~~E=1 T=7 N=1~~

161 hoj. útiles

23 Mayo 1912

~~Caja C-64~~

✝

Quaderno 1.º en que se contienen varios fragmentos, del arte menor, y Maior de Arithmetica; extraidos de la Universal q̃ dio â luz el año de 1669, el M. R. P. Joseph de Zaragoza, de la Comp.ª de Jesus; Maestro en filosofia, Cathedratico de teologia Escolastica, en los Collegios de la Comp.ª de Jhs. de Mallorca, Barcelona, y Valencia, Calificador del santo Oficio de la Inqq.ⁿ, Y Maestro de Mathematicas, en los Estudios Reales del Collegio Imperial de Madrid.

Año de 1743. En Granada.

256
14

1024
256

3584
909

3150
92-22-
306

hacer composizion de los otros dos: Como: Por cada libra ai un real de oro: he gastado 500 r.^d entre todo, quanto montan los oros? digo, q̃ pues los 500 r.^s se componen de caudal, y oros, he de componer tambien la una libra con su oro, q̃ es 1. real, y seran 11 reales: luego si en 11 r.^s ay un real de oro: en 500. avra 45 5/11. tambié podrá decir: si en 11. r.^s hay 10 de caudal, en 500. avra 454 6/11.

Lo mesmo se guarda en los cambios, intereses, y reduccion de monedas. Como: 500. lib. de plata se han de convertir en oro, ó se han de transportar á flandes, pagando 10 q̃ 100: q̃ libra el interes? Sumense los 100. con su interes: y sera 110: digo q̃ si 110. contienen 10 de interes: las 500. tendran 45 50/110.

25. Para reducir unas monedas á otras, basta saber una cant.^d de una especie, quanto es de la otra: y disponer la regla de 3: si 8 r. de plata valen en Cataluña, ó en Castilla 14 de vellon: q̃ valdran 56? y hallo q̃ 98: y al contrario; si 14 de vellon, se reducen á 8 de plata: 98 de vellon se reduciran á 56 de plata. tambien: si 1. r.^l de 8. vale en francia 3. francs, ó lib. francesas. 556 lib. en reales de a 8. que valdran en francia? reduzgo las 556. lib. en r.^s seran 5560: y dispongo la regla de 3. si 8 r.^s valen 3 lib. 5560 r.^s valdran 2085. lib. francesas: y al contrario; si 3 lib. francesas valen 8 r. de plata doble: 2085 lib. valdran 5560 r.^s El mesmo estilo se guarda en

todo genero de monedas, y ynterezes.

Proporcion reciproca, ó inversa.

16. Si creciendo el tercer numero, tambien el quarto ha de crecer; y menguando el 3.º el 4.º ha de menguar: la regla de 3, y la propor.on es directa: pero si creciendo el 3.º el 4.º mengua; y menguando el 3.º crece el 4.º: la regla de 3, y propor.on es reciproca, inversa, ó indirecta; y entonces el 3.º y el partidor, ó se ha de hacer primero, y obrar como antes.

Exemplo 1.º Si el Cahiz de trigo vale 6 lib. por 4 dineros dan 10. onzas de pan: si valiere el Cahiz 5. lib. por los mes.mos 4 dineros quantas onzas daran? Claro esta que si el precio mengua, ha de crecer el pan; y assi es la proporcion inversa: dexando pues los 4 dineros como si no estuviesen: la proporcion es, como 5. lib. precio menor; á 6 lib. precio m.or assi 10 onzas cantidad menor; á 12 onzas cantid.d maior. Luego multiplicando 6. por 10. seran 60. y partidos por 5. saldran 12 onzas.

Exemplo 2.º Si 3. oficiales acavan una obra en 12 dias: 4 oficiales en quantos dias la acavarán? Pues creciendo los oficiales menguan los dias, es la propor.on inversa: Multiplica 3. por 12. seran 36. parte por 4. y sera el quoc.te 9. dias: la propor cion es: como 4. a 3: assi 12. á 9.

Exemplo 3º: En vn Castillo hay comida p.ª 8500. Soldados para 8 meses: si huviese de durar 25 meses, p.ª q.tos Soldados avria? la proporz.n es: como 25. a 8: assi 8500. à 2720. Soldados: multiplica 8500. p. 8. sale 68000. parte p. 25. sale 2720. Soldados.

77. Adviertase, q. algunas veces parece la proporz.n inversa, y no lo es, sino q. estan los num.s fuera de su lugar.

Exemplo 1º: Si vna redoma se llena con 20 din. de vino de à 5 r.s: p. q.tos dineros se llenará de vino de 8 r.s? Por q. la especie q. falta son dineros: no pueden los 20 din. estar en primer lugar: y assi la verdadera proporz.on es: si 5. r.s dan 20. din: 8 r.s q. daran? salen 32 dineros.

Cap. 13.

De la composiz.on de mu.as proporciones.

78. Aunq. esta materia es tan obscura, como dilatada, y poco explicada de los autores, procuraré reducirla à la claridad, y brevedad q. deseo. Todas las qq.s de proporcion tienen dos partes: de la 1.ª se conocen todos los numeros: de la 2.ª falta vno q. se busca: y de tantas proporciones se compone la question, q.tas son los

numeros conocidos dla 2.ª parte: estas proporciones pueden ser todas directas, ó unas directas, y otras inversas. los numeros q̃ se han de disponer de suerte, q̃ el 1.º de la una parte sea de la mes.ª especie q̃ el 1.º de la otra. ett.ª de suerte q̃ se correspondan el 1.º con el 1.º el 2.º con el 2.º: ett.ª como en este.

Exemplo.

Primera parte   Segunda parte
1.º   2.º   3.º ∷ 4.º   5.º   6.º
3. hombres 10. dias 50 lib. ∷ 8 homb. 14 dias. 80 lib.

Si 3 hombres en 10 dias ganan 50 libras. ∷ 8 hombres en 14 dias q̃ ganarán? el lug.r del numero q̃ se busca se dexara vacio: esto es: si se buscan las libras se dexará vacio el 6.º lug.r: si los dias, el 5.º: y si los hombres, el 4.º la 1.ª operacion es dexando los num.s intermedios, como si no estuvieren, diciendo: si 3 hombres ganan 50 lib: q̃ ganarán 8 hombres? Por el §. 31. multiplica 50 por 8. sale 400. parte por 3. har.do quebrado sale $\frac{400}{3}$. esto ganarán los 8 hombres, en el mes.mo tpo q̃ los 3: y por ser diferente el tpo, se hará otra operacion. si en 10 dias ganan $\frac{400}{3}$, q̃ ganarán en 14 dias? multiplica $\frac{400}{3}$ por 14: multiplicando el numerador (§. 46.) sale $\frac{5600}{3}$ parte por 10. multiplicando el denominador 3 por 10. (§. 46.) sera $\frac{5600}{30}$. el numerador de este quebrado es el producto del 3.º 4.º y 5.º y el denominador es el producto del 1.º y 2.º: luego partiendo 5600. por 70: será 80 lib. el 6.º numero q. se busca: y al contrario, multiplicando 70 por 80: será el producto 5600. luego el producto del 3.º 4.º y 5.º es igual al producto del 1.º 2.º y 6.º: y esto significan los numeros siguientes partidos por medio con una raia. 6.º 1.º 2.º | 3.º 4.º 5.º

Si la question fuere compuesta de mas proporciones, y tuviere 7. ó mas num. se continuará la operaz.n con el mesmo estilo.

79. Quando todas las proporciones son directas.

Si se escrive 1.º el num.º q. falta, y luego por su orn los num.s dados, partiendo con una linea tantos á una parte como á otra, serán los productos de una, y otra parte iguales: como se ve.

Para questiones de 5. numeros.	6.º 1.º 2.º	3.º 4.º 5.º
Para questiones de 7.	8.º 1.º 2.º 3.º	4.º 5.º 6.º 7.º
Para questiones de 9.	10.º 1.º 2.º 3.º 4.º	5.º 6.º 7.º 8.º 9.º

Y asi se puede continuar infinitam.te para las questiones de 11. 13. 15. y mas num.os y q. el producto de la una parte será igual al producto de la otra: esto es: en las qq.s de 5. num.s el producto del 6.º 1.º 2.º será igual al producto del 3.º 4.º y 5.º: y en las de 7. num.s el producto del 8.º 1.º 2.º 3.º será igual al producto del 4.º 5.º 6.º y 7.º etta.

Estos num.s se reducirán facilm.te á quebrado, tomando los de la mano dra. p.r numerador, y los de la Izquierda p.r denominador, como se ve; ó al contrario.

Para las questiones de 5 num.s será el Quebrado $\frac{3.^{o}4.^{o}5.^{o}}{6.^{o}1.^{o}2.^{o}}$ ó $\frac{6.^{o}1.^{o}2.^{o}}{3.^{o}4.^{o}5.^{o}}$

Para las de 7 numeros. $\frac{4.^{o}5.^{o}6.^{o}7.^{o}}{8.^{o}1.^{o}2.^{o}3.^{o}}$ ó $\frac{8.^{o}1.^{o}2.^{o}3.^{o}}{4.^{o}5.^{o}6.^{o}7.^{o}}$

Para las de 9 numeros. - - - - - - - - - - - - $\frac{5.^{o}6.^{o}7.^{o}8.^{o}9.^{o}}{10.^{o}1.^{o}2.^{o}3.^{o}4.^{o}}$ ó $\frac{10.^{o}1.^{o}2.^{o}3.^{o}4.^{o}}{5.^{o}6.^{o}7.^{o}8.^{o}9.^{o}}$

80. Quando ubiere proporcion inversa

El num. en q.e se hallare la inversion, mudará de lugar con su correspondiente, pasandole del denominador al numerador, y quedará formado el nuevo quebrado indirecto, como se sigue.

Para questiones de 5 num.s con proporcion reciproca.

Si la inversion esta en el 1.º será el quebrado $\frac{3.^{o}1.^{o}5.^{o}}{6.^{o}4.^{o}2.^{o}}$ ó $\frac{6.^{o}4.^{o}2.^{o}}{3.^{o}1.^{o}5.^{o}}$

Si la inversion esta en el 2.º será $\frac{3.^{o}4.^{o}2.^{o}}{6.^{o}1.^{o}5.^{o}}$ ó $\frac{6.^{o}1.^{o}5.^{o}}{3.^{o}4.^{o}2.^{o}}$

Para questiones de 7 numeros con proporcion reciproca.

Si la inversion esta en el 1.º será el Quebrado $\frac{4.^{o}1.^{o}6.^{o}7.^{o}}{8.^{o}5.^{o}2.^{o}3.^{o}}$ ó $\frac{8.^{o}5.^{o}2.^{o}3.^{o}}{4.^{o}1.^{o}6.^{o}7.^{o}}$

Si esta en el 2.º será - - - - - - - - $\frac{4.^{o}5.^{o}2.^{o}7.^{o}}{8.^{o}1.^{o}6.^{o}3.^{o}}$ ó $\frac{8.^{o}1.^{o}6.^{o}3.^{o}}{4.^{o}5.^{o}2.^{o}7.^{o}}$

Si esta en el 3.º será - - - - - - - - - - - - - $\frac{4.^{o}5.^{o}6.^{o}3.^{o}}{8.^{o}1.^{o}2.^{o}7.^{o}}$ ó $\frac{8.^{o}1.^{o}2.^{o}7.^{o}}{4.^{o}5.^{o}6.^{o}3.^{o}}$

Si esta en el 1.° y 2.° sera $\frac{4^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}7^{\circ}}{8^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}3^{\circ}}$ ó $\frac{8^{\circ}5^{\circ}6^{\circ}3^{\circ}}{4^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}7^{\circ}}$

Si en el 1.° y 3.° sera ---------------------------------- $\frac{4^{\circ}1^{\circ}6^{\circ}3^{\circ}}{8^{\circ}5^{\circ}2^{\circ}7^{\circ}}$ ó $\frac{8^{\circ}5^{\circ}2^{\circ}7^{\circ}}{4^{\circ}1^{\circ}6^{\circ}3^{\circ}}$

Si en el 2.° y 3.° sera $\frac{4^{\circ}5^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}{8^{\circ}1^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}$ ó $\frac{8^{\circ}1^{\circ}6^{\circ}7^{\circ}}{4^{\circ}5^{\circ}2^{\circ}3^{\circ}}$

81. el mesmo estilo se guarda en las questiones de 9. 11. y mas numeros. de suerte q̃ para resolver qualq.r pregunta de proporcion, lo 1. se ã de ver quantos son los num̃ conocidos, q̃ siẽpre seran 3. 5. 7. 9. etc.a lo 2.° se ha de formar el quebrado directo, conforme el §.77. lo 3.° se ha de ver, si ay proporz.n reciproca ó inversa conforme al §.76. lo 4.° si ay indirecz.on, se reducirá el quebrado directo á indirecto p.r el §. 80. lo 5.° se ha de advertir, q̃ p.a resolver todas las questiones de proporcion, formado ia el quebrado, sirven de partidores los numeros conocidos, q̃ estan en aquella parte del quebrado, donde esta el numero, q̃ se busca: como si se propone el exemplo del §.78. q̃ es de 5 numeros, escriviré 6.° 1.° 2.° | 3.° 4.° 5.° y formaré el quebrado directo $\frac{3^{\circ}4^{\circ}5^{\circ}}{6^{\circ}1^{\circ}2^{\circ}}$, y p.r q̃ no ay proporz.n inversa, este sera el quebrado q̃ ha de servir; digo pues, q̃ si se busca el num. 6.° seran los partidores 1.° y 2.° si se busca el numero 5.° seran partidores 3.° y 4.° si se busca el 4.° seran partidores 3.° y 5.° y asi de los otros etc.a

En los breves preceptos deste capitulo se comprehenden todas las composiciones de proporcion, y todos los modos de resolver la question, q̃ pedian millares de reglas; como se verá en la practica de los siguientes capitulos.

Cap. 14.

Composicion de dos proporciones.

82. Vna proporcion pide tres numeros: y luego q̃ cada proporcion se añaden dos numeros; para las quest.s de 5 numeros se componen de dos proporciones: las de 7. de tres: las de 9. de quatro: las de 11. de cinco &c.ª

Exemplo 1º. Si 7. homb. en 10. dias ganan 50. lib. ⁘ 8. homb. en 14 dias q̃ ganaran? Disponganse los num.s q̃ se dan, como se dixo §. 68. y se dexará vacio el 6.º lugar, q̃ q̃ se busca el num. 6.º de esta suerte.

1º	2º	3º	⁘	4º	5º	6º
7. homb.	10. dias.	50 lib.	⁘	8. homb.	14. dias	.. lib.

El quebrado q̃ el §. 81. es $\frac{3º.4º.5º}{6º.1º.2º}$

de donde nacen las siguientes reglas generales.

Regla 1ª. Para hallar el 6º. parte 3º. 4º. y 5º. por 1º. y 2º.

Regla 2ª. Para hallar el 5º. parte 6º. 1º. y 2º. p̃ 3º. y 4º.

Regla 3ª. Para hallar el 4º. parte 6º. 1º. y 2º. p̃ 3º. y 5º.

Porq̃ en el exemplo propuesto se busca el 6º. Por la regla 1ª. multiplica el 3º. 4º. y 5º. esto es 50. p̃ 8. sera el producto 400: y estos p̃ 14. sera 5600: Multiplica luego 1º. y 2º. esto es 7. p̃ 10. sera 70: Parte 5600. p̃ 70. sera el quociente 80 lib. el num. 6º. q̃ se buscava.

83. Exemplo 2°. Si 7. homb. en 10 dias. ganan 50 lib. ∻ 8. homb. en q̃ dias ganaran 80 libras? p̃ q̃ se busca el 5°. dexase vacio el 5°. lugar.

1°. 2°. 3°. 4°. 5°. 6°.
7. homb. 10. dias. 50 lib. ∻ 8. homb. .. dias. 80. lib.

Por la regla 2ª. multiplica el 6°. 1°. y 2°. esto es 80 p̃ 7. y el producto 560 p̃ 10. seran 5600: multiplica 3°. y 4°. esto es 50 p̃ 8. sale 400. parte 5600. p̃ 400. sale el quocᵗᵉ 14 dias, el num. q̃ se buscava.

84. Exemplo 3°. 7. hom. en 10 dias. ganan 50 lib. ∻ quantos hombres en 14 dias ganaran 80 lib.

7 hom. 10 dias. 50 lib. ∻ .. hom. 14. dias. 80 lib.

Por la regla 3ª. multiplica el 6. 1°. y 2°. sera 5600: multiplica 3°. y 5°. sera 700: parte 5600. p̃ 700: y salen 8 hombres.

Quando la pregunta no guarda el devido orden, deve el arithmetico ordenʳ. los numeros conforme la regla del §. 78. Como si se pregunta: 7. homb. en 10 dias ganan 50 lib. ∻ para ganar 80 lib. en 14. dias quantos hombres han de ser? el orden es: quantos hombres en 14. dias ganaran 80 lib.? Como en el exemplo 3°. y esto quiere sumo cuidado.

Compañias con tiempo.

85. El mesmo estilo se guarda en las Compañias de mercaderes con tiempo: Como: si dos hizieron Compañia el 1.º puso 7. doblones de Caudal, y en 10 a.s ganó 50 lib: el 2.º puso 8. doblones, en 14 a.s q ganó? por la regla 1.a se hallará la ganancia: 80. lib: Como en el exemplo 1.º: Si se busca el tpo, como en el exemplo 2.º, por la regla 2.a se hallaran 14 años. Si se busca el Caudal, por la regla 3.a se hallarán 8 doblones, Como en el exemplo 3.º

86. Arte p.a hallar muchos modos de resolver.

Cada exemplo se puede resolver de tantos modos, quantas diferenz.s se hallarán de reducir los num.s conocidos al quebrado, dexando el num. q se busca. El numero separan quatro rayas ----- q denotan 4 operaciones necesarias para las qq.s de 2 proporciones; y seis p.a las de 3; y 8 p.a las de quatro etc.a Luego se escrivirán los num.s como en el §. 79. estos. 6.º 1.º 2.º | 3.º 4.º 5.º Para hallar lo q se deve hacer en cada operación, se guardarán con sumo cuidado las reglas siguientes.

87. Regla 1.a los num.s q estan en la parte del numero q se busca, son partidores, y se han de escrivir debaxo las rayas. los otros son multiplicadores, y se han de escrivir sobre ellas: Como si se busca el 6. se han de escrivir debaxo las rayas el 1. y 2. y so-

bre ellos el 3.º 4.º y 5.º: si se busca el 5.º los partidores 3.º y 4.º se escrivirán debaxo, y los multiplicadores 6.º 1.º y 2.º encima, ett.ª Regla 2.ª En ninguna raia ha de estar un mesmo num.º dos veces. Regla 3.ª la 1.ª operacion pide dos numeros, y assi en la raia 1.ª se escrivirán dos numeros, uno sobre otro: Como $\frac{4^{o}}{2^{o}}$ no quiere decir, quatro partido por dos, sino que el num.º 4.º de la question se parta por el segundo. Item $\frac{5^{o}}{1^{o}}$ que el quinto se parta por el 1.º Regla 4.ª la segunda operacion se compone de la primera, y de otro nuevo numero, y assi en la 2.ª raia se escriven los mes. numeros, que en la 1.ª, y se añade otro de nuevo; y si el añadido es de los multiplicadores, se pone arriba, y denota que se multiplique por el, lo que salio de la operacion anter.te Como $\frac{4^{o}}{2^{o}}$ $\frac{4^{o}5^{o}}{2^{o}}$ partase el 4.º por el 2.º: y despues multipliquese lo que salio, por el 5.º Pero si el num.º que se añade, es de los partidores, se escrivira debaxo, y denota, que se parta por el, lo que salio de la operaz.on anter.te Como $\frac{3^{o}}{1^{o}}$ $\frac{3^{o}}{1^{o}2^{o}}$ Partase el 3.º por el 1.º y despues partase el quoc.te por el 2.º La 3.ª operacion se compone de la 2.ª y de otro num. añadido, con la misma advertencia, ett.ª advierte que cada raia tenga los num.s de la anter.te y otro mas: y la ultima tenga todos los num.s menos el que se busca: pero el arithmetico tiene arvitrio, para comenzar como le pareciere, y en esto consiste la fecundidad.

88. Platiquemos esto en el exemplo del §. 82. Si 3 hombres ett.ª

1.º 2.º 3.º ⁜ 4.º 5.º 6.º

7. hom. 10 dias. 50 lib. ⁜ 8. hom. 14 dias. ... lib.

Escrivo los numeros 6.º 1.º 2.º | 3.º 4.º 5.º y pues se busca el 6.º veo q̃ son partidores el 1.º y 2.º hechas las quatro rayas, escrivo como quiero: guardando las 4 reglas del §. 87. $\frac{4.^o}{1.^o}$ $\frac{4.^o 3.^o}{1.^o}$ $\frac{4.^o 3.^o}{1.^o 2.^o}$ $\frac{4.^o 3.^o 5.^o}{1.^o 2.^o}$ en la prim.ª operacion parto el 4.º p̃ el 1.º esto es 8 p̃ 7. y sale $\frac{8}{7}$, y porque la 2.ª raya tiene el num. 3.º añadido sobre la raya: multiplico $\frac{8}{7}$ p̃ el 3.º q̃ es 50: sale $\frac{400}{7}$ (§. 46.) y p̃ q̃ la 3.ª raya tiene el num.º 2.º añadido debaxo la raya, partirè $\frac{400}{7}$ p̃ el 2.º q̃ es 10: multiplicando el denominador 7. p̃ 10. (§. 46.) sale $\frac{400}{70}$: y p̃ q̃ la 4.ª raya tiene el num. 5.º añadido sobre la raya: multiplico $\frac{400}{70}$ p̃ el 5.º q̃ es 14: sale $\frac{5600}{70}$: q̃ p̃ el §. 89. es 80. libras.

Otra vez: hago 4 rayas, y escrivo como quiero: $\frac{5.^o}{2.^o}$ $\frac{5.^o}{2.^o 1.^o}$ $\frac{5.^o 3.^o}{2.^o 1.^o}$ $\frac{5.^o 3.^o 4.^o}{2.^o 1.^o}$: partiria el 5.º p̃ el 2.º i partiria el quociente por el 1.º multiplicaria el quociente p̃ el 3.º: multiplicaria el producto, por el 4.º Otra vez: $\frac{3.^o}{1.^o}$ $\frac{3.^o 5.^o}{1.^o}$ $\frac{3.^o 5.^o 4.^o}{1.^o}$ $\frac{3.^o 5.^o 4.^o}{1.^o 2.^o}$ Parte el 3.º p̃ el 1.º multiplica el producto p̃ el 5.º multiplica el producto p̃ el 4.º Parte el producto p̃ el 2.º: siempre saldran 80 lib. q̃ es el 6.º numero q̃ se busca.

89. El mesmo artificio se guarda para hallar el num.º 5.º del exemplo 2.º §. 83. si 7. homb. en 10. dias. etc.ª

7. hom. 10. dias. 50. ⁜ 8. hom. ... dias. 80 lib.

Escrivo los numeros 6.º 1.º 2.º | 3.º 4.º 5.º: y pues se busca el 5.º seran los partidores q̃ se han de escrivir de baxo las rayas, el 3.º y 4.º (§.86.) escrivo que los numeros en las 4 rayas, como quiero: $\frac{6^o}{3^o}$ $\frac{6^o 2^o}{3^o}$ $\frac{6^o 2^o}{3^o 4^o}$ $\frac{6^o 2^o 1^o}{3^o 4^o}$ etc.ª Parto el 6.º por el 3.º multiplico por el 2.º parto por el 4.º multiplico por el 1.º etc.ª Para hallar el 4.º seran partidores 3.º y 5.º escrivo pues: $\frac{1^o}{5^o}$ $\frac{1^o}{5^o 3^o}$ $\frac{1^o 6^o}{5^o 3^o}$ $\frac{1^o 6^o 2^o}{5^o 3^o}$ exercitese el arithmetico, y continue en variar los numeros, guardando las reglas del §.87. y para cada exemplo hallara tantos modos, que le causarán, no menos admirazn. que gusto.

Composicion de proporzn. inversa y directa.

90. Para conocer si alguna de las proporciones es inversa, ó reciproca, se guardará la regla del §.76: Como, si una pieza de paño, cuesta 40 lib. y 50 rs. dan 15. palmos: si otra pieza igualmente larga cuesta 30 lib. y 70 r. que palmos daran? Por que men quando el valor de la pieza, han de ser mas los palmos, será la proporzn. inversa; (§.76.) dispongan se los numeros.

1.º	2.º	3.º	∺	4.º	5.º	6.º
40 lib.	50 reales.	15. palmos:	∺	30 lib.	70. real.	28. Palmos.

Por el §.79. escrivo 6.º 1.º 2.º | 3.º 4.º 5.º y formo el quebrado: $\frac{6.1.2.}{3.4.5.}$ ó $\frac{3.4.5.}{6.1.2.}$ y porque la inversion esta en el valor de las piezas, esto es: en el 1.º y 4.º numero, les paso del numerador, al denominador (§ 80.): y seran los quebrados $\frac{6.4.2.}{3.1.5.}$ ó $\frac{3.1.5.}{6.4.2.}$ de donde nacen las siguientes

Reglas Generales.

91.
Regla 1.ª Para hallar el 6.º parto el 3.º 1.º 5.º por el 4.º y 2.º

Regla 2.ª Para hallar el 5.º parte el 6.º 4.º 2.º p. el 3.º y 1.º

Regla 3.ª Para hallar el 4.º parte el 3.º 1.º 5.º p. el 6.º y 2.º

Pues se busca el 6.º q. son los palmos: p. la regla 1.ª multiplico el 3.º q. es 15. palm. p. el 1.º q. es 40. lib. y el producto 600. p. el 5.º q. es 70. Rea. y sale 42000. multiplico despues el 4.º q. es 30. lib. p. el 2.º q. es 50. Rs: sale 1500: y parto 42000. p. 1500: salen 28. palmos.

Exemplo 2.º: Si la pieza cuesta 40. lib. ett.ª ÷ si costase 30. lib. p. q.tos Rs. darian 28 palm.s? Por la regla 2. se hallaran 70 rea. Exemplo 3.º: Si cuesta 40. ett.ª ÷ q. costaria si p.r 70. real. dieren 28. pal.s? p. la regla 3.ª salen 30 libras.

92. El mesmo estilo se guarda en otras especies: Como si un foso, Pozo, edificio ett.ª le acavan 40 homb. en 50 semanas, trabajando 15. horas cada semana. ÷ q.do acabarle 30 homb. en 70 semanas. avran de trabajar 28 horas: Item: si un saco de almendra, arroz, Pimienta ett.ª cuesta 40 ducados, p. 50 sueld. dan 15. lib: si costase 30 ducados, p. 70 suel. darian 28 lib: p.q. en todos ai una proporcion inversa.

93. Para hallar nuevos modos, se observaran las reglas del (§. 83): y pues el quebrado inverso es $\frac{3.1.5.}{6.4.2.}$ (§. 90.) Para hallar el 6.º seran partidores, q. se han de escrivir debajo las rayas, el 4.º y 2.º: Con q. puedo escrivir $\frac{3.}{4.}$ $\frac{3.}{4.2.}$ $\frac{3.1.}{4.2.}$ $\frac{3.1.5.}{4.2.}$ Item $\frac{5.}{2.}$ $\frac{5.1.}{2.}$ $\frac{5.1.}{2.4.}$ $\frac{5.1.3.}{2.4.}$ ett.ª Para hallar el 5.º son partidores el 3.º y 1.º: escrivo pues $\frac{4.}{1.}$ $\frac{4.6.}{1.}$ $\frac{4.6.}{1.3.}$ $\frac{4.6.2.}{1.3.}$ It. $\frac{2.}{3.}$ $\frac{2.6.}{3.}$ $\frac{2.6.}{3.1.}$ $\frac{2.6.4.}{3.1.}$ ett.ª Para hallar el 4.º son partidores el 6.º y 2.º: y assi escrivo $\frac{1.}{2.}$ $\frac{1.}{2.6.}$ $\frac{1.3.}{2.6.}$

$\frac{1.3.5.}{2.6.}$ Item $\frac{1.}{6.}$ $\frac{1.5.}{6.}$ $\frac{1.5.3.}{6.}$ $\frac{1.5.3.}{6.2.}$ ett.a esto es facil, si se entendieron bien los §.§. 88. y 89.

Cap. 15.

Composicion de tres, y quatro proporciones.

94. Quando se dan 7 num.s, y se busca otro, es la composicion de 3 proporciones, y son necesarias seis operaciones.

Composicion de tres proporciones directas.

Si 10. hombres, con 20 doblones cada uno, en 15 semanas ganan 200 lib. ⁜ 20 hombres con 12 doblones, en 13 semanas, q ganaran? digo q 208 libras.

10 hom.	20 doblo.	15 sema.	200. lib.	⁜	20. ho.	12 dob.	13 sem.	208. lib.
1.°	2.°	3.°	4.°	⁜	5.°	6.°	7.°	8.°

Porq se dan 7 num.s es cruzo (§.79.) 8.°1.°2.°3.° | 4.° 5.° 6.° 7.° de donde salen los quebrados $\frac{4.5.6.7.}{8.1.2.3.}$ ó $\frac{8.1.2.3.}{4.5.6.7.}$ y las siguientes.

Reglas generales.

95\. Regla 1.a Para el 8.° parte el 4.°5.°6.°7.° q el 1.°2.°3.°

Regla 2.a Para el 7.° parte el 8.°1.°2.°3.° q el 4.° 5.° 6.°

Regla 3.a Para el 6.° parte el 8.°1.°2.°3.° q el 4.° 5.° 7.°

Regla 4.a Para el 5.° parte el 8.°1.°2.°3.° q el 4.° 6.° 7.°

Pues se buscan las libras, q es el 8.° q la regla 1.a multiplica el 4.° 5.° 6.° 7.° esto es 200 lib.

p.r 20 hom: y el producto 4000. p.r 12 dobl.: y el producto 48000. p.r 13 sema: sale 624000: Luego multiplica el 1º 2º 3º esto es 10 hom. p.r 20 dobl: y el producto 200. p.r 15. sema: sale 3000: Parte 624000. p.r 3000: salen 208 lib. el num. 8º

96. Exemplo 2º: Si 10 hombres ett.ª ∴ 20 homb. con 12 dob. en q.tas semanas ganarán 208 lib.? Por la Regla 2ª: multiplica el 8º 1º 2º 3º sale 624000: multiplica el 4º 5º 6º sale 48000: parte 624000. p.r 48000. Salen 13. sema. el num. 7º

Exemplo 3º: Si 10 hom. ∴ 20 hom. con q.tos doblones, en 13 sema. ganarán 208 lib.? Por la regla 3ª: se hallarán 12 doblones.

Exemplo 4º: Si 10 hom. ett.ª ∴ quantos hombres con 12 dobl. en 13. sema. ganarán, 208 libras? Por la regla 4ª: se hallarán 20 hombres.

97. Composizion de dos directas y una inversa.

Si el cahiz de trigo vale 6. libras, y pesa 12 @, p.r 4 dineros, dan 10 onzas de pan ∴ si valiese el cahiz 5. lib. y pesase 13 @. p.r 8 din. quantas onzas darían? digo q. 26.

1º 2º 3º 4º ∴ 5º 6º 7º 8º
6. lib. 12. @. 4 din. 10 onz. ∴ 5 lib. 13 @. 8 din. 26 onzas.

Porq. menguando el precio del trigo, ha de crecer el pan, será la proporz.on inversa (§. 76.) el orden: 8º 1º 2º 3º | 4º 5º 6º 7º: los quebrados directos son $\frac{4.5.6.7.}{8.1.2.3.}$ ó $\frac{8.1.2.3.}{4.5.6.7.}$: y que la invers.on esta en el 4º y 5º mudarán lugares, y será el quebrado inverso $\frac{4.1.6.7.}{8.5.2.3.}$ ó $\frac{8.5.2.3.}{4.1.6.7.}$ p.r el §.80 de donde nacen las siguientes.

98. Reglas Generales.

Regla 1.ª Para el 8.º parte el 4.º 1.º 6.º 7.º p.r el 5.º 2.º 3.º

Regla 2.ª Para el 7.º parte el 8.º 5.º 2.º 3.º p.r el 4.º 1.º 6.º

Regla 3.ª Para el 6.º parte el 8.º 5.º 2.º 3.º p.r el 4.º 1.º 7.º

Regla 4.ª Para el 5.º parte el 4.º 1.º 6.º 7.º p.r el 8.º 2.º 3.º

Pues se buscan las onzas, q.e el 8.º multiplica el 4.º 1.º 6.º 7.º q.e es 10 p.r 6 sale 60: este p.r 13 sale 780: este p.r 8 din. sale 6240. multiplica 5.º 2.º 3.º q.e es 5 lib. p.r 12 @ sale 60: este p.r 4 din. sale 240. Parte 6240 p.r 240. salen 26 onzas. Si se buscan los din. p.r la regla 2.ª se hallarán 8. Si las @, p.r la regla 3.ª se hallarán 13. Si las libras p.r la regla 4.ª se hallaran 5 libras. lo mesmo es de otras especies de arroz, almendra, vino, azeyte, paños etc.ª Como si la pieza cuesta 6 lib: tiene 12 Var. p.r 40 suel. dan 10 pal: ∴ si costase 5 lib. y tuviese 13 Var. p.r 80 suel. darían 26 palmos etc.ª

99. Composic.n de dos inversas y una directa.

Si una pieza de paño cuesta 40 lib. y tiene 5 palm. de ancho. p.r 4 doblon. dan 10 Varas: Si otra pieza costase 30 lib. de 3. palm. de ancho, p.r 6 dobl. q.tas Varas darían? esta preg.ta tiene 3 casos. Caso 1.º Si las piezas son igualmente largas, pero de diferente calidad, se reduce la q.n á 5 numeros, dejando la anchura como si no estuviera: Si cuesta 40 lib. p.r 4 dobl. dan 10 Varas ∴ si costase 30 lib. p.r 6 dobl. q.s Varas darían? Por el §90. y 91. se hallan 20 Varas. etc.ª

100. Caso 2.º Si las piezas son de una mesma calidad, (q. un palmo quadrado de la una, tiene el mes.mo valor, q. un palmo quadrado de la otra) aunq. de diferentes especies, sean iguales, ó desiguales: se reduce la qq.on á 5. numeros, dexando el Valor de las piezas como si no estuviera. Si de una pieza de 5 palm. de ancho, q. 4 doblo. dan 10 Var. * de otra de 3 pal. q. 6 dobl. q. Varas daran? q. el §. 90 y 91. se hallarán 25 baras. ett.a Para saber si las piezas son iguales, ó desiguales, supuesto q. sean de una mes.a calidad; ó para saber si son de una mes.a calidad, supuesto q. son iguales, se hará una regla de tres: si 5 palm. de ancho, dan 40 lib.: 3 palm. daran 24. lib. esto avía de costar la 2.a p.a ser iguales (si la compra fue al respeto) y pues costó mas, digo q. la 2.a es de mejor calidad, ó mayor. y si costara menos de 24. fuera al contrario.

101. Caso 3.º Si las piezas son desiguales, y de calidad diferente, pero de igual area, ó superficie, ó reciprocamente proporcionales, lo ancho, y largo de la una, con lo ancho, y largo de la otra; esto es, q. tantos palmos quadrados tenga la una como la otra); q. q. multiplicando lo ancho, y largo de la primera, sale el mes.o producto, q. multiplicando lo ancho, y largo de la segunda; entonces sirven los 7 numeros, y es la question compuesta de 3 proporciones, dos inversas, y una directa: la una inversion esta en el Valor, q. q. quanto este crece, han de menguar las Varas: la otra en la anchura, q. q. creciendo esta, las Varas menguan (§. 76.) dispónganse pues los num. con el devido orden. (§. 78.)

1.º 2.º 3.º 4.º ∗ 5.º 6.º 7.º 8.º
40 lib. 5 pal. 4 dobl. 10 var. ∗ 30 lib. 3 pal. 6 dobl. 33 $\frac{1}{3}$ varas.

El orden luego 8.º1.º2.º3.º | 4.º5.º6.º7.º el quebrado directo (§. 79.) es $\frac{4.5.6.7.}{8.1.2.3.}$ ó $\frac{8.1.2.3.}{4.5.6.7.}$ y pues las inversiones estan en el 1.º y 2.º mudarán lugar con sus correspondientes (§. 80.) y será el quebrado de dos inversiones. $\frac{4.1.2.7.}{8.5.6.3.}$ ó $\frac{8.5.6.3.}{4.1.2.7.}$ de donde nacen las sig.tes

102. Reglas generales.

Regla 1.ª Para el 8.º parte el 4.º1.º2.º7.º p.r 5.º6.º3.º

Regla 2.ª Para el 7.º parte el 8.º5.º6.º3.º p.r 4.º1.º2.º

Regla 3.ª Para el 6.º parte el 4.º1.º2.º7.º p.r 8.º5.º3.º

Regla 4.ª Para el 5.º parte el 4.º1.º2.º7.º p.r 8.º6.º3.º

Multiplico pues el 4.º1.º2.º7.º esto es 10 var. p.r 40 lib. y el producto 400. p.r 5 palm. y el producto 2000. p.r 6 dobl. Sale 12000: Multiplico el 5.º6.º3.º esto es 30 lib. p.r 3 palm. y el producto 90. p.r 4 dobl. Sale 360. parto 12000 p.r 360. Salen 33 $\frac{120}{360}$. q.e es 33 $\frac{1}{3}$ palmos.

Por la regla 2.ª se hallarán 6 doblones. Por la 3.ª 3 palmos. Por la 4.ª 30 libras. El mismo estilo se guarda en las compras, y ventas, y reparticiones de campos, y en otras semejantes, atendiendo a la calidad, igualdad, ó desigualdad, etc.ª y si no se da alguna destas cosas, ó la proporcion, q.e entre si tienen, no se podra resolver la question, por no darse bastantes terminos.

103. Composicion de 4. proporciones directas.

Si 3 homb. cadauno con 4 molinos de 6 muelas en 5 dias ganan 800 reales: ⁜ 7. homb. con 3 molinos de 8 muelas en 2 dias que ganarán? digo que 746 $\frac{2}{3}$ reales. el ori vo 10º. 1º. 2º. 3º. 4º | 5º. 6º. 7º. 8º. 9º. que el q. 79. el quebrado es $\frac{5.6.7.8.9.}{10.1.2.3.4.}$

1º.	2º.	3º.	4º.	5º.	⁜ 6º.	7º.	8º.	9º.	10º.
3 hom.	4 mol.	6 mue.	5 dias.	800 rea.	⁜ 7 hom.	3 mol.	8. mue.	2 dias.	746 $\frac{2}{3}$ reales.

Reglas generales.

Regla 1ª. Para el 10º. parte el 5º. 6º. 7º. 8º. 9º. por 1º. 2º. 3º. 4º.

Regla 2ª. Para el 9º. parte el 10º. 1º. 2º. 3º. 4º. por 5º. 6º. 7º. 8º.

Regla 3ª. Para el 8º. parte el 10º. 1º. 2º. 3º. 4º. por 5º. 6º. 7º. 9º.

Regla 4ª. Para el 7º. parte el 10º. 1º. 2º. 3º. 4º. por 5º. 6º. 8º. 9º.

Regla 5ª. Para el 6º. parte el 10º. 1º. 2º. 3º. 4º. por 5º. 7º. 8º. 9º.

Los 746 $\frac{2}{3}$ r. se hallarán, por la regla 1ª. los 2. dias, por la regla 2ª. las 8 muelas, por la regla 3ª. los 3 molinos, por la regla 4ª. los 7 hombres, por la regla 5ª. Apliquese à otros exemplos con el mesmo artificio.

104. Composicion de tres directas y una inversa.

Si una carga de harina vale 6 pesos, y pesa 12 @ de 30 lib. por 12 dineros dan 30 onzas de pan. ⁜ si valiere 5 pesos la carga, y pesare 13 @ de 25 lib. por 24 dineros, quantas onzas de pan

Darán? digo q 65.

1º	2º	3º	4º	5º	∴	6º	7º	8º	9º	10º
6 pesos.	12@.	30 lib.	12 din.	30 onz.	∴	5 pes.	13@	25 lib.	24 din.	65 onzas.

La inversion esta en el 1º y 6º (§. 76.) el quebrado inverso q el §. 80. es $\frac{10.6.2.3.4.}{5.1.7.8.9.}$ de donde nacen las siguientes

Reglas Generales

Regla 1ª para el 10º parte el 5º 1º 7º 8º 9º por 6º 2º 3º 4º

Regla 2ª para el 9º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 7º 8º

Regla 3ª para el 8º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 7º 9º

Regla 4ª para el 7º parte el 10º 6º 2º 3º 4º por 5º 1º 8º 9º

Regla 5ª para el 6º parte el 5º 1º 7º 8º 9º p. 10º 2º 3º 4º

105. Composicion de dos directas, y dos inversas.

Si las piezas de paño cuestan á 40 lib. y tienen de ancho 5 quartas, y 4 doblones de valor de 35 rs. dan 70 palmos. ∴ si otras piezas de la mesma superficie (§. 101.) costaren á 30 lib. y tuvieren de ancho 3 quartas, y 6 doblones de valor de 30 rs. quantos palmos darian? digo q 200.

1º	2º	3º	4º	5º	∴	6º	7º	8º	9º	10º
40 lib.	5 quar.	4 dobl.	35 rs.	70 palmos.	∴	30 lib.	3 quar.	6 doblo.	30 rs.	200 palmos.

La 1.ª inversion esta en el 1.º y 6.º y la 2.ª en el 2.º y 7.º el quebrado directo (§.79.) es $\frac{10.1.2.3.4.}{5.6.7.8.9.}$ luego el inverso (§.80.) sera $\frac{10.6.7.3.4.}{5.1.2.8.9.}$ de donde nacen las sig.tes

Reglas generales.

Regla 1.ª para el 10.º parte 5.º 1.º 2.º 8.º 9.º p. 6.º 7.º 3.º 4.º

Regla 2.ª para el 9.º parte 10.º 6.º 7.º 3.º 4.º por el 5.º 1.º 2.º 8.º

Regla 3.ª para el 8.º parte el 10.º 6.º 7.º 3.º 4.º por el 5.º 1.º 2.º 9.º

Regla 4.ª para el 7.º parte el 5.º 1.º 2.º 8.º 9.º p.r el 10.º 6.º 3.º 4.º

Regla 5.ª para el 6.º parte el 5.º 1.º 2.º 8.º 9.º por el 10.º 7.º 3.º 4.º

No pongo la practica de estas reglas q. es tan facil, para el q. huviere entendido los exemplos de este capitulo, y del antecedente.

106. Para hallar nuevos modos de resolver.

Se observaran las reglas del §. 86. y 87. haciendo 6 rayas para las quest.s de 3 proporcion.es y ocho q.do hay de 4: Como q.do la qq.on del §. 94. el quebrado es $\frac{8.1.2.3.}{4.5.6.7.}$ luego q.do hallar el 8.º son partidores 1.º 2.º y 3.º q. se escriviran debaxo las rayas: escrivo pues $\frac{4.}{1.}$ $\frac{4.5.}{1.}$ $\frac{4.5.6.}{1.}$ $\frac{4.5.6.}{1.2.}$ $\frac{4.5.6.}{1.2.3.}$ $\frac{4.5.6.7.}{1.2.3.}$ etc.ª

En la qq.on del §. 105. el quebrado inverso es $\frac{10.6.7.3.4.}{5.1.2.8.9.}$ luego q.do hallar el 9.º son Partidores 5.º 1.º 2.º 8.º escrivo pues: $\frac{6.}{8.}$ $\frac{6.}{8.5.}$ $\frac{6.7.}{8.5.}$ $\frac{6.7.4.}{8.5.}$ $\frac{6.7.4.}{8.5.2.}$ $\frac{6.7.4.3.}{8.5.2.}$ $\frac{6.7.4.3.}{8.5.2.1.}$ $\frac{6.7.4.3.10.}{8.5.2.1.}$. Inver merables modos hallará el curioso, si continua en variar los numeros q. el §. 86. y 87.

Cap. 16.

Nuevo artificio p.ª resolver questiones de proporcion.

107. Aunque el artificio del §. 87. es tan dilatado, como se ha visto, este sera sin comparacion mas extenso. Nace del §. 46. donde se advirtió, q. partir un num.º entero p.r quebrado, es multiplicar el denominador del quebrado, p.r el num.º entero, haz.do conversion del numerador en denominador: Como si se ha de partir 9. p.r $\frac{2}{3}$ multiplico 9 p.r 3: seran 27; el numerador nuevo, y convirtiendo el numerador 2 en denominador, sera el quociente $\frac{27}{2}$. De aqui nace, q. p.ª formar los quebrados, y resolver las qq.s de proporcion, se pueden escrivir los partidores sobre las rayas, y los multiplicadores debaxo, menos uno, q. ha de servir para hazer la conversion, partiendole p.r la operac.n anteced.te; con q. se reduce el quebrado á su ser: y esta conversion del numerador en denominador, se podra hazer en la 2.ª operacion, ó en otra de las siguientes; y p.ª mas claridad el multiplicador q. se parte, se pone en el numerador en primer lugar, y la conversion se declara con esta ✕.

108. Sirva de exemplo la question del §. 82. de 5. num.s y 2. proporz.s directas.

1.º	2.º	3.º	⁜	4.º	5.º	6.º
7 hom.	10 dias	50 lib.	⁜	8 hom.	14 dias	.... libras.

Escritos los numeros 6.° 1.° 2.° | 3.° 4.° 5.° y divididos por medio, se forma el quebrado $\frac{3.4.5.}{6.1.2.}$ (§.81.) y pues se busca el 6.° seran partidores el 1.° y 2.° hechas las 4 rayas como en el §.86. escrivo $\frac{1.}{3.}\ \frac{1.2.}{3.}\ \frac{1.2.}{3.4.} \times \frac{5.3.4.}{1.2.}$ esto es; Parto el 1.° por el 3.° que es 7 por 50: sale $\frac{7}{50}$ multiplico por el 2.° que es 10. sale $\frac{70}{50}$. Parto por el 4.° que es 8: sale $\frac{70}{400}$. y para hacer la conversion que denota la ×. Parto el 5.° que es 14: por la operacion antecedente, que fue $\frac{70}{400}$: multiplicando 400 por 14: sale 5600. y poniendo el 70 por denominador, sale el quociente $\frac{5600}{70}$ que por el §.39. son 80 lib. el num.° 6.° que se busca.

109. Otra vez: $\frac{1.}{3.}\ \frac{1.2.}{3.} \times \frac{4.3.}{1.2.}\ \frac{4.3.5.}{1.2.}$. Parto el 1.° 7 por el 3.° 50. sale $\frac{7}{50}$. Multiplico por el 2.° 10. sale $\frac{70}{50}$: Para hacer la conversion en la 3.ª operacion significada por la ×. Parto el 4.° que es 8. por la operac.n antec.te, que fue $\frac{70}{50}$: multiplicando 50 por 8. sale 400: y hac.do al 70. denominador (§.46.) sera el quociente $\frac{400}{70}$: multiplico por el 5.° 14. sale $\frac{5600}{70}$ que es 80 lib. el num. 6.° que se busca. Continue el exercicio, y hallará innumerables modos. el mismo estilo se guarda en las indirectas, y en las qq. de 7 y 9 numeros, etc.ª de proporciones directas, o indirectas, etc.ª y para que se vea la fecundidad de este nuevo artificio, pondré los sig.tes

110. 120 modos de resolver la question precedente.

modo 1.° $\frac{1.}{3.}\ \frac{1.2.}{3.}\ \frac{1.2.}{3.4.} \times \frac{5.3.4.}{1.2.}$

modo 2.° $\frac{1.}{3.}\ \frac{1.}{3.4.}\ \frac{1.2.}{3.4.} \times \frac{5.3.4.}{1.2.}$

modo 3.° $\frac{1.}{3.}\ \frac{1.}{3.4.} \times \frac{5.3.4.}{1.}\ \frac{5.3.4.}{1.2.}$

modo 4.° $\frac{1.}{3}\ \frac{1.2.}{3.} \times \frac{4.3.}{1.2.}\ \frac{4.3.5.}{1.2.}$

modo 5.° $\frac{1.}{3.} \times \frac{4.3.}{1.}\ \frac{4.3.}{1.2.}\ \frac{4.3.5.}{1.2.}$

modo 6.° $\frac{1.}{3.} \times \frac{4.3.}{1.}\ \frac{4.3.5.}{1.}\ \frac{4.3.5.}{1.2.}$

modo 7.º $\frac{3.}{1.}\times\frac{2.1.}{3.}\times\frac{4.3.}{2.1.}\;\frac{4.3.5.}{2.1.}$ Modo 8.º $\frac{3.}{1.}\times\frac{2.1.}{3.}\;\frac{2.1.}{3.4.}\times\frac{5.3.4.}{2.1.}$ modo 9.º $\frac{3.}{1.}\;\frac{3.4.}{1.}\times\frac{2.1.}{3.4.}\times\frac{5.3.4.}{2.1.}$

modo 10.º $\frac{1.}{3.}\times\frac{4.3.}{1.}\times\frac{2.1.}{4.3.}\times\frac{5.4.3.}{2.1.}$

Muda en todos el 4.º en 5.º seran 20. modos.

Muda en los 20. el 3.º en 4.º seran 40.

Muda en los mes.^os 20 el 3.º en 5.º seran 60.

Muda en los 60. el 1.º en 2.º seran 120.

111. Para las Questiones de 7 numeros.

Se guarda el mesmo artificio. Sirva de exemplo la Q.ⁿ del §. 91. de 3 proporz.^s directas.

1.º 2.º 3.º 4.º ‡ 5.º 6.º 7.º 8.º
10 ho. 20 dob. 15. se. 200 lib. ‡ 20 h. 12 d. 13. s. ... lib.

Escrivo los numeros: 8.º 1.º 2.º 3.º | 4.º 5.º 6.º 7.º y divididos por medio se forma el quebrado $\frac{4.5.6.7.}{8.1.2.3.}$ (§. 81.) y pues se busca el 8.º seran partidores el 1.º 2.º 3.º q en el ultimo quebrado se han de hallar necesariam.^te debaxo la raia. hechas 6. raias para las 6 operaciones (§. 86.) escrive el arithmetico á chiquito $\frac{1.}{4.}\;\frac{1.2.}{4.}\;\frac{1.2.}{4.5.}\;\frac{1.2.3.}{4.5.}\;\frac{1.2.3.}{4.5.6.}\times\frac{7.4.5.6.}{1.2.3.}$ Parto el 1.º q es 10. q el 4.º 200. Sale $\frac{10}{200}$ multiplico p.^r el 2.º q es 20. Sale $\frac{200}{200}$. Parto p.^r el 5.º q es 20 sale $\frac{200}{4000}$. multiplico p.^r el 3.º 15. Sale $\frac{3000}{4000}$. Parto p.^r el 6.º 12. Sale $\frac{3000}{48000}$: Para hacer la conversion en la ultima operacion significada p.^r la ×. parto el 7.º q es 13 p.^r $\frac{3000}{48000}$: multiplicando 48000 p.^r 13. Sale 624000. y poniendo el 3000 p.^r denominador, sera el coz.^te $\frac{624000}{3000}$ q p.^r el §. 39. son 208 lib. el num. 8.º No pongo otro exemplo p.^r ser facil.

112. hallado vn modo á gusto del arithmetico, se pueden sacar del mesmo otros 144. sin cansarse la cabeza, de esta suerte.

Muda el 6.° en 7.° seran 2. Muda en los dos el 5.° en 6.° seran 4. Muda en los mesmos dos el 5.° en 7.° seran 6. Muda en los 6. el 4.° en 5.° seran 12. Muda en los mesmos 6. el 4.° en 6.° seran 18. Muda en los mesmos 6 el 4.° en 7.° seran 24. Muda en los 24 el 2.° en 3.° seran 48. Muda en los 48 el 1.° en 2.° seran 96. Muda en los mes.° 48 el 1.° en 3.° seran 144.

Con este artificio se pueden hallar los siguientes 12384 modos de resolver la question precedente.

113. 4320. modos con vna inversion.

Modo 1.° $\frac{1}{4}\ \frac{12}{4}\ \frac{12}{45}\ \frac{123}{45}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$ Modo 2.° $\frac{1}{4}\ \frac{12}{4}\ \frac{12}{45}\ \frac{12}{456}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$

Modo 3.° $\frac{1}{4}\ \frac{12}{4}\ \frac{123}{4}\ \frac{123}{45}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$ Modo 4.° $\frac{1}{4}\ \frac{1}{45}\ \frac{12}{45}\ \frac{123}{45}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$

Modo 5.° $\frac{1}{4}\ \frac{1}{45}\ \frac{12}{45}\ \frac{12}{456}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$ Modo 6.° $\frac{1}{4}\ \frac{1}{45}\ \frac{1}{456}\ \frac{12}{456}\ \frac{123}{456} \times \frac{2456}{123}$

De cada vno de estos modos pueden salir 144: por el § 112. que seran 864: y todos tendran la conversion en el 5.° espacio: y pues la conversion se puede hazer tambien en el 4.° 3.° 2.° y 1.° multiplicando 864 por 5. seran 4320 modos.

114. otros 4320 modos con dos conversiones.

Modo 1.º $\frac{4}{1}\ \frac{45}{1}\ \frac{456}{1}\ \frac{456}{12} \times \frac{312}{456} \times \frac{7456}{312}$ Modo 2.º $\frac{4}{1}\ \frac{45}{1}\ \frac{45}{12}\ \frac{456}{12} \times \frac{312}{456} \times \frac{7456}{312}$

Modo 3.º $\frac{4}{1}\ \frac{4}{12}\ \frac{45}{12}\ \frac{456}{12} \times \frac{312}{456} \times \frac{7456}{312}$

De cada uno salen 144 p.r el §.112: y seran 432: y p.r q. las dos conversiones se pueden hacer en el 4.º y 5.º espacio: en el 3.º y 5.º: en el 2.º y 5.º: en el 1.º y 5.º: en el 3.º y 4.º: en el 2.º y 4.º: en el 1.º y 4.º: en el 2.º y 3.º: en el 1.º y 3.º: en el 1.º y 2.º: q. son 10 diferencias; multiplicando 432 p.r 10. salen 4320 modos.

115. 3744 modos con 3. 4. y 5. conversiones.

Modo 1.º $\frac{1}{4}\ \frac{12}{4}\ \frac{12}{45} \times \frac{645}{12} \times \frac{312}{645} \times \frac{7645}{312}$ Modo 2.º $\frac{1}{4}\ \frac{1}{45}\ \frac{12}{45} \times \frac{645}{12} \times \frac{312}{645} \times \frac{7645}{312}$

Modo 3.º $\frac{4}{1}\ \frac{45}{1} \times \frac{21}{45} \times \frac{645}{21} \times \frac{321}{645} \times \frac{7645}{321}$ Modo 4.º $\frac{1}{4} \times \frac{54}{1} \times \frac{21}{54} \times \frac{654}{21} \times \frac{321}{654} \times \frac{7654}{321}$

De los dos modos 1.os salen 20. p.r q. las 3. conversiones se pueden hacer en 10 maneras, en el 3.º 4.º 5.º espacio: en el 2.º 4.º 5.º: en el 1.º 4.º 5.º: en el 2.º 3.º 5.º: en el 1.º 3.º 5.º: en el 1.º 2.º 5.º: en el 2.º 3.º 4.º: en el 1.º 3.º 4.º: en el 1.º 2.º 4.º: en el 1.º 2.º 3.º: del modo 3.º salen 5. p.r q. las 4 conversiones pueden ser de 5 maneras; en el 2.º 3.º 4.º 5.º: en el 1.º 3.º 4.º 5.º: en el 1.º 2.º 4.º 5.º: en el 1.º 2.º 3.º 5.º: en el 1.º 2.º 3.º 4.º: q. juntos con los 20, son 25: y añadiendo el 4.º modo son 26: y pues de cada uno pueden despues salir 144. p.r el §112: seran 3744. q. juntos con los 8640. de los §§.113. y 114.

Seran todos 12384.

116. Si en hallando vn modo por las reglas del §. 87. y 107. se quiere saber quantos que den salir del; multipliquense las Convinaciones de los multiplicadores, por las de los partidores; el producto sera el que se busca: Como en las questiones de 5 numeros, son los multiplicadores 3. y los partidores 2: las Convinaciones de 3. y 2. por la tabla 1.a del cap. 23. son 6. y 2: multiplicando 6. por 2. sale 12: tantos modos pueden salir de cada vno en las questiones de 5. numeros. En las de 7. los multiplicadores son 4. los partidores 3. las Convinaciones de 4. y 3. son 24. y 6: multiplicados hazen 144. En las qq. de 9. numeros, los multiplicadores 5. y los partidores 4. sus Convinaciones 120. y 24. multiplicados hazen 2880: &c.

117. Advierto. 1.o Que en escrivir los quebrados, se tenga sumo cuidado, en no confundir los multiplicadores con los Partidores: porque si el quebrado se yerra, saldra mal la cuenta. 2.o que los artificios del §. 87. y 107. solo se han puesto para los curiosos, que gustan de la variedad, y fecundidad de los numeros: los que se contentan con saber vn modo de resolver la question, valganse de las reglas generales, que contienen el modo mas claro, y facil. 3.o todas las reglas generales, se contienen en el §. 81. y el que le entendiere bien, no necessita de mas preceptos. 4.o otras muchas industrias, para hallar nuevos modos, dexo al ingenio del lector, escusando la prolixidad.

Cap. 17.

De las disposiciones para la proporcion.

118. La proporn. no siempre esta clara, y es necesario tal vez buscar los terminos, y disponer les sumando, restando, multiplicando, ò partiendo. Como en los exemplos sigtes.

Exemplos del Sumar.

Pidese, q este numero 100. se divida en 3. partes, q guarden entre si la proporcion q 20. 18. 12: la Suma de los 3. num. 50. es el 1.o termino de la proporcion, y asi dixe; si 50. dan 20. q daran 100? (§.71.) hallo 40: Otra vez: si 50 dan 18, q daran 100? hallo 36: otra vez: si 50 dan 12 q daran 100? hallo 24: digo q 40. 36. 24. hacen 100. y guardan entre si la proporcion, q 20. 18. y 12.

De aqui nace la regla de Compañias. Tres Mercaderes pusieron el 1.o 20 ducad. el 2.o 18: el 3.o 12: y ganaron 100: q gano cada uno? Obrase como antes, y ganò el 1.o 40: el 2.o 36: y el 3.o 24: tambien se puede partir la ganancia comun 100. por la Suma de las Compañias 50: y el quocte. 2. multiplicado por los Caudales, dara al 1.o 40: al 2.o 36: y al 3.o 24. Con el mesmo artificio, conocido el empleo, y ganancia, se hallara el Caudal de cada uno. Tres emplearon 100 ducados, y ganaron el 1.o 20: el 2.o 18: y el 3.o 12. Pidese el Caud. de cada uno, y sera del 1.o 40: del 2.o 36: del 3.o 24.

119. En las reparticiones se guarda el mismo estilo: Pedro deve á tres, al 1.º 40: al 2.º 36: al 3.º 24: tiene 50 r.s, q̃ dara á cada uno guardando la proporz.n? la suma de 40. 36. y 24. es 100. el 1.er termino: luego si 100. dan 50. q̃ 40? hallo 20. Para el 1.º Si 100. dan 50. q̃ 36? hallo 18. p.a el 2.º la resta 12. sera del 3.º Pudose partir la cant.d 50. p.r la suma de las deudas 100: el quoc.te de $\frac{50}{100}$. q̃ es $\frac{1}{2}$ multiplicado p.r las deudas 40. 36. 24. resuelve la duda: y salen 20. 18. 12. Quando el quociente sale quebrado, sera util obrar p.r las decimas: Como $\frac{1}{2}$ reducido á millesimas (§. 52.) sera 500 $(^{3}$ multiplicado p.r 40. 36. 24: salen 20000 $(^{3}$. 18000 $(^{3}$ 12000 $(^{3}$ Como antes. lo mes. es en las Compañias.

120. Quando es ganancia de ganancia, se suma la ganancia con su caudal, y se continua la regla de 3. p.r todos los años, q̃ corre el interes. Pedro dio 1000. ducad. p.r 4 años á razon de 10 p.r 100: con q̃ la ganancia gane tambien al respecto; q̃ ganará en los 4 años? Año 1.º si 100 dan 10. luego 1000 daran 100. Año 2.º si 100. dan 10. luego 1100. daran 110. Año 3.º si 100 dan 10. luego 1210. daran 121. Año 4.º si 100 dan 10. luego 1331. daran 13310 $(^{2}$ esto es 133 $\frac{10}{100}$. Sumando 1331. con 133. $\frac{10}{100}$. tendra Pedro el 4.º año 1464 $\frac{10}{100}$. ducados; quitando el caudal 1000: sera la ganancia 464 $\frac{10}{100}$ ducados, de los 4 años. Dada la cant.d y ganancia, se pueden bus-

car los años: y dados los años, y ganancia, buscar la cantidad: ꝑ el libro 2º.

Exemplos del restar.

121. Vendiendo 3 varas de paño ꝑ 5 ducados, se pierde á razon de 10 ꝑ 100 ÷: si se vendieren 7 varas ꝑ 14 ducados, q̃ se ganará, ó perderá ꝑ 100? Restando los 10 q̃ se pierden del 100, quedan 90: y es el term.º 3º dexando pues los 100, como si no estuvieran: será la regla de 5. num.s assi dispuestos.

1º 2º 3º ÷ 4º 5º 6º
3 varas. 5. ducados. 90 d. ÷ 7. varas. 14. duc. .... d.

El quebrado directo (§. 79.) es $\frac{345}{612}$ y porq̃ es la ganancia menos, quando se dan mas varas con el mismo precio, será la proporcion inversa en el term.º 1º Luego el quebrado inverso será $\frac{315}{642}$ (§. 80.) Multiplicando pues 3º 1º 5º: esto es 90 ꝑ 3. sale 270: estos ꝑ 14. sale 3780: multiplico 4º 2º q̃ es 7. ꝑ 5. sale 35: luego (ꝑ la regla 1ª §. 91.) parto 3780. ꝑ 35. sale 108: y porq̃ es mayor q̃ 100. resto 100. de 108. quedan 8 de gananz.ª ꝑ 100: y si el 6º num.º hallado fuera menor q̃ 100: la resta seria lo q̃ se pierde ꝑ 100.

Exemplo del sumar, y restar.

122. Vendiendo 3. varas. ꝑ 5 ducados: se pierden 10 ꝑ 100 ÷ 7 varas por q.tos ducados se venderán p.a ganar 8 ꝑ 100? Resto la perdida de su caudal, quedan 90: sumo la ganancia con el caudal es 108: los terminos dispuestos son.

3. Var. 5. duc. 90. d. ∷ 7 Var. .... duc. 108. d.

Y pues sirve el mesmo quebrado, y se busca el 5.º partiré de 6.º 4.º 2.º p. el 3.º 1.º y salen 14 ducados p. la regla 2.ª §. 91. Si se buscaran las varas dados los ducados p. la Re. 3. §. 91. se hallarian 7. varas partiendo 3.º 1.º 5.º p. 6.º 2.º De suerte q. en esta, y otras quest. semejantes, en todas especies de mercaderias, se suma la ganancia con su caudal, y se resta la perdida, tanto en la 1.ª, como en la 2.ª parte de la question.

123. Exemplo de multiplicar, y compañias con tiempo.

Dos mercaderes emplearon; el 1.º 640 ducados p. 10 meses: el 2.º 600 duc. p. 12 meses: ganaron 680. duc. q. ganó el 1.º y q. el 2.º? Multiplicase el caudal p. su tpo: 640 p. 10 son 6400. y 600 p. 12. son 7200: sumanse los productos 6400 y 7200. la suma es 13600 el termino 1.º luego si 13600. dan 680. q. daran 6400? (§. 91.) salen 320 duc. de ganancia del 1.º: restados de 680, quedan 360. ganancia del 2.º. Si fueren 3. o 4. de compañia, se continuará la regla como en el §. 118. Cuando se hace compañia para tpo igual, no ai q. cuidar del tiempo. Si alguno saca el dinero antes de cumplirse el tiempo, se contará solamente el tpo q. estuvo. Si saca parte del dinero, se han de hacer p. el dos reglas, la 1.ª por todo el dinero con el tiempo, q. estuvo; la otra, p. la parte del dinero, q. quedó lo restante del tiempo. Con esto se pueden resolver muchas dudas.

124. Exemplos con reduczion de quebrados.

Quando los quebrados tiénen un denominádor, no necesítan de reducción. Un Mercader admitió á su factor á los $\frac{2}{5}$ de la ganancia por su trabajo, tomando por el empleo los $\frac{3}{5}$. fué la ganancia 100 ducados: que le toca al factor? Si 5 dan 2: luego 100. darán 40. Si el factor puso parte del dinero por tiempo igual, se partirá la resta 60 duc. á proporcion del empleo, por el §.118: si el tpo es diferente, por el §.123. Pero quando los quebrados tiénen diferentes denominádores, han de reducirse: Como, Pedro dió $\frac{1}{3}$ y luego $\frac{1}{4}$ de su caudal, quedandole 100 rs, quanto tenía antes? redúzganse $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ á un comun denominádor. §.35. y serán $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$ la suma por el §.41. será $\frac{7}{12}$. lo que ha dado: luego le quedan $\frac{5}{12}$ que son 100 rs. Pues si 5. dan 100, que 12? salen 240: es todo el caudal. Prueba: el $\frac{1}{3}$ de 240 es 80: el $\frac{1}{4}$ es 60: juntos son 140: restados de 240 quedan 100. De este genero se hallan mu.as questiones en Epigrammas antiguos, que refiere Bacheto sobre Diophanto lib. 5.

125. Entre quatro dieron el precio de una Imagen, lampara, edificio etc, el 1.º dió $\frac{2}{5}$. el 2.º $\frac{4}{9}$. el 3.º $\frac{1}{7}$. el 4.º 300 reales: que monta todo? reducidos los quebrados §.35. serán $\frac{126}{315}$ $\frac{140}{315}$ $\frac{45}{315}$: la suma (§.41.) es $\frac{311}{315}$ lo que dieron los 3: luego el 4.º dió $\frac{4}{315}$. que son 300 rs: Pues si 4. dan 300, que 315? salen 23625. rs. y es toda la cantidad. Prueba: los $\frac{2}{5}$ de 23625 son

9450. los $\frac{4}{9}$ son 10500. el $\frac{1}{7}$ es 3375. la Suma de los 3. será 23325. Restado de 23625: quedan 300. real. q̃ dió el 4.°

126. Cupido entró en un huerto, y cogió cierta cant.d de manzanas: salieron al encuentro las 9. musas, y le quitaron, clio $\frac{1}{5}$. euterpe $\frac{1}{12}$. thalia $\frac{1}{8}$. Melpomene $\frac{1}{20}$. erato $\frac{1}{7}$. terpsicore $\frac{1}{4}$. Polihymnia 30. Vrania 120. Calliope 300: quedaronle á Cupido 50, q̃ entregó llorando á su Madre Venus: Quantas manzanas cogió? 1.° suma los num.os dados 30. 120. 300. 50. serán 500. 2.° reduce los quebrados á un comun denominador, (§.35.) q̃ será 268800: sus partes $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{20}$. son 53760. 67200. 33600. 38400. 22400. 13440. La suma de todos 228800. restada de 268800. quedan 40000: luego si 40000 dan 500. q̃ 268800? hallo 3360. manzanas q̃ cogió.

127. testamentos y Reparticiones.

Guardan el mismo estilo. Pedro dexó en su testamento 2052. ducados, q̃ repartió entre 4. hijos, al 1.° $\frac{1}{3}$, al 2.° $\frac{1}{4}$, al 3.° $\frac{1}{5}$, al 4.° $\frac{1}{6}$: q̃ le toca á cada uno? Reducidos los quebrados $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$ (§.35.) son $\frac{120}{360}$ $\frac{90}{360}$ $\frac{72}{360}$ $\frac{60}{360}$: la suma de los numeradores 342: luego si 342 dan 2052: q̃ 120? salen 720, al 1.° si 342 dan 2052. q̃ 90? salen 540 al 2.°: si 342 dan 2052. q̃ 72? salen 432. al 3.°: si 342 dan 2052. q̃ 60? salen 360. al 4.°: lo mes.mo se observa aunq̃ las p.tes excedan al todo: 3080. ducados se an de repartir entre 4. al 1.° $\frac{1}{2}$: al 2.° $\frac{1}{3}$: al 3.° $\frac{1}{4}$. al

4.º $\frac{1}{5}$: Reducidos los quebrados (§.35.) serán $\frac{60}{120}$ $\frac{40}{120}$ $\frac{30}{120}$ $\frac{24}{120}$: la suma de los numeradores es 154. Si 154. dan 60. qué 3080? salen 1200. al prim.º 800. al 2.º 600 al 3.º 480 al 4.º Determinada la una parte, se determinarán las otras, y toda la cantidad: Cierta hac.da se repartió entre 4. á razon de $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$: el 1.º tuvo 1200 ducados; quanta era la hac.da y qué fueron los otros? Reducidos los quebrados, la suma es $\frac{154}{120}$. Luego si 60 dan 154, qué darán 120? Salen 3080. toda la hacienda: si 60 dan 1200. qué darán 40? Salen 800. para el 2.º si 60 dan 1200. qué 30? Salen 600 q.e el 3.º la resta 480 es del 4.º

128. Exemplos del partir.

No siempre se dan las partes, y es necesario tal vez buscar los quebrados por particion. Si una fuente tiene 2 caños, el 1.º llena un vaso en 5 dias, el 2.º en 3, los dos juntos en qué tiempo le llenarán? Pártase la unidad por los num.s dados 5 y 3: serán $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$: el 1.º en un dia llenará $\frac{1}{5}$, y el 2.º $\frac{1}{3}$: Reducidos los quebrados (§.35.) serán $\frac{3}{15}$ $\frac{5}{15}$: la suma $\frac{8}{15}$. tanto llenarán los dos en un dia: Luego si 8 dan 1. dia que son 24 horas, qué darán 15? Salen 45 horas: que es 1 dia y 21 horas: para saber qué llena cada uno: digo, si en 24 horas llena el 1.º $\frac{1}{5}$ qué llenará en 45 horas? Salen $\frac{45}{120}$, ó $\frac{3}{8}$: y el 2.º llenará $\frac{5}{8}$.

129. Lo mes.º es en otras especies. Si dos Correos, Segadores, Labradores, Molinos, etc. caminan, siegan, labran, muelen, etc.ª una cantidad, el 1.º en 5 dias; el 2.º en 3: los dos en qué tiempo la acabarán, ó quando se juntarán los Correos? Obrando como antes

Se hallaran 15. horas: Y el 1.º avrá concluido $\frac{3}{8}$ y el 2.º $\frac{5}{8}$. Si se determina el todo, se determinarán las partes: Sea el todo 50 leguas, ett.ª digo si 8 dan 50. q̃ darán 3? Salen $18\frac{6}{8}$ leguas. para el 1.º la resta hasta 50, q̃ es $31\frac{2}{8}$ leguas, son del 2.º Si se determina una parte, se determinará el todo, y las otras: Como si el 1.º caminò $\frac{3}{8}$, q̃ son $18\frac{6}{8}$ leguas; q̃ distan los lugares de donde salieron? Digo si 3. dan $18\frac{6}{8}$, q̃ darán 8? Salen 50 leguas: resto $18\frac{6}{8}$ de 50, quedan $31\frac{2}{8}$ leguas, q̃ caminó el 2.º

130. Quando se determinan las partes, es mas facil. Valenzia y Madrid distan 50 leguas: Salen 2 Correos a un mĩmo tpõ, el 1.º camina cada dia 10 leguas, el 2.º 15: quando se juntaran? Sumando 10 y 15. seran 25. leguas, q̃ caminarán los dos: partiendo 50 p.r 25. Salen 2 dias; entonzes se juntarán. Si se pregunta, q̃ ha corrido cada uno, quando se juntan? lo 1.º se hallará el tpõ en q̃ concurren: 2 dias. luego si el 1.º en un dia corre 10 leguas, en 2. avra corrido 20: y el 2.º 30. Una Isla tiene 50 leguas de circumferenzia, Salen 2 barcas a un mĩ. tpõ de un Puerto p.r partes contrarias, quando se encontraran, si la una corre 10 leguas, y la otra 15. cada dia? Obrando como antes, se hallaran 2 dias, y la una caminó 20: y la otra 30.

131. un Correo, q̃ camina 14 leguas, sale de un lugar 6. dias despues, q̃ otro, q̃ camina 10. quando le alcanzará? Este en los 6 dias avrá caminado 60 leguas: Y este 10. de 14, será la diferencia 4: partase 60 p.r 4, Salen 15 dias. Dos Correos salen a un mĩmo tpõ de dos Ciudades, q̃ distan 60 leguas, el 1.º camina 10, y el 2.º 14 leguas ca-

da día, quando alcanzara el 2.º al 1.º: Obrando como antes, se hallarán 15 días. Dados los 15 días, y las 4. leguas, que camína mas el uno, que el otro, se hallará la distancía de las ciudades: multiplicando 15 por 4: salen 60 leguas. Dada la distancía 60 leguas, y los días 15. se hallaran las 4. leguas que camína el uno mas, que el otro. partiendo 60 por 15.

132. Para trocar unas mercaderías con otras.

Se ha de atender al justo valor: como Pedro y Juan quieren trocar pimienta y azucar: Pedro la vende á 3 r.s en contado, y trocando quiere á 4: Juan vende el azucar de contado á 2 r.s la libra: para no quedar defraudado ha de subir tambien el valor: si 3 suben á 4: luego 2 subirán á $2\frac{2}{3}$, y al contrario si Juan quiere vender trocando á $2\frac{2}{3}$, á como vendera de contado? si 4 bajan á 3. luego $2\frac{2}{3}$ bajaran á 2. Pero si entrambos se concertaren subiendo, Pedro 8 r.s á 10; y Juan 12 á 14. preguntase, quien hace mejor concierto, y á quanto gana por 100? Reduzcanse á quebrado los numeros, y multipliquese en cruz,

$\frac{8}{10}\times\frac{12 - 120}{14 - 112}$: 10. por 12. son 120: y 14 por 8. son 112: luego si 120 dan 112: 100 daran $93\frac{1}{3}$. restados de 100, quedan $6\frac{2}{3}$ esto pierde Juan por 100. Si 112. dan 120: 100 daran $107\frac{1}{7}$. Restados 100 de $107\frac{1}{7}$ quedan $7\frac{1}{7}$ esto gana Pedro por 100: y al contrario ganára Juan, si en la 1.ª operacion saliera el numero maior que 100.

133. tambien se puede reducir á 5 numeros, como en el §. 121.

1.º 2.º 3.º ⁜ 4.º 5.º 6.º
8. real. 10 real. 100. ⁜ 12 real. 14 real. $93\frac{1}{3}$

El quebrado indirecto es $\frac{3\,1\,5}{6\,4\,2}$ Para hallar el 6.º parte 3.º 1.º 5.º p.r 4.º 2.º Salen 93 $\frac{1}{3}$: Si se pide, para q. Juan pierda 6 $\frac{2}{3}$ p.r 100, á quanto ha de subir los 12 reales? Resta 6 $\frac{2}{3}$ de 100. quedan 93 $\frac{1}{3}$. el 6.º numero: Parte 6.º 4.º 2.º p.r 3.º 1.º Salen 14 reales. Si se pide, perdiendo Juan 6 $\frac{2}{3}$ p.r 100. de q.to subió á 14? Parte 3.º 1.º 5.º p.r 6.º 2.º Salen 12 r.s Ambos modos se hallarán p.r el (§. 87. y 107). Sabida la perdida del uno, se sabe la ganancia del otro, y al contrario: Como si Juan pierde á 6 $\frac{2}{3}$ p.r 100: restados quedan 93 $\frac{1}{3}$. Pues si 93 $\frac{1}{3}$ dan 100: luego 100 darán 107 $\frac{1}{7}$, y el 7 $\frac{1}{7}$ p.r 100. Y al contrario, si Pedro gana 7 $\frac{1}{7}$ p.r 100. digo si 107 $\frac{1}{7}$ dan 100: luego 100. darán 93 $\frac{1}{3}$ q. restados de 100. queda 6 $\frac{2}{3}$, la perdida de Juan.

134. Pero si Juan pide $\frac{1}{7}$ de contado, q.n hará mejor conzierto? Esta pregunta es equívoca: si el $\frac{1}{7}$ es del primer precio 12 r.s, siempre perdera 6 $\frac{2}{3}$ p.r 100. en el trueque, solo perdera menos, p.r q. trueca menos mercaderia. Si el $\frac{1}{7}$ es del 2.º precio 14 r.s toma el $\frac{1}{7}$ de 14. q. es 2, restale de los precios 12 y 14, quedarán 10 y 12: dispuestos los numeros serán.

1.º	2.º	3.º	∴	4.º	5.º	6.º
8 real.	100. rea.	100	∴	10 rea.	12. rea.	96:

Parte el 3.º 1.º 5.º por 4.º 2.º Salen 96. y pierde 4 p.r 100: Si saliera 100. fuera el conzierto igual, y si mas de 100, el exceso fuera la ganancia de Juan p.r 100. Si se pide: q. ha de tomar Juan de contado, para q. sea el conzierto igual, ó al contrario sien do el Convierto igual, q. tomó de Contado? hagase de los precios quebrado, y multiplíquese en Cruz $\frac{8}{10} \times \frac{12}{14} \begin{matrix} - 120 \\ - 112 \end{matrix}$: resta 8. de 10. quedan 2: resta 112 de 120. quedan 8. parte 8. p.r 2: el quociente 4. es numerador, y el precio mayor 14. denominador: tomando pues de contado $\frac{4}{14}$ sera el Convierto igual, y si fuere el Convierto igual, tomo $\frac{4}{14}$ de contado.

135. tomando Juan $\frac{1}{7}$ de contado, pierde 4 p.r 100. de q.to subio á 14? restese 4 de 100. Sera 96. el 6.° el $\frac{1}{7}$ de 14. es 2. restado de 14. quedan 12. el 5.° numero.

1.°	2.°	3.°	⁜	4.°	5.°	6.°
8. rea.	10 rea.	100.	⁜	...	12 rea.	96.

Parte el 3.° 1.° 5.° p.r 2.° 6.° salen 10 reales, añadiendoles el $\frac{1}{7}$ de 14 que es 2. seran 12. de q. subio á 14. Vendiendo Juan de contado á 12, y tomando de contado el $\frac{1}{7}$ del 2.° precio, pierde 4 p.r 100: pidese el 2.° precio, á q. subio de 12? resta 4 de 100. seran 96. el 6.° numero; la disposicion es.

8 rea. 10 rea. 100. ⁜ 12 rea. ... 96.

Multiplica el 4.° 2.° 6.° y el producto 11520. p.r el denominador del quebrado dado $\frac{1}{7}$ que es 7. sale 80640. resta el numerador 1. del denominador 7. sera la diferen.a 6: multiplica el 2.° y 6.° salen 960. y esto p.r el numerador 1. salen 960: multiplica 1.° y 3.° y el producto 800. p.r la diferenzia 6. salen 4800. suma 4800. con 960: seran 5760.

Parte 80640. p.r 5760, el quoc.te 14. y el 2.º precio.

136. quando se determina el todo, y el dinero, q. recive, es mas facil. Juan sube su precio de contado á 14 en trueque, y conforme esto, vale su mercaderia 147. ducados: pide 21 contado, y aun pierde 4 p.r 100. Preguntase, de quantos subio á 14? Restase 21 de 147. quedan 126. y será el 5.º num.º resta 4 de 100: será 96. el 6.º dispuestos son.

8. rea. 10 rea. 100. ∴ .... 126 rea. 96.

Parte el 3.º 1.º 5.º p.r 2.º 6.º salen 105, y es el 4.º añade los 21. á 105, y 126. salen 126 y 147: luego si 147. dan 126: q. 14? salen 12 de q. subio á 14.

137. Si la mercaderia de Juan vale de contado 126, pide en dinero 21. y pierde 4 p.r 100. pidese; de 12 aq.tos subio trocando? resta 21 de 126. quedan 105. el num.º 4.º dispuestos los numeros son.

8. rea. 10 rea. 100 ∴ 105. ... 96.

Parte el 2.º 4.º y 6.º p.r 3.º 1.º salen 126. añadidos 21. son 147: luego si 126, q. vale de contado la mercaderia, dan 147: q. 12? salen 14. aq. subio de 12. ∴ Juan pide 21. en dinero: sube de 12 á 14. de contado, valia su mercaderia 126: q. pierde, ó gana p.r 100? digo si 12 dan 14: q. 126? salen 147: el nuevo precio de todo. resta 21 de 126. y 147: quedan 105. y 126. q. seran el 4.º y 5.º dispuestos los numeros son.

8. 10. 100 ∴ 105. 126. ...

Parte el 3.º 1.º 5.º p.r 2.º 4.º Salen 96: q restados de 100, quedan 4: esto prende p.r 100. Cada question de estas se puede resolver p.r innumerables modos, guardando las reglas del §. 83. y 103.

Cap. 18.

Regla de tres Astronomica.

138. En el uso de las tablas astronomicas se ofrece mu.das veces la parte proporcional. Para obrar con facilidad sin la tabla sexagenaria.

1.º Se reduciran los grados a minutos.

Multiplicando p. 60: 2 gr. por 60, son 120.m

2.º los segundos se reduciran a decimas de minutos.

Añadiendoles dos zeros a mano dra, y partiendo p.r 60: Como 35.m 28 seg. añadidos 2 zeros a los 28, seran 2800: partiendo p.r 60. salen 47. q juntos con los 35.m seran 35. 47: esto es 35 min. 47 centes. Quando no ay segundos, se añadiran a los minutos 2 zeros, y quedaran reducidos: Como 35.m; seran 35. 00.

3.º las decimas se reduciran a segundos.

Multiplicando p.r 6, y quitando del producto la ultima letra: Como 47 centes.

multiplicados por 6. son 282, esto es 28 segundos: las dos reducciones, se haran por la siguiente tabla.

tomando las decenas de los segundos à la mano yzquierda, y las Unidades arriva, en el angulo comun se hallan las Centesimas.

Como 34 segundos son 57 Centesimas: y 26 seg. son 43 Centes. y 58 seg. son 97 Centes. etta. Ytem 40 Centes. son 24 seg. etta.

tabla de segundos, y decimas.

Segund.		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	dec.	2	3	5	7	8	10	12	13	15
10	17	18	20	22	23	25	27	28	30	32
20	33	35	37	38	40	42	43	45	47	48
30	50	52	53	55	57	58	60	62	63	65
40	67	68	70	72	73	75	77	78	80	82
50	83	85	87	88	90	92	93	95	97	98

139. Regla Unica Universal.

Reducidos los terminos à decimas, se multiplica y parte, como en la regla de 3. vulgar; y las decimas del quociente se reducen despues à segundos.

Exemplo 1º. Si un grado que es 60 minutos, da 35m. 22 seg: que daran 28m. 44 seg.? Reducidos los terminos (§. 138.) digo si 60.00. dan 35.37: que daran 28.73? multiplicando 35.37: por 28.73, sale 10161801. partido por 60.00, salen 16.93: esto es 16m. 56 seg. Otra vez: Si un grado da 35m. 28 seg: que daran 18m. 44 seg.? Reducidos los terminos, digo si 60.00, da 35.47: que daran 18.73? multiplicando 35.47, por 18.73: sale 6643531. partiendo por 60.00: salen 11.07: esto es 11m. 4 segundos.

140. Exemplo 2.º Si 56 m. dan un grado, q̃ daran 35 m. 47 Seg.? Reducidos dixe: Si 56.00, dan 60.00: q̃ daran 35.78? Multiplica 60.00, p̃ 35.78, Sale 21468000. parte p̃ 56.00, Sale 38.33. esto es 38 m. 20 seg. Otra vez: Si 30 m. 16 seg. dan un grado; q̃ daran 12 m. 20 s.? Reducidos digo Si 30.27, dan 60.00: q̃ daran 12.33? Salen 24.44: esto es 24 m. 26 seg.

141. Exemplo 3.º Si el Sol en un dia, q̃ es 24 horas, corre 59 m. 50 seg: en 16 hor. 45 m. q̃ correra? los minutos de hora se reduziran á decimas de hora, de la mes.ª suerte, y digo: Si 24.00: dan 59.83; q̃ daran 16.75? multiplica 59.83, p̃ 16.75, Sale 10021525: parte por 24.00: Salen 41.75: esto es 41 m. 45 seg.

En la luna, q̃ corre muchos mas grados, se reduziran los minutos á decimas de grados, y saldran grados, y decimas, q̃ se reduziran despues á minutos. La luna en 24 horas corre 13 grados, 26 m: en 18 hor. 16 m. q̃ correra? Reducidos digo: Si 24.00, dan 13.43: q̃ daran 18.27? Salen 10.22. esto es: 10 gr. 13 m.

142. Exemplo 4.º La luna corre 13 gr. 54 m. en 24 horas: para caminar 11 gr. 20 m. q̃ tpõ ha menester? Reducidos los terminos digo: Si 13.90: dan 24.00: q̃ daran 11.33? Salen 19.56: esto es 19 m. 33. seg. ✠ Si un Cometa corre 2 gr. 15 m. 18 seg. q̃ son 135 m. 18 seg. en 23 hor. 48 m: para caminar 53 m. 33 seg. q̃ tpõ ha menester? Reducidos digo:

Si 135.30: dan 23.80: que daran 53.55? Salen 9.42. esto es 9 hor. 25 m.

143. Para hallar la hora de los aspectos.

Multiplica la distancia de los Planetas por 24 hor. y parte el producto (si los dos son directos, o retrogrados) por la diferencia de los movimientos, o (si el uno es directo, y el otro retrogrado) por la suma. La Luna dista 7. gr. del Sol, y corre en un dia 12 gr. y el Sol 1. gr. la diferencia es 11 gr: reducidos digo. Si 11.00. dan 24.00: que daran 7.00? Salen 15.27: esto es 15 gr. 16 m. Item Mercurio retrogrado en 24 hor. camina 39 m. 18 seg: y Venus directa camina 75 m. 36 seg. y distan 58 m. 24 seg: quando se juntaran? La suma de los movimientos es 114 m. 54 seg. reducidos los terminos, si 114.90, dan 24.00: que daran 58.40? Salen 12.19: esto es 12 hor. 11 min. etta.

Cap. 19.

de la Alligacion.

144. Alligacion se toma la mezcla de muchas especies, para que resulte otra especie media: Como si se mezcla oro de 22 quilates, con oro de 13, saldra una especie media, mas perfecta que de 13, y menos que de 22. Lo mesmo es en el vino, digo, lanas, etta. En cada alligacion hay 6 terminos, que son las 3 especies maior, menor, y media, que se declaran

por su precio; y las tres cantidades de la especie maior, menor, y media.

Regla unica general.

Si la diferenzia de los extremos se haze todo, las diferenz.s del medio puestas en cruz, son las 3 partes de la mezcla.

145. Un Platero tiene oro de 22 quilates, y de 13: quiere reducirle à 16 quilates, quanto tomarà de cada especie? Escrivanse las especies como se ve: la maior arriva, la menor debaxo, y la media à un lado segun con este orden. la difer.a de 13 à 16. es 3: la difer.a de 16. à 22. es 6: escrivanse en cruz, la difer.a de 13 à 22. es 9. escrivase debaxo: digo pues, que en cada 9 onzas de mezcla, ha de aver 3. onzas de 22 quilates. y 6 onz. de 13. quilat., y con esto seran las 9. onzas de 16 quilates. La prueva es, que multiplicando 22 por 3: y 13 por 6: la suma de los productos es igual al producto de 16 por 9.

	especies.		difer.s	Cantid.s
16	22	X	3	12
	13		6	24
			9.	36.

146. Si la cant.d de la mezcla huviere de ser maior, ò menor, como de 36 onzas, se forma una regla de 3: si 9. dan 36: luego 6. daran 24: digo que 24 onz. ha de aver de 13. quilates, con que restando 24. de 36. quedaràn 12 de 22 quilates: tambien por regla de 3: si 9 dan 36: luego 3 daràn 12. de 22 quilates, con que las 24 seran de 13. De aqui se

Sigue q. las diferencias son proporcionales con las cantidades. Este es todo el fundamento para resolver las siguientes dudas.

Espez.	difer.	Cant.
22	3	..
16	×	
13	6	..
	9.	36.

Duda 1. Si 36 onz. de oro de 16. quila. se componen de oro de 22 y de 13. quila; q.to hay de cada especie? Pues se dan las 3 especies, dispongase los numeros con el orn q antes, dexando en blanco los q se buscan, y sacando las difer.as digo si 9 dan 36: q daran 6? y hallo 24 onzas de 13 quilates; luego las 12 seran de 22: obrase en todo como antes.

Corona de Archimedes.

147. El Rey Hieron dio a un Platero oro de 24 quilates p.a una Corona; el officio puso mezcla de plata: el Rei temio el engaño, y mando q Archimedes lo averiguase sin deshazer la corona. tomo Archimedes un pedazo de oro, y otro de plata de igual peso q la corona, y poniendo cada uno en un vaso lleno de agua, vio q salio mas agua de la plata q de la corona, y desta mas q del oro: y entendio q avia mezcla: supongo q la corona pesava 100 onz. y q expelio 63 de agua; el oro 60. y la plata 80: la difer.a de 60 a 63. es 3: la de 63. a 80. es 17: puestas en cruz, escrivase debaxo la difer.a 60.

	80	3	15 Plata.
63	×		
	60	17	85 oro.
		20.	100. Coron.

a 80. q̃ es 20: y digo si 20 dan 100: luego 17. daran 85. tantas onzas avra de oro: Y las otras 15. eran de plata. tambien podra decir: si 20 dan 100: luego 3. daran 15. onzas de plata: y las otras 85. seran de oro.

148. duda 2. Cierta cant.d de oro de 16 quila. tiene 24 onz. de 13 quila, y lo restante es de 22 quilat: quantas onzas de oro seran? hallados las diferencias, y dispuestos los numeros con el orn. q̃ antes, dexando en vacio las casillas de los q̃ se buscan: dixe si 6. dan 24. q̃ daran 9? hallo 36: q̃ es toda la cantidad de la mezcla: luego restando 24 de 36. quedaran 12 onz. de oro, de 22 quilates. si se pidiera la cant.d de la especie maior; dixera; si 6 dan 24: q̃ daran 3? hallo 12 onzas de oro de 22 quila: sumandolas con 24. sera todo 36 onzas.

$$\begin{array}{llll} & 22 & 3 & \ldots \\ 16 & 13 \times & 6 & 24 \\ \hline & & 9. & \ldots \end{array}$$

149. Si se diera la cant.d de la especie maior, se obra de la mes.a suerte, tomando por partidor la difer.a contraria: Como, cierta cantidad de oro de 16 quila. tiene 12 de 22. quila. lo restante es de 13: quantas onzas es el todo? ó q.tas onzas hai de 13 quila? dixe: si 3 dan 12: q̃ daran 9? hallo 36. luego 24 seran de 13 quil: ó si 3 dan 12. q̃ daran 6? hallo 24 de 13 quil. luego todo sera 36 onzas.

$$\begin{array}{llll} & 23 & 3 & 12 \\ 16 & 13 \times & 6 & .. \\ \hline & & 9 & .. \end{array}$$

150. duda 3. Si 12 onz. de oro de 22 quil. se mezclan con 24 onz. de 13 quil.

51

de quantos quil. sera la mezcla? Escrivanse como antes, y tomese la diferencias de la especie menor, y maior que es 9. y digo si 36 dan 9: que daran 24? hallo 6. que es la difera. de la especie maior y media: restando pues 6 de 22. quedan 16 quil. que tiene la mezcla.

22	×	:	12
13		·	24
	9.		36.

tambien; si 36 dan 9: que daran 12. cant. de la especie maior? hallo 3. que es la diferencia de la especie menor y media: añadiendo pues 3. a 13. seran 16. los quil. de la mezcla. Si se dan las 24. y 36. restando se hallan las 12. Si se dan las 12 y 36. restando se hallan las 24. Con que dadas las dos cantidades se saben las 3.

151. Duda 4. Si 12 onz. de 22 quil. se mezclan con 24. y la mezcla sale de 16 quil. de quantos quil. eran las 24 onz? O si 36 onz. de 16 quil. tienen 12 onz. de 22 quil: las otras 24 onz. de qs. quilaseran? Puestos en orden los numeros digo: si 24 dan 6: que daran 36? hallo 9. que se havia de escrivir debaxo del 6: y sera la difera. de la especie maior, y menor: luego restando 9 de 22. quedaran 13 quil. la especie menor. tambien: si 24 dan 6: que daran 12? hallo 3. que es difera. de la especie menor y media: restando 3 de 16: quedaran 13. quil. especie menor. luego las 24 onzas seran de 13. quil.

	22		·	12
16	· ·	× 6		24
			·	36.

152. Duda 5. Si 24 onz. de 13 quil. se mezclan con 12 de otra especie, y la mezcla sale de 16 quilates, de quantos quilates seran las 12? O si 36 onz. de 16 quilat.

tienen 24 de 13 quilates, las otras de q. quilates seran? Aqui se busca la eſpecie maior: ordenense los numeros, y sera 3. la diferencia de la eſpecie menor y media: digo pues: si 12 dan 3. q. daran 24? y hallo 6. q. es difer.a de la eſpecie maior y media: añado pues 6. al 16. y sale 22. la eſpecie maior. tambien si 12 dan 3. q. daran 36? hallo 9. q. es difer.a de la eſpecie menor y maior: añado pues 9. al 13: salen 22 quilates, la eſpecie maior.

$$\begin{array}{cccc} & \because & \times^{3} & 12. \\ ^{16}\,13 & & \cdot & 24. \\ \hline & & \cdot & 36. \end{array}$$

153. duda. 6. Si 36 onz. de meſcla, tienen 12 de 22 quilates, las otras 24. de q. quilates seran, y de q.tos quilat. sera la meſcla? esta tiene m.as reſpueſtas, y puede el Arithmetico determinar à su guſto los quilat. de las 24 onzas: supongo q. sean 13: luego q. la duda 3. hallare la meſcla de 16 quilat. tambien podra determinar los quilates de la meſcla: supongo q. sean 16: luego q. la duda 1. hallare 13. la eſpecie menor, q. son los quilat. de las 24 onzas.

Si 36 onz. de meſcla tienen 24 onz. de 13 quilates: las otras 12. de q.tos quilates seran? y de q. quilates la meſcla? supongo q. es la meſcla de 16 quilat. luego q. la duda 5. hallare 22 la eſpecie maior, q. son los quila. de las 12 onzas. Si hiciera otras suposiciones, hallara otros numeros, y todos reſponderan à la queſtion.

154. duda. 7. Si 36 onz. de oro de 16 quilates, se componen de oro de dos espes: las 24 onz. de vna especie, y las 12 de otra: de quantos quilat. es cada especie? tiene muchas respuestas. Puedo determinar la vna especie à mi gusto. Supongo q. las 12 onz. sean de 22 quilates. luego q. la duda 4. hallare 13 quila. la especie menor. Supongo q. las 24. fueran de 13 quilates: luego q. la duda 5. hallaria 22 quilates, la especie maior. Si la especie q. supongo, es maior q. la de la mezcla, se obrarà q. la duda. 4: Y si fuere menor, q. la duda 5. Si hiziera otras suposiciones, salieran diferentes numeros.

155. duda 8. Si 12 onzas. de 22 quilates, se mezclan con 24 onzas. de otra especie, Y la diferencia de los quilates de la mezcla, y de las 24 onzas es 3: de quantos quilat. sera la mezcla, Y de quantos las 24 onzas? Supongo q. los 22 quilat. es la especie maior, Y digo si 12 dan 3: q. daran 24? hallo 6. difer.ª de la especie dada y del medio: luego restando 6 de 22, quedaràn 16. los quilates de la mezcla: y quitando 3 de 16. restaran 13. los quilates de las 24 onzas. tambien: Si 12 dan 3: q. daran 36? Y hallo 9. difer.ª de las especies extremas; quito 9 de 22. restan 13. quilates de la especie menor; y añadiendo 3 al 13. seran 16. los quilates de la mezcla.

22 3 12
.. × 6 24
. 36.

156. duda. 9. Si 36 onz. tienen las 24 de 13 quilat. Y las 12 de otra especie, Y

la diferencia de la mescla, y de las 12 es 6. de quantos quilates será la mescla, y de quantos las 12 onz.? Supongo q. los 13 quilates, es la especie menor: y ordenados los numeros, digo: Si 24 dan 6: q. darán 12? hallo 3. diferencia de la especie dada, y del medio; y pues 13. se supone ser la especie menor, añado 3. a 13. y sale 16. quilat. la mescla: y añadiendole 6, q. es la diferenz.ª dada, serán de 22 quilates las 12 onz. tambien: Si 24 dan 6. q. darán 36? hallo 9. difer.ª de la especie maior, y menor; y pues 13. se supone ser la especie menor, añadole 9. sale 22 quilates la especie maior, y quitando 6, q. es la diferenz.ª dada, quedará 16 quila. la especie media. En esta duda y en la 8.ª si la especie q. se da, no se dice q. es menor, ni maior, puede suponerla el Arithmetico á su gusto, y si supone q. es maior, obrar como en el §. 155. y si supone q. es menor, obrar como en el presente, con q. tendrá la q.n dos respuestas.

: . 13 × 6 : 12
24
———
. 36.

157. Duda. 10. Si 36 onz. son de 16 quil. y ay 24 de una especie, y 12 de otra, y la difer.ª de los quilates de las 12. y 24. onz. es 9. quil; de q.tos quilat. serán las 24 onz. y las 12 onzas? ordenados los numeros, digo: Si 36. dan 9. q. darán 24? hallo 6. diferencia de la especie ma.r y media: y q. supongo q. 24. es cant.d de la especie men.r

16 : . × . 12
24
———
9. 36.

añado pues 6. al 16. y será 22. la especie mayor: Y quitando 9. que es la difer.ª dada, restarán 13 quil. que es la especie menor. tambien supongo que 12. es la cant.d de la especie mayor, y digo; si 36 dan 9: que darán 12? hallo 3. diferenz.ª de la especie menor, y media; resto pues 3 de 16. quedan 13. quil. la especie menor, Y añadiendo 9. al 13. serán 22 quila. la especie ma.r; de tantos quilat. son las 12 onzas. Si la pregunta no determina las cantidades, si son de la especie mayor, o menor, puede suponerlo el Arithmetico: Y tendrá la pregunta dos respuestas. En estos diez casos, se encierran todos los de esta materia.

158. En todas estas operaciones puede ser, que la una especie no tenga valor, como quando se liga oro con cobre, vino con agua, &c.ª en tales casos, se pone. 0. que la especie menor, y se obra como antes: Como si un platero tiene oro de 22 quilates, quiere baxarle á 16 quilates en cant.d de 66 onzas, quantas onz. tomará de cobre? dispónganse las 3 especies: la difer.ª de. 0. y 16 es 16: la de 16 y 22 es 6: la de. 0. y 22. es 22: digo pues, si 22 dan 66. que darán 6? hallo 18. onz. de cobre, luego las 48. serán de oro de 22 quilates. tambien si 48. onz. de oro de 22 quilat. se mezcla con 18. onz. de cobre: de que quilates saldrá la mezcla? obrando, como

$$\begin{array}{ccc} & 22 & 16 \quad .. \\ 16 & 0 \times & 6 \quad .. \\ \hline & 22. & 66. \end{array}$$

en el §.150. hallare 16 quilates.

159. Para subir el oro de punto, se obra de la mes.ª suerte. tiene un platero 66 onz. de oro de 16 quilat. quiere subirle á 22 quil: quantas onzas de liga se harân consumir en el fuego? dispuestos los numeros: digo si 22 dan 66: que daran 16? hallo 48 onz. de 22 quilat: a tantas onz. se reduciran las 66. para subir á 22 quil. y assi las 18 onz. consumira el fuego. tambien si 22 dan 66: que daran 6? hallo 18 onzas de cobre ó liga que ha de consumir el fuego: Concluio, con que el zero no varia el modo de obrar precedente.

	22		16	48
16	0	X	6	18
			22	66

Si de 66 onz. de oro de 16 quilat. puestas en el fuego, se consumieran 18 onz. de liga: quantos quilates tendran las 48 onz. que quedan? digo si 48 dan 16. que dara 66? hallo 22. quilates, que es diferencia de los extremos, y pues el extremo menor es .0. seran 22. los quilates de las 48. onzas.

	:		16	48
16	0	X	.	18
			.	66.

160. Quando las especies de que se compone la mezcla son mas de 2, lo mas facil es hazer dos alligaciones, y entonces tiene la question infinitas respuestas: como. si un Platero tiene oro de 22. de 20. de 15. y de 13. quilates, quiere hazer 56 onz. de mezcla de 16. quil. quanto tomara de cada especie? Primero parto

el 56. en dos partes iguales, ó desiguales á mi gusto: supongo 36, y 20: y hago dos alligaz.s la 1.a de los 22, y 13 quil. con las 36 onzas; y hallare por el §. 146. 12 onz. de 22 quila. y 24 onz. de 13 quila. la segunda alligaz.n será de los 20. quil. y los 15. con las 20 onz. y por el §. 146. hallare 4. onz. de 20 quila. y 16 onz. de 15 quila: con que se ha satisfho á la question, con vna respuesta. podrá ligar los 22 quila. con los 15, y los 20 con los 13. y fuera segunda respuesta. Podrá mudar las cantidades poniendo arriva 20 onz. y debaxo 36, y tendria otras dos respuestas; que ya serian 4: Otra vez podrá dividir las 56 onz. en 30. y 26. y obrando como antes, hallaria otras 4 respuestas. Mas: si se dividen las 56 onz. en 28. y 28. hallaré otras 4 respuestas. En fin, por cada division, que haré de las 56 onz. puedo hallar 4 respuestas á la pregunta; con que se ve, que ai infinitas respuestas.

	22	X	3	12
16	13		6	24
			9.	36.

	20	X	1	4
16	15		4	16
			5.	20.

161. Siempre se ha de ligar vna especie mayor con otra menor, tomando si fuere menester, vna mesma especie dos vezes, ó tres. Como: tengo oro de 22, de 20, y 13. quila. quiero 50 onz. de 16 quila: que tomaré de cada especie? Parto las 50 onz. en 2 partes, y serán 36. y 14: ligare 1.o los 13 quila. con los 22. y despues los 13 con los 20: y hallare 12 onz. de

	22	X	3	12
16	13		6	24
			9.	36.

22 quila: 6 onz. de 20 quilates: Luego 24. y 8. q̃ son 32 onz. de 13 quil: y har.do otras diuisiones de las 50 onz. hallares otras respuestas infinitamente. Si fuere necessario, se haran 3 alligaciones con un mesmo termino: Como si oro de 13. de 15. de 18. y de 22 quil. se uviere de mesclar, y hazer la mescla de 20 quila. se haran 3 alligaciones: de 22 con 13: de 22. con 15: de 22 con 18: y esto p̃ ser las 3 especies menores, q̃ el medio: lo mes.o se hare quando las 3 son maiores.

	20	X	3	6
16	13		4	8
			).	14.

162. Quando se dan mu.as especies, multipliquese cada especie p̃ su cantid.d y la suma de los productos partase p̃ la suma de las cantidades: el quoci.te sera la nueva especie; o el valor de la mescla. Como, si hay 12 onz. de oro de 22 quil: 4 de 20: 16 de 15: y 24 de 13: si se mescla todo, de quantos quilat. saldra? multiplicando los 22 quil. p̃ hay 12 onz. ett.a la suma de los productos es 896: partido p̃ 56. suma de las cantidades, sale 16: la nueva especie, o valor de la mescla. Lo mes.o q̃ se ha dho del oro, se ha de entender de otros metales, y del trigo, vino, azeite, lanas, ett.a Solo advierto, q̃ algunas vezes antes de hazer la alligacion, se ha de buscar el precio medio con una particion. Como: si

22	12	264
20	4	80
15	16	240
13	24	312
16.	56.	896.

quiero p̃ 12 Sueldos Comprar 12. Cantaros de vino mezclado de 10. 8. 5. y 4. Sueldos, q̃tos tomare de cada especie? Parto los 12 Suel. p̃ 12 Cant. y sale 6. Sueldos el precio medio: y pues quiero 12 Cantaros de vino de 6 Suel, obrando p̃ el §. 160. hallare infinitas respuestas.

163. tengo 56 onz. de oro de 16 quil. Compuesto de 4 especies. 12 onz. de 22: 4 de 20: 16 de 15: pidense los quilat. de la resta? dispónganse los numeros dados como antes. multiplíquese cada especie por su cant. La suma de las 3 cantidades. 12. 4. 16. es 32. escrivase debaxo el 56: la suma de los 3 productos, 264. 80. 240. es 584. escrivase debaxo del producto maior 896: restando 32 de 56; y 584 de 896: quedan 24 y 312: partase 312. p̃ 24. salen 13. digo q̃ la resta es 24 onzas. de 13 quilates. Otras preguntas curiosas se resolveran facilmente p̃ el arte maior, ô Algebra.

22.	12.	264.
20.	4.	80.
15.	16.	240.
16.	56.	896
	32.	584.
13.	24.	312.

Cap. 20.

De las falsas Posiziones.

164. Falsa Posizion se dize, p̃ q̃ supone un numero falso, para hallar otro verdadero. es en dos maneras; simple, ô compuesta. la simple solo supone un

numero; la compuesta supone dos.

De la falsa posicion simple.

Quando la pregunta procede por partes de vn numero incognito, reduzgan se los quebrados á vn comun denominador por el §. 35. y tomese el denominador nuevo por numero falso, luego siguiendo el orden de la pregunta, hallaremos el numero verdadero, ó su semejante, y con vna regla de 3. se sabra la verdad.

165. Pidese vn numero, que sumando su $\frac{1}{3}$, y $\frac{1}{4}$, y $\frac{1}{5}$ sea todo 4700: reduzcanse los quebrados á vn comun denominador §. 35. seran $\frac{20}{60}$, y $\frac{15}{60}$, y $\frac{12}{60}$. supongo pues que el 60. el numero que se busca. su $\frac{1}{3}$ es 20. su $\frac{1}{4}$ es 15. su $\frac{1}{5}$ es 12. sumando 20. 15. 12. sale 47. auia de ser 4700: luego 60 no es el numero verdadero: digo pues si 47. auia de ser 4700: luego 60. auia de ser 6000: este es el numero que se buscaua. por que su $\frac{1}{3}$ es 2000: su $\frac{1}{4}$ es 1500: y su $\frac{1}{5}$ es 1200: sumando los 3 sale 4700. que es lo que deseaua.

166. Pidese vn num. que añadiendole su $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ mas 4. sea todo 140: resto 4 de 140. quedan 136: buscase pues vn numero que añadiendole su $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ sea todo 136: la $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ reducidos a vn comun denominador seran $\frac{5}{10}$ y $\frac{2}{10}$: sumense 10. 5. y 2. seran 17.

Luego: si 17 vienen de 10: de donde vendran 136? y hallo 80: este es el numero q̃ se pide: su $\frac{1}{2}$ es 40: su $\frac{1}{5}$ es 16: sumando 80. 40. y 16. es todo 136: y añadiendo 4. sera 140.

Pidese un num. q̃ añadiendole sus $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ menos 12. sea todo 246. Añado V. 12 á 246 y sera 258: los quebrados reducidos son $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$: sumando 20. 15. y 8. son 43: Digo pues: si 43 dan 20. q̃ daran 258? y hallo 120: este es el numero q̃ se busca; sus $\frac{3}{4}$ son 90: sus $\frac{2}{5}$ son 48: sumando 120. 90. 48. salen 258: y quitando 12. quedan 246.

16). Pidese q̃ 200 libras se repartan entre 3. de tal suerte q̃ el 1.° tenga 2 veces mas q̃ el 2°: y el 2.° tres veces mas q̃ el 3°: en tales casos es mejor comenzar p.r la parte men. q̃ sea unidad. Supongo pues, q̃ el 3.° tiene 1. el 2.° tendra 3. y el 1.° 6: sumando 1. 3. y 6. seran 10. digo pues si 10. dan 1: q̃ daran 200? hallo 20 lib. q̃ tendra el 3°: multiplicadas p.r 3. seran 60 lib. p.a el 2.°: y dobladas seran 120. p.a el 1.°: sumando 20. 60. 120: son las 200 lib.

Pedro dio $\frac{1}{3}$ de su dinero, y despues $\frac{1}{4}$ de lo q̃ le quedava: hallose despues con 10. lib. quanto tenia antes? en estos casos multiplico solos los denominadores: 3 p.r 4. es 12. supongo pues q̃ tuviese 12 lib. su $\frac{1}{4}$ es 4 lib: quitadas de 12, le quedavan 8 lib. su $\frac{1}{4}$ es

2. restando 2. de 8. quedan 6. lib. y pues avian de quedar 10. digo: si 6 vienen de 12: de q.tos vendran 10? y hallo 20. lib. p.r ser esto facil no multiplico exemplos.

De la falsa posicion compuesta.

168. Componese de dos simples, y assi la llaman posic.on doblada, ó regla de dos falsas posiciones. Aqui me valdré de dos signos: esta + quiere decir mas, y esta — quiere decir menos. Guardase este orden. Primero se supone un numero falso, y guardando el orden de la pregunta, se nota el error, si es mas con +, si es menos —: luego se supone otro numero, y se nota el error con +, ó con — como se sigue.

169. Pidese, q. este num.o 62. se parta en 3 numeros, q. el 1.o sea tanto como el 2.o y 3.o mas 6: y el 2.o sea doblado q. el 3.o mas 4. Supongo, q. el 3.o q. es el menor, sea 5; si le doblamos sera 10: y añadidos 4. seran 14: este es el 2.o numero: sumando 5. y 14. seran 19. y añadidos 6. seran 25. este es el num. 1.o si se suman los tres, 25. 14. y 5. seran 44: avian de ser 62: luego hai error de 18 menos; el qual vase āparte la supos.n con su error 5—18. Supongo otra vez q. sea el 3.o 11. siguiendo el mes.o orn sera el 2.o 26. y el 3.o 43.

Supos.s	Errores.
5	— 18
11	+ 18

la suma de 11. 26. 43. es 80: que es 18 mas, que 62: escrivo el 11 con su error 11 + 18. el mes.º estilo se guarda en todas, siguiendo siempre el orn̂ de la pregunta. Quando los errores son iguales, como aora, sumense las dos suposiziones, y la mit.d de la suma dara la verdad. Como 5. y 11. son 16. su mit.d es 8: digo que el 3.º es 8, con que sera el 2.º 20. y el 1.º 34: y sumando 34. 20. y 8. sera 62. como la pregunta decia: esta es la prueva de la verdad.

Quando los errores son desiguales, se sabra la verdad por una de las siguientes reglas.

Regla primera.

Multipliquense las suposiciones por los errores contrarios, en cruz, y si los signos son semejantes, partase la difer.a de los productos, por la difer.a de los errores, y si los signos son diferentes, partase la suma de los productos, por la suma de los errores, el quoc.te dara la verdad.

En la mes.a pregunta: supongo que el 3.º num. es 5. su error es —18: supongo otra vez 7. y siguiendo el orn̂, sera el error —6. y pues los errores son desiguales, multiplico en cruz 7. por 18. sale 126: y 5 por 6. sale 30: y por que los signos son semejantes, resto 6 de 18: y 30 de 126; y partiendo 96 por 12. sale 8. el numero verdadero.

	Supos.	Err.	Producc.
	5	—18	126
		×	
	7	—6	30
Rest.		12	96
Quociente			8.

121. Otra vez: supongo 13. y siguiendo el orn̂ hallo el error + 30: supongo luego 10, y hallo el error + 12: multiplicando 13 por 12: y 10 por 30: y restando 12 de 30, y 156 de 300. parto 144 por 18. y sale 8. el numero verdadero como antes.

13 + 30 300
×
10 + 12 156

Resta. 18 144.
Quociente. 8.

Otra vez supongo 5. su error 5 — 18: supongo luego 12: y siguiendo el orn de la pregunta hallo el error + 24: multiplico en cruz 5 por 24. sale 120: y 12 por 18. sale 216: ahora por q los signos son diferentes se suman 18 y 24. son 42: y 216 con 120. son 336: partiendo 336. por 42. sera el quociente 8. como antes. Esta regla es general, y solo quiere cuidado en restar, si los signos son semejantes, aunq el num.° menor esté arriva; y sumar si los signos son diferentes.

5 — 18 216
×
12 + 24 120

Suma 42. 336.
Quociente 8.

Regla segunda.

122. La difer.a de las suposiciones multipliquese por el primer error; el producto partase por la difer.a de los errores si los signos son semejantes, ó por la suma si son diferentes: el quociente añadido, ó quitado a la 1.a suposicion dara la verdad.

Quando los signos son diferentes es señal q el num. verdadero esta en medio de las dos suposiciones, y assi si la prim.a suposic.n es la maior se restará el quociente, y si menor se añadirá: pero si los signos son semejantes, y la suposic.n maior tiene maior error, se restará, y si menor se añadirá.

173. Sea la misma pregunta del §. 163. y en el exemplo 1.o supongo 12. y seg.do el ord.n, será el error + 24: supongo 9. su error + 6. resto 9. de 12: y esto es en todos los exemplos, y quedan 3. multiplicolos por 24. sale 72. partido por 18, que es difer.a de los errores, será el quociente 4. restado de 12. quedan 8. el num.o verdadero: En el exemplo 3.o y 6.o que los signos son diferentes, la suma de los errores es partidor. En los exemplos 1.o 3.o 4.o el quociente se quita de la 1.a suposic.n, y en los otros se añade, como dice la regla, y siempre sale 8. el num.o verdadero como antes.

174.

Exemplo 1.o	Exemp. 2.o	Exemplo 3.o
12 + 24 72 9 + 6	4 — 24 24 5 — 18	13 + 30 240 5 — 18
3 res. 18 resta Quoc.te 4.	1 rest. 6. resta Quociente 4	8 rest. 48. Suma. Quociente 5.
Exemplo 4.o	Exemplo 5.o	Exemplo 6.o
9 + 6 18 12 + 24	5 — 18 18 4 — 24	5 — 18 144 13 + 30
3 rest. 18 resta Quociente 1.	1 rest. 6 resta Quociente 3.	8 resta 48 Suma Quociente 3.

Regla tercera.

175. Tomese la segunda suposicion 1. mas, ó menos que la primera, y partase el primer error por la diferencia de los errores, si los signos son semejantes, ó por la suma si son diferentes: el quociente añadido, ó quitado á la 1.a suposicion dará la verd.d

Para el sumar, ó restar se guarda el prezepto dela regla 2.ª

Sea la mesma pregunta del §.169. y en el exemplo 1.º supongo 12. y siguiendo el ord.n dela pregunta, sera el error + 24. Supongo 13. su error es + 30: restando 24 de 30, quedan 6. partiendo 24 por 6. sale 4. q. restado dela 1.ª suposizion 12. quedan 8. q. es el num. verdadero: En el exemplo 1.º y 2.º se resta el quoziente, porq. son los signos semejantes; y el error dela suposiz.on maior, es maior. En el exemplo 3.º y 4.º se añade, porq. siendo los signos semejantes, la suposiz.on maior tiene menor error.

Exemplo 1.º	Exemplo 2.º	Exemplo 3.º	Exemplo 4.º
12 + 24. 13 + 30.	12 + 24. 11 + 18.	5 — 18. 4 — 24.	4 — 24. 5 — 18.
Resta 6. Quoziente 4.	Resta 6 Quoziente 4.	Resta 6 Quoziente 3.	Resta 6 Quoziente 4.

176. He resuelto esta pregunta por todos los modos delas tres reglas, para q. se vea, q. siempre sale lo mesmo, y mejor se entienda, como se ha de obrar en las semejantes: esta 3.ª Regla es mas facil, y aconsejo q. se use della, aunq. tal vez los quebrados hazen molesta la operazion. Algunas preguntas parezen diferentes, y no lo son: Como; Pedro empleó 62 lib. en 3. vestidos; el 1.º costo 6 lib. mas q. los otros dos; el 2.º costo 4 lib.

mas q el duplo del 3.º q costo cada uno? Tambien: entre tres ganaron 62 lib: el 1.º tanto como los 2 mas 6 lib: el 2.º doblado del 3.º mas 4 lib: q ganó cada uno? Esto es lo mismo q partir el num. 62. en tres numeros, como en el §. 169. La maior dificultad consiste en saber conocer, y seguir el ordn della pregunta, y esto quiere exercicio. Las preguntas q solo proceden p. sumas, y restas, ó por multiplicaciones, y particiones se pueden resolver p. una falsa posicion, pero si juntamte. con las multiplicaciones, y particiones ai sumas, ó restas, son menester dos falsas posiciones. Sino es, q la suma, ó resta se pueda hacer antes de comenzar la operacion, como en el §. 166.

177. Dice Pedro á Juan, si me das 23 lib. tendre 3 veces mas q tu: responde Juan, si me das 23. tendre 7 veces mas q tu: quanto tenia cada uno? Supongo q Pedro tenia 30. si da 23. le quedarán 7, y pues Juan dice tendria 7 veces mas, tendria 49, y quitados los 23. q le dieron, tendria antes 26: si Juan da 23. de los 26, q tiene, le quedarán 3. y Pedro tendra 53. avrá de tener solos 9, q es 3 veces mas q Juan, luego hay + 44 de error. Supongo otra vez q Pedro tiene 31. si da 23. le quedará 8. multiplicados p. 7. son 56. estos tendra Juan, y quitados 23. le quedaran 33. tantos tenia antes: si da 23. le quedaran 10, y Pedro tendra 54: avrá de tener solos 30. q es 3 veces mas q los 10. de Juan: lue

30 + 44
31 + 24
resta 20.
cuocte. $2\frac{4}{20}$

ay + 24. de error. Resto pues 24. de 44. y quedan 20: partidos 44 por 20. sale 2 $\frac{4}{20}$.
q̃ se han de añadir à los 30, por q̃ siendo los signos semejantes, el error de la suposic.on
maior, es menor. Luego Pedro tenia 32 lib. 4 suel. y assi Juan tendria 41 lib. 8. suel.

178. supongo otra vez, q̃ Juan tuviesse 43. si da 23. le quedan 20. y pues Pedro
avia de tener 3. vezes mas tendria 60: y quitandole los 23. q̃ le
dieron, tendria antes 37. si Pedro da 23. le quedarán 14, y Juan
tendra 66. avia de tener 38. q̃ es 3. vezes mas q̃ 14. luego hai
— 32 de error: Supongo pues q̃ tenga Juan 44: siguiendo
el mes.mo ord.n hallaré — 52 de error: y porq̃ los signos son semejantes, resto 32 de 52:
quedan 20. partidos 32 por 20. sale 1 $\frac{12}{20}$. q̃ se han de quitar de 43. por q̃ siendo los signos semejantes, el error de la suposicion maior, es maior, y quedarán 41 $\frac{8}{20}$. Con q̃
Juan tiene 41 lib. 8 suel. y siguiendo el ord.n de la pregunta hallaré q̃ Pedro tenia
32 lib. 4. suel. como antes.

43 — 32
44 — 52
Resta. 20.
Quoc.te 1 $\frac{12}{20}$

179. Otra vez: supongo q̃ Juan tiene 41. y siguiendo el orden
q̃ antes será + 8. el error. Luego supongo 42. y el error será
— 12. y pues los signos son diferentes, parto el 8 por 20. suma de los
errores, y será el quoc.te $\frac{8}{20}$. añadidos al 41. será 41 $\frac{8}{20}$. añadense por q̃ siendo los sig-

41 + 8
42 — 12
Suma 20
Quoci. $\frac{8}{20}$

nos diferentes, la 1.ª suposicion es la menor. Si la 1.ª suposicion fuera el 42. y la seg.da 41. se partiera el 12 p.r 20. el quociente $\frac{12}{20}$. se restaria de 42. y quedarian 41 $\frac{8}{20}$ como antes: Restase, p.r q.e siendo los signos diferentes, la primera suposicion es la mayor.

42 — 12
41 + 8
Suma. 20
Cuoc.te . $\frac{12}{20}$

En todo se ha observado, lo q. la regla 2.ª dize. La prueva de esto es, q. si Juan tiene 41. lib. y 8. suel. y Pedro 32 lib. 4 suel. dando Juan 23. le quedaran 18 lib. 8 suel. y Pedro tendra 55. lib. 4. suel. q. es 3 vezes mas: Y si Pedro da 23. le quedaran 9. lib. 4. suel. y tendra Juan 64 lib. 8 suel. q. es 7 vezes mas.

180. No me dilato mas en exemplos, de q. estan los autores llenos, basta aver declarado las dificultades, q. se pueden ofrecer: quien desea questiones curiosas vea el lib. 4.º q. muchas de aquellas preguntas se pueden resolver p.r dos falsas posiz.s y puede el curioso tomar de alli las propuestas, para exercitarse.

Advierto q. la falsa posiz.n simple, y compuesta, y Algebra, guardan esta gradacion, q. todas las questiones, q. se pueden resolver p.r la posiz.n simple, se pueden resolver p.r la compuesta; pero no al contrario: y todas las questiones de la posiz.on compuesta, se pueden resolver p.r la Algebra; pero no al contrario: Y para q. el arithmetico no se fatigue, en pretender imposibles, observara esta regla. Siempre q. el num.l incognito,

q se busca, se huviere de multiplicar p. si mesmo, ó p. alguna parte de si mes.
ó una parte de un numero p. otra, no se podrá resolver la duda p. faltar posiciones, y es necesario valerse de la Algebra p. conseguir la verdad.

Cap. 21.

De las Progresiones.

181. Progresion se dize, una serie continuada de numeros con algun exceso proporcional: Si el exceso procede con proporcion de igualdad, se dize Progresion Arithmetica: Como

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. el exceso siempre es 1.
1. 3. 5 7. 9. 11. 13. 15. el exceso siempre es 2.
1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. el exceso siempre es 3.

Si el exceso procede con proporcion de desigualdad, se dize progresion Geometrica, aora crescan, ó menguen los numeros.

1 2 4 8 16 32. Proporcion subdupla.
32 16 8 4 2 1. Proporcion dupla.
1 3 9 27 81 243. Proporcion subtripla.
243 81 27 9 3 1. Proporcion tripla.

182. En qualquiera progresion Arithmetica, ó Geometrica se han de considerar cinco cosas: el primer termino, el ultimo, el numero de

los terminos, la Suma de todos, y el denominador: Como se ve en las siguientes:

a.					b.	n.		S.		d.
2	4	6	8	10	12.	6	num.	42	Sum.	2 denom.
4.	8.	16.	32.	64.	128.	6		252		2 denom.

a. es el primer termino: b. el Ultimo. n. el num. de los terminos. S. la Suma de todos. d. el denominador. En la progreſsion arithmetica, si el denominador se añade al 1º Sale el 2º, ett.ª En la progreſsion geometrica, si el 1º. se multiplica por el denominador, Sale el 2º; y multiplicando el mismo denominador por el 2º. Sale el 3º. ett.ª de donde se sigue, que si se dan el 1º. y 2º. se sabra el denominador, por que en la progreſsion Arithmetica restando el 1º. del 2º. la resta es el denominador, que es el mer.l exceso; y en la progreſsion Geometrica partiendo el 2º. por el 1º. el quot.e sera el denominador. Y esto supuesto: dadas tres Cosas de las Cinco, se pueden hallar las otras dos, de que resultan 20 questiones en cada progreſsion: por que Cada Cosa de las 5. se puede buscar por 4 supoſsiciones.

183. Progreſsion Arithmetica.

En la progreſsion siguiente examinaré todas las 20 questiones.

a					b	n.	S.	d
5.	8.	11.	14.	17.	20.	6.	75.	3.

Question 1. dados a. b. n. se busca S: etta

es dado el 1.º y Ultimo, y el num. de los terminos, se busca la suma de toda la progresion: la suma del 1.º y Ultimo q. es 25. multipliquese por el numero de los terminos 6. el producto 150: su mitad 75. es la suma de toda la progresion. Con este artificio se resolverà esta duda y sus semejantes. Pedro devia cierta cant. q. la pagò en 6 años en progres.n arithmetica, el 1.º 5 lib. y el Ultimo 20. lib: q.e era la deuda? obrando como antes hallaremos 75 lib.

184. Si la progres.n comienza del zero, y tiene 1. q. exceso, se llamarà progres.n natural como. 0.1.2.3.4.5.6.7.8.9. ett.a en tal caso basta multiplicar el Ultimo 9. p.r el numero de los terminos 10. sale 90: su mit.d q. es 45, es la suma de la Progresion natural. lo mes.o es en todas las progresiones q. tienen el 1. num.o ig. al exceso: como se ve: 0. 2. 4. 6. 8: multiplico 8. p. 5. es 40: su mit.d 20. es la suma. +: 0. 3. 6. 9. 12. 15. 18: multiplico 18. p. 7. es 126: su mitad 63.

Esta doctrina es necessaria para levantar los edificios, y abrir los fundam.tos, pozos, ett.a Como si un pozo q. tiene 34 palmos se abre p. 60 lib. si otro ha de tener 20 palm. q. costarà? Imaginando dos progresiones naturales hasta 34, y 20. hallaremos las sumas 595. 210. digo pues si 595. dan 60 lib. q. daran 210? hallo 21.

$\frac{105}{595}$ lib. esto vale el 2º. pozo: si se ubiera hecho regla de 3 con los 34 palm. y 20, ubieran salido 14 lib. mas de lo justo.

185. Quest. 2. dados abn. se busca d: esto es dados el 1º. y ultimo, y el num. de los terminos, se busca el denominador, ó exceso: Resto el 1º. del ultimo quedará 15: quitese 1. de 6. que es num. de los terminos y restaran 5: partido 15. por 5. sale 3. el denominador, ó exceso. Pedro pagó en 6 años con orden de progresion arithmetica, el 1º. 5. lib, el ultimo 20: que pagó cada año? etc.ª esto no es mas que buscar el exceso de la progresion: obrando como antes se hallará que el exceso fue 3. añadiendo 3. al 1º. que es 5. será 8. lib. el 2º. año, etc.ª y toda la progresion 5. 8. 11. 14. 17. 20.

186. Quest. 3. Pedro pagó con progresion arithmetica 75. lib: el 1º. año 5. y el ultimo 20: en quantos años pagó toda la deuda? esto es dados abs. se busca n: doblese s. 75. y será 150. y partase por la suma de a. y b. que es 25. y sale 6: que es el num. de los terminos. digo que en 6 años pagó toda la deuda: S.

Quest. 4. Pedro pagó 75. lib: el 1º. año 5. y el ultimo 20: que pagó cada año? esto es, dados abs. se busca d. Primero se busca n. por la questión 3: y hallaremos 6 años conocidos ya abn. se sabrá d. el exceso que es 3. por la quest. 2: luego el 2º. año pagó 8. el 3º. 11. etc.ª

187. Queſt. 5. Pedro pagó el 1.º año 5. el vltimo 20: el exceso de un año á otro fue 3: quantos años son? esto es dados **abd**. se busca n. restese a. de d. quedarán 15. partase ꝑ d. q̃ es 3. sera el quo.te 5. y añadiendo 1. sera 6. el num. de los años.

Queſt. 6. Pedro pagó el 1.º año 5. el vltimo 20: el exceso de un año á otro fue 3: q.ta era la deuda? esto es dados **abd**. se busca S. la suma: prim.te se busca n. ꝑ la queſt.n 5. q̃ son 6 años. luego dados **abn**. se sabrá la suma 75. lib. ꝑ la queſt. 1.

188. Queſt. 7. Pedro pagó 75. lib. en 6 años; y el 1.º pagó 5. lib: q̃ pagó el vltimo? esto es: dados **ans**. se busca b: doblese S. q̃ es 75. y sera 150: partidos ꝑ n. q̃ es 6. num. de los terminos, sale 25: quitados 5. q̃ es a. el 1.º term.º quedarán 20. q̃ es b. el vltimo termino. 20 lib. pagó el vltimo año.

Queſt. 8. Pedro pagó 75. lib. en 6 años; el 1.º 5. q̃ pagó cada año? esto es dados **ans**. se busca d. Primero se busca b. ꝑ la queſt.n 7. q̃ son 20 lib. luego dados **abn** se sabrá d. ꝑ la queſt.n 2.a y sera el exceso 3: luego el 2.º año pagó 8: el 3.º 11. etc.a

189. Queſt. 9. Pedro pagó vna deuda en 6 años. el 1.º 5. el exceso de vn año á otro fue 3: q̃ pagó el vltimo año? esto es dados **and**. se busca b: quitese 1. de 6. q̃ es num. de los terminos, y quedarán 5: multipliquese ꝑ d. q̃ es 3. el exceso da

do, y seran 15. añadido a. q es 5. el 1.º termino, sera b. 20 lib. esto pago el vltimo año.

Quest. 10. Pedro en 6 años pago vna deuda, el 1.º año 5. lib. y el exceso de vn año á otro fue 3: quanta era la deuda? esto es dados and. se busca S. Primero se busca b. q es lo q pago el vltimo año 20 lib. p la q.n 9: luego dados abn. se sabra S. 75. lib. por la q.n 4.a esta es la suma de los terminos y deuda entera.

190. Quest. 11. Pedro pago 75. lib. en 6 años; el vltimo pago 20: q pago el 1.º? esto es dados bns. se busca a: doblese S. 75. seran 150. partido p N. q es el num. de los terminos, ó los 6 años, sera el quociente 25: restando b. 20. quedara a. 5. lib. el 1.º termino: esto pago el 1.º año.

Quest. 12. Pedro pago 75. lib. en 6 años, el vltimo pago 20. q pago cada año? esto es dados bns. se busca d: 1.º se hallara a. 5. lib. p la quest. 11. luego sabidos a bn. se sabra d. q es el exceso 3. p la q.n 2: añadiendo 3. á 5. sera 8. el 2.º año, 11 el 3.º etc.a

191. Quest. 13. Pedro pago vna deuda en 6 años, el vltimo 20 lib. y el exceso de vn año á otro fue 3. q pago el 1.º año? esto es dados bnd. se busca a: quitese 1. del num. de los terminos q son los 6 años, y quedaran 5. multiplicados por 3.

q. es d. el exceso dado, sera 15. restados del ultimo term.o b. 20 lib. quedaran 5. lib. q. es a. esto pagò el 1.o año.

Quest. 14. Pedro pagò una deuda en 6 años, el ultimo 20. lib. y el exceso fue 3. quanta era la deuda? esto es dados bnd. se busca S. la suma de la progresion. 1.o se hallarà a. por la q.n 13. q. es 5. lib. la paga del 1. año. luego sabidos abn. se sabra S. q. es 75 lib. la suma de todo por la q.n 1.

192. Quest. 15. Pedro en 6 años pagò 75 lib. y el exceso de un año à otro fue 3. q. pagò el 1.o año? esto es dados nSd. se busca a. doblese S. 75. lib. seran 150: partido por n. 6 años, saldra 25: quitese 1. de n. y quedaran 5. multiplicados por el exceso d. 3. seran 15. restados 15 de 25. quedaràn 10. su mit.d es 5: q. es a. el primer termino, y paga del 1. año: añadiendo 3 sera 8 del 2.o año. ett.a

Quest. 16. Pedro pagò 75. lib. en 6 años, el exceso de cada año fue 3. q. pagò el ultimo año? esto es dados nSd. se busca b. hecha la multiplicacion y particion como en la q.n 15. se sumaràn el quociente 25. y producto 15. seran 40 su mit.d es 20: q. es b. el ultimo termino: quitando 3. sera 17 lib. el 5.o y 14. el 4.o ett.a

193. Quest. 17. Pedro pagò 75 lib: el 1. año 5. y el exceso de un año à otro fue 3. que pagò el ultimo año? esto es dados aSd. se busca b: doblese S. q. es 75.

Y sera 150. multiplicado p. d. q. es 3. sera 450: la mit.d de d. es $1\frac{1}{2}$ restado de a. q. es 5. quedan $3\frac{1}{2}$ (si a fuera menor se restara de la mit.d de d.) su quadrado es $12\frac{1}{4}$ añadidos a los 450. seran $462\frac{1}{4}$. saquese la raiz quadrada de este numero, Y sera $21\frac{1}{2}$ restando la mitad de d. q. es $1\frac{1}{2}$. quedaran 20. esto pago el ultimo año.

Quest. 18. Pedro pago 75. lib: el 1.° año 5. y el exceso fue 3: q.tos fueron los años? esto es dados a S d. se busca n. Prim.° se busca b. p. la q.n 17. q. es lo q. pago el ultimo año 20 lib. luego sabidos a b S. p. la q.n 3. se sabra n. q. es 6 años.

194. Quest. 19. Pedro pago 75. lib: el ultimo año 20. el exceso 3. q. pago el 1.° año? esto es dados b d S. se busca a: la mit.d de d. 3. es $1\frac{1}{2}$. junto con b. 20. sera $21\frac{1}{2}$. su q.° es $462\frac{1}{4}$. multiplicando S. 75. p. d. 3. sera 225, y doblado sera 450. restados de $462\frac{1}{4}$ quedan $12\frac{1}{4}$. su raiz quadrada es $3\frac{1}{2}$. añadiendole la mit.d de d. q. es $1\frac{1}{2}$. sera 5. esto pago el 1.° año. si la raiz quadrada fuere menor q. la mit.d de d. se restaria, y la resta fuera a. la paga del 1.° año.

195. Quest. 20. Pedro pago 75 lib: el ultimo año 20. el exceso 3: q.tos fueron los años? esto es dados b S d. se busca n: Prim.° se ha de hallar a. lo q. pago el 1.° año, q. es 5 lib. p. la q.n 19. luego sabidos a b S. se sabra n. q. fueron 6 años p. la q.n 3. estas quatro q.s pertenecieran al arte maior, pero ha sido fuerza ponerlas aqui, para la entera noti.a

de la progreon. arithmetica: los q no estan exercitados en sacar raizes dexen estas questiones para despues.

196. Otras questiones hay q parezen diferentes, y en la verdad, no lo son: como si se desea saber algun termino intermedio sin buscar los antecedentes: Pedro pagò el 1º. año 5 lib. el exceso de un año à otro fue 3. q pagò el 5º. año? y q havia pagado en todos los 4? hago qta. q la progreon. es de solos 5 terminos, y q busco el ultimo por la qn. 1ª. y hallare 17. q es el 5º. termino, ò la paga del 5º. año: luego por la qn. 1. hallarè la suma 55. lib. los q pagò en los 5 años, y quitando 17. serà 38. los q pagò en los 4. primeros.

197. Al contrario si se dixera: Pedro comenzò por 5. con exceso de 3: q año pagò 17. lib? Por la qn. 18. hallariamos 5 años. luego el 5º. año pagò las 17 lib: ò si se dixera, q año tuvo pagadas 55 lib? Por la qn. 18. se hallaria el año 5º. de suerte q pa. conozer qualqr. termn. dado su lugar, ò conozer el lugar dado el termino, necessariamte. se han de conozer a. y d: q es el 1º. y exceso, y si no se dizen se deven buscar, por las qq. precedentes.

Aqui haremos otras 14 questiones diferentes: sea la mesma Progresion.

a. b | n | s | d.
5. 8. 11. 14. 17. 20. | 6. | 75. | 3.

dado el termino 17. se puede buscar su lugar 5º. ò dado el lugar 5º. se puede buscar el 17. cada uno por 7 partes, como se sigue.

198. Quest. 21. y 22: Pedro pagó 75 lib. en 6. años: el ultimo 20: q̃ año pagó 17 lib.? ó el 5.° año q̃ pagó? Pues se dan bns. busquense ad. p.r las qq.s 11. y 12. luego p.r el § 197. sabremos q̃ pagó las 17 lib. en el 5.° año: ó q̃ en el 5.° año pagó 17 lib. p.r el §. 196.

Quest. 23. y 24: Pedro pagó 75 lib. en 6. años: el 1.° 5. lib. q̃ año pagó 17 lib.? ó el 5.° año q̃ pagó? Pues se dan ans. busquese d. §. 188. luego se sabrá, ó el 5.° ó los 17. p.r el §. 197. y 196.

Quest. 25. y 26: Si pagó 75. lib. en 6. años con exceso de 3. quando pagó 17? ó el 5.° año q̃ pagó? busquese a. §. 192. luego el 5.° ó el 17: §. 197. y 196.

199. Quest. 27. y 28: Si pagó una deuda en 6. años: el 1.° 5. y el ultimo 20: q̃ año pagó 17: ó el 5.° año q̃ pagó? busquese d. p.r el §. 185. luego se sabrá el 5.° y los 17. p.r el §. 197. y 196.

Quest. 29. y 30: Si pagó una deuda en 6. años, con exceso de 3. y el ultimo pagó 20: q̃ año pagó 17: ó el 5.° año q̃ pagó? busquese a. p.r el §. 191. y luego el 5.° ó los 17. p.r el §. 197. y 196.

Quest. 31. y 32: Si pagó 75 lib: el 1.° año 5. y el ultimo 20: q̃ año pagó 17 lib.? ó el 5.° año q̃ pagó? por la q.n 4. se busca d. y luego se hallará el 5.° p.r el § 197. y el 17. p.r el §. 196.

Quest. 33. y 34: Si pagó 75 lib. con exceso de 3. y el ultimo año pagó 20: q̃ año pagó 17 lib.? ó el 5.° año q̃ pagó? por el §. 194. se busca a. y luego el 5.° ó los 17. p.r el §. 197. y 196.

200. Quest. 35. Pedro pagó una deuda; el 1.° año 5. lib. con exceso de 3. Lo q̃ pagaría

cada año 12½. pagára la mes.ma deuda en los mes.s años. quanta era la deuda, y en q.tos años pagó? por q. las 12½. lib. multiplicadas p. los años q. fueren, hacen toda la deuda: y la suma del 1.º y ultimo termino multiplicada p. los mesmos años hace el duplo de la deuda §.183. siguese q. las 12½ lib. son la mit.d de la suma del 1.º y ultimo termino. Doblense pues las 12½ lib. seran 25. la suma del 1.º y ultimo. luego si se quitan 5. q. pagó el 1.º año, quedaran 20. q. pagó el ultimo año: y p.r la q.n 5. hallaremos 6 años. Multipliquense las 12½. p. 6. y sera 75. lib. toda la deuda. tambien añadanse 3. á 25. sera 28. restese 10. q. es duplo de 5. quedaran 18. partido p. 3. seran 6 años, etc.a lo mes.mo es en los arcos, molinos, fuentes, etc.a Muchas otras qq.s cuestiones se podrian traer, q. se resolveran mas facilmente q. el arte maior. Vease el lib. 4.º

Progresion Geometrica.

201. Siguiendo el mes.mo orn. q. en la progres.on arithmetica, se pueden hacer otras tantas preguntas, pero dexando las q. son proprias del arte maior, resolvere las siguientes, q. son proprias de este lugar.

a.					b.	n	s	d.
6.	24.	96.	384.	1536.	6144.	6.	8190.	4.

Cuestion 1. dados abd. se busca s. Pedro pagó una deuda con orn. de progresion geometrica, el 1.º

año pagó 6. el ultimo 6144: y cada año pagava quadruplo q̃ el antecedente; q̃ era la deuda? Restese a. de b: quedaran 6138. quitese 1. de d. quedaran 3: partidos 6138 p̃ 3. seran el quociente 2046: añadidos á b. será 8190. es la suma de toda la progresion; y la cantid. de la deuda.

De donde se sigue, q̃ si la progresion es dupla, y comienza de la unidad, el duplo del ultimo termino menos uno, será la suma de toda la progresion.

202. Quest. 2. dados b s d. se busca a. Pedro pagó 8190 lib. en progres.n Geometrica, el ultimo año 6144. y cada año quadruplo q̃ el anter.de q̃ pagó el 1.º año? quitese 1. de 4. q̃ es el denominador de la progresion, y quedaran 3. restese el ultimo termino 6144. de la suma 8190. quedaran 2046. multiplicados p̃ el 3. seran 6138. restados del ultimo termino 6144. quedaran 6: q̃ es el 1.º termino, la paga del primer año.

203. Quest. 3. dados a s b. se busca d. Pedro pagó 8190. lib. en progres.n geomet. el 1. año 6. el ultimo 6144: buscase la proporc.n de las pagas, ó q̃ pagava cada año mas? Restese a. 6. de b. 6144. quedaran 6138. restese b. 6144. de s. 8190. quedaran 2046: partase la una resta p̃ la otra, esto es 6138. p̃ 2046. y al quoc.te 3. añadido 1. será 4. el denominador de la progresion: y assi cada año pagó quadruplo q̃ en los precedentes etc.

204. Quest. 4. Dados a d s. se busca b. Pedro pagó 8190 lib: el 1. año 6. y el sig.te

quadruplo etc.ª q̃ pagó el Vltimo año? quitese 1. de 4. q̃ es el denominador, y quedaran 3. multiplicando 8190. p.r 3. sera 24570. y añadiendo el 1.º termino 6. sera 24576. partido p.r el denominador 4. saldra b. 6144. el Vltimo termino, ô paga del Vltimo año.

205. Quest. 5. dados bnd. se busca a. Pedro pagó vna deuda en 6. años Geometricamente: Vltimo año 6144: y cada año pagava quadruplo q̃ en el precedente; q̃ pagó el 1.º? quitese 1. de los 6. años quedarán 5. elevese pues el denominador 4. cinco vezes como este ord.n 4.4.4.4.4. y multiplicando 4. p.r 4. sale 16: y 16 p.r 4. es 64. y este p.r 4. es 256. y este p.r 4. es 1024: hecha esta multiplicac.n continua, partase b. 6144. p.r 1024. sale a. q̃ es 6. lib.s: este es el primer termino, y los q̃ pagó el primer año.

206. Quest. 6. dados bnd. se busca s. Pedro pagó vna deuda en 6. años en quadrupla proporc.n el Vltimo año. 6144. lib.s q̃ era la deuda? 1.º se busca a. los q̃ pagó el 1.º año, p.r la q.n 5. luego sabidos abd. hallaremos s. toda la suma, ô deuda p.r la q.n 1.

207. Quest. 7. dados and. se busca b. Pedro pagó vna deuda en 6. años en propor. quadrupla, y el 1.º año pagó 6. lib.s: que pagó el Vltimo año? quitese 1. del numero de los años, quedaran 5. elevese el denominador 4. cinco vezes. 4.4.4.4.4. y multiplicando continuam.te sale 1024: multiplicado esto p.r a. 6. q̃ es el 1.º term.o ô paga del 1.º a.o

Sale b. 6144. el Vltimo termino, ó paga del Vltimo año.

208. Quest. 8. dados and. se busca s. Pedro pagó una deuda en 6. años en quadrupla proporz.n el 1.º año 6. lib. quanta era la deuda? R. se busca b. la paga del Vltimo año p.r la q.n 9. luego sabidos abd. se hallará s. toda la suma ó deuda p.r la q.n 1.

209. Quest. 9. dados bs. se busca ad. Pedro pagó 8190 lib. en progresion Geometrica, el Vltimo año pagó 6144: q. pagó el 1.º año; y q. proporz.on tuvieron las pagas? Restese 6144. de 8190. quedaran 2046: partase 6144. p.r 2046. sera el quo.te 3. y sobran 6: digo q. los 6. q. sobran es la paga del primer año, ó termino primero, y añadiendo 1. al quociente 3. sera 4. el denominador. Y así pagó en quadrupla proporcion.

210. Quest. 10. dados nsd. se busca a. Pedro pagó 8190 lib. en 6. años en quadrupla proporcion: q. pagó el 1.º? p.r q. los años ó terminos son 6. elevese el denominador 4. seys veces: 4.4.4.4.4.4. y multiplicados continuam.te sale 4096. quitandole 1. sera 4095. y pues la proporz.n es quadrupla, sera 4. el denominador, quitandole 1. sera 3. multiplicando 8190. p.r 3. sale 24570. q. partidos p.r 4095. sera el quociente 6: el 1.º ó paga del año 1.º

211. Quest. 11. dados nsd. se busca b. Pedro pagó 8190 lib. en 6. a.s en quadrupla proporz.n q. pagó el Vltimo año? 1.º busquese a. el 1.º termino p.r la q.n 10. q

Seran 6. lib. luego q la q.ª 4. Sabidos a d s. se hallara b. 6144 lib. el Vltimo termino, ó paga del Vltimo año. Las otras quest.s son mas de faciles, y no se pueden resolver p.r el arte menor.

Cap. 22.

Propiedades de las dos progresiones.

212. En qualq.ra Progres.on arithmetica, la suma de los dos extremos, es igual á la Suma de qualesquiera otros dos terminos igualmente distantes de los extremos, y doblado q el termino medio, quando el num.o de terminos es impar. Como el 1.º y 7.º son iguales al 2.º y 6.º y al 3.º y 5.º doblado q el 4.º la razon es: p.r q Como el exceso es igual, q el 1.º es menor q el 2.º tanto el 6.º es menor q el 7.º luego el 1.º y 7.º son iguales al 2.º y 6.º y asimes. el 1.º y 7.º seran ig. al 3.º y 5.º de donde se infiere, q qualesquiera dos terminos igualm.te distantes de los extremos, son iguales, á qualesq.ra otros dos equidistantes: Como el 2.º y 6.º son iguales al 3.º y 5.º p.r q son iguales al 1.º y 7.º

1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º
4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.
5.	8.	11.	14.	17.	20.	23.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

213. En qualquiera progres.on Geometrica, el producto de los extremos, es igual al producto de los dos terminos, q igualm.te distan de los extremos, ó al producto del

termino medio por si mesmo: como el producto del 1.° y 7.° sera igual al producto del 2.° y 6.° y al del 3.° y 5.° la razon es, por que siendo proporcionales el 1.° al 2.° como el 6.° al 7.° el producto de los medios, sera igual al producto de los extremos; por el §. 69: asimesmo por ser el 1.° al 3.° como el 5.° al 7.° sera el producto del 1.° y 7.° igual al del 3.° y 5.° por el §. 69. de donde se infiere, que el producto de qualesquiera dos terminos igualmente distantes de los extremos, es igual al producto de otros dos igualmente distantes.

1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°	7.°
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
2.	6.	18.	54.	162.	486.	1458.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.

214. Tambien se infiere, que si debaxo una progresion geometrica en qualquier proporcion, se escrive otra progresion arithmetica con qualquier exceso: si el producto de dos terminos geometricos se parte por el 1.° saldra un nuevo termino que diste tanto del maior de los multiplicados, quanto el menor dista del 1.°: como si el producto del 3.° y 5.° se parte por el 1.° sale el 7.° que dista del 5.° tanto como el 3.° del 1.° porque los terminos son proporcionales §. 69. y si en la progresion arithmetica, de la suma de qualesquier 2 terminos se quita el 1.° saldra otro termino, que diste tanto del maior de los dos que se sumaron, quanto el menor dista del 1.° como si el 3.° y 5.° se suman, seran 18. y quitado el 1.° seran 15. que es el 7.° y dista tanto del 5.° como el 3.° del 1.° tambien se in-

fiere q̃ la suma, y resta en la progres.on arithmetica equivale a la multiplicac.on y particion de la progresion geometrica.

1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°	7.°	
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	Geometrica
3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	Arithmetica

245. De aqui nace la propiedad muy admirable, q̃ si la progres.on Geometrica comienza de la Vnidad, y la arithmetica del Zero, la multiplicacion de los terminos Geometricos tendra el lugar, q̃ la suma de los arithmeticos q̃ les corresponden, p.r q̃ ni el Zero restado disminuie el numero, ni la Vnid.d partiendo: Como si 4. y 16. se multiplican sale 64. q̃ ocupa el lugar q̃ 6. suma de 2. y 4: y si 64 se parte p.r 16. sale 4. q̃ ocupa el lugar q̃ 2. q̃ es resta de 4. y 6. De suerte, q̃ esta progresion arithmetica natural es exponente de la geometrica, p.r q̃ sus terminos exponen, q̃ declaran el lug.r q̃ tienen los term.os geometricos en su progresion. Este es el fundam.to del arte maior, y de los logarithmos, como en sus lugares Veremos.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	Geometrica.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Arithmetica.

Lo dho se entiende tambien, aunq̃ se tomen tres, ~~y~~ quatro terminos como 2. 4. y 8. multiplicados son 64. y sumando 1. 2. 3. sale 6. q̃ declara el lugar del 64: de suerte q̃ siempre la suma de los arithmeticos equivale a la multiplicac.n de los Geometricos.

246. En estos principios se funda otra propiedad singular, q̃ qualq.ra progresion

arithmetica, ó Geometrica, q. si numero dl terminos sea quadrado, se puede disponer de suerte en un quadrado, q. en la progres.on arithmetica la suma dlos terminos, q. vienen en linea recta, sea spre igual; y en la Geometrica sea la multiplicacion de una linea, igual á la de la otra linea. Para esto hagase un quadrado, y dividase cada lado en 3. partes, ó en 4. ett.a y tomese una progres.n arithmetica, comenzando dla unidad, q. tenga tantos terminos, como ai quadraditos pequeños, y si el num.o dl terminos fuere impar, pongase el term.o medio en el quadradito dl en medio, y los otros spre se iran escriviendo encontrados, el 1.o y ultimo; el 2.o y penultimo, ett.a q. dsta suerte es fuerza q. spre la suma sea igual p.r el §. 212. y la multiplicacion en la Geometrica p.r el §. 213.

15.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

15

4	9	2
3	5	7
8	1	6

15

6	7	2
1	5	9
8	3	4

15

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Arit.	Arith.	Geom.
1.	3.	2.
2.	5.	4.
3.	7.	8.
4.	9.	16.
5.	11.	32.
6.	13.	64.
7.	15.	128.
8.	17.	256.
9.	19.	512.
15.	33.	32768.

217. Lo mesmo se observa en qualquiera progresion, pero en las geometricas, y arithmeticas dl maior exceso, lo mejor es escrivirlas al lado de la arithmetica natural, y hecho el quadrado se escriven los terminos en las casillas q. corresponden á la 1.a progresion, como se ve.

33

13	3	17
15	11	7
5	19	9

32768.

64	2	256
128	32	8
4	512	16

Geometrica.

En la progresion de 16. terminos se observa lo mismo.

34.

1	10	8	15
7	16	2	9
12	3	13	6
14	5	11	4

34.

8	15	1	10
2	9	7	16
11	4	14	5
13	6	12	3

34.

2	9	7	16
8	15	1	10
11	4	14	5
13	6	12	3

76.

4	22	18	32
16	34	6	20
26	8	28	14
30	12	24	10

1073.741.824.

1	512	128	16384
64	32768	2	256
2048	4	4096	32
8192	16	1024	8

arith.	arith.	Geometrica-
1	4	1
2	6	2
3	8	4
4	10	8
5	12	16
6	14	32
7	16	64
8	18	128
9	20	256
10	22	512
11	24	1024
12	26	2048
13	28	4096
14	30	8192
15	32	16384
16	34	32768.

218. El modo de obrar mas facil es, escrivir primero toda la progresion á la larga, primer termino, y Vltimo: segundo, y penultimo, etcª con q. seran las sumas iguales §. 185: luego se comienzan á escrivir en el quadrado, como se ve en la primera figura: Y como se van escriviendo los terminos, se van borrando de la pro

gresion q̃ no equivocarse. luego se continua como en la 2.ª figura: Y si se suman las lineas, se hallarà, q̃ la linea a. tiene 2. mas q̃ b. y la linea c, dos mas q̃ d. toda la dificultad esta en acavar de zerrar el quadrado, igualando las lineas, y se hara facilm.te con este artificio.

Pues en la linea a. se avian de escrivir los 2 terminos 7. 19: y en la linea b. 8. y 18. tomense los terminos en cruz 7. y 18. y escrivanse en la linea a. q̃ tiene 2 mas: y 8. y 19. en la linea b. con q̃ las dos lineas a. y b. seran iguales. Para igualar c. y d. en la linea c se escriva 9. y 16: y en la linea d. 10 y 17. y quedaran Iguales: la razn. es p.r q̃ sumando en cruz, la unidad q̃ se quita à la una linea se añade à la otra; y assi la una suma es 2. mas q̃ la otra: con q̃ se le añade a la linea b. lo q̃ le faltava p.a igualar à a. y asi son iguales en la figura 3.a

Progresn.
Arithm.

1	25
2	24
3	23
4	22
5	21
6	20
7	19
8 ×	18
9	17
10 ×	16
11	15
12	14
13	

14		1		24
	11			
23		13		3
			15	
2		25		12

		b		a	
	14		1		24
d		11	22	5	
	23	6	13	20	3
c		21	4	15	
	2		25		12

		b.		a.	
	14	19	1	7	24
d	17	11	22	5	10
	23	6	13	20	3
c	9	21	4	15	16
	2	8	25	18	12

219. Con este mesmo artificio se han dispuesto los quadrados siguientes.

111.

2	22	17	19	16	35
28	30	7	6	31	9
12	23	34	3	14	25
26	13	1	36	24	11
10	8	32	29	5	27
33	15	20	18	21	4

175.

26	14	30	1	20	36	48
16	28	10	7	39	42	33
32	12	23	46	5	38	19
47	41	6	25	44	9	3
18	37	45	4	27	13	31
34	8	40	43	11	22	17
2	35	21	49	29	15	24

Cap. 23.

De las Convinaciones.

220. Este es el fundam.to de la arte Convinatoria, q sirve para todas facultades, si se sabe aplicar: de aqui nace la invencion de las partes aliquotas, y elecciones. De tres modos se puede considerar la Combinaz.n de las Cosas. El 1.o es, considerando un num. determinado de cosas con la diferente dispos.n q pueden tener en

orden al lugar, tomandolas siempre todas juntas. el 2.o es, juntandolas de 2 en 2: de 3 en 3: ett.a sin tener atencn. al lugar, y estas son las elecciones. el 3.o es, juntandolas de 2 en 2: de 3 en 3: ett.a atendiendo juntamente a la disposicn. del lugar, En todos tres casos pueden ser, o todas diferentes, o todas semejantes, o compuestas de diferentes y semejantes.

221. dado el num. de cosas diferentes, hallar las disposiciones, que todas juntas pueden tener en orden al lugar.

formese la tabla Convinatoria de esta suerte. Primer. se escrive una progresion arithmetica natural en la columna 1.a en la 2.a columna se escrive 1. arriva; multiplicando 1. por el 2. de mano izquierda, sale 2: multiplicando 2. de mano dra. por el 3. de la izqda. sale 6: multiplicando 6. por 4. sale 24: y 24. por 5. sale 120: y 120. por 6. sale 720: ett.a de esta suerte se puede continuar infinitamte. asi hallaremos, que 8 cosas se pueden variar 40320: y 6. cosas 720. ett.a 4. letras se varian de 24. modos.

tabla Primera Combinatoria.

1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000
16	20922789888000
17	355687428096000
18	6402373705728000
19	121945100408832000
20	2432902008176640000.

arte	tare	rate	erta
aret	taer	raet	erat
aert	tear	reta	etra
aetr	tera	reat	etar
atre	trae	rtea	eatr
ater	trea	rtae	eart

222. Si las Cosas fueren todas semejantes, solo podran tener una diſpoſicion: Como aaaa. no se pueden variar, ni diſponer de otra suerte. quando hay diferentes eſpecies, y alguna se repite algunas Veces, partanse las Combinaciones de todo el numero, p.r las Convinaciones de la repeticion, y el quociente sera, el q se busca: Como en esta diccion amara. ai cinco letras; las Convinaciones de 5. son 120: y porq hai 3 semejantes, tomare las Conbinaciones de 3. q son 6: partiendo 120. p.r 6. sale 20: de tantos modos se pueden diſponer estas 5. letras amara: tambien estas 6. letras maaaaa: se podran diſponer de 6. modos, p.r q las Conbinaz. de 6. son 720. partidas p.r 120. q son las Convinaz. de 5. p.r q ai 5. semejantes, sale 6. p.r quot.te Como se ve en la practica: maaaaa. amaaaa. aamaaa. aaamaa. aaaama. aaaaam.

223. Si vbiere semejantes de dos especies; 1º. se partiran las Convinaz. de todo el numero, p.r las de vna repeticion, y el quot.te otra Vez p.r las de la otra. Como esta diccion parara. tiene 6. letras: las Convinac. de 6. son 720: p.r q ai 3. de una especie, partase 720. p.r 6. q son las Convinac. de 3. y sera el quot.te 120, y p.r q ai dos rr. de otra especie, parto 120. p.r 2. q son las Convinac. de 2. y sera el quot.te 60: digo q de 60. modos se pueden diſponer estas letras parara: tambien estas 8. letras parraarar. se diſpondran de 280. modos, p.r q las Convinaz. de 8. son 40320: partidas p.r 24. q son

Convinaciones de 4. q̃ auer 4. aaaa. Semejantes, sale 1680. partidas otra vez p.r 6. q̃ son Convinaciones de 3. q̃ auer 3. rrr. Semejantes, Sale 280: de tantos modos se pueden disponer estas 8 letras paraarar. tambien se pudo partir el 40320. prim.º p.r 6. y Sale 6720: estos partidos p.r 24. Sale 280. Como antes. tambien se pudo multiplicar el 24 p.r 6. y el producto 144. fuera partidor: partiendo pues, 40320. p.r 144. Sale 280. Como antes. Si ubiere semejantes, de tres ó quatro especies, se haran tres, ó quatro particiones con el mes.mo orden: el ultimo quociente dará el numero q̃ se busca. Assi estas letras aserrase. hallaremos q̃ se podran disponer de 2520 modos.

224. dado el num.º de cosas, hallar las Convinaciones si se toman de 2. en 2: de 3. en 3. ett.a sin orden al lugar.

Quando todas son diferentes, escrivase vna progres.on arithmetica comenzando del zero, q̃ el Ultimo termino sea el numero dado: los terminos se escrivieran encontrados 1º. y ultimo: 2º. y penultimo. ett.a Como: si 10. cosas se toman de 3. en 3: q̃tas Convinac.s seran? Por q̃ al 3. le corresponde el 7. tomense de la tabla Convinatoria las Convinaciones de 3. y de 7. y multiplicando 6. p.r 5040: Sale 30240: Partanse pues las Convinaciones del num.º dado q̃ es 10: y son 36288000. p.r 30240. y Sale 120: digo q̃ 120 disposiciones pueden tener las diez Cosas, si se toman de 3. en 3: y las mesmas son si se toman de 7. en 7: si se toman

0.	10.	1.
1	9	10
2	8	45
3	7	120
4	6	210
5	5	252

de 4. en 4. seran 210: y lo mesmo si de 6. en 6: etc.ª Sean otra vez las cosas 7: para saver las convinac.s de 5. en 5: tomare de la tabla convinatoria, las convinacion.s de 5. y de 2: q esta à su lado, y seran 120. y 2: multiplicados son 240: partiendo las Combinaciones de 7. q son 5040. por 240: sale 21. de tantos modos se pueden disponer las 7. cosas si se toman de 5. en 5: y lo mes.mo si se toman de 2. en 2: si de 6. en 6: y de 1. en 1. seran 7. etc.ª

0.	7.	1
1.	6.	7
2.	5.	21
3.	4.	35.

225. De otra suerte se puede obrar, escriviendo toda la progresion al reves, y al derecho. Si se piden las convinaciones de 10. cosas tomadas de 3. en 3. multiplico 1.º los 3. primeros terminos de arriva. 10. 9. 8: sera 720: multiplico los 3. de abaxo 1. 2. 3. sera 6: partiendo 720. por 6. sale 120. como antes. Si se pidiesen de 4. en 4. multiplicara 1.º 10. 9. 8. 7. q son 5040. y luego 1. 2. 3. 4. q son 24: partiendo 5040. por 24. sale 210: el mes.mo estilo se guarda siempre: y basta sacar las convinaciones de la mitad, por q de la otra mitad es lo mesmo: como se vio arriva.

10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

226. El num. de las elecciones, es el mes.mo q de las convinaciones, como si son 10. cosas, y le dan à escoger 2. hallaremos 45. elecciones: si las cosas fueran 7, hallariamos 21 elecciones, por q son 21 convinaciones, si se toman de 2. en 2: como se ve en las letras: abcdefg. dispuestas ab. ac. ad. ae. af. ag. bc. bd. be. bf. bg. cd. ce. cf. cg. de. df. dg. ef. eg. fg.

227. lo mes.o se hallará q.e la tabla triangular, desta suerte: si 10. cosas se toman de 2. en 2. q. disposicion.s tendran? En la linea de abaxo se toma el 10. y en la escalera el 2: y en el angulo comun hallo 45. disposiciones: si se toman de tres en 3. hallare 120: si de 4. en 4. hallare 210. ett.a It. 8. cosas de 2. en 2. tendran 28. disposiciones. de 3. en 3. 56: y de 4. en 4. 70. ett.a It. 5. cosas de 2. en 2. tendran 10. disposiciones: y de 3. en 3. 10: y de 4. en 4. tendran 5. y de 5. en 5. sola 1. disposicion. lo mesmo es en todas.

tabla Segunda Conbinatoria.

																			21	
																		20	1	
																	19	1	20	20
																18	1	19	190	19
															17	1	18	171	1140	18
														16	1	17	153	969	4845	17
													15	1	16	136	816	3876	15504	16
												14	1	15	120	680	3060	11628	38760	15
											13	1	14	105	560	2380	8568	27132	77520	14
										12	1	13	91	455	1820	6188	18564	50388	125970	13
									11	1	12	78	364	1365	4368	12376	31824	75582	167960	12
								10	1	11	66	286	1001	3003	8008	19448	43758	92378	184756	11
							9	1	10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378	167960	10
						8	1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758	75582	125970	9
					7	1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448	31824	50388	77520	8
				6	1	7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008	12376	18564	27132	38760	7
			5	1	6	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003	4368	6188	8568	11628	15504	6
		4	1	5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365	1820	2380	3060	3876	4845	5
	3	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455	560	680	816	969	1140	4
2	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	136	153	171	190	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	2

228. La tabla se forma asi: debaxo se escrive la progresion. 1.2.3.4. ett.a y en las gradas. 2.3.4.5. ett.a subiendo diametralm.te desde el 1. se escrive 1.2.3.4. ett.a luego los numer. se hallarán sumando el debaxo con el immediato de arriva, y sale su colateral: como en la 3.a casilla de abaxo hallo 3. y sobre el otro tres: la suma es 6: los 6. y 4. hacen 10: los 10. y 5. hacen 15: los 15. y 6. hacen 21. ett.a Los mes.os numeros q se han hallado 10. 15. 21. 28. ett.a se escriven subiendo desde el 6. diametralm.te sumando luego 10. y 10. son 20: los 20. y 15. son 35: los 35. y 21. son 56: ett.a y subiendo del 20. diametralmente se escriven los mismos 35. 56. 84. 120. Con este artificio se hace la tabla con suma facilidad, y presteza; fuera á mano dra. se escrive otra progresion. 2. 3. 4. 5. ett.a

229. Si se da el num. de las cosas 10. y las convinaciones 252: busquese debaxo el numero 10. y subiendo p.r arriva hallo en la 5.a casilla 252. y bolviendo á mano izquierda, hallo en la grada 5: digo q de 5. en 5. se tomaron las 10. cosas, para hacer las 252. convinac.s Si se diera el 5. y las 252 convinaciones; baxando hallaria 10 cosas. Si esto mes. se quiere saber sin la tabla, se ha de obrar p.r arte maior.

230. El numero de todas las conjunciones; se hallará sumando la columna, q corresponde al num. de las cosas: como si las cosas son 7. tomando el 7. debaxo, y sumando toda la columna 7. 21. 35. 35. 21. seran 119. conjunciones. Si le añadimos 1. p.r q se quieren tomar todas juntas, seran 120: y con el num. de las cosas 7. seran 127. elecciones: It. si las cosas son 3. se hallaran 4. conjunciones y 7. elecciones: sean las cosas abc, sera

las elecciones. a. ab. ac. abc. b. bc. c. q son 7.

tambien se hallaràn las elecciones, si se forma una progresion dupla, q commenze de 1. y tenga tantos terminos, como el num. de las cosas; el duplo del ultimo termino menos 1. sera el num. de las elecciones: como si las cosas son 7. sera la progresion 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. el duplo de 64. es 128. quitando 1. seran 127. elecz. como ant. si de las elecciones se quita el num. de las cosas, la resta seran las conjunciones: como si de 127. se quitan 7. quedaran 120. conjunciones.

De aqui se infiere q los 7. Planetas podran tener 120. conjunciones: 120. sextiles: 120. quadrados: 120. trinos: 120. oposiciones: y todos los aspectos seran 600. vean los Astrologos si tienen aforismos para todos.

231. Para saber en q.tas conjunciones se hallara cada cosa, quando se toman de 2. en 2: de 3. en 3: ett.a Partase el num. de las conjunciones p.r el num. de las cosas, y el quociente multipliquese p.r dos, o tres, ett.a Como 7. cosas tomadas de 2. en 2. tienen 21. conjunciones p.r los §. 224. 225. 226. en q.tas conjunciones se hallarà cada cosa? partase 21 p.r 7. sale 3. multipliquese p.r 2. p.r q se piden de 2. en 2. y sera 6: digo q en 6. conjunciones se hallara cada cosa.

Por la tabla triangular se hallara con mas facilidad: tomese el num. de las cosas 7. en la escalera, y tomando el 2. à mano derecha, en el angulo comun hallo 6

Como antes: si se pide de 3. en 3: enfrente del 3. hallo 15: y cada cosa se hallará en 15. Conjunciones, si se toman de 3. en 3. Para saber el agregado de todas, sumese toda la coluna baxando del 7: que es 6. 15. 20. 15. 6: la suma 62 + 1. es 63. el agregado de todas las Conjunciones en que se hallará cada cosa. tambien si del numero de cosas 7. se quita 1. quedarán 6: las elecciones de 6. que el §. 230. son 63: en tantas Conjunciones se hallará cadauna de las 7. cosas.

Quando hai mu.as cosas semejantes.

232. Si las cosas son todas de una especie, ó semejantes, las elecz. serán tantas como el num. de las cosas, y las Conjunciones una menos: como estas 7. letras. aaaa aaa: las elecciones podran ser. a. aa. aaa. aaaa. aaaaa. aaaaaa. aaa aaaa: y quitando la 1.a a. que esta sola, quedarán 6. Conjunciones: lo mesmo es en qualquier otro numero.

Si las especies son diferentes, y hai muchos de una especie, se dispondra una progresion dupla de tantos terminos, como son las especies diferentes, y el 1.o termino sea 1. mas, que el num. de las semejantes; y el ultimo termino menos 1. sera el numero de las elecciones: como en estas letras aaaabcdef. que hai 4. a. semejantes, tomaré el 1.o termino 1. mas, que es 5: y que hai 6. especies, será la progres.n de 6. termin. 5. 10. 20. 40. 80. 160. y quitando 1. de 160. será 159. el num. de las elecciones: si de este num. se quita el num. dlas especies, q̃ es 6. quedarán 153. Conjunciones, ó Conbinaciones.

233. Si las especies son diferentes, y hai muchas de cada especie, se multiplicarán las precedentes mas 1. por el num. dlas semejantes q̃ se siguen. Como en estas letras aaaa. bbb. ccc. dd. q̃ hai 4. a. será el 1.º num. 4. y añadiendole 1. será 5. multiplicado por 3. por q̃ hai 3. b. será 15. sumando el 15. con 4. será 19. mas 1. será 20. multiplicado por 3. por q̃ hai 3. c. será 60. sumando 4. 15. 60. mas 1. será 80. multiplicado por 2. porque ai 2. d. será 160. la suma dl todo será 239. elecciones; quitando 4. por q̃ son 4. especies quedarán 235. Conjunciones ó Conbinaciones.

4
15
60
160
239.

234. Si con estas se juntaren otras especies sencillas: se añadirá 1. a la ultima suma, y se continuarán en progresion dupla tantos terminos, quantas son las especies sencillas; el ultimo termino menos 1. será la suma dl todas las elecciones. Como aaaa. bbb. ccc. dd. e. f. g. h. hallados como antes los 239. añadido 1. será 240: añadiendo 4. terminos por las 4. letras será. 240. 480. 960. 1920. 3840. quitando 1. de 3840. serán 3839. elecciones, y quitando 8. por q̃ todas son 8. especies quedarán 3831. Conjunciones, ó Conbinaciones. El mismo estilo se guardará en todas.

235. Hallar la disposicion dlas dos cosas en orden al lugar, tomandolas de dos en dos,

de 3. en 3: ett.ª

Primero p.r el §. 224. busquese la Combinaz.on sin atender al lugar. 2.º busquese la Combinaz.on del lugar p.r el §. 221: multiplíquese la vna p.r la otra, el producto sera el num. q. se busca: Como 5. Cosas a. b. c. d. e: si se toman de 2. en 2. p.r el §. 224. haren 10. Convinaciones: y p.r el §. 221. dos Cosas se pueden Varear dos Veces: multiplicopues 2. p.r 10. y el 20. tantas seran las Convinaciones de las 5. letras si se toman de 2. en 2. y mudan lugar como se ve. ab. ac. ad. ae. bc. bd. be. cd. ce. de. ba. ca. da. ea. cb. db. eb. dc. ec. ed.

236. De esta suerte 7. letras a·b·c·d·e·f·g. si se toman de 4. en 4. p.r el §. 224. se pueden juntar 35: y las Convinaciones de 4. en orden al lugar p.r el §. 221. son 24. multiplicando 35. p.r 24. sera el producto 840: tantas veces se pueden Varear las 7. letras en orden al lugar, si se toman de 4. en 4. It. si las mes.as 7. letras se toman de 5. en 5. p.r el §. 224. hallaremos 21. Convinac.s; y p.r el §. 221. las Convinaciones de 5. son 120: multiplicando 120. p.r 21. es el producto 2520. de tantas maneras se pueden Varear las 7. letras si se toman de 5. en 5.

Hallar el agregado de todas las Combinaciones.

237. Dado el num. de las cosas, busquense p.r el §. 235. las Convinaz. de 2. en 2:

luego de 3. en 3: ett.ª la suma de todas es el agregado de todas las convinaciones.

assi hallaremos, q̃ estas cinco letras de 2. en 2. se pueden variar 20. veces: de 3. en 3. son 60: de 4. en 4. son 120: y todas 5. pueden tener 120. convinaciones; la suma de todas es 320: tantas veces se pueden variar las 5. letras. Item 7. letras. a.b.c.d.e. f.g: de 2. en 2. p.r el §. 235: puede tener 42. convinaciones, y de 3 en 3. tienen 210: y de 4. en 4. son 840: y de 5. en 5. son 2520: y de 6. en 6. son 5040: y todas 7. otras 5040. la suma del todo es 13692: tantas convinaz.s pueden tener las 7. letras.

238. Para facilitar esta practica. se obrará p.r la tabla 1.ª convinatoria de esta suerte: escriviré la tabla convinatoria hasta el numero dado: luego busquense las convinaz.s de 2. en 2: de 3. en 3. ett.ª p.r el §. 224. 225. y escrivanse en la 3.ª coluna: multiplicando luego la coluna 2.ª p.r la 3.ª salen los productos de la 4.ª la suma de toda la 4.ª coluna es el agregado de todas las convinaciones: como si quiero ver las convinaz.s de las 7. letras a.b.c.d.e.f.g. se dispondrá como se sigue.

239.

	tabla Convinatoria.	combinaz.s p.r el §. 224.	Productos de la 2.ª y 3.ª coluna.
1	1	0	
2	2	21	42
3	6	35	210
4	24	35	840
5	120	21	2520
6	720	7	5040
7	5040	1	5040
			13692. Suma

Elamerº. Suerte 4. letras. a. b. c. d: se variarán 60. veces. Como se ve por la tabla.

1	1	0	
2	2	6	12
3	6	4	24
4	24	1	24
			60. suma.

240. esto se vee en las 4. letras a. b. c. d. assi dispuestas.

ab. ac. ad. bc. bd. cd.
ba. ca. da. cb. db. dc. } Son 12.

abc. acb. bac. bca. cab. cba.
abd. adb. bad. bda. dab. dba.
acd. adc. cad. cda. dac. dca.
bcd. bdc. cdb. cbd. dcb. dbc. } Son 24.

abcd. abdc. acbd. acdb. adbc. adcb.
bacd. badc. bcad. bcda. bdac. bdca.
cabd. cadb. cbad. cbda. cdab. cdba.
dabc. dacb. dbac. dbca. dcab. dcba. } Son 24. Y todas juntas. 60.

Si ay alguno q tenga paciencia disponga las 7. letras, y hallara q tienen 13692. Conbinaciones.

Fin del V. Libro.

Cap. 9. del Libro 1º

de las partes decimas.

50. Partes decimas llamo al quebrado q̃ tiene p̃ denominador 1. con algunos zeros, Como $\frac{3}{10}$. $\frac{45}{100}$. $\frac{125}{1000}$. esto es: decimas, centesimas, millesimas ett.ª Puedense escrivir en vna linea, poniendo al pies de vn parenthesis vn numero exponente, q̃ declare quantos zeros acompañan á la Vnidad; esto es: 1 p.ª 10: 2 p.ª 100: y 3. p.ª 1000: Como $28(^3$ es lo mes.º q̃ $\frac{28}{1000}$ y $456(^5$ sera $\frac{456}{100000}$, y $3428935(^2$ sera $\frac{3428935}{100.}$ q̃ pues estas decimas proceden siẽpre en decupla proporcion, Como 10. 100. 1000. ett.ª podemos las llamar decimas primeras, segundas, terceras, ett.ª Conforme el numero exponente: Como $28(^3$. es 28 terceras, ó millesimas ett.ª

51. Para reducir los enteros á decimas, añadanse tantos zeros, como ha de ser el exponente: Como 324 reducido á terceras, sera $324000(^3$. y 4528. reducido á quintas, sera $452800000(^5$.

Para reducir las decimas á enteros, apartense de mano dra. con vna distincion tantas letras como dice el exponente, y las de mano izquierda seran enteros: $38,97254(^5$. son 38 enteros, y $97254(^5$. tambien $2576,004(^3$. son 2576. enteros, y 4. terceras, ó millesimas.

Para reducir las decimas menores, á las mayores, basta añadirles tantos zeros como le faltan vnidades al exponente: Como $3452(^3$. se han de reducir á quintas; p.ª q̃ al expon.te

3. le faltan 2. para 5. se añadiràn dos Zeros, y seràn 345200$(^{5}$ y al contrario, para reducir las maiores à las menores, se quitaràn tantas letras, como se han de quitar Unidades al exponente: como 345200$(^{5}$ reducido à terceros serà 3452$(^{3}$

52. Para reducir los quebrados comunes à decimas, añadanse al numerador tantos Zeros, como ha de ser el exponente: y partiendo por el denominador, el quocte. seràn las decimas: como $\frac{3}{4}$ reducidos à segundas: Añado dos Zeros al numerador, serà 300. partido por 4. serà el quocte. 75$(^{2}$ Tambien $\frac{254}{12}$ reducidos à quintas: parto 25400000. por 12. serà el quocte. 21,16666$(^{5}$ de los que sobran en la particion, no se hace caso, aunque en la verdad sale el num. menor de lo justo; pero la diferencia es poca. Para reducir las decimas à otro quebrado comun, multipliquense por el nuevo denominador, y del producto quitense tantas letras, como es el exponente. Como 25$(^{2}$ se han de reducir à dozeavos: multiplico 25. por 12. sale 300. quito los 2 Zeros, queda 3: y serà $\frac{3}{12}$.

53. Para sumar y restar enteros, y decimas, reduzganse todos à la denominacion de exponente maior por el §. 51. luego se suman, y restan con el modo ordinario. Si se han de sumar 54,0006$(^{4}$ con 13 enteros, y 262,002$(^{3}$ reducidos todos à quartos por el §. 51. se suman vulgarmente como se ve.

	54,0006$(^{4}$
	13,0000$(^{4}$
	562,0020$(^{4}$
Suma.	629,0026$(^{4}$

Para multiplicar se guarda el estilo ordinario; y la suma de los exponentes, es el expontc. del producto.

Cantidad	5,8243$(^{4}$
multiplicad.	34,05$(^{2}$
Produc.	198,317415$(^{6}$

En el partir se guarda el estilo ordinario. Del exponente del partidor se resta del exponente de la Cantidad.

Si el exponente del partidor fuere maior, se añadiran a la cantidad algunos zeros, como 32,58 $(^{2}$ con 4. zeros sera 32,580000 $(^{6}$ luego se partirá por 4,256 $(^{3}$ como se ve.

Cant.	43,2536 $(^{4}$
Partid.	3,22 $(^{2}$
Quoc.^te	13,43 $(^{2}$

Cant.	32,580000 $(^{6}$
Part.	4,256 $(^{3}$
Quociente	7,655 $(^{3}$

Lo mesmo se hara, quando el partidor tuviere mas letras, ó fuere maior, que la Cantidad: y quanto mas se añade es mexor.

54. Si se parte un entero por otro entero maior, se hara lo mesmo, y el exponente sera seg.^n los zeros que se añadieren: Como 300. si se ha de partir por 800. añadidos 3 zeros sera 300000 $(^{3}$ y el quociente 375 $(^{3}$

Generalmente, para evitar los quebrados comunes, convertirase la cant.^d en decimos, añadidos 4; ó 6. zeros: y hecha la partic.^on tendremos el quociente proximo á la verdad, sin cuidar de quebrado.

Si se ha de partir 812 por 32: por el modo comun sale 25 $\frac{12}{32}$: y por los decimos sale 25,375 $(^{3}$

Cant.	812,000 $(^{3}$
Part.	32 $(^{0}$
Quoc.	25,375 $(^{3}$

Este modo de obrar es de mucha importancia en las operaciones largas, en que hay muchas reglas de tres, y crecen los quebrados mucho, haciendo las operaciones molestas y confusas. Ultimamente advierto, que si el numero no tiene exponente, ó tiene

Zero. es numero entero, y assi lo mismo es 32 c.s q̃ 32. enteros.

Cap. 10.

Aplicacion de los quebrados, y decimas.

55. Lo q̃ se ha dicho en comun de los quebrados, y decimos, se aplicará aora al uso comun con un exemplo, p.a q̃ vea el curioso, como ha de obrar en lanzes semejantes.

(56. 57. y 58. se omiten, p.r tenerlo en el P. Tosca, con la mis.a especificacion.)

59. Para sacar el ymp.te mes.al q.tas p. las decimas: por q̃ los 3 palmos, y 3 quartos son $\frac{15}{16}$. de vara, les reduxire á decimas p.r el §. 52: añadiendo 4 zeros al 15. será 150000. y partido p.r 16. serán 9375 c.s y juntandole las varas á mano izquierda serán 30,9375 c.s Las 2. lib. 15. suel. son 55. sueldos y los 7 dineros son $\frac{7}{12}$. reducidos a decimos p.r el §. 52. añadiendo 4. zeros al 7. será 70000. y partido p.r 12. serán 5834 c.s y con los 55. sueldos serán 55,5834 c.s hecha la multiplicacion salen 1719. suel. y para reducir las decimas á dineros, basta multiplicar las 4 primeras letras, q̃ es 6114. p.r 12. Sale 73368. q̃ es 7. dineros $\frac{3368}{10000}$.

Cant.	30. var.	3. pal.	$\frac{3}{4}$.
Multip.	2. lib.	15. suel.	7. din.

Cant.	30,9375 c.s
Multip.	55,5834 c.s
Produc.	1719,61143750 c.8
Redu.	1719. suel. 7. dine. 33 c.2

60. Con el mesmo artificio se saca. Como si 30. varas 3. pal. $\frac{3}{4}$ costaron 85. lib. 19. suelo 7. dine. $\frac{3368}{10000}$. reducidas las varas á decimos, como antes serán 30,9375 c.s y reducidos las 85.

lib. á sueldos son 1700 sueldos, y añadidos los 19. serán 1719. los 7 din. reducidos a decimas añadiendo al 7. los zeros que quisieren como 700000. y partiendo por 12, serán 58333(.^{5} y añadiendoles los 3368: serán 6170(.^{5} y con 3 zeros serán 61701000(.^{8} y añadiendoles los 1719. sueldos, a la mano izquierda será toda la cant.d 1719,61701000(.^{8} con que hecha la partizion, será el quo.te 55. suel. y multiplicando los 5835. decimas por 12. sale 7.0020. que es 7. dineros: y este quo.te es el valor de cada vara.

Cant.	1719,61701000(.^{8}
Parti.	30,9375(.^{4}
Quozien.	55,5835(.^{4}
Reducido.	55 sueldos. 7. dineros.

61. Este modo de obrar tiene mucha latitud, porque assi como se han reducido las lib. y sueldos á decimas de sueldo, se podrán reducir á decimas de libras, ó á decimos de dineros: y las varas y palmos, á decimas de palmos; el curioso escogerá, lo que mas le diere gusto; advirtiendo, que lo mes. se hace en arrovas, libras, onzas, y en qualq.ra otra especie de multiplicaz.on y partizion. Solo se guarden los preceptos del cap. 3. En las cuentas largas, y repartiziones, donde hay mu.as reglas de 3, será esto de mucha utilidad.

62. A los ingenieros, y medidores de campos aconsejo, que hagan una vara de 10. palmos, dividiendo cada palmo en 10. partes, y cada parte en otras 10, etc.a con esto evitarán todos los quebrados; y generalmente todos los instrum.tos matematicos, que constan de lineas rectas, deuense arreglar en este orden, para evitar los quebrados: como son quadrado geometrico, triangulo, pitipie, &c. Para las consonanz.s de la musica es de gran conveniencia, como en su lugar veremos.

Los 3. §§. sig.tes Son del Cap. 11. del lib. 1.º

68. Num.s proporcionales Son los terminos de dos razones semejantes: Con q̃ es fuerza sean 4. Y aunq̃ algunas veces parecen solo tres, es p.r q̃ el 2.º se toma 2. veces. Como 2. a 4. assi 4. á 8. De la definiz.n se sigue, q̃ los numeros proporcionales seran, quando el 1.º sera igualm.te multiplice, ó la mes.a parte, ó partes del 2.º: q̃ el 3.º del 4.º p.r q̃ entonzes sera la mes.a razon del 1.º al 2.º: q̃ del 3.º al 4.º: Y assi seran term.s de dos razones semejantes, Como 4 á 3. es sesquitercia, y 12. á 9. tambien, Con q̃ 4. 3: 12. 9. Son quatro numeros proporcionales.

69. Si quatro num.s Son pp.s el producto de la multiplicac.on de los extremos es igual al producto de los dos medios; Y si el producto de los extremos, es igual al de los medios, seran los 4. numer.s proporcionales. (Eucl. p. 19. l. 7.) Como 4.3:12.9. Son proporcionales: el producto de 4. y 9. q̃ es 36. es igual al producto de 3, y 12. q̃ es 36: y al contrario, p.r q̃ los productos son iguales, digo q̃ 4. 3: 12. 9. Son numeros proporcionales.

De donde se infiere, q̃ si dos numeros se multiplican entre si, el producto tendra la mis.a propor.n con el uno, q̃ el otro con la Unidad. Como si 3. se multiplica p.r 4. seran 12: digo que seran proporcionales 12. 4: 3. 1. y tambien 12. 3: 4. 1: Porq̃ el producto de los extremos siempre es igual al producto de los medios.

tambien se infiere, q̃ si un numero se parte p.r otro, el partido tendra la mis.a propor.n con el partidor, q̃ el quociente con la Unidad: Como si 12. se parte p.r 4. sera el quoc.te 3. Y seran proporcionales 12. 4: 3. 1: por q̃ el producto de los extremos, es igual al producto de los medios.

7º. Si quatro num.s son proporcion.s como el 1.º al 2.º assi el 3.º al 4.º: tambien seran prop.s el 1.º al 3.º como el 2.º al 4.º: y al contrario el 4.º al 3.º como el 2.º al 1.º: y el 4.º al 2.º como el 3.º al 1.º: como 4. á 3: assi 12. á 9. tambien como 4. a 12: assi 3. á 9. tambien como 9. á 12: assi 3. á 4: y como 9. á 3: assi 12. á 4. La razon es, por q̃ siempre sale el mes.mo producto 36. tanto de los extremos, como de los medios.

Ultimamente, si dos razones son iguales á otra, tambien son iguales entre si: como 4. á 2. assi 6. á 3: y como 6. á 3: assi 10. á 5: luego tambien como 4. á 2. assi 10. á 5. Y assi son proporcionales 4. 2: 10. 5.

§. §. del Capit. 4.º del Lib. 1.º

14. El modo mas seguro de multiplicar en las q.dades largas, como sucede en las operaciones astronomicas, es el q̃ se hace sumando: escrivase 1.º la cant.d luego doblese multiplicando por 2. luego se suma la 1.ª y 2.ª linea, y sale la 3.ª: sumase la 1.ª y 3.ª y sale la 4.ª: sumando la 1.ª y 4.ª sale la quinta etc.ª escriviendose 1. 2. 3. 4. etc.ª La 1.ª letra del multiplicador es 9. tomese pues la linea q̃ corresponde al 9. y escrivase debaxo tantas veces, p.r q̃ ay dos 9. la 3.ª es 4. escrivase en tercer lugar la linea

3456802—1
6913604—2
10370406—3
13827208—4
17284010—5
20740812—6
24197614—7
27654416—8
31111218—9

Exemplo. $\begin{array}{ccc} & 8. & \\ 1 & + & 8. \\ & 8. & \end{array}$

Cantid. 3456802
Multip. 67499
31111218
31111218.
13827208..
24197614...
20740812...
233330678198.

q. corresponde al 4: para el 7. se escrive la linea del 7. y la del 6. p.r el 6: la suma de todo es el producto. Con este artificio se hace la multiplicaz.n sin cansar la cabeza, y en q. tal largeza es de suma utilidad.

15. para multiplicar p.r uno, ó muchos 9. añadanse al otro num.o tantos zeros, como ai nueves: y de todo esto restese el mesmo numero. Como p.a multiplicar 34685 p.r 9999999. se añadiran 7. zeros, y restando el mesmo numero quedará el producto, como se ve en el exemplo.

346850000000
34685
Produc. 346849965315.

La razon de esto es, p.r q. añadir 7. zeros es multiplicar p.r 10000000. y como a los 7. nueves no les falta sino 1. para llegar á 10000000. p.r eso se resta el num.o una vez, y asi queda el verdadero producto. de aqui mesmo nace q. p.a multiplicar p.r 5. basta añadir un .0. y tomar la mitad de todo como se ve.

54329.0
Produc. 271645.

§.§. del Cap. 5. del lib. 1.o

19 Quando el partidor tiene mu.as letras, el modo mas facil es formando la tablilla del partidor, como se hizo en el §. 14.

hase de partir 3108194. p.r 586. hecha la tabla de 586. primero doblando el numero: luego sumando 1. y 2. luego 1. y 3: luego 1. y 4. etc.a busco en la tabla el num.o

tabla del Partid.

586 — 1
1172 — 2
1758 — 3
2344 — 4
2930 — 5
3516 — 6
4102 — 7
4688 — 8
5274 — 9

exemplo.

Cant. 3108.194 | 5304 $\frac{50}{586}$
Partid. 586
2930 ——— 5
resid. 1.o 1781.94
1758 ——— 3
resid. 2.o 239.4 — 0
2344 — 4
Residuo 3.o 50

proxime menor de 3108. y hallo 2930. y le corresponde 5. escrivo 5. en el quociente, y resto 2930. de la cantidad, y queda 1781.94: busco su proxime menor, y hallo 1758. enfrente del 3: escrivo 3. en el quociente, y la resta sera 239.4. y por ser el 239. menor que el partidor, pongo. 0. en el quociente. Ultimamamente el proxime menor de 2394. es 2344. enfrente del 4. escrivo 4. en el quociente, y resta 50. que le señalo con un parentesis, para hazer el quebrado: con que todo el quoc.te sera. 5304 $\frac{50}{586}$.

Este es el verdadero modo de obrar, y es de gran conveniencia en las q.tas largas, y mas q.do un mes.l num.o es partidor muchas veces. De aqui nace otro modo de obrar como se sigue.

Advertenc.a del §. 23. de dho Cap.o

Tambien nace de aqui

Que para sacar el $\frac{1}{5}$ de un numero, basta quitar la ultima letra, y hazer quebrado della y doblar lo restante. Por que quitar la ultima letra es partir por 10. y como partiendo por 5. hace salir doblado, que por 10. por esso se dobla el numero restante.

Cantid. 58754.2
Quinto. 117508 $\frac{2}{5}$.

§. del Cap. 8. de dho libro.

46. Note el curioso con sumo cuidado las reglas de los §§. 44. y 45. 1.o que para multiplicar un quebrado por num. entero, se multiplica solo el numerador. 2.o para multiplicar el quebrado por su denominador, se borra el denominador. 3.o para partir un quebrado por num. entero se multiplica solo el denominador, y el producto es el denominador del quociente. 4.o para

partir un entero p. quebrado se multiplica el denominador, y el producto es numerador del quociente, y el q. antes era numerador se pone p. denominador. Esto hallará egecutado sre., q. se ofrece, en el discurso de esta obra, y es de suma importancia p.ª el arte maior.

Cap. 9. del lib. 3.º

De los quebrados del Algebra.

115. La noticia de los quebrados es de suma importancia, p. q. apenas hai operacion, q. se libre de ellos. Debe el aritmetico tener mui en la memoria la doctrina del lib. 1.º desde el §. 28. hasta 46: p. q. todas aquellas reglas, son aqui necesarias. A dos especies podemos reducir los quebrados q. en esta materia se ofrecen: la 1.ª es q.do solo el num.º, q. acompaña á los caracteres, y raices, forma el quebrado: Como $\frac{2}{3}z$. y $\frac{4}{5}y^2$. y $\mathrm{v.}^2\frac{8}{13}$. y $\mathrm{v.}^3\frac{5}{7}$ ett.ª La segunda, q.do el quebrado se forma de los caracteres, y raices; Como $\frac{15z^2}{4z.}$ y $\frac{8x^2+6}{5z+4}$: y $\frac{\mathrm{v.}^2\,20.}{\mathrm{v.}^3\,8.}$ y $\frac{\mathrm{v.}^2(6+\mathrm{v.}^2\,3.)}{\mathrm{v.}^2\,5.}$ ett.ª Todos observan las reglas del lib. 1.º y las de los capitulos antecedentes, cada uno segun su especie. Aunq. esta regla lo comprehende todo, para mas claridad se explicará con las siguientes reglas.

116. Regla 1.ª reducir los quebrados á un denominador.

Multiplicase en cruz para los numeradores: multiplicanse los denominadores, p.ª el denominador comun. (lib. 1.º §. 35.).

Exemplo 1.º $\frac{3a+6}{2b.}\times\frac{4b-2}{a^2}$, es $\frac{3a^3+6a^2}{2b.a^2}\ \frac{8b^2-4b.}{2b.a^2}$: multiplicando 2b. p. a^2. sale 2b.a^2. (§.16.)

113

Y es el denominador comun: multiplicando 3a+6. p.r a^2. Sale $3a^3+6a^2$. (§.31.) y es el numerador 1º. multiplicando 4b-2 p.r 2b. Sale $8b^2-4b$. (§.31.) y estan los quebrados reducidos a un denominad.r como se ve. Exemplo 2º. $\frac{\sqrt[2]{7a^2}}{\sqrt[2]{10}} \times \frac{\sqrt[2]{5x^3}}{\sqrt[2]{3a^2}}$ reducidos seran $\frac{\sqrt[2]{21a^4}}{\sqrt[2]{30a^2}}$ $\frac{\sqrt[2]{50x^3}}{\sqrt[2]{30a^2}}$: multiplicando $\sqrt[2]{10}$. p.r $\sqrt[2]{3a^2}$. Sale el denominador comun $\sqrt[2]{30a^2}$. (§.66.) multiplicando en cruz $\sqrt[2]{7a^2}$. p.r $\sqrt[2]{3a^2}$. Sale $\sqrt[2]{21a^4}$: y multiplicando $\sqrt[2]{5x^3}$. p.r $\sqrt[2]{10}$. Sale $\sqrt[2]{50x^3}$: ett.ª Si las √√. tienen diferente exponente se reduciran 1º. p.r el §.61. y luego se obrará como antes.

117. Regla 2.ª Sumar, y restar los quebrados.

Redúzganse á un denominador (§.116.) y súmense, ó réstense los numeradores. Exemplo 1º. $\frac{3a+6}{2b} \times \frac{4b-5}{3b^2}$ reducidos son $\frac{9ab^2+18b^2}{6b^3}$ y $\frac{8b^2-10b}{6b^3}$ Sumando, ó restando los numeradores, será la suma (§.23.) $\frac{9ab^2+26b^2-10b}{6b^3}$ ó la resta (§.28.) $\frac{9ab^2+10b^2+10b}{6b^3}$. Exemplo 2º. $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[2]{10}} \times \frac{\sqrt[2]{7}}{\sqrt[3]{10}}$ por tener los denominadores diferente exponente, se reduciran 1º. p.r el §.61. y seran $\sqrt[6]{100}$, y $\sqrt[6]{1000}$. multiplicando entre sí (§.65.) Sale $\sqrt[6]{100000}$, y es el denominador: multiplicando aora en cruz $\sqrt[3]{24}$. p.r $\sqrt[3]{10}$. Sale $\sqrt[3]{240}$: y $\sqrt[2]{7}$. p.r $\sqrt[2]{10}$. Sale $\sqrt[2]{70}$: con q.e los quebrados reducidos son $\frac{\sqrt[3]{240}}{\sqrt[6]{100000}}$ y $\frac{\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$ Sumando, ó restando los numeradores, será la suma $\frac{\sqrt[3]{240}+\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$, ó la resta $\frac{\sqrt[3]{240}-\sqrt[2]{70}}{\sqrt[6]{100000}}$ §.74.

118. Regla 3.ª Multiplicar los quebrados.

Multiplíquense los numeradores entre sí, y los denominadores entre sí (lib.1. §.44.) Exemplo 1º. $\frac{9x^4-10x^2}{5x^3}$ p.r $\frac{6x-4}{7}$: multiplicando $9x^4-10x^2$ p.r $6x-4$. (§.31.) Sale el numerador $54x^5-36x^4-60x^3+40x^2$. y multiplicando los denominadores $5x^3$ y 7. Sale $35x^3$. (§.15.) y es el producto $\frac{54x^5-36x^4-60x^3+40x^2}{35x^3}$

Exemplo 2.º $\frac{6-\sqrt[2]{20}}{\sqrt[3]{24}}$ p.r $\frac{8-\sqrt[2]{45}}{\sqrt[3]{10}}$ multiplicando $6-\sqrt[2]{20}$ p.r $8-\sqrt[2]{45}$. Sale $78-\sqrt[2]{5780}$. (§.85.) y multiplicando los denominadores $\sqrt[3]{24}$ y $\sqrt[3]{10}$. Sale $\sqrt[3]{240}$. (§.65.) Con q. todo el producto será $\frac{78-\sqrt[2]{5780}}{\sqrt[3]{240}}$.

119. Regla 4.ª Partir los quebrados.

Escríbese 1.º el q. se ha de partir, luego el partidor: multiplícase en cruz. (Lib. 1.º §. 45.) Exemp. 1.º $\frac{10a^3-5a}{7a^2} \times \frac{7a+5}{9} \times \frac{90a^3-45a}{49a^3+35a^2}$: $10a^3-5a$ p.r 9. Sale $90a^3-45a$. y $7a^2$ p.r $7a+5$. Sale $49a^3+35a^2$. (§.31.) Exemplo segundo. $\frac{\sqrt[2]{20}-2}{\sqrt[2]{15}+3} \times \frac{\sqrt[2]{10}}{\sqrt[2]{7}} \times \frac{\sqrt[2]{140}-\sqrt[2]{28}}{\sqrt[2]{150}+\sqrt[2]{90}}$: multiplicando $\sqrt[2]{20}-2$ p.r $\sqrt[2]{7}$. Sale $\sqrt[2]{140}-\sqrt[2]{28}$: y multiplicando $\sqrt[2]{15}+3$ p.r $\sqrt[2]{10}$. Sale $\sqrt[2]{150}+\sqrt[2]{90}$: (§.85.) y el quociente será $\frac{\sqrt[2]{140}-\sqrt[2]{28}}{\sqrt[2]{150}+\sqrt[2]{90}}$: etc.ª

120. Regla 5.ª Hallar las partes de un quebrado.

Multiplíquese el quebrado dado, p.r el quebrado de las partes q. se buscan: Como pídense $\frac{2}{3}$ de $\frac{5x^2+4a^3-5}{6a^2}$: multiplicado p.r $\frac{2}{3}$ Sale $\frac{10x^2+8a^3-10}{18a^2}$ q. es $\frac{2}{3}$ del quebrado dado: lo mesmo es en los Irracionales. Para sumar, restar, multiplicar, ó partir unas partes de un quebrado con otras; p.r el Lib. 1.º Cap. 8.º se sumarán, restarán, multiplicarán, ó partirán entre sí los quebrados de las p.tes y p.r el quebrado q. sale, se multiplicará el quebrado dado: Como pídese la suma de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$ de $\frac{10a^2+4}{7}$, la suma de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$ es $\frac{9}{15}$ (Lib. 1.º §. 41.) multiplicando $\frac{10a^2+4}{7}$ p.r $\frac{9}{15}$ Sale $\frac{90a^2+36}{105}$ la suma q. se pide etc.ª

121. De la mes.ª suerte, para sumar, restar, multiplicar, ó partir un quebrado con sus partes; se sumará, restará, multiplicará, ó partirá el quebrado de las partes con la Unidad (Lib. 1. Cap. 8.)

y p.r el quebrado, q. sale, se multiplicará el quebrado dado: Como se pide q. se quiten $\frac{2}{3}$ de $\frac{7a^3+8a}{6x^2}$: quitando $\frac{2}{3}$ de la Unidad, queda $\frac{1}{3}$. multiplicando el quebrado $\frac{7a^3+8a}{6x^2}$ p.r $\frac{1}{3}$. sale $\frac{7a^3+8a}{18x^2}$. Item si se pide q. se parta este quebrado $\frac{5b^2+7}{3b}$ p.r dichos $\frac{3}{4}$. partase la Unidad. p.r $\frac{3}{4}$ esto es $\frac{1}{1}$ p.r $\frac{3}{4}$ sale $\frac{4}{3}$ multipliquese $\frac{5b^2+7}{3b}$ p.r $\frac{4}{3}$: sale $\frac{20b^2+28}{9b}$. lo mesmo es en los yrracionales. ett.a

122. De lo dicho se infiere, q. las operaciones de los quebrados algebraticos se componen del lib. 4.º y de los Capitulos antecedentes, de esta suerte, q. el Cap. 8. del lib. 1. enseña lo q. se deve hazer, sumar, restar, ó multiplicar, y los Cap.os antecedentes de este libro, enseñan el modo de sumar, restar, multiplicar, ó partir; segun el quebrado fuere de caracteres simples, ó compuestos; de yrracionales simples, ó compuestos; o de VV. universales: Principalm.te deve estar muy en la memoria el §. 46. del lib. 4.º p.r q. es de sumo alivio: y lo q. se dixo de los signos + y − en el §. 31: p.r q. es facil la equivocaz.n

123. Porq. − y − hacen +

La razon nace del libro 2.º de Euclides prop. 3. y 4. y para los q. no son Geometras, la explicaré con numeros. Sea el num.o 5−2. q. es lo mes.o q. 3: multiplicando 3. p.r 3. sale 9: y lo mismo ha de salir multiplicando 5−2. p.r 5−2: multipliquese pues 1.º 5−2. p.r 5. sale 25 −10. luego multipliquese 5 p.r −2. sale −10: y deverse la multiplicacion de −2 p.r −2: la suma es 25−20. quitando 20 de 25, sera el producto 5: avia de ser 9: luego de 25. se han quitado 4 mas de lo justo: estos pues se restituyen multiplicando −2 p.r −2, y assi ha de salir + 4. y sera todo el producto. 25−20+4, q. es 29−20, esto es 9: con q. es preciso q. − y − hagan + en lo

$$\begin{array}{r} 5-2 \\ 5-2 \\ \hline 25-10 \\ -10 \\ \hline \text{Producto. } 25-20 \\ \hline \end{array}$$

multiplicazion, q. lo mesmo es en la partizion.

124. De los numeros falsos.

Numeros falsos, ò fingidos son los q. llevan el signo −, y proceden quando se resta el num.º maior del menor: como 2 − 5 es lo mes.º q. −3: esto es: 3 menos q. zero, ò nada: estos numeros son de mucho uso: como si Pedro tiene 2, y jugando pierde 5: tiene 2 − 5. esto es −3. p.r q. queda deviendo 3; de suerte, q. si despues adquiere 10, tendra 10 − 3. esto es 7: pues pagando 3. q. devia, le quedaràn 7. En la multiplicaz.n es admirable su propiedad, pues el mes.º q.º nace del num.º verdadero 5 − 2. q. del falso, 2 − 5: multiplicando 5 − 2. p.r 5 − 2. sale 29 − 20. q. es 9: (§. 123.) y multiplicando 2 − 5. p.r 2 − 5. sale 29 − 20. q. es 9. como se ve: y assi se hallan algunas vezes dos raizes, una verdadera, y otra falsa: q. el numero falso sirve p.a determinar la raiz verdadera.

$$\begin{array}{r} 2-5 \\ 2-5 \\ \hline -10+25 \\ 4-10 \\ \hline \text{Suma } 4-20+25. \end{array}$$

§§. del Cap. 10. del Lib. 3.º

129. Principios generales p.a la Igualacion.

1.º el todo es igual à todas sus partes juntas.

2.º Las cantidades iguales à otra, son entre si iguales.

3.º si à iguales se añaden, ò quitan iguales, quedan iguales.

4.º si iguales se multiplican, ò parten p.r iguales.

5.º El multiplicador, ó partidor comun no altera la proporcion.

6.º La proporcion directa, es tambien alterna, y conversa.

7.º Si á proporcionales se añaden, ó quitan proporcionales semejantes, resultan proporcionales.

8.º Si ay quatro pp.s el producto de los extremos, es igual al producto de los medios.

9.º Si ay 3 pp.s el producto de los extremos, es igual al quadrado del medio.

130. En estos principios es muchas veces precisso valerse de algunas proporciones geometricas, p.a resolver las qq.s q pertenecen á la Geometria, aunq. se proponen con estilo aritmetico: Como: 1.º Si un triangulo es rectangulo, el q.o del lado maior, es igual á los dos q.os de los dos lados. 2.º Si dos rectangulos son iguales, los lados son reciprocam.te proporcionales. 3.º Los rectangulos semejantes tienen entre si la proporz.n duplicada de los lados. En fin gralm.te no hai proporz.on en la Geometria, de q no pueda valerse el Algebrista, p.a resolver otras.

131. De la qq.n Imposible, y Ridicula.

La Quest.n propuesta es tal vez imposible, ó ridicula, incapaz de resolucion: esto conocera el aritmetico en llegando á la igualacion: Si una Cant.d se halla igual á otra maior, ó menor, sera la qq.n imposible: Como si $20z^2 - 15$. se hallase igual á $25z^2 + 30$: It. $6z^3 + 4z^2 - 5 \propto 4z^2 - 20$. En estas, y semejantes igualaciones con evidencia se percive la imposibilidad, y desigualdad.

132. Si una Cant.d se halla igual á si mesma, es la qq.n ridicula: Como $6z^2 + 4z \propto 6z^2$

−4z. Yt. $8z^3 - 4z^2 = 8z^3 - 4z^2$: estᵃ. esta igualacⁿ. es inutil, por no ser las partes de diferente nombre (§. 126.) puede proceder esto de tres partes. 1.º por q no se dan los terminos suficientes en la pregunta, para llegar à la igualacⁿ. conveniente: y es lo mas ordinario. 2.º por q qual q. numᵒ. puede resolver la qqⁿ: y en este caso no es la igualacⁿ. inutil, pues ya determina la verdad, y en las qqˢ. de geometria sirve mucho. 3.º por q no se examinaron bien todas las circunstancias de la qqⁿ. y assi conviene examinarla por otra parte, ò haciendo diferente suposicion, ò siguiendo la igualacⁿ. por diferentes principios.

§. 144. del Capᵒ. 11. del lib. 3.º

144. Esta reducⁿ. del caracter maior à unidad, no es siempre necessaria, pues sin ella se puede sacar la raiz de la cantᵈ, como se vio en el lib. 2.º Solo es conveniente, quando la negacⁿ. es inversa; Y necessario, quando hai en la igualacⁿ. dos caracteres, y el exponente maior es duplo del menor, por q en este caso, se puede la raiz hallar con mᵃˢ. facilidad por la regla particular del Capᵒ. siguiente.

§§. del Cap. 12. dicho lib. 3.

148. Regla Particular. Quando en la igualacⁿ. hai 2 caracteres, y el exponente mʳ. es duplo del menor; 1.º al Cᵒ. del numᵒ. del caracter menor, añadase, ò quitese el quadruplo de la cantᵈ, segⁿ el signo del caracter maior. 2.º Sacada la $\sqrt{}^2$ de la suma, ò resta, si el caracter mʳ. tiene el signo +, se tomarà la diferᵃ. de su numᵒ. y de esta raiz; Y si −, se tomarà la suma. 3.º la mitᵈ. de esta diferᵃ, ò suma es el valor del caracter menor.

Si el caracter maior tiene el signo —, tendrá el caracter menor 2 valores, y la suma de los dos, es igual á su num.to, con q.e la dif.a de su num.to, y del valor 1.º, sera el valor 2.º: algunas veces los dos satisfacen á la equac.n, otras veces solo el uno; y esto se debe examinar.

149. Exemplo 1.º Sea $z^2+9z=90$: Porq.e el exponente maior ² es duplo del menor ¹ tiene lugar la regla: el q.do de 9. num.o del caracter menor es 81. el quadruplo de la cant.d 90. es 360. añadido á 81. por q.e el caracter m.r tiene el signo +, sera la suma 441. su r.² es 21: y por q.e el caracter menor tiene el signo + 9z. se tomará la difer.a de 9. y de la raiz 21, q.e es 12: su mit.d 6. es el valor de z.

150. Exemplo 2.º Sea $z^4+7z^2=44$. el exponente ⁴ es duplo de ²: el q.do pues de 7. es 49: el quadruplo de la cant.d 44. es 176. añadido á 49. por q.e z^4 se entiende q.e tiene el signo + sera 225. su r.² es 15. y por q.e el caracter menor tiene el signo + $7z^2$. la difer.a de 7. y 15. es 8. su mit.d 4. es valor de z^2. Sacando pues la r.² de 4 es 2. el valor de z.

151. Exemplo 3.º Sea $z^6+5z^3=104$: el q.do de 5. es 25: el quadruplo de 104. es 416; añadido á 25, sera 441. su r.² es 21. la difer.a de 5. y 21. es 16; su mit.d 8. valor de z^3: Sacando la r.³ de 8. sera 2. el valor de z.

152. Exemplo 4.º Sea $z^2-3z=40$. el q.do de 3. es 9: el quadruplo de 40 es 160; añadido á 9, sera 169. su r.² es 13: y por q.e el caracter menor 3z. tiene el signo — se sumarán 3 y 13. son 16. su mit.d 8. valor de z.

153. Exemplo 5.º Sea $z^4-7z^2=450$. el q.do de 7. es 49: el quadruplo de 450. es 1800: añadido á 49. sera 1849. su r.² es 43. sumada con 7. por q.e $7z^2$ tiene el signo — sera 50: su mit.d 25. valor de z^2.

y sacando la V.^{2} de 25, sera 5 el valor de Z. De la mes.ᵃ suerte si es $Z^6 - 11Z^3 \propto 432$. el Q.° de 11. es 121. el quadruplo de 432. es 1728: añadido a 121. por q.ᵉ el caracter maior es +, sera 1849, su V.^{2} es 43: sumada con 11. por q.ᵉ el caracter menor es − sera 54: su mitad es 27. valor de Z^3. sacada la V.^{3} de 27 es 3 el valor de Z.

154. Exemplo 6.° Sean $13Z - Z^2 \propto 30$. el Q.° de 13. num.° del caracter menor es 169: el quadruplo de la cant.ᵈ 30 es 120: restado de 169. por q.ᵉ el caracter m.ʳ tiene el signo − quedan 49: su V.^{2} es 7. y por q.ᵉ el caracter menor tiene el signo +, la difer.ᵃ de 13. y 7. es 6: su mitad es 3. valor de Z. Y por ser el caracter maior negado, tendra el caracter menor 2 valores; restando pues de dho num.° 13. el valor 1.° 3: quedan 10; y es el valor 2.° de Z.

155. Exemplo 7.° Sean $230Z^2 - Z^4 \propto 13000$. el Q.° de 230. es 52900: el quadruplo de la cant.ᵈ 13000. es 52000, restado de 52900, quedan 900: su V.^{2} es 30: y por q.ᵉ el caracter menor es + la difer.ᵃ de 30 y de $230Z^2$ es 200: su mitad 100; valor 1.° de Z^2. y restando 100 de 230, quedan 130, valor 2.° de Z^2: sacando la V.^{2} de los dos valores 100; y 130: seran 10; y V.^{2}130: los valores de Z. En el lib. 2.° §.153. se hallara otro exemplo en q.ᵉ las dos raizes son racionales.

156. Exemplo 8.° Sean $800Z^3 - Z^6 \propto 156751$: el Q.° de 800. es 640000: el quadruplo de 156751. es 627004: restado de 640000, quedan 12996: su V.^{2} es 114: la dif.ᵃ de 114. y 800. es 686: su mitad es 343. valor 1.° de Z^3. restando 343 de 800. queda el valor 2.° 457: la V.^{3} de 343, y 457. es 7. y V.^{3}457. valores 1.° y 2.° de Z.

157. Aunq las dos raizes salgan irracionales se guarda el mesmo estilo: Como si $8Z - Z^2 \Omega 5.$ el c.º de 8. es 64: el quadruplo de 5. es 20: quitado de 64. quedan 44; su $V.^2$ es $V.^2$ 44; la difer.ª de 8, y $V.^2$ 44. es $8 - V.^2\ 44.$ su $\frac{1}{2}$ partiendo p.r 2 (§. 83.) es $4 - V.^2\ 11.$ el valor 1.º si se resta de 8, quedará $4. + V.^2\ 11.$ el valor 2.º de Z.

158. Esta regla aunq no es gral p.ª todas las igualaciones es de summa importancia por su facilidad, y deve el arithmetico tenerla bien entendida, p.r ser la q con mas frequencia ocurre, como se verá en las qq.s del siguiente libro. Pero quando hai mas de dos caracteres, como tres, quatro, ett.ª ó quando aunq sean dos, los exponentes no estan en proporcion dupla, esto es q el maior no es duplo del menor; como $Z + Z.^3$ Item $Z^4 - Z.$ It. $Z^5 + Z.^2$ ett.ª se ha de sacar la raiz p. el libro 2.º advirtiendo con mucho cuidado las calidades de la igualac.n si es la cant.d diminuta, ó entera; si es la negac.on directa, ó inversa, como se notó en su lugar.

nota. Para llenar este blanco se pone en el; la sig.te explicac.n de los caracteres; de q usa el autor.

(1.º Primero. (2.º Segundo. (3.º tercero ett.ª (× multiplicar en cruz. (+ mas − menos. lib. 1.º §. 168. (1Z. una cantidad conocida, ó incognita. ($Z.^2$ el quadrado de esa cantidad. lib. 2. §. 6. ($Z.^3$ cubo de la mesma. ($Z.^4$ el quadrado quadrado. ($Z.^5$ el quadrado cubo, ett.ª Y lo mesmo es de qualesquiera otras letras. ($\frac{4Z^2+35}{6-5Z}$. 4 quadrados mas 35 numeros, partidos p.r 6 num.s menos 5 cantidades: lo mesmo es de otros quebrados. (V. ó R. raiz de algun num.º (VV. raizes. ($V.^2$ ó $V.^2$ raiz quadrada. lib. 2. §. 2. ($V.^3$ ó $R.^3$ raiz cubica ett.ª (— Ω Igual. Como $6Z \Omega 24$: es 6Z iguales á 24. ett.ª Libro 3.º §. 126.

✝

Quaderno 2.º En que se contiene el methodo de sacar todos los generos de raices, y assi simples como compuestas, de qualesquiera especies de Potestades, tuvieren; Extraido de la Arithmetica Universal deel M. R. P. Joseph de Zaragoza, de la Comp.ª de Jesus: Cathedratico de Mathematicas que fue en el Collegio Imperial de Madrid.

En Granada y Julio 19 de
1743.

Libro 2.º de las raizes. Sacado de la Arithmetica Vniversal del M. R. P. Joseph de Zaragoza, Cathedratico de Mathematicas q̃ fue del Collegio Imperial de la Villa de Madrid, la q̃ imprimio en Valencia año de 1669

Este assumpto es sin duda el mas dificil de la Arithmetica, y el q̃ me empeñó á tomar la pluma con animo de experimentar si dexava reducirse á methodo claro, y breve vn oceano immenso de dificultades. Para su inteligencia deve el Arithmetico estar bien exercitado en el arte menor, y tener mui presentes la doctrina de los §§. 68. 69. 70. 181. 182. 212. hasta 215. (Se pondran despues de este libro segundo) si no quiere perder el tpõ, y lo q̃ es mas, el animo y esperanza de salir con la empresa.

Cap. 1.

De la raiz y sus potestades.

1. Raiz numerica es vn numero, de q̃ otros proceden, continuando vna progression geometrica con la mesma propor.on, q̃ tiene la Vnidad con la raiz. Luego si vna progression geometrica comienza de la Vnidad, el 2.º termino será raiz de los q̃ se siguen, y todos los otros se llaman potestades, adonde puede subir la raiz multiplicada por si mesma continuamente. Estas potestades tienen diferentes nombres

Conforme el grado, y lugar, q̄ tuvieren en la progresion. Para dar nombre á estas potestades, se supone otra progresion Arithmetica natural, q̄ comienze del Cero, y sus terminos se llaman exponentes de la geometrica, como se dixo lib. 1. §215. Vease en el exemplo siguiente.

2. Exemplo de la Raiz, y sus Potestades.

1. Progres. Geometr.	2. Prog. Geome.	3. Pro. Geom.	Exponentes.	Nombres.	1. Caracteres.	2. Caracteres.
1.	1.	1.	0.			$ʒ^{1}$
2.	4.	8.	1.	Raiz	r.	$ʒ^{2}$
4.	16.	64.	2.	Quadr.	q.	$ʒ^{3}$
8.	64.	512.	3.	Cubo.	c.	$ʒ^{4}$
16.	256.	4096.	4.	Quad. Quad.	q. q.	$ʒ^{5}$
32.	1024.	32768.	5.	Quad. Cubo.	q. c.	$ʒ^{6}$
64.	4096.	262144.	6.	Cubo Cubo.	c. c.	$ʒ^{7}$
128.	16384.	2097152.	7.	q. q. Cubo.	q. q. c.	ett.ª
ett.ª	ett.ª	ett.ª	ett.ª	ett.ª	ett.ª	

3. La Columna 1. contiene una progresion dupla, su raiz 2. multiplicada continuamte, forma toda la progresion: 2. veces 2. es 4: 2. veces 4. es 8: 2. veces 8. es 16: ett.ª La Columna 2. contiene otra progresion quadrupla, su raiz es 4: 4. veces 4. es 16: 4. veces 16. es 64: ett.ª La Columna 3. tiene otra Progresion Octupla su raiz 8: 8. veces 8. es 64: 8. veces 64. es 512: ett.ª La Columna 4.ª contiene los exponentes: la raiz tiene p̄ exponente 1. q̄ es el principio de donde nace toda la progresion: la primera potestad, ó primer producto tiene p̄ exponen

te 2.ª p.r q. tiene el 2.º lugar despues dela raiz ett.ª

4. la Columna 5. Contiene los nombres delas Potestades: la 1.ª potestad despues dela raiz es Quadrado, la 2.ª Cubo, las otras potestades toman el nombre delas dos primeras, conforme sus exponentes contienen âlos exponentes delas primeras: como la 3.ª potest.d se dize quadrado quadrado, p.r q. su exponente contiene dos vezes al 2. exponente del quadrado: la 4.ª potestad es quadrado Cubo, p.r q. su exponente 5. se compone de 2. y 3. q. son exponentes del quadrado, y Cubo, ett.ª

5. la Columna 6. Contiene los caracteres con q. se significan las potestades, â q.n los Algebristas llaman Caracteres Cossicos, y los Modernos Magnitudes escalares, ô Graduales. Para maior claridad, y facilidad se toman p.r Caracteres las primeras letras de sus nombres: como R. es Raiz: Q. es Quadrado: C. es Cubo: QQ. Quadrado Quadrado: QC. es Quadrado Cubo: CC. es Cubo Cubo, ett.ª

6. la Columna 7. Contiene otra forma de caracteres mas senzillos, claros, y faciles: tomase p.r raiz la letra Z. (y se puede tomar qualq.ra otra del Abecedario) y para las potestades sirve la misma letra con el exponente dela potestad: como Z. es Raiz: Z^2 es quadrado: Z^3 es Cubo: Z^4 es Quadrado Quadrado, ett.ª Esta forma de caracteres es la mejor, p.r lo q. facilita la multiplicacion, y division delos caracteres, como se verá en el libro 3.

7. los antiguos dieron diferente nombre âlas potestades: al quadrado llamaron Censo: al q. nosotros llamamos quadrado Cubo, llamaron supersolido, sursolido, relato primero:

al Cubo Cubo, llamaron quadrado Cubo: porq̃ no atendieron a la suma, sino à la multiplicacion dlos exponentes. advierto esto, para q̃ leyendo diferentes autores, no se confunda el lector con la diversidad dlos nombres. tambien usaron los antiguos de diferentes caracteres q̃ les dexo, pr. q̃ solo sirven de confundir aun à los mas deseosos de aprehender esta ciencia tan noble como sutil.

8. Dlo dho se infiere, q̃ un mesmo numero es raiz de diferentes potestades: pero toma el nombre dla potestad a q̃n se compara, y asi respecto dl quadrado, se llama raiz quadrada: respecto dl cubo, raiz cubica, ett.ª y para maior claridad se declara con la R. ô con este signo $\surd$. y con el exponente dla potestad: Como R^2. ô $\surd^2$. es raiz quadrada: R^3. ô $\surd^3$. es raiz cubica: R^6. ô $\surd^6$. es raiz cubocubica, ett.ª tambien un mesmo num. tiene diferentes raizes, si se considera en diferentes progresiones: Como 64. en la progres. 3.ª es quadrado, su R^2. es 8: y 64. en la progres. 2. es cubo, su R^3. es 4: y el mesmo 64. en la progres. 1. es Cubo Cubo, su R^6. es 2.

9. En qualq.ra progresion Geometrica, q̃ comienza dla unidad, el 2.º termino, q̃ es la raiz, es juntam.te denominador dla proporcion, pr. q̃ dl se continua multiplicand.o proceden los otros (lib. 1. § 182.) Cuando se pide la raiz dl un numero, se conoce el lugar, q̃ tiene el tal num. en la progresion: Como si se pide la R^6. Raiz cubocubica de 262144. el exponente 6. declara, q̃ el numero dado tiene en la progresion el 6.º lugar despues dla raiz, ô el 7.º despues dla unidad, como en la progres.n 3.

10. Sacar pues la R^6. ô $\surd^6$. de 262144. no es otra cosa, q̃ dado el primer termino 1. y el ultimo, q̃ es el numero dado 262144. y el num.o dlos terminos 7. q̃ es el exponente

6+1: hallar el 2.º termino 8. q̃ es el denominador de la progres.ⁿ y lo mesmo es de todas las raizes de qualq.ʳ otro numero. Para esto deue tener el arithmetico mui a mano las potestades de los num.ᵒˢ digitos, q̃ son los nueue simples, de q̃.ⁿ todos los demas se componen, y p.ᵃ q̃ el arithmetico no se canse en sacar de nueuo estas potestades las pongo hasta $Z.^{19}$ y no me gexneado, q̃ jamas se le ofrezca auer de sacar raiz de potestad mas alta.

11. tabla de las Potestades de los num.ᵒˢ digitos hasta $Z.^{19}$

$Z.^2$		$Z.^4$		$Z.^6$		$Z.^8$		$Z.^{10}$		$Z.^{12}$	
1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
4.	2.	16.	2.	64.	2.	256.	2.	1024.	2.	4096.	2.
9.	3.	81.	3.	729.	3.	6561.	3.	59049.	3.	531441.	3.
16.	4.	256.	4.	4096.	4.	65536.	4.	1.048576.	4.	16.777216.	4.
25.	5.	625.	5.	15625.	5.	390625.	5.	9.765625.	5.	244.140625.	5.
36.	6.	1296.	6.	46656.	6.	1.679616.	6.	60.466176.	6.	2176.782336.	6.
49.	7.	2401.	7.	117649.	7.	5.764801.	7.	282.475249.	7.	13841.287201.	7.
64.	8.	4096.	8.	262144.	8.	16.777216.	8.	1073.741824.	8.	68719.476736.	8.
81.	9.	6561.	9.	531441.	9.	43.046721.	9.	3486.784401.	9.	282429.536481.	9.

$Z.^3$		$Z.^5$		$Z.^7$		$Z.^9$		$Z.^{11}$		$Z.^{13}$	
1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
8.	2.	32.	2.	128.	2.	512.	2.	2048.	2.	8192.	2.
27.	3.	243.	3.	2187.	3.	19683.	3.	177147.	3.	1.594323.	3.
64.	4.	1024.	4.	16384.	4.	262144.	4.	4.194304.	4.	67.108864.	4.
125.	5.	3125.	5.	78125.	5.	1.953125.	5.	48.828125.	5.	1220.703125.	5.
216.	6.	7776.	6.	279936.	6.	10.077696.	6.	362.797056.	6.	13060.694016.	6.
343.	7.	16807.	7.	823543.	7.	40.353607.	7.	1977.326743.	7.	96889.010407.	7.
512.	8.	32768.	8.	2.097152.	8.	134.217728.	8.	8589.934592.	8.	549755.813888.	8.
729.	9.	59049.	9.	4.782969.	9.	387.420489.	9.	31381.059609.	9.	2.541865.828329.	9.

Siguen.

Z^{14}	
1.	1.
16384.	2.
4.782969.	3.
268.435456.	4.
6103.515625.	5.
78364.164096.	6.
678223.072849.	7.
4.398046.511104.	8.
22.876792.454961.	9.

Z^{16}	
1.	1.
65536.	2.
43.046721.	3.
4294.967296.	4.
152587.890625.	5.
2.821109.907456.	6.
33.232930.569601.	7.
281.474976.710656.	8.
1853.020188.851841.	9.

Z^{18}	
1.	1.
262144.	2.
387.420489.	3.
68719.476736.	4.
3.814697.265625.	5.
101.559956.668416.	6.
1628.413597.910449.	7.
18014.398509.481984.	8.
150094.635296.999121.	9.

Z^{15}	
1.	1.
32768.	2.
14.348907.	3.
1073.741824.	4.
30517.578125.	5.
470184.984576.	6.
4.747561.509943.	7.
35.184372.088832.	8.
205.891132.094649.	9.

Z^{17}	
1.	1.
131072.	2.
129.140163.	3.
17179.869184.	4.
762939.453125.	5.
16.926659.444736.	6.
232.630513.987207.	7.
2251.799813.685248.	8.
16677.181699.666569.	9.

Z^{19}	
1.	1.
524288.	2
1162.261467.	3.
274877.906944.	4.
19.073486.328125.	5.
609.359740.010496.	6.
11398.895185.373143.	7.
144115.188075.855872.	8.
1.350851.717672.992089.	9.

Cap. 2.

Principios Vniversales para todas raizes.

12. El numero de q.n se ha de sacar la raiz, se ha de dividir de tantas en tantas letras, comenzando de la mano dra, como es el exponente de la raiz, q. se ha de sacar: Como si de este numero 548028100. se vbiere de sacar la raiz quadrada, q. es V.^{2} p. el §. 8. se dividirá de dos en dos letras con puntos 5.48.02.81.00. Si del mesmo se huviere de sacar la raiz cubica, q. es V.^{3} se dividirá de tres en tres letras. 548.028.100. Si del mes.o se huviere de sacar raiz quadrado cubica, q. es V.^{5} se dividirá de cinco en cinco. 5480.28100. etta.

13. La prim.a operac.on siempre comienza del primer punto de mano izquierda, buscando la raiz de aquel num.o en las tablas anter.es, y si el num.o no se halla precisso, se tomará el proxime menor: Como si se ha de sacar V.^{3} de este numero, p. q. la V.^{3} tiene 3. por exponente, voi a la tabla 2.^{3} y busco las letras del primer punto 548, y p. q. no las hallo precisas tomo el proxime menor 512. y á su lado hallo 8, q. es la raiz, escrivo el 8. aparte sobre vna raia como se ve, y el 512. debaxo del primer punto, y restandole de 548. quedan 36028.100. Como se ve. Si del mesmo numero se huviere de sacar la V.^{5} en la tabla 2.^{5} busco las letras del primer punto 5480, y hallo el proxime menor 3125. y a su lado 5. q. es raiz; escrivo el 5. aparte sobre vna raya, y debaxo del primer punto los 3125. restados de 5480. quedan 235528100. como se ve: el mes.o estilo se guarda en todas las raizes.

8.
548.028.100.
512.
36.028.100.

5
5480.28100.
3125
235528100.

14. A esta primera letra, q ha salido de raiz, por regla general le añadiremos un zero; y la llamaremos a^1. sus potestades son a^2. a^3. a^4. a^5. ett.ª esto es a^2 su quadrado: a^3. es su Cubo: a^4. su quadradoquadrado, ett.ª como se dixo §.6: suponiendo pues, q la primera letra ha salido 8. como §.12. con un cero sera 80; q es a^1. multiplicando 80. p.r si mesmo, sale 6400. que es a^2: multiplicando 6400, p.r 80. sale 512000, q es a^3. ett.ª A la segunda letra, q se hallà por division, llamaremos b^1. sus potestades son b^2. b^3. b^4 ett.ª como si la 2.ª letra saliese 6, seria b^1. multiplicando 6. p.r si mesmo, sale 36, q es b^2: multiplicando 36. p.r 6. sale 216. q es b^3 ett.ª

15. La raiz q se busca, necesariamente ha de tener tantas letras, como puntos el num.º de q.n se saca; si la raiz viniere de tener tres, ó mas letras, se añadira un cero a las dos primeras, y se llamará a^1, y la tercera, q se hallarà p.r division, se llamará b^1. otra vez: sus potestades se hallan de la mes.ª suerte, y assi se continua infinitam.te, hasta sacar tantas letras como el numero tiene puntos. Toda la dificultad està en hallar los divisores, p.r q.n se ha de partir, y los restadores, q se han de restar: para esto sirve la tabla triangular del libro 1.º §.228, su fabrica se enseñò allí, y se puede continuar infinitamente: pongo aqui la tabla otra vez para mas claridad. La primera columna, q tiene debaxo $\sqrt{\ }^2$, sirve para la raiz quadrada $\sqrt{\ }^2$: la segunda q es $\sqrt{\ }^3$, para la Cubica $\sqrt{\ }^3$ ett.ª

tabla triangular para las Raizes.

																		20.
																	19.	190.
																18.	171.	1140.
															17.	153.	969.	4845.
														16.	136	816	3876.	15504.
													15.	120	680	3060	11628.	38760.
												14.	105	560	2380	8568	27132.	77520.
											13.	91	455	1820	6188	18564	50388.	125970.
										12.	78	364	1365	4368	12376	31824	75582.	167960.
									11.	66	286	1001	3003	8008	19448	43758	92378.	184756.
								10.	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	92378	167960.
							9.	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24310	43758	75582.	125970.
						8.	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448	31824	50388.	77520.
					7.	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008	12376	18564	27132.	38760.
				6.	21	56	126	252	462	792	1287	2002	3003	4368	6188	8568	11628.	15504.
			5.	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365	1820	2380	3060	3876.	4845.
		4.	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455	560	680	816	969.	1140.
	3.	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	136	153	171.	190.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
$\sqrt{}^{2}$.	$\sqrt{}^{3}$.	$\sqrt{}^{4}$.	$\sqrt{}^{5}$.	$\sqrt{}^{6}$.	$\sqrt{}^{7}$.	$\sqrt{}^{8}$.	$\sqrt{}^{9}$.	$\sqrt{}^{10}$.	$\sqrt{}^{11}$.	$\sqrt{}^{12}$.	$\sqrt{}^{13}$.	$\sqrt{}^{14}$.	$\sqrt{}^{15}$.	$\sqrt{}^{16}$.	$\sqrt{}^{17}$.	$\sqrt{}^{18}$.	$\sqrt{}^{19}$.	$\sqrt{}^{20}$.

16. Desta tabla se forman las siguientes para las raizes particulares. tienen cinco ordenes, el 1.º contiene los num.os de la tabla triangular, propios de aquella raiz: el 2.º contiene las potestades de a, comenzando q la proxime menor del exponente de la raiz, q se saca: el 3.º contiene

los divisores, q̃ son los productos, q̃ salen, multiplicando los numᵒˢ. del orden primero, q̃ los del 2º: y q̃ q̃ no son numˢ. determinados hasta la operaᶜⁿ, se ha puesto zero: el 4º contiene á b¹. con sus potestades q̃ su orden: el 5º contiene los restadores, q̃ son los productos, q̃ salen multiplicando los numˢ. del 3º orden, q̃ los del 4º: con el mesmo estilo se pueden continuar hasta la V.¹³ de la tabla triangular, y si dha tabla se continua infinitamᵗᵉ, se pueden continuar las tablas de las raizes sin termino.

tabla de la V.²

2	a^{1}.	00.	b^{1}.	00.
			b^{2}.	00.

tabla de la V.³

3	a^{2}.	00.	b^{1}.	00.
3	a^{1}.	00.	b^{2}.	00.
			b^{3}.	00.

tabla de la V.⁴.

4	a^{3}.	00.	b^{1}.	00.
6	a^{2}.	00.	b^{2}.	00.
4	a^{1}.	00.	b^{3}.	00.
			b^{4}.	00.

tabla de la V.⁵

5	a^{4}.	00.	b^{1}.	00.
10	a^{3}.	00.	b^{2}.	00.
10	a^{2}.	00.	b^{3}.	00.
5	a^{1}.	00.	b^{4}.	00.
			b^{5}.	00.

tabla de la V.⁶

6	a^{5}.	00.	b^{1}.	00.
15	a^{4}.	00.	b^{2}.	00.
20	a^{3}.	00.	b^{3}.	00.
15	a^{2}.	00.	b^{4}.	00.
6	a^{1}.	00.	b^{5}.	00.
			b^{6}.	00.

tabla de la V.⁷

7	a^{6}.	00.	b^{1}.	00.
21	a^{5}.	00.	b^{2}.	00.
35	a^{4}.	00.	b^{3}.	00.
35	a^{3}.	00.	b^{4}.	00.
21	a^{2}.	00.	b^{5}.	00.
7	a^{1}.	00.	b^{6}.	00.
			b^{7}.	00.

tabla de la V.⁸

8	a^{7}.	00.	b^{1}.	00.
28	a^{6}.	00.	b^{2}.	00.
56	a^{5}.	00.	b^{3}.	00.
70	a^{4}.	00.	b^{4}.	00.
56	a^{3}.	00.	b^{5}.	00.
28	a^{2}.	00.	b^{6}.	00.
8	a^{1}.	00.	b^{7}.	00.
			b^{8}.	00.

tabla de la V.⁹

9	a^{8}.	00.	b^{1}.	00.
36	a^{7}.	00.	b^{2}.	00.
84	a^{6}.	00.	b^{3}.	00.
126	a^{5}.	00.	b^{4}.	00.
126	a^{4}.	00.	b^{5}.	00.
84	a^{3}.	00.	b^{6}.	00.
36	a^{2}.	00.	b^{7}.	00.
9.	a^{1}.	00.	b^{8}.	00.
			b^{9}.	00.

Capit. 3.

De la raiz quadrada, ò $\surd^{q2}$

17. La doctrina de los §§. 14.15.16. parece dificil, por contener principios tan universales, pero con la practica deste, y de los siguientes capitulos se harà llanissima, y se verà su facilidad, y universalidad. Las potestades de q.^n se ha de sacar la raiz pueden ser simples, ò compuestas: las simples no tienen composicion, como un quadrado, un cubo, ett.^a Las compuestas tienen composicion, q. puede ser en dos maneras. Composic.^on de muchas potestades de una especie, como 30. quadrados, 50. cubos ett.^a ò composic.^on de mu.^as potestades de diferentes especies, como si un num.^o es compuesto de mu.^os quadrados, cubos, quadrado cubos juntam.^te ett.^a las primeras son mas faciles q. las segundas, y las segundas q. las terceras. De las simples la mas facil es la quadrada, y assi comenzaremos por ella.

Exemplo 1.º de $\surd^{q2}$

18. Sea el num. de q.^n se ha de sacar la $\surd^2$ 5480281. dividido de dos en dos letras con puntos (§.12.) el 1. punto de mano yzquierda es 5: busco su proxime menor en la tabla 2.ª del §.11. q. la raiz q. se ha de sacar es $\surd^2$ y hallo, q. el proxime menor es 4. y a su lado 2. de raiz, hago una raya sobre el num. de q.^n se saca la raiz, y sobre ella escrivo el 2. y el 4. debaxo el 5: resto el 4. del 5. y queda el residuo 1.º como se ve 148.02.81. El primer punto de mano yzquierda no se escrive, q. ya no tiene mas operacion; el mes.^o estilo se guarda en las [illegible] operaciones, y en todas las raizes: observese con cuidado.

2. $\surd^2$
Cantid. 5.48.02.81.
4
Resid. 1.º 148.02.81

19. Para la 2.ª operacion añado vn cero al 2. q. salio, sera 20. el valor de a^1. (§.14.) Agora entra el vso de las tablas del §.16. la tabla de la vz. es como se sigue, haviendo los cinco ordenes y anchos, para q. se puedan escrivir las letras con los numeros, q. les corresponden.

20. Escrivo en el 2.º orden 20. valor de a^1. y multiplicando 20. por 2. del orden 1.º sale 40, q. se escrive en el orden 3.º y es el divisor: el primer punto del residuo es 148. veo quantas veces cabe 40. en 148. (no es necesaria otra particion) y es 3. escrivole en el orden 4.º enfrente de b^1. y tambien sobre la raya con el 2, q. salio primero: este 3. es la segunda letra de la raiz, y el valor de b^1. multiplicole por si mesmo 3. veces 3. es 9.: q. es su quadrado, ó b^2, y escrivole en la tabla enfrente de b^2. Multiplico aora el orden 3.º por el 4.º esto es 40. por 3. sale 120. q. se escrive en el 5., y por q. el 9. no tiene multiplicador, le pongo debaxo del 120. y sumando los dos, es 129. el restador: escrivo pues el 129. debaxo del 148. del residuo 1.º y restando, queda el residuo 2.º 19.281.

		Divisor.		Restadores
2.	a^1. 20.	40.	b^1. 3.	120
			b^2. 9.	9
				Suma. 129.

21. repito aora la mesma operacion de la mesma suerte: añado cero al 23. q. ya tenemos de raiz, sera 230. el valor de a^1. y formo la tabla como antes. Multiplico 230. por 2. sale 460. el divisor, y veo q. cabe en los 1092. del residuo 2.º quatro veces: escrivole con los 23. sobre la raia, y tambien en la tabla enfrente de b^1. su quadrado 4. veces 4. es 16. se escrive enfrente de b^2. multiplico 460. por 4. sale 1840: q. se escrive en el orden de los restadores, y debaxo el 16: la suma es 1856, restada de los 1092. del residuo 2.º queda el residuo 3.º 4681.

		Divisor.		Restad.
2	a^1. 230	460	b^1. 4	1840
			b^2. 16	16
				1856 Suma

	2. 3. 4.
Cantid.	5.48.02.81.
	4
rend. 1º.	148.02.81.
	129
rend. 2º.	1902.81.
	1856
rend. 3º.	4681.

22. La misma operacion se repite para el ultimo punto. añadido un zero á 234. sera a^1. 2340. multiplicando 2340. por 2. sale 4680. el divisor, q. cabe en el rendido 3º. una vez: escrivo 1. con los 234. sobre su raya, y en frente de b^1. su quadrado 1. vez 1. es 1: se escrive en frente de b^2: multiplico 4680. por 1. sale 4680. q. se escrive en el orden de los restadores, y debaxo el 1. la suma es 4681. restada del rendido 3º. 4681. queda el rendido 4º. 0000. y la raiz es justa 2341.

		Divisor.			Restad.
2	a^1. 2340	4680	b^1.	1	4680
			b^2.	1	1
					4681. Suma

	2. 3. 4. 1. $\surd^2$
Cant.	5.48.02.81.
	4.
rend. 1º.	148.02.81.
	129
rend. 2º.	1902.81.
	1856
rend. 3º.	4681.
	4681.
rend. 4º.	0000.

23. Exemplo 2º. de la $\surd^2$.

	8. 5. 0. 0. $\surd^2$
Cantidad.	72.25.00.00.
	64
rendido 1º.	825.00.00.
	825
rendido 2º.	0000000.

El proximo menor de 72 en la tabla L^2 p. 11. es 64, y á su lado 8 de raiz. Escrivo el 8. sobre la raia, y el 64. debaxo del 72. el rendido 1º. es 825.00.00. añadido zero al 8. sera a^1. 80: formase la tabla. 2. veces 80. es 160. el divisor, cabe en 825. primer punto del rendido, 5 veces; q. es b^1: escrivo el 5. sobre la raia junto al 8, y tambien en frente de b^1. multiplicado por si mesmo 5. veces 5. sera 25. su quadrado, o b^2. multiplico 160. por 5. sale 800: sumando 800. con 25. sera 825. el restador: restado del rendido 1º. queda 0. el rendido 2º. y p. q. aun faltavan dos puntos añadire dos ze

		Divisor			Restad.
2	a^1. 80	160	b^1.	5	800
			b^2.	25	25
					825. Suma

ros á las letras halladas, 85. (esto se observa en todas las raizes, quando el residuo es 0. se han de añadir á las letras halladas tantos zeros como faltavan puntos que correr) Será la raiz 8500.

24. Exemplo 3.º de la $\sqrt{}^{2}$

	1. 4. 0. 2. $\sqrt{}^{2}$
Cantid.	1.96.56.04.
	1
Resid. 1.º	96.56.04.
	96.
Resid. 2.º	56.04.
	5604
Resid. 3.º	0000.

El primer punto de mano izquierda es 1. en la tabla 2.ª §.11. le hallo justo, y a su mano dra. 1. de raiz, escrivo 1. sobre la raya, y 1. debaxo del 1. y queda el residuo 1.º 96.56.04. añado un zero al 1. de raiz sera a.¹ 10: formese la tabla de $\sqrt{}^{2}$. 2. vezes 10. es 20. el divisor: en 96. cabe 4: que es b.¹ 4. vezes 4. es 16: b.² multiplico 20. por 4. sale 80. sumado con el 16. es 96. el restador, quitado del residuo 1.º quedarà 56.04. Residuo 2.º

		div.		rest.
2	a.¹ 10	20.	b.¹ 4	80
			b.² 16	16
				96

25. Otra vez añadido zero al 14. sera 140. a.¹ y se forma la tabla.

		div.		rest.
2	a.¹ 140.	280	b.¹	
			b.²	

140. por 2. es 280. el divisor, y porque no cabe en el 56. del residuo 2.º escri[illegible]vire zero sobre la raya con el 1. y 4. que ya tenemos de raiz; y pasaremos a la otra operacion, porque el zero no tiene potestades, (lo mesmo se hare en todas las raizes siempre, que el divisor no cabe en el residuo.

26. al 1. 4. 0. que tenemos ya de raiz, añado 0. para la siguiente operacion, y sera

2	a^1·1400.	2800	b^1 2	5600
			b^2 4	4
				5604

1400. el Valor de a^1 la tabla es. multiplicó 1400. por 2. sale 2800. el divisor, en 5604. residuo 3º cabe 2. que es b^1 escrivole sobre la raiz con las letras de la raiz 1. 4. 0. 2. y en la tabla en frente de b^1 su quadrado 2. veces 2. es 4. b^2 multiplicó 2800. por 2. sale 5600. y con el 4. es 5604. el restador, restado del residuo 3º queda. 0: y esta acabada la operacion.

27. En estos tres exemplos se contienen todas las dificultades, que se pueden ofrecer en esta materia. los que saben otros modos mas breves de sacar raiz quadrada, deven ajustarse a este, por ser general para todas las raizes, como se verá en los capitulos siguientes. Advierta el Arithmetico, que no siempre ha de tomar por letra de la raiz, todo lo que el divisor cabe en el residuo, porque quando la letra es grande, suelen crecer los restadores de suerte, que la suma sale maior, que el residuo; y en este caso es señal, que la letra se tomo maior de lo justo, y se ha de repetir la operacion, aunque en nuestro metodo es facil la correccion.

Cap. 4.

De todas las raizes de las potestades simples.

28. Entendida bien la raiz quadrada del capitulo antecedente, facil cosa será con el mesmo estilo, resolver en este capitulo todas las otras raizes de las potestades simples, sin ser necessario multiplicar exemplos.

Raiz Cubica, ó $\sqrt{}^3$.

Porq. el exponente de $\sqrt{}^3$. es 3. dividase la cant. con puntos de 3. en 3. letras, Comenzando de la mano dra. §. 12. El primer punto de mano izquierda es 241. en la tabla $L.^3$ §. 11. hallo su proximo menor 216. y hallado 6. de raiz, escrivo 6. sobre la raia enfrente de $\sqrt{}^3$. y los 216. debaxo del primer punto; y restando queda el residuo 1.º como se ve.

	6. 2. 2. 4. $\sqrt{}^3$.
Cant.	241.106.407.424.
	216.
Res. 1.º	25106.407.424.
	22328
Res. 2.º	2778407.424.
	2313848
Res. 3.º	464559424.
	464559424.
Res. 4.º	000000000.

29. Añadido un zero al 6. sera 60. el valor de a^1. formese la tabla de la $\sqrt{}^3$. §. 16. multiplica 60. por 60. sale 3600. su quadrado que es a^2. escrivase 3600. enfrente de a^2, y el 60. enfrente de a^1. multiplica 3600. por 3. sale 10800. que se escriven en el orn. 3.º multiplica 60. por 3. sale 180. la suma de los divisores 10980. es el divisor. Veo quantas veces cabe en el residuo 1.º 25106, y hallo 2. escrivole sobre la raia con el 6. y en la tabla enfrente de b^1. sus potestades 2. vezes 2. son 4. y 2. vezes 4. son 8: escrivoles por su orn., el 4. enfrente de b^2. y el 8. de b^3. multiplico 10800. por 2. y 180. por 4: y los productos 21600. 720. se escriven en el orn. de los restadores, y tambien el 8. porq. no tiene compn. multiplicarse: la suma es 22328. restada del residuo 1.º queda el residuo 2.º como se ve.

3	a^2. 3600	10800	b^1. 2	21600
3	a^1. 60	180	b^2. 4	720
		10980	b^3. 8	8
				22328 Suma

30. tenemos ya 62. de raiz, añadido zero sera 620. el valor de a^1. multiplica

dos q̃ si mesmo, 620 q̃ 620. sera su quadrado 384400. q̃ es a^2. formase otra vez la tabla. multiplicando el orn 1.° y 2.° sale el 3.° la suma es divisor, veo pues q̃ 1155060. cabe en el residuo 2.° dos veces: escribo 2. con el 6. y 2. sobre la raiz tendremos ya 6.2.2: luego 2. veces 2. es 4: 2. veces 4. es 8: escribo 2.4.8. enfrente de b^1. b^2. b^3. multiplico el orn 3.° y 4.° sale el 5.° la suma 2313848. es restador: restase del residuo 2.°; queda el residuo 3.° como se ve.

3	a^2. 384400	1153200	b^1. 2	2306400.
3	a^1. 620	1860	b^2. 4	7440.
		1155060	b^3. 8	8.
				2313848.

31. Otra vez à la raiz 6.2.2. añado 0. sera 6220. el valor de a^1. su quadrado es 38688400. q̃ es a^2. multiplicando el orden 1.° y 2.° sale el 3.° la suma es divisor: veo q̃ cabe en el residuo 3.° 4 veces: escribo 4. sobre la raiz con el 6.2.2: luego 4. veces 4. es 16: 4 veces 16, es 64: escribo 4.16.64. con b^1 b^2 b^3 multiplico el orn. 3.° y 4.° sale el 5.° la suma se resta del residuo 3.° queda 0. y esta concluida la operacion.

3	a^2. 38688400	116065200.	b^1. 4	464260800
3	a^1. 6220	18660	b^2. 16	298560
		116083860	b^3. 64	64
				464559424

32. Raiz del relato 1.° ó quadrado cubica, ó $\sqrt[5]{}$. Porq̃ el exponente de la $\sqrt[5]{}$. es 5. se divide toda la cantidad de q̃n se ha de sacar la $\sqrt[5]{}$ de 5. en 5. letras q̃ el §. 12. comenzando de la mano dra. luego el primer punto de mano izquierda es 44632. su proxime menor en la tabla 2.ª del §. 11. es 8,

8.5.1. $\sqrt[5]{}$

$\sqrt[5]{}$ Cant.	44632.14922.29251.
	32768
Res. 1.°	11864.14922.29251.
	11602 53125
Res. 2.°	261 61797 29251.
	261 61797 29251.
Res.° 3.°	000 00000 00000.

32768. y hallado 8. de raiz, q. se escrive sobre la raya. restando 32768. de 44632. que da el residuo 1.º como se ve.

33. Añadido zero al 8. sera 80: es a^1. 80. q. 80. es 6400, a^2. y 6400. q. 80. es 512000, a^3. y 512000. q. 80. es 40960000. a^4. formase la tabla de la 1.ˢ del §. 16.

Multiplicando el orn 1.º y 2.º sale el 3.º la suma de los divisores cabe en el residuo 1.º 5. vez. escrivo 5. sobre la raya, y es el valor de b^1. sus potestades: 5. q. 5. es 25. b^2: y 25. q. 5. es 125. b^3: y 125. q. 5. es 625. b^4: y 625. q. 5. es 3125. b^5 escriviense en el orn 4.º multiplico el 3.º y 4.º orn, salen los restadores del 5.º la suma se resta del residuo 1.º queda el residuo 2.º como se ve.

	Potestades de a.		Divisores.	Potest. b.		Restadores.
5	a^4	40960000	204800000	b^1	5	1024000000
10	a^3	512000	5120000	b^2	25	128000000
10	a^2	6400	64000	b^3	125	8000000
5	a^1	80	400	b^4	625	250000
			209984400	b^5	3125	3125
						1160253125

34. Otra vez al 8. 5. q. la tenemos de raiz, añado. 0. sera 850. el valor de a^1. y potestades se hallan con la multiplicacion continua como antes, y se forma la tabla.

Multiplicando la columna 1.ª y 2.ª sale la 3.ª la suma de los divisores en el residuo 2.º cabe 1. vez, escrivo 1. sobre la raya con el 8. y 5. y añado 1. a la suma de los divisores, y sera el restador. 2616179929251. restada del re-

	Potestades de a.		Divisores	Potest. b.		Restadores.
5	a^4	522006250000.	2610031250000	b^1	1	2610031250000
10	a^3	614125000.	6141250000	b^2	1	6141250000
10	a^2	722500	7225000	b^3	1	7225000
5	a^1	850	4250	b^4	1	4250
				b^5	1	1
			2616179929250	Suma		2616179929251.

residuo 2º queda zero. (Esto es general para todas las raizes, siempre que la letra sale 1: con que no es nezesario acabar la tabla, la razon es porque en este caso las potestades de b. siempre son 1. porque la unidad nunca creze aunque se multiplique infinitamente por si mesma, como se ve en la tabla que la he puesto entera para que el Arithmetico vea, que en estos casos los restadores solo exceden a los divisores en la unidad 1. y no se fatigue en trasladar los numeros.

35. Raiz del relato 2º, ó Ccc., ó V^7.

Dividese de 7. en 7. por ser el exponente 7. (§.12) el primer punto de la mano Izquierda es 265. su proxime menor en la tabla 2ª del §.11. es 128. y á su lado 2. de raiz, que se escrive sobre la raia. restando 128. de 265. queda el residuo 1º.

	2. 2. 2. V^7
Cant.	265.7484995.7103488.
	128.
Res.1º	1377484995.7103488.
	1214357888
Res.2º	1631271077103488.
	1631271077103488.
Res.3º	0000000000000000.

36. Añadido zero al 2. que salio de raiz, sera 20. el valor de a^1. Sus potestades se hallan con su continua multiplicacion, y se forma la tabla de la V^7 del §.16. como se ve.

7	a^6	64000000	448000000	b^1	2	896000000
21	a^5	3200000	67200000	b^2	4	268800000
35	a^4	160000	5600000	b^3	8	44800000
35	a^3	8000	280000	b^4	16	4480000
21	a^2	400	8400	b^5	32	268800
7	a^1	20	140	b^6	64	8960
				b^7	128	128
			521088540	Suma		1214357888

37. Multiplica la columna 1ª y 2ª salen los divisores de la 3ª, veo quantas vezes cabe la suma de los divisores en el primer punto del residuo 1º, y hallo 2.

escrivole sobre la raiz $V.^7$ y en la columna 4. con sus potestades: 2. veces 2. es 4: 2. veces 4. es 8: etc.ª y multiplicadas entre si las columnas 3.ª y 4.ª salen los divisores de la 5.ª la suma de los divisores se resta del residuo 1.º y queda el resid. 2.º como se ve.

38. otra vez al 22 que ya tenemos de raiz, añado. 0, y será 220. el valor de $a.^1$ sus potestades se hallarán multiplicando 220. continuam.te hasta $a.^6$ formase la tabla.

	Potestades de a.		divisores	Potest. b.		restadores.
7	a^6	113379904000000	793659328000000	b^1	2	1587318656000000
21	a^5	515363200000	10822627200000	b^2	4	43290508800000
35	a^4	2342560000	81989600000	b^3	8	655916800000
35	a^3	10648000	372680000	b^4	16	5962880000
21	a^2	48400	1016400	b^5	32	32524800
7.	a^1	220	1540	b^6	64	98560
				b^7	128	128
			804564318497940.	Suma.		1631271077103488.

la suma de los divisores cabe en el residuo 2.º 2. veces: escrivo 2. sobre la raiz; que es $b.^1$ escrivese en la columna 4.ª con sus potestades, y multiplicando las columnas 3.ª y 4.ª salen los restadores de la 5.ª la suma se resta del residuo 2.º queda. 0. el residuo 3.º y la raiz justa es 222.

39. La raiz CC. ó $V.^4$ se puede sacar de dos modos; el 1.º por su tabla de $V.^4$ §.16. el 2.º sacando la raiz quadrada del num.º y luego sacando otra vez, la raiz quadrada de la raiz que salió primero. La raiz CC. ó $V.^6$ tambien se puede sacar de dos modos; el 1.º por su tabla de $V.^6$ §.16: el 2.º sacando la $V.^2$ del numero, y luego la $V.^3$ de la raiz que salió primero, ó al contrario. Esto conviene generalm.te á todas las raizes, cuyos exponentes procede

dela multiplicac.on del uno, ó dos exponentes inferiores. No pongo exemplo de otras raizes, porq̃ el estilo es el mesmo, y todas por alto q̃ sea el exponente, se sacan dela mesma suerte, aunq̃ las operaciones son mas cansadas, por ser muchas, y altas las Potestades.

Cap. 5.

dela aproximacion General de todas las raizes.

40. Quando en la extraccion de las raizes, despues dela ultima operacion no queda residuo sino zero, el num. se llama racional, porq̃ tiene raiz justa, determinada, q̃ se puede explicar por numero; pero si queda algun residuo, el numero se llama sordo, ó irracional, porq̃ no tiene raiz justa, y determinada, q̃ se pueda explicar por numero, y la mesma raiz se llama sorda, ó irracional. En este caso no deve el arithmetico dar la raiz verdadera, porq̃ no ha de pretender imposibles, pero puede darla mui proxima á la verdad, i aun aproximarla infinitamente, de suerte q̃ se pueda demostrar, q̃ la diferencia de la raiz sacada, y dela verdadera es menor, q̃ qualq.ra cantidad determinada, por pequeña q̃ sea.

41. Regla general para todas las raices.

Al ultimo residuo añadanse tantos ceros como es el exponente dela raiz q̃ se saca, como p.a V.^{2} 00. para V.^{3} 000. &c. y continuese la operacion para sacar otra letra de raiz, como en los Cap. 3.° y 4.° Otra vez al ultimo residuo añadanse otros tantos zeros, y sacarase otra letra, y assi se puede continuar infinitamente. la prim.a letra sera decimas, las dos, Centesimas; las tres millesimas ett.ª

42. Exemplo dela V.^{3} aproximada.

	3. 0.	V.^{3}
Cant.	28.457.	
	27	
Res. 1.°, 2.°	1457.	

El primer punto dela mano izquierda es 28, su proxime menor enla tabla Z.^{3} §.11. es 27. y á su lado 3. de raiz. escrivo el 3. sobre la raiz, y el 27. debaxo el 28. y queda el residuo 1.° como se ve. Añadido zero al 3. q.e ya tenemos de raiz, sera 30 el valor de a.^{1} y se forma la tabla dela V.^{3} §.16: multiplicando 30. p.r 30. sera 900. a.^{2} multiplico la columna 1.ª y 2.ª p.r 3. p.r 900. sale 2700. y 3. p.r 30 sale 90: la suma 2790. es el divisor, y pues no cabe en el residuo 1.° sera zero la 2.ª letra dela raiz, y le escrivo sobre la raiz con el 3. con q.e esta acavada la 2.ª operacion (§.25.) y assi el mer.l residuo 1.° es tambien residuo 2.° La raiz es 30. y el num.o es irracional.

			Divis.			Restad.
3	a^2	900	2700	b^1	0	0000
3	a^1	30	90	b^2	0	00
			2790	b^3	0	0

43. Agora entra la regla dela aproximacion: añado al resid. 2.° tres zeros (§.41.) y continuo la operacion: al 30 q.e tengo de raiz añado zero, sera 300. el valor de a.^{1} y formase la tabla otra vez: multiplico 90000. p.r 3. y 300. p.r 3. salen los divisores: la suma 270900. cabe en el resid. 2.° 5 veces.

			Divis.			Restad.
3	a^2	90000	270000	b^1	5	1350000
3	a^1	300	900	b^2	25	22500
			270900	b^3	125	125
						1372625

sus potestades. 5 veces 5. es 25: 5 veces 25. es 125: luego multiplicando las columnas 3.ª y 4.ª salen los restadores dela 5.ª la suma

1372625. restada del residuo 2.° 1457000. queda el residuo 3.° 84375: la raiz proxima es $30\frac{5}{10}$.

44. Si quiero maior aproximacion añado otros tres ceros al residuo 3.° y se continua. Añadido zero a los 305. de raiz, sera 3050. el valor de a^1. formase la tabla.

	$3.0.5.3.V.^3$
Cant.	28.457.
	27
Res.° 1.° 2.°	1457000
	1372625
Resid. 3.°	84375000
	83804877
Resid. 4.°	570123.

		divis.		restad.
3	a^2 9302500	27907500	b^1 3	83722500
3	a^1 3050	9150	b^2 9	82350
		27916650	b^3 27	27
				83804877

La suma de los divisores cabe en el residuo 3.° 3 veces, escrivo 3. sobre la raiz; sus potestades 3. 9. 27. en la columna 4.ª y multiplicando las columnas 3.ª y 4.ª salen los restadores, la suma se resta del residuo 3.° queda el residuo 4.° y tenemos de raiz $30\frac{53}{100}$. mas proxima q̃ antes. la raiz verdadera esta entre $30\frac{53}{100}$. y $30\frac{54}{100}$: con q̃ la diferencia es menor q̃ $\frac{1}{100}$. De esta suerte se puede continuar, aproximandola infinitamente; lo mes.^mo es en todas las raices §. 41: sin forma de quebrado se puede representar esta raiz con el exponente de las decimas, $3053.^2$ como en el lib. 1.° §. 51.

Advertencias generales.

45. Para sacar la raiz de un quebrado, se han de sacar dos raices, una del numerador, y otra del denominador, y el quebrado q̃ se forma de las dos raices, sera raiz del quebrado dado: como si se pide la raiz quadrada de $\frac{9}{36}$. la $V.^2$ de 9. es 3: la de 36. es 6: digo q̃ $\frac{3}{6}$ es $V.^2$ de $\frac{9}{36}$. Si se pide la $V.^3$ de $\frac{8}{125}$. la $V.^3$ de 8. es 2: la $V.^3$ de 125. es 5: digo q̃ $\frac{2}{5}$ es $V.^3$

de $\frac{8}{125}$. Si el numero fuere entero, y quebrado, se reducirá el entero á quebrado (lib. 1. §. 38.) y se sacaran las dos raizes como antes. Pidese la V.^{2} de 930 $\frac{1}{4}$: multiplicando 930 por 4. sale 3720. y añadido el numerador 1. sera 3721: y el quebrado nuevo $\frac{3721}{4}$: la V.^{2} de 3721. es 61: la V.^{2} de 4. es 2: digo que $\frac{61}{2}$, esto es 30 $\frac{1}{2}$ es V.^{2} de 930 $\frac{1}{4}$. Si los numeros de el quebrado fueren irracionales, se sacarán las raizes, y se aproximarán con la regla del §. 41.

46. El zero que se añade al valor de a^1, ó a las letras que ya tenemos halladas despues de cada operacion, para hallar la siguiente, no se añade para aumentar el valor de la letra, sino porque puesto el zero á la letra, ó raiz ya hallada los divisores, y restadores comienzan á escribirse igualmente, unidad debaxo unidad, decena con decena, &a. y si no se pusiera el zero, avian de corresponder la decena del 2.° a la unidad del 1.° la decena del 3.° a la unidad del 2.° &a. y era mui facil la equivocacion. Estos 5. capitulos quieren mucho exercicio antes de pasar adelante.

Cap. 6.

Questiones de las raizes.

47. Este es el fin de el trabajo antecedente para entrar con nuevo aliento, en el golfo de las raizes compuestas.

Para formar todo genero de esquadrones.

Se ha de atender á la proporcion de la frente, y fondo de la gente, ó terreno. Esta proporcion se ha de dar en los minimos terminos, ó se han de buscar por el lib. 1. § 34. Si la proporcion de la gente fuere de igualdad, el esquadron sera quadrado de gente, tantos soldados de frente, como de fondo: la √.^{2} del num. de los soldados resuelve la duda: Como si fueren 2000. su √.^{2} por el Cap. 3.° es 44: la frente, y fondo: multiplica 44. por 44. salen 1936. q̃ forman el esquadron, los 64. sobran.

48. Si la proporc.on fuere de mayor, ó menor de igualdad: multipliquense los terminos de la proporcion entre si, y el num. de los soldados (añadiendole 2. zeros, para m.a precision) partase por el producto. la √.^{2} del quociente multiplicada por los terminos, quitando una letra de los productos, dará la frente, ó fondo: de los mis.os 2000. soldados se pide un esquadron, q̃ la gente de la frente, y fondo guarden la proporc.on q̃ 4. á 3: multiplico 4. por 3. salen 12: añadidos 2. zeros á los 2000. parto 200000. por 12. salen 16666. su √.^{2} por el Cap. 3.° es 129: multiplicada por 4. y 3. salen 516. y 387. quitando la ultima letra de cada uno, seran 51. la frente, y 38. el fondo, y guardan la proporc.on proxima q̃ 4. á 3. Multiplicando 51. por 38. salen 1938. el num.o de los soldados: sobran 62.

49. Si la proporc.on q̃ se da, no fuere de la gente, sino del terreno, q̃ ha de ocupar: se ha de presuponer, q̃ á cada soldado se le dan 3. pies de frente, y 7. de fondo, de hilera, á hilera: Si la proporcion pues fuere de igualdad, como 1. a 1. sera el esquadron quadrado de terreno. Hagase quebrado de los numeros dados $\frac{1}{1}$. y de los pies de

frente, y fondo 3. y 7. Sera $\frac{3}{7}$: multiplicando en cruz $\frac{1}{1} \times \frac{3}{7}$. Salen 7 y 3. que es la proporcion de la gente: Con estos nuevos terminos se obra, como en el §. 48. Multipliquese pies 7 por 3. Sale 21: añadidos 2. zeros al num. de los Soldados 2000. partase 200000. por 21. Salen 9523. Su raiz que el Cap. 3.° es 97. y mas de $\frac{1}{2}$: multiplicando 97$\frac{1}{2}$. por 7 y 3. Salen 682. 292: quitada la ultima letra de cada uno, quedarán 68. la frente, y 29. el fondo, y el esquadron sera quadrado de terreno. La prueva es multiplicar 68. por 3. pies, Salen 204 pies de frente, y 29 por 7. Salen 203 pies de fondo: falta una unidad por no venir las particiones justas, y por cosa poca se desprecia. Multiplicando 68. por 29. Salen 1972. Soldados, sobran 28.

50. Si la proporcion del terreno, que se pide, fuere de mayor ó menor de igualdad, Como de 5. á 4. etc. se obra de la misma suerte. Hechos los quebrados $\frac{5}{4} \times \frac{3}{7}$ multiplicase en cruz: 5 por 7. es 35: y 3. por 4. es 12: Con que la proporcion que ha de tener la gente de la frente, y fondo es, Como 35. a 12. y con ella se obra como en el §. 48. Multiplicando 35. por 12. Salen 420: añadidos 4. ceros al num. de los Soldados 2000. parto 2000.0000. por 420. Sale el Cociente 47613: su raiz que el Cap. 3.° sera 218. multiplicada por 35, y 12. Salen 7630. y 2616. (quitadas las dos ultimas letras de cada numero por que se le añadieron 4 zeros para mayor precision) quedarán 76. de frente, y 26 de fondo, y el terreno de la frente y fondo, sera, Como 5. á 4. La prueva es multiplicar los 76. Soldados de frente por 3 pies, Salen 228 pies: y 26 de fondo por 7. Salen 182. pies: y 228.

a 182. tiene la proporc^{dn} proxima q̃ 5. á 4. Vltimam^{te} multiplica 76. p̃ 26. sallen 1976. Soldados, q̃ forman el esquadron, y sobran 24.

51. De los medios Geometricos proporcionales.

Para hallar un medio geometrico proporcional entre dos numeros: Como 6. y 96; multipliquense entre si: la V.^{2} del producto 576. se hallará p̃ el Cap. 3.º q̃ es 24. y es el medio, q̃ se busca, y seran continue proporcionales 6. 24. 96. Si la raiz no saliere justa, no se podra hallar medio adequado, pero puede aproximarse infinitam^{te} á la Verdad p̃ el Cap. 5.º Esto sirve para reducir á quadrado las figuras rectangulas prolongadas: aora sean Ventanas, puertas, paredes, Campos. et^{a} tengo una heredad prolongada, q̃ tiene de largo 160. Varas, y de ancho 90. quiero otra quadrada de igual capacidad. Multiplico 160 p̃ 90, salen 14400: su V.^{2} es 120. baras, esto has de tener la segunda de ancho, y largo, para ser igual.

52. quando los medios son muchos, dos, tres, et^{a} al menor de los numeros dados llamaremos a.^{1} y al maior b.^{1} Escrivanse los numeros bien distantes, y en el inter medio haganse tantos puntos, q.^{to} son los medios q̃ se buscan: Como si entre 6. y 6144. se buscan 4 medios, se escriviran.

$$\begin{array}{cccccc} 6. & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 6144. \\ a^{1}. & a^{4} & a^{3} & a^{2} & a^{1} & b^{1}. \\ & b^{1} & b^{2} & b^{3} & b^{4} & \end{array}$$

debaxo los puntos se escriviran las letras $\overset{a.}{b.}$ con sus exponentes, á la primera a. de mano dr^{a} se escrive 1. á la segunda 2. et^{a} y al contrario á la primera b. de mano izq^{da}

1. a la Seg.da 2. ett.a Para hallar qualq.ra medio sin dependencia de los otros, se multiplicaran entre si las potestades de a, y b. conforme los exponentes, q. estan en el lugar del medio q. se busca, y del producto se sacará la raiz, q. tenga p.r exponente la suma de los exponentes de las dos letras, q. en todos sera una misma suma, y assi una misma raiz.

53. En el exemplo propuesto quiero hallar el 2.º medio, veo q. en su lugar esta $\begin{matrix}a^3\\ b^2\end{matrix}$ multiplico pues el cubo de a, q. es 216. p.r el quadrado b, q. es 37748736. el producto sera. 8153726976. la suma de los exponentes de $\begin{matrix}a^3\\ b^2\end{matrix}$ es 5. la V.^{5} del producto, p.r el Cap. 4.º se hallara 96. y es el 2.º medio proporcional, q. se ha de escrivir sobre $\begin{matrix}a^3\\ b^2\end{matrix}$ Si se buscare el 4.º hallo en su lugar $\begin{matrix}a^4\\ b^1\end{matrix}$ multiplico el cc. de a. q. es 1296. p.r b^1. q. es 6144. el producto es 7962624. su V.^{5} por el Cap. 4. es 24. y es el medio 4.º q. se escrive sobre $\begin{matrix}a^4\\ b^1\end{matrix}$. El mas facil de hallar, es el medio 4.º por ser el menor, y p.r q. sus potestades constan de menos letras. Esto no necesita de mas explicacion sino de exercicio.

Ganancia de Ganancia.

54. Pedro dio 2000. ducados á cambio con tal condicion, q. la ganancia de qualquier año, ganase en los años siguientes al respeto del principal: Cumplidos 6. añ. le dieron entre caudal, y ganancia $3543\frac{122}{1000}$ ducados. Pidese, q. se avian de dar el año 3.º? Porq. los terminos han de proceder en continua proporcion; se dá el termino 1.º 2000. y el ultimo $3543\frac{122}{1000}$, q. es caudal y ganancia del 6. año, solo faltan

los terminos de los 5. años, y assi se han de buscar 5 medios proporcionales por el §. 53. Reduzgame los enteros à quebrados (lib. 1. §. 38.) seràn $\frac{2000000}{1000}$. y $\frac{3543122}{1000}$. y dexando los denominadores como si no estuvieran: se dispondràn los terminos como en el §. 53.

$$\begin{array}{ccccccc} 2000000. & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 3543122. \\ a & \frac{a5}{b1} & \frac{a4}{b2} & \frac{a3}{b3} & \frac{a2}{b4} & \frac{a1}{b5} & b. \end{array}$$

Y pues se pide el año 3.º que es el medio 3.º hallo en su lugar $\frac{a3}{b3}$: multiplico el cubo de a que es 8000000. 000000. 000000. por el cubo de b. que es 44.479338. 507937. 851848. el producto serà. 355. 834708. 063502. 814784. 000000. 000000. 000000. Sacarase la √.⁶ por que la suma de los exponentes es 6: y por el Cap. 4.º se hallarà 2662000: partida por 1000. denominador del quebrado serà 2662 ducados, el caudal, y ganancia del año 3.º Con el mesmo estilo se hallarà el caudal y ganancia del año 2.º 4.º etc.ª

55. Si en el mesmo caso, se preguntase, que ganò Pedro por 100? se dispondràn los terminos con el mismo orden, y se buscarà el medio 1.º que es el mas facil. Hallo en su lugar $\frac{a5}{b1}$: multiplico el QC. de a que es 32. quinticuentos, por b. 3543122. sale 113. 379904. quinticuentos, su √.⁶ por el Cap. 4.º se hallarà. 2200000: partida por 1000. serà 2200. ducados, quitando el caudal 2000. queda la ganancia 200: digo pues si 2000. dan 200. luego 100. daràn 10. y assi gana à razon de 10. por 100. Conocido el 1.º me-

dio, se hallarán los otros facilmente, porque partiendo el medio 1.º por el caudal, ó primer extremo, el quociente será el denominador de la proporcion, y con el se hallarán todos los terminos, como se dixo lib. 1.º §. 182.

De las Progressiones Geometricas.

56. En la misma Progression Geometrica del lib. 1.º §. 201.

a					b	n	S	d
6.	24.	96.	384.	1536.	6144.	6.	8190.	4.

dados a el primer termino, b el ultimo, n el numero de los terminos, se busca d, el denominador de la proporcion. Pedro pagó una deuda en 6 años, el 1.º pagó 6. libras, el ultimo 6144: buscase la proporcion de las pagas. Partase b. por a. esto es 6144. por 6 lib. será el quociente 1024. quitese 1. del numero de los años 6. quedará 5. y es el exponente de la raiz. Sacada la r. 5.ª de 1024: por la tabla 2.ª §. 11. se hallará 4: es el denominador, y assi cada año pagava quadruplo, que el antecedente. tambien entre a, y b se pueden buscar los quatro medios proporcionales por el §. 53. y hallado el 1.º que es 24, partase por a que es 6: sale 4. el denominador de la proporcion. dados los mismos terminos se puede buscar S. la suma, que es toda la deuda. busquese 1.º el denominador d. como antes, será 4. y conocidos a. b. d. se hallará S. 8190. por el lib. 1.º §. 201. Estas dos questiones no se pudieron resolver por el arte menor, por tener dependencia de las raices: reconozca agora el arithmetico las 4. questiones del lib. 1º §. 193. 194. 195. Otras ai mas dificultosas, q. necesitan de las raices compuestas, de q. trataremos agora.

Cap. 7.

Raices de potestades compuestas de una mes.ª especie.

57. Si una potestad se multiplica p. qualquier numero, el producto será una cantidad compuesta de tantas potestades de la mes.ª especie, quantas unidades tiene el numero p.r q.n se multiplicó: como si se toma 320. p. raiz, su cubo será 32768000: si se multiplica p. 20. sale 655360000. cantidad compuesta de 20 cubos. La raiz cubica ó V.^{3} desta cantidad se puede sacar de dos modos, el 1º es partir 655360000. p. 20, y sacar del quoziente 32768000. la V.^{3} p. el Cap. 4º. el 2º es sacar de 1.ª instancia la V.^{3} de toda la cantidad compuesta, y es el assumpto deste capitulo.

58. De las tablas del §. 46. se forman las tablas siguientes para las raices compuestas. tienen 7. ordenes; el 1º 2º 3º son como §. 46: el 4º tiene esta letra n, q. significa el num.º de las potestades, q. componen la cantidad; ó el num.º p.r q.n se multiplicó la potestad simple. el 5º contiene los productos del 3º y 4º. pone se cero, por no ser numeros determinados hasta la operacion: el 6º contiene las potestades de b: el 7º contiene los productos del 5º y 6º. y p. no ser num.º determinados hasta la operac.n se pone zero.

tabla dela V.^{2}

2	a^1	oo	n	oo	b^1	oo
			n		b^2	

tabla dela V.^{3}

3	a^2	oo	n	oo	b^1	oo
3	a^1	oo	n	oo	b^2	oo
			n		b^3	oo

tabla dela V.^{4}

4	a^3	oo	n	oo	b^1	oo
6	a^2	oo	n	oo	b^2	oo
4	a^1	oo	n	oo	b^3	oo
			n		b^4	oo

tabla dela V.^{5}

5	a^4	oo	n	oo	b^1	oo
10	a^3	oo	n	oo	b^2	oo
10	a^2	oo	n	oo	b^3	oo
5	a^1	oo	n	oo	b^4	oo
			n		b^5	oo

tabla de la V.^{6}

6	a^5	oo	n	oo	b^1	oo
15	a^4	oo	n	oo	b^2	oo
20	a^3	oo	n	oo	b^3	oo
15	a^2	oo	n	oo	b^4	oo
6	a^1	oo	n	oo	b^5	oo
			n		b^6	oo

tabla dela V.^{7}

7	a^6	oo	n	oo	b^1	oo
21	a^5	oo	n	oo	b^2	oo
35	a^4	oo	n	oo	b^3	oo
35	a^3	oo	n	oo	b^4	oo
21	a^2	oo	n	oo	b^5	oo
7	a^1	oo	n	oo	b^6	oo
			n		b^7	oo

tabla dela V.^{8}

8	a^7	oo	n	oo	b^1	oo
28	a^6	oo	n	oo	b^2	oo
56	a^5	oo	n	oo	b^3	oo
70	a^4	oo	n	oo	b^4	oo
56	a^3	oo	n	oo	b^5	oo
28	a^2	oo	n	oo	b^6	oo
8	a^1	oo	n	oo	b^7	oo
			n		b^8	oo

tabla dela V.^{9}

9	a^8	oo	n	oo	b^1	oo
36	a^7	oo	n	oo	b^2	oo
84	a^6	oo	n	oo	b^3	oo
126	a^5	oo	n	oo	b^4	oo
126	a^4	oo	n	oo	b^5	oo
84	a^3	oo	n	oo	b^6	oo
36	a^2	oo	n	oo	b^7	oo
9	a^1	oo	n	oo	b^8	oo
			n		b^9	oo

59. Regla General.

La Cantidad se divide en puntos como antes (§.12.) y el punto 1.º de mano izquierda se parte p. N. numero de las potestades: y el quociente se busca en las tablas del §.11. ó su proxime menor; este se multiplica por N. y el producto es el q. se escrive debaxo del punto 1.º y se resta, quedando el residuo 1.º Pero quando N. numero de las potestades es mayor, q. el punto 1.º se toman el punto 1.º y 2.º y hecha la particion se obra como antes. Las otras letras se hallan como en las raizes simples, formando las tablas como se verá en los exemplos siguientes.

60. Exemplo 1.º de la $\sqrt[3]{\ }$ ó Cubica.

3.2.0. $\sqrt[3]{\ }$ de 20 Z^3.

Cant. 655.360.000.
540
Resid. 1.º 115360.000.
115360
Resid. 2.º 0000.

Si 20 cubos, ó 20 Z^3. son iguales á esta Cantidad. 655360000. dividese de 3 en 3 letras (§.12.) el punto 1.º de mano izquierda es 655. partido p. N. q. es 20 el num. de los cubos, sale el quociente 32 (aunq. sobre algo, no se haze caso) en la tabla Z^3. §.11. hallo su proxime menor 27. y hallado 3 de raiz, escrivo el 3 sobre la raya, y multiplico el 27. por N, q. es 20, y el producto 540. le escrivo debaxo del punto 1.º 655; hecha la resta queda el residuo primo.

61. añadido, cero, al 3 de raiz, sera 30 el valor de a^1, y su quadrado 900. es a^2. Formase la tabla de la $\sqrt[3]{\ }$ §. 58.

	Potest. de a	Prod.	num.	divis.	Potest. b	Restador.
3	a^2 900	2700	n 20	54000	b^1 2	108000
3	a^1 30	90	n 20	1800	b^2 4	7200
			n 20	20	b^3 8	160
				55820	Suma	115360

multiplicando el orn 1.º y 2.º sale el 3.º multiplicando el 3.º y 4.º sale el 5.º de los divisores, poniendo en el ultimo lugar el ultimo ro, q no tiene porqn multiplicarse: la suma de los divisores 55820. Cabe en el residuo 1.º 2 veces, escrivo 2 sobre la raiz; sus potestades son, b^2 es 4: b^3 es 8: se escriven en el orn 6.º multiplicando el orn 5.º y 6.º sale el 7.º de los restadores la suma 115360. Se resta del residuo 1.º y queda zero por residuo 2.º y porque aun faltava otro punto añadire zero á las letras halladas 3.2. (§.23.) sera la raiz 320.

Exemplo 2.º de la $\sqrt[4]{}$ o quadrado quadrado.

62. Si la cantidad fuere igual a 500. ll. ó 500. Z^4 dividirase de 4. en 4. letras, como se ve, y se sacara la $\sqrt[4]{}$ el punto 1.º de mano izquierda es 5. y porq es menor q N. 500, numero de las potestades se tomaran los dos primeros puntos (§.59.) q son 5.2428. Partidos por 500. sera el quociente 104. En la tabla Z^4 §.11. hallo su proxime menor 81. y á su lado 3. de raiz: escrivo el 3. sobre la raiz, y multiplico el 81. por 500: y el producto 40500. se escrive debaxo del 1.º y 2.º punto 5.2428. hecha la resta queda el res.º 1.º

3.2. $\sqrt[4]{}$ de 500. Z^4
Cant. 5.2428.8000.
40500.
Res. 1.º 11928 8000.
11928 8000.
Resid. 2.º 00.

63. Añadido. 0. al 3. de raiz sera 30. valor de a^1, sus potestades a^2 es 900. a^3 es 27000. la tabla de $\sqrt[4]{}$ §.

	Potest. a.	Produc.	n. de Z^4	Divisores.	Potes. b.	Restadores.
4	a^3 27000	108000	N 500	54000000	b^1 2	108000000
6	a^2 900	5400	N 500	2700000	b^2 4	10800000
4	a^1 30	120	N 500	60000	b^3 8	480000
			N 500	500	b^4 16	8000
				56760500	Suma	119288000

58. multiplicando el orn 1.º y 2.º salen los productos del 3.º mul

tiplicando el 3.° y 4.° salen los divisores del 5.° la suma cabe en el residuo 1.° dos veces, escrivo 2. sobre la raiz, y su potestad es en el orden 6.° multiplicando el 5.° y 6.° salen los restadores del 4.° la suma se resta del resid. 1.° queda zero: y es la raiz justa 32. Si huviera mas puntos que correr, se añadiera cero a las letras halladas, y se continuaria con el mesmo estilo. Quando la raiz no es justa, se aproxima como en el Cap. 5.°

Cap. 8.

Composicion de muchas especies con unidad y afirmacion.

64. Supongo al arithmetico bien exercitado en los capitulos antecedentes, para la inteligencia de los que se siguen. Los signos + y − significan mas, y menos, lib. 1. § 168. La composicion de muchas especies puede ser de dos modos. El 1.° quando muchas especies con sola una potestad de cada especie se suman; el 2.° quando muchas especies con muchas potestades de cada especie se suman, para componer una cantidad; y se dice composicion con afirmacion, porque todas las potestades se suman, y llevan el signo +. De la 1.ª composicion tratamos en este Cap.° por ser mas facil.

65. Si tomamos por raiz 40. y la llamamos Z^1. multiplicada continuamente por si mesma formará la progresion de las potestades (§. 2.) y será Z^1 40: Z^2 1600: Z^3 64000: Z^4 2560000: Z^5 102400000. Sumando toda la progresion será la cantidad 105025640. igual a $Z^5 + Z^4 + Z^3 + Z^2 + Z^1$ y es lo mesmo que decir, que toda esta cantidad 105025640. se compone

de Z^5 mas Z^4 mas Z^3 mas Z^2 mas Z^1, ó se compone de vn QC. mas un QQ. mas vn C. mas vn Q. mas vna raiz. Preguntase agora como se hallará la raiz, de q̃n. ha procedido la cantidad, ó suma de toda la progresion, y p̃ consiguiente, como se hallará cada vno de los terminos de la progresion?

66. Para esto se escriuira la cantidad á parte, y despues de la vltima letra de la mano dra., se tirará vna línea, q̃ baxe perpendicular, y fuera se escriuiran las potestades con sus signos, y exponentes, de suerte q̃ la potestad maior sea mas proxima á la cantidad, y luego p̃ su orn., como se vé en el exemplo 1º. Enfrente de cada potestad se ponen puntos, de tantas en tantas letras, como fuere el exponente, aduirtiendo, q̃ las potestades inferiores no han de tener mas puntos, de los q̃ puede tener la potestad maior: aunq̃ si estuuieran solas pudieran tener mas, como Z^2 atendiendo á su exponente, q̃ pide la diuision de dos en 2 letras, y pudiera tener 4 puntos, p̃q̃ la cantidad si se diuidiese de 2. en 2. letras, admitiria 4. diuisiones, pero agora tiene solas dos, p̃q̃ Z^5 potestad maior no puede tener mas.

4. o. √.

105025640	Cantid.
· ·	$+Z^5$
· ·	$+Z^4$
· ·	$+Z^3$
· :	$+Z^2$
··	$+Z^1$

67. hecho esto se comienza la operacion del punto 1º. de mano izquierda de la potestad maior Z^5 q̃ es 1050. busco su proxime menor en la tabla Z^5 §. 11. y hallo 1024. y a su lado 4. de raiz, escriuo 4. sobre la raya, y

4. o. √. de la Cant.

105025640	Cantid.
1024. .	$+Z^5$
256. .	$+Z^4$
64. .	$+Z^3$
16. :	$+Z^2$
4. :	$+Z^1$
105025640	Suma.
00	resid. 1º.

1024. en el punto 1.º de Z^5: otra vez voi a la tabla Z^4 §. 11. y buscando el 4. q̃ salió de raiz a mano dra., hallo a su lado 256, q̃ le escrivo en el 1.º punto de Z^4: En la tabla Z^3 §. 11. junto al 4. de raiz hallo 64, le escrivo en el punto 1.º de Z^3: En la tabla Z^2 junto al 4. de raiz hallo 16, y le escrivo en el punto 1.º de Z^2 Ultimamente el 4. q̃ salió de raiz le escrivo en el punto 1.º de Z^1 como se ve en la continuacion. del exemplo 1.º: Suman do todas las potestades se resta la suma de la cantidad, y queda el residuo 1.º

68. Porq̃ acabada la primera operacion, el residuo 1.º es zero, y aun faltava otro punto q̃ correr, añadire un zero a la raiz hallada, y sera 40. la raiz justa, como se advirtio al fin del §. 23. El mes.º estilo se guarda siempre en la 1.ª operacion. aunq̃ no se hallen en la composicion todas las potestades, y falten algunas intermedias. Quando el residuo no es zero, se añade. 0. a la letra hallada, y es el valor de a.¹ y para hallar la 2.ª letra b.¹ se forman las tablas de las potestades, q̃ entran en la composicion para hallar los divisores, y restadores, como se vera en el exemplo siguiente.

Exemplo 2.º

69. Para exercitarse el arithmetico deue tomar los exemplos conocidos, en q̃ sepa la raiz q̃ ha de salir. Supponga el num. q̃ quisiere, p. Z^1 como 432. sus potestades se hallaran por su continua multiplicacion, y seran Z^2 186624: y Z^3 80621568: y Z^4 34828517376. ett.ª Escoja agora las q̃ le pareciere, como Z^1 Z^3 Z^4 la suma de 432. y 80621568. y 34828517376. sera la cantidad compuesta 34909139376. igual a $Z^4 + Z^3 + Z^1$ falta una potestad intermedia

q el Z. busque agora la raiz de toda esta cantidad, como se sigue.

disposic.on ó Formula.

4.3.2. √ de la cant.

34909139376	Cantid.
256. . .	$+Z^4$
64. . .	$+Z^3$
4. . .	$+Z^1$
25664ooo4 .	Suma
9245138976	resid. 1.º
858801. .	$+Z^4$
15507. .	$+Z^3$
3. .	$+Z^1$
86o3517o3	Suma
641621946	resid. 2.º
64o5o7376.	$+Z^4$
1114568.	$+Z^3$
2.	$+Z^1$
641621946	Suma
oo.	resid. 3.º

70. A mano dra. de la raia perpendicular se escriven las potestades con sus signos, y exponentes: y enfrente a la mano yzquierda se ponen los puntos de tantas en tantas letras, como son los exponentes: para Z^4 de 4. en 4: para Z^3 de 3. en 3: para Z^1 de 1. en 1. letra, como se ve. El punto 1.º de mano yzquierda de la potestad m.ª es 349. En la tabla Z^4 §.11. hallo su proxime menor 256, y su lado 4. de raiz: escrivo el 4. sobre la raia, y el 256. en el punto 1.º de Z^4 debaxo de 349. En la tabla Z^3 junto al 4. de raiz hallo 64. escrivole en el punto 1.º de Z^3 y el 4. en el punto 1.º de Z^1 la suma de Z^4 Z^3 Z^1 es 25664ooo4: en los lugares donde no hai letra se escrive zero, p.ª q. no queden vacios: restacela suma de la cantidad q. le corresponde, y queda el resid. 1.º como se ve.

71. Para la 2.ª operacion se añade zero al 4. q. salió de raiz (§.14.) y sera 40. el valor de a^1. luego se forman las tablas de Z^4 y Z^3 del §.16. como en las potestades simples, Cap. 4.º las potestades de a^1 40, son a^2 1600: a^3 64000: escriviendose en las tablas, y multiplicando el orn. 1. p.º sale el 3.º de los divisores. el residuo 1.º se divide en puntos como la cantidad, dexando el 1. de mano yzquierda, y en cada operac.on se dexa un punto de cada potestad, como se ve en la formula.

72. tabla de Z^4. del §16.

4	a^3 64000	256000	b^1 3	768000
6	a^2 1600	9600	b^2 9	86400
4	a^1 40	160	b^3 27	4320
			b^4 81	81
		265760	Suma	858801

tabla de Z^3. del §16.

3	a^2 1600	4800	b^1 3	14400
3	a^1 40	120	b^2 9	1080
			b^3 27	27
		4920	Suma	15507

73. La suma de los divisores de la potestad mayor (basta esta dejando las de las otras potestades) es 265760, veo q̃ en el punto 1.º del residuo 1.º q̃ es 924513. cabe 3 veces: escrivo el 3. sobre la raiz, y sus potestades en el orn̄ 4.º de las dos tablas, y multiplicando el 3.º y 4.º salen los restadores del 5.º en las dos tablas: la suma de la tabla Z^4 q̃ es 858801. se escrive en su punto enfrente Z^4 y la suma de la tabla Z^3 se escrive en su punto enfrente de Z^3 y el 3. q̃ salió de raiz se escrive en su punto enfrente de Z^1 la suma de los 3 será 860351703. y se resta de las letras q̃ le corresponden del residuo 1.º y queda el residuo 2.º como se ve en la formula.

74. Para resolver el ultimo punto, se añade. 0. al 4. y 3. de raiz, y será 430. el Valor de a. formanse las tablas.

tabla de Z^4. §.16.

4	a^3 79507000	318028000	b^1 2	636056000
6	a^2 184900	1109400	b^2 4	4437600
4	a^1 430	1720	b^3 8	13760
			b^4 16	16
		319139120	Suma	640507376

tabla de Z^3. §.16.

3	a^2 184900	554700	b^1 2	1109400
3	a^1 430	1290	b^2 4	5160
			b^3 8	8
			Suma	1114568

75. la Suma de los divisores de la potestad mayor cabe en el resid.º 2º. 2 veces: escrivo el 2. Sobre la raiz, y se continuan las tablas como antes: las sumas de los restadores se escriven en los ultimos puntos, cada una enfrente de su potestad, y el 2. q salio de raiz enfrente de R. La suma de los 3. se resta del residuo 2º. y queda zero q residuo 3º. y p q no ai mas puntos, la raiz justa es 132. Si ubiera mas puntos, se continuara con el mesmo estilo. finja el arithmetico otros exemplos semejantes con mas, ó menos potestades, dexando, ya las raizes, y a los quadrados, y a los Cubos, ett.ª y exercitese formando las tablas de las potestades, q componen la cantidad, antes de entrar en las compuestas con numero.

Cap. 9.

Composicion de mult.as especies, con numero y afirmacion.

76. Quando las potestades, q entran en la composicion, son mult.as de cada especie, para sacar la raiz, sirven las tablas del §. 58: y si entre ellas viniere alguna con unidad, para ella servira su tabla del §. 16. en todo lo demas concuerda la operacion con la del Cap. antecedente; de suerte q el artificio deste Cap. es mixto del 8º. y 7º. y assi en todo se han de guardar sus preceptos.

Exemplo 1º.

77. Esta cantidad 34024320. es igual á $1R^5 + 11R^3 + 100R^2 + 220R^1$ ó se compone de un cc. mas 11 cubos, mas 100 quadrados, mas 220 raizes: pidese la raiz de la cantidad.

La formula, ó disposicion es como en el Cap. 8.º solo q̃ â cada potestad se le añade el num. q̃ la acompaña, como se ve. La operacion se comienza del punto 1.º de la potestad maior Z^5 y en la cantidad le corresponde 340: busco su proxime menor en la tabla Z^5 §. 11. y hallo 243, y â su lado 3 de raiz, escrivo el 3. sobre la raia, y el 243. en su punto en frente de Z^5 en la tabla Z^3 junto al 3. q̃ salió de raiz, hallo 27. multiplicado p.r 11. num. de Z^3 sale 297. escrivole en su punto enfrente de Z^3 en la tabla Z^2 junto al 3. hallo 9. multiplicado p.r 100. num. de de Z^2 sale 900. escrivole en su punto: y el 3. multiplicado p.r 220. num. de Z^1 sale 660. q̃ se escrive en su punto. la suma de los quatro es 2469360. restase de las letras de la cantidad, q̃ le corresponden, y queda el residuo 1.º

dispoz.on ó formula.

3.2. √. de la cantid.

34024320.	
243. .	+ 1Z^5.
297. .	+ 11Z^3
900. .	+ 100Z^2
660. .	+ 220Z^1
2469360	Suma.
9330720	resid. 1.º
9254432.	+ 1Z^5
63448.	+ 11Z^3
12400.	+ 100Z^2
440.	+ 220Z^1
9330720	Suma.
000	resid. 2.º

78. Para la 2.ª operac.on se añade. 0. al 3. de raiz, y será 30. el valor de a^1. sus potestades son, a^2. 900: a^3. 27000: a^4. 810000: con q̃ se forman las tablas.

tabla de Z^5 del §. 16.

5	a^4. 810000	4050000	b^1 2	8100000
10	a^3. 27000	270000	b^2 4	1080000
10	a^2. 900	9000	b^3 8	72000
5	a^1. 30	150	b^4 16	2400
			b^5 32	32
		4329150	Suma	9254432

tabla de 11 Z^3 del cap. 7.º §. 58.

3	a^2. 900	2700	n. 11	29700	b^1 2	59400
3	a^1. 30	90	n. 11	990	b^2 4	3960
			n. 11	11	b^3 8	88
				30701	Suma	63448

tabla de 100 $Z.^2$ del cap. 7.º §.58.

	Pot. a.	Pro.	n.	div.	Po. b.	r.
2	$a.^1$ 30	60	n. 100	6000	b^1 2	12000
			n 100	100	b^2 4	400
				6100	Suma	12400

79. Multiplicando en las tres tablas el orn. 1.º y 2.º Sale el 3.º y en las de $Z.^3$ y $Z.^2$ multiplicando el 3.º y 4.º Sale el 5.º la Suma de los divisores de $Z.^5$ 4329150. Cabe en el residuo 1.º 9330720. dos veces: escrivo 2. Sobre la raiz: y su potestades en las tres tablas en el orn b: y multiplicados por el orn antecedente, salen los restadores del orn ultimo, las Sumas se escriven en su puntos, en frente de $Z.^5$ $Z.^3$ $Z.^2$, y el 2 q̃ salió de raiz, multiplicado por 220. num. de $Z.^1$ Sale 440. q̃ se escrive en su punto enfrente de $Z.^1$. la Suma de los quatro es 9330720. restase del resid. 1.º y queda zero: Concluida la operacion es la raiz justa 32. Si faltaren uno, ó mas puntos se avian de continuar las tablas con el mesmo estilo.

Exemplo 2.º

80. Sea la Cantidad igual á $1Z.^4 + 21Z.^3 + 1000Z.^1$ esto es, á un CC.º + 21C.º + 1000. raizes: escrivense los puntos, como en el §.66. El punto 1.º de la potestad maior $Z.^4$ es 111. su proximo menor en la tabla $Z.^4$ del §.11. es 81. y á su lado 3. de raiz: escrivese el 3. Sobre la raiz, y el 81. en su punto. En la tabla $Z.^3$ §.11. junto al 3. hallo 27. multiplicado por 21. num. de $Z.^3$ Sale 567. q̃ se escrive en su punto, y el 3. multiplicado por 1000. num. de $Z.^1$ Sale 3000. q̃ se escrive en su punto: la Suma de los 3. se resta de la Cantidad, q̃ le corresponde, y queda el residuo 1.º

dispoziz.ⁿ ó formula.

3.2.0. √. de la cantid.

111742080000	Cantid.
81. . .	+ $1Z.^4$
567. . .	+ $21Z.^3$
3000. . . .	+ $1000Z.^1$
86673000	Suma.
25069080000	resid. 1.º
238576. .	+ $1Z.^4$
121128. .	+ $21Z.^3$
2000. .	+ $1000Z.^1$
250690800	Suma.
0000	resid. 2.º

81. Añadido zero al 3 de raiz, sera 30 valor de a. y se forman las tablas de las potest.s

tabla de 1 Z^4 del §. 16.

4	a^3 27000	108000	b^1 2	216000
6	a^2 900	5400	b^2 4	21600
4	a^1 30	120	b^3 8	960
			b^4 16	16
		113520	Suma	238576

tabla de 21 Z^3 del cap. 7.º §. 58.

3	a^2 900	2700	n. 21	56700	b^1 2	113400
3	a^1 30	90	n. 21	1890	b^2 4	7560
			n. 21	21	b^3 8	168
				58611	Suma	121128

82. la multiplicacion de los ord.s es como antes. la suma de los divisores de Z^4 es 113520. y cabe en el residuo 1.º q̃ corresponde al 2.º punto 250690. dos vezes, escrivo el 2. sobre la raiz, y es B: y sus potestades en las tablas, q̃ multiplicadas p.r el ord.n antecedente salen los restadores. la suma de Z^4 238576. se escrive en su punto: la suma de Z^3 q̃ es 121128. se escrive en su punto: el 2. q̃ salió en la particion, se multiplica p.r 1000. num. de Z^1 el producto 2000. se escrive en su punto: la suma de los tres puntos es 250690800. restase del resid. 1.º q̃ le corresponde, y queda el resid. 2.º 00: y esta concluida la operacion, pero falta aun un punto q̃ correr, y assi añadiremos zero (§. 23.) a las letras de raiz 3.2. y sera 320. la raiz justa.

Exemplo 3.º

83. Quando el num. de alguna potestad, sea, o no la mayor, es mas q̃ su punto 1.º separarán el 1.º y 2.º punto, q̃ es tal numero, como se dixo §. 59. y se buscará en las tablas del §. 11. la raiz de aquella potestad. En

disposic.n o formula.

6.2.0. V. de la Cantidad.

51571600000	Cantid.
4.320. . . .	+ 20Z^3
360.00. . .	+ 1000Z^2
6000.0. . .	+ 10000Z^1
46860000	Suma.
4711600000	residuo 1.º

471160000.	resid. 1.º
446560. .	+ $20z^3$
244000. .	+ $1000z^2$
20000. .	+ $10000z^1$
471160000	Suma.
00	residuo 2.º

Este exemplo p.r q.e 20. num. de z^3 es mas q.e 5. su punto 1.º Se tomarán el 1.º y 2.º 5157, partidos p.r 20. sale 257. su proxime menor en la tabla z^3 §. 11. es 216. y á su lado 6. de raiz: escrivo el 6. sobre la raia, y multiplicando 216. p.r 20, sale 4320 q.e se escrive en el punto 2.º de z^3 y el 1.º queda p.r inutil; luego en la tabla z^2 §. 11. junto al 6. de raiz, hallo 36. multiplicado p.r 1000. num. de z^2 sale 36000. q.e se escrive en su 2.º punto: y el 6. de raiz multiplicado p.r 10000. num. de z^1 sale 60000. se escrive en su 2.º punto. la suma de los tres se resta de la cantidad, q.e le corresponde, y queda el residuo 1.º

84. añadido zero al 6. sera 60. valor de a^1 las tablas son.

tabla de 20 z^3 Cap. 7.º §. 58.

3	a^2 3600	10800	n. 20	216000	b^1 2	432000
3	a^1 60	180	n. 20	3600	b^2 4	14400
			n. 20	20	b^3 8	160
				219620	Suma	446560

tabla de 1000 z^2 Cap. 7.º §. 58.

2	a^1 60	120	n. 1000	120000	b^1 2	240000
			n. 1000	1000	b^2 4	4000
				121000	Suma	244000

85. Con la multiplicacion del orn 1.º y 2.º sale el 3.º del 3.º y 4.º sale el 5.º la suma de los divisores de z^3 potestad ma.r es 219620. cabe en el resid. 1.º de su punto 471160. dos veces; escrivo 2. so re la raia, y hay potestades en el orn 6.º multiplicando 5.º y 6.º sale el 7.º las sumas se escriven on sus puntos de z^3 y z^2 y el 2. q.e salió multiplicado 10000. num. de z^1 sale 20000. q.e se escrive en su punto, la suma de los tres se resta del resid. 1.º, y queda. 0. y p.r q.e aun faltava

otro punto, añadese. 0. al 62. será la raiz justa 620. Si quedara algun residuo se formarían otra vez las tablas, continuando la ôperacion con el mismo estilo.

Exemplo 4°.

86. Sea la cantidad 3381657600000. igual â $10Z^4 + 100000Z^3$ En este exemplo la cantidad tiene 4 puntos de Z^4 y otros 4 de Z^3 pero el punto 1°. es inutil, assi pr q 10. num. de Z^4 es mas q su punto 1°. q solo es 3: como pr q 100000. num. de Z^3 es mas q su punto 1°. 3381: pero siendo la proporcion de 100000. â 3381. maior q de 10. â 3. tomaremos 100000. pr partidor del 1°. y 2°. punto de Z^3 (§.83.) aunq no sea Z^3 la potestad maior: y despues la suma de los divisores será el divisor. Estilo q se guarda siempre en casos semejantes.

87. Partiendo pues el 1°. y 2°. punto de Z^3 q son 3381657. pr 100000. sale el quociente 33. supongome menor en la tabla Z^3 §.11. es 27. y â su lado 3 de raiz, escrivo el 3 sobre la raiz, y multiplicando el 27. pr 100000. sale 27000000. q se escrive en el 2°. punto de Z^3 Luego en la tabla Z^4 §.11. junto al 3. de raiz hallo 81: multiplicado pr 10. num. de Z^4 es 810. q se escrive en el 2°. punto de Z^4 la suma de los dos será. 2781000. restada de la cantidad, q le corresponde queda el residuo 1°.

disposicion ô formula.
3.2.0. √. de la cant.

3381657600000.	Cantidad
.810. . .	+ $10Z^4$
2700.000. . .	+ $100000Z^3$
2781000	Suma
600657600000	residuo 1°.
2385760. .	+ $10Z^4$
5768000000. .	+ $100000Z^3$
600657600	Suma
0000	residuo 2°.

88. Añadido. 0. al 3. será 30. valor de a^1. las tablas son.

tabla de 10 Z^4. Cap. 7.º §. 58.

4	a^3 2700	108000	n. 10	1080000	b^1 2	2160000
6	a^2 900	5400	n. 10	54000	b^2 4	216000
4	a^1 30	120	n. 10	1200	b^3 8	9600
			n. 10	10	b^4 16	160
				1135210	Suma	2385760

tabla de 100000 Z^3. Cap. 7.º §. 58.

3	a^2 900	2700	n. 100000	270000000	b^1 2	540000000
3	a^1 30	90	n. 100000	9000000	b^2 4	36000000
			n. 100000	100000	b^3 8	800000
				279100000	Suma	576800000

89. multiplicando los ordenes (§. 58.) sale el 5.º de los divisores. la Suma de Z^3. sirve de divisor (§. 86.) y es 279100000: cabe en el rend. 1.º que corresponde á su punto 600657600, dos vezes: escrivo el 2. sobre la raiz, y su potestades en el orden 6.º de las tablas. la Suma de los restadores de Z^4. es 2385760. y se escrive en su punto; la de Z^3. es 576800000. se escrive en su punto, la Suma de los dos se resta del rendüo 1.º y queda el rend. 2.º 000: y por faltar un punto aun, se añadirá zero á las letras halladas 3.2. y será la raiz justa 320. forme el arithmetico otros exemplos con mas letras de raiz, y verá, como continuando las tablas hallará la raiz verdadera con la misma facilidad, aunque las operaciones serán mas molestas, por ser las multiplicaciones mayores.

Cap. 10.

Composicion de muchas especies con negacion directa.

90. El Signo — es negacion, y las Potestades que le llevan son negadas, y que se niegan, y restan de las otras, que llevan el Signo +. Quando la potestad inferior se niega de la superior, se dize negacion directa, pero si la superior se niega de las inferiores, se dize negacion inversa.

trataremos primero dela directa por ser mas facil. Si se toma 10. p. raiz, sera su C. 100: su C. 1000: quitando 100. de 1000. quedará la cantidad 900. igual á vn cubo — 1. quadrado. Para hallar mu.s egemplos, en q. egercitarse, tomará el arithmetico la raiz, potestades, y multiplicadores, q. le pareciere, y formará vna tabla con el estilo siguiente, y pondrá á los productos los signos q. quisiere de +, ó —.

91.

Potestades dela r.		multiplica.	Productos.	
Raiz 140	$Z.^1$	400	56000	—
19600	$Z.^2$	100	1960000	+
2744000	$Z.^3$	20	54880000	+
384160000	$Z.^4$	10	3841600000	—
53782400000	$Z.^5$	1	53782400000	+

la suma del signo + sera 53839240000

la suma del signo — sera 3841656000

la diferenz.a de + y — es la cantidad. 49997584000

igual á $1Z.^5 + 20Z.^3 + 100Z.^2 - 10Z.^4 - 400Z.^1$

Variando la raiz, y los multiplicadores, tomando mas, ó menos potestades, mudando los signos, y dejando los intermedios, q. le pareciere, hallará el arithmetico infinitos exemplos en q. exercitarse.

Estilo q. se ha de guardar.

92. Escrita la cantid.d y tirada la linea perpendicular, se ponen á mano dra. los caracteres cossicos con su signos, y numeros comenzando p.r los negados del signo —. dejando luego vna linea para la cantidad corregida, se ponen los caracteres afirmados

del signo +. Señalanse luego los puntos conforme el exponente de los caracteres (§.66.) la 1.ª operac.on se comienza del punto 1.º de mano izquierda del caracter maior, aunque no este en el 1.º lugar: las potestades de la raiz, que saliere, se multiplican cada vna por el num.º de su caracter, y los productos se escriuen en sus puntos. Luego se suman los productos del signo — con la cantidad, y sale la cant.ª corregida; y la suma de los productos del signo + se resta desta cant.ª corregida, y queda el resid. 1.º Para la 2.ª operac.on la diferenzia de los diuisores es diuisor, y los restadores se escriuen, suman, y restan como en la 1.ª operacion.

93. Exemplo 1.º

La cantidad del §.91. se hallo igual á $1Z.^5 + 20Z.^3 + 100Z.^2 - 10Z.^4 - 400Z.^1$ En la formula se ven obseruadas las reglas del §.92. al punto 1.º de $Z.^5$ potestad maior le corresponde en la cantidad á mano izquierda 4: en la tabla $Z.^5$ §.11. hallo su proxime menor 1. y á su lado 1. de raiz; escriuo el 1. sobre la raia, y por que todas las potestades de 1. son 1. y por que el 1. multiplicado por qualquier numero no le aumenta, escriuo el mesmo num. de los caracteres en su punto: enfrente de $Z.^4$ 10: enfrente de $Z.^1$ 400: enfrente de $Z.^5$ 1. etc.ª (esto se obserua siempre que la 1.ª letra es 1.) Sumando la cantidad con los productos del signo — sale la cantidad

disposic.^{n} ó formula.

1.4.0. √. de la cantid.

49997584000	Cantidad.
10. .	$-\ 10Z.^4$
400. . .	$-\ 400Z.^1$
50997624000	Cant. Corr.
1. . .	$+\ 1Z.^5$
20. . .	$+\ 20Z.^3$
100. . .	$+\ 100Z.^2$
1002100	Suma +
40976624000	Residuo. 1.º
284160. .	$-\ 10Z.^4$
1600. .	$-\ 400Z.^1$
43818240000	Resid. 1.º Corr.
437824. .	$+\ 1Z.^5$
34880. .	$+\ 20Z.^3$
9600. .	$+\ 100Z.^2$
438182400	Suma +
0000	Residuo 2.º

corregida: sumando los productos del signo + la suma 1002100. Se resta de la cantidad corregida, q le corresponde 5099762. y queda el residuo 1º.

94. Para la 2.ª operacion se añade zero al 1. q salio de raiz, y sera el valor de a^1. 10: sus potestades se hallaran p.r su continua multiplicacion (§. 14.) a^2. 100: a^3. 1000: a^4. 10000: luego se forman las tablas del §. 58. q su orden.

tabla de + 1.z^5 del §. 58.

5	a^4. 10000	50000	n. 1	50000	b^1. 4	200000
10	a^3. 1000	10000	n. 1	10000	b^2. 16	160000
10	a^2. 100	1000	n. 1	1000	b^3. 64	64000
5	a^1. 10	50	n. 1	50	b^4. 256	12800
			n. 1	1	b^5. 1024	1024
				61051	suma	437824

95.

tabla de − 10 z^4. del §. 58.

4	a^3. 1000	4000	n. 10	40000	b^1. 4	160000
6	a^2. 100	600	n. 10	6000	b^2. 16	96000
4	a^1. 10	40	n. 10	400	b^3. 64	25600
			n. 10	10	b^4. 256	2560
				46410	suma	284160

tabla de + 20 z^3. del §. 58.

3	a^2. 100	300	n. 20	6000	b^1. 4	24000
3	a^1. 10	30	n. 20	600	b^2. 16	9600
			n. 20	20	b^3. 64	1280
				6620	suma	34880

tabla de + 100 z^2. del §. 58.

2	a^1. 10	20	n. 100	2000	b^1. 4	8000
			n. 100	100	b^2. 16	1600
				2100	suma	9600

96. Para hallar el divisor verdadero, y no confundir la formula, se escrivira a parte el residuo, y dividido en los puntos, q faltan p.r examinar, se escriven a mano dra de la linea perpendicular los caracteres con sus signos, y numeros, pero se han de poner primero los del signo +, y la suma de + luego los del signo −, y la suma de −: restando la una suma de la otra sera la diferencia el divisor verdadero: como se ve en la sig.te practica.

la Suma de los divisores de Z.^{5} es 61051. se escrive en su punto: la de Z.^{3} es 6620: se escrive en su punto. ett.^{a} la Suma de los 3. sera 61119300. la Suma de Z.^{4} es 46410: el divisor de Z.^{1} spre es el num. q le acompaña, q es en este exemplo 400. escrivese en su punto, y se suman los dos, q tienen el signo —: restando la Suma — de la Suma + sale la diferencia, q es el divisor verdadero; este estilo se debe guardar spre, q ai negacion.

Practica de los divisores

40976624000	residuo 1.º
61051.	+ 1Z.^{5}
6620.	+ 20Z.^{3}
2100.	+ 100Z.^{2}
61119300	Suma +
46410.	— 10Z.^{4}
400.	— 400Z.^{1}
46410400	Suma —
564782600	dif. divisor.

97. este divisor cabe en el residuo 1.º q le corresponde, 7 veces, pero atendiendo a lo q se aumentan los restadores con la multiplicac.^{on} (como se dijo §. 27.) no le podemos dar sino 4, q es valor de b.^{1} escrivese el 4. sobre la raiz de la formula, y sus potestades en las tablas: multiplicando luego el 5.º y 6.º orden, sale el 7.º de los restadores; las sumas se escriven en sus puntos con el orn q en la 1.ª operacion; multiplicando el 4. q salio por 400. num. de Z.^{1} sale 1600. se escrive en su punto. Sumando el residuo 1.º con los restadores del signo — sale el residuo 1.º corregido en la formula; restando la Suma + del residuo 1.º corregido, queda zero por resid. 2.º: y porq aun faltava otro punto, se añadira zero al 1. y 4. de raiz, y sera la raiz justa 140: si quedara algun residuo, se continuaria la 3.ª operacion con el mes.^{e} estilo.

Exemplo 2.º

98. Quando el caracter maior tiene numero, se partirá su punto 1.º por él, y se tomará la raiz del quoziente por 1.ª letra. Como si esta cantidad 664960000. es igual á $20Z^{3}$. + $100Z^{2}$. – $2000Z^{1}$. dispuestos los puntos, como § 66. al punto 1.º de Z^{3}. le corresponde en la cantidad 664, partidos por 20. num. de Z^{3}. es el quociente 33: en la tabla Z^{3}. § 11. hallo su proximo men.r 27, y 3 de raiz; escrivo el 3. sobre la raiz, y multiplicando 27. por 20. sale 540. que se escrive en el punto 1.º de Z^{3}. el quadrado de 3. es 9, multiplicado por 100. es 900. se escrive en el punto 1.º de Z^{2}. y multiplicando 3. por 2000. sale 6000, se escrive en el punto 1.º de Z^{1}. y sumando la cantidad con – sale la cantidad corregida: restando la suma + de la cantidad corregida, queda el resid. 1.º formense luego las tablas.

Disposiz.n ó formula

3.2.0. √. de la cantidad.

664960000.	Cantidad.
6000. . .	– $2000Z^{1}$.
665560000	Cant. corr.
540. . .	+ $20Z^{3}$.
900. . .	+ $100Z^{2}$.
54900	Suma +
11656000 0	residuo 1.º
4000. .	– $2000Z^{1}$.
116600000	resid. 1.º corr.
115360. .	+ $20Z^{3}$.
12400. .	+ $100Z^{2}$.
1166000	Suma +
000000000	resid. 2.º

99. tabla de $20Z^{3}$. del § 58.

3	a^{2}. 900	2700	n. 20	54000	b^{1}. 2	108000
3	a^{1}. 30	90	n. 20	1800	b^{2}. 4	7200
			n. 20	20	b^{3}. 8	160
				55820	Suma	115360

tabla de $100Z^{2}$. del § 58.

2	a^{1}. 30	60	n. 100	6000	b^{1} 2	12000
			n. 100	100	b^{2}. 4	400
				6100	Suma	12400.

100. El divisor con la practica del § 96. se hallará 5639000. Cabe en el residuo 1.º 11660000:

2. veces: en este caso, q. el grado negado es el inferior Z^{1} se puede tomar por divisor, la suma de los divisores del grado superior Z^{3} q. es 55820, y cabe tambien en el residuo, q. le corresponde 116600. 2 veces escrivo el 2. sobre la raiz, y sus potestades en el orden 6.º de las tablas: multiplicando 5.º y 6.º salen los divisores: escritos en sus puntos como en la formula, queda el residuo 2.º 000: y añadido, zero al 3. y 2. por faltar un punto, sera la raiz 320.

101. Exemplo 3.º

formula
2. o. √. de la cantidad.

4799360000	Cantidad.
8000.0. .	$-40000 Z^{1}$
4800160000	Cant. Corr.
. 16. .	$+ 1 Z^{4}$
4800.000. .	$+600000 Z^{3}$
4800160.	Suma.
000	Resid. 1.º

Si el numero de algun caracter afirmado, fuere mayor, q. su punto 1.º se partiran el 1.º y 2.º punto p. el tal numero, y se tomará la raiz del quoziente p. 1.ª letra: como esta cantidad 4799360000. igual á $1Z^{4} + 600000 Z^{3} - 40000 Z^{1}$ tiene 3 puntos de Z^{4} pero porq. 600000. num. de Z^{3} es mas q. su punto 1.º de la cantidad 4799. se tomarán el 1.º y 2.º 4799360. y partidos p. 600000. sale el quoziente 8. En la tabla Z^{3} §. 11. le hallo justo, y á su lado 2. de raiz; escrivire el 2. sobre la raiz, y multiplicado p. 40000. num. de Z^{1} sale 80000. q. se escrive en su punto: En la tabla Z^{4} §. 11. junto al 2. de raiz hallo 16: multiplicado p. 1. sale 16. q. se escrive en su punto: En la tabla Z^{3} §. 11. junto al 2. hallo 8: multiplicado por 600000. sale 4800000: la suma + se resta de la cantidad corregida, y queda zero: y añadido. 0. al 2. p. faltar otro punto, sera 20. la raiz.

102. Exemplo 4.º

Esto mismo se observa aunq. el caracter maior tenga numero, como si la cantidad fuere igual á $10Z^4 + 600000Z^3 - 40000Z^1$ porq. 600000. es maior q. su punto 1.º 4800: de la cantidad, se partirá el 1.º y 2.º punto 4800800. p.r 600000. Sale el quociente 8: su $\sqrt[3]{}$ es 2: multiplicando 8 p.r 600000. num. de Z^3. sale 4800000. q. se escrive en su punto: en la tabla Z^4 §. 11. junto al 2. hallo 16. multiplicado p.r 10. num. de Z^4. sale 160 se escrive en su punto: y el 2. p.r 40000. sale 80000: hechas las sumas, y resta, queda el resid.º zero, y será la raiz, 20.

formula.

2.o. √. de la Cantidad.

4800800000	Cantidad
8000.0. .	$- 40000Z^1$
4801600000	Cant. Corr.
160. .	$+ 10Z^4$
4800.000. .	$+ 600000Z^3$
4801600	Suma +
000	residuo 1.º

103. Exemplo 5.º

Quando los numeros de los caracteres negados sumados con la cantidad igualan, ó exceden al num. del caracter afirmado, no será superfluo el punto 1.º como si esta cantidad 1500 es ig. á $64Z^3 - 625Z^2$ aunq. 64. num. de Z^3. es maior q. 1. punto 1.º: porq. sumando 625 numero del caracter negado Z^2. con la cantidad, sale el punto 1.º de la cant.d corregida 64. igual á 64. num. de Z^3; digo q. el punto 1.º no es superfluo. El 3.º 4.º y 5.º exemplo, solo tienen especial dificultad en la 1.a letra; en la 2.a operaz.n quando queda algun residuo, se

formula

1.o. √. de la cantid.

1500	Cantidad.
625.	$- 625Z^2$
64000	Cant. Corr.
64.	$+ 64Z^3$
00000	residuo.

obra como en el exemplo 1.° y 2.° y en la 3.ª operacion como en la segunda, etc.ª

Cap. 11.

Composicion con negacion directa, q̃ diminucion.

104. Para descanso del lector, hago nuevo Capitulo deste asumpto. quando la Cantidad no admite tantos puntos del caracter maior, quantos son las letras q̃ se han de sacar de raiz, será la Cantidad diminuta, y se ha de suplir añadiendo zeros a la mano izquierda, hasta q̃ pueda admitir los puntos devidos. La diminuzion sẽpre procede de los caracteres negados, q̃ llevan el signo — p.r ser mucho lo q̃ se ha restado de los caracteres afirmados con el signo +. toda la dificultad esta en conocer la diminuzion, para lo qual se observará la siguiente.

105. Regla general.

Partase el numero del caracter negado p.r el num. del caracter maior, y guardese el quociente: la Cantidad pues ha de tener tantos puntos del caracter maior, quantos admite el quociente dividido de tantos en tantas letras, como es la diferencia de los exponentes. Sea esta Cantidad 440. igual á $1z^3 - 219z^2 - 218z^1$ Partiendo 219. num. de z^2. p.r 1. num. de z^3 sale el quociente 219. la diferencia de los exponentes de z^3 y z^2 es 1: dividido 219. en puntos de una en una letra, 2.1.9. tiene tres puntos: digo q̃ 3 puntos de z^3 ha de tener la Cantidad, y se suplirá con zeros. 0.000.440.

Otra vez sea esta Cantidad 440. igual á $20Z^3 - 19Z^2 - 963818Z^1$ partiendo 963818. p.r 20. Sale el quoçiente 48190. la diferenzia de los exponentes de Z^3 y Z^1 es 2: diuidido 48190. de dos en dos letras 4.81.90. (comenzando siempre de la mano dra.) tiene 3 puntos: tantos ha de tener la Cantidad, y se suplira con Zeros de esta suerte. 0.000.440.

106. Es digno de advertenzia, q quando la Cantidad es diminuta, y el quoçiente sobredho. se diuide de una en una letra: el primer punto de mano izquierda es la 1.ª letra de la raiz, q se busca: si se diuide de 2 en 2, la $R.^2$ del punto 1.º es la letra primera: si de 3 en 3, la $R.^3$ etc.ª Como en el exemplo 1.º el quoçiente 219. se diuidio 2.1.9. el punto 1.º es 2: digo q 2. es la letra 1.ª de la raiz: En el exemplo 2.º el quoçiente 48190. se diuidio 4.81.90. el punto 1.º es 4. su $R.^2$ es 2: digo q 2. es la 1.ª letra de la raiz etc.ª En todo lo demas se obra como en el Capit. antecedente.

Exemplo 1.º

107. Esta Cantidad 440 es igual a $1Z^3 - 219Z^2 - 218Z^1$ pidese la raiz: por el § 105. hallamos, q esta Cantidad es diminuta, por q solo puede tener un punto cubico de Z^3 y deuia tener 3, con que se suplira con Zeros: la 1.ª letra p.r el §. 106. es 2: escriuase el 2. sobre la raiz; su Q. es 4: y su C. 8: multiplicado el 4. por 219. num. de Z^2 sale 876, q se escriue en el punto 1.º de Z^2 el 8.

formula.

2.2.0. R. de la Cantidad.

0000440	Cantidad
876. · ·	$- 219Z^2$
436. · ·	$- 218Z^1$
8804040	Cant. corr.
8. · ·	$+ 1Z^3$
804040	resid. 1.º
18396. ·	$- 219Z^2$
436. ·	$- 218Z^1$
2648000	res. 1.º corr.
2648. ·	$+ 1Z^3$
0000000	residuo 2.º

multiplicado por 1. num. de Z^3 sale 8. se escrive en su punto: y el 2 multiplicado por 218. num. de Z^1 sale 436. q se escrive en el punto 1º de Z^1 Sumando la Cantidad con los grados negados del signo — sale la Cantidad corregida 880040: restando el ultimo grado +, queda el residuo 1º como se ve en la formula.

108. Para la 2ª operacion se añade zero, al 2 de raiz, y sera 20. valor de a^1 sus Potestades a^2 400: a^3 8000: las tablas son.

tabla de + 1Z^3 del §. 16.

3	a^2 400	1200	b^1 2	2400
3	a^1 20	60	b^2 4	240
			b^3 8	8
		1260	Suma	2648

tabla de — 219 Z^2 del §. 58.

2	a^1 20	40	n. 219	8760	b^1 2	17520
			n. 219	219	b^2 4	876
				8979	Suma	18396

109. El divisor se hallara con la practica del §. 96. La suma de la tabla Z^3 es 1260, se escrive en su punto debaxo del resid. 1º La suma de la tabla Z^2 es 8979. q se escrive en su punto. el divisor de Z^1 es su numero 218: la suma del signo — es 9008. restada del signo + 126000. queda la diferenzia 35992 q cabe en el residuo 1º q le corresponde 80404. dos vezes: escrivese el 2 sobre la raiz, y en el b de las tablas: hallados los restadores se escriven en la formula debaxo del resid. 1º Multiplicando el 2 por 218. num. de Z^1 sale 436. es el restador de Z^1 Sumando el residuo 1º con los restadores de — sale el residuo 1º corregido. Restando el restador de

Practica de los divisores.

804040	resid. 1º
1260. .	+ Z^3
8979. .	— Z^2
218. .	— Z^1
9008	Suma —
35992	difer.

+ queda el residuo 2º. 000. y q. faltar un punto será la raiz justa 220.

110. Exemplo 2º.

Sea esta Cantidad 786968 igual á $1Z^4 + 10Z^3 - 2Z^2 - 34420000Z^1$ Pídese la raiz. La diferencia de los exponentes de Z^4 y Z^1 es 3. divídase 34420000. de 3. en 3. letras 34.420.000. por q. tiene 3 puntos, ha de tener otros tres la Cantidad. §.105: el punto 1º. es 34 su r.^{3} es 3. q. en la tabla Z^3 §.11. hallo su proxime menor 27, y á su lado 3 de raiz: Esta es la letra 1ª. de la raiz q. se busca, §.106: escríbese el 3. sobre la raya, y multiplicado p. 3442-0000. se escribe en el punto 1º. de Z^1 el Q. de 3. es 9: el C. 27: el QQ. 81: el 9. multiplicado p. 2. es 18. se escribe en el punto de Z^2 el 27. multiplicado p. 10. es 270: se escribe en el punto de Z^3 el 81. multiplicado p. 1. es 81: se escribe en el punto de Z^4 la suma de la Cantidad, y grados del signo — es la Cantidad Corregida.

111. Disposizⁿ. ó formula.

3.2.2. r. de la cantidad.

000786968	Cantidad
18. . .	$- 2Z^2$
10326000. . .	$- 34420000Z^1$
10326966968	Cant. Corr.
81. . .	$+ 1Z^4$
270. . .	$+ 10Z^3$
8370	Suma +
195696.6968	residuo 1º.
248. .	$- 2Z^2$
68840000. .	$- 34420000Z^1$
2645391768	resid. 1º. corr.
238576. .	$+ 1Z^4$
57680. .	$+ 10Z^3$
2443440	Suma +
201951768	residuo 2º.
2568.	$- 2Z^2$
68840000.	$- 34420000Z^1$
270794336	resid. 2º. corr.
264611856.	$+ 1Z^4$
6182480.	$+ 10Z^3$
270794336	Suma +
000	residuo 3º.

112. La Suma + se resta de la Cantidad Corregida, y queda el residuo 1º. co-

mo se ve en la formula: añadido Zero al 3. sera a^1 30. Las tablas.

tabla de + 1z^4 del §. 16.

4	a^3 27000	108000	b^1 2	216000
6	a^2 900	5400	b^2 4	21600
4	a^1 30	120	b^3 8	960
			b^4 16	16
		113520	Suma	238596

tabla de + 10z^3 del §. 58.

3	a^2 900	2700	n 10	27000	b^1 2	54000
3	a^1 30	90	n 10	900	b^2 4	3600
			n 10	10	b^3 8	80
				27910	Suma	57680

tabla de − 2z^2 del §. 58.

2	a^1 30	60	n. 2	120	b^1 2	240
			n. 2	2	b^2 4	8
				122	Suma	248

113. El divisor de z^1 siempre es summum: la diferenzia de las sumas + y − es el divisor verdadero, cabe en el residuo 1º q le corresponde, 2 veces: escrivese el 2 sobre la raiz, y es b. Concluyense las tablas: multiplicando 2 q 34420000. es restador de z^1 sumando en la formula los restadores del − con el residuo 1º sale el residuo 1º corregido: restando la suma + del residuo 1º corregido, queda el residuo 2º.

Practica de los divisiones.

1956966968	residuo 1º
113520.	+ z^4
27910.	+ z^3
1163110	Suma +
122	− z^2
34420000	− z^1
34421220	Suma −
81889780	difer.

114. Para la 3.ª operac.on añadido zero al 3. y 2. de raiz, sera a^1 320. las tablas son.

tabla de $+1z^4$ del §. 16.

4	a^1 32768000	131072000	b^1 2	262144000
6	a^2 102400	614400	b^2 4	2457600
4	a^3 320	1280	b^3 8	10240
			b^4 16	16
		131687680	Suma	264611856

tabla de $+10z^3$ del §. 58.

3	a^2 102400	307200	n 10	3072000	b^1 2	6144000
3	a^1 320	960	n 10	9600	b^2 4	38400
			n 10	10	b^3 8	80
				3081610	Suma	6182480

tabla de $-2z^2$ del §. 58.

2	a^1 320	640	n.2	1280	b^1 2	2560
			n.2	2	b^2 4	8
				1282	Suma	2568.

115. El divisor de z^1. es su numero (§. 96.) la diferenzia de las sumas + y − cabe en el residuo 2.º 2 vezes: escrivese el 2 sobre la raya, y multiplicado p.r 34420000. se escrive el producto en la formula en su punto z^1. Concluyense las tablas: y los restadores se escriven en sus puntos de la formula. Sumando el residuo 2.º con los grados del signo − sale el resid. 2.º corregido. Restando la suma + del resid. 2.º corr. queda zero. y es la raiz 322.

Practica de los divisores.

201951768	Residuo. 2.º
131687680.	$+z^4$.
3081610.	$+z^3$.
134769290	Suma +
1282.	$-z^2$.
34420000.	$-z^1$.
34421282	Suma −
100348008	difer.

116. Exemplo 3.º

La Cantidad 440. es igual á $20Z^3.—4399Z^2.—218Z^1.$ Partiendo 4399 por 20. sale el quot.te 219: la difer.a de los Exponentes $Z^3.$ y $Z^2.$ es 1. diuidido el quot.te 219. de 1. en 1. será 2.1.9. tiene 3 puntos, y 3. ha de tener la cantid.d §.105: el punto 1.º de 2.1.9. es 2, y asi será 2 la letra 1.a de la raiz (§.106.) escriuese el 2 sobre la raiz, y multiplicado por 218, se escriue el producto enfrente de Z^1: el Q. de 2. es 4: multiplicado por 4399, se escriue enfrente de Z^2: el C. es 8: multiplicado por 20 se escriue enfrente de Z^3: queda el residuo 1.º formanse las tablas para la 2.a operaz.on, y sale la raiz 220.

formula
2.2.0. √. de la Cantidad.

0 0 0 0 0 0 4 4 0	Cant.
1 7 5 9 6. . .	$—4399Z^2.$
. 4 3 6. . .	$—218Z^1.$
1 7 6 0 0 4 0 4 0	Cant. Corr.
1 6 0. . .	$+20Z^3.$
1 6 0 0 4 0 4 0	Resid. 1.º
3 6 9 5 1 6. .	$—4399Z^2.$
4 3 6. .	$—218Z^1.$
5 2 9 6 0 0 0 0	Resid. Corr.
5 2 9 6 0. .	$+20Z^3.$
0 0 0 0 0 0 0 0	Resid. 2.º

117. Exemplo 4.º

La mesma Cantid.d 440. es igual á $20Z^3—19Z^2—963818Z^1.$ tres puntos ha de tener la cantid.d (§.105.) y la letra 1.a de la raiz es 2. (§.106.) Su Q.º 4: Su C. 8: multiplicados por sus num.os se escriuen los productos en sus puntos, y hecha la suma, y resta, queda el residuo 1.º Para la 2.a operaz.on se forman las tablas, sale la 2.a letra 2: el resid. 2.º zero: y toda la raiz 220. en estos exemplos se comprehenden todas las dificultades de la negaz.on directa, con diminucion.

formula
2.2.0. √. de la Cantidad

0 0 0 0 0 0 4 4 0	Cantid.
7 6. . .	$—19Z^2.$
1 9 2 7 7 6 3 6. . .	$—963818Z^1.$
1 9 3 5 2 4 0 4 0	Cant. Corr.
1 6 0. . .	$+20Z^3.$
3 3 5 2 4 0 4 0	Resid. 1.º
1 5 9 6. .	$—19Z^2.$
1 9 2 7 7 6 3 6. .	$—963818Z^1.$
5 2 9 6 0 0 0 0	Resid. Corr.
5 2 9 6 0. .	$+20Z^3.$
0 0 0 0 0 0 0 0	Resid. 2.º

Cap. 12.

Negazion inversa del quadrado y Cubo.

118. La extraccion de las raizes con negaz.on inversa es la mas dificil, porq. quando el caracter maior lleva el signo – tiene la cantidad dos raizes, una maior, y otra menor, con q es la question ambigua, dudosa, ó equivoca. Las dos raizes, ó son racionales, ó irracionales, ó la una racional, y la otra irracional: la cantidad ordinariam.te es diminuta para la raiz maior, y entera para la menor, aunq algunas vezes admite los puntos competentes para una, y otra.

119. El artificio es el mes.mo del Cap. 10.º y 11.º solo, q algunas vezes la suma + sale maior q la cantidad, ó residuo de q.n se avia de restar, y al contrario en la practica de los partidores; pero la regla general es, q siempre el menor, se resta del maior, aora tenga el signo + ó –. la maior dificultad está, en hallar la 1.ª letra de la raiz maior, ó menor: en los exemplos se yrán dando las reglas particulares, q sirven para semejantes casos.

120. Exemplo 1.º del quadrado negado, ó $-Z^2$.

Esta cantidad 2244. es igual a $100Z^1-1Z^2$ pidese la raiz: en estas igualaciones, el numero de Z^1 es igual á la suma de la raiz maior, y menor: y la cantidad es el producto de las dos raizes: con q sabida la una, no se puede ignorar la otra; y las dos son, ó racionales, ó irracionales; la maior ha de ser mas q la mit.d del num. de Z^1, y la menor menos: las dos raizes pueden hallarse por esta regla General. si el quadruplo de la cant.d se resta del quadrado del num. Z^1, la √. del residuo será la diferenz.a de las dos raizes: el C.o de 100. es 10000: el quadruplo de 2244. es 8976: restado de 10000, queda 1024: su √. q es la pit. 3.o es 32. diferenzia de las dos raizes: luego sumando 32 con 100, será la suma 132. el duplo de la raiz maior; su mitad es 66. la raiz maior: y 66 — 32. será 34. la raiz menor. ó 100 — 66 es 34, raiz menor.

121. Quando Z^2 tiene num.o antes: como si la cantidad 1564 es igual á $250Z^1 - 6Z^2$. se multiplicará la cantidad p.r 6. num. de Z^2, y sale esta nueva cant.d 9384 igual á $250Z^1 - 1Z^2$: las dos raizes de esta nueva cant.d se hallarán como §.120: la maior 204: y la men.r 46: partidas p.r el 6. p.r q.n se multiplicó la cant.d 1.a sale 34 la maior, y $7\frac{4}{6}$ la menor. La prueva es facil: multiplicando 34 p.r 250, sale 8500: el C. de 34 es 1156, multiplicado por 6, sale 6936; restado de 8500, queda 1564. q es la cantidad: de la mes.a suerte se prueva la raiz menor.

122. Exemplo 2.o del Cubo negado $-Z^3$.

El Cubo negado se puede componer con el C.o ó con la raiz, ó con los dos juntos: sea pues esta cantidad 24300. igual á $57Z^2 - 1Z^3$: la raiz maior es mas, y la menor menos q. $\frac{2}{3}$ del num.º de Z^{2} q. en este caso es 57; y sus $\frac{2}{3}$ son 38: Pues sabemos q. la raiz ma.r es mas q. 38, tomaremos p.r la 1.a letra 4: y se escrive sobre la raya; su cubo 64. enfrente de Z^{3} su c.º 16. multiplicado p.r 57. sale 912. se escrive enfrente de Z^{2} sumando la cant.d con − Z^{3} sale la cantidad corregida; restando la cant.d corregida de la linea Z^{2} q. es 912. (como se advirtió en el §. 119.) queda el residuo 1.º 2900. Para la 2.a operacion se añade zero al 4 de raiz, y sera 40. el valor de a^{1}. y se forman las tablas.

formula de la √. ma.
4.5. √. de la Cantid.

24300	Cant.
64. .	− $1Z^{3}$
88300	Cant. corr.
912. .	+ $57Z^{2}$
2900	resid. 1.º
27125.	− $1Z^{3}$
24225.	+ $57Z^{2}$
2900	difer. + −
0000	resid. 2.º

123. tabla de − Z^{3} del §.16. tabla de + 57 Z^{2} del §. 58.

3	a^{2}: 1600	4800	b^{1} 5	24000
3	a^{1}. 40	120	b^{2} 25	3000
			b^{3} 125	125
		4920	Suma	27125

2	a^{1}. 40	80	n. 57	4560	b^{1} 5	22800
			n. 57	57	b^{2} 25	1425
				4617	Suma	24225

124. La diferencia de los divisores 4920, y 4617, es 303: y es el divisor: podra caber en el residuo 1.º 9 veces, pero no le podemos dar mas de 5: escrivo el 5. sobre la raya, y sus potestades en las tablas; las sumas de los restadores se escriven en sus puntos en la formula; y aunq. el de − es maior, se toma la diferencia que es 2900: quitada esta del residuo 1.º queda zero. y la raiz justa es 45.

125. la raiz menor se hallará con el mes.º artificio. Pues 38 está entre medio de las dos raizes, y la maior es 45. tomaremos 3. p.r letra

formula de la √. men.
3.0. √. de la Cantid.

24300	Cant.
27. .	− $1Z^{3}$
51300	Cant. corr.
513. .	+ $57Z^{2}$
000	resid. 1.º

1.ª 3. se escrive sobre la raya; su Cubo 27 enfrente de Z^3: su quadrado 9. multiplicado p.r 57. da 513, q. se escrive enfrente de Z^2. Sumando la Cantidad con 27. sale la cantid. corregida; restando de ella los 513. de + queda el resi.° 1.° zero. Y p.r faltar otro punto, será 30. la raiz justa.

126. Conocida una de las raizes, se hallará la otra con este artificio. La diferencia de 30 raiz menor, y 57 num. de Z^2 es 27: multiplicada p.r 30 sale 810. Cant. igual á $1Z^2 - 27Z^1$ su raiz por el Cap. 10. se hallará 45. y es la may.ª q. buscamos. Otra vez la difer.ª de 45. raiz maior, y 57 num. de Z^2 es 12: multiplicada p.r 45. sale 540. Cant. igual á $1Z^2 - 12Z^1$ su raiz p.r el Cap. 10. se hallará 30. y es la menor.

127. Exemplo 3.° del Cubo negado $-Z^3$.

La Cantidad 774400. es igual á $444Z^2 - 1Z^3$: los $\frac{2}{3}$ de 444 son 296: y pues la raiz maior ha de ser mas q. 296. (§.120.) tendrá p.r lo menos 3 letras, con q. viene á ser la cantidad diminuta, y se suplirá con zeros. La diferenz.ª de los exponentes Z^3 Z^2 es 1. dividido 444. con puntos de letra en letra 4.4.4. tiene 3 puntos, y tantas letras ha de tener la raiz q. se busca (§.105.) y la 1.ª letra será 4. (§.106.) q. se escrive sobre la raya; su C. 64. enfrente de Z^3 sumando con la Cantidad, sale la Cantidad corregida: su q.° 16. multiplicado p.r 444. sale 7104. enfren

Formula

4.4.0. √. de la Cantid.

0 0 7 7 4 4 0 0	Cant.
6 4 . . .	$-1Z^3$
6 4 7 7 4 4 0 0	Cant. Corr.
7 1 0 4 . . .	$+444Z^2$
6 2 6 5 6 0 0	Verid. 1.ª
2 1 1 8 4 . .	$-1Z^3$
1 4 9 1 8 4 . .	$+444Z^2$
6 2 6 5 6 0 0	Difer. + −
0 0 0	Verid. 2.ª

de Z^2. q. p. ser maior, q. la Cant.^{d} corregida se restará al contrario, y queda el resid. 1.°

128. Añadido zero al 4. será 40 el valor de a^1. su Q.° 1600. es a^2. formanse las tablas.

tabla de $-1Z^3$ §. 16.

3	a^2 1600	4800	b^1 4	19200
3	a^1 40	120	b^2 16	1920
			b^3 64	64
		4920	Suma	21184

tabla de $+444 Z^2$. del §. 58.

2	a^1 40	80	n. 444	35520	b^1 4	142080
			n. 444	444	b^2 16	7104
				35964	Suma	149184

Practica de los divisores.

6265600.	resid. 1.°
4920. .	$-Z^3$
35964. .	$+Z^2$
13236	diferencia

129. La diferencia de los divisores cabe en el residuo 1.° 4 veces, escrivese sobre la raya, y sus potestades en las tablas: Las sumas de los restadores de + y − se escriven en la formula en sus puntos; la difer.ª es 62656. restase del resid. 1.° queda el resid. 2.° 000: q. por faltar otro punto se añade 0. al 44 de raiz, y será 440. la raiz maior.

formula.

4. 4. √. de la cantid.

774400	Cantidad
64. .	$-1Z^3$
838400	Cant. Corr.
7104. .	$+444Z^2$
128000	resid. 1.°
21184.	$-1Z^3$
149184.	$+444Z^2$
128000	diferencia
0000	resid. 2.°

130. Quando la Cantidad fue diminuta p.ª la √. maior, siempre la √. menor tiene una letra menos; Dividida pues con 2 puntos de Z^3, y 2. de Z^2: al punto 1.° de Z^2. le corresponde 7744. partido p.r 444. num. de Z^2. sale el quociente 17, su $√^2$. es 4: presenta la tabla Z^2. §. 11. se halla el proxime menor 16, y 4 de raiz: escrivese el 4 sobre la raya; su Cubo 64: su Q.° 16. multiplicado p.r 444. sale 7104: escrivese en la formula, restase de la Canti

dad corregida, y queda el residuo 1º.

131. Las tablas son las mes.as, la diferenzia de los divisores, escritos igualmente por ser el ultimo punto, es 31044, cabe en el resid. 2º 4 veces, escrivese sobre la raya; salen los mes.os restadores; escritos en el ultimo punto, se resta 21184 de 149184. la diferenzia es 128000, quitada del resid. 1º queda 0. y es perfecta la √. menor 44. Conocida la una raiz, se hallará la otra (§.126.) la difer.a de 440. √ maior, y 444 num. de Z^2. es 4. multiplicada por 440, es 1760 Cant.d igual á $1Z^2 - 4Z^1$. Su raiz por el Cap. 10. se hallará 44. y es la menor. Otra vez: la difer.a de 44, y 444. es 400: multiplicada por 44 es 17600 Cant.d igual á $1Z^2 - 400Z^1$. Su raiz por el Cap. 10. es 440. es la maior.

132. Exemplo 4º de $+Z^1 - Z^3$.

La cantidad 4199040. es igual á $117936Z^1 - 1Z^3$. pidese la raiz maior. la diferenzia de los exponentes de Z^3, y Z^1 es 2: dividido 117936. num. de Z^1 de 2 en 2 letras (§.105.) tendria 3 puntos: 11.79.36. tantas letras ha de tener la raiz maior: la √.² del punto 1º 11 es 3. y será la letra 1ª (§.106.) escrivese sobre la raya; su cubo 27. en el punto 1º de Z^3. multiplicado el 3. por 117936. sale 353808, que se escrive en su punto de Z^1.

formula de la √. maior
3.2.4. √. de la cantidad.

004199040	Cantidad
27. . .	$-\ 1Z^3$.
31199040	Cant. Corr.
353808. . .	$+117936Z^1$.
4181760	resid. 1º
5768. .	$-\ 1Z^3$.
2358772. .	$+117936Z^1$.
340928	difer.
772480	resid. 2º
1244224.	$-\ 1Z^3$.
471744.	$+117936Z^1$.
772480	diferen.
000000	residuo 3º

Sumando el D. con la Cant.d, sale la Cant.d corregida, y q.e ser menor se resta del producto 353808. y queda el residuo 1.°

133. el Valor de a^1 es 30: y a^2 900. tabla de Z^3 §.16. Practica de los divisores.

el divisor de Z^1 es su numero (§.96.) la diferencia de los divisores cabe en el resid. 1.° q.e le corresponde 2 veces: escribese sobre la raiz, y se concluye la tabla: multiplicado el 2 p.r 117936 sale 235872, q.e en la formula se escribe en su punto: el restador de Z^3 5768 se escribe en su punto: la diferenzia 340928, se quita del resid. 1.° y queda el residuo 2.°

3	900	2700	2	5400
3	30	90	4	360
			8	8
		2790	Su.	5768

4181760	resid. 1.°	
2790.	—	Z^3
117936.	+	Z^1
161064	difer.	

134. Otra vez a^1 es 320: y a^2 102400. tabla de Z^3 §.16. Pract. de los divisor.

La diferenzia de los divisores cabe en el residuo 2.° 4 veces, escribese sobre la raya: con sus potestades se escribe en la tabla con 4.°: multiplicado p.r 117936. sera 471744 restador de Z^1. La diferencia de los restadores en la formula es 772480, quitada del residuo 2.° queda zero: y la raiz maior es 324.

3	102400	307200	4	1228800
3	320	960	16	15360
			64	64
		308160	Su.	1244224

772480	resid. 2.°	
308160	+	Z^3
117936	—	Z^1
190224	difer.	

135. la Cantidad ha de tener tantos puntos de Z^3, q.e el punto 1.° de Z^1 sea mas q.e su

numero 117936: con q̃ no puede admitir mas de 2 puntos: al punto 1.º de Z^1. le corresponde 419904. partido por 117936 Z^1. Sale el quociente 3, q̃ es la letra 1.ª de la Raiz menor. Escriuese el 3. Sobre la raia: multiplicado por 117936 Sale 353808. q̃ Se escriue en el punto 1.º de Z^1. el Cubo de 3. es 27. Se escriue en Su punto 1.º de Z^3: Sumado con la Cantidad Sale la Cantid. Corregida: restando 353808. queda el resid. 1.º

formula de la R. men.r

3.6. R. de la cantidad.

4199040	Cantidad.
27. .	— 1Z^3.
4226040	Cant. Correg.
353808. .	+ 117936 Z^1
687960	residuo 1.º
19656.	— 1Z^3.
707616.	+ 117936 Z^1.
687960	difer.
000000	residuo 2.º

136. Añadido Zero al 3. Sera 30 a^1: y 900 a^2: el diuisor de Z^1. es Su numero: la diferenzia de los diuisores cabe en el resid. 1.º 6 Vezes, escriuese Sobre la raya, y Sus Potestades en el orn 4.º de la tabla.

multiplicando 117936 p. 6, Sale 707616, escriuese en el punto Vltimo de Z^1. en la formula: el restador de Z^3. es 19656: la diferencia de — y + es 687960, quitada del resid. 1.º queda Zero, y la raiz menor es 36. de esta suerte Se obra con breuedad, y facilidad, quando el arithmetico esta exercitado en las tablas.

tabla de Z^3. p. 16.

3	900	2700	6	16200
3	30	90	36	3240
			216	216
		2790	Su.	19656

Pract. de los divis.

687960	res. 1.º
2790	— Z^3.
117936	+ Z^1.
115146	difer.

137. Conocida la vna raiz, se hallara la otra con este artificio. la R. maior 324: Su q.º es 104976. restado de 117936. num. de Z^1. queda 12960. Cant. igual a 1Z^2 + 324Z^1.

96 69

Su raiz q. el Cap. 10. se hallara 36: y esta menor. Otra Vez: la raiz menor 36. su q.° 1296. restado de 117936. queda 116640. Cant.d igual á $1Z^2 + 36Z^1$. su raiz q. el Cap. 10. es 324. y esta mayor. Advertencia. Si se toma el $\frac{1}{3}$ del num. de Z^1. 117936. sera 39312: la V.² del 1.° es 343, y del 2.° 198. la raiz m.e de la Cant.d esta entre los dos: y si la raiz del 2.° 198. se quita de la raiz m.r de la Cant.d 324, y la diferencia 126 se resta del mer. 198, quedará 72, mayor q. la raiz menor de la Cantidad.

138. Exemplo 5.° $+Z^2 - Z^3 - Z^1$.

Sea esta Cant.d 88000. igual á $500\,Z^2 - 1Z^3 - 26200\,Z^1$: quando con la potestad superior negada, ai otro grado inferior negado, restense los exponentes, y se guardara la regla del §. 105. La diferencia de los exponentes Z^3. y Z^1. es 2: dividido 26200. de dos en dos letras. 2.62.00. admite 3 puntos, y assi tendra la raiz mayor 3 letras, y como la raiz es fuerza q. sea menor q. el num. de Z^2. q. es la potestad afirmada de q.n solo procede la Cantidad, sera la raiz menor q. 500: y assi podemos tomar 4. q. 1.a letra.

formula de la V. mayor

4.4.0. V. de la Cantidad

139.

El cubo de 4. es 64: escrivese en el punto 1.° de Z^3. multiplicado el 4. q. 26200. num. de Z^1. sale 104800. escrivese en el punto 1.° de Z^1. La suma de los tres, es la Cantidad corregida: el q.° de 4. es 16: multiplicado q. 500. es

0 0 0 8 8 0 0 0	Cantidad
6 4 . . .	$-\ 1Z^3$
1 0 4 8 0 0 . . .	$-\ 26200Z^1$
7 4 5 6 8 0 0 0	Cant. Corr.
8 0 0 0 . . .	$+\ 500Z^2$
5 4 3 2 0 0 0	residuo 1.°

8000: escrivese en el punto de Z^2: deste se resta la cantidad corregida por ser menor, y queda el residuo 1º.

140. tabla de Z^3 p. 16.

3	1600	4800	4	19200
3	40	120	16	1920
			64	64
		4920	su.	21184

tabla de Z^2 p. 58.

2	40	80	500	40000	4	160000
			500	500	16	8000
				40500	su.	168000

Pract. de los divi.

543200	res. 1º
4920. .	$- Z^3$
26200. .	$- Z^1$
518200	Suma −
40500. .	$+ Z^2$
113200	difer.

5432000	resid.º 1º
21184. .	$- 1Z^3$
104800. .	$-26200Z^1$
2223200	Suma −
168000. .	$+ 500Z^2$
543200	difer.
0000000	resid. 2º

El divisor de Z^1 es su numero.

la diferencia de los divisores cabe en el res.º 1º 4 veces; continuanse las tablas para hallar los restadores: multiplicado el 4. por 26200 es restador de Z^1. Escritos todos en sus puntos, la difer.ª de +, y −. restada del residuo 1º queda zero; y por faltar otro punto se añadira zero al 44, y sera la raiz 440.

141. Exemplo 6.º $+Z^2+Z^1-Z^3$

Esta cantidad 436625 es igual á $380Z^2+400Z^1-1Z^3$. Pidese la raiz menor. La cantidad solo admite dos puntos de Z^3: y por consiguiente dos de Z^2. Al punto 1º de Z^2 le corresponde en la cantidad 4366. partidos por 380. num.º de Z^2 sale 11: su r.² es 3, y sera la letra prim.ª de la raiz: es

formula de la r. menor.

3. 5. r. de la cant.

436625	Cant.
27. .	$- 1Z^3$
463625	Cant. corr.
3420. .	$+ 380Z^2$
1200. .	$+ 400Z^1$
35400	Suma +
109625	resid. 1º
15875.	$- 1Z^3$
123500.	$+ 380Z^2$

sigue

criuese sobre la raya: y multiplicado p. 400. es 1200: escriuese enfrente de Z^1. el Q.° de 3. es 9: multiplicado p. 380. es 3420, enfrente de Z^2. el Cubo de 3. es 27. enfrente de Z^3: quitando la Suma + de la Cantidad corregida, queda el residuo 1.°: Con las tablas se hallará la 2.ª letra 5. y toda la raiz 35.

123500.	$+380Z^2$.
2000.	$+400Z^1$.
125500	Suma +
109625	difer. + −
000	resid. 2.°

formula.

3. s. √. de la Cant.

260575	Cantid.
27. .	$-\ 1Z^3$.
342. .	$-\ 38Z^2$.
321775	Cant. corr.
30000. .	$+10000Z^1$.
21775	resid. 1.°

142. Exemplo 2.° $+Z^1 - Z^2 - Z^3$.

Si fuere la Cantidad 260575 igual a $10000Z^1 - 1Z^3 - 38Z^2$: será la raiz menor q. la $√.^2$ del numero de Z^1. q. agora es 10000. su $√.^2$ es 100: Y si la cantidad se divide p. 10000. num.° de Z^1. será el quociente 26, y la raiz de la Cant.d estará entre el quociente 26, y 100, raiz de 10000: la 1.ª letra pues se puede tomar 3: y continuando la operacion, saldrá la 2.ª 5. y toda la raiz 35.

Cap. 13

Negacion inversa de las otras potestades.

143. Exemplo 1.° de $Z^3 - 1Z^4$.

La cantidad 120005064. es igual á $195Z^3 - 1Z^4$. En estas igualaciones, los $\frac{3}{4}$ del num.° Z^3 son mas q. la raiz menor, y menos q. la maior: los $\frac{3}{4}$ de 195. son 146:

este num.o esta en medio de las dos raizes: la diferencia de los exponentes Z^4. y Z^3. es 1: dividido 195 de letra en letra 1.9.5. tiene tres puntos; y 3 letras ha de tener la raiz maior §. 105: con q. la 1.a sera 1. (§.106.) tambien p.r q. la cantidad procede del grado afirmado, es fuerza q. la raiz maior sea menos, q. sum.m 195: y au.do de ser may q. 146: necesariam.te ha de ser la 1.a letra 1.

144. Dividida la cant.d en sus puntos de Z^4. pues la letra 1.a es 1. escriviase sobre la raiz: su Q.o es 1. escriviase en su punto de Z^4. su C. es 1: multiplicado p.r 195. es 195. escrivese enfrente de Z^3. restase de la cant.d corregida, y queda el resid. 1.o como se ve en la formula. añadido zero al 1. sera 10. valor de a.1 las tablas son.

145. tabla de $-Z^4$. §. 16.

4	a^3 1000	4000	b^1 7	28000
6	a^2 100	600	b^2 49	29400
4	a^1 10	40	b^3 343	13720
			b^4 2401	2401
		4640	Suma	73521

formula de la V. maior

1.7.1. V. de la cantidad.

120005064	Cantid.
1. . .	$-\ 1Z^4$.
220005064	Cant. Corr.
195. . .	$+\ 195Z^3$.
25005064	resid. 1.o
73521. .	$-\ 1Z^4$.
763035. .	$+\ 195Z^3$.
27825	difer.
2819936	resid. 2.o
19826081.	$-\ 1Z^4$.
17006145.	$+\ 195Z^3$.
2819936	difer.
000	resid. 3.o

tabla de $+195Z^3$.
§. 58.

3	a^2 100	300	195	58500	b^1 7	409500
3	a^1 10	30	195	5850	b^2 49	286650
			195	195	b^3 343	66885
				64545	Suma.	763035

146. La diferenzia de los divisores es 18145. Como se ve en la practica: solo cabe en el rendido 1.º una vez, pero es fuerza q̃ se haia de tomar otra letra maior: para determinar esta letra, y vencer esta dificultad q̃ ocurre muchas veces; se atenderá á lo q̃ se advirtio §. 143: porq̃ si la 1.ª maior esta entre 146, y 195. ha de ser la 2.ª letra may. q̃ 4. y menor q̃ 9: tomarase pues 7. y sera b. escribirase sobre la raiz, y concluidas las tablas, el restador de $-Z^4$ es 73521: el de $+Z^3$ es 763035. escritos en sus puntos en la formula, sera la diferenzia 27825. quitando de ella el rend. 1.º queda el rend. 2.º Añadido cero al 17. de raiz, sera 170. valor de a'.

Pract. de los divisores

25005064	rend. 1.º
4640. .	$-\ Z^4$
64545. .	$+\ Z^3$
18145	difer.

147. tabla de $-Z^4$ §. 16.

4	4913000	19652000	1	19652000
6	28900	173400	1	173400
4	170	680	1	680
			1	1
		19826080	su.	19826081

tabla de $+195Z^3$ §. 58.

3	28900	86700	195	16906500	1	16906500
3	170	510	195	99450	1	99450
			195	195	1	195
				17006145	su.	17006145

148. la diferenzia de los divisores cabe en el rendido 2.º una vez: escribese 1. sobre la raiz, y concluidas las tablas, la diferenzia de los restadores de + y − es 2819936: restada del rend. 2.º ó al contrario, queda 0. y la raiz m.te es 171.

Practica de los divisores.

2819936	rend. 2.º
19826081	$-\ Z^4$
17006145	$+,\ Z^3$
2819936	difer.

Formula de la √. menor.

1. 1. 4. √. de la Cantidad.

120005064	Cantidad
1. . .	— 1 Z^4
220005064	Cant. Corr.
195. . .	+, 195 Z^3
25005064	resid. 1.º
4641. .	— 1 Z^4
64545. .	+, 195 Z^3
18135	diferenzia.
6870064	resid. 2.º
22486016.	— 1 Z^4
29356080.	+, 195 Z^3
6870064	diferencia
. 000	Residuo 3.º

149. Pues la Cantidad siempre es entera para la raiz menor, no puede tener esta menos letras que puntos la Cantidad, con que en este caso ha de tener 3 letras. Siendo pues la letra 1.ª de la raiz maior 1. cierto es que la 1.ª letra de la raiz menor, no puede ser mas que 1: y aun la 1.ª operacion es la mes.ª del §. 144: y queda el mes.º resid.º como se ve.

150.

tabla de — Z^4. §. 16. tabla de + 195 Z^3. §. 58.

4	1000	4000
6	100	600
4	10	40
		4640

3	100	300	195	58500
3	10	30	195	5850
			195	195
				64545

La suma de las tablas es como §. 145. Y la diferenzia de los divisores como §. 146: cabe en el resid.º 1.º una vez: sera 1. la 2.ª letra de la raiz, escrivese sobre la raya; los mes.os divisores son restadores (§. 34.) y no se acavan las tablas: la difer.ª de los restadores es 18135: quitase de el res.º 1.º y queda el res.º 2.º Añadido. 0. al 11 de √. sera 110. &c.

151. tabla de — Z^4. §. 16.

4	1331000	5324000	4	21296000
6	12100	72600	16	1161600
4	110	440	64	28160
			256	256
		5397040	Su.	22486016

tabla de + 195 Z^3. §. 58.

3	12100	36300	195	7078500	4	28314000
3	110	330	195	64350	16	1029600
			195	195	64	12480.
				7143045	Su.	29356080

2.os del medidor =

la diferencia de los ~~divisores~~ 7143045. y 5397040. es 1746005, Cabe en el residuo 2.° 4 veces: escrívese el 4. sobre la raíz; Concluídas las tablas, la diferencia de los restadores es 6870061, quitada del resid. 2.° queda Zero, y la raíz menor es 114.

Nota.
la regla de es-
te §. es falsa
p.q la raíz de
la 1.a igualac.n
no es (como di-
ce el autor)
171. sino 54.
y la de la 2.a
igualac.n no
es 114. sino
36.

152. Conocida la una raíz se hallará la otra con este artificio: la V. menor 114. réstese de 195 num. de Z^3. queda 81: su C.° es 6561. multiplicado por la V. 114. sale 747954. Cant.d igual á $1Z^3+81Z^2+6561Z^1$. y por el cap. 9. se hallará su V. 171. y es la maior. Otra vez: la V. maior es 171. restada de 195 quedan 24: su C.° es 576: multiplicado por la V. 171. sales 98496 Cant.d igual a $1Z^3+24Z^2+576Z^1$. su V. por el Cap. 9.° se hallará 114. y es la menor.

153. Exemplo 2.° de $+Z^2-Z^4$.

formula de la V. maior

1.0.0. V. de la Cantid.

0 5625 0 0 0 0	Cantid.
1. . .	$-\ 1Z^4$
15625 0 0 0 0	Cant. Corr.
15625. . .	$+15625Z^2$
00000	Resid. 1.°

La Cantidad 56250000. es igual á $15625Z^2-1Z^4$. pídese la V: la difer.a de los exponentes de Z^4. y Z^2. es 2. dividido el num.° de Z^2 de 2 en 2 letras 1.56.25. admite 3 puntos, y 3 letras ha de tener la raíz maior: §.105: el punto 1.° de mano izquierda es 1. su V.^{2} es 1: luego 1. será la 1.a letra de la raíz. §.106: divídese la cantidad en sus puntos, y el 1. se escrive sobre la raya; su CC.° es 1. escrívese enfrente de Z^4. y sumado con la Cant.d será la Cant.d corregida: el C.° de 1. es 1. multiplicado por 15625, sale 15625: escrívese enfrente de Z^2: restado de la cant.d corregida queda 0. y por faltar 2 puntos será la V. 100. §23.

154. En estas igualaciones el num.º de Z^2. es la suma de los quadrados de la √. ma.r y menor, con q sabida la una, no se puede ignorar la otra. La √. ma.r es 100: su q.º 10000. restado de 15625 num.º de Z^2. queda 5625. su √.^{2} q el cap.º 3.º es 75: y es la √. men. de la cantidad: Otra vez: la √. men. es 75: su q.º 5625 restado de 15625, queda 10000: su √.^{2} q el cap. 3.º es 100: q es la ma.r de la cantidad.

155. Si se toma $\frac{1}{2}$ del num.º Z^2. su √.^{2} estará entre las dos raíces, y será mas q la menor, y menos q la m.r la $\frac{1}{2}$ de 15625 es 7812. su √.^{2} es 88. y esta entre 100. √. maior. y 75. √. menor: con q se determina, q la √. menor solo ha de tener 2 letras, y la 1.ª no puede ser mas de 8. Dividida la cant.d en 2 puntos, al 1.º de Z^2. le corresponde 56250. partido p.r 15625 sale 36: su √.^{2} es 6: la 1.ª letra no puede ser menor q 6, ni mas q 8.

formula de la √. menor.

75. √. men. de la cant.

56250000	Cantidad
2401. .	− 1Z^4.
80260000	Cant. Corr.
765625. .	+ 15625 Z^2.
3697500	resid. 1.º
7630625.	− 1Z^4
11328125.	+ 15625 Z^2.
3697500	difer.
000	residuo 2.º

156. tomando pues 7. p.r letra 1.ª se escrive sobre la raya: su q.q.º en la tabla Z^4 p. 11. se hallará 2401. sumado con la cant.d sale la cant.d corregida: su q.º 49. multiplicado p.r 15625. sale 765625. restado de la cant.d corregida, queda el resid.º 1.º: formanse las tablas, y sale la √. menor 75.

157. Exemplo 3.º de $+Z^1 - Z^4$.

Capos del primer 3 —

formula de la V. maior.

La Cant.d 136215000 es Igual a 3469375 Z^1.
— 1 Z^4. p.a desde la V.: la diferencia de los Exponentes de Z^4. y Z^1. es 3. diuidido de 3. en 3. letras el numero de Z^1. 3.469.375. tiene 3 puntos; Y 3 letras ha de tener la V. maior. §. 105: el punto 1.º de mano izquierda de 3.469.375. es 3: su V.^{3} es 1: pues en la tabla Z^3. §. 11. el proximo menor de 3. es 1. y a tabulado 1. de Raiz: esta será la 1.ª letra. §106: y se escriue sobre la raiz. Su Co.º es 1. escriuese en su punto de Z^4. su C.º es 1. multiplicado por 3469375, se escriue en frente de Z^2. restase de la Cant.d correjida, Y queda el resid. 1.º

1.3.5. V. maior de la Cant.

136215000	Cantid.
1. . .	— 1 Z^4.
236215000	Cant. Corr.
3469375. . .	+ 3469375 Z^1.
110722500	Resid. 1.º
18561. .	— 1 Z^4.
10408125. .	+ 3469375 Z^1.
8152875	Difer. + —
29193750	Res.º 2.º
46540625.	— 1 Z^4.
17346875.	+ 3469375 Z^1.
29193750	Difer. + —
000	Resid. 3.º

158. Añadido. o. sera 10. Valor de A^1

tabla 1. de — Z^4. §.16.

4	1000	4000	3	12000
6	100	600	9	5400
4	10	40	27	1080
			81	81
		4640	Su.	18561

tabla 2 de — Z^4.

4	2197000	8788000	5	43940000
6	16900	101400	25	2535000
4	130	520	125	65000
			625	625
		8889920	Suma	46540625

La 2.ª letra es 3: multiplicada por 3469375. num. de Z^1. Sale 10408125: el restador de + Z^1.

el restador de − Z^2. es 18561. escritos en la formula se halla la diferenz.ª 8152875: restada del resid.° 1.° queda el resid.° 2.°: Con la tabla 2 se halla la letra 3.ª 5. y toda la raiz maior 135.

159. Para la r. menor si se toma $\frac{1}{4}$ de 3469375. num. de Z^1: su $r.^3$ esta en medio de las dos raizes, y asi es maior q la r. men. y menor q la r. maior: $\frac{1}{4}$ de 3469375 sera 867.343: su $r.^3$ p.r el cap. 4.° es 95: q esta entre las dos raizes, y asi la r. men. sera menor q 95, y solo tendra 2 letras. tambien si la cant.d 136215000. se parte p.r el num. de Z^1. 3469375: el quotiente 39. es menos q la raiz menor: con q esta entre 39, y 95: mas: si se resta 95. de la raiz maior 135. es la difer.ª 40. restada de 95, queda 55, mui proximo a la r. menor.

160. tomando pues 4. p.r 1.ª letra, su cc.° es 256: escrivese en su punto, y se suma con la cantidad; multiplicando 3469375. p.r 4. sale 13877500: escrivese en su punto, y restado de la cantidad corregida queda zero. y p.r faltar un punto sera 40. la r. men. §.23.

formula de la r. men.

4. o. r. men. de la cant.

136215000	Cantid.
256. .	− $1Z^4$.
138775000	Cant. Corr.
13877500. .	+ $3469375Z^1$.
0000	residuo 1.°

161. Conocida una raiz se hallara la otra de esta suerte. Partase la cantidad 136215000, p.r 135. r. maior; el quo.te 1009000. es cant.d igual a $1Z^3 + 135Z^2 + 18225Z^1$. su r. p.r el cap. 9. se hallara 40. q es la menor. otra vez: Partase 136215000. p.r 40. r. men: el quo.te 3405375. es cant.d igual a $1Z^3 + 40Z^2 +$ $1600Z^1$. su r. p.r el cap. 9. se hallara 135. q es la maior. el num. de Z^2. es la raiz conocida,

Z su quadrado es el num. de Z^1.

162. Exemplo 4.° de $+Z^2+Z^1-Z^4$.

La Cantidad 592344. es igual a $10Z^2+40000000Z^1-1Z^4$. Pide la V. la diferencia de los exponentes de Z^4 y Z^1 es 3. dividido 40.000.000. de 3. en 3 letras, tiene 3 puntos; Z 3 letras ha de tener la raiz: §.105: el punto 1.° es 40. supremo menor en la tabla Z^3 §.11. es 27. ya sabido 3 de raiz: q. será la 1.a letra §.106: escriuese sobre la raiz: su ℭℭ.e es 81: pues en la tabla Z^4 §.11. junto al 3. hallo 81. escriuese en su punto de Z^4 su ℭ.o es 9: multiplicado por 10. sale 90: escriuese en su punto de Z^2 el 3. multiplicado por el num. de Z^1 40000000. sale 120000000. escriuese en su punto de Z^1 la Cant. corregida q. ser menor se resta de la Suma +, y queda el residuo 1.°

163. añadido zero al 3 de raiz, será 30 el valor de a^1. formanse las tablas p.a la segunda letra.

formula de la V. mayor.

3. 4. 2. V. de la cantidad.

0000592344	Cantidad.
81. . .	$-\ 1Z^4$.
8100592344	Cant. Corr.
90. . .	$+\ 10Z^2$.
120000000. . .	$+\ Z^1$.
120009000	Suma +
3900307656	Residuo 1.°
526336. .	$-\ 1Z^4$.
2560. .	$+\ 10Z^2$.
160000000. .	$+\ Z^1$.
160025600	Suma +
366310400	Difer.
237203656	Residuo 2.°
317217296.	$-\ 1Z^4$.
13640.	$+\ 10Z^2$.
80000000.	$+\ Z^1$.
80013640	Suma +
237203657	Difer.
000	Residuo 3.°

tabla de $+10Z^2$ §. 58.

2	30	60	10 10	600 10	4 16	2400 160
			610	Su.	2560.	

tabla de $-1Z^4$ §. 16.

4	27000	108000	4	432000
6	900	5400	16	86400
4	30	120	64	7680
			256	256
		113520	suma	526336

Practica de los divisores.

3900307656	Resid. 1º
113520. .	$-$ Z^4.
610. .	$+$ Z^2.
40000000. .	$+$ Z^1.
40006100	Suma $+$
33513900	Difer.

La diferencia de los divisores cabe en el residuo 1º 4 veces, escribese el 4 sobre la raiz, concluiense las tablas: y los restadores se escriben en la formula en sus puntos, la diferencia de + y − se resta del residuo 1º queda el residuo 2º.

164 añadido cero a los 34 de raiz, sera 340 el valor de a^1. formanse otra vez las tablas p.ª hallar la 3.ª letra.

tabla de $+10Z^2$ §. 58.

2	340	680	10	6800	2	13600
			10	10	4	40
				6810	Su.	13640

tabla de $-1Z^4$ §. 16.

4	39304000	157216000	2	314432000
6	115600	693600	4	2774400
4	340	1360	8	10880
			16	16
		157910960	Su.	317217296

Pract. de los divisores.

237203656	Resid. 2º
317217296	$-$ Z^4.
13640	$+$ Z^2.
80000000	$+$ Z^1.
80013640	Suma $+$
237203656	Diferen.

La diferencia de los divisores cabe en el resid. 2º 2 veces. la difer.ª de los restadores, que tada del resi.° 2.° queda Zero: y toda la raiz justa sera 342. La raiz menor es menor que la Vnidad: y esto es siempre que el num. de algun caracter afirmado es mayor que la Cantidad.

165. la Cantidad 113471872 es igual á 9000 I^3 + 300000 I^1 − 1 I^5 − 60 I^4. Pidese la raiz maior. En estas Igualaciones en que hai muchas partes afirmadas y muchas negadas, deuen examinarse por todos los grados, para hallar quantas letras ha de tener la raiz, y determinar la 1.a letra: Como la diferencia de los exponentes de I^5 y I^3 es 2: diuidido pues 90.00. (§.105.) veo que ha de tener la raiz 2 letras. la diferencia de I^5 y I^1 es 4: diuidido 30-0000. (§.105.) tambien hallo que ha de tener la raiz 2 letras. Si en vna diuision salieran mas puntos que en la otra, aquella se auia de obseruar. la Cant.d admite tambien 2 puntos de I^5 (§.12.) 1134.71872. con que no puede ser diminuta.

Formula de la √. maior

6. 8. √. maior de la Cantid.

113471872	Cantidad
7776. .	− 1 I^5
77760. .	− 60 I^4
1668671872	Cant. Corr.
1944000. .	+ 9000 I^3
1800000. .	+ 300000 I^1
196200000	Suma +
293328128	residuo 1.°
676333568.	− 1 I^5
505282560.	− 60 I^4
1181616128	Suma −
885888000.	+ 9000 I^3
2400000.	+ 300000 I^1
888288000	Suma +
293328128	Difer. + −
000	residuo 2.°

166. el punto 1.° de la Cantidad es 1134: su √.s es 4: la 1.a letra ha de ser mas que 4. por auer dos grados negados: el num. de I^3 es 9000: diuidido como antes 90.00. el 1.° punto

el 90. su V.ª es 9: si la cantidad fuera diminuta, esta sería la 1.ª letra, pero agora ha de ser menor que 9: con que esta la 1.ª letra entre 1. y 9: tomemos pues 6: elévese sobre la raya: su ℯC. es 7776: se escribe en el punto de Z^5: su ℯℯ. es 1296: multiplicado por 60 es 77760. escríbese en el punto de Z^4. el su C. 216. multiplicado por 900, será 1944000. escríbese en el punto de Z^3, y el 6. multiplicado por 300000 es 1800000: escríbese en el punto de Z^1. Sumando los grados — con la cantidad, sale la cantidad corregida; esta que ser menor se resta de la suma +, y queda el residuo 1.º

167. añadido zero al 6. será 60 valor de a^1.

tabla de $-1Z^5$. §. 16.

5	12960000	64800000	8	518400000
10	216000	2160000	64	138240000
10	3600	36000	512	18432000
5	60	300	4096	1228800
			32768	32768
		66996300	Suma	676333568

168. tabla de $-60Z^4$. §. 58.

4	216000	864000	60	51840000	8	414720000
6	3600	21600	60	1296000	64	82944000
4	60	240	60	14400	512	7372800
			60	60	4096	245760
				53150460	Suma	505282560

tabla de $+900Z^3$. §. 58.

3	3600	10800	9000	97200000	8	777600000
3	60	180	9000	1620000	64	103680000
			9000	9000	512	4608000
				98829000	Sum.	885888000

169. las sumas de los divisores de las tablas se es

Práctica de los divisores.

293328128	residuo 1.º
66996300	$-Z^5$
53150460	$-Z^4$
120146760	Suma —
98829000	$+Z^3$
300000	$+Z^1$
99129000	Suma +
21017760	Diferenzia.

ocurren enla practica, en frente de sus caracteres: el divisor de Z. es su numero: la diferenz.ª cabe enel resid. 1.º ocho vezes (§. 27.) escriuese el 8, sobre la raiz en la formula, y multiplicado p.r 300000. es 2400000. restador de Z^1. escriuense los restadores en sus puntos; la diferenz.ª de + y − restada del residuo 1.º queda zero, y es la √. maior, 68.

170. La √. menor tiene tambien 2 letras, partiendo pues la Cant.d 113471. q. corresponde al punto 1.º de Z^3. p.r 9000. num. de Z^3. sale 12: su √.^{3} es 2. escriuese sobre la raiz: concluida la 1.ª operacion, queda el residuo 1.º formanse las tablas; la 2.ª letra sale 4: y los restadores de la formula, y queda el residuo 2.º con q. la raiz no viene justa: q. asi digo q. esta entre 24, y 25. de su aproximacion trataremos luego.

Formula de la √. men.

2.4. √. men. de la Cantid.

113471872	Cantidad.
32. .	− 1 Z^5.
960. .	− 60 Z^4.
126271872	Cant. Corr.
72000. .	+ 9000 Z^3.
600000. .	+ 300000 Z^1.
78000000	Suma +
48271872	residuo 1.º
4762624.	− 1 Z^5.
10306560.	− 60 Z^4.
15069184	Suma −
52416000.	+ 9000 Z^3
1200000.	+ 300000 Z^1.
53616000	Suma +
38546816	diferen. + −
9725056	Residuo 2.º

171. Quando el caracter maior tiene numero. Se observa la regla del §. 105: sea la Cantidad ig.l a 10000 Z^3 − 200 Z^4. partidos 10000. p.r 200. sale 50: la de

formula.

1.2. √. de la Cant.

13132800	Cant.
200. .	− 200 Z^4.
15132800	Cant. Corr.
10000. .	+ 10000 Z^3.
5132800	resid. 1.º
2147200.	− 200 Z^4.
7280000.	+ 10000 Z^3.
5132800	Diferencia
0000	Residuo 2.º

ferencia dlos exponentes es 1: luego q̃ q̃ S. 0. tiene 2 puntos, tendra la raiz 2 letras: partido el 1.º punto dla cantidad 1313. p.r 200. Sale 6: su r.^{3} es 1. y es la 1.ª letra dla r. menor; escrivese sobre la raya, y hecha la suma, y resta, queda el resid. 1.º formando las tablas de 200 Z.^{4} y 10000 T.^{3} del §. 58. Sale la 2.ª letra 2: y toda la raiz 12. Por no tener esto especial dificultad no multiplico exemplos.

Cap. 14.

Conclusion dlas raizes compuestas.

172. En el discurso deste libro se ha visto, el metodo universal de sacar todas las raizes simples, ó compuestas con un mesmo estilo, aunque las operaciones se aumentan al paso, que las potestades suben, y entran mas especies diferentes en la composicion. En este artificio consiste unicamente la extension infinita dla algebra, y el que lo tuviere bien entendido, puede estar seguro, q̃ no hallará enigma tan confuso, que no pueda resolver facilmente si tuviere terminos bastantes para la solucion. Por ser este negocio de tanto peso pondré una breve suma dlo q̃ ha de observar el arithmetico, para la facilid., y acierto.

173. Avisos generales para las raizes.

Lo prim.º tendra una falsa regla, no solo con lineas rectas para escrivir, sino con lineas perpendiculares, con moderada distancia, para q̃ los numeros desahogados, se correspondan en cada linea, el 1.º al 1.º el 2.º al 2.º etc.ª como se vee en las formulas, particularm.te en la del §. 111. Si este orn no se guarda, todo sera confusion, y jamas los puntos, q. son la guia, corresponderan bien a las letras, q. deven de la cantidad.

174. El primer cuidado pues ha de ser escrivir los puntos, en sus devidos lugares §. 66. y 92: porq. si esto se yerra, es imposible azertar en la operacion. luego reconocera si hay algun punto superfluo, y esto sucede, siempre q. en las composiciones de sola afirmacion, el numero de algun caracter escrito en su punto excediere á la cantidad, q. le corresponde (§. 83.) pero si hay negac.on atendera á la regla del §. 103: con el mesmo cuidado ha de reconocer, si es, ó no la cant.d diminuta, y le falta algun punto, p.r el §. 104: y para determinar la 1.ª letra observara la regla del §. 105. y 106.

175. Determinada la 1.ª letra, se escrive sobre la raiz, y se buscan sus potestades, y multiplicando cada una p.r el num.o de su caracter, se escrive el producto en su punto. las potestades se hallan p.r su continua multiplicac.on; como si la letra fuere 6. seran 6. veces 6 es 36 su Q.º: y 6 veces 36 es 216 su C.º: pero con mas facilidad se hallaran en las tablas del §. 11: tomando el 6 á mano dra, hallo en la tabla I.² 36 su Q.º y en la tabla I.³ 216 su C.º y en la tabla I.⁴ 1296 su QQ.º etc.ª quan

do ay negacion se guarda el estilo del §. 92.

176. Concluida la 1.ª operacion se añade zero á la 1.ª letra, y se forman las tablas del §. 16. ó 58: las sumas de los divisores se escriven aparte con el residuo 1. sp̃re q hay negacion, como en el § 96. 113. 115: quando los caracteres son todos afirmados, basta ordinariam.te tomar el divisor del caracter maior, pero tambien se podeá guardar el mesmo estilo; para maior exacz.on; aunq esto no es necesario, sino quando el num.o de algun caracter es tan grande, q su divis.r por cant.r iguala, ó excede al divisor del caracter maior: los restadores se escriven, y restan como en las formulas: Para la 3.ª letra se guarda el mesmo estilo, y assi infinitamente.

Para la negac.on inversa.

177. Si se ha de sacar la √ maior, se observa respecto de los caracteres afirmados la regla, q se dió en el §. 105. y 106. de los caracteres negados; pero con esta difer.a q en la negacion directa, la √. del quociente §. 106. es menor q la raiz q se busca, y en la negac.on inversa es maior, por q la parte afirmada sp̃re ha de ser maior q la negada: de donde se infiere q si la raiz del quociente §. 106. fuere unidad con zeros como 10. 100. 1000. etc.a la raiz de la cant.d q ha de ser menor en la negac.on inver

sa, tendra vna letra menos, y siendo la Cant.d diminuta, la 1.a letra dla raiz sera 9. esto es precisamente necesario, para determinar en tal caso los puntos dla Cantidad: q la 1.a letra dla raiz.

178. Quando en la negacion inversa hay mu.s grados afirmados, y mu.s negados; si los num.s dlos caracteres fueren grandes, deuen examinarse todos; Y si todos concuerdan en iguales puntos como en el §.165. no ai duda, q tantas letras avra de tener la raiz; pero si en el num.o de un caracter se hallare mas puntos q en otro, se tendra atencion al q tuviere mas puntos.

179. Pero sacando la N. menor, advertase q no puede tener mas letras, q puntos admite la Cant.d: y si los num.s dlos grados negados escritos cada vno en su primer punto, y sumados con la Cant.d fueren menos, q la suma dlos afirmados, escritos en su punto 1.o, sera el punto 1.o superfluo: estos avisos bastan p.a dar luz, pues comprehender todos los casos, en tanta infinidad de combinaciones, es imposible a mra cortedad: el exercicio aprovechara mas q la multitud de preceptos.

La Aproximacion dlas raizes compuestas.

180.

Guarda el mesmo estilo dlas simples Cap.o 5.o a las letras q se hallaren de raiz, se añade zero, y serán valor de a^1. y al residuo de la cant.d se añaden tantos zeros como es el exponente máior: y a cada num. de los caracteres, se añaden tantos zeros como es la diferen.a de su exponente, y del exponente máior: formense las tablas con estos nuevos numeros. hallada la prim.a letra de la aproximación; para la segunda, se añaden otra vez los mesmos zeros sobre los prim.s y p.a la 3.ª otra vez sobre los segundos. ett.ª

181. Exemplo de la aproximac.on

En el §. 170. se dio la cant.d 113471872 ig.l a $9000Z^3 + 300000Z^1 - 1Z^5 - 60Z^4$. hallose la $\sqrt{}$ menor 24, y quedó el resid. 2.º 9725056: añadido zero al 24. será 240. valor de a^1. y p.r ser el exponente maior 5. se añadirán al resid. 2.º 5 zeros: 972505600000. la difer.a de los exponentes Z^5. y Z^4. es 1: á 60 num. de Z^4. se añadirá un zero, y serán 600 Z^4: la diferen.a de Z^5. y Z^3. es 2: á 9000. num. de Z^3. se añadirán 2 zeros, y serán 900000 Z^3: la diferencia de los exponentes Z^5. y Z^1. es 4: á 300000. num. de Z^1. se añadirán 4 zeros, y serán 3000000000. Z^1 como se ve en la formula.

182. Formula de la aproximac.n $\sqrt{}$ 1.ª

2.4:9: $\sqrt{}$ aproximada de la Cantidad

9725056000000	res.º 2.º con 5 zeros.
160924476249.	— $1Z^5$.
315818400600.	— $600Z^4$.
476742876849	Suma —
1362824100000.	+ $900000Z^3$.
27000000000.	+ $3000000000Z^1$.
1389824100000	Suma +
913081223151	difer. de + y —
59424376849	residuo 3.º

183. tabla de $-Z^5$. §. 16. tabla de $-600Z^4$. §. 58.

5	3317760000	16588800000	9	149299200000
10	13824000	138240000	81	11197440000
10	57600	576000	729	419904000
5	240	1200	6561	7873200
			59049	59049
		16727617200	Suma.	160924476249

4	13824000	55296000	600	33177600000	9	298598400000
6	57600	345600	600	207360000	81	16796160000
4	240	960	600	576000	729	419904000
			600	600	6561	3936600
				33385536600	Su.	315818400600

tabla de + 900000 Z.^{3} $. 58.

3	57600	172800	900000	145520000000	9	1309680000000
3	240	720	900000	648000000	81	52488000000
			900000	900000	729	656100000
				1461689000000	Suma	1362824100000.

Practica de los divisores.

99725056000000	Res.° 2°
16727617200.	− Z.^{5}
33385536600.	− Z.^{4}
50113153800	Suma −
1461689000000.	+ Z.^{3}
30000000000.	+ Z.^{1}
1491689000000	Suma +
99055746200	diferencia.

184. La diferen.ª de los divisores cabe en el resid.° 2° 9 veces, escrivase el 9 sobre la raiz despues de 2 puntos: Concluidas las tablas, y restada la difer.ª de + y − del res.° 2° queda el resid.° 3° y la raiz es 24 $\frac{9}{10}$.

185. Si se uviere de sacar otra letra para tener la raiz mas proxima, se añadira otro zero a los 24:9 de V, y sera 2490 valor de a^{1}. añadidos 5 zeros al res.° 3° sera 5942437684900000: añadido un zero a 600. seran 6000 Z.^{4} añadidos 2 zeros a 900000. seran 90000000 Z.^{3} añadidos 4 zeros a 30000000000. seran 300000000000000: Z.^{1} y se para otra nueva formula con estos nuevos numeros: la letra es 5.

186. Formula dela aproximazion Segunda.

2.4:9.5. V. dela cantidad, Segunda vez aproximada.

59424376849000000	residuo 3.º con otros 5 zeros.
9648983204093375	— $1Z.^5$
18525898800000000	— $6000Z.^4$
28174882004093375	Suma —
83869537500000000	+ $90000000Z.^3$
1500000000000000	+ $300000000000000Z.^1$
85369537500000000	Suma +
57194655495906625	diferenzzia de + y —
2229721353093375	Residuo 4.º

187. Quando la negazion es inversa, si auiendo sacado vna raiz saliere irrazional, provará el arithmetico á sacar la otra, q̃ tal vez le saldra racional, como se ve en este exemplo, q̃ la raiz maior se halló razional 68, en el §. 166. y la menor irrazional en el §. 170. Quando le importa al arithmetico hallarla mui proxima, no ha de perdonar al trauajo.

Fin del Libro Segundo.

Fragmentos Varios, Sacados de la Arithmetica Universal del Rmo. Padre Joseph Zaragoza.

Cap. 8. del Lib. 3º.

De los binomios, y residuos.

104. Vulgarmente los Algebristas llaman binomios à los irracionales compuestos de dos terminos, con el signo + por ser compuestos de 2 nombres: como $V^2.18+V^2.8$: y à los compuestos con el signo − llaman apotomes, ò residuos: como $V^2.18-V^2.8$: Cuando es compuesto de 3 terminos, le llaman trinomio: como $V^2.18+V^2.8+5$: Y si de quatro, quadrinomio, etta. y generalmte. à todos estos compuestos, llaman Polynomios, que es compuestos de mus. nombres.

105. Pero Euclides en el Lib. 10. prop. 37. y 74. solo llama binomios à los compuestos con el signo +, que siendo inconmensurables en longitud, son en potencia conmensurables: esto es que las raizes sean inconmensurables, y los quadrados conmensurables: como $6+V^2.20$: Item $V^2.18+4$. It. $V^2.24+V^2.18$: Y à los mesmos compuestos con el signo − llama apotomes, ò residuos: como 6−

$-V^{2}.20$: It. $V^{2}.18-4$: It. $V^{2}.24-V^{2}.18$. de donde se infiere q̃ no son binomios, ni Apotomes los Compuestos de dos raices conmensurables, aora sean racionales, ó Irracionales: Como $6+V^{2}9$: It. $6-V^{2}9$: p.r q̃ la V^{2} de 9 es 3. conmensurable con 6: It. $V^{2}18+V^{2}8$: It. $V^{2}18-V^{2}8$: p.r ser estas raices conmensurables (§.69.) Item $V^{4}10+V^{4}8$: It. $V^{4}10-V^{4}8$: son inconmensurables.

106. Seis especies de binomios distingue Euclides, y otras seis de residuos. Las partes de los binomios se llaman nombres: la parte maior, nombre maior: la parte menor, nombre menor: si los dos nombres son raices, la q̃ tendrá maior num.º, será nombre maior: Como $V^{2}24+V^{2}18$: el nombre maior es $V^{2}.24$: si el un nombre es num.º y el otro V^{2} se reducirá el num.º á V^{2} multiplicandole p.r si mesmo, y se conocerá el maior: Como $6+V^{2}20$: es $V^{2}36+V^{2}20$: con q̃ el nombre maior es 6.

107. Quando la diferencia de los quadrados del nombre maior, y menor tiene V^{2} conmensurable con el nombre maior.

Si el nombre maior es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto, será binomio 1.º

Si el nombre menor es conmensurable con qualq.ra num. racion.l propuesto, Sera binomio 2.º

Si ningun nombre es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto, sera binomio 3.º

108. Quando la difer.a de los quadrados del nombre maior, y menor, no tiene $\sqrt[2]{}$. conmensurable con el nombre maior.

Si el nombre maior es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto, sera binomio 4.º

Si el nombre menor es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto, sera binomio 5.º

Si ningun nombre es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto, sera binomio 6.º

Los dos nombres no pueden ser conmensurables con qualq.ra num. racional propuesto, porq. fueran tambien entre si conmensurables, y no hubieran binomio. (§. 105.)

Los seis residuos, ó apotomes se explican p. el mis.mo orn., pues solo se diferencian de los binomios en el signo — q. llevan.

109. Binomio 1.º es $6+\sqrt[2]{27}$: la diferencia de los quadrados 36, y 27 es 9:

su $V.^2$ es 3: conmensurable con el nombre maior 6; y el nombre maior 6 es conmensurable con qualq.r num. racional propuesto: binomio 2.º es $V.^2$ 48 + 6. la diferen.a de 48, y 36. es 12: su V. es $V.^2$ 12: conmensurable con $V.^2$ 48: (§. 69.) y el nom.re menor 6. es conmensurable con qualq.ra num. racional propuesto. binomio 3.º es V^2 24 + V^2 18: la diferenzia de los quadrados es 6. su $V.^2$ es V^2 6: conmensurable con raiz $V.^2$ 24: y ninguno de los 2 nombres V^2 24 ni $V.^2$ 18: es conmensurable con qualquiera num. racional propuesto. binomio 4.º es: 4 + V^2 10: binomio 5.º es: V^2 5 + 2: y binomio 6.º es V^2 80 + V^2 50: con el mesmo orden: resid.º 1.º es 6 − V^2 27: residuo 2.º es: V^2 48 − 6: y resid. 3.º es V^2 24 − V^2 18. etc.a

Regla 1.ª

110. Para la $V.^2$ de los binomios, ó residuos.

la $V.^2$ de la diferenzia de los quadrados añadase, y quitese al nombre m.r partiendo la suma, y resta por 2, salen los terminos, cuyas raizes juntas con + son $V.^2$ del binomio, y con − son $V.^2$ de la apotome, ó residuo.

Exemplo 1.º del binom. 1.º y apotome 1.º

Pidese la $V.^2$ de 23 + V^2 448, y de la apotome 23 − V^2 448. el □.º de 23. es 529:

la diferenzia dlos quadrados 529, y 448 es 81, su $V.^2$ es 9: añadida, y quitada al nombre maior 23, sera la suma 32, y la resta 14, sus mit.s es 16, y 7. sus raizes son $V^2$16. y $V^2$7: estos es 4 y $V.^2$7: juntas con el signo +, la V. dl binomio sera 4+$V^2$7: y con el signo — la V^2 dl apotome sera 4—$V^2$7.

111. Exemplo 2.° dl binomio 2.° y residuo 2.°

Pidese la V. dl binomio 2.° $V^2$448+14. ó dl apotome 2.° $V^2$448—14: el q.° dl 14. es 196: la difer.ª dlos quadrados 448 y 196 es 252: su $V.^2$ es $V^2$252: añadida, y quitada al nombre maior $V^2$448. por el §.70. y 74. será la suma $V.^2$1372, y la resta $V.^2$28: partidas por 2. q es $V.^2$4. por el §.65: salen $V^2$343, y $V^2$7: sus raizes son $V.^4$343 y $V.^4$7: juntas con el signo +, la V^2 dl binomio 2.° $V.^2$448+14, sera $V.^4$343+$V.^4$7: y la V^2 dl apotome sera $V.^4$343—$V.^4$7.

112. Exemplo 3.° dl binomio 3.° y residuo 3.°

Pidese la $V.^2$ dl binomio 3.° $V^2$448+$V^2$336, ó dl apotome 3.° $V^2$448—$V^2$336: la difer.ª dlos quadrados 448 y 336, es 112: su $V.^2$ es $V^2$112: añadida, y quitada al nombre m.or $V^2$448. por el §.74. sera la suma $V.^2$1008, y la resta $V.^2$112: partidas por 2, q es $V.^2$4. por el §.65. salen $V^2$252, y $V.^2$28: sus raizes son $V.^4$252, y $V.^4$28: juntas con el signo +, la $V.^2$ dl binomio 3.° $V^2$448+$V^2$336, sera $V.^4$252+$V^4$28: y la V^2 dl apotome 3.° sera $V^4$252—$V.^4$28.

113. La prueva de estas operaciones es multiplicar la raiz por ſi meſma, y saldrá el binomio, ó residuo: Como en el egemplo 1.º el binomio fue $23+\sqrt[2]{448}$. su $\sqrt[2]{}$ salio $4+\sqrt[2]{7}$. y la de la apotome $4-\sqrt[2]{7}$. multiplicadas por ſi meſmas, por la regla 2.ª del Cap. 6. §. 85:

La $\sqrt[2]{}$ de 49 es 7: añadida a 16. Sale 23: la suma de $\sqrt[2]{112}$, y $\sqrt[2]{112}$. por el §. 74. es 448: Con que sale el meſmo binomio y residuo.

$$\begin{array}{l}4+\sqrt[2]{7}.\\4+\sqrt[2]{7}.\\\sqrt[2]{112}+\sqrt[2]{49}\\16+\sqrt[2]{112}\\23+\sqrt[2]{448}.\ \text{Suma.}\end{array}\qquad\begin{array}{l}4-\sqrt[2]{7}.\\4-\sqrt[2]{7}.\\-\sqrt[2]{112}+\sqrt[2]{49}.\\16-\sqrt[2]{112}\\23-\sqrt[2]{448}.\end{array}$$

114. Con el meſmo artificio se pueden sacar las raizes de los binomios, y apotomes 4.º 5.º y 6.º pero sale una raiz compuesta de dos raizes universales, que es mas confusa, que el meſmo binomio, y aſsi bastara cerrar el binomio en un parenthesis, ante poniendo el signo $\sqrt{}$: Como la $\sqrt[2]{}$ del binomio 4.º $24+\sqrt[2]{448}$, sera $\sqrt[2]{(24+\sqrt[2]{448}.)}$ lo meſmo es de los apotomes, y de las composiciones, que no forman binomio: Como la $\sqrt[2]{}$ de $\sqrt[4]{10}+\sqrt[4]{8}$, sera $\sqrt[2]{(\sqrt[4]{10}+\sqrt[4]{8}.)}$ como se dixo §. 57, y 58. Comprehender en breve toda eſta materia es impoſsible, bastan eſtas noticias para el uso del Algebra.

Cap. 12. del libro 1.º
de la regla de tres.

71. Regla de tres, y de proporcion se dize, por que dados tres numeros, busca el 4.º proporci

t

Quaderno 3.º En que se contiene la Algebra, y se Explican sus fundamentos: con mas el Algorithmo de las letras y Caracteres; assi racionales, como yrracionales; Simples y Compuestos. Que En Su Arithmetica Universal trae; el M. R. P. Joseph de Zaragoza, de la Comp.ª de Jesus, Mrõ de Mathematicas que fue en el Collegio Ymperial de Madrid.

En Granada y Julio 28 de
1743.

Libro 3.º dela Algebra.

La Parte mas sutil no solo dla Arithmetica, sino dlas Mathematicas, es la Algebra; y la menos entendida dlos Arithmeticos, no tanto p^r su dificultad, q^to. p. los muchos preceptos con q los antiguos confundieron su operaciones. Estas son el unico objeto de este breve libro; su brevedad alentará á los mas pusilanimes, pues nadie, creo, se persuadirá, q es inaccesible, ni aun dificultosa la facultad, q puede ceñirse á tan breves, y claros preceptos, como dirá la experiencia, q espero ha de ser el maior desempeño.

Cap. 1.

Definicion, division, y fundam^to. dla algebra.

1. Algebra es doctrina analytica: Analysis diccion griega es lo mes, q en latin resolutio, y en castellano resolucion; Analytica es resolutiva; con q Algebra es una facultad, ó arte resolutiva, q enseña á resolver las questiones p los mes. terminos con q se compusieron. Los Arabes la llamaron Algebra, q es tanto como restauracion, y Almucabala q

el oposicion, por que los Caracteres incognitos en la una parte, se oponen á una Cant.d conocida en la otra parte de la igualacion.

2. Los Italianos la llamaron regla de la Cosa, y Censo, que es regla de la raiz, y quadrado, por que la m.r parte de sus qq.s se resolvian por Cuadrado, y raiz; suponiendo por raiz, una cosa incierta, en lugar de la Magnitud cierta, que se busca. Arte maior se llama, por que entre todas las reglas de la Aritmetica, es la maior, mas sutil, noble, y Universal. Logistica se dice tambien, que es supputacion, ó Calculo: su logica es la mejor, y el metodo de argumentar es el mas cierto, como el mas sencillo, facil, y llano, fundado en menos, y mas universales principios.

3. Atribuyen algunos su invenz.on á cierto Mahomet Arabe, hijo de Moyses, pero sin fundam.to aunque no se puede negar, que los Arabes exercitaron esta ciencia nobilissima (como otras muchas que nos participaron) y le dieron nombre. Comunmente se dice, que fue su inventor Gebro Astronomo arabe, de quien tomó el nom.e de algebra: pero lo mas cierto es, que el primer autor fue Diophanto Alexandrino por ser el primero, que savemos aver escrito de esta facultad, y en el Prologo á Dionisio, dice que emprendia la explicac.on de una ciencia no conocida hasta entonces. El tiempo en que florecio Diophanto, no consta; pero es mui probable, que fue en el primer siglo de Christo nro Redemptor, imperando Neron.

4. Dividese la algebra en Vulgar, y Especiosa. La vulgar exercita su logica, y operaciones con los numeros conocidos; hasta hallar alguna igualacion entre los Caracteres incognitos, y alguna Cant.d conocida, y por su medio resolver la magnitud, ó num.o de que se dudava.

la especiosa dexa á los numeros, y en su lugar se vale de ciertas especies, formas, ó caracteres hasta hallar la igualacion q. busca: llamase Vietea de su autor francisco Vieta, á q.n debemos esta noble invencion. las especies, formas, ó caracteres son las meras letras del Abecedario, aora sean mayusculas, redondas, ó cursivas; q. en esto no ay singular misterio: solo q. p.a mas claridad, se deven tomar las primeras letras del Alphabeto a. b. c. ett.a en lug.r de los numeros conocidos; y las ultimas z. y. x. ett.a en lugar de los numeros incognitos, q. se buscan.

5. todo su artificio consiste en las dos progresiones aritmetica, y Geometrica del lib. 2. cap. 1.o y se deve tener muy en la memoria, todo lo q. alli se dixo de la raiz, potestades, nombres, exponentes, y caracteres cosicos, q. representan á las magnitudes escalares, ó graduales de la progresion Geometrica.

Progres.n Geomet. 1. 4. 16. 64. 256. 1024. 4096. 16384.

Caracteres. 0. Z^1. Z^2. Z^3. Z^4. Z^5. Z^6. Z^7.

Consideráse la progresion geometrica, como una escalera, la unidad en el suelo, y la raiz Z^1. (q. puede ser qualq.r numero, y en esta progresion es 4.) en el llano de la prim.a grada; las otras gradas, q. son las potestades Z^2. Z^3. ett.a nacen de la continua multiplicacion de la raiz: 4 veces 4. 16: 4. veces 16. 64: ett.a y p.r eso se llaman Magnitudes escalares, ó graduales.

6. determinada qualq.ra grada se determinan todas, p.r q. si la grada, q. se da, es la 1.a Z^1 y su valor 4. p.r su continua multiplicacion se determinarán todas: pero si la grada fuere la 4.a

Z^4 y su valor 256, sacando la r.^{4} de esta cantidad 256, por el lib. 2.º cap. 4. se hallará 4. valor de Z^1, ó la prim.ª grada: si se da la grada 7.ª Z^7, y su valor 16384. se hallará la r.^{7} que es 4. valor de Z^1, ó la primera grada, y con ella se determinarán todas.

7. Es digno de consideracion, que en qualq.ra progresion Geometrica, que comienze de la Unidad, todos los numeros de las gradas, cuyos exponentes se pueden partir justamente por 2, son quadrados racionales, que tienen raiz quadrada racional: Como en la 4.ª grada esta 256, el exponente de Z^4 se puede partir por 2: digo pues que 256, es C.º y su r.^{2} es 16: en la 6.ª grada esta 4096: el exponente de Z^6 se puede partir por 2; tambien 4096. es C.º y su r.^{2} es 64: etc.ª de la misma suerte, todos los num.s cuyos exponentes se pueden partir por 3. son cubos, que tienen raiz cubica racional: si el num.º de la 1.ª grada es C.º racional, todos son C.s Como en la progres.n del §. 5. si el 1.º es cubo todos son cubos, Como en la progresion 3.ª del lib. 2. §. 2.

8. La propiedad mas admirable de estas dos progresiones, es la que se advirtio lib. 1. §. 215. que la suma de los exponentes, equivale á la multiplicac.on de los numeros, y la resta á la particion: Como si se toman la segunda, y quinta grada Z^2. 4: Z^5. 1024: la suma de los exponentes Z^2. Z^5. es Z^7: multiplicando 1024. por 4. sale 16384. que está en la 7.ª grada con Z^7. Si se toman Z^7. 16384. y Z^2. 4. restando los exponentes, queda Z^5. y si se parte 16384. por 4. sale 1024, que esta en la 5.ª grada con Z^5. etc.ª si se huvieren de multiplicar los num.s de la 2.ª 4.ª y 6.ª grada 16. 256. 4096. y partir el producto 16777216. por el num.º de la 7.ª 16384. sale el quoc.te 1024: que corresponde á Z^5. de la misma suerte sumando los exponentes de Z^2. Z^4. Z^6. sale Z^{12} restando Z^7. que

da $Z.^5$ q̃ corresponde à 1024: con q̃ se ve la facilidad, y compendio de las letras, en lugar de numeros.

Cap. 2.

Algorithmo de los Caracteres simples.

9. Algorithmo se llaman las quatro reglas de sumar, restar, multiplicar, y partir. Los Caracteres son semejantes, quando la letra, y el exponente es el mesmo, aunq̃ los num.^s q̃ les preceden sean diferentes. Como $10\,Z.^2$ y $20\,Z.^2$ Diferentes son, quando la letra, ó el exponente fueren diferentes, aunq̃ en lo demas concuerden: Como $Z.^2$ y $Z.^5$ son diferentes caracteres p.r ser diferentes los exponentes, aunq̃ la letra es la mesma. Al contrario $Z.^2$ y x^2 son diferentes caracteres, aunq̃ el exponente es el mesmo. Estos caracteres se llaman simples quando no llevan el signo + mas, ni — menos: y quando llevan los signos +, ó —, se llaman compuestos, Como $a^2 + 20$: ett.ª Observese este §. con cuidado.

Nota 1.ª

10. De sumar Caracteres simples.

Quando los caracteres son semejantes, se suman llanam.te los num.^s q̃ preceden à las letras; y despues se pone la mesma letra, y exponente, como se ve:

Exemplo 1.º	Exemp. 2.º	Exemp. 3.º	Exemp. 4.º
$6.a^1$	$5.a^2$	$15.Z^5$	$11x^3$
$10.a^1$	$3.a^2$	$8Z^5$	$4x^3$
$1.a^1$	$20.a^2$	$30.Z^5$	$3x^3$
Suma $17.a^1$	Suma $28.a^2$	Suma $53\,Z^5$	Suma $18x^3$

11. Quando los caracteres son diferentes, por ser diferente letra, ó diferente exponente,

se suman con el signo $+$; como $60Z^2$ se ha de sumar con $15Z^5$ será $60Z^2 + 15Z^5$. Item $20a^1$ sumado con $6b^3$ será $20a^1 + 6b^3$. It. $5Z^2$ sumado con $7x^2$ será $5Z^2 + 7x^2$. Si huviere dos ó mas caracteres diferentes, se obra de la mesma suerte: como si se han de sumar $6Z^2$ y $10Z^3$ y $15a^1$ y $20a^2$ será la suma: $6Z^2 + 10Z^3 + 15a^1 + 20a^2$ etc.

12. Pero si huviere algunos semejantes, y otros diferentes, se sumarán los semejantes como en el §. 10. y los diferentes con el $+$, como en los exemplos siguientes.

Exemplo 1º	Exemplo 2º	Exemplo 3º
$6a^2$	$5a^6$	$15Z^1$
$12a^2$	$10a^6$	$10Z^1$
$5a^3$	$7a^6$	$7Z^3$
$4a^3$	$20Z^2$	$11x^2$
Suma $18a^2 + 9a^3$	Suma $22a^6 + 20Z^2$	Suma $25Z^1 + 7Z^3 + 11x^2$

En el exemplo 1º sumando los numeros de a^2 6. y 12. son $18a^2$: luego los de a^3 5. y 4. son $9a^3$. y toda la suma $18a^2 + 9a^3$. En el exemplo 2º sumando 1º los num.s de a^6 5. 7. y 10. son $22a^6$ luego $+20Z^2$, será la suma $22a^6 + 20Z^2$. En el exemplo 3º sumando los num.s de Z^1 15. y 10. son $25Z^1$. y toda la suma $25Z^1 + 7Z^3 + 11x^2$.

Nota 2ª

13. De restar caracteres simples.

Si las letras, y exponentes son semejantes, se restan los numeros sencillamente; pero si el restador fuere maior que la cant.d, se quita el menor del maior, y se pone á la resta el signo $-$, como en los exemplos.

Exemplo 1º	Exemp. 2º	Exemp. 3º	Exemp. 4º
$15Z^1$	$20Z^3$	$12a^2$	$8x^1$
$8Z^1$	$7Z^3$	$20a^2$	$32x^1$
Resta $7Z^1$	Resta. $13Z^3$	Resta $-8a^2$	Resta $-24x^1$

En el exemplo 1º restando 8. de 15. quedan $7Z^1$. En el exemplo 2º quitando 7. de 20. quedan $13Z^3$.

en el exemplo 3º. por q. el restador 20. es maior q. la cantidad 12: se quitaran 12 de 20, quedan 8, y con el signo — sera la resta — $8a^2$: en el exemplo 4º. por la mesma razon, quitando 8 de 32. sera la resta — $24x^1$. Esto se ofrece muchas vezes en las igualaciones.

14. Quando las letras, ó exponentes son diferentes, se restan con el signo —, aora sea maior, ó menor el numº. del restador; como se ve.

En el sumar, y restar nunca se mudan los exponentes. Aunque esto es tan facil, deve el arithmetico exercitarse, variando las letras, y los exponentes, por q. importa para la facilidad, no atarse á letra alguna determinada.

Exemplo 1º.	Exem. 2º.	Exem. 3º.	Exem. 4º.
$10a^1$.	$5a^2$.	$30z^2$.	$20x^5$.
$8b^1$.	$9b^1$.	$50z^1$.	$90x^2$.
Resta $10a^1 - 8b^1$.	$5a^2 - 9b^1$.	$30z^2 - 50z^1$.	$20x^5 - 90x^2$.

Regla 3ª.

15. Del multiplicar caracteres simples.

Si las letras son semejantes, se multiplican los numeros q. preceden, y los exponentes se suman, como en los exemplos.

Exemplo 1º.	Exem. 2º.	Exem. 3º.
$4a^3$.	$10a^1$.	$15z^2$.
6	$7a^3$.	$5z^4$.
Produc. $24a^3$.	Prod. $70a^4$.	Prod. $75z^6$.

En el exemplo 1º. multiplicando 4. por 6. sale 24: y con la mesma letra, y exponente, sera el producto $24a^3$: En el exemplo 2º. 10. por 7. es 70: 1. y 3. son 4: es el producto $70a^4$: En el 3º. 15. por 5. es 75: 2. y 4. son 6: Producto $75z^6$.

16. Quando las letras son diferentes, se multiplican los numeros, y las letras se juntan

con sus mesmos exponentes, sin interponer signo alguno: como se ve en los exemplos.

En el exemplo 1.º multiplicando $1a^1$ por $6b^1$ los numeros que preceden son 1. y 6: multiplicando 1. por 6. sale 6: con que sera el producto $6a^1b^1$. En el 2.º multiplicando 4. por 3. sale 12. y añadidas las letras con sus exponentes sera el producto $12z^2y^3$. ett.ª

	Exemplo 1.º	Exem. 2.º	Exem. 3.º	Exem. 4.º
	$1a^1$	$4z^2$	$7b^3$	$10p^2$
	$6b^1$	$3y^3$	$5z^3$	$2q^3$
Prod.	$6a^1b^1$	$12z^2y^3$	$35b^3z^3$	$20p^2q^3$

17. De la mesma suerte se multiplica el producto de los caracteres, por otro caracter simple, y un producto por otro: como en los exemplos siguientes.

En el exemplo 1.º multiplicando los numeros que preceden 6 por 2. salen 12: añadidas las letras con sus exponentes, sera el producto $12a^1b^1z^2$: en el 3.º 6. por 12. es $72a^1b^1z^2y^3$. ett.ª

	Exemplo 1.º	Exemp. 2.º	Exemp. 3.º
	$6a^1b^1$	$12z^2y^3$	$6a^1b^1$
	$2z^2$	$4x^3$	$12z^2y^3$
Prod.	$12a^1b^1z^2$	$48z^2y^3x^3$	$72a^1b^1z^2y^3$

18. Quando en las 2 partes esta una mesma letra, no se deve repetir, solo se han de sumar los exponentes de las letras semejantes como en el §. 15.

En el exemplo 1.º multiplicando 8 por 3. seran 24. y por que en las 2 partes esta la letra b. se sumaran los exponentes 2 y 3: y sera b^5, y añadida la otra letra con su exponente d^1, sera el producto $24b^5d^1$: en el 2.º se suman los exponentes de x^2 y x^1: en el 3.º los de a^1 y a^3: en el 4.º los de z^2 y z^4 como se ve. Advierto que el estar una letra primero que otra

	Exemp. 1.º	Exem. 2.º	Exem. 3.º	Exem. 4.º
	$8b^2d^1$	$10z^3x^2$	$15a^1b^3$	$9a^3z^2$
	$3b^3$	$6x^1$	$4a^3d^2$	$10x^5z^4$
Prod.	$24b^5d^1$	$60z^3x^3$	$60a^4b^3d^2$	$90a^3z^6x^5$

no tiene misterio, y assi lo mesmo es $10b^2d^3$ q $10d^3b^2$: como en los numeros, lo mesmo es q multiplicar 4 pr 6, q 6 pr 4: pues siempre sale el mesmo producto 24.

19. Regla 4.ª

Del Partir Caracteres simples.

Si las letras son semejantes, y el partidor tuviere menor numero, y exponente, se partiran los numeros llanamente, y se restaran los exponentes: y si los exponentes fueren iguales, se quitará la letra, y quedará por quociente el numero.

	Exemp. 1.º	Exem. 2.º	Exem 3.º	Ex. 4.º	Ex. 5.º
	$12z^3$	$20b^5$	$15z^3$	$6d$	$1z^2$
	4	$10b^2$	$5z^3$	$6d$	$1z^2$
Quoc.	$3z^3$	$2b^3$	3.	1.	1.

En el exemplo 1.º partiendo 12 pr 4. sale el quociente 3. y con la mesma letra, y exponente sera el quociente 3. z^3 En el 2.º partiendo 20 pr 10. salen $2b^3$. En el 3.º partiendo 15 pr 5. es el quociente 3. y pr q los exponentes son iguales no se pone letra, y queda pr quociente solo el num. 3. lo mesmo es en el 4.º y 5.º

20. Pero si las letras fueren diferentes, ó siendo semejantes tuviere el partidor mayor numero, ó exponente, se hara quebrado poniendo el partidor debaxo: como se ve.

	Exemp. 1.º	Exem. 2.º	Exem 3.º	Exem. 4.º
	$6I^2$	$7a^3$	$5b^3$	$10x^2$
	$4x^1$	$9b^5$	$8b^2$	$5x^3$
Quoc.	$\frac{6I^2}{4x^1}$	$\frac{7a^3}{9b^5}$	$\frac{5b^1}{8}$	$\frac{10x^2}{5x^3}$

En el exemplo 1.º partiendo $6I^2$ pr $4x^1$ es el quociente $\frac{6I^2}{4x^1}$: En el 3.º pr ser las letras semejantes, y tener el partidor menor exponente, se restan los exponentes, y se hace quebrado de los numeros, q preceden, y es el quociente $\frac{5}{8}b^1$ etc.ª

21. De la mism.a suerte se parte un producto de caracteres p.r otro caracter, ó p.r otro producto: y si en las dos partes ubiere letras semejantes, se guarda la regla del §. 19.

Exemplo 1.°	Exem. 2.°	Exem. 3.°	Exem. 4.°
$10z^2x^3$ $8a^1b^2$	$6x^1b^3$ $3b^1$	$12a^3b^2$ $3a^2b^1$	$20z^2b^3$ $4z^2b^3$
Quoc. $\frac{10z^2x^3}{8a^1b^2}$	$2x^1b^2$	$4a^1b^1$	$5.$

En el exem.° 1.° partiendo $10z^2x^3$ p.r $8a^1b^2$ es el quoziente $\frac{10z^2x^3}{8a^1b^2}$: en el 2.° partiendo 6 p.r 3 sera el quoziente 2. y quitando el exponente de b^1 del exponente b^3 quedará b^2. y sera el quo.te $2x^1b^2$: en el 3.° partiendo 12 p.r 3 sale 4. y restando los exponentes sera el quo.te $4a^1b^1$: en el 4.° partiendo 20 p.r 4 sale 5. y p.r q. en las dos partes se hallan las mesmas letras, y exponentes, se quitarán, y sera el quoziente 5 unidades; p.r q. $20z^2b^3$ contiene 5 vezes á $4z^2b^3$. Estas 4 reglas han de estar bien sabidas, y executadas, antes de entrar en los capitulos siguientes.

Cap. 3.°

Algorithmo de los caracteres compuestos.

22. Quando los caracteres son compuestos con los signos + mas ó − menos, se ha de guardar en todas las operaciones del sumar, restar, multiplicar, y partir, las mis.as reglas del cap. anter.te con q. solo añadirémos agora, los preceptos especiales, q. pertenecen á los signos. Para esto se ha de considerar, q. siendo las letras, y exponentes semejantes, pueden ser los signos semejantes, ó diferentes. Y siendo las letras, ó exponentes diferentes, pueden ser los signos diferentes, ó semejantes.

Regla 1ª ~~Passos~~

23. Del Sumar Caracteres Compuestos.

Quando las letras, exponentes, y signos, son semejantes se suma como en el §. 10. interponiendo el mes.ᵒ signo +, ó − como se ve.

24. Las letras semejantes q. tienen un mesmo exponente, se escriuen la una, debaxo de la otra, como se ve en todos los exemplos, y si alguna estuuiere sola, se pone en la suma de la mesma suerte, como $4b^2$ en el exemplo 3º. En el exemplo 1º. sumando $6z^4$ con $3z^4$ serán $9z^4$, y sumando $10b^1$ con $5b^1$ serán 15. y todo da la suma $9z^4 + 15b^1$ etc.ª de donde se infiere, q. la suma de los caracteres compuestos se compone de dos, ó tres sumas de los caracteres simples, interpuesto el mes.ᵒ signo, q. lleuan los caracteres, sea +, ó −.

	Exemplo 1º	Exemp. 2º	Exemplo 3º
	$6z^4 + 10b^1$	$8y^2 + 10$	$8 + 5a^3 + 4b^2$
	$3z^4 + 5b^1$	$6y^2 + 4$	$5 + 9a^3$
Suma	$9z^4 + 15b^1$	$14y^2 + 14.$	$13 + 14a^3 + 4b^2$

Exemplo 4º	Exemp. 5º	Exemplo 6º
$3a^5 - 10b^1$	$6b^2 - 10b^1$	$5z^3 - 6z^2 - 10.$
$8a^5 - 5b.$	$3b^2 - 8b^1$	$2z^3 - 9z^2 - 15.$
$11a^5 - 15b.$	$9b^2 - 18b^1$	$7z^3 - 15z^2 - 25.$

25. Quando las letras, y exponentes son semejantes, pero los signos diferentes, en lug.ʳ de sumar, se ha de restar el numero menor del maior, y a la resta se pone el signo del num.º maior, y es la suma.

Los primeros numeros, y caracteres no acostumbran lleuar signo, pero se entiende sprê. el signo +, y assi se suman sprê. los q. restan

	Exemp. 1º	Exemp. 2º	Exemp. 3º
	$5z^3 - 6z^2$	$5b^5z^1 + 7b^2 - 10$	$7a^3 - 6a^2 - 4.$
	$4z^3 + 4z^2$	$2b^5z^1 - 4b^2 + 15$	$6a^3 + 4a^2 + 2.$
Sum.	$9z^3 - 2z^2.$	$7b^5z^1 + 3b^2 + 5.$	$13a^3 - 2a^2 - 2.$

despues de los signos son los q. se restan. Como en el exemplo 1.º sumando 5. y 4. son $9z.^{3}$ y restando 4. de 6. quedan $2z.^{2}$ y se pone el signo − por q. 6, q. es num.º mayor tiene el signo −, y sera la suma, $9z^{3}-2z^{2}$. En el exemplo 2.º restando 4 de 7. quedan $3b.^{2}$ y restando 10 de 15. queda 5. con el signo +, por q. 7. y 15. q. son los numeros mayores tienen el signo +: y al contrario en el exemplo 3.º

26. Pero si las letras, ó exponentes fueren diferentes, se dexa cada parte con su signo, poniendo entre las dos el signo +.

En los exemplos se ve, q. las sumas son las mesmas partes juntas con el signo +.

Exemplo 1.º	Exemplo 2.º
$6z^{3}+4z.^{2}$	$11z^{3}-4z.^{1}$
$7a^{1}-10.$	$6z^{2}b.^{1}+5b.^{2}$
Suma. $6z^{3}+4z^{2}+7a.^{1}-10.$	$11z^{3}-4z^{1}+6z^{2}b.^{1}+5b.^{2}$

27. Si vbiere letras, y exponentes semejantes juntam.te, se observará la doctrina de los §§. 23. y 25.

En el exemplo 1.º 8. y 7. son $15z.^{2}$ los otros terminos quedan con sus signos, y es la suma $15z^{2}+5z-12.$ En el exemp. 2.º restando 4. de 5. queda $+1b.^{2}$ los otros con sus signos, y es la suma $6b^{3}+1b.^{2}+8z.^{2}$, ó sino $6b.^{3}+8z^{2}+b.^{1}$ q. todo es uno. En el exemp. 3.º restando 5. de 8. quedan $-3z.^{1}$ y los otros con sus signos, y es la suma $7z^{3}+4z^{2}-3z.^{1}$ esto pide exercicio y consideracion.

Exemplo 1.º	Exemp. 2.º	Exemplo 3.º
$8z^{2}+5z.^{1}$	$6b^{3}-4b.^{2}$	$7z^{3}+5z.^{1}$
$7z^{2}-12$	$8z^{2}+5b.^{2}$	$4z^{2}-8z.^{1}$
Suma. $15z^{2}+5z-12$	$6b^{3}+b.^{2}+8z.^{2}$	$7z^{3}+4z^{2}-3z.^{1}$

Regla 2.ª

28. Del restar Caracteres Compuestos.

Quando las letras, exponentes, y signos, son semejantes, y el restador es menor, se resta llanamente como en el §. 13. dexando el mes.° signo.

Pero si el numero del restador fuere maior, se quita el menor del maior, y se pone el signo contrario.

En los exemplos 1.° 2.° 3.° se vee, q. el restar es llano: en el 4.° restando 5 de 8. quedan $3d^2$ y al contrario restando 10 de 15. quedan $5d^1$ con el signo contrario, y es la resta $3d^2 - 5d^1$ lo mesmo es en el 5.° En el 6.° restando 8. de 10. quedan $-2z^2$ p.r q. en los primeros terminos, si no llevan signo, se entiende +, y restando 4 de 8. quedan $+4x^3$ y es la resta $-2z^2 + 4x^3$ y es lo mes.° q. $4x^3 - 2z^2$

	Exemplo 1.°	Exemp. 2.°	Exemp. 3.°
	$6z^1 + 10$	$4b^2 - 6b^1$	$6a^4x^2 + 7a^2$
	$4z^1 + 6$	$3b^2 - 4b^1$	$3a^4x^2 + 3a^2$
resta	$2z^1 + 4$	$1b^2 - 2b^1$	$3a^4x^2 + 4a^2$
	Exemplo 4.	Exemplo 5.°	Exemplo 6.°
	$8d^2 + 10d^1$	$4b^3 - 6a^2$	$8z^2 - 4x^3$
	$5d^2 + 15d^1$	$3b^3 - 8a^2$	$10z^2 - 8x^3$
	$3d^2 - 5d^1$	$1b^3 + 2a^2$	$-2z^2 + 4x^3$

29. Quando las letras, y exponentes son semejantes, y los signos diferentes, los terminos q. preceden à los signos se restan como en el §. 27. y 28: y los q. se siguen se suman, y siempre se interpone el signo de la parte superior, q. es la cantidad.

En el exemplo 1.° restando 5 de 7. quedan $2b^3$ y sumando 7 y 6. p.r ser los signos contrarios seran 13. y p.r q. la parte superior tiene + sera la resta $2b^3 + 13b^2$ lo mes.° es en el 2.° pero en el 3.° p.r q. en los 1.° terminos se entiende +, y 6. num.° del restador es mai q. 4. num.° de la cantid.d restase 4. de 6. y con el signo contrario (§. 28.) sera $-2a^2x^3$. sumando 10 y 8. seran $+18a^5$ su

	Exemplo 1.°	Exemplo 2.°	Exemplo 3.°
	$7b^3 + 7b^2$	$3y^2 - 6y^1 + 10.$	$4a^2x^3 + 10a^5 - 9x^2$
	$5b^3 - 6b^2$	$1y^2 + 8y^1 - 20.$	$6a^2x^3 - 8a^5 + 3x^2$
res.	$2b^3 + 13b^2$	$2y^2 - 14y^1 + 30.$	$-2a^2x^3 + 18a^5 - 12x^2$

mando 9. y 3. seran $-12x^2$; y toda la resta $-2a^2x^3+18a^5-12x^2$. y es lo mesmo q̃ $18a^5-2a^2x^3-12x^2$ ett.ª

30. Quando las letras, ó exponentes son diferentes, los terminos dela parte superior, se ponen en la resta con sus propios signos, y los del restador con los signos contrarios: guardando con los caracteres semejantes las reglas del §. 27. 28. y 29.

Exemplo 1.º	Exemp. 2.º	Exemplo 3.º
$7x^3+8x^2$	$9b^2-8b^1+10.$	$9a^3+5a^2.$
$5x^3$	$4b^2+2x^3.$	$6x^2+7x^1-30.$
resta. $2x^3+8x^2.$	$5b^2-8b^1+10-2x^3.$	$9a^3+5a^2-6x^2-7x^1+30.$

En el exemplo 1.º y 2.º p.r ser semejantes los 1.os terminos, se restan como en el §. 27: y en el 1.º $+8x^2$ dela cant.d se pone en la resta con su signo +: en el 2.º $-8b^1+10$. se ponen en la resta con sus signos, y $+2x^3$ del restador, se pone con el signo contrario, y es la resta $5b^2-8b^1+10-2x^3$. En el 3.º p.r q̃ no ay caracter semejante, se ponen $9a^3+5a^2$ con su signo, y p.r q̃ $6x^2$ del restador se entiende q̃ lleva el signo + se pone con el contrario −, y los q̃ se siguen tambien con sus contrarios, y es la resta $9a^3+5a^2-6x^2-7x^1+30$.

Regla 3.ª

De multiplicar caracteres compuestos.

31. En la multiplicacion generalm.te se ha de observar, q̃ si los signos son semejantes + y + ó − y −, siempre el producto es +; pero si los signos son diferentes + y −, ó − y + siempre el producto es −. En todo lo demas se observa la regla 3.ª de los simples. Cap. 2.º como si las letras son semejantes

Se suman los exponentes, y se multiplican los numeros q. preceden desta suerte; comenzando p.r el primer termino del multiplicador de la mano dra, se multiplican todos los de la cantidad: luego q. el 2.º termino se multiplica otra vez toda la cant.d etc.ª como en la arithmetica vulgar, la suma de todo es el producto de la multiplicacion.

32.

	Exemplo 1.º	Exemplo 2.º
Cantid.	$4z^{3} + 2z^{1}$	$3b^{4} + 2b^{1} - 6.$
Multiplica.	$6z^{3} + 3z^{1}$	$4b^{1} - 5$
	$+ 12z^{4} + 6z^{2}$	$- 15b^{4} - 10b^{1} + 30$
	$24z^{6} + 12z^{4}$	$12b^{5} + 8b^{2} - 24b^{1}$
	$24z^{6} + 24z^{4} + 6z^{2}$	$12b^{5} - 15b^{4} + 8b^{2} - 34b^{1} + 30.$

En el exemplo 1.º comenzando p.r $3z$, q. es el 1.r term.o a la mano dra del multiplicador; digo 3 veces 2 son 6. y sumando los exponentes 1 y 1. son 2. con q. sera $+ 6z^{2}$ p.r ser los signos + y +. luego multiplicando $3z^{1}$ p.r $4z^{3}$ sale $+ 12z^{4}$ p.r ser los signos semejantes, pues $4z^{3}$ se entiende con el signo +: acabada la multiplicac.n p.r el 1.º se multiplica p.r el 2.º $2z^{1}$ p.r $6z^{3}$ sera $12z^{4}$ q. se escrive en otra linea mas abaxo, enfrente del multiplicador $6z^{3}$ luego $4z^{3}$ p.r $6z^{3}$ sera $+ 24z^{6}$ sumando las dos lineas, sale el producto $24z^{6} + 24z^{4} + 6z^{2}$

33. En el exemplo 2.º comenzando p.r los prim.s terminos de mano dra, 5 veces 6 son + 30 p.r ser los signos semejantes − y −: luego 5 veces $2b^{1}$ son $- 10b^{1}$ p.r ser los signos diferentes + y −. luego 5 veces $3b^{4}$ son $- 15b^{4}$ multiplicase despues p.r el 2.º termino $4b^{1}$ multiplicando pues -6 p.r $4b^{1}$ sale $- 24b^{1}$ p.r ser los signos diferentes: luego $2b^{1}$ p.r $4b^{1}$ sale $+ 8b^{2}$ luego $3b^{4}$ p.r $4b^{1}$

Sale $+12b^5$ la suma del todo q̃ el § 26. será el producto dla multiplicanⁿ $12b^5 - 15b^4 + 8b^2 -$ $34b^1 + 30$: y poniendo à lo ultimo los signos $-$ será $12b^5 + 8b^2 + 30 - 15b^4 - 34b^1$ q̃ todo es uno.

Exemplo 3º.

34\.

Despues dla Cantᵈ q̃ se ha de multiplicar, y del multiplicador, se pueden poner los exponentes, 0. 1. 2. 3. 4. etc. bastantemᵗᵉ distantes, q̃ sirvan de guia, para escrivir los productos dla multiplicacion, y se correspondan los exponentes semejantes, con q̃ se evitará la equivocacion, q̃ facilmente podia suceder en la suma. Medite el lector este exemplo con atencⁿ. y se exercite en otros semejantes.

Cantidad. $4a^3 + 5a^2 - 3a^1 + 4$.

multiplicador $2a^2 - 2a^1 - 3$.

Exponentes.	5.	4.	3.	2.	1.	0.
multiplicanⁿ por 3.			$-12a^3$	$-15a^2$	$+9a^1$	-12.
multiplicanⁿ por $2a^1$.		$-8a^4$	$-10a^3$	$+6a^2$	$-8a^1$.	
multip. por $2a^2$.	$+8a^5$	$+10a^4$	$-6a^3$	$+8a^2$.		
Producto.	$8a^5$	$+2a^4$	$-28a^3$	$-1a^2$	$-1a^1$	-12.

35\. Si ubiere letras diferentes, se guarda el mesᵐᵒ estilo, q̃ en el multiplicar los caracteres simples, y en orden à los signos se observa la mesᵐᵃ regla § 31. Multiplicanse 1º. los numeros. 2º. se juntan las letras diferentes con sus propios exponentes: 3º. si hay tambien letras semejantes, se suman los exponentes. 4º. los signos semejantes + y +, ó − y − hacen +: y los diferentes − y +, ó + y −, hacen −.

36\. En el exemplo 1º. multiplicando 4 por 3. serán 12: y sumando los exponentes 2 y 1. serán $+12z^3$ por ser los signos semejantes.

Exemplo 1º.

$$\begin{array}{l} 2b^1 + 4z^2 \\ \quad 3z^1 \\ \hline 6b^1z^1 + 12z^3 \text{ Producto.} \end{array}$$

Exemplo 2º.

$$\begin{array}{r} 4z^2y^1 - 2y^2 \\ 1z^1 - 3y^1 \\ \hline -12z^2y^2 + 6y^3 \\ +4z^3y^1 - 2z^1y^2 \\ \hline \text{Producto. } 4z^3y^1 - 12z^2y^2 - 2z^1y^2 + 6y^3 \end{array}$$

+ y +: luego multiplicando 2 p. 3. Sale 6. y juntando las letras diferentes con sus proprios exponentes sera $6b^1z^1$. y todo el producto $6b^1z^1. + 12z^3$. En el exemplo 2.º multiplicando − $2y^2$ p. − $3y^1$. Sale + $6y^3$. p. ser los signos semejantes − y −: multiplicando + $4z^2y^1$. p. − $3y^1$. Sale − $12z^2y^2$. p. ser los signos diferentes + y −. luego multiplicando − $2y^2$ p. + $1z^1$. Sale − $2z^1y^2$. multiplicando + $4z^2y^1$. p. + z^1. Sale + $4z^3y^1$: la suma de todo es el producto de la multiplicacion lo mes.º es en 3 letras, ett.ª

37.

Regla 4.ª

De Partir Caracteres Compuestos.

Quando las letras son semejantes, y el partidor no tiene el exponente maior, se procede como en los simples. 1.º Se parten los numeros de la cant.d p. el num.o del partidor. 2.º Se resta el exponente del partidor de los otros. 3.º quando los exponentes son iguales, se quita la letra, y queda p. quociente solo el numero: 4.º los signos + y +, ô − y −, hacen +; pero + y −, ô − y + hacen −.

38.

	Exemplo 1.º	Exemplo 2.º	Exemplo 3.º
Cant.	$12b^3. + 4b^2.$	$6x^3 - 9x^1.$	$-8a^4. + 12a^2 - 20a^1.$
Part.	$2b^1.$	$3x^1.$	$-4a^1.$
Quocie.	$6b^2 + 2b^1.$	$2x^2 - 3.$	$+2a^3 - 3a^1 + 5.$

En el exemplo 1.º partiendo 12 p. 2 Sale 6. y restando los exponentes, sera $6b^2$. luego partiendo 4 p. 2. Sale 2. y restando los exponentes sera + $2b^1$. y todo el quociente $6b^2 + 2b^1$. En el exemplo 2.º partiendo $6x^3$. p. $3x^1$. Sale + $2x^2$. y partiendo − $9x^1$. p. + $3x^1$. Sale 3. y todo el quoc.te $2x^2 - 3$. En el exemplo 3.º partiendo − $8a^4$ p. − $4a^1$. Sale + $2a^3$: partiendo + $12a^2$ p. − $4a^1$. Sale − $3a^1$: partiendo − $20a^1$. p. − $4a^1$. Sale + 5. y todo el quoc.te + $2a^3 - 3a^1 + 5$.

39. Quando el partidor tiene mu.s terminos, se observan las mesm.as reglas del §.37: y el metodo mas facil es como en el lib. 1.° §. 20.

Partiendo $8a^5$ p.r $2a^2$ sale $4a^3$ escrivese debaxo en la linea del quociente 1.°: multiplicase todo el partidor p.r este quociente 1.° y sale el producto 1.°: restase el producto 1.° dela cant.d y queda el residuo 1.°: Escrito otra vez el partidor debaxo, se parte el primer termino del residuo 1.° q.e es $10a^4$ p.r $2a^2$ y sale $5a^2$: escrivese en la linea del quociente 2.° multiplicase el partidor p.r el quo.te 2.° sale el producto 2.° restado del residuo 1.° queda el residuo 2.° luego partase el term.o 1.° del residuo 2.° q.e es $-6a^3$ p.r $+2a^2$ sale $-3a^1$ y se escrive en la linea del quociente 3.° multiplicando el partidor p.r el quo.te 3.° sale el producto 3.° restado del residuo 2.° sale el residuo 3.° luego partiendo $8a^2$ p.r $2a^2$ sale 4: escrivese en el quo.te 4.° multiplicase el partidor p.r el quo.te 4.° sale el producto 4.° restado del residuo 3.° queda el residuo 4.° zero: Y juntando los quocientes con sus signos, sera todo el quo.te $4a^3+5a^2-3a^1+4$. la prueva es, q.e multiplicando el quociente p.r el par

40. Exemplo de Partidor Compuesto.

Cantid.d	$+8a^5+2a^4-28a^3-1a^2+1a^1-12.$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quo.te 1.°	$+4a^3$
Producto 1.°	$+8a^5-8a^4-12a^3$
Residuo 1.°	$0.+10a^4-16a^3-1a^2+1a^1-12.$
Partidor	$+2a^2-2a^1-3$
Quo.te 2.°	$+5a^2$
Producto 2.°	$+10a^4-10a^3-15a^2$
Residuo 2.°	$0.\ -6a^3+14a^2+1a^1-12.$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3$
Quociente 3.°	$-3a^1$
Producto 3.°	$-6a^3+6a^2+9a^1$
Residuo 3.°	$0\ +8a^2-8a^1-12$
Partidor.	$+2a^2-2a^1-3.$
Quo.te 4.°	$+4$
Producto 4.°	$8a^2-8a^1-12.$
Residuo 4.°	0. 0. 0.

tidor $2a^2 - 2a^1 - 3$. Sale la cant.d como en el §. 34.

41. Quando hai diferentes letras, ó el exponente del partidor es maior, se hará quebrado: y lo mesmo se puede hacer quando el partidor tiene muchos terminos, dexando la operacion prolija del §. 39: pues facilmente despues se librará de quebrados la igualacion.

	Exemplo 1.°	Exemp. 2.°	Exemp. 3.°
Cant.	$6a^2b^1 - 7b^2$	$4z^3 + 15x^1$	$3x^1 + 6z^2$
Part.	$5a^3 + 9b^2$	$7x^2 - 12$	$11z^3 - 1x^1$
Quot.te	$\frac{6a^2b^1 - 7b^2}{5a^3 + 9b^2}$	$\frac{4z^3 + 15x^1}{7x^2 - 12}$	$\frac{3x^1 + 6z^2}{11z^3 - 1x^1}$

Como en la arithmetica vulgar partiendo el numero menor 8. por el maior 15. se forma el quebrado $\frac{8}{15}$ como se denota, que el 8. esta partido por 15: lo mesmo es en los caracteres simples, ó compuestos, y asi partiendo $3x + 6z^2$ por $11z^3 - 1x$. el quebrado $\frac{3x + 6z^2}{11z^3 - 1x}$ sera el quociente de la particion: esto es lo que mas veces se ofrece en la practica.

Cap. 4.°

De las Potestades y raizes de los Caracteres.

42. Si el caracter es simple, se hallaran las potestades por la continua multiplicacion del numero que precede, y por la suma, ó adiccion continua del exponente: como si se da 1z. sera la progresion de sus potestades (lib. 2. c. 2.°) $1z^1$. $1z^2$. $1z^3$. $1z^4$. $1z^5$. etc.ª esto es $1z^2$. es el quadrado: $1z^3$. es el cubo de $1z^1$. etc.ª lo mesmo es aunque estan dos letras juntas como $1z^1x^1$: sus potestades son

$1z^2x^2$. $1z^3x^3$. $1z^4x^4$. ett.ª la Vnidad, q precede no se muda, p.r q no se aumenta p.r su multiplicac.n continua. Sp.re q vna letra esta Solitaria, se entiende q tiene Vnid.d p.r numero y exponente: y asi lo mesmo es z q $1z^1$. y x. q $1x^1$. y lo mes.º es zx. q $1z^1x^1$. esto es muy Usado de los autores.

43. Exemplo 2.º $4z^1$. multiplicando continuam.te el 4. y sumando continuamente el 1: sera la progres.n de las potestades. $4z^1$. $16z^2$. $64z^3$. $256z^4$. $1024z^5$. ett.ª 4 veces 4. son 16: 4 veces 16 son 64. ett.ª Sumando 1 y 1. son 2: 2 y 1 son 3: 3 y 1. son 4: ett.ª Exemplo 3.º $4b^2$. sera la progresion $4b^2$. $16b^4$. $64b^6$. $256b^8$ ett.ª multiplicado el num. 4 veces 4 es 16: 4 veces 16. es 64 ett.ª Y sumando el exponente 2 y 2 son 4: 4 y 2 son 6: 6 y 2 son 8. ett.ª de suerte q el exceso de los exponentes, es el mesmo exponente de la letra: Exemplo 3.º $8b^2d^2$ la progresion sera: $8b^2d^2$. $64b^4d^4$. $512b^6d^6$. ett.ª el termino 1.º es raiz; el 2.º es quadrado; el 3.º es cubo. ett.ª

44. La Raiz de los Caracteres simples.

Se hallara sacando la raiz del num.º q precede a la letra, y partiendo el exponente de la letra, p.r el exponente de la raiz, q se busca. Pidese la R.^{2} de $25z^4$. la R.^{2} de 25 es 5: partiendo el exponente de z^4. p.r el de R.^{2} sale 2: y sera $5z^2$ la R.^{2} de $25z^4$. Exemplo 2.º Pidese la R.^{3} de $1x^3$ la R.^{3} de 1. es 1. partiendo el exponente de x^3. p.r el de R.^{3} esto es 3 p.r 3. sera el quociente 1. luego $1x^1$. es la R.^{3} de $1x^3$. Exemplo 3.º Pidese la R.^{5} de $32768z^{10}$ la R.^{5} de

32768 es 8: partiendo 10 por 5. sale 2: luego 8^2 es la V.^{5} de 32768^{10}. Exemplo 2.º para la V. de $1b^2d^2$: la V.^{2} de 1. es 1: partiendo 2 exponente de las letras por 2 exponente de la V.^{2} sale el quoc.te 1. luego bd. ó $1b^1d^1$ será la V.^{2} de $1b^2d^2$. ett.ª

45 Las Potestades de los Caracteres Compuestos.

Se hallan por su continua multiplicacion, como se ve en el exemplo siguiente.

Raiz.	$1b^1 + 1d^1$
Raiz: multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1.º	$1b^1d^1 + 1d^2$
Producto 2.º	$1b^2 + 1b^1d^1$
Quadrado: Suma.	$1b^2 + 2b^1d^1 + 1d^2$
Raiz: multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1.º	$1b^2d^1 + 2b^1d^2 + 1d^3$
Producto 2.º	$1b^3 + 2b^2d^1 + 1b^1d^2$
Cubo: Suma.	$1b^3 + 3b^2d^1 + 3b^1d^2 + 1d^3$
Raiz: multiplicador.	$1b^1 + 1d^1$
Producto 1.º	$1b^3d^1 + 3b^2d^2 + 3b^1d^3 + 1d^4$
Producto 2.º	$1b^4 + 3b^3d^1 + 3b^2d^2 + 1b^1d^3$
QQ.º Suma.	$1b^4 + 4b^3d^1 + 6b^2d^2 + 4b^1d^3 + 1d^4$

La multiplicac.n se hace por la regla 3.ª del §. 31. aunque los num.os y exponentes de las letras sean maiores, y así se puede continuar infinitamente, para hallar el QQ.º CC.º ett.ª

46. Con esta multiplicacion continua, se va formando aquella anterior tabla triangular, que en el lib. 2. §. 45. sirve, para sacar todas las raices: pues si el aritmetico reconoce las potestades, que salen en esta multiplicacion: Q. C. QQ.º ett.ª dexando el termino 1.º y ultimo hallará, que los numeros de los terminos intermedios, son los mis.os que en la tabla triangular sirven para sacar la raiz de aquella potestad: Como en el quadrado; el numero del termino intermedio es 2: y en la tabla triangular sobre 1.º se halla solo el 2. En el cubo, los num.os intermedios son 3 y 3: y en la tabla tri

angular sobre la v.^{3} se hallan 3 y 3: en el qq.º los num.s intermedios son 4. 6. 4: y en la tabla se hallan sobre v.^{4} y assi infinitamente.

47. Esta es la razon q. aquellos numeros sirven para la extracc.on de todas las raizes, pues como el sacar la raiz de alguna Potestad, no es mas q. hallar el 2.º term.º de la progresion (lib. 2. §. 10.) q. es el num.º de la 1.ª grada (§. 5.) y es lo mes.º q. resolver la potestad, q. los mesmos terminos, y grados con q. se formó subiendo á su grada; es preciso, q. los mesmos numeros q. sirvieron en la composizion para formar la potestad, sirvan en la resoluc.on para resolverla, y hallar la raiz.

48. De aqui nace un maravilloso compendio, para hallar las potestades de los caracteres compuestos p.r la tabla triangular, sin la continua multiplicacion del §. 45. Sean los caracteres compuestos $1p^1 + 1q^1$ pidese la potestad de la quinta grada, q. es el QC.º su exponente 5: busco en la tabla triangular (lib. 2. § 15.) la columna v.^{5} y hallo 4 num.s 5. 10. 10. 5. Escrivo pues en una linea las dos letras dadas p. q. bien distantes, q. pueda aver 4 intermedios, y en distancia competente escrivo los 4 num.s de la tabla como se ve.

p. 5. 10. 10. 5. q.

Luego despues de cada numero escrivo las dos letras, de suerte q. aia lug.r para los exponentes.

p. 5pq. 10pq. 10pq. 5pq. q.

A la primera p. de mano dra. se pone su exponente 1. y luego a las otras q. se continuan adic.on: 1. y 1 son 2: 2 y 1 son 3: 3 y 1 son 4: 4 y 1. son 5: y seran p^1. p^2. p^3. p^4. p^5: lo mesmo es de la 2.ª letra comenzando de mano yzquierda: y puestos los signos + sera el QC.º de $1p^1 + 1q^1$ como se ve.

$$1p^5 + 5p^4q^1 + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5p^1q^4 + q^5.$$

49. Con el mesmo artificio se hallaran las potestades de los caracteres compuestos con negacion, mudando solamde los signos alternativamente el 1º − el 2º + el 3º − el 4º + ect. Como si se da $1g^1 - 1y^1$. I se pide la potestad de la 5ª grada eeº dispuestas las letras, y numº como antes, sera.

$$1g^5 - 5g^4y^1 + 10g^3y^2 - 10g^2y^3 + 5g^1y^4 - 1y^5.$$

Si se pide la quarta grada, ó eeº en la columna Vª de la tabla triangular (lib. 2. §. 15.) hallo 3 numº. 4. 6. 4. dispuestas las letras con 3 intermedios, sera el eeº de $1g^1 - 1y^1$.

$$1g^4 - 4g^3y^1 + 6g^2y^2 - 4g^1y^3 + 1y^4.$$

Este compendio es admirable, y de mucho alivio.

50. Quando los exponentes son maiores, se guarda el mesmo estilo: como, si se pide la 4ª grada, ó eeº de $1h^3 + 1l^2$ dispuestas las letras, sera

$$1h^{12} + 4h^9l^2 + 6h^6l^4 + 4h^3l^6 + 1l^8.$$

A la 1ª letra h. comenzando por la manº drª, se pone su proprio exponente 3: luego 3 y 3 son 6: 6 y 3. son 9: 9 y 3 son 12: á la primª l. de manº izquierda se pone su exponente 2: luego 2 y 2 son 4: 4 y 2 son 6: 6 y 2 son 8: y puestos los signos + es toda la linea el eeº de $1h^3 + 1l^2$ ectª

51. Si el numº. que precede a las letras fuere mas que la unidad: como $6p^2 + 5n^3$. se guardará este orden. Multipliquense los numeros continuamte hasta la potestad que se busca: como si se pide el eeº multiplicando el 6. continuamte, sera su progresion 6. 36. 216. 1296: y la del 5. sera 5. 25. 125. 625: escrivanse en orden contrario, la del primer numero, comenzando de la mano-

ro dia hacia la izquierda, y la del 2º. un termino mas adelante de la 3ra. hacia la izquierda, como se ve.

	1296.	216.	36.	6.	
		5	25	125	625
Producto 1º.		1080	900	750	
Tabla.		4	6	4	
Producto 2º.		4320	5400	3000.	

multiplicando los terminos, que se corresponden sale el producto 1º. debaxo se escriuen los numeros de la tabla triangular: multiplicase otra vez, sale el producto 2º. Con estos nuevos numeros se disponen las letras como antes, y sera el cc.º de $6p^2 - 5n^3$. el siguiente.

$$1296p^8 - 4320p^6n^3 + 5400p^4n^6 - 3000p^2n^9 + 625n^{12}.$$

52. Con el mesmo artificio se halla la potestad, quando en la una parte de la composicion ay numero sin letra: como $6p^2 + 5$: sera el cc.º

$$1296p^8 + 4320p^6 + 5400p^4 + 3000p^2 + 625.$$

Y si se diera $6 + 5n^3$. fuera el cc.º

$$1296 + 4320n^3 + 5400n^6 + 3000n^9 + 625n^{12}.$$

Y lo mesmo es de qualquiera otra potestad: y si la composicion fuere con negacion se obseruarà el §. 49. la prueua de todo esto se puede hazer en solos numeros sin caracteres: como $6 - 5$ es lo mesmo que 1. su cc.º es tambien 1: y con el artificio precedente se hallarà el cc.º de $6 - 5$ que es el siguiente.

$$1296 - 4320 + 5400 - 3000 + 625.$$

la Suma — de 4320, y 3000. es — 7320: la Suma + de 1296. 5400. 625. es + 7321: Restando 7320 de 7321, queda 1. que el cc.º de 6 — 5.

53. La raiz de los Caracteres Compuestos.

Se hallará facilmente supuesto este artificio: lo 1.º se ha de sacar la r. del termino 1. como si estuviera solo por el §. 44. lo 2.º se sacará la r. del ultimo termino: las dos raizes juntas con el signo +, ó con —; si estuviere el signo — en la composicion, será la raiz, que se busca: ó no tendrá raiz justa la composicion: Como si se pide la r.^{5} de $1p^5 + 5p^4q^1 + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5p^1q^4 + 1q^5$. La r.^{5} de $1p^5$ es $1p^1$. y la r.^{5} de $1q^5$ es $1q^1$ por el §. 44: juntas las dos con el signo + será la r.^{5} que se busca $1p^1 + 1q^1$, ó $p + q$.

54. Para examinar esto supuesto que el num.º del 1.º y ultimo termino es Unidad, reconozcanse los num.os de los term.os intermedios, y si son los mes.mos que en la tabla triangular sirven para la r. que se busca, como en este caso, concluiremos que la r. del 1.º y ultimo termino, es la r. que se busca: pero si los num.os fueren diferentes, no tendrá raiz justa, que se pueda expresar.

55. Pero si el 1.º y ultimo termino tuvieren num.os m.res que la Unidad; se ha de sacar la r. como en el §. 44. y luego por el §. 51. se buscará la potestad semejante á la raiz, que se busca, y si los terminos intermedios salieren los mes.os de la composicion, la r. hallada del 1.º y ultimo, será la raiz verdadera, y si los num.os fueren diferentes, no tendrá raiz que se pueda expresar, como si se pide la r.^{4} de esta composicion.

$$1296b^8 - 4320b^6n^3 + 5400b^4n^6 - 3000b^2n^9 + 625n^{12}.$$

La r.^{4} del term.º 1.º por el §. 44. es $6b^2$ y la del ultimo $5n^3$: las dos juntas con — serán $6b^2 - 5n^3$: busco su cc.º por el §. 51. y hallo los numeros intermedios 4320. 5400. 3000: que son los mes.os de la composicion; digo que la raiz verdadera es $6b^2 - 5n^3$.

56. Quando el V. y ultimo termino no tuviere raiz, q se pueda sacar por el §. 44: ó por q el num.° q precede es irracional, ó por q los exponentes no se pueden partir sin quebrado por el exponente de la raiz, q se busca; seran los caracteres irracionales, y bastará poner delante el signo radical V. con su exponente; como si se pide la $V.^2$ de $6a^2$: por q el num. 6. no tiene $V.^2$ justa, se escrivirá, $V.^2\ 6a^2$: pidese la $V.^3$ de $8x^4$, aunq el num.° 8. tiene $V.^3$ q es 2: pero por q el exponente 4 no se puede partir por 3: será el caracter irracional, y su V. se denotará $V.^3\ 8x^4$. q quiere decir raiz cubica de $8x^4$. etc.

57. De la mesma suerte se expresarán las raizes de los caracteres compuestos, q no se pudiere hallar por la doctrina de los §§. 53. y 55. cerrando toda la composicion dentro de un parenthesis, anteponiendo el signo radical V. con su exponente: como $V^3(1y^3+4z^2-7z^1+3x)$ Item: $V.^4(16x^4+9x^3-10z^5+12z^4)$ It. $V.^2(6y^2+12y^1x^2+5x^3)$ No multiplico exemplos, por q los mas preceptos mas son confusion, q enseñanza: tambien se puede aplicar la doctrina universal de las raizes simples del lib. 2.° Cap. 4.° á los caracteres guardando el mesmo estilo, y pudiera servir, para sacar raizes compuestas de tres y quatro terminos, pero en toda la vida no se ofrecerá una vez, y por ser mas el trabajo q el provecho, dexo al arithmetico ingenioso su aplicacion.

58. Aunq el num.° irracional esté sin caracter, ó letra se observa lo mesmo: como para significar la V. cubica del num.° 10; se escrive $V.^3\ 10$: la $V.^2$ de 14. será $V.^2\ 14$: pero si el num.° estuviere compuesto con caracter, se ha de cerrar toda la composicion en un parentesis: como la $V.^3$ de $4b^2+12$: será $V.^3(4b^2+12)$ con q se denota, q la V. cubica se ha de sacar de toda la composicion: y

a esta llaman los autores raiz Universal: Cierrase dentro del parentesis, para quitar la equivocacion: Por q quitando el parentesis: $V.^3 4b^2 + 12$. es lo mismo q la suma de la $V.^3 4b^2$ y del num.º 12: asimesmo $V.^3 15 + V.^2 8$. es la suma de las dos raizes, pero $V.^3 (V.^3 15 + V.^2 8.)$ es la raiz cubica, de toda la composicion, ó $V.^3$ de la suma de las dos raizes. etc.ª

Cap. 5.

De los Irracionales Simples.

59. En este capitulo, y los tres siguientes, se pueden resolver innumerables quest.s racionales de la Algebra, y asi el q fatigado de los 4 Capitulos antecedentes, quisiere lograr presto el fruto de su trabajo, puede saltar a los Capitulos. 9. 10. 11. 12: y entrar luego en las quest.s del lib. 4. hasta q bien exercitado en las igualaciones de numeros racionales, buelva con nuevo aliento a este laberintho, q asi se puede llamar el algorithmo de las raizes Irracionales: aunq si no falta el ingenio, y animo, es mejor no romper la hebra, hasta salir con la inteligenzia.

60. Numeros Irracionales se llaman las raizes de qualesq.r num.s q no se pueden explicar por num.º entero, ni quebrado, como $V.^2 10$. la raiz quadrada de 10: Item: $V.^3 10$: la raiz cubica de 10: etc.ª Llamanse tambien Sordos, Por q como no se pueden explicar, tampoco se pueden oir. Pueden ser, ó simples, ó compuestos; los simples son, quando no llevan el signo + ni −: como $V.^2 10$: los compuestos, quando llevan alguno de los dos signos + ó − como $V.^2 10 + 5$: etc.ª Para mas

claridad trataremos V. de los simples, y en el Cap.^{o} siguiente de los compuestos.

Regla V.ª

61.

Reducir los irracionales á un denominador.

Quando los exponentes de la V. son diferentes, multiplíquense entre si, y el producto será el exponente comun de la V. luego cada num.^{o} multiplíquese continuam.^{te} p.^{r} si mesmo, hasta la potestad del exponente contrario: como si se dieren V.^{2} 7. y V.^{3} 10. Escrívanse uno sobre otro como una cruz, y multiplicando V.^{2} p.^{r} V.^{3} sale V.^{6} denominador comun, q. se escrive á la mano izquierda: multiplíquese el 7. hasta tres terminos, p.^{q} el exponente contrario es 3: y sale 343: multiplíquese el 10 hasta 2 terminos p.^{q} el exponente contrario es 2. y sale 100: digo q. V.^{6} 343. y V.^{6} 100. es lo mes.^{mo} q. V.^{2} 7. y V.^{3} 10. y estan reducidas á un denominador V.^{6}

V.^{6} V.^{2} 7. 49. 343.
V.^{3} × 10. 100.

62. Con el mes.^{mo} artificio se reduce el num.^{o} al denominador de la raiz como 5. y V.^{4} 20. Se escriven como antes, y multiplicando el 5. p.^{r} si mesmo hasta 4 terminos p.^{q} el exponente contrario 4. sale 625. y será V.^{4} 625. y V.^{4} 20. lo mes.^{mo} q. 5 y V.^{4} 20.

V.^{4} V. × 5. 25. 125. 625.
20

63. Quando hai letras sin numeros, se multiplican los exponentes de las letras, p.^{r} los exponentes de la raiz contraria: como si se dan V.^{3} b.^{2} y V.^{2} z.^{1} multiplicando V.^{3} p.^{r} V.^{2} sale V.^{6} y multiplicando el exponente de b.^{2} p.^{r} el contrario de V.^{2} sale b.^{4} y z.^{1} p.^{r} V.^{3} sale z.^{3} y será V.^{6} b.^{4} y V.^{6} z.^{3} lo mes.^{mo} q. V.^{3} b.^{2} y V.^{2} z.^{1} y estan las raizes reducidas á un denominador.

V.^{3} b.^{2} b.^{4}
V.^{6} V.^{2} × z.^{1} z.^{3}

64. Si las letras tuvieren num.s precedente, se observará con los num.os del §. 61. y con las letras el §. 63. Como $V.^3\ 5a^2$: y $V.^4\ 7x^3$: se escriven de la mes.a suerte: multiplicando $V.^3$ por $V.^4$ sale $V.^{12}$ multiplicando 5 hasta 4 terminos por el exponente contrario $V.^4$ sale 625: y multiplicando a^2 por $V.^4$ sale a^8. Luego multiplicando 7 hasta 3 term.os sale 343: y multiplicando el exponente de x^3 por el de $V.^3$ sale x^9: y seran $V.^{12}\ 625a^8$. y $V.^{12}\ 343x^9$. lo mes.o que $V.^3\ 5a^2$: y $V.^4\ 7x^3$: y estan reducidas a un denominador $V.^{12}$ que es comun.

$$V.^{12}\ \begin{matrix} V^3 \\ V^4 \end{matrix} \times \begin{matrix} 5a^2.\ 25.\ 125.\ 625a^8. \\ 7x^3.\ 49.\ 343x^9. \end{matrix}$$

65

Regla 2.ª

Multiplicar y partir irracionales simples.

Si los exponentes de las V.s son semejantes, se multiplicaran, ó partiran los numeros llanamente, el producto, ó quociente con el mes.o signo V. y exponente, es el que se busca.

Exemplos de multiplicar.			Exemplos de Partir.		
$V.^2$ 3.	por $V.^2$ 10.	Producto $V.^2$ 30.	$V.^2$ 30.	por $V.^2$ 3.	quociente $V.^2$ 10.
$V.^3$ 10.	por $V.^3$ 24.	Producto $V.^3$ 240.	$V.^3$ 240.	por $V.^3$ 10.	quociente $V.^3$ 24.
$V.^4$ 9.	por $V.^4$ 8.	Producto $V.^4$ 72.	$V.^4$ 72.	por $V.^4$ 9.	quociente. $V.^4$ 8.

66. Quando hai letras solas, ó letras, y numeros, se guardan las reglas de la multiplicac.on y particion del Capitulo 2.º

Exemplos de multiplicar.			Exemplos de Partir.		
$V.^2 4b.^2$	por $V.^2 6b.^2$	Producto $V.^2 24b.^4$	$V.^2 24b.^4$	por $V.^2 6b.^2$	quoziente $V.^2 4b.^2$
$V.^3 10x.^1$	por $V.^3 5z.^2$	Producto $V.^3 50x^1z.^2$	$V.^3 50x^1z.^2$	por $V.^3 5z.^2$	quoziente $V.^3 10x.^1$
$V.^4 5z.^3$ –	por $V.^4 8z.^2$	Producto $V.^4 40z.^5$ –	$V.^4 40z.^5$	por $V.^4 8z.^2$	quoziente $V.^4 5z.^3$

67) Si los exponentes de la V. son diferentes, se reduciran a un denominador por la regla 1.ª y despues se obrará como antes: como si se han de multiplicar $V.^2 7.$ por $V.^3 10.$ reducidas por el §.61. seran $V.^6 343.$ y $V.^6 100$: multiplicando 343 por 100, sale $V.^6 34300$: Item, se ha de multiplicar $V.^4 20.$ por 5: reducidas por el §.62. seran $V.^4 20.$ y $V.^4 625$: multiplicando 625 por 20 sale $V.^4 12500.$ It. si se ha de partir $V.^2 7.$ por $V.^3 10.$ reducidas son $V.^6 343$ y $V.^6 100$: partiendo 343 por 100. sale $V.^6 3\frac{43}{100}$: It. partiendo 5 por $V.^4 20$: reducidas son $V.^4 625.$ y $V.^4 20$: partiendo 625 por 20. sale $V.^4 31\frac{1}{4}$: en las letras se observa lo mesmo.

68. La verdad de las operaciones, se conoce en los num.s racionales: multiplicando $V.^2 9.$ por $V.^2 16.$ sale $V.^2 144$: la $V.^2$ de 16 es 4: la de 9 es 3: multiplicando 4 por 3 sale 12: que es $V.^2 144.$ It. partiendo $V.^2 144.$ por $V.^2 16.$ sale $V.^2 9$: y partiendo 12 que es $V.^2$ de 144. por 4 que es $V.^2 16.$ sale 3. que es $V.^2 9$: luego el modo de obrar en los irracionales es bueno.

69. Regla 3.ª

Hallar las raizes commensurables.

Todas las raizes sordas son incommensurables con sus potestades, pero dos raizes sordas, comparada una con otra, pueden ser enteras, ó commensurables, ó incommensurables. Commensurables son las que tienen entera razon de un numero á otro; llamanse communicantes, por que se comunican con los numeros racionales; tienen una mayor razon comun, y pueden con ellos componer una proporcion: tales son $\sqrt[2]{12}$. y $\sqrt[2]{3}$. que son proporcionales con 2. y 1: esto es como 2. á 1: assi $\sqrt[2]{12}$. á $\sqrt[2]{3}$. Incommensurables son las que no tienen entera razon de numero á numero.

30. La 1ª quando los exponentes son diferentes, reduzcanse las raizes á un denominador, por la regla 1ª. La 2ª quando tienen un mismo exponente, partase la mayor por la menor (§. 65.) si el quociente tiene raiz racional del mesmo exponente, seran las raizes commensurables, y si no incommensurables. Exemplo 1º $\sqrt[2]{12}$. y $\sqrt[2]{3}$: partiendo 12 por 3. sale $\sqrt[2]{4}$: que es racional, por que la $\sqrt[2]{4}$. es 2: digo pues que $\sqrt[2]{12}$. y $\sqrt[2]{3}$. son commensurables: Exemplo 2º $\sqrt[3]{320}$. y $\sqrt[3]{135}$: partiendo una por otra sale $\sqrt[3]{\frac{320}{135}}$ reducido el quebrado á sus minimos terminos (lib. 1. §. 34.) sera $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$ que es racional, por que su $\sqrt[3]{}$ es $\frac{4}{3}$ por el lib. 2. §. 45: y assi son racionales $\sqrt[3]{320}$. y $\sqrt[3]{135}$.

31. De aqui nace otro modo: busquese la mayor medida comun de los dos numeros (lib. 1º §. 32.) partanse por ella los numeros; si los dos quocientes tienen raiz racional, seran las raizes dadas commensurables, y si no incommensurables: Exemplo 1º $\sqrt[2]{12}$. y $\sqrt[2]{3}$. la maior medida es 3: partiendo 12. y 3. por 3. salen 4 y 1: la $\sqrt[2]{}$ de 4 es 2: y la $\sqrt[2]{}$ de 1. es 1: digo pues, que $\sqrt[2]{12}$. y $\sqrt[2]{3}$. son commensurables, y su proporcion es como 2. á 1. Exemplo 2º: $\sqrt[3]{320}$ y $\sqrt[3]{135}$. la mayor medida comun es 5: partiendo 320 y 135. por 5. salen 64 y 27: la $\sqrt[3]{}$ de 64. es 4: la $\sqrt[3]{}$ de 27 es 3. digo que son commensurables $\sqrt[3]{320}$ y $\sqrt[3]{135}$. y su razon es como 4 á 3.

72. Otro modo: multiplíquese el numº. maior pr el menor si fueren $V.^2$, y si $V.^3$ pr su qº, y si $V.^4$ pr su Cº. si $V.^5$ pr su qqº. etcª. si el producto tiene $V.$ racional, serán las raíces dadas commensurables, y la proporcion dla maior á la menor será, como la raíz hallada al numº. menor. Exemplo 1º. $V.^2 12$. y $V.^2 3$: pr q el $V.^2$ multiplico 12 pr 3. sale 36: su $V.^2$ es 6. digo q $V.^2 12$ y $V.^2 3$. son comunicantes, y su proporzn. es como 6 á 3. Exemplo 2º. $V.^3 320$ y $V.^3 135$: q ser $V.^3$ multiplico 320 pr 18225 q es el qº. dl 135. sale el producto 5832000: su $V.^3$ es 180: serán pues comunicantes, ó commensurables $V.^3 320$ y $V.^3 135$. y su proporzn. como 180 á 135. q es como 4 á 3.

73. Lo mesmº. se entiende en las letras, quando se ponen en lugar de numeros. Exemplo 1º. $V.^3 1a.^2$ y $V.^3 1a.^5$: partiendo $V.^3 1a.^5$ pr $V.^3 1a.^2$ sale $V.^3 1a.^3$: su $V.^3$ pr el §. 44 es $1a.^1$ luego son comunicantes $V.^3 1a.^5$ y $V.^3 1a.^2$. Item. pr el §. 72. pr ser $V.^3$ el qº. dl $1a.^2$ es $1a.^4$. multiplicado pr $1a.^5$ sale $1a.^9$ su $V.^3$ es $1a.^3$: luego son commensurables $V.^3 1a.^5$ y $V.^3$ dl $1a.^2$. y su proporzn. es como $1a.^3$ á $1a.^2$: quando q alguno dl estos modos no sale raíz racional, serán las raíces incommunicables. Exemplo 2º. $V.^3 5$. y $V.^3 2$: el qº. de 2 es 4. multiplicado pr 5 es 20: pr q el 20. no tiene $V.^3$ racional, digo q son incommensurables $V.^3 5$. y $V.^3 2$: etcª.

Regla 4ª.

74.

Sumar, y restar raíces irracionales simples.

Lo 1º. si fueren los exponentes diferentes, se reducirán á un denominador pr la regla 1ª. Lo 2º. se examinará si son comunicantes pr la regla 3ª. lo 3º. si fueren comunicantes, ó commensurables, pártase la mr. pr la menor, ó una pr otra si son iguales, y sacando la raiz del quociente, se le añadirá, ó quitará 1. y multiplicando la suma, ó residuo p. la raiz menor, el producto será la suma, ó resta q. se busca.

35. Exemplos del Sumar.

Pidese la suma de $\sqrt[2]{32}$. y $\sqrt[2]{2}$: partase 32 p. 2. sale 16. su $\sqrt[2]{}$ es 4: luego son conmensurables (§. 30.) añadase pues 1. al 4. sale 5: multiplicando $\sqrt[2]{2}$. p. 5. reduciendo el 5. al mesmo denominador $\sqrt[2]{}$ será $\sqrt[2]{25}$. p. el §. 62: multiplicando pues $\sqrt[2]{2}$. p. $\sqrt[2]{25}$. sale $\sqrt[2]{50}$. y esta la suma de $\sqrt[2]{32}$. y $\sqrt[2]{2}$: It. hanse de sumar $\sqrt[3]{8}$. y $\sqrt[3]{27}$: partiendo 27 p. 8. sale $\frac{27}{8}$: su $\sqrt[3]{}$ es $\frac{3}{2}$ p. el libro 2. §. 45. añadido 1. sera $1\frac{3}{2}$, ó $\frac{5}{2}$: reducido á un denominador p. el §. 62. con la $\sqrt[3]{8}$. será $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$: multiplicandolo p. $\sqrt[3]{8}$. borrando el denominador (lib. 1. §. 46.) sera el producto $\sqrt[3]{125}$, y esta la suma de las dos raices.

36. Exemplos del restar.

Hase de restar $\sqrt[2]{2}$. de $\sqrt[2]{50}$: partiendo 50 p. 2. sale 25 su $\sqrt[2]{}$ es 5. conq. son conmensurables, quitando 1 de 5. quedan 4: reducido a un denominador con $\sqrt[2]{2}$. p. el §. 62. será $\sqrt[2]{16}$: multiplicando $\sqrt[2]{16}$. p. $\sqrt[2]{2}$. sale $\sqrt[2]{32}$: y esta la resta ó difer.ª de las dos raices. Pidese la difer.ª de $\sqrt[3]{125}$. y $\sqrt[3]{8}$: partiendo 125 p. 8. sale $\frac{125}{8}$ su $\sqrt[3]{}$ es $\frac{5}{2}$: quitando 1. quedan $\frac{3}{2}$: reducidos á un denominador con $\sqrt[3]{8}$. seran $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$: multiplicando $\sqrt[3]{8}$. p. $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$: sale $\sqrt[3]{27}$. y esta la resta, ó difer.ª de las dos raices.

37. Si con los numeros hai letras de una especie, y exponente, se obra con los num.s como si estuvieran solos, y queda la suma, con la mesma letra, y exponente: como sumando $\sqrt[2]{}$

32b.^{3} y V.^{2} 2b.^{3} sera la suma V.^{2} 50b.^{3} como en el §. 75. La verdad de todas estas operaciones se ve en las raizes racionales: como V.^{2} 36. y V.^{2} 9: partiendo V.^{2} 36. por V.^{2} 9. sale V.^{2} 4. que es 2: añadido 1 es 3: que es V.^{2} 9. multiplicada por la menor V.^{2} 9. sale V.^{2} 81. que es 9. la suma de las dos: la V.^{2} de 36 es 6: la V.^{2} de 9 es 3: la suma de 6 y 3 es 9: luego es buena la operacion.

Finalmente, quando las raizes son incommensurables, se suman con el signo +: y restan con el signo —: como la suma de V.^{2} 24. y V.^{2} 8. sera V.^{2} 24 + V.^{2} 8: la suma de V.^{3} 20. y V.^{3} 9. sera V.^{3} 20 + V.^{3} 9. La suma de V.^{5} 30. y V.^{3} 7. sera V.^{5} 30 + V.^{3} 7. Restando la V.^{2} 8. de V.^{2} 24. sera la resta V.^{2} 24 — V.^{2} 8. ett.ª lo mes.º es en las letras: la suma de la V.^{2} b.^{3} y V.^{3} b.^{4} es V.^{2} b^3 + V.^{3} b^4: Restando V.^{4} xx.^{3} de V.^{2} z.^{3} sera la resta V.^{2} z^3 — V.^{4} xx.^{3} ett.ª

Cap. 6.

De los Irracionales Compuestos.

78. Los irracionales compuestos proceden de la suma, ó resta de dos numeros entre si inconmensurables: estos pueden ser, ó dos raizes irracionales inconmensurables, ó raiz irracional, y numero, porque todo numero es inconmensurable con qualquiera raiz irracional. Pero aunque los terminos de cada composicion sean entre si inconmensurables, se han de comparar los de una composicion con los de la otra, y ver si son conmensurables, ó inconmensurables, para hacer la suma, ó resta: si fueren inconmensurables

se suman con +, y restan con − sin otro artificio; si fueren conmensurables, se guardará la siguiente.

79. Regla 1.ª

Sumar, y restar conmensurables compuestos.

Si en la composicion ay numeros, se suman, y restan entre si guardando las reglas de + y − del Cap. 3.º Y las raices, se suman, y restan por la regla 1. del Cap. 5.º de suerte que esta regla es compuesta de la regla 1. y 2. del Cap. 3.º y de la 1. del Cap. 5.º

6. y 4. son 10: la suma de $\sqrt[2]{18}$. y $\sqrt[2]{8}$. por el §. 75. será $\sqrt[2]{50}$: luego la suma de todo será $10+\sqrt[2]{50}$. Y la del segundo exemplo $\sqrt[2]{722}-10$.

Exemplos de sumar.

	$6+\sqrt[2]{18}$		$\sqrt[2]{162}-2$
	$4+\sqrt[2]{8}$.		$\sqrt[2]{200}-8$
Suma	$10+\sqrt[2]{50}$	Suma	$\sqrt[2]{722}-10$

Otros exemplos de sumar.

En estos exemplos se suma √ con √ por el §. 75.

	$\sqrt[3]{27}+\sqrt[2]{32}$	$\sqrt[4]{243}-\sqrt[3]{27}$
	$\sqrt[3]{8}+\sqrt[2]{2}$	$\sqrt[4]{48}-\sqrt[3]{8}$
Suma.	$\sqrt[3]{125}+\sqrt[2]{50}$.	S. $\sqrt[4]{1875}-\sqrt[3]{125}$.

En estos exemplos se resta 3 de 5 y se pone el signo del num.o mayor §. 25. las raices se suman por el §. 75.

	$\sqrt[2]{50}+3$	$\sqrt[2]{50}-3$
	$\sqrt[2]{72}-5$	$\sqrt[2]{72}+5$
Sum.	$\sqrt[2]{162}-2$	Su. $\sqrt[2]{162}+2$

En estos exemplos se resta el numero menor del mayor, aunque estén encontrados, y tambien las raices, por ser los signos contrarios. (§. 25.)

+	$8-\sqrt[2]{50}$.	$+\sqrt[2]{50}-6$
	$+\sqrt[2]{242}-12$.	$+24-\sqrt[2]{242}$
Su.	$+\sqrt[2]{72}-4$.	S. $+18-\sqrt[2]{72}$

81. Quando hai unos conmensurables, y otros inconmensurables, se sumarán los conmensurables como antes §. 75. y los inconmensurables con el +: Si hai letras se observa lo mesmo.

Bastan estos exemplos si se tiene atenz.on á observar las reglas. 1. y 2. del sumar + y − del capitulo 3.° y la 4. de las raizes: Cap. 5.°

$V^{3}.\,27+V^{2}.\,32$	$V^{2}.\,50x^{3}+V^{3}.\,16x^{2}$
$V^{3}.\,8+\,12$	$V^{2}.\,72x^{3}-\,15z^{1}$
$V^{3}.\,125+V^{2}.\,32+12.$	$V^{2}.\,162x^{3}+V^{3}.\,16x^{2}-15z^{1}$

82. Exemplos de restar.

Por el (§. 76. restad.o $V^{2}.\,32$ de $V^{2}.\,50.$ queda $V^{2}.\,2.$ y restando $V^{2}.\,2$ de $V^{2}.\,32$, queda $V^{2}.\,18$: ett.a

$V^{2}.\,50+V^{2}.\,32.$	$V^{2}.\,50+2$
$V^{2}.\,32+V^{2}.\,2.$	$V^{2}.\,18-2$
$V^{2}.\,2+V^{2}.\,18.$	$V^{2}.\,8+0.$

En estos dos exemplos se quita el num.o menor del m.r y si es menor el de arriba

$V^{2}.\,50+2$	$+V^{2}.\,50-2$
$V^{2}.\,2+4$	$+V^{2}.\,72-24$
$V^{2}.\,32-2$	$-V^{2}.\,12+22.$

se pone el signo contrario. §. 28. las raizes se restan por el §. 76. y en el 2.° exemplo, se pone el signo contrario al term.o primero.

83. Por ser diferentes los sign.os se suman los num.s y se pone el signo de arriba (§. 29. las raizes se restan: §. 76.

$V^{3}.\,125+4$	$V^{2}.\,162-4$
$V^{3}.\,27-6$	$V^{2}.\,32+6$
$V^{3}.\,8+10.$	$V^{2}.\,50-10$

En el exemplo 1.° se suman las raizes, y en las 2.as del 2.° y se pone el signo de arriba: las primeras raizes del 2.° se restan, y pone el signo contrario (regla 2.a Cap. 3.°)

$+V^{4}.\,32+100$	$+V^{2}.\,50-V^{2}.\,2$
$-V^{4}.\,162+40$	$+V^{2}.\,162+V^{2}.\,32$
$+V^{4}.\,1250+60$	$-V^{2}.\,32-V^{2}.\,50$

84. Las letras no varian el modo de obrar, si son semejantes, y de un mes.o exponente. Quando hay terminos conmensurables, y otros inconmensurables, se restan los conmensurables

como antes, y los incommensurables con el signo —.

En todos los exemplos del restar, se ven observadas la regla 2. del Cap. 3.º y la regla 4. del Cap.º 5.º

$$V^{2}.\ 50b^{1} + V^{3}.\ \infty^{2}.$$
$$V^{2}.\ 32b^{1} - 12.$$
$$\overline{V^{2}.\ 2b^{1} + V^{3}\ \infty^{2} - 12.}$$

$$+V^{2}.\ 2a^{2} - 2a^{1}.$$
$$-V^{2}.\ 18a^{2} + 3a^{1}.$$
$$\overline{+V^{2}.\ 32a^{2} - 5a^{1}.}$$

85.

Regla 2.ª

Multiplicar, y partir irracionales compuestos.

Las raizes se multiplican, y parten como en la regla 2.ª §. 65: el num.º y raiz como en el (§. 6): el numero, y num.º llanamente: en razon de los signos; + y +: y − y −, hazen +: pero + y −: y − y +, hazen —, como en la regla 3.º del Cap. 3.º si huviere letras semejantes con exponentes semejantes, se suman los exponentes: de suerte, que esta regla es compuesta de las multiplicaciones, y particiones del Cap. 3.º y 5.º y en todo se han de guardar sus preceptos.

Exemplos de multiplicar.

Sacando la raiz quadrada de 900 es 30. añadido a los 18. sera + 48: sumando $V^{2}.\ 3645$ y $V^{2}.\ 80$. que el §. 79. es $V^{2}.\ 4805$: con que sera el Producto $V^{2}.\ 4805 + 48$.

Cantidad	$V^{2}.\ 20 + 9$
multiplicador.	$V^{2}.\ 45 + 2$
Producto 1.º	$V^{2}.\ 80 + 18$
Prod. 2.º	$V^{2}.\ 900 + V^{2}.\ 3645$
Suma 1.ª	$V^{2}.\ 900 + V^{2}.\ 4805 + 18$
Suma 2.ª reduzida.	$V^{2}.\ 4805 + 48.$

87. Esta reduccion se puede hacer, siempre q. las composiciones son de numeros, y raizes comunicantes: p. q. multiplicando dos numeros por dos raizes conmensurables, salen los productos conmensurables, q. se pueden reducir á uno, sumandoles p. el §. 79: y multiplicando entre si dos $\sqrt[2]{}\sqrt[2]{}$ comunicantes, siempre sale producto racional, q. se puede reducir á numero, sacando su $\sqrt[2]{}$ y aun si fueren todos los terminos raizes quadradas comunicantes, todo el producto se reducirá á numero.

Cantidad.	$6-\sqrt[2]{20}$
Multiplicador.	$8-\sqrt[2]{45}$
Producto 1º.	$-\sqrt[2]{1620}+\sqrt[2]{900}.$
Producto 2º.	$48-\sqrt[2]{1280}$
Suma 1ª.	$48-\sqrt[2]{5780}+\sqrt[2]{900}.$
Suma 2ª. reducida.	$78-\sqrt[2]{5780}.$

88. Quando las raizes son inconmensurables; no se pueden reducir, y se hace la suma juntando los productos con sus proprios signos. Lo mesmo es aunq. sean las raizes conmensurables; si tiene letras diferentes, ó semejantes con diferente exponente. Pero si las letras, y exponentes son semejantes, no varian el modo de obrar: como si á todos los terminos del exemplo 1º. se añade z^2. será el producto $\sqrt[2]{900z^4}+\sqrt[2]{4805z^4}+18z^2$. q. es $\sqrt[2]{4805z^4}+48z^2$. Por no tener esto especial dificultad no multiplico exemplos.

89. En el exemplo 1º. partiendo 28 p. 4. sale $\sqrt[3]{7}$. partiendo 20 p. 4. sale $\sqrt[3]{5}$: el quoc.te es $\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{5}$. En el exemplo 2º. por q. el partidor es 2. se reduce á la especie de $\sqrt[2]{}$ §. 62. y será $\sqrt[2]{4}$: partiendo $\sqrt[2]{20}$. p. $\sqrt[2]{4}$. sale $\sqrt[2]{5}$. partiendo $-\sqrt[2]{10}$. por $+\sqrt[2]{4}$. sale $-\sqrt[2]{2\frac{2}{4}}$: y será el quoc.te $\sqrt[2]{5}-\sqrt[2]{2\frac{2}{4}}$.

Exemplos de Partir.

Cantidad.	$\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{20}.$	$\sqrt[2]{20}-\sqrt[2]{10}.$
Partidor.	$\sqrt[3]{4}.$	2
Quociente.	$\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{5}.$	$\sqrt[2]{5}-\sqrt[2]{2\frac{2}{4}}$

90. Quando el partidor es compuesto de V^2. reducidos los term.s a un denominador por el §. 61. se mudará el signo + en −, y − en +, y será multiplicador de la cantidad: el producto se partirá por la diferencia de los numeros del multiplicador: Como si se ha de partir $V^2.\,50+6$ por $V^2.\,8+2$: reducidos los num.s al denominador V^2. por el §. 62. serán $V^2.\,50+V^2.\,36$, y $V^2.\,8+V^2.\,4$: mudando el signo será el multiplicador, $V^2.\,8-V^2.\,4$: multiplicase $V^2.\,50+V^2.\,36$: por $V^2.\,8-V^2.\,4$: Como en el §. 86: multiplicando pues $V^2.\,50+V^2.\,36$, por $-V^2.\,4$. sale $-V^2.\,200-V^2.\,144$: multiplicando otra vez $V^2.\,50+V^2.\,36$. por $V^2.\,8$. sale $V^2.\,400+V^2.\,288$. Sumando $-V^2.\,200$ y $+V^2.\,288$ (§. 79.) sale $V^2.\,8$: la V^2. de 400, y 144 es 20. y 12: restando 12 de 20. quedan 8. con que toda la suma de los productos reducida es $V^2.\,8+8$: la diferencia de los num.s del partidor, $V^2.\,8-V^2.\,4$. es 4: partiendo pues $V^2.\,8+8$. por 4: que es $V^2.\,16$; sale el quociente $V^2.\,\frac{8}{16}+2$.

$V^2.\,50+V^2.\,36$.
Partidor. $V^2.\ 8-V^2.\ 4$
$-V^2.\,200-V^2.\,144$.
$V^2.\,400+V^2.\,288$.
Suma $V^2.\ 8+\ 8$.
Diferenz.a 4
Quoc.te $V^2.\ \frac{1}{2}+\ 2$.

91. La verdad se conoce en los num.s racionales. Hase de partir 42 que es $V^2.\,1764$ por $V^2.\,25-V^2.\,4$: mudado el signo será el multiplicador $V^2.\,25+V^2.\,4$: multiplicando pues $V^2.\,1764$ por $V^2.\,25+V^2.\,4$. sale el producto $V^2.\,44100+V^2.\,7056$. la diferencia de los num.s del multiplicador 25. y 4 es 21. Partido el producto por 21. que es $V^2.\,441$. (§. 89.) sale el quociente $V^2.\,100+V^2.\,16$. que es 10+4: esto es 14: y partiendo 42 por $V^2.\,25-V^2.\,4$: esto es por 5−2. que es 3: sale tambien el quociente 14.

Exemp. 2.o
Cantidad $V^2.\ 1764$
$V^2.\,25+V^2.\ 4$.
$V^2\,44100+V^2.\ 7056$
Difer.a 21
Quo.te $V^2.\,100+V^2.\,16$.

92. Las letras semejantes de un mes.o exponente no mudan la operacion: Como si se

ha de partir $V^2.\ 1764\,y^2.$ p.r $V^2.\ 25\,y^2 + V^2.\ 4\,y^2$: mudado el signo será el multiplicador $V^2.\ 25\,y^2 - V^2.\ 4\,y^2$: el producto será $V^2.\ 44100\,y^4. - V^2.\ 7056\,y^4.$ la diferenzia de los numeros del multiplicador es $21\,y^1.$ q. es $V^2.\ 441\,y^2$: el quot.te será $V^2.\ 100\,y^2 - V^2.\ 16\,y^2.$ esto es: $10\,y^1 - 4\,y^1.$ q. es $6\,y^1.$ Y lo mesm.o se hallará, si se parte $42\,y^1.$ p.r $5\,y^1 + 2\,y^1.$ ó por $7\,y^1.$ pues partiendo $42\,y^1.$ p. $7\,y^1.$ sale $6\,y^1.$

Exemplo 3.º

Cantid.d	$V^2.\ 1764\,y^2.$
	$V^2.\ 25\,y^2 - V^2.\ 4\,y^2.$
	$V^2.\ 44100\,y^4 - V^2.\ 7056\,y^4.$
Diferenzia	$21\,y^1.$
Quot.te	$V^2.\ 100\,y^2 - V^2.\ 16\,y^2.$

93. Quando el exponente de la V. es 3. 4. 5. ett.a lo mejor, y mas facil es formar quebrado, poniendo al partidor p.r denominador: Como si se ha de partir $V^3.\ 22. + V^2.\ 8.$ p.r $V^2.\ 34 - 3$: será el quociente $\frac{V^3.\ 22 + V^2.\ 8.}{V^2.\ 34 - 3}$. si se ha de partir $V^5.\ 41 - V^3.\ 10.$ p.r $V^3.\ 26 + V^2.\ 15.$ será el quot.te $\frac{V^5.\ 41 - V^3.\ 10}{V^3.\ 26 + V^2.\ 15.}$. lo mesmo se hace quando hai diferentes letras, ó si las semejantes tienen diferente exponente: Como si se ha de partir $V^2.\ 15\,b^2 + V^2.\ 7\,x^3.$ p.r $V^2.\ 7.\,b^1 + 8.$ será el quociente $\frac{V^2.\ 15\,b^2 + V^2.\ 7\,x^3.}{V^2.\ 7\,b^1 + 8.}$. Partiendo $V^2.\ 7\,a^2 + V^2.\ 11\,a^1.$ p.r $V^2.\ 3\,a^3 - 2\,a^2.$ será el quot.te $\frac{V^2.\ 7\,a^2 + V^2.\ 11\,a^1.}{V^2.\ 3\,a^3 - 2\,a^2.}$

Muchas reglas particulares dexo con advertencia, p.r ser mas la confusion, q. el provecho.

Cap. 7.

De las Raizes Universales.

94. Las raizes universales, son raizes de los irracionales compuestos: Como si se ha de sacar la $V^2.$ de este compuesto $7 + V^2.\ 13.$ cierrase el compuesto en un parentesis, y antes se pone el signo V. con su exponente asi: $V^2.\ (7 + V^2.\ 13.)$ q. quiere decir, raiz quadrada de todo el compuesto $7 + V^2.$

13: de suerte q los irracionales compuestos se diferenzian de las raizes Universales, como las potestades de las raizes: pues como 13. es el quadrado de $V.^{2}\,13.$ y 10. es el cubo de $V.^{3}\,10.$ assi $7+V.^{2}\,13$ es el q.º de $V.^{2}(7+V.^{2}\,13.)$ y $V.^{2}\,8-2.$ es el cubo de $V.^{3}(V.^{2}\,8.-2.)$ ett.ª

95. Regla 1.ª

Sumar, y restar VV. Universales.

Sumanse las raizes Universales con el signo +, y se restan con el signo − sin otro artificio: como si se ha de sumar $V.^{2}(7+V.^{2}\,13.)$ y $V.^{2}(10-V.^{2}\,5.)$ juntas las dos con el signo + será la suma $V.^{2}(7+V.^{2}\,13)+V.^{2}(10-V.^{2}\,5.)$ pero restando la menor de la maior, será la difer.ª $V.^{2}(7+V.^{2}\,13)-V.^{2}(10-V.^{2}\,5)$ De la mesm.ª suerte se sumarán los irracionales compuestos, con las raizes Universales: Como sumando $V.^{2}(8+V.^{2}\,32)$ y $12+V.^{2}\,10$: será la suma; $V.^{2}(8+V.^{2}\,32)+12+V.^{2}\,10$: Y restando el menor del maior será la difer.ª $12+V.^{2}\,10:-V.^{2}(8+V.^{2}\,32.)$

96. Si se duda q raiz es maior, se ha de ver, q compuesto irracional es maior, ó menor: la regla mas clara es, sacar la raiz proxima de los Irracionales, p.r el lib. 2. Cap. 5.º como: dudase, q raiz es maior de estas dos: $V.^{2}(7+V.^{2}\,13)$ y $V.^{2}(13-V.^{2}\,7)$ sacando la $V.^{2}\,13.$ se hallará proxima $3\frac{60}{100}$. Sumada con el 7. será $10\frac{60}{100}$. casi lo mis.º q $7+V.^{2}\,13$. Sacando luego la $V.^{2}\,7$. se hallará proxima $2\frac{64}{100}$ quitada de 13 quedan $10\frac{36}{100}$. casi igual á $13-V.^{2}\,7$. luego siendo $10\frac{60}{100}$ maior q $10\frac{36}{100}$ será el compuesto $7+V.^{2}\,13.$ m.ª q $13-V.^{2}\,7$. y assi la $V.^{2}(7+V.^{2}\,13)$ será m.ª q la $V.^{2}(13-V.^{2}\,7.)$

97. algunas vezes se ofrece sumar dos VV. universales, q teniendo los mesm.s term.s tienen los

signos contrarios, como $V.^2(12+V.^2 6)$ y $V.^2(12-V.^2 6)$: reduzganse los numeros á quadrado, y seran $V.^2(V.^2 144+V.^2 6.)$ y $V.^2(V.^2 144-V.^2 6.)$ quitese el quadrado menor del maior, q̃ es 6. de 144: queda 138: y será el 2.º termino, y junto con el maior, para sumar con +, para restar con −, será $V.^2(V.^2 144+V.^2 138.)$ y $V.^2(V.^2 144-V.^2 138)$: multiplicando los compuestos p.r 2: esto es p.r $V.^2 4$. será la suma $V.^2(V.^2 576+V.^2 552)$ y la resta $V.^2(V.^2 576-V.^2 552)$: y sacando la raiz $V.^2$ de los term.s racionales, será la suma $V.^2(24+V.^2 552)$ y la resta, ó difer.ª $V.^2(24-V.^2 552.)$

Regla 2.ª

98. Multiplicar, y partir VV. Universales.

Las raizes han de ser de una denominac.n, ó exponente, y si no lo fueren se han de reducir p.r el §. 61. La cant.d q̃ se multiplica, ó parte, y el multiplicador, ó partidor, se han de reducir á quadrado, ó cubo, ett.ª conforme el exponente de la raiz Universal: luego se hará la multiplicac.n, ó partic.on p.r la regla 2.ª Cap. 6. §. 86. Para reducir la V. universal á Q.º C.º ett.ª basta quitar el signo radical, q̃ precede al parentesis; como $V.^2(7+V.^3 5.)$ reducido á quadrado será, $7+V.^3 5$: p.r q̃ este es el Q.º de aquella raiz, como se dixo §. 94: el num.o quando es multiplicador, ó partidor se reduce p.r su continua multiplicacion.

Exemplos de multiplicar.

99. Hase de multiplicar $V.^2(7+V.^2 3)$ p.r el num.o 2: reducidos á su quadrado seran $7+V.^2 3.$ y 4: multipliquese agora como en el §. 86. de esta suerte: $V.^2 3.$ p.r 4: q̃ es $V.^2 16.$ esto es 3. p.r 16: y sale el producto $V.^2 48$: luego 7 p.r 4. sale 28: y todo el producto es

$7+V.^2 3$
4
$28+V.^2 48.$

$V.^{2}(28+V.^{2}48)$ Multiplicando $V.^{3}(V.^{3}64+V.^{2}36+3)$ p.r el num.o 5. reducidos á su cubos p.r ser el exponente de la V. universal 3. Seran $V.^{3}64+V.^{2}36+3$. y 125. q. es cubo de 5. multiplicase 3 p.r 125, y sale 375: multiplicase $V.^{2}36$ p.r 125, q. es $V.^{2}15625$, y sale $V.^{2}562500$: multiplicase $V.^{3}64$. p.r 125. q. es $V.^{3}1953125$. Y sale $V.^{3}125000000$. y todo el producto, será: $V.^{3}(V.^{3}125000000.+V.^{2}562500+375.)$

$V.^{3}64.+V.^{2}36.+3$
125
$V.^{3}125000000\ V.^{2}562500+375$

100\. Quando el multiplicador es compuesto, se multiplica toda la Cant.d primero p.r el 2.º termino, y luego p.r el 1.º Como en el sig.te exemplo: Para multiplicar $V.^{2}(13+V.^{2}18)$ p.r $V.^{2}(5+V.^{2}8.)$ reducidos á su C.os Seran $13.+V.^{2}18$. y $5+V.^{2}8$. multiplicando $V.^{2}18$. p.r $V.^{2}8$. sale $V.^{2}144$. multiplicando 13 q. es $V.^{2}169$. p.r $V.^{2}8$. sale $V.^{2}1452$: otra vez: multiplicando $V.^{2}18$. p.r 5. q. es $V.^{2}25$. sale $V.^{2}450$: multiplicando 13 p.r 5. sale 65: sacando la $V.^{2}$ de 144. será 12, añadidos á los 65. seran 77: y todo el producto será $V.^{2}(77+V.^{2}450+V.^{2}1452.)$

Cantidad	$13+V.^{2}18.$
multiplicador	$5+V.^{2}8.$
Producto 1.º	$V.^{2}1452+V.^{2}144.$
Producto 2.º	$65+V.^{2}450$
Suma, y Prod.	$77+V.^{2}450+V.^{2}1452.$

101. Exemplos de partir.

Hase de partir $V.^{2}(18+V.^{2}27)$ p.r $V.^{2}3$. Reducidos á su C.os seran $18+V.^{2}27$. y 3: partiendo pues 18 p.r 3. sale 6: y partiendo $V.^{2}27$. p.r 3. q. es $V.^{2}9$. sale $V.^{2}3$: y todo el quoc.te será: $V.^{2}(6+V.^{2}3)$.

Cantid.	$18+V.^{2}27.$
Partidor.	3.
Quoc.te	$6+V.^{2}3.$

Partase $V.^{2}(432+V.^{2}7776)$ p.r 6: reducidos á su C.os seran $432+V.^{2}7776$, y 36: Partiendo 432 p.r 36. sale 12: y part.do $V.^{2}7776$. p.r 36. q. es $V.^{2}1296$. sale $V.^{2}6$: y todo el quoc.te será: $V.^{2}(12+V.^{2}6)$.

Cantidad.	$432+V.^{2}7776.$
Partidor.	36
Quoziente	$12+V.^{2}6.$

102. Partase $V.^2(588+V.^2 34848)$ p.r $V.^2(12+V.^2 8)$ reducidos á su Q.o seran $588+V.^2 34848.$ y $12+V.^2 8$: por ser el divisor compuesto se observa el §. 90. mudado el signo, sera el multiplicador $12-V.^2 8$. multiplicado $V.^2 34848$ p.r $V.^2 8$. sale $V.^2 278784$. y multiplicando 588 q.e es $V.^2 345744$. p.r $V.^2 8$. sale $V.^2 2765952$: luego multiplicando $V.^2 34848$ p.r 12, q.e es $V.^2 144$. sale $V.^2 5018112$: multiplicando 588 p.r 12. sale 7065: la $V.^2$ de 278784 es 528, quitada de 7065, quedan 6528. y quitando $V.^2 2765952$ de $V.^2 5018112$, queda $V.^2 332928$. y todo el producto reducido es $6528+V.^2 332928$. El divisor era $12+V.^2 8$ q.e es $V.^2 144+V.^2 8$: la difer.a de los numeros es 136: q.e servira de divisor. Partiendo pues $6528+V.^2 332928$ p.r 136 como en el §. 101. sale el quociente $48+V.^2 18$: cerrado en un parentesis con el signo radical sera $V.^2(48+V.^2 18.)$

Cantidad	$588+V.^2 34848.$
Multiplicador:	$12-V.^2\ 8.$
	$-V.^2 2765952-V.^2 278784.$
$7065+V.^2 5018112$	
Producto.	$6528+V.^2 332928$
diferencia.	136.
Quociente.	$48+V.^2\ 18.$

103. Estas particiones se haran mas facilmente en forma de quebrado: como partiendo $V.^2(588+V.^2 34848)$ p.r $V.^2(12+V.^2 8)$ sera el quot.e $\frac{V.^2(588+V.^2 34848}{V.^2(12+V.^2 8.)}$, y aunq.e el divisor no sea compuesto, se puede observar esto: como partiendo $V.^2(432+V.^2 7776)$ p.r 6. sera el quociente $\frac{V.^2(432+V.^2 7776)}{6.}$. Quando ai letras diferentes es preciso guardar esta regla: como partiendo $V.^3(12x^4+V.^2 8z^2)$ p.r $V.^2(5z^3-V.^3 25)$ sera el quociente $\frac{V.^3(12x^4+V.^2 8z^2)}{V.^2(5z^3-V.^3 25.)}$: lo mesmo se observa en otros semejantes.

nota. (Los capitulos 8.o y 9.o siguientes: se hallaran: el 8.o; en el quaderno 2.o de las raizes, fol. 31. al fin. y el 9.o; en el quaderno 1.o de varios fragmentos, fol. 112.; tambien al fin del quaderno como delantes.)

Cap. 10.

Regla Unica del Algebra.

125. En lugar del numero incognito, q̃ se busca, supongase vna letra del Abecedario a. b. c. ettª Sea pues la letra $1z^1$: y con ella se haran todas las operaciones sumando, restando, multiplicando, ó partiendo, conforme el tenor de la question propuesta, hasta hallar alguna igualacion. 2° esta igualacion se reducirá si fuere necesario. 3° Se buscará el Valor de la letra, y esse es el numº incognito, q̃ se busca.

En esta breve regla se cifra toda la immensidad del Algebra: contiene tres partes, q̃ son Igualacion, reduccion, y Valor de la letra: de la primª trataremos en este Capitulo, y de las otras en los dos siguientes.

126. De la Igualacion.

Igualacion es la comparacion de vna cantª con otra igual de diferente nombre, ó la igualdad de dos cantidades en el nombre diferentes: Como $1z^2+6z^1$ es igual á 16. Denotase la igualdad con este caracter ∞, de esta suerte, $1z^2+6z^1 \infty 16$, ó con este otro Ω, assi $1z^2+6z^1 \Omega 16$: esto es $1z^2+6z^1$ son iguales á 16. En adelante con este caracter Ω significaré la igualdad q̃ ser en la practica mas facil.

Hallase la igualacion siguiendo el tenor de la qqⁿ propuesta, sumando, restando, multiplicando, ó partiendo el caracter supuesto $1z^1$ hasta hallar la igualacion deseada: Como en los exem plos siguientes.

127. Exemplo 1.º Pídese, q este num.º 100. se parta en dos tales partes, q multiplicando la una p.r la otra, sea el producto 2400: supongase q la 1.ª parte es $1z^1$. quitada de 100. será la 2.ª parte $100 - 1z^1$. (§. 14.) pues la qq.ⁿ dize q se multiplique la una parte p.r la otra, se multiplicará $100 - 1z^1$. p.r $1z^1$. y será el producto $100z^1 - 1z^2$. (§. 31.) y pues la qq.ⁿ dize q el producto sea igual á 2400: tenemos ya la igualac.ᵒⁿ $100z^1 - 1z^2 \propto 2400$.

128. Exemplo 2.º Pídese un num.º, q añadiendole, y quitandole 5: multiplicando entre sí la suma, y resta, sea el producto 875: supongo q es el num.º $1z^1$. añadiendole 5. será la suma $1z^1 + 5$. y quitandole 5. será la resta $1z^1 - 5$. Multiplicando como dize la qq.ⁿ $1z^1 + 5$. p.r $1z^1 - 5$. sale el producto $1z^2 - 25$ (§. 32.) q es igual á 875. Estos exemplos son llanos, pero otras vezes es necesario valerse de algunos principios, q sirven tambien p.r hazer ecuac.ᵒⁿ y aunq muchos estan explicados en el lib. 1.º §. 69. 70. y 213. pondré aquí una breve suma.

Nota. (Los §§. 129. 130. 131. y 132. se avian sacado antes de hazer este quaderno: y se hallaran, en el quaderno 1.º de Varios fragmentos, cerca del fin.) fol. 116. 117. y 118.

133. De las Suposiciones diferentes.

No es preciso suponer siempre $1z^1$. p.r q tal vez será mas facil suponer la mesma letra con diferentes numeros: como si dieren 2 num.ˢ con proporc.ⁿ de 2 á 3, q multiplicados ett.ª supongo q el 1.º sea $2z^1$ y el 2.º $3z^1$ ett.ª otras veces conviene suponer diferentes letras, q llaman segundas raices: como supongo q el 1.º sea $1z^1$ y el 2.º $1x^1$ ett.ª con esto se sigue la pregunta hasta llegar á la ygualacion. Tambien se puede suponer alguna Potestad de la letra, quadrado, ó Cubo, ett.ª como $1z^2$, ó $1z^3$. ett.ª Y si en esto se tiene cuidado, sirve para evitar los yrracionales, y la molestia de sus operaciones. De todo pondremos exemplos en las qq.s del lib. 4.º

Cap. 11.

Reduccion de la Ygualacion.

134. No sp.re la ygualacion se halla en terminos habiles, para sacar el Valor de la letra, y es necesario reducirla de suerte, q en la una parte de la ygualac.n se halle el numero solitario sin caracter alguno, p.r ser la cant.d conocida, de q.n se ha de sacar el Valor de la letra, ó p.r divis.on, ó p.r extracc.n de raiz: y el caracter maior en la otra parte de la ygualac.n, se ha de reducir á Unidad. 1.º se librará la Ygualac.n de quebrados. 2.º se hará desprec.on de caracteres, si hai necesidad. 3.º se reducirá el numero solo á la una parte de la ygualac.n 4.º se reducirá el caracter maior á Unidad.

135. Reduccion de los quebrados á enteros.

Multipliquense todos los terminos p.r el denominador del quebrado: Y si huviere muchos quebrados de diferentes denominadores, multiplicarase 1.° por el uno, y despues por el otro, etc.ª Como $\frac{6Z^1}{5Z^2} + 10Z^3 - 20 \Omega \frac{5}{7}Z^1 + 600$. multiplicarase prim.° por $5Z^2$, y sale $6Z^1 + 50Z^5 - 100Z^2 \Omega \frac{25}{7}Z^3 + 3000Z^2$. Luego por q aun queda el quebrado $\frac{25}{7}Z^3$, se multiplicaran todos los terminos, q salieron en la multiplicac.n precedente, por 7. y sale: $42Z^1 + 350Z^5 - 700Z^2 \Omega 25Z^3 + 21000Z^2$. Si ubiera otro quebrado, se multiplicaria otra vez esta igualacion. Para estas reducciones, es de gran conveniencia el §. 46. del lib. 1°.

136. Reducion por depresion de Caracteres.

Cuando todos los term.s de la igualac.n son Caracteres, y en ninguna parte hay num.° sin letra, se hará la depresion de los caracteres, quitando el exponente menor, de todos los exponentes: y es lo mesm.° q partir todos los terminos por el Caracter menor, con q es fuerza q quede en la una, ó en las dos partes num.° sin Caracter: Como si $2Z^3 \Omega 16Z^1$: partiendo los term.s por $1Z^1$, quedará $2Z^2 \Omega 16$. por el §. 19: Item. $6Z^3 + 15Z^2 \Omega 100Z^2$. quitando el exponente menor, ó partiendo por $1Z^2$ quedaran $6Z^1 + 15 \Omega 100$. It. $7Z^5 - 20Z^3 + 10Z^2 \Omega 25Z^4 + 7010Z^2$: partiendo por $1Z^2$ q es el Caracter menor, quedarán $7Z^3 - 20Z^1 + 10 \Omega 25Z^2 + 7010$: de suerte, q se quita el caracter menor, y el exponente menor se resta de los mayores: Esta depresion, ó diminucion se llama Hypobibasmo.

137. Reduc.n del num.° á la una parte.

Se hace añadiendo, ó quitando, pues añadir, ó quitar partes iguales, no impide la Igualacion (principio 3.° §. 129.) 1.° si el numero tiene signo — se pasará á la otra parte con el signo +, y si en las dos partes uviere numero con un mesmo signo, se quitará el menor del maior, y quedará la difer.ª con + en la parte del maior si el signo es +, ó en la parte del menor si el signo es −. 2.º si en la parte del num.º hai caracter con + ó −, se pasará á la otra parte con el signo contrario, y quedará el num.º solo en la una parte, y los caracteres en la otra. 3.º si en esta huviere letras semejantes del mismo exponente se sumarán, observando la difer.ª de los signos (§. 25.) como en los exemplos.

138. Exemplo 1.º $6Z^2 - 5Z^1 \,\Omega\, 30Z^1 - 500$: por que el num.º 500. tiene el signo − pasará á la parte contraria con +, y será $6Z^2 - 5Z^1 + 500 \,\Omega\, 30Z^1$: y pasando $6Z^2 - 5Z^1$. á la otra parte con los signos contrarios será $500 \,\Omega\, 30Z^1 - 6Z^2 + 5Z^1$: y sumando $30Z^1$. con $5Z^1$, será la equalacion $35Z^1 - 6Z^2 \,\Omega\, 500$. Exemplo 2.º $7Z^3 + 4Z^2 + 10 \,\Omega\, 400Z^1 - 200$. pasando el num.º 200 á la otra parte, y sumandole con + 10, será $7Z^3 + 4Z^2 + 210 \,\Omega\, 400Z^1$. y pasando $7Z^3 + 4Z^2$. á la otra p.te con el signo contrario, quedará $210 \,\Omega\, 400Z^1 - 7Z^3 - 4Z^2$.

139. Exemplo 3.º $20Z^4 + 30 \,\Omega\, 100Z^2 + 4000$: quitando 30 de 4000. quedarán $20Z^4 \,\Omega\, 100Z^2 + 3970$: y pasando $100Z^2$. á la otra parte con − será $20Z^4 - 100Z^2 \,\Omega\, 3970$. Exemplo 4.º $20Z^4 + 50Z^3 - 30 \,\Omega\, 100Z^2 + 30Z^1 - 4000$: quitando 30 de 4000, quedan 3970. con el signo + en la parte de 30, y será $20Z^4 + 50Z^3 + 3970 \,\Omega\, 100Z^2 + 30Z^1$. y pasando $20Z^4 + 50Z^3$. á la otra parte con el signo contrario, quedará $3970 \,\Omega\, 100Z^2 + 30Z^1 - 20Z^4 - 50Z^3$. En estos exemplos se comprehenden todos los casos. Que el num.º esté en la 1.ª ó 2.ª parte, no importa, aunque es mejor ponerle en la segunda asi: $100Z^2 + 30Z^1 - 20Z^4 - 50Z^3 \,\Omega\, 3970$.

140. Reduc.on del Caracter maior â Unidad.

Partanse todos los terminos p.r el numero del Caracter maior, y quedarâ reducido: Como si $10Z^3 + 30Z^2 - 40Z^1 \propto 5000$. el Caracter maior es Z^3, su numero 10, partiendo todos los numeros p.r 10 sera $1Z^3 + 3Z^2 - 4Z^1 \propto 500$. Exemplo 2.º $4Z^4 + 28Z^2 - 80Z^1 \propto 8800$. partiendo p.r 4. quedarâ $1Z^4 + 7Z^2 - 20Z^1 \propto 2200$.

141. Quando la partic.on no puede venir justa, se formarâ una progression Geometrica, q.e el term.o 1.º sea la Unidad: el 2.º sea el num.o del Caracter maior: el 3.º su quadrado: el 4.º su Cubo, ett.a Los terminos han de ser tantos como el Exponente maior de la igualacion: Y comenzando p.r el Ultimo se escriviran los Exponentes. 0. 1. 2. 3. ett.a Los terminos pues de la igualac.n, se multiplicaran p.r los terminos de la progression, q.e corresponde â su Exponente: y dexando el Caracter maior con la Unidad, quedarâ reducida la igualacion: pero la raiz de esta nueva igualacion se ha de partir p.r el num.o del caracter maior, y el quoc.te sera la raiz verdadera de la 1.a Igualacion.

142. Exemplo 1.º Sean $10Z^6 + 5Z^4 - 2Z^3 - 100Z^2 + 200Z^1 \propto 1004000$: el Exponente maior es 6. el num.o de Z. es 10: dispongase pues la progres.on hasta 6. term.s y sera.

Progression. 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000.
Exponentes. 5. 4. 3. 2. 1. 0.

Luego $5Z^4$ se multiplica p.r 10. q.e corresponde al Exponente 4. y $2Z^3$ se multiplicarâ p.r 100. q.e corresponde al Exponente 3. Y $100Z^2$ se multiplicarâ p.r 1000, q.e corresponde al Exponen te.^{2} y 200Z.^{1} se multiplicará pr 10000. qe corresponde al exponente ^{1}. El numo. se multiplicará spre pr el Ultimo termino, qe agora es 100000. y será la nueva Igualacn. reducida. 1Z^6+50Z.^{4}−200Z^3−100000Z^2+2000000Z^1 $\propto$ 1004000000000. Su raiz pr el Cap. 10. del lib. 2. se hallará 100: partida pr 10. numo. del caracter maior, es el quoziente 10. Y raiz de la primera Igualacion.

143. Exemplo 2º. 2Z.^{4}+1Z^1 $\propto$ 320020: el exponente maior es ^{4} el numo. es 2.

Progresion	1.	2.	4.	8.
Exponentes	3.	2.	1.	0.

Multiplicando el numo. 320020 pr 8. sale 2560160. Multiplicando 1Z.^{1} pr 4, qe corresponde al exponente ^{1} sale 4Z.^{1} Y la Igualacn. es 1Z^4+4Z^1 $\propto$ 2560160. Exemplo 3º. 3Z^3+4Z.^{2}+120Z.^{1} $\propto$ 7200: el exponente mor. 3. el numo. es tambien 3.

Progresion.	1.	3.	9.
Exponentes.	2.	1.	0.

multiplicando el numero 7200 pr 9. sale 64800. multiplicando 120Z.^{1} pr 3. sale 360Z.^{1} multiplicando 4Z.^{2} pr 1. sale 4Z.^{2} y la Igualacn. 1Z^3+4Z^2+360Z^1 $\propto$ 64800.

Nota. 144. (este §. se hallará en el Quaderno 1º. de varios fragmentos, cerca del fin.) fol. 118.

Cap. 12.

Valor de la Letra.

145. Este es el fin de todo el travajo anterte, pues como la letra se supone en lugar del numo. incognito, qe se pide, sabido el valor de la letra, se sabe el numero, Y queda la qqn. resuelta,

Y descifrado el enigma. Reducida pues la igualaz.on por el Cap. 11. se observara la siguiente.

146. **Regla General.**

Si el caracter es solo, y su exponente 1. se partira la cant.d por el num.º del caracter; si el exponente es 2. 3. 4. ett.a se sacara la V.² V.³ V.⁴ ett.a y si hai muchos caracteres compuestos con afirmacion, o negacion, se sacara la raiz conforme el exponente maior por el libro 2.º el quociente, o raiz hallada sera el valor de la letra.

147. Exemplo 1.º Hallase $10z^1 \propto 300$: partiendo la cantidad 300 por el num.º del z^1 que es 10. sale el quociente 30. y es el valor del z^1. Exemplo 2.º hallase $1z^2 \propto 72250000$; la V.² de 72250000. es el valor de la letra z^1 que es 8500 (lib. 2. §. 23.) Exemplo 3.º hallase $1z^3 \propto 241106408424$: su V.³ es 6224 (lib. 2. §. 28.) y es el valor del z^1. Exemplo 4.º $1z^4 + 21z^3 + 1000z^1 \propto 11174208000$: la V.⁴ de esta composic.on es 320, valor de $1z^1$. (lib. 2. §. 30.) Exemplo 5.º $1z^3 - 219z^2 - 218z^1 \propto 440$: la V.³ de esta composic.on es 220 (lib. 2. §. 10.) y es el valor de la letra $1z^1$ ett.a

Nota (Los §§. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. y 158. se hallaran, en el quaderno 4.º de varios fragmentos; al fin.) folio 118. hasta 121.

159. **Conclusion.**

Para entrar en el siguiente libro ha de estar el arithmetico bien exercitado en los 4 prim. capitulos de este libro, principalmente en los 1.os exemplos de las letras semejantes, y en las circuns tancias del + y –. Y mui en particular ha de tener entera noticia de estos tres ultimos Capitulos, porque sin todas las questiones se ha de llegar á la ygualacion, y al valor de la letra: y esté cierto, que quanto se detuviere en la plena inteligencia de esto, tanto ganará de facilidad en resolver los Enigmas.

Fin del libro tercero.

Siguen aqui los Capitulos que han quedado por copiar del lib. 1º de esta Arithmetica.

nota (el cap. 1º del lib. 1º está en el 4º quaderno de los enigmas al fol. 94. y la introducion en dicho quaderno al fol. 36.)

Cap. 2.

Del Sumar.

1. Sumar es juntar muchos numeros en uno para conocer el valor de todos juntos. la Suma es el agregado, ó junta de los tales numeros. Primero los numeros se han de escrivir de suerte que la Unidad, corresponda á la unidad. y la decena, á la decena, comenzando siempre iguales, á la mano derecha como se ve. Sumense 1º. las Unidades diciendo 3. y 5 son 8. y 2 son 10. y 2 son 12: escrivase debaxo 2. que es lo que pasa de 10. y guardo 1 decena: digo otra vez. 1 que guardé y 8 son 9. y 4 es 13. y 2 es 15. escrivo 5. y llevo 1. y 6. son 7. y 7. y 5. y 3. son 22: escrivo 2. y llevo 2 decenas que juntas con 5 y 4. hacen 11. escrivo 1. y llevo 1. y 5 y 2 y 8 son 16: escrivo 6. y llevo

3.450.683. lib.
25.745 lib.
502 lib.
7.084.322 lib.
Suma 10.561.252. lib.

1 y 4 son 5. y no llevo cosa q. q. no llega á 10: sumase el ultimam.te 3 y 7 son 10: escrivo 10 y toda la suma será: 10 cuentos 561 mill 252 libras. Siempre q. sumando una linea de arriba abaxo, y la suma 10. 20. 30. 40. 50. ett.a se escrivirá 0. y se guardara 1. 2. 3. 4. 5. ett.a conforme las decenas fueren.

Regla general

5. Siempre q. se ayan de sumar cosas de diferentes especies, y las 1.ras de mano dra, en llegando á un cierto numero, q. vaya a la especie de las q. se siguen hacia la mano izquierda, se sumará como antes, y debaxo se escrivirá el exceso de tal num.o, guardando para la otra linea, 1. 2. 3. ett.a conforme las vezes q. dho num.o se incluyera en la suma como se ve en el exemplo.
Comenzando por la dra: 10 y 9 y 11. son 30 dineros q. son 2 sueldos y 6 dineros, escrivase 6. y guardase 2 sueldos: q. sumandoles con los otros, dize 2 q. llevo y 15 y 8 y 16 son 41 sueldo q. es 2 lib. y 1 sueldo: escrivase 1. guardo 2. y por q. en la 1.a linea de las libras todos son zeros, escrivanse los 2 q. guardé: luego 2 y 9 y 3 son 14. escrivo 4. y llevo 1. y continuase la suma como en el exemplo primero.

34.220 lib.	15 suel.	10 din.
45.890 lib.	8 suel.	9 din.
3.430 lib.	16 suel.	11 din.
83.542 lib.	1 suel.	6 din.

Para la suma siguiente se ha de saber q. una carga tiene 3 quintales. 1. quintal 4 arrovas. 1 arrova 30 libras. 1 lib. 12 onzas. 1 onza 4 quartas. 1 quarto 4 adarmes. 1 adarme 36. granos.

30 carg.	2 q.	2 arro.	22 lib.	9 onz.	2 quar.	3 adar.	18 gra.
25 carg.	2 q.	3 arro.	25 lib.	8 onz.	3 quar.	2 adar.	25 gra.
56 carg.	2 q.	2 arro.	18 lib.	6 onz.	2 quar.	2 adar.	7 gra.

6. Para los q. desean saber las sumas astronomicas advierto, q. 1 signo tiene 30 grados. 1 grado 60 mi

nutos. 1 minuto 60 Segundos. 1. Segundo 60 terceros, y asi se procede in infinitum.

6 Signos	25 grados	54 minutos	35 Segundos.
2 sig.	18 gra.	43 min.	52 Seg.
1 sig.	22 gra.	37 min.	40 Seg.
11 Sig.	07 gra.	16 min.	07. Seg. Suma.

Comenzando pues por los Segundos 5 y 2 son 7. escrivo 7. y porque no llega a 60 no llevo cosa. luego 3 y 5. y 4 son 12. y porque 6 decenas de Segundos hacen 1 minuto las 12 decenas seran 2 minut. y asi guardare 2 para la sig.te linea, dire pues; 2 que llevo y 4 y 3 y 7 son 16. escrivo 6. y llevo una decena y 5 y 4 y 3 son 13. escrivo 1. que es lo que passa de 12. que llevo 2 grados y 5 y 8 y 2 son 17. escrivo 7 y guardo 1. y 2 y 1 y 2 son 6. y porque tres decenas de grados, o 30 grados hacen un signo, las 6 decenas seran 2 signos, y asi sumandolas con los signos que se siguen dire: 2 que llevo y 6 y 2. y 1. son 11: escrivo baxo 11 signos, y está concluida la Suma: esto solo quiere atencion, y se vera que en todos los exemplos se guarda el precepto de la regla general. Y por que quantas diferencias son imaginables, basta saber quantos num.s de una especie llegan á componer la otra que se sigue.

Cap. 3.

Del Restar.

7. Restar es quitar un num.o de otro para hallar la dif.a entre los dos, y saber el exceso del mayor al menor. Escrivase siempre el menor debaxo del mayor, y se comienza por la mano dra., si se quitan 3 de 4. queda 1. de 4 á 6 van 2. de 4 á 5. va 1. de 2 á 4 van 2. de nada á 3. van 3: la resta pues

Deve	34.564. lib.
Paga	2.443. lib.
Resta	32.121. lib.

sera 32 mill 121 lib, y esta es la difer.ª de los dos numeros.

D.	8.465.263.067	lib.
P.	4.008.196.478	lib.
R.	4.457.066.589	lib.

Si la letra de baxo es mayor que la de arriva, se obrara asi: de 8 a 10 van 2. añadidos al 7 son 9 que se escrive debaxo, y se añade 1 al 7 que se sigue y sera 8. que por ser mayor que el 6 de arriva dire tambien de 8 á 10 van 2 y 6 son 8 escrivase 8: y llevo 1. que añadido al 4 sera 5: digo otra vez de 5 a 10 van 5. y 0. de arriva seran 5. escrivo 5. y añado 1 al 6 y sera 7. de 7 a 10 van 3. y 3 de arriva es 6: escrivo 6 y añado 1 al 9 y sera 10. de 10 a 10 va 0. y 6 de arriva es 6. escrivo 6. y añado 1. al 1 y sera 2. de 2 á 2 va 0. escrivo 0. de 8 á 10 van 2 y 5 es 7. y llevo 1. que añadido al 0. es 1: de 1 hasta 6 van 5. de 0. á 4. van 4: de 4 a 8 van 4. En este exemplo estan todas las diferencias. Conviene que el principiante se exercite mucho en esto.

Regla General.

8. Si hai cosas de diferentes especies, y las unas en llegando á cierto numero componen las otras, siempre se tendra atencion al tal numero, y en lo demas se obrará como antes. Porque 12 din. hacen 1 sueldo, y el 8 es mayor que el 6 dire de 8 á 12. van 4 y 6 de arriva son 10. escrivo 10 y llevo 1. que añadido al 18 es 19. y porque 20 sueldos hacen 1 libra, dire de 19 á 20 va 1. y 15 son 16. escrivo 16. y llevo 1. que añadido al 5. es 6. de 6 a 10 van 4. y 0. son 4. y llevo 1 y 2 es 3: de 3 a 4 va 1.

Deve.	340 lib.	15 suel.	6 din.
Pag.	25 lib.	18 suel.	8 din
Resta.	314 lib.	16 suel.	10 din.

de nada á 3. van 3. escrivo 3.

Deue.	25 Carg.	2 quin.	2 arro.	25 lib.	7 onz.	3 adar.	18 gra.
Paga.	20 Carg.	1 quin.	3 arro.	22 lib.	9 onz.	3 adar.	25 gra.
Resta.	5 Carg.	0. quin.	3 arro.	2 lib.	9 onz.	3 adar.	29. gra.

Porq. 36 granos hazen 1 adarme dize. de 25 á 36 van 11 y 18 de arriva son 29. y lleuo 1 y 3 son 4. y q. 4 adarmes hazen 1 onza dize de 4 a 4 va. 0. y 3 de arriva son 3. escrivo 3. y lleuo 1. y 9 son 10. y q. 12 onzas hazen 1 libra dize de 10 a 12 van 2 y 7 son 9. y lleuo 1. y 22 son 23. hasta 25 van 2. de 3 á 4 va 1. y 2 son 3. y lleuo 1 y 1 es 2. de 2 á 2 va. 0. de 20 á 25 van 5.

Exemplo de signos y grados ect.

8 sig.	15 gr.	42 min.	54 seg.	18 terz.
5 sig.	16 gr.	53 min.	56 seg.	22 terz.
2 sig.	28 gr.	48 min.	57 seg.	56 terz.

9. de 2 a 8. van 6. agora porq. 6 dezenas de terzios hazen un se-
gundo, dize de 2 á 6 van 4. y 1 de arriva son 5. escrivo 5. y lleuo 1.
q. junto con el 6 es 7. hasta 10. van 3. y 4 de arriva son 7. escrivo
7. y lleuo 1. y 5. son 6. hasta 6 va. 0. y 5 son 5: escrivo 5 y lleuo
1. y 3 son 4. hasta 10 van 6 y 2 son 8. y lleuo 1. y 5 son 6. hasta 6 va. 0. y 4. son 4: y lleuo 1 y 6 son
7. hasta 10 van 3 y 5 son 8. y lleuo 1. y 1 son 2. de 2 á 3 (porq. 3 dezenas de grados hazen un signo) va
1. y 1 de arriva son 2. y lleuo 1 y 5 son 6. hasta 8 van 2.

lo mesmo se ha de guardar en quantas especies se pueden ofrezer, atendiendo al num. de q. se com-
ponen.

Examen del Sumar y Restar.

1o. Si de la suma se quita la 1a. partida quedará la segunda.

Quando las partidas q. se suman son mas

	345 lib.	16 suel.
	258 lib.	15 suel
Suma	604 lib.	11 suel.
	345 lib.	16 suel.
Prueva	258 lib.	15 suel.

deue	248 lib.	19 suel.
Paga	123 lib.	15 suel.
Resta	125 lib.	4 suel.
Prueva	248 lib.	19 suel.

de 2. restese la una parte de toda la suma, y la resta será igual á la suma de las otras partidas.
Para el restar si la paga, y resta se suman igualarán la deuda.

Cap. 4.

Del multiplicar.

11. Multiplicacion es una compendiosa suma, en que el num.º que se multiplica, se aumenta tantas veces, como tiene unidades el multiplicador; y asi lo mesmo es multiplicar 4 por 3. que sumar tres quartos, y siempre saldrá 12. y lo mesmo es multiplicar el maior por el menor, que el menor por el maior. Con todo, para mas facilidad, se pone el maior arriva, y el menor abaxo.

Al num.º que se multiplica llamase Cant.ᵈ y aquel por quien se multiplica, multiplicador; y al que sale de la multiplicacion producto.

Lo 1.º se ha de saber, que numero sale de la multiplicacion de dos letras entre si, como está en la tabla siguiente.

Si quiero saber 7 multiplicado por 5, quanto hace busco el 5. arriva, y el 7 al lado hizquierdo, y en la casilla que corresponde á los dos, hallo 35. lo mesmo hallaré si tomo el 7 arriva, y el 5 al lado. los flacos de memoria pueden
n [illegible] tabla en carton, ó marfil.

Regla

'tiplicador debaxo la cantidad, y lo mesm

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

zando p.r la m.o d.ra, multiplíquese toda la cant.d p.r la 1.a letra del multiplicador: luego p.r la 2.a ecc.a y el producto siempre se ha de comenzar a escrivir debaxo la letra, p.r q.n se multiplica.

Cantidad	30425	4 5 + 8 4
multipli.	3068	
	243400	
	182550	
	91275.	
Producto.	93343900.	

Comenzando pues p.r el 8. dixe 5 vezes 8 son 40. escrivo. 0. y llevo 4: luego 2 vezes 8 son 16. y 4 q. guardé son 20. escrivo. 0. y guardo 2: 4 vezes 8. es 32. y 2 q. guardé son 34: escrivo 4 y guardo 3: luego 0. vezes 8 es. 0. y 3 q. guardé son 3. escrivo 3: luego 3 vezes 8. son 24. p.r ser la ultima letra escrivo los 24: comenz.e se ha de obrar p.r el 6: 6 vezes 5 son 30. escrivo. 0. y guardo 3: 6 vezes 2 son 12 y 3 son 15. escrivo 5. y guardo 1. ecc.a Por el. 0. no ay q. multiplicar, y así dexo la casilla del punto, q. le corresponde vacía, y paso a multiplicar p.r el 3. diciendo 3 vezes 5 son 15. escrivo 5 baxo q. corresponde al 3. y llevo 1: luego 3 vezes 2 son 6 y 1. 7. escrivo 7: 3 vezes 4 son 12. escrivo 2. y llevo 1. escrivo 1. p.r ser. 0. el q. se sigue, y concluyo 3 vezes 3 son 9. Súmense las tres líneas, y la suma será el producto.

13. Quando la cant.d, y el multiplicador tienen zeros a la mano d.ra, multiplíquense 1.o las letras de valor, y añádanse luego tantos zeros, como acompañan a la cant.d y al multiplicador: como se ve en el exemplo.

400
300
120000

Quando se multiplica p.r 1. no se aumenta el num.o, y así basta copiar la cant.d de donde se sigue, q. p.a multiplicar p.r 10. basta añadir un. 0. como 34 p.r 10. será 340: p.a multiplicar p.r 100 p.r 1000. ecc.a se añadirán tantos zeros, como acompañan a la unidad. Quando en el multiplicador está una mes.a letra mu.as vezes,

2 + 8	452
	323
	1356
	904
	1356
	145.996.

basta multiplicar vna vez sola, y las otras vezes copiese el mes. num.º guardando su devida correspondencia, como se ve en el exemplo, donde la multiplicacion del 3. esta 2 vezes en sus devidos lugares.

nota (los §§. 14. y 15. siguientes estan en el quaderno 1.º de varios fragmentos acia el fin.) fol. 109.

Cap. 5.

del Partir.

16. Partir es sacar vn num.º de otro quantas vezes se contiene en el, tambien venia a ser vn modo de restar abreviado. al num.º que se parte, llamase cantidad; aquel por quien se parte Partidor, y lo que sale de la particion quociente, porque denota, quantas vezes se contiene el partidor en la cantidad, que es quantas vezes como vnidades tiene el quociente. escrivase V. la cant.d y luego el partidor comenzando de la mano izquierda, pero si el partidor fuere mayor, que otras tantas letras de la cant.d se ha de escrivir vna casilla mas adelante. como en los exemplos siguientes.

3454	4589	52643	687928
25	65	53	689

17. Partir por 2. es sacar la mitad del num.º de arriba y se hara assi. la mitad de 4 es 2. la de 6 es 3. la de 3 es 1. y sobra 1. que se devera respecto del que se sigue: y assi dize la mitad del 15 es 7. y sobra 1. la de 17 es 8 y sobra 1. la mitad de 16 es 8.

Cantidad.	463576
mitad.	231788.

Partir por 3. es sacar el tercio. el tercio del 6 es 2. el de 7 es 2. y sobra 1. el de 17 es 5. y sobran 2. el de 24 es 8. el de 5 es 1. y sobran 2. el de 21 es 7. de la mesma suerte se sacara el quarto, partiendo por 4. y el quinto por 5. y el sexto por 6.

Cantidad.	677451.
tercio.	225817.

oo o + 9
o52(1 1
Cant.º 5968 |663 1/9
Part. 999

18. Quando se hallare partidor maior q.e el quociente se escrive à mano dra. Partase 5968 p.r 9: digo 9 en 59. cabe 6 veces, y p.r q 6 veces 9 son 54. y sobran 5: escrivo 5 sobre el 9. y borro el primer 5. poniendole .o. encima: escrivo el 9. otra casilla mas adelante, y digo; 9 en 56 cabe 6 veces, pongase otro 6. en el quociente: y p.r q 6 vezes 9. solo son 54, sobran 2. q les pongo sobre el 6. y borro el 5: escrivo otra vez el 9. enfrente del 8, y veo q 9 en 28 cabe 3 veces. escrivase 3 en el quociente: y digo 3 veces 9 son 27, hasta 28 va 1. pongo 1. sobre el 8. y borro el 2: y este 1 q sobra señalole con un parentesis. Y despues se haze quebrado de lo q sobra, poniendolo sobre una linea, y el partidor debaxo, con q el quociente sera 663 1/9.

Nota. (el §. 19. se hallarà en el quaderno 1.º de varios fragmentos, cerca del fin.) fol. 110.

Cantidad. 3108194 |5304 50/586
Partidor. 586.....5
2930.....
Residuo 1.º 178194
586....3.
1758...
Residuo 2.º 2394
8 586....0.
1+3 586..4.
8 2344
Residuo 3.º (50

20. Primero miro el 5, q es la 1.ª letra del partidor quantas veces cabe en 31. y hallo q 5: multiplico pues todo el partidor p.r 5. y sera el producto 2930. restole de la cantidad, y quedarà el 1.º residuo. escrivo el partidor un punto mas adelante: luego el 5. cabe en 17. tres veces; escrivo 3 en el quociente, y multiplico p.r el 3. todo el partidor: sera el producto 1758. restado del 1.º residuo, quedarà el 2.º residuo. escrivo el partidor un punto mas adelante, y veo q 5 en 2 no cabe, pongo .o. en el quociente. Paso adelante el partidor, y veo q el 5 cabe en 23 quatro veces: mult

tiplico p.r 4. y restando el producto 2344. quedara 50. p.a el quebrado.

21. De aqui nace el modo de partir abreviado, como se sigue. Hase de partir 3108194. p.r 586. el 5 en 31 veo q. cabe 5 veces: escrivo 5 en el quociente, y luego voi multiplicando p.r las letras del partidor, y juntam.te restando de la cant.d comenzando p.r la mano dra: 5 veces 6 son 30. hasta 38. van 8: escrivo 8 arriba y guardo 3: luego 5 veces 8 son 40. y 3 q. guarde son 43. hasta 50 van 7. escrivo el 7. sobre el 0. y guardo 5. cuentase hasta 50. p.r q. 43 no se pudieron restar de 40. luego 5 veces 5 son 25. y 5 q. guarde son 30. hasta 31 va 1. escrivo 1. y borro el 3. poniendole 0. encima. Con q. sera el 1.r residuo 178.194. escrivo otra vez el partidor, un puesto mas adelante, y veo q. el 5. cabe en 17. tres veces: escrivo 3 en el quociente, y buelvo a multiplicar: 3 veces 6 son 18. hasta 21 van 3. escrivo 3 sobre el 1. luego 3 veces 8 son 24. y 2 q. guarde son 26. hasta 28 van 2. escrivo 2 sobre el 8. luego 3 veces 5 son 15. y 2 q. guarde son 17: borro el 17. poniendo 0. sobre el 7 y 1. sera el residuo 2394. Paso adelante el partidor, y veo q. 5 no cabe en 2. pongo 0. al quociente: y paso adelante el partidor y veo q. 5 en 23 cabe 4 veces, multiplico p.r 4: y digo 4 veces 6 son 24. hasta 24 va 0. pongo 0. sobre el 4. y guardo 2: luego 4 veces 8 son 32. y 2 q. guarde son 34. hasta 39 van 5: escrivo 5 sobre el 9. y guardo 3: luego 4 veces 5. son 20 y 3 q. guarde son 23. hasta 23. va 0. escrivo 0. sobre el 2. y 3. y sera el 3.o residuo 50: de q. se formara el quebrado como antes. Si el residuo fuere mayor, q. el partidor, se

```
 0178
3108194 | 5
586.6.6.6
 58.8.8
  5.5
```

```
  002
 01783
3108194 | 53
 5866
  58
```

```
    0
  0020
 01783 | 50
3108194 | 5304 50/586
586.6.6.6
 5888
  55
```

ñal de q se tomo el quociente menor de lo justo: pero si el producto de la multiplicacion fuere maior, q la cant.d de arriva, se tomò el quociente maior de lo justo, y se ha de corregir.

22. De estos tres modos de partir se ve, q este tercero es el mas breve, pero tiene dos inconvenientes grandes. El 1.º es, q como se hace la multiplicac.n y resta de memoria, ai peligro de errar, y cansa la cabeza. El 2.º q si se toma el quoc.te maior, ò menor de lo justo, no se conoce asta el fin de la multiplicacion, y tal vez es necesario repetir toda la operac.n El 2.º modo es mas seguro, cansa menos la cabeza, y si ai error, presto se descubre, y se puede luego corregir, aunq tampoco se conoce, si se tomo el quoc.te maior, ò menor, hasta q se acaua la multiplicac.n El 1. modo es mas largo, pero evita todos estos inconvenientes, y nunca se puede errar el quociente: los principiantes exercitense 1.º en el primer modo, despues en el 2.º y ultimam.te en el 3.º Y si acaso dudan en algo, obren la mis.a particion, p.r el 2.º modo, q la mis.a operac.n les dice, lo q han de hacer en el modo 3.º

Algunas veces se ha de tomar p.r quociente menos de lo q parece, q cabe; como en el exemplo pasado; 5 en 31. cabe 6 veces, y solo se tomo 5. p.r quociente, p.r q se ha de atender a lo q se aumenta el numero en la multiplicac.n y ordinariam.te quando la 2.a cifra del partidor es grande, se suele tomar menos de lo q cabe la 1.a El exercicio es el mejor maestro.

23. La unidad sola, ni multiplicando aumenta el numero, ni partiendole diminuye. De donde se infiere, q si se ha de partir p.r 10. p.r 100. p.r 1000. etc.a basta quitar de la cant.d tantas letras de la mano dr.a como tiene zeros la unidad, y hac.do quebrado de lo q se quita, como si se

ha de partir 3458. por 10. será el quociente 345 $\frac{8}{10}$. si se parte por 100. será el quoc.te 34 $\frac{58}{100}$. De aqui nace la practica de convertir los sueldos en libras, apartando la ultima letra, y sacando la mit.d de lo restante; porq el quitar la ultima letra, es partir por 10 sueldos, y reducir la cant.d a medias libras: Como 3458 sueldos: si se quita el 8. serán 345 medias libras, y partiendo 345 por 2. serán libras y si sobra alguna unidad, se junta con la letra q se apartó; como se ve.

345.8
172 lib. 8 suel.

nota (una adicion de este lugar, esta en el V. quaderno de varios fragm.tos al fin.) fol. 111

Cap. 6.

De las pruevas de multiplicar y partir.

24. La prueva real de multiplicar, es partir; y la del partir, es multiplicar. Si el producto de dos numeros se parte por el uno de ellos, ha de salir el otro por quociente: Como si 600 se multiplica por 50. será el producto 30000: y si este producto se parte por 50. será el quoc.te 600. y si 30000. se parte por 600. será el quoc.te 50: y si no, estuviera la multiplicacion errada. Quando se parte una cant., si despues se multiplica el quoc.te por el partidor, será el producto la mesma cant.d, como si 30000 se parte por 600. sale el quoc.te 50. digo q si 50 se multiplica por 600, ha de salir el mesmo 30000. Esta prueva es certissima, pero es algo cansada.

25. La prueva del 9. aunq puede ser falsa, es digna de estimacion por su singularidad. Tiene el 9. esta propiedad admirable, q si se suman las letras de qualq.r numero, y se van sacando los nueves, vendrá a sobrar lo mesmo, q si todo el numero se partiese por 9: Como si 38 se partiese por 9. será

el quoc.te 4. y sobran 2. y si se suman el 3. y 8. q. componen al 38, sera 11. y quitado 9. quedan 2 tambien, como antes. Otra suerte se sacan los 9. de qualq.r num.o con facilidad: para examinar pues, si se errò en la multiplicacion, saquense los 9 de la cantidad, y lo q. sobrare, pongase à la mano izquierda de una cruz. Hagase lo mesmo del multiplicador, y lo q. sobra, se pondrà a la parte dra.: multipliquese lo uno p.r lo otro, y del producto saquense los 9. y lo q. sobra se escriue sobre la Cruz: esto mesmo ha de sobrar, si se sacan los 9. del producto, y se escriue debaxo.

26. Exemplo del multiplicar.

Cantidad. 7546
multiplica. 584
Producto. 4406864

$$\begin{array}{ccc} & 5 & \\ 4 & + & 8 \\ & 5 & \end{array}$$

Digo pues: 7 y 5 son 12: fuera 9 quedan 3. y 4 son 7. y 6 son 13. fuera 9. quedan 4. q. se escriuen al brazo yzquierdo: luego 5 y 8 son 13. fuera 9 quedan 4. y 4 son 8. escriuense al brazo dro.: multiplicase el 4 p. 8. sera 32. fuera 9 quedan 5: p.r q. el 3 y 2. q. componen al 32 hacen 5: luego saquense los 9 del producto: 4 y 4 y 6 son 14. fuera 9 quedan 5. y 8 son 13. fuera 9 quedan 4. y 6 son 10. fuera 9 queda 1. y 4 son 5. q. se escriue debaxo: esto mesmo se verà en los exemplos precedentes.

27. Para el partir sacaransele los 9 del partidor, y la resta se pone al brazo yzquierdo: la resta del quociente se pone al brazo dro.: y multipliquese el uno p.r el otro, y fuera 9. se añadira la resta a lo q. sobrò de la particion, y fuera 9. se escriue sobre la cruz: ultimam.te saquense los 9 de la cant.d y la resta se escriue debaxo, y ha de ser la mes.a q. la de arriva. Como se ve.

fuera 9. del partidor queda 3, y del quoc.te 5: luego 3 veces 5 son 15: fuera 9. quedan 6. fuera 9. de la cantidad quedan otros 6. En el 2.o exemplo

Cantidad 29670
Partidor 345
Quociente 86

$$\begin{array}{ccc} & 6 & \\ 3 & + & 5 \\ & 6 & \end{array}$$

Exemplo 2.o

Cantidad 25511
12
$2125\frac{11}{12}$

$$\begin{array}{ccc} & 5 & \\ 3 & + & 1 \\ & 5 & \end{array}$$

del partidor quedan 3. del quot.te dexando el quebrado sobre 1. multiplico 1 por 3. y el producto 3: añadesele agora el quebrado: 3 y 1 son 4. y 1. son 5. escrivese 5. arriva. Saquense los 9 de la cant.d y sobran tambien 5. que se escrive debaxo, y esta bien. lo mes.mo se experimentará en los exemplos precedentes. Esta prueva digo que es falsa, porque si se alteran las letras, sale la mes.a prueva, y la operacion está errada. Como en este exemplo, el quoeiente avia de ser 86. y es 68, y por ser las mes.as letras, sale la mesma prueva: y lo mes.mo sucederá, siempre que por escrivir. 0. se pusiere 9. ó por 9. se pusiere. 0.

Cantidad.	29670	$\overset{6}{3 + 5}$
Partidor.	345	6
quoeiente.	68	

Cap. 7.

De los Quebrados.

28. El quebrado es una, ó muchas partes de aquellas, en que se imagina dividida una cantidad, y nace de la division de un num.o menor por otro maior; como si una Unidad se ha de partir por 3. le vendrá á cada uno un tercio, y este quoeiente es el quebrado. Escrivese con dos letras, una encima de otra, con una linea en medio. El numero de encima es el numerador, porque quenta, y determina las partes, que se han de tomar de un entero; el de abaxo es denominador, porque indica, y declara en quantas partes se imagina dividida la Unidad, y asi $\frac{2}{3}$ quiere decir dos tercios, y $\frac{3}{5}$ tres quintos, etc.a

Quebrado de quebrado es una, ó mu.as partes de un quebrado simple: $\frac{1}{2}\ \frac{3}{4}$ quiere decir una mitad de tres quartos. $\frac{2}{3}\ \frac{4}{5}\ \frac{3}{7}$ es dos tercios de quatro quintos de tres septimos: llamanse quebrados compuestos. Si dos quebrados tienen un mes.mo numerador, el que tiene menor denominador, es maior q el otro. assi $\frac{3}{5}$ es mas q $\frac{3}{6}$. Si el denominador es el mesmo, el de mr. numerador sera maior, assi $\frac{4}{6}$ es mas q $\frac{3}{6}$.

29. Si el numerador de un quebrado tiene la mesma proporcion con su denominador, q el numerador de otro quebrado con su denominador, seran los dos quebrados iguales, pr. q son una mesma parte del todo. Como $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ son iguales, pr. q 2 a 4. tiene la mesma proporcion q 3 a 6: q como 2 es la mitad de 4: es 3 la mitad de 6: tambien los quebrados son iguales. Y si los quebrados son iguales, la mesma proporcion tendra el numerador del uno con su denominador, q el numerador del otro con su denominador: Como $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ son iguales, y la proporcion de 2 á 4. es como de 3 a 6.

30. de donde se sigue, q si en los quebrados iguales, se multiplican en cruz, el numerador del uno pr. el denominador del otro, seran los productos iguales. Como $\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}$: 2 veces 6. 12. y 3 veces 4. es 12. Y si multiplicando en cruz salen los productos iguales, seran los quebrados iguales: como se ve en los mesmos. la razon es, pr. q los 4 numeros son proporcionales. Por la p.19. l.5. de Euclides.

31. Si dos numeros se multiplican pr. otro, los productos guardan entre si la mesma proporcion, q los multiplicados. (p.17. l.7.) Como si 2. y 4. se multiplican pr. 3. seran los productos 6 y 12, q guardan la mesma proporcion q 2 y 4: pr. q como 2 es la mitad de 4: assi 6 es la mitad de 12: Geometricamente se prueva pr. la p.1. l.6. de donde se sigue, q si dos numeros como 12 y 6. se parten pr. otro, como pr. 3. los quocientes 4 y 2. guardan la mesma proporcion, q los numeros divididos: pr. q los quocientes, multiplicados pr. el partidor, producen los mesmos numeros.

32. Hallar la maior medida comun de dos numeros.

Medir un numero á otro se dize, quando le parte igualmente, y assi la mayor medida comun de dos num.

q el num.º maior, q igualm.te puede partirles. Partase el maior p.r el menor, y si sobra algo, partase el menor p.r lo q sobra; y si de la 2.ª particion sobra algo, partase el 1.er residuo p.r el 2.º, y de esta suerte se ha de continuar, hasta q sobre zero, ó unidad. Si queda 1. es señal q los tales numeros no tienen medida comun, y son numeros primos entre si. Si queda. 0. el ultimo partidor será la maior medida comun. Sean los dos numeros propuestos 15 y 9: partase 15 p.r 9. Sobran 6: partase el 9 p.r 6. Sobran 3: partase el 6 p.r 3. queda. 0. Digo q 3 es el num.º maior, q igualm.te puede partir á 9 y 15. y esta es su maior medida comun.

33. Hallar la maior medida comun de tres numeros.

Sean los num.s 42. 63. 77. primero busquese la comun medida de los dos. 42 y 63: parto 63 p.r 42, sobra 21: parto 42 p.r 21. queda. 0: 21 es la comun medida de 63 y 42: luego busquese la comun medida de 21 y 77 q es el tercero: parto 77 p.r 21. Sobran 14: parto 21 p.r 14 Sobran 7: parto 14 p.r 7. y queda. 0. este es la comun medida de 21 y 77: digo pues q el 7. será tambien comun medida de los tres. 42. 63. 77. de la misma suerte se hallará la comun medida de 4 y 5. numeros.

34. Reducir un quebrado á los minimos terminos.

esto es reducir un quebrado á los menores numeros, con q se puede significar su valor. Busquese 1.º la maior medida comun del numerador, y denominador, y p.r ella partanse los dos: digo q los quocientes serán el quebrado, q se busca: sea el quebrado $\frac{9}{15}$: la m.r medida de 9 y 15 es 3: (V. el §. 33.) partiendo 9 p.r 3. es el quoc.te 3: y partiendo 15 p.r 3. es el quoc.te 5: y el quebrado $\frac{3}{5}$ es lo mesmo q $\frac{9}{15}$. (V. el §. 31.) y está reducido á los menores terminos, p.r q quanto el divisor es maior, son los quoc.tes menores: y asi como no puede aver divisor maior, q la m.r medida comun, tampoco podrá aver menores quocientes, ni el reducirse el quebrado con menores letras.

35. Reducir los quebrados a un comun denominador.

Sean los quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ multiplicando los denominadores 4 por 5. son 20. es el comun denominador: y multiplicando en cruz 3 por 5 es 15. el numerador del 1º. luego 2 por 4 es 8. numerador del 2º. con que seran los quebrados reducidos $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$. Si los quebrados son muchos: multipliquese el denominador del 1º. por el 2º. y el producto por el 3º. y este producto por el 4º. etta. el ultimo producto sera el denominador comun. multiplico 2 por 3. sera el producto 6: luego 6 por 4 es 24: luego 24 por 5 es 120. que es el denominador comun.

Exemplo.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$

$\frac{60}{120}$ $\frac{80}{120}$ $\frac{90}{120}$ $\frac{48}{120}$

Para hallar los numeradores particulares, multipliquese el comun denominador, por el numerador de cada uno, y partase el producto por su denominador, los quocientes seran los nuevos numeradores: como multiplicando 120 por 1. sale 120. partase por 2. sale 60: el numerador del primer quebrado: otra vez: multiplico 120 por 2. sale 240: parto por 3. sale 80. numerador del segundo: multiplico 120 por 3. sale 360: parto por 4. sale 90. numerador del 3º. multiplico 120 por 2 sale 240. parto por 5. sale 48 numerador del quarto, etta.

36: Reducir un quebrado a un denominador determinado.

multipliquese el numerador por el nuevo denominador, y el producto partase por el denominador 1º. el quociente sera el nuevo numerador.

Quiero reducir $\frac{3}{4}$. que el denominador sea 12. multiplico 12 por 3 seran 36. partase por 4 sera el quociente 9. el nuevo numerador, y assi $\frac{9}{12}$ es lo mesmo que $\frac{3}{4}$: (§. 30.)

37. Reducir el quebrado compuesto á simple.

Tengo $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{2}$. Si se multiplican continuam.te los numeradores, el producto será el numerad.r y el producto de los denominadores es el denominador: digo pues 3 veces 4 es 12: luego 12 veces 1 es 12 este es el numerador. luego 4 veces 5 es 20: y 20 p.r 2 es 40: este es el denominador: este quebrado simple $\frac{12}{40}$ es lo mes.o q. $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{2}$.

38. Reducir los enteros á quebrados.

Multipliquense los enteros p.r el denominador del quebrado, el producto será numerador. Como 6 enteros los quiero reducir á quartos; multiplico 6 p.r 4. el producto 24 es el numerador, y 6 enteros estaran reducidos á $\frac{24}{4}$.

39. Reducir los quebrados á enteros.

Si el numerador es mayor, partase p.r el denominador, el quoc.te son los enteros. Como $\frac{24}{4}$: partiendo 24 p.r 4. sale el quociente 6 enteros: y si algo sobra se dexa p.r quebrado: Como $\frac{27}{4}$: partiendo 27 p.r 4. es el quoc.te 6 y sobran 3: digo q. $\frac{27}{4}$ es lo mes.o q. $6\frac{3}{4}$.

40. Hallar el valor de un quebrado.

Primero se ha de saber el valor de un entero: y multiplicandole p.r el numerador, y partiendo el producto p.r el denominador, el quociente será el valor del quebrado. tengo $\frac{3}{4}$ de una libra: p.r q. 1 libra vale 20 sueldos, multiplico 20 p.r 3. será el producto 60: parto p.r el denominador 4: el quociente 15 sueldos es el valor de los $\frac{3}{4}$ de una libra. Si algo sobra se hace quebrado, y se le da valor de la mes.a suerte: $\frac{5}{6}$ de libra: 5 p.r 20 son 100: partido p.r 6. es 16 sueldos, y $\frac{4}{6}$ de sueldo: p.r q. el sueldo tiene 12 dineros, digo 12 p.r 4 es 48. partido p.r 6 es 8 dineros: con q. $\frac{5}{6}$ de libra son 16 sueldos y 8 dineros.

Cap. 8.

Las Quatro Reglas de los quebrados.

Regla 1.ª del Sumar.

41. Por el §. 35 reduzganse los quebrados á un comun denominador, y Sumense los numeradores. Como $\frac{2}{3}$, y $\frac{3}{4}$ reducidos son $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$: Sumando pues 8 y 9. Sera $\frac{17}{12}$ la Suma de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$. Los compuestos se reducen á simples, para sumarlos.

Regla 2.ª del restar.

42. Reducidos á un comun denominador, restese el numerador menor, del mayor: Como $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ reducidos son $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$. restese 8 de 9. queda 1. y assi $\frac{1}{12}$ es la resta, ó diferen.ª de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$. De esta suerte se sabe q. quebrado es el maior, y quanto vale mas el uno, q. el otro. Quando un quebrado se ha de restar de muchos, reduzganse todos á un Comun denominador, y restese el uno de la Suma de los otros Como si se ha de restar $\frac{1}{2}$ de la Suma de $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{7}$: reducidos á un comun denominador por el §. 35. seran $\frac{35}{70}$, y $\frac{14}{70}$, y $\frac{30}{70}$: Sumando los dos ultimos seran $\frac{44}{70}$: y restando $\frac{35}{70}$ de $\frac{44}{70}$ quedan $\frac{9}{70}$. Los quebrad.s Compuestos se reducen á Simples por el §. 37. y luego á un comun denominador por el §. 35. y se resta Como antes.

43. Para restar enteros, y quebrados de un numero entero, no es necesario reducir: Sino restar el numerador del denominador, y poner la resta por numerador del nuevo quebrado, y añadir uno al entero. Como q.r quita 15 de 34. queda 19. y llevo 1. q. junto con el 3 es 4. restado de 5 queda 1: de 8 a 34 van 26: toda la resta sera

deue 345
Paga 83 $\frac{15}{34}$
Resta 261 $\frac{19}{34}$

261 $\frac{19}{34}$.

Si se han de restar enteros, y quebrados, de enteros, y quebrados; redúzganse los quebrados á un comun denominador: y se obrara como antes.

Deue	345 $\frac{3}{4}$ ó $\frac{18}{24}$	deue	45 $\frac{19}{20}$
Paga	132 $\frac{5}{6}$ ó $\frac{20}{24}$	Paga	32 $\frac{7}{20}$
Resta	212 .... $\frac{22}{24}$	Resta	13 $\frac{12}{20}$

Sean los quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$. reducidos son $\frac{18}{24}$ y $\frac{20}{24}$: ꝑ q 20 es may. q 18: digo de 20 á 24 van 4. y 18. son 22. escriuo $\frac{22}{24}$ y lleuo 1. y 2 son 3: de 3 á 5. van 2: de 3 a 4 va 1: de 1. a 3 van 2. Quando el quebrado de la deuda es maior, se guarda el modo ordinario. Como en el exemplo 2°. Tambien se podrán reducir los enteros á quebrados, y resta como en el § 40: pero es mas cansado.

Regla 3ª. del multiplicar.

44.

Multiplíquese el un numerador ꝑ el otro: y el denominador ꝑ el otro denominador. Multiplicando $\frac{2}{3}$ ꝑ $\frac{4}{5}$. 2 ꝑ 4. y 3 ꝑ 5. son $\frac{8}{15}$.

Si se ha de multiplicar el quebrado ꝑ numero entero, multiplíquese el numerador ꝑ el num. entero, y al producto se le pondra el mes. denominador: Como si se han de multiplicar $\frac{2}{3}$ ꝑ 6: dire 2 veces 6, son 12. esto es $\frac{12}{3}$. q partido el 12 ꝑ 3. dara 4 enteros.

Si se ha de multiplicar un quebrado ꝑ su propio denominador, basta borrar el denominador, y dexar el numerador como entero. Como $\frac{3}{4}$ multiplicados ꝑ 4 son 3 enteros: la razon es, ꝑ q multiplicando $\frac{3}{4}$ ꝑ 4. sale $\frac{12}{4}$: partido el 12 ꝑ 4. sera el quoc.te 3.

Si vuiere entero y quebrado; redúzganse los enteros á quebrados ꝑ el § 38. y obrase como antes. hanse de multiplicar 4 $\frac{2}{5}$ ꝑ 3 $\frac{5}{7}$: reducidos son $\frac{22}{5}$ y $\frac{26}{7}$: multiplicando sera el producto $\frac{572}{35}$ ó 16 $\frac{12}{35}$.

Regla 4.ª del partir.

45.

Pongase 1.° el quebrado, q se ha de partir; y luego el partidor: y multipliquese en cruz, el numerador del 1.° p.r el denominador del 2.° y sale el nuevo numerador. Luego el denominador del 1.° p.r el numerador del 2.° y sale el denominador: Como partiendo $\frac{3}{4}$ p.r $\frac{2}{3}$ se escriven $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{8}$: diré: 3 p.r 3 es 9. y 4 p.r 2 es 8: esto es $\frac{9}{8}$.

Si uviere enteros, y quebrados, se reduciran los enteros á quebrado p.r el §. 38. y se obrará como antes: Como. $6\frac{3}{5}$ p.r $4\frac{2}{3}$: reducidos son $\frac{33}{5}$ y $\frac{14}{3}$: multiplicados en cruz, será el quoc.te $\frac{99}{70}$.

Para partir entero p.r quebrado, se hara quebrado del entero, poniendole 1. debajo, y se multiplica en cruz: Como 8. partido p.r $\frac{2}{3}$. se hara quebrado del 8. assi $\frac{8}{1} \times \frac{2}{3}$. sale el quoc.te $\frac{24}{2}$: lo mesmo se hará, si se ha de partir el quebrado p.r entero, solo q el quebrado se escrive primero Como $\frac{2}{3} \times \frac{8}{1}$ será el quoc.te $\frac{2}{24}$.

Nota. (el §. 46. sig.te se hallara en el quaderno 1.° de varios fragmentos, hacia el fin.) fol: 111.

47. en los numeros enteros nunca el quociente sale mayor, q la cantidad, ó numero q se parte: pero en los quebrados algunas veces sale mayor. La razon es, p.r q partir un numero p.r otro, solo es ver quantas veces cabe el partidor en la cantidad, q se parte; y como puede caber un quebrado en otro enteramente algunas veces, de aqui nace, q el quociente es algunas veces numero entero, mayor q el quebrado, q se partia: Como si $\frac{1}{2}$ se parte p.r $\frac{1}{4}$. será el quociente $\frac{4}{2}$. q es dos enteros, p.r q $\frac{1}{4}$ se contiene en $\frac{1}{2}$ dos veces enteramente, y $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$. la prueva de esto será multiplicar el partidor q es $\frac{1}{4}$ p.r el quoc.te 2. y será el producto $\frac{2}{4}$ q es $\frac{1}{2}$: luego bien hecha está la partic.n: Como se dixo: §. 24.

48. Examen de las quatro reglas.

El sumar se examina por el restar. Restese el un quebrado de la suma. la resta ha de ser igual al otro quebrado.

El restar se examina por el sumar. Sumese la resta con el quebrado menor; la suma ha de ser el quebrado maior, ó al contrario.

El multiplicar se examina por el partir. partase el producto de la multiplicacion por el un quebrado; el quociente ha de ser igual al otro.

El partir se examina por el multiplicar. Multipliquese el quociente por el partidor, y el producto ha de ser igual al otro quebrado.

$$1^{o}\quad 6\overset{3}{\underset{3}{+}}8 \qquad \frac{384}{562}\cdots\!-\!\cdots\frac{620}{740}\ \text{Producto}\ \frac{238080}{415880} \quad\Big|\quad 2^{o}\quad 6\overset{3}{\underset{3}{+}}2 \qquad \frac{384}{562}\times\frac{620}{740}\ \text{Quoc.}^{te}\ \frac{284160}{348440}$$

49. La prueba del 9. se hace 2 veces, una para el numerador, y otra para el denominador: en el exemplo 1º del multiplicar, fuera 9 de 384. queda 6. y de 620 queda 8: luego 6 veces 8 son 48. fuera 9. queda 3: fuera 9. de 238080. tambien queda 3. lo mesmo se hace de los denominadores. En el exemplo 2º del partir. fuera 9 de 384. queda 6: fuera 9. de 740. queda 2: luego 2 veces 6. 12. fuera 9. quedan 3: y fuera 9. de 284160. tambien quedan 3. lo mesmo se hace de 562. 620. 348440. Como se ve. En el partir siempre se procede en Cruz.

Nota (el Cap. 9. siguiente se hallará en el quaderno 1º de varios fragmentos, despues de las Convinaciones.) fol. 103.

Cap. 10.

Aplicacion de los quebrados y decimales.

55. Lo que se ha dicho en comun de los quebrados, y decimales, se aplicará ahora al uso comun con un exemplo, para que vea el curioso, como ha de obrar en casos semejantes.

Primero se multiplican las 30 varas p.r 2 libras y es el producto a. 60. lib: luego p.r q. hai 15 sueldos: p.r los 10. q. es $\frac{1}{2}$ lib. tomase la $\frac{1}{2}$ de 30. q. es b. 15 lib: y p.r q. los 5 suel. son la $\frac{1}{2}$ de los 10. tomase la $\frac{1}{2}$ de b. q. es c. 7 lib. 10 su. luego p.r q. hai 7 dineros: p.r los 6. q. es $\frac{1}{2}$ sueldo, tomase la $\frac{1}{2}$ de las varas q. es d. 15. suel: y p.r q. 1. dinero es la 6.a parte de 6. tomaré el 6.o de d. q. es e. 2 suel. 6. dineros.

Hasta aqui es la multiplicac.on de las 30 varas p.r las 2 lib. 15 suel. 7.

56. luego p.r q. hai 3 palmos; p.r los 2 q. es media vara se toma la $\frac{1}{2}$ de todo el precio, y será f. 1 lib. 7 suel. 9 $\frac{1}{2}$: y p.r q. 1. palmo es la $\frac{1}{2}$ de 2. tomase la $\frac{1}{2}$ de f. q. es g. 13 suel. 10 $\frac{3}{4}$: luego p.r q. los $\frac{3}{4}$, contienen $\frac{2}{4}$ q. es $\frac{1}{2}$ palmo, tomase la $\frac{1}{2}$ de g. q. es h. 6 suel. 11 $\frac{3}{8}$: y p.r $\frac{1}{4}$ q. falta es la $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{4}$. tomase la $\frac{1}{2}$ de h. q. es m. 3 suel. 5 $\frac{11}{16}$. La suma de todo es el valor. los quebrados p.a sumarse, se reducen al denominador maior, pero aqui se dexan, es de poca importancia, pues todos solo valen 2 dineros y $\frac{5}{16}$. esto solo quiere atencion en reconocer los quebrados, q. parte son de un entero, y en ver quantas veces se incluye una parte en la otra, para saber, si se ha de tomar mitad, ó tercio, ó sexto, et.a lo mes.o q. se ha hecho con las varas, palmos, et.a se ha de observar con arrovas, libras, onzas, et.a y por esto no pongo otro exemplo; el exercicio aprovechará mas q. muchos preceptos.

Cantidad.	30 var. 3 pal. $\frac{3}{4}$	
Multipli.	2 lib. 15 suel. 7. din.	
a	60 lib.	
b	15 lib.	
c	7 lib. 10 suel.	
d	· lib. 15 suel.	
e	· lib. 2 suel. 6	
f	1. lib. 7 suel. 9 $\frac{1}{2}$	$\frac{8}{16}$
g	· lib. 13 suel. 10 $\frac{3}{4}$	$\frac{12}{16}$
h	· lib. 6 suel. 11 $\frac{3}{8}$	$\frac{6}{16}$
m	· lib. 3 suel. 5 $\frac{11}{16}$	$\frac{11}{16}$
Producto.	85 lib. 19 suel. 7 din. $\frac{5}{16}$	

57. de otra suerte se puede hacer, y es reducir las varas á palmos, y seran 120. añadidos los 3. seran 123: reducidos á quartos multiplicando p.r 4. se-

Cant. 30 var. 3 pal. $\frac{3}{4}$
mult. 2 lib. 15 su. 7.
reducidos son
Cant. $\frac{495}{16}$ p.r $\frac{667}{1}$ din.

Producto. $\frac{330165}{16}$ de diner.
reduci. son 20635 $\frac{5}{16}$ diner.
Sueldos. 1719 suel. 7 $\frac{5}{16}$ din.
Libras. 85 lib. 19 su. 7 $\frac{5}{16}$

van 492. añadidos los $\frac{3}{4}$ seran 495. quartos, y pues cada Vara tiene 16 quartos de palmo, sera toda la Cant.d $\frac{495}{16}$: las lib. se reduciran á sueldos, q. son 40 y 15 son 55: multiplicados p. 12. seran 660 dineros y con los 7. seran 667. dineros: multiplicando pues $\frac{495}{16}$ p. 667. (§. 44.) sera el producto $\frac{330165}{16}$. y reducidos á enteros, partiendo p. 16. (§. 39.) sera 20635 $\frac{5}{16}$. Hechos sueldos partiendo por 12. seran 1719 suel. 7 $\frac{5}{16}$ dineros: q. es 85 lib. 19 suel. 7 $\frac{5}{16}$. Con q. se ve, q. ha salido lo mesmo, q. antes: este modo de obrar es general, reduciendo los terminos mayores al ultimo quebrado. y sirve tambien p.a el partir como se sigue.

Cantid. 85 lib. 19 suel. 7 $\frac{5}{16}$
Partidor. 30 Var. 3 pal. $\frac{3}{4}$
Reducidos son
Cant. $\frac{330165}{16}$ por $\frac{495}{16}$
Quociente 667. dineros
Sueldos 55 suel. 7. dineros
Libras 2. lib. 15. suel. 7. dineros.

58. Para saber el precio de cada Vara, se reducirá todo el precio al ultimo quebrado: y tambien las Varas, y palmos á su ultimo quebrado, y pues los dos quebrados tienen un mes.o denominador, partase senzillam.te 330165. p. 495. y salen 667. dineros el precio de cada Vara. que partidos p. 12. salen 55. suel. 7. din. esto es 2. lib. 15. suel. 7. dineros: si los dos quebrados no tuvieran el mes.o denominador, se multiplicaria en cruz (§. 45.) y el nuevo quebrado se reduciria á enteros p. el §. 39. Esta es regla general para todo genero de Mercaderias, y solo quiere cuidado en saver, q. partes componen á otras, p.a hacer la reduccion, y en lo restante se guardan en todo las reglas de los quebrados.

nota (los §§. 59. 60. 61. 62. se hallaran en el quaderno 1.o de varios fragm.tos hacia el fin) fol. 106.

Cap. 11.

De la razon, y proporcion.