

epsilon 6/7



INDICACIONES PARA LOS AUTORES

0. "Epsilon" es el medio de expresión de la Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía (A.P.M.A.).

1. Se publica, en castellano, tres veces al año.

2. Está formada por seis secciones :

ARTICULOS

Se aceptan sólo trabajos originales sobre todos los campos de la Matemática, de tal forma que su lectura no requiera ser especialista en el tema. Especial interés en el campo de la Didáctica.

INFORMATICA

Interesan trabajos sobre Informática Educativa, Gestión de Centros de Enseñanza, paquetes de utilidades didácticas, aplicación de la Informática a la enseñanza de la Matemática, etc.

PRACTICA

Esta sección está a su vez subdividida en cuatro subsecciones : Información sobre problemas propuestos, Problemas resueltos, Métodos para resolver problemas y Entretenimientos y curiosidades. Por lo tanto, interesan enunciados originales de problemas (quienes los propongan deberán hacer constar la solución o manifestar su desconocimiento en caso de no tenerla), listas de problemas propuestos en certámenes de distinto tipo, soluciones a problemas propuestos (que se publicaran con el nombre del autor(es)), artículos sobre técnicas para la resolución de problemas y cuantas curiosidades y entretenimientos matemáticos que puedan ser útiles a nuestros lectores.

EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

Interesan artículos sobre las investigaciones llevadas a cabo en el aula. Deberán contener los parámetros necesarios para la evaluación de la experiencia.

EDUCACION Y CULTURA

Esta es una sección versátil. Pueden tener cabida opiniones sobre Educación en general (reformas educativas, encuentros de profesores, etc.) así como notas que sirvan de homenaje a personalidades, buscándoles siempre su relación con la Matemática.

RESEÑAS DE LIBROS Y REVISTAS

De entre los libros y revistas que se reciben en la sede de la A.P.M.A. selecciona el Equipo de Redacción aquellos que por su interés merecen ser divulgados. Se aceptan reseñas, que se publicarán con la firma de su autor, siempre que no tengan interés publicitario.

3. Los trabajos que se envíen deberán estar mecanografiados a doble espacio, ir encabezados por un abstract en inglés, incluir un folio aparte con los datos del (de los) autor (es) así como el título del trabajo. Los gráficos, fotografías e ilustraciones se presentarán aparte, ajustados al formato de nuestras columnas y en el material conveniente para garantizar una buena reproducción.

4. El Consejo de Redacción no comparte, en general, el contenido no matemático de los trabajos que publicamos.

5. Los trabajos deben ser remitidos a :

ASOCIACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS DE ANDALUCIA
REVISTA "EPSILON"

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA

AVDA.FUENTENUEVA S/N
18071 GRANADA ESPAÑA

Epsilon 67



Los ficheros "padres" contienen textos sin formatear; los ficheros "páginas" almacenan textos preparados para impresión. (Del "Soporte Magnético de una Revista".)

Imprime: GRAFSUR, S.A.L. / Armilla (Granada)
Edita : ASOCIACION DE PROFESORES DE MATE-
MATICAS DE ANDALUCIA.
PRESIDENTE: Ramón Gutiérrez Jáimez

Deposito Legal: GR-147/84

Cambios

Estas líneas se destinan a explicar el proceso habido. Los cambios son grandes y en distintas direcciones. Se remodela el grupo que trabaja para que esta publicación llegue a sus manos (por cansancio de algunos de los que comenzaron esta nueva andadura de "Epsilon"), y se inicia una fase en la cual la composición se hace con técnicas y herramientas más actuales, llegamos más lejos y, como consecuencia, "Epsilon" requiere más dedicación.

En esta exposición de motivos la Redacción desea:

1. Reconocer públicamente la ayuda de estos compañeros, que pasan a la segunda fila y no se retiran. La etapa pasada ha sido muy dura y mucho más cuando dedicaron una parte importante de su tiempo libre.
2. Justificar la no periodicidad, hasta la fecha, de "Epsilon". Los cambios son difíciles y hay que automatizarlos para que se alcance un buen ritmo. Aunque la composición está mejor conseguida por disponer de más tipos de letras, de más símbolos..., de más posibilidades en una palabra. Han sido muchas horas para pruebas de espacios, márgenes, cabeceras, etc.
3. Reiterar la petición de que sigan enviándonos trabajos en la línea que va perfilándose día a día de "Didáctica de las Matemáticas". Es una satisfacción ver cómo Profesores extranjeros van conociendo/valorando "Epsilon" y nos confían sus artículos. "Epsilon" está consiguiendo, salir de nuestras fronteras.
4. Informar que esta salida supone una innovación que se traduce en una nueva Sección llamada Titles and/or abstracts dedicada a nuestros colegas que no leen el castellano. Esto nos ha sido expresamente sugerido por los Editores de la prestigiosa Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.
5. Rogar que nos disculpen por erratas, retrasos, ... pequeñeces que ensombrecen la gran acogida que dispensan a "Epsilon". Gracias.

editorial

1992

Desde hace algún tiempo se nos viene recordando, en los distintos medios de comunicación de masas, que en 1992 conmemoraremos el 500 aniversario del descubrimiento de América. Asimismo, se nos informa cómo distintas personalidades de muy variadas (y, por lo general, excelentes) características irán analizando y coordinando las distintas iniciativas que, debidamente barajadas, constituirán los actos a celebrar ante tan importante acontecimiento.

En 1897, tuvo lugar en Zurich el Primer Congreso Internacional de Matemáticas. Este tipo de encuentros no ha cesado desde entonces y su número se ha multiplicado. El avance impresionante de la Matemática en el siglo XX ha impuesto una especialización en la temática de los congresos (¡qué lejos queda el Segundo Congreso Internacional, París 1900, en el que Hilbert expuso los 23 problemas de la Matemática!). Así aparecen los congresos cuyo contenido gira alrededor de la Didáctica de la Matemática y, en este ámbito, los de mayor renombre son los que se organizan para el ICMI (el International Committee for Mathematical Instruction), de la Unión Matemática Internacional. Con periodicidad

cuatrienal (como las Olimpiadas), el último celebrado tuvo su sede en Adelaide (1984) y el próximo está previsto que se desarrolle en Budapest (1988).

¿Cuál es nuestro nivel en Didáctica de las Matemáticas? Cada cual podrá responder según su propio conocimiento. Un dato objetivo es que, en la Unión Matemática Internacional, pertenecemos al segundo grupo (siendo el quinto el de mayor nivel); también es cierto que, al parecer, ascenderemos al tercer grupo (en el que "milita", actualmente en solitario, Italia).

Sumemos, colegas: $1988 + 4 = 1992$.
¿Sevilla?

Según nos informó recientemente el Profesor Claudio Alsina, representante español en la UMI, nuestros compañeros de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas "Thales" han tenido la valentía de reclamar la organización del Congreso Internacional para 1992. El citado Profesor Alsina, por no dar más que un ejemplo en el ámbito matemático, apoya decididamente esta iniciativa. La visita a Sevilla del Secretario del ICMI, Sr. Howson, súbdito británico, visita que tendrá lugar el próximo mes de Noviembre de este año, será decisiva para las aspiraciones de la Sociedad "Thales". Si, como les deseamos, se elige su candidatura (que ahora está enfrentada a la presentada

ya oficialmente desde Canadá), la organización del Congreso de 1992 supondrá todo un reto a la comunidad matemática española, en general, y andaluza, en particular.

La organización de una "movida" de semejante magnitud (vienen asistiendo más de 3000 congresistas sobre un total aproximado de 4000 inscripciones de todas las partes del planeta) tiene sentido en sí mas se enaltece, esperamos que compartais esta opinión, si se ve respaldada por una masiva participación española/andaluza. Al hablar de participación no nos referimos a la de tipo pasivo ("matricularse e ir a escuchar") sino a aquélla participación que conlleva la presentación de trabajos en el campo de la Didáctica (experiencias, investigaciones, ensayos,...). No sería mala cosa (ni supon-dría una gran exigencia) que recobráse-mos la sana costumbre de invocar nuestra condición de matemáticos ante las tareas que aportan un desafío a nuestras inquietudes profesionales.

En este contexto, nuestra actitud es, en la medida de nuestras posibilidades, de indudable apoyo a la candidatura de Andalucía promovida por la Sociedad "Thales". Por ejemplo, "Epsilon", desde el próximo número, podría abrir una nueva Sección desde la cual se iría transmitiendo la información recopilada (líneas de investigación autonómicas, nacionales o internacionales, grupos de trabajo -contenidos, direcciones-, bibliografía, avisos de encuentros intermedios de profesores, etc., etc.) para intentar promocionar:

- (1) la idea de que los trabajos nuestros (andaluces/españoles), debidamente asesorados y orientados, no desmerecen en el concierto internacional;
- (2) las tendencias actuales de la Didáctica de las Matemáticas y los generalmente correlativos temas de máxima atención en los congresos importantes;
- (3) nuestra propia problemática y nuestras perfectibles soluciones;

- (4) la puesta en funcionamiento de grupos de trabajo que contarían, por lo menos, con
 - (a) tiempo (cinco años) para desarrollar sus iniciativas;
 - (b) un medio de difusión para darse a conocer en la arena internacional

¿Interesa a nuestra Andalucía la organización de este encuentro?

Sin hablar de la componente comercial (que presumiblemente interesará a quienes se ocupan de esos menesteres siempre que se escojan unas fechas convenientes) podemos avanzar dos razones.

Primera razón

Pensemos en la componente calidad de la enseñanza sobre la cual, y son declaraciones del Sr. Maravall, va a centrarse la política educativa durante la actual legislatura (esperamos que al hablar de calidad de la enseñanza expresemos la misma idea que no es sólo la de atender problemas tan viejos como necesarios y urgentes; si así es, nos congratulamos). ¿Mejoraría la enseñanza de la siempre temida Matemática con la realización del Congreso si se diera la participación en la forma descrita? Sin duda, la respuesta es afirmativa. Para posibilitar esta participación, habría que contar con un apoyo institucional fuerte y decidido que podría consistir en la adopción de medidas como las que siguen (la lista no pretende ser exhaustiva ni única):

1. Potenciación de las publicaciones que existen/existirán en nuestro país sobre Didáctica de la Matemática.
2. Potenciación de grupos de trabajo en función de su productividad metodológica contrastada por la comunidad matemática nacional o la internacional y no de su etiqueta institucional:
 - a) Coordinándolos desde los CEP'S, ICE'S y Departamentos de Didáctica.
 - b) Becando a alguno(s) de sus miembros para asistir a los congresos -

- nacionales o extranjeros- que sean de utilidad a la línea de investigación del grupo.
- c) Reconocimiento a efectos de horario del tiempo dedicado por los miembros de un grupo a estas actividades de perfeccionamiento.
- d) Reconocimiento económico para los miembros de los grupos según la productividad expresada en el punto 2.
3. Creación de una sección dentro de los CEP'S dedicada a Matemáticas que, tras los debidos asesoramientos y contactos, organizase la información necesaria de cara al 92, la distribuyese a los distintos grupos y coordinase a los mismos.

Es obvio que todas estas medidas pueden ser aplicadas a otras disciplinas y grupos de profesores, ya que son medidas parciales que debieran contemplarse en el problema no resuelto y **fundamental** de la Formación del Profesorado. Decimos **no resuelto** porque los Seminarios Permanentes y las Escuelas de Verano no son más que pequeñas escaramuzas en esta tarea de la que venimos hablando. Decimos **fundamental** porque la más profunda de las REFORMAS EDUCATIVAS consiste en mantener un profesorado que, mayoritariamente, esté al día en todos los aspectos que forman el curriculum (diseño, contenidos, metodología, evaluación, etc.). No piensen nuestros queridos colegas que desdeñamos el trabajo que vienen haciendo en su Seminario Permanente, que dudamos de los conocimientos sólidos que tienen o que abogamos por esta preparación amplia con la mirada puesta en que el profesorado pueda dar afines. ¿De eso, nada! Estamos hablando en otra onda, en la que se marca, por ejemplo, en *the guidelines for the preparation of teachers of mathematics* (líneas maestras para la formación de profesores de matemáticas), publicadas por el National Council of Teachers of Mathematics y provi-nientes de la Commission on the Education of Teachers of Mathematics de Estados Unidos, en donde se incluyen **estudios humanísticos, teoría del con-**

cimiento y teoría de la enseñanza y del aprendizaje para los Profesores de Matemáticas.

Segunda razón

El lanzar la REM fue un acto que puede honrar al Gobierno de la Nación. Las Enseñanzas Medias están (en lo global y en lo particular) lo suficientemente "mal" como para necesitar una operación de renovación no traumática. No todas las causas de la enfermedad son forzosamente intrínsecas al Sistema Educativo o debidas al Profesorado, pero los síntomas de inadecuación generalizada entre la Institución Escolar y la Vida Profesional exigen el planteamiento de nuevos caminos que conduzcan a soluciones imaginativas, originales y eficaces.

Mas la REM sólo está consiguiendo enfrentar a los profesores entre sí y con la Administración. Ciertamente, una gran responsabilidad de este enfrentamiento incumbe a ese sector de discentes, profesionalmente exangues, que no aceptará jamás que se cambie de sitio una silla de "su" Centro. La otra gran responsabilidad procede de la confusión que mantienen los promotores de la REM entre "lo experimental" y "lo empírico"; de lo primero hablan y a lo segundo se acogen, pues olvidan que en toda experimentación educativa es esencial el enunciado neto, distintivo y estructurado de cosas como éstas: presupuestos tecno-metodológicos, mecanismos de corrección, intenciones, objetivos, macro y microfases, circuitos de información, marcos legales y financieros....

Por ello urge que los profesores nos sacudamos los maniqueísmos. Cualquier profesor, cualquier ciudadano, tiene derecho a asumir la Reforma o a rechazarla, pero esto no es el problema sino el punto de partida. No es razonable ni legítimo (por todo cuanto la Sociedad espera de sus futuros ciudadanos: nuestros alumnos) oponer, al conocido oscurantismo de quienes "no tienen nada que aprender", un nuevo oscurantismo "de la Reforma". Creemos

uno o diversos contextos abiertos a la crítica y a la autocritica (recuerden los unos aquellos dazibaos de la revolución cultural china y los otros aquella prohibición por la dictadura argentina de la enseñanza de la teoría de conjuntos...). Establezcamos verdaderos debates, realicemos verdaderos estudios para intentar proponer respuestas lúcidas a preguntas como las que siguen:

(en el ámbito de "lo político")

- por qué han fracasado todos los intentos de Reformas en la historia del Sistema Educativo Español;
- qué coherencia mínima ha de exigirse a los equipos de experimentación y a las críticas de sus oponentes;
- qué criterios permiten validar resultados globales;
- cómo han de proyectarse dichos resultados en el espacio geográfico español y en el tiempo de los planificadores;
- cómo han de ser deglutidas y sintetizadas las incontables (y necesariamente contradictorias) conclusiones a que la experimentación da y dará lugar;
- cuáles han de ser los circuitos por los que transite públicamente la información veraz de las dificultades y de las vías de solución presentadas o demostradas;

(en el ámbito de la Didáctica)

- qué curricula adoptar¹, cómo² y por quién(es)³;
- qué, quién(es), cómo, cuándo, dónde y por qué se evalúa;
- cuáles son las ventajas e inconvenientes de los enfoques interdisciplinarios;
- cómo influye el tiempo lectivo en la adquisición de destrezas, de conocimientos,....;

- qué implicaciones conlleva la producción in situ de un material de trabajo para la experimentación (ventajas e inconvenientes frente a los libros de texto);
- cómo puede ser racionalmente afrontada la heterogeneidad de niveles de base de los alumnos, la heterogeneidad de sus respectivas evoluciones;
- cómo influyen las nuevas tecnologías el desarrollo de las tareas educativas y cuál es su impacto en la aparición de "contenidos" nuevos;

¿Podría originar esto, centrándolo en Matemáticas, una Sección del Congreso?

Si; cuando llegue 1992 podremos aprender en Sevilla muchas cosas de nuestros ilustres visitantes. Podríamos también mostrar algo más que nuestro peculiar folklore. Todo dependerá de nosotros mismos, de nuestra unión y de la Administración. Se aceptan cartas con opiniones, sugerencias o discrepancias.

¹Por ejemplo, basados en una estructura organizada de conocimientos, o como sistema tecnológico de producción, o como conjunto de experiencias de aprendizaje o, lo más moderno, como solución de problemas.

²Por ejemplo, ¿por los distintos grupos que están experimentando lo mejor que pueden y prácticamente sin orientación (dicho sea con todo el reconocimiento que merecen)?

³Por ejemplo, ¿partiendo de un informe como el Cockroft (que está a punto de ser publicado en castellano por el MEC)?

La segunda fue propuesta por el obispo Caramuel (1606-1682) en un certamen matemático:



*Entre líquida plata
Descubrí no sé cuántas Galateas,
y donde se remata
La selva obscura, un coro de Napeas:
Tetis á todas en el mar retrata;
Bellas aquellas eran, estas feas;
En número no iguales,
Porque en especie eran desiguales.
No pudiendo contarlas
consulté á Apolo que en el mar lucía,
y doradas guirnaldas
De perlas desatadas les texía;
Y el dios intonso para mas honrarlas
No me quiso decir lo que sabía;
Pero al son de las olas
Cantó eloquente estas palabras solas:
Si dexan sus cristales
Tres ninfas bellas, que á la selva llama
La hermosísima Pales,
Adornada de flores, no de escama,
En número serán todas iguales;
Pero si viendo que Triton las ama
Al mar van tres Napeas,
Serán doblado más las Galateas (13).*

Es empresa bastante ardua intentar averiguar el lugar de nacimiento de estas adivinanzas, a no ser que determinados caracteres nos lo revelen a primera vista. La existencia de un mismo problema en pueblos diversos da cierta credibilidad a la teoría de la transmisión de una misma fuente ya que parece poco probable pensar en la posibilidad de creaciones múltiples. Las versiones del ejemplo que a continuación presento podrían servir para apoyar dicha teoría. Se trata de un problema que lleva el cuño de la tradición y que aparece en distintos lugares bajo la misma forma y a veces con las mismas palabras, aunque no se conoce la fecha de aparición en cada uno de los respectivos lugares. Como la popularidad y antigüedad del tema son innegables -una variante de este problema se encuentra ya recogida en el ensayo de recreaciones matemáticas de Chuquet (1484)-, al que me referiré más adelante, me atrevería a pensar que debe existir una primera versión de este problema en epigramas latinos o griegos, hecho que explicaría fácilmente su posterior transmisión a los pueblos de raza latina y germana.

La primera variante, recogida en la Baja Bretaña, dice así:

Un hombre tenía tres hijos y 12 barriles: 4 llenos, 4 medio llenos y 4 vacíos.

¿Cómo podía repartirlos por igual entre los tres sin extraer de uno para meter en otro?

La segunda pertenece a Sicilia:

obra de A. Murray, *Razón y Sociedad en la Edad Media*, Taurus, 1982, p. 171 o en la de J.P. Collette, *Historia de las Matemáticas*, Siglo XXI, 1985, I, p. 223.

- (23) Rodríguez Vidai, *Diversiones matemáticas*, Barcelona, Reverté, 1983, p.VIII.
 (24) Martin Gardner, ¡Ajá!, Barcelona, Labor, 1985 (3a.edición), pp. 62-63.
 El autor resuelve la cuestión hacié-

ndonos ver que la mitad de un número impar más otra mitad es un número entero.

- (25) Véase Rouse Ball, *Ob.cit.*, pp. 86-92.
 (26) Lewis Carroll, *Alicia Anotada*, ed. de Martin Gardner, Madrid, Akal editor, 1984, p.36.
 (27) Véase Ozanam, *Ob.cit.*, pp.246-250
 (28) Véase Rodríguez Vidal, *Ob.cit.*, p.137.
 (29) Véase Prefacio de la obra de Ozanam.



les para el gobierno actual.

En medio de aquella reunión, Evaristo Gallois se levantó y dijo en voz alta, según propia confesión, con un puñal en la mano: ¡Por Luis Felipe! Repitió dos veces este grito. Algunos le imitaron levantando el brazo y gritando a su vez: ¡Por Luis Felipe! entonces se oyeron silbidos, ora porque los convidados desaprobaban al horrible atentado, ora porque, como declara Gallois, se supusiese que brindaba por el rey; sin embargo, está bien probado que muchos convidados vituperaron lo ocurrido.

"El cuchillo puñal había sido encargado por Gallois el día 6 de mayo al cuchillero Henry. Dió muestras de prisa por tenerlo, alegando un supuesto viaje."

Ahora vamos a reproducir el interrogatorio del procesado en toda su sencillez.

PRESIDENTE.- Acusado Gallois, ¿formaba usted parte de la reunión que se celebró el día 9 de mayor último en los Vendanges de Borgoña?

ACUSADO.- Sí, señor presidente, y hasta, si quiere usted permitirme que le relate lo allí ocurrido, le ahorraré el trabajo de interrogarme.

PRESIDENTE.- Le escuchamos.

ACUSADO.- He aquí la verdad exacta sobre el suceso al que debo el honor de comparecer ante vos. Yo tenía un cuchillo del que me había servido durante la cena y, al llegar los postres, lo levanté diciendo: ¡Por Luis Felipe...si hace traición! Estas últimas palabras sólo las oyeron mis vecinos ya que los silbidos con que fué recibida la primera parte de mi frase y la idea de que yo brindase por el rey, impidieron oír la segunda parte.

PRESIDENTE.- Según su entender, un brindis a la salud del rey habría sido mal recibido.

ACUSADO.- ¡Quién lo duda!

PRESIDENTE.- Un brindis por Luis Felipe, rey de los franceses, ¿habría enojado a la asamblea?

ACUSADO.- De seguro.

PRESIDENTE.- ¿Se proponía usted consa-

grar el puñal al rey Luis Felipe?

ACUSADO.- En el caso de que hiciese traición, sí.

PRESIDENTE.- ¿Era por su parte la manifestación de un sentimiento personal el presentar al rey de los franceses como digno de recibir una puñalada, o se proponía excitar a los demás a semejante acción?

ACUSADO.- Quería excitar a esa acción, en el caso de que Luis Felipe hiciese traición o sea en el caso de que osase salir de la legalidad.

PRESIDENTE.- ¿Cómo supone usted que un rey pueda salir de la legalidad?

ACUSADO.- Todo induce a creer que no tardará en hacerse culpable de ese crimen, si no lo es ya.

PRESIDENTE.- Explíquese.

ACUSADO.- Me parece que hablo claro.

PRESIDENTE.- No importa; explíquese.

ACUSADO.- Quiero decir que la marcha del gobierno puede hacer suponer que Luis Felipe hará traición algún día, si no la ha hecho ya.

Ya se comprenderá que con semejante lucidez en las preguntas y respuestas, los debates serían cortos.

Los jurados se retiraron a deliberar y emitieron veredicto de inculpatibilidad. ¿Tenían a Gallois por loco, o eran de su opinión?

Gallois fué puesto en libertad al instante.

Se dirigió a la mesa en que estaba su cuchillo como pieza de convicción, lo cogió, lo cerró, se lo metió en el bolsillo, saludó al tribunal y salió."



