



Editor: Editorial de la Universidad de Granada  
Autor: Pedro Manuel Martínez Jiménez  
D.L.: GR 228-2013  
ISBN: 978-84-9028-310-3





# Modelos Difusos de Textura basados en la Percepción

*Memoria que presenta*

**Pedro Manuel Martínez Jiménez**

*para optar al título de Doctor en Informática*

*Dirigida por el Doctor*

**Jesús Chamorro Martínez**

**Departamento de Ciencias de la Computación  
e Inteligencia Artificial**

*Granada, Junio 2012*





La memoria “Modelos Difusos de Textura basados en la Percepción”, que presenta D. Pedro Manuel Martínez Jiménez para optar al grado de Doctor, ha sido realizada en el Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada bajo la dirección del Doctor D. Jesús Chamorro Martínez.

Tanto el doctorando como el director de la Tesis garantizan que, en el trabajo realizado, se han respetado los derechos de otros autores a ser citados al utilizar sus resultados o publicaciones.

Granada, Junio de 2012.

El Director

El Doctorando

Fdo. *Jesús Chamorro Martínez*

Fdo. *Pedro Manuel Martínez  
Jiménez*



*A mi madre,  
por estar siempre conmigo,  
y a mi padre,  
porque estará conmigo siempre.*



*Cada uno es responsable de lo que le sucede  
y tiene el poder de decidir lo que quiere ser.  
Lo que eres hoy es el resultado de tus decisiones  
y elecciones en el pasado.  
Lo que seas mañana será consecuencia  
de tus actos de hoy.  
(Swami Vivekananda)*



# Agradecimientos

*Agradece a la llama su luz, pero no  
olvides el pie del candil que, constante y  
paciente, la sostiene en la sombra.*

Rabindranath Tagore

Una Tesis supone siempre un largo camino, lleno de dificultades y obstáculos, aunque también de experiencias enriquecedoras y pequeñas recompensas; pero ante todo, es un camino de aprendizaje que marca un hito en el viaje de la vida de todo investigador. Únicamente después de haber alcanzado tu destino, eres capaz de comprender que lo menos importante es haber llegado allí, sino el haber disfrutado del paisaje y de los compañeros que te han acompañado y te han apoyado en el camino. Por eso, quiero aprovechar esta pequeña isla personal en el mar de la formalidad que conlleva una Tesis para dar las gracias a todas aquellas personas e instituciones que han hecho de este camino una aventura valiosa y gratificante:

En primer lugar, tengo que agradecer el apoyo económico prestado por el Ministerio de Educación y Ciencia, que, a través de su programa Consolider Ingenio 2010 MIPRCV (CSD2007-00018), ha financiado durante estos años mi contrato de investigación. Y en especial, al responsable de dicho contrato, Rafa Molina, por su calidad humana y por su comprensión; gracias por esa capa para protegerme del frío, ese morral de buenos consejos y el bordón para andar el camino.

Quiero agradecer a Jesús por recorrer este camino conmigo; mi director de Tesis, mi tutor, mi amigo. Gracias por ayudarme a crecer como investigador y como persona, por comprender mi situación y apoyarme en todo lo posible. Inolvidables serán las correcciones estivales, mojito en mano y con sombrero de lado. Gracias por trazar el recorrido, por marcar el paso y señalar los desvíos; por ser el farol que alumbraba por la noche y el puente sobre el río.

A Sotillo, por ser un gran compañero y amigo. Gracias por compartir los años de investigación como “okupas” del despacho 28, las meriendas a



media tarde y el desarrollo del “protopito”. Siempre recordaré las ansias al esperar un nuevo capítulo de “perdidos”, y el placer de visionarlo y comentarlo contigo. Gracias por ser el peregrino con el que compartir el pan del camino.

A Dani, por su inestimable apoyo y por su forma de ser; por su amabilidad y su generosidad desinteresada; por su amistad y por ayudarme a ver el mundo desde su lado difuso. Gracias por mostrarme la belleza de los árboles y los edificios que sombrean y emborronan el camino.

Y sobre todo, en la que probablemente sea la única página de esta Tesis que lleguen a leer, quiero dar las gracias a mi familia, porque sin ellos este camino carecería de sentido. A mis abuelos, porque desde pequeño siempre me acogieron como un hijo; por su sencillez y por su ternura. A mis tíos y primos, porque tienen la capacidad de hacerme desconectar del trabajo y las preocupaciones; porque a pesar de no ser una familia grande, hacen que esta sea una gran familia. Y el mayor de los agradecimientos es a mis padres; a mi madre, por estar siempre a mi lado, por su amor incondicional y su apoyo en todo momento; y a mi padre, porque siempre estará conmigo, y seguro que allá donde se encuentre estará muy orgulloso, como siempre lo ha estado.

Gracias a todos. Os quiero.

# Resumen

*A buen entendedor,  
pocas palabras bastan.*

Refrán popular

La textura, junto con el color y la forma, es una de las características de bajo nivel más importantes en el análisis de imágenes. Sin embargo, también es una de las más difíciles de caracterizar, siendo muy común para el ser humano el describirla mediante algunas propiedades poco precisas, como la finura/grosor, la direccionalidad, la regularidad o el contraste. En esta Tesis se propone una metodología para el modelado de textura en base a estas propiedades perceptuales, usando para ello lógica difusa.

En un primer enfoque (**parte I** de esta Tesis), se aborda el modelado de las propiedades perceptuales de textura mediante conjuntos difusos, lo que permite representar la imprecisión asociada a la presencia de dichas propiedades. Estos conjuntos difusos se definen sobre el dominio de medidas computacionales de las propiedades de textura, y su función de pertenencia se obtiene relacionando los valores calculados a partir de dichas medidas con la percepción humana de la propiedad correspondiente. Se propone la obtención tanto de modelos genéricos, que pueden ser aplicados aunque no se disponga de ninguna información adicional, como de modelos que permiten adaptarse al perfil particular de distintos usuarios o al contexto de la imagen. Asimismo, dentro de este primer enfoque, se propone otra aproximación difusa que permite representar tanto la imprecisión asociada a la propiedad de textura, como la incertidumbre en el grado de pertenencia, empleando para ello conjuntos difusos tipo-2.

En un segundo enfoque (**parte II** de esta Tesis), se plantea el modelado de las propiedades de textura mediante variables lingüísticas, usando términos similares a los empleados por el ser humano. En este caso, en lugar de emplear un único conjunto difuso para modelar la propiedad, se realiza una partición difusa sobre el dominio de las medidas computacionales,

lo que permite introducir una semántica basada en dicha propiedad. Para obtener esta partición difusa se tiene en cuenta la relación entre las medidas computacionales y la percepción humana, tanto para definir el número de conjuntos difusos como para obtener sus funciones de pertenencia. Al igual que en el primer enfoque, se proponen tanto particiones difusas genéricas, como particiones difusas que permiten adaptarse al perfil particular de distintos usuarios o al contexto de la imagen.

Para describir la metodología propuesta en ambos enfoques, se emplea como ejemplo la propiedad de finura/grosor, que es una de las más importantes en el análisis de textura. Posteriormente, en la **parte III** de esta Tesis, se comprueba que la aplicación de esta metodología al resto de propiedades se realiza de forma análoga, obteniendo los modelos correspondientes a las propiedades de contraste y direccionalidad.

# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>XI</b>
<b>Resumen</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	5
1.2. Estructura de la Tesis . . . . .	5
<b>2. Antecedentes y preliminares</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Modelado Global de Textura . . . . .	10
2.2.1. Aproximaciones estadísticas . . . . .	11
2.2.2. Aproximaciones geométricas-estructurales . . . . .	17
2.2.3. Aproximaciones basadas en modelos . . . . .	19
2.2.4. Aproximaciones basadas en filtros . . . . .	21
2.3. Modelado de Textura en base a sus Propiedades Perceptuales	25
2.3.1. Aproximaciones precisas para la caracterización de las propiedades perceptuales . . . . .	25
2.3.2. Aproximaciones difusas para la caracterización de las propiedades perceptuales . . . . .	28
<b>3. Propiedades de textura: la finura</b>	<b>31</b>
3.1. Introducción . . . . .	32
3.2. Estudio sobre la Percepción de Finura . . . . .	34
3.2.1. El Conjunto de Imágenes de Textura . . . . .	34
3.2.2. La Encuesta . . . . .	35
3.2.3. Agregación de valoraciones . . . . .	36
3.3. Estudio Comparativo de las Medidas de Finura . . . . .	37
3.3.1. Resumen de las medidas . . . . .	37
3.3.2. Estudio de la robustez de las medidas . . . . .	39
3.3.3. Estudio de la relación con la percepción . . . . .	42
3.3.4. Conclusiones del estudio comparativo . . . . .	43

3.4.	Análisis de Distinguibilidad de las Medidas . . . . .	45
3.4.1.	Información sobre la percepción humana de finura . . .	45
3.4.2.	Número de clases que pueden ser discriminadas . . . .	46
3.5.	Conclusiones . . . . .	49
<b>I</b>	<b>Modelado de propiedades difusas</b>	<b>51</b>
<b>4.</b>	<b>Modelado difuso no adaptativo</b>	<b>53</b>
4.1.	Introducción . . . . .	53
4.2.	Planteamiento General y Notaciones Iniciales . . . . .	55
4.3.	Modelado Difuso: Ajuste de la Función de Pertenencia . . . .	56
4.3.1.	Ajuste unidimensional . . . . .	58
4.3.2.	Ajuste bidimensional . . . . .	60
4.4.	Resultados . . . . .	70
4.4.1.	Modelos unidimensionales . . . . .	70
4.4.2.	Modelos bidimensionales . . . . .	79
4.5.	Conclusiones . . . . .	89
<b>5.</b>	<b>Modelado difuso adaptativo</b>	<b>91</b>
5.1.	Introducción . . . . .	91
5.2.	Adaptación a Perfiles de Usuario . . . . .	93
5.2.1.	Caso Unidimensional . . . . .	93
5.2.2.	Caso Multidimensional . . . . .	97
5.3.	Adaptación al Contexto de la Imagen . . . . .	103
5.3.1.	Caso Unidimensional . . . . .	106
5.3.2.	Caso Multidimensional . . . . .	107
5.4.	Resultados . . . . .	110
5.4.1.	Adaptación a distintos perfiles de usuario . . . . .	110
5.4.2.	Adaptación al contexto de la imagen . . . . .	115
5.5.	Conclusiones . . . . .	117
<b>6.</b>	<b>Otras aproximaciones difusas al modelado de textura</b>	<b>121</b>
6.1.	Introducción . . . . .	121
6.2.	Modelado Difuso Tipo-2: Planteamiento General . . . . .	123
6.3.	Conjuntos Difusos Tipo-2 No Adaptativos . . . . .	124
6.3.1.	Estimación de la función $f_{\mathcal{T}_k}^b$ . . . . .	127
6.3.2.	Estimación de las funciones $f_{\mathcal{T}_k}^a$ y $f_{\mathcal{T}_k}^c$ . . . . .	127
6.3.3.	Análisis de bondad de los modelos propuestos . . . . .	129
6.4.	Conjuntos Difusos Tipo-2 Adaptativos . . . . .	133
6.5.	Resultados . . . . .	137
6.5.1.	Conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos . . . . .	137

---

6.5.2. Conjuntos difusos tipo-2 adaptativos . . . . .	143
6.6. Conclusiones . . . . .	148
<b>II Modelado mediante variables lingüísticas</b>	<b>151</b>
<b>7. Particiones difusas</b>	<b>153</b>
7.1. Introducción . . . . .	153
7.2. Planteamiento General y Notaciones Iniciales . . . . .	154
7.3. Particiones Difusas No Adaptativas . . . . .	156
7.3.1. Análisis de la bondad de las particiones difusas no adaptativas . . . . .	157
7.4. Particiones Difusas Adaptativas . . . . .	162
7.4.1. Adaptación a la Percepción de Finura de un Usuario . . . . .	162
7.4.2. Adaptación al Contexto de la Imagen . . . . .	165
7.5. Resultados . . . . .	167
7.5.1. Particiones no adaptativas . . . . .	167
7.5.2. Particiones adaptativas . . . . .	171
7.6. Conclusiones . . . . .	179
<b>III Extensión a otras propiedades de textura</b>	<b>181</b>
<b>8. Extensión a otras propiedades de textura</b>	<b>183</b>
8.1. Introducción . . . . .	183
8.2. Propiedad de Contraste . . . . .	184
8.2.1. Medidas de contraste . . . . .	185
8.2.2. Valoraciones humanas de contraste . . . . .	186
8.2.3. Modelado difuso . . . . .	186
8.2.4. Particiones difusas . . . . .	196
8.3. Propiedad de direccionalidad . . . . .	202
8.3.1. Medidas de direccionalidad . . . . .	202
8.3.2. Valoraciones humanas de direccionalidad . . . . .	203
8.3.3. Modelado difuso . . . . .	205
8.3.4. Particiones difusas . . . . .	212
8.3.5. Resultados . . . . .	213
8.4. Conclusiones . . . . .	218
<b>9. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>221</b>
9.1. Conclusiones . . . . .	221
9.1.1. Modelado de propiedades difusas . . . . .	222
9.1.2. Modelado mediante variables lingüísticas . . . . .	224

---

9.2. Trabajo Futuro . . . . .	225
<b>IV Apéndices</b>	<b>227</b>
<b>A. Las encuestas</b>	<b>229</b>
A.1. Plantilla de la Encuesta de Finura . . . . .	230
A.2. Valoraciones Humanas de Finura para las Imágenes de $\mathcal{I}$ . . .	232
A.3. Plantilla de la Encuesta de Contraste . . . . .	236
A.4. Plantilla de la Encuesta de Direccionalidad . . . . .	237
<b>B. Ajuste robusto basado en M-estimadores</b>	<b>239</b>
<b>C. Publicaciones relacionadas con la Tesis</b>	<b>241</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>245</b>

# Índice de figuras

1.1. Ejemplo de objetos que tienen la misma forma y color, pero distinta textura. . . . .	2
1.2. Ejemplos de texturas. . . . .	3
1.3. Ejemplo en el que se ilustra la influencia del contexto de la imagen en la percepción de la propiedad de finura. . . . .	4
1.4. Esquema de la estructura de la Tesis. . . . .	7
3.1. Ejemplos del conjunto de imágenes de textura $\mathcal{I}$ utilizado en la encuesta. . . . .	33
4.1. Subconjunto de puntos empleado en el ajuste robusto de la función de pertenencia para las medidas de <i>Amadasun</i> y <i>Contrast</i> . . . . .	60
4.2. Funciones de pertenencia correspondientes a las medidas de <i>Amadasun</i> , <i>Correlation</i> , <i>Abbadeni</i> , <i>FD</i> , <i>Tamura</i> y <i>ED</i> . . . . .	61
4.3. Funciones de pertenencia correspondientes a las medidas de <i>DGD</i> , <i>LH</i> , <i>Weszka</i> , <i>Contrast</i> , <i>SNE</i> y <i>SRE</i> . . . . .	62
4.4. Vista 3D isométrica y vista cenital de las funciones de pertenencia correspondientes a las parejas de medidas de <i>FD-Amadasun</i> , <i>Amadasun-Correlation</i> y <i>Correlation-FD</i> . . . . .	65
4.5. Vista 3D isométrica y vista cenital de las funciones de pertenencia correspondientes a las parejas de medidas de <i>Abbadeni-Amadasun</i> , <i>Correlation-ED</i> y <i>Correlation-Abbadeni</i> . . . . .	66
4.6. Vista 3D isométrica y vista cenital de las funciones de pertenencia correspondientes a las parejas de medidas de <i>Tamura-Amadasun</i> , <i>Abbadeni-Tamura</i> y <i>Correlation-Tamura</i> . . . . .	67
4.7. Vista 3D isométrica y vista cenital de las funciones de pertenencia correspondientes a las parejas de medidas de <i>Amadasun-ED</i> , <i>FD-Tamura</i> y <i>Abbadeni-ED</i> . . . . .	68
4.8. Vista 3D isométrica y vista cenital de las funciones de pertenencia correspondientes a las parejas de medidas de <i>Abbadeni-FD</i> , <i>Tamura-ED</i> y <i>ED-FD</i> . . . . .	69



4.9. Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes con el mismo tipo de textura, pero con un grado de finura creciente . . . . .	71
4.10. Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.	73
4.10. Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.	74
4.11. Aplicación de los modelos correspondientes a las medidas de Amadasun y Correlation a un mosaico formado por imágenes de textura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad. . . . .	75
4.12. Aplicación del modelo correspondiente a la medida de Amadasun sobre una imagen natural . . . . .	76
4.13. Aplicación del modelo correspondiente a la medida de Amadasun sobre una imagen natural . . . . .	77
4.14. Resultados para imagen de microscopio y su aplicación a reconocimiento de patrones . . . . .	78
4.15. Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes con el mismo tipo de textura, pero con un grado de finura creciente . . . . .	80
4.16. Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.	82
4.17. Resultados para una imagen mosaico y comparación entre el modelo unidimensional y el modelo bidimensional . . . . .	84
4.18. Resultados para imagen de microscopio y su aplicación a reconocimiento de patrones . . . . .	85
4.19. Resultados para imagen de microscopio y su aplicación a reconocimiento de patrones . . . . .	86
4.20. Ejemplo en donde aparece la misma textura con distinto nivel de zoom . . . . .	87
4.21. Ejemplo de aplicación del modelo bidimensional propuesto sobre dos imágenes tomadas con dos niveles de zoom distintos	88
5.1. Ejemplos usados para ilustrar los perfiles de finura que pueden tener distintos usuarios y los cambios en la percepción influidos por el contexto de la imagen . . . . .	92
5.2. Ejemplo de adaptación al perfil de un nuevo usuario . . . . .	96
5.3. Ejemplo de cálculo del conjunto de nivel $L_{v,i}$ para $K' = 2$ . . . . .	100
5.4. Ejemplo en el que se muestran todos los parámetros necesarios para calcular la transformación para $K' = 2$ . . . . .	101

5.5. Ejemplo del cálculo de la transformación en el caso particular de $Z = 1$ para $K' = 2$ . . . . .	103
5.6. Ejemplo en el que se plasma el fenómeno de inhibición en imágenes naturales . . . . .	104
5.7. Ejemplo de asignación de valores $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$ y $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$ en la adaptación al contexto de un modelo bidimensional . . . . .	109
5.8. Resultados para una imagen natural adaptando al perfil de distintos usuarios . . . . .	111
5.9. Resultados para una imagen de microscopio empleando los modelos adaptados al perfil de dos usuarios, y su aplicación al reconocimiento de patrones . . . . .	113
5.10. Ejemplo de la adaptación al contexto de la imagen para dos imágenes tomadas con dos niveles de zoom distintos . . . . .	116
5.11. Dos ejemplos de la adaptación al contexto de la imagen . . . . .	118
6.1. Conjuntos de puntos usados en el modelado de la propiedad de finura descrita en el capítulo 4 para las medidas de <i>Amadasun</i> y <i>Correlation</i> . . . . .	122
6.2. Función de pertenencia tipo-2 para la medida de <i>Amadasun</i> . . . . .	126
6.3. Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de <i>Amadasun</i> , <i>Correlation</i> , <i>Abbadeni</i> y <i>FD</i> . . . . .	130
6.4. Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de <i>Tamura</i> , <i>ED</i> , <i>DGD</i> y <i>LH</i> . . . . .	131
6.5. Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de <i>Weszka</i> , <i>Contrast</i> , <i>SNE</i> y <i>SRE</i> . . . . .	132
6.6. Ejemplo de adaptación al perfil de un nuevo usuario . . . . .	135
6.7. Resultado de la aplicación del conjunto difuso tipo-2 sobre una imagen mosaico . . . . .	138
6.8. Resultados de la aplicación del conjunto difuso tipo-2 sobre dos imágenes mosaico . . . . .	140
6.9. Resultados para dos imágenes naturales . . . . .	142
6.10. Resultados para imagen de microscopio . . . . .	143
6.11. Resultados para un ejemplo de adaptación a dos perfiles distintos de usuario . . . . .	144
6.12. Resultados para un ejemplo de adaptación al contexto de la imagen . . . . .	146
6.13. Resultados para un ejemplo de adaptación al contexto de la imagen . . . . .	147
7.1. Función trapezoidal usada para cada conjunto difuso $T_k^i$ . . . . .	156

7.2.	Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia que componen la partición para las medidas de Amadasun, Correlation, Abbadeni, FD, Weszka y Tamura . . . . .	160
7.3.	Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia que componen la partición para las medidas de ED, DGD, LH, Contrast, SNE y SRE . . . . .	161
7.4.	Ejemplo de la adaptación a la percepción particular de un nuevo usuario . . . . .	164
7.5.	Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen mosaico . . . . .	168
7.6.	Resultado para una imagen de microscopio y su aplicación a reconocimiento de patrones . . . . .	169
7.7.	Resultado para una imagen de microscopio y su aplicación a reconocimiento de patrones . . . . .	170
7.8.	Ejemplo de adaptación al perfil particular del <i>usuario 1</i> . . . . .	171
7.9.	Resultados para una imagen mosaico aplicando el modelo adaptado al perfil del <i>usuario 1</i> . . . . .	172
7.10.	Ejemplo de adaptación al perfil particular del <i>usuario 2</i> . . . . .	173
7.11.	Resultados para una imagen mosaico aplicando el modelo adaptado al perfil del <i>usuario 2</i> . . . . .	174
7.12.	Resultados para una imagen de microscopio aplicando el modelo adaptado a dos perfiles de usuario . . . . .	176
7.13.	Resultados para un ejemplo de adaptación al contexto de la imagen . . . . .	177
7.14.	Resultados para un ejemplo de adaptación al contexto de la imagen . . . . .	179
8.1.	Ejemplos del conjunto de imágenes de textura utilizado en la encuesta correspondiente a la propiedad de contraste. . . . .	184
8.2.	Función de pertenencia para las medidas de <i>Tamura, Amadasun, Abbadeni</i> y <i>Haralick</i> . . . . .	187
8.3.	Función de pertenencia correspondiente a las parejas de medidas de <i>Tamura-Haralick, Tamura-Amadasun</i> y <i>Tamura-Abbadeni</i> . . . . .	190
8.4.	Función de pertenencia correspondiente a las parejas de medidas de <i>Amadasun-Abbadeni, Haralick-Abbadeni</i> y <i>Amadasun-Haralick</i> . . . . .	191
8.5.	Resultados para una imagen mosaico en donde se compara el mapeo ideal con el mapeo obtenido usando el modelo correspondiente a la pareja de medidas de <i>Tamura-Haralick</i> . . . . .	193
8.6.	Resultados para dos imágenes naturales . . . . .	194

8.7. Resultados en los que se muestra la relación entre el contraste de una textura visual y el relieve existente en la textura táctil correspondiente . . . . .	195
8.8. Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia que componen la partición para las medidas de Tamura, Amadasun, Abbadeni y Haralick . . .	197
8.9. Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen mosaico . . . . .	199
8.10. Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen natural . . . . .	200
8.11. Aplicación de la partición difusa propuesta para comprobar la relación entre el contraste de una textura visual y el relieve existente en la textura táctil correspondiente . . . . .	201
8.12. Ejemplos del conjunto de imágenes de textura utilizado en la encuesta correspondiente a la propiedad de direccionalidad. .	203
8.13. Función de pertenencia para las medidas de <i>Tamura, Abbadeni y Fourier</i> . . . . .	206
8.14. Función de pertenencia correspondiente a las parejas de medidas de <i>Tamura-Fourier, Tamura-Abbadeni y Fourier-Abbadeni</i> . . . . .	208
8.15. Resultados para una imagen mosaico en donde se compara el mapeo ideal con el mapeo obtenido usando el modelo correspondiente a la pareja de medidas de <i>Tamura-Fourier</i> . .	209
8.16. Resultados para dos imágenes naturales . . . . .	210
8.17. Resultados para imágenes de piezas de madera . . . . .	211
8.18. Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia que componen la partición para las medidas de Tamura, Abbadeni y Fourier . . . . .	214
8.19. Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen mosaico . . . . .	215
8.20. Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen natural . . . . .	216
8.21. Resultado de la aplicación de la partición difusa propuesta sobre una imagen de pieza de madera . . . . .	217



# Índice de Tablas

3.1. Ranking de medidas de finura basado en la robustez de dichas medidas frente a las variaciones de brillo, contraste, ruido y tamaño de la imagen, y en su relación con la percepción humana de finura. . . . .	44
3.2. Resultados obtenidos a partir del análisis de distinguibilidad .	48
4.1. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de finura analizadas.	59
4.2. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de finura analizadas. . . . .	64
6.1. Error de ajuste y error de test para los modelos obtenidos con cada una de las medidas de finura. . . . .	133
7.1. Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas . . . . .	158
7.2. Valores de los parámetros que definen la partición adaptada $\hat{\Pi}_k$ de acuerdo al ejemplo. . . . .	165
8.1. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de contraste analizadas. . . . .	187
8.2. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de contraste analizadas. . . . .	189
8.3. Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas para cada una de las medidas de contraste analizadas. . . . .	196
8.4. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de direccionalidad analizadas. . . . .	204

- 8.5. Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de direccionalidad analizadas. . . . . 204
- 8.6. Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas para cada una de las medidas de direccionalidad analizadas. . . . . 213

# Capítulo 1

## Introducción

*No hay ningún viento favorable para el  
que no sabe a qué puerto se dirige.*

Arthur Schopenhauer

En los últimos años se ha experimentado un enorme auge en los sistemas multimedia gracias, en gran parte, a los avances tecnológicos. Los dispositivos digitales de captura de imágenes, además de incrementar notablemente sus prestaciones, han reducido sus precios, permitiendo un aumento de su uso en campos concretos en los que ya se venían utilizando, como en medicina o aplicaciones militares, e introduciéndose en otros campos, como en automoción o entretenimiento. Asimismo, al facilitarse la conectividad, tanto fija como móvil, se ha propiciado el acceso remoto a imágenes y la creación de bases de datos cada vez más extensas. Todo ello implica una necesidad cada vez mayor de desarrollar técnicas de **análisis automático de imágenes**, que permitan manipular este tipo de información de una forma eficaz.

Tradicionalmente, las tres características de bajo nivel más usadas para el análisis automático de imágenes son el color, la forma y la textura. Las dos primeras representan conceptos muy claros para el ser humano, siendo conocida su importancia en el análisis de imagen. La **textura**, sin embargo, es una característica más intuitiva y abstracta, aunque no por ello menos importante. De hecho, una imagen puede ser considerada como una composición formada por diferentes regiones de textura [119, 166, 210], lo que hace de ella una característica esencial.

El tipo de textura tratado en el ámbito de la visión por computador es el conocido como *textura visual*, que debe ser diferenciado del de *textura táctil*





Figura 1.1: Ejemplo de objetos que tienen la misma forma y color, pero distinta textura.

(aquella que se percibe al tocar la superficie de los objetos, produciendo así sensaciones como suavidad, dureza o rugosidad, entre otras). El **análisis de textura visual** es una de las ramas más importantes del campo de la visión por computador, pues todos los objetos tienen textura, siendo un factor fundamental para su reconocimiento y clasificación [81]. Un ejemplo de esta importancia se puede apreciar en la Figura 1.1, donde se muestran varias imágenes en las que aparecen objetos que tienen la misma forma y un color similar, pero que pueden ser identificados gracias al análisis de su textura.

Así, el análisis de textura es aplicado en numerosos problemas de clasificación y segmentación, entre los que se encuentran la detección de defectos en superficies en el campo industrial [139, 148, 183, 247, 261], la inspección de imágenes biomédicas [17, 23, 140, 206, 254], la segmentación y clasificación de imágenes por satélite [26, 75, 92, 125, 214, 215, 229], la segmentación de regiones en el análisis de documentos [28, 103, 108, 115, 120, 191, 219], o la recuperación de imágenes basada en contenido [18, 86, 129, 152, 157, 171].

A pesar de su importancia y de su extendido uso en el campo de la visión por computador, no existe una definición formal del **concepto de textura visual**, sino únicamente algunas ideas intuitivas. Somos capaces de entender qué es una textura y de reconocerla cuando la vemos, pero resulta muy difícil definirla de una forma precisa [232]. Algunos autores, como [209], describen

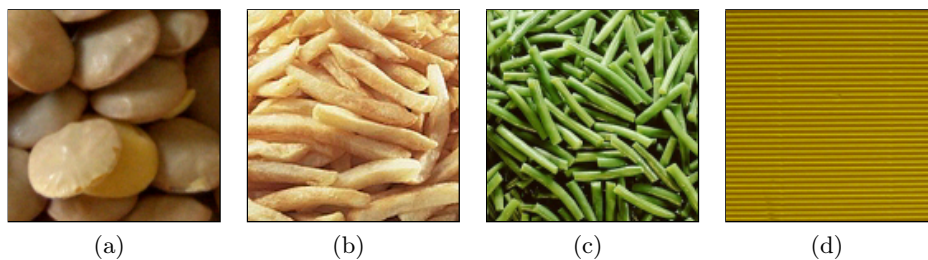


Figura 1.2: Ejemplos de texturas.

la textura como una variación local en los patrones de intensidad o niveles de gris de la imagen. Otros, en cambio, consideran la textura como un conjunto de elementos básicos, denominados texels, que se repiten y se organizan de una forma concreta [104].

Sin embargo, lo más usual para el ser humano es describir las texturas visuales de acuerdo a ciertas **propiedades basadas en la percepción**, como el grosor/finura, que está relacionado con el tamaño espacial de las primitivas de textura, la direccionalidad, que indica si estas primitivas poseen una orientación dominante, o la regularidad, que refleja si su disposición es ordenada y repetitiva [11, 96, 204, 220]. Así, por ejemplo, podemos describir intuitivamente la textura mostrada en la Figura 1.2(a) como una textura gruesa, no direccional e irregular, mientras que la textura de la Figura 1.2(d) podría ser descrita como fina, direccional y regular.

Como suele ocurrir cuando el ser humano intenta describir conceptos intrínsecamente abstractos, como la textura, existe cierta vaguedad asociada a dichas descripciones, es decir, las propiedades utilizadas para ello son **imprecisas** por propia naturaleza. Esta imprecisión debe ser entendida en el sentido de que, en general, no es posible establecer de forma categórica un umbral preciso entre texturas que cumplen una propiedad y texturas que no la cumplen. En otras palabras, dada una textura, no podemos afirmar con total seguridad si es gruesa o no lo es, o si es regular o no (excepto en casos extremos), sino el mayor o menor cumplimiento de estas propiedades en la textura.

Así, por ejemplo, podemos afirmar que la textura mostrada en la Figura 1.2(a) es gruesa y que la mostrada en la Figura 1.2(d) no lo es, pues representan casos extremos para la propiedad de grosor. Sin embargo, el cumplimiento o no de esta propiedad no está tan claro para las texturas de las figuras 1.2(b) y 1.2(c). Lo mismo sucede con las propiedades de direccionalidad y regularidad: la textura de la Figura 1.2(d) es claramente direccional y regular, mientras que la textura de la Figura 1.2(a) no lo es. Sin embargo, no podemos precisar nada para las otras dos texturas, únicamente el mayor o menor cumplimiento de estas propiedades. Así, no está claro que

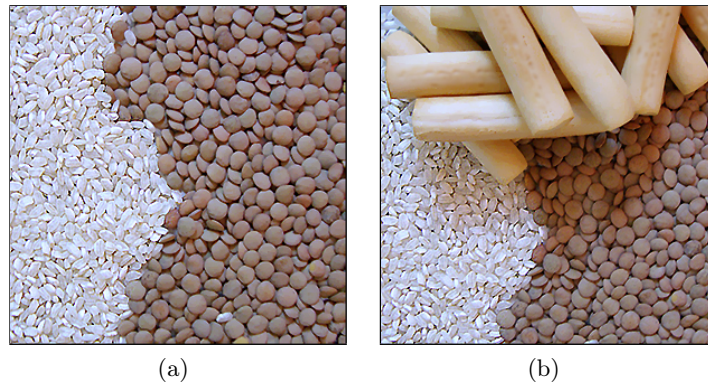


Figura 1.3: Ejemplo en el que se ilustra la influencia del contexto de la imagen en la percepción de la propiedad de finura.

la textura de la Figura 1.2(b) sea direccional o no, pero se puede afirmar que el grado de cumplimiento de esta propiedad es mayor que en la Figura 1.2(a).

Además de la imprecisión asociada a estas propiedades perceptuales, se debe tener en cuenta que cada persona que observa la textura puede tener una **percepción particular** acerca de dichas propiedades. Así, por ejemplo, a diferencia de lo que se acaba de comentar, un usuario concreto puede considerar que la textura mostrada en la Figura 1.2(b) es claramente direccional, o que la textura de la Figura 1.2(a) no es gruesa. Asimismo, el **contexto de la imagen** puede influir en la percepción global de las distintas propiedades. Un ejemplo de este fenómeno se puede apreciar en la Figura 1.3(b), donde se muestra una imagen natural similar a la de la Figura 1.3(a), pero donde se ha añadido una nueva textura. La presencia de esta textura, que es mucho más gruesa que el resto, puede llegar a inhibir a las demás, que pueden ser percibidas como más finas que en la Figura 1.3(a). Así, aparte de la imprecisión asociada a las propiedades perceptuales, hay que añadir que el mayor o menor cumplimiento de estas propiedades en una textura puede ser distinto para diferentes usuarios, y además depender del contexto de la imagen.

Por otro lado, además de emplear propiedades imprecisas para describir la textura, el ser humano suele introducir **términos lingüísticos** para categorizar dichas propiedades. De esta forma, es común el uso de términos como “muy fina”, “fina”, “medio gruesa” o “muy gruesa” para describir la textura en base a la propiedad de finura/grosor, o “muy regular”, “regular”, “irregular” o “muy irregular” para la propiedad de regularidad. Así, por ejemplo, las texturas mostradas en las figuras 1.2(a) y 1.2(d), que son casos extremos en cuanto al cumplimiento de las distintas propiedades, podrían

ser descritas como “muy gruesa” y “muy irregular” la primera, y “muy fina” y “muy regular” la segunda. Las texturas de las figuras 1.2(b) y 1.2(c) serían descritas con términos más intermedios, acordes al grado de cumplimiento de cada propiedad. Asimismo, la interpretación de estos términos (entendida como el grado de cumplimiento) puede depender del usuario y/o del contexto.

## 1.1. Objetivos

Teniendo presente todo lo anterior, esta Tesis aborda, con carácter general, el **desarrollo de una metodología que permita modelar la textura en base a sus propiedades perceptuales**. Para ello, se plantea un doble objetivo:

- 1) Obtener **modelos de textura que sean capaces de recoger la imprecisión** asociada a la presencia de las distintas propiedades.
- 2) **Introducir una semántica basada en las propiedades perceptuales**, obteniendo modelos que permitan representar términos lingüísticos similares a los empleados por el ser humano.

De forma más específica, para abordar estos objetivos, se plantean los siguientes sub-objetivos:

- a) Desarrollar una metodología para la obtención de modelos de textura que permitan adaptarse tanto a distintos perfiles de usuario, recogiendo así la percepción particular de dichos usuarios, como al contexto de la imagen a la cual pertenecen las texturas analizadas.
- b) Plantear un nuevo modelado de textura que permita representar varios tipos de imprecisiones inherentes a las propiedades perceptuales de la textura.
- c) Exponer una metodología para la obtención de modelos que permitan representar distintos términos lingüísticos asociados a las propiedades perceptuales, pudiendo ser adaptados tanto a distintos perfiles de usuario como al contexto de la imagen.

## 1.2. Estructura de la Tesis

A continuación se describirá brevemente la organización por capítulos de esta memoria de Tesis, cuya estructura viene marcada por los objetivos que se han planteado en la sección anterior (véase Figura 1.2). En primer lugar, en el **capítulo 2**, se llevará a cabo una revisión de las técnicas de modelado de textura más relevantes aparecidas en la literatura, incluyendo

tanto técnicas que caracterizan la textura de forma global, como técnicas que la modelan en base a sus propiedades perceptuales.

Como se ha comentado en este capítulo, el modelado que se plantea en esta Tesis pertenece al segundo grupo de técnicas, por lo que para describir la metodología que permita obtener los distintos modelos, se aplicará una de esas propiedades como ejemplo (para después extenderla a otros casos). Por eso, antes de abordar el modelado en sí, en el **capítulo 3**, se analizará con detalle la propiedad de finura, que, debido a su importancia perceptual, será la utilizada en la descripción de la metodología propuesta en los siguientes capítulos.

Para desarrollar la metodología que permita obtener los distintos modelos planteados, esta Tesis se ha dividido en tres partes. En la **parte I** se abordará el problema de la obtención de modelos de textura que sean capaces de recoger la imprecisión en el cumplimiento o no de las distintas propiedades. Esta parte estará compuesta por tres capítulos:

- En el **capítulo 4** se describirá la metodología propuesta para la obtención de los modelos de textura genéricos, que pueden ser aplicados aunque no se disponga de ninguna información adicional (perfil de usuario o contexto de la imagen).
- En el **capítulo 5** se propondrá una metodología que permita adaptar los modelos genéricos al perfil particular de distintos usuarios o al contexto de la imagen.
- En el **capítulo 6** se plantearán otras aproximaciones al modelado de textura, que permitirán representar otro tipo de imprecisiones, además de la asociada a las propiedades perceptuales.

En la **parte II** de esta Tesis se abordará el problema de la obtención de modelos de textura que permitan introducir una semántica basada en sus propiedades perceptuales. Esta parte estará formada por un único capítulo, el **capítulo 7**, en el que se describirá tanto la metodología propuesta para la obtención de los modelos genéricos, como la adaptación de dichos modelos a distintos perfiles de usuario o al contexto de la imagen.

Como se acaba de comentar, para poder describir las distintas metodologías propuestas en los capítulos 4 a 7, se particularizará su aplicación para la propiedad de finura. En la **parte III** de esta Tesis, correspondiente al **capítulo 8**, se extenderá el uso de estas metodologías a otras propiedades perceptuales de la textura, como la direccionalidad y el contraste. Finalmente, en el **capítulo 9** se expondrán las conclusiones y trabajo futuro. Asimismo, las publicaciones derivadas de esta Tesis Doctoral se recogen en el **apéndice C**.

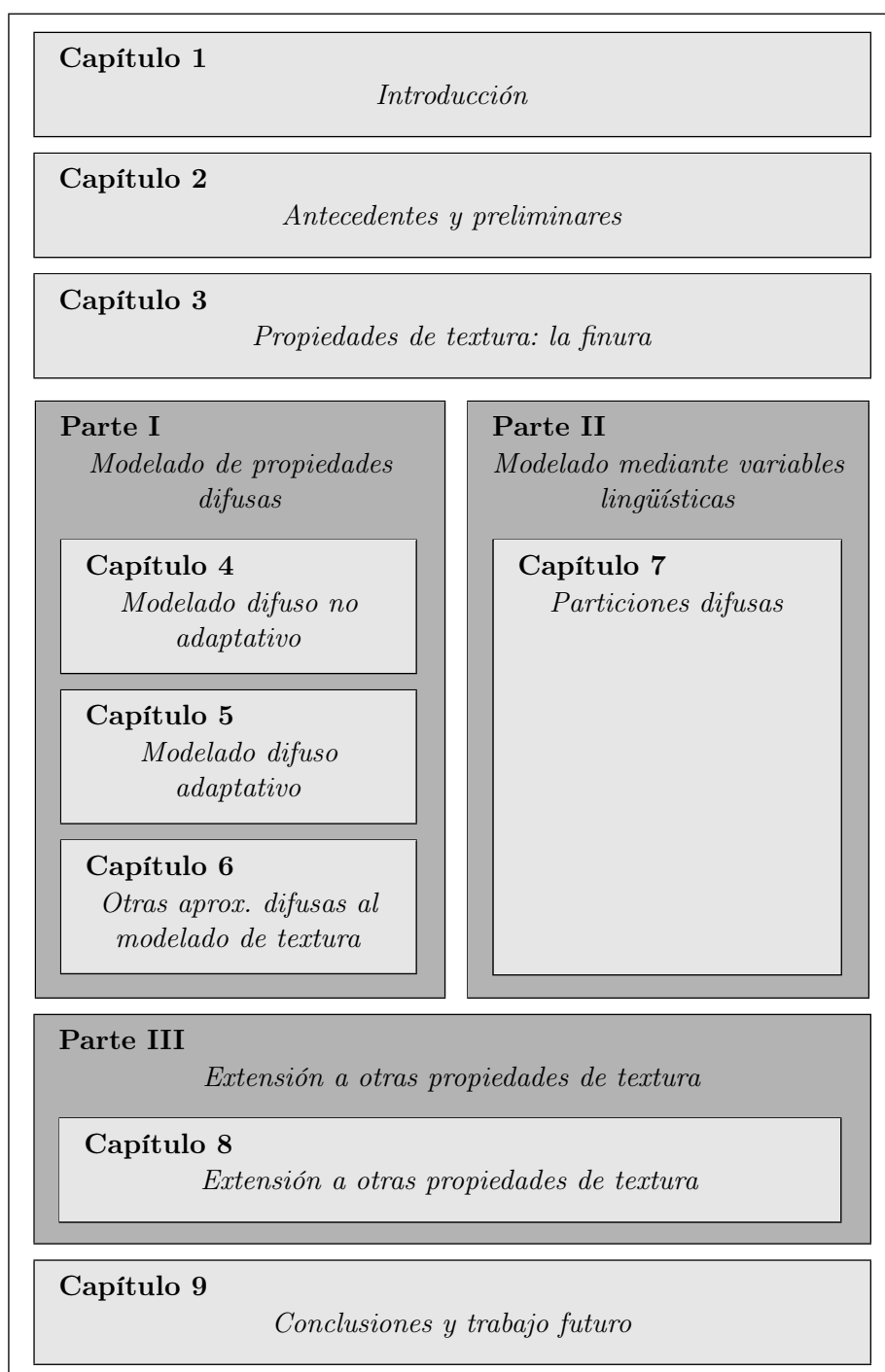


Figura 1.4: Esquema de la estructura de la Tesis.



## Capítulo 2

# Antecedentes y preliminares

*Ningún conocimiento humano puede ir  
más allá de su experiencia.*

John Locke

En este capítulo se realiza una revisión bibliográfica de las distintas técnicas de modelado de textura presentes en la literatura, resumiendo brevemente la metodología empleada en cada una de ellas.

### 2.1. Introducción

Como se comentó en el capítulo anterior, el análisis y modelado de texturas es una de las tareas de bajo nivel más importantes del campo de la visión por computador, siendo la base para procesos de más alto nivel, como la identificación de objetos o superficies en imágenes médicas, aéreas, de ámbito industrial, etc. Al igual que no es posible dar una definición precisa y global del concepto de textura, tampoco es posible encontrar una técnica que permita caracterizar completamente una textura dada, ni extraer los descriptores apropiados para cualquier tipo de aplicación. De hecho, en los últimos treinta años han ido apareciendo en la literatura un gran número de técnicas de caracterización de textura, donde el modelado realizado está muy enfocado al campo de aplicación para el que ha sido desarrollado.

La mayoría de las aproximaciones existentes tratan de describir la textura de una forma global, mediante vectores de características (normalmente con un gran número de elementos), lo que permite evaluar la similitud entre texturas en base a la comparación de dichos vectores. Esto permite obtener muy buenos resultados en aplicaciones como la segmentación [116, 141, 147, 211, 226] o la clasificación de texturas [13, 15, 99, 143, 151, 197],



o en problemas de recuperación basada en contenido donde la consulta es realizada mediante una imagen de muestra [8, 43, 66, 136, 166, 255, 259]. Asimismo, este tipo de descriptores que caracterizan globalmente la textura han sido aplicados con éxito en el ámbito de la síntesis de textura [33, 199, 248, 258].

Sin embargo, como se comentó en el capítulo anterior, lo más común para el ser humano es describir la textura mediante ciertas propiedades poco precisas basadas en su percepción, como el grosor, la direccionalidad o la regularidad [11, 96, 204, 220]. Este hecho, ampliamente aceptado por la comunidad científica de visión por computador, propició la aparición de técnicas que tratan de caracterizar la textura mediante una estimación computacional de estas propiedades perceptuales. El uso de dichas técnicas permite discriminar las texturas de un modo parecido a como lo haría el ser humano, pues, en lugar de comparar vectores de características que no tienen un significado comprensible por el usuario, se busca la similitud entre sus propiedades perceptuales. Así, este tipo de aproximaciones es muy utilizado en campos como la recuperación de imágenes basada en contenido o la descripción semántica de imágenes [10, 24, 87, 154, 165, 185, 251], donde se realiza un análisis del contenido visual para proporcionar al usuario unos resultados acordes a lo esperado. Como se comentó en el capítulo anterior, el modelado de textura propuesto en esta Tesis pertenece a este segundo tipo de aproximaciones.

En este capítulo se realiza una revisión bibliográfica de las distintas técnicas de modelado de textura aparecidas en la literatura. En la sección 2.2 se describirán las técnicas que abordan un modelado global de la textura mediante vectores de características, mientras que en la sección 2.3 se estudiarán las técnicas que tratan de modelar la textura en base a sus propiedades perceptuales.

## 2.2. Modelado Global de Textura

La mayor parte de aproximaciones sobre el modelado de textura forman parte de este grupo de técnicas. En ellas, los descriptores empleados para caracterizar la textura no tienen una relación directa con las distintas propiedades perceptuales, sino que se trata de valores computacionales que describen la textura en su conjunto.

En la literatura se pueden encontrar diversas formas de clasificar estas técnicas, en función del tipo de análisis realizado sobre la textura. A finales de los años 70, Haralick [104] realizó una revisión de las técnicas existentes hasta el momento, proponiendo una primera división en dos categorías principales: aproximaciones *estadísticas* y aproximaciones *estructurales*. Los descriptores pertenecientes a la primera categoría serían adecuados para el análisis de microtexturas, mientras que los correspondientes al segundo grupo

únicamente darían buenos resultados con texturas que pueden representarse adecuadamente mediante primitivas y sus reglas de ubicación. Aunque el propio Haralick admite en su trabajo que no existe una frontera clara entre ambas categorías, dicha división gozó de gran aceptación durante cerca de dos décadas, y fue también considerada en las revisiones realizadas unos años más tarde por Van Gool *et al.* [97] y por Reed y Hans du Buf [205].

Posteriormente, ya a finales de los 90, Tuceryan y Jain [232] establecieron una nueva división de estas técnicas en cuatro categorías distintas, la cual sigue siendo una de las más utilizada hoy en día: aproximaciones *estadísticas*, aproximaciones *geométricas*, aproximaciones *basadas en modelos* y aproximaciones *basadas en filtros*. Los métodos geométricos serían una generalización de los métodos estructurales comentados anteriormente, mientras que los métodos basados en modelos asumen que la textura se ajusta a un determinado modelo estocástico y la representan mediante los parámetros que definen dicho modelo. Por último, las aproximaciones basadas en filtros se fundamentan en el análisis espectral de la imagen. A continuación se realizará una breve revisión de los distintos tipos de descriptores existentes en la literatura para cada categoría.

### 2.2.1. Aproximaciones estadísticas

Los métodos estadísticos, que fueron de los primeros en ser utilizados para la caracterización de textura, y que hoy en día siguen siendo un referente en este campo, se basan en el análisis de la distribución espacial de los niveles de gris en la imagen. Para ello, se calculan rasgos locales en ciertos puntos de la imagen (normalmente para cada píxel), y se extrae un conjunto de estadísticos acerca de la distribución de estos rasgos, lo que permite caracterizar la textura. Dependiendo del número de píxeles usados para definir los rasgos locales, los métodos estadísticos pueden ser clasificados a su vez en estadísticos de primer orden (se toman los píxeles individualmente), de segundo orden (se toman parejas de píxeles) o de orden superior (se ven involucrados tres o más píxeles).

Los estadísticos de primer orden son aquellos que se obtienen a partir del histograma de niveles de gris de la imagen, como la media, la varianza, el coeficiente de asimetría o la curtosis. A pesar de que la capacidad de estos estadísticos para caracterizar la textura es muy limitada, han sido empleados en algunas aplicaciones simples de inspección de superficies, como en [132] y [34], debido a su sencillez y rapidez de cálculo. El principal inconveniente de estos estadísticos es que no tienen en cuenta la posición relativa de los píxeles, por lo que se pierde la información espacial.

Para capturar las dependencias espaciales en los niveles de gris, que constituyen una información muy relevante en la caracterización de la textura, es necesario aplicar métodos basados en estadísticos de segundo orden o de orden superior. En este sentido, fueron de vital importancia los

estudios realizados por Julesz [121, 123, 122, 124] acerca de los distintos modelos estadísticos y su relación con la discriminación entre texturas por parte del ser humano. De acuerdo a dichos estudios, únicamente las diferencias en las distribuciones de probabilidad de segundo orden permiten discriminar espontáneamente las texturas, es decir, que dos texturas no pueden ser discriminadas “sin esfuerzo” si coinciden sus estadísticos de segundo orden, mientras que las diferencias en las distribuciones de orden superior son insuficientes o irrelevantes. A raíz de dichos trabajos, creció el interés de muchos investigadores en el modelado de textura basado en estadísticos de segundo orden, surgiendo varias aproximaciones entre las que destacan las basadas en las matrices de coocurrencia (sección 2.2.1.1) y las basadas en las diferencias en el nivel de gris (sección 2.2.1.2).

Posteriormente, aparecieron varios contraejemplos a la conjetura planteada por Julesz, incluyendo uno del propio Julesz [123], donde se demostraba que el uso de estadísticos de orden superior también lograba un alto grado de discriminabilidad de textura [230, 249]. Las aproximaciones más destacables en este caso son las basadas en las matrices de longitud de secuencia (sección 2.2.1.3), las basadas en el espectro de textura (sección 2.2.1.4) y las basadas en el operador de patrón binario local (sección 2.2.1.5). A continuación se revisará la literatura existente sobre cada una de estas técnicas de modelado estadístico.

### 2.2.1.1. Estadísticos basados en las matrices de coocurrencia

Estos estadísticos son sin duda los más conocidos y más ampliamente usados en la literatura. Las matrices de coocurrencia de niveles de gris, también llamadas matrices de dependencia espacial o GLCM (Gray Level Co-occurrence Matrices), son histogramas bidimensionales que representan la dependencia espacial entre dos niveles de gris separados una cierta distancia  $d$  a lo largo de una dirección  $\theta$ . Así, para cada distancia  $d$  y dirección  $\theta$  es posible calcular una matriz de coocurrencia distinta, donde el elemento  $(i, j)$  representa el número de pares de píxeles de la imagen que, estando separados esa distancia  $d$  en la dirección  $\theta$ , tienen un nivel de gris  $i$  y  $j$ , respectivamente.

Puesto que el uso directo de las matrices de coocurrencia como descriptor de textura resulta inviable, debido a su tamaño, lo que se suele hacer es aplicar sobre ella un conjunto de estadísticos que permitan extraer la información más relevante. Así, dependiendo de las posiciones relativas usadas para calcular las matrices de coocurrencia (según los distintos valores fijados para  $d$  y  $\theta$ ), y de los estadísticos aplicados sobre ellas, podemos encontrar en la literatura varias aproximaciones al modelado de textura. La más conocida es la propuesta por Haralick en [105], que aun después de casi 40 años, sigue siendo un referente en la caracterización de textura. Haralick propuso la utilización de 14 estadísticos distintos, entre los que se encuentran

el contraste, la correlación, la varianza o la entropía (basada en la teoría de la información), y sugirió su aplicación sobre matrices de coocurrencia calculadas para una distancia  $d = 1$  y ángulos  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , obteniendo así cuatro valores distintos para cada estadístico. Para lograr descriptores de textura independientes de la rotación, Haralick propuso calcular la media y el rango sobre los cuatro valores obtenidos para cada estadístico. De esta forma, el vector de características que describe la textura está formado por 28 elementos.

A raíz del trabajo de Haralick, surgieron nuevas aproximaciones al modelado de textura basado en las matrices de coocurrencias, muchas de ellas motivadas por una reducción del número de características propuestas, debido a la fuerte correlación existente entre ellas. Así, Cossu [72] realizó un estudio en el que concluía experimentalmente que seis de las características extraídas de las matrices de coocurrencia eran las más relevantes para la caracterización de texturas: energía, contraste, varianza, correlación, entropía, y momento de diferencia inverso. Posteriormente, Baraldi y Parmiggiani [20] extendieron dicho estudio, analizando la correlación entre esos seis estadísticos, y concluyeron que la energía y el contraste son las características más significativas para discriminar entre distintas texturas.

En [16], se empleó una versión modificada del criterio de análisis discriminante múltiple [178] para seleccionar un subconjunto de las características extraídas de la matriz GLCM, seleccionando las cuatro con el mayor ratio de varianza. El vector de características obtenido fue aplicado en la clasificación de imágenes tomadas con microscopio. Un año más tarde, en [193], se propone el uso de cuatro estadísticos (energía, entropía, contraste y momento de diferencia inverso) para el modelado de texturas correspondientes a rocas, y su aplicación en la recuperación de imágenes en este tipo concreto de bases de datos.

Más recientemente, Song [216] propuso un algoritmo de recuperación de imágenes genérico donde plantea el uso de los que considera los cuatro estadísticos más importantes: energía, contraste, entropía y correlación. Asimismo, propone unas medidas de similitud con las que poder comparar los vectores de características obtenidos. Por otro lado, en [190] se plantea un modelado de textura basado en seis estadísticos (homogeneidad, contraste, entropía, disimilitud, segundo momento y correlación), que es aplicado en la clasificación de imágenes de satélite pancromáticas.

Como se puede apreciar, no existe un criterio unánime a la hora de establecer los estadísticos de segundo orden más adecuados para caracterizar la textura, sino que se proponen distintos modelos según la aplicación concreta para la que van a ser empleados. Donde sí existe una mayor unanimidad es en la elección de los valores  $d$  y  $\theta$  con los que calcular las matrices de coocurrencia, pues generalmente se usan los mismos sugeridos por Haralick ( $d = 1$  y  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ). No obstante, existen varios

trabajos [71, 246] en los que se argumenta que es imposible discriminar entre cualquier posible pareja de texturas si únicamente es utilizada una distancia  $d$ . En ellos se plantea el cálculo de las matrices de coocurrencia para varias distancias ( $d = 1, 2, 3, 4$ ), aplicando los distintos estadísticos a cada una de ellas. Sin embargo, este tipo de aproximaciones no ha tenido mucho éxito en la literatura, pues suponen un coste computacional demasiado elevado y, en general, el uso de una sola distancia (normalmente  $d = 1$ ) es suficiente para la mayoría de aplicaciones.

### 2.2.1.2. Estadísticos basados en las diferencias en el nivel de gris

Los métodos basados en las diferencias en el nivel de gris, también conocidos como métodos GLD (Gray Level Differences), fueron propuestos inicialmente por Weszka *et al.* [244], y, como cita el propio autor, son muy similares a los basados en las matrices de coocurrencia. La principal diferencia consiste en que, en lugar de calcular un histograma bidimensional para parejas de niveles de gris separados una cierta distancia  $d$  a lo largo de una dirección  $\theta$ , se calcula un histograma unidimensional para las diferencias absolutas entre esas parejas de niveles de gris. De esta forma, se obtiene un vector donde el  $i$ -ésimo elemento representa el número de pares de píxeles de la imagen que, estando separados una distancia  $d$  en la dirección  $\theta$ , tienen una diferencia absoluta de valor  $i$  en el nivel de gris. Por tanto, la información capturada por dicho vector corresponde a la distribución del contraste local en diferentes direcciones (normalmente  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ).

Al igual que se comentó en la sección anterior, debido a su tamaño, no se suele usar dicho vector como descriptor de textura, sino que se aplica sobre él un conjunto de estadísticos para extraer la información más relevante. En su propuesta inicial [244], Weszka planteaba el uso de cuatro estadísticos para la caracterización de textura: media, entropía, contraste y segundo momento angular. Otros autores, como Connors y Harlow [71], proponen también la incorporación del momento de diferencia inverso.

En general, tal y como se refleja en diversos estudios comparativos [244, 71], la capacidad de discriminación de estos modelos es muy similar a la de los modelos basados en las matrices de coocurrencia, lo cual es comprensible debido a su semejanza. La única ventaja que aportan estos métodos frente a los descritos en la sección anterior consiste en que, al no utilizar directamente los niveles de gris sino sus diferencias absolutas, son un poco más robustos frente a los cambios en la iluminación.

### 2.2.1.3. Estadísticos basados en las matrices de longitud de secuencia

El uso de matrices de longitud de secuencia para el modelado de textura fue propuesto inicialmente por Galloway en [90]. Se trata de estadísticos de

orden superior, pues en su cálculo se ven involucrados más de dos píxeles de la imagen. Un conjunto de píxeles consecutivos con idéntico (o similar) nivel de gris constituyen lo que se conoce como una secuencia de nivel de gris, siendo la longitud de secuencia el número de píxeles que forman dicho conjunto. La matriz de longitud de secuencia de nivel de gris, más conocida por sus siglas en inglés como GLRLM (Gray Level Run Length Matrix), es un histograma bidimensional donde el elemento  $(i, j)$  representa el número de veces que aparece una secuencia de nivel de gris  $i$  con longitud  $j$ . Normalmente, se suelen considerar las cuatro direcciones principales para la búsqueda de secuencias ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ), obteniendo cuatro matrices GLRLM.

La existencia de secuencias de píxeles con exactamente el mismo nivel de gris es un planteamiento poco realista para imágenes naturales, por lo que los niveles de gris se suelen agrupar en rangos. Así, algunos autores como Galloway [90] o Weszka *et al.* [244] proponen el uso de ocho agrupaciones equidistribuidas, mientras que otros, como Carton *et al.* [41] consideran seis particiones siguiendo una escala logarítmica.

Al igual que en los métodos descritos anteriormente, es necesario aplicar un conjunto de estadísticos sobre cada una de estas matrices para obtener los vectores de características correspondientes. Tradicionalmente, de acuerdo al trabajo de Galloway [90], se ha considerado el uso de cinco estadísticos: énfasis en secuencias cortas o SRE (Short Run Emphasis), énfasis en secuencias largas o LRE (Long Run Emphasis), no uniformidad en el nivel de gris o GLN (Grey Level Nonuniformity), no uniformidad en la longitud de secuencia o RLN (Run Length Nonuniformity) y porcentaje de secuencia o RP (Run Percentage).

A raíz de este trabajo, han surgido nuevos modelos en los que se propone la incorporación de otros estadísticos para mejorar diversas carencias del original. Así, por ejemplo, Chu *et al.* [67] plantea el uso de dos características adicionales, que permiten discriminar texturas que, teniendo valores similares de SRE y LRE, difieren en la distribución del nivel de gris de las secuencias: énfasis en secuencias de nivel de gris bajo o LGRE (Low Grey-Level Run Emphasis) y énfasis en secuencias de nivel de gris alto o HGRE (High Grey-Level Run Emphasis). En un estudio más reciente, Dasarathy y Holder [76] proponen cuatro nuevos estadísticos basados en la combinación de los anteriores, comprobando la mejora producida en la clasificación de un conjunto de imágenes de células.

Uno de los problemas más importantes que afectan a este tipo de métodos es su alta sensibilidad al ruido de la imagen. Asimismo, su capacidad para discriminar texturas es menor que la de los métodos basados en estadísticos de segundo orden [124], por lo que su uso no está tan extendido.

#### 2.2.1.4. Estadísticos basados en el espectro de textura

El espectro de textura, o TS (Texture Spectrum), fue introducido por Wang y He [243, 242], y se basa en un operador al que ellos denominaron *unidad de textura* o TU (Texture Unit), el cual trata de caracterizar la textura local de cada píxel de la imagen analizando su vecindad. Para ello, dado un píxel, se toma a su alrededor una ventana de tamaño  $3 \times 3$ , asignando a cada uno de los ocho píxeles vecinos el valor 0, 1 o 2, según su nivel de gris sea menor, igual o superior que el del píxel central. De esta forma, la textura local de dicho píxel queda caracterizada por un valor entre 0 y 6560, correspondiente a una de las 6561 posibles combinaciones en el patrón de vecindad. El espectro de textura es el histograma que indica la frecuencia de aparición de estos 6561 valores para todos los píxeles de la imagen, y permite caracterizar globalmente la textura.

Inicialmente, en [243], Wang y He proponían usar directamente el espectro de textura como vector de características, comprobando su comportamiento en una aplicación de clasificación. Posteriormente, surgieron diversas aproximaciones que, basándose en dicho trabajo, plantean descriptores de menor tamaño, reduciendo la dimensión del espectro de textura, o extrayendo estadísticos que permitan sintetizar su información. Así, en [237] y [95] se propone un espectro de textura reducido, o RTS (Reduced Texture Spectrum), que únicamente consta de 256 elementos, y es aplicado en recuperación de imágenes médicas. En [106], los propios Wang y He sugieren el uso de estadísticos relativos a la direccionalidad de la textura y a la simetría del espectro, como la simetría central o la simetría geométrica. Más recientemente, en [117], se propone otro tipo de estadísticos, basados en el contraste, que miden la frecuencia de aparición de algunos patrones concretos.

Por otro lado, algunos autores, como Lee *et al.* [145, 146], Taur y Tao [221] o Barcelo *et al.* [21] plantean el uso de técnicas difusas para proporcionar una mayor flexibilidad en el proceso de modelado basado en el espectro de textura. El uso de estas técnicas en el cálculo de las unidades de textura [21] se ve justificado por el hecho de que en imágenes reales dos píxeles vecinos raramente van a tener justo el mismo nivel de gris. Así, en este tipo de propuestas se obtienen descriptores que permiten representar mejor las texturas reales, denominados espectros de textura difusos (en realidad se trata de espectros de textura de valores precisos, donde la vaguedad se ha introducido en su proceso de cálculo).

#### 2.2.1.5. Estadísticos basados en el operador de patrón binario local

El operador de patrón binario local, más conocido como LBP por sus siglas en inglés, plantea un análisis de la textura en la vecindad de cada píxel, al igual que el espectro de textura, pero basándose en una versión

simplificada de la TU, lo que permite un cálculo más sencillo y eficiente. En la propuesta original, introducida por Ojala *et al.* [186], la vecindad de tamaño  $3 \times 3$  es umbralizada utilizando el valor del píxel central, obteniendo así un patrón binario concreto de entre los 256 posibles. Al igual que en los métodos vistos en la sección anterior, la textura de la imagen es caracterizada mediante el histograma de ocurrencias de estos patrones binarios, que en este caso tiene dimensión 256, en lugar de 6561.

Por propia definición, el operador LBP es invariante frente a cambios en la escala de grises, por lo que suele ser combinado con una medida de contraste local, denominada operador C. Esta medida es calculada en cada vecindad como la diferencia entre el promedio del nivel de gris de todos aquellos píxeles que superan el umbral (los niveles de gris superiores al del píxel central) y aquellos que no lo superan (los inferiores). De esta forma, mediante el operador LBP/C, se obtiene un vector de características bidimensional, que suele ser usado directamente como descriptor de textura, sin extraer de él ningún tipo de estadísticos. Como el propio Ojala indica en [186], con esto se pretende preservar la información contenida en la distribución bidimensional, que podría perderse si únicamente se consideran algunas medidas extraídas de ella. Asimismo, para estimar la similitud entre texturas, sugiere el uso del test estadístico definido por Kullback en [138], denominado estadístico-G, con el cual es posible comparar las distribuciones bidimensionales.

A partir del trabajo de Ojala *et al.* [186], han surgido numerosos modelos que extienden el operador LBP original, la mayoría de ellos desarrollados por los mismos autores. Así, por ejemplo, en [162] se propone una metodología para la selección de un subconjunto de los patrones LBP más significativos, justificando su uso como descriptor de textura en lugar del histograma completo. Puesto que el operador LBP original depende de la rotación de la imagen, lo que es indeseable en algunas aplicaciones, en [198] se propone una versión de dicho operador, denominada LBPROT, que tiene la propiedad de ser invariante frente a rotaciones. Posteriormente, en [187], se plantea una análisis multidimensional de la textura, donde, en lugar de utilizar la vecindad de ocho píxeles en el cálculo del patrón local, se emplea un conjunto de  $P$  píxeles vecinos situados en un círculo de radio  $R$ . De esta forma, tomando varios valores de  $R$ , se obtienen distribuciones para distintas resoluciones espaciales, donde el tamaño de los histogramas correspondientes depende del valor de  $P$  (concretamente  $2^P$ ). Aunque estos modelos permiten una mejor discriminación de las texturas, el coste computacional en el cálculo y comparación de estos histogramas multidimensionales es muy elevado [187].

### 2.2.2. Aproximaciones geométricas-estructurales

Los métodos geométricos o estructurales asumen que las texturas están formadas por elementos básicos bien definidos, denominados texels (TEXTure ELEMENTS), que se repiten y se organizan de una forma concreta siguiendo



ciertas reglas de emplazamiento [104, 232]. En este tipo de aproximaciones es necesario afrontar dos tareas: en primer lugar, extraer e identificar las primitivas de textura presentes en la imagen, y en segundo lugar, analizar dichas primitivas mediante un estudio de sus propiedades estadísticas (intensidad, área, elongación, orientación, etc.) o determinando las reglas de emplazamiento de dichos elementos en el espacio [262].

Este enfoque estructural considera que la textura sigue un patrón local básico que se repite periódica o casi-periódicamente a lo largo de una región. Por tanto, los modelos basados en este enfoque solo tendrá un comportamiento adecuado para aquellas texturas deterministas, con construcciones muy claras y regulares [61]. Sin embargo, las texturas naturales generalmente no cumplen esta condición, por lo que los métodos estructurales tienen una utilidad limitada (son aplicados básicamente para el análisis de texturas artificiales, como por ejemplo la inspección de superficies textiles [144]). Además, su principal ventaja es la capacidad de proporcionar una buena descripción simbólica de la textura, que es una características más útil en tareas de síntesis que en análisis. Debido a esta limitación, pese a que llegaron a ser muy populares en los años 80 [262], estos métodos no son muy utilizados en la actualidad [22]. Las aproximaciones geométricas más destacables son las basadas en el mosaico de Voronoi (sección 2.2.2.1) y las basadas en los métodos estructurales puros (sección 2.2.2.2), que se resumen a continuación.

### 2.2.2.1. Aproximaciones basadas en los mosaicos de Voronoi

El modelado de texturas basado en mosaicos de Voronoi fue propuesto inicialmente por Tuceryan y Jain en [231]. Se planteó el uso de dichos mosaicos debido a que los polígonos que los forman son capaces de reflejar las relaciones espaciales locales de los patrones de textura. En primer lugar, proponen la extracción de una serie de rasgos o “tokens” de la textura, que pueden ser tan simples como los puntos de gradiente máximo de la imagen, o estructuras más complejas, como segmentos de línea o fronteras cerradas. A partir de dichos tokens se construye el mosaico de Voronoi correspondiente y se calculan las características de textura para cada una de las celdas del mosaico, agrupando aquellas que tienen características similares, con el objetivo de construir regiones de textura uniforme. Finalmente, las propiedades geométricas de los polígonos que forman el mosaico de Voronoi resultante son utilizadas como descriptores de textura, pues reflejan tanto la distribución espacial como la forma de los tokens extraídos.

### 2.2.2.2. Métodos estructurales puros

El análisis de la textura según los métodos estructurales puros requiere la determinación de las primitivas de textura, su descripción y la descripción

de sus interrelaciones [238]. Desde los inicios de la década del 70, diferentes autores han trabajado en este tipo de aproximaciones, pero en realidad su uso ha sido muy limitado.

Existen diferentes maneras de extraer los texels de las texturas, que normalmente son identificados como regiones de la imagen con niveles de gris uniforme. Así, algunos autores, como Voorhees y Poggio [239] o Blostein y Ahuja [32], plantean aproximaciones basadas en el filtrado de la imagen mediante el Laplaciano de la Gaussiana (LoG), examinando la respuesta a distintas escalas, y, una vez localizadas las primitivas de textura, aplicando un reconocimiento de formas. Otros autores, como Tomita y Tsuji [227], proponen calcular rasgos o tokens de la textura mediante una transformación MAT (Medial Axis Transformation), comúnmente empleada para esqueletización de siluetas en el campo de reconocimiento de objetos [19]. En este caso, las texturas son caracterizadas mediante un conjunto de propiedades de dichos tokens, como la intensidad o la forma.

Zucker [262] propuso un método en el que, en lugar de aplicar un filtrado o pre-procesado de la imagen para identificar los texels, como en los anteriores, supone que las texturas de la imagen son versiones distorsionadas de texturas ideales. Las reglas de emplazamiento de la textura ideal se definen mediante un gráfico isomorfo a un mosaico regular o semi-regular. Transformando este gráfico para generar la textura real de la imagen, se obtienen sus reglas de emplazamiento. La elección del mosaico regular empleado en cada caso dependerá de la posición relativa de ciertos tokens identificados en la textura real.

Otra aproximación al modelado de textura mediante métodos estructurales es descrita por Fu en [88]. En dicho trabajo, las reglas de emplazamiento se definen mediante árboles gramaticales, con lo que una textura es considerada como una cadena en el lenguaje definido por la gramática, cuyos símbolos terminales son las primitivas de textura. La ventaja de este método es que puede ser usado tanto para análisis de textura como para síntesis.

### 2.2.3. Aproximaciones basadas en modelos

Los métodos de caracterización de textura basados en modelos tratan de capturar el proceso que ha generado la textura. Para ello, a partir de ciertas características de la textura, se asume un modelo de imagen, y se estiman sus parámetros mediante un análisis específico de la textura, capturando sus cualidades esenciales. Los parámetros del modelo, o los atributos derivados de ellos, son usados como descriptores de la textura presente en la imagen.

En este enfoque existe la suposición subyacente de que las texturas son parcialmente estocásticas y parcialmente estructuradas, asumiendo además que su estructura puede ser descrita localmente. El atractivo de este tipo de métodos es que permiten definir un modelo de la imagen que puede ser

usado, no solo para describir la textura, sino también para sintetizarla. Las dos aproximaciones más representativas de la literatura son las basadas en fractales y las basadas en los campos aleatorios de Markov. A continuación se describen brevemente cada una de ellas.

### 2.2.3.1. Modelos fractales

La geometría fractal, propuesta por Mandelbrot en [164], puede ser observada en numerosos fenómenos naturales, y se caracteriza principalmente por su continuidad, no diferenciabilidad y auto-afinidad. El análisis de texturas basado en fractales fue introducido por Pentland [195], quien encontró un alto grado de correlación entre la dimensión fractal y la rugosidad de una textura. En dicho trabajo, propuso el uso de funciones fractales como modelos de textura, empleando la dimensión fractal para discriminar entre diferentes texturas en segmentación. Por tanto, la descripción de texturas en este tipo de aproximaciones se basa en la determinación de la dimensión fractal. En la literatura existen varias técnicas, todas ellas bastante complejas, para el cálculo de este valor, siendo las más conocidas la de “box-counting”, propuesta por Keller *et al.* [130], y el método de la cubierta, descrito por Peleg *et al.* [194].

Uno de los principales problemas de estos métodos, además de la complejidad en el cálculo de la dimensión fractal, es que la mayoría de las texturas reales no cumplen las características propias de los fractales, como la auto-afinidad. Asimismo, Medioni y Yasumoto [170] demostraron que la dimensión fractal es una característica insuficiente, o al menos muy pobre, para la segmentación de texturas naturales. En la misma línea, Garding [91] señaló la existencia de texturas claramente diferentes con la misma dimensión fractal, planteando la necesidad de información adicional para caracterizar la textura.

En este sentido, se sugirió el uso combinado de la dimensión fractal con otra medida, denominada lacunaridad [130, 240], con la intención de capturar aquellas propiedades de textura que permitan una mayor discriminabilidad. Sin embargo, aun con la incorporación de esta otra medida, la caracterización de texturas sigue siendo muy pobre en general, obteniendo un buen comportamiento únicamente con aquellas texturas que cumplen las propiedades fractales.

### 2.2.3.2. Campos aleatorios de Markov

Los modelos de campos aleatorios de Markov (MRF - Markov Random Fields) son modelos estadísticos, muy populares en el modelado de imágenes, capaces de capturar las interacciones espaciales entre vecinos o píxeles cercanos. Estos modelos se basan en la hipótesis de que tanto el fondo como los objetos son regiones, y no píxeles aislados, por lo que deben de

existir zonas homogéneas. Esta homogeneidad se modela en base a campos aleatorios Markovianos, asumiendo que la probabilidad de que un píxel de la imagen tenga cierto nivel de gris viene determinada únicamente por los niveles de gris de sus píxeles vecinos. Estas correlaciones locales proveen un mecanismo muy útil para modelar una variedad de propiedades de la imagen, por lo que los modelos MRF son empleados en aplicaciones como la síntesis de texturas [74], la clasificación de texturas [59, 60, 131], la segmentación de imágenes [69, 223] o la restauración de imágenes [93].

El modelo MRF asociado a una imagen puede ser descrito, en términos generales, como una distribución de probabilidad que gobierna los valores de intensidad de cada píxel de la imagen, de tal forma que el valor de un píxel depende únicamente de los valores de una vecindad concreta de dicho píxel, y es independiente del resto de píxeles de la imagen. Dependiendo de la forma elegida para la distribución de probabilidad, podemos distinguir diferentes modelos MRF, entre los que destacan los campos aleatorios de Markov gaussianos (GMRF) [59, 167] y los modelos auto-regresivos simultáneos (SAR) [29, 127]. La estimación de los parámetros que definen los modelos involucra un problema de optimización, el cual se resuelve comúnmente con técnicas de mínimos cuadrados.

Comparados con otros modelos MRF, los modelos SAR usan menos parámetros, pero tienen el inconveniente de ser variantes con la rotación de la imagen. Además, es necesario escoger un tamaño apropiado para la vecindad en la cual considerar dependencia entre píxeles. Para resolver estos problemas, surgieron los modelos RISAR y MRSAR, que permiten realizar un análisis multi-escalar de la textura obteniendo descriptores multi-resolución e invariantes frente a rotación [169, 241]. Sin embargo, la obtención de estos modelos, y, en general, la de la mayoría de los modelos MRF, requiere algoritmos computacionalmente intensivos

#### 2.2.4. Aproximaciones basadas en filtros

En este tipo de aproximaciones se emplean técnicas de procesamiento de señal, aplicando diversos filtros sobre la imagen y usando las respuestas obtenidas para extraer los descriptores de textura. Se pueden emplear aproximaciones tanto en el dominio espacial como frecuencial para capturar la información relevante de la imagen. Sin embargo, a raíz de varios estudios psicológicos que evidencian que el sistema visual humano realiza un análisis frecuencial de la imagen [39, 82, 94, 189], se popularizó el uso de técnicas espectrales, donde los descriptores de textura son extraídos de la distribución de la energía en el dominio de la frecuencia. Entre ellos, destacan los métodos basados en la transformada de Fourier, donde únicamente se tiene en cuenta la información frecuencial de la imagen, y los métodos basados en los filtros Gabor y en las wavelets, que tienen en cuenta tanto la información frecuencial como la espacial. A continuación se resumen brevemente cada una de estas

aproximaciones.

#### 2.2.4.1. Métodos basados en la transformada de Fourier

El espectro de potencia de Fourier es una representación bidimensional de la imagen en el dominio frecuencial, de la cual se pueden extraer un gran número de características de la textura. La mayoría de estas características se basan en la suma de los coeficientes de Fourier de zonas del espectro con forma de anillo, cuñas o sectores. Así, por ejemplo, en [244] se plantea la extracción de un vector de 16 características, formado a partir de la intersección de cuatro anillos concéntricos con un radio exponencial y cuatro cuñas de anchura  $45^\circ$ .

Algunos autores, como Liu y Jernigan [158], además de la suma de coeficientes, proponen también la extracción de ciertos estadísticos del espectro de Fourier, como la inercia, la entropía o la anisotropía, obteniendo vectores de características formados por 28 elementos. Otros autores, como D'Astous [77] o He *et al.* [107] proponen aproximaciones basadas en los *picos espectrales*, donde, una vez detectados los picos principales en los coeficientes del espectro, se extraen características como su frecuencia, dirección área o potencia relativa.

En la práctica, los métodos basados en la transformada de Fourier tienen un comportamiento muy pobre, debido principalmente a la falta de información espacial. Así, estudios comparativos, como los de Weszka *et al.* [244] y Connors y Harlow [71], concluyen que estos descriptores tienen una menor capacidad de discriminación que los basados en las matrices de coocurrencia o los basados en las diferencias en el nivel de gris, obteniendo peores resultados en tareas de clasificación.

#### 2.2.4.2. Métodos basados en los filtros Gabor

Las aproximaciones basadas en filtros Gabor son muy populares en la actualidad, siendo consideradas por algunos autores como el estado del arte en el modelado de textura [102, 116, 259]. Los filtros Gabor fueron introducidos originalmente por Dennis Gabor [89] en 1946, siendo extendidos posteriormente por Daugman [79, 80] al caso bidimensional.

Un filtro Gabor bidimensional consiste en una onda sinusoidal orientable modulada por una envolvente Gaussiana, lo que permite realizar un análisis frecuencial de la imagen orientado y localizado. De esta forma, a diferencia de la transformada de Fourier, también se está considerando información del dominio espacial. Además, según los estudios psicofísicos realizados por Daugman [79], se descubrió que los campos receptivos de las células simples de la corteza cerebral pueden ser modelados mediante funciones Gabor, por lo que el filtrado de imágenes con estas funciones tiene un comportamiento similar al del sistema visual humano.

En estas aproximaciones, el modelado de textura se realiza aplicando un banco de filtros Gabor, que son una serie de filtros ubicados a distintas frecuencias y con distintas orientaciones en el dominio espectral, lo que permite capturar la energía contenida en diferentes escalas y orientaciones en la imagen. El vector de características que describe la textura estará formado por estadísticos obtenidos de la respuesta a cada uno de los filtros. Por lo general, se suelen utilizar estadísticos de primer orden, como la media y la desviación estándar [166]. Uno de los principales inconvenientes de los filtros Gabor es que, al no ser ortogonales, generan características redundantes a diferentes escalas.

Para diseñar el banco de filtros, lo que se suele hacer en la práctica es seleccionar tres parámetros: la frecuencia central del filtro con mayor frecuencia, el número total de frecuencias y el número total de orientaciones. En la literatura no existe unanimidad a la hora de seleccionar estos parámetros, lo que ha dado lugar a un gran número de aproximaciones. Así, por ejemplo, Turner [233] propone un banco de 24 filtros, partiendo de cuatro frecuencias y cuatro orientaciones, mientras que Jain y Farrokhnia [116] plantean aumentar el número de frecuencias a siete, obteniendo 28 filtros. Una de las aproximaciones más conocidas y más ampliamente usadas, es la de Manjunath y Ma [166], donde se propone un banco de 24 filtros en base a cuatro frecuencias y seis orientaciones. Más recientemente, se puede encontrar propuestas como la de Clausi y Deng [68] o la de Li y Shawe-Taylor [149], con 24 y 36 filtros, respectivamente, o la de Bianconi y Fernández [30] que plantean un banco de 288 filtros.

### 2.2.4.3. Métodos basados en la transformada wavelet

Este tipo de aproximaciones son muy similares a las basadas en filtros Gabor, pues también son capaces de localizar en el espacio las características espectrales de la imagen, pero con la ventaja de que existe menos correlación entre ellas. Numerosos autores han contribuido al desarrollo de la transformada wavelet, siendo destacables los trabajos de Haar [101], donde aparece la primera mención a las wavelets, de Mallat [163], por su investigación en el análisis multi-resolución, o de Daubechies [78], que desarrolló unas wavelets orto-normales que se convirtieron en el pilar de las bases actuales.

Una wavelet es una función oscilatoria de pequeña dimensión (concentrada en el espacio), por lo que posee una localización espacial y frecuencial a la vez. La transformada wavelet permite descomponer señales jerárquicamente usando una familia de funciones de este tipo, que es generada a partir de una única función prototipo llamada “wavelet madre”, mediante translaciones y cambios de escala. Para poder aplicar esta transformación sobre imágenes, lo más común es emplear bancos de filtros, cuyos coeficientes son derivados de las funciones wavelets. Dada una imagen, la transformada wavelet la des-

compone en una sub-imagen de baja frecuencia y un conjunto de detalles de alta frecuencia. La componente de baja frecuencia es obtenida mediante un suavizado progresivo de la imagen original, mientras que las imágenes de detalle reflejan la información perdida durante esa operación.

Podemos encontrar en la literatura una gran variedad de aproximaciones que proponen un modelado de textura basado en wavelets, dependiendo de la familia de funciones empleada, del modo de aplicación de la transformada o de las características extraídas. Así, en lo referente a la familia de funciones, existen aproximaciones donde se usan wavelets de Haar [128, 263], de Daubechies [136, 177, 213], de Coiflets [180, 203] o de Symlets [113, 179, 228]. En general, no existe un criterio definido para evaluar la calidad de las diferentes familias de wavelets, pues depende en gran medida de la tarea concreta para la que es usada.

Por otro lado, dependiendo del modo en el que se aplique la transformada, podemos encontrar aproximaciones en las que se usa directamente la transformada wavelet discreta (DWT) [12, 14, 85, 212], y aproximaciones donde se emplean variantes de esta, como la *wavelet frames discreta* [234, 245, 142, 192, 181] o la *wavelet packet* [143, 200, 35, 9, 168, 133]. Estas dos extensiones, conocidas como “transformadas redundantes”, proponen una descomposición de la imagen sin re-muestreos, y tienen la ventaja de ser invariantes frente a traslaciones. Además, estudios comparativos como el de Unser [234] apuntan a que estas transformadas redundantes obtienen mejores resultados en clasificación y discriminación de texturas que la DWT, por lo que son muy populares.

Un vez aplicada la descomposición wavelet, es necesario extraer un vector de características que permita modelar la textura. Lo que se suele hacer es calcular ciertos estadísticos a partir de las sub-imágenes de baja frecuencia y, sobre todo, de las componentes de detalle. En general, se usan estadísticos de primer orden, como la energía o los extraídos de histogramas, y estadísticos de segundo orden, como los obtenidos de la matriz de coocurrencia de las sub-imágenes. De todos ellos, el más usado en la literatura es la energía<sup>1</sup>, pues, según algunos estudios, como el de Chang y Kuo [58] y el de Laine y Fan [143], es una de las características más importantes para la discriminación de texturas en este tipo de aproximaciones. Otros autores, como Ma y Manjunath [161], indican que el uso de medidas de varianza combinadas con las de energía mejoran el comportamiento de los modelos.

---

<sup>1</sup>Nótese que se trata de energías a diferentes escalas y orientaciones

## 2.3. Modelado de Textura en base a sus Propiedades Perceptuales

Casi todas las aproximaciones sobre el modelado de textura presentes en la literatura aceptan el hecho de que lo más común para el ser humano es describir la textura mediante ciertas propiedades perceptuales. Sin embargo, como se ha visto en la sección 2.2, la mayoría de estas aproximaciones plantean la caracterización de la textura mediante un conjunto de valores computacionales que no tienen una correspondencia directa con estas propiedades.

A raíz del trabajo de Tamura *et al.* [220], surgieron una serie de aproximaciones que proponen un modelado de textura basado en sus propiedades perceptuales. En este tipo de enfoque, no se considera tan importante que un descriptor tenga mucha capacidad de discriminar las texturas globalmente, sino que sea capaz de capturar las distintas propiedades interpretables por el ser humano, realizando una discriminación en base a la similitud de dichas propiedades. De esta forma, es natural asumir que los resultados obtenidos al aplicar este tipo de modelos coincidirán con lo esperado por el usuario, y, además, permitirán centrarse en aquellas propiedades de interés para una aplicación concreta.

Por otro lado, como se comentó en el capítulo 1, las propiedades perceptuales de la textura son imprecisas por propia naturaleza, por lo que algunos modelos propuestos en la literatura tratan de recoger esta imprecisión, generalmente mediante técnicas difusas. En la revisión bibliográfica realizada en esta sección se han diferenciado los modelos que plantean una caracterización de las propiedades perceptuales mediante valores precisos (sección 2.3.1) de aquellos que plantean un tratamiento difuso (sección 2.3.2).

### 2.3.1. Aproximaciones precisas para la caracterización de las propiedades perceptuales

Este tipo de aproximaciones plantean la caracterización de las distintas propiedades perceptuales de la textura mediante valores precisos, obtenidos a partir de medidas computacionales, normalmente basadas en estadísticos de segundo orden. Estas medidas tratan de capturar la presencia de estas propiedades en la imagen, en el sentido de que, cuanto mayor es el valor proporcionado por la medida, mayor (o menor) es la presencia de dicha propiedad. Podemos distinguir tres tipos de aproximaciones, según estén basadas en las medidas de Tamura, en las medidas de Amadasun o en las medidas de Abbadeni. A continuación se resume cada una de ellas.



### 2.3.1.1. Medidas de Tamura

El trabajo de Tamura, Mori y Yamawaki [220] es considerado como un referente en este tipo de aproximaciones. En él se definen seis medidas computacionales, correspondientes a las seis propiedades de la textura que ellos consideran más relevantes: el grosor, el contraste, la direccionalidad, la linealidad, la regularidad y la rugosidad. El cálculo de estas medidas, aunque es de naturaleza estadística, difiere del de los descriptores comentados en la sección 2.2.1, pues no se calcula una matriz concreta de la que extraer los distintos estadísticos, sino que cada descriptor se basa en un proceso de cálculo distinto con el fin de capturar la propiedad a la que caracteriza. Además, mediante experimentos psicológicos, Tamura *et al.* demostraron que las medidas propuestas tenían un alto grado de correspondencia con la percepción humana, sobre todo las asociadas al grosor, el contraste y la direccionalidad.

A partir de este trabajo, numerosas aproximaciones hicieron uso de estas medidas, conocidas como *medidas de Tamura*. Las distintas variantes que se pueden encontrar en la literatura no proponen modificaciones al proceso de cálculo de dichas medidas, sino que difieren en el conjunto seleccionado para modelar la textura. La mayoría de las aproximaciones coinciden en utilizar únicamente el grosor, el contraste y la direccionalidad [24, 98, 159, 202, 260], a raíz de los experimentos psicológicos realizados en [220]. Otros autores, como Luth *et al.* [160], plantean el uso de cuatro medidas para modelar la textura: grosor, direccionalidad, regularidad y linealidad.

Asimismo, existen varias aproximaciones que, aunque están basadas en las medidas de Tamura, no utilizan directamente los valores obtenidos como descriptores de textura. Autores como Howarth y Rüger [110] o Ortega *et al.* [188], proponen calcular las medidas de grosor, contraste y direccionalidad para cada píxel de la imagen (tomando ventanas alrededor de dichos píxeles), obteniendo histogramas tridimensionales que representan la distribución de estos valores, y extrayendo de ellos descriptores similares a los planteados para histogramas de color.

A pesar de que el trabajo inicial data del año 1978, las medidas de Tamura, y sus distintas variantes, siguen siendo muy utilizadas en la actualidad, principalmente en aplicaciones de recuperación basada en contenido. La razón de esta popularidad es que, al caracterizar propiedades interpretables por el ser humano, es posible desarrollar aplicaciones más adecuadas a la interacción con un usuario. Así, sistemas de recuperación tan conocidos como el QBIC (Query By Image Content) [184, 87], desarrollado por IBM, o el MARS (Multimedia Analysis and Retrieval System) [111, 188], utilizan descriptores de textura basados en las medidas de Tamura.

### 2.3.1.2. Medidas de Amadasun

El trabajo de Amadasun y King [11] es, después del de Tamura *et al.*, uno de los más populares en la caracterización de propiedades perceptuales de la textura. En este caso, se definen cinco medidas computacionales, correspondientes a las propiedades de grosor, contraste, ocupación, complejidad y solidez. El cálculo de dichas medidas se basa en una variante de la matriz de coocurrencia, denominada NGTDM (Gray Tone Difference Matrix), que recoge las diferencias de intensidad entre los píxeles de la imagen y su vecindad local. Al igual que en el trabajo de Tamura *et al.*, se realizaron experimentos psicológicos para demostrar el alto grado de correspondencia de estas medidas con la percepción humana.

En la literatura existen numerosas referencias al trabajo de Amadasun y King, apareciendo siempre junto al de Tamura *et al.* como las propuestas más significativas en el modelado de textura basado en propiedades perceptuales. Sin embargo, en la práctica, su aplicación es muy reducida, pues la mayoría de autores se suele decantar por las medidas de Tamura. Asimismo, tampoco existen aproximaciones destacables que planteen variaciones sobre las medidas de Amadasun.

### 2.3.1.3. Medidas de Abbadeni

El conjunto de medidas propuesto por Nouredine Abbadeni [6] es el más reciente de los tres que han sido considerados como los más representativos en este tipo de modelado de textura. En la propuesta original [6], y en base a los estudios realizados por Tamura *et al.*, se definen tres medidas computacionales, correspondientes a las propiedades de grosor, contraste y direccionalidad. En trabajos posteriores [5, 7, 1, 2, 4], Abbadeni planteó la incorporación de una cuarta medida, asociada a una propiedad que ya había sido contemplada por Amadasun y King, y que está muy relacionada con la finura: la ocupación (“busyness”).

El cálculo de estas medidas está basado en la función de auto-covarianza (o de auto-correlación, de la cual solo difiere en una constante de proporcionalidad), que es posiblemente una de las metodologías más intuitivas para la caracterización de las propiedades de la textura. Como es bien conocido, la correlación cruzada de una señal consigo misma resulta de gran utilidad para encontrar los patrones repetitivos dominantes, que, en el caso de la imagen, se corresponderían con las primitivas de textura. Así, las medidas de Abbadeni son extraídas de la matriz generada a partir de la función de auto-covarianza. Además, Abbadeni comparó dichas medidas con la percepción humana, encontrando un alto grado de correlación.

Al igual que ocurre con las medidas de Amadasun, la aplicación de las medidas de Abbadeni es prácticamente insignificante comparada con las de Tamura, quedando reducida a los trabajos del propio autor, que se

enfocan principalmente en la recuperación de imágenes basada en contenido [7, 1, 2, 3, 4]. Tampoco existen aproximaciones que planteen variaciones sobre dichas medidas, exceptuando las realizada por el propio Abbadeni.

### 2.3.2. Aproximaciones difusas para la caracterización de las propiedades perceptuales

Las propiedades utilizadas por los seres humanos para describir la textura son imprecisas por propia naturaleza, en el sentido de que no podemos establecer umbrales precisos con los que diferenciar las texturas que cumplen una propiedad de aquellas que no la cumplen. Por ese motivo, varios autores proponen recoger dicha imprecisión en el modelado de textura, y la herramienta más común para ello es la lógica difusa.

La mayoría de las aproximaciones difusas presentes en la literatura surgen en el campo de la recuperación de imágenes basada en contenido, donde la información semántica es tratada mediante conjuntos difusos [10, 154, 236]. En este tipo de propuestas, se parte de ciertas medidas de bajo nivel que son capaces de capturar las distintas propiedades de la textura (como las medidas de Tamura), y se realiza un mapeo de los valores proporcionados por ellas, que son precisos, a conceptos de alto nivel, del tipo “muy gruesa”, “poco direccional” o “algo contrastada”. Para realizar este mapeo, se definen funciones de pertenencia a cada conjunto difuso sobre el dominio de las medidas computacionales. En este tipo de enfoque, podemos destacar las aproximaciones propuestas por Chiu, Lin y Yang [62, 63, 64, 153, 154], por Kulkarni y Verma [137, 236], por Aboulmagd *et al.* [10] y por Idrissi *et al.* [112]. A continuación se resumen brevemente cada una de ellas.

#### 2.3.2.1. Aproximación de Chiu, Lin y Yang

Los primeros trabajos de Chiu, Lin y Yang [62, 153], que datan de 2001, pueden ser considerados como un referente en este tipo de modelado de textura. En ellos, se propone el uso de las seis propiedades de textura definidas por Tamura *et al.*, estableciendo una partición difusa sobre el dominio de cada una de las medidas computacionales. Cada partición está formada por cinco conjuntos difusos, los cuales tienen asociadas unas etiquetas lingüísticas relativas a la propiedad de textura que caracterizan (por ejemplo, para la propiedad de grosor, proponen el uso de las etiquetas “muy gruesa”, “gruesa”, “medio gruesa”, “fina” y “muy fina”). El cálculo de las funciones de pertenencia, que tienen forma triangular, se realiza mediante un algoritmo de agrupamiento difuso de los valores de las medidas extraídos de una base de datos de imágenes de textura.

Así, Chiu, Lin y Yang plantean de forma general una metodología que permite la descripción semántica de las texturas, y particularizan su uso en una aplicación de recuperación de imágenes basada en contenido (conocida

como *LinStar Texture*). A partir de esos dos primeros trabajos, estos autores se centran en el desarrollo de la aplicación, basándose en la descripción semántica obtenida. Así, en [63, 64] proponen un conjunto de reglas difusas y medidas de similitud que permiten realizar consultas semánticas en la recuperación, y en [154] plantean la posibilidad de retroalimentar el sistema para que el usuario pueda refinar los resultados.

#### 2.3.2.2. Aproximación de Kulkarni y Verma

En [137] y [236], Kulkarni y Verma proponen una aproximación muy similar a la de Chiu, Lin y Yang para el modelado de textura. En ella, también plantean el uso de las seis propiedades definidas por Tamura *et al.*, y establecen una partición en cinco conjuntos difusos sobre el dominio de cada medida. La única diferencia es que, en este caso, las funciones de pertenencia no se obtienen mediante un algoritmo de agrupamiento difuso, sino que se realiza una distribución uniforme de ellas a lo largo del dominio de la medida. Asimismo, plantean el uso de este modelo difuso de textura, en combinación con otro modelo difuso de color, para una aplicación de recuperación.

#### 2.3.2.3. Aproximación de Aboulmagd *et al.*

En [10], Aboulmagd, El-Gayar y Onsi proponen un modelado difuso de textura basado únicamente en las tres propiedades consideradas como más relevantes por Tamura *et al.*: el grosor, el contraste y la direccionalidad. Para definir la partición difusa sobre cada medida, hacen referencia a los trabajos de Chiu, Lin y Yang, aplicando el mismo algoritmo de agrupamiento difuso propuesto por ellos para obtener cinco funciones de pertenencia triangulares. Este modelo de textura es usado, en combinación con otros modelos de color y tamaño de objetos, en tareas de recuperación de imágenes.

#### 2.3.2.4. Aproximación de Idrissi *et al.*

El modelado de textura propuesto por Idrissi, Martínez y Aboutajdine en [112] tiene un enfoque distinto a los tres anteriores. Una de las novedades planteadas en este trabajo es el uso de estadísticos de Haralick [105], basados en las matrices de coocurrencia, en lugar de las medidas de Tamura, que es lo más común por su relación directa con las propiedades perceptuales. En concreto, proponen el uso de los estadísticos de energía, entropía, varianza y correlación, y plantean asociar dichas medidas computacionales con las propiedades de homogeneidad, grosor, contraste y uniformidad, respectivamente. En este caso, se definen tres etiquetas lingüísticas para cada una de esas propiedades, mediante los modificadores semánticos “poco”, “medio” y “muy”. Sin embargo, la partición del dominio de la medida no es realmente difusa, sino que ajustan dos valores umbrales que delimitan las

tres clases. Al igual que en las aproximaciones anteriores, aunque el modelo de textura tiene carácter genérico, se particulariza su uso en una aplicación de recuperación.

## Capítulo 3

# Propiedades de textura: la finura

*La gente cree que centrarse significa decir sí a la cosa en la que tienes que centrarte. Pero no es eso lo que significa. Lo importante es decir no a las cien otras buenas ideas que hay. Tienes que elegir cuidadosamente.*

Steve Jobs

En este capítulo se analizará con detalle una de las propiedades más importantes en el análisis de la textura: la finura. En primer lugar, se realizará un estudio sobre la percepción de esta propiedad, donde, a partir de un conjunto de sujetos encuestados, se recopilarán valoraciones humanas acerca del grado de finura percibido en distintas imágenes de textura. En segundo lugar, se realizará un estudio comparativo entre las medidas de finura más representativas de la literatura, analizando tanto su relación con la percepción humana de finura, como su robustez frente a las variaciones de ciertas características de la imagen, como el brillo, el contraste, el ruido o el tamaño. En un tercer estudio, se aplicará un análisis de distinguibilidad sobre esas medidas de finura, lo que permitirá obtener el número de clases de finura que es capaz de discriminar cada una de ellas.

### 3.1. Introducción

La textura es una de las características de bajo nivel más usada en el análisis automático de imágenes, pero también es una de las más difíciles de caracterizar, debido a la imprecisión del propio concepto [27, 87, 114]. Como se comentó en el capítulo 1, aunque no existe una definición formal y exacta del concepto de textura, lo más usual para el ser humano es describir las texturas visuales de acuerdo a ciertas propiedades basadas en la percepción, como la finura/grosor, la direccionalidad, el contraste o la regularidad [11, 204, 220].

De entre todas las propiedades de la textura, la más importante desde el punto de vista perceptual es probablemente la finura/grosor, siendo muy común el asociar directamente la presencia de textura en una zona de la imagen con la presencia de finura en dicha textura. Mediante esta propiedad, el ser humano es capaz de describir cómo de finas o cómo de gruesas son las primitivas (o texels) que componen la textura. Una textura puede considerarse fina cuando las primitivas que la forman son muy pequeñas, existiendo rápidas variaciones en el nivel de gris entre píxeles vecinos (como ocurre con la imagen de la Figura 3.1(b)). Por el contrario, si las primitivas de textura son grandes y la variación en el nivel de gris de los píxeles no es tan rápida, se dice que la textura es gruesa (como sucede con la imagen de la Figura 3.1(i)). Además, debe tenerse en cuenta que la finura/grosor de una textura hace siempre referencia a la dimensión en la cual la primitiva tiene un menor tamaño (lo que podría considerarse como el “ancho” de los texels, frente a la dimensión de mayor tamaño, que sería el “largo” de estos<sup>1</sup>). En este sentido, podemos considerar que la textura mostrada en la Figura 3.1(e) es más fina que la de la Figura 3.1(i). Nótese que “grosor” y “finura” son conceptos opuestos, aunque relacionados con la misma propiedad de la textura. En esta Tesis, proponemos modelar la “finura” en lugar del “grosor”, pues tiene la ventaja de que la presencia máxima de finura en las texturas de las imágenes se corresponde con el tamaño del píxel. Por eso, a partir de ahora usaremos siempre el término “finura” para referirnos a esta propiedad.

Existen algunos trabajos, como [204], donde los autores no consideran que la finura sea una propiedad fundamental de la textura. Esto se debe a que dichos estudios están enfocados hacia la similitud de imágenes, donde la identificación de los objetos por parte de los usuarios, debido al conocimiento previo que ya poseen, influye en su decisión y cancela la importancia del tamaño del objeto (relacionado con la finura de las texturas que lo componen). Sin embargo, existen otras muchas tareas, como la recuperación basada en contenido (CBIR) [110, 137, 154] o el reconocimiento de patrones [83, 100, 235], donde la finura sí se presenta como una propiedad fundamental

---

<sup>1</sup>Las diferencias de tamaño entre el “ancho” y el “largo” de los texels pueden ser descritas mediante otra de las propiedades perceptuales de la textura: la direccionalidad.

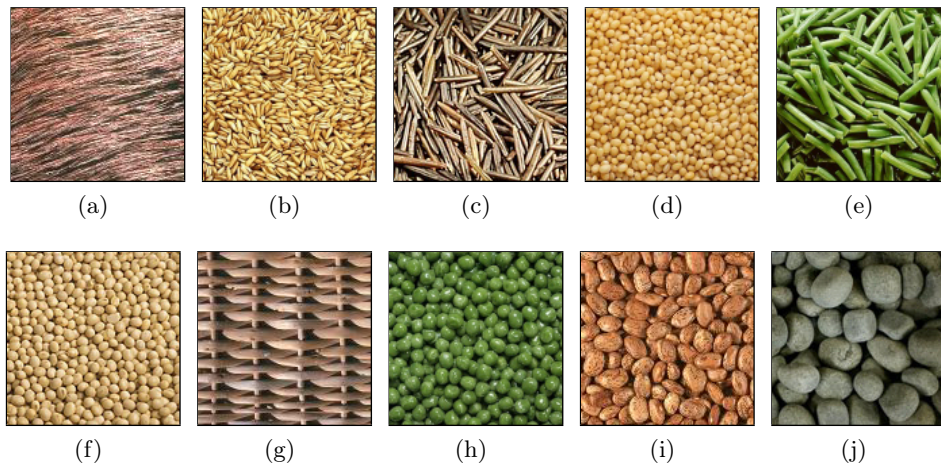


Figura 3.1: Ejemplos del conjunto de imágenes de textura  $\mathcal{I}$  utilizado en la encuesta.

en el análisis de las texturas.

En los siguientes capítulos se describirá la metodología general propuesta en esta Tesis para modelar las propiedades de textura, y, para ilustrar dicha descripción, se usará como ejemplo la propiedad de finura (posteriormente, esa metodología será aplicada también sobre otras propiedades). Como se verá en dichos capítulos, el modelado propuesto se basa en la relación entre las medidas computacionales de finura y la percepción humana de esta propiedad. Por eso, en este capítulo se han realizado los estudios previos sobre las medidas y la percepción de finura, que serán necesarios para abordar la metodología propuesta. Nótese que, si se desean modelar otras propiedades de la textura, será necesario repetir estos estudios para dichas propiedades.

En concreto, en este capítulo se han realizado tres estudios:

- 1) **Estudio sobre la percepción de finura.** El objetivo de este estudio es obtener información acerca de la “percepción humana de finura” en distintas imágenes de textura. Para ello, se ha reunido un conjunto de imágenes que cubren diferentes grados de presencia de finura y se han usado para recopilar, a partir de un conjunto de sujetos encuestados, valoraciones humanas sobre la percepción de esta propiedad en cada una de ellas. La descripción del conjunto de imágenes de textura, así como la forma de obtener las valoraciones, se detalla en la sección 3.2.
- 2) **Estudio comparativo de las medidas de finura.** El objetivo de este estudio es comparar las distintas medidas de finura empleadas en esta Tesis en términos de concordancia con la percepción humana y robustez. Para ello, por un lado, se ha analizado la relación entre los valores proporcionados por las medidas y la percepción humana



de finura, extraída del estudio anterior; por otro lado, se ha analizado la estabilidad de los valores de las medidas frente a las variaciones de ciertas características de la imagen, como el brillo, el contraste, el ruido o el tamaño. Este estudio es descrito en la sección 3.3.

- 3) **Análisis de distinguibilidad.** El objetivo de este estudio es analizar la habilidad de cada una de las medidas de finura empleadas en esta Tesis para discriminar entre diferentes categorías de esta propiedad. Dicho análisis se realizará aplicando un conjunto de *test de comparación múltiple* a estas medidas, en base a la información sobre la percepción humana de finura obtenida previamente. La descripción de este estudio se detalla en la sección 3.4.

## 3.2. Estudio sobre la Percepción de Finura

En esta sección se describe el método propuesto para obtener las valoraciones sobre la percepción humana de finura asociadas a un conjunto de imágenes de textura. Para ello, en primer lugar se seleccionará dicho conjunto de imágenes de textura, que notaremos  $\mathcal{I}$  (sección 3.2.1). Seguidamente, se realizará una encuesta para obtener las correspondientes valoraciones humanas sobre la finura percibida en dichas imágenes (sección 3.2.2). Finalmente, para cada una de las imágenes, se agregarán las valoraciones de los distintos sujetos que han realizado la encuesta (sección 3.2.3).

### 3.2.1. El Conjunto de Imágenes de Textura

Para esta Tesis, se ha seleccionado un conjunto  $\mathcal{I} = \{I_1, \dots, I_N\}$  de  $N = 80$  imágenes representativas del concepto de *finura* (en la Figura 3.1 se muestran algunas de ellas). Dicha selección se ha realizado principalmente sobre la conocida colección de imágenes de textura *VisTex* (Vision Texture) [196], ampliamente usada en la literatura para el análisis de texturas. El conjunto de imágenes  $\mathcal{I}$  ha sido seleccionado satisfaciendo las siguientes propiedades:

- Cubrir los diferentes grados de percepción de finura.
- El número de imágenes por cada grado de percepción debe ser suficientemente representativo.
- Cada imagen debe mostrar, en la medida de lo posible, un único grado de percepción de finura.

Gracias a la tercera propiedad, cada imagen puede ser vista como “homogénea” respecto al grado de finura representado, es decir, si seleccionamos dos ventanas aleatorias de esa imagen (con una dimensión que no “rompa”

la primitiva de textura original), la finura percibida será la misma tanto en ambas ventanas como en la imagen original. En otras palabras, podemos considerar cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  como un conjunto de imágenes de menor dimensión (ventanas) con la misma finura que la original.

### 3.2.2. La Encuesta

Dado el conjunto de imágenes  $\mathcal{I}$ , el siguiente paso es obtener valoraciones sobre la percepción de finura de un conjunto de sujetos. De ahora en adelante, notaremos  $\Theta^i = [o_1^i, \dots, o_L^i]$  al vector de valoraciones obtenidas a partir de  $L$  sujetos para la imagen  $I_i$ . Se han considerado dos alternativas para obtener  $\Theta^i$ :

- Pedir a los sujetos que asignen un grado de finura entre 0 y 1 a cada imagen del conjunto.
- Pedir a los sujetos que asignen las imágenes a clases, donde cada clase tiene asociado un grado de finura distinto. En nuestra propuesta, se han considerado 9 clases y se ha asociado una imagen ejemplo representativa del grado de finura correspondiente a cada clase. Así, la clasificación de las imágenes resulta más sencilla para los sujetos, que solo deben realizar una comparación visual.

La primera alternativa permite a los sujetos tener una mayor libertad para valorar el grado de presencia de finura en la imagen. Sin embargo, según nuestra experiencia, puede resultar muy complicado para una persona el asignar un valor entre 0 y 1 que represente el grado de presencia de cierto concepto relacionado con la textura, en este caso la finura (excepto en el caso de ambos extremos: máxima presencia del concepto, que implica grado 1, y mínima presencia del concepto, grado 0). Por eso, esta alternativa fue descartada.

Dicho problema es resuelto usando la segunda alternativa. En este caso, los sujetos encuestados no tienen que asignar un valor a las distintas imágenes, sino asignarlas a clases. Esta alternativa sigue permitiendo a los sujetos valorar el grado de presencia de finura en las imágenes, pero sin tener que dar un dato numérico. Una de las clases representa el grado de presencia 1 para el concepto de finura, es decir, una textura muy fina. En nuestra propuesta, las imágenes representativas consideradas para esta clase son las empleadas tradicionalmente en la literatura para definir texturas muy finas [36]. Un ejemplo que refleja este grado de finura se aprecia en la imagen mostrada en la Figura 3.1(a). Otra de las clases representa el grado de presencia 0 para el concepto de finura. En este caso, las imágenes representativas consideradas para esta clase también son las usadas tradicionalmente en la literatura para definir texturas muy gruesas. En la Figura 3.1(i) se muestra un ejemplo de este grado de finura. Se debe tener

en cuenta que aquellas texturas que sean más gruesas que la mostrada como ejemplo, también serán clasificadas en esta misma clase. El resto de clases representan grados de presencia del concepto de finura entre 0 y 1, es decir, primitivas de textura escaladas en tamaño entre las dos anteriores.

En el Apéndice A se muestra la plantilla de la encuesta realizada para esta Tesis. Concretamente, en dicha encuesta han participado 20 sujetos y se han considerado 9 clases diferentes para representar el grado de percepción de finura. Las primeras nueve imágenes de la Figura 3.1 muestran las imágenes representativas de cada clase usadas en esta encuesta. Como se puede apreciar, estas imágenes están ordenadas en orden decreciente en cuanto al grado de presencia del concepto de finura.

Como resultado, para cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ , se ha obtenido un vector de 20 valoraciones  $\Theta^i = [o_1^i, \dots, o_{20}^i]$ . El grado  $o_j^i$  asociado a la valoración dada por el sujeto  $S_j$  para la imagen  $I_i$  es calculado como  $o_j^i = (9 - k) \cdot 0,125$ , donde  $k \in \{1, \dots, 9\}$  es el índice de la clase  $C_k$  a la cual el sujeto ha asignado la imagen.

### 3.2.3. Agregación de valoraciones

Nuestro objetivo en este punto es obtener, para cada imagen perteneciente al conjunto  $\mathcal{I}$ , una única valoración  $v^i$  que resuma todas las valoraciones  $\Theta^i$  dadas por los sujetos encuestados sobre el grado de percepción de finura. Para agregar esas opiniones se ha usado un operador OWA (Ordered Weighted Averaging) guiado por un cuantificador lingüístico [250]. En concreto, se ha empleado el cuantificador “la mayoría”, que, como su propio nombre indica, permite representar la opinión de la mayoría de los sujetos encuestados. Este cuantificador se define como

$$Q(r) = \begin{cases} 0 & \text{if } r < a, \\ \frac{r-a}{b-a} & \text{if } a \leq r \leq b, \\ 1 & \text{if } r > b \end{cases} \quad (3.1)$$

con  $r \in [0, 1]$ ,  $a = 0,3$  y  $b = 0,8$ . Una vez elegido el cuantificador  $Q$ , el vector de pesos del operador OWA puede ser obtenido, según [250], como  $w_j = Q(j/L) - Q((j-1)/L)$ ,  $j = 1, 2, \dots, L$ . Así, para cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ , el vector  $\Theta^i$  obtenido a partir de los  $L$  sujetos encuestados será agregado en una única valoración  $v^i$  de la siguiente forma:

$$v^i = w_1 \hat{o}_1^i + w_2 \hat{o}_2^i + \dots + w_L \hat{o}_L^i \quad (3.2)$$

donde  $[\hat{o}_1^i, \dots, \hat{o}_L^i]$  es un vector obtenido ordenando en orden decreciente los valores del vector  $\Theta^i$ . En el Apéndice A se muestra el conjunto de imágenes  $\mathcal{I}$  junto con la valoración  $v^i$  correspondiente a cada imagen.

Obsérvese que otra posibilidad sería no agregar la opinión de los sujetos encuestados en una única valoración, sino hacer uso de todas las valoraciones

$\Theta^i$  para el modelado de la propiedad de finura. En ese caso, debería emplearse una aproximación que tuviese en cuenta tanto la imprecisión asociada al concepto de “finura”, como la incertidumbre en la percepción de esta propiedad de los distintos sujetos encuestados. Esta aproximación será considerada en trabajos futuros.

### 3.3. Estudio Comparativo de las Medidas de Finura

En la literatura existe una gran variedad de medidas que, dada una imagen, tratan de capturar la presencia de finura, en el sentido de que cuanto mayor es el valor dado por la medida, más fina/gruesa es la textura [11, 104]. Cada medida se basa en una técnica de análisis distinta, por lo que no todas se comportan igual. Por un lado, unas son capaces de representar mejor la finura que otras, es decir, los valores computacionales proporcionados son más acordes a la percepción humana de dicha propiedad. Por otro lado, algunas medidas son más robustas que el resto frente a la variación de otras características de la imagen, como los cambios en el brillo, el contraste, el ruido o el tamaño de la ventana a analizar. En la sección 3.3.1 se resumen brevemente las distintas medidas de finura utilizadas en esta Tesis, en las secciones 3.3.2 y 3.3.3 se describen los estudios de robustez y concordancia con la percepción humana aplicados sobre dichas medidas, y en la sección 3.3.4 se muestra el análisis comparativo entre las distintas medidas de acuerdo a esos estudios.

#### 3.3.1. Resumen de las medidas

Como se comentó en la revisión bibliográfica del capítulo 2, podemos encontrar en la literatura varias medidas que fueron creadas especialmente para caracterizar la propiedad de grosor/finura de la textura (definidas en las aproximaciones de Tamura *et al.* [220], Amadasun y King [11] y Abbadeni [6]). Sin embargo, existen muchas otras medidas que, aunque no fueron pensadas directamente para tal fin, tienen cierta relación con esta propiedad de la textura, siendo capaces de capturar, con mayor o menor acierto, la presencia de finura en la imagen, como por ejemplo, la dimensión fractal o algunos de los estadísticos extraídos de las matrices de coocurrencia. En esta Tesis se han utilizado 17 de las medidas de finura más representativas de la literatura, que se enumeran a continuación mediante el nombre con el que serán notadas a partir de ahora.

- **Medida de Tamura:** se trata de la medida de grosor definida por Tamura *et al.* en [220], que calcula el valor medio del nivel de gris para ventanas de distinto tamaño y realiza comparaciones entre ventanas contiguas buscando la escala que coincida con el tamaño del texel.

- **Medida de Amadasun:** es la medida de grosor definida por Amadasun y King en [11], que se calcula a partir de la matriz NGTDM, y se basa en la idea de que, para textura gruesas, la diferencia entre el nivel de gris de cada píxel y el valor medio de su vecindad será pequeña.
- **Medida de Abbadeni:** es la medida de grosor propuesta por Nouredine Abbadeni en [6], que hace uso de la función de autocovarianza, que genera máximos locales cuando el desplazamiento es proporcional al tamaño de los texels.
- **Medida ED:** la densidad de frontera (Edge Density), es una de las medidas más intuitivas, pues estima la finura mediante el porcentaje de píxeles frontera presentes en la imagen (correspondientes a fronteras entre texels), empleando para ello el detector de bordes de Canny [40].
- **Medida FD:** se trata de la dimensión fractal (Fractal Dimension), que está muy relacionada con la propiedad de finura, en el sentido de que cuanto mayor es esta medida, más fina es la textura presente en la imagen. La técnica utilizada en esta Tesis para estimar la dimensión fractal se basa en el “método de la cubierta”, propuesto por Peleg en [194].
- **Medida Correlation, medida Contrast, medida LH, medida Entropy, medida Uniformity y medida Variance:** se trata de los estadísticos de correlación, contraste, homogeneidad local, entropía, uniformidad y varianza definidos por Haralick *et al.* en [105], y que son extraídos de la matriz de coocurrencias de niveles de gris (GLCM). La capacidad de estos estadísticos para capturar la finura se basa en la idea de que, para texturas gruesas, apenas existirán elementos distintos de cero fuera de la diagonal principal de la matriz GLCM.
- **Medida SRE:** es el estadístico de “énfasis en secuencias cortas” (Short Run Emphasis) definido por Galloway en [90], y que se extrae de la matriz de longitud de secuencia (GLRLM). El valor proporcionado por esta medida tiene relación con la finura en el sentido de que, para texturas finas, serán más numerosas las secuencias cortas de píxeles con el mismo nivel de gris que las secuencias largas.
- **Medida SNE:** es el estadístico de “énfasis en el número pequeño” (Small Number Emphasis) definido por Sun *et al.* en [218], y que se aplica sobre la matriz NGLDM (Neighboring Gray Level Dependence Matrix), la cual recoge, para cada nivel de gris, cuantos píxeles de la vecindad tienen un nivel de gris similar. De esta forma, si la textura es fina, habrá una mayor ocurrencia de píxeles que tengan un número pequeño de vecinos con valor similar.

- **Medida de Weszka:** es el estadístico propuesto por Weszka *et al.* en [244] para extraer el valor promedio del vector que recoge las diferencias en el nivel de gris (GLD). En este caso, es posible estimar la finura en el sentido de que, para texturas finas, estas diferencias son mayores.
- **Medida DGD:** es el estadístico acerca de la distribución de las diferencias en el nivel de gris (Distribution of Gray Level Difference), definido por Kim *et al.* en [134]. Se basa en la idea de que, para texturas gruesas, existirán elementos del vector GLD con valores muy altos (los correspondientes a diferencias pequeñas en el nivel de gris).
- **Medida de Newsam:** se trata de la medida definida por Newsam y Kammath en [182], que se basa en el espectro de potencia de Fourier de la imagen, y que es calculada como la media del espectro de potencia sobre regiones con forma de anillos concéntricos alrededor del origen. En este caso, como las texturas gruesas tienen casi toda su potencia concentrada cerca del origen, es posible capturar la presencia de finura en la imagen tomando anillos relativamente alejados de él.
- **Medida FMPS:** se trata del primer momento del espectro de potencia (First Moment of the Power Spectrum) [253], y es calculado como el valor medio del espectro de potencia de Fourier de la imagen. Dicho valor puede ser utilizado para caracterizar la finura, pues será mayor para texturas más finas.

### 3.3.2. Estudio de la robustez de las medidas

En esta sección se analizará la robustez de las medidas de finura indicadas en la sección anterior frente a las variaciones de otras características de la imagen, como el brillo, el contraste, el ruido o el tamaño. Para ello, se propone aplicar dichas medidas sobre un conjunto de imágenes de textura, a las que se irá variando progresivamente las características mencionadas, comprobando cómo afecta esto al valor de las medidas. En este estudio se usará el mismo conjunto de imágenes  $\mathcal{I} = \{I_1, \dots, I_N\}$  empleado en la sección 3.2.1 para obtener las valoraciones humanas sobre la percepción de finura. A partir de ahora notaremos  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_K\}$ , con  $K = 17$ , al conjunto de medidas de finura descrito en la sección anterior, y notaremos  $m_k^i$  al valor calculado al aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{P}$  sobre la imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ .

#### 3.3.2.1. Robustez frente a variaciones de brillo, contraste y ruido

Es deseable que las condiciones de iluminación o las características de la cámara fotográfica con las que se toman las imágenes no influyan en el valor de la medida de finura aplicada. Esto implica una robustez de la medida frente a variaciones en las características de brillo y contraste de

las imágenes. Asimismo, también es deseable que las medidas sean robustas frente al posible ruido generado por la toma o la compresión de las imágenes. En la práctica, unas medidas son más robustas que otras frente a cambios de brillo, contraste y ruido en las imágenes, y el objetivo del presente estudio consiste en calcular un valor numérico que permita cuantificar esta robustez y comparar las distintas medidas entre sí. Para ello, como se ha comentado, se realizará una variación progresiva de cada característica sobre el conjunto de imágenes  $\mathcal{I}$ , analizando la estabilidad del valor de la medida ante estas variaciones.

Para cambiar cada característica de la imagen se ajustará un parámetro  $r$ , que es diferente en cada caso. En el caso del brillo,  $r$  es el valor que se añade al nivel de gris de cada píxel de la imagen, es decir, si  $f(x, y)$  es el valor original del píxel, su valor una vez modificado el brillo será  $g(x, y) = f(x, y) + r$ . En el caso del contraste, el parámetro  $r$  es el factor multiplicativo en la transformación definida como  $g(x, y) = (f(x, y) - 128)r + 128$ . Finalmente, en el estudio de la robustez frente al ruido, se contaminarán las imágenes de la base de datos con un ruido aditivo que variará el valor de cada píxel según la forma  $g(x, y) = f(x, y) + r \cdot e(x, y)$ , donde  $e(x, y)$  representa una señal de ruido blanco gaussiano de varianza unidad.

A partir de ahora notaremos  $m_k^{i,r}$  al valor calculado al aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{P}$  a la imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  una vez modificada la característica (brillo, contraste o ruido) con el parámetro  $r$ . Idealmente, el valor de la medida permanecerá prácticamente constante para pequeñas variaciones del parámetro  $r$ , es decir, es de esperar que  $m_k^{i,r} \approx m_k^i$  si  $r$  es pequeño. Sin embargo, por cada medida  $P_k \in \mathcal{P}$  y cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  existirá un valor crítico de  $r$ , que notaremos  $r_c$ , en el cual  $m_k^{i,r}$  comienza a variar considerablemente. Así, este valor delimitará el intervalo de posibles valores de  $r$  donde la medida es estable.

Para obtener el valor crítico  $r_c$ , en primer lugar calculamos la función de error acumulado, definida de la siguiente forma:

$$AE_k^i(x) = \sum_{r=0}^{r=x} (m_k^{i,r} - m_k^i) \quad (3.3)$$

Idealmente, esta función de error debería permanecer muy cercana a cero para pequeños valores de  $x$ , y crecer rápidamente a partir del valor  $r_c$  buscado. Esto implica que la derivada de esta función de error tendrá una pendiente máxima en el valor buscado, o lo que es lo mismo, que la segunda derivada (laplaciana) tendrá un máximo local significativo. Así, se propone aplicar el filtro *Laplaciano de la Gaussiana* (LoG) sobre la función  $AE_k^i(x)$ , calculando  $r_c$  como el valor donde se alcanza el primer máximo local significativo de la función filtrada (se ha considerado que un máximo es significativo si su valor es superior a una cuarta parte del máximo global de la función). Para cada medida  $P_k$  y cada imagen de  $\mathcal{I}$ , el intervalo  $[r_0, r_c]$  nos

indicará el conjunto de valores donde la medida es estable, siendo  $r_0$  el valor inicial del parámetro (correspondiente a la no variación de la característica). Así para cada medida  $P_k$  definiremos un “Rango de Estabilidad” (RoS) para cada característica, que se calculará como la media (sobre  $\mathcal{I}$ ) de las longitudes de esos intervalos. Este “Rango de Estabilidad” será usado como una medida de bondad de la robustez de  $P_k$  frente a la variación de esa característica.

En el estudio del brillo, se ha variado el parámetro  $r$  desde 0 a -250 y desde 0 a 250, en pasos de -10 y 10, respectivamente. De esta forma, se han calculado dos valores de  $r_c$ , uno para valores positivos de  $r$  y otro para valores negativos, y en ambos casos  $r_0 = 0$ . Para estudiar la robustez frente a variaciones en el contraste, el parámetro  $r$  se ha incrementado desde 1 a 21.113 multiplicando en cada paso por un factor 1.1, y se ha decrementado desde 1 a 0.047 dividiendo en cada paso por 1.1. Así, se obtienen dos valores de  $r_c$ , uno para el incremento del contraste y otro para el decremento, y en ambos casos  $r_0 = 1$ . La elección del paso 1.1 permite que el incremento/decremento del contraste en cada iteración no sea muy elevado, para conseguir cierta precisión en la búsqueda del valor de  $r_c$ , pero lo suficiente para cubrir un rango amplio de contraste sin necesidad de demasiadas muestras. En el estudio del ruido, el parámetro  $r$  se ha variado desde 0 a 15 en pasos de 0.2. En este caso, solamente es necesario calcular un valor de  $r_c$ .

La segunda, tercera y cuarta columnas de la Tabla 3.1 muestran, para cada una de las medidas de finura indicadas en la sección 3.3.1, el “rango de estabilidad” para el brillo, el contraste y el ruido, respectivamente. En el caso del contraste, los valores son expresados en una escala logarítmica usando una base de valor 1.1 (el factor multiplicativo empleado en la transformación). Como se puede apreciar en las columnas 2 y 3, las medidas de *Tamura*, *Correlation*, *Newsam* y *FMPS* son las que tienen un mayor rango de estabilidad para el brillo y el contraste, destacando sobre el resto. En cambio, medidas como *Contrast*, *Variance* o *Uniformity* tienen un comportamiento muy pobre en ambos estudios. En el caso del ruido (columna 4), las medidas con mayor robustez son las de *Tamura* y *Newsam*, mientras que las más sensibles a este factor son las medidas *SNE* y *Variance*. En la sección 3.3.4 se hará uso de estos resultados, junto con los de las secciones 3.3.2.2 y 3.3.3, para extraer las conclusiones finales acerca de este estudio comparativo entre las distintas medidas de finura.

### 3.3.2.2. Robustez frente a cambios en el tamaño de la imagen

En este estudio se comprobará si los valores obtenidos por cada medida son independientes del tamaño de la imagen sobre la que se aplica. Para ello se tomarán ventanas de distintos tamaños en las imágenes de  $\mathcal{I}$  y se compararán los valores obtenidos al aplicar las medidas sobre dichas ventanas. A partir de ahora notaremos  $m_k^{i,tw}$  al valor obtenido al aplicar



la medida  $P_k$  sobre la  $w$ -ésima ventana de tamaño  $t \times t$  tomada en la imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ . Para cada imagen de  $\mathcal{I}$  se ha considerado un conjunto de  $W = 100$  ventanas equidistribuidas para cada tamaño  $t \times t$  y se ha usado la media de los valores de las medidas como valor representativo de ese tamaño. Así, a partir de ahora, notaremos

$$r_k^{i,t} = \frac{1}{W} \sum_{w=0}^W m_k^{i,t,w} \quad (3.4)$$

al valor representativo de la imagen  $I_i$  para el tamaño  $t \times t$ . En esta Tesis, dicho valor representativo es calculado para todos los posibles tamaños entre  $128 \times 128$  (tamaño original de las imágenes) y  $64 \times 64$  píxeles.

En nuestra propuesta, se ha considerado que, si existe una variación significativa entre los valores representativos de distintos tamaños, la medida tiene dependencia con el tamaño. Dada una imagen  $I_i$ , notaremos

$$d_{k,i}^{m,n} = \frac{|r_k^{i,m} - r_k^{i,n}|}{r_k^{i,128}} \quad (3.5)$$

a la diferencia entre los valores representativos para los tamaños  $m \times m$  y  $n \times n$ , expresada como un porcentaje con respecto al valor de la medida original de esa imagen (la de tamaño  $128 \times 128$ ). Consideraremos que la medida  $P_k$  tiene independencia del tamaño si este porcentaje es menor del 5% en todos los posibles casos, es decir, si  $d_{k,i}^{m,n} < 5\%$ ,  $\forall I_i \in \mathcal{I}$ ,  $\forall m, n = 64, \dots, 128$ .

En la quinta columna de la Tabla 3.1 se indica si la medida correspondiente es dependiente del tamaño de la imagen o no. Como se puede apreciar, cuatro de las medidas de finura estudiadas (*Newsam*, *FMPS*, *Entropy* y *Uniformity*) tienen dependencia con el tamaño, por lo que a partir de ahora no serán tenidas en cuenta en esta Tesis.

### 3.3.3. Estudio de la relación con la percepción

El objetivo de este estudio es identificar aquellas medidas que encajan mejor con la percepción humana de finura. Para ello, se realizará un análisis similar al aplicado por Tamura en [220], donde se compara la ordenación de un conjunto de imágenes de textura obtenida de acuerdo a los valores de la medida computacional con la ordenación dada por humanos según su percepción de finura. En nuestra aproximación, también se propone usar para este estudio el conjunto de imágenes de textura  $\mathcal{I}$ , así como las valoraciones  $v^i$  obtenidas en la sección 3.2.

Dada una medida  $P_k \in \mathcal{P}$ , se realizarán dos ordenaciones distintas de las imágenes de  $\mathcal{I}$ , una de acuerdo a los valores  $m_k^i$  obtenidos al aplicar la medida sobre dichas imágenes y la otra de acuerdo a las

valoraciones humanas  $v^i$ , y se analizará la relación existente entre ambas ordenaciones mediante un estadístico de orden. En esta Tesis se ha escogido el *Coefficiente de Correlación de Orden de Spearman* [217], que es una herramienta ampliamente usada en este tipo de problemas. Este estadístico permite determinar la correlación de datos de carácter ordinal midiendo la concordancia o discordancia entre las clasificaciones, obteniendo así valores mayores para aquellas medidas cuyos resultados son más acordes con la percepción humana de finura.

La sexta columna de la Tabla 3.1 muestra el coeficiente de correlación de orden de Spearman para cada una de las medidas de finura estudiadas. Como se puede apreciar, los mayores coeficientes corresponden a las medidas de *Correlation*, *ED* y *Amadasun*, lo que indica una alta concordancia entre la ordenación obtenida a partir de estas medidas y la obtenida a partir de las valoraciones humanas. La medida *Variance*, por el contrario, tiene un coeficiente extremadamente pequeño, lo que implica que la información proporcionada por ella no es representativa de la percepción humana de finura, por lo que tampoco será usada en esta Tesis.

#### 3.3.4. Conclusiones del estudio comparativo

En esta sección se analizarán los resultados de los estudios de robustez y concordancia con la percepción humana descritos en los apartados anteriores, con el objetivo de establecer una ordenación de las medidas de finura de acuerdo a su comportamiento general. Como se puede apreciar de la segunda a la sexta columna de la Tabla 3.1, los resultados proporcionados por los distintos estudios no son directamente comparables entre sí. Por eso, para poder agregar los valores correspondientes a distintas columnas, se han usado tres “puntuaciones” (mostradas en las columnas 7, 8 y 9 de la Tabla 3.1) cuyo cálculo se describe a continuación.

La séptima columna muestra la “puntuación de robustez”, que es obtenida combinando la información de las columnas 2, 3 y 4. Para hacer esto, en primer lugar, los valores de las tres columnas han sido normalizados por el máximo de cada columna, con lo que, no solo se obtiene una ordenación de las medidas para cada columna, sino también una distancia relativa entre ellas. Así, la “puntuación de robustez” de cada medida se ha calculado como la media de esos tres valores normalizados. La octava columna muestra la “puntuación de percepción”, que es obtenida mediante la normalización de la sexta columna (el coeficiente de correlación de orden de Spearman) por su máximo. Finalmente, la “puntuación final”, mostrada en la novena columna, es calculada como la media de la “puntuación de robustez” y la “puntuación de percepción”. La Tabla 3.1 ha sido ordenada por orden decreciente de esta columna.

A partir de estos resultados, podemos concluir que las dos mejores medidas de este estudio son la medida de *Tamura* y la medida *Correlation*,

Medidas de finura	Brillo (RoS)	Contraste (RoS)	Ruido (RoS)	Indep. tamaño	Percepción (Spearman)	Puntuac. robustez	Puntuac. percepción	Puntuac. final
Tamura [220]	353.5	42.17	8.55	Si	0.602	1.000	0.901	0.951
Correlation [105]	344.5	39.25	4.50	Si	0.651	0.811	0.975	0.892
ED [40]	245.9	30.36	4.00	Si	0.668	0.628	1.000	0.815
Amadasum [11]	111.8	28.81	3.07	Si	0.648	0.453	0.970	0.710
Abbadeni [6]	212.3	16.06	4.99	Si	0.589	0.522	0.881	0.701
FD [194]	202.2	27.13	3.77	Si	0.558	0.552	0.835	0.692
LH [105]	128.3	10.81	2.43	Si	0.517	0.301	0.774	0.537
DGD [134]	132.1	10.26	2.01	Si	0.509	0.284	0.762	0.521
Weszka [244]	112.1	0.00	4.61	Si	0.482	0.285	0.721	0.506
SRE [90]	103.8	10.09	1.66	Si	0.502	0.242	0.751	0.496
SNE [218]	92.2	12.83	2.47	Si	0.465	0.285	0.697	0.488
Contrast [105]	99.7	0.00	4.54	Si	0.428	0.274	0.641	0.455
Variance [105]	89.6	0.39	0.00	Si	0.068	-	-	-
Newsam [182]	343.4	41.94	9.79	No	0.638	-	-	-
FMPS [253]	357.7	37.16	4.6	No	0.628	-	-	-
Entropy [105]	123.4	8.51	2.58	No	0.324	-	-	-
Uniformity [105]	66.0	5.42	2.70	No	0.370	-	-	-

Tabla 3.1: Ranking de medidas de finura basado en la robustez de dichas medidas frente a las variaciones de brillo, contraste, ruido y tamaño de la imagen, y en su relación con la percepción humana de finura.

con una destacada “puntuación final” frente al resto. La segunda ha obtenido muy buenos resultados en el estudio de la relación con la percepción, mientras que la primera es la mejor en el estudio de robustez. La tercera medida en el ranking es la medida  $ED$ , que tiene la mejor “puntuación de percepción”, pero unos resultados muy pobres en el estudio de robustez. Algo parecido sucede con la medida de *Amadasun*, que es la cuarta en el ranking. Las medidas de *Abbadeni* y  $FD$  (la quinta y la sexta) tienen una puntuación intermedia tanto en robustez como en percepción. Los resultados obtenidos en el resto de medidas son muy pobres en ambos estudios.

Nótese que, como se indicó en la sección 3.3.2.2, las medidas de *Newsam*, *FMPS*, *Entropy* y *Uniformity* tienen dependencia con el tamaño de la imagen, por lo que no han sido tenidas en cuenta en el estudio comparativo. Asimismo, tampoco se ha considerado la medida *Variance* por tener un coeficiente de correlación de orden de Spearman extremadamente bajo.

### 3.4. Análisis de Distinguibilidad de las Medidas

Como es de esperar, algunas medidas tienen más capacidad para representar la finura que otras. En esta sección se describirá la metodología propuesta para estudiar la habilidad de cada medida para distinguir entre diferentes grados de finura, es decir, determinar cuántas clases puede discriminar realmente  $P_k$ . Para ello, proponemos analizar cada medida aplicando un conjunto de *test de comparación múltiple* en base a la percepción humana de finura. En dicho análisis se deben afrontar dos tareas: (i) obtener información acerca de la “percepción humana de finura” (sección 3.4.1), y (ii) aplicar un conjunto de test de comparación múltiple para obtener el número de clases que puede discriminar cada medida (sección 3.4.2). Los resultados de este estudio serán utilizados en el capítulo 7 para modelar la propiedad de finura mediante particiones difusas.

#### 3.4.1. Información sobre la percepción humana de finura

La información sobre la percepción humana de finura se extraerá de la misma encuesta descrita en la sección 3.2.2, donde cada sujeto clasificaba un conjunto de imágenes de textura  $\mathcal{I} = \{I_1, \dots, I_N\}$  en 9 clases distintas según su grado de finura ( $C_1, C_2, \dots, C_9$ ). Asimismo, como se comentó en la sección 3.2.1, gracias a la “homogeneidad” en el grado de finura de cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ , ésta puede ser vista como un conjunto de imágenes de menor tamaño con el mismo grado de finura que la original. Esto será de gran utilidad, pues así podemos disponer de un mayor número de muestras para el estudio de distinguibilidad sin tener que extender el número de imágenes que los sujetos encuestados deben clasificar. Notaremos  $\mathcal{I}_W = \{I_{i,w}, i = 1, \dots, N; w = 1, \dots, W\}$ , con  $N = 80$  y  $W = 200$ , al conjunto de todas las

subimágenes de  $\mathcal{I}$ , donde  $I_{i,w}$  es la  $w$ -ésima subimagen de  $I_i$ . Según lo que se acaba de comentar, toda subimagen de  $I_i$  quedará clasificada en la misma clase que  $I_i$ , es decir, si  $I_i \in C_j \Rightarrow I_{i,w} \in C_j \forall w$ .

Así, a partir de la encuesta, se obtiene, por cada sujeto encuestado, una partición de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  en 9 agrupaciones distintas<sup>2</sup>; por tanto, y dado que fueron  $L = 20$  los encuestados, se obtienen 20 particiones distintas de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$ , notadas como  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}}^o = \{C_1^o, C_2^o, \dots, C_9^o\}$ , con  $o = 1, \dots, L$ . Como el objetivo es obtener una única partición  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}} = \{C_1, C_2, \dots, C_9\}$  que agregue las  $L = 20$  particiones individuales y que represente la opinión de la mayoría, se ha propuesto clasificar cada imagen  $I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  en la clase a la que haya sido asignada por la mayoría de los sujetos.

En esta Tesis, para cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  se han tomado  $W = 200$  subimágenes de tamaño  $32 \times 32$  píxeles, con lo que el conjunto  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  contiene 16000 subimágenes. Se propone seleccionar aleatoriamente un 75 % de ellas para realizar el análisis de distinguibilidad descrito en esta sección, dejando el 25 % restante para futuros test. Notaremos  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{analysis}$  al subconjunto formado por  $J = 12000$  subimágenes de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  elegidas de forma aleatoria y notaremos  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$  al subconjunto formado por el resto de subimágenes de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$ . Las particiones de estos subconjuntos en las 9 clases de finura usadas en la encuesta, notadas como  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{analysis}}$  y  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}}$  respectivamente, se obtienen de forma inmediata a partir de  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}}$ .

### 3.4.2. Número de clases que pueden ser discriminadas

Para estimar el número de clases que pueden ser discriminadas por cada medida  $P_k \in \mathcal{P}$  se aplicará el método iterativo detallado en el Algoritmo 1. Dicho algoritmo comienza con una partición inicial  $Part_k^0$  (que en nuestro caso será  $Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{analysis}}$ ) y va uniendo agrupaciones de forma iterativa hasta alcanzar una partición en la que todas las clases son distinguibles. Para ello, en cada iteración se aplica un conjunto de test de comparación múltiple  $\phi$  a la partición correspondiente, lo que analiza la distinguibilidad de las clases. Si el número de test positivos es menor de  $NT$  para algún par de clases, se calcula una distancia entre clases mediante la función  $\delta$  y se une la pareja de clases con la menor distancia. La partición obtenida tras la unión es analizada en la siguiente iteración y el proceso continúa hasta que el número de test positivos sea mayor o igual a  $NT$  para todo par de clases. En ese caso, se considera que todas las agrupaciones de la partición son distinguibles, obteniendo así el número de clases que pueden ser discriminadas por la medida analizada.

Para esta Tesis, se han elegido los siguientes parámetros de entrada para el Algoritmo 1:

- $\phi$  es un conjunto formado por los 5 test de comparación múltiple que se enumeran a continuación [109]:

<sup>2</sup>Nótese que no se trata de una partición difusa, sino de un agrupamiento clásico.

**Algoritmo 1** Selección de agrupaciones distinguibles

Entrada:

 $Part_k^0 = C_1, C_2, \dots, C_n$ : Partición Inicial $\delta$ : función de distancia entre clusters $\phi$ : Conjunto de test de comparación múltiple $NT$ : Número de test positivos para aceptar la suposición de distinguibilidad

1.-Inicialización

 $m = 0$  $distinguible = false$ 2.- While (( $distinguible = false$ ) y ( $m < n$ ))Aplicar los test de comparación múltiple  $\phi$  a  $Part_k^m$ If (para cada pareja  $C_i, C_j \in Part_k^m$  más de  $NT$  de los test de comparación múltiple  $\phi$  muestran distinguibilidad) $distinguible = true$ 

Else

Buscar la pareja de clusters  $C_r, C_{r+1}$ , que verifica:

$$\delta(C_r, C_{r+1}) = \min\{\delta(C_i, C_{i+1}), C_i, C_{i+1} \in Part_k^m\}$$

Unir  $C_r$  y  $C_{r+1}$  en un único cluster  $C_u = C_r \cup C_{r+1}$ 

$$Part_k^{m+1} = Part_k^m - C_r - C_{r+1} + C_u$$

 $m = m + 1$ 3.- Salida:  $Part_k^m = C_1, C_2, \dots, C_{n-m}$ 

- Test de Scheffé
  - Test de Bonferroni
  - Test de Duncan
  - Test de la diferencia significativa mínima de Tukey
  - Test de la diferencia significativa honesta de Tukey
- El número de test positivos para aceptar la distinguibilidad se ha fijado a  $NT = 3$ .
  - La función de distancia  $\delta$  se define como  $\delta = 1/p$ , donde  $p$  es el valor del estadístico  $p$ -value obtenido del análisis de la varianza (ANOVA) [70, 135] de las clases involucradas: cuanto más solapadas están las clases, menor es la distancia obtenida.

A partir de ahora notaremos  $\Upsilon_k = C_1^k, C_2^k, \dots, C_{N_k}^k$  a las  $N_k$  clases que pueden ser discriminadas por la medida  $P_k$ . Para cada clase  $C_i^k$ , notaremos  $\bar{c}_i^k$  al valor representativo de la clase. En esta Tesis, se propone que  $\bar{c}_i^k$  sea calculado como la media de los valores de la medida de la clase  $C_i^k$ .

Tabla 3.2: Resultados obtenidos a partir del análisis de distinguibilidad

Medida	$N_k$	Clases	$\bar{c}_5 \pm \Psi_5$	$\bar{c}_4 \pm \Psi_4$	$\bar{c}_3 \pm \Psi_3$	$\bar{c}_2 \pm \Psi_2$	$\bar{c}_1 \pm \Psi_1$
Correlation	5	{1,2-4,5-6,7-8,9}	0.1145±0.0378	0.4066±0.0282	0.4988±0.0238	0.6112±0.0135	0.7747±0.0202
ED	5	{1,2,3-5,6-8,9}	0.3531±0.0091	0.2914±0.0067	0.2707±0.0070	0.2462±0.0084	0.1796±0.0066
Amadasun	4	{1,2-4,5-8,9}	-	0.1936±0.0073	0.3439±0.0113	0.4165±0.0102	0.8000±0.0571
Contrast	4	{1,2-5,6-8,9}	-	3325±282.3	2572±308	1866±98.83	796.6±132.7
FD	4	{1,2,3-8,9}	-	3.3857±0.0360	3.1640±0.0282	2.9763±0.0518	2.5713±0.0394
Tamura	4	{1,2-6,7-8,9}	-	1.540±0.0634	1.864±0.0722	2.125±0.0420	3.045±0.0766
Weszka	4	{1,2-6,7-8,9}	-	0.153±0.0067	0.112±0.0046	0.099±0.0036	0.051±0.0042
Abbadeni	3	{1,2-8,9}	-	-	5.9054±0.3070	10.791±0.2814	25.899±2.7423
DGD	3	{1,2-8,9}	-	-	0.0237±0.0014	0.0419±0.0017	0.0947±0.0076
LH	3	{1,2-8,9}	-	-	0.0216±0.0013	0.0514±0.0026	0.1285±0.0112
SNE	3	{1,2-8,9}	-	-	0.8781±0.0188	0.7752±0.0092	0.5668±0.0251
SRE	3	{1,2-8,9}	-	-	0.9962±0.0004	0.9885±0.0007	0.9665±0.0037

Por otro lado, como es conocido, en esos test se calculan una serie de intervalos de confianza alrededor de los valores representativos de cada clase, verificando que esos intervalos no se solapen para clases distinguibles entre sí. La interpretación de estos intervalos consiste en que todos los valores pertenecientes a ellos son considerados como posibles valores de la media estimada para esa clase. Estos intervalos de confianza están definidos por el parámetro  $\Psi_i^k = 1,96\bar{\sigma}_i^k / \sqrt{||C_i^k||}$ , donde  $\bar{c}_i^k$  y  $\bar{\sigma}_i^k$  son el valor representativo y la desviación estándar estimada para la clase  $C_i^k$ , respectivamente.

En la tabla 3.2 se muestran los parámetros obtenidos al aplicar el algoritmo propuesto a las diferentes medidas de finura analizadas en esta sección. La segunda columna de esta tabla muestra el número  $N_k$  de clases que puede discriminar cada medida, mientras que en la tercera columna se indica cómo se han agrupado las 9 clases iniciales para dar lugar a esos  $N_k$  clusters. De la cuarta a la octava columna se muestran los valores representativos  $\bar{c}_r^k$  asociados a cada agrupación, junto con el parámetro  $\Psi_i^k$  que define el intervalo de confianza correspondiente. Como se puede apreciar, las medidas *Correlation* y *ED* son capaces de discriminar hasta 5 clases de finura distintas, las medidas de *Amadasun*, *Contrast*, *FD*, *Tamura* y *Weszka* son capaces de distinguir 4 clases, mientras que el resto de medidas únicamente es capaz de discriminar 3.

### 3.5. Conclusiones

En este capítulo se ha analizado con detalle la propiedad de finura de las texturas, que es una de las más importantes desde el punto de vista perceptual. Para ello, se han realizado tres estudios:

- **Estudio sobre la percepción humana de finura.** Para este estudio se ha seleccionado un conjunto de imágenes de textura  $\mathcal{I}$  cubriendo diferentes grados de presencia de finura, y se han usado para recopilar, mediante una encuesta, un conjunto de valoraciones humanas  $v^i$  sobre la percepción de esta propiedad en cada una de ellas. Esta información ha sido empleada en este capítulo para realizar el estudio de la concordancia de las medidas de finura con la percepción humana, así como el análisis de distinguibilidad de esas medidas. Asimismo, estas valoraciones serán empleadas en los siguientes capítulos para el modelado de la propiedad de finura mediante conjuntos difusos.
- **Estudio comparativo de las medidas de finura.** Se ha realizado un estudio comparativo para las 17 medidas de finura seleccionadas en esta Tesis, analizando por un lado su robustez frente a las variaciones de las características de brillo, contraste, ruido y tamaño de la imagen, y por otro la concordancia de las medidas con la percepción humana



de finura. A raíz de los resultados obtenidos de este estudio, se han descartado cinco de las medidas seleccionadas, cuatro de ellas por tener dependencia con el tamaño de la imagen (*Newsam*, *FMPS*, *Entropy* y *Uniformity*), y la otra (*Variance*) por proporcionar valores poco representativos de la percepción humana de finura. Asimismo, se ha comprobado que seis de las medidas de finura analizadas tienen un comportamiento apropiado en dichos estudios: las medidas de *Tamura*, *Correlation*, *ED*, *Amadasun*, *Abbadeni* y *FD*.

- **Análisis de distinguibilidad.** En este estudio se ha analizado la habilidad de cada una de las medidas de finura empleadas en esta Tesis para discriminar entre diferentes categorías de esta propiedad. A partir de este estudio se ha obtenido el número de clases  $N_k$  distinguibles para cada medida, así como los valores representativos  $\bar{c}_r^k$  asociados a cada clase y los parámetro  $\Psi_i^k$  que definen el intervalo de confianza correspondiente. Dos de las medidas analizadas son capaces de discriminar hasta 5 clases de finura: las medidas *Correlation* y *ED*. Las medidas de *Amadasun*, *Contrast*, *FD*, *Tamura* y *Weszka* son capaces de distinguir 4 clases distintas, mientras que el resto de medidas únicamente es capaz de distinguir 3.

Parte I

Modelado de propiedades  
difusas



## Capítulo 4

# Modelado difuso no adaptativo

*Estas máquinas no tienen sentido común; todavía no han aprendido a pensar, sólo hacen exactamente lo que se les ordena, ni más ni menos. Este hecho es el concepto más difícil de entender la primera vez que se utiliza un ordenador.*

Donald Knuth

En este capítulo se propone un modelado difuso de carácter general para las propiedades perceptuales de la textura, que será aplicado al concepto de finura como ejemplo. Para dicho modelado se empleará un conjunto difuso definido sobre un grupo de medidas de finura, que permitirá relacionar los valores de dichas medidas con el grado de percepción de finura del ser humano. En concreto, lo que se va a modelar en este capítulo es la percepción promedio de esta propiedad, sin tener en cuenta la posibilidad de adaptar el conjunto difuso a perfiles particulares (lo cual se tratará en el siguiente capítulo). Por eso, la metodología expuesta en este capítulo se ha denominado *modelado difuso no adaptativo*, proponiéndose tanto modelos unidimensionales para cada medida individual, como modelos bidimensionales tomando parejas de medidas.

### 4.1. Introducción

La textura es una de las características de bajo nivel más importantes en el análisis de imágenes, pero también es una de las más difíciles de caracterizar. Para el ser humano, lo habitual es describir la textura mediante algunas propiedades poco precisas, como la finura, la direccionalidad, la regularidad o el contraste. El objetivo planteado en esta Tesis es establecer

una metodología que permita modelar estas propiedades perceptuales a partir de medidas clásicas de la literatura. Dichas medidas proporcionan valores numéricos precisos que indican la mayor o menor presencia de la propiedad que están midiendo en la textura. Sin embargo, las propiedades que se desean modelar son imprecisas por propia naturaleza. Así, no es posible establecer de forma categórica y estricta qué es una textura fina y qué no lo es, o qué es una textura direccional y qué no lo es, sino el mayor o menor cumplimiento de estas propiedades en la textura. Para modelar dicha imprecisión, en esta Tesis se propone el uso de lógica difusa, una herramienta ampliamente usada en la literatura en este tipo de problemas.

Tal y como se indicó en el capítulo de introducción, la **parte I** de esta Tesis, en la cual se encuentra ubicado el presente capítulo, aborda el modelado de las propiedades perceptuales de textura como propiedades difusas, es decir, se modelarán conceptos como “finura” o “direccionalidad” mediante conjuntos difusos, que proporcionarán un grado de pertenencia a las distintas propiedades. Concretamente, en este capítulo, se describirá la metodología propuesta para la obtención de modelos de textura genéricos, que pueden ser aplicados aunque no se disponga de ninguna información adicional, como un perfil de usuario o el contexto de la imagen. Por ese motivo, la metodología propuesta en este capítulo se ha denominado *modelado difuso no adaptativo*, mientras que en el siguiente capítulo se abordará el objetivo de obtener modelos que puedan adaptarse a un perfil particular o al contexto de la imagen.

Como se indicó en el capítulo 3, de todas las propiedades de la textura, la más importante desde el punto de vista perceptual es sin duda la finura. Por eso, tanto en el presente capítulo como en los siguientes, se ha usado esta propiedad como ejemplo para describir la metodología propuesta. Posteriormente, en el capítulo 8, se comprobará que la aplicación de dicha metodología sobre el resto de propiedades es inmediata.

En los últimos años han ido apareciendo en la literatura varias propuestas en las que se plantea el uso de lógica difusa para el modelado de propiedades de textura [10, 63, 112, 137, 154, 236]. Sin embargo, como se indicó en la sección 2.3.2 del capítulo 2, en todos estos estudios lo que se propone es la obtención de particiones difusas que proporcionan una serie de etiquetas lingüísticas relacionadas con la propiedad de la textura, es decir, no se modela el concepto de “finura” en sí, sino que se introduce una semántica basada en la propiedad mediante etiquetas como “muy fina”, “fina”, “gruesa”, etc. Este tipo de enfoque, más orientado a resolver problemas en el campo de la recuperación basada en contenido, se tratará en la **parte II** de esta Tesis. Hasta donde llega nuestro conocimiento, no existen trabajos en la literatura que propongan modelar los conceptos asociados a las propiedades perceptuales de la textura mediante un único conjunto difuso, tal y como se plantea en el presente capítulo.

## 4.2. Planteamiento General y Notaciones Iniciales

El objetivo planteado en este capítulo consiste en obtener un conjunto difuso, al que notaremos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ , que permita representar la incertidumbre asociada al concepto de “finura”, y que se definirá en el dominio de un subconjunto de medidas de esta propiedad (nuestro conjunto de referencia), al que notaremos  $\mathcal{F}$ . Para abordar este modelado, se propone obtener la función de pertenencia asociada a  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  relacionando los valores computacionales de las medidas de  $\mathcal{F}$  con la percepción humana de finura. Para ello, se deben afrontar dos cuestiones:

- 1) **Qué conjunto de referencia  $\mathcal{F}$  debe ser usado para el conjunto difuso.** Definiremos el conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en el dominio de un subconjunto dado de medidas de finura. Notaremos  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_K\}$  al conjunto de  $K$  medidas usadas en este capítulo, y notaremos  $\mathcal{F} = \{F_1, \dots, F_{K'}\} \subseteq \mathcal{P}$  al subconjunto de  $K' \leq K$  medidas seleccionadas de  $\mathcal{P}$  para definir el conjunto de referencia<sup>1</sup>. El conjunto  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_K\}$  estará formado por las 12 medidas de finura analizadas en el capítulo anterior que no fueron descartadas en el estudio comparativo de la sección 3.3.
- 2) **Cómo obtener la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ .**<sup>2</sup> Para obtener dicha función se propone una aproximación que relaciona las medidas que forman el conjunto de referencia con el grado de finura percibido por los humanos. Para ello, dos nuevas cuestiones deben ser afrontadas:
  - a) **Cómo obtener la información acerca de la “percepción humana de finura”.** Esta cuestión ya ha sido tratada en el *estudio sobre la percepción de finura* descrito en la sección 3.2 del capítulo anterior. En dicho estudio se ha reunido un conjunto de imágenes de textura  $\mathcal{I}$ , que han sido usadas para recopilar, mediante una encuesta, valoraciones humanas sobre la percepción de esta propiedad en cada una de ellas. En concreto, como se comentó en el capítulo anterior, la información extraída refleja la percepción promedio de finura.
  - b) **Cómo relacionar esta información con las medidas de finura para obtener la función de pertenencia.** Para relacionar la información de la percepción con las medidas de finura, se propone la aplicación de un método de ajuste robusto. Mediante dicho ajuste es posible obtener la función de pertenencia

<sup>1</sup>Obsérvese que, dado un conjunto  $\mathcal{P}$  de  $K$  medidas, el conjunto difuso puede ser definido usando todas las medidas ( $K' = K$ ) o un subconjunto de ellas ( $K' < K$ )

<sup>2</sup>Para simplificar la notación, como es usual en el ámbito de los conjuntos difusos, se usará la misma notación  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  tanto para el conjunto difuso como para la función de pertenencia que lo define.

$\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  más apropiada relacionando (i) los valores de las medidas calculados para cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  con (ii) el grado de finura percibido por los humanos. Este método de ajuste se describe en la siguiente sección.

### 4.3. Modelado Difuso: Ajuste de la Función de Pertenencia

Llegados a este punto, el objetivo es obtener, para un subconjunto dado de medidas  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}$ , la correspondiente función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . En nuestra aproximación, definiremos esta función de pertenencia como

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}} : \mathbb{R}^{K'} \rightarrow [0, 1] \quad (4.1)$$

siendo  $K' = |\mathcal{F}|$  el cardinal de  $\mathcal{F}$ . El valor proporcionado por esta función indicará como de fina o gruesa es la textura presente en la imagen. Así, el valor 1 indicará máxima presencia de finura, mientras que el valor 0 indicará que no existe presencia de finura, es decir, que existe máxima presencia de grosor.

Como se ha comentado, estamos buscando una función que asocie las valoraciones humanas de finura  $v^i$  recopiladas para las imágenes de  $\mathcal{I}$  (sección 3.2 del capítulo 3) con los valores de las medidas obtenidos para dichas imágenes. Sin embargo, en lugar de aplicar el conjunto de medidas de  $\mathcal{F}$  sobre cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ , se propone el uso de subimágenes, al igual que en el *análisis de distinguibilidad* del capítulo anterior. Como se indicó en dicho análisis, gracias a la “homogeneidad” en el grado de finura de cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$ , ésta puede ser vista como un conjunto de imágenes de menor tamaño con el mismo grado de finura que la original, lo que nos permitirá disponer de un mayor número de muestras para realizar el modelado difuso. Así, al igual que en el capítulo 3, notaremos  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}} = \{I_{i,w}, i = 1, \dots, N; w = 1, \dots, W\}$  al conjunto de todas las subimágenes de  $\mathcal{I}$ , donde  $I_{i,w}$  es la  $w$ -ésima subimagen de  $I_i$ , notaremos  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}$  al subconjunto de subimágenes de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  usado para estimar la función de pertenencia, y notaremos  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$  al subconjunto formado por el resto de subimágenes de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$ , usado para testear la bondad de dicha función.

Dada una subimagen  $I_{i,w}$ , notaremos  $\mathbf{M}_w^i = [m_1^{i,w}, \dots, m_{K'}^{i,w}]$  a su vector de valores de medidas, donde  $m_k^{i,w}$  es el resultado de aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{F}$  a dicha subimagen, y se asumirá que la valoración humana asociada a ella será la misma que la valoración humana asociada a la imagen completa ( $v^i$ ). Por tanto, la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que estamos buscando será aquella que asocie los vectores de valores  $\mathbf{M}_w^i$  con las valoraciones humanas de finura

$v^i$ . Para estimar dicha función, se propone el ajuste de una curva al siguiente conjunto de puntos

$$\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste} = \{(\mathbf{M}_w^i, v^i), I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}\} \quad (4.2)$$

En esta Tesis, para cada imagen  $I_i \in \mathcal{I}$  se han tomado  $W = 200$  subimágenes de tamaño  $32 \times 32$  píxeles, con lo que el conjunto  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  contiene 16000 subimágenes. Se propone seleccionar aleatoriamente un 75 % de ellas para realizar el ajuste de la función de pertenencia, es decir,  $\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$  estará formado por 12000 puntos<sup>3</sup>, mientras que el 25 % restante se usará para validar la bondad del ajuste.

Como se demostró en el capítulo 3, los valores de las medidas pueden verse afectados por diversos factores independientes de la finura de la textura, como puede ser el brillo, el contraste o el ruido presente en las imágenes. Esto provocará la aparición de valores atípicos (*outliers*) en los puntos de ajuste, es decir, valores anormales de la medida que no coinciden con la tendencia general del resto de puntos y que, por tanto, no deberían ser tenidos en cuenta en el ajuste. Por esta razón, se propone calcular la función de pertenencia mediante un *Ajuste Robusto* al subconjunto  $\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$ , evitando que los valores atípicos desplacen la solución lejos del ajuste correcto (como ocurriría con el ajuste por mínimos cuadrados). En concreto, se ha empleado un ajuste robusto basado en los M-estimadores, que es descrito más detalladamente en el Apéndice B.

A la hora de hacer el ajuste, hay que tener en cuenta el número de medidas  $K'$  que componen el conjunto de referencia  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}$  sobre el cual se aplicará el método comentado para obtener la correspondiente función de pertenencia. En esta Tesis se han considerado los casos  $K' = 1$  y  $K' = 2$ . El caso unidimensional ( $K' = 1$ ) permite estudiar cada medida de forma separada, comparando su bondad respecto de las otras. Este ajuste unidimensional será descrito en la sección 4.3.1. En el caso bidimensional ( $K' = 2$ ), se toman parejas de medidas para intentar aprovechar aquella información presente en la combinación de ambas y que no está disponible al considerar cada una por separado. Este ajuste bidimensional será descrito en la sección 4.3.2. Finalmente, para más dimensiones ( $K' \geq 3$ ), el ajuste basado en M-estimadores es demasiado complejo, por lo que será necesario considerar nuevos métodos para obtener  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (como por ejemplo, algún tipo de aproximación heurística). Estos casos se considerarán en trabajos futuros.

---

<sup>3</sup>Como se mencionó en el capítulo 3, las medidas usadas en este estudio no dependen del tamaño de la ventana sobre la que se aplican, por lo que los modelos obtenidos mediante el proceso de ajuste son independientes del tamaño de dicha ventana. No se han considerado subimágenes menores de  $32 \times 32$  píxeles porque podrían romper las primitivas de la textura.



### 4.3.1. Ajuste unidimensional

Para definir  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en el caso de  $K' = 1$  se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los valores  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x) = 0$  y  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x) = 1$  deben ser alcanzados en algún valor del dominio de la medida.
- $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  tiene que ser una función monótona.

De acuerdo con estas propiedades, para el ajuste unidimensional se propone definir  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  como una función

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \quad (4.3)$$

de la siguiente forma:

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x; a_n \dots a_0, \alpha, \beta) = \begin{cases} 1 & x < \alpha, \\ \text{poly}(x; a_n \dots a_0) & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 0 & x > \beta \end{cases} \quad (4.4)$$

donde  $\text{poly}(x; a_n \dots a_0)$  es una función polinómica de la forma

$$\text{poly}(x; a_n \dots a_0) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 \quad (4.5)$$

Según nuestra propuesta, los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  de la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  serán calculados mediante el ajuste robusto de los datos recogidos en  $\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$ , teniendo en cuenta la restricción de que la función obtenida debe ser estrictamente monótona entre  $\alpha$  y  $\beta$ . Para la función polinómica se han considerado los casos de  $n=1,2,3$ , es decir, funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. Por otro lado, es necesario tener en cuenta que la función por partes que se acaba de definir es únicamente válida para aquellas medidas que decrementan su valor de acuerdo a la percepción de finura. Para las medidas que incrementan su valor, la función debe ser adaptada adecuadamente.

La segunda columna de la Tabla 4.1 muestra, para cada medida de finura analizada, el error correspondiente al ajuste. Éste se calcula como la media de la diferencia absoluta pesada entre los puntos de ajuste y la curva obtenida, es decir

$$E^{ajuste} = \frac{\sum_{\forall (\mathbf{M}_w^i, v^i) \in \Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}} |\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{M}_w^i) - v^i| \cdot \mathbf{W}_w^i}{\sum_{\forall (\mathbf{M}_w^i, v^i) \in \Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}} \mathbf{W}_w^i} \quad (4.6)$$

donde  $\mathbf{W}_w^i$  es el peso calculado para el punto  $(\mathbf{M}_w^i, v^i) \in \Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$  durante el proceso de ajuste robusto de  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . Obsérvese que este error puede ser interpretado como una medida de bondad de la medida de finura

Tabla 4.1: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de finura analizadas.

Medida	Error de ajuste	Error de test	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\alpha$	$\beta$
Amadasun	0.1333	0.1695	-6.6128	9.4901	-6.4835	1.8707	0.1727	0.5858
Correlation	0.1401	0.1747	-3.3110	2.9961	-1.7013	1.0486	0.0301	0.7711
Abbadeni	0.1639	0.1947	-0.0008	0.0310	-0.4429	2.5666	5.1378	17.540
FD	0.1776	0.2084	0.6418	-6.8487	24.491	-28.690	2.6157	4.2832
Tamura	0.1913	0.2070	-0.6201	3.8827	-8.1040	6.1381	1.1564	3.0182
ED	0.2009	0.2168	409.06	-372.89	113.35	-10.871	0.1894	0.4011
DGD	0.2031	0.2339	-1605.9	412.25	-39.673	1.3856	0.0109	0.0863
LH	0.2150	0.2336	-3431.4	695.95	-48.363	1.4561	0.0111	0.1095
Weszka	0.2157	0.2411	-250.14	104.81	-4.8848	0.0605	0.0250	0.1667
Contrast	0.2161	0.2475	1.614E-11	-7.758E-8	3.059E-4	-0.0204	67.901	4010.9
SNE	0.2267	0.2418	56.817	-123.01	88.779	-20.957	0.5300	0.9409
SRE	0.2296	0.2455	91647	-269983	265124	-86787	0.9702	1.0025

correspondiente, con lo que el uso de los pesos  $\mathbf{W}_w^i$  en su cálculo permite reducir el efecto de los puntos atípicos (*outliers*) en la medida de bondad. La Tabla 4.1 ha sido ordenada en orden creciente de estos errores de ajuste.

En la tercera columna de la Tabla 4.1 se muestra el *error de test* para cada medida, que ha sido obtenido usando el subconjunto de imágenes  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$ . Para ello, se ha definido el conjunto de puntos

$$\Psi_{\mathcal{F}}^{test} = \{(\mathbf{M}_w^i, v^i), I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}\} \quad (4.7)$$

Este *error de test* se ha calculado como la media de la diferencia absoluta entre los puntos de test  $(\mathbf{M}_w^i, v^i) \in \Psi_{\mathcal{F}}^{test}$  y la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ , es decir

$$E^{test} = \frac{\sum_{(\mathbf{M}_w^i, v^i) \in \Psi_{\mathcal{F}}^{test}} |\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{M}_w^i) - v^i|}{|\Psi_{\mathcal{F}}^{test}|} \quad (4.8)$$

donde  $|\Psi_{\mathcal{F}}^{test}|$  es el cardinal de  $\Psi_{\mathcal{F}}^{test}$ , es decir, el número de puntos de test. Normalmente, el valor obtenido para este error será mayor que el del error de ajuste, pues en este caso no se está reduciendo el efecto de los puntos atípicos.

En la Figura 4.1 se muestra el subconjunto de puntos  $\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$  empleado para el ajuste robusto, así como la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  obtenida para la medida  $\mathcal{F} = \{Amadasun\}$  [11] y la medida  $\mathcal{F} = \{Contrast\}$  [105]. El nivel de gris con el que ha sido representado cada punto indica el peso que le corresponde tras el ajuste robusto basado en M-estimadores, donde el negro indica peso 1, mientras que el blanco indica peso 0 (lo que implica que ha sido considerado como un punto atípico). Como se puede apreciar en la Figura 4.1(a), la nube de puntos correspondiente a la medida de *Amadasun* sigue

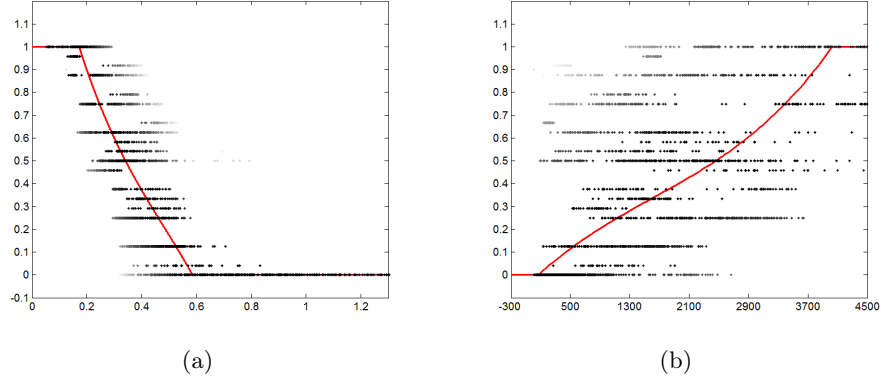


Figura 4.1: Subconjunto de puntos  $\Psi_{\mathcal{F}}^{ajuste}$  empleado en el ajuste robusto de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *Amadasun* (a) y *Contrast* (b).

una tendencia bastante clara, y la función obtenida tras el ajuste es capaz de representar dicha tendencia. Esto implica que el conjunto difuso propuesto para esta medida permitirá modelar adecuadamente el grado de percepción de “finura”. En cambio, la nube de puntos para la medida de *Contrast* (Figura 4.1(b)) es muy dispersa y no se aprecia de forma clara ninguna tendencia, por lo que la función obtenida, aunque es la que mejor se ajusta a esa nube de puntos, no será un modelo adecuado para representar el concepto de “finura” (como muestra la Tabla 4.1).

Los valores de los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  para cada una de las funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  se muestran de la cuarta a la novena columna de la Tabla 4.1. Asimismo, en las figuras 4.2 y 4.3 se muestra la representación gráfica de dichas funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ .

#### 4.3.2. Ajuste bidimensional

En el caso de  $K' = 2$ , la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y)$  tendrá dos variables, correspondientes a las dos medidas de finura que forman el dominio de referencia. Para definir esta función se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los valores  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y) = 0$  y  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y) = 1$  deben ser alcanzados en algún valor del dominio de referencia.

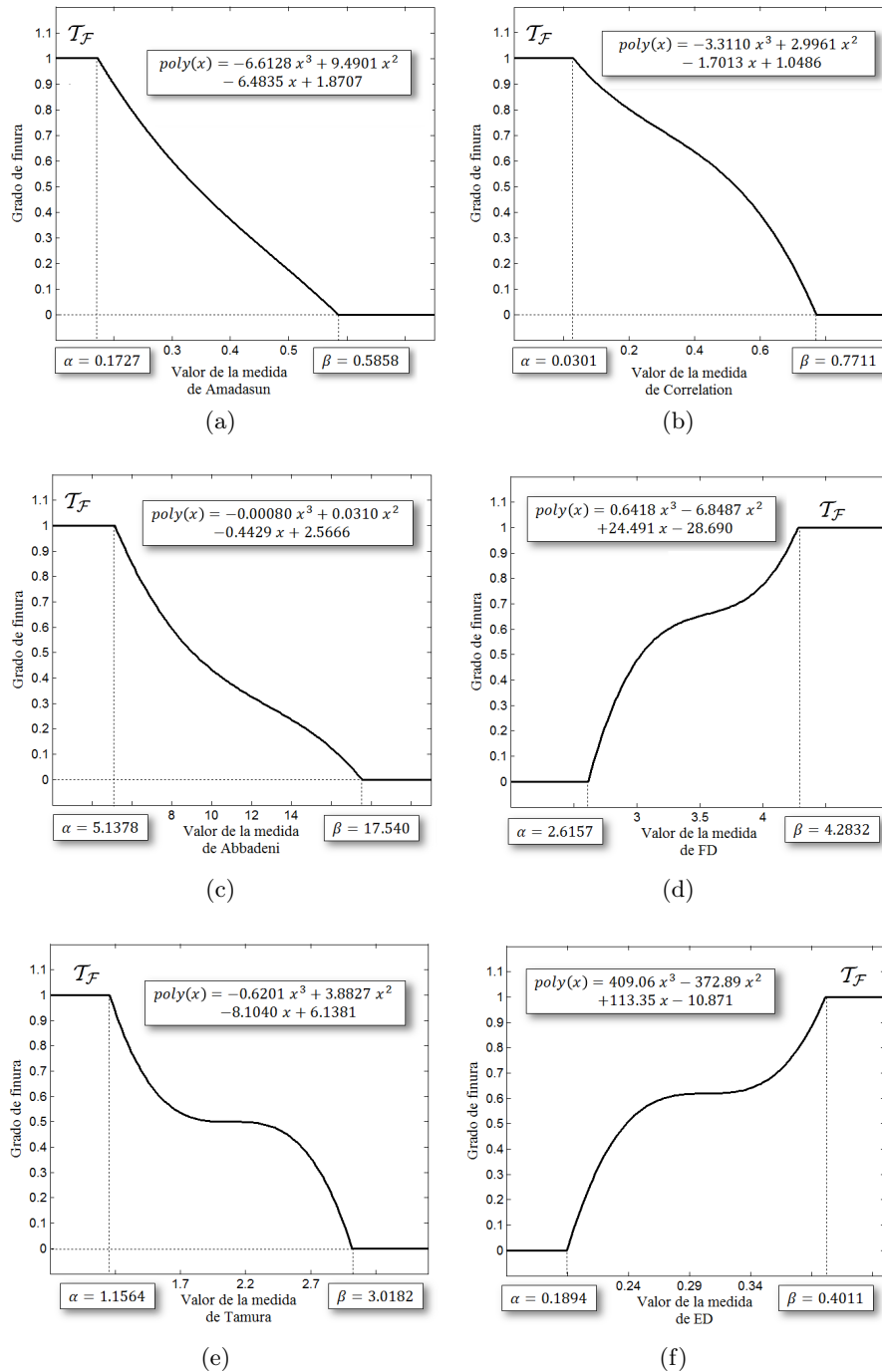


Figura 4.2: Función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *Amadasun* (a), *Correlation* (b), *Abbadeni* (c), *FD* (d), *Tamura* (e) y *ED* (f).

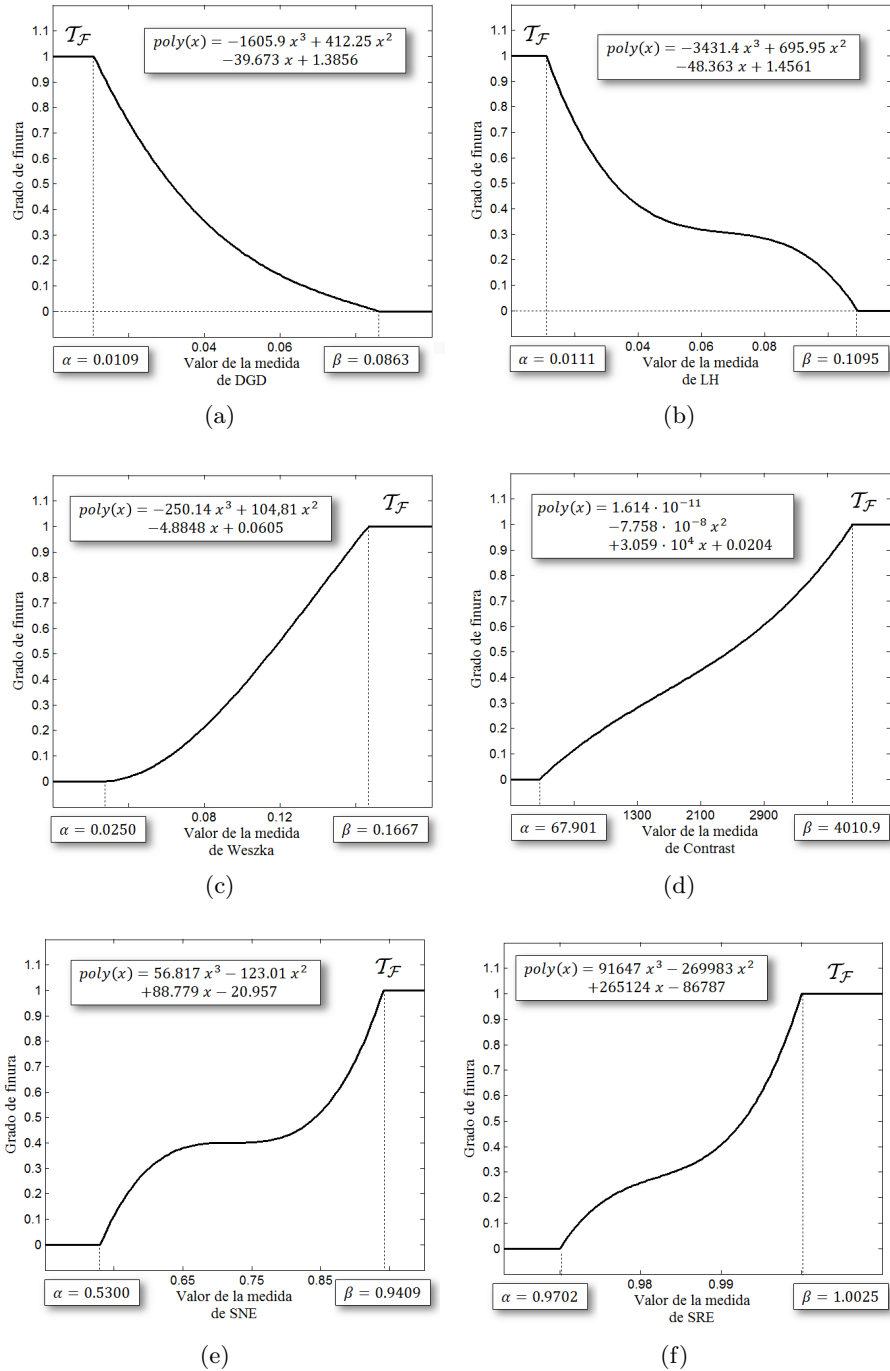


Figura 4.3: Función de pertenencia  $\mathcal{I}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *DGD* (a), *LH* (b), *Weszka* (c), *Contrast* (d), *SNE* (e) y *SRE* (f).

- $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  tiene que ser una función “monótona”, en el sentido de que su gradiente debe satisfacer la siguiente condición:

$$\nabla \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y) \neq 0 \quad \forall (x, y) / 0 < \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y) < 1$$

De acuerdo a estas propiedades, proponemos definir  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  como una función

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}} : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, 1] \quad (4.9)$$

de la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; coef) = \\ &= \begin{cases} 0 & poly2(x, y; coef) < 0, \\ poly2(x, y; coef) & 0 < poly2(x, y; coef) < 1, \\ 1 & poly2(x, y; coef) > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde  $poly2(x, y; coef)$  es una función polinómica de dos variables

$$\begin{aligned} poly2(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i a_{(i!+j)} x^j y^{i-j} = \\ &= a_{(n!+n)} x^n + a_{(n!+n-1)} x^{n-1} y^1 + \dots + a_2 x^1 + a_1 y^1 + a_0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Como en el caso anterior, los parámetros  $a_{(n!+n)} \dots a_0$  de la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  serán calculados mediante el ajuste robusto de los datos recogidos en  $\Psi_k^{ajuste}$ . Asimismo, para la función polinómica se han considerado los casos de  $n=1,2,3$ .

De manera análoga al caso unidimensional, en la Tabla 4.2 se muestra el error correspondiente al ajuste, el error de test y los parámetros obtenidos para cada pareja de medidas (ordenada por orden creciente del error de ajuste). Solo se muestran las parejas compuestas por combinaciones de las seis primeras medidas de la Tabla 4.1, es decir, las que tienen un menor error en el ajuste unidimensional. Como se puede apreciar, la combinación de dos medidas permite reducir el error obtenido al aplicar cada una de ellas por separado. Esto implica que el uso de funciones bidimensionales proporciona unos modelos que se ajustan más fielmente a la percepción humana de finura que en el caso unidimensional. En concreto, la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$  es la que proporciona mejores resultados.

En las figuras 4.4-4.8 se muestra la representación gráfica de las funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondientes a todas las parejas de medidas que aparecen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de finura analizadas.

Medida x	Medida y	Error de ajuste	Error de test	$a_9$	$a_8$	$a_7$	$a_6$	$a_5$	$a_4$	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
FD	Amadasum	0.1053	0.1574	0.4175	-38.064	0.0000	-0.6475	-4.5174	51.149	1.5584	15.194	-27.351	-12.156
Amadasum	Correlation	0.1306	0.1660	0.0000	-2.2147	0.0000	0.0000	-0.5935	2.1815	2.0389	-2.3618	-1.4032	1.4750
Correlation	FD	0.1180	0.1733	0.0000	0.3726	1.3311	0.0000	-4.6231	-3.8050	-1.5780	4.3654	13.0289	-14.0029
Abbadeni	Amadasum	0.1313	0.1673	0.0000	-3.0799	-0.0111	0.0000	0.0038	4.9923	0.3308	-0.1166	-5.7069	2.0084
Correlation	ED	0.1361	0.1741	0.0000	45.964	0.0000	0.0000	-1.8995	-55.340	-6.2630	1.9248	22.009	-1.8700
Correlation	Abbadeni	0.1400	0.1724	-4.5043	0.0000	0.0000	0.0000	2.5951	-0.0014	0.1447	-1.7989	-0.0501	1.2797
Tamura	Amadasum	0.1207	0.1666	-0.2945	0.0000	0.0000	0.0000	1.6837	1.5494	-0.2877	-2.7620	-3.3124	2.8687
Abbadeni	Tamura	0.1404	0.1833	0.0000	-0.5479	0.0000	0.0000	1.209E-4	3.1834	0.0332	-0.1687	-5.9529	5.0861
Correlation	Tamura	0.1368	0.1740	-1.1981	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.2669	0.9131	-2.1867	0.8155	0.3185
Amadasum	ED	0.1330	0.1688	0.0000	30.646	0.0000	0.0000	0.4627	-40.093	-8.3752	-0.4535	17.816	-1.0656
FD	Tamura	0.1486	0.1980	0.6881	-0.1910	0.0000	0.0000	-7.0589	1.3424	-0.1633	24.2036	-2.7505	-24.5027
Abbadeni	ED	0.1521	0.1925	0.0000	127.41	0.0000	0.0000	9.10E-5	-129.72	-0.4257	0.0223	44.672	-3.6453
Abbadeni	FD	0.1510	0.1861	0.0000	0.9720	0.0000	0.0000	-3.45E-5	-9.9643	-0.0352	0.0338	33.893	-36.917
Tamura	ED	0.1738	0.1939	0.0150	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.4320	-0.3238	3.4526	0.6066
ED	FD	0.1782	0.1944	0.0000	-0.0141	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.0857	-7.6955	-0.0862	0.4311

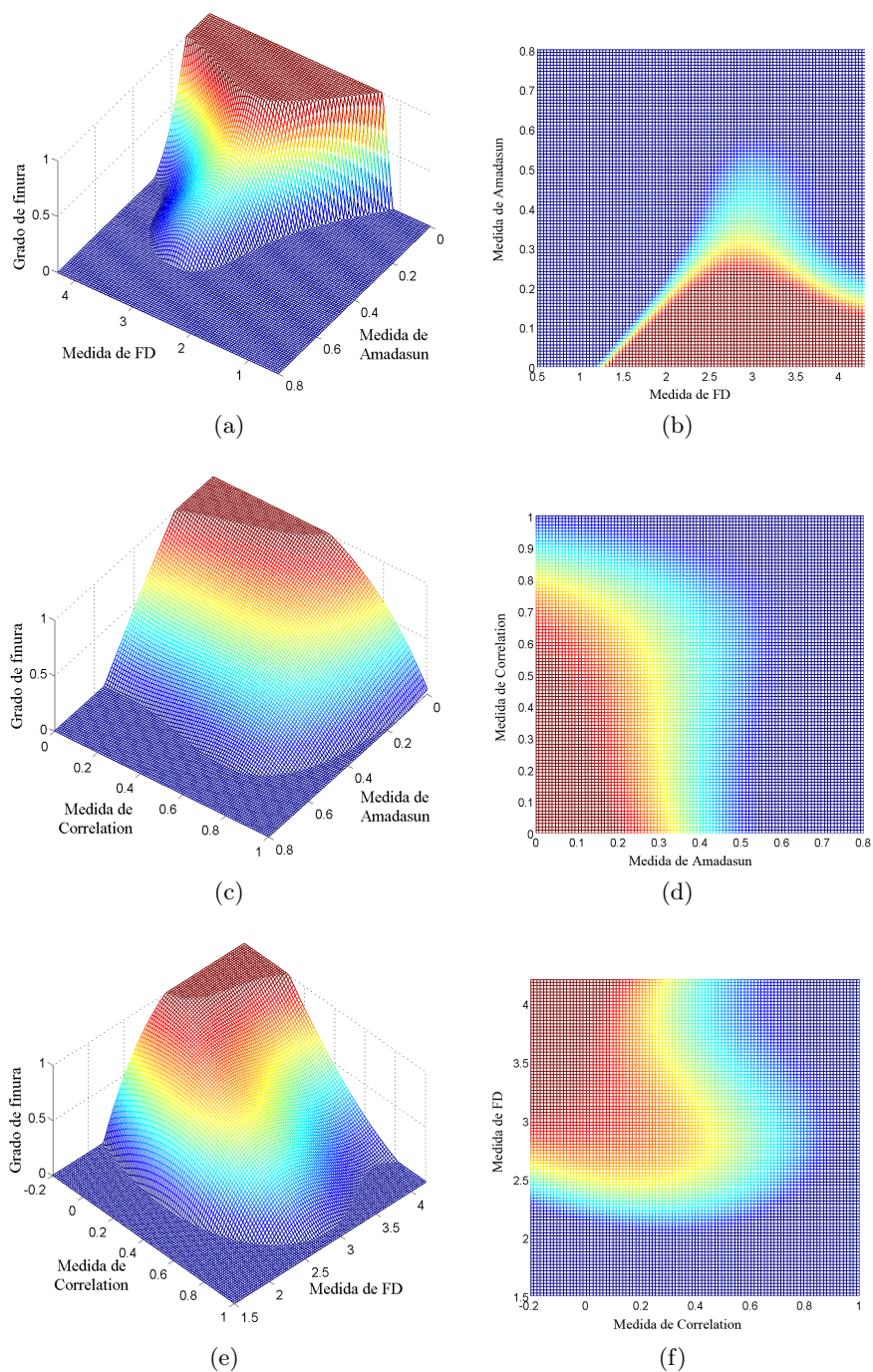


Figura 4.4: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *FD-Amadasun* (a)(b), *Amadasun-Correlation* (c)(d) y *Correlation-FD* (e)(f).



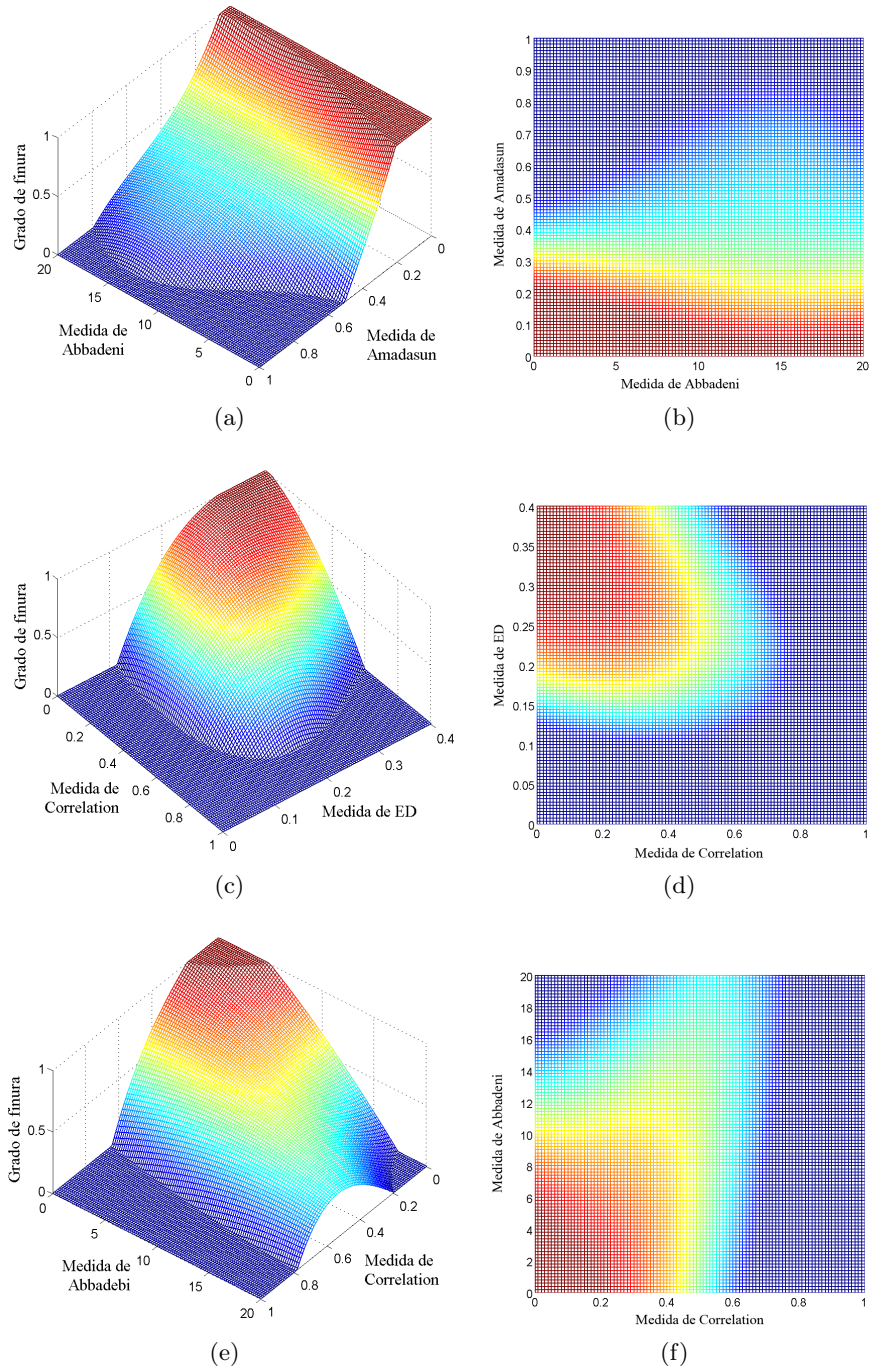


Figura 4.5: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Abbadeni-Amadasun* (a)(b), *Correlation-ED* (c)(d) y *Correlation-Abbadeni* (e)(f).

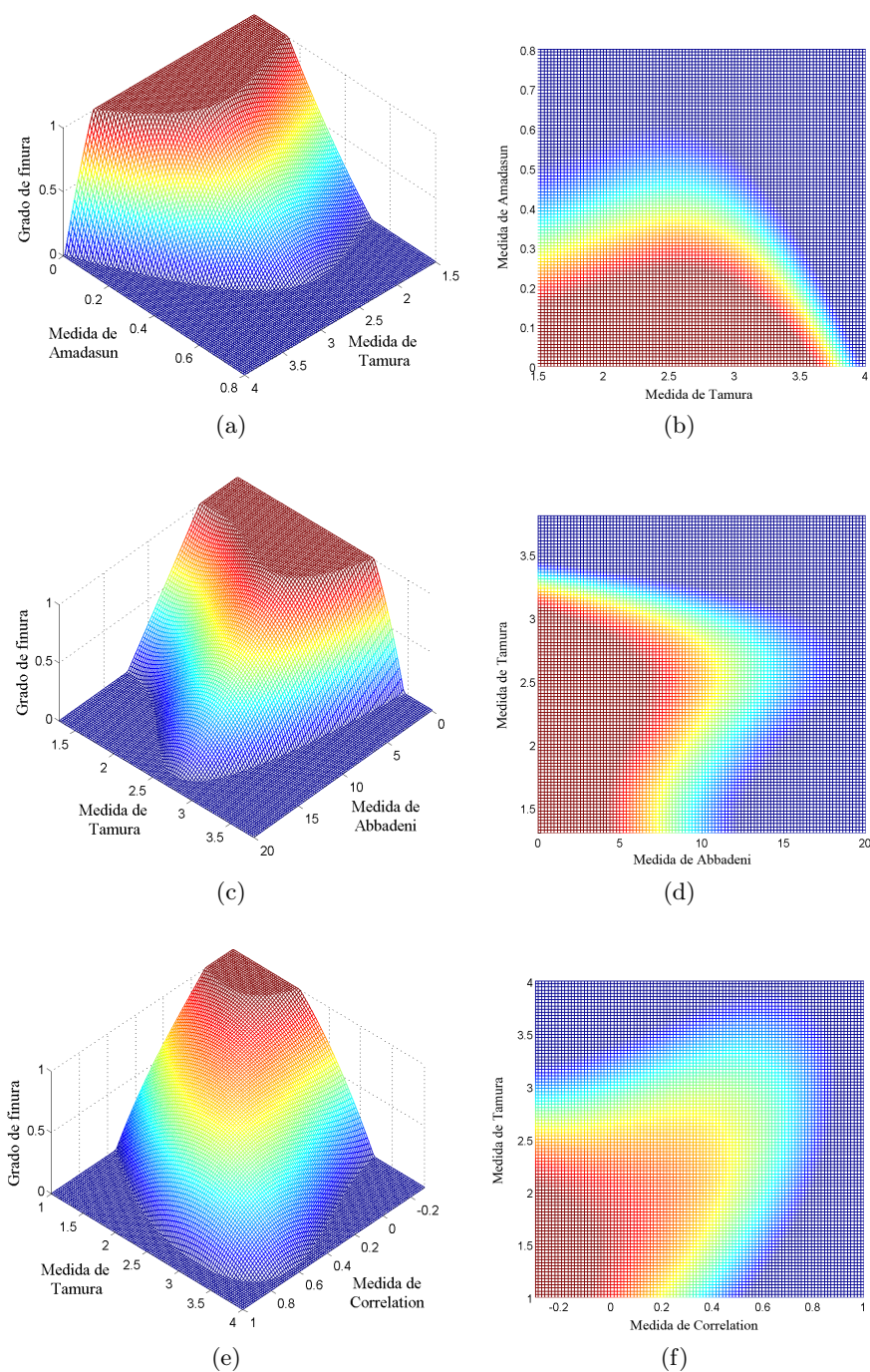


Figura 4.6: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Tamura-Amadasun* (a)(b), *Abbadeni-Tamura* (c)(d) y *Correlation-Tamura* (e)(f).

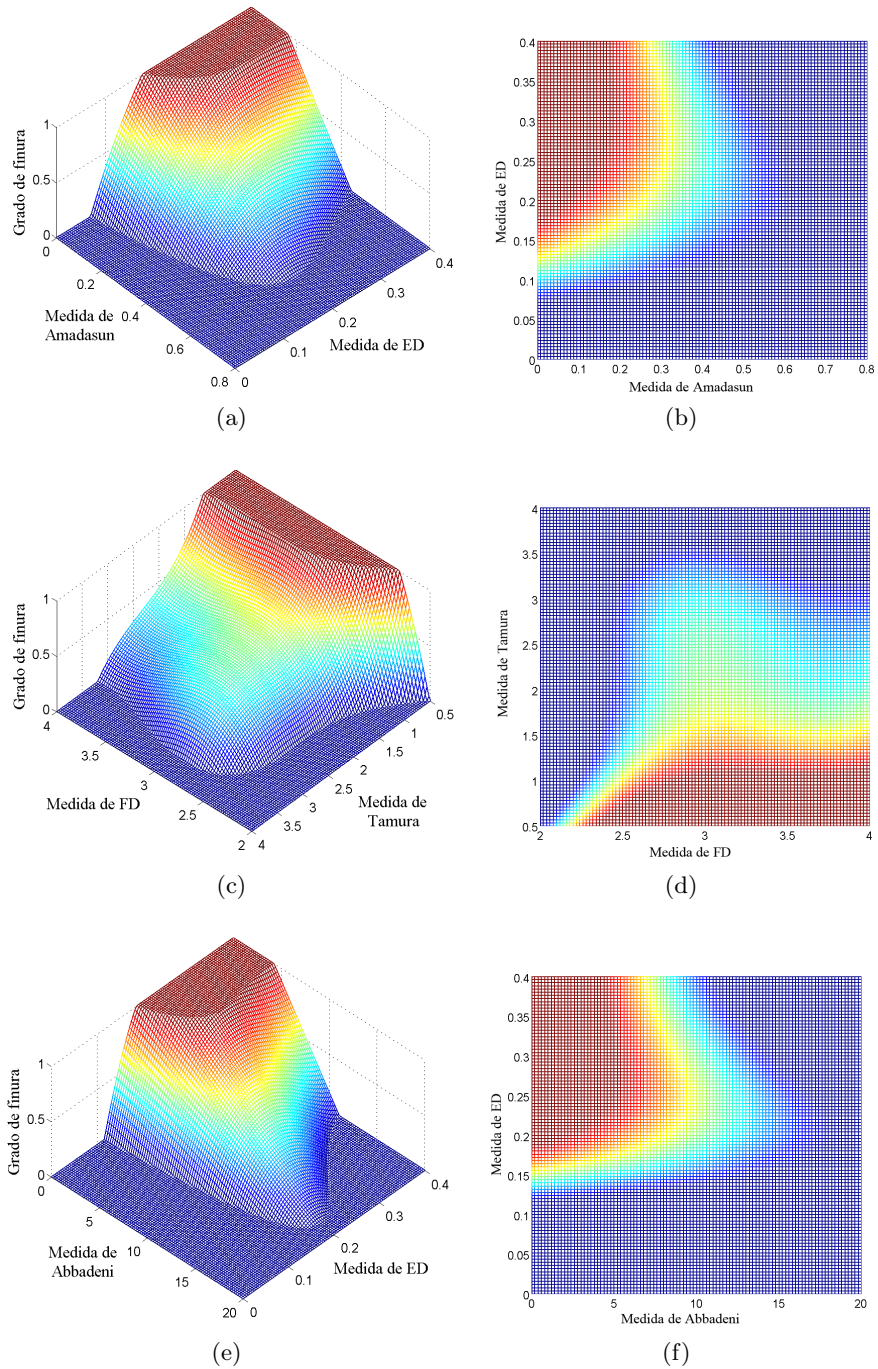


Figura 4.7: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Amadasun-ED* (a)(b), *FD-Tamura* (c)(d) y *Abbadeni-ED* (e)(f).



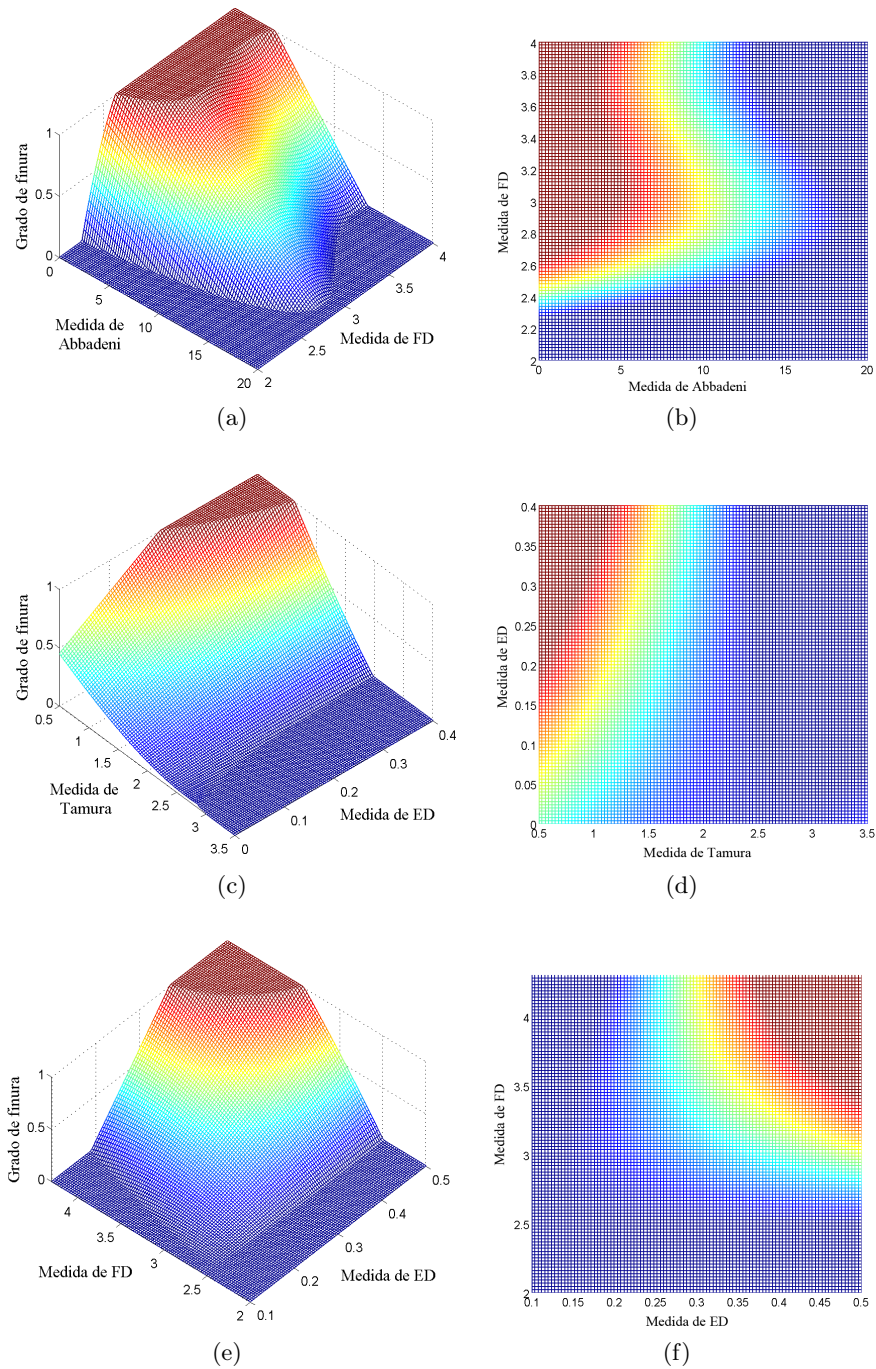


Figura 4.8: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Abbadeni-FD* (a)(b), *Tamura-ED* (c)(d) y *ED-FD* (e)(f).

## 4.4. Resultados

En esta sección, los conjuntos difusos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  propuestos en el presente capítulo para modelar el concepto de finura se aplicarán sobre algunos ejemplos para analizar su comportamiento. Para ello, se realizarán varios experimentos usando imágenes donde aparecen texturas con distinto grado de presencia de finura, comparando la salida de los diferentes modelos y analizando su bondad para representar la percepción promedio de esta propiedad. En primer lugar (sección 4.4.1), se realizarán experimentos aplicando directamente modelos unidimensionales y a continuación (sección 4.4.1), se mostrarán algunos resultados de la aplicación de los modelos bidimensionales.

### 4.4.1. Modelos unidimensionales

En esta sección se analizará la bondad en el modelado del concepto de finura de los conjuntos difusos unidimensionales obtenidos en la sección 4.3.1.

#### Resultados para imágenes mosaico: comparación entre modelos unidimensionales

Para el primer experimento, se empleará la imagen mostrada en la parte superior de la Figura 4.9. Se trata de un mosaico formado por varias imágenes en las que aparece el mismo tipo de textura, aunque con un grado de finura creciente de izquierda a derecha. La textura de la imagen situada más a la izquierda en dicho mosaico coincide aproximadamente con lo que ha sido considerado como grado de finura 0 en este capítulo, mientras que la textura de la imagen situada más a la derecha se correspondería aproximadamente con un grado de finura 1. El resto de imágenes de textura presentan una variación gradual en la presencia de finura.

Bajo la imagen del mosaico, se muestran los mapeos de dicha imagen a sus valores de finura usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a cada una de las medidas analizadas en este capítulo. El orden en el que aparecen los mapeos es el mismo que el de la Tabla 4.1, es decir, se muestran en orden creciente de los errores de ajuste del modelo correspondiente. Para calcular este mapeo, para cada píxel de la imagen original, se ha analizado una ventana de tamaño  $32 \times 32$  centrada en él, y se ha calculado su grado de finura con el modelo correspondiente. Dicho grado, comprendido entre 0 y 1, se ha mapeado en un nivel de gris entre 0 y 255 para poder ser mostrado en la imagen. De esta forma, el mapeo representa el grado de finura de la textura, donde un nivel de gris blanco indica máxima percepción de finura, mientras que el negro indica que no existe percepción de finura (máxima percepción de grosor).

Así, para este experimento, la salida de un modelo ideal produciría un mapeo con una zona de píxeles muy oscuros en la parte izquierda de la

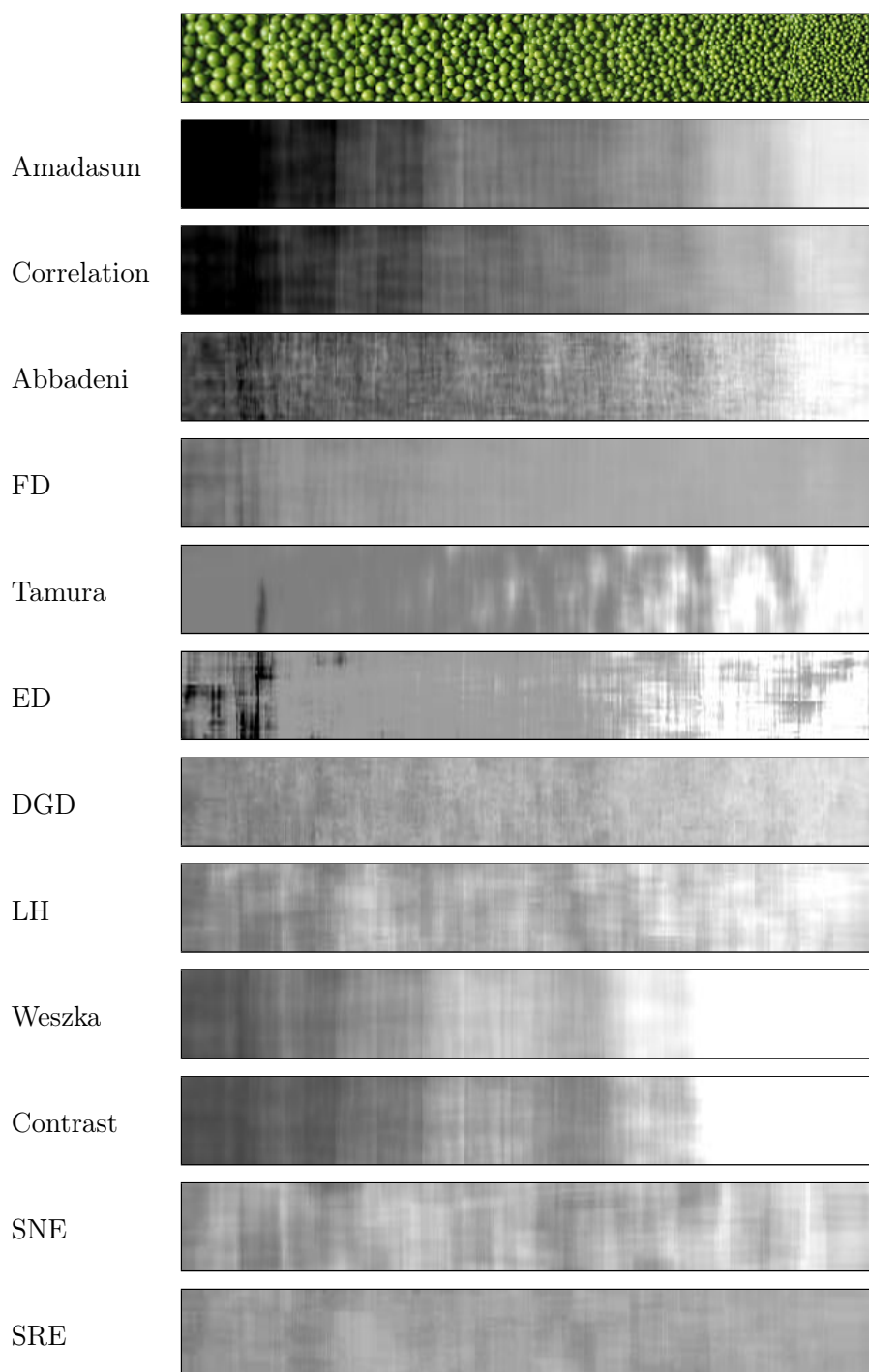


Figura 4.9: Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes con el mismo tipo de textura, pero con un grado de finura creciente de izquierda a derecha.

imagen (correspondiente a la textura más gruesa), y zonas con un nivel de gris gradualmente más claro a medida que se recorre la imagen hacia la derecha. Como se puede apreciar en la Figura 4.9, los mapeos que más se acercan al caso ideal son los obtenidos con los modelos correspondientes a las medidas de *Amadasun* y *Correlation* (los conjuntos difusos con un menor error de ajuste y menor error de test). El mapeo obtenido con el modelo correspondiente a la medida de *Abbadeni* también presenta un cambio gradual en el nivel de gris, aunque en este caso el grado de fineza correspondiente a las zonas con textura más gruesa es mayor que el esperado. Los mapeos obtenidos con el resto de modelos representan con menos fidelidad la presencia de finura en las texturas utilizadas en este experimento.

Para el segundo experimento, mostrado en la Figura 4.10, también se ha empleado un mosaico compuesto por varias imágenes de textura, cada una de ellas con un grado de percepción de finura creciente respecto a la anterior. En este caso, se trata de imágenes del conjunto  $\mathcal{I}$ , por lo que disponemos de las valoraciones humanas sobre dichas imágenes para poder comparar con los resultados. En la parte superior de la Figura 4.10 aparece la imagen mosaico utilizada y bajo ella se muestra un mapeo ideal a sus valores de finura, donde todos los píxeles correspondientes a una misma imagen de textura del mosaico se han mapeado usando la valoración humana  $v$  acerca de la percepción de finura extraída de la encuesta<sup>4</sup>. Bajo este mapeo ideal, se muestran los mapeos de la imagen original usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a cada una de las medidas de finura analizadas en este capítulo. Al igual que en el experimento anterior, dichos mapeos aparecen en el mismo orden que la Tabla 4.1. A la derecha de cada mapeo se muestra el error que se está cometiendo, entendido como la diferencia respecto al mapeo ideal, y calculado como

$$Error = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{M}^i) - v^i| \quad (4.12)$$

donde  $N$  es el número de píxeles en la imagen,  $\mathbf{M}^i$  es el valor de la medida para el píxel  $i$ -ésimo y  $v^i$  es la valoración humana de finura correspondiente a la imagen a la que pertenece ese píxel.

De esta forma es posible comprobar la bondad de cada modelo tanto visualmente, comparando los distintos mapeos con el ideal, como numéricamente mediante el valor del error. Como se puede apreciar, al igual que en el primer experimento los mapeos que más se acercan al caso ideal son los obtenidos con los modelos correspondientes a las medidas de *Amadasun* y *Correlation*, siendo ambos muy parecidos. Se observa que estos modelos son

<sup>4</sup>En realidad, el mapeo ideal no sería exactamente como el mostrado en la figura, pues en los píxeles próximos a las fronteras entre texturas se tomarían ventanas en las que aparecen ambas texturas, con lo que el grado de finura sería un valor intermedio al de cada textura por separado

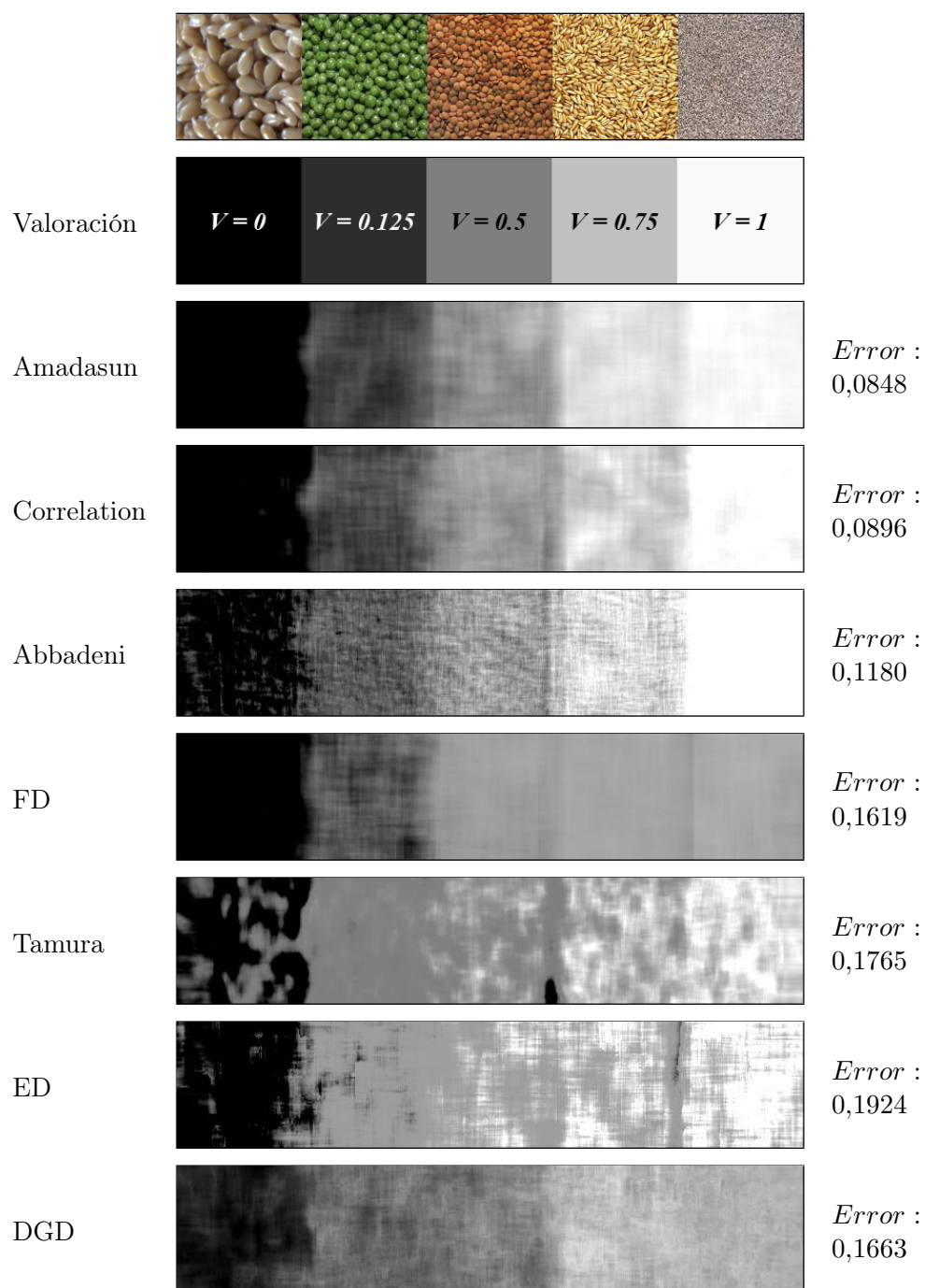


Figura 4.10: Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.



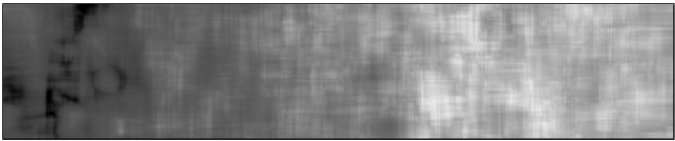
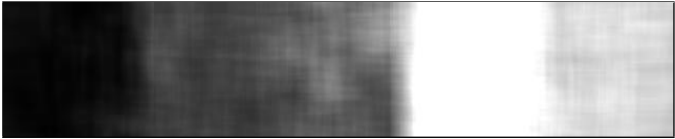
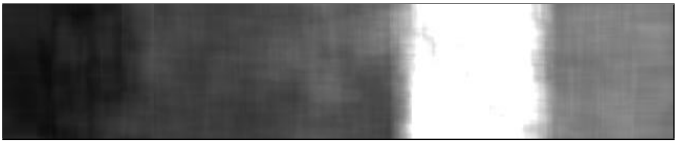
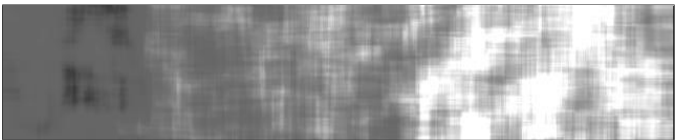

LH		<i>Error :</i> 0,2009
Weszka		<i>Error :</i> 0,1632
Contrast		<i>Error :</i> 0,2313
SNE		<i>Error :</i> 0,2276
SRE		<i>Error :</i> 0,2625

Figura 4.10 (cont.): Aplicación de los modelos unidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.

capaces de capturar la evolución del grado de percepción de finura. El mapeo obtenido con el modelo para la medida de *Abbadeni* también guarda bastante parecido con las valoraciones humanas, aunque menor que los anteriores, mientras que los mapeos obtenidos con el resto de modelos no coinciden con lo esperado por el ser humano.

De estos dos experimentos se desprende que los modelos que representan con mayor fidelidad el concepto de finura son los correspondientes a las medidas de *Amadasun* y *Correlation*, lo cual coincide con lo mostrado en la Tabla 4.1, donde esos dos conjuntos difusos son los que tienen un menor error de ajuste y de test. Asimismo, de acuerdo a dicha tabla, el modelo correspondiente a la medida de *Amadasun* tiene una mayor bondad que el de la medida de *Correlation*. En general, como ocurre en los dos experimentos anteriores, los resultados obtenidos con ambos modelos serán muy parecidos, aunque existen algunas texturas en donde el modelo para la medida de *Amadasun* proporcionará unos resultados significativamente más acordes a la percepción humana de finura, como por ejemplo las mostradas en la

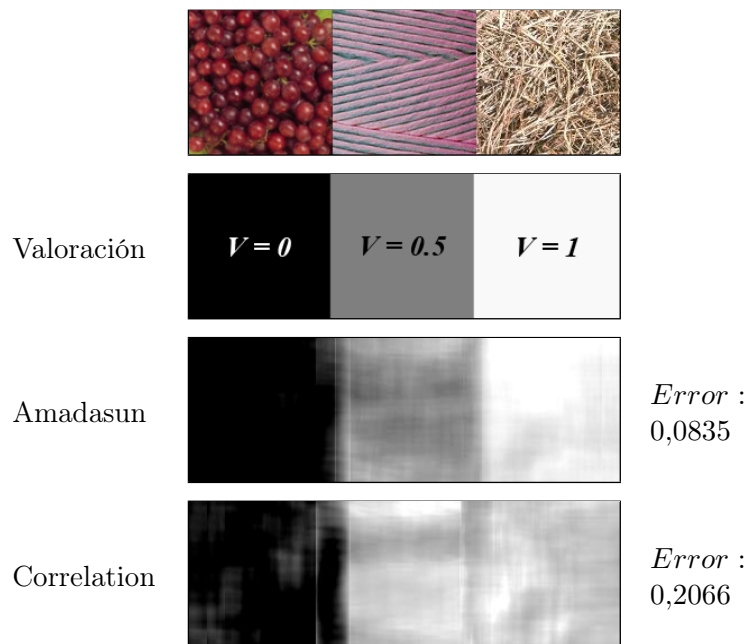


Figura 4.11: Aplicación de los modelos correspondientes a las medidas de Amadasun y Correlation a un mosaico formado por imágenes de textura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.

parte superior de la Figura 4.11. Se trata de un mosaico compuesto por tres imágenes de textura del conjunto  $\mathcal{I}$ , cuyo grado de finura según la percepción promedio es 1, 0,5 y 0. Bajo dicho mosaico, al igual que en el experimento anterior, se muestra el mapeo ideal de acuerdo a este grado de finura, y los mapeos obtenidos al aplicar los modelos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondientes a las medidas de *Amadasun* y *Correlation*, junto al error cometido en cada caso respecto al mapeo ideal. Como se puede apreciar, el resultado obtenido con el primer modelo coincide con las valoraciones humanas, pero el resultado obtenido con el segundo difiere bastante de lo esperado.

Por tanto, de entre todos los modelos unidimensionales propuestos en el presente capítulo, el empleado en los próximos ejemplos será el correspondiente a la medida de *Amadasun*. Además de la bondad que presenta dicho modelo, tiene la ventaja adicional de necesitar un menor coste computacional, pues el cálculo de la medida de *Amadasun* es del orden de 10 veces inferior al de otras medidas como las de *Correlation* o *Abbadeni*. A continuación se muestran algunos ejemplos de la aplicación de dicho modelo sobre imágenes reales para analizar su comportamiento.

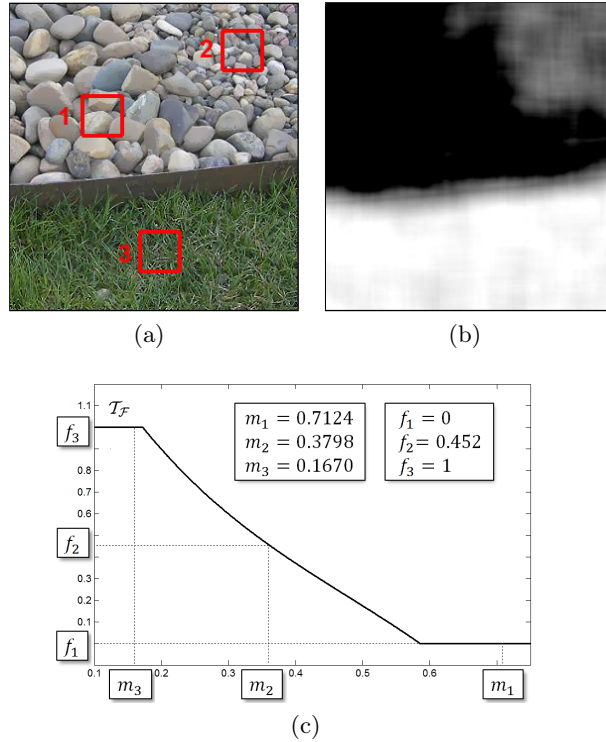


Figura 4.12: Resultado para una imagen natural. (a) Imagen original. (b) Mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el conjunto difuso unidimensional obtenido con la medida de Amadasun. (c) Representación gráfica del modelo propuesto y detalle de cálculo del valor de finura para las tres ventanas de la imagen original.

### Resultados para imágenes naturales

Considérese la Figura 4.12(a), correspondiente a una imagen natural donde se pueden apreciar varias texturas con diferentes grados de percepción de finura. La Figura 4.12(b) muestra un mapeo de esa imagen a sus valores de finura usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para la medida de Amadasun. En ella se distinguen claramente tres grados de presencia de finura distintos: una textura muy gruesa (píxeles con un nivel de gris negro) correspondiente a las piedras de mayor tamaño, una textura muy fina (píxeles con un nivel de gris blanco) correspondiente a la hierba, y una textura de grosor intermedio (píxeles con un nivel de gris intermedio) correspondiente a la grava. De esta forma, el modelo propuesto captura el grado de percepción de finura, y el mapeo obtenido es interpretable directamente por el ser humano. En la Figura 4.12(c) se muestra la representación gráfica del conjunto difuso propuesto. Sobre ella se puede apreciar en detalle el cálculo del grado de finura para tres ventanas concretas de la imagen original (enmarcadas en la

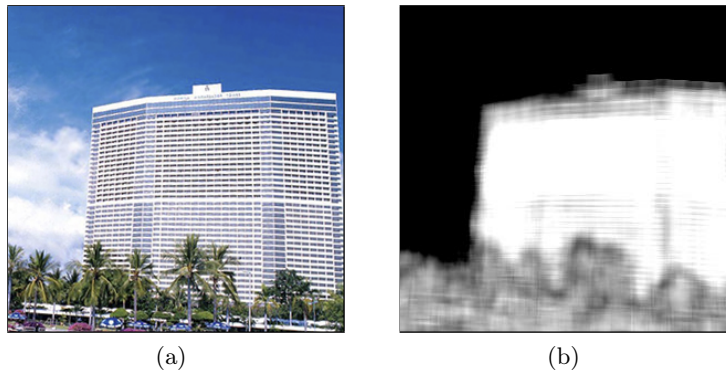


Figura 4.13: Resultado para una imagen natural. (a) Imagen original. (b) Mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el conjunto difuso unidimensional obtenido con la medida de Amadasun.

Figura 4.12(a)), pertenecientes cada una a una zona distinta de presencia de finura.

En la Figura 4.13 se muestra un nuevo ejemplo de la aplicación del modelo correspondiente a la medida de *Amadasun* sobre imágenes reales. Considérese la imagen de la Figura 4.13(a), donde aparecen tres zonas claramente delimitadas de acuerdo a la finura de la textura correspondiente: el edificio de primer plano, el cielo de fondo y la zona de palmeras en la parte inferior. En la Figura 4.13(b) se muestra el mapeo de dicha imagen usando el modelo propuesto. Como se puede apreciar, este mapeo representa de forma adecuada la finura de las distintas texturas presentes en la imagen: el cielo, que es homogéneo, es considerado como una textura muy gruesa; la zona de las palmeras, cuyas hojas tienen varios píxeles de grosor, es considerada como una textura con una finura intermedia; y el edificio, que tiene unos pocos píxeles de distancia entre las ventanas de distintas plantas, es considerado como una textura muy fina<sup>5</sup>.

### Resultados para imagen de microscopio. Aplicación a reconocimiento de patrones

En la Figura 4.14 se muestra un ejemplo donde el modelo unidimensional propuesto ha sido empleado para el reconocimiento de patrones. Concretamente, se trata de una imagen tomada con microscopio (Figura 4.14(a)) correspondiente a la microestructura de una muestra de metal. Las láminas delgadas indican una mezcla eutéctica, que necesita ser separada de las regiones blancas uniformes. Los niveles de gris de estas regiones uniformes son similares a los de la mezcla de fondo, con lo que, para separarlas, será

<sup>5</sup>Nótese que el grado de finura de una textura lo impone la dirección en la cual el texel es más fino, que en el caso del edificio se corresponde con la dirección vertical.

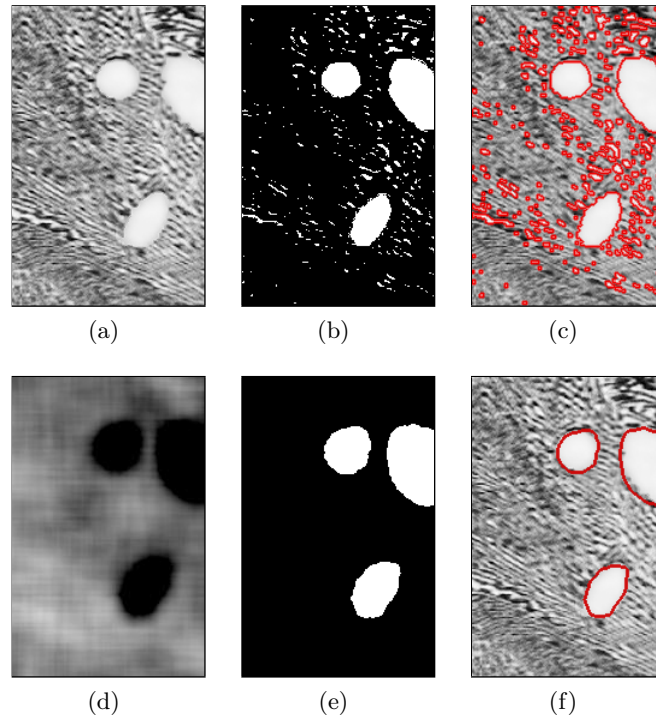


Figura 4.14: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b) Imagen binaria obtenida umbralizando la imagen original. (c) Bordes de las regiones de  $b$  superpuestos a la imagen original. (d) Mapeo de finura de la imagen original obtenido con el modelo propuesto. (e) Imagen binaria obtenida umbralizando  $d$ . (f) Bordes de las regiones de  $e$  superpuestos a la imagen original.

necesario emplear información de textura. Este problema se muestra en las figuras 4.14(b) y 4.14(c), donde se ha realizado una umbralización de la imagen original empleando únicamente la información de los niveles de gris. Como se puede apreciar, las regiones homogéneas no pueden ser separadas de las regiones con textura.

La Figura 4.14(d) muestra un mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el conjunto difuso unidimensional para la medida de *Amadasun*. Dicho mapeo se ha realizado tal y como se comentó en el ejemplo anterior. Se aprecia como las regiones uniformes corresponden a zonas con valores de finura pequeños, es decir, zonas con un grado de grosor grande. Así, si únicamente se seleccionan los píxeles con valores de finura inferiores a 0,1 (que es equivalente a un grado de grosor superior a 0,9), las regiones blancas uniformes pueden ser aisladas fácilmente (figuras 4.14(e) y 4.14(f)).

#### 4.4.2. Modelos bidimensionales

En esta sección se analizará la bondad de los conjuntos difusos bidimensionales obtenidos en la sección 4.3.2. Para ello, al igual que en la sección anterior, se realizarán varios experimentos usando imágenes donde aparecen texturas con distinto grado de presencia de finura, comparando la salida de los diferentes modelos y analizando su bondad para representar la percepción promedio de esta propiedad.

##### Resultados para imágenes mosaico: comparación entre modelos bidimensionales

Para los dos primeros experimentos, mostrados en las figuras 4.15 y 4.16, se emplearán las mismas imágenes mosaico usadas en los dos primeros experimentos de la sección anterior (figuras 4.9 y 4.10). Así, además de poder comparar entre los distintos modelos bidimensionales, será posible comparar con los resultados mostrados anteriormente para los modelos unidimensionales. Como se puede apreciar en los mapeos de la Figura 4.15, todos los modelos bidimensionales en los que una de las dos medidas de finura es la medida de *Amadasun* o la medida de *Correlation* tienen un comportamiento adecuado (los mapeos presentan un cambio gradual en el nivel de gris).

Para el segundo experimento (Figura 4.16), como ya se comentó en la sección anterior, se dispone de la valoración humana de finura de las distintas texturas que componen el mosaico utilizado, con lo que es posible obtener además un valor numérico sobre el error cometido por cada modelo respecto al mapeo ideal (el cálculo de dicho error es el mismo que se indicó en la sección 4.4.1). Al igual que en el experimento anterior, los mejores resultados, es decir, los mapeos más similares al ideal, se obtienen para los modelos en los que una de las dos medidas de finura es la medida de *Amadasun* o la medida de *Correlation*. Como se puede apreciar, el error cometido con esos modelos es siempre un poco inferior al de los modelos unidimensionales correspondientes a esas dos medidas. Además, se observa que el modelo bidimensional con mayor bondad de acuerdo a este error es el correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$ , lo cual coincide con lo indicado por los errores de ajuste y de test mostrados en la Tabla 4.2.

Nótese que, según los resultados obtenidos en la sección anterior, existía una notable diferencia entre los modelos para las medidas de *Amadasun* y de *Correlation* y el resto de medidas, por lo que se podría esperar que el modelo bidimensional con mayor bondad fuese el correspondiente a esta pareja de medidas. Sin embargo, ha resultado ser la medida de *FD* la que mejor se complementa con la medida de *Amadasun*, proporcionando el modelo bidimensional más acorde a la percepción humana de finura.

Por otro lado, para poder comparar entre los conjuntos difusos

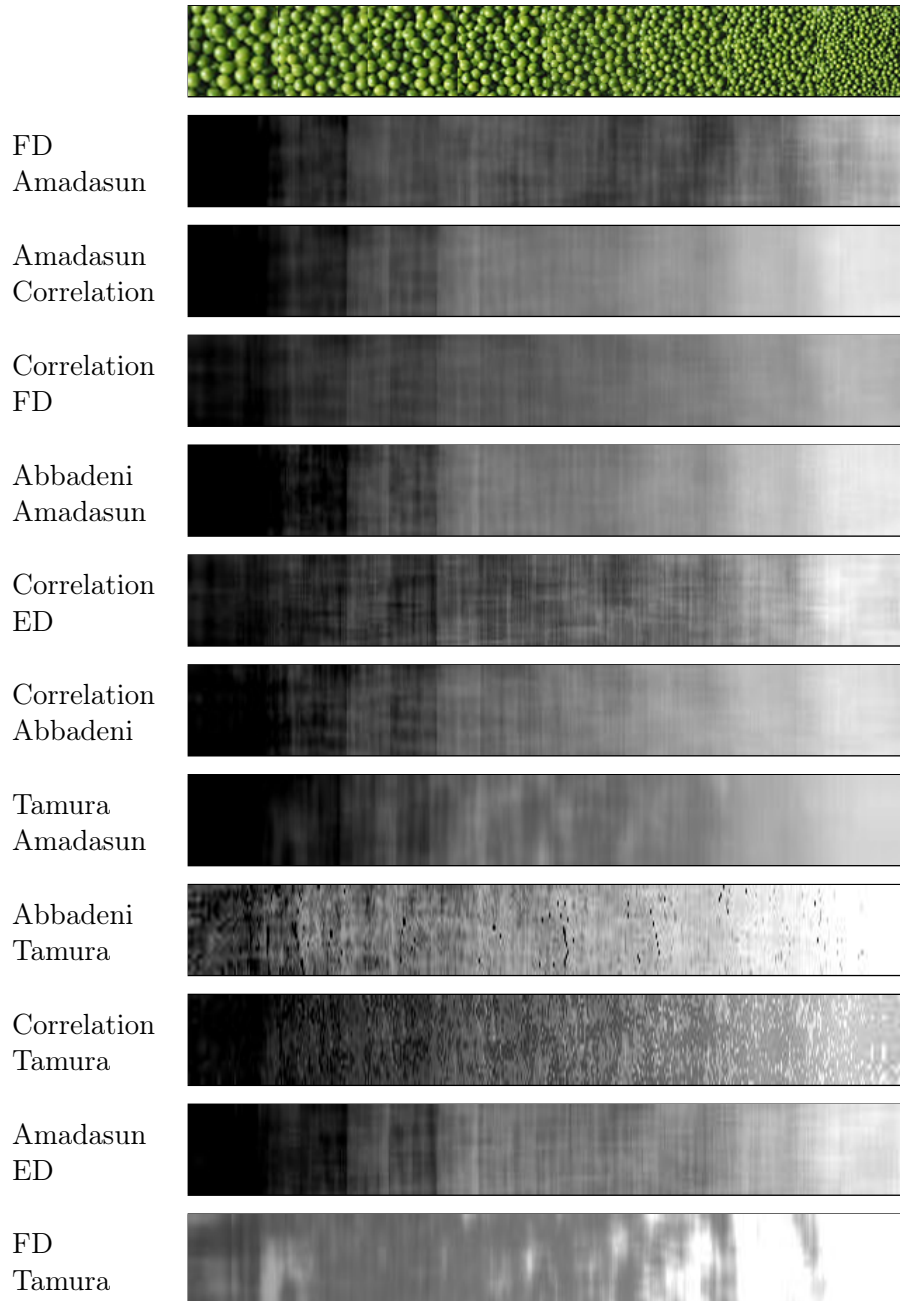


Figura 4.15: Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes con el mismo tipo de textura, pero con un grado de finura creciente de izquierda a derecha.

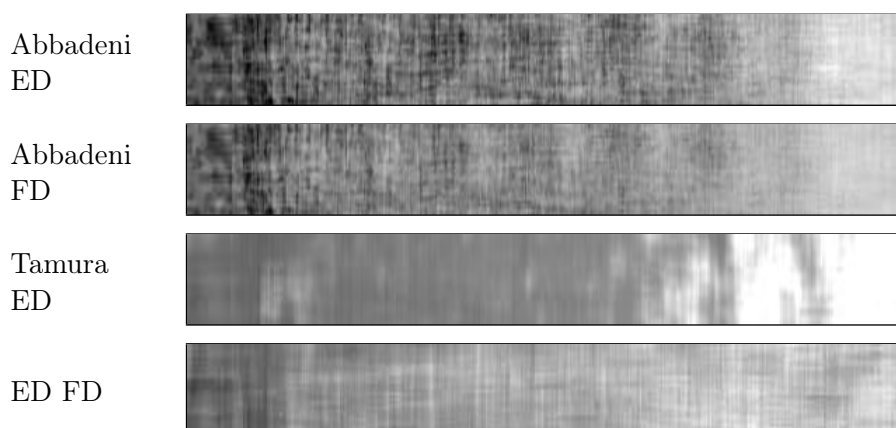


Figura 4.15 (cont.): Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes con el mismo tipo de textura, pero con un grado de finura creciente de izquierda a derecha.

bidimensionales y los unidimensionales, consideraremos los modelos con mayor bondad en cada caso, es decir, el modelo bidimensional para las medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$  y el modelo unidimensional para la medida de *Amadasun*. Comparando los resultados obtenidos en los experimentos anteriores con los de la sección 4.4.1, visualmente los mapeos son muy parecidos en ambos casos, aunque numéricamente es más preciso el modelo bidimensional, como ocurre al comparar las tablas 4.1 y 4.2. En general, los resultados obtenidos con ambos modelos serán muy parecidos, pero existen texturas en donde el modelo bidimensional se comporta mejor que el unidimensional, como ocurre en el ejemplo de la Figura 4.17.

#### Resultados para imágenes mosaico: comparación entre modelo unidimensional y modelo bidimensional

Considérese la imagen de la parte superior de la Figura 4.17. Se trata de un mosaico compuesto por varias imágenes de textura extraídas del conjunto  $\mathcal{I}$ , por lo que disponemos de las valoraciones humanas de finura de dichas imágenes para poder comparar con los resultados. Bajo dicho mosaico se muestra el mapeo ideal a sus grados de finura según estas valoraciones, que también se representan numéricamente sobre este mapeo. Asimismo, se muestra el histograma correspondiente a la imagen del mapeo, donde se pueden apreciar los cuatro picos asociados a los cuatro grados de finura presentes en la imagen. Bajo este mapeo ideal, se representan los mapeos de la imagen original usando el modelo bidimensional para la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$ , así como los modelos unidimensionales de cada medida por separado. Como se puede apreciar,



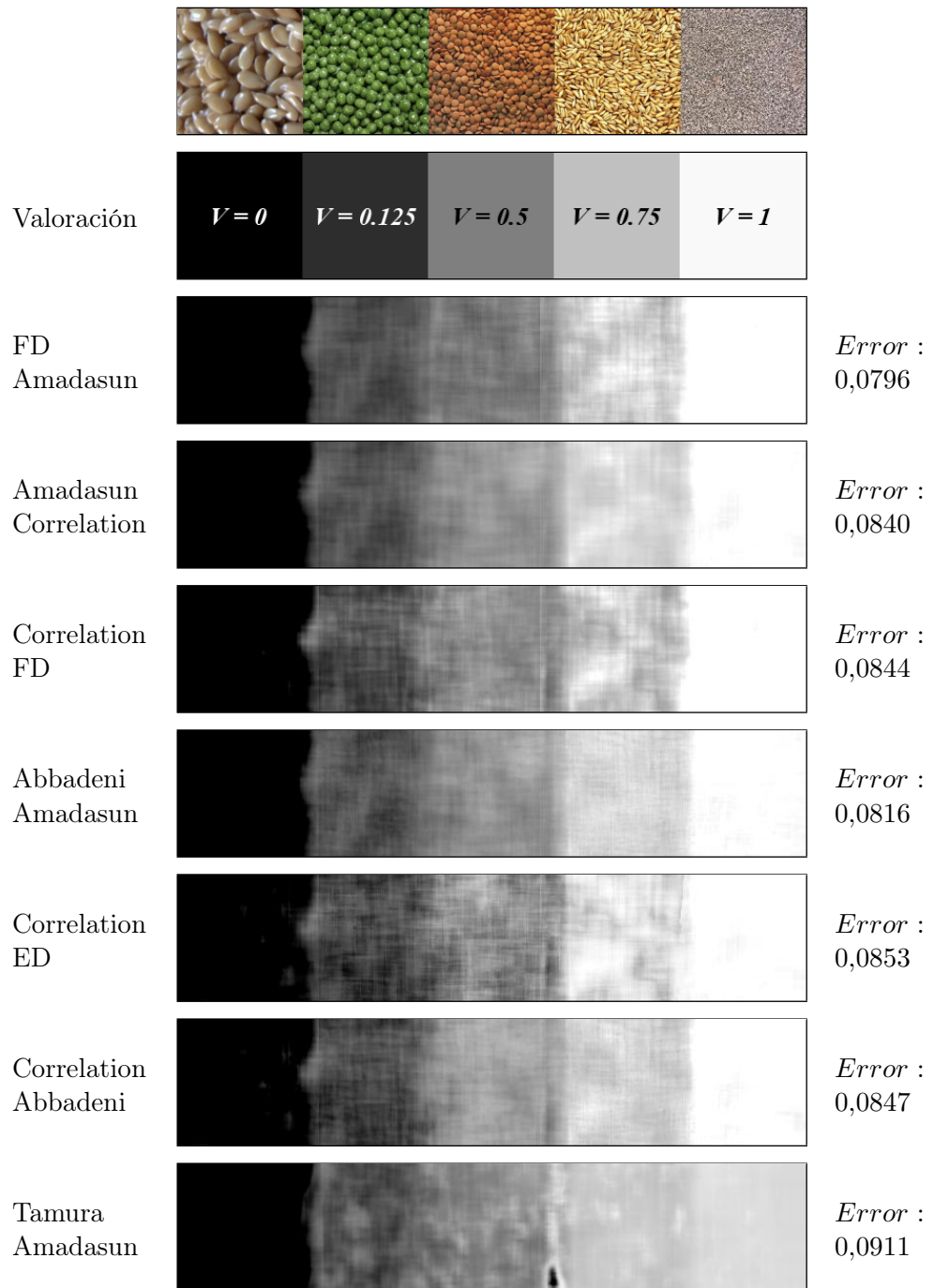


Figura 4.16: Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.


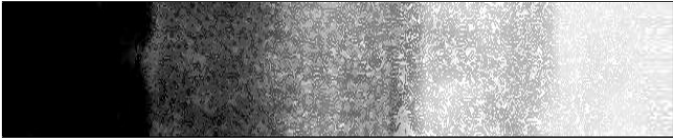
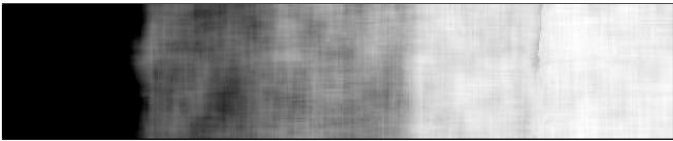
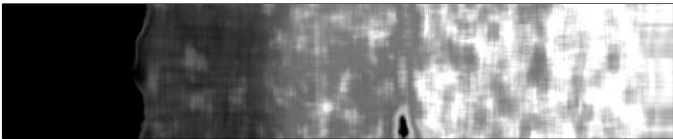




Abbadeni Tamura		<i>Error :</i> 0,1486
Correlation Tamura		<i>Error :</i> 0,0979
Amadasun ED		<i>Error :</i> 0,0922
FD Tamura		<i>Error :</i> 0,1117
Abbadeni ED		<i>Error :</i> 0,1019
Abbadeni FD		<i>Error :</i> 0,1261
Tamura ED		<i>Error :</i> 0,1448
ED FD		<i>Error :</i> 0,1692

Figura 4.16 (cont.): Aplicación de los modelos bidimensionales a un mosaico formado por imágenes de texturas con distinto grado de finura y comparación con las valoraciones humanas de esta propiedad.

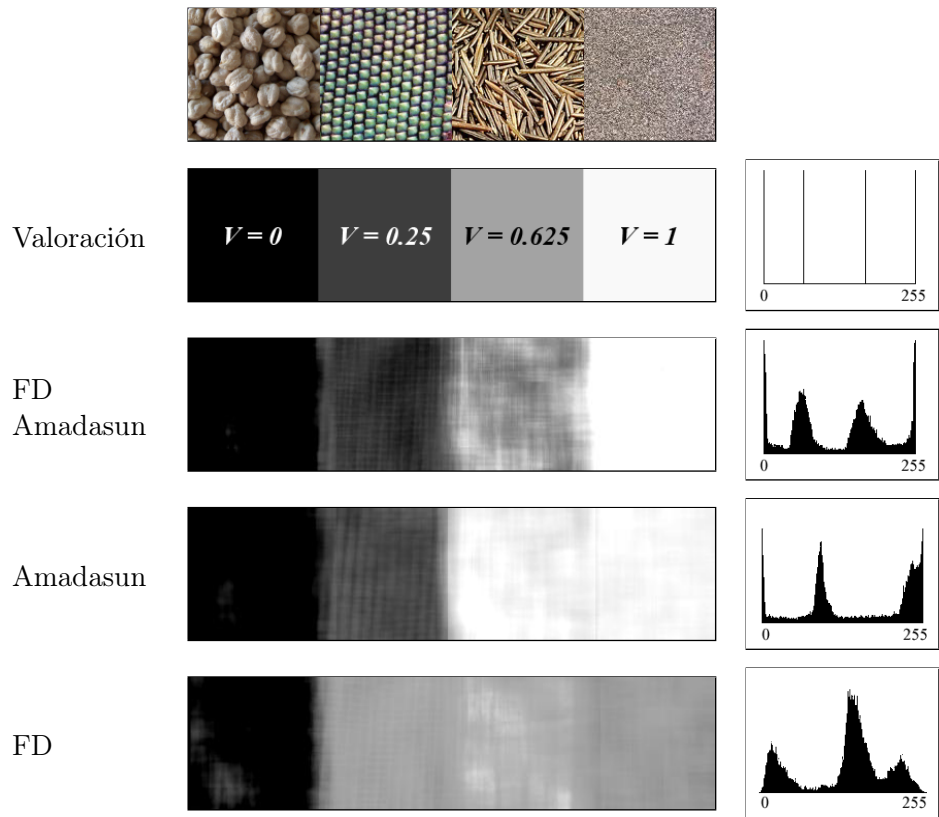


Figura 4.17: Resultados para una imagen mosaico en donde se compara el mapeo ideal con los mapeos obtenidos usando el modelo bidimensional para la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$  y los modelos unidimensionales para las medidas de *Amadasun* y *FD* por separado, así como los histogramas correspondientes a dichos mapeos.

el mapeo obtenido con el modelo bidimensional es más similar al ideal, es decir, representa más fielmente la percepción de finura. Asimismo, en el histograma correspondiente podemos apreciar claramente cuatro picos bien diferenciados, cosa que no sucede con los otros dos mapeos.

### Resultados para imágenes de microscopio. Aplicación a reconocimiento de patrones

En la Figura 4.18 se muestra un ejemplo donde el modelo bidimensional propuesto ha sido empleado para el reconocimiento de patrones. La imagen original utilizada (Figura 4.18(a)) es la misma que la de la Figura 4.14, correspondiente a una muestra de metal observada a través de microscopio. Como se demostró en el ejemplo de la Figura 4.14, las regiones uniformes

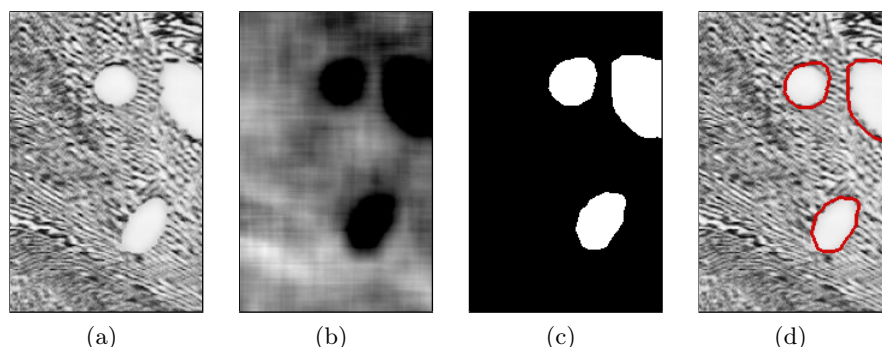


Figura 4.18: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b) Mapeo de finura de la imagen original obtenido con el modelo propuesto. (c) Imagen binaria obtenida umbralizando  $b$ . (d) Bordes de las regiones de  $c$  superpuestos a la imagen original.

no pueden ser separadas de la mezcla del fondo empleando únicamente la información de los niveles de gris, sino que es necesario emplear información de textura. La Figura 4.18(b) muestra un mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el conjunto difuso bidimensional propuesto, donde, seleccionando los píxeles con valores de finura inferiores a 0,1 (Figura 4.18(c)), se consiguen aislar las regiones blancas uniformes (Figura 4.18(d)). Como se puede apreciar, los resultados en este caso son muy similares a los obtenidos en el ejemplo de la Figura 4.14 usando el modelo unidimensional para la medida de *Amadasun*.

En la Figura 4.19 se muestra otro ejemplo donde el modelo bidimensional propuesto ha sido empleado para el reconocimiento de patrones, pero en este caso no solo se trata de diferenciar ciertas zonas homogéneas de otras con textura, como en el ejemplo anterior, sino que existen texturas con distintos grados de finura. En concreto, se trata de un volvox (Figura 4.19(a)), que es una colonia de algas verdes microscópicas, que a su vez contiene otras colonias dentro de ella. Nuestro objetivo en este caso es separar la colonia principal del fondo y las colonias hijas de la colonia principal. Al igual que en el experimento anterior, esto no es posible conseguirlo mediante la umbralización de los niveles de gris de la imagen original, tal y como se muestra en las figuras 4.19(b) y 4.19(c), sino que es necesario emplear la información sobre la textura.

Para resolver este problema, se ha realizado un mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el modelo bidimensional propuesto (Figura 4.19(d)). Se puede apreciar como las zonas correspondientes a las colonias hijas, que tienen una textura muy fina, aparecen con un nivel de gris blanco. Al resto de la colonia principal le corresponde un nivel de gris

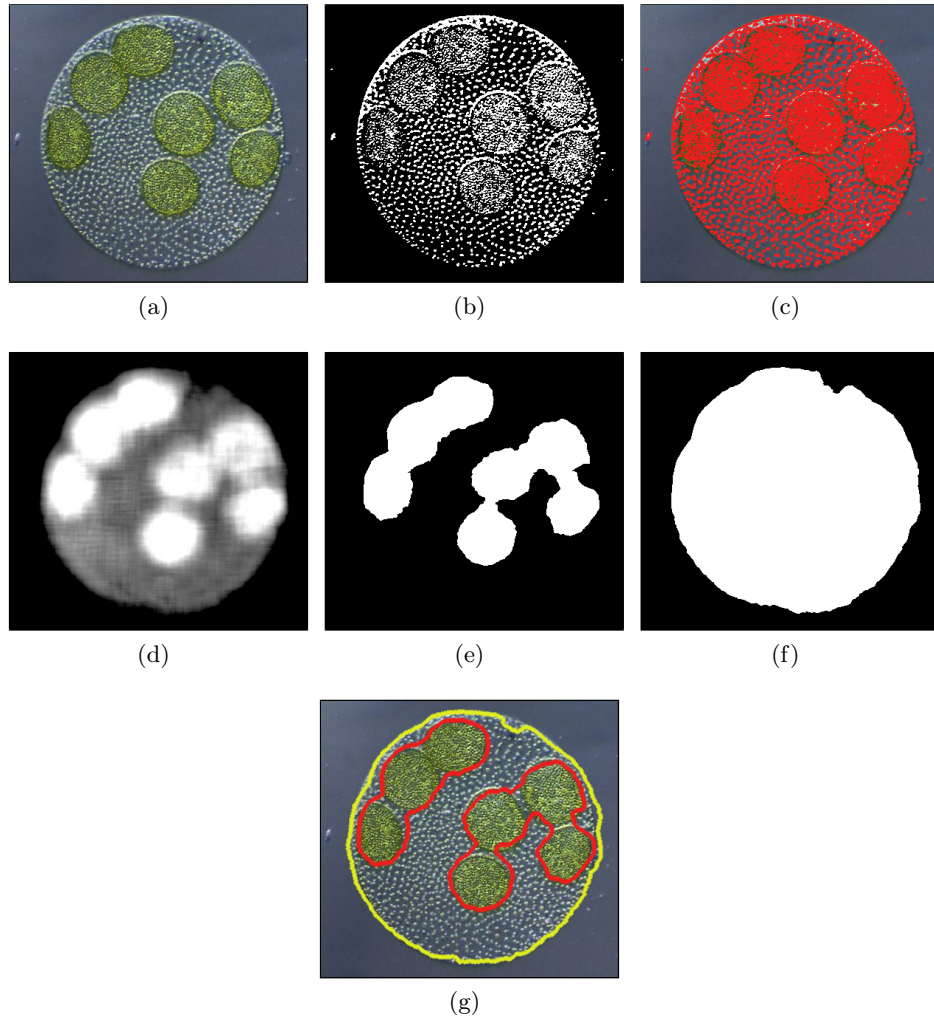


Figura 4.19: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b) Imagen binaria obtenida umbralizando la imagen original. (c) Bordes de las regiones de *b* superpuestos a la imagen original. (d) Mapeo de finura de la imagen original obtenido con el modelo bidimensional propuesto. (e)(f) Imágenes binarias obtenidas mediante dos umbralizaciones distintas de *d*. (g) Bordes de las regiones de *e* y *f* superpuestos a la imagen original.

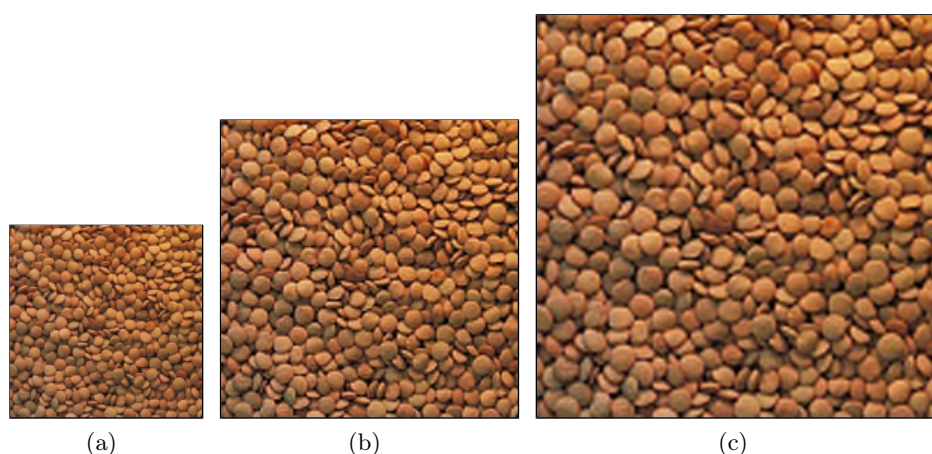


Figura 4.20: Ejemplo en donde aparece la misma textura con distinto nivel de zoom. (a) Imagen original. (b) Zoom  $\times 1,5$ . (c) Zoom  $\times 2$ .

claro, aunque sin llegar a ser blanco, pues su textura es un poco más gruesa que la de las colonias hijas. Los píxeles correspondientes al fondo tienen un nivel de gris negro, pues se trata de una textura homogénea. Así, realizando dos umbralizaciones distintas sobre los niveles de gris de la Figura 4.19(d), podemos separar las colonias hijas de la colonia principal (Figura 4.19(e)) y la colonia principal del fondo (Figura 4.19(f)). El resultado final se muestra superpuesto a la imagen original en la Figura 4.19(g).

### Resultados para imágenes con distinto nivel de zoom

Todos los conjuntos difusos propuestos en el presente capítulo son no adaptativos, es decir, modelan la propiedad de finura de forma absoluta en base a los criterios establecidos en la encuesta (sección 3.2.2 del capítulo 3). Así, una textura muy fina es aquella cuyos texels tienen un grosor menor o igual a 2 o 3 píxeles y una textura muy gruesa es aquella cuyos texels tienen un grosor superior a 16 o 17 píxeles. Esto implica que si se realiza un zoom sobre la textura de una imagen, el grado de finura proporcionado por el modelo propuesto será menor. En las figuras 4.20 y 4.21 se muestran dos ejemplos que reflejan claramente este carácter absoluto en las respuestas de los modelos propuestos en el presente capítulo.

En la Figura 4.20(a) se muestra una imagen de textura extraída del conjunto  $\mathcal{I}$ , donde el grosor de los texels es de aproximadamente 8 o 9 píxeles. La valoración de finura asignada a esta textura a través de la encuesta ha sido 0,5 y el grado de finura obtenido al aplicar el modelo bidimensional propuesto sobre esta imagen es de 0,487. En las figuras 4.20(b) y 4.20(c) se muestran imágenes en las que aparece la misma textura que en 4.20(a),



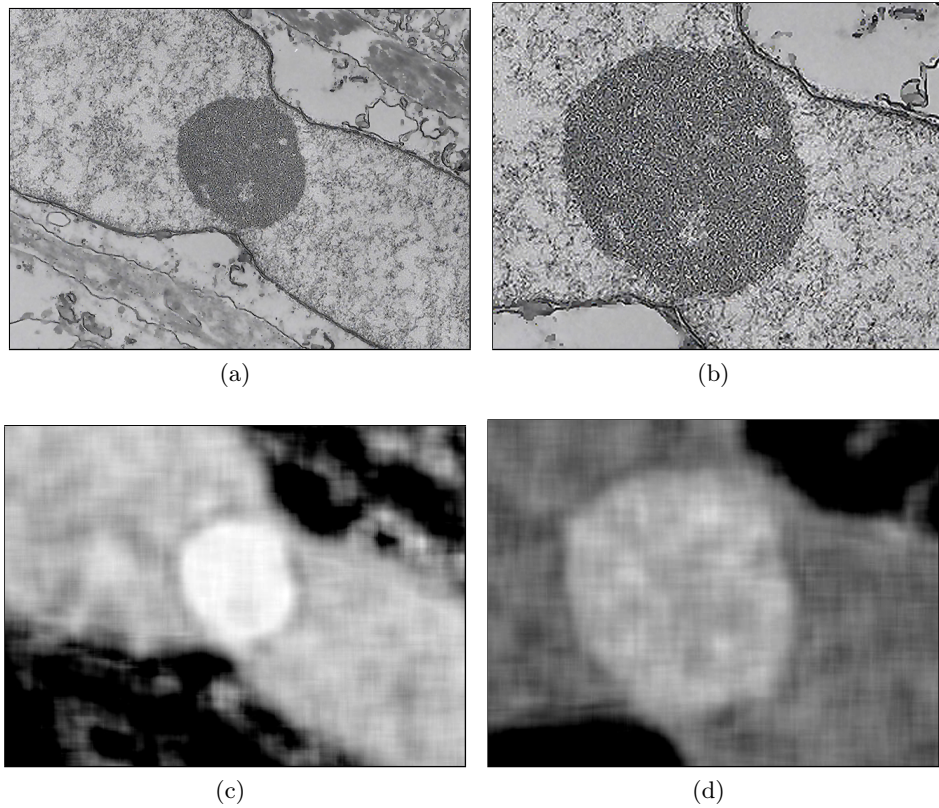


Figura 4.21: Ejemplo de aplicación del modelo bidimensional propuesto sobre dos imágenes tomadas con dos niveles de zoom distintos. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeos correspondientes a *a* y *b*, respectivamente.

pero donde se ha realizado un zoom  $\times 1,5$  y  $\times 2$ , respectivamente (obteniendo unos texels con un grosor de aproximadamente 12 o 13 píxeles en el primer caso y 16 o 18 píxeles en el segundo). El grado de finura obtenido al aplicar el modelo propuesto sobre estas dos imágenes es 0,248 y 0, o lo que es lo mismo, el grado de grosor correspondiente es de 0,752 y 1. Se comprueba así que la salida del modelo depende del zoom aplicado a la imagen, variando el grado de grosor de forma proporcional a dicho zoom.

En la Figura 4.21(a) se muestra una imagen tomada con microscopio correspondiente a una célula de córnea humana. Como se puede apreciar, el núcleo de la célula está formado por una textura mucho más fina que el resto de texturas presentes en la imagen. Si se deseara aislar automáticamente dicho núcleo usando el mapeo de finura correspondiente a esta imagen (Figura 4.21(c)), bastaría con localizar la zona con textura muy fina (grado de finura superior a 0,9). Sin embargo, como se acaba de exponer en el

ejemplo anterior, la respuesta del modelo depende del zoom con el que esté tomada la imagen. En la Figura 4.21(b) se muestra un trozo de la Figura 4.21(a) a la que se ha aplicado un zoom, y en la Figura 4.21(d) se muestra su mapeo correspondiente. Se puede apreciar como en este caso la textura del núcleo de la célula ya no es considerada como muy fina según el modelo propuesto, por lo que no sería posible localizarlo usando el criterio anterior. En el siguiente capítulo se propone el modelado de la propiedad de finura mediante conjuntos difusos adaptativos, los cuales dejarán de tener un carácter absoluto permitiendo tener en cuenta otros perfiles de finura distintos.

## 4.5. Conclusiones

En el presente capítulo se ha propuesto una metodología para el modelado de las propiedades perceptuales de la textura, como la finura, la direccionalidad o la regularidad, mediante conjuntos difusos, lo cual permite representar la incertidumbre asociada a estos conceptos. Para describir dicha metodología, se ha empleado como ejemplo la propiedad de finura, que es la más importante desde el punto de vista perceptual, aunque el resto de propiedades pueden ser aplicadas de forma análoga. Los conjuntos difusos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  propuestos se han definido en el dominio de un subconjunto  $\mathcal{F}$  de medidas de finura (nuestro conjunto de referencia) y las funciones de pertenencia correspondientes se han obtenido relacionando los valores computacionales de las medidas con la percepción humana de finura.

Los conjuntos difusos propuestos representan el grado de finura correspondiente a la percepción promedio de esta propiedad (recogida mediante valoraciones de distintos sujetos a partir de la encuesta mostrada en el capítulo 3). Se han obtenido tanto modelos unidimensionales sobre las distintas medidas de finura de forma individual, como modelos bidimensionales para parejas de medidas, dejando como trabajo futuro el modelado en un número mayor de dimensiones. En ambos casos, se han empleado como medidas de bondad los *errores de ajuste* y los *errores de test* obtenidos para cada modelo, pues son un indicativo de la fidelidad con la que consiguen representar la percepción humana de finura. En el caso unidimensional, el conjunto difuso que presenta mayor bondad ha sido el correspondiente a la medida  $\mathcal{F} = \{Amadasun\}$ , mientras que en el caso bidimensional ha sido el correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$ . Comparando los modelos unidimensionales con los bidimensionales, se ha obtenido que estos últimos tienen mayor bondad que los primeros.

Para comprobar empíricamente la bondad de los distintos modelos, se han mostrado varios ejemplos en donde estos han sido aplicados sobre imágenes reales, analizando su comportamiento. Se ha comprobado como el modelo correspondiente a la medida  $\mathcal{F} = \{Amadasun\}$  proporciona unos



resultados más acordes a la percepción humana de finura que el resto de modelos unidimensionales, al igual que sucede con el modelo correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{FD, Amadasun\}$  para el caso bidimensional. Comparando estos dos modelos entre sí, aunque en general, los resultados son muy similares para ambos, las mejoras introducidas por el modelo bidimensional sí resultan apreciables cuando es aplicado sobre algunas texturas concretas. Asimismo, se ha comprobado la utilidad práctica de los modelos de finura propuestos en aplicaciones, como el reconocimiento de patrones.

Los conjuntos difusos propuestos son no adaptativos, es decir, modelan la propiedad de forma absoluta, donde el grado de finura proporcionado se corresponde con el perfil establecido en la encuesta. Sin embargo, si se desea tener en cuenta un perfil de finura distinto estos modelos no serán válidos. Para resolver este problema, en el siguiente capítulo se plantea la adaptación de los modelos propuestos a perfiles particulares de la propiedad de finura y al contexto de la imagen.

## Capítulo 5

# Modelado difuso adaptativo

*Lo que parece no siempre es lo que es, y  
lo que es no siempre es lo que parece; la  
percepción crea nuestra propia realidad.*

Rob McBride

En este capítulo se propone un método que permite adaptar los conjuntos difusos obtenidos en el capítulo anterior, que representan la percepción promedio de finura, a diferentes perfiles de usuario o la variación en la percepción de esa propiedad debido al contexto de la imagen.

### 5.1. Introducción

En el capítulo anterior se han propuesto conjuntos difusos capaces de representar el grado de finura de las texturas de acuerdo a la percepción promedio de esa propiedad. Estos conjuntos difusos pueden ser considerados como los modelos por defecto de la propiedad de finura, pues podrán ser utilizados si no se dispone de ninguna información adicional (perfil de usuario, contexto, etc.). No obstante, un usuario particular puede tener una percepción de finura que no coincida con la considerada como promedio y, además, el contexto de la imagen puede influir en la percepción global. En esos casos, los modelos obtenidos no consiguen proporcionar el resultado esperado.

Por ejemplo, según el perfil de finura empleado en la encuesta, las figuras 5.1(a) y 5.1(c) son consideradas como muy fina (grado de finura 1) y muy gruesa (grado de finura 0), respectivamente. Sin embargo, un usuario particular puede tener una percepción distinta de finura, según la cual, la textura que representa el grado de finura 0 es la mostrada en la Figura 5.1(d). Por tanto, la textura de la Figura 5.1(c) ya no sería considerada como muy gruesa por ese usuario, sino que tendría un grado de finura intermedio.

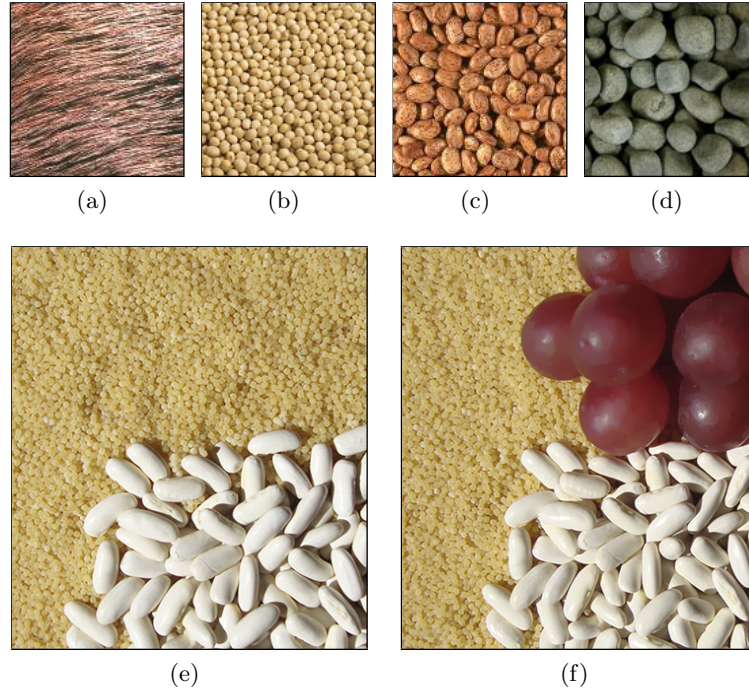


Figura 5.1: Ejemplos usados para ilustrar los perfiles de finura que pueden tener distintos usuarios (a)-(d), y los cambios en la percepción influidos por el contexto de la imagen (e)(f).

Un segundo usuario puede tener una percepción diferente, según la cual, la textura que representa el grado de finura 0 es la mostrada en la Figura 5.1(b), que según la encuesta tiene un grado de finura intermedio. En ese caso, tanto la textura de la Figura 5.1(b), como las de las figuras 5.1(c) y 5.1(d), serán consideradas como muy gruesas.

Asimismo, como se ha comentado, el contexto de la imagen puede influir en la percepción de finura. Un ejemplo de este efecto se puede apreciar en las figuras 5.1(e) y 5.1(f). La Figura 5.1(f) muestra una imagen natural similar a la de la Figura 5.1(e), pero donde se ha añadido una nueva textura. La presencia de esta textura, que es mucho más gruesa que el resto, puede llegar a inhibir a las demás, que pueden ser percibidas como más finas que en la Figura 5.1(e). Este efecto es más apreciable si las imágenes naturales son observadas por separado.

El objetivo planteado en este capítulo consiste en obtener un conjunto difuso, al que notaremos  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$ , definido sobre el subconjunto de medidas  $\mathcal{F}$  (el mismo conjunto de referencia que en el capítulo anterior) que permita adaptar el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  al nuevo perfil de finura de un usuario o al contexto. En nuestra aproximación, dicha adaptación se realizará usando la información

proporcionada por el usuario para representar su percepción particular (un conjunto de imágenes de textura), o la información del contexto extraída mediante un análisis de las texturas presentes en la imagen.

Para afrontar este modelado adaptativo, el presente capítulo se estructura de la siguiente forma: en la sección 5.2 se propone un método que permitirá adaptar automáticamente los modelos promedio obtenidos en el capítulo anterior a los diferentes perfiles de finura que puede tener un usuario particular, mientras que en la sección 5.3 se propone la adaptación de dichos modelos a los cambios en la percepción influidos por el contexto de la imagen. En la sección 5.4 se muestran algunos resultados de la aplicación de los métodos de adaptación propuestos, y en la sección 5.5 se exponen las conclusiones extraídas del presente capítulo.

## 5.2. Adaptación a Perfiles de Usuario

Para poder adaptar la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  a la percepción particular de un usuario, este debe proporcionar un conjunto de imágenes de textura y sus correspondientes grados de percepción de finura. Notaremos  $\mathcal{R} = \{R^1, \dots, R^Z\}$  al conjunto de  $Z \geq 1$  imágenes de textura proporcionadas por el usuario para representar su percepción particular y notaremos  $\mathcal{V} = \{v^1, \dots, v^Z\}$  a los grados de percepción de finura asociados a  $\mathcal{R}$ . Sobre cada imagen  $R_i \in \mathcal{R}$  se aplicará el conjunto de medidas  $\mathcal{F}$ , obteniendo un vector de valores de medidas  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i = [m_1^i, \dots, m_{K'}^i]$ , donde  $m_k^i$  es el resultado de aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{F}$  a la imagen  $R_i$ . Así, notaremos  $\mathcal{M} = \{\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1, \dots, \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^Z\}$  al conjunto de vectores de medidas obtenido a partir de  $\mathcal{R}$ , y notaremos  $\Omega_{\mathcal{F}} = \{(\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i, v^i), \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i \in \mathcal{M}; v^i \in \mathcal{V}\}_{i=1, \dots, Z}$  al conjunto de pares que relacionan cada vector de medidas con su grado de finura correspondiente (a los que nosotros denominaremos *puntos de adaptación*).

Este conjunto  $\Omega_{\mathcal{F}}$  será empleado para obtener el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  mediante una transformación de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . Esta transformación consistirá en una translación y expansión (o compresión) de  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en el dominio de las medidas con el objetivo de forzar a que la función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  pase por los *puntos de adaptación*. Para facilitar la comprensión del método de adaptación propuesto, en primer lugar se presentará el caso particular para  $K' = 1$  (sección 5.2.1) y a continuación se describirá la metodología general como una extensión de la adaptación unidimensional en  $K'$  dimensiones (sección 5.2.2).

### 5.2.1. Caso Unidimensional

En esta sección se describirá el método propuesto para la adaptación de los conjuntos difusos unidimensionales obtenidos en la sección 4.3.1. En este caso  $\mathcal{F} = \{P_k\}$ , es decir, el conjunto de referencia está formado por un

única medida, con lo que  $\mathcal{M} = \{m_k^1, \dots, m_k^Z\}$ . Así, el conjunto de *puntos de adaptación* para esa medida es

$$\Omega_{\mathcal{F}} = \{(m_k^i, v^i), m_k^i \in \mathcal{M}; v^i \in \mathcal{V}; m_k^i < m_k^{i+1}\}_{i=1, \dots, Z} \quad (5.1)$$

Nótese que dicho conjunto se ha ordenado por el valor de la medida, de forma que  $m_k^i < m_k^{i+1}$ . Puesto que la función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  debe mantener la condición de monotonicidad, al realizar esta ordenación se debe cumplir también que  $v^i < v^{i+1} \forall i$  (para medidas que crecen con la finura; para aquellas que decrecen se debe cumplir que  $v^i > v^{i+1} \forall i$ )<sup>1</sup>, es decir, que los grados  $v^i$  en ese conjunto deben satisfacer también el orden dado por los valores  $m_k^i$ .

Así, proponemos definir  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  como una función

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \quad (5.2)$$

de la forma<sup>2</sup>

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x; \Omega_{\mathcal{F}}) = \begin{cases} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{m_k^1 m_k^2}^{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(x)) & x \leq m_k^1 \text{ o } x \leq m_k^2, \\ \vdots \\ \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{m_k^i m_k^{i+1}}^{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(x)) & m_k^i < x \leq m_k^{i+1}, \\ \vdots \\ \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{m_k^{Z-1} m_k^Z}^{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(x)) & x > m_k^{Z-1} \text{ o } x > m_k^Z \end{cases} \quad (5.3)$$

siendo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  la función definida en (4.4), con  $\bar{m}_k^i = \mathcal{T}_{\mathcal{F}}^{-1}(v^i) \forall i$ , y donde  $\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x)$  se define como una función de traslación y expansión de la forma

$$\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x) = \frac{x - a'}{b' - a'}(b - a) + a \quad (5.4)$$

Se debe tener en cuenta que, puesto que  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  es una función biyectiva en  $[\alpha, \beta]$  (es sobreyectiva y estrictamente monótona en  $[\alpha, \beta]$ ), siempre existe la función inversa  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}^{-1}$ . En nuestra implementación, los valores  $\bar{m}_k^i$  se obtienen mediante la aplicación del método de Newton-Raphson.

Considerando la definición de  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  dada en (4.4), la función de pertenencia

<sup>1</sup>El cumplimiento de esta condición dependerá de una correcta elección por parte del usuario del conjunto de imágenes  $\mathcal{R}$  y sus valoraciones asociadas  $\mathcal{V}$ .

<sup>2</sup>Téngase en cuenta que la transformación para  $x \leq m_k^1$  y  $x \leq m_k^2$  es la misma. De hecho, puesto que  $m_k^1 > m_k^2$ , la primera condición puede reducirse a  $x \leq m_k^2$ . Lo mismo ocurre con  $x > m_k^{Z-1}$  y  $x > m_k^Z$ , que puede ser reducido a  $x > m_k^{Z-1}$ .

adaptada  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  definida en (5.3) puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x; \Omega_{\mathcal{F}}) = \begin{cases} 1 & x < \hat{\alpha}, \\ \text{poly}(\mathbf{A}_{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(x)) & \hat{\alpha} \leq x \leq m_k^2, \\ \vdots & \\ \text{poly}(\mathbf{A}_{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(x)) & m_k^i < x \leq m_k^{i+1}, \\ \vdots & \\ \text{poly}(\mathbf{A}_{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(x)) & m_k^{Z-1} < x \leq \hat{\beta}, \\ 0 & x > \hat{\beta} \end{cases} \quad (5.5)$$

donde  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son calculados (si no han sido definidos en  $\Omega_{\mathcal{F}}$ ) como <sup>3</sup>

$$\hat{\alpha} = \mathbf{A}_{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(m_k^1) \quad (5.6)$$

$$\hat{\beta} = \mathbf{A}_{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(m_k^Z) \quad (5.7)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\text{poly}$  son los valores y la función polinómica definidos en (4.4). Nótese que  $\text{poly}$  es la misma función polinómica en todas las partes de (5.5).

Se debe tener en cuenta que (5.3) y (5.5) son válidas únicamente para  $Z > 1$ . En el caso particular de  $Z = 1$  solo se realizará una traslación

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x; \Omega_{\mathcal{F}}) = \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x + \bar{m}_k^1 - m_k^1) \quad (5.8)$$

En la Figura 5.2 se muestra un ejemplo del método de adaptación para el caso unidimensional presentado en esta sección. La transformación propuesta es aplicada al modelo no adaptativo o modelo promedio  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (línea discontinua) para obtener el modelo adaptativo  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  (línea continua), de acuerdo al perfil recogido en  $\Omega_{\mathcal{F}}$ . Para este ejemplo se ha usado el modelo no adaptativo obtenido para la medida de *Amadasun*:

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x) = \begin{cases} 1 & x < 0,17269, \\ \text{poly}(x) & 0,17269 \leq x \leq 0,58578, \\ 0 & x > 0,58578 \end{cases}$$

donde  $\text{poly}(x) = -6,6128x^3 + 9,4901x^2 - 6,4835x + 1,8707$ .

En este ejemplo, se ha supuesto que un nuevo usuario ha proporcionado tres imágenes de textura para representar su percepción particular de finura. Vamos a asumir que los valores de la medida de finura  $P_k$  para las tres imágenes son  $m_k^1 = 0,1$ ,  $m_k^2 = 0,55$  y  $m_k^3 = 0,8$ . Supongamos también que

<sup>3</sup>Para medidas que decrecen con la percepción de finura. Para aquellas que crecen,  $\hat{\alpha}$  se calcula aplicando la ecuación (5.7) pasándole como parámetro el valor  $\alpha$  y  $\hat{\beta}$  se calcula aplicando la ecuación (5.6) pasándole como parámetro  $\beta$ .

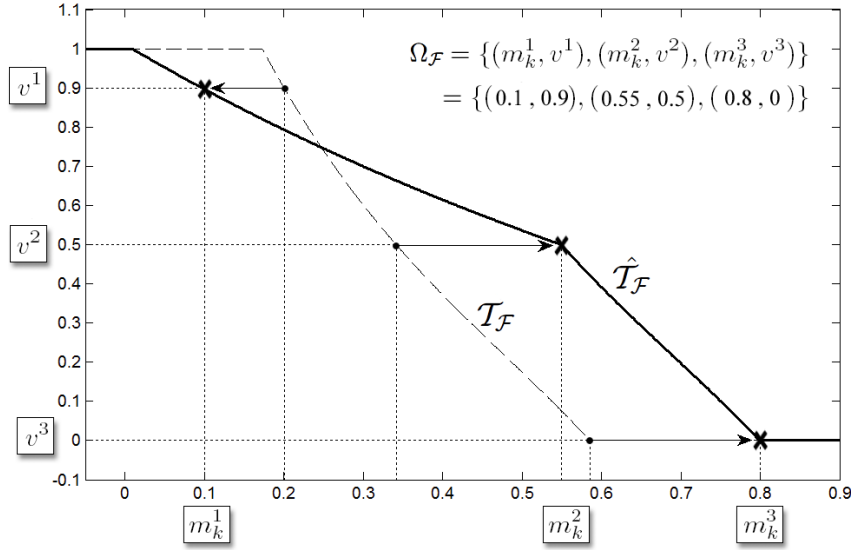


Figura 5.2: Ejemplo de adaptación al perfil de un nuevo usuario. El modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  (línea continua) es obtenido adaptando el modelo promedio  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (línea discontinua) de acuerdo a  $\Omega_{\mathcal{F}} = \{(m_k^i, v^i)\}_{i=1, \dots, Z}$  con  $Z = 3$ .

los grados de percepción de finura dados por el usuario para esas imágenes son  $v^1 = 0,9$ ,  $v^2 = 0,5$  y  $v^3 = 0$ . El primer punto  $(0,1, 0,9)$  impone que el valor  $v^1 = 0,9$ , que es alcanzado por  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en  $\bar{m}_k^1 = 0,201$ , debe ser alcanzado por  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  en  $m_k^1 = 0,1$ . De la misma forma, los valores  $v^2 = 0,5$  y  $v^3 = 0$ , que son alcanzados por el modelo no adaptativo en  $\bar{m}_k^2 = 0,342$  y  $\bar{m}_k^3 = 0,586$  respectivamente, deberán ser alcanzados por el modelo adaptado en  $m_k^2 = 0,55$  y  $m_k^3 = 0,8$ . Así, el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  se obtiene usando (5.5):

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x; \Omega_{\mathcal{F}}) &= \begin{cases} 1 & x < 0,027, \\ \text{poly}(\mathbf{A}_{0,1 \ 0,55}^{0,201 \ 0,342}(x)) & 0,027 \leq x \leq 0,55, \\ \text{poly}(\mathbf{A}_{0,55 \ 0,8}^{0,342 \ 0,586}(x)) & 0,55 < x \leq 0,8 \\ 0 & x > 0,8 \end{cases} \\
 &= \begin{cases} 1 & x < 0,027, \\ \text{poly}(\frac{0,141x}{0,45} + 0,170) & 0,027 \leq x \leq 0,55, \\ \text{poly}(\frac{0,244x}{0,25} - 0,195) & 0,55 \geq x > 0,8 \\ 0 & x > 0,8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

En este caso, el valor  $\hat{\beta}$  ha sido definido por el usuario en  $\Omega_{\mathcal{F}}$  ( $\hat{\beta} = 0,8$ ), mientras que el valor  $\hat{\alpha}$  se calcula como

$$\hat{\alpha} = \mathbf{A}_{0,1 \ 0,55}^{0,201 \ 0,342}(0,1727) = 0,027$$

### 5.2.2. Caso Multidimensional

En esta sección se describirá el método general de adaptación como una extensión de la metodología vista para  $K' = 1$ . Así, proponemos definir  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  como una función

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}} : \mathbb{R}^{K'} \rightarrow [0, 1] \quad (5.9)$$

siendo  $K'$  el cardinal de  $\mathcal{F}$ . Nótese que, aunque en el capítulo anterior solo se han obtenido los modelos no adaptativos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para los casos  $K' = 1$  y  $K' = 2$ , el método de adaptación propuesto en este capítulo será válido para cualquier valor de  $K'$ .

Como se ha mostrado en la sección anterior, para realizar la transformación propuesta es necesario conocer los valores donde el modelo no adaptativo alcanza cada grado de finura  $v^i$ . En el caso unidimensional cada grado es alcanzado por  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  únicamente en un valor  $\bar{m}_k^i$ . Sin embargo, en el caso multidimensional existen infinitos puntos donde la función toma cada grado  $v^i$ . Esos puntos son denominados como *conjuntos de nivel*. En general, el *conjunto de nivel* de valor  $v$  de la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  se define como

$$L_v(\mathcal{T}_{\mathcal{F}}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'}, \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) = v\} \quad (5.10)$$

Para  $K' = 2$  el conjunto de nivel se conoce como *curva de nivel* (línea de contorno), para  $K' = 3$  se conoce como *superficie de nivel*, y para  $K' > 3$  se conoce como *hipersuperficie de nivel*. Asimismo, es posible definir el *conjunto de nivel inferior* y el *conjunto de nivel superior* como  $LL_v(\mathcal{T}_{\mathcal{F}}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'}, \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) \leq v\}$  y  $UL_v(\mathcal{T}_{\mathcal{F}}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'}, \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) \geq v\}$ , respectivamente.

Para simplificar la notación y hacerla más similar a la del caso unidimensional, a partir de ahora notaremos como  $L_v$  al conjunto de nivel de valor  $v$  del modelo adaptado, en lugar de  $L_v(\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}})$ , y como  $\bar{L}_v$  al conjunto de nivel de valor  $v$  del modelo no adaptativo, en lugar de  $L_v(\mathcal{T}_{\mathcal{F}})$ . Además, dado un valor  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'}$ , usaremos las desigualdades  $\mathbf{x} \leq L_v$  y  $\mathbf{x} \geq L_v$  en lugar de la pertenencia a los conjuntos de nivel inferior y superior ( $\mathbf{x} \in LL_v(\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}})$  y  $\mathbf{x} \in UL_v(\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}})$ ), respectivamente.

En este caso, el conjunto de *puntos de adaptación* será el siguiente<sup>4</sup>

$$\Omega_{\mathcal{F}} = \{(\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i, v^i), \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i \in \mathcal{M}; v^i \in \mathcal{V}; v^i < v^{i+1}\}_{i=1, \dots, Z} \quad (5.11)$$

La función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  debe mantener la condición de monotonicidad al ser adaptada según este criterio, es decir,  $\nabla \hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x, y) \neq 0 \forall (x, y) / 0 < \hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(x, y) < 1$ . Esto se cumplirá si, siendo  $v^i < v^{i+1}$ ,  $\mathbf{x}^i < L_{v^{i+1}} \forall \mathbf{x}^i \in L_{v^i}$ , es decir, si el conjunto de nivel  $L_{v^i}$  pertenece al conjunto de nivel inferior de  $L_{v^{i+1}}$ . Así, teniendo en cuenta que cada vector de medidas  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i$  impondrá un conjunto de

<sup>4</sup>Nótese que en este caso dicho conjunto ha sido ordenado por el valor del grado.



nivel  $L_{v^i}$ , para que sea posible la adaptación, el nuevo perfil  $\Omega_{\mathcal{F}}$  debe cumplir la condición  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i < L_{v^{i+1}}$  (en la sección 5.2.2.2 se detalla como determinar dicha desigualdad).

De una forma similar al caso unidimensional, proponemos definir  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  como una función de la forma

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}; \Omega_{\mathcal{F}}) = \begin{cases} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{L_{v^1} L_{v^2}}^{\bar{L}_{v^1} \bar{L}_{v^2}}(\mathbf{x})) & \mathbf{x} \leq L_{v^1} \text{ o } \mathbf{x} \leq L_{v^2}, \\ \vdots \\ \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{L_{v^i} L_{v^{i+1}}}^{\bar{L}_{v^i} \bar{L}_{v^{i+1}}}(\mathbf{x})) & L_{v^i} < \mathbf{x} \leq L_{v^{i+1}}, \\ \vdots \\ \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{A}_{L_{v^{Z-1}} L_{v^Z}}^{\bar{L}_{v^{Z-1}} \bar{L}_{v^Z}}(\mathbf{x})) & \mathbf{x} > L_{v^{Z-1}} \text{ o } \mathbf{x} > L_{v^Z} \end{cases} \quad (5.12)$$

En este punto, será necesario afrontar tres cuestiones: (i) cómo obtener los conjuntos de nivel  $L_{v^i}, i = 1, \dots, Z$  del modelo adaptado (sección 5.2.2.1), (ii) cómo determinar las desigualdades  $\mathbf{x} \leq L_{v^i}$  y  $\mathbf{x} \geq L_{v^i}$  (sección 5.2.2.2) y (iii) cuál es la forma de la función multidimensional de traslación y expansión  $\mathbf{A}_{L_{v^i} L_{v^{i+1}}}^{\bar{L}_{v^i} \bar{L}_{v^{i+1}}}(\mathbf{x})$  (sección 5.2.2.3).

### 5.2.2.1. Cálculo de los conjuntos de nivel $L_{v^i}$

En relación a la primera cuestión, cada conjunto de nivel  $L_{v^i}$  será obtenido transformando el correspondiente conjunto de nivel del modelo no adaptativo  $\bar{L}_{v^i}$  para forzarlo a pasar por el punto  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i$ . La Figura 5.3 muestra un ejemplo gráfico del cálculo del conjunto de nivel  $L_{v^i}$  para  $K' = 2$ , donde las líneas continuas representan las curvas de nivel  $\bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  del modelo bidimensional no adaptativo, mientras que la línea discontinua representa la curva de nivel  $L_{v^i}$  obtenida.

En primer lugar, será necesario definir la dirección en la cual tendrá lugar la transformación. En esta Tesis proponemos usar para ello la dirección del gradiente de la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en los puntos del conjunto de nivel  $\bar{L}_{v^i}$ . Así,  $\forall \bar{\mathbf{x}}^i \in \bar{L}_{v^i}$ , se obtendrá un punto  $\mathbf{x}^i \in L_{v^i}$  de acuerdo a la transformación

$$\mathbf{x}^i = \bar{\mathbf{x}}^i + D_{v^i}(\bar{\mathbf{x}}^i) \hat{\nabla} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{x}}^i) \quad (5.13)$$

donde  $\hat{\nabla} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{x}}^i)$  es el vector unitario en la dirección del gradiente en  $\bar{\mathbf{x}}^i$  y donde  $D_{v^i}(\bar{\mathbf{x}}^i)$  es la distancia de la traslación de ese punto. Dicha distancia deberá depender de la dirección en la que se produce cada traslación, teniendo en cuenta la variación de la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en las distintas direcciones. Así, en el ejemplo de la Figura 5.3 se puede apreciar como la distancia de traslación será mayor para aquellos puntos de  $\bar{L}_{v^i}$  cuya dirección de desplazamiento (la dirección del gradiente) sea más paralela al eje  $x_1$ , que es

el eje en que la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  experimenta una variación mayor. En esta Tesis se ha propuesto que la distancia  $D_{v^i}(\bar{\mathbf{x}}^i)$  sea proporcional a la separación entre los conjuntos de nivel  $\bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  en cada dirección, y será calculada según la ecuación

$$D_{v^i}(\bar{\mathbf{x}}^i) = K_{v^i} \cdot \|\bar{\mathbf{x}}^i - \bar{\mathbf{z}}^i\| \quad (5.14)$$

donde  $K_{v^i}$  es un valor constante para todos los puntos del conjunto de nivel  $\bar{L}_{v^i}$ , y donde  $\bar{\mathbf{z}}^i$  es el punto de corte de  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  con la recta que pasa por el punto  $\bar{\mathbf{x}}^i$  y tiene la dirección del gradiente en ese punto, es decir

$$\bar{\mathbf{z}}^i = \bar{L}_{v^{i+1}} \cap (\bar{\mathbf{x}}^i + A\hat{\nabla}\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{x}}^i)); \quad A \in \mathbb{R} \quad (5.15)$$

Para calcular el valor  $K_{v^i}$  se empleará la única información disponible, que es la proporcionada por  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i$ . Sea  $\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i \in \bar{L}_{v^i}$  el punto de  $\bar{L}_{v^i}$  cuyo gradiente pasa por  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i$ , es decir, el punto que es trasladado a  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i$  en la transformación. En la práctica, este punto puede ser calculado mediante la resolución del siguiente problema de minimización

$$\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}^i \in \bar{L}_{v^i}} \|\bar{\mathbf{x}}^i - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i\| \quad (5.16)$$

Así, el valor de  $K_{v^i}$  vendrá dado por la ecuación

$$K_{v^i} = \frac{\|\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i - \bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i\|}{\|\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i - \bar{\mathbf{z}}^{\mathbf{M}_i}\|} \quad (5.17)$$

donde  $\bar{\mathbf{z}}^{\mathbf{M}_i}$  es el punto de corte de  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  con la recta que pasa por el punto  $\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i$  y tiene la dirección del gradiente en ese punto, es decir

$$\bar{\mathbf{z}}^{\mathbf{M}_i} = \bar{L}_{v^{i+1}} \cap (\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i + A\hat{\nabla}\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{M}}_{\mathcal{F}}^i)); \quad A \in \mathbb{R} \quad (5.18)$$

### 5.2.2.2. Resolución de las desigualdades $\mathbf{x} < L_{v^i}$ y $\mathbf{x} > L_{v^i}$

Una vez que han sido obtenidos los conjuntos de nivel  $L_{v^i}$ , es posible responder a la segunda cuestión planteada: dado un punto  $\mathbf{x}$  en un espacio multidimensional, necesitaremos definir los intervalos de la ecuación por partes (5.12), es decir, resolver las desigualdades  $\mathbf{x} < L_{v^i}$  y  $\mathbf{x} > L_{v^i}$ . Estas desigualdades representan las condiciones  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) < v^i$  y  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) > v^i$ , respectivamente. Sin embargo, el valor  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x})$  no se conoce a priori (ese es precisamente el objetivo final de nuestro problema). La única información disponible sobre la función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  son los conjuntos de nivel  $L_{v^i}$  obtenidos anteriormente. Dado un punto  $\mathbf{x}$ , notaremos  $\bar{\mathbf{p}}^i \in \bar{L}_{v^i}$  al punto de  $\bar{L}_{v^i}$  cuyo gradiente pasa por  $\mathbf{x}$ , que coincide con el punto que está a menor distancia

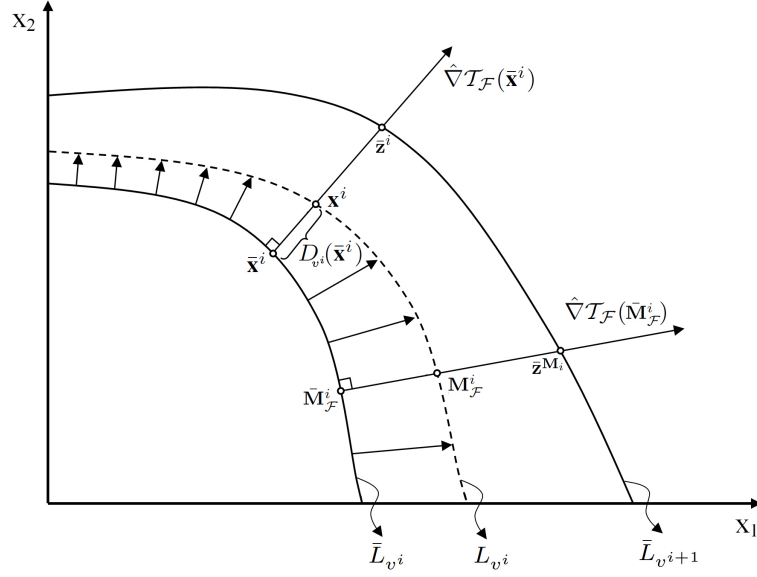


Figura 5.3: Ejemplo de cálculo del conjunto de nivel  $L_{v,i}$  para  $K' = 2$  donde se muestran los parámetros necesarios para dicho cálculo.

euclídea de  $\mathbf{x}$ , por lo que puede ser calculado mediante la resolución del siguiente problema de minimización

$$\bar{\mathbf{p}}^i = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}^i \in \bar{L}_{v,i}} \|\bar{\mathbf{x}}^i - \mathbf{x}\| \quad (5.19)$$

y notaremos  $\mathbf{p}^i \in L_{v,i}$  al punto de  $L_{v,i}$  al que ha sido trasladado  $\bar{\mathbf{p}}^i$  según la metodología descrita en la sección anterior. Nótese que la dirección de esa traslación, que viene definida por el gradiente  $\hat{\nabla} T_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{p}}^i)$ , también pasa por  $\mathbf{x}$  e indica la dirección en la cual crece la función  $\hat{T}_{\mathcal{F}}$ . Así, la desigualdad  $\mathbf{x} > L_{v,i}$  puede ser expresada como  $\mathbf{x} > \mathbf{p}^i$  y se cumplirá si el sentido del vector que va desde  $\mathbf{p}^i$  a  $\mathbf{x}$  coincide con el sentido en el cual crece la función  $\hat{T}_{\mathcal{F}}$ , es decir

$$\mathbf{x} > L_{v,i} \quad \text{si} \quad \widehat{\mathbf{p}^i \mathbf{x}} = \hat{\nabla} T_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{p}}^i) \quad (5.20)$$

De igual forma, la desigualdad  $\mathbf{x} < L_{v,i}$  se cumplirá si el vector que va desde  $\mathbf{p}^i$  a  $\mathbf{x}$  apunta en sentido contrario al crecimiento de la función

$$\mathbf{x} < L_{v,i} \quad \text{si} \quad \widehat{\mathbf{p}^i \mathbf{x}} = -\hat{\nabla} T_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{p}}^i) \quad (5.21)$$

### 5.2.2.3. Definición de la función de transformación $\mathbf{A}_{L_{v,i} L_{v,i+1}}^{\bar{L}_{v,i} \bar{L}_{v,i+1}}(\mathbf{x})$

Finalmente, será necesario definir la forma de la función de traslación y expansión  $\mathbf{A}_{L_{v,i} L_{v,i+1}}^{\bar{L}_{v,i} \bar{L}_{v,i+1}}(\mathbf{x})$ . Para ello, se propone una solución basada en la

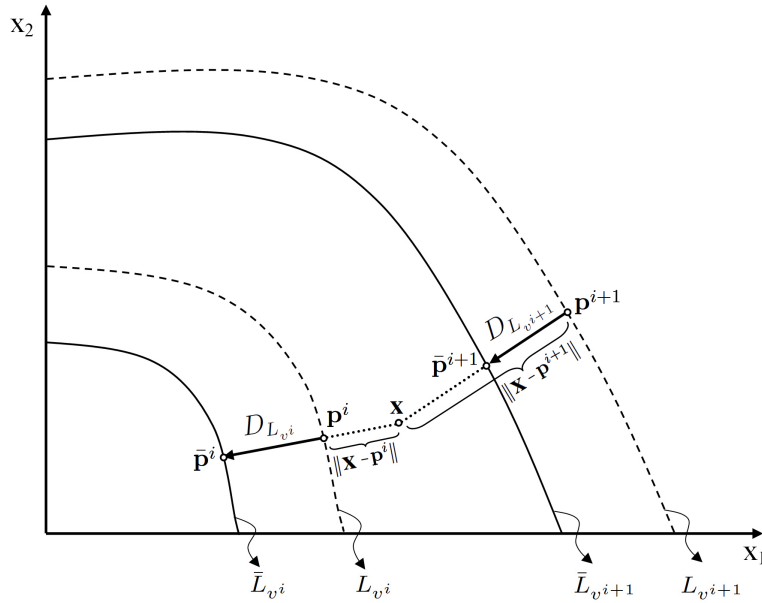


Figura 5.4: Ejemplo en el que se muestran todos los parámetros necesarios para calcular la transformación  $\mathbf{A}_{L_{v^i} \bar{L}_{v^{i+1}}}^{\bar{L}_{v^i} L_{v^{i+1}}}(\mathbf{x})$  para  $K' = 2$ .

transformación vista para el caso unidimensional. Se puede demostrar que la función de transformación unidimensional (5.4) puede ser reescrita de la forma

$$\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x) = x + \frac{b' - x}{b' - a'}(a - a') + \frac{x - a'}{b' - a'}(b - b') \quad (5.22)$$

Esta ecuación puede ser interpretada desde el punto de vista de traslaciones relativas. Podemos considerar que el punto  $a'$  es trasladado a  $a$  una distancia  $D_a = (a - a')$  y que el punto  $b'$  es trasladado a  $b$  una distancia  $D_b = (b - b')$ . Dado un punto,  $x : a' < x < b'$ , este será trasladado a  $\bar{x}$  una distancia concreta  $D_x$  que es la combinación de las traslaciones  $D_a$  y  $D_b$  pesadas por las distancias relativas de  $x$  a  $b'$  y  $a'$ , respectivamente. A partir de ahora notaremos  $RD(x, b')$  y  $RD(x, a')$  a estas distancias relativas, es decir:

$$RD(x, b') = \frac{b' - x}{b' - a'} \quad RD(x, a') = \frac{x - a'}{b' - a'} \quad (5.23)$$

Así, la ecuación (5.22) puede ser expresada como

$$\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x) = x + RD(x, b')D_a + RD(x, a')D_b = x + D_x \quad (5.24)$$

En el caso multidimensional, los conjuntos de nivel  $L_{v^i}$ ,  $L_{v^{i+1}}$ ,  $\bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  son los parámetros equivalentes a  $a'$ ,  $b'$ ,  $a$  y  $b$ . En la Figura 5.4 se muestra

un ejemplo para  $K' = 2$  donde aparecen representados todos los parámetros necesarios para la transformación. Supongamos que el conjunto de nivel  $L_{v^i}$  es trasladado a  $\bar{L}_{v^i}$  y que  $L_{v^{i+1}}$  es trasladado a  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  (nótese que es la traslación inversa a la aplicada en la sección 5.2.2.1 para obtener los conjuntos de nivel  $L_{v^i}$  a partir de  $\bar{L}_{v^i}$ ). Así, dado un punto  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'} : L_{v^i} \leq \mathbf{x} \leq L_{v^{i+1}}$ , su traslación será una combinación de las traslaciones sufridas por los conjuntos de nivel  $L_{v^i}$  y  $L_{v^{i+1}}$  ( $D_{L_{v^i}}$  y  $D_{L_{v^{i+1}}}$ ) pesadas por las distancias relativas de  $\mathbf{x}$  a ambos conjuntos de nivel

$$\mathbf{A}_{L_{v^i}L_{v^{i+1}}}^{\bar{L}_{v^i}\bar{L}_{v^{i+1}}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + RD(\mathbf{x}, L_{v^{i+1}})D_{L_{v^i}} + RD(\mathbf{x}, L_{v^i})D_{L_{v^{i+1}}} \quad (5.25)$$

En este punto, el objetivo es calcular las distancias relativas  $RD(\mathbf{x}, L_{v^{i+1}})$  y  $RD(\mathbf{x}, L_{v^i})$  y las traslaciones  $D_{L_{v^i}}$  y  $D_{L_{v^{i+1}}}$ . Siguiendo la notación de la sección anterior, sea  $\bar{\mathbf{p}}^i \in \bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{\mathbf{p}}^{i+1} \in \bar{L}_{v^{i+1}}$  el punto de cada conjunto de nivel  $\bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  que está a menor distancia euclídea de  $\mathbf{x}$ , es decir

$$\bar{\mathbf{p}}^i = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}^i \in \bar{L}_{v^i}} \|\bar{\mathbf{x}}^i - \mathbf{x}\| \quad \bar{\mathbf{p}}^{i+1} = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}^{i+1} \in \bar{L}_{v^{i+1}}} \|\bar{\mathbf{x}}^{i+1} - \mathbf{x}\| \quad (5.26)$$

Sean  $\mathbf{p}^i \in L_{v^i}$  y  $\mathbf{p}^{i+1} \in L_{v^{i+1}}$  los puntos de  $\bar{L}_{v^i}$  y  $\bar{L}_{v^{i+1}}$  a los que han sido trasladados  $\bar{\mathbf{p}}^i$  y  $\bar{\mathbf{p}}^{i+1}$  usando la ecuación (5.13)<sup>5</sup>. Así, las distancias de  $\mathbf{x}$  a  $L_{v^i}$  y  $L_{v^{i+1}}$  son calculadas como las distancias euclídeas entre  $\mathbf{x}$  y los puntos  $\mathbf{p}^i$  y  $\mathbf{p}^{i+1}$ , respectivamente. Respecto a la traslación de cada conjunto de nivel, solo será necesario tener en cuenta la traslación de estos puntos  $\mathbf{p}^i$  y  $\mathbf{p}^{i+1}$ , es decir,  $(\bar{\mathbf{p}}^i - \mathbf{p}^i)$  y  $(\bar{\mathbf{p}}^{i+1} - \mathbf{p}^{i+1})$ .

Así, la función de transformación tendrá la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{L_{v^i}L_{v^{i+1}}}^{\bar{L}_{v^i}\bar{L}_{v^{i+1}}}(\mathbf{x}) = & \mathbf{x} + \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}^{i+1}\|}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}^i\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{p}^{i+1}\|} (\bar{\mathbf{p}}^i - \mathbf{p}^i) \\ & + \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}^i\|}{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}^i\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{p}^{i+1}\|} (\bar{\mathbf{p}}^{i+1} - \mathbf{p}^{i+1}) \end{aligned} \quad (5.27)$$

#### 5.2.2.4. Caso particular para $Z = 1$

Se debe tener en cuenta que la ecuación (5.12) es válida únicamente para  $Z > 1$ . En el caso concreto de  $Z = 1$  solo será necesario realizar una traslación. En ese caso  $\Omega_{\mathcal{F}} = \{(\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1, v^1)\}$ , lo que implica que el conjunto de nivel  $\bar{L}_{v^1}$  debe ser trasladado para que pase por el punto  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$ . En la Figura 5.5 se muestra un ejemplo del caso  $Z = 1$  para  $K' = 2$ . Como se ha comentado

<sup>5</sup>Nótese que también son los puntos de  $L_{v^i}$  y  $L_{v^{i+1}}$  que están a menor distancia euclídea de  $\mathbf{x}$ .

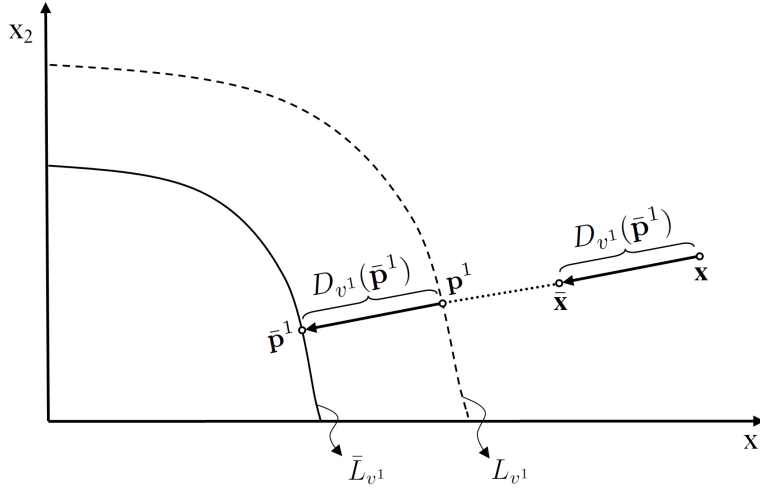


Figura 5.5: Ejemplo del cálculo de la transformación en el caso particular de  $Z = 1$  para  $K' = 2$

anteriormente, la traslación de cada punto  $\bar{\mathbf{x}}^1 \in \bar{L}_{v,1}$  debe ser realizada en la dirección de su gradiente, transformándose dicho punto en  $\mathbf{x}^1 \in L_{v,1}$  según la ecuación (5.13). Para poder calcular la distancia de la traslación  $D_{v,1}(\bar{\mathbf{x}}^1)$  usando la ecuación (5.14), se ha elegido que esta distancia sea proporcional a la separación entre los conjuntos de nivel  $\bar{L}_{v,i}$  y  $\bar{L}_{v,i+1}$  en cada dirección. En este caso, el conjunto de nivel  $\bar{L}_{v,i+1}$  no existe, por lo que es necesario elegir un conjunto de nivel de referencia distinto, como por ejemplo  $\bar{L}_1$  (el conjunto de nivel donde el modelo toma el valor 1).

Al igual que en la sección anterior, supongamos que el conjunto de nivel  $L_{v,1}$  es trasladado a  $\bar{L}_{v,1}$  (la traslación inversa a la aplicada para obtener el conjunto de nivel  $L_{v,1}$  a partir de  $\bar{L}_{v,1}$  según el método descrito en la sección 5.2.2.1). Dado un punto  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{K'}$ , este ha sido trasladado en la misma dirección y a la misma distancia que los puntos de  $L_{v,1}$ . Siguiendo la notación de las secciones anteriores, sea  $\bar{\mathbf{p}}^1 \in \bar{L}_{v,1}$  el punto del conjunto de nivel  $\bar{L}_{v,1}$  que está a menor distancia euclídea de  $\mathbf{x}$  (y cuya dirección del gradiente pasa por  $\mathbf{x}$ ) y sea  $\mathbf{p}^1 \in L_{v,1}$  el punto de  $L_{v,1}$  al que ha sido trasladado  $\bar{\mathbf{p}}^1$  usando la ecuación (5.13). La traslación aplicada a  $\mathbf{x}$  se realizará en la misma dirección y a la misma distancia que  $\mathbf{p}^1$ , y tendrá la forma

$$\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}; \Omega_{\mathcal{F}}) = \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x} - D_{v,1}(\bar{\mathbf{p}}^1) \nabla \hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}(\bar{\mathbf{p}}^1)) \quad (5.28)$$

### 5.3. Adaptación al Contexto de la Imagen

En las imágenes naturales normalmente aparecen varias texturas con diferente grado de percepción de finura y la presencia de alguna de ellas

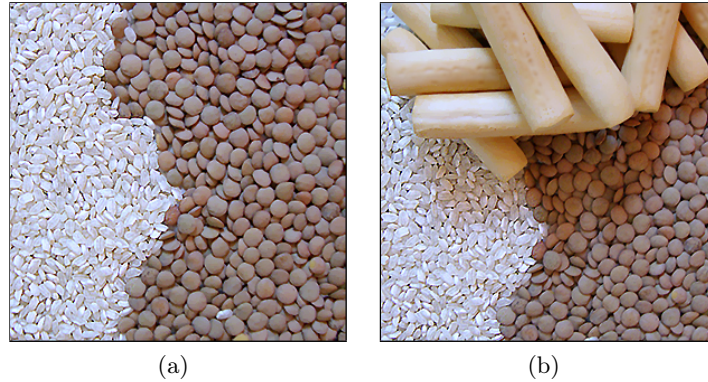


Figura 5.6: Ejemplo en el que se plasma el fenómeno de inhibición en imágenes naturales. La presencia de la textura muy gruesa de la imagen (b) produce una inhibición del resto de texturas, que pueden ser percibidas como más finas que en la imagen (a).

puede influir en la percepción del resto. Es natural asumir que las texturas más extremas de la imagen (la más fina y la más gruesa) puedan llegar a inhibir al resto de texturas, restándoles importancia en su percepción, es decir, que la percepción depende del contexto. Para que se produzca este fenómeno de inhibición, deben aparecer texturas mucho más gruesas o mucho más finas que el resto de texturas de la imagen. Así, si en una imagen aparece una textura mucho más gruesa que el resto, esas otras texturas se percibirán como más finas que si no estuviese la textura muy gruesa, que es la que produce la inhibición. Este fenómeno se puede apreciar claramente en la Figura 5.6. Las dos texturas que aparecen en la parte inferior de la Figura 5.6(b) son las mismas que la de la Figura 5.6(a), solo que en este caso pueden ser percibidas como más finas debido a la inhibición producida por la textura muy gruesa.

En esta sección se propone la adaptación del conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  al contexto de la imagen, obteniendo así el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$ . En nuestra propuesta, el grado de percepción de finura mínimo y máximo del modelo, es decir, los valores del conjunto de referencia donde la función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  alcanza los valores 0 y 1, dependerán de la inhibición existente en la imagen. Dicha inhibición, será mayor cuanto más grande sea la diferencia de grosor entre las texturas extremas de la imagen, pudiendo definir un grado de inhibición notado como  $\lambda_{\mathcal{F}}$ <sup>6</sup>. Así, en el ejemplo visto anteriormente, podemos estimar que el grado de inhibición de la Figura 5.6(b) será mayor que el de la Figura 5.6(a), pues la diferencia entre las texturas extremas es mayor. Si existe poca inhibición, los valores del conjunto de referencia donde la función  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  alcanza

<sup>6</sup>Nótese que el grado de inhibición se calculará para el conjunto de medidas  $\mathcal{F}$  aplicado.

los grado de finura 0 y 1 estarán cercanos a los valores correspondientes del modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . A medida que la inhibición sea mayor, el grado de percepción de finura mínimo y máximo de  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  se acercará a los valores correspondientes a la textura más gruesa y más fina de la imagen, respectivamente.

En el proceso de adaptación propuesto se plantean cuatro tareas:

- 1) **Obtener los valores de las medidas de finura correspondientes a la textura más gruesa y a la más fina de la imagen.** Para ello, se analizarán las distintas texturas que componen la imagen, subdividiendo la imagen en pequeñas ventanas, a las cuales se aplicará el conjunto de medidas de finura  $\mathcal{F}$ . A partir de los valores obtenidos, se intentará identificar la textura más gruesa y la más fina de la imagen. A partir de ahora notaremos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  al vector de valores de medidas correspondiente a la textura más gruesa y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$  al vector de valores de medidas correspondiente a la textura más fina. Al igual que se viene haciendo a lo largo de este capítulo, en primer lugar se discutirá el caso particular para  $K' = 1$  (sección 5.3.1), y seguidamente se describirá el enfoque general en  $K'$  dimensiones (sección 5.3.2).
- 2) **Definir el grado de inhibición  $\lambda_{\mathcal{F}}$  para la imagen.** Como se ha comentado anteriormente, existirá mayor inhibición cuanto mayor sea la diferencia de grosor entre las texturas extremas de la imagen, es decir, entre la textura más gruesa y la más fina. Así, se propone definir el grado de inhibición  $\lambda_{\mathcal{F}}$ , comprendido entre 0 y 1, en función de la diferencia existente entre los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ . En las secciones 5.3.1 y 5.3.2 se detallará el cálculo de  $\lambda_{\mathcal{F}}$ .
- 3) **Calcular los valores del conjunto de referencia que impondrán el grado de percepción de finura mínimo y máximo de  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  en función del grado de inhibición.** A partir de ahora notaremos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  a esos valores del conjunto de referencia, respectivamente. En nuestra propuesta, si el grado de inhibición es pequeño, dichos valores se acercarán a los del modelo no adaptativo (los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ ), mientras que si es grande vendrán impuestos por los valores de la textura más gruesa y más fina de la imagen, es decir,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ . En las secciones 5.3.1 y 5.3.2 se detallará el cálculo de los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  en función de  $\lambda_{\mathcal{F}}$ .
- 4) **Obtener el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  para que en  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  se alcancen los grados 0 y 1, respectivamente.** Para ello, se propone el mismo método visto anteriormente para la adaptación a la percepción particular de un usuario. En este caso, el criterio de adaptación sería



el siguiente

$$\Omega_{\mathcal{F}} = \{(\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0, 0), (\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1, 1)\} \quad (5.29)$$

Por tanto, si se desea tener en cuenta el contexto de la imagen en el modelado de la propiedad de finura, en primer lugar se debe obtener el criterio de adaptación  $\Omega_{\mathcal{F}}$  impuesto por dicho contexto, calculando los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  como se detallará en las siguientes secciones. En segundo lugar, el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  se obtendrá aplicando la metodología propuesta en la sección 5.2 con dicho criterio.

### 5.3.1. Caso Unidimensional

Como se acaba de comentar, el primer objetivo consiste en localizar la textura más gruesa y la más fina de la imagen, obteniendo así los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , respectivamente. Para ello, se subdividirá la imagen en  $N$  pequeñas ventanas, y se calculará el valor de la medida  $P_k \in \mathcal{P}$  para cada una de ellas. En concreto, en esta Tesis se propone subdividir la imagen en ventanas de tamaño  $32 \times 32$ , tomando una ventana alrededor de cada uno de los píxeles de la imagen original. Notaremos  $\mathcal{M} = \{m_k^i, m_k^i \leq m_k^{i+1}\}_{i=1, \dots, N}$  al conjunto ordenado de valores obtenidos al aplicar la medida  $P_k$  a esas  $N$  subimágenes. Si la medida es decreciente con la percepción de finura, los valores correspondientes a la textura más fina y a la más gruesa de la imagen vendrán dados por el primer y el último elemento de dicho conjunto ordenado, es decir

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F = m_k^1 \quad \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G = m_k^N \quad (5.30)$$

Sin embargo, para evitar la influencia de posibles valores atípicos de  $\mathcal{M}$  (valores de la medida extremadamente grandes y extremadamente pequeños para algunas ventanas puntuales de la imagen), en lugar de tomar directamente el primer y el último elemento de  $\mathcal{M}$ , se usará el valor de los elementos  $z > 1$  y  $z' < N$

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F = m_k^z \quad \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G = m_k^{z'} \quad (5.31)$$

En concreto, en esta Tesis se propone usar los elementos correspondientes al *percentil 20* y al *percentil 80*, respectivamente

$$z = \text{round}(0,2N + 0,5) \quad z' = \text{round}(0,8N + 0,5) \quad (5.32)$$

donde  $\text{round}(x)$  es la función de redondeo que devuelve el entero más cercano a  $x$ .

Una vez obtenidos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , el siguiente objetivo es estimar el grado de inhibición asociado a la imagen a partir de esos valores. Si la diferencia entre

ambos valores, que en el caso unidimensional se puede calcular directamente como  $|\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F|$ , es suficientemente grande, el grado de inhibición será cercano a 1. A medida que esa diferencia sea menor, el grado de inhibición decrecerá. En esta Tesis, se propone definir ese grado como

$$\lambda_{\mathcal{F}} = \begin{cases} \frac{|\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F|}{U_{\mathcal{F}}} & |\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F| < U_{\mathcal{F}}, \\ 1 & |\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F| \geq U_{\mathcal{F}} \end{cases} \quad (5.33)$$

donde  $U_{\mathcal{F}}$  es el valor umbral a partir del cual se considera que la diferencia de grosor entre la textura más gruesa y la más fina de la imagen es suficientemente grande. En nuestra propuesta, consideramos que la diferencia entre texturas muy gruesas y texturas muy finas según el modelo no adaptativo (donde  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  alcanza el grado de finura 0 y grado de finura 1) es suficientemente grande, con lo cual usaremos como valor umbral

$$U_{\mathcal{F}} = |\alpha - \beta| \quad (5.34)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los valores correspondientes del modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ .

En este punto, el objetivo es calcular los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  en función del grado de inhibición. En nuestra propuesta, si el grado de inhibición es  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$ , dichos valores coincidirán con los del modelo no adaptativo, es decir,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \alpha$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \beta$ , mientras que si  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$ , vendrán impuestos por los valores de la textura más gruesa y más fina de la imagen, es decir,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$ . Para grados de inhibición intermedios,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  estarán comprendidos entre los valores correspondientes a los casos  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$  y  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$ . Así, se propone calcular  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  de la forma

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \alpha + \lambda_{\mathcal{F}} \cdot (\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F - \alpha) \quad (5.35)$$

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \beta + \lambda_{\mathcal{F}} \cdot (\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \beta) \quad (5.36)$$

Nótese que en este caso  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  coincidirán con los valores  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  del modelo adaptado.

### 5.3.2. Caso Multidimensional

Al igual que en la sección anterior, para obtener los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , correspondientes a la textura más gruesa y la más fina de la imagen, se subdividirá la imagen en  $N$  pequeñas ventanas, a las cuales se aplicará el conjunto de medidas  $\mathcal{F}$ . Así, en este caso, para la  $i$ -ésima ventana de la imagen se obtendrá un vector de medidas  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i = [m_1^i, \dots, m_{K'}^i]$ , donde  $m_k^i$  es el resultado de aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{F}$  sobre dicha ventana. Al igual que en el caso unidimensional, en esta Tesis se propone subdividir la imagen en ventanas de tamaño  $32 \times 32$ , tomando una ventana alrededor de cada uno de los píxeles de la imagen

original. Notaremos  $\mathcal{M} = \{\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i, \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i \leq \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{i+1}\}_{i=1, \dots, N}$  al conjunto ordenado de vectores de medidas obtenidos a partir de las  $N$  ventanas en las que se ha subdividido la imagen original. Para poder realizar dicha ordenación, puesto que los valores obtenidos con distintas medidas no son comparables entre sí, se tendrá en cuenta únicamente el valor correspondiente a la medida de mayor bondad de las que componen  $\mathcal{F}$  (la que tenga un menor error de ajuste según la Tabla 4.1). Así, consideraremos que  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^i \leq \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{i+1}$  si  $m_k^i \leq m_k^{i+1}$ , siendo  $P_k \in \mathcal{F}$  la medida de mayor bondad en  $\mathcal{F}$ . Como se comentó en la sección anterior, para evitar la influencia de posibles valores atípicos, se asignará a  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$  el valor de los elementos  $z > 1$  y  $z' < N$  del conjunto ordenado  $\mathcal{M}$

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{z'} \quad \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^z \quad (5.37)$$

Al igual que en el caso unidimensional, en esta Tesis se propone usar los elementos correspondientes al *percentil 20* y al *percentil 80*, respectivamente.

Una vez obtenidos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , estimaremos el grado de inhibición asociado a la imagen a partir de la diferencia entre esos vectores, al igual que en la sección anterior

$$\lambda_{\mathcal{F}} = \begin{cases} \frac{|\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F|}{U_{\mathcal{F}}} & |\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F| < U_{\mathcal{F}}, \\ 1 & |\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F| \geq U_{\mathcal{F}} \end{cases} \quad (5.38)$$

Sin embargo, como se acaba de comentar, los valores de los distintos elementos de cada vector no son comparables entre sí, por lo que no tendría sentido calcular esa diferencia como la distancia euclídea entre  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ . Por eso se propone estimar el grado de inhibición  $\lambda_{\mathcal{F}}$  considerando nuevamente el valor correspondiente a la medida de mayor bondad de las que componen  $\mathcal{F}$ . Así, en este caso

$$\lambda_{\mathcal{F}} = \begin{cases} \frac{|m_k^G - m_k^F|}{|\alpha - \beta|} & |m_k^G - m_k^F| < |\alpha - \beta|, \\ 1 & |m_k^G - m_k^F| \geq |\alpha - \beta| \end{cases} \quad (5.39)$$

donde  $m_k^G$  y  $m_k^F$  son los elementos de  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$  correspondientes a la medida de  $\mathcal{F}$  con menor error de ajuste según la Tabla 4.1, y donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los valores correspondientes del modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para esa medida.

Finalmente, será necesario calcular los vectores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  en función del grado de inhibición. En la Figura 5.7 se muestra un ejemplo gráfico del valor que se asignaría a  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  para los grados de inhibición  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$ ,  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0,5$  y  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$ . Al igual que en el caso unidimensional, se propone que si  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$  dichos vectores sean impuestos por los valores de las medidas obtenidos para la textura más gruesa y más fina de la imagen, es decir,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$ . Si el grado de inhibición es  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$ , se asignará a  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  los valores de las medidas donde el modelo no adaptativo alcanza los grados de

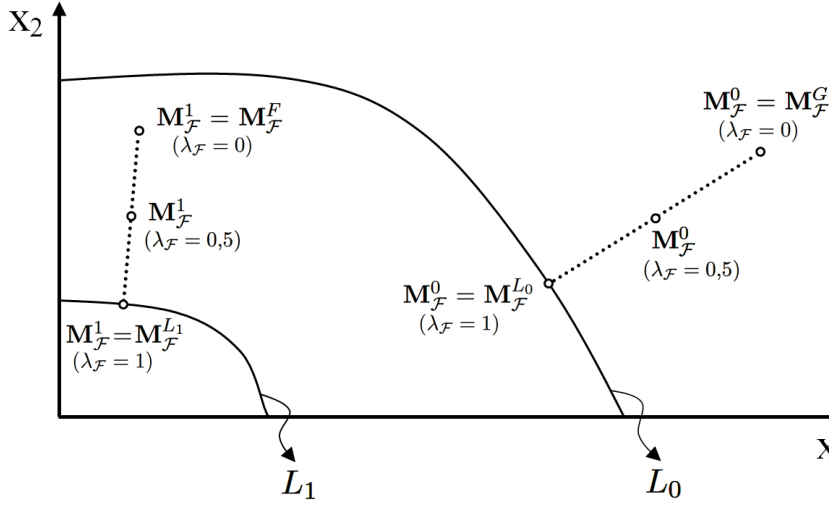


Figura 5.7: Ejemplo de asignación de valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  en la adaptación al contexto de un modelo bidimensional ( $K' = 2$ ) para los grados de inhibición  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$ ,  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0,5$  y  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$ .

finura 0 y 1, respectivamente. Como se comentó en la sección 5.2.2, existen infinitos puntos donde sucede esto, que forman los denominados conjuntos de nivel  $L_0$  y  $L_1$ . De todos esos puntos, se escogerán aquellos con los cuales, para grados de inhibición intermedios,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  puedan calcularse de una forma similar al caso unidimensional (ecuaciones (5.36) y (5.35)). Así, notaremos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0} \in L_0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1} \in L_1$  a los puntos de  $L_0$  y  $L_1$  cuyo gradiente pasa por  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , respectivamente. Esos puntos son también los que están a menor distancia euclídea de  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , por lo que pueden ser calculados mediante la resolución del siguiente problema de minimización

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0} = \arg \min_{\mathbf{x}^0 \in \bar{L}_0} \|\mathbf{x}^0 - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G\| \quad (5.40)$$

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1} = \arg \min_{\mathbf{x}^1 \in \bar{L}_1} \|\mathbf{x}^1 - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F\| \quad (5.41)$$

Se propone calcular  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  de la forma

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0} + \lambda_{\mathcal{F}} \cdot (\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0}) \quad (5.42)$$

$$\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1} + \lambda_{\mathcal{F}} \cdot (\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F - \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1}) \quad (5.43)$$

Así, si el grado de inhibición es  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$ , se asignarán los valores  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0}$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1 = \mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1}$ , que son puntos donde el modelo no adaptativo alcanza los grados de finura 0 y 1, tal y como se proponía. Para grados de inhibición intermedios,  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^0$  tomará valores pertenecientes a la recta que

une los puntos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_0}$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^G$  (valores correspondientes a los casos  $\lambda_{\mathcal{F}} = 0$  y  $\lambda_{\mathcal{F}} = 1$ ), mientras que  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^1$  tomará valores pertenecientes a la recta que une los puntos  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^{L_1}$  y  $\mathbf{M}_{\mathcal{F}}^F$ , como se aprecia en la Figura 5.7.

## 5.4. Resultados

En esta sección, los métodos de adaptación propuestos en el presente capítulo se aplicarán sobre algunos ejemplos para analizar su comportamiento. En primer lugar (sección 5.4.1), se realizarán experimentos en donde se aplicarán los conjuntos difusos  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  adaptados a distintos perfiles de usuario, y se comprobará si los resultados representan adecuadamente la percepción correspondiente a dichos perfiles. Seguidamente (sección 5.4.2), se mostrarán algunos resultados de aplicación de los conjuntos difusos  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  adaptados al contexto de la imagen, analizando la bondad de estos modelos para representar la percepción de finura influenciada por el contexto.

### 5.4.1. Adaptación a distintos perfiles de usuario

Considerese la imagen de la Figura 5.8(a), que es la misma imagen natural empleada en el experimento de la Figura 4.12 del capítulo anterior. En la Figura 5.8(b) se muestra el mapeo de dicha imagen a sus valores de finura usando el modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para la medida de Amadasun. Como ya se comentó, en dicho mapeo se pueden apreciar tres diferentes grados de finura de acuerdo a la percepción promedio definida en el capítulo anterior: una textura muy gruesa correspondiente a las piedras, una textura muy fina correspondiente a la hierba y una textura intermedia correspondiente a la grava.

En la Figura 5.8(c) se muestra una tabla en la que aparece la información proporcionada por un hipotético *usuario 1* para representar su percepción particular de finura. En concreto, se trata de dos imágenes de textura y sus correspondientes grados de percepción de finura. Se puede apreciar que la imagen  $R^1$ , que tiene una finura intermedia según el conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (un grado de pertenencia alrededor de 0.5), es ahora percibida como una textura muy gruesa por este usuario ( $v^1 = 0$ ). El grado de percepción de finura dado por el usuario a la imagen  $R^2$  ( $v^2 = 0,6$ ) es también menor que el grado obtenido si se aplica el conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . En la Figura 5.8(g) se muestra la función de pertenencia adaptada  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  (línea punteada) obtenida en base a esta información según la metodología planteada en este capítulo, junto con el modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (línea continua) visto en el capítulo anterior. Comparando ambas funciones, se observa como el modelo adaptado ha sido comprimido y desplazado hacia la izquierda en el eje de valores del conjunto de referencia. Esto coincide con la percepción particular del *usuario 1*, el cual considera las texturas más gruesas que la percepción promedio y establece

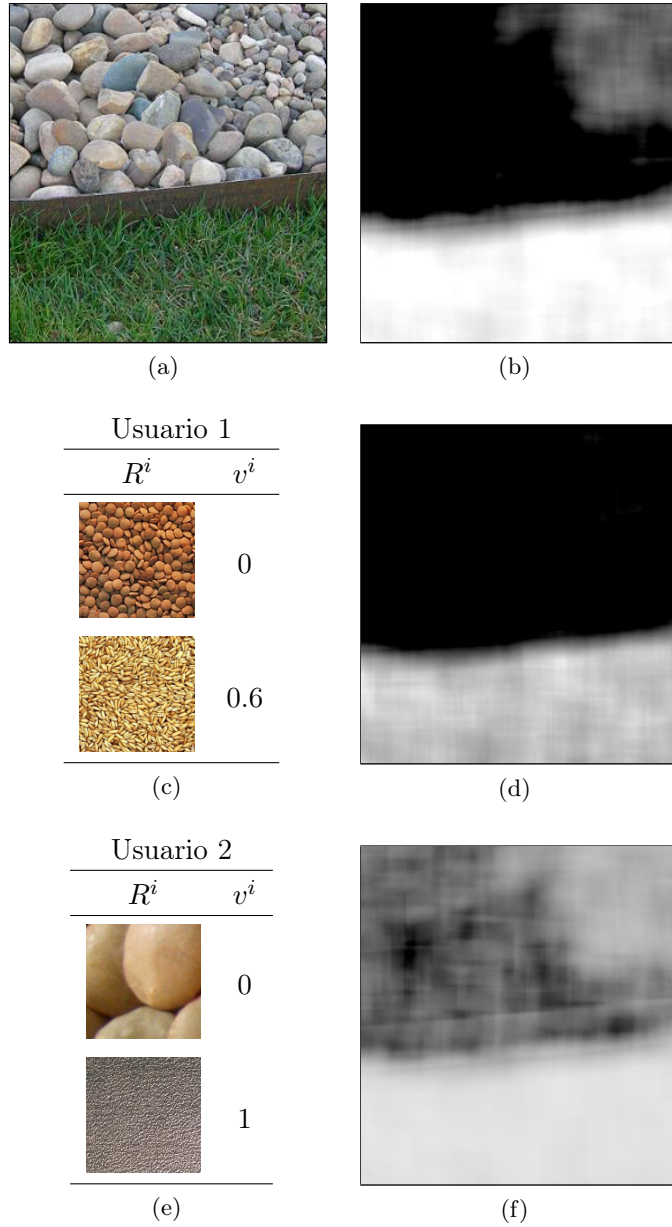


Figura 5.8: Resultados para una imagen natural. (a) Imagen original. (b) Mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para la medida de Amadasun. (c)(e) Ejemplos representando la percepción particular de finura de dos usuarios distintos. (d)(f) Mapeo usando el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  para cada percepción de usuario.

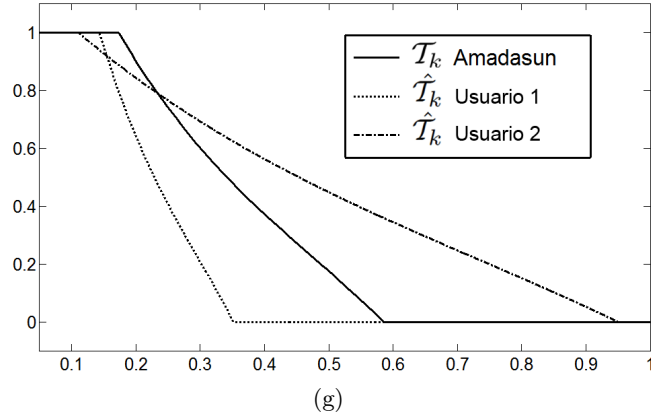


Figura 5.8 (cont.): Resultados para una imagen natural. (g) Funciones de pertenencia para el modelo no adaptativo y los modelos adaptados.

una diferencia menor entre texturas muy finas y muy gruesas. La Figura 5.8(d) muestra un mapeo de la imagen natural de la Figura 5.8(a) usando el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  de acuerdo a la percepción de este usuario. Se puede apreciar como en este caso la grava es también considerada como una textura muy gruesa, y la hierba no es considerada tan fina como en la Figura 5.8(b), lo cual coincide con la percepción comentada.

En la Figura 5.8(e) se muestra una tabla con la información proporcionada por un segundo usuario para representar su percepción particular de finura (*usuario 2*). Para este usuario, una textura muy gruesa será aquella que tenga unas primitivas de textura muy grandes (según la imagen  $R^1$ ), mientras que una textura muy fina se corresponde con primitivas de textura muy pequeñas (imagen  $R^2$ ). Esto implica que la función de pertenencia adaptada  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  es obtenida expandiendo la función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en el dominio de la medida, como se muestra en la Figura 5.8(g). Así, al realizar el mapeo de finura de la imagen original aplicando  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  (Figura 5.8(f)) se obtienen grados más intermedios para todas las texturas. Esto coincide con el nuevo perfil usado para adaptar el modelo, pues las texturas que son muy gruesas según la percepción promedio no son tan gruesas para este usuario, y las texturas que son muy finas según la percepción promedio no son tan finas para este usuario.

En la Figura 5.9 se muestra un nuevo ejemplo de adaptación, pero en este caso para conjuntos difusos multidimensionales. En concreto, se adaptará el modelo bidimensional para las medidas de *FD-Amadasun* obtenido en el capítulo anterior al perfil de dos nuevos usuarios. Para este experimento se usará la misma imagen de microscopio correspondiente a un volvox usada en el capítulo anterior (Figura 5.9(a)). El mapeo de finura de esta imagen

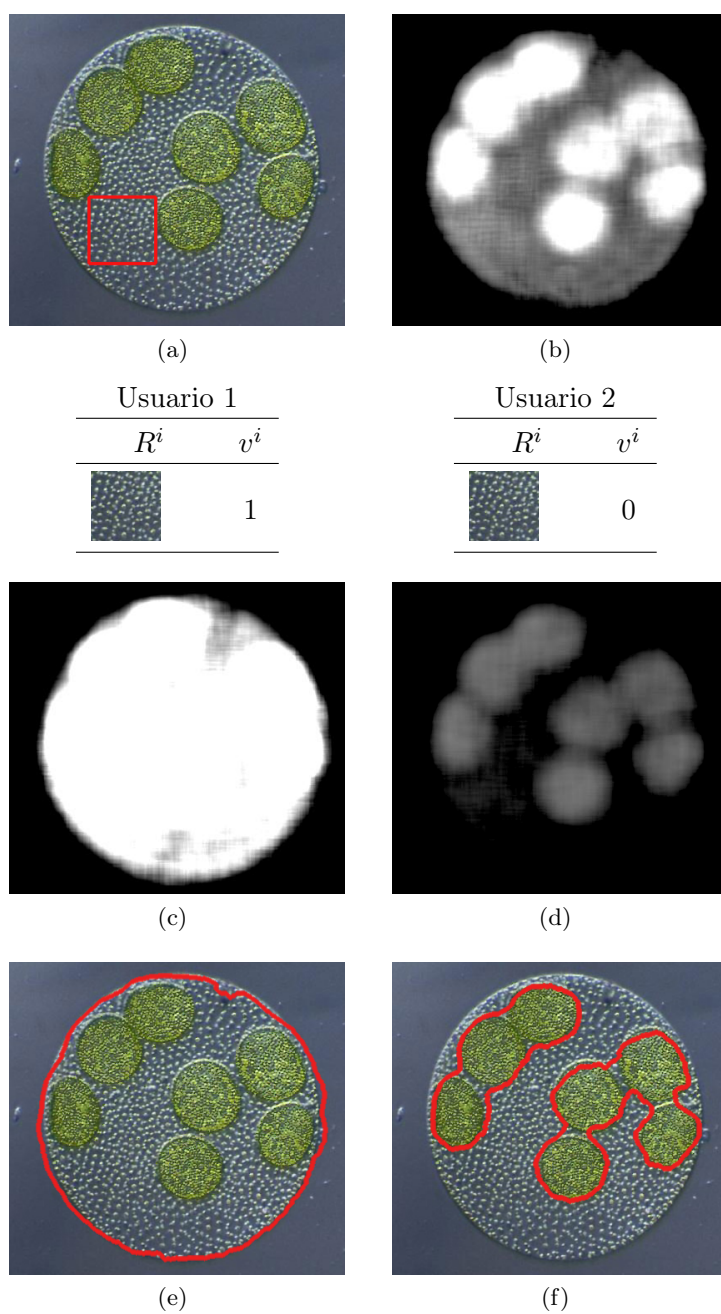


Figura 5.9: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b) Mapeo de la imagen original a sus valores de finura usando el modelo bidimensional no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de  $FD-Amadasun$ . (c)(d) Umbralización realizada sobre  $a$  y  $b$  superpuesta sobre la imagen original. (e)(f) Mapeo usando el modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  para el perfil de dos usuarios diferentes. (g)(h) Umbralización realizada sobre  $e$  y  $f$  superpuesta sobre la imagen original.



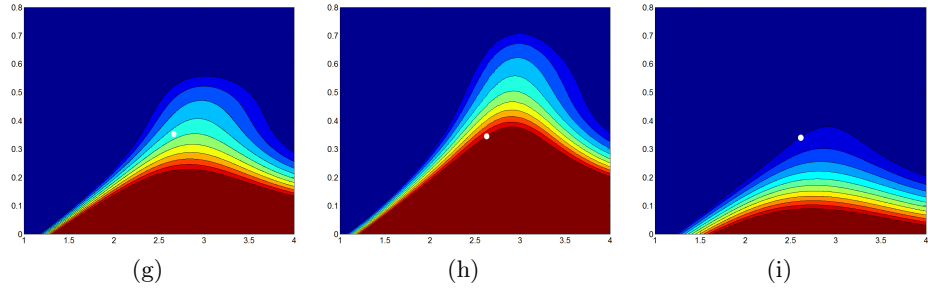


Figura 5.9 (cont.): Reconocimiento de patrones. (g) Vista cenital del modelo bidimensional no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las medidas de *FD-Amadasun*. (h)(i) Vista cenital del modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  para el perfil de los usuarios 1 y 2, respectivamente.

aplicando el modelo bidimensional no adaptativo se muestra en la Figura 5.9(b). En él se pueden apreciar tres grados distintos de finura según la percepción promedio: una textura muy fina correspondiente a las colonias hijas, una textura intermedia correspondiente a la colonia principal y una textura muy gruesa correspondiente al fondo.

Para adaptar ese modelo bidimensional a dos hipotéticos usuarios, vamos a suponer que ambos usuarios proporcionan únicamente una imagen de textura para representar su percepción particular. Además, supondremos que esa imagen será la misma para ambos, y que se trata de una parte de la imagen original (marcada con un cuadrado en la Figura 5.9(a)). En concreto, esa imagen contiene parte de la textura de la colonia principal, que tiene un grado de finura intermedio de acuerdo a la percepción promedio del modelo no adaptativo. Sin embargo, como se muestra en las tablas situadas sobre las figuras 5.9(c) y 5.9(d), esa textura es percibida como muy fina por el *usuario 1* ( $v^1 = 1$ ) y como muy gruesa por el *usuario 2* ( $v^1 = 0$ ). Así, la función de pertenencia adaptada  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  en cada caso es obtenida mediante una traslación ( $Z = 1$ ) del modelo no adaptativo según esta información. En las Figuras 5.9(c) y 5.9(d) se muestra un mapeo de finura de la imagen natural aplicando estos modelos adaptados.

Se puede apreciar en la Figura 5.9(c) que, de acuerdo a la percepción del *usuario 1*, toda la colonia principal es considerada como textura muy fina, incluyendo a las colonias hijas. Así, si se emplea dicho mapeo para el reconocimiento de patrones, la colonia principal puede ser separada del fondo seleccionando los píxeles con un grado de finura superior a 0,9 (Figura 5.9(e)). Las colonias hijas no pueden ser distinguidas de la principal, lo cual coincide con la percepción del *usuario 1*, pues para él todo el volvox es una textura muy fina.

Por otro lado, de acuerdo a la percepción del *usuario 2*, la colonia

principal es considerada como una textura muy gruesa, al igual que el fondo, mientras que las colonias hijas tienen un grado de finura intermedio. Así, estas últimas pueden ser separadas de la colonia principal seleccionando los píxeles con un grado de finura superior a 0,5 (Figura 5.9(f)), lo cual coincide con la percepción particular de este usuario.

En las figuras 5.9(g)-(i) se muestra la representación gráfica en vista cenital tanto del modelo bidimensional no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  (Figura 5.9(g)), como del modelo adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  para el perfil de los usuarios 1 (Figura 5.9(h)) y 2 (Figura 5.9(i)). Como se puede apreciar, en la adaptación al perfil del primer usuario, la curva de nivel  $L_1$  se ha hecho pasar por el punto que imponen los valores de las medidas obtenidos para la imagen proporcionada por el usuario (marcado en las gráficas mediante un círculo blanco), mientras que en la adaptación al perfil del segundo usuario es la curva de nivel  $L_0$  la que se hace pasar por ese punto.

#### 5.4.2. Adaptación al contexto de la imagen

En la Figura 5.10 se muestra un ejemplo de adaptación al contexto de la imagen del modelo bidimensional  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *FD-Amadasun*, donde se han empleado las mismas imágenes de una célula de córnea humana del último experimento del capítulo anterior (Figura 4.21). En las figuras 5.10(a) y 5.10(b) se muestran las imágenes originales, donde la segunda es un zoom de un trozo de la primera, mientras que las figuras 5.10(c) y 5.10(d) representan los mapeos correspondientes obtenidos al aplicar el modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . Como se comentó en el capítulo anterior, debido al carácter absoluto con el que dicho conjunto difuso modela la finura, el grado proporcionado por  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  depende del zoom con el que esté tomada la imagen. Por eso la textura del núcleo de la célula, que es mucho más fina que el resto de texturas presentes en la imagen, es considerada como muy fina en el mapeo de la primera imagen, pero no en el mapeo de la segunda. En las figuras 5.10(e) y 5.10(f) se muestran los mapeos de las imágenes originales obtenidos al aplicar el modelo  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  adaptado al contexto de la imagen, tal y como se ha comentado en este capítulo. Como se puede apreciar, en este caso el zoom con el que está tomada la imagen ya no tiene tanta influencia en el grado de finura proporcionado por el modelo. En el método de adaptación a cada una de las imágenes, la textura más fina es la que impone el valor en el cual  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  alcanza el grado de finura 1. Por eso, la zona correspondiente al núcleo de la célula, es considerada como muy fina en ambos mapeos. Esto coincide con el grado de finura esperado si se tienen en cuenta el contexto de la imagen.

En la Figura 5.11 se exponen dos nuevos ejemplos donde el modelo bidimensional  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  es adaptado al contexto de la imagen. La Figura 5.11(a) muestra una imagen natural compuesta por dos texturas con diferentes grados de finura. El mapeo de esta imagen a sus valores de finura usando el

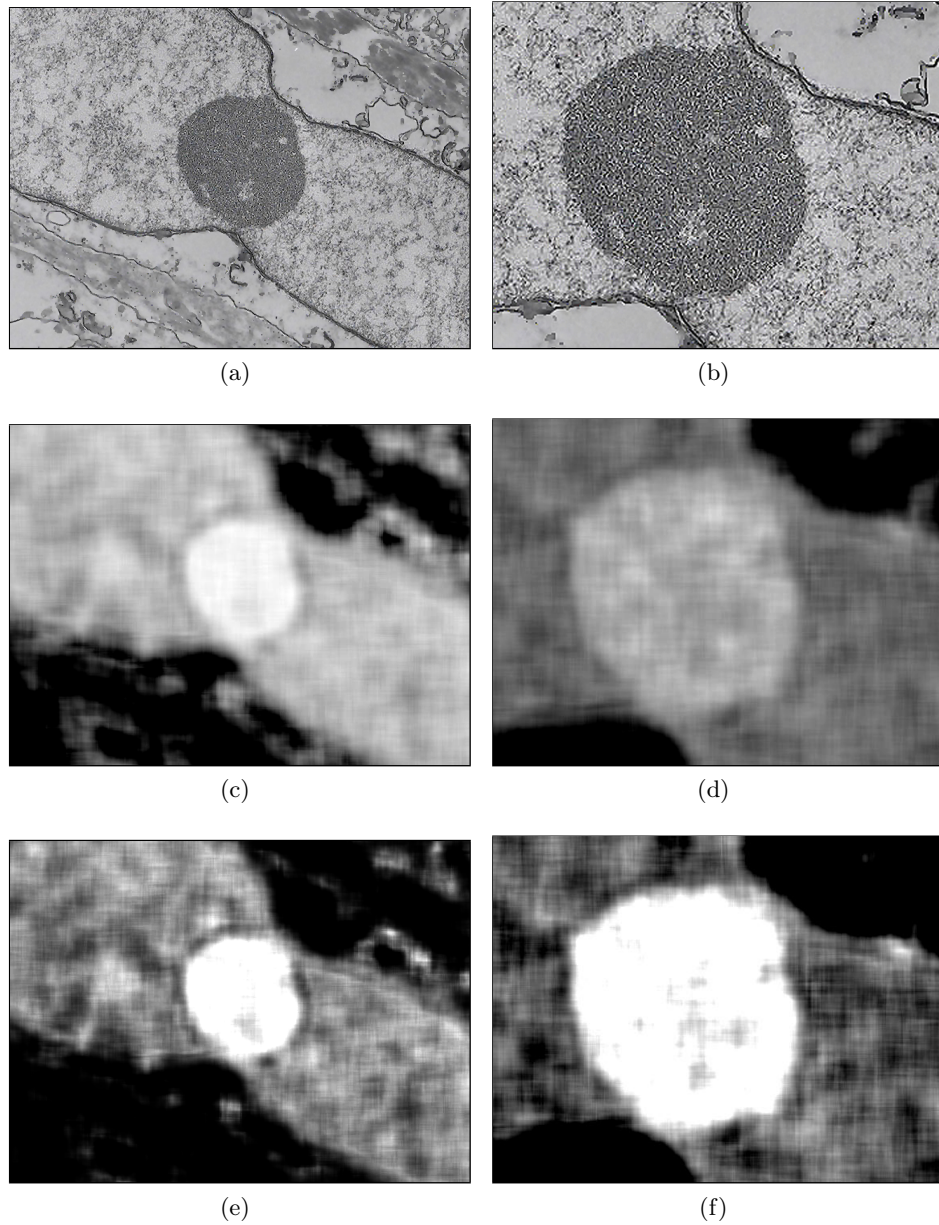


Figura 5.10: Ejemplo de la adaptación al contexto de la imagen para dos imágenes tomadas con dos niveles de zoom distintos. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeo de las imágenes originales a sus valores de finura aplicando el modelo bidimensional no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . (e)(f) Mapeo aplicando el modelo adaptado al contexto de la imagen  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$ .

modelo no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  aparece representado en la Figura 5.11(c). Como se puede apreciar, la textura correspondiente a la parte inferior derecha de la imagen es considerada como muy gruesa según la percepción promedio del modelo no adaptativo, mientras que la textura del resto de la imagen es considerada como fina (aunque sin llegar a ser muy fina). La Figura 5.11(e) muestra el mapeo a los valores de finura aplicando el modelo  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$ , que ha sido obtenido adaptando  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  a la textura más gruesa y a la más fina de la imagen, tal y como se ha comentado en este capítulo. Se puede apreciar que este mapeo es muy similar al de la Figura 5.11(c), con la única diferencia de que en este caso la textura fina es considerada más fina que en el mapeo anterior. Esto coincidiría con los cambios en la percepción influidos por el contexto, pues una textura puede parecer más fina al estar presente una textura mucho más gruesa, como es el caso.

Este efecto es más apreciable en el otro ejemplo presentado en la Figura 5.11. La Figura 5.11(b) muestra una imagen natural similar a la de la Figura 5.11(a), pero donde se ha añadido una nueva textura. En este caso, aunque la textura de la parte inferior derecha de la imagen es la misma que en la Figura 5.11(a), puede ser percibida como más fina por el ser humano debido a la presencia de la nueva textura, que es mucho más gruesa. Este efecto es más apreciable si las imágenes naturales son observadas por separado. La Figura 5.11(d) muestra el mapeo a los valores de finura usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ , que no tiene en cuenta los cambios en la percepción de finura debidos al contexto de la imagen. Así, la parte inferior derecha, al igual que la nueva textura, es considerada como muy gruesa, como en la Figura 5.11(c). La Figura 5.11(f) muestra el mapeo a los valores de finura usando el modelo  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$  adaptado al contexto de la imagen. Se puede apreciar que en este caso únicamente la nueva textura es considerada como muy gruesa, mientras que la textura de la parte inferior derecha tiene un grado de finura intermedio. Esto coincide en mayor medida con la percepción humana de finura si se quiere tener en cuenta la influencia del contexto de la imagen.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se han propuesto una serie de conjuntos difusos para modelar el concepto de finura, que son capaces de adaptarse a distintas percepciones de esta propiedad. Para ello, se ha partido de los conjuntos difusos no adaptativos obtenidos en el capítulo anterior y se ha propuesto un método de adaptación a nuevos perfiles de usuario y al contexto de la imagen. Dicho método es válido para adaptar tanto los modelos unidimensionales y bidimensionales obtenidos en el capítulo anterior, como cualquier modelo de mayor dimensión calculado en un trabajo futuro.

Así, se completa el primer enfoque propuesto en esta Tesis para el modelado de la propiedad de finura mediante un único conjunto difuso.

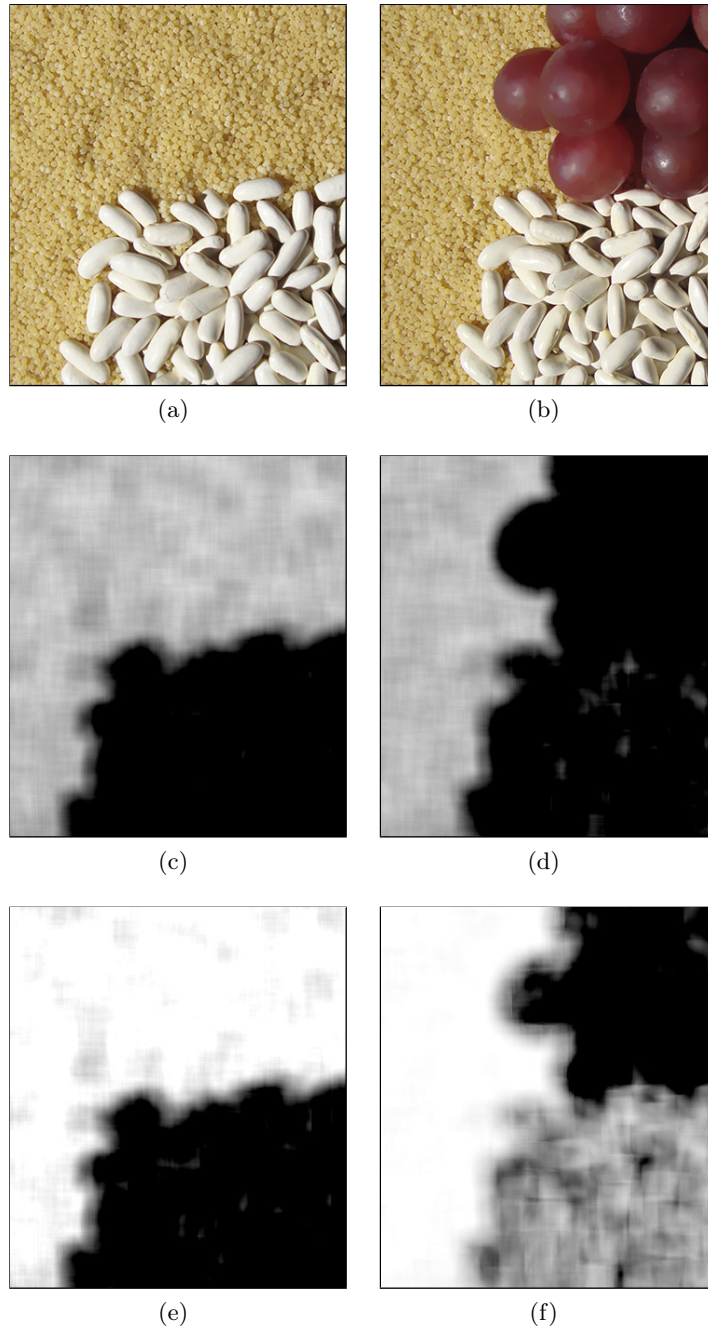


Figura 5.11: Dos ejemplos de la adaptación al contexto de la imagen. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeo de las imágenes originales a sus valores de finura aplicando el modelo bidimensional no adaptativo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . (e)(f) Mapeo aplicando el modelo adaptado al contexto de la imagen  $\hat{\mathcal{T}}_{\mathcal{F}}$ .

---

Siempre que no se desee tener en cuenta una percepción distinta a la promedio (o no se disponga de la información para ello) será posible emplear como modelo por defecto uno de los conjuntos difusos no adaptativos obtenidos en el capítulo anterior. En ese caso, se debe considerar que el grado de finura que están proporcionando se refiere a la percepción promedio de esa propiedad. En cambio, si se desea tener en cuenta la percepción particular de un usuario o la influencia del contexto de la imagen, se pueden emplear los conjuntos difusos adaptativos propuestos en el presente capítulo.



## Capítulo 6

# Otras aproximaciones difusas al modelado de textura

*La ciencia se construye a partir de aproximaciones que gradualmente se acercan a la verdad.*

Isaac Asimov

En este capítulo se propone una nueva aproximación difusa al modelado de las propiedades perceptuales de textura, con la que se pretende representar tanto la imprecisión del propio concepto (finura, direccionalidad, regularidad, etc), como la incertidumbre en el grado de pertenencia. Para ello, se emplearán conjuntos difusos tipo-2, donde el grado de pertenencia asociado a cada elemento del conjunto de referencia es a su vez otro conjunto difuso. De forma similar a la aproximación difusa vista en los capítulos anteriores (tipo-1), se propondrán tanto conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos, que representarán la percepción promedio de la propiedad de textura, como conjuntos difusos tipo-2 adaptativos, que permiten modelar perfiles diferentes.

### 6.1. Introducción

Como se ha comentado en los dos capítulos anteriores, las propiedades perceptuales de la textura son imprecisas por propia naturaleza, por lo que en dichos capítulos se ha propuesto su modelado mediante conjuntos difusos. Para la obtención de estos conjuntos difusos, se ha considerado la relación entre la percepción humana de la propiedad modelada y las medidas computacionales de dicha propiedad. A partir de un conjunto de imágenes de textura, se ha obtenido una nube de puntos que proporciona información para estimar, mediante un ajuste funcional, el modelo deseado. En la Figura 6.1



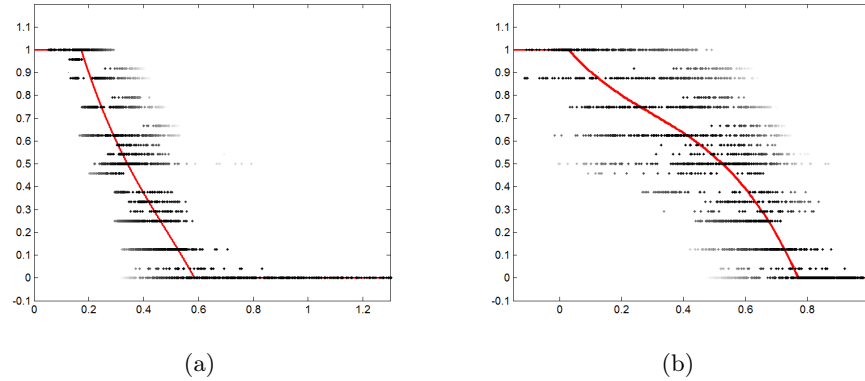


Figura 6.1: Conjunto de puntos que representan la relación entre la percepción humana de finura y el valor computacional calculado para las medidas de *Amadasun* (a) y *Correlation* (b), junto con los modelos correspondientes obtenidos en el capítulo 4.

se muestran dos ejemplos del conjunto de puntos usado en el modelado de la propiedad de finura descrita en el capítulo 4 para las medidas de *Amadasun* [11] y *Correlation* [105], junto con el resultado del ajuste. Como se puede apreciar, no existe una correspondencia clara entre el valor de la medida y el grado percibido por los humanos, pues existen imágenes de textura que, teniendo un valor de la medida muy similar, son percibidas con distinto grado de finura. Así, los conjuntos difusos propuestos en el capítulo 4 modelan las propiedades de textura mediante la tendencia central de este conjunto de puntos, sin tener en cuenta la incertidumbre existente en el grado de pertenencia asociado a cada valor de la medida.

En este capítulo se propone una nueva aproximación difusa para el modelado de las propiedades de textura que permitirá representar tanto la imprecisión relativa a la propiedad de textura como la incertidumbre en el grado asociado a cada valor del conjunto de referencia. En concreto, se propone el uso de *conjuntos difusos tipo-2*, introducidos por Zadeh en [257], que son una generalización de los conjuntos difusos tradicionales y que se caracterizan por tener una función de pertenencia difusa, es decir, que el grado de pertenencia de cada elemento al conjunto difuso es a su vez otro conjunto difuso [126],[150],[174],[173],[42].

Este tipo de conjuntos difusos son ampliamente utilizados en la literatura en aquellos problemas donde, al usar aproximaciones basadas en técnica difusas, no es posible definir una función de pertenencia clara debido a la incertidumbre en el grado de pertenencia. En concreto, dentro del análisis y filtrado de la imagen, los conjuntos difusos tipo-2 son utilizados

en aplicaciones como la eliminación de ruido [252],[201],[31], el realzado de la imagen [84],[118], la umbralización [224],[256],[65], la segmentación [222],[225],[73], o la detección difusa de bordes [38],[175],[37],[176],[172]. Sin embargo, hasta donde llega nuestro conocimiento, no existen trabajos en la literatura que propongan el uso de conjuntos difusos tipo-2 para el modelado de las propiedades perceptuales de la textura.

## 6.2. Modelado Difuso Tipo-2: Planteamiento General

En este capítulo se propone una metodología que permitirá modelar las propiedades perceptuales de la textura mediante conjuntos difusos tipo-2 definidos en el dominio de medidas computaciones de dichas propiedades. De esta forma, gracias al empleo de funciones de pertenencia difusas, se tendrá en cuenta tanto la imprecisión del propio concepto como la incertidumbre en el grado de pertenencia de los valores de la medida. Para describir la metodología propuesta se usará una vez más la propiedad de finura, aunque dicha metodología puede ser aplicada de forma análoga al resto de propiedades.

De manera similar a la aproximación planteada en los dos capítulos anteriores, se obtendrán tanto conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos, que modelarán la percepción promedio de la propiedad de finura, como conjuntos difusos tipo-2 adaptativos, que permitirán modelar perfiles diferentes. Además, en este capítulo solo se considerarán modelos donde el conjunto de referencia está formado por una sola medida (los denominados modelos difusos unidimensionales en los capítulos anteriores). Nótese que para representar un conjunto difuso tipo-2 es necesario añadir una dimensión más a los conjuntos difusos tipo-1. Así, si el conjunto de referencia está definido sobre una única medida, será necesario un espacio tridimensional para representar el modelo correspondiente, como se puede observar en la Figura 6.2. La combinación de parejas de medidas, como en el capítulo 4, impondría modelos en cuatro dimensiones, excesivamente complejos en su interpretación, por lo que no han sido considerados en esta Tesis.

Para poder definir los conjuntos difusos tipo-2, debemos afrontar dos cuestiones:

- 1) **Cual debe ser el conjunto de referencia utilizado.** Definiremos el conjunto difuso tipo-2 sobre el dominio de una medida de finura dada. Para ello, se empleará el mismo conjunto de medidas de finura  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_K\}$  utilizado en los dos capítulos anteriores, y que fue definido en el capítulo 3.
- 2) **Cómo obtener la función de pertenencia para cada conjunto difuso tipo-2.** Dada una medida  $P_k \in \mathcal{P}$ , proponemos obtener la

función de pertenencia asociada al conjunto difuso tipo-2 no adaptativo relacionando los valores computacionales de dicha medida con la percepción humana de finura. Al igual que en el capítulo 4, la información sobre esta relación se recopilará en un conjunto de puntos de ajuste  $\Psi_k^{ajuste}$ , obtenidos a partir del conjunto de subimágenes  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}$ . En este caso, se propone ajustar la función de pertenencia tipo-2 teniendo en cuenta tanto la tendencia central de dichos puntos como su dispersión alrededor de ella. Este ajuste se describe detalladamente en la sección 6.3. Los modelos no adaptativos obtenidos podrán ser utilizados directamente si no se dispone de ninguna información adicional, como la percepción particular de un usuario o el contexto de la imagen. Para poder considerar un perfil de finura diferente, se propone un método de adaptación de dichos modelos, que será descrito en la sección 6.4.

### 6.3. Conjuntos Difusos Tipo-2 No Adaptativos

A partir de ahora notaremos  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  al conjunto difuso tipo-2 no adaptativo definido sobre el dominio de una medida  $P_k \in \mathcal{P}$  dada. La función de pertenencia tipo-2 asociada a  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  se definirá como<sup>1</sup>

$$\tilde{\mathcal{T}}_k : \mathbb{R} \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \quad (6.1)$$

donde  $\tilde{\mathcal{T}}_k(x, u)$  representa el grado en el que el valor  $u$  es el grado de pertenencia de  $x$  a  $\tilde{\mathcal{T}}_k$ . Notaremos  $\tilde{\mathcal{T}}_{k,x}$  al *conjunto difuso secundario*, que representa la pertenencia de cada elemento  $x \in \mathbb{R}$  al conjunto difuso tipo-2  $\tilde{\mathcal{T}}_k$ . La función de pertenencia (tipo-1) asociada a este conjunto difuso secundario se definirá como

$$\tilde{\mathcal{T}}_{k,x} : [0, 1] \rightarrow [0, 1] \quad (6.2)$$

En nuestra propuesta, nos restringiremos a aquellos conjuntos difusos tipo-2 en los cuales la función de pertenencia al conjunto difuso secundario  $\tilde{\mathcal{T}}_{k,x}$  es una función triangular definida en  $[0, 1]$  con parámetros  $a_x \leq b_x \leq c_x \in [0, 1]$ . Así, definiremos  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  de la siguiente forma:

$$\tilde{\mathcal{T}}_k(x, u) = \begin{cases} 0 & u \leq a_x \\ \frac{u-a_x}{b_x-a_x} & a_x \leq u \leq b_x \\ \frac{c_x-u}{c_x-b_x} & b_x \leq u \leq c_x \\ 0 & u \geq c_x \end{cases} \quad (6.3)$$

---

<sup>1</sup>Como se viene haciendo a lo largo de esta Tesis, se usará la misma notación  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  tanto para el conjunto difuso tipo-2 como para la función de pertenencia que lo define.

La razón de esta elección es la siguiente: cuando no existe incertidumbre acerca del modelo difuso, cada valor  $x \in \mathbb{R}$  tiene asignado un único grado de pertenencia en  $[0, 1]$  (aproximación tipo-1); por tanto, una manera natural de tener en cuenta la incertidumbre en el modelo (aproximación tipo-2) es asumir que existe incertidumbre acerca del grado de pertenencia, por lo que, en vez de un valor preciso  $b_x \in [0, 1]$ , usaremos un valor aproximado de la forma *alrededor de*  $b_x$ , que normalmente es modelado como una función de pertenencia triangular con núcleo  $b_x$ . De esta forma, si no existe incertidumbre acerca del modelo difuso, estaremos en el caso  $a_x = b_x = c_x$ , correspondiente a un conjunto difuso tipo-1 (en cuyo caso, la función de pertenencia tipo-1 se notará  $\mathcal{T}_k$ , como en el capítulo 4, verificando  $\mathcal{T}_k(x) = a_x = b_x = c_x$ ).

La función propuesta en la ecuación (6.3) puede ser caracterizada y descrita mediante tres funciones:

$$f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a, f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b, f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \quad (6.4)$$

donde  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a(x) \leq f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b(x) \leq f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c(x) \forall x \in \mathbb{R}$ . De esta forma, para cada  $(x, u) \in \mathbb{R} \times [0, 1]$ , la función de pertenencia tipo-2  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  se calculará según la ecuación (6.3) usando como parámetros

$$a_x = f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a(x) \quad b_x = f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b(x) \quad c_x = f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c(x) \quad (6.5)$$

La Figura 6.2 muestra un ejemplo gráfico de este tipo de funciones de pertenencia tipo-2 (concretamente se trata del modelo obtenido para la medida de *Amadasun*). En la parte superior de la figura se muestra una representación tridimensional del modelo, mientras que en la parte inferior izquierda se puede apreciar su representación bidimensional. Asimismo, a su derecha se ha representado como ejemplo el conjunto difuso secundario asociado al valor de la medida  $x = 0,25$ .

Nótese que, a partir de esta aproximación, sería inmediato obtener un conjunto intervalo-valorado difuso, que es un caso especial de conjunto difuso tipo-2, donde la función de pertenencia secundaria toma el valor 1 en un subintervalo de  $[0, 1]$  y 0 en el resto. Para ello, bastaría con considerar  $a_x = f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a(x)$  y  $c_x = f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c(x)$  como los extremos del intervalo, es decir, se asignaría el valor 1 a las parejas  $(x, u) \in \mathbb{R} \times [0, 1]$  para las cuales  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a(x) \leq u \leq f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c(x)$ , y el valor 0 en otro caso. A pesar de que los conjuntos intervalo-valorados son muy utilizados en la literatura, en nuestra propuesta se ha considerado más adecuado el uso de funciones de pertenencia triangulares para definir el conjunto difuso secundario  $\tilde{\mathcal{T}}_{k,x}$ , pues representan mejor la semántica de *alrededor de*.

La metodología propuesta para obtener la función de pertenencia  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  se basa en la obtención de las funciones  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a$ ,  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b$  y  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c$ . Puesto que estamos buscando una función que relacione los valores de la medida con

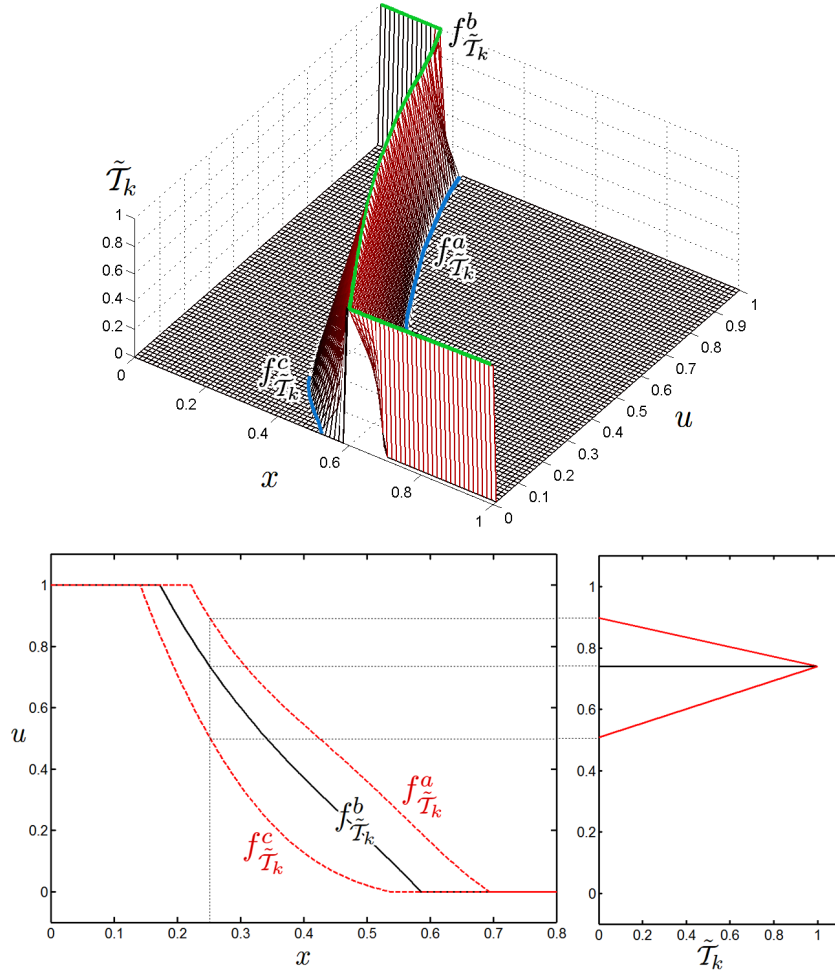


Figura 6.2: Función de pertenencia tipo-2 para la medida de *Amadasun*. Representación tridimensional (arriba) y bidimensional (abajo).

las valoraciones humanas de finura, proponemos usar el siguiente conjunto de puntos para estimar esas tres funciones

$$\Psi_k^{ajuste} = \{(m_k^{i,w}, v^i), I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}\} \quad (6.6)$$

donde  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}$  es el conjunto de subimágenes usado en el modelado difuso propuesto en el capítulo 4,  $m_k^{i,w}$  es el resultado de aplicar la medida  $P_k$  a la subimagen  $I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{ajuste}$ , y  $v^i$  es la valoración humana asociada a dicha subimagen (obtenida en el capítulo 3).

En las siguientes secciones se introducirá y justificará la metodología propuesta para obtener la función  $f_{\tilde{\mathcal{I}}_k}^b$  (sección 6.3.1) así como las funciones

$f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  (sección 6.3.2), y se analizará la bondad de los modelos difusos tipo-2 obtenidos (sección 6.3.3).

### 6.3.1. Estimación de la función $f_{\tilde{T}_k}^b$

Como se mencionó en la sección anterior, el conjunto difuso secundario  $\tilde{T}_{k,x}$  representa la incertidumbre acerca del grado de pertenencia real de  $x$  mediante un conjunto difuso triangular cuya semántica es “alrededor de  $b_x$ ”. Así, el primer paso es determinar el valor más apropiado de  $b_x \forall x \in \mathbb{R}$  que, como se ha explicado, vendrá dado por  $b_x = f_{\tilde{T}_k}^b(x)$ . Nuestra idea es que el valor en  $[0, 1]$  con mayor posibilidad de ser  $b_x$  puede ser obtenido como una medida de tendencia central del conjunto de puntos  $\Psi_k^{ajuste}$ . Así, para que la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$  represente esa tendencia central, proponemos realizar un ajuste funcional a dicho conjunto.

De acuerdo a esta idea, se definirá  $f_{\tilde{T}_k}^b$  como una función de la forma

$$f_{\tilde{T}_k}^b(x; a_n \dots a_0, \alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & x < \alpha, \\ \text{poly}(x; a_n \dots a_0) & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 1 & x > \beta \end{cases} \quad (6.7)$$

donde  $\text{poly}(x; a_n \dots a_0)$  es una función polinómica de la forma

$$\text{poly}(x; a_n \dots a_0) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 \quad (6.8)$$

Obsérvese que la forma escogida para la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$  es la misma que se definió en el capítulo 4 para  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  en el modelado difuso unidimensional. Como en ese caso, los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  de la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$  serán calculados mediante el ajuste robusto al conjunto de puntos  $\Psi_k^{ajuste}$ , teniendo en cuenta la restricción de que la función obtenida debe ser estrictamente monótona entre  $\alpha$  y  $\beta$ . Por tanto, para una medida de finura dada, los parámetros de  $f_{\tilde{T}_k}^b$  serán los mismos que se obtuvieron en el capítulo 4, y que son mostrados en las tablas de las figuras 6.3-6.5.

### 6.3.2. Estimación de las funciones $f_{\tilde{T}_k}^a$ y $f_{\tilde{T}_k}^c$

Como se ha indicado en la sección anterior, el conjunto difuso secundario triangular  $\tilde{T}_{k,x}$  tiene asociada la semántica “alrededor de  $b_x$ ”, donde  $b_x = f_{\tilde{T}_k}^b(x)$  es calculado como la tendencia central de  $\Psi_k^{ajuste}$ . Así, además del valor de esta tendencia central, será necesario calcular la semántica de *alrededor de* para cada  $x \in \mathbb{R}$ . Esta semántica viene dada por el soporte de  $\tilde{T}_{k,x}$  (el intervalo  $[a_k, c_k]$ ) y, desde nuestro punto de vista, debería reflejar la variabilidad o desviación de los valores  $v_i$  alrededor del valor central  $b_x$  esperado.

Así, proponemos estimar las funciones  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  como las tendencias centrales de la variabilidad por encima y por debajo de  $b_x = f_{\tilde{T}_k}^b(x)$ , respectivamente. Al igual que en la sección anterior, se propone obtener ambas funciones mediante el ajuste de sendas curvas a los conjuntos de puntos, notados como  $\Upsilon_k^a$  y  $\Upsilon_k^c$ , que representan la variabilidad por encima y por debajo de  $f_{\tilde{T}_k}^b$ , respectivamente. En este punto, será necesario afrontar la obtención de estos conjuntos  $\Upsilon_k^a$  y  $\Upsilon_k^c$ .

En primer lugar, es necesario definir una medida que represente la variabilidad de los puntos de  $\Psi_k^{ajuste}$  por encima y por debajo de  $f_{\tilde{T}_k}^b$ . Para una mayor comodidad, a partir de ahora utilizaremos la notación  $\mathbf{p}_k^{i,w}$  en lugar de  $(m_k^{i,w}, v^i)$  para referirnos a los distintos puntos de  $\Psi_k^{ajuste}$ . Así, para cada punto  $\mathbf{p}_k^{i,w} \in \Psi_k^{ajuste}$ , definimos la siguiente medida de desviación

$$\sigma_k^{i,w,\Omega} = \sqrt{\frac{\sum_{\mathbf{p}_k^{i',w'} \in \Omega} (v^{i'} - f_{\tilde{T}_k}^b(m_k^{i,w}))^2 w e_k^{i',w'}}{\sum_{\Omega} w e_k^{i',w'}}} \quad (6.9)$$

donde  $\Omega$  es un conjunto de puntos de  $\Psi_k^{ajuste}$  alrededor de  $\mathbf{p}_k^{i,w}$ , y  $w e_k^{i,w}$  es el peso calculado para  $\mathbf{p}_k^{i,w}$  durante el proceso de ajuste robusto de  $f_{\tilde{T}_k}^b$ . Nótese que el uso de estos pesos  $w e_k^{i,w}$  en el cálculo de la medida de desviación permite reducir el efecto de los puntos atípicos (*outliers*) en el valor de  $\sigma_k^{i,w,\Omega}$ .

A partir de ahora notaremos

$$\overline{\Omega}_k^{i,w} = \{\mathbf{p}_k^{i',w'} \in \Psi_k^{ajuste}, \|\mathbf{p}_k^{i',w'} - \mathbf{p}_k^{i,w}\| \leq \lambda; v^{i'} \geq f_{\tilde{T}_k}^b(m_k^{i',w'})\} \quad (6.10)$$

al conjunto de puntos alrededor de  $\mathbf{p}_k^{i,w}$  (a una distancia menor que  $\lambda$ ) localizados por encima de la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$ . De manera similar, notaremos

$$\underline{\Omega}_k^{i,w} = \{\mathbf{p}_k^{i',w'} \in \Psi_k^{ajuste}, \|\mathbf{p}_k^{i',w'} - \mathbf{p}_k^{i,w}\| \leq \lambda; v^{i'} \leq f_{\tilde{T}_k}^b(m_k^{i',w'})\} \quad (6.11)$$

al conjunto de puntos alrededor de  $\mathbf{p}_k^{i,w}$  y localizados bajo la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$ . En esta Tesis,  $\lambda$  ha sido seleccionada para asegurarnos que el tamaño de ambos conjuntos  $\overline{\Omega}_k^{i,w}$  y  $\underline{\Omega}_k^{i,w}$  es 30 en cualquier caso (un tamaño de muestra suficiente grande para un análisis estadístico).

Usando los conceptos anteriores, notaremos<sup>2</sup>

$$\Upsilon_k^a = \{(m_k^{i,w}, \sigma_k^{i,w,\overline{\Omega}}), i = 1, \dots, N; w = 1, \dots, W\} \quad (6.12)$$

<sup>2</sup>Para simplificar la notación, se han eliminado los índices de  $\overline{\Omega}_k^{i,w}$  y  $\underline{\Omega}_k^{i,w}$ .

al conjunto de parejas que representan la desviación por encima de la función  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b$ , y notaremos

$$\Upsilon_k^c = \{(m_k^{i,w}, \sigma_k^{i,w, \Omega}), i = 1, \dots, N; w = 1, \dots, W\} \quad (6.13)$$

al conjunto de parejas que representan la desviación bajo la función  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b$ .

Finalmente, proponemos definir  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a$  siguiendo la ecuación (6.7) y obteniendo los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  mediante un ajuste robusto en  $\Upsilon_k^a$  de la misma manera que se realizó para la función  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b$  (sección 6.3.1). Asimismo, se definirá  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c$  siguiendo la ecuación (6.7) y obteniendo los parámetros correspondientes mediante un ajuste robusto en  $\Upsilon_k^c$ . En las figuras 6.3-6.5 se muestra tanto la representación gráfica como los valores de los parámetros de las funciones  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^a$  y  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^c$ .

### 6.3.3. Análisis de bondad de los modelos propuestos

Para analizar el comportamiento de los modelos obtenidos, al igual que en el capítulo 4, se proponen medidas de bondad basadas en los errores de ajuste y de test. El error de ajuste es el valor medio de los errores calculados para todos los puntos del conjunto  $\Psi_k^{ajuste}$ . En este caso, dado un punto  $(m_k^{i,w}, v^i) \in \Psi_k^{ajuste}$ , su error dependerá tanto de la diferencia entre ese punto y la función  $f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b$ , es decir,  $|f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b(m_k^{i,w}) - v^i|$ , como del grado de no pertenencia al conjunto difuso secundario, es decir,  $(1 - \tilde{\mathcal{T}}_k(m_k^{i,w}, v^i))$ . Así, definimos el error de ajuste para los conjuntos difusos tipo-2 como

$$E_k^{ajuste} = \frac{\sum_{\forall (m_k^{i,w}, v^i) \in \Psi_k^{ajuste}} |f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b(m_k^{i,w}) - v^i| \cdot (1 - \tilde{\mathcal{T}}_k(m_k^{i,w}, v^i)) \cdot w e_k^{i,w}}{\sum_{\forall (m_k^{i,w}, v^i) \in \Psi_k^{ajuste}} w e_k^{i,w}} \quad (6.14)$$

Para calcular el error de test se usará el mismo conjunto de subimágenes  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$  del capítulo 4, obteniendo el conjunto de puntos

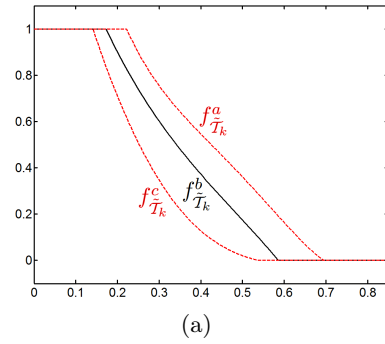
$$\Psi_k^{test} = \{(m_k^{i,w}, v^i), I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}\} \quad (6.15)$$

Así, el error de test para los conjuntos difusos tipo-2 se define de la siguiente forma

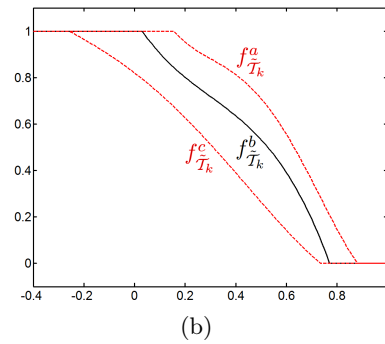
$$E_k^{test} = \frac{\sum_{\forall (m_k^{i,w}, v^i) \in \Psi_k^{test}} |f_{\tilde{\mathcal{T}}_k}^b(m_k^{i,w}) - v^i| \cdot (1 - \tilde{\mathcal{T}}_k(m_k^{i,w}, v^i))}{|\Psi_{\mathcal{F}}^{test}|} \quad (6.16)$$

En la Tabla 6.1 se muestran tanto los errores de ajuste como de test obtenidos para los conjuntos difusos tipo-2 correspondientes a las medidas

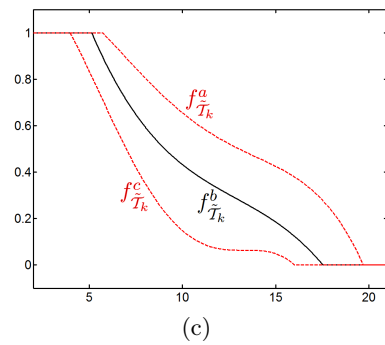




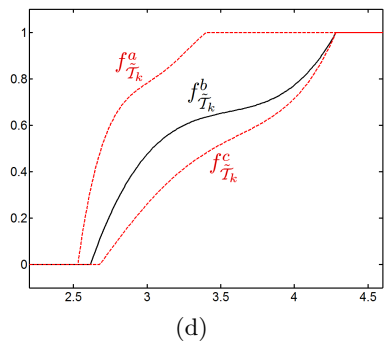
AMADASUN			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.1727	0.2218	0.1413
$\beta$	0.5858	0.6942	0.5377
$a_0$	1.8707	2.9494	1.9464
$a_1$	-6.4835	-15.9149	-7.9489
$a_2$	9.4901	43.9688	8.7583
$a_3$	-6.6128	-60.059	1.3786
$a_4$	0.0000	30.1497	-5.0108



CORRELATION			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.0301	0.1565	-0.2577
$\beta$	0.7711	0.8812	0.7354
$a_0$	1.0486	1.3725	0.8205
$a_1$	-1.7013	-3.9053	-0.8351
$a_2$	2.9961	12.5722	-0.6398
$a_3$	-3.3110	-19.5276	-0.2048
$a_4$	0.0000	9.4008	0.7561

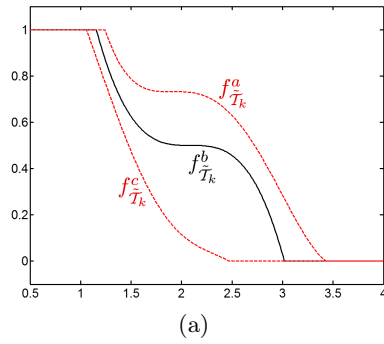


ABBADENI			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	5.1378	5.7275	3.9667
$\beta$	17.5403	19.6929	15.9944
$a_0$	2.5666	1.0646	1.0097
$a_1$	-0.4429	0.1260	0.2290
$a_2$	0.0310	-0.0375	-0.0834
$a_3$	-0.0008	0.0027	0.0070
$a_4$	0.0000	-0.662E-4	-0.1860E-3

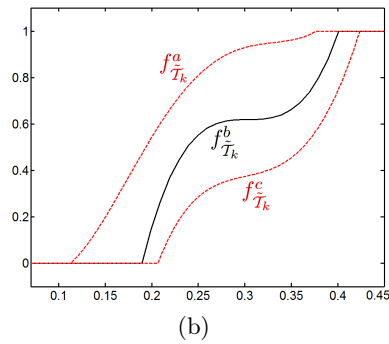


FD			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	2.6157	2.5303	2.6783
$\beta$	4.2832	3.4036	4.2833
$a_0$	-28.6902	-490.1472	25.9885
$a_1$	24.4912	625.6233	-36.9966
$a_2$	-6.8487	-298.8760	18.7424
$a_3$	0.6418	63.3922	-4.0539
$a_4$	0.0000	-5.0327	0.3214

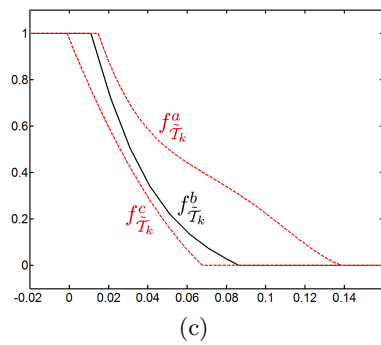
Figura 6.3: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de Amadasun, Correlation, Abbadeni y FD.



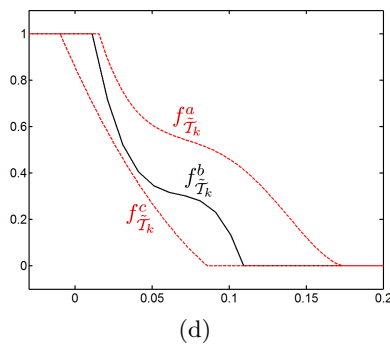
TAMURA			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	1.1564	1.2422	1.0575
$\beta$	3.0182	3.4309	2.4684
$a_0$	6.1381	9.8674	0.2253
$a_1$	-8.1040	-16.6049	4.6415
$a_2$	3.8827	11.0468	-5.9744
$a_3$	-0.6201	-3.1580	2.5366
$a_4$	0.0000	0.3219	-0.3618



ED			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.1894	0.1123	0.2065
$\beta$	0.4011	0.3765	0.4236
$a_0$	-10.8716	1.2513	-11.1617
$a_1$	113.3539	-33.9388	122.0497
$a_2$	-372.8880	287.0421	-461.0976
$a_3$	409.0586	-842.3930	704.7580
$a_4$	0.0000	835.8854	-322.0498

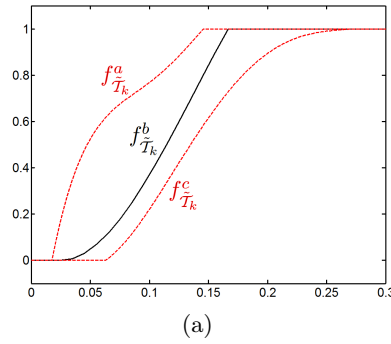


DGD			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.0109	0.0147	-0.0012
$\beta$	0.0863	0.1388	0.0679
$a_0$	1.3856	1.4764	0.9749
$a_1$	-39.6725	-40.7453	-20.9018
$a_2$	412.2540	637.2320	99.7483
$a_3$	-1605.909	-4895.206	-51.2859
$a_4$	0.0000	13451.546	6.8027

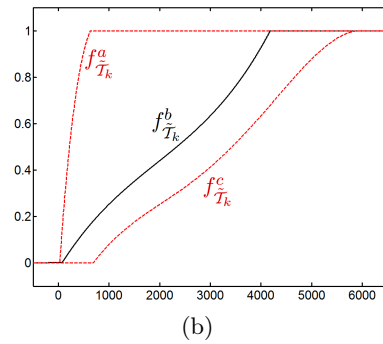


LH			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.0111	0.0155	-0.0097
$\beta$	0.1095	0.1738	0.0859
$a_0$	1.4561	1.4452	0.8555
$a_1$	-48.3633	-36.6893	-14.3156
$a_2$	695.9514	576.2056	52.9881
$a_3$	-3431.434	-4028.830	-26.4587
$a_4$	0.0000	9509.834	3.4717

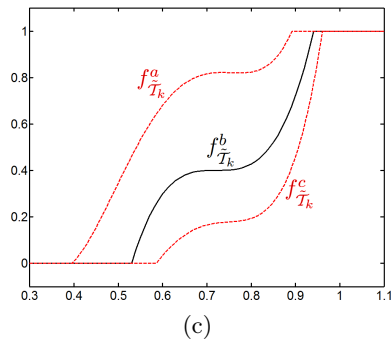
Figura 6.4: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de Tamura, ED, DGD y LH.



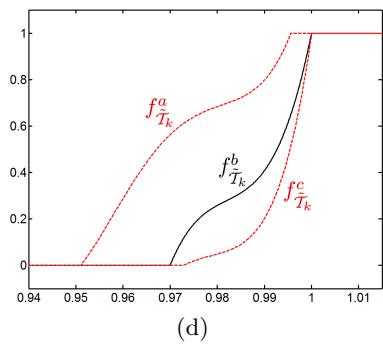
WESZKA			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.0250	0.0175	0.0627
$\beta$	0.1667	0.1458	0.2715
$a_0$	0.0605	-0.5919	0.3204
$a_1$	-4.8848	42.6548	-16.9298
$a_2$	104.8095	-558.7108	245.4504
$a_3$	-250.1384	3429.834	-989.3467
$a_4$	0.0000	-7481.325	1285.174



CONTRAST			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	67.9012	25.6306	686.3199
$\beta$	4010.942	631.3408	5932.268
$a_0$	-0.0204	-0.0836	-0.27817
$a_1$	3.059E-4	3.3468E-3	5.396E-4
$a_2$	-7.758E-8	-3.298E-6	-2.326E-7
$a_3$	1.614E-11	1.229E-9	5.662E-11
$a_4$	0.0000	-1.529E-13	-4.489E-15



SNE			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.5300	0.3956	0.5855
$\beta$	0.9409	0.8919	0.9608
$a_0$	-20.9571	11.7496	16.9777
$a_1$	88.7789	-90.6318	-121.7836
$a_2$	-123.0125	245.4040	307.4795
$a_3$	56.8169	-274.5448	-329.9654
$a_4$	0.0000	110.0782	128.9030



SRE			
	$f_{T_k}^b$	$f_{T_k}^a$	$f_{T_k}^c$
$\alpha$	0.9702	0.9510	0.9728
$\beta$	1.0025	0.9956	1.0026
$a_0$	-86787	960216	1542452
$a_1$	265124	-3963892	-6352669
$a_2$	-269983	6135352	9810803
$a_3$	91647	-4219977	-6733543
$a_4$	0.0000	1088303	1732958

Figura 6.5: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen los conjuntos difusos tipo-2 para las medidas de Weszka, Contrast, SNE y SRE.

Tabla 6.1: Error de ajuste y error de test para los modelos obtenidos con cada una de las medidas de finura.

Medida	Error de ajuste	Error de test
Amadasun	0.1186	0.1237
Correlation	0.1250	0.1275
Abbadeni	0.1467	0.1511
FD	0.1533	0.1593
Tamura	0.1661	0.1732
ED	0.1755	0.1821
DGD	0.1837	0.1886
LH	0.1939	0.1999
Weszka	0.1957	0.2036
Contrast	0.2160	0.2234
SNE	0.2187	0.2267
SRE	0.2231	0.2304

$P_k \in \mathcal{P}$ , ordenada en orden creciente de los errores de ajuste. Como se puede apreciar, se mantiene el mismo orden que en los conjuntos difusos tipo-1 obtenidos en el capítulo 4, siendo el mejor modelo el correspondiente a la medida de *Amadasun*.

## 6.4. Conjuntos Difusos Tipo-2 Adaptativos

El conjunto difuso tipo-2 no adaptativo  $\tilde{\mathcal{T}}_k$  obtenido en la sección anterior modela la percepción promedio de finura (nuestro perfil por defecto), y puede ser usado directamente, teniendo en cuenta que la salida del modelo representa el grado de finura de acuerdo a dicho perfil. Sin embargo, como se vio en el capítulo anterior, un usuario particular puede tener una percepción diferente de la propiedad de finura, y el contexto de la imagen puede influir en la percepción global. Por eso es necesario proponer un método que permita adaptar el conjunto difuso tipo-2 obtenido a cada caso particular.

Manteniendo el mismo tipo de notación usada en el capítulo 5, a partir de ahora notaremos  $\hat{\mathcal{T}}_k$  al conjunto difuso tipo-2 adaptado al perfil particular de finura de un usuario o al contexto de la imagen, y notaremos  $\hat{\mathcal{T}}_{k,x}$  al correspondiente conjunto difuso secundario. En nuestra propuesta, dicha adaptación se realizará usando la información proporcionada por el usuario para representar su percepción particular (un conjunto de imágenes de textura), o la información del contexto extraída mediante un análisis de

las texturas presentes en la imagen. Como se vio en el capítulo 5, esta información permitía definir un conjunto  $\Omega_{\mathcal{F}}$  (formado por los denominados *puntos de adaptación*), que imponía el criterio de adaptación. En este caso, la metodología empleada para obtener  $\Omega_{\mathcal{F}}$ , tanto para la adaptación a perfiles de usuario como para la adaptación al contexto de la imagen, será la misma que se describió en el capítulo 5 para el caso unidimensional (secciones 5.2.1 y 5.3.1, respectivamente).

Para obtener el conjunto difuso tipo-2 adaptado  $\hat{\mathcal{T}}_k$  a partir de  $\Omega_{\mathcal{F}}$  también se hará uso de la metodología propuesta en el capítulo anterior. En dicho capítulo, el proceso de adaptación se basaba en una transformación de la función de pertenencia del modelo no adaptativo, consistente en una translación y expansión (o compresión) en el dominio de las medidas, con el objetivo de forzar a que la función adaptada pasase por los puntos de adaptación (ecuación (5.3)). Como se vio en la sección 6.3, los conjuntos difusos tipo-2 propuestos pueden ser caracterizados mediante tres funciones: la función  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$ , que representa el núcleo del conjunto difuso secundario, y las funciones  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$  y  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^c$ , que representan los extremos del soporte de ese conjunto difuso secundario. En este caso lo que se propone es aplicar una transformación similar a la definida en la ecuación (5.3) a la función  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$ , es decir, dicha función se trasladará y contraerá (o expandirá) en el dominio de la medida para hacerla pasar por los puntos de adaptación. Así, dado un conjunto de *puntos de adaptación*

$$\Omega_k = \{(m_k^i, v^i), m_k^i \in \mathcal{M}; v^i \in \mathcal{V}; m_k^i < m_k^{i+1}\}_{i=1, \dots, Z} \quad (6.17)$$

definimos la función adaptada  $\hat{f}_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$  como

$$\hat{f}_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b(x; \Omega_k) = \begin{cases} f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b(\mathbf{A}_{m_k^1 m_k^2}^{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(x)) & x \leq m_k^1 \text{ o } x \leq m_k^2, \\ \vdots \\ f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b(\mathbf{A}_{m_k^i m_k^{i+1}}^{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(x)) & m_k^i < x \leq m_k^{i+1}, \\ \vdots \\ f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b(\mathbf{A}_{m_k^{Z-1} m_k^Z}^{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(x)) & x > m_k^{Z-1} \text{ o } x > m_k^Z \end{cases} \quad (6.18)$$

con  $\bar{m}_k^i = (f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b)^{-1}(v^i) \forall i$ , y donde  $\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x)$  se define como una función de translación y expansión de la forma

$$\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x) = \frac{x - a'}{b' - a'}(b - a) + a \quad (6.19)$$

Esta misma transformación impuesta a  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$  será aplicada también a las

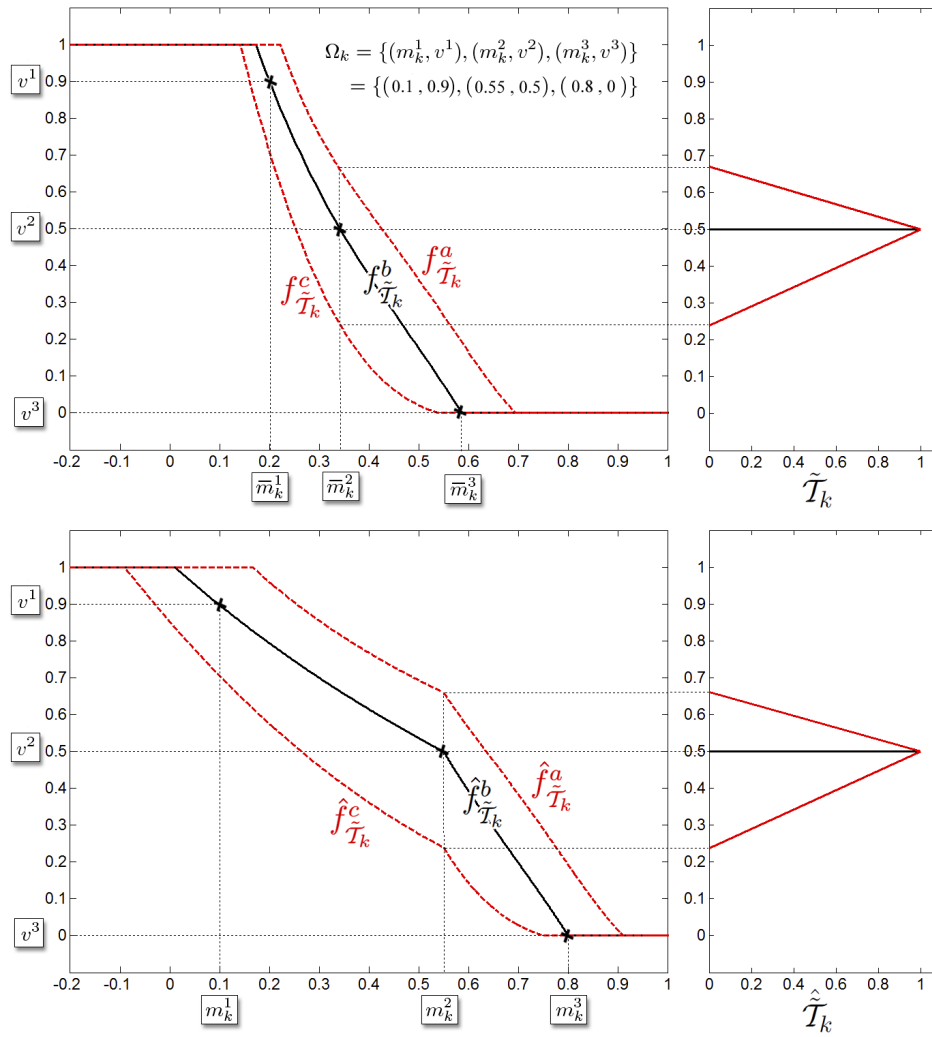


Figura 6.6: Ejemplo de adaptación al perfil de un nuevo usuario. Las funciones adaptadas  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^a$ ,  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^b$  y  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^c$  son obtenidas transformando las funciones  $f_{\tilde{T}_k}^a$ ,  $f_{\tilde{T}_k}^b$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  de acuerdo a  $\Omega_k = \{(m_k^i, v^i)\}_{i=1, \dots, Z}$  con  $Z = 3$ .

funciones  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  para obtener las funciones adaptadas  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^a$  y  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^c$

$$\hat{f}_{\tilde{T}_k}^a(x; \Omega_k) = \begin{cases} f_{\tilde{T}_k}^a(\mathbf{A}_{m_k^1 m_k^2}^{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(x)) & x \leq m_k^1 \text{ o } x \leq m_k^2, \\ \vdots \\ f_{\tilde{T}_k}^a(\mathbf{A}_{m_k^i m_k^{i+1}}^{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(x)) & m_k^i < x \leq m_k^{i+1}, \\ \vdots \\ f_{\tilde{T}_k}^a(\mathbf{A}_{m_k^{Z-1} m_k^Z}^{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(x)) & x > m_k^{Z-1} \text{ o } x > m_k^Z \end{cases} \quad (6.20)$$

$$\hat{f}_{\tilde{T}_k}^c(x; \Omega_k) = \begin{cases} f_{\tilde{T}_k}^c(\mathbf{A}_{m_k^1 m_k^2}^{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(x)) & x \leq m_k^1 \text{ o } x \leq m_k^2, \\ \vdots \\ f_{\tilde{T}_k}^c(\mathbf{A}_{m_k^i m_k^{i+1}}^{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(x)) & m_k^i < x \leq m_k^{i+1}, \\ \vdots \\ f_{\tilde{T}_k}^c(\mathbf{A}_{m_k^{Z-1} m_k^Z}^{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(x)) & x > m_k^{Z-1} \text{ o } x > m_k^Z \end{cases} \quad (6.21)$$

donde  $\bar{m}_k^i$  y  $\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x)$  son los mismos valores y la misma función que en (6.18).

Así, las funciones  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  sufren la misma translación y expansión (o compresión) en el eje de la medida que  $f_{\tilde{T}_k}^b$  (“acompañarán” a  $f_{\tilde{T}_k}^b$  en la adaptación). Con esto se consigue que la incertidumbre alrededor de un grado  $b_x$  en el modelo adaptado  $\hat{\tilde{T}}_k$  siga siendo la misma que la existente alrededor de dicho grado en  $\tilde{T}_k$ , pues estamos adaptando a distintos perfiles de finura, pero consideramos que se mantiene la incertidumbre en el grado.

En la Figura 6.6 se muestra un ejemplo de adaptación al perfil de un nuevo usuario, donde se ha empleado el mismo criterio de adaptación  $\Omega_k$  del ejemplo visto en el capítulo 5 (Figura 5.2). Como se puede apreciar, la función adaptada  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^b$  es obtenida transformando la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$  tal y como se mostró en el ejemplo del capítulo 5, mientras que las funciones  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^a$  y  $\hat{f}_{\tilde{T}_k}^c$  son obtenidas aplicando esa misma transformación a  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$ , respectivamente. A la derecha de ambas gráficas se muestra el conjunto difuso secundario asociado al valor de la medida para el cual  $b_x = 0,5$ , que representa la semántica “alrededor de 0,5”. Nótese que en ambos casos se trata de la misma función triangular, pues, como se acaba de comentar, el conjunto difuso tipo-2  $\tilde{T}_k$  es adaptado al nuevo perfil de finura pero manteniendo el modelado de la incertidumbre para cada grado  $b_x$ .

## 6.5. Resultados

En esta sección, los conjuntos difusos tipo-2 obtenidos serán aplicados sobre varias imágenes de ejemplo para analizar su comportamiento. Al igual que en la sección de resultados de los capítulos 4 y 5, se obtendrán mapeos de dichas imágenes a su grado de finura. Sin embargo, al aplicar los conjuntos difusos tipo-2, cada valor de la medida no tiene asociado un único grado de finura, sino otro conjunto difuso. Por eso, en este caso, se representarán dos mapeos distintos para cada una de las imágenes de ejemplo: el mapeo al kernel de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$  (dado por  $b_x$ ) y el mapeo al ancho del soporte de dichos conjuntos (dado por  $|a_x - c_x|$ ). Mediante el primero de los mapeos será posible comprobar la correspondencia entre el grado  $b_x$  proporcionado por el modelo y la percepción humana de finura (al igual que en los capítulos anteriores), mientras que el segundo mapeo informará acerca de la incertidumbre asociada a dicho grado.

Como se ha visto en este capítulo, las funciones  $f_{\tilde{T}_k}^b$ , que definen el kernel de los conjuntos difusos secundarios, coinciden con los modelos obtenidos en el capítulo 4, por lo que el mapeo a los valores de dicho kernel será idéntico a los mapeos de finura mostrados en ese capítulo. Así, en esta sección centraremos nuestro interés en el mapeo correspondiente a la incertidumbre, que es la información adicional que aportan los conjuntos difusos tipo-2. En la sección 6.5.1 se realizarán experimentos en donde se aplicarán los conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos  $\tilde{T}_k$ , mientras que en la sección 6.5.2, se mostrarán algunos resultados de la aplicación de los modelos  $\hat{\tilde{T}}_k$  adaptados a distintos perfiles de finura. En concreto, se usará el conjunto difuso tipo-2 con una mayor valoración según la medida de bondad definida en la sección 6.3.3, que es el obtenido para la medida de *Amadasun*.

### 6.5.1. Conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos

#### Resultados para imágenes mosaico

Considérese la imagen de la Figura 6.7(a), que es la misma imagen mosaico empleada en los capítulos anteriores, donde cada textura tiene un grado de percepción de finura creciente respecto a la de su izquierda. Las figuras 6.7(b) y 6.7(c) muestran los mapeos al kernel y al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$ . Para calcular estos mapeos, para cada píxel en la imagen original, se ha analizado una ventana de tamaño  $32 \times 32$  y se han calculando los valores  $a_x = f_{\tilde{T}_k}^a(x)$ ,  $b_x = f_{\tilde{T}_k}^b(x)$  y  $c_x = f_{\tilde{T}_k}^c(x)$ . Así, el valor del kernel se corresponde con  $b_x$ , y el ancho del soporte se corresponde con la diferencia  $|a_x - c_x|$ . De esta forma, el mapeo de la Figura 6.7(b) representa el grado de finura de la textura, al igual que en los capítulos anteriores, mientras que el mapeo de la Figura 6.7(c) puede ser interpretado como la incertidumbre en el grado estimado, donde un nivel de gris blanco



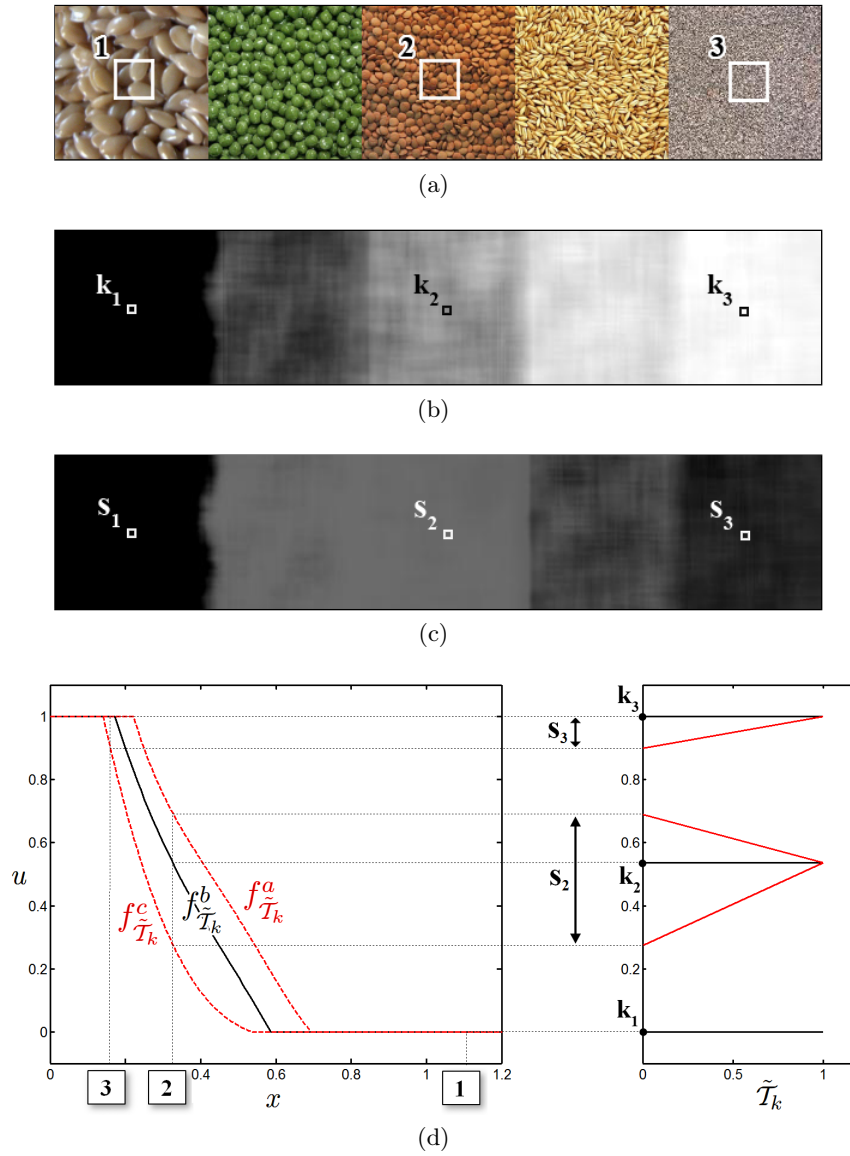


Figura 6.7: Resultado para una imagen mosaico. (a) Imagen original. (b)(c) Mapeo de la imagen original al kernel y al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$ . (d) Ejemplo del proceso de mapeo para las ventanas 1, 2 y 3 de la imagen original.

indica máxima incertidumbre y un nivel de gris negro indica que no existe incertidumbre.

En la Figura 6.7(d) se muestra una representación bidimensional de la función de pertenencia tipo-2 empleada en este experimento, y, como ejemplo, se ha representado sobre ella el proceso de mapeo para tres ventanas distintas de la imagen original (marcadas como 1, 2 y 3 en la Figura 6.7(a)). Como se puede apreciar, para la ventana 1, correspondiente a una textura muy gruesa según la percepción promedio de finura, el valor del kernel es  $k_1 = 0$ , es decir, tiene asociado un grado de finura 0, y el ancho del soporte es  $s_1 = 0$ , lo que indica que no existe incertidumbre acerca de dicho grado. En cambio, para la ventana 2, el valor del kernel es  $k_2 = 0,536$ , que es muy similar a la valoración humana de finura para dicha textura (0,5), pero el ancho del soporte es  $s_2 = 0,391$ , lo que indica que existe una mayor incertidumbre acerca del grado estimado. Para la ventana 3, el valor del kernel ( $k_3 = 1$ ) coincide con la valoración humana para esta textura, y el ancho del soporte ( $s_3 = 0,092$ ) indica que la incertidumbre acerca de dicho grado es pequeña.

En la Figura 6.8 se muestran otros dos ejemplos donde el conjunto difuso tipo-2 propuesto ha sido aplicado sobre imágenes mosaico formadas por varias texturas. Considérese la Figura 6.8(a), correspondiente a un mosaico formado por dos imágenes del conjunto  $\mathcal{I}$ , cuya textura es considerada como muy gruesa. En las figuras 6.8(c) y 6.8(e) se muestra un mapeo de esta imagen al kernel ( $b_x$ ) y el ancho de soporte ( $|a_x - c_x|$ ) del conjunto difuso secundario  $\tilde{T}_{k,x}$ , respectivamente. Como se puede apreciar en la Figura 6.8(c), a ambas imágenes de textura les corresponde un nivel de gris negro, lo que indica un grado de finura 0. Sin embargo, según el mapeo de la Figura 6.8(e), la imagen de la izquierda tiene una incertidumbre muy pequeña en el grado de finura estimado (nivel de gris negro), mientras que la imagen de la derecha tiene una incertidumbre mayor (nivel de gris oscuro, pero sin llegar a negro). Esto implica que la textura de la imagen de la izquierda es suficientemente gruesa como para asegurar que es percibida como muy gruesa por el ser humano, mientras que no se puede asegurar lo mismo para la imagen de la derecha. Este hecho puede ser apreciado en la representación bidimensional de la función de pertenencia tipo-2 mostrada en la Figura 6.8(g). Los valores obtenidos al aplicar la medida de *Amadasun* a las ventanas marcadas con 1 y 2 en la Figura 6.8(a) son mostrados en dicha gráfica. Se puede apreciar que en ambos casos el valor del kernel es  $b_x = 0$ , mientras que el ancho del soporte es  $|a_x - c_x| = 0$  en el primer caso y  $|a_x - c_x| > 0$  en el segundo.

Un ejemplo similar es mostrado en las figuras 6.8(b), 6.8(d) y 6.8(f). En este caso, el conjunto difuso tipo-2 ha sido aplicado sobre un mosaico formado por dos imágenes del conjunto  $\mathcal{I}$  cuya textura es considerada como muy fina (Figura 6.8(b)), obteniendo los mapeos correspondientes al kernel y el ancho del soporte del conjunto difuso secundario (figuras 6.8(d) y 6.8(f)). Ambas texturas tienen un grado de finura máximo según el mapeo de la Figura

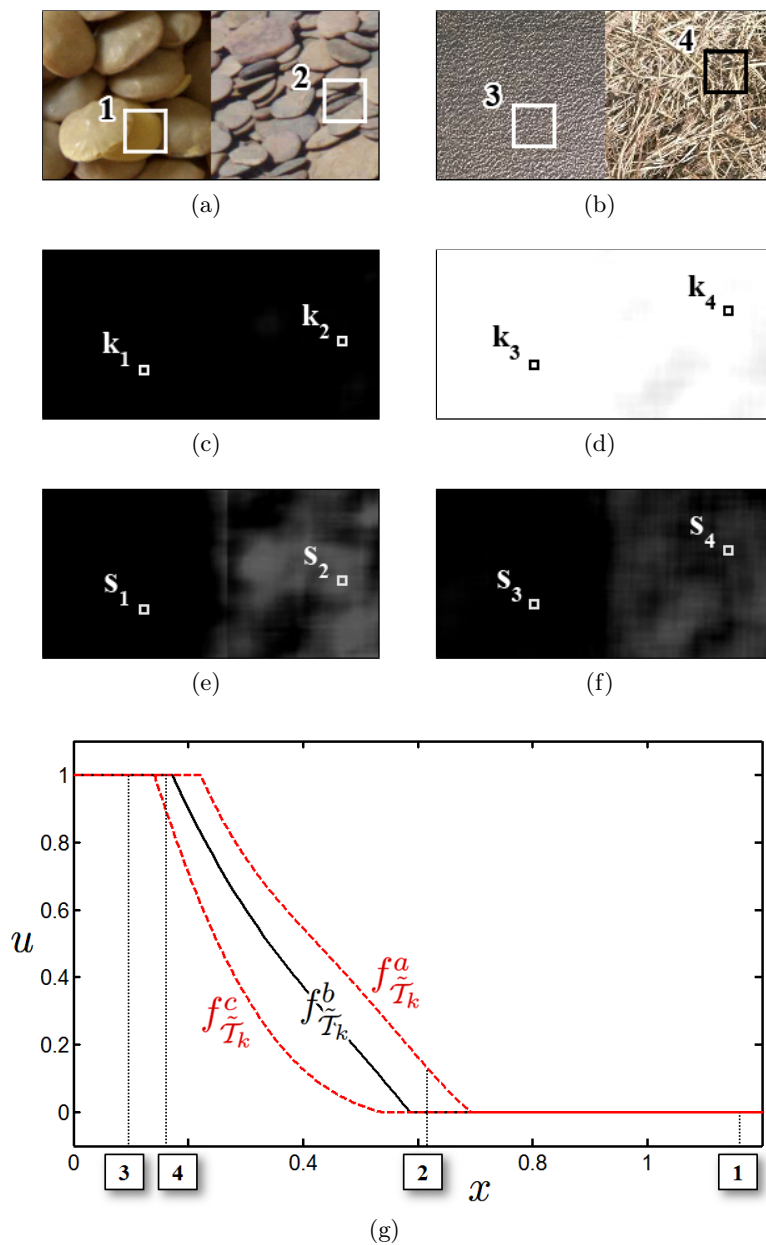


Figura 6.8: Aplicación del conjunto difuso tipo-2 sobre dos imágenes mosaico. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeo de las imágenes originales al kernel de los conjuntos difusos secundarios. (e)(f) Mapeo de las imágenes originales al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios. (g) Representación bidimensional del conjunto difuso tipo-2 aplicado.

6.8(c) (nivel de gris blanco), pero la de la derecha tiene una incertidumbre mayor en este grado estimado, de acuerdo con el mapeo de la Figura 6.8(f). Este hecho se puede apreciar sobre la representación bidimensional de la función  $\tilde{T}_k(x, u)$  mostrada en la Figura 6.8(g), donde aparecen los ejemplos correspondientes a las ventanas marcadas como 3 y 4 en la Figura 6.8(b).

### Resultados para imágenes naturales

En la Figura 6.9 se muestran dos ejemplos donde el conjunto difuso tipo-2 propuesto ha sido aplicado sobre dos imágenes naturales distintas (figuras 6.9(a) y 6.9(d)), que ya fueron empleadas en los experimentos del capítulo 4. Como se comentó en dicho capítulo, ambas imágenes presentan tres zonas claramente delimitadas de acuerdo a la finura de la textura correspondiente: una textura muy fina, una textura muy gruesa y una textura con finura intermedia, lo cual se refleja en el mapeo de estas imágenes al kernel de los conjuntos difusos secundarios (figuras 6.9(b) y 6.9(e)).

En las figuras 6.9(c) y 6.9(f) se muestra el mapeo al ancho del soporte de  $\tilde{T}_{k,x}$ . Como se puede apreciar, para la zona correspondiente a la textura muy gruesa en ambas imágenes, no existe incertidumbre en el grado estimado. Sin embargo, para la zona de textura muy fina, existe cierta incertidumbre en la primera imagen (figura 6.9(c)), pero no en la segunda (figura 6.9(f)). Para la zona de textura de finura intermedia existe incertidumbre en ambas imágenes, aunque es mayor en la primera (el nivel de gris del mapeo es más claro), pues la textura es un poco más gruesa, y como se puede apreciar en la representación del modelo propuesto, el ancho del soporte en la zona de transición es mayor para texturas más gruesas.

Obsérvese que en las fronteras entre las zonas de textura muy gruesa y muy fina en ambas imágenes aparece una franja con nivel de gris intermedio en los mapeos de las figuras 6.9(b) y 6.9(e) (indicando grado de finura intermedio), y que es aun más apreciable en los mapeos de las figuras 6.9(c) y 6.9(f) (indicando incertidumbre en dicho grado). Esto es debido a que, al realizar el mapeo para los pixels cercanos a la frontera, se toman ventanas en las que aparecen ambas texturas, con lo que el valor proporcionado por la medida de finura es un valor intermedio al de cada textura por separado.

### Resultados para imagen de microscopio

En la Figura 6.10 se muestra un ejemplo en donde el conjunto difuso tipo-2 propuesto ha sido aplicado sobre la imagen de una microestructura de metal tomada con microscopio (Figura 6.10(a)), también utilizada en los experimentos del capítulo 4. En las figuras 6.10(b) y 6.10(c) se muestra el mapeo de la imagen original al kernel y al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$ . Al igual que se comentó en el capítulo 4, el primero de los mapeos puede ser empleado para reconocimiento de patrones, siendo

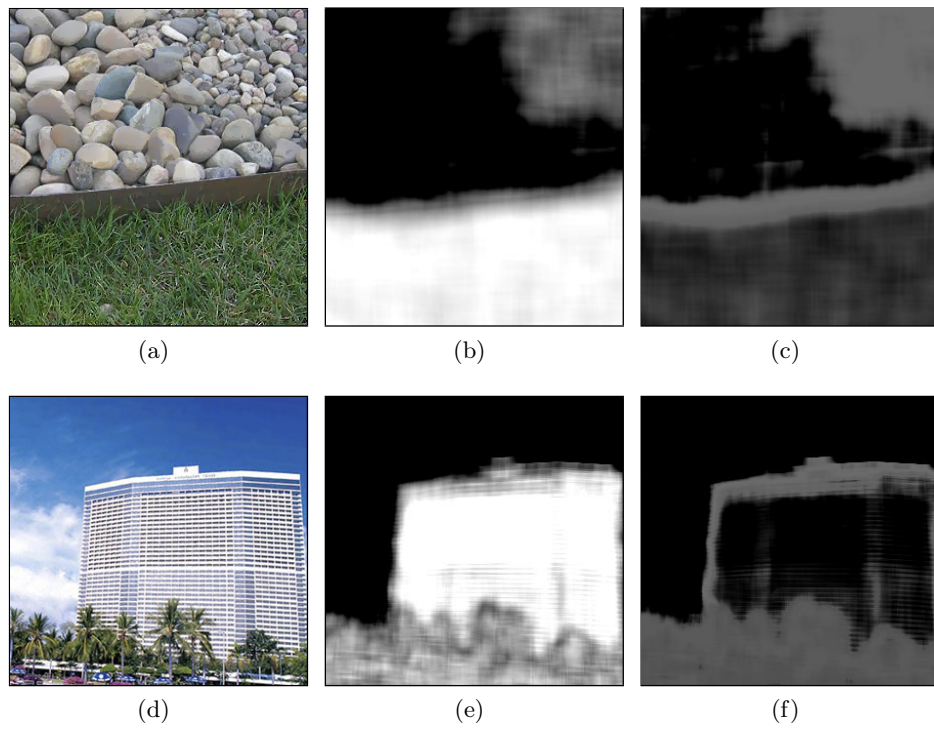


Figura 6.9: Resultados para dos imágenes naturales. (a)(d) Imágenes originales. (b)(e) Mapeos de las imágenes originales al kernel de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{\mathcal{I}}_{k,x}$ . (c)(f) Mapeo de las imágenes originales al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{\mathcal{I}}_{k,x}$ .

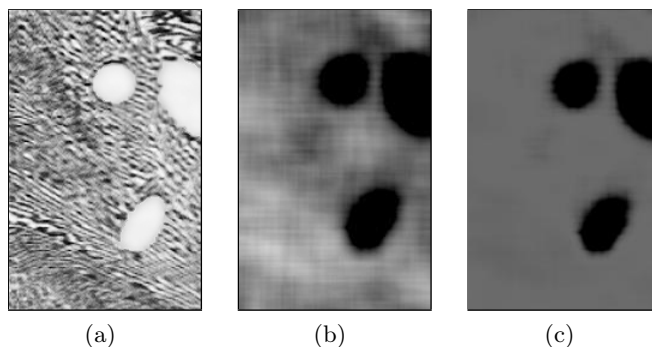


Figura 6.10: Resultados para imagen de microscopio. (a) Imagen original. (b)(c) Mapeo de la imagen original al kernel y al ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$ .

posible aislar las regiones blancas uniformes seleccionando los pixels con valores de finura inferiores a 0,1. Asimismo, gracias al segundo mapeo, es posible afirmar que no existe incertidumbre en el grado asociado a dichas regiones, lo cual da robustez al reconocimiento.

### 6.5.2. Conjuntos difusos tipo-2 adaptativos

#### Adaptación a distintos perfiles de usuario

En la Figura 6.11 se muestra un ejemplo en donde se ha aplicado el conjunto difuso tipo-2  $\hat{\tilde{T}}_k$  adaptado a los perfiles de finura de dos usuarios distintos. Tanto la imagen natural utilizada (Figura 6.11(a)) como la información proporcionada por los dos hipotéticos usuarios para representar su percepción particular de finura (las tablas de las figuras 6.11(d) y 6.11(g)) son las mismas que se emplearon en el experimento de la Figura 5.8 del capítulo anterior. Como se vio en dicho experimento, el *usuario 1* considera las texturas más gruesas que la percepción promedio, y establece una diferencia menor entre texturas muy finas y muy gruesas. En cambio, para el *usuario 2*, una textura muy gruesa será aquella que tenga unas primitivas de textura muy grandes (mayores que la de la percepción promedio), mientras que una textura muy fina se corresponde con primitivas de textura muy pequeñas (menores que la de la percepción promedio).

En las figuras 6.11(b) y 6.11(c) se muestran los mapeos de la imagen natural a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios no adaptativos  $\tilde{T}_{k,x}$ , que ya han sido analizados y comentados en el experimento de la Figura 6.9. En las figuras 6.11(e) y 6.11(f) se muestran dichos mapeos aplicando el modelo adaptado al *usuario 1*. Se puede observar que, de acuerdo a la percepción particular de este usuario, la zona de grava

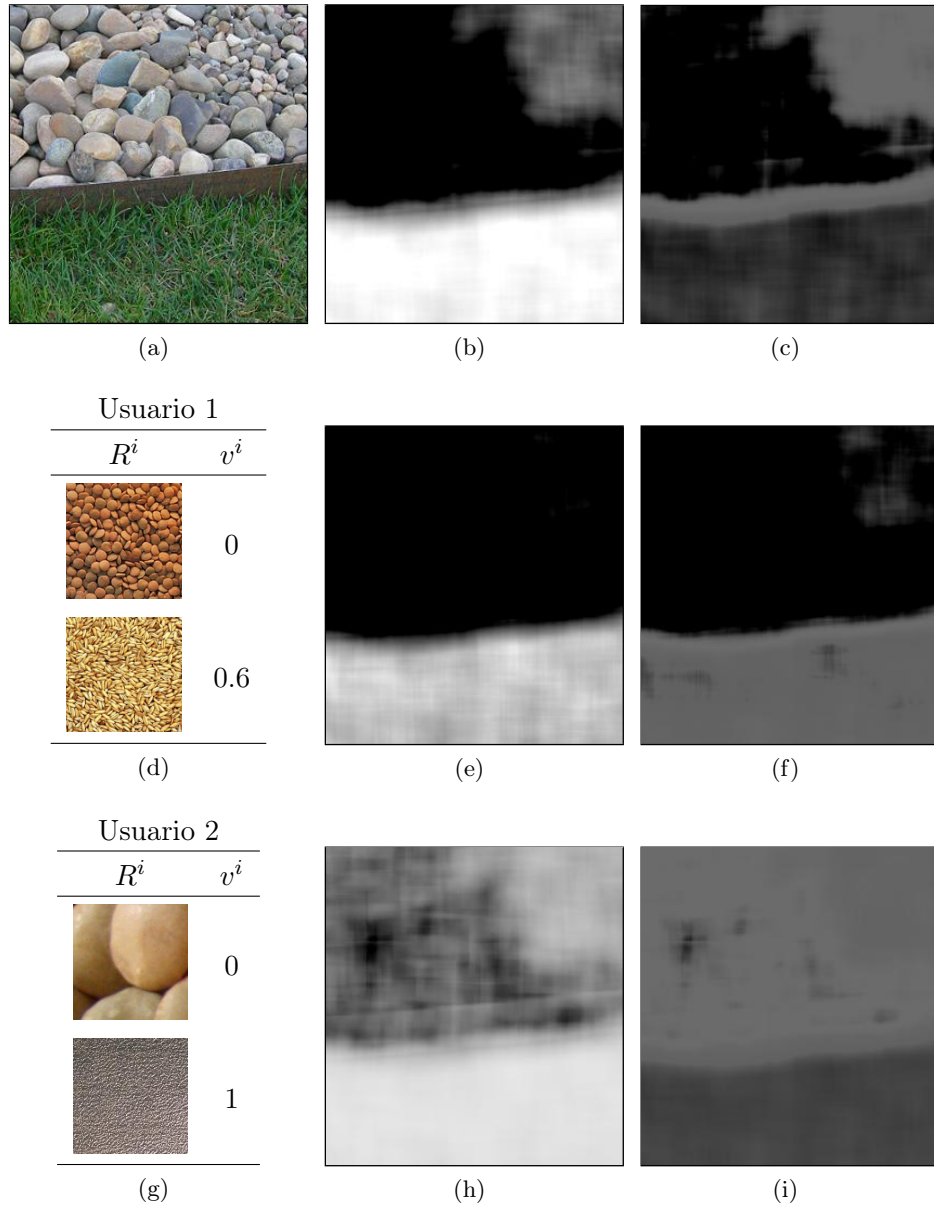


Figura 6.11: Resultados para la adaptación a dos perfiles distintos de usuario. (a) Imagen original. (b)(c) Mapeo de la imagen original a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\tilde{T}_{k,x}$ . (d)(g) Ejemplos representando la percepción particular de finura de dos usuarios distintos. (e)(f) Mapeo a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\hat{\tilde{T}}_{k,x}$  adaptados a la percepción del usuario 1, y (h)(i) a la percepción del usuario 2.

es también considerada como una textura muy gruesa, al igual que la zona de piedras, pero que, a diferencia de esta, existe cierta incertidumbre en el grado estimado. Asimismo, la hierba no es considerada tan fina como al aplicar el modelo no adaptativo, y la incertidumbre en el grado asociado a esa zona es mayor.

En las figuras 6.11(h) y 6.11(i) se muestran los mapeos de la imagen natural a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios adaptados al *usuario 2*. Se puede apreciar como se obtienen grados de finura más intermedios para todas las texturas que en el caso no adaptativo, lo cual coincide con la percepción particular de este usuario. Además, se observa como la incertidumbre ha aumentado para todas las zonas de textura, especialmente para la zona de las piedras, que en este caso es mayor que la de la zona de la hierba. Esto se debe a que, como se comentó en los experimentos de la Figura 6.9, dentro de la zona de transición del modelo, el ancho del soporte es mayor para texturas más gruesas.

### Adaptación al contexto de la imagen

En las figuras 6.12 y 6.13 se muestran dos ejemplos en donde el conjunto difuso tipo-2 propuesto es adaptado al contexto de la imagen. Para ello, se emplearán las imágenes naturales de las figuras 6.12(a) y 6.13(a), que son las mismas utilizadas en el experimento de la Figura 5.11 del capítulo 5. La Figura 6.12(a) muestra una imagen natural compuesta por dos texturas con diferentes grados de finura. Los mapeos de esta imagen a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios no adaptativos  $\tilde{T}_{k,x}$  aparecen representados en las figuras 6.12(b) y 6.12(c). Como se puede apreciar, la textura correspondiente a la parte inferior derecha de la imagen es considerada como muy gruesa según la percepción promedio, y no existe incertidumbre acerca de dicha estimación, mientras que la textura del resto de la imagen es considerada como bastante fina, aunque sin llegar a ser muy fina, y tiene una incertidumbre intermedia.

Las figuras 6.12(d) y 6.12(e) muestran los mapeos correspondientes al aplicar el conjunto difuso tipo-2  $\hat{\tilde{T}}_k$ , que ha sido obtenido adaptando  $\tilde{T}_k$  a la textura más gruesa y a la más fina de la imagen. En este caso, se puede apreciar que la textura fina es considerada más fina que al aplicar el modelo no adaptativo, lo cual coincide con los cambios en la percepción influidos por el contexto, y la incertidumbre correspondiente a esa zona se ha reducido a unos valores cercanos a cero.

La influencia del contexto de la imagen en la percepción de finura de las texturas es más apreciable en el ejemplo presentado en la Figura 6.13. La Figura 6.13(a) muestra una imagen natural similar a la de la Figura 6.12(a), pero donde se ha añadido una nueva textura mucho más gruesa que el resto, que puede llegar a inhibir a la textura de la parte inferior derecha de la



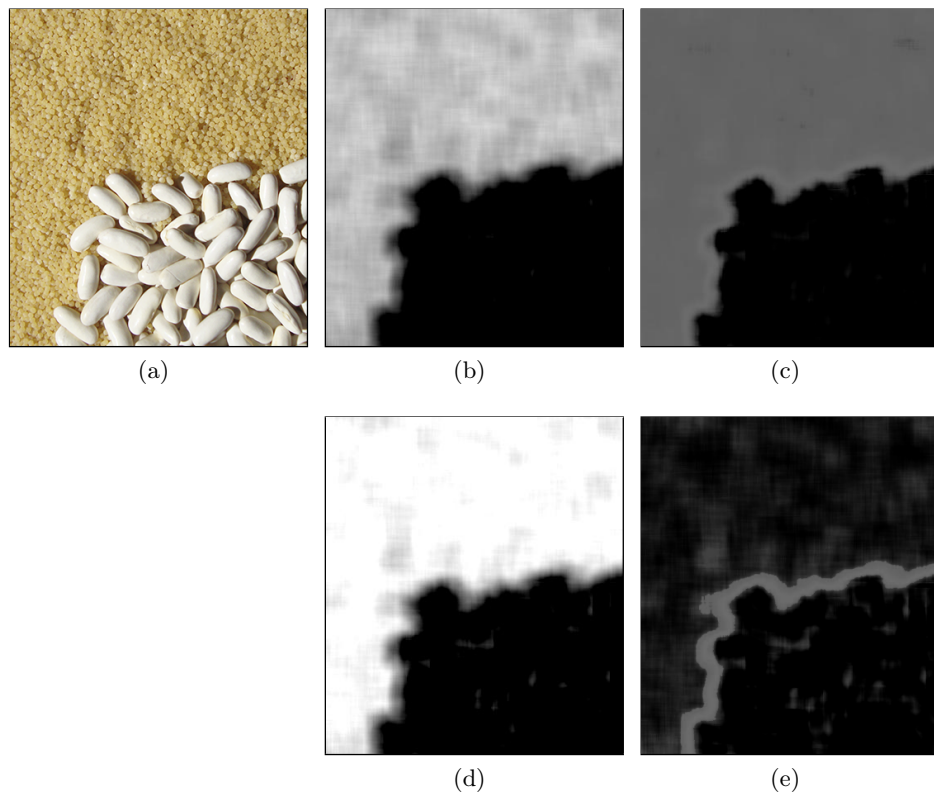


Figura 6.12: Resultados para la adaptación al contexto de la imagen. (a) Imagen original. (b)(c) Mapeo de la imagen original a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios no adaptativos  $\tilde{\mathcal{T}}_{k,x}$ . (d)(e) Mapeo a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\hat{\mathcal{T}}_{k,x}$  adaptados al contexto de la imagen.

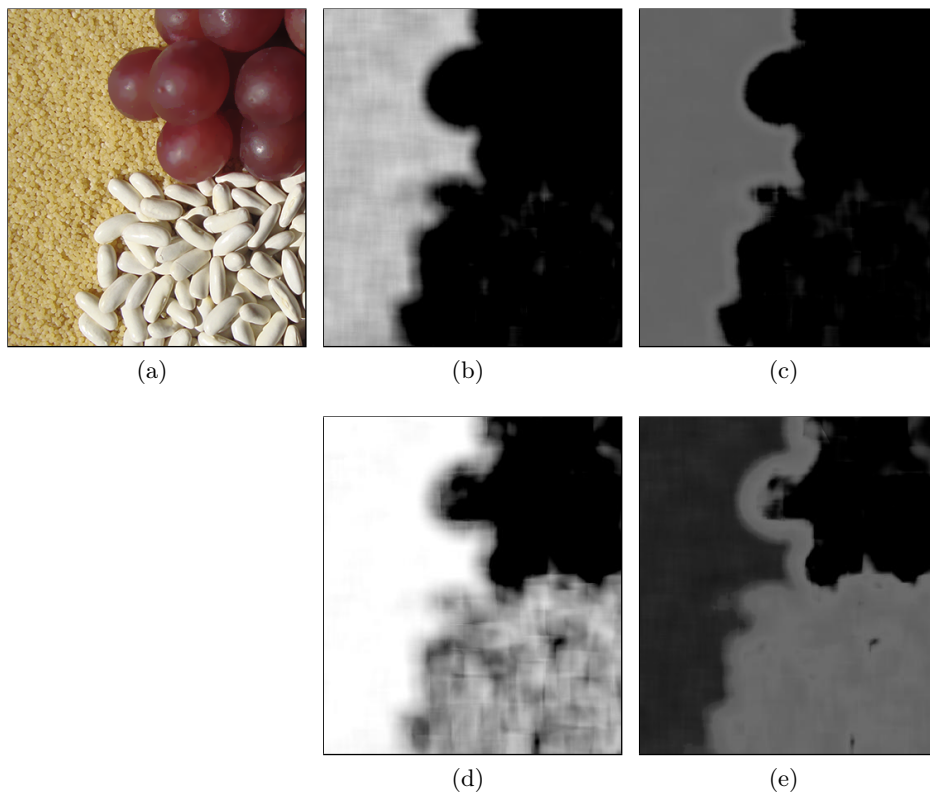


Figura 6.13: Resultados para la adaptación al contexto de la imagen. (a) Imagen original. (b)(c) Mapeo de la imagen original a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios no adaptativos  $\tilde{\mathcal{T}}_{k,x}$ . (d)(e) Mapeo a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundarios  $\hat{\mathcal{T}}_{k,x}$  adaptados al contexto de la imagen.

imagen, siendo así percibida como más fina por el ser humano. Las figuras 6.13(b) y 6.13(c) muestran los mapeos de la imagen 6.13(a) a los valores del kernel y el ancho del soporte de los conjuntos difusos secundario  $\tilde{T}_{k,x}$ , que no tiene en cuenta los cambios en la percepción de finura debidos al contexto de la imagen. Así, la parte inferior derecha, al igual que la nueva textura, es considerada como muy gruesa, y no existe incertidumbre acerca de este grado estimado.

Las figuras 6.13(d) y 6.13(e) muestran los mapeos correspondientes al aplicar el conjunto difuso tipo-2 adaptado al contexto de la imagen. Se puede apreciar que en este caso únicamente la nueva textura tiene un grado de finura cero, siendo la incertidumbre asociada a este grado también cero. En cambio, la textura de la parte inferior derecha tiene un grado de finura intermedio, lo cual coincide en mayor medida con la percepción humana de finura al tener en cuenta la influencia del contexto de la imagen, y la incertidumbre asociada a este grado es mayor.

## 6.6. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una nueva aproximación difusa al modelado de las propiedades perceptuales de la textura, basada en el uso de conjuntos difusos tipo-2. El empleo de este tipo de conjuntos difusos permite tener en cuenta tanto la imprecisión del propio concepto como la incertidumbre en el grado de pertenencia. En este caso, cada valor del conjunto de referencia (el dominio de las medidas computacionales) no tiene asignado un único grado de pertenencia  $b_x$  preciso, como en las aproximaciones de los capítulos anteriores, sino una función de pertenencia triangular con núcleo  $b_x$ , que modela la incertidumbre acerca de dicho grado mediante la semántica *alrededor de  $b_x$* .

Al igual que en los capítulos anteriores, la metodología propuesta es válida para cualquier propiedad perceptual de la textura, pero para describir dicha metodología se ha usado como ejemplo la propiedad de finura. Asimismo, se han obtenido tanto conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos  $\tilde{T}_k$ , que representan la percepción promedio de la propiedad de finura, como conjuntos difusos tipo-2 adaptativos  $\hat{\tilde{T}}_k$ , que permiten modelar perfiles diferentes.

Para caracterizar los conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos  $\tilde{T}_k$  se han empleado tres funciones: la función  $f_{\tilde{T}_k}^b$ , que representa el núcleo del conjunto difuso secundario, y las funciones  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$ , que representan los extremos del soporte de ese conjunto difuso secundario. Para obtener dichas funciones, se ha tenido en cuenta la relación entre las medidas computacionales y la percepción humana de finura, donde  $f_{\tilde{T}_k}^b$  refleja la tendencia central de esa relación, y  $f_{\tilde{T}_k}^a$  y  $f_{\tilde{T}_k}^c$  reflejan la variabilidad alrededor de esa tendencia

central. Además, se ha definido una medida de bondad con la que comparar los distintos conjuntos difusos tipo-2 planteados, obteniendo los mejores resultados para el modelo correspondiente a la medida de *Amadasun*.

Para obtener los conjuntos difusos tipo-2 adaptativos  $\hat{\mathcal{T}}_k$ , se ha propuesto transformar la función  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^b$  de acuerdo al nuevo perfil de finura dado por el usuario o al contexto de la imagen, empleando la metodología vista en el capítulo anterior. Esa misma transformación es aplicada a las funciones  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^a$  y  $f_{\hat{\mathcal{T}}_k}^c$ , de manera que se mantiene la misma incertidumbre alrededor de cada grado de pertenencia  $b_x$ .

Se han realizado varios experimentos en donde se ha aplicado el conjunto difuso tipo-2 correspondiente a la medida de *Amadasun* (el de mayor bondad) sobre algunas imágenes de ejemplo. En este caso, además de obtener los mapeos de cada imagen a su grado de finura, como en los capítulos anteriores, se han obtenido mapeos que representan la incertidumbre acerca de los grados estimados. Así, se ha comprobado como, con el modelo propuesto, no existe apenas incertidumbre para texturas muy finas o muy gruesas, y, dentro de las texturas de finura intermedia, la incertidumbre es mayor para texturas más gruesas.



## Parte II

# Modelado mediante variables lingüísticas



## Capítulo 7

# Particiones difusas

*Las palabras son la configuración  
acústica de las ideas.*

Novalis

En este capítulo se expone el segundo enfoque difuso propuesto en esta Tesis para modelar las propiedades de textura. En este caso, en lugar de emplear un único conjunto difuso para modelar el concepto asociado a la propiedad, se realizará una partición difusa sobre el dominio de las medidas computacionales, lo que proporcionará un conjunto de términos lingüísticos relativos a esta propiedad. De forma similar al enfoque anterior, se definirá tanto una partición difusa no adaptativa, que modelará la propiedad en base a su percepción promedio, como una partición difusa adaptativa, que permitirá obtener modelos adaptados a diferentes percepciones.

### 7.1. Introducción

Como se ha comentado a lo largo de esta Tesis, existe una imprecisión relacionada con la textura y las propiedades perceptuales asociadas a ella. Asimismo, aunque existen numerosas medidas en la literatura capaces de capturar la presencia de estas propiedades, no existe una relación directa entre el valor dado por estas medidas y el grado con el que los humanos perciben la propiedad, ni tampoco existen intervalos en su dominio que proporcionen una interpretación acerca de la textura.

En un primer enfoque, tratado en los dos capítulos anteriores, se ha empleado un único conjunto difuso para modelar el concepto asociado a una propiedad de textura, centrándonos en la *finura* para explicar la metodología



propuesta. En ese caso, existe una única etiqueta lingüística asociada al conjunto difuso (“finura”), y el grado de pertenencia al conjunto difuso nos está informando del grado de finura de la textura.

En este capítulo se desarrolla un segundo enfoque difuso para el modelado de las propiedades de textura, centrándonos también en la *finura* para explicar dicho modelado. El conjunto de referencia estará formado por medidas de finura clásicas de la literatura, al igual que en los dos capítulos anteriores. Sin embargo, en este caso, se definirá una partición difusa sobre el dominio de dichas medidas. Cada conjunto difuso que forma esa partición llevará asociada una etiqueta lingüística distinta relativa a la propiedad de finura (“Muy fina”, “Fina”, “Gruesa”, etc.).

Como se comentó en el capítulo 2, en la literatura ya existen varias propuestas en este sentido, que tratan de modelar algunas propiedades de la textura mediante particiones difusas. La mayoría de ellas han surgido en el campo de la recuperación de imágenes basada en contenido, pues este enfoque permite mapear las medidas computacionales mediante etiquetas lingüísticas. Así, son destacables las aproximaciones planteadas por Chiu, Lin y Yang [62, 63, 64, 153, 154], por Kulkarni y Verma [137, 236], por Aboulmagd *et al.* [10] y por Idrissi *et al.* [112], que fueron descritas brevemente en el capítulo 2.

Sin embargo, en todas estas propuestas, el número de conjuntos difusos es escogido normalmente de forma arbitraria, sin tener en cuenta la capacidad de cada medida para discriminar entre diferentes categorías. Asimismo, en la mayoría de estas aproximaciones se realiza una distribución uniforme de los conjuntos difusos en el dominio de la medida, aunque es bien conocido que los valores de las medidas correspondientes a etiquetas representativas no se suelen distribuir de forma uniforme. Esto implica que las etiquetas lingüísticas asociadas a estas funciones de pertenencia no tienen por que encajar necesariamente con lo que espera el ser humano.

## 7.2. Planteamiento General y Notaciones Iniciales

En nuestra propuesta, la partición difusa se obtendrá teniendo en cuenta la relación entre las medidas computacionales y la percepción humana, tanto para definir el número de conjuntos difusos como para obtener sus funciones de pertenencia. Asimismo, de manera similar a la metodología vista en los capítulos anteriores, se obtendrán tanto particiones no adaptativas, que modelarán la percepción promedio de la propiedad estudiada, como particiones adaptativas, que permitirán modelar perfiles diferentes.

A partir de ahora notaremos  $\Pi_k$  a la partición no adaptativa definida en el dominio de una medida dada  $P_k$ , notaremos  $N_k$  al número de conjuntos difusos que componen la partición  $\Pi_k$  y notaremos  $T_k^i$  al  $i$ -ésimo conjunto difuso en  $\Pi_k$ . Asimismo, manteniendo el mismo tipo de notación usada en

el Capítulo 5, notaremos  $\hat{\Pi}_k$  a la partición adaptada a un perfil particular y notaremos  $\hat{T}_k^i$  al  $i$ -ésimo conjunto difuso en  $\hat{\Pi}_k$ .

En este capítulo, al igual que en los anteriores, nos centraremos en la propiedad de *finura* para explicar la metodología propuesta, aunque dicha metodología podrá ser extendida de forma análoga al resto de propiedades de textura. Además, nos centraremos en el modelado unidimensional, donde el conjunto de referencia estará formado por una sola medida, quedando el caso multidimensional como trabajo futuro.

En este punto, tres cuestiones deben ser afrontadas para poder definir la partición difusa  $\Pi_k$ :

- 1) **Qué conjunto de referencia debe ser usado para la partición difusa.** Definiremos la partición difusa  $\Pi_k$  en el dominio de una medida de finura dada. Para ello, se utilizará el conjunto de medidas  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_K\}$  analizado en el capítulo 3, y que ya ha sido empleado como conjunto de referencia en el modelado de propiedades difusas (Parte 1 de esta Tesis), siendo  $P_k \in \mathcal{P}$  la medida usada para definir  $\Pi_k$ .
- 2) **Cuántos conjuntos difusos compondrán la partición.** Para seleccionar el número de conjuntos difusos en la partición, o lo que es lo mismo, el número de etiquetas lingüísticas, se propone analizar la habilidad de cada medida para discriminar entre diferentes categorías de la propiedad de textura modelada. En concreto, para la propiedad de finura, este análisis se ha realizado en el capítulo 3. Para el modelado del resto de propiedades de textura sería necesario efectuar el análisis correspondiente según la metodología propuesta en dicho capítulo. Así, se propone fijar el número  $N_k$  de conjuntos difusos en la partición  $\Pi_k$  como el número de clases que es capaz de discriminar la medida  $P_k$ .
- 3) **Cómo obtener los valores de los parámetros de la función de pertenencia para cada conjunto difuso.** En nuestra aproximación, los valores de los parámetros de la función  $T_k^i(x)$  se obtendrán a partir de la información proporcionada por el análisis de distinguibilidad aplicado sobre las medidas. Como se acaba de comentar, en el capítulo 3 se ha realizado dicho análisis para la propiedad de finura; para el resto de propiedades será necesario efectuar un análisis similar. En concreto, se propone utilizar el valor representativo asociado a cada una de las clases y su intervalo de confianza para fijar el centro y la anchura del kernel del conjunto difuso correspondiente. La metodología propuesta para obtener los parámetros de la partición no adaptativa  $\Pi_k$  se describe en detalle en la sección 7.3. Esta partición no adaptativa  $\Pi_k$  podrá ser usada directamente teniendo en cuenta que lo que está modelando es la percepción promedio de la propiedad de finura. Para poder considerar un perfil de finura diferente, como la percepción

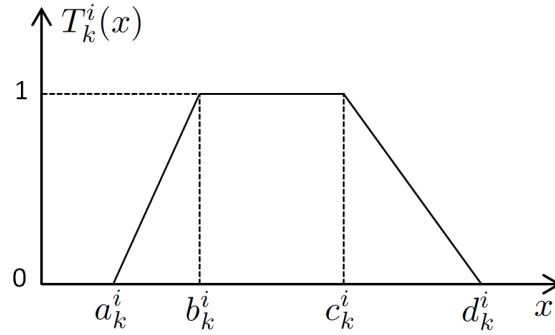


Figura 7.1: Función trapezoidal usada para cada conjunto difuso  $T_k^i$ .

particular de un usuario o la influencia del contexto de la imagen, proponemos adaptar la partición  $\Pi_k$ , obteniendo así  $\hat{\Pi}_k$ . Esta partición tendrá el mismo número de conjuntos difusos que  $\Pi_k$  ( $N_k$ ) y las funciones de pertenencia  $\hat{T}_k^i(x)$  tendrán la misma forma que  $T_k^i(x)$ , pero los valores de los parámetros de dichas funciones serán adaptados de acuerdo a la nueva percepción. El proceso de adaptación se describirá detalladamente en la sección 7.4.

### 7.3. Particiones Difusas No Adaptativas

En esta sección se describirá la metodología propuesta para obtener la partición difusa no adaptativa  $\Pi_k$  para cada medida  $P_k$ , que responderá a la percepción promedio de la propiedad de finura. Como se ha comentado en la sección anterior, el número de conjuntos difusos viene impuesto por el número de categorías  $N_k$  que es capaz de discriminar cada medida (mostrado en la Tabla 3.2).

En esta Tesis, proponemos definir la función de pertenencia  $T_k^i(x)$  asociada a cada conjunto difuso  $T_k^i$  usando la función trapezoidal mostrada en la Figura 7.1, que tiene la siguiente forma:

$$T_k^i(x; a_k^i, b_k^i, c_k^i, d_k^i) = \begin{cases} 0 & x < a_k^i \quad \text{or} \quad x > d_k^i \\ \frac{x - a_k^i}{b_k^i - a_k^i} & a_k^i \leq x \leq b_k^i \\ 1 & b_k^i \leq x \leq c_k^i \\ \frac{d_k^i - x}{d_k^i - c_k^i} & c_k^i \leq x \leq d_k^i \end{cases} \quad (7.1)$$

Asimismo, se propone una partición difusa en el sentido definido por

Ruspini en [208], es decir:

$$\sum_{i=0}^{N_k} T_k^i(x) = 1 \quad \forall x \in \text{Dominio}(P_k) \quad (7.2)$$

Para fijar el valor de los parámetros  $b_k^i$  y  $c_k^i$ , que delimitan el kernel de la función de pertenencia trapezoidal, se propone una solución basada en los tests de comparación múltiple usados en el análisis de distinguibilidad. Como se comentó en el capítulo 3, en esos tests se calculan una serie de intervalos de confianza alrededor de los valores representativos  $\bar{c}_i^k$  de cada clase, verificando que esos intervalos, definidos por el parámetro  $\Psi_i^k$ , no se solapen para clases distinguibles entre si. Además, todos los valores en el intervalo son considerados como posibles valores de la media estimada para esa clase. En base a esta idea, proponemos fijar el centro del kernel de  $T_k^i$  como el valor representativo  $\bar{c}_i^k$  de la correspondiente  $i$ -ésima clase, usando la información del intervalo de confianza para obtener el valor de los parámetros  $b_k^i$  y  $c_k^i$ :

$$b_k^i = \bar{c}_i^k - \Psi_i^k \quad c_k^i = \bar{c}_i^k + \Psi_i^k \quad (7.3)$$

Puesto que se trata de una partición difusa según Ruspini, el valor de los parámetros  $a_k^i$  y  $d_k^i$  se obtiene de forma inmediata como

$$a_k^i = c_k^{i-1} \quad d_k^i = b_k^{i+1} \quad (7.4)$$

Nótese además que  $a_k^1 = b_k^1 = -\infty$  y  $c_k^{N_k} = d_k^{N_k} = \infty$ . En la Tabla 3.2 del capítulo 3 se muestran los valores  $\bar{c}_i^k$  y  $\Psi_i^k$  para cada una de las clases de las distintas medidas de finura empleadas en esta Tesis. En la Figura 7.2 se pueden observar algunos ejemplos gráficos del tipo de partición difusa que se ha usado.

### 7.3.1. Análisis de la bondad de las particiones difusas no adaptativas

Con el fin de analizar la habilidad de cada partición para representar la propiedad de finura, en esta sección se define la siguiente medida de bondad  $g_k$  para una partición dada  $\Pi_k$

$$g_k = F_k \cdot f_k \quad (7.5)$$

que considerará dos factores:

- $F_k \in [0, 1]$ , que medirá la concordancia de la salida proporcionada por la partición con lo esperado por el ser humano.

Tabla 7.1: Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas

Medida	<i>precision</i>	<i>recall</i>	$F_k$	$g_k$
Amadasun	0.8805	0.8276	0.8533	0.7679
Correlation	0.7568	0.6583	0.7041	0.7041
Abbadeni	0.8862	0.9298	0.8612	0.6890
SRE	0.7962	0.8936	0.8421	0.6737
LH	0.7906	0.9001	0.8418	0.6734
DGD	0.7561	0.8665	0.8075	0.6460
FD	0.6807	0.7222	0.7008	0.6307
SNE	0.6965	0.8020	0.7456	0.5965
ED	0.6036	0.5580	0.5799	0.5799
Tamura	0.6402	0.6029	0.6210	0.5589
Weszka	0.5918	0.5874	0.5896	0.5307
Contrast	0.5374	0.5485	0.5429	0.4886

- $f_k \in [0, 1]$ , que es un factor que depende del número de clases  $N_k$  que es capaz de discriminar la medida de finura.

Así, la partición con mayor bondad será aquella que maximice el producto de ambos factores. Una buena partición debe ser capaz de discriminar el mayor número posible de clases de finura manteniendo la concordancia de su salida con lo esperado por el ser humano. Para poder evaluar esta concordancia de  $\Pi_k$  con la percepción humana, se aplicará un test usando las subimágenes pertenecientes a  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$  (las subimágenes de  $\mathcal{I}_{\mathcal{W}}$  que no han sido usadas en el análisis de distinguibilidad del capítulo 3). En dicho test se estudiará si la clase de finura en la que es clasificada cada subimagen según la encuesta coincide con la clase asociada mediante la partición.

Dada una imagen  $I_{i,w} \in \mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}$ , se partirá de la clase  $C_j \in Part_{\mathcal{I}_{\mathcal{W}}^{test}}$ ,  $j = 1, \dots, 9$  en la que ha sido clasificada dicha imagen según la encuesta, y se analizará la clase  $C_n^k \in \Upsilon_k$ ,  $n = 1, \dots, N_k$  en la cual ha sido agrupada  $C_j$  según el Algoritmo 1. Así, en el testeo de esta imagen  $I_{i,w}$ , se considerará como un acierto si  $m_k^{i,w} \in soporte(T_k^n)$ , es decir, si el valor de la medida para esa imagen pertenece al soporte de  $T_k^n$ , que es el conjunto difuso asociado a la clase  $C_n^k$ , y será considerado como un fallo en caso contrario. De esta forma, las métricas *precision* y *recall*, ampliamente usadas en tareas de clasificación, pueden ser calculadas para cada clase  $C_i^k \in \Upsilon_k$  como:

$$precision(C_i^k) = \frac{tp(C_i^k)}{tp(C_i^k) + fp(C_i^k)} \quad (7.6)$$

$$recall(C_i^k) = \frac{tp(C_i^k)}{tp(C_i^k) + fn(C_i^k)} \quad (7.7)$$

donde  $tp(C_i^k)$ ,  $fp(C_i^k)$  y  $fn(C_i^k)$  son los *positivos verdaderos* (*true positives*), *positivos falsos* (*false positives*) y *negativos falsos* (*false negatives*) para la clase  $C_i^k$ , respectivamente. Las métricas globales  $precision_k$  y  $recall_k$  para la medida  $P_k$  se calcularán como el promedio de las métricas correspondientes para todas las clases  $C_i^k \in \Upsilon_k$ . En la primera y la segunda columna de la Tabla 7.1 se muestran las métricas obtenidas para cada medida de finura.

Para poder proporcionar un único valor con el que evaluar el comportamiento de cada partición, es muy común combinar ambas métricas en una única medida denominada *F-measure* o *F-score balanceado*, definida como [207]:

$$F_k = 2 \cdot \frac{precision_k \cdot recall_k}{precision_k + recall_k} \quad (7.8)$$

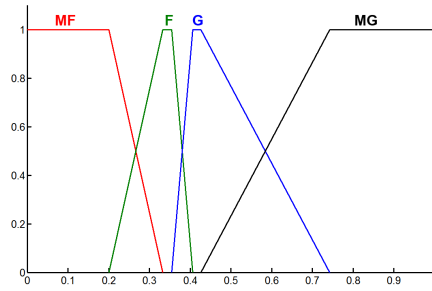
El valor  $F_k$  para cada medida  $P_k$  se muestra en la tercera columna de la Tabla 7.1. Así, este valor  $F_k$  será el factor de la medida de bondad  $g_k$  que mide la concordancia de la salida proporcionada por la partición con lo esperado por el ser humano.

El otro factor considerado en  $g_k$  es  $f_k$ , que permite tener en cuenta el número de clases  $N_k$  que pueden ser discriminadas por la medida de finura. En esta Tesis, se propone definir  $f_k$  de la siguiente forma:

$$f_k = \begin{cases} 1 & \text{si } N_k = MAX_{N_k} \\ 1 - \rho \cdot (MAX_{N_k} - N_k) & \text{si } 1 < N_k < MAX_{N_k} \\ 0 & \text{si } N_k \leq 1 \end{cases} \quad (7.9)$$

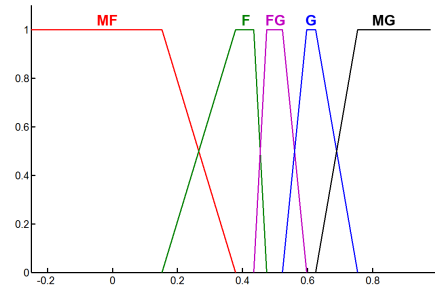
siendo  $MAX_{N_k} = \max\{N_k, k = 1, \dots, N\}$ . De esta forma,  $f_k$  toma su valor máximo, que es 1, para aquellas particiones cuyo valor de  $N_k$  es el máximo de todas las particiones analizadas (en esta Tesis,  $MAX_{N_k} = 5$ ). El valor de  $f_k$  se decrementará en un factor  $\rho$  para los valores de  $N_k$  menores a ese máximo, y será 0 si  $N_k \leq 1$ , pues en ese caso la partición carece de utilidad al estar formada por un único conjunto difuso. En esta Tesis se ha escogido  $\rho = 0,1$ , de forma que  $f_k = 1$  para  $N_k = 5$ ,  $f_k = 0,9$  para  $N_k = 4$  y  $f_k = 0,8$  para  $N_k = 3$  (en las particiones analizadas no hay ninguna con  $N_k \leq 3$ ).

En la cuarta columna de la Tabla 7.1 se muestra la valoración obtenida para cada medida de finura. Nótese que la tabla ha sido ordenada en orden decreciente de este valor. En las figuras 7.2 y 7.3 se muestra la representación gráfica de las particiones difusas para las medidas de finura analizadas en esta Tesis (ordenadas en orden decreciente de la medida de bondad), así como sus parámetros correspondientes.



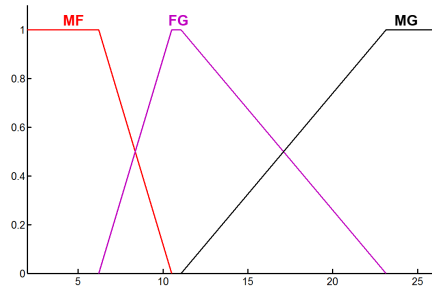
AMADASUN				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.2008	0.3326
2	0.2008	0.3326	0.3551	0.4062
3	0.3551	0.4062	0.4267	0.7430
4	0.4267	0.7430	$\infty$	$\infty$

(a)



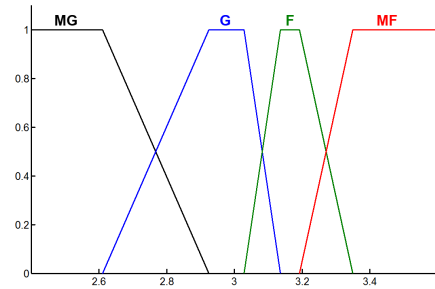
CORRELATION				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.1523	0.3784
2	0.1523	0.3784	0.4348	0.4751
3	0.4348	0.4751	0.5226	0.5977
4	0.5226	0.5977	0.6247	0.7545
5	0.6247	0.7545	$\infty$	$\infty$

(b)



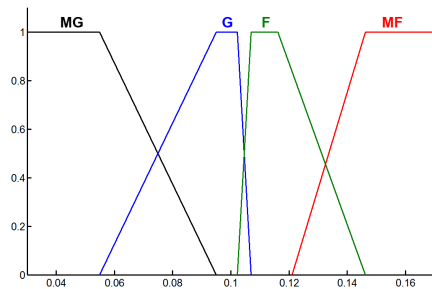
ABBADENI				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	6.2124	10.5095
2	6.2124	10.5095	11.0723	23.1576
3	11.0723	23.1576	$\infty$	$\infty$

(c)



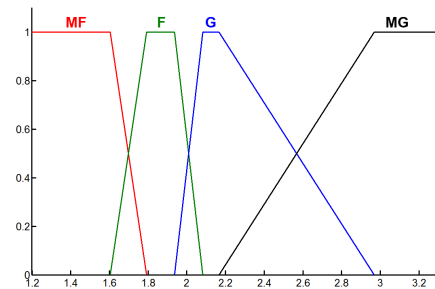
FD				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	2.6107	2.9245
2	2.6107	2.9245	3.0281	3.1358
3	3.0281	3.1358	3.1922	3.3497
4	3.1922	3.3497	$\infty$	$\infty$

(d)



WESZKA				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.0550	0.0949
2	0.0550	0.0949	0.1022	0.1069
3	0.1022	0.1069	0.1160	0.1462
4	0.1160	0.1462	$\infty$	$\infty$

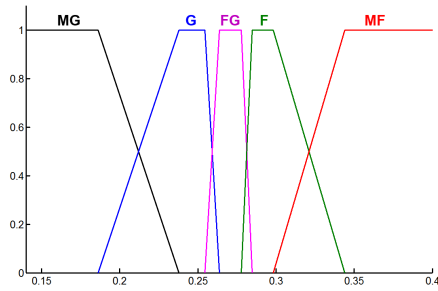
(e)



TAMURA				
$i$	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	1.6037	1.7919
2	1.6037	1.7919	1.9363	2.0831
3	1.9363	2.0831	2.1672	2.9684
4	2.1672	2.9684	$\infty$	$\infty$

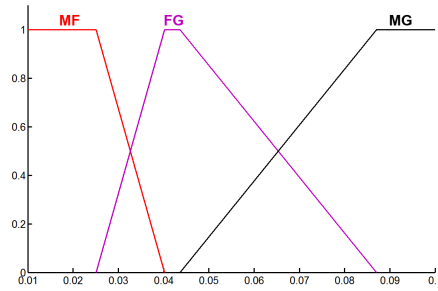
(f)

Figura 7.2: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  que componen la partición para las medidas de Amadasun, Correlation, Abbadeni, FD, Weszka y Tamura. Las etiquetas lingüísticas son “MG” = “muy gruesa”, “G” = “gruesa”, “FG” = “fina-gruesa”, “F” = “fina”, “MF” = “muy fina”.



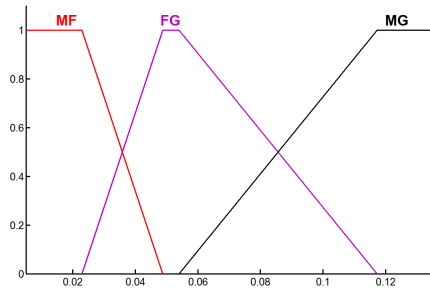
ED				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.1861	0.2378
2	0.1861	0.2378	0.2546	0.2637
3	0.2546	0.2637	0.2777	0.2848
4	0.2777	0.2848	0.2981	0.3440
5	0.2981	0.3440	$\infty$	$\infty$

(a)



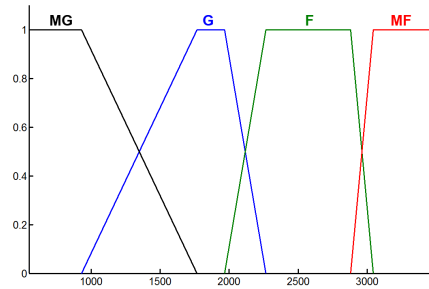
DGD				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.0252	0.0402
2	0.0252	0.0402	0.0437	0.0871
3	0.0437	0.0871	$\infty$	$\infty$

(b)



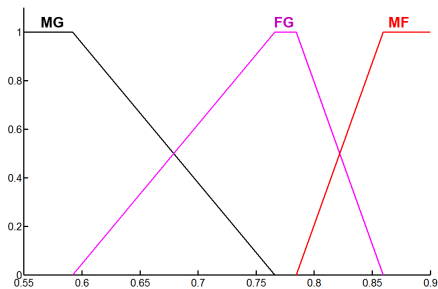
LH				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.0229	0.0489
2	0.0229	0.0489	0.0540	0.1173
3	0.0540	0.1173	$\infty$	$\infty$

(c)



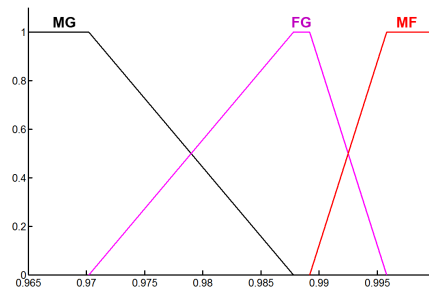
CONTRAST				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	929.31	1767.8
2	929.31	1767.8	1965.5	2264.3
3	1965.5	2264.3	2880.3	3043.3
4	2880.3	3043.3	$\infty$	$\infty$

(d)



SNE				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.5919	0.7660
2	0.5919	0.7660	0.7844	0.8593
3	0.7844	0.8593	$\infty$	$\infty$

(e)



SRE				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.9702	0.9878
2	0.9702	0.9878	0.9892	0.9958
3	0.9892	0.9958	$\infty$	$\infty$

(f)

Figura 7.3: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  que componen la partición para las medidas de ED, DGD, LH, Contrast, SNE y SRE. Las etiquetas lingüísticas son “MG” = “muy gruesa”, “G” = “gruesa”, “FG” = “fina-gruesa”, “F” = “fina”, “MF” = “muy fina”.



## 7.4. Particiones Difusas Adaptativas

Como ya se ha comentado, la partición difusa no adaptativa  $\Pi_k$  obtenida en la sección anterior modela la percepción promedio de finura. Esta partición puede ser usada directamente, teniendo en cuenta que la salida representará el grado de pertenencia a cada etiqueta lingüística según la percepción promedio. Sin embargo, como se vio en el capítulo 5, un usuario particular puede tener una percepción diferente de la propiedad de finura, y el contexto de la imagen puede influir en la percepción global. Por eso es necesario proponer un método que permita adaptar la partición obtenida a cada caso particular.

En esta sección se propone un método para obtener la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  a partir de  $\Pi_k$ . Según nuestra aproximación, esta partición adaptada tendrá el mismo número de conjuntos difusos que  $\Pi_k$  ( $N_k$ ), proponiendo adaptar automáticamente los valores de los parámetros  $\hat{a}_k^i$ ,  $\hat{b}_k^i$ ,  $\hat{c}_k^i$  y  $\hat{d}_k^i$  de la función de pertenencia según la percepción particular de finura de un nuevo usuario (section 7.4.1) o los cambios en la percepción influidos por el contexto de la imagen (section 7.4.2).

### 7.4.1. Adaptación a la Percepción de Finura de un Usuario

Para adaptar la partición difusa  $\Pi_k$  a la percepción particular de un usuario, éste debe proporcionar un conjunto de imágenes de textura y las etiquetas lingüísticas correspondientes. Nótese que las etiquetas lingüísticas permitidas dependen de la partición  $\Pi_k$  usada (las etiquetas asociadas a los conjuntos difusos que componen la partición). Sea  $\mathcal{R} = \{R^1, \dots, R^Z\}$  el conjunto de las  $Z \geq 1$  imágenes de textura proporcionadas por el usuario para representar su percepción particular, sea  $\mathcal{C} = \{C^1, \dots, C^Z\}$  el conjunto de las etiquetas lingüísticas asociadas a  $\mathcal{R}$  (serán un subconjunto de las etiquetas de  $\Upsilon_k$ ), y sea  $M = \{m_k^1, \dots, m_k^Z\}$  el conjunto de valores obtenidos al aplicar la medida  $P_k \in \mathcal{P}$  a las imágenes de  $\mathcal{R}$ . Así, notaremos  $\Omega_k = \{(m_k^i, C^i), m_k^i \in M; C^i \in \mathcal{C}; m_k^i < m_k^{i+1}\}_{i=1, \dots, Z}$  al conjunto de pares *valor de la medida*, *etiqueta lingüística* ordenados por el valor de la medida. En nuestra aproximación, para que la la partición difusa  $\Pi_k$  sea adaptada al nuevo perfil,  $\Omega_k$  debe cumplir las siguientes condiciones:

- 1)  $C^i \neq C^j \forall i, j$ , es decir, el usuario no debe repetir la misma etiqueta para más de una imagen de  $\mathcal{R}$ .
- 2)  $C^i < C^{i+1}$ , es decir, las etiquetas lingüísticas en  $\Omega_k$  deben quedar ordenadas semánticamente (en el orden que aparece la etiqueta en la partición).

Proponemos obtener  $\hat{\Pi}_k$  mediante una transformación que permita adaptar la partición  $\Pi_k$  al nuevo criterio  $\Omega_k$ . El objetivo de dicha

transformación será forzar a que la función de pertenencia  $\hat{T}_k^i(x)$  asociada a la etiqueta lingüística  $C^i \in \mathcal{C}$  esté en conformidad con los correspondientes valores de la medida  $m_k^i$ . En concreto, proponemos transformar el centro del kernel de las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  a los valores  $m_k^i$  mediante traslaciones y expansiones (o compresiones) de dichas funciones en el dominio de la medida. Nótese que una vez realizada la transformación, el valor  $m_k^i$  no tiene por qué coincidir con el centro del kernel del conjunto difuso adaptado  $\hat{T}_k^i(x)$ .

La forma de las funciones adaptadas  $\hat{T}_k^i(x)$  que componen la partición  $\hat{\Pi}_k$  será también la función trapezoidal dada por la ecuación (7.1), con parámetros  $\hat{a}_k^i$ ,  $\hat{b}_k^i$ ,  $\hat{c}_k^i$  y  $\hat{d}_k^i$ . El valor de dichos parámetros será calculado usando la transformación propuesta, que en el caso de  $\hat{b}_k^i$  tiene la forma <sup>1</sup>

$$\hat{b}_k^i(\Omega_k) = \begin{cases} \mathbf{A}_{m_k^1 m_k^2}^{\bar{m}_k^1 \bar{m}_k^2}(b_k^i) & b_k^i \leq \bar{m}_k^1 \text{ or } b_k^i \leq \bar{m}_k^2, \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{m_k^i m_k^{i+1}}^{\bar{m}_k^i \bar{m}_k^{i+1}}(b_k^i) & \bar{m}_k^i < b_k^i \leq \bar{m}_k^{i+1}, \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{m_k^{Z-1} m_k^Z}^{\bar{m}_k^{Z-1} \bar{m}_k^Z}(b_k^i) & b_k^i > \bar{m}_k^{Z-1} \text{ or } b_k^i > \bar{m}_k^Z \end{cases} \quad (7.10)$$

donde  $b_k^i$  es el parámetro definido en (7.3), donde  $\bar{m}_k^i = \bar{c}_k^i \forall i$  (el valor representativo de la clase asociada a la etiqueta  $C^i$  dada por el usuario), y donde  $\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x)$  es la función de traslación y expansión de la forma

$$\mathbf{A}_{a'b'}^{ab}(x) = \frac{x-a}{b-a}(b'-a') + a' \quad (7.11)$$

De manera similar, el valor del parámetro adaptado  $\hat{c}_k^i$  se calcula a partir de la misma ecuación (7.10) reemplazando  $b_k^i$  por  $c_k^i$ . Puesto que se ha propuesto una partición difusa según Ruspini, el valor de los otros dos parámetros es obtenido como  $\hat{a}_k^i = \hat{c}_k^{i-1}$  y  $\hat{d}_k^i = \hat{b}_k^{i+1}$ .

Debe tenerse en cuenta que la ecuación (7.10) es válida únicamente para  $Z > 1$ . En el caso particular de  $Z = 1$  solo es necesario realizar una traslación

$$\hat{b}_k^i(\Omega_k) = b_k^i + m_k^1 - \bar{m}_k^1 \quad (7.12)$$

En la Figura 7.4 se muestra un ejemplo del método de adaptación expuesto en esta sección. La transformación propuesta es aplicada a la partición  $\Pi_k$  (arriba) para obtener la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  (abajo), según  $\Omega_k$ . En este ejemplo se ha empleado la partición  $\Pi_k$  para la medida de

<sup>1</sup>Nótese que la transformación para  $b_k^i \leq \bar{m}_k^1$  y  $b_k^i \leq \bar{m}_k^2$  es la misma. De hecho, como  $\bar{m}_k^1 > \bar{m}_k^2$ , la primera condición puede ser reducida a  $b_k^i \leq \bar{m}_k^2$ . Sucede lo mismo con la condición  $b_k^i > \bar{m}_k^{Z-1}$  y  $b_k^i > \bar{m}_k^Z$ , que puede ser reducida a  $b_k^i > \bar{m}_k^{Z-1}$ .

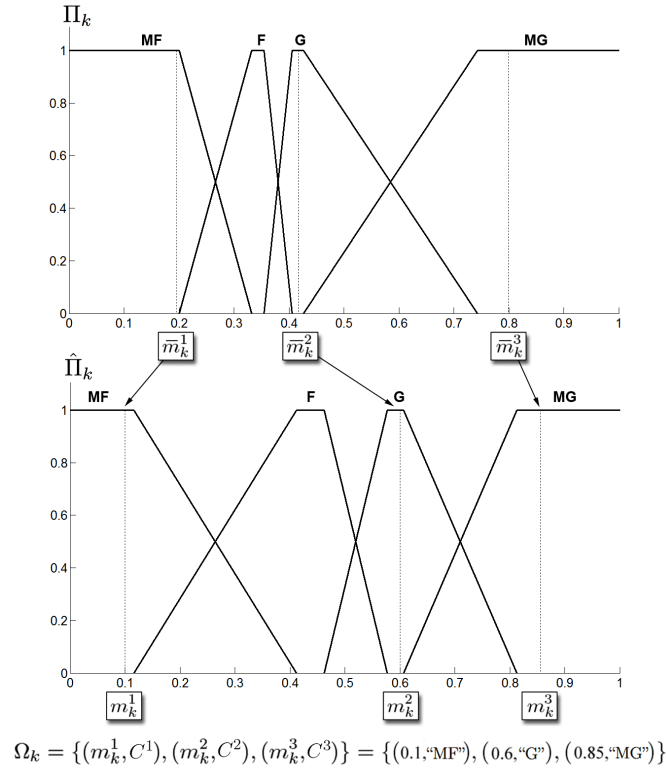


Figura 7.4: Ejemplo de la adaptación a la percepción particular de un nuevo usuario. La partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  (abajo) es obtenida transformando la partición  $\Pi_k$  (arriba) según  $\Omega_k = \{(m_k^i, C^i)\}_{i=1, \dots, Z}$  con  $Z = 3$ .

*Amadasun*, definida por los valores de los parámetros mostrados en el tabla de la Figura 7.2(a). Supongamos que un nuevo usuario proporciona tres imágenes de textura para representar su percepción particular de finura. Vamos a asumir que los valores de la medida de finura  $P_k$  para esas tres imágenes son  $m_k^1 = 0,1$ ,  $m_k^2 = 0,6$  y  $m_k^3 = 0,85$ . Sean  $C^1 = \text{'MF'}$  (etiqueta *muy fina*),  $C^2 = \text{'G'}$  (etiqueta *gruesa*) y  $C^3 = \text{'MC'}$  (etiqueta *muy gruesa*) las etiquetas lingüísticas dadas por el usuario para esas tres imágenes. La primera pareja  $(0.1, \text{'MF'})$  impone que el centro del kernel del conjunto difuso  $C^1 = \text{'MF'}$  en la partición  $\Pi_k$ , que es  $\bar{m}_k^1 = 0,1936$ , debe ser adaptado a  $m_k^1 = 0,1$  en  $\hat{\Pi}_k$ . De la misma forma, el centro de los kernels correspondientes a  $C^2 = \text{'G'}$  y  $C^3 = \text{'MC'}$  en  $\Pi_k$ , que es  $\bar{m}_k^2 = 0,4165$  y  $\bar{m}_k^3 = 0,8000$  respectivamente, debe ser transformado a  $m_k^2 = 0,6$  y  $m_k^3 = 0,85$  en la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$ . Así, los valores de los parámetros para las funciones de pertenencia trapezoidales de la partición adaptada son obtenidos según (7.10) como:

$$\begin{aligned}\hat{b}_k^i(\Omega_k) &= \begin{cases} \mathbf{A}_{0,1 \ 0,6}^{0,1936 \ 0,4165}(b_k^i) & b_k^i \leq 0,4165, \\ \mathbf{A}_{0,6 \ 0,85}^{0,4165 \ 0,8000}(b_k^i) & b_k^i > 0,4165 \end{cases} \\ &= \begin{cases} \frac{0,5 \cdot b_k^i}{0,2229} - 0,3343 & b_k^i \leq 0,4165, \\ \frac{0,25 \cdot b_k^i}{0,3835} + 0,3285 & b_k^i > 0,4165 \end{cases} \\ \hat{c}_k^i(\Omega_k) &= \begin{cases} \frac{0,5 \cdot c_k^i}{0,2229} - 0,3343 & c_k^i \leq 0,4165, \\ \frac{0,25 \cdot c_k^i}{0,3835} + 0,3285 & c_k^i > 0,4165 \end{cases}\end{aligned}$$

Aplicando en esta ecuación los valores  $b_k^i$  y  $c_k^i$  mostrados en la Tabla 7.2(a) (y considerando una partición difusa de Ruspini) se obtienen los valores de los parámetros para la partición adaptada:

Tabla 7.2: Valores de los parámetros que definen la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  de acuerdo al ejemplo.

AMADASUN				
i	$a_k^i$	$b_k^i$	$c_k^i$	$d_k^i$
1	$-\infty$	$-\infty$	0.1136	0.4119
2	0.1136	0.4119	0.4624	0.5771
3	0.4624	0.5771	0.6067	0.8128
4	0.6067	0.8128	$\infty$	$\infty$

#### 7.4.2. Adaptación al Contexto de la Imagen

Normalmente, en las imágenes naturales aparecen varias texturas con diferentes grados de percepción de finura y, como se comentó en el capítulo anterior, la presencia de algunas de ellas puede influir en la percepción del resto. Es natural asumir que las texturas más extremas de la imagen (la más fina y la más gruesa) puedan llegar a inhibir al resto de texturas, restándoles importancia en su percepción, es decir, que la percepción depende del contexto. En esta sección se propone un método para adaptar la partición  $\Pi_k$  al contexto de la imagen. En dicha propuesta, el grado de inhibición existente en la imagen será estimado a partir de la textura más gruesa y más fina de dicha imagen. Este grado de inhibición impondrá los grados de percepción de finura mínimo y máximo, respectivamente, es decir, los valores representativos de los conjuntos difusos “MG” (“muy gruesa”) y “MF” (“muy fina”) en la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$ .

Al igual que en el capítulo 5, en el proceso de adaptación propuesto se plantean cuatro tareas: (i) obtener los valores  $\mathbf{M}_k^G$  y  $\mathbf{M}_k^F$  correspondientes a la textura más gruesa y a la más fina de la imagen, (ii) estimar el

grado de inhibición  $\lambda_k$  para la imagen en función de esos valores, (iii) calcular los valores  $\mathbf{M}_k^0$  y  $\mathbf{M}_k^1$  del conjunto de referencia que impondrán los valores representativos de los conjuntos difusos “MG” (“muy gruesa”) y “MF” (“muy fina”), y (iv) obtener la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  para que los valores representativos de los conjuntos difusos “MG” y “MF” se desplacen a  $\mathbf{M}_k^0$  y  $\mathbf{M}_k^1$ .

Para obtener la textura más gruesa y la más fina de la imagen, se seguirá un proceso similar al comentado en el capítulo 5 para la adaptación al contexto de la imagen en el caso unidimensional. Se subdividirá la imagen en  $N$  pequeñas ventanas, y se calculará el valor de la medida  $P_k \in \mathcal{P}$  para cada una de ellas, obteniendo el conjunto ordenado de valores  $\mathcal{M} = \{m_k^i, m_k^i \leq m_k^{i+1}\}_{i=1, \dots, N}$ . Los valores correspondientes a la textura más fina y a la más gruesa de la imagen vendrán dados por los elementos  $z > 1$  y  $z' < N$  de  $\mathcal{M}$

$$\mathbf{M}_k^F = m_k^z \quad \mathbf{M}_k^G = m_k^{z'} \quad (7.13)$$

Al igual que en el capítulo 5, se propone usar los elementos correspondientes al *percentil 20* y al *percentil 80*, respectivamente

$$z = \text{round}(0,2N + 0,5) \quad z' = \text{round}(0,8N + 0,5) \quad (7.14)$$

El grado de inhibición asociado a la imagen se estimará a partir de la diferencia entre los valores  $\mathbf{M}_k^G$  y  $\mathbf{M}_k^F$  de la siguiente forma

$$\lambda_k = \begin{cases} \frac{|\mathbf{M}_k^G - \mathbf{M}_k^F|}{U_k} & |\mathbf{M}_k^G - \mathbf{M}_k^F| < U_k, \\ 1 & |\mathbf{M}_k^G - \mathbf{M}_k^F| \geq U_k \end{cases} \quad (7.15)$$

donde  $U_k$  es el valor umbral a partir del cual se considera que la diferencia de grosor entre la textura más gruesa y la más fina de la imagen es suficientemente grande. En nuestra propuesta, consideramos que la diferencia entre texturas muy gruesas y texturas muy finas según la partición no adaptativa es suficientemente grande, con lo cual usaremos como valor umbral

$$U_k = \left| \bar{c}_1^k - \bar{c}_{N_k}^k \right| \quad (7.16)$$

donde  $\bar{c}_1^k$  y  $\bar{c}_{N_k}^k$  son los valores representativos del primer y el último conjunto difuso de la partición  $\Pi_k$  (los correspondientes a las etiquetas “MG” y “MF” para medidas que crecen con la presencia de finura).

Para calcular los valores  $\mathbf{M}_k^0$  y  $\mathbf{M}_k^1$  en función del grado de inhibición, se proponen unas ecuaciones similares a las planteadas en el capítulo 5

$$\mathbf{M}_k^1 = \bar{c}_{N_k}^k + \lambda_k \cdot (\mathbf{M}_k^F - \bar{c}_{N_k}^k) \quad (7.17)$$

$$\mathbf{M}_k^0 = \bar{c}_1^k + \lambda_k \cdot (\mathbf{M}_k^G - \bar{c}_1^k) \quad (7.18)$$

Finalmente, la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  es obtenida aplicando la transformación mostrada en la sección 7.4.1 en base al criterio de adaptación

$$\Omega_k = \{(\mathbf{M}_k^1, \text{"MF"}), (\mathbf{M}_k^0, \text{"MG"})\} \quad (7.19)$$

## 7.5. Resultados

En esta sección, las particiones difusas propuestas en el presente capítulo se aplicarán sobre algunos ejemplos para analizar su comportamiento. En primer lugar (sección 7.5.1), se realizarán experimentos en donde se aplicarán las particiones difusas no adaptativas, analizando su bondad para representar la percepción promedio de finura. En concreto, se usará la partición  $\Pi_k$  con una mayor valoración según la medida de bondad definida en la sección 7.3.1, que es la obtenida para la medida de *Amadasun*. En segundo lugar (sección 7.5.2), se mostrarán algunos resultados de la aplicación de la partición difusa  $\hat{\Pi}_k$  adaptada a distintas percepciones de finura, comprobando en cada caso si es capaz de representar la nueva percepción.

### 7.5.1. Particiones no adaptativas

#### Resultados para imagen mosaico

Considérese la Figura 7.5(a) correspondiente a un mosaico formado por cuatro imágenes de textura, donde el grado de finura de cada imagen es decreciente (de izquierda a derecha). Las figuras 7.5(b)-(e) muestran un mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente, usando la partición difusa propuesta. Para ello, al igual que en los capítulos anteriores, para cada píxel de la imagen original se ha tomado una ventana de tamaño  $32 \times 32$ , a la cual se ha aplicado la partición difusa. La diferencia es que en este caso son necesarias cuatro imágenes distintas para representar el mapeo, una por cada conjunto difuso de la partición. Así, por ejemplo, la Figura 7.5(b) representa mediante el nivel de gris el grado con el cual la textura es percibida como “muy fina”, donde el blanco indica un grado de pertenencia 1 a dicho conjunto difuso y el negro indica un grado de pertenencia 0. Como se puede apreciar, la partición propuesta captura adecuadamente la evolución del grado de percepción de finura (de acuerdo a la percepción promedio, que es la que se modela con la partición difusa no adaptativa).

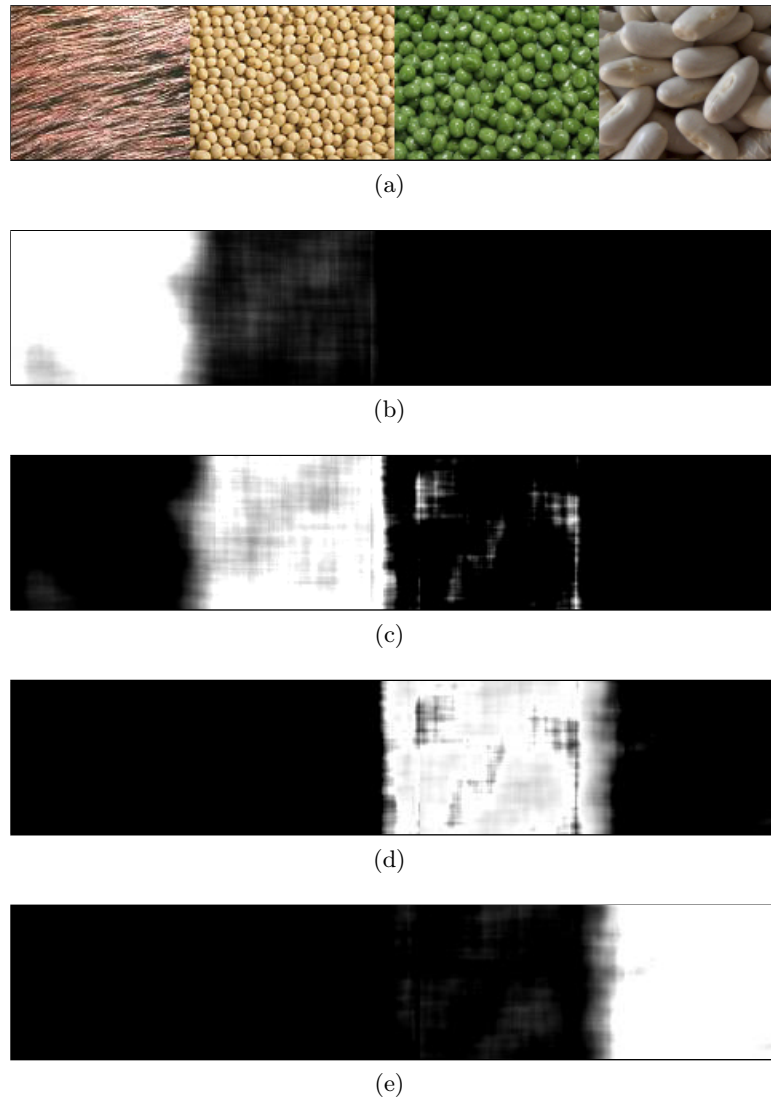


Figura 7.5: Resultado para una imagen mosaico. (a) Imagen original. (b)(c)(d)(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente (cuanto más oscuro el nivel de gris, menor grado de pertenencia).

### Resultados para imágenes de microscopio

Considérese ahora la imagen de la Figura 7.6(a), ya utilizada en los capítulos anteriores como ejemplo para reconocimiento de patrones. De forma similar al experimento anterior, la partición propuesta es aplicada sobre dicha imagen para obtener el grado de pertenencia a los conjuntos difusos

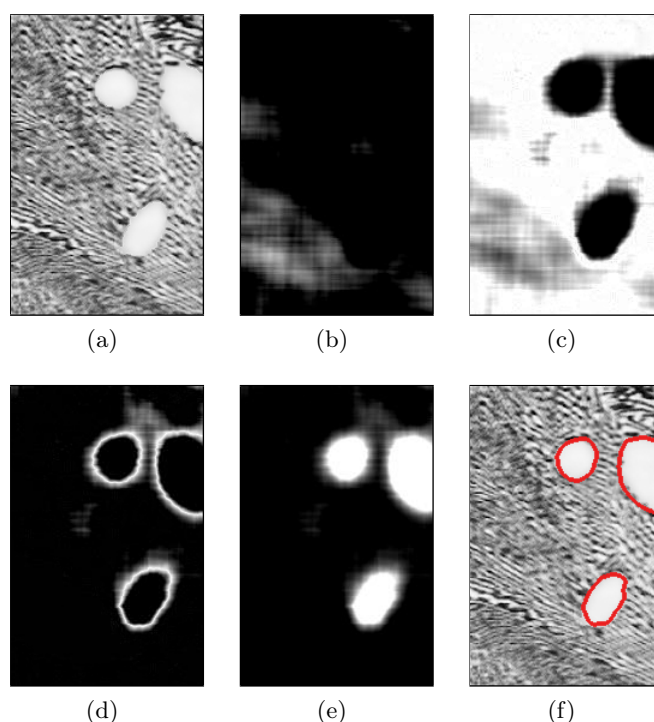


Figura 7.6: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente. (f) Bordes obtenidos de la umbralización de  $e$  (textura “muy gruesa”) superpuestos a la imagen original.

con etiquetas “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, cuyo mapeo se muestra en las figuras 7.6(b)-(e), respectivamente. Como se puede apreciar, las regiones blancas uniformes de la imagen original, que son las que se desean detectar, tienen un grado de pertenencia muy alto al conjunto difuso con etiqueta “muy gruesa” (Figura 7.6(e)), siendo muy bajo para el resto de conjuntos difusos. Además, los resultados indican que la mezcla eutéctica que rodea a dichas regiones es en su mayoría una textura fina (Figura 7.6(c)), aunque existen zonas con un grado de pertenencia intermedio a los conjuntos difusos con etiqueta “muy fina” y “fina” (las zonas con un nivel de gris intermedio en las figuras 7.6(b) y 7.6(c)). Así, en este caso, las regiones blancas uniformes puede ser extraídas fácilmente seleccionando los píxeles de la Figura 7.6(e) (etiqueta “muy gruesa”) con un grado de pertenencia superior a 0,9 (Figura 7.6(f)). Llama la atención la Figura 7.6(d), que tratándose del mapeo correspondiente al conjunto difuso con etiqueta “gruesa”, pueda interpretarse como frontera. En general, si tenemos regiones colindantes en



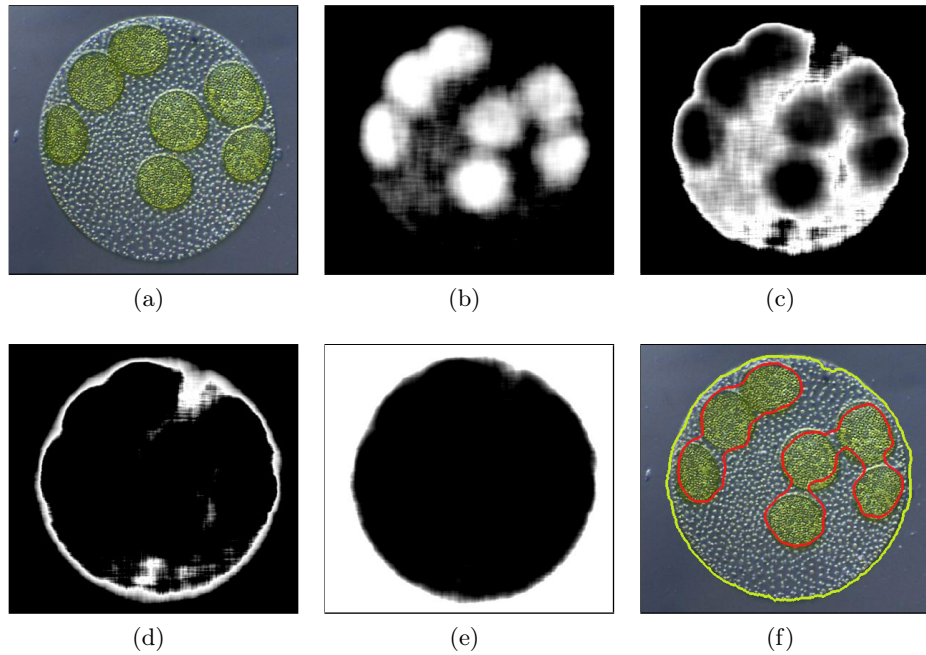


Figura 7.7: Reconocimiento de patrones. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente. (f) Bordes obtenidos de la umbralización de  $b$  (textura “muy fina”) y  $e$  (textura “muy gruesa”) superpuestos a la imagen original.

la imagen cuyas texturas tienen una finura perteneciente a conjuntos difusos no adyacentes, la frontera aparecerá en los mapeos correspondientes a los conjuntos difusos intermedios. Esto sucede porque al realizar el mapeo para los pixels cercanos a la frontera se toman ventanas en las que aparecen ambas texturas, con lo que el valor proporcionado por la medida de finura es un valor intermedio al de cada textura por separado. Este mismo efecto aparece en la Figura 7.7(d) del siguiente experimento.

En la Figura 7.7(a) se muestra otra de las imágenes utilizada en los experimentos de esta Tesis. Al aplicar la partición difusa no adaptativa sobre esta imagen, se obtienen los mapeos de las figuras 7.7(b)-(e) correspondientes a los conjuntos difusos con etiquetas “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente. El objetivo del reconocimiento de patrones en este experimento es separar por un lado las colonias de algas hijas de la colonia principal, y por otro lado, la colonia principal del fondo. Así, como las colonia hijas se corresponden con zonas de la imagen con textura muy fina, estas pueden ser obtenidas seleccionando los píxeles con un grado de pertenencia mayor de 0,9 al conjunto difuso “muy fina” (Figura 7.7(b)). Por otro lado,

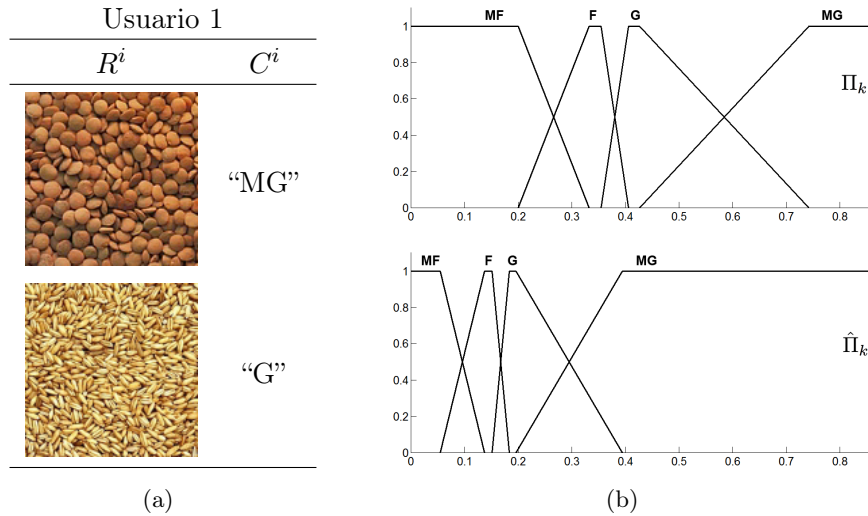


Figura 7.8: Adaptación al perfil particular del *usuario 1*. (a) Ejemplos representando la percepción particular del *usuario 1*. (b) Representación gráfica de la partición no adaptativa (arriba) y de la partición adaptada (abajo).

la colonia principal puede ser separada del fondo uniforme umbralizando con un grado de pertenencia inferior a 0,9 al conjunto difuso con etiqueta “muy gruesa” (Figura 7.7(e)). Los resultados de ambas umbralizaciones se muestran en la Figura 7.7(e).

### 7.5.2. Particiones adaptativas

#### Resultados para imagen mosaico

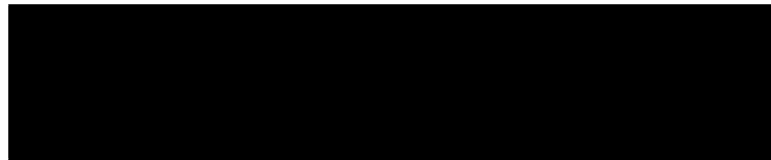
Para el siguiente experimento, mostrado en las figuras 7.8 y 7.9, se va a utilizar la misma imagen mosaico vista anteriormente (Figura 7.9(a)). En este caso, se desea adaptar la partición difusa propuesta para la medida de *Amadasun* a la percepción particular de un hipotético *usuario 1*. En la Figura 7.8(a) se muestra una tabla en la que aparece la información proporcionada por dicho usuario para representar su percepción particular de finura. Se trata de dos imágenes de textura (las mismas utilizadas en el experimento de la Figura 5.8) y sus correspondientes etiquetas asociadas. La imagen  $R^1$ , que se correspondería con una textura “gruesa” según la percepción promedio, es percibida por este usuario como una textura “muy gruesa” (“MG”). Asimismo, la imagen  $R^2$ , que tendría un grado de pertenencia alto al conjunto difuso “muy fina” según la percepción promedio, es ahora percibida como una textura “gruesa” (“G”). En la Figura 7.8(b) se muestra



(a)



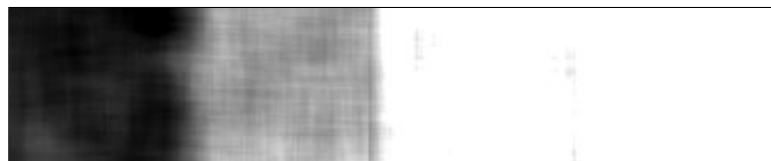
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 7.9: Resultados para una imagen mosaico aplicando el modelo adaptado al perfil del *usuario 1*. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada.

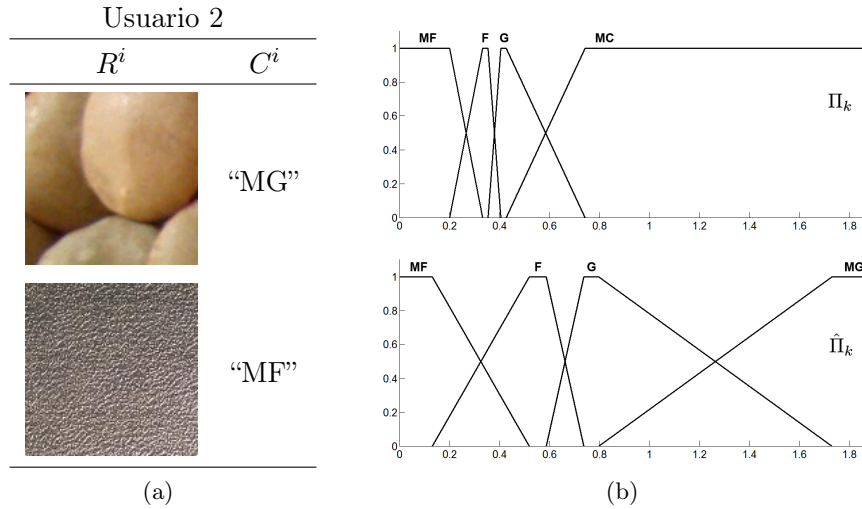


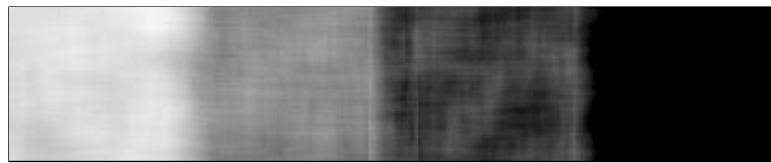
Figura 7.10: Adaptación al perfil particular del *usuario 2*. (a) Ejemplos representando la percepción particular del *usuario 1*. (b) Representación gráfica de la partición no adaptativa (arriba) y de la partición adaptada (abajo).

la partición no adaptativa  $\Pi_k$  para la medida de *Amadasun* (arriba) junto con la partición  $\hat{\Pi}_k$  adaptada a la percepción del *usuario 1* (abajo). En dicha adaptación, el centro del kernel de los conjuntos difusos "MG" y "G" se ha hecho corresponder con el valor de la medida de *Amadasun* para las imágenes  $R^1$  y  $R^2$ , respectivamente. Así, la partición adaptada ha sido comprimida y desplazada hacia la izquierda en el eje de valores del conjunto de referencia. Esto coincide con la percepción particular del *usuario 1*, el cual considera las texturas más gruesas que la percepción promedio y establece una diferencia menor entre texturas muy finas y muy gruesas. La partición  $\hat{\Pi}_k$  obtenida tras la adaptación es aplicada sobre la imagen mosaico para obtener el grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas "muy fina", "fina", "gruesa" y "muy gruesa", cuyo mapeo se muestra en las figuras 7.9(b)-(e), respectivamente. Se puede apreciar como, según la nueva percepción, ninguna de las texturas presentes en el mosaico son ni muy finas (Figura 7.9(b)) ni finas (Figura 7.9(c)). La primera textura (de izquierda a derecha) tiene un grado de pertenencia muy alto al conjunto difuso con etiqueta "gruesa", la segunda tiene un grado intermedio a los conjuntos difusos con etiquetas "gruesa" y "muy gruesa", mientras que las otras dos texturas son consideradas directamente como muy gruesas. Estos resultados coinciden plenamente con la percepción de finura del *usuario 1*.

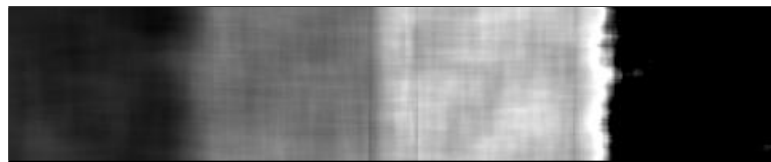
El experimento de las figuras 7.10 y 7.11 es similar al anterior, pero en este caso se desea adaptar la partición  $\Pi_k$  a un usuario distinto (*usuario*



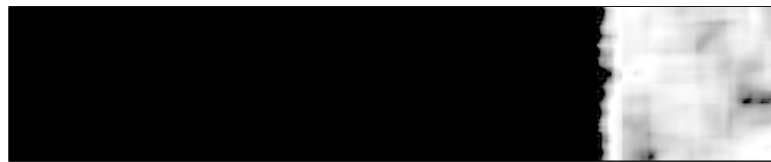
(a)



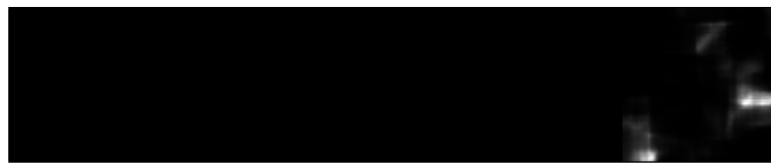
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 7.11: Resultados para una imagen mosaico aplicando el modelo adaptado al perfil del *usuario 2*. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada.

2), cuya percepción particular de finura se representa en la tabla de la Figura 7.10(a). Para este usuario, una textura muy gruesa será aquella que tenga unas primitivas de textura muy grandes (según la imagen  $R^1$ ), mientras que una textura muy fina se corresponde con primitivas de textura muy pequeñas (imagen  $R^2$ ). Esto implica que la partición adaptada  $\hat{\Pi}_k$  es obtenida expandiendo la partición  $\Pi_k$  en el dominio de la medida, como se muestra en la Figura 7.10(b)<sup>2</sup>. Las figuras 7.11(b)-(e) muestran el mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, respectivamente. Como se puede apreciar, la primera textura del mosaico (de izquierda a derecha) tiene un grado de pertenencia alto al conjunto difuso con etiqueta “muy fina”, aunque sin llegar a ser 1, pues también pertenece con menor grado al conjunto “fina”. La segunda textura tiene un grado de pertenencia intermedio a “muy fina” y “fina”, mientras que la tercera tiene un grado de pertenencia mayor a “fina” que a “muy fina”. La cuarta textura es considerada en este caso como gruesa. Esto coincide con la percepción del *usuario 2* usada para obtener  $\hat{\Pi}_k$ , pues las texturas que son muy gruesas según la percepción promedio no son tan gruesas para este usuario, y las texturas que son muy finas según la percepción promedio no son tan finas para este usuario.

### Resultados para imagen de microscopio

En la Figura 7.12 se muestran dos nuevos resultados de adaptación. Se trata de un experimento similar al de la Figura 5.9, donde dos hipotéticos usuarios proporcionan la misma imagen de textura para representar su percepción particular. Dicha imagen contiene parte de la textura de la colonia principal (el área de la Figura 7.12(a) marcada con un cuadrado), que, como se puede apreciar en la Figura 7.7(c), tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso “fina” según la percepción promedio. Sin embargo, como se recoge en las tablas que representan la percepción de los nuevos usuarios, esa textura es percibida como muy fina por el *usuario 1* ( $C^1$ =“MF”) y como muy gruesa por el *usuario 2* ( $C^1$ =“MG”).

Las figuras 7.12(b)-(e) muestran el mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, aplicando la partición adaptada al *usuario 1*. En la Figura 7.12(b) se puede apreciar que, de acuerdo a la percepción de este usuario, toda la colonia principal tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso “muy fina”, incluyendo a las colonias hijas. Esto coincide con la percepción del *usuario 1*, pues para él todo el volvox tiene textura muy fina.

Por otro lado, las figuras 7.12(f)-(i) muestran el mapeo a los distintos

<sup>2</sup>A la hora de comparar, nótese que estas figuras están representadas a distinta escala en el eje de la medida que las de la Figura 7.8(b).

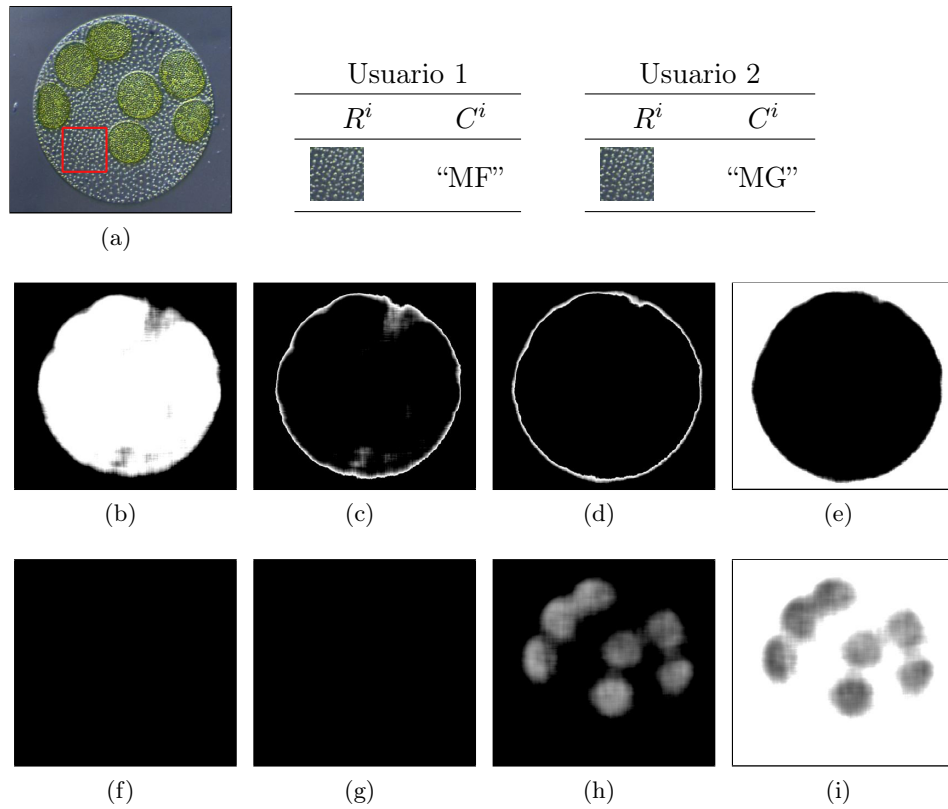


Figura 7.12: Resultados para una imagen de microscopio. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada a la percepción del *usuario 1*. (f)-(i) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada a la percepción del *usuario 2*.

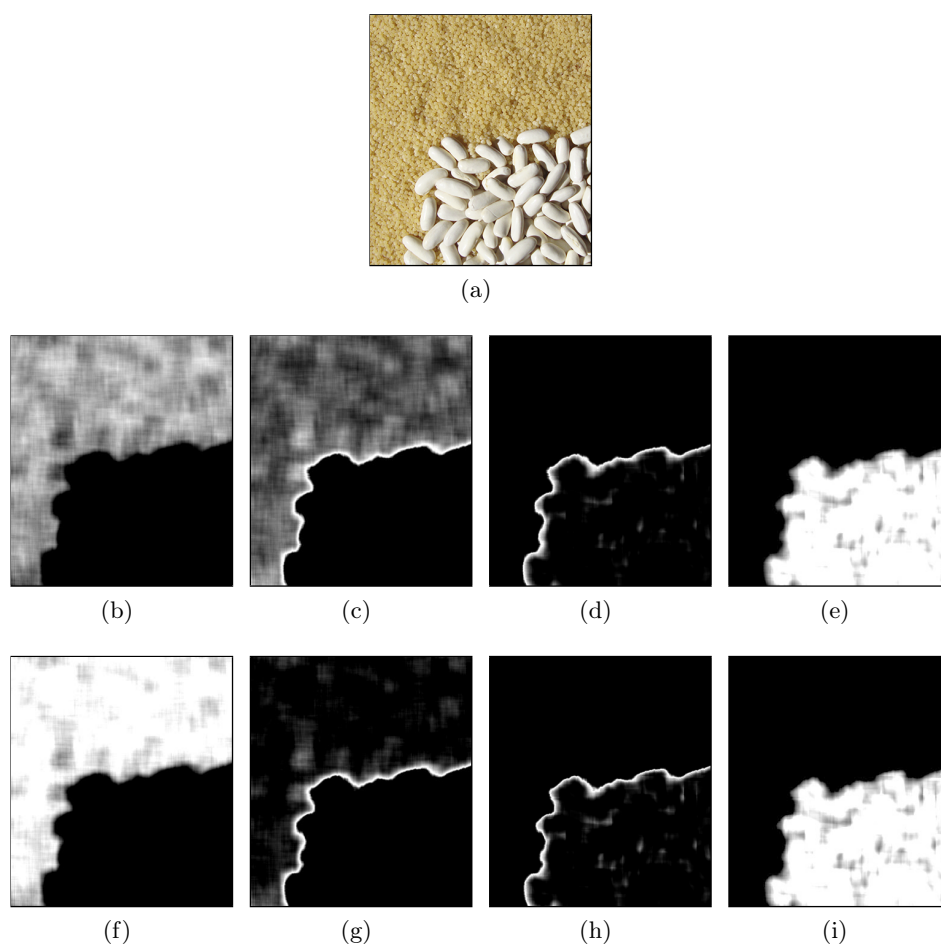


Figura 7.13: Ejemplo de la adaptación al contexto de la imagen. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición no adaptativa. (f)-(i) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada al contexto.

conjuntos difusos aplicando la partición adaptada al *usuario 2*. Según estos resultados, la colonia principal, al igual que el fondo, tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso “muy gruesa”. Esto coincide con la percepción del usuario, el cual considera que la textura de la colonia principal es muy gruesa. En este caso, según la partición adaptada, las colonias hijas tienen un grado de pertenencia intermedio a los conjuntos “gruesa” y “muy gruesa”.



## Resultados de adaptación al contexto de la imagen

En las figuras 7.13 y 7.14 se exponen dos ejemplos en donde la partición  $\Pi_k$  es adaptada al contexto de la imagen. Para ello, se emplearán las imágenes naturales de las figuras 7.13(a) y 7.13(a), que son las mismas utilizadas en el experimento de la Figura 5.11 del capítulo 5. La Figura 7.13(a) muestra una imagen natural compuesta por dos texturas con diferentes grados de finura. El mapeo de esta imagen al grado de pertenencia a los distintos conjuntos difusos de la partición  $\Pi_k$  aparece representado en las figuras 7.13(b)-(e). Como se puede apreciar, la textura correspondiente a la parte inferior derecha de la imagen es considerada como muy gruesa según la percepción promedio, mientras que la textura del resto de la imagen es considerada como bastante fina, aunque sin llegar a ser muy fina (tiene un grado de pertenencia algo mayor al conjunto difuso “muy fina” que al conjunto difuso “fina”). Las figuras 7.13(f)-(i) muestran el mapeo al grado de pertenencia a los distintos conjuntos difusos de la partición  $\hat{\Pi}_k$ , que ha sido obtenida adaptando  $\Pi_k$  a la textura más gruesa y a la más fina de la imagen. Se puede apreciar que este mapeo es muy similar al obtenido con la partición no adaptativa, con la única diferencia de que en este caso la textura fina es considerada más fina que en el mapeo anterior. Esto coincidiría con los cambios en la percepción influidos por el contexto, pues una textura puede parecer más fina al estar presente una textura mucho más gruesa, como es el caso.

La influencia del contexto de la imagen en la percepción de finura de las texturas es más apreciable en el ejemplo presentado en la Figura 7.14. La Figura 7.14(a) muestra una imagen natural similar a la de la Figura 7.13(a), pero donde se ha añadido una nueva textura mucho más gruesa que el resto. En este caso, aunque la textura de la parte inferior derecha de la imagen es la misma que en la Figura 7.13(a), puede ser percibida como más fina por el ser humano debido a la presencia de la nueva textura. Las figuras 7.14(b)-(e) muestran el mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los distintos conjuntos difusos de la partición  $\Pi_k$ , que no tiene en cuenta los cambios en la percepción de finura debidos al contexto de la imagen. Así, la parte inferior derecha, al igual que la nueva textura, es considerada como muy gruesa según la percepción promedio. Las figuras 7.14(f)-(i) muestran el mapeo al grado de pertenencia a los distintos conjuntos difusos de la partición  $\hat{\Pi}_k$  adaptada al contexto de la imagen. Se puede apreciar que en este caso únicamente la nueva textura tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso “muy gruesa”, mientras que la textura de la parte inferior derecha tiene un grado de pertenencia mayor al conjunto difuso “gruesa”. Esto coincide en mayor medida con la percepción humana de finura si se desea tener en cuenta la influencia del contexto de la imagen en dicha percepción.

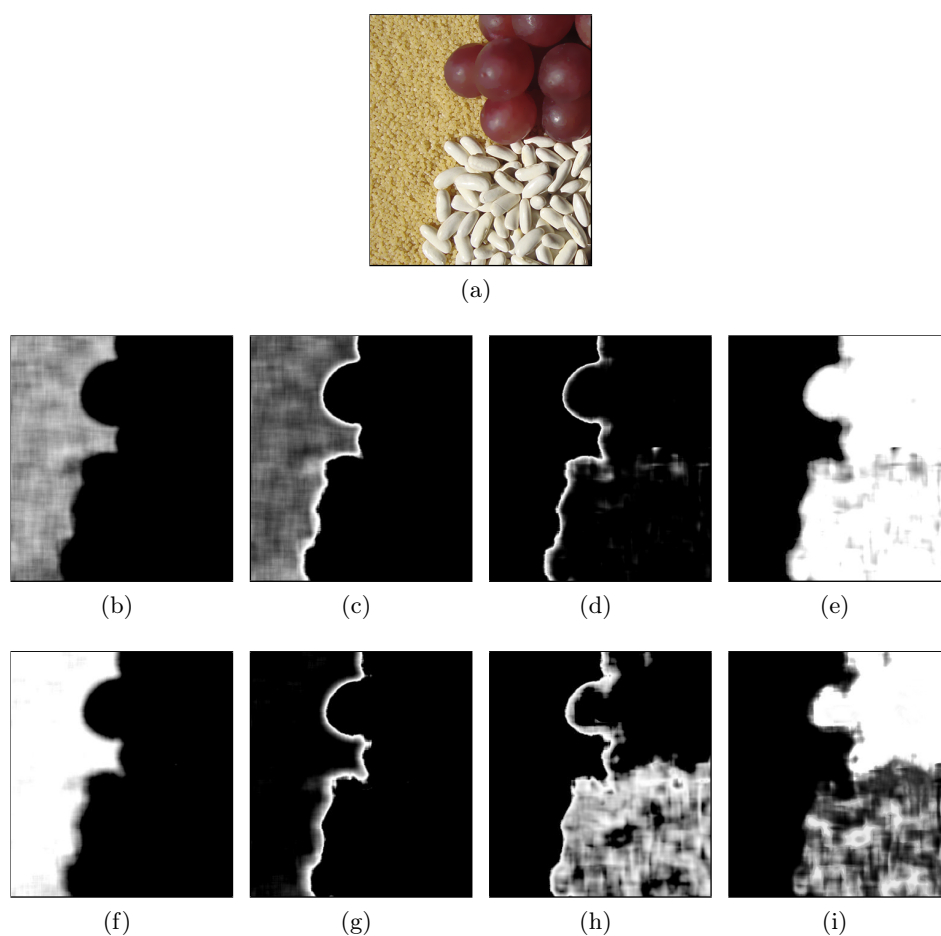


Figura 7.14: Ejemplo de la adaptación al contexto de la imagen. (a) Imagen original. (b)-(e) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición no adaptativa. (f)-(i) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy fina”, “fina”, “gruesa” y “muy gruesa”, usando la partición adaptada al contexto.

## 7.6. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el segundo enfoque difuso propuesto en esta Tesis para modelar la propiedad de finura. En concreto, se han propuesto una serie de particiones difusas  $\Pi_k$  sobre el dominio de las medidas de finura más representativas de la literatura, que proporcionan un conjunto de etiquetas lingüísticas relativas a esta propiedad. Para obtener estas particiones difusas se ha tenido en cuenta la relación entre las medidas

computacionales y la percepción humana, tanto para definir el número de conjuntos difusos como para obtener sus funciones de pertenencia. Así, las particiones propuestas permiten modelar la propiedad de finura de acuerdo a la percepción humana.

En primer lugar, se han obtenido particiones no adaptativas, que representan la percepción promedio de la propiedad de finura. Para ello, se ha utilizado la información procedente de una encuesta para analizar la distinguibilidad entre distintas clases de finura que es capaz de discriminar cada una de las medidas estudiadas. Además, se ha definido una medida de bondad con la que comparar la habilidad de dichas medidas para representar la propiedad de finura, obteniendo los mejores resultados para la medida de *Amadasun*.

En segundo lugar, se ha propuesto un método de adaptación de las particiones  $\Pi_k$  que permita tener en cuenta otras percepciones diferentes de finura. En concreto, al igual que en el capítulo anterior, se ha planteado la adaptación a la percepción particular de nuevos usuarios y al contexto de la imagen.

Dentro del enfoque de este capítulo, se ha dejado como trabajo futuro la obtención de particiones multidimensionales, es decir, particiones en las que el conjunto de referencia este formado por más de una medida de finura (de manera similar a los modelos multidimensionales de los capítulos 3 y 4).

## Parte III

# Extensión a otras propiedades de textura



## Capítulo 8

# Extensión a otras propiedades de textura

*Después de escalar una montaña muy alta, descubrimos que hay muchas otras montañas por escalar.*

Nelson Mandela

En este capítulo se extenderá el uso de la metodología propuesta en los capítulos anteriores a otras propiedades perceptuales de la textura. En concreto, se planteará la aplicación de dicha metodología a las propiedades de contraste y direccionalidad.

### 8.1. Introducción

Como se comentó en el capítulo 1, en esta Tesis se plantea un modelado difuso de textura en base a sus propiedades perceptuales. En los capítulos 4 a 7 se ha descrito la metodología propuesta para dicho modelado, particularizando su aplicación para la propiedad de finura, debido a su importancia desde el punto de vista perceptual. En este capítulo se plantea la aplicación de esta metodología a otras propiedades de la textura, comprobando que dicha extensión es inmediata.

De acuerdo a los experimentos psicológicos realizados por Tamura *et al.* en [220], las propiedades de grosor/finura, contraste y direccionalidad de la textura juegan un papel muy importante en la interpretación visual del ser humano, siendo consideradas como las tres propiedades más determinantes en aplicaciones como la recuperación de imágenes basada en contenido [155, 156, 184]. Así, una vez obtenidos los modelos correspondientes a la propiedad de finura, en este capítulo se aplicará la misma metodología descrita en los capítulos anteriores sobre las propiedades de contraste (sección

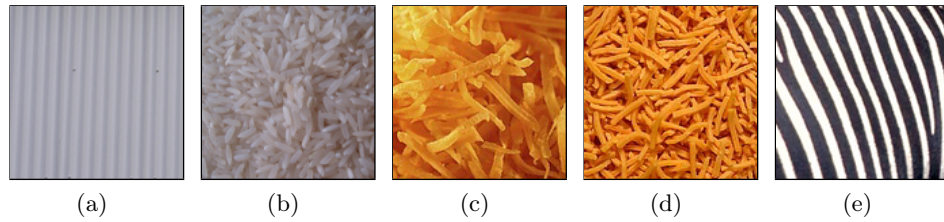


Figura 8.1: Ejemplos del conjunto de imágenes de textura utilizado en la encuesta correspondiente a la propiedad de contraste.

8.2) y direccionalidad (sección 8.3).

Esta extensión no será tratada con tanta profundidad como se ha hecho con la propiedad de finura, pues no supone modificación alguna sobre las técnicas propuestas anteriormente. Así, en lo referente al modelado difuso de textura abordado en la **parte I** de esta Tesis, en este capítulo se obtendrán los modelos genéricos, tanto unidimensionales como bidimensionales, para las propiedades de contraste y direccionalidad, aplicando para ello la metodología descrita en el capítulo 4. No se ha considerado necesario abordar la adaptación de dichos modelos al perfil particular de distintos usuarios o al contexto de la imagen (para ello bastaría con aplicar las mismas técnicas de adaptación descritas en el capítulo 5), ni tampoco plantear otras aproximaciones difusas al modelado de textura (sería inmediata la obtención de conjuntos difusos tipo-2 de acuerdo a la metodología propuesta en el capítulo 6). En lo que respecta a la **parte II** de esta Tesis, en este capítulo se abordará la obtención de modelos genéricos que permitirán introducir una semántica basada en las propiedades de contraste y direccionalidad, siguiendo para ello las técnicas descritas en el capítulo 7. Al igual que para la **parte I**, no se considerará la adaptación de dichos modelos a distintos perfiles de usuario o al contexto de la imagen.

## 8.2. Propiedad de Contraste

La propiedad de contraste está relacionada con la claridad con la cual se pueden distinguir las primitivas que componen la textura. Se dice que una textura es muy contrastada si sus primitivas son claramente visibles y separables, existiendo bordes bien definidos entre ellas (como ocurre con la imagen de la Figura 8.1(e)), mientras que será muy poco contrastada si la distinción entre los distintos t́exels no es tan nítida (como sucede con la imagen de la Figura 8.1(a)). Nótese que este contraste, al igual que el resto de propiedades de la textura, está referido a imágenes en escala de grises, y no debe confundirse con la propiedad de contraste relativa a la característica de color.

Los objetivos abordados en esta sección serán: (i) obtener modelos genéricos que sean capaces de representar la incertidumbre asociada al concepto de “contraste” (sección 8.2.3), y (ii) obtener modelos genéricos que permitan introducir una semántica basada en dicha propiedad (sección 8.2.3). Según la metodología descrita en los capítulos 4 y 7, ambos modelados se basan en analizar la relación entre las medidas computacionales de contraste y la percepción humana de esta propiedad, por lo que será necesario obtener previamente dicha información (secciones 8.2.1 y 8.2.2, respectivamente).

### 8.2.1. Medidas de contraste

En esta sección se resumen brevemente las distintas medidas de contraste utilizadas en el presente capítulo. Como se ha comentado en la sección 8.1, el objetivo de este capítulo es mostrar la aplicación de la metodología propuesta sobre otras propiedades de la textura, evitando profundizar excesivamente en el modelado de dichas propiedades. Así, únicamente se han utilizado cuatro de las medidas de contraste más representativas de la literatura, que se enumeran a continuación mediante el nombre con el que serán notadas a partir de ahora.

- **Medida de Tamura:** se trata de la medida de contraste definida por Tamura *et al.* en [220], la cual tiene en cuenta tanto el rango dinámico de los niveles de gris en la imagen, como la curtosis en la distribución de estos niveles. Se basa en la idea de que las texturas contrastadas tienen zonas con niveles de gris muy distintos, lo que implica un rango dinámico relativamente amplio sin que la curtosis sea muy elevada.
- **Medida de Amadasun:** es la medida de contraste definida por Amadasun y King en [11], y se basa en la idea de que, para texturas contrastadas, existirá un mayor número de píxeles donde la diferencia entre su nivel de gris y el valor medio de su vecindad es grande. Así, además de considerar estadísticos globales, como el rango dinámico de los niveles de gris en la imagen, tiene en cuenta estadísticos locales calculados a partir de la matriz NGTDM.
- **Medida de Abbadeni:** es la medida de contraste propuesta por Nouredine Abbadeni en [6], que hace uso de la función de autocovarianza, cuyo valor decrece rápidamente para texturas contrastadas, y más lentamente para las menos contrastadas.
- **Medida de Haralick:** se trata del estadístico de contraste definido por Haralick *et al.* en [105], que es extraído de la matriz de coocurrencias de niveles de gris (GLCM). La capacidad de este estadístico para capturar el contraste de la textura se basa en la idea de que, para texturas contrastadas, existirá un mayor número elementos distintos de cero fuera de la diagonal principal de la matriz GLCM.



En principio, a raíz de la propuesta de Idrissi *et al.* [112] (comentada en la sección 2.3.2.4 del capítulo 2), se planteó una quinta medida de contraste, consistente en el estadístico de varianza definido por Haralick *et al.* [105] sobre la matriz GLCM. Sin embargo, posteriormente se comprobó que dicho estadístico está muy correlado con la medida de contraste de Tamura (con un coeficiente de correlación cercano a 1), por lo que no tiene sentido su uso. Además, el coste computacional de la medida de Tamura es mucho menor, pues no es necesario el cálculo de la matriz GLCM.

### 8.2.2. Valoraciones humanas de contraste

El método empleado para obtener las valoraciones sobre la percepción humana de contraste es similar al planteado en la sección 3.2 del capítulo 3 para la propiedad de finura. En primer lugar, se ha seleccionado un conjunto formado por 78 imágenes representativas del concepto de *contraste* (en la Figura 8.1 se muestran algunas de ellas), satisfaciendo las mismas condiciones impuestas en la sección 3.2.

Seguidamente, se ha realizado una encuesta para obtener un conjunto de valoraciones asociadas a cada imagen (la plantilla de dicha encuesta se muestra en el Apéndice A). Al igual que se planteó para la propiedad de finura (sección 3.2.2), en esta encuesta se ha pedido a los sujetos que asignen las imágenes a clases, donde cada clase tiene asociado un grado de contraste distinto. En este caso, se han considerado 5 clases diferentes para representar el grado de percepción de contraste, cuyas imágenes representativas son las mostradas en la Figura 8.1. Como se puede apreciar, estas imágenes están ordenadas en orden creciente en cuanto al grado de presencia del concepto de contraste, que en este caso es 0, 0,25, 0,5, 0,75 y 1, respectivamente. Finalmente, para cada una de las imágenes, se han agregado las valoraciones de los distintos sujetos que han realizado la encuesta (tal y como se describió en la sección 3.2.3), que en este caso han sido únicamente 3.

### 8.2.3. Modelado difuso

El objetivo planteado en esta sección consiste en obtener, mediante la aplicación de la metodología propuesta en el capítulo 4, un conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que permita representar la incertidumbre asociada al concepto de “contraste”. Dicho conjunto difuso se define en el dominio de un subconjunto  $\mathcal{F} = \{F_1, \dots, F_{K'}\}$  de las medidas de contraste indicadas en la sección 8.2.1. En nuestra aproximación, la función de pertenencia asociada a  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  se obtiene relacionando los valores computacionales de las medidas de  $\mathcal{F}$  con la percepción humana de contraste, para lo cual se aplica el proceso de ajuste robusto descrito en el Apéndice B. Al igual que para la propiedad de finura, se han considerado los casos  $K' = 1$  y  $K' = 2$ , cuyos resultados se muestran en las secciones 8.2.3.1 y 8.2.3.2.

Tabla 8.1: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de contraste analizadas.

Medida	Error de ajuste	Error de test	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\alpha$	$\beta$
Tamura	0.0340	0.0649	1.6877	-3.9536	3.8763	-0.5728	0.1775	0.9620
Amadasun	0.0780	0.1108	0.2803	-1.1488	1.8254	-0.3839	0.2462	2.1288
Abbadeni	0.1003	0.1393	0.3977	-1.8684	2.9594	-1.0859	0.5172	2.6235
Haralick	0.1157	0.1416	0.6232	-1.8714	2.0679	-0.4100	0.2502	1.8773

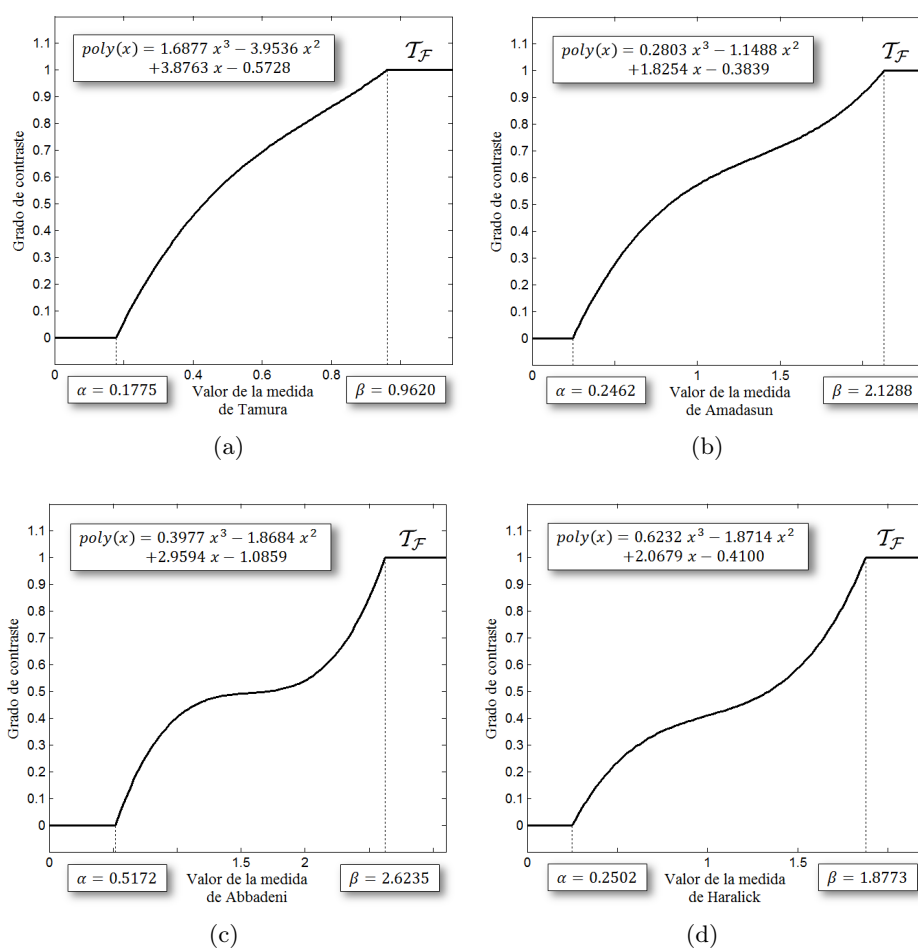


Figura 8.2: Función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *Tamura* (a), *Amadasun* (b), *Abbadeni* (c) y *Haralick* (d).

### 8.2.3.1. Ajuste unidimensional

Tal y como se describió en la sección 4.3.1 del capítulo 4, para el ajuste unidimensional se propone definir  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  como una función

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x; a_n \dots a_0, \alpha, \beta) = \begin{cases} 1 & x < \alpha, \\ \text{poly}(x; a_n \dots a_0) & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 0 & x > \beta \end{cases} \quad (8.1)$$

donde  $\text{poly}(x; a_n \dots a_0)$  es una función polinómica de la forma

$$\text{poly}(x; a_n \dots a_0) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 \quad (8.2)$$

La Tabla 8.1 muestra, para cada medida de contraste analizada, el error correspondiente al ajuste, el error de test y los valores de los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . Dicha tabla ha sido ordenada en orden creciente de los errores de ajuste y, como se puede apreciar, la medida  $\mathcal{F} = \{\textit{Tamura}\}$  [220] es la que consigue un menor error tanto de ajuste como de test. Asimismo, en la Figura 8.2 se muestra la representación gráfica de dichas funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ .

### 8.2.3.2. Ajuste bidimensional

Siguiendo la metodología propuesta en la sección 4.3.2 del capítulo 4, la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para el caso bidimensional se define como

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; \text{coef}) = \\ &= \begin{cases} 0 & \text{poly2}(x, y; \text{coef}) < 0, \\ \text{poly2}(x, y; \text{coef}) & 0 < \text{poly2}^n(x, y; \text{coef}) < 1, \\ 1 & \text{poly2}(x, y; \text{coef}) > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (8.3)$$

donde  $\text{poly2}(x, y; \text{coef})$  es una función polinómica de dos variables

$$\begin{aligned} \text{poly2}(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i a_{(i!+j)} x^j y^{i-j} = \\ &= a_{(n!+n)} x^n + a_{(n!+n-1)} x^{n-1} y^1 + \dots + a_2 x^1 + a_1 y^1 + a_0 \end{aligned} \quad (8.4)$$

En la Tabla 8.2 se muestra el error correspondiente al ajuste, el error de test y los valores de los parámetros obtenidos para cada pareja de medidas (ordenada por orden creciente del error de ajuste). Al igual que sucedía en el modelado de la propiedad de finura, se puede comprobar como la combinación de dos medidas de contraste permite reducir el error obtenido

Tabla 8.2: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de contraste analizadas.

Medida x	Medida y	Error de ajuste	Error de test	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$
Tamura	Haralick	0.0163	0.0595	6.1755	-0.0131	-0.1125	0.0000	-10.457	0.0341	0.5158	6.0637	-0.1562	-0.7638			
Tamura	Amadasun	0.0179	0.0642	8.7467	-0.0147	0.1293	0.0000	-12.898	-0.0371	-0.0599	6.8768	0.2142	-0.9468			
Tamura	Abbadeni	0.0245	0.0676	0.0000	0.0036	0.0000	0.0000	-0.7379	-0.0550	0.1510	1.9355	0.0733	-0.3107			
Amadasun	Abbadeni	0.0436	0.0971	0.3211	0.0187	-0.0467	0.0000	-0.9744	-0.2528	0.1623	1.0593	0.8292	-0.7306			
Haralick	Abbadeni	0.0502	0.0991	0.7098	0.0157	-0.0469	0.0000	-1.9159	-0.2005	0.1255	1.6509	0.7073	-0.7886			
Amadasun	Haralick	0.0697	0.1158	0.0000	0.0140	0.0000	0.0000	-0.1422	-0.1815	0.1302	0.6502	0.2768	-0.1866			

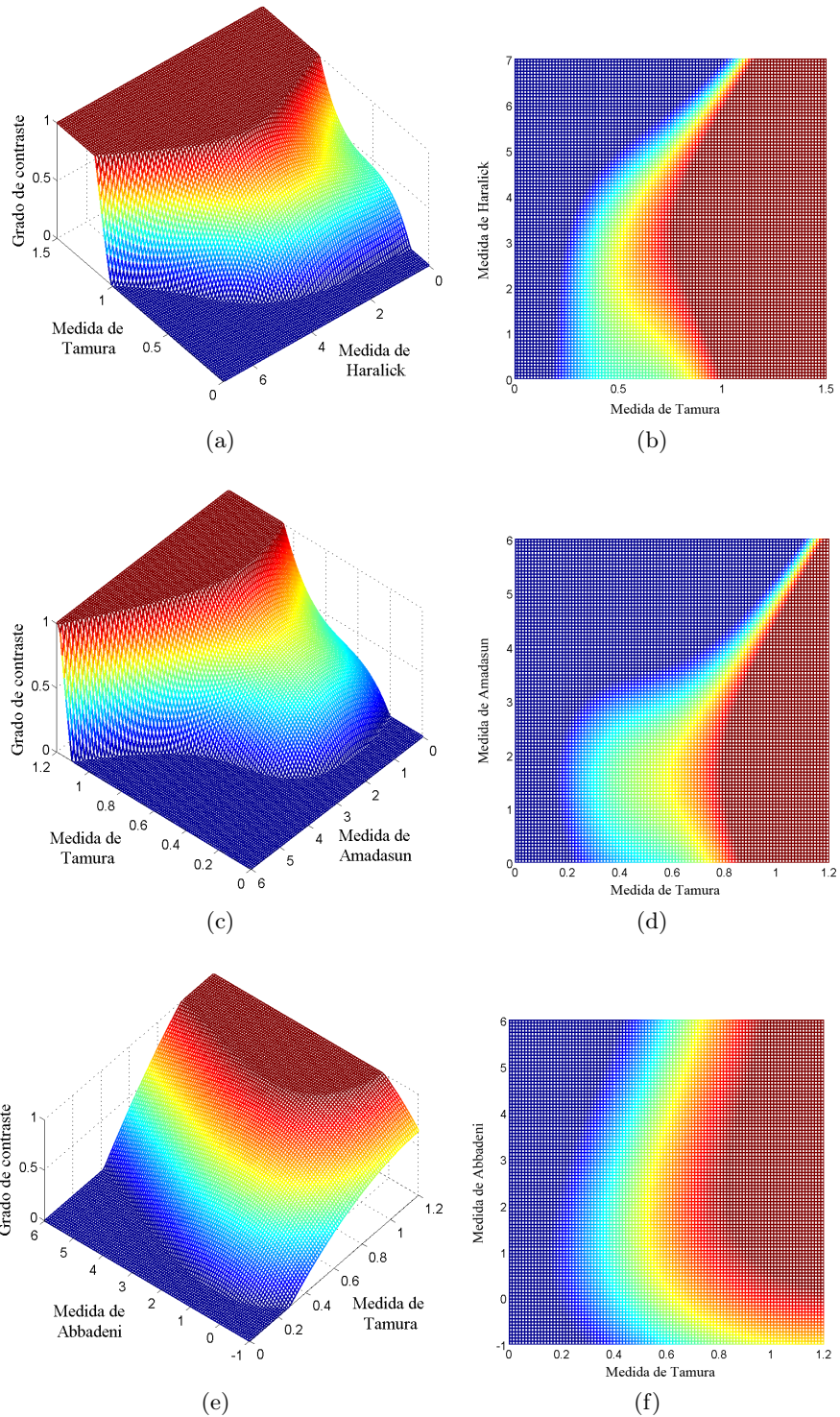


Figura 8.3: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Tamura-Haralick* (a)(b), *Tamura-Amadasun* (c)(d) y *Tamura-Abbadeni* (e)(f).

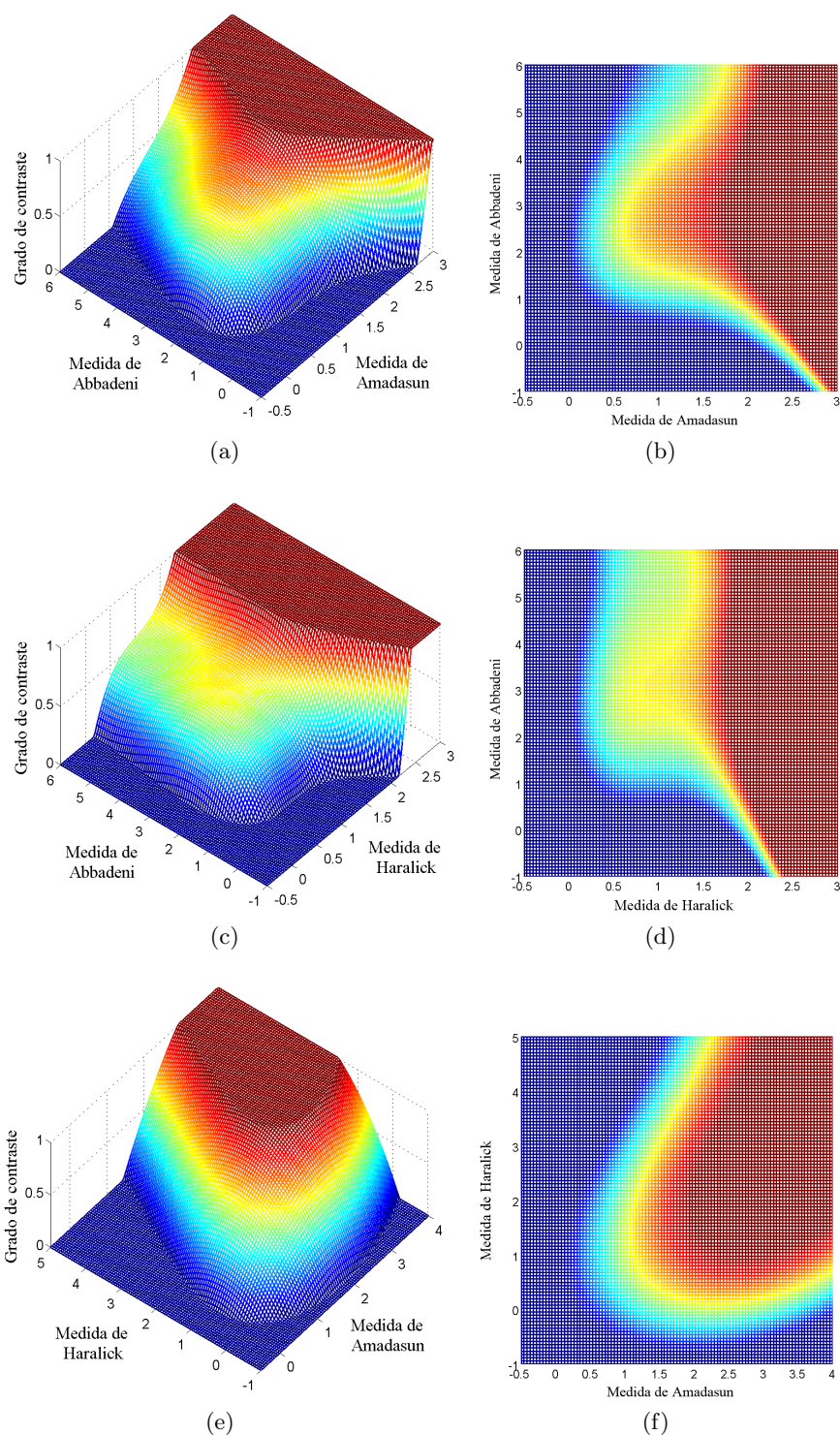


Figura 8.4: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Amadasun-Abbadeni* (a)(b), *Haralick-Abbadeni* (c)(d) y *Amadasun-Haralick* (e)(f).

al aplicar cada una de ellas por separado. En este caso, la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Haralick\}$  es la que proporciona mejores resultados. En las figuras 8.3 y 8.4 se muestra la representación gráfica de las funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondientes a todas las parejas de medidas de contraste.

### 8.2.3.3. Resultados

En esta sección se analizará la bondad en el modelado del concepto de contraste de los conjuntos difusos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que se acaban de proponer. Para ello, se realizarán varios experimentos usando imágenes donde aparecen texturas con distinto grado de presencia de contraste, comprobando si la salida coincide con lo esperado por el ser humano. En concreto, se aplicará el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  con el que se ha obtenido un menor error tanto de ajuste como de test, que es el correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Haralick\}$ .

#### Resultados para imagen mosaico

Para el primer experimento, mostrado en la Figura 8.5, se ha empleado un mosaico compuesto por varias imágenes de textura, cada una de ellas con un grado de percepción de contraste decreciente respecto a la anterior. Se trata de imágenes que forman parte del conjunto usado en la encuesta descrita en la sección 8.2.2, por lo que disponemos de las valoraciones humanas sobre dichas imágenes para poder comparar con los resultados.

En la parte superior de la Figura 8.5 aparece la imagen mosaico utilizada y bajo ella se muestra un mapeo ideal a sus valores de contraste, donde, para todos los pixels correspondientes a una misma imagen de textura del mosaico, se ha considerado la misma valoración humana acerca de la percepción de contraste extraída de la encuesta<sup>1</sup>. Estas valoraciones, comprendidas entre 0 y 1, se han mapeado en un nivel de gris entre 0 y 255 para poder ser mostradas en la imagen. De esta forma, el mapeo representa el grado de contraste de la textura, donde un nivel de gris blanco indica máxima percepción de contraste, mientras que el negro indica que no existe percepción de contraste.

Bajo el mapeo ideal, se muestra el mapeo de la imagen original a sus valores de contraste usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Haralick\}$ . El cálculo de este mapeo se realiza de forma análoga al de finura: para cada píxel de la imagen original se ha analizado una ventana de tamaño  $32 \times 32$  centrada en él, y se ha calculado su grado de contraste mediante el modelo propuesto, mapeando dicho grado, comprendido entre 0 y 1, en un nivel de gris entre 0 y 255. Nótese que en los pixels próximos a las fronteras entre texturas este grado es elevado, debido

<sup>1</sup>En realidad, el mapeo ideal no sería exactamente como el mostrado en la figura, pues en los pixels próximos a las fronteras entre texturas se tomarían ventanas en las que aparecen ambas texturas, con lo que el grado de contraste no solo dependería del contraste inherente de cada una de ellas, sino también del contraste entre ambas



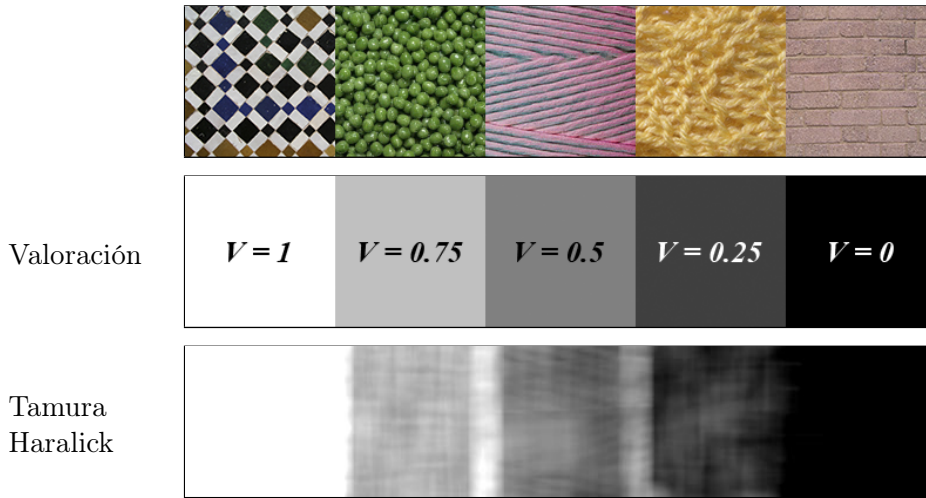


Figura 8.5: Resultados para una imagen mosaico en donde se compara el mapeo ideal con el mapeo obtenido usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Haralick\}$ .

al contraste introducido por la propia frontera, siendo mayor entre aquellas texturas que son más contrastadas. Este fenómeno es inherente a la medición de la propiedad y no puede ser eliminado.

Se puede apreciar visualmente que el modelo propuesto captura perfectamente la evolución del grado de percepción de contraste, guardando un gran parecido con lo esperado por el ser humano. Asimismo, al igual que se comentó en la sección de resultados del capítulo 4, es posible obtener el error que se está cometiendo, entendido como la diferencia respecto al mapeo ideal, y calculado tal y como se indica en dicha sección. Para evitar la influencia del fenómeno de frontera que se acaba de comentar, no se tendrán en cuenta en dicho cálculo los píxeles situados en una ventana de tamaño  $32 \times 32$  alrededor de las fronteras entre las distintas texturas. El error obtenido en este caso es de 0,0632, con lo que también se comprueba numéricamente el parecido entre el mapeo usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  y el ideal.

### Resultados para imágenes naturales

En la Figura 8.6 se muestran dos ejemplos de la aplicación del modelo propuesto sobre imágenes naturales. Considérense las imágenes de las figuras 8.6(a) y 8.6(b), en las que se pueden apreciar varias texturas con diferentes grados de percepción de contraste. Las figuras 8.6(c) y 8.6(d) muestran el mapeo de estas imágenes a los valores de contraste correspondientes usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . Como se puede apreciar, este mapeo representa de forma adecuada el contraste de las distintas texturas presentes en la imagen,



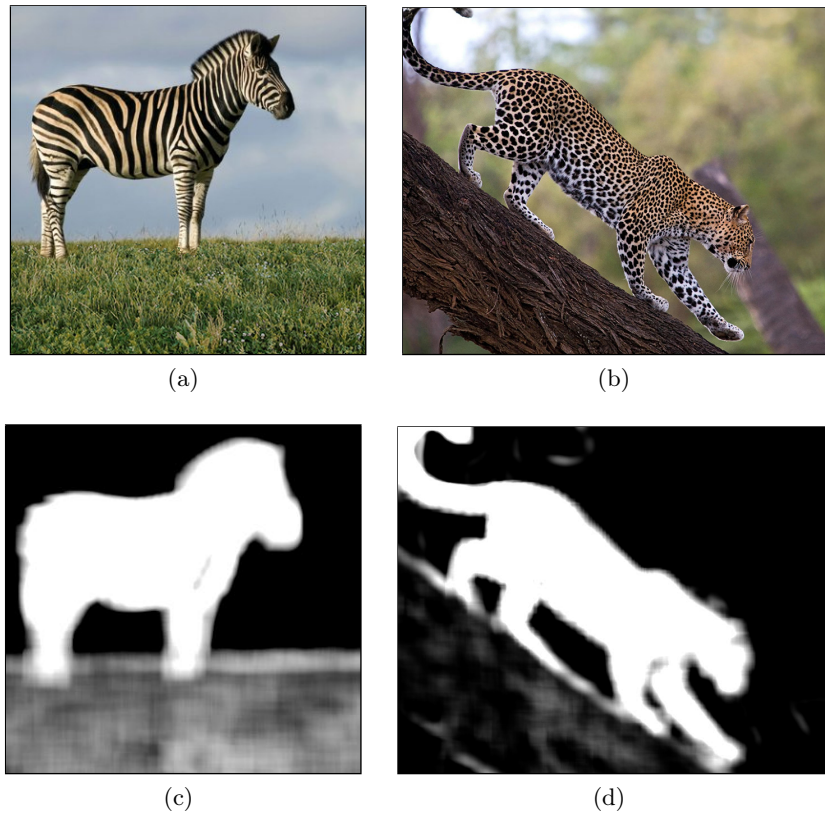


Figura 8.6: Resultados para dos imágenes naturales. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeos de las imágenes originales a sus valores de contraste usando el modelo propuesto.

distinguiendo en ambos casos tres grados de presencia diferentes: una textura muy contrastada (pixels con un nivel de gris blanco), correspondiente a la cebra en el primer caso y al leopardo en el segundo; una textura muy poco contrastada (pixels con un nivel de gris negro), correspondiente al fondo de cada una de las imágenes; y una textura con un contraste intermedio (pixels con un nivel de gris intermedio), correspondiente a la hierba y al tronco del árbol, respectivamente. De esta forma, el mapeo obtenido es interpretable directamente por el ser humano. Al igual que se ha comentado en el primer experimento, los píxels próximos a las fronteras entre texturas tienen un grado de contraste elevado, lo que impide una delimitación precisa entre texturas en la imagen mapeada.

### Resultados para texturas con distinto relieve

Obsérvese que la propiedad de contraste de una textura visual tiene cierta relación con el relieve existente en la textura táctil correspondiente: texturas

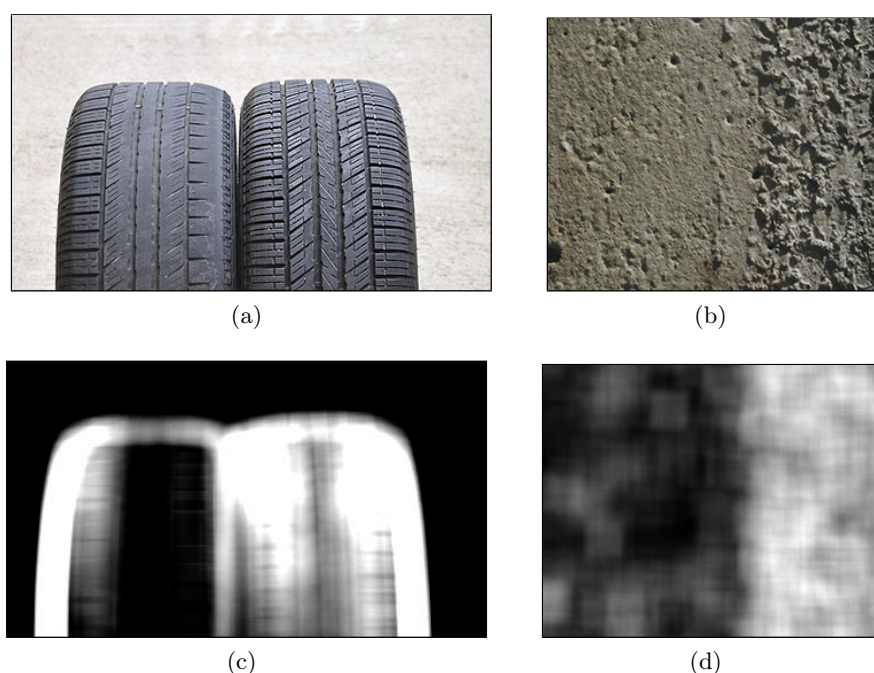


Figura 8.7: Resultados en los que se muestra la relación entre el contraste de una textura visual y el relieve existente en la textura táctil correspondiente. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeos de las imágenes originales a sus valores de contraste usando el modelo propuesto.

que presentan un mayor relieve en la naturaleza suelen aparecer con un alto contraste en la imagen, debido en gran parte al efecto de la iluminación. Según esto, dos texturas del mismo tipo, pero con distinto relieve, pueden ser distinguidas en una imagen mediante la propiedad de contraste. En la Figura 8.7 se muestran dos ejemplos en los que se hace uso de esta propiedad para identificar patrones defectuosos.

Considérese la imagen de la Figura 8.7(a), en la que aparecen dos neumáticos con distinto desgaste. Como se puede apreciar, el neumático de la derecha mantiene un relieve uniforme en sus surcos, mientras que el de la izquierda presenta un desgaste irregular en su parte central y uno de sus laterales. En la Figura 8.7(c) se muestra el mapeo de dicha imagen usando el modelo propuesto. En ella se pueden diferenciar claramente las zonas más desgastadas, pues presentan un menor contraste, lo que podría ser aplicado en la práctica para identificar neumáticos en mal estado. Un ejemplo parecido se muestra en las figuras 8.7(b) y 8.7(d), donde es posible detectar los defectos en el estucado de una pared analizando el grado de contraste de la textura.

Tabla 8.3: Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas para cada una de las medidas de contraste analizadas.

Medida	$N_k$	<i>precision</i>	<i>recall</i>	$F_k$	$g_k$
Tamura	5	0.9576	0.9173	0.9370	0.9370
Amadasun	5	0.8919	0.7640	0.8230	0.8230
Abbadeni	4	0.9283	0.8873	0.9073	0.8166
Haralick	4	0.8494	0.7477	0.7953	0.7158

#### 8.2.4. Particiones difusas

El objetivo abordado en esta sección consiste en obtener, mediante la aplicación de la metodología propuesta en el capítulo 7, una partición difusa  $\Pi_k$  sobre el dominio de cada una de las medidas de contraste, que proporcionará un conjunto de términos lingüísticos relativos a dicha propiedad. En nuestra propuesta, esta partición difusa se obtiene teniendo en cuenta la relación entre las medidas computacionales y la percepción humana, tanto para definir el número  $N_k$  de conjuntos difusos como para obtener sus funciones de pertenencia.

Según se indicó en la sección 7.3 del capítulo 7, la función de pertenencia  $T_k^i(x)$  asociada a cada conjunto difuso de la partición  $\Pi_k$  se ha definido mediante una función trapezoidal de la forma

$$T_k^i(x; a_k^i, b_k^i, c_k^i, d_k^i) = \begin{cases} 0 & x < a_k^i \quad \text{or} \quad x > d_k^i \\ \frac{x-a_k^i}{b_k^i-a_k^i} & a_k^i \leq x \leq b_k^i \\ 1 & b_k^i \leq x \leq c_k^i \\ \frac{d_k^i-x}{d_k^i-c_k^i} & c_k^i \leq x \leq d_k^i \end{cases} \quad (8.5)$$

El cálculo de estos parámetros  $a_k^i$ ,  $b_k^i$ ,  $c_k^i$  y  $d_k^i$  para cada función de pertenencia  $T_k^i(x)$ , así como el número  $N_k$  de conjuntos difusos, es realizado a partir de la información obtenida al aplicar sobre las medidas de contraste el análisis de distinguibilidad descrito en la sección 3.4 del capítulo 3. Asimismo, para cada partición  $\Pi_k$  se calcula una medida de bondad  $g_k$  que permite analizar la habilidad de cada partición para representar la propiedad de contraste. Tal y como se describió en la sección 7.3.1 del capítulo 7, dicha medida se ha definido como

$$g_k = F_k \cdot f_k \quad (8.6)$$

El primer factor ( $F_k$ ) se encarga de medir la concordancia entre la salida proporcionada por la partición y lo esperado por el ser humano. Para ello, se ha usado el estadístico *F-measure*, que combina las métricas *precision* y

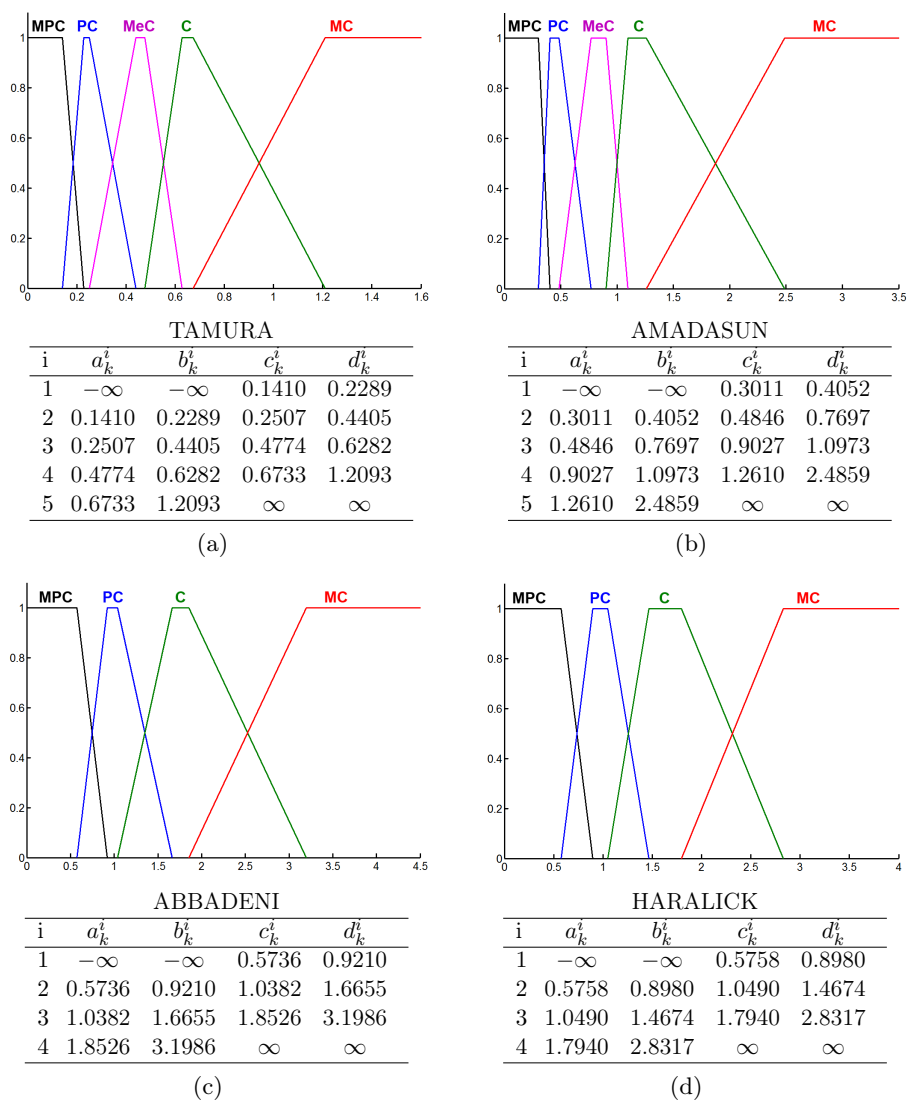


Figura 8.8: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  que componen la partición para las medidas de Tamura, Amadasun, Abbadeni y Haralick. Las etiquetas lingüísticas son “MPC” = “muy poco contrastada”, “PC” = “poco contrastada”, “MeC” = “medio contrastada”, “C” = “contrastada”, “MC” = “muy contrastada”.

*recall* de la siguiente forma:

$$F_k = 2 \cdot \frac{\textit{precision}_k \cdot \textit{recall}_k}{\textit{precision}_k + \textit{recall}_k} \quad (8.7)$$

El segundo factor ( $f_k$ ) permite tener en cuenta en la medida de bondad el número de clases  $N_k$  que pueden ser discriminadas por la medida de contraste, y se ha definido como

$$f_k = \begin{cases} 1 & \text{si } N_k = MAX_{N_k} \\ 1 - \rho \cdot (MAX_{N_k} - N_k) & \text{si } 1 < N_k < MAX_{N_k} \\ 0 & \text{si } N_k \leq 1 \end{cases} \quad (8.8)$$

siendo  $MAX_{N_k} = \max\{N_k, k = 1, \dots, N\}$ . Como se indicó en el capítulo 7, en esta Tesis se ha escogido  $\rho = 0,1$ , de forma que  $f_k = 1$  para  $N_k = 5$  y  $f_k = 0,9$  para  $N_k = 4$  (en las particiones analizadas no hay ninguna con  $N_k \leq 4$ ).

En la Tabla 8.3 se muestra, para cada medida de contraste utilizada, el número  $N_k$  de conjuntos difusos que forman la partición  $\Pi_k$ , las métricas  $\textit{precision}_k$  y  $\textit{recall}_k$  correspondientes, el estadístico  $F_k$ , y el valor de la medida de bondad  $g_k$ . Nótese que la tabla ha sido ordenada en orden decreciente de este valor. En la Figura 8.8 se muestra la representación gráfica de las particiones difusas obtenidas para cada una de las medidas de contraste (ordenadas en orden decreciente de la medida de bondad), así como sus parámetros correspondientes.

#### 8.2.4.1. Resultados

En esta sección, las particiones difusas propuestas se aplicarán sobre algunos ejemplos para analizar su comportamiento. En concreto, se usará la partición  $\Pi_k$  con una mayor valoración según la medida de bondad  $g_k$ , que es la obtenida para la medida de contraste de *Tamura*.

#### Resultados para imagen mosaico

Para el primer ejemplo, mostrado en la Figura 8.9, se ha empleado el mismo mosaico utilizado en la experimentación comentada en la sección 8.2.3.3, que está formado por cinco imágenes de textura, donde el grado de contraste de cada imagen es decreciente (de izquierda a derecha). Las figuras 8.9(b)-(f) muestran un mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy contrastada”, “contrastada”, “medio contrastada”, “poco contrastada” y “muy poco contrastada”, respectivamente, usando la partición difusa propuesta. Para ello, al igual que se comentó en el capítulo 7, para cada píxel de la imagen original se ha tomado una ventana de tamaño  $32 \times 32$ , a la cual se ha aplicado la partición difusa, mapeando

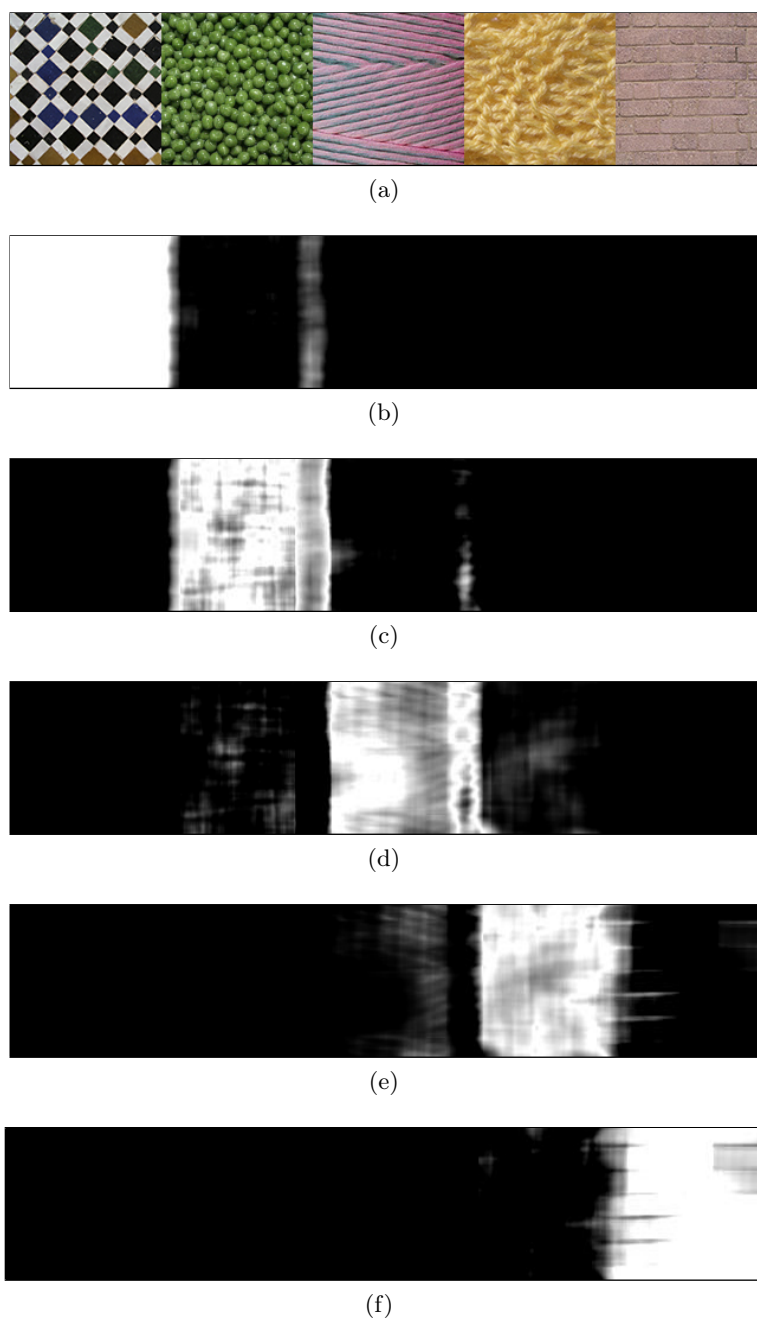


Figura 8.9: Resultado para una imagen mosaico. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy contrastada”, “contrastada”, “medio contrastada”, “poco contrastada” y “muy poco contrastada”, respectivamente (cuanto más oscuro el nivel de gris, menor grado de pertenencia).

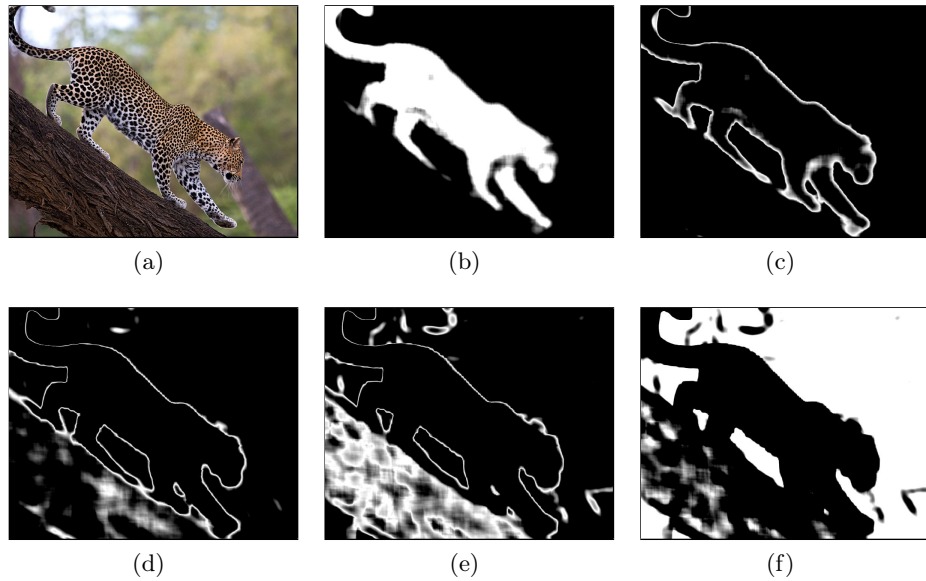


Figura 8.10: Resultado para una imagen natural. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy contrastada”, “contrastada”, “medio contrastada”, “poco contrastada” y “muy poco contrastada”, respectivamente.

en una imagen distinta el grado de pertenencia a cada conjunto difuso de esa partición. Así, por ejemplo, la Figura 8.9(b) representa mediante el nivel de gris el grado con el cual la textura es percibida como “muy contrastada”, donde el blanco indica un grado de pertenencia 1 a dicho conjunto difuso y el negro indica un grado de pertenencia 0. Como se puede apreciar, la partición propuesta captura adecuadamente la evolución del grado de percepción de contraste.

### Resultados para imagen natural

Considérese la imagen natural mostrada en la Figura 8.10a, ya utilizada en los resultados de la sección 8.2.3.3. De forma similar al experimento anterior, la partición  $\Pi_k$  es aplicada sobre dicha imagen para obtener el grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas ‘muy contrastada’, ‘contrastada’, ‘medio contrastada’, ‘poco contrastada’ y ‘muy poco contrastada’, cuyo mapeo se muestra en las figuras 8.10(b)-(f), respectivamente.

Como se puede apreciar, la región correspondiente al leopardo tiene un grado de pertenencia muy alto al conjunto difuso con etiqueta “muy contrastada” (Figura 8.10(b)), siendo muy bajo para el resto de conjuntos

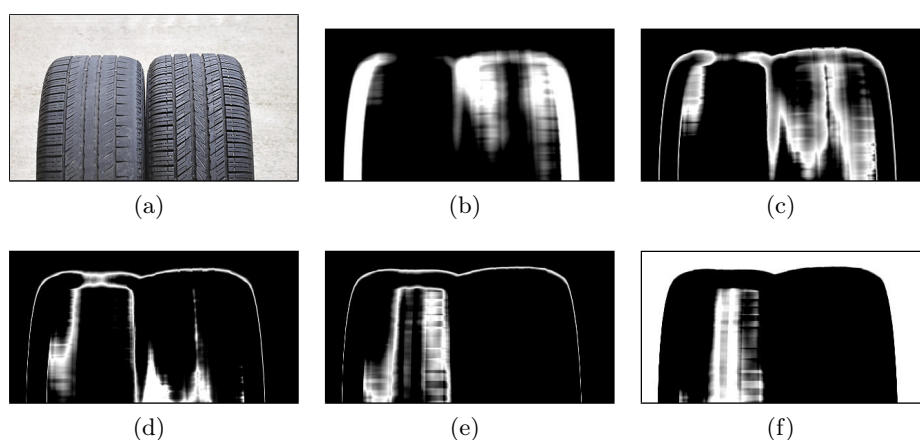


Figura 8.11: Aplicación de la partición  $\Pi_k$  propuesta para comprobar la relación entre el contraste de una textura visual y el relieve existente en la textura táctil correspondiente. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy contrastada”, “contrastada”, “medio contrastada”, “poco contrastada” y “muy poco contrastada”, respectivamente.

difusos. Además, los resultados indican que la región correspondiente a la rama del árbol es en su mayoría una textura poco contrastada (Figura 8.10(e)) y que el fondo es muy poco contrastado (Figura 8.10(f)). Asimismo, se observa como las fronteras entre las distintas texturas aparecen en varios conjuntos difusos. Esto sucede porque al realizar el mapeo para los pixels cercanos a dichas fronteras se toman ventanas en las que aparecen ambas texturas, con lo que el valor proporcionado por la medida de contraste depende del contraste de cada una por separado y además del contraste entre ambas.

### Resultados para texturas con distinto relieve

Como se ha comentado en la sección 8.2.3.3, las texturas que presentan un mayor relieve en la naturaleza suelen aparecer con un alto contraste en la imagen, por lo que dos texturas del mismo tipo, pero con distinto relieve, pueden ser distinguidas en una imagen mediante esta propiedad. Considérese la imagen de la Figura 8.11(a), ya utilizada en la sección 8.2.3.3, en la que aparecen dos neumáticos con distinto desgaste. Las figuras 8.11(b)-(f) muestran el mapeo obtenido al aplicar la partición  $\Pi_k$  sobre dicha imagen, obteniendo el grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy contrastada”, “contrastada”, “medio contrastada”, “poco contrastada” y “muy poco contrastada”, respectivamente.



Como se puede apreciar, el neumático de la derecha, que mantiene un relieve uniforme en sus surcos, posee un alto grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy contrastada” (Figura 8.10(b)) y “contrastada” (Figura 8.10(c)). En cambio, las regiones más desgastadas del neumático de la izquierda, que son su parte central y uno de sus laterales, tienen un grado de pertenencia muy alto a los conjuntos difusos con etiquetas “poco contrastada” (Figura 8.10(e)) y “muy poco contrastada” (Figura 8.10(f)). De esta forma, para identificar neumáticos en mal estado, bastaría con examinar el grado de pertenencia a estos dos conjuntos difusos.

### 8.3. Propiedad de direccionalidad

La propiedad de direccionalidad está relacionada con la presencia de una orientación dominante en los téxels que componen la textura, y depende de dos factores: (i) la forma de la primitiva de textura de manera individual y (ii) la disposición global de estas primitivas en la imagen. Se dice que una textura es muy direccional si cada uno de los téxels que forman la textura tiene un tamaño mucho mayor en una dimensión que en el resto, es decir, tiene forma alargada, y además, si todos los téxels est n orientados en la misma dirección. Así, la imagen de la Figura 8.12(a) es considerada como muy direccional. La presencia de esta propiedad decrece a medida que todos los téxels dejan de tener la misma orientación, aunque dichos téxels sean muy alargados, como ocurre con la imagen de la Figura 8.12(b). Asimismo, también decrece cuando la forma de los téxels es menos alargada, aunque est n dispuestos en la misma orientación, como ocurre con la imagen de la Figura 8.12(c). Los casos extremos de no direccionalidad (omnidireccionalidad) ocurren cuando la forma de los téxels no tiene una dimensión que destaque sobre el resto (Figura 8.12(d)) o cuando su disposición no tiene una orientación dominante (Figura 8.12(e)).

De manera equivalente a la propiedad de contraste, los objetivos abordados en esta sección serán: (i) obtener modelos genéricos que sean capaces de representar la incertidumbre asociada al concepto de “direccionalidad” (sección 8.3.3), y (ii) obtener modelos genéricos que permitan introducir una semántica basada en dicha propiedad (sección 8.3.3). Para ello, es necesario indicar previamente las medidas computacionales de direccionalidad utilizadas (sección 8.3.1) y particularizar la obtención de las valoraciones humanas para esta propiedad (sección 8.3.2).

#### 8.3.1. Medidas de direccionalidad

En este caso, se emplearán las tres medidas de direccionalidad más significativas de la literatura, que son resumidas a continuación:

- **Medida de Tamura:** se trata de la medida de direccionalidad definida

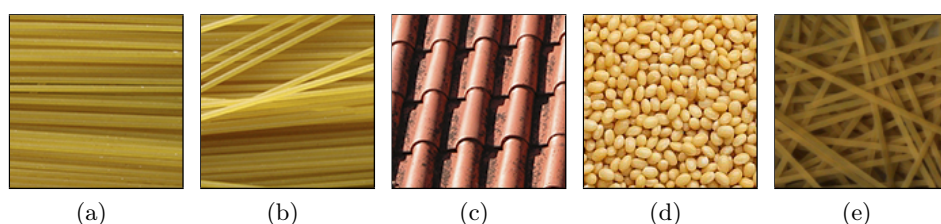


Figura 8.12: Ejemplos del conjunto de imágenes de textura utilizado en la encuesta correspondiente a la propiedad de direccionalidad.

por Tamura *et al.* en [220], la cual se basa en el cálculo de un histograma que refleja la probabilidad en la dirección del gradiente en las fronteras locales de la imagen. Para texturas direccionales, dicho histograma presentará picos más abruptos que para aquellas en las que no existe una orientación tan dominante.

- **Medida de Abbadeni:** es la medida de direccionalidad propuesta por Noureddine Abbadeni en [6], que también se basa en el análisis de la dirección del gradiente, pero no en las fronteras locales de la imagen original, sino en las de la imagen obtenida al aplicar la función de autocovarianza.
- **Medida de Fourier:** se trata de la medida de direccionalidad calculada a partir del espectro de potencia de Fourier de la imagen [182, 244], la cual analiza la concentración de potencia en sectores angulares del dominio frecuencial. En texturas direccionales, los valores más altos se concentran en el sector correspondiente a la orientación dominante.

### 8.3.2. Valoraciones humanas de direccionalidad

Al igual que para las propiedades de finura y contraste, se ha seleccionado un conjunto de imágenes de textura que son usadas para obtener, mediante una encuesta, las valoraciones sobre la percepción humana de direccionalidad. En este caso, dicho conjunto está formado por 74 imágenes representativas del concepto de *direccionalidad* (en la Figura 8.12 se muestran algunas de ellas), satisfaciendo las mismas condiciones impuestas en la sección 3.2.

En la encuesta, cuya plantilla se muestra en el Apéndice A, se han considerado 6 clases diferentes para representar el grado de percepción de direccionalidad. Para la clase asociada al grado de presencia 1, se han empleado imágenes representativas cuyos téxels tienen una forma muy direccional y poseen todos la misma orientación, como se aprecia en la imagen

Tabla 8.4: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las medidas de direccionalidad analizadas.

Medida	Error de ajuste	Error de test	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\alpha$	$\beta$
Tamura	0.0687	0.1064	-511.97	1657.3	-1792.3	648.14	0.8594	0.9865
Abbadeni	0.0788	0.1324	-5.8566	26.693	-38.962	19.598	0.4362	0.9234
Fourier	0.1073	0.1406	-1.0799	21.745	-93.091	132.84	0.0671	0.3764

Tabla 8.5: Error de ajuste, error de test y parámetros de la función de pertenencia para cada una de las parejas de medidas de direccionalidad analizadas.

Medida x	Medida y	Error de ajuste	Error de test	$a_9$	$a_8$	$a_7$	$a_6$	$a_5$	$a_4$	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
Tamura	Fourier	0.0429	0.0904	120.20	18.878	0.0000	0.0000	-305.65	-20.417	2.9140	261.65	4.2554	-75.844
Tamura	Abbadeni	0.0556	0.0946	242.03	2.9047	0.0000	0.0000	-686.20	-5.7224	5.8308	648.46	-1.3354	-204.79
Fourier	Abbadeni	0.0678	0.1201	61.935	0.0000	0.0000	0.0000	-53.906	0.0000	6.0438	10.065	-0.0714	-0.5530

mostrada en la Figura 8.12(a). Para la clase asociada al grado de presencia 0 se han considerado imágenes representativas que, o bien presentan unos téxels con forma omnidireccional, como los de la Figura 8.12(d), o bien la disposición de los téxels no tiene una orientación dominante, como ocurre en la Figura 8.12(e). Para el resto de clases, que representan los grados de presencia 0,2, 0,4, 0,6 y 0,8, se han tomado imágenes representativas considerando variaciones intermedias en la forma de los téxels o en su disposición (como por ejemplo las imágenes mostradas en las figuras 8.12(b) y 8.12(c)). Al igual que para las propiedades de finura y contraste, las valoraciones de los distintos sujetos que han realizado la encuesta, que en este caso han sido 3, son agregadas para obtener una única valoración por cada imagen.

### 8.3.3. Modelado difuso

Siguiendo el mismo esquema empleado para la propiedad de contraste, en esta sección se aborda la obtención de un conjunto difuso  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que permita representar la incertidumbre asociada al concepto de “direccionalidad”, aplicando para ello la metodología propuesta en el capítulo 4. La función de pertenencia asociada a  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  se obtiene relacionando, mediante un ajuste robusto, los valores computacionales de las medidas de  $\mathcal{F}$  (el conjunto de referencia) con las valoraciones obtenidas en la sección anterior. En las secciones 8.3.3.1 y 8.3.3.2 se resumen brevemente los resultados correspondientes al ajuste unidimensional para cada medida de direccionalidad y al ajuste bidimensional para cada pareja de medidas, respectivamente.

#### 8.3.3.1. Ajuste unidimensional

Siguiendo la metodología descrita en la sección 4.3.1 del capítulo 4, se calcula la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para cada una de las medidas de direccionalidad utilizadas, que tiene la forma

$$\mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x; a_n \dots a_0, \alpha, \beta) = \begin{cases} 1 & x < \alpha, \\ \text{poly}(x; a_n \dots a_0) & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 0 & x > \beta \end{cases} \quad (8.9)$$

donde  $\text{poly}(x; a_n \dots a_0)$  es una función polinómica de la forma

$$\text{poly}(x; a_n \dots a_0) = a_n x^n + \dots + a_1 x^1 + a_0 \quad (8.10)$$

En la Tabla 8.4 se muestran los valores de los parámetros  $a_n \dots a_0$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes a cada función, así como los errores de ajuste y de test asociados. Como en los casos anteriores, dicha tabla ha sido ordenada en

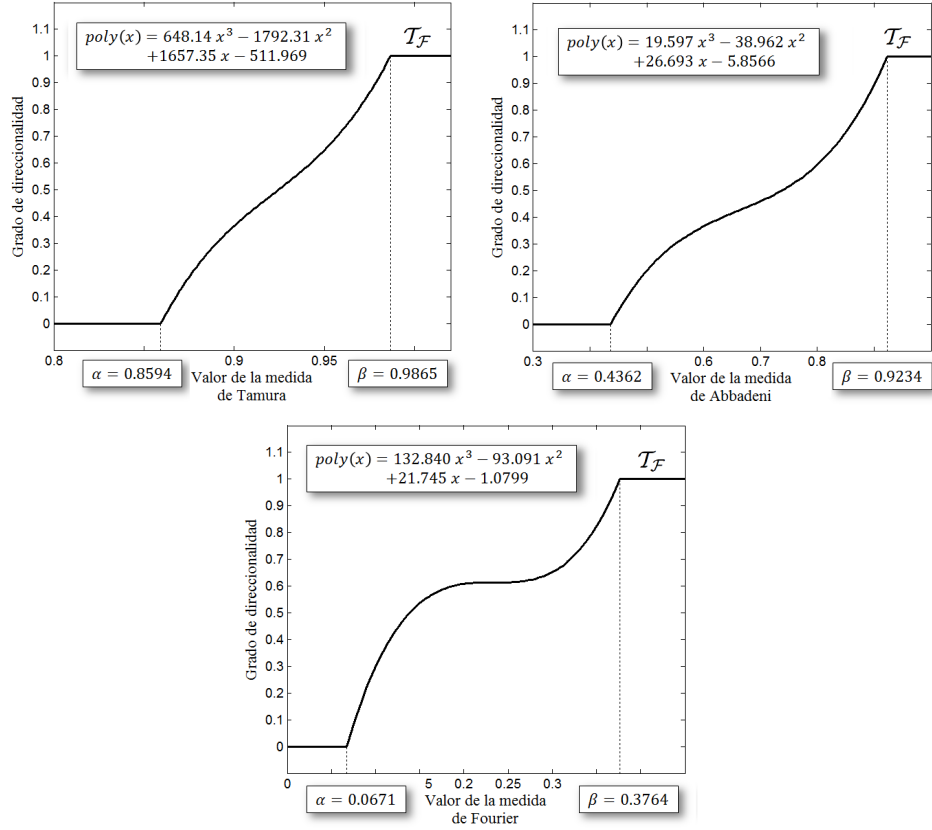


Figura 8.13: Función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  para las medidas de *Tamura* (a), *Abbadeni* (b) y *Fourier* (c).

orden creciente de los errores de ajuste y, como se puede apreciar, la medida  $\mathcal{F} = \{\textit{Tamura}\}$  [220] es la que consigue un menor error. En la Figura 8.13 se muestra la representación gráfica de dichas funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ .

### 8.3.3.2. Ajuste bidimensional

Para cada una de las parejas de medidas de direccionalidad se ha aplicado la metodología propuesta en la sección 4.3.2 del capítulo 4, obteniendo una función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(x, y; coef) = \\ &= \begin{cases} 0 & poly2(x, y; coef) < 0, \\ poly2(x, y; coef) & 0 < poly2^n(x, y; coef) < 1, \\ 1 & poly2(x, y; coef) > 1 \end{cases} \quad (8.11) \end{aligned}$$

donde  $poly2(x, y; coef)$  es una función polinómica de dos variables

$$\begin{aligned} poly2(x, y; a_{(n!+n)} \dots a_0) &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i a_{(i!+j)} x^j y^{i-j} = \\ &= a_{(n!+n)} x^n + a_{(n!+n-1)} x^{n-1} y^1 + \dots + a_2 x^1 + a_1 y^1 + a_0 \end{aligned} \quad (8.12)$$

En la Tabla 8.5 se muestran los valores de los parámetros de estas funciones, junto con los errores de ajuste y de test (en orden creciente del error de ajuste). Al igual que en los otros dos ajustes bidimensionales mostrados en esta Tesis, se observa como la combinación de dos medidas de direccionalidad permite reducir el error obtenido al aplicar cada una de ellas por separado. En este caso, la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Fourier\}$  es la que proporciona mejores resultados. En la Figura 8.14 se muestra la representación gráfica de las funciones de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondientes a todas las parejas de medidas de direccionalidad.

### 8.3.3.3. Resultados

De forma equivalente a como se ha hecho para la propiedad de contraste, en esta sección se analizará la bondad en el modelado del concepto de direccionalidad de los conjuntos difusos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que se acaban de proponer. Para ello, se realizarán varios experimentos usando imágenes donde aparecen texturas con distinto grado de presencia de direccionalidad, comprobando si la salida coincide con lo esperado por el ser humano. En dichos experimentos se aplicará el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  con el que se ha obtenido un menor error tanto de ajuste como de test, que es el correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Fourier\}$ .

### Resultados para imagen mosaico

En la Figura 8.15 se muestra el primero de los ejemplos, donde se ha empleado un mosaico compuesto por varias imágenes de textura, cada una de ellas con un grado de percepción de direccionalidad decreciente respecto a la anterior (de izquierda a derecha). Dichas imágenes forman parte del conjunto usado en la encuesta descrita en la sección 8.3.2, por lo que disponemos de las valoraciones humanas sobre dichas imágenes para poder comparar con los resultados.

La imagen mosaico utilizada se muestra en la parte superior de la Figura 8.15, y bajo ella aparece un mapeo ideal a sus valores de direccionalidad. Como en los casos anteriores, para todos los pixels correspondientes a una misma imagen de textura del mosaico, se ha considerado la misma valoración

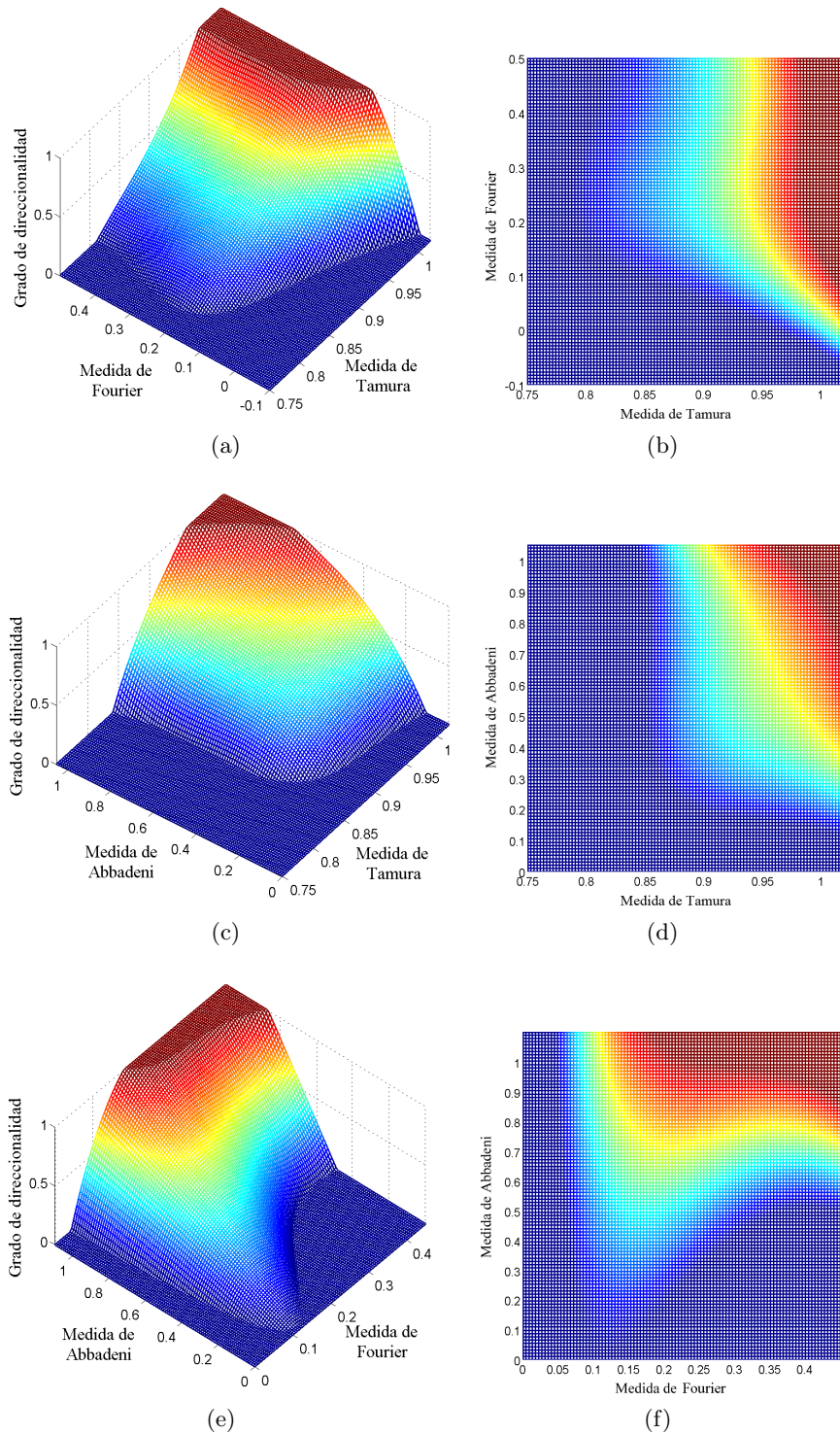


Figura 8.14: Vista 3D isométrica y vista cenital de la función de pertenencia  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a las parejas de medidas de *Tamura-Fourier* (a)(b), *Tamura-Abbadeni* (c)(d) y *Fourier-Abbadeni* (e)(f).

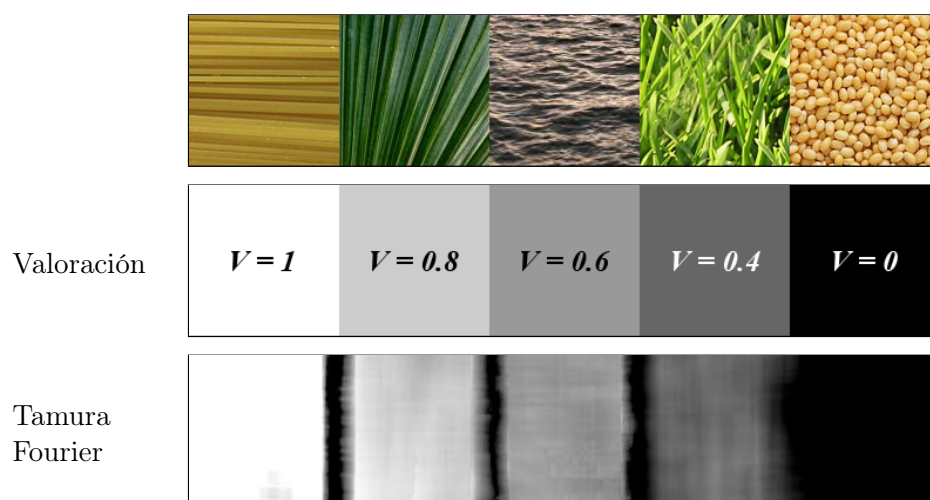


Figura 8.15: Resultados para una imagen mosaico en donde se compara el mapeo ideal con el mapeo obtenido usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Fourier\}$ .

humana acerca de la percepción de direccionalidad extraída de la encuesta<sup>2</sup>. Estas valoraciones se han mapeado en un nivel de gris entre 0 y 255, con lo que un píxel blanco en la imagen del mapeo indica máxima percepción de direccionalidad, mientras que el negro indica que no existe percepción de direccionalidad (textura omnidireccional).

Bajo el mapeo ideal, se muestra el mapeo de la imagen original a sus valores de direccionalidad usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  correspondiente a la pareja de medidas  $\mathcal{F} = \{Tamura, Fourier\}$ . En este caso también se han utilizado ventanas de tamaño  $32 \times 32$  centradas en cada uno de los píxels de la imagen, mapeando el grado obtenido a partir del modelo en un nivel de gris entre 0 y 255. Nótese que en los píxels próximos a las fronteras entre texturas este grado es muy pequeño. Esto se debe a que la orientación de los texels en las texturas colindantes es muy diferente, por lo que al tomar ventanas en las que aparecen ambas, es considerada como una textura muy poco direccional. Como se verá en los siguientes experimentos, este fenómeno es muy común, a no ser que se trate de texturas colindantes que tengan exactamente la misma orientación.

Al margen de este fenómeno, comparando el mapeo obtenido con el ideal, se comprueba como el modelo propuesto captura perfectamente la evolución

<sup>2</sup>En realidad, el mapeo ideal no sería exactamente como el mostrado en la figura, pues en los píxels próximos a las fronteras entre texturas se tomarían ventanas en las que aparecen ambas imágenes, y si dichas texturas no tienen los texels orientados en la misma dirección, como ocurre en este ejemplo, el grado de direccionalidad sería muy bajo



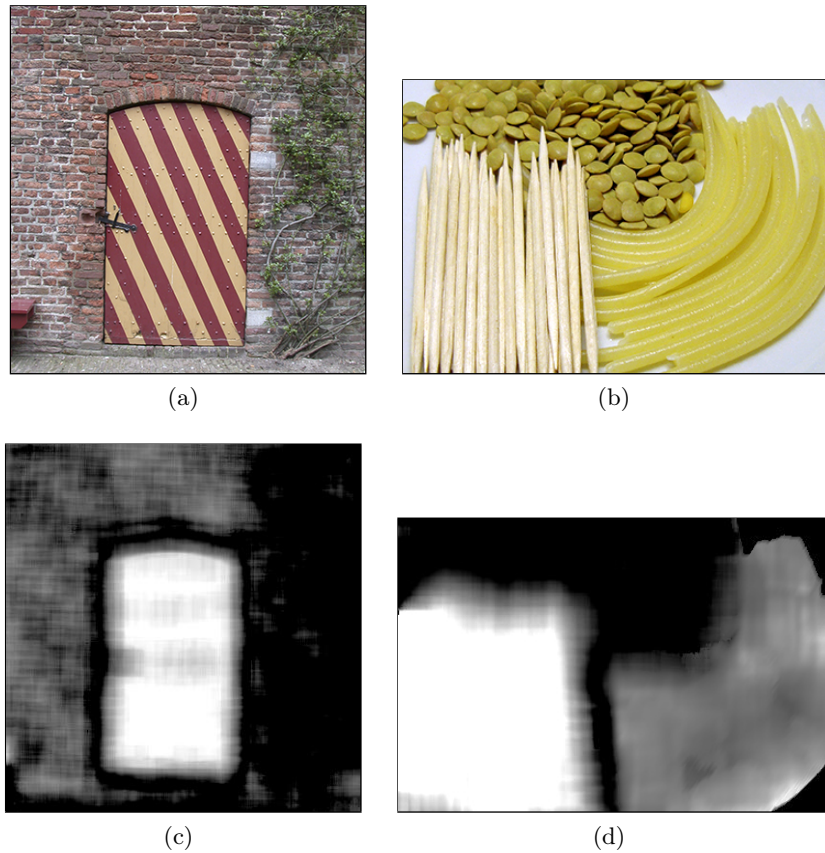


Figura 8.16: Resultados para dos imágenes naturales. (a)(b) Imágenes originales. (c)(d) Mapeos de las imágenes originales a sus valores de direccionalidad usando el modelo propuesto.

del grado de percepción de direccionalidad, guardando un gran parecido con lo esperado por el ser humano. Asimismo, al igual que en los ejemplos de finura y contraste, es posible obtener el error que se está cometiendo, entendido como la diferencia respecto al mapeo ideal. Para evitar la influencia del fenómeno de frontera que se acaba de comentar, no se tendrán en cuenta en dicho cálculo los píxeles situados en una ventana de tamaño  $32 \times 32$  alrededor de las fronteras entre las distintas texturas. El error obtenido en este caso es de 0,0837, con lo que también se comprueba numéricamente la similitud entre ambos mapeos.

### Resultados para imágenes naturales

En la Figura 8.16 se muestran dos ejemplos obtenidos al aplicar el modelo propuesto sobre imágenes naturales. Para el primero de ellos se ha utilizado la

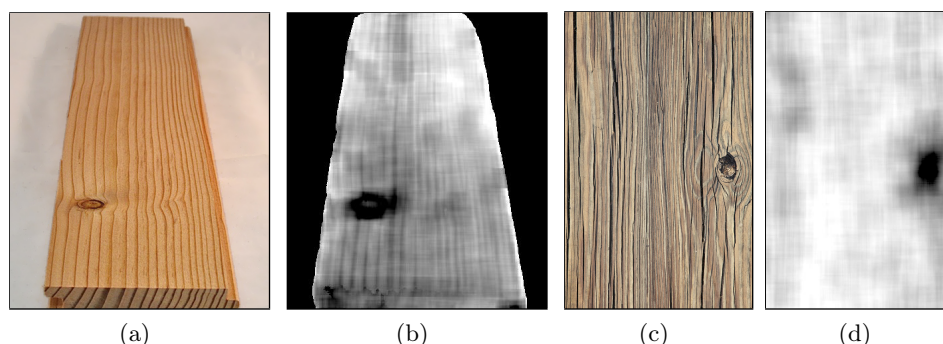


Figura 8.17: Resultados para imágenes de piezas de madera. (a)(c) Imágenes originales. (b)(d) Mapeos de las imágenes originales a sus valores de direccionalidad usando el modelo propuesto.

imagen de la Figura 8.16(a), donde se pueden apreciar tres zonas de textura con distinta direccionalidad: la puerta, que tiene una textura muy direccional, la pared de ladrillos, cuya textura tiene una direccionalidad intermedia, y la zona de la enredadera situada a la derecha de la imagen, que es muy poco direccional. En la Figura 8.16(c) se muestra el mapeo de esta imagen a los valores de direccionalidad correspondientes usando el modelo  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$ . En dicho mapeo se pueden distinguir claramente tres grados de presencia distintos, que coinciden con la direccionalidad percibida en la imagen original: una zona con un nivel de gris blanco (máxima presencia de direccionalidad), correspondiente a la zona de la puerta, una zona con un nivel de gris negro (mínima presencia de direccionalidad), correspondiente a la zona de la enredadera, y una zona con un nivel de gris intermedio, correspondiente a la pared de ladrillos. Asimismo, alrededor de la zona de la puerta se puede apreciar una franja de pixels con un nivel de gris negro que, como se ha comentado en el ejemplo anterior, se debe al efecto de frontera entre dos texturas cuyos texels tienen distinta orientación.

Las figuras 8.16(b) y 8.16(d) muestran la imagen original utilizada para el segundo experimento, así como su mapeo correspondiente. Nuevamente, dicho mapeo consigue representar de forma adecuada la direccionalidad de las distintas texturas presentes en la imagen: el montón de palillos de madera es considerado como una textura muy direccional, la pasta curvada situada a su derecha tiene una direccionalidad intermedia, mientras que el montón de lentejas de la parte superior es considerado como una textura muy poco direccional. Por tanto, se puede afirmar que en ambos experimentos el mapeo obtenido al aplicar el modelo propuesto es interpretable directamente por el ser humano.

### Resultados para imágenes con textura de madera

Generalmente, las piezas de madera usadas en construcción y fabricación de mobiliario presentan una textura con una alta direccionalidad, debido a las vetas existentes en la madera, que son muy alargadas y con una orientación predominante. Sin embargo, en ocasiones también pueden aparecer nudos, y por cuestiones estéticas puede resultar necesario identificar su presencia. En la Figura 8.17 se muestran dos ejemplos en los que se hace uso de la propiedad de direccionalidad para identificar automáticamente la presencia de estos nudos.

Las imágenes utilizadas en estos ejemplos son las mostradas en las figuras 8.17(a) y 8.17(c), en las que aparecen sendas piezas de madera con un nudo en cada una. En las figuras 8.17(b) y 8.17(d) se muestran los mapeos correspondientes a esas imágenes y, como se puede apreciar, el nudo presente en ambas piezas puede ser identificado fácilmente debido a su bajo grado de direccionalidad.

#### 8.3.4. Particiones difusas

En esta sección se muestran las particiones difusas  $\Pi_k$  obtenidas para cada una de las medidas de direccionalidad, que proporcionan un conjunto de términos lingüísticos relativos a dicha propiedad. En nuestra propuesta, la función de pertenencia  $T_k^i(x)$  asociada a cada conjunto difuso de la partición  $\Pi_k$  se ha definido mediante una función trapezoidal de la forma

$$T_k^i(x; a_k^i, b_k^i, c_k^i, d_k^i) = \begin{cases} 0 & x < a_k^i \text{ or } x > d_k^i \\ \frac{x-a_k^i}{b_k^i-a_k^i} & a_k^i \leq x \leq b_k^i \\ 1 & b_k^i \leq x \leq c_k^i \\ \frac{d_k^i-x}{d_k^i-c_k^i} & c_k^i \leq x \leq d_k^i \end{cases} \quad (8.13)$$

La metodología propuesta en el capítulo 7 ha sido aplicada sobre cada medida de direccionalidad, obteniendo tanto los parámetros  $a_k^i$ ,  $b_k^i$ ,  $c_k^i$  y  $d_k^i$  para cada función de pertenencia  $T_k^i(x)$ , como el número  $N_k$  de conjuntos difusos que es capaz de discriminar la medida. Asimismo, se ha calculado la medida de bondad  $g_k$  asociada a cada partición como

$$g_k = F_k \cdot f_k \quad (8.14)$$

donde

$$F_k = 2 \cdot \frac{\text{precision}_k \cdot \text{recall}_k}{\text{precision}_k + \text{recall}_k} \quad (8.15)$$

Tabla 8.6: Evaluación del comportamiento y medida de bondad de las particiones propuestas para cada una de las medidas de direccionalidad analizadas.

Medida	$N_k$	<i>precision</i>	<i>recall</i>	$F_k$	$g_k$
Tamura	5	0.8912	0.8118	0.8497	0.8497
Abbadeni	4	0.9041	0.8704	0.8869	0.7982
Fourier	5	0.7644	0.6962	0.7287	0.7287

y donde

$$f_k = \begin{cases} 1 & \text{si } N_k = MAX_{N_k} \\ 1 - \rho \cdot (MAX_{N_k} - N_k) & \text{si } 1 < N_k < MAX_{N_k} \\ 0 & \text{si } N_k \leq 1 \end{cases} \quad (8.16)$$

siendo  $MAX_{N_k} = \max\{N_k, k = 1, \dots, N\}$  y  $\rho = 0,1$ . En la Tabla 8.3 aparece, para cada una de las medidas de direccionalidad, el número  $N_k$  de conjuntos difusos que forman la partición  $\Pi_k$ , las métricas *precision<sub>k</sub>* y *recall<sub>k</sub>* correspondientes, el estadístico *F-measure*, y el valor de la medida de bondad  $g_k$ . De acuerdo a dicha tabla, que ha sido ordenada en orden decreciente de  $g_k$ , la medida de Tamura es la que proporciona mejores resultados.

En la Figura 8.8 se muestra la representación gráfica de las particiones difusas obtenidas para cada una de las medidas de direccionalidad (ordenadas en orden decreciente de la medida de bondad), así como los parámetros  $a_k^i, b_k^i, c_k^i$  y  $d_k^i$  correspondientes a las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  que componen cada partición.

### 8.3.5. Resultados

En esta sección, las particiones difusas obtenidas para la propiedad de direccionalidad serán aplicadas sobre varios ejemplos, analizando su bondad para representar la percepción de esta propiedad. En concreto, se usará la partición  $\Pi_k$  con una mayor valoración según la medida de bondad  $g_k$ , que es la obtenida para la medida de direccionalidad de *Tamura*.

#### Resultados para imagen mosaico

Al igual que en las anteriores secciones de resultados vistas en este capítulo, para el primer experimento, mostrado en la Figura 8.19, se ha empleado una imagen mosaico. En concreto, se trata del mismo mosaico utilizado en la sección 8.3.3.3, que está formado por cinco imágenes de textura, donde el grado de direccionalidad de cada una es decreciente (de izquierda a derecha). Las figuras 8.19(b)-(f) muestran un mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas “muy

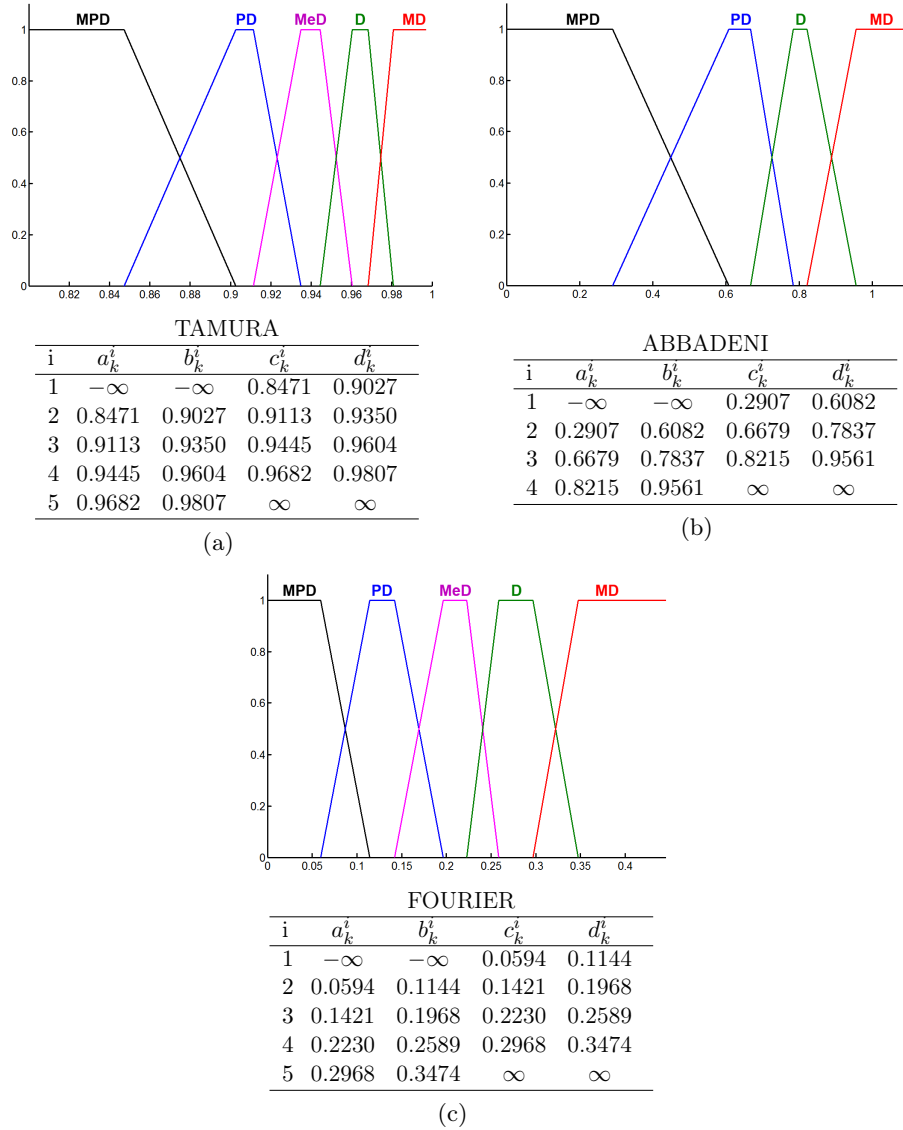


Figura 8.18: Representación gráfica y valores de los parámetros que definen las funciones de pertenencia  $T_k^i(x)$  que componen la partición para las medidas de Tamura, Abbadeni y Fourier. Las etiquetas lingüísticas son “MPD” = “muy poco direccional”, “PD” = “poco direccional”, “MeD” = “medio direccional”, “D” = “direccional”, “MD” = “muy direccional”.

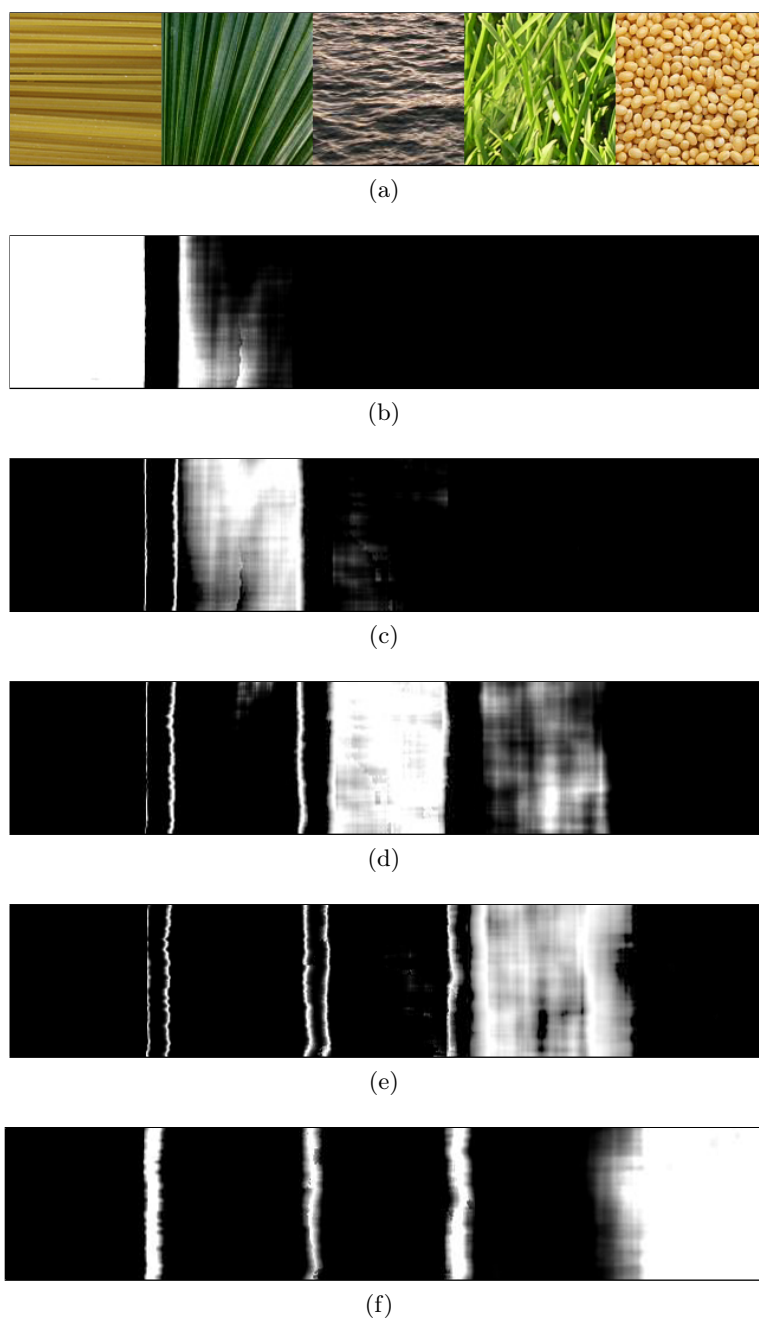


Figura 8.19: Resultado para una imagen mosaico. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy direccional”, “direccional”, “medio direccional”, “poco direccional” y “muy poco direccional”, respectivamente (cuanto más oscuro el nivel de gris, menor grado de pertenencia).

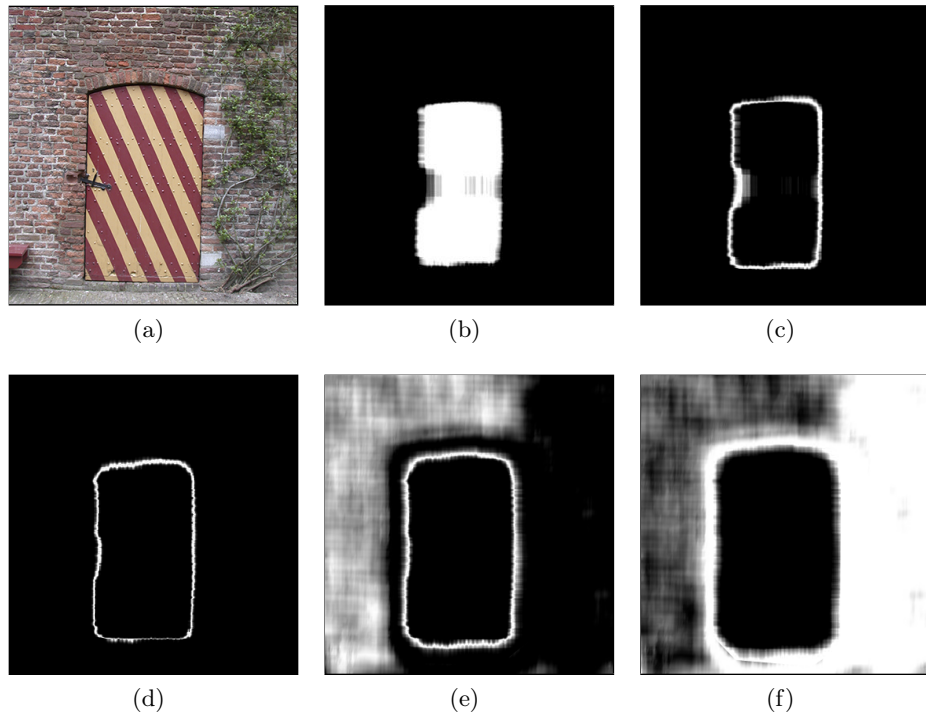


Figura 8.20: Resultado para una imagen natural. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy direccional”, “direccional”, “medio direccional”, “poco direccional” y “muy poco direccional”, respectivamente.

direccional”, “direccional”, “medio direccional”, “poco direccional” y “muy poco direccional”, respectivamente, usando la partición difusa propuesta. Como se puede apreciar, la partición propuesta captura adecuadamente la evolución del grado de percepción de direccionalidad.

Nótese que, como ya se comentó en la sección 8.3.3.3, en los píxeles próximos a las fronteras entre texturas se produce un fenómeno por el cual el grado de direccionalidad disminuye drásticamente. Así, podemos observar en la Figura 8.19(f) como las zonas proximas a las fronteras tienen un alto grado de pertenencia al conjunto difuso “muy poco direccional”.

### Resultados para imagen natural

En este segundo experimento, la partición  $\Pi_k$  es aplicada sobre la imagen natural mostrada en la Figura 8.20a, usada previamente en los experimentos de la sección 8.3.3.3. Así, se obtiene el grado de pertenencia a los conjuntos difusos con etiquetas ‘muy direccional’, “direccional”, “medio direccional”,

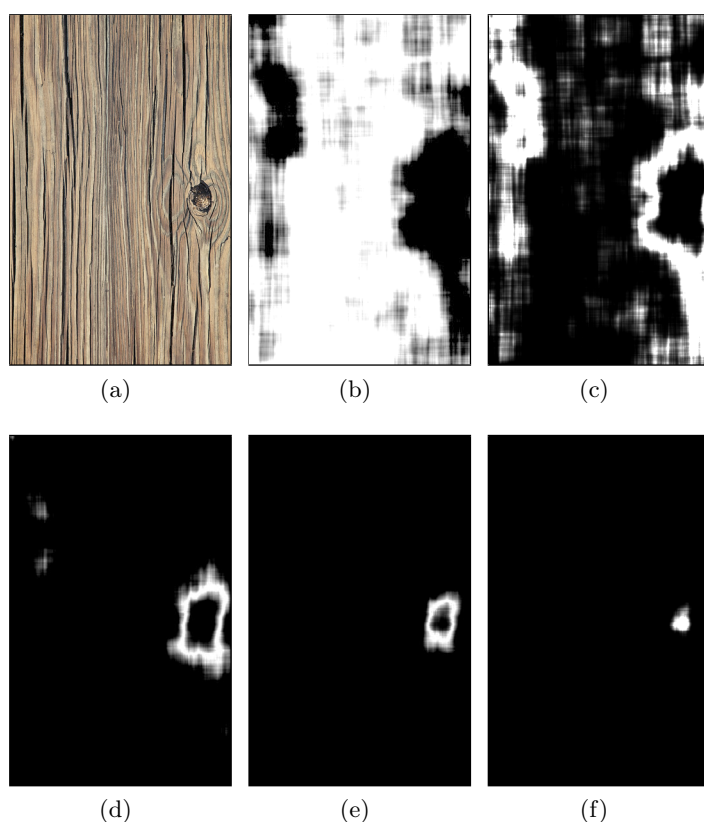


Figura 8.21: Resultados para imagen de pieza de madera. (a) Imagen original. (b)-(f) Mapeo de la imagen original al grado de pertenencia a los conjuntos difusos “muy direccional”, “direccional”, “medio direccional”, “poco direccional” y “muy poco direccional”, respectivamente.

“poco direccional” y “muy poco direccional”, cuyo mapeo se muestra en las figuras 8.20(b)-(f), respectivamente. Como se puede apreciar, la región correspondiente a la puerta tiene un grado de pertenencia muy alto al conjunto difuso con etiqueta “muy direccional” (Figura 8.20(b)), siendo muy bajo para el resto de conjuntos difusos. La zona correspondiente a la pared de ladrillos tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso con etiqueta “poco direccional” (Figura 8.20(e)), mientras que la zona de la enredadera situada a la derecha de la imagen tiene un alto grado de pertenencia al conjunto difuso con etiqueta “muy poco direccional” (Figura 8.20(f)). Así, podemos afirmar que los resultados obtenidos coinciden con lo esperado por el ser humano.



### Resultados para imagen con textura de madera

Como se ha comentado en la sección 8.3.3.3, la propiedad de direccionalidad puede ser usada para identificar automáticamente la presencia de nudos en piezas o tableros de madera. En la Figura 8.21(a) se muestra la imagen original empleada en este experimento, mientras que en las figuras 8.21(b)-(f) se ha representado el mapeo correspondiente a los conjuntos difusos con etiquetas “muy direccional”, “direccional”, “medio direccional”, “poco direccional” y “muy poco direccional”, respectivamente. Como se puede apreciar, el nudo de la pieza de madera tiene un grado de pertenencia muy alto al conjunto difuso con etiqueta “muy poco direccional” (Figura 8.20(f)), mientras que el resto de la imagen es considerada como direccional o muy direccional, debido a las vetas de la madera.

## 8.4. Conclusiones

En el presente capítulo se ha aplicado la metodología propuesta en esta Tesis sobre otras propiedades de textura, comprobando que su extensión es inmediata. En concreto, se ha planteado el modelado de las propiedades de contraste y direccionalidad, por ser consideradas en la literatura, junto con la finura, las más importantes en la interpretación visual de las texturas para el ser humano.

En lo referente al modelado difuso de textura abordado en la **parte I** de esta Tesis, en este capítulo se han obtenido unos conjuntos difusos  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  que permiten representar la incertidumbre asociada a las propiedades de contraste y direccionalidad. Las funciones de pertenencia, definidas en el dominio de un subconjunto de medidas de las estas propiedades, se han calculado relacionando los valores de las medidas computacionales con la percepción humana de la propiedad correspondiente (recogida mediante una encuesta), aplicando para ello la metodología descrita en el capítulo 4.

De esta forma, se han obtenido tanto modelos unidimensionales sobre las distintas medidas de forma individual, como modelos bidimensionales sobre parejas de medidas, empleando los *errores de ajuste* y los *errores de test* como medidas de bondad para valorar la capacidad de cada modelo para representar la percepción humana de la propiedad estudiada. Así, en el caso del contraste, se ha comprobado que el modelo con mayor bondad es el correspondiente a la pareja de medidas de contraste  $\mathcal{F} = \{Tamura, Haralick\}$ , mientras que en el caso de la direccionalidad, es el correspondiente a la pareja de medidas de direccionalidad  $\mathcal{F} = \{Tamura, Fourier\}$ . Para comprobar empíricamente la bondad de los distintos modelos, se han mostrado varios ejemplos en donde estos han sido aplicados sobre imágenes reales, analizando su comportamiento.

En lo referente al modelado de textura abordado en la **parte II** de esta

Tesis, en este capítulo se han obtenido unas particiones difusas  $\Pi_k$  sobre el dominio de las medidas computacionales de contraste y direccionalidad, siguiendo para ello las técnicas descritas en el capítulo 7. Estas particiones han permitido introducir un conjunto de términos lingüísticos relativos a las propiedades de contraste y direccionalidad.

Tanto el número de conjuntos difusos que componen la partición, como los parámetros que definen las funciones de pertenencia para cada conjunto difuso, han sido calculados a partir de la información obtenida al aplicar sobre cada una de las medidas estudiadas el análisis de distinguibilidad descrito en el capítulo 3. Asimismo, se ha calculado una medida de bondad para cada partición, comprobando que las medidas de contraste y de direccionalidad de *Tamura* son las que proporcionan mejores resultados para representar las propiedades correspondientes. Asimismo, también se ha comprobado empíricamente la bondad de estos modelos, mediante su aplicación en distintos ejemplos.



## Capítulo 9

# Conclusiones y trabajo futuro

*Explicar toda la naturaleza es una empresa demasiado difícil para una sola persona, aun para una sola época. Es mejor hacer un poco de certeza y dejar lo demás para otros que vengan después.*

Isaac Newton

Finalmente, en este capítulo se ofrece un resumen de las principales conclusiones a las que se ha llegado a lo largo de esta Tesis. Asimismo, se plantean las futuras vías de investigación abiertas a raíz de este trabajo.

### 9.1. Conclusiones

El objetivo general que ha guiado la realización de la presente Tesis ha sido el desarrollo de una metodología que permita modelar la textura en base a sus propiedades perceptuales (finura, direccionalidad, regularidad, contraste, etc). Para ello, se ha planteado un doble objetivo: por un lado, obtener modelos de textura que sean capaces de recoger la imprecisión existente acerca del cumplimiento o no de las distintas propiedades, y por otro lado, introducir una semántica basada en las propiedades perceptuales, obteniendo modelos que permitan representar términos lingüísticos similares a los empleados por el ser humano. Consideramos que ambos objetivos han sido alcanzados mediante una metodología sencilla e intuitiva, obteniendo modelos con un comportamiento adecuado y una gran capacidad de adaptación. Estos objetivos han sido abordados mediante dos enfoques difusos diferentes, y a continuación se resumen las conclusiones finales a las que se ha llegado en cada uno.

### 9.1.1. Modelado de propiedades difusas

El primer objetivo planteado en esta Tesis ha sido abordado en la **parte I** de esta memoria, donde se ha propuesto una metodología para el modelado de las propiedades perceptuales de la textura mediante conjuntos difusos, lo que permite representar la incertidumbre en el cumplimiento de dichas propiedades. Los conjuntos difusos propuestos se han definido en el dominio de un subconjunto de medidas de la propiedad estudiada (nuestro conjunto de referencia), y las funciones de pertenencia correspondientes se han obtenido relacionando los valores computacionales de las medidas con la percepción humana de dicha propiedad.

En primer lugar (capítulo 4), se ha propuesto una metodología que permite obtener modelos difusos genéricos para las propiedades de textura, los cuales pueden ser aplicados aunque no se disponga de ninguna información adicional, como el perfil de usuario o el contexto de la imagen. Estos modelos representan el grado de cumplimiento de una propiedad de acuerdo a su percepción promedio, que es recogida mediante valoraciones de distintos sujetos a partir de una encuesta. Se han propuesto técnicas para la obtención tanto de modelos unidimensionales sobre medidas computacionales de forma individual, como de modelos bidimensionales para parejas de medidas. Para medir la bondad de los distintos modelos, se ha propuesto el cálculo de *errores de ajuste* y *errores de test*, que son un indicativo de la fidelidad con la que cada modelo consigue representar la percepción humana de la propiedad correspondiente. Así, se ha comprobado que los modelos bidimensionales tienen una mayor bondad que los unidimensionales, pues la combinación de medidas computacionales permite reducir el error obtenido.

Para describir la metodología propuesta en el capítulo 4, se ha empleado como ejemplo la propiedad de finura, que es la más importante desde el punto de vista perceptual. En ese caso, el conjunto difuso que presenta mayor bondad ha sido el correspondiente a la pareja de medidas de finura  $\{FD, Amadasun\}$ . Posteriormente, en la **parte III** de esta Tesis, se ha comprobado que la extensión de esta metodología sobre otras propiedades de textura es inmediata, obteniendo los modelos difusos correspondientes a las propiedades de contraste y direccionalidad. Así, en el caso del contraste, se ha concluido que el modelo con mayor bondad es el correspondiente a la pareja de medidas de contraste  $\{Tamura, Haralick\}$ , mientras que en el caso de la direccionalidad, es el correspondiente a la pareja de medidas de direccionalidad  $\{Tamura, Fourier\}$ . Para comprobar empíricamente la bondad de los modelos propuestos, se han mostrado varios ejemplos en donde estos han sido aplicados sobre imágenes reales, concluyendo que los resultados proporcionados coinciden con lo esperado por el ser humano (de acuerdo a la percepción promedio de la propiedad correspondiente).

Posteriormente, en el capítulo 5, se ha propuesto una metodología para la obtención de modelos difusos que sean capaces de adaptarse a

distintas percepciones de la propiedad de textura. Para ello, se ha partido de los conjuntos difusos no adaptativos obtenidos en el capítulo 4 y se ha propuesto un método de adaptación a nuevos perfiles de usuario y al contexto de la imagen. Dicha adaptación consiste en una transformación de la función de pertenencia del conjunto difuso no adaptativo, usando para ello la información proporcionada por el usuario para representar su percepción particular (un conjunto de imágenes de textura), o la información del contexto extraída mediante un análisis de las texturas presentes en la imagen.

La técnica de adaptación propuesta ha sido descrita usando como ejemplo la propiedad de finura, que es la que se ha tratado con más profundidad en esta Tesis, aunque su aplicación al resto de propiedades se haría de forma similar. Para comprobar que el comportamiento de los modelos adaptados es el adecuado, se han realizado varios experimentos en donde han sido aplicados sobre imágenes reales. Por un lado, se han obtenido conjuntos difusos adaptados a distintos perfiles de usuario, comprobando que los resultados representan adecuadamente la percepción correspondiente a dichos perfiles. Por otro lado, se han obtenido conjuntos difusos adaptados al contexto de la propia imagen, analizando la bondad de estos modelos para representar la percepción de finura influenciada por el contexto.

Finalmente, en el capítulo 6, se ha propuesto una nueva aproximación difusa al modelado de las propiedades perceptuales de la textura, basada en el uso de conjuntos difusos tipo-2. El empleo de este tipo de conjuntos difusos permite tener en cuenta tanto la imprecisión del propio concepto como la incertidumbre en el grado de pertenencia. En este caso, cada valor del conjunto de referencia (el dominio de las medidas computacionales) no tiene asignado un único grado de pertenencia  $b_x$  preciso, como en las aproximaciones anteriores, sino una función de pertenencia triangular con núcleo  $b_x$ , que modela la incertidumbre acerca de dicho grado mediante la semántica *alrededor de  $b_x$* .

La metodología propuesta en el capítulo 6 permite obtener tanto conjuntos difusos tipo-2 no adaptativos, que representan la percepción promedio de la propiedad correspondiente, como conjuntos difusos tipo-2 adaptativos, que permiten modelar perfiles diferentes. En ambos casos, solo se han considerado modelos donde el conjunto de referencia esta formado por una sola medida, pues la combinación de parejas de medidas impondría modelos excesivamente complejos. La metodología propuesta ha sido aplicada sobre la propiedad de finura, analizando la bondad de los modelos obtenidos mediante varios experimentos con imágenes reales. Así, se ha comprobado que estos modelos aportan una información adicional sobre los propuestos anteriormente, pues, además de estimar el grado de finura de las texturas presentes en la imagen, también son capaces de proporcionar la incertidumbre acerca de dicho grado.

### 9.1.2. Modelado mediante variables lingüísticas

El segundo enfoque difuso propuesto en esta Tesis para modelar las propiedades de textura ha sido abordado en la **parte II** de esta memoria. En este caso, en lugar de emplear un único conjunto difuso para modelar el concepto asociado a la propiedad, se ha propuesto una partición difusa sobre el dominio de las medidas computacionales, lo que proporciona un conjunto de términos lingüísticos relativos a esta propiedad. Asimismo, únicamente se han considerado modelos unidimensionales, donde el conjunto de referencia esta formado por una sola medida.

De forma similar al enfoque anterior, en primer lugar, se ha propuesto una metodología para la obtención de particiones no adaptativas, que representan la percepción promedio de la propiedad modelada. Para ello, se ha tenido en cuenta la relación entre las medidas computacionales y la percepción humana, tanto para definir el número de conjuntos difusos como para obtener sus funciones de pertenencia. En concreto, se ha utilizado la información procedente de una encuesta para analizar la capacidad de cada medida para discriminar entre diferentes categorías de la propiedad. El número de conjuntos difusos en la partición, o lo que es lo mismo, el número de etiquetas lingüísticas, ha sido fijado como el número de clases que es capaz de discriminar la medida correspondiente. La función de pertenencia para cada conjunto difuso ha sido definida como una función trapezoidal, donde el centro y la anchura del kernel han sido fijados como el valor representativo asociado a cada una de las clases y su intervalo de confianza.

Asimismo, para poder comparar entre las particiones obtenidas para cada una de las medidas computacionales, se ha definido una medida de bondad, que tiene en cuenta tanto el número de clases que es capaz de discriminar la medida como la concordancia entre la salida proporcionada por la partición y lo esperado por el ser humano. Al igual que en el enfoque anterior, para describir la metodología propuesta se ha empleado como ejemplo la propiedad de finura, obteniendo los mejores resultados para la medida de finura de *Amadasun*. Posteriormente, en la **parte III** de esta Tesis, se ha aplicado dicha metodología sobre las propiedades de contraste y direccionalidad, comprobando que en ambos casos la medida de *Tamura* correspondiente es la que presenta una mayor bondad. El comportamiento de las particiones propuestas ha sido analizado empíricamente mediante su aplicación sobre imágenes reales, concluyendo que los resultados proporcionados coinciden con lo esperado por el ser humano, de acuerdo con la percepción promedio.

En segundo lugar, se ha propuesto un método de adaptación de las particiones obtenidas que permite tener en cuenta otras percepciones diferentes de la propiedad modelada. En concreto, al igual que en el primer enfoque, se ha planteado la adaptación a la percepción particular de nuevos usuarios y al contexto de la imagen. La técnica de adaptación propuesta ha

sido aplicada sobre la propiedad de finura, comprobando mediante varios experimentos que los resultados obtenidos representan adecuadamente la percepción correspondiente a distintos perfiles de usuario, y que tienen en cuenta la influencia del contexto de la imagen.

## 9.2. Trabajo Futuro

Como continuación del trabajo realizado en la presente Tesis, quedan abiertas algunas líneas futuras de investigación que consideramos interesantes. En esta sección se hace una breve discusión sobre cada una de ellas.

En primer lugar, se plantea la extensión de la metodología propuesta en el capítulo 4 para poder obtener modelos de más de dos dimensiones, es decir, conjuntos difusos donde el conjunto de referencia esté formado por tres o más medidas computacionales. Según se ha comprobado en esta Tesis, los modelos obtenidos a partir de la combinación de parejas de medidas proporcionan un menor error que los que se definen sobre medidas individuales. Por tanto, parece natural suponer que la combinación de tres o más medidas permitirá obtener modelos con un error más pequeño, y, por tanto, más fieles a lo esperado por el ser humano. Para ello, será necesario considerar nuevos métodos de ajuste para la obtención de las funciones de pertenencia, pues la técnica robusta propuesta en esta Tesis adquiere una complejidad excesiva para el ajuste de una cantidad tan elevada de parámetros. Asimismo, con dicha técnica se podría llegar a una solución que no fuese la óptima, pues en el ajuste iterativo de tal cantidad de parámetros influirán mucho los valores iniciales, siendo más probable caer en un mínimo local del error de ajuste. Una posible solución podría ser el empleo de algún tipo de aproximación heurística, aunque esto deberá ser estudiado más detenidamente. Nótese que, una vez obtenidos los modelos no adaptativos de más de dos dimensiones, la adaptación de dichos modelos a nuevos perfiles de usuario o al contexto de la imagen es inmediata, pues la metodología propuesta en el capítulo 5 tiene carácter general y es válida para cualquier número de dimensiones.

Un segundo trabajo futuro consistirá en extender la aproximación difusa propuesta en el capítulo 6, basada en conjuntos difusos tipo-2, para conjuntos de referencia formados por más de una medida. Como se comentó en dicho capítulo, el uso de conjuntos difusos tipo-2 implica añadir una dimensión más en la representación de estos modelos. Por eso, en esta Tesis no se ha considerado la combinación de parejas de medidas para esa aproximación, pues impondría modelos en cuatro dimensiones, excesivamente complejos en su interpretación. Sin embargo, obviando los problemas de representación, podría ser interesante en la práctica disponer de este tipo de modelos, que tienen un menor error, siempre que se definiese una técnica de ajuste apropiada.

Asimismo, otra línea futura de investigación basada en los conjuntos



difusos tipo-2 podría ser su aplicación para representar otro tipo de incertidumbre en el modelado de la propiedad de textura. Así, por ejemplo, se podría considerar la opción de no agregar la opinión de los sujetos encuestados en una única valoración para el ajuste de la función de pertenencia, sino mantener todas las valoraciones. En ese caso, los conjuntos difusos tipo-2 podrían emplearse para representar tanto la imprecisión relativa a la propiedad de textura como la incertidumbre en la percepción de esta propiedad de los distintos sujetos encuestados.

Otro problema interesante que se estudiará en el futuro es la extensión de la metodología propuesta en el capítulo 7 para poder definir particiones multidimensionales, es decir, particiones en las que el conjunto de referencia este formado por más de una medida. En ese caso, sería necesario modificar el análisis de distinguibilidad propuesto para permitir su aplicación sobre la combinación de varias medidas. A partir de dicho análisis se podrá obtener tanto el número de clases distintas que pueden ser discriminadas por el subconjunto de medidas correspondiente, como los parámetros de la función de pertenencia para cada conjunto difuso, de una manera equivalente a la propuesta en esta Tesis (considerando funciones trapezoidales multidimensionales).

Además de esta extensión al caso multidimensional, otro trabajo futuro que se planteará en relación al modelado mediante variables lingüísticas es el uso de conjuntos difusos tipo-2 para definir la partición, lo que permitirá tener en cuenta también la incertidumbre en el grado de pertenencia a las distintas etiquetas lingüísticas. Asimismo, deberá generalizarse la técnica de adaptación propuesta en el capítulo 7 para poder ser aplicada sobre particiones multidimensionales, tanto con conjuntos difusos tipo-1, como tipo-2.

Finalmente, también se plantea como trabajo futuro la aplicación de la metodología propuesta sobre otras propiedades de la textura distintas a las modeladas en esta Tesis, como la linealidad, la regularidad, la aleatoriedad, etc. Además, una vez modeladas todas la propiedades perceptuales, sería muy interesante la definición de descriptores de textura basados en dichos modelos, así como su uso en aplicaciones como la recuperación de imágenes basada en contenido.

Parte IV

Apéndices



## Apéndice A

# Las encuestas


*Aquel que pregunta es un tonto por cinco minutos, pero el que no pregunta permanece tonto por siempre.*

Proverbio chino

En este apéndice se muestra la plantilla de la encuesta realizada para el estudio de la percepción de finura comentado en el capítulo 3 (sección A.1), así como las valoraciones humanas obtenidas para cada una de las imágenes del conjunto  $\mathcal{I}$  una vez agregada la opinión de todos los sujetos encuestados (sección A.2). Asimismo, también se muestran las plantillas de las encuestas realizadas para las propiedades de contraste (sección A.3) y direccionalidad (sección A.4), utilizadas en el capítulo 8. Para estas propiedades, no se presentan las valoraciones humanas obtenidas tras la agregación, pues no se ha realizado un estudio en profundidad, contando únicamente con la opinión de 3 sujetos encuestados.

### A.1. Plantilla de la Encuesta de Finura

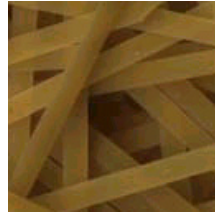
Imágenes de muestra asociadas a la clase			Imágenes asignadas
			
			
			
			
			

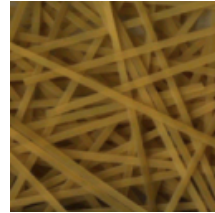
## A.2. Valoraciones Humanas de Finura para las Imágenes de $\mathcal{I}$



$$v^1 = 0$$



$$v^2 = 0$$



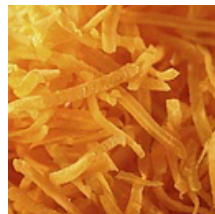
$$v^3 = 0,625$$



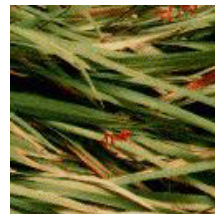
$$v^4 = 1$$



$$v^5 = 0,875$$



$$v^6 = 0,125$$



$$v^7 = 0,542$$



$$v^8 = 0,5$$



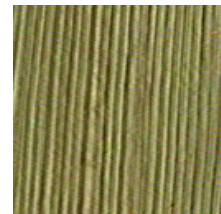
$$v^9 = 0,917$$



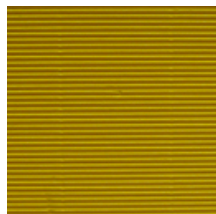
$$v^{10} = 0,333$$



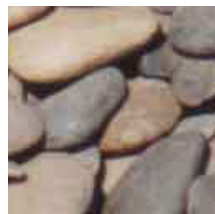
$$v^{11} = 0,25$$



$$v^{12} = 0,75$$



$$v^{13} = 0,958$$



$$v^{14} = 0$$



$$v^{15} = 0$$



$$v^{16} = 1$$



$$v^{17} = 0,583$$



$$v^{18} = 0,25$$



$$v^{19} = 1$$



$$v^{20} = 0$$





$$v^{21} = 0,333$$



$$v^{22} = 0,25$$



$$v^{23} = 0,25$$



$$v^{24} = 0,125$$



$$v^{25} = 1$$



$$v^{26} = 0$$



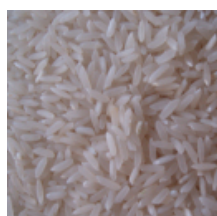
$$v^{27} = 0,125$$



$$v^{28} = 0$$



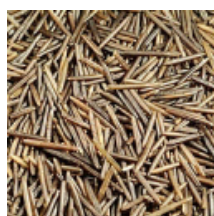
$$v^{29} = 0$$



$$v^{30} = 0,667$$



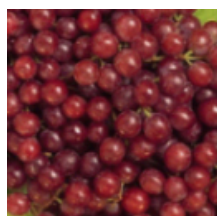
$$v^{31} = 0,125$$



$$v^{32} = 0,75$$



$$v^{33} = 1$$



$$v^{34} = 0$$



$$v^{35} = 0,875$$



$$v^{36} = 0$$



$$v^{37} = 0$$



$$v^{38} = 0,375$$



$$v^{39} = 0$$



$$v^{40} = 0$$





$$v^{41} = 0,625$$



$$v^{42} = 1$$



$$v^{43} = 0,5$$



$$v^{44} = 0$$



$$v^{45} = 0,917$$



$$v^{46} = 1$$



$$v^{47} = 0,75$$



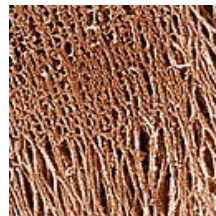
$$v^{48} = 0,5$$



$$v^{49} = 0$$



$$v^{50} = 0,792$$



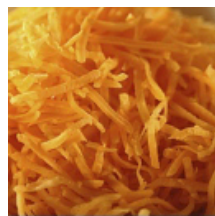
$$v^{51} = 0,875$$



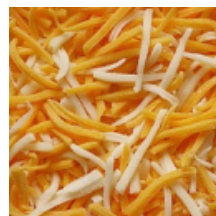
$$v^{52} = 0$$



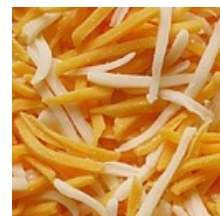
$$v^{53} = 0,625$$



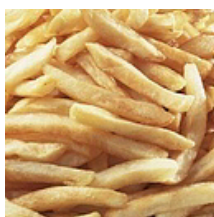
$$v^{54} = 0,5$$



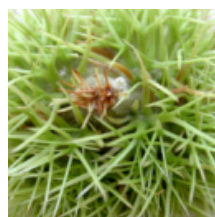
$$v^{55} = 0,625$$



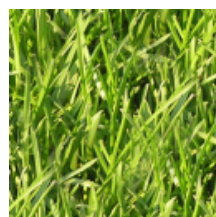
$$v^{56} = 0,292$$



$$v^{57} = 0,042$$



$$v^{58} = 0,875$$



$$v^{59} = 0,875$$



$$v^{60} = 0,625$$



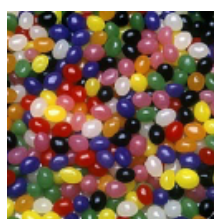
$$v^{61} = 0,5$$



$$v^{62} = 0,375$$



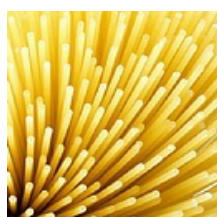
$$v^{63} = 0,125$$



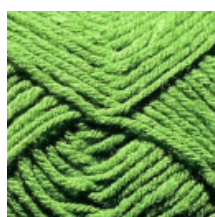
$$v^{64} = 0,125$$



$$v^{65} = 0,75$$



$$v^{66} = 0,625$$



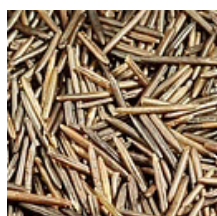
$$v^{67} = 0,458$$



$$v^{68} = 0,5$$



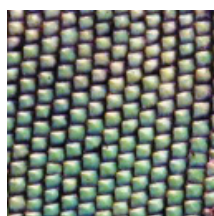
$$v^{69} = 0,75$$



$$v^{70} = 0,625$$



$$v^{71} = 0,5$$



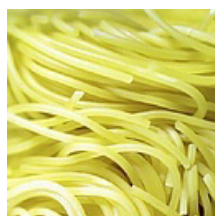
$$v^{72} = 0,25$$



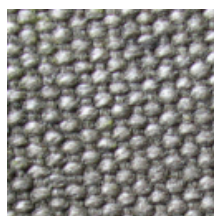
$$v^{73} = 0,125$$



$$v^{74} = 0,75$$



$$v^{75} = 0,542$$



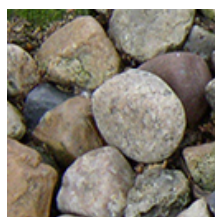
$$v^{76} = 0,125$$



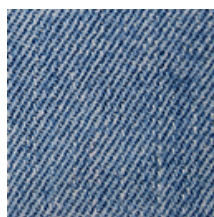
$$v^{77} = 0,25$$



$$v^{78} = 1$$



$$v^{79} = 0$$



$$v^{80} = 1$$



### A.3. Plantilla de la Encuesta de Contraste

Imágenes de muestra asociadas a la clase			Imágenes asignadas
			
			
			
			
			

**A.4. Plantilla de la Encuesta de Direccionalidad**

Imágenes de muestra asociadas a la clase	Imágenes asignadas
	
	
	
	
	
	



## Apéndice B

# Ajuste robusto basado en M-estimadores

*Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte tan admirablemente a los objetos de la realidad.*

Albert Einstein

Los M-estimadores son generalizaciones de las tradicionales estimaciones de máxima verosimilitud, y, por tanto, del ajuste por mínimos cuadrados. Si consideramos una función  $\mathcal{T}_{\mathcal{F}}$  definida por  $D$  parámetros  $p_1, \dots, p_D$ , estos parámetros serán obtenidos como aquellos que minimizan la siguiente función de error:

$$\operatorname{argmín}_{p_1, \dots, p_D} \sum_{i=1}^N \rho(\mathbf{r}_w^i) \quad (\text{B.1})$$

donde  $\mathbf{r}_w^i$  son los residuos del ajuste, definidos como:

$$\mathbf{r}_w^i = v^i - \mathcal{T}_{\mathcal{F}}(\mathbf{M}_w^i; p_1 \dots p_D) \quad (\text{B.2})$$

y la función  $\rho$  impone la contribución de cada residuo al modelo, cuyo objetivo es reducir el efecto de los outliers. Esta función  $\rho$  debe tener las siguientes propiedades:

- $\rho$  debe ser una función simétrica definida positiva.
- $\rho$  debe tener un único mínimo en cero (cuando el residuo es cero).
- $\rho$  debe ser derivable.

El problema de minimización se resuelve encontrando los parámetros  $p_1, \dots, p_D$  que son la solución del siguiente sistema de  $D$  ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial \rho(\mathbf{r}_w^i)}{\partial \mathbf{r}_w^i} \frac{\partial \mathbf{r}_w^i}{\partial p_j} = 0 \quad j = 1, \dots, D \quad (\text{B.3})$$

En lugar de resolver directamente este problema, lo que se suele hacer es definir una función de pesos de la forma:

$$\omega(x) = \frac{\partial \rho(x)/\partial x}{x} \quad (\text{B.4})$$

Sustituyendo en la Ecuación B.3 obtenemos:

$$\sum_{i=1}^N \omega(\mathbf{r}_w^i) \mathbf{r}_w^i \frac{\partial \mathbf{r}_w^i}{\partial p_j} = 0 \quad j = 1, \dots, D \quad (\text{B.5})$$

Así, se ha llegado a un problema de mínimos cuadrados pesados. Sin embargo, tiene la particularidad de que los pesos dependen de los residuos, los residuos dependen de los parámetros estimados, y los parámetros estimados dependen a su vez de los pesos. Por tanto, será necesario emplear una solución iterativa para resolver este problema, que se conoce como algoritmo IRLS (Iteratively Reweighted Least-Squares). En este proceso se alternan pasos en los que se calculan los pesos usando los parámetros estimados actuales y pasos en los que se resuelve la Ecuación B.5 para estimar los nuevos parámetros con los pesos fijados.

La función  $\rho$  es elegida para que los puntos identificados como posibles outliers vayan obteniendo un peso menor en cada iteración. En esta Tesis se ha elegido una de las funciones más usadas en la literatura, que proporciona una gran robustez frente a outliers: la *función bicuadrada de Tukey* [25]. La descripción matemática de la función objetivo  $\rho(\mathbf{r}_w^i)$  y de la función de pesos  $\omega(\mathbf{r}_w^i)$  es la siguiente:

$$\rho(\mathbf{r}_w^i) = \begin{cases} \frac{k^2}{6} \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{\mathbf{r}_w^i}{k} \right)^2 \right)^3 \right] & \text{if } |\mathbf{r}_w^i| \leq k \\ \frac{k^2}{6} & \text{if } |\mathbf{r}_w^i| > k \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

$$\omega(\mathbf{r}_w^i) = \begin{cases} \left( 1 - \left( \frac{\mathbf{r}_w^i}{k} \right)^2 \right)^2 & \text{if } |\mathbf{r}_w^i| \leq k \\ 0 & \text{if } |\mathbf{r}_w^i| > k \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

donde  $k$  es una constante denominada *constante de ajuste* (tuning constant), que debe ser recalculada en cada iteración y que se define como:

$$k = 4,685\sigma \quad \text{con } \sigma = \frac{\text{mediana} |\mathbf{r}_w^i - \mu_r|}{0,6745} \quad (\text{B.8})$$

## Apéndice C

# Publicaciones relacionadas con la Tesis

*No existen más que dos reglas para escribir: tener algo que decir y decirlo.*

Oscar Wilde

Parte de los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta Tesis Doctoral se han incluido en las siguientes publicaciones:

- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and D. Sánchez. Introducing type-2 fuzzy sets for image texture modelling. *International Journal of Computational Intelligence and Applications (IJCIA)*, 9(3):171–185, 2010
- J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. A comparative study of texture coarseness measures. In *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 1337–1340, November 2009
- J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Fuzzy sets for image texture modelling based on human distinguishability of coarseness. In *Lecture Notes in Artificial Intelligence LNAI 5571, International Workshop on Fuzzy Logic and Applications (WILF'09)*, pages 229–236. Palermo (Italy), June 2009



- J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Texture measuring by means of perceptually-based fineness functions. In *Lecture Notes in Computer Science LNCS 5524, 4th Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IbPRIA2009)*, pages 265–272. Oporto (Portugal), June 2009
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Defining a fuzzy partition for coarseness modelling in texture images. In *Proc. International Fuzzy System Association Conference (IFSA)*, pages 1763–1767, July 2009
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Defining bidimensional fuzzy sets for coarseness modelling in texture images. In *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (Fuzz-IEEE 2009)*, pages 1358–1363, July 2009
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and D. Sánchez. Introducing type-2 fuzzy sets for image texture modelling. In *Proc. International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA 2009)*, pages 1371–1376. Pisa (Italy), November 2009
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. A fuzzy approach for retrieving images in databases using dominant color and texture descriptors. In *Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, pages 88–94. Barcelona (Spain), July 2010
- J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. An adaptative fuzzy approach for texture modelling. In *Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, pages 624–629. Barcelona (Spain), July 2010
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Retrieving texture images using coarseness fuzzy partitions. In *Proc. Information Processing and Management of Uncertainty International Conference (IPMU 2010)*, pages 542–551. Dortmund (Germany), June 2010
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. On fuzzy partitions for visual texture modelling. In *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (Fuzz-IEEE 2011)*, pages 759–765. Taipei (Taiwan), June 2011
- J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Visual coarseness representation by means of fuzzy sets. *Proc. Spanish Conference on Fuzzy Logic and Technologies (ESTYLF 2008)*, pages 331–338, 2008

- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Coarseness fuzzy partitions applied to texture image retrieval. In *Proc. Spanish Conference on Fuzzy Logic and Technologies (ESTYLF 2010)*, pages 337–342. Huelva (Spain), February 2010
- J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Fuzzy sets for image texture modelling based on human distinguishability of coarseness. In *Proc. II Jornadas Andaluzas de Informática (JAI 2011)*, volume I, pages 58–62. Canillas de Aceituno, Málaga (Spain), September 2011



# Bibliografía

*Todos los hombres que conozco son superiores a mí en algún sentido. En ese sentido aprendo de ellos.*

Ralph Waldo Emerson

- [1] N. Abbadeni. Content representation and similarity matching for texture-based image retrieval. In *Proc. 5th ACM SIGMM international workshop on Multimedia information retrieval*, MIR '03, pages 63–70, 2003.
- [2] N. Abbadeni. Perceptual image retrieval. In *Visual Information and Information Systems*, volume 3736 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 259–268. Springer-Verlag, 2006.
- [3] N. Abbadeni. Information retrieval from visual databases using multiple representations and multiple queries. In *Proc. ACM symposium on Applied Computing*, SAC '09, pages 1523–1527, 2009.
- [4] N. Abbadeni. Computational perceptual features for texture representation and retrieval. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(1):236–246, January 2011.
- [5] N. Abbadeni, D. Zhou, and S. Wang. Computational measures corresponding to perceptual textural features. In *Proc. International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 897–900, 2000.
- [6] N. Abbadeni, N. Ziou, and D.S. Wang. Autocovariance-based perceptual textural features corresponding to human visual perception. In *Proc. 15th International Conference on Pattern Recognition*, volume 3, pages 901–904, 2000.
- [7] N. Abbandeni. A new similarity matching measure: Application to texture-based image retrieval. In *Proc. 3rd International Workshop on Texture Analysis and Synthesis*, pages 264–271, 2003.

- [8] A. Abdesselam. Texture image retrieval using local binary edge patterns. In *Digital Information and Communication Technology and Its Applications*, volume 166 of *Communications in Computer and Information Science*, pages 219–230. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [9] G.C.K. Abhayaratne, I.H. Jermyn, and J.B. Zerubia. Texture analysis using adaptive biorthogonal wavelet packets. In *Proc. International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages II: 1197–1200, 2004.
- [10] H. Aboulmagd, N. El-Gayar, and H. Onsi. A new approach in content-based image retrieval using fuzzy. *Telecommunication Systems*, 40(1):55–66, 2008.
- [11] M. Amadasun and R. King. Textural features corresponding to textural properties. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 19(5):1264–1274, 1989.
- [12] S. Arivazhagan and L. Ganesan. Texture segmentation using wavelet transform. *Pattern Recognition Letters*, 24(16):3197–3203, 2003.
- [13] S. Arivazhagan, L. Ganesan, and S.P. Priyal. Texture classification using gabor wavelets based rotation invariant features. *Pattern Recognition Letters*, 27(16):1976–1982, 2006.
- [14] S. Arivazhagan, L. Ganesan, and T. Subash-Kumar. A modified statistical approach for image fusion using wavelet transform. *Signal, Image and Video Processing*, 3:137–144, 2009.
- [15] V. Arvis, C. Debain, M. Berducat, and A. Benassi. Generalization of the cooccurrence matrix for colour images, application to colour texture classification. *Image Analysis and Stereology*, 23(1), 2011.
- [16] V. Atlamazoglou, D. Yova, N. Kavantzias, and S. Loukas. Texture analysis of fluorescence microscopic images of colonic tissue sections. *Medical and biological engineering and computing*, 39(2):145–151, 2001.
- [17] D.B. Aydogan. *Texture analysis of biomedical images based on dual-tree complex wavelet transform*. PhD thesis, University of Tampere, Finland, 2006.
- [18] N. Baaziz, O. Abahmane, and R. Missaoui. Texture feature extraction in the spatial-frequency domain for content-based image retrieval. *Computing Research Repository*, abs/1012.5208, 2010.
- [19] D.H. Ballard and C.M. Brown. *Computer Vision*. Prentice-Hall, 1982.
- [20] A. Baraldi and F. Parmiggiani. An investigation of the textural characteristics associated with gray level cooccurrence matrix statistical

- parameters. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 33(2):293–304, March 1995.
- [21] A. Barcelo, E. Montseny, and P. Sobrevilla. Fuzzy texture unit and fuzzy texture spectrum for texture characterization. *Fuzzy Sets and Systems*, 158:239–252, 2007.
- [22] X.L. Bardera. *Texture recognition under varying geometries*. PhD thesis, University of Girona, Girona, Spain, 2003.
- [23] M. Barnathan, J. Zhang, E. Miranda, V. Megalooikonomou, S. Faro, H. Hensley, L. del Valle, K. Khalili, J. Gordon, and F.B. Mohamed. A texture-based methodology for identifying tissue type in magnetic resonance images. In *Proc. 5th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro (ISBI)*, pages 464–467, 2008.
- [24] S. Battiato, G. Gallo, and S. Nicotra. Perceptive visual texture classification and retrieval. *Proc. International Conference on Image Analysis and Processing*, pages 524–529, 2003.
- [25] A.E. Beaton and J.W. Tukey. The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-spectroscopic data. *Technometrics*, 16:147–185, 1974.
- [26] L.M. Bellis, A.M. Pidgeon, V.C. Radeloff, V. St-Louis, J.L. Navarro, and M.B. Martella. Modeling habitat suitability for Greater Rheas based on satellite image texture. *Ecological applications*, 18(8):1956–1966, 2008.
- [27] S. Belongie, C. Carson, H. Greenspan, and J. Malik. Color and texture-based image segmentation using EM and its application to content-based image retrieval. In *Proc. 6th International Conference on Computer Vision*, pages 675–682, 1998.
- [28] M. Benjelil, S. Kanoun, R. Mullot, and A. Alimi. Complex documents images segmentation based on steerable pyramid features. *International Journal on Document Analysis and Recognition*, 13:209–228, 2010.
- [29] J. Besag. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 36(2):192–236, 1974.
- [30] F. Bianconi and A. Fernández. Evaluation of the effects of gabor filter parameters on texture classification. *Pattern Recognition*, 40(12):3325–3335, 2007.

- [31] A. Bigand and O. Colot. Fuzzy filter based on interval-valued fuzzy sets for image filtering. *Fuzzy Sets and Systems*, 161:96–117, 2010.
- [32] D. Blostein and N. Ahuja. Shape from texture: integrating texture-element extraction and surface estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(12):1233–1251, December 1989.
- [33] J.S. De Bonet. Multiresolution sampling procedure for analysis and synthesis of texture images. In *Proc. 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '97, pages 361–368, 1997.
- [34] C. Boukouvalas, J. Kittler, R. Marik, and M. Petrou. Color grading of randomly textured ceramic tiles using color histograms. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(1):219–226, February 1999.
- [35] K. Brady, I.H. Jermyn, and J.B. Zerubia. Adaptive probabilistic models of wavelet packets for the analysis and segmentation of textured remote sensing images. In *Proc. British Machine Vision Conference*, 2003.
- [36] P. Brodatz. *Textures: a photographic album for artists and designers*. Dover Publishing Co., 1966.
- [37] H. Bustince, E. Barrenechea, M. Pagola, and J. Fernandez. Interval-valued fuzzy sets constructed from matrices: Application to edge detection. *Fuzzy Sets and Systems*, 160:1819–1840, 2009.
- [38] H. Bustince, E. Barrenechea, M. Pagola, and R. Orduna. Construction of interval type 2 fuzzy images to represent images in grayscale. False edges. In *Proc. IEEE Fuzzy Systems Conference*, pages 73–78, 2007.
- [39] T.M. Caelli. *Visual perception*. Pergamon international library of science, technology, engineering, and social studies. Pergamon, 1981.
- [40] J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698, 1986.
- [41] E.J. Carton, J.S. Weszka, and A. Rosenfeld. *Some basic texture analysis techniques*. University of Maryland, Computer Science Center, 1974.
- [42] O. Castillo and P. Melin. *Type-2 Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer, 2008.
- [43] T. Celik and T. Tjahjadi. Bayesian texture classification and retrieval based on multiscale feature vector. *Pattern Recognition Letters*, 32(2):159–167, 2011.

- 
- [44] J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Visual coarseness representation by means of fuzzy sets. *Proc. Spanish Conference on Fuzzy Logic and Technologies (ESTYLF 2008)*, pages 331–338, 2008.
- [45] J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. A comparative study of texture coarseness measures. In *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 1337–1340, November 2009.
- [46] J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Fuzzy sets for image texture modelling based on human distinguishability of coarseness. In *Lecture Notes in Artificial Intelligence LNAI 5571, International Workshop on Fuzzy Logic and Applications (WILF'09)*, pages 229–236. Palermo (Italy), June 2009.
- [47] J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. Texture measuring by means of perceptually-based fineness functions. In *Lecture Notes in Computer Science LNCS 5524, 4th Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IbPRIA2009)*, pages 265–272. Oporto (Portugal), June 2009.
- [48] J. Chamorro-Martínez and P. Martínez-Jiménez. An adaptative fuzzy approach for texture modelling. In *Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, pages 624–629. Barcelona (Spain), July 2010.
- [49] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and D. Sánchez. Introducing type-2 fuzzy sets for image texture modelling. In *Proc. International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA 2009)*, pages 1371–1376. Pisa (Italy), November 2009.
- [50] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and D. Sánchez. Introducing type-2 fuzzy sets for image texture modelling. *International Journal of Computational Intelligence and Applications (IJCIA)*, 9(3):171–185, 2010.
- [51] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Defining a fuzzy partition for coarseness modelling in texture images. In *Proc. International Fuzzy System Association Conference (IFSA)*, pages 1763–1767, July 2009.
- [52] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Defining bidimensional fuzzy sets for coarseness modelling in texture images. In *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (Fuzz-IEEE 2009)*, pages 1358–1363, July 2009.



- [53] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Coarseness fuzzy partitions applied to texture image retrieval. In *Proc. Spanish Conference on Fuzzy Logic and Technologies (ESTYLF 2010)*, pages 337–342. Huelva (Spain), February 2010.
- [54] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. A fuzzy approach for retrieving images in databases using dominant color and texture descriptors. In *Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010)*, pages 88–94. Barcelona (Spain), July 2010.
- [55] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Retrieving texture images using coarseness fuzzy partitions. In *Proc. Information Processing and Management of Uncertainty International Conference (IPMU 2010)*, pages 542–551. Dortmund (Germany), June 2010.
- [56] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. Fuzzy sets for image texture modelling based on human distinguishability of coarseness. In *Proc. II Jornadas Andaluzas de Informática (JAI 2011)*, volume I, pages 58–62. Canillas de Aceituno, Málaga (Spain), September 2011.
- [57] J. Chamorro-Martínez, P. Martínez-Jiménez, and J.M. Soto-Hidalgo. On fuzzy partitions for visual texture modelling. In *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (Fuzz-IEEE 2011)*, pages 759–765. Taipei (Taiwan), June 2011.
- [58] T. Chang and C.C.J. Kuo. Texture analysis and classification with tree-structured wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2(4):429–441, October 1993.
- [59] R. Chellappa and S. Chatterjee. Classification of textures using gaussian Markov random fields. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 33(4):959–963, 1985.
- [60] C.C. Chen and C.L. Huang. Markov random fields for texture classification. *Pattern Recognition Letters*, 14(11):907–914, 1993.
- [61] Y.Q. Chen. *Novel techniques for image texture classification*. PhD thesis, University of Southampton, Southampton, UK, March 1995.
- [62] C.Y. Chiu, H.C. Lin, and S.N. Yang. Texture retrieval with linguistic descriptions. In *Advances in Multimedia Information Processing*, volume 2195 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 308–315. Springer Berlin / Heidelberg, 2001.

- [63] C.Y. Chiu, H.C. Lin, and S.N. Yang. A fuzzy logic CBIR system. In *Proc. 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 2, pages 1171–1176, May 2003.
- [64] C.Y. Chiu, H.C. Lin, and S.N. Yang. Learning human perceptual concepts in a fuzzy CBIR system. In *Proc. 5th International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICCIMA)*, pages 330–335, September 2003.
- [65] B.I. Choi and F.C.H. Rhee. Interval type-2 fuzzy membership function generation methods for pattern recognition. *Journal Information Sciences*, 179(13):2102–2122, 2009.
- [66] S.K. Choy and C.S. Tong. Statistical wavelet subband characterization based on generalized gamma density and its application in texture retrieval. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(2):281–289, February 2010.
- [67] A. Chu, C.M. Sehgal, and J.F. Greenleaf. Use of gray value distribution of run lengths for texture analysis. *Pattern Recognition Letters*, 11:415–420, June 1990.
- [68] D.A. Clausi and H. Deng. Design-based texture feature fusion using gabor filters and co-occurrence probabilities. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(7):925–936, July 2005.
- [69] F.S. Cohen and D.B. Cooper. Simple parallel hierarchical and relaxation algorithms for segmenting noncausal markovian random fields. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-9(2):195–219, March 1987.
- [70] P.R. Cohen. *Empirical methods for artificial intelligence*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1995.
- [71] R.W. Connors and C.A. Harlow. A theoretical comparison of texture algorithms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-2(3):204–222, 1980.
- [72] R. Cossu. Segmentation by means of textural analysis. *Pixel*, 1(2):21–24, 1988.
- [73] P. Couto, A. Jurio, A. Varejão, M. Pagola, H. Bustince, and P. Melo-Pinto. An IVFS-based image segmentation methodology for rat gait analysis. *Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 15(10):1937–1944, 2011.
- [74] G.R. Cross and A.K. Jain. Markov random field texture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-5(1):25–39, January 1983.

- [75] R. da Silva, R. Minetto, W. Schwartz, and H. Pedrini. Satellite image segmentation using wavelet transforms based on color and texture features. In *Advances in Visual Computing*, volume 5359 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 113–122. Springer Berlin / Heidelberg, 2008.
- [76] B.V. Dasarathy and E.B. Holder. Image characterizations based on joint gray level-run length distributions. *Pattern Recognition Letters*, 12:497–502, August 1991.
- [77] F. D´Astous and M.E.Jernigan. Texture discrimination based on detailed measures of the power spectrum. *Proc. International Conference on Pattern Recognition*, pages 83–86, 1984.
- [78] I. Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1992.
- [79] J.G. Daugman. Two-dimensional spectral analysis of cortical receptive field profiles. *Vision Research*, 20(10):847–856, 1980.
- [80] J.G. Daugman. Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency, and orientation optimized by two-dimensional visual cortical filters. *Journal of the Optical Society of America A Optics and image science*, 2(7):1160–1169, 1985.
- [81] E.R. Davies. *Machine Vision: Theory, Algorithms, Practicalities*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2004.
- [82] R.L. DeValois, D.G. Albrecht, and L.G. Thorell. Spatial frequency selectivity of cells in macaque visual cortex. *Vision Research*, 22(5):545 – 559, 1982.
- [83] R.T. Elunai. *Particulate texture image analysis with applications*. PhD thesis, Queensland University of Technology, 2011.
- [84] P. Ensafi and H.R. Tizhoosh. Type-2 fuzzy image enhancement. In *Image Analysis and Recognition*, volume 3656 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 159–166. Springer Berlin / Heidelberg, 2005.
- [85] G. Fahmy, J. Black, and S. Panchanathan. Texture characterization for joint compression and classification based on human perception in the wavelet domain. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(6):1389–1396, June 2006.
- [86] M. Fauzi and P. Lewis. A multiscale approach to texture-based image retrieval. *Pattern Analysis and Applications*, 11:141–157, 2008.

- [87] M. Flicker, H. Sawhney, W. Niblack, J. Ashley, Q. Huang, B. Dom, M. Gorkani, J. Hafner, D. Lee, D. Petkovic, D. Steele, and P. Yanker. Query by image and video content: the QBIC system. *IEEE Computer*, 28(9):23–32, 1995.
- [88] K.S. Fu. *Syntactic pattern recognition and applications*. Prentice-Hall advanced reference series: Computer science. Prentice-Hall, 1982.
- [89] D. Gabor. Theory of communication. part 1: The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part III: Radio and Communication Engineering*, 93(26):429–441, November 1946.
- [90] M.M. Galloway. Texture analysis using gray level run lengths. *Computer Graphics and Image Processing*, 4:172–179, 1975.
- [91] J. Garding. Properties of fractal intensity surfaces. *Pattern Recognition Letters*, 8:319–324, 1988.
- [92] M. Gebril, R. Buaba, A. Homaifar, E. Kihn, and M. Zhizhin. Structural indexing of satellite images using texture feature extraction for retrieval. In *Proc. IEEE Aerospace Conference*, pages 1–9, March 2010.
- [93] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6(6):721–741, November 1984.
- [94] M. Georgeson. Spatial fourier analysis and human vision. In *Tutorial Essays in Psychology. A Guide to Recent Advances*, volume 2, pages 39–88. Hillsdale, 1979.
- [95] N. Gnanewara-Rao, V. Vijaya-Kumar, and P.S.V. Srinivasa-Rao. Novel approaches of evaluating texture based similarity features for efficient medical image retrieval system. *International Journal of Computer Applications*, 20(7):20–26, April 2011.
- [96] R.C. Gonzalez and R.E. Woods. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, 2 edition, 2002.
- [97] L.J. Van Gool, P. Dewaele, and A. Oosterlinck. Texture analysis anno 1983. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 29(3):336–357, 1985.
- [98] M.O. Güld, D. Keysers, T. Deselaers, M. Leisten, H. Schubert, H. Ney, and T.M. Lehmann. Comparison of global features for categorization of medical images. In *Medical Imaging: PACS and Imaging Informatics*, Proceedings of the SPIE, pages 211–222, April 2004.

- [99] Z. Guo, L. Zhang, and D. Zhang. Rotation invariant texture classification using LBP variance (LBPV) with global matching. *Pattern Recognition*, 43(3):706–719, 2010.
- [100] A. Gupta, M. Garg, and A. Mittal. A comparative performance evaluation of segmented image with obstacle for textural coarseness. In *Proc. International Conference on Computational Intelligence and Computing Research (ICIC)*, pages 1–6, 2010.
- [101] A. Haar. Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme. *Mathematische Annalen*, 71:38–53, 1911.
- [102] J. Han and K.K. Ma. Rotation-invariant and scale-invariant gabor features for texture image retrieval. *Image and Vision Computing*, 25(9):1474–1481, 2007.
- [103] E. Haneda and C.A. Bouman. Text segmentation for MRC document compression. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(6):1611–1626, June 2011.
- [104] R.M. Haralick. Statistical and structural approaches to texture. *Proceedings of the IEEE*, 67(5):786–804, 1979.
- [105] R.M. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein. Textures features for image classification. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 3:610–621, 1973.
- [106] D.C. He and L. Wang. Texture features based on texture spectrum. *Pattern Recognition*, 24(5):391 – 399, 1991.
- [107] D.C. He, L. Wang, and J. Guibert. Texture discrimination based on an optimal utilization of texture features. *Pattern Recognition*, 21(2):141–146, 1988.
- [108] P.S. Hiremath and S. Shivashankar. Wavelet based co-occurrence histogram features for texture classification with an application to script identification in a document image. *Pattern Recognition Letters*, 29(9):1182–1189, 2008.
- [109] Y. Hochberg and A.C. Tamhane. *Multiple Comparison Procedures*. Wiley, 1987.
- [110] P. Howarth and S. Rüger. Evaluation of texture features for content-based image retrieval. In *Proc. International Conference on Image and Video Retrieval, Springer-Verlag*, pages 326–334, 2004.
- [111] T.S. Huang, S. Mehrotra, and K. Ramchandran. Multimedia analysis and retrieval system (MARS) project. In *Proc. 33rd Annual Clinic*

- on Library Application of Data Processing - Digital Image Access and Retrieval*, 1996.
- [112] N. Idrissi, J. Martinez, and D. Aboutajdine. Bridging the semantic gap for texture-based image retrieval and navigation. *Journal of Multimedia*, 4(5):277–283, 2009.
- [113] P. Jackman, D.W. Sun, C.J. Du, P. Allen, and G. Downey. Prediction of beef eating quality from colour, marbling and wavelet texture features. *Meat Science*, 80(4):1273–1281, 2008.
- [114] C.E. Jacobs, A. Finkelstein, and D.H. Salesin. Fast multiresolution image querying. In *Proc. Computer Graphics, Annual Conference Series*, pages 277–286, 1995.
- [115] S.A.R. Jafri, M. Boutin, and E.J. Delp. Automatic text area segmentation in natural images. In *Proc. 15th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 3196–3199, 2008.
- [116] A.K. Jain and F. Farrokhnia. Unsupervised texture segmentation using gabor filters. *Pattern Recognition*, 24(12):1167–1186, 1991.
- [117] K. Jalaja, C. Bhagvati, B.L. Deekshatulu, and A.K. Pujari. Texture element feature characterizations for CBIR. In *Proc. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, volume 2, 2005.
- [118] G. Jeon, M. Anisetti, V. Bellandi, E. Damiani, and J. Jeong. Designing of a type-2 fuzzy logic filter for improving edge-preserving restoration of interlaced-to-progressive conversion. *Journal Information Sciences*, 179:2194–2207, 2009.
- [119] M. Jian, L. Liu, and F. Guo. Texture image classification using perceptual texture features and gabor wavelet features. In *Proc. Asia-Pacific Conference on Information Processing*, volume 2, pages 55–58. IEEE Computer Society, 2009.
- [120] N. Journet, J.Y. Ramel, R. Mullot, and V. Eglin. Document image characterization using a multiresolution analysis of the texture: application to old documents. *International Journal on Document Analysis and Recognition*, 11:9–18, 2008.
- [121] B. Julesz. Visual pattern discrimination. *IEEE Transactions on Information Theory*, 8(2):84–92, 1962.
- [122] B. Julesz. Experiments in the visual perception of texture. *Scientific American*, 232(4):34–43, 1975.

- [123] B. Julesz, E.N. Gilbert, L.A. Shepp, and H.L. Frisch. Inability of humans to discriminate between visual textures that agree in second-order statistics - revisited. *Perception*, 2:391–405, 1973.
- [124] B. Julesz, E.N. Gilbert, and J.D. Victor. Visual discrimination of textures with identical third-order statistics. *Biological Cybernetics*, 31(3):137–140, 1978.
- [125] S. Kabir, D.C. He, M.A. Sanusi, and W.M.A. Hussina. Texture analysis of IKONOS satellite imagery for urban land use and land cover classification. *Imaging Science Journal*, 58(3):163–170, 2010.
- [126] N.N. Karnik, J.M. Mendel, and Q. Liang. Type-2 fuzzy logic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 7(6):643–658, 1999.
- [127] R. Kashyap and R. Chellappa. Estimation and choice of neighbors in spatial-interaction models of images. *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(1):60–72, January 1983.
- [128] H.B. Kekre, S.D. Thepade, and A. Maloo. Query by image content using color-texture features extracted from haar wavelet pyramid. *International Journal of Computer Applications (IJCA) for the special edition on CASCT*, (2):52–60, 2010.
- [129] H.B. Kekre, S.D. Thepade, T.K. Sarode, and V. Suryawanshi. Image retrieval using texture features extracted from GLCM, LBG and KPE. *International Journal of Computer Theory and Engineering (IJCTE)*, 2(5):695–700, 2010.
- [130] J.M. Keller, S. Chen, and R.M. Crownover. Texture description and segmentation through fractal geometry. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 45(2):150–166, 1989.
- [131] A. Khotanzad and R. Kashyap. Feature selection for texture recognition based on image synthesis. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-17(6):1087–1095, 1987.
- [132] C.W. Kim and A.J. Koivo. Hierarchical classification of surface defects on dusty wood boards. In *Proc. 10th International Conference on Pattern Recognition*, volume 1, pages 775–779, June 1990.
- [133] S.C. Kim and T.J. Kang. Texture classification and segmentation using wavelet packet frame and gaussian mixture model. *Pattern Recognition*, 40(4):1207–1221, 2007.
- [134] S.I. Kim, K.C. Choi, and D.S. Lee. Texture classification using Run Difference Matrix. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, volume 2, pages 1097–1100, December 1991.

- [135] D.G. Kleibaum, L.L. Kupper, and K.E. Muller. *Applied regression analysis and other multivariable methods*. PWS Publishing Co., Boston, MA, USA, 1988.
- [136] M. Kokare, P.K. Biswas, and B.N. Chatterji. Texture image retrieval using rotated wavelet filters. *Pattern Recognition Letters*, 28(10):1240–1249, 2007.
- [137] S. Kulkarni and B. Verma. Fuzzy logic based texture queries for CBIR. In *Proc. 5th Int. Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications*, pages 223–228, 2003.
- [138] S. Kullback. *Information Theory and Statistics*. Wiley, New York, 1959.
- [139] A. Kumar. Computer-vision-based fabric defect detection: A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(1):348–363, 2008.
- [140] S. Kumar, S.H. Ong, S. Ranganath, and F.T. Chew. Invariant texture classification for biomedical cell specimens via non-linear polar map filtering. *Computer Vision and Image Understanding*, 114:44–53, January 2010.
- [141] V.V. Kumar, B.E. Reddy, A.N. Rao, and U.S.N. Raju. Texture segmentation methods based on combinatorial of morphological and statistical operations. *Journal of Multimedia*, 3(1):36–40, 2008.
- [142] A. Laine and J. Fan. An adaptive approach for texture segmentation by multi-channel wavelet frames. In *SPIE Proceedings on Mathematical Imaging: Wavelet Applications in Signal and Image Processing*, volume 2034, pages 288–299, 1993.
- [143] A. Laine and J. Fan. Texture classification by wavelet packet signatures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11):1186–1191, 1993.
- [144] B. Lee. A new method for classification of structural textures. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2(1):125 – 133, 2004.
- [145] Y.G. Lee, J.H. Lee, and Y.C. Hsueh. Fuzzy uncertainty texture spectrum for texture analysis. *Electronics Letters*, 31(12):959 – 960, 1995.
- [146] Y.G. Lee, J.H. Lee, and Y.C. Hsueh. Texture classification using fuzzy uncertainty texture spectrum. *Neurocomputing*, 20(1-3):115 – 122, 1998.



- [147] M. Li and R.C. Staunton. Optimum gabor filter design and local binary patterns for texture segmentation. *Pattern Recognition Letters*, 29(5):664–672, 2008.
- [148] Q. Li, M. Wang, and W. Gu. Computer vision based system for apple surface defect detection. *Computers and Electronics in Agriculture*, 36(2-3):215–223, 2002.
- [149] S. Li and J. Shawe-Taylor. Comparison and fusion of multiresolution features for texture classification. *Pattern Recognition Letters*, 26(5):633–638, 2005.
- [150] Q. Liang and J.M. Mendel. Interval type-2 fuzzy logic systems: theory and design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(5):535–550, 2000.
- [151] S. Liao, M.W.K. Law, and A.C.S. Chung. Dominant local binary patterns for texture classification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(5):1107–1118, May 2009.
- [152] C.H. Lin, R.T. Chen, and Y.K. Chan. A smart content-based image retrieval system based on color and texture feature. *Image and Vision Computing*, 27(6):658–665, 2009.
- [153] H.C. Lin, C.Y. Chiu, and S.N. Yang. LinStar texture: a fuzzy logic CBIR system for textures. In *Proc. 9th ACM international conference on Multimedia*, MULTIMEDIA '01, pages 499–501, 2001.
- [154] H.C. Lin, C.Y. Chiu, and S.N. Yang. Finding textures by textual descriptions, visual examples, and relevance feedbacks. *Pattern Recognition Letters*, 24(14):2255–2267, 2003.
- [155] H.C. Lin, C.Y. Chiu, and S.N. Yang. Finding textures by textual descriptions, visual examples, and relevance feedbacks. *Pattern Recognition Letters*, 24:2255–2267, October 2003.
- [156] W.T. Lin, C.H. Lin, T.H. Wu, , and Y.K. Chan. Image segmentation using the k-means algorithm for texture features. In *Proc. International Conference on Computer, Electrical, and Systems Science, and Engineering (ICCESSE)*, pages 26–28, 2010.
- [157] C.Y. Liu, Z.G. Pan, and J.X. Dong. Texture content-based image retrieval for necktie pattern. In *Proc. 5th International Joint Conference on INC, IMS and IDC*, pages 1743–1746, 2009.
- [158] S.S. Liu and M.E. Jernigan. Texture analysis and discrimination in additive noise. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 49:52–67, January 1990.

- [159] Y. Liu, D. Zhang, G. Lu, and W.Y. Ma. Study on texture feature extraction in region-based image retrieval system. In *Proc. 12th International Multimedia Modelling Conference*, pages 264–271, 2006.
- [160] N. Luth, A. Miene, and P. Alshuth. Syntactical and semantical description of video sequences. In *Proc. 8th Working Conference on Database Semantics (DS-8)*, IFIP Conference Proceedings, pages 65–84, 1999.
- [161] W.Y. Ma and B.S. Manjunath. Texture features and learning similarity. In *Proc. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, CVPR '96, pages 425–430, 1996.
- [162] T. Mäenpää, T. Ojala, M. Pietikäinen, and M. Soriano. Robust texture classification by subsets of local binary patterns. *Proc. International Conference on Pattern Recognition*, 3:3947, 2000.
- [163] S.G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7):674–693, 1989.
- [164] B.B. Mandelbrot. *The fractal geometry of nature*. Freeman, San Francisco, 1982.
- [165] B.S. Manjunath. *Introduction to MPEG-7, Multimedia Content Description Interface*. John Wiley and Sons, Ltd., June 2002.
- [166] B.S. Manjunath and W.Y. Ma. Texture features for browsing and retrieval of image data. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(8):837–842, 1996.
- [167] B.S. Manjunath, T. Simchony, and R. Chellappa. Stochastic and deterministic networks for texture segmentation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 38(6):1039–1049, June 1990.
- [168] R. Manthalkar, P.K. Biswas, and B.N. Chatterji. Rotation and scale invariant texture features using discrete wavelet packet transform. *Pattern Recognition Letters*, 24(14):2455–2462, October 2003.
- [169] J. Mao and A.K. Jain. Texture classification and segmentation using multiresolution simultaneous autoregressive models. *Pattern Recognition*, 25(2):173–188, 1992.
- [170] G.G. Medioni and Y. Yasumoto. A note on using the fractal dimension for segmentation. In *Proc. IEEE Computer Vision Workshop*, pages 25–30, 1984.

- [171] R. Mehta, N. Mishra, and S. Sharma. Color-texture based image retrieval system. *International Journal of Computer Applications*, 24(5):24–29, June 2011.
- [172] P. Melin, O. Mendoza, and O. Castillo. An improved method for edge detection based on interval type-2 fuzzy logic. *Expert Systems with Applications*, 37:8527–8535, 2010.
- [173] J.M. Mendel. Type-2 fuzzy sets and systems: an overview. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2(1):20–29, 2007.
- [174] J.M. Mendel and R.I.B. John. Type-2 fuzzy sets made simple. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(2):117–127, 2002.
- [175] O. Mendoza, P. Melin, and G. Licea. A new method for edge detection in image processing using interval type-2 fuzzy logic. *Proc. IEEE International Conference on Granular Computing*, pages 151–156, 2007.
- [176] O. Mendoza, P. Melin, and G. Licea. Interval type-2 fuzzy logic for edges detection in digital images. *International Journal of Intelligent Systems*, 24(11):1115–1133, 2009.
- [177] D. Miyazaki, T. Shibata, and K. Ikeuchi. Wavelet-texture method: Appearance compression by polarization, parametric reflection model, and daubechies wavelet. *International Journal of Computer Vision*, 86:171–191, 2010.
- [178] D.G. Morrison. On the interpretation of discriminant analysis. *Journal of Marketing Research*, 6(2):156–163, 1969.
- [179] M. Mushrif, S. Sengupta, and A. Ray. Texture classification using a novel, soft-set theory based classification algorithm. In *Proc. 7th Asian Conference on Computer Vision (ACCV)*, volume 3851 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 246–254. Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- [180] L. Nanni, S. Brahnam, and A. Lumini. Texture descriptors for generic pattern classification problems. *Expert Systems with Applications*, 38(8):9340–9345, 2011.
- [181] A. Van Nevel. Texture classification using wavelet frame decompositions. In *Proc. 31st Asilomar Conference on Signals, Systems Computers*, volume 1, pages 311–314, November 1997.
- [182] S.D. Newsam and C. Kammath. Retrieval using texture features in high resolution multi-spectral satellite imagery. In *Proc. SPIE Defense and Security Symposium, Data Mining and Knowledge Discovery:*

- Theory, Tools, and Technology VI*, volume 5433, pages 21–32, April 2004.
- [183] H.Y.T. Ngan, G.K.H. Pang, and N.H.C. Yung. Performance evaluation for motif-based patterned texture defect detection. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 7(1):58–72, 2010.
- [184] W. Niblack, R. Barber, W. Equitz, M. Flickner, E.H. Glasman, D. Petkovic, P. Yanker, C. Faloutsos, and G. Taubin. The QBIC project: Querying images by content, using color, texture, and shape. In *Proceedings of Storage and Retrieval for Image and Video Databases (SPIE)*, pages 173–187, 1993.
- [185] M. Nirmala, K. Karthikeyan, S. Appalabotla, and R.A. Ahmed. Image interpretation based on similarity measures of visual content descriptors. An insight. *International Journal of Computer Science and Emerging Technologies*, 2(2):242–248, 2011.
- [186] T. Ojala, M. Pietikäinen, and D. Harwood. A comparative study of texture measures with classification based on featured distributions. *Pattern Recognition*, 29(1):51–59, 1996.
- [187] T. Ojala, M. Pietikäinen, and T. Mäenpää. Multiresolution gray-scale and rotation invariant texture classification with local binary patterns. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24:971–987, July 2002.
- [188] M. Ortega, Y. Rui, K. Chakrabarti, S. Mehrotra, and T.S. Huang. Supporting similarity queries in MARS. In *Proc. 5th ACM international conference on Multimedia*, MULTIMEDIA 97, pages 403–413, 1997.
- [189] W. Osberger and A.J. Maeder. Automatic identification of perceptually important regions in an image. *Proc. International Conference on Pattern Recognition*, pages 701–704, 1998.
- [190] F. Pacifici, M. Chini, and W.J. Emery. A neural network approach using multi-scale textural metrics from very high-resolution panchromatic imagery for urban land-use classification. *Remote Sensing of Environment*, 113(6):1276 – 1292, 2009.
- [191] M.C. Padma and P.A. Vijaya. Entropy based texture features useful for automatic script identification. *International Journal on Computer Science and Engineering*, 2(2):115–120, 2010.
- [192] J.S. Pan and J.W. Wan. Texture segmentation using separable and non-separable wavelet frames. *IEICE transactions on fundamentals of electronics, communications and computer sciences*, 82(8):1463–1474, 1999.

- [193] M. Partio, B. Cramariuc, M. Gabbouj, and A. Visa. Rock texture retrieval using gray level co-occurrence matrix. *Entropy*, 75:8–14, 2002.
- [194] S. Peleg, J. Naor, R. Hartley, and D. Avnir. Multiple resolution texture analysis and classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-6(4):518–523, 1984.
- [195] A.P. Pentland. Fractal-based description of natural scenes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6):661–674, 1984.
- [196] R. Picard, C. Graczyk, S. Mann, J. Wachman, L. Picard, and L. Campbell. Vistex: Vision texture database. Maintained by the Vision and Modeling group at the MIT Media Lab. <http://whitechapel.media.mit.edu/vismod/>, 1995.
- [197] M. Pietikäinen, A. Hadid, G. Zhao, and T. Ahonen. Texture classification and segmentation. In *Computer Vision Using Local Binary Patterns*, volume 40 of *Computational Imaging and Vision*, pages 69–79. Springer London, 2011.
- [198] M. Pietikäinen, T. Ojala, and Z. Xu. Rotation-invariant texture classification using feature distributions. *Pattern Recognition*, 33(1):43–52, 2000.
- [199] J. Portilla and E.P. Simoncelli. A parametric texture model based on joint statistics of complex wavelet coefficients. *International Journal of Computer Vision*, 40:49–71, 2000.
- [200] C.M. Pun and M.C. Lee. Rotation-invariant texture classification using a two-stage wavelet packet feature approach. *IEE Proceedings on Vision, Image and Signal Processing*, 148(6):422–428, December 2001.
- [201] P. Puvanathan and K. Bizheva. Interval type-II fuzzy anisotropic diffusion algorithm for speckle noise reduction in optical coherence tomography images. *Optics express*, 17(2):733–746, 2009.
- [202] Y.L. Qi. A relevance feedback retrieval method based on Tamura texture. In *Proc. 2nd International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling*, volume 3, pages 174–177, December 2009.
- [203] U.S.N. Raju, V.V. Kumar, A. Suresh, and M.R. Mani. Texture description using different wavelet transforms based on statistical parameters. In *Proc. 2nd WSEAS International Conference on Wavelets Theory and Applications in Applied Mathematics, Signal Processing and Modern Science*, pages 174–178. World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 2008.

- [204] A.R. Rao and G.L. Lohse. Identifying high level features of texture perception. *Graphical Models and Image Processing*, 55(3):218–233, 1993.
- [205] T.R. Reed and J.M.H. du Buf. A review of recent texture segmentation and feature extraction techniques. *CVGIP: Image Understanding*, 57(3):359–372, 1993.
- [206] C.C. Reyes-Aldasoro and A.H. Bhalerao. Volumetric texture analysis in biomedical imaging. In *Biomedical Diagnostics and Clinical Technologies: Applying High-Performance Cluster and Grid Computing*, pages 200–248. IGI Global, 2011.
- [207] C.J. Van Rijsbergen. *Information Retrieval*. Butterworth-Heinemann, Newton, MA, USA, 2nd edition, 1979.
- [208] E.H. Ruspini. A new approach to clustering. *Information and Computation/information and Control*, 15:22–32, 1969.
- [209] J.C. Russ. *The Image Processing Handbook*. CRC Press and IEEE Press, third edition, 1999.
- [210] E. Saykol, U. Gdkbay, and . Ulusoy. Integrated querying of images by color, shape, and texture content of salient objects. In *Proc. 3rd International Conference on Advances in Information Systems (ADVIS)*, volume 3261 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 363–371. Springer, October 2004.
- [211] G. Scarpa, R. Gaetano, M. Haindl, and J. Zerubia. Hierarchical multiple Markov chain model for unsupervised texture segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(8):1830–1843, August 2009.
- [212] S. Selvan and S. Ramakrishnan. Svd-based modeling for image texture classification using wavelet transformation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(11):2688–2696, 2007.
- [213] L. Semler, L. Dettori, and J. Furst. Wavelet-based texture classification of tissues in computed tomography. In *Proc. 18th IEEE Symposium on Computer-Based Medical Systems*, pages 265–270, June 2005.
- [214] J. Senthilnath, M. Rajeshwari, and S.N. Omkar. Automatic road extraction using high resolution satellite image based on texture progressive analysis and normalized cut method. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 37(3):351–361, 2009.
- [215] L. Shi, C. Zhao, K. Fan, Y. Shi, and P. Liu. Texture feature application in oil spill detection by satellite data. In *Proc. Congress on Image and Signal Processing (CISP)*, volume 4, pages 784–788, May 2008.

- [216] X. Song, Y. Li, and W. Chen. A textural feature-based image retrieval algorithm. In *Proc. 4th International Conference on Natural Computation*, volume 4 of *ICNC'08*, pages 71–75. IEEE Computer Society, 2008.
- [217] C. Spearman. The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology*, 15:72–101, 1904.
- [218] C. Sun and W.G. Wee. Neighboring gray level dependence matrix for texture classification. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 23:341–352, 1983.
- [219] J. Sun, D. Gu, H. Cai, G. Liu, and G. Chen. Bayesian document segmentation based on complex wavelet domain hidden Markov tree models. In *Proc. International Conference on Information and Automation (ICIA)*, pages 493–498, June 2008.
- [220] H. Tamura, S. Mori, and T. Yamawaki. Textural features corresponding to visual perception. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 8:460–473, 1978.
- [221] J.S. Taur and C.W. Tao. Texture classification using a fuzzy texture spectrum and neural networks. *Journal of Electronic Imaging*, 7(1):929–935, 1998.
- [222] S. Tehami, A. Bigand, and O. Colot. Color image segmentation based on type-2 fuzzy sets and region merging. In *Proc. 9th international conference on Advanced concepts for intelligent vision systems (ACIVS)*, pages 943–954, 2007.
- [223] C.W. Therrien. An estimation-theoretic approach to terrain image segmentation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 22(3):313–326, 1983.
- [224] H.R. Tizhoosh. Image thresholding using type II fuzzy sets. *Pattern Recognition*, 38(12):2363–2372, 2005.
- [225] L. Tlig, M. Sayadi, and F. Fnaeich. A new descriptor for textured image segmentation based on fuzzy type-2 clustering approach. In *Proc. International Conference on Image Processing Theory Tools and Applications (IPTA)*, pages 258–263, 2010.
- [226] S. Todorovic and N. Ahuja. Texel-based texture segmentation. In *Proc. 12th IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 841–848, October 2009.
- [227] F. Tomita and S. Tsuji. *Computer Analysis of Visual Textures*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1990.

- [228] F. Truchetet and O. Laligant. Review of industrial applications of wavelet and multiresolution-based signal and image processing. *Journal of Electronic Imaging*, 17(3):031102, 2008.
- [229] M. Tsaneva. Texture features for segmentation of satellite images. *Cybernetics and Information Technologies*, 8(3):73–85, 2008.
- [230] M.K. Tsatsanis and G.B. Giannakis. Object and texture classification using higher order statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(7):733–750, July 1992.
- [231] M. Tuceryan and A.K. Jain. Texture segmentation using voronoi polygons. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(2):211–216, 1990.
- [232] M. Tuceryan and A.K. Jain. Texture analysis. In *The Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*, pages 207–248. World Scientific Publishing Co., 2 edition, 1998.
- [233] M.R. Turner. Texture discrimination by gabor functions. *Biological Cybernetics*, 55:71–82, 1986.
- [234] M. Unser. Texture classification and segmentation using wavelet frames. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(11):1549–1560, November 1995.
- [235] L. Vega-Alvarado, J. Márquez, and G. Corkidi. Inter-chromosome texture as a feature for automatic identification of metaphase spreads. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 40:479–484, 2002.
- [236] B. Verma and S. Kulkarni. A fuzzy-neural approach for interpretation and fusion of colour and texture features for CBIR systems. *Applied Soft Computing*, 5(1):119–130, 2004.
- [237] V. Vijaya-Kumar, N. Gnaneswara-Rao, and A.L.Narsimha-Rao. RTL: Reduced texture spectrum with lag value based image retrieval for medical images. *International Journal of Future Generation Communication and Networking*, 2(4):39–48, 2009.
- [238] F.M. Vilnrotter, R. Nevatia, and K.E. Price. Structural analysis of natural textures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(1):76–89, 1986.
- [239] H. Voorhees and T. Poggio. Detecting textons and texture boundaries in natural images. In *Proc. 1st International Conference on Computer Vision*, pages 250–258, 1987.
- [240] R.F. Voss. Characterization and measurement of random fractals. *Physica Scripta*, T13:27–32, 1986.



- [241] J. Wan, J. Mao, and C.D. Wang. Multiresolution rotation invariant simultaneous auto regressive model for texture analysis. In *Proc. 9th International Conference on Pattern Recognition*, volume 2, pages 845–847, November 1988.
- [242] L. Wang and D.C. He. A new statistical approach to texture analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 56(1):61–66, 1990.
- [243] L. Wang and D.C. He. Texture classification using texture spectrum. *Pattern Recognition*, 23(9):905–910, 1990.
- [244] J.S. Weszka, C.R. Dyer, and A. Rosenfeld. A comparative study of texture measures for terrain classification. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 6:269–285, 1976.
- [245] G. Van De Wouwer, P. Scheunders, and D. van Dyck. Rotation-invariant texture characterization using isotropic wavelet frames. In *Proc. 14th International Conference on Pattern Recognition*, volume 1, pages 814–816, August 1998.
- [246] C.M. Wu and Y.C. Chen. Statistical feature matrix for texture analysis. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 54(5):407–419, 1992.
- [247] X.H. Xie. A review of recent advances in surface defect detection using texture analysis techniques. *Electronic letters on computer vision and image analysis (ELCVIA)*, 7(3):1–22, 2008.
- [248] G. Xu and Y. Hong. A fast texture synthesis method based on cooccurrence matrix analysis. In *Proc. 2nd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology (ICCSIT)*, pages 536–540, August 2009.
- [249] Q. Xu, H. Wu, and Y.Q. Chen. Statistical multiscale blob features for classifying and retrieving image texture from large-scale databases. *Journal of Electronic Imaging*, 19(4):043006, 2010.
- [250] R.R. Yager. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 18(1):183–190, 1988.
- [251] Z. Ye, X. Huang, Q. Hu, and H. Lin. An integrated approach for medical image retrieval through combining textual and visual features. In *Proc. 10th international conference on Cross-language evaluation forum: multimedia experiments, CLEF'09*, pages 195–202. Springer-Verlag, 2010.

- [252] M.T. Yildirim and M.E. Yüksel. A type-2 fuzzy logic filter for detail-preserving restoration of digital images corrupted by impulse noise. In *Proc. Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, pages 485–496, 2007.
- [253] H. Yoshida, D.D. Casalino, B. Keserci, A. Coskun, O. Ozturk, and A. Savranlar. Wavelet-packet-based texture analysis for differentiation between benign and malignant liver tumours in ultrasound images. *Physics in Medicine and Biology*, 48:3735–3753, 2003.
- [254] J. Yu, J. Tan, and Y. Wang. Biomedical image segmentation based on multiple image features. In *Biomedical Engineering, Trends in Electronics*, volume 6328 of *Communications and Software*, pages 429–448. InTech, 2011.
- [255] J. Yue, Z. Li, L. Liu, and Z. Fu. Content-based image retrieval using color and texture fused features. *Mathematical and Computer Modelling*, 54(3-4):1121 – 1127, 2011.
- [256] M.E. Yuksel and M. Borlu. Accurate segmentation of dermoscopic images by image thresholding based on type-2 fuzzy logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(4):976–982, 2009.
- [257] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences*, 8(3):199–249, 1975.
- [258] A. Zalesny and L. Van Gool. A compact model for viewpoint dependent texture synthesis. In *Proc. 2nd European Workshop on 3D Structure from Multiple Images of Large-Scale Environments (SMILE)*, volume 2018 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 124–143. Springer, 2001.
- [259] D. Zhang, A. Wong, M. Indrawan, and G. Lu. Content-based image retrieval using gabor texture features. In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pages 13–15, 2000.
- [260] X. Zhang, P. Shen, J. Gao, D. Qi, L. Zhang, A. Xue, X. Liang, and X. Chen. A license plate recognition system based on Tamura texture in complex conditions. In *Proc. IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, pages 1947–1952, June 2010.
- [261] X.W. Zhang, L.Z. Xu, Y.Q. Ding, X.N. Fan, L.P. Gu, and H. Sun. Inspection of surface defects in copper strip based on machine vision. In *Life System Modeling and Intelligent Computing*, volume 6328 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 304–312. Springer Berlin / Heidelberg, 2010.

- [262] S.W. Zucker. Toward a model of texture. *Computer Graphics and Image Processing*, 5(2):190 – 202, 1976.
- [263] F. Zuo and P.H.N. de With. Fast facial feature extraction using a deformable shape model with haar-wavelet based local texture attributes. In *Proc. International Conference on Image Processing (ICIP)*, volume 3, pages 1425–1428, October 2004.

*Cuando se viaja en pos de un objetivo,  
es muy importante prestar atención al Camino.  
El Camino es el que nos enseña la mejor forma de llegar  
y nos enriquece mientras lo estamos cruzando.*

*Paulo Coelho*

