtienen resultados diferentes para distintas digitizaciones, sino también para una misma digitización en la que se cambien las condiciones iniciales, se llega a la conclusión de que hablar de la exactitud de estos datos, carece de todo sentido.

7° Por otra parte y a pesar de lo dicho en el apartado anterior,

la corrección/...

la corrección parabólica "standard" con cuatro ecuaciones, acompañada por sucesivas digitizaciones que progresivamente vayan minimizando los errores detectados en las anteriores, así como una acertada elección de las condiciones iniciales (comienzo del registro), en función de como han ido variando los resultados previos, dan lugar a valores de la velocidad y el desplazamiento bastante cercanos a los que se suponen como verdaderos. Estos en cualquier caso, constituirán un conjunto mucho mas homogéneo y manejable que el obtenido por integración directa, cuando vayan a ser utilizados como entrada al proceso de filtrado propuesto en este trabajo.

- 8º Los espectros de amplitud de la aceleración, velocidad y desplazamiento, antes y después de la corrección parabólica "standard", así como la doble integración numérica del acelerograma, permiten poder reconocer de una forma bastante aproximada, los largos períodos introducidos por el método. Si los espectros de amplitud de la velocidad y el desplazamiento son obtenidos en función del teorema de la integración del analisis de Tourier, estos serán erróneos ya que en el primero no hay información sobre las condiciones iniciales de estos últimos.
- 9º Del estudio de los diversos espectros de amplitud obtenidos, se observa que las frecuencias mas importantes contenidas en nuestros acelerogramas están entre 10 y 15 H_z , lo que en función de la curva de respuesta de cada instrumento, nos indica que todos los registros fueron suavizados por el instrumento y que si se quieren obtener valores reales del movimiento del suelo antes de ser registrado, se debe recurrir a alguno de los métodos de corrección por respuesta del instrumento que aquí fueron mencionados. Para aquellos métodos que utilicen la diferenciación del acelerograma para obtener la verdadera aceleración, tras previo filtraje de las frecuencias altas introducidas por la digitización es importante conocer el comportamiento del filtro elegido



y caer en/...

y caer en la cuenta de que es el poder de resolución del cursor el que va a caracterizar las frecuencias altas que hay que filtrar. Así, en el caso del filtro de eliminación de frecuencias altas utilizado por nosotros, el resultado fue completamente nulo, ya que este está diseñado mas para evitar el problema debido a la toma de valores de la aceleración igualmente espaciados que el de eliminar las frecuencias altas antes mencionadas. De cualquier forma, nunca deberemos olvidar cuando eliminemos las altas frecuencias, la forma en que los filtros suavizan la señal, mas aún en casos como el nuestro, donde además del carácter impulsivo de la señal, esta va a ser integrada dos veces sucesivas. De esta forma, si durante el proceso de filtrado se ha producido una descomposición en alguno de los períodos principales de la aceleración, los resultados obtenidos de la velocidad y el desplazamiento pueden ser bastante erróneos además de estar también suavizados, hasta el punto de que en algunos casos, para intervalos de digitización menores que 200 muestras por segundo, esta reducción alcanza valores por encima del 20%.

- 10° Para aquellos acelerogramas donde las frecuencias mas importantes estén por encima de los 5 H_z , los únicos métodos que pueden dar resultados aceptables son aquellos que usan filtros para eliminar tanto las frecuencias muy altas como los largos períodos introducidos durante el proceso de digitización y en los respectivos ajustes por mínimos cuadrados requeridos por el desconocimiento de las condiciones iniciales y por la extensión del acelerograma fuera del intervalo $(0, T)$. Si el ajuste se hace después del filtrado de la aceleración, los resultados obtenidos del desplazamiento después de la doble integración, vuelven a estar dominados por los períodos largos. La iteración del método, solo consigue aumentar la influencia de estos.
- 11° El método propuesto por nosotros, consistente en filtrar tanto la aceleración como la velocidad y el desplazamiento, obtenidos mediante la corrección parabólica "standard",

tras solo/...

tras solo una iteración da resultados muy aceptables. Si el método es aplicado a tres o más digitizaciones diferentes del mismo acelerograma, es seguro que alguno de los resultados posee la suficiente información sobre todas las frecuencias importantes que definen el movimiento del suelo producido por el terremoto. Se puede por tanto garantizar la estabilidad de nuestro método y dar como válidos nuestros resultados dentro de unos márgenes de exactitud completamente razonables dentro de la anterior banda de frecuencias. El hecho de filtrar cada una de las funciones que definen el movimiento, hasta inclusive en el caso de que se ajuste una línea recta a estas después de la última iteración, evita todos los problemas que introduce el ajuste de mínimos cuadrados, así como la influencia de la longitud de la ventana, pues los efectos amplificadores de la integración en los períodos largos introducidos, son eliminados por completo, haciendo que el método sea totalmente independiente de la longitud del registro utilizada. Además, puesto que después de la aplicación de la corrección parabólica "standard", las tres funciones obtenidas cumplen, según se mostró en el desarrollo matemático, la condición de ser unas las integrales de las otras, o lo que es lo mismo, que los máximos y mínimos de unas coincidan con los ceros de las otras, la aplicación del mismo filtro a las tres funciones garantiza el que, para aquellas frecuencias que no han sido eliminadas, se siga cumpliendo esta condición, generalizando de una forma casi absoluta la validez de nuestros resultados. Tanto si se realiza o no el ajuste por el valor medio, el error que pueda producir no afectará en absoluto a lo anterior, ya que solo representará un desplazamiento de la función con respecto a su eje, que supondrá un cambio constante de todos los valores que la definen, lo que, al no realizarse ninguna integración, no tiene ningún efecto sobre las otras funciones (velocidad y desplazamiento).

12° A pesar de los buenos resultados obtenidos por el método

de filtrado/...

de filtrado aquí presentado, éste tiene algunas limitaciones debidas al equipo de digitización utilizado y a la posibilidad de que el ruido introducido esté asociado a las mismas frecuencias de la señal. Luego si durante la digitización se ha perdido parte de la señal, el filtro evidentemente será incapaz de recuperarla. De aquí el que nosotros nuevamente recomendamos el que se hagan varias digitizaciones del mismo registro para tomar, a la vista de los resultados, aquella que parezca la más exacta. Del espectro de amplitud de la aceleración se puede perfectamente obtener cuales son las frecuencias que con toda seguridad pertenecen a la señal y por tanto podremos elegir aquella digitización que tenga éstas más resalzadas en el espectro. No puede además existir ninguna duda en estas frecuencias centrales pues, como se vió, las frecuencias altas y bajas introducidas por la digitización, están perfectamente dilimitadas de éstas. El único error que por tanto pueda quedar, una vez tomada la digitización más correcta, será el debido a aquellas frecuencias del ruido que coincidan con las de la señal y por tanto no hayan sido eliminadas, pero en cualquier caso este siempre caerá dentro de los límites de exactitud mínimos que normalmente se pide a los resultados en este tipo de estudios. Las pruebas realizadas con el promedio de tres digitizaciones consecutivas del mismo registro no supusieron ninguna mejoría y aunque quizás fueran los resultados más aceptables que en algunas de las digitizaciones individuales, no tiene por qué ser el más exacto, ya que al estar los errores distribuidos en una relativamente extensa banda de frecuencias, no es fácil que el promedio sólo produzca la compensación de éstos y nó su superposición.

- 13° La elección de las frecuencias de corte y terminación es una de las labores más delicadas en nuestro método y es siempre una función directa tanto del tipo de terremoto como de la distancia y trayectoria al punto de registro. En un principio éstas deberán ser tomadas a partir del

estudio de los espectros de la aceleración, velocidad y desplazamiento, ya sean éstos obtenidos por integración directa o por aplicación de la corrección parabólica "standard". Después, si la iteración de un determinado filtro no afecta los valores máximos de la amplitud de la respectiva función, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, podremos aceptar que no está afectando a la señal, pudiendo entonces elegir un nuevo filtro con una frecuencia de corte más alta y así se procedió hasta llegar a una frecuencia donde la señal empiece a ser realmente afectada. Evidentemente es claro que carece de todo sentido el tratar de elegir unos valores "standard" de las frecuencias de corte y terminación, si lo que queremos es obtener valores lo suficientemente exactos como para tratar de investigar algunas de las propiedades del campo cercano, donde se produce el registro de nuestros acelerogramas. Claramente, el desconocimiento del carácter de las ondas cerca del foco es lo que hace difícil la elección de dichas frecuencias. Así, si en el campo lejano se podía aceptar teóricamente que el desplazamiento estuviera formado por un solo pulso, asociado a un espectro de frecuencia dado por una función matemática bastante simple, donde las frecuencias bajas mantienen un nivel constante y las altas descienden asintóticamente, en el caso del campo cercano el desplazamiento puede estar formado por varios pulsos como consecuencia de la estructura geológica próxima a la fuente, que ha podido crear numerosos tipos de interferencias y por consiguiente dar un espectro bastante más complicado, difícil de representar, aún en forma aproximada, por una simple función matemática. Por esto, nuestros resultados fueron acompañados por los respectivos períodos de corte y terminación, con idea de indicar hasta donde, con toda seguridad, no ha habido eliminación de la señal.

14° Los problemas de resonancia del filtro Ormsby para ciertos períodos, así como la no utilidad de la fórmula que da la

exactitud de su función de transferencia indicada por Fletcher, Brady y Hanks (1980), no aparecieron en nuestro caso, definiéndose este filtro totalmente válido, por lo menos para nuestro tipo tanto de datos como de método utilizado. Resultados completamente satisfactorios se encontraron en lo que respecta al problema de la reducción de los datos antes de la aplicación del filtro Ormsby. Sin embargo, sí que parecen surgir algunos de los errores indicados por los autores anteriores, pero como consecuencia de la relación entre la longitud de la ventana y la del registro a filtrar. Estos errores se traducen en una clara perturbación al final del mismo, pudiendo dar lugar a problemas de resonancia para los picos del espectro de amplitudes del desplazamiento, si las frecuencias asociadas a esta perturbación coinciden con aquellas más características del desplazamiento. De aquí el que en el segundo filtrado se elimine, antes de su realización, la parte del registro que contiene la perturbación. Pero de cualquier manera, y para reducir la pérdida de registro, es recomendable tomar un final de señal lo más cercano posible a cero y probar con diferentes períodos de terminación hasta encontrar aquel que dé una menor perturbación, aunque por ello se haga necesario el repetir más veces el número de iteraciones del filtro.

El colofón o resumen de todas las conclusiones anteriores, se puede centrar sobre tres puntos. El primero de ellos nos indica la imposibilidad de utilización de métodos de corrección polinómica, para el caso en el que tanto el equipo de digitización como los datos a utilizar tengan características parecidas a los nuestros. El segundo, nos sitúa el hecho de que, por el momento, los únicos métodos a partir de los cuales se pueden obtener resultados estables, son aquellos que utilizan sistemas de filtrado, siendo el método que proponemos el más adecuado a nuestras circunstancias, a parte de aportar una importante consistencia física a la resolución del problema. El tercer y último punto es una advertencia

a la hora de interpretar los resultados obtenidos con estos métodos, no pudiendo nunca olvidar la irrecuperable pérdida de información de la señal producida durante el proceso de digitización, que cuestionará la exactitud de los mismos, y el problema surgido de tener que eliminar parte de las frecuencias contenidas en la señal sin saber si de verdad pertenecen o no al fenómeno físico que estamos estudiando, debido al desconocimiento teórico, dada su complejidad tanto física como matemática, del "campo cercano" donde éste es observado.

Lógicamente y como indicábamos al principio del apartado segundo, la utilización de registros digitales con memoria antes del terremoto, proporcionará tremendas ventajas a la hora de evaluar los resultados obtenidos con los datos procedentes de ellos, sin embargo, aunque los problemas provenientes de la inexactitud de las lecturas y del desconocimiento del comienzo del registro desaparecerán por completo, aquellos debidos al número finito de muestras tomadas para evaluar el acelerograma aún persistirán, produciendo los mismos efectos de descompensación y pérdida de información de la aceleración (y consecuentemente de la velocidad y el desplazamiento), que en el caso en que fué utilizada la digitización del acelerograma con lecturas para puntos igualmente separados.

AGRADECIMIENTOS

Es esta parte final de mi trabajo de Tesis, la que quizás más me ha agradado escribir, no ya sólo por su carácter de reconocimiento a todas aquellas personas que me ayudaron durante el proceso del mismo, sino también por la parte de añoranza de aquellos buenos tiempos que con estas personas pasé. En primer lugar cronológica y cariñosamente debo agradecer toda la ayuda y soporte entregado desinteresadamente a este trabajo y a mi persona por Don Luis Esteban Carrasco, catedrático de Geometría y Topología de la Universidad de Granada, cuyo apoyo tanto moral como científico, lo ha hecho posible. Es evidente que su rigurosa crítica matemática al mismo, le ha significado una mayor altura científica, así como un certificado tanto de calidad como de honestidad. A través de él pude en un principio utilizar todos los medios que la Universidad de Granada, y en particular el Observatorio de Cartuja, me podían brindar. Una vez en Sudáfrica, la evidente generosidad del Geolocial Survey de este país me brindó la oportunidad de utilizar los datos que constituyen la materia prima de este trabajo así como el equipo de computación empleado. Dentro de este organismo debo agradecer encarecidamente las numerosas ayudas recibidas por el Dr. R.J. Kleywegt, Director de la Sección de Geofísica, en muchas de las interpretaciones que se hicieron sobre los resultados.

También fueron importantes, y así son reconocidos, todos aquellos comentarios en materia de filtrado que hicieron los doctores W.E. Green y S.M. Spottiswoode, de la Universidad de Witwatersrand (Johannesburgo).

Por último, y aunque seguramente estoy olvidando a otras muchas personas, quiero agradecer todo lo que aprendí y recibí del Dr. Gonzalo Payo Subiza, Director del Observatorio Central de Toledo, cuando en un principio y en colaboración con el Dr. Luis Esteban Carrasco, me iniciaron e impulsaron a realizar mi trabajo de Tesis Doctoral, que de forma definitiva ha quedado plasmado en el conjunto de páginas que preceden estas sinceras y humildes palabras de agradecimiento.

BIBLIOGRAFIA

- Ambrovici, F., 1973. Numerical application of a technique for recovering the spectrum of a time function. Geophys. J.R. Astronomical. Soc., 32. p.65-78
- Aki, K, 1968 Seismic displacement near a fault. J.G.R., vol. 73, p.5359-5376
- Berg, G.V. y Housner, G.W., 1961. Integrate velocity and displacement of strong ground motion. Bull. Seis. Soc. Amer., vol 51, N°2, p.175-189
- Brune, J.N., 1970. Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves earthquake. J.G.R., vol.75, N°26, p.4997-5009
- Brune, J.M., 1971. Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves (correction) J.G.R., vol.76, N°20, p.5002
- Carnahan, B., Luther, H.A. y Wilkes, J.O., 1969. Applied numerical methods New York: John Wiley & Sons. p.270-273
- Cloud, W.C. y Perez, V., 1967. Accelerogram-Parkfield earthquake Bull. Seis. Soc. Amer., vol.57, p.1179-1192
- Clough, R.W., 1962. Earthquake analysis by response spectrum superposition Bull. Seis. Soc. Amer., vol.52, p.647-660
- Fernandez, L.M. y Lopez-Casado, C., 1980. Spectral analysis with geophysical application, April 22-24. Magnetic Observatory CSIR, South Africa
- Fletcher, J.B., Brady, A.G. y Hanks, T.C., 1980. Strong-motion accelerograms of the Oroville, aftershock: Data proceeding and the aftershock of 0350 August 6, 1975 Bull. Seis. Soc. Amer., vol.70, p.243-267
- Hamming, M., 1962. Numerical Methods for Scientists and Engineers McGraw-Hill Book Company, p.567-570
- Hanks, T.C., 1974. The faulting mechanism of the San Fernando earthquake. J. Geophys. Res., 78, p.1215-1229

- Hanks, T.C., 1975. Strong ground motion of the San Fernando California earthquake: Ground displacement.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.65, p.193-225
- Hanks, T.C., 1977. Earthquake stress drops, ambient tectonic stresses and stresses that drive plate motions.
Pure appl. Geophys., 115, p.441-458
- Haskel, N.A., 1964. Total energy and energy spectral density of elastic waves radiation from propagating fault.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.54, p.1811-1841
- Haskel, N.A., 1969. Elastic displacement in the near field of a propagating fault.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.59, p.865-908
- Housner, G.W., 1941. Calculating the response of an oscillator to arbitrary ground motion.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.31, p.143-149
- Housner, G.W., Martel, R.R. y Alford, J.L., 1953. Spectrum analysis of strong-motion earthquake.
Bull. Seis. Soc. Amer. Vol.43, p.97-119
- Housner, G.W., 1957. Interaction of building and ground during an earthquake.
Bull. Seis. Soc. Amer., Vol.47, p.179-186
- Housner, G.W. y Trifunac, M.D., 1967. Analysis of accelerograms Parkfield earthquake
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.57, p.1193-1220
- Hudson, D.E., 1962. Some problems in the application of spectrum techniques to strong-motion earthquake analysis.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.52, p.417-430
- Hudson, D.E., 1963. The measurement of ground motion destructive earthquake.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.53, p.419-437
- Hudson, D.E., Nigan, N.C. y Trifunac, M.D., 1969. Analysis of strong-motion accelerograph record.
Fourth World Conference on Earthquake Engineering,
Santiago de Chile
- Jai Krishna, M., 1974. Earthquake Engineering
Edited by Anand S. Arya, India

- Johnson, L.R., 1974.. Green's Functions for Lambs problems.
Geophysics. J., 37, p.99-133
- Maderis, K.G. y Wilson, J. 1977. Conference of the Society
for Earthquake and Civil Engineering Dynamics.
Keele 4-5 July, 1977
- McGarr, A., Green, W.E. y Spottiswoode, S.M., 1981. Strong
ground motion of mine tremors: Some implication for
near-source ground motion parameters.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.71, p.295-319
- Neuman, F., 1943. An appraisal of numerical integration me-
thods as applied to strong-motion data.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.33, p.21-59
- Papoulis, A., 1962. The Fourier Integral and its applications.
McGraw-Hill Book Company, Inc., 1962
- Schiff, A. y Bogdanoff, J.L., 1967. Analysis of current me-
thods of interpreting strong-motion accelerograph.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.57, p.857-874
- Shoja-Tahery, J. 1980. A new assessment of error from digi-
tization and base line corrections of strong-motion
accelerograms.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.70, p.856-874
- Trifunac, M.D., 1969. Investigation of strong earthquake
ground motion.
Engineering Research Laboratory of Technology.
California Institute of Technology.
- Trifunac, M.D., 1970. Low frequency digitization errors and a
new method for zero baseline correction of strong ground
motion.
California Institute of Technology Earthquake Enginee-
ring Research Laboratory.
Report N°EERL 70-07
- Trifunac, M.D., 1971. Zero baseline correction of strong
motion accelerograms.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.61, p.1201-1211
- Trifunac, M.D., 1972. Stress estimates for the San Fernando,
California earthquake of February 9, 1971. Main event
and aftershock.
Bull. Seis. Soc. Amer., vol.62, N°3, p.721-750

Trifunac, M.D., Udawadia y Brady, 1973. Analysis of error in digitized strong-motion accelerograms.

Bull. Seis. Soc. Amer., vol.63, p.157-187

Trifunac, M.D. y Brady, A.G., 1975. On the correlation of seismic intensity scales with the peak of recorded strong ground motion.

Bull. Seis. Soc. Amer., vol.65, p.139-162

Wiggins, J.H., 1962. Note on the effect of record balancing upon strong motion earthquake response spectra.

Bull. Seis. Soc. Amer., vol.52, p.963-970