g

g-128

(2)

NUEVOS PRINCIPIOS
ELEMENTALES
DE ARITMETICA,

ENLAZADOS CON LA EXPOSICION

del Sistema Métrico y Monetario Decimal;

puesto todo al alcance de los niños

POR

D. José Fernandez de Segura,

Y APROBADOS

por el Gobierno de S. M.

para texto en las Escuelas de Instruccion primaria.

Ag H.

GRANADA.—*1859.*

IMPRENTA DE SANZ.

PRIMERA PARTE.

CAPITULO I.

Preliminares acerca de la cantidad, unidad y número.

PREGUNTA. Qué es Aritmética?—RESPUESTA. La ciencia que trata de las propiedades y operaciones de la cantidad cuando esta está representada por números.

P. Qué es cantidad?—R. Todo aquello que puede sufrir aumento ó disminucion.

P. Y unidad?—R. Es tambien una cantidad convencional que se elige á arbitrio para que sirva de término de comparacion ó medida entre cantidades de su misma especie.

P. Y número, qué es?—R. El resultado de la comparacion de la unidad con la cantidad, ó las veces que la unidad está contenida en la cantidad.

P. Cómo se demostrará bien la idea de lo que es cantidad, unidad y número? -R. De este modo: Si nos proponemos averiguar cuánta sea la longitud de una cuerda, adoptamos para término de comparacion ó medida otra longitud determinada; y suponiendo que esta sea el metro, y que la cuerda es ocho veces el metro, diremos en este caso, que la longitud de la cuerda es una *cantidad*, puesto que puede aumentarse ó disminuirse; el metro, la *unidad* que nos ha servido de término de comparacion ó medida, y el 8 un *núme-*

ro, por ser el resultado de la comparacion, ó las veces que la unidad ha sido contenida en la cantidad.

CAPITULO II.

De la numeracion.

P. Qué es sistema de numeracion?—R. El conjunto de reglas y principios establecidos para poder expresar con un corto número de palabras ó de caractéres todas las combinaciones de números posibles.

P. De cuántas maneras es la numeracion?—R. De dos: *hablada* y *escrita*.

P. Qué es numeracion hablada?—R. La que por medio de la combinacion de un corto número de voces enseña el modo de expresar todos los números.

P. Cuántas y cuáles son estas voces?—R. Trece; á saber: *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millon.*

P. En qué principio se funda la numeracion hablada?—R. En que empezando á reunir una á una las *unidades*, formamos de estas un grupo de diez, que constituye una nueva unidad llamada *decena*: agrupando del mismo modo esta nueva unidad hasta reunir otras diez, constituimos otra nueva unidad, que se llama *centena;* y así para todas las demás superiores á esta especie de unidades; por manera que una unidad de una especie ú órden cualquiera es diez veces la unidad del órden inferior inmediato, y por lo tanto la décima parte de la del órden inmediato superior.

P. Qué hay que advertir acerca de la numeracion hablada?—R. Que las palabras *veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta* y *noventa*, que resultan de agrupar una á una las unidades, no son voces distintas de las trece primitivas, sino meras modificaciones de las diez primeras; pues así como la agregacion de uno y uno la expresamos con la palabra *dos*, la de dos y uno con la palabra *tres*, &c. hasta llegar á diez, asi tambien cuando contamos desde diez en adelante, agregando á esta palabra, uno, dos, tres &c. hasta llegar á *diez* y *diez*, esta última agregacion la expresamos con la modificacion *veinte*, que equivale á dos veces el *diez*, y siguiendo el mismo órden, la de *veinte* y *diez*, con la modificacion treinta, y así sucesivamente hasta llegar á *noventa* y *diez*. cuya agregacion la expresamos con la palabra primitiva *ciento*; y repitiendo desde estas las combinaciones anteriores, formamos *doscientos*, *trescientos* &c., hasta *diez cientos* que expresamos con la palabra *mil*, y así continuamos con el órden dicho de constituir con cada grupo de diez de estas unidades, una de especie superior.

P. Qué mas hay que advertir?—R. Que las palabras *once, doce, trece, catorce, quince* y *quinientos* tampoco pueden considerarse como distintas de las primitivas; pues que por una irregularidad de nuestra lengua á la agregacion de *diez* y *uno* se le ha llamado *once;* á la de *diez* y *dos*, *doce*; á la de *diez* y *tres*, *trece;* á la de *diez* y *cuatro*, *catorce*; á la de *diez* y *cinco*, *quince* y á la de *cincocientos*, *quinientos*; conservándose en las demás combinaciones el órden regular del lenguaje.

P. Qué es numeracion escrita?—R. La que por medio de la combinacion de muy pocos caractéres enseña tambien el modo de expresar todos los números hasta el infinito.

P. Cuántos y cuáles son estos caractéres?-R. Diez, de orígen árabe, llamados tambien *guarismos signos* ó *cifras*, y son:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,
uno,	*dos,*	*tres,*	*cuatro,*	*cinco,*	*seis,*	*siete,*	*ocho.*

9 0.

nueve y *cero.*

P. En qué se dividen los guarismos?—R. Los nueve primeros son significativos, y el último ó *cero* insignificativo.

P. Y por qué con tan corto número de guarismos, pueden expresarse todos los números posibles?—R. Porque cada uno tiene dos valores, uno *absoluto* y otro *relativo*.

P. Cuál es el valor absoluto?—R. El que cada guarismo tiene por razon de su figura.

P. Cuál es el relativo?—R. El que cada uno tiene en razon al órden que ocupa en el número.

P. Cuáles son estos órdenes?-R. Tres principales: *unidad, decena y centena*, contando por la derecha del número.

P. Cómo se averigua el valor relativo de un guarismo?—R. De este modo: el guarismo que ocupa el órden de unidad, su valor es absoluto; esto es, el que tiene por su figura: si está en decena, vale diez veces mas que en unidad; y si está en centena, otras dies veces mas que en decena &c., como se ve por la siguiente

ESCALA *que demuestra el valor de cada guarismo, segun su colocacion de derecha á izquierda en los tres principales órdenes.*

EN CENTENA.	EN DECENA.	EN UNIDAD.
El 1 vale ciento.	El 1 vale diez.	El 1 vale uno.
2. doscientos.	2......veinte.	2.......dos.
3. trescientos.	3......treinta.	3.......tres.
4. cuatrocientos.	4......cuarenta.	4.......cuatro.
5. quinientos.	5......cincuenta.	5.......cinco.
6. seiscientos.	6......sesenta.	6 . ....seis.
7. setecientos.	7......setenta.	7.......siete.
8. ochocientos.	8......ochenta.	8.......ocho.
9. novecientos	9......noventa.	9.......nueve.
0..... nada.	0......nada.	0.......nada.

P. Qué se infiere de los distintos órdenes y valores de los guarismos por la precedente escala?—R. Que cuando un número esté expresado en sus tres principales órdenes por diferentes guarismos significativos, el valor de esté número será el de los tres guarismos reunidos principiando á contar de izquierda á derecha; v. g.

Los tres guarismos 4, 8 y 7 colocados en esta forma 487, expresan el número *cuatrocientos, ochenta y siete,* porque estos son los valores relativos al órden de cada uno de los guarismos.

P. No significando el cero valor alguno, para qué sirve?—R. Para ocupar el lugar de los órdenes de que carecen algunos números.

P. Hay otras clases de órdenes de unidades, decenas y centenas á mas de los principales dichos?—R. Sí; hay varios, pues en un número que conste de muchos guarismos, los tres primeros de la derecha son por su escala respectiva de *unidades, decenas* y *centenas* simples; los tres que le siguen hácia la izquierda, son de *unidades, decenas* y *centenas de millar;* los otros tres, de *millon;* los inmediatos á estos, de *millar de millon;* y así sucesivamente de tres en tres serán de *billon,* de *millar de billon.* &c.

P. Con estos conocimientos, de qué manera escribirémos con guarismos un número cualquiera?-R. Teniendo presente los diferentes órdenes y clases de unidades que hay, escribirémos el número principiando por la izquierda y órdenes superiores, descendiendo así sucesivamente de mayor á menor hasta terminar en los de unidades simples, cuidando de ocupar con ceros los órdenes que falten en el número enunciado; v. g.

Para expresar con guarismos el número *cuatrocientos sesenta millones, doscientos nueve mil, trescientos setenta y ocho,* escribirémos primero las centenas y decenas de millon, luego las centenas y unidades de millar, y despues las centenas, decenas y unidades simples, ocupando á su vez con un cero el lugar de las unidades de millon, y el de las decenas de millar que no hay, y de este modo quedará escrito el número enunciado de la manera siguiente: 460. 209, 378.

P. Segun lo dicho, cómo se leerá un número que conste de muchos guarismos?—R. Dividiéndole primero de derecha á izquierda en porciones ó séries de seis guarismos con puntos, y en periódos de tres con comas, poniendo sobre el primer punto un 1, sobre el segundo un 2, y así sucesivamente.

P. Dividido el número en séries y periódos, cómo se enunciará su valor?-R. Dando al primer guarismo de la izquierda el valor que tenga segun el lugar que ocupe, y lo mismo á los demás que le sigan hácia la derecha, pronunciando *mil* donde haya *coma*, *millon* en el 1, *billon* en el 2, *trillon* en el 3 &c.; v. g.
El número 6809476254836 dividido como se ha di-

2 1

cho en esta forma: *6.809,476.254,836*, su valor es de *seis billones, ochocientos nueve mil cuatrocientos setenta y seis millones, doscientos cincuenta y cuatro mil, ochocientos treinta y seis.*

CAPITULO III.

Division del número.

P. De cuántas clases puede ser el número?—R. De tres principales; con respecto á la unidad, á su expresion y á su calidad.

P. En qué se divide el número con relacion á la unidad?—R. En *entero*, *quebrado*, *misto*, *fraccionario* y *quebrado de quebrado*.

P. Qué es número entero?—R. El que consta de unidades enteras, como *ocho reales*.

P. Qué es número quebrado?—R. El que expresa partes de la unidad, como *medio real*.

P. Qué es número misto?—R. El que se compone de unidades y partes de la unidad, como *ocho reales y medio*.

P. Qué es número fraccionario?—R. Aquel que contando por partes de la unidad, llega á tener la unidad ó mas, como *dos medios, tres medios*.

P. Qué es quebrado de quebrado?—R. El que expresa partes de partes de la unidad, como *dos tercios de un medio*.

P. En qué se divide el número con respecto á su expresion?—R. En *simple ó dígito* y *compuesto*.

P. Qué es número simple ó dígito?—R. El que se expresa con un solo guarismo, como *4*.

P. Qué es número compuesto?—R. El que se expresa con dos ó mas guarismos, como *48*.

P. En qué se divide el número con relacion á su calidad?—R. En *abstracto y concreto*.

P. Qué es número abstracto?—R. El que no se refiere á determinada especie, como 6.

P. Cuál es el concreto?—R. El que determina la especie, como *6 niños*.

P. En qué se dividen los números concretos?—R. En *homogéneos* y *heterogéneos*.

P. Qué son números homogéneos?—R. Dos ó mas que se refieren á una misma especie, como *6 reales 8 reales*.

P. Cuáles se dicen heterogéneos?—R. Dos ó mas que cada uno se refiere á una especie, como *4 niños, 5 plumas*.

P. Qué operaciones se hacen con los números enteros?—R. Las principales son cuatro; *sumar, restar, multiplicar y partir*; y con otros nombres *adicion, sustraccion, multiplicacion* y *division, con las cuales no hacemos otra cosa que aumentarlos ó disminuirlos*.

P. Cómo se indican estas operaciones?—R. Con varios signos: la de sumar con una cruz + que dice *mas*, la de restar con una raya — que dice *menos;* la de multiplicar con un aspa × ó punto . que dicen *multiplicado por;* la de partir con dos puntos uno sobre otro : que dice *dividido por*, y el resultado de cada operacion con dos rayas horizontales = que dicen *igual á.*

CAPITULO IV.

De la suma.

P. Qué es sumar? —R. Juntar ó reunir en un solo número el valor de dos ó mas homogéneos.

P. Cómo se llaman los números que se dán para sumar?—R *Datos ó sumandos*, y el resultado de la operacion, *suma ó agregado.*

P. Cómo se colocan estos datos?—R. Unos debajo de otros seguidos de su correspondiente signo +, de modo que todos sus órdenes se correspondan en columna.

P. Cómo se practica la operacion de sumar?-R. Empezando por la columna de unidades, y teniendo en cuenta el principio de la numeracion hablada, si su suma se compone de unidades se escribirán debajo, si se compone de decenas se pondrá cero, y si de decenas y unidades se escribiran estas, y las que resulten de aquellas se agregan á la columna inmediata, con la que se practica lo mismo, y así con todas las demás:

	Ejemplo 1.º	Ejemplo 2.º	Ejemplo 3.º
Sumandos..	532	624	763
	+214	+241	+458
	+103	+135	+204
Sumas....	=849	=1,000	=1,425

CAPITULO V.

De la resta.

P. Qué es restar?—R. Averiguar la diferencia que hay entre dos números homogeneos.

P. Cuántos son los datos de esta operacion? R.

Dos: uno mayor llamado *minuendo*, otro menor *sustraendo*, y el resultado *resta, exceso*, ó *diferencia*.

P. Cómo se colocan los datos para restar?—R. Escribiendo el sustraendo debajo del minuendo seguido del signo — de modo que sus órdenes tambien se correspondan en columna.

P. Cómo se ejecuta la operacion de restar?—R. Se principia por las unidades; si la cifra del minuendo es mayor que la del sustraendo, se escribe debajo el exceso, ó cero si son iguales; pero si es menor, se tomará una unidad de la inmediata superior del minuendo, y reducida á unidades de la inferior, que serán diez, se le agregan; y de este modo se efectúa la resta, teniendo en cuenta para la siguiente, en el órden de decenas, que á la cifra del minuendo se le ha disminuido una; continuando así en todos los demás órdenes.

	Ejemplo 1.º	Ejemplo 2.º	Ejemplo 3.º
Minuendo..	765	846	672
Sustraendo	—423	—536	—358
Diferencia.	=342	=310	=314

P. Cuando el minuendo termine en ceros, ó los haya entre sus cifras significativas, cómo se ejecutará la resta?—R. En ambos casos se procederá del modo que se ha dicho, haciendo que los órdenes superiores del minuendo auxilien con sus unidades á los inferiores, para poder rebajar de sus cifras las correspondientes del sustraendo; v. g.

Si tenemos que restar 4,672 *de* 6,030, *sera:*

Minuendo...	6,030
Sustraendo.	—4,672
Diferencia...	=1,358

Donde se ve, que siendo las cifras que ocupan los tres primeros órdenes del minuendo, menores que las tres correspondientes del sustraendo, el cero de las unidades se ha convertido en 10 unidades, por haber tenido que tomar 1 decena de las tres que hay en su lugar; las 2 decenas que quedan, en 12 decenas; el cero de las centenas, en 9 centenas, y los seis millares han quedado reducidos á 6, por haber distribuido uno en las 9 centenas y las diez decenas.

Pruebas de la suma y resta.

P. De qué medios nos valemos para averiguar si una operacion está bien ó mal ejecutada?—R. De otra segunda operacion llamada *prueba*, por medio de la cual nos cercioramos de que la primera está bien hecha.

P. Cómo se prueba la operacion de sumar?—R. Haciendo otra segunda suma separando un dato; el resultado de esta se resta de la primera y el exceso ha de ser igual al sumando separado; v. g.

Sumandos..	8,756
	+3,473
	+ 247
	+8,921
1.ª *suma......*	21,397
2.ª *suma......*	12,641
Exceso de la 1.ª suma á la 2.ª.....................	8,756 igual al sumando separado.

P. Cómo se prueba la operacion de restar?—R. Sumando el sustraendo con la diferencia y la suma ha de ser igual al minuendo; v. g.

Minuendo.....	783,462
Sustraendo..	494,689
Diferencia....	288,773

Suma del sustraendo y diferencia....................... 783,462, igual al minuendo.

CAPITULO VI.

De la multiplicacion.

P. Qué es multiplicar? —R. Una suma abreviada que consiste eu tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.

P. Cómo se consigue esto?—R. Sabiendo de memoria la siguiente

TABLA DE MULTIPLICAR.

—

1	vez	1	1	2	veces	1	2
1	vez	2	2	2	veces	2	4
1	vez	3	3	2	veces	3	6
1	vez	4	4	2	veces	4	8
1	vez	5	5	2	veces	5	10
1	vez	6	6	2	veces	6	12
1	vez	7	7	2	veces	7	14
1	vez	8	8	2	veces	8	16
1	vez	9	9	2	veces	9	18
1	vez	10	10	2	veces	10	20

3	veces	1	3
3	veces	2	6
3	veces	3	9
3	veces	4	12
3	veces	5	15
3	veces	6	18
3	veces	7	21
3	veces	8	24
3	veces	9	27
3	veces	10	30
4	veces	1	4
4	veces	2	8
4	veces	3	12
4	veces	4	16
4	veces	5	20
4	veces	6	24
4	veces	7	28
4	veces	8	32
4	veces	9	36
4	veces	10	40
5	veces	1	5
5	veces	2	10
5	veces	3	15
5	veces	4	20
5	veces	5	25
5	veces	6	30
5	veces	7	35
5	veces	8	40
5	veces	9	45
5	veces	10	50
6	veces	1	6
6	veces	2	12
6	veces	3	18
6	veces	4	24
6	veces	5	30
6	veces	6	36
6	veces	7	42
6	veces	8	48
6	veces	9	54
6	veces	10	60
7	veces	1	7
7	veces	2	14
7	veces	3	21
7	veces	4	28
7	veces	5	35
7	veces	6	42
7	veces	7	49
7	veces	8	56
7	veces	9	63
7	veces	10	70
8	veces	1	8
8	veces	2	16
8	veces	3	24
8	veces	4	32
8	veces	5	40
8	veces	6	48
8	veces	7	56
8	veces	8	64
8	veces	9	72
8	veces	10	80
9	veces	1	9
9	veces	2	18
9	veces	3	27
9	veces	4	36
9	veces	5	45
9	veces	6	54
9	veces	7	63
9	veces	8	72
9	veces	9	81
9	veces	10	90

10	veces	10	100
10	veces	100	1,000
10	veces	1,000	10,000
10	veces	10 000	100,000
10	veces	100,000	1.000,000

P. Cuántos son los datos de la multiplicacion?—R Dos: *multiplicando* y *multiplicador*: ambos juntos se llaman *factores*, y el resultado, *producto*.

P. En qué se distingue el multiplicando del multiplicador?—R. En que el multiplicando es siempre de la especie que se busca en el producto.

P. De qué manera se disponen los factores para ejecutar la multiplicacion?—R. Como el órden de estos, segun se ha visto por la tabla, no altera el producto: pára la mayor comodidad se escribirá el número menor debajo del mayor, si son desiguales, seguido del signo $\times$.

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicacion?—R. Tres: multiplicar un número dígito por otro dígito, un compuesto por un dígito, y un compuesto por otro compuesto.

P. Cómo se ejecuta la multiplicacion?—R. Bien sean dígitos, bien compuestos ambos factores, se ejecuta la operacion tomando tantas veces el número mayor como exprese cada una de las cifras del número menor, lo que se consigue por medio de la tabla; advirtiendo que cada producto parcial se ha de principiar á escribir debajo de la cifra correspondiente del número menor; luego se suman estos productos parciales para que resulte el total que se busca.

Ejemplo 1.º

Multiplicando,	*4,759*
Multiplicador.	*×6*
Producto........=	*28,554*

Ejemplo 2.º

Multiplicando	*6,587*
Multiplicador	*×34*
Productos parciales..	*26348*
	19761
Producto total......=	*223958*

P. En cuántos casos se abrevia la multiplicacton? R. En tres: 1.º Cuando uno de los factores es la unidad acompañada de ceros, el producto será el otro factor añadiéndole los ceros del de la unidad; v. g.

$$\begin{array}{r} 7634 \\ \times 100 \\ \hline =763400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000 \\ \times 43 \\ \hline =43000 \end{array}$$

2.ª Cuando uno de los factores ó ambos terminan en ceros, se hace la operacion con las cifras significativas, añadiendo despues á la derecha del producto los ceros de uno y otro factor; v. g.

$$\begin{array}{r} 4900 \\ \times 7 \\ \hline =34300 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8700 \\ \times 60 \\ \hline =522000 \end{array}$$

3.º Cuando entre las cifras significativas del multiplicador hay ceros, no se multiplica por ellos, pues su producto será tambien cero; v. g.

$$\begin{array}{r} 9478 \\ \times 603 \\ \hline 28434 \\ 56868 \\ \hline =5715234 \end{array}$$

P. Cuántos son los usos de la multiplicacion?—R. Varios, pero los principales son tres: 1.º Hacer un número cierto número de veces mayor.

2.º Hallar el valor de varias unidades conocido el de una.

3.º Reducir unidades de especie superior á especie inferior.

P. Cómo se hace un número cierto número de veces mayor? – R. Multiplicándole por el número que con sus unidades nos exprese las veces que se quiere hacer mayor.

P. Cómo se halla el valor de varias unidades conocido el de una?—R. Multiplicando el valor de la unidad por el número de aquellas cuyo valor queremos averiguar, y el producto expresará el valor de todas.

P. Cómo se reducen unidades de especie superior á especie inferior? R. Multiplicando el número de las superiores por el número de veces que la inferior á que se quieren reducir, está contenida en la superior.

Ejemplos.

1.º Para hacer el número 47 cuatro veces mayor, será: $47\times4=188$.

2.º Para hallar el valor de 7 varas de una tela, valiendo la vara 8 rs., será: $8\times7=56$ rs.

3.º Para saber el número de piés que tienen 8 varas, se reducirá á piés este número de varas, y como la vara contiene 3 veces al pié, será: $8\times3=24$ piés.

CAPITULO VII.

De la division.

P. Qué es partir?—R. Una resta abreviada que consiste en averiguar las veces que un número cabe en otro.

P. Cuántos son los datos de esta operacion?—R. Dos: *dividendo y divisor*, ambos juntos se llaman *términos de la division*, y el resultado, *cuociente*.

P. En qué se distinguen est s datos?—R. En que el dividendo, que es el que se divide, es mayor que el divisor por quien se divide.

P. Cómo se indica la division?—R. Escribiendo el dividendo y despues el divisor interpuesto el correspondiente signo :

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la division?-R. Tres: dividir un número dígito por otro dígito, un compuesto por un dígito, y un compuesto por otro compuesto.

P. Cómo se ejecuta la division? R. Si ambos términos son dígitos, es fácil hallar el cuociente; si los dos son compuestos, ó solo el dividendo, se separan de la izquierda de este tantas cifras como tenga el divisor, ó las que basten para que este se contenga en aquel; se ve las veces que cabe por medio de la tabla; el número que sea se pone por cuociente debajo del divisor por quien se multiplica, el producto se resta del dividendo parcial, al exceso, si queda, se le agrega la inmediata cifra del dividendo, y se vuelve á hacer la misma operacion; teniendo cuidado de poner un cero al cuociente siempre que despues de bajar una cifra del dividendo y agregada á la derecha del exceso, este número sea menor que el divisor, en cuyo caso se bajará otra cifra para que sea igual ó mayor; y así se continúa hasta que no haya mas cifras que bajar.

Ejemplo 1.°

Dividendo	34,8,57	6 *divisor*
	30	=5809 *cuociente.*
	048	
	48	
	0057	
	54	
	03 *residuo*	

Ejemplo 2.º

```
69,2,5 | 34
68       =203 cuociente.
0125
 102
  23 residuo.
```

P. En qué casos se abrevia la division?=R. En tres: 1.º Si el divisor es la unidad acompañada de ceros, se separan para resíduo de la derecha del dividendo tantos guarismos como ceros tenga el divisor, y el cuociente será lo que quede á la izquierda; v. g.

2634925 :1000 =2634(925: 1000

2.º Cuando ambos términos acaban en ceros, se separan de cada uno tantos como el que menos tenga, y así se ejecuta la operacion; v. g.

```
752130(0 : 3(0
15         250710
0021
  003
   000
```

3.º Cuando el divisor termina en ceros, se separan de la derecha del dividendo tantas cifras cómo ceros tenga el divisor; se ejecuta la operacion prescindiendo de ellos: y al resíduo, si queda, se le unen las cifras que se separaron del dividendo; v. g.

```
6948(62 : 4(00
29        =1737
 14
  28
  00(62. residuo.
```

P. Cuántos son los usos de la division?—R. Varios tambien, pero los principales son los siguientes:

1.° Hacer un número cierto número de veces menor.

2.° Averiguar cual sea una parte cualquiera de un número; como su *mitad, tercio, cuarto* &c.

3.° Hallar el valor de una unidad cuando se conoce el de varias.

4.° Reducir unidades de especie inferior á especie superior.

5.° Hallar todos los números que dividen exactamente á otro, ó sean los factores ó divisores de este número.

P. Cómo se hace un número cierto número de veces menor?—Dividiéndole por el número que con sus unidades exprese las veces que se quiere hacer menor.

P. De qué manera se averigua una parte cualquiera de un número?—R. Dividiéndole por aquel que exprese las partes que se hayan de hacer, para tomar la que se pide, y el cuociente será esta misma parte: de modo, que si se quiere tomar la mitad, se dividirá por 2; si la tercera parte, por 3; si la cuarta, por 4 &c.

P. Cómo se hallará el valor de una unidad, conocido que sea el valor de varias?—R. Dividiendo el valor de todas por el número de ellas, y el cuociente será el valor de una.

P. Cómo se reducen unidades de especie inferior á especie superior?—Dividiendo el número de las inferiores por el número de veces que una inferior está contenida en la superior á que se quieren reducir, y el cuociente expresará el número de las superiores.

Ejemplos.

1.° Para hacer el número 188 cuatro veces menor, será: 188 ⁚ 4=47.

2.° Para saber cuál es la 8.ª parte del número 184, será: 184 ⁚ 8 =23, octava parte de dicho número.

3.º Si se quiere hallar el valor de un metro de tela, habiendo costado 7 metros 42 rs., será: 42: 7=6 rs., valor de un metro.

4.º Para saber el número de varas que hay en 24 piés, se reducirá á varas este número de piés, y como el pié está contenido 3 veces en la vara, será: 24: 3=8 varas.

Pruebas de la multiplicacion y division.

P. Cómo se prueban las operaciones de multiplicar y partir?—R. La de multiplicar, partiendo; y la de partir, multiplicando.

P. Cómo se hace la prueba de la multiplicacion?—R. Dividiendo el producto por uno de los factores, y el cuociente ha de ser igual al otro factor; v. g.

```
    3684
     ×24
 -------
   14736
   7368
 -------
 =88416  : 24, multiplicador.
           ---
   164   =3684, multiplicando.
  0201
   0096
     00
```

P. Cómo se hace la prueba de la division?—R. Multiplicando el cuociente por el divisor, cuyo producto, uniéndole el resíduo, si le hay, ha de ser igual al dividendo.

Ejemplo.

Dividendo. 52832 : 62 divisor.

0323	=852, cuciente.
0132	×62, divisor.
00(8	1704
	5112(8
	=52832, dividendo.

CAPITULO VIII.

De los factores y del mínimo multiplo comun.

P. Qué se entiende por factor de un número?—R. Aquel otro número que tomado ciertas veces produce el mismo número; como el 2, 3, 4 y 6, que tomados cada uno ciertas veces producen el número 12, y por lo tanto son sus factores ó divisores.

P. Con qué nombre se distingue al número respecto de sus factores?—R. Llamando *múltiplo* al número, y *submúltiplos* á sus factores.

P. Cuántas clases de factores puede tener un número?—R. Dos: simples y compuestos.

P. Qué son factores simples?—R. Los que no son exactamente divisibles por ningun otro número mas que por sí mismos y por la unidad, como son: el 1, 2, 3, 5, 7 &c., que tambien se llaman números *primos* ó *primeros*.

P. Qué son factores compuestos?—R. Los que son divisibles exactamente por otros números á mas de por sí mismos y por la unidad, como el 12, que lo es exactamente por 2, 3, 4 y 6.

P. Cómo se conocerá que un número es exactamente divisible por 2, 3 ó 5?—R. Será exactamente divisible por 2, cuando su primera cifra de la derecha sea par ó cero; por 3, cuando la suma de sus guarismos tomados como unidades simples, sea 3 ó un múltiplo de 3; y por 5, cuando dicha primera cifra de la derecha sea 5 ó cero.

P. Cómo se hallan los factores simples de un número?—R. Escrito el número y á su derecha una raya de arriba abajo, se ve si es divisible exactamente por 2; y si lo es, se pone el 2 á la derecha de la raya, y el cuociente debajo del número; este cuociente se vuelve á dividir por 2 cuantas veces se pueda, y lo mismo por 3, 5, 7 &c., hasta que quede un cuociente que, siendo solo divisible por sí mismo, dé por último cuociente la unidad, como se vé por el siguiente

Ejemplo.

180	2	
90	2	
45	3	Factores simples.
15	3	
5	5	
1		

P. Qué uso se hace principalmente de los factores?—R. Hallar por ellos el mínimo múltiplo comun de dos ó mas números, que es aquel número menor, que puede ser dividido exactamente por cualquiera de los dados.

P. Cómo se halla el mínimo múltiplo comun de dos ó mas números? — R. Descomponiendo los números que se den en sus factores simples, se toman de estos tantos doses, treses, cincos &c. como veces esté cada uno repetido en el número que mas, aunque no sean comunes á los otros, y multiplicando entre sí estos factores, el producto será el mínimo múltiplo comun: ó bien el producto de multiplicar cualquiera de los números dados por los factores simples de los otros números, que no les sean comunes, v. g.

Proponiéndonos hallar el mínimo múltiplo comun de los números 72, 60 y 210, los descompondremos en sus factores simples en esta forma:

72	2	60	2	210	2
36	2	30	2	105	3
18	2	15	3	35	5
9	3	5	5	7	7
3	3	1		1	
1					

y tomando ahora tres veces el 2, dos veces el 3, una vez el 5, y otra vez el 7, así $2\times2\times2\times3\times3\times5\times7$, su producto 2520 (que es el mismo que resulta de multiplicar el 72, uno de los números dados, por 3 y por 7, factores de los otros que no le son comunes), sera el mínimo múltiplo comun que se busca.

CAPITULO IX.

De los quebrados en general.

P. Qué es número quebrado?— El que consta solo de partes de la unidad.

P. De dónde provienen los quebrados?—R. De las divisiones inexactas.

P. Cómo se forma una verdadera idea del quebrado?—R. Figurándose á la unidad dividida en cierto número de partes iguales, de las que tomando algunas y no todas, resultarán dos números; uno el de las partes que se toman, llamado *numerador*, y otro el de las en que se divide la unidad, llamado *denominador*; cuyos dos números se necesitan para expresar un quebrado.

P. Cómo se escriben estos dos números?-R. Primero el numerador, debajo el denominador y una raya por medio.

P. Cómo se llaman ambos números juntos?—R. Términos del quebrado.

P. Cómo se leen los quebrados? - R. Pronunciando primero el numerador y despues el denominador.

P. Qué representa un quebrado?—R. Una division indicada cuyo numerador es el dividendo y el denominador el divisor.

P. Cuántas clases hay de quebrados?-R. Dos: decimales y comunes.

CAPITULO X.

De los quebrados decimales.

P. Qué son quebrados decimales?—R. Los que siempre tienen por denominador un número expresado por la unidad seguida de uno ó mas ceros; como

$$\frac{6}{10} \qquad \frac{5}{100} \qquad \frac{7}{1000}$$

P. Cómo se forma una idea exacta del quebrado decimal?—R. Figurándose á la unidad dividida en diez partes iguales llamadas *décimas*, cada décima en otras diez partes llamadas *centésimas*, cada centésima en otras diez llamadas *milésimas*, y así sucesivamente.

P. Qué ventajas ofrece el sistema de fracciones decimales?—R. Principalmente la de poderlos representar y calcular lo mismo que los enteros.

P. Por qué la representacion de los decimales es la misma que la de los enteros?—R. Porque así como una unidad en los enteros es la décima parte de otra que se halla á su izquierda, y diez veces mayor de la que se encuentra á su derecha, por este mismo órden la parte de unidad que en los decimales se halle inmediatamente á la derecha de los enteros es diez veces menor que la unidad, y diez veces mayor que otra colocada á su derecha.

P. Cómo se escriben los decimales?—R. Lo mismo que los enteros: es decir, despues de estos y de una coma, ó de un cero y coma, si no los hay; v. g.

Los quebrados $\frac{6}{10}$ $\frac{5}{100}$ $\frac{7}{1000}$ escritos como enteros, serán: $0{,}6$ $0{,}05$ $0{,}007$

P. Cómo se leen los decimales?—R. Lo mismo que si fuesen enteros; pero averiguando antes el órden que ocupa el último guarismo de la derecha para pronunciar al fin su valor.

P. Cómo se averigua el órden que ocupa cada guarismo decimal?—R. Dividiendo el número en séries y periódos, como los enteros; el primer lugar de la izquierda le ocupan las décimas, el segundo las centésimas, el tercero las milésimas &c., v. g.

Para leer el número 0,47 365, averiguado el órden que ocupa el último guarismo de la derecha, será: cuatrocientas setenta y dos mil, trescientas sesenta y cinco millonésimas.

P. Qué alteraciones puede sufrir un número en que haya fraccion decimal, segun que la coma varie de lugar hácia la derecha ó hácia la izquierda?—R. Dos: una fraccion decimal se hará tantas diez veces mayor cuantos sean los lugares que la coma se corra hácia la derecha; y del mismo modo se hará tantas diez veces menor cuantos sean los lugares que se corra hácia la izquierda, v. g.

Si el número 462, 47 que representa 462 unidades y 47 centésimas de otra queremos hacerle diez veces mayor, le correremos la coma un lugar hácia la derecha y quedará convertido en 4624, 7 que representa 4624 unidades y 7 décimas; y si queremos hacerle 10 veces menor, se le correrá un lugar á la izquierda, y se convertirá en 46, 247 que representa 46 unidades y 247 milésimas: y de este modo se irá haciendo de 10 en 10 veces mayor ó menor.

P. Qué uso tiene el cero en el sistema decimal?-R· El mismo que en el de los enteros, pero en sentido inverso, pues si en los enteros puesto el cero á la derecha de un guarismo le hace diez veces mayor, en el sistema decimal no altera su valor, y puesto á la izquierda le hace diez veces menor; v. g.

Si á la fraccion decimal 0,46 que expresa 4 décimas y 6 centésimas, ó cuarenta y seis centésimas, se añade un cero á su derecha en esta forma 0,460, las cifras decimales no varian de lugar ni de valor; pero si el cero se le coloca á la izquierda de este modo 0,046, dichas cifras decimales no solo varian de lugar sino tambien de valor, convirtiéndose las décimas en centésimas, las centésimas en milésimas ó en cuarenta y seis milésimas toda la fraccion.

P. De qué modo se reducen dos ó mas fracciones á una misma denominacion decimal cuando la tienen distinta?—R. Añadiendo á la derecha de la fraccion que tenga menor número de cifras decimales, los ceros que basten para igualarla con la que tenga mas: v. g.

Las fracciones 0,6, 0,74 y 0, 438 que cada una tiene distinta denominacion que las otras, pues la primera está expresada en décimas, la segunda en centésimas y la tercera en milésimas, puesto que el cero colocado á la derecha de una fraccion no altera su valor, añadiremos dos ceros á las 6 décimas y uno á las 74 centésimas, y de este modo quedarán reducidas las tres fracciones á una misma denominacion decimal, que serán milésimas en esta forma: 0,600, 0,740, y 0, 438.

P. Entre dos ó mas fracciones de distinta denominacion decimal, cuál será mayor? - R. Reducidas que sean estas fracciones á una misma denominacion decimal, será mayor, la que tenga mayor número de unidades de aquella denominacion á que todas se han reducido; v. g.

Entre las fracciones 0,4, 0, 34, y 0,265, la primera es la mayor, porque reducidas á igual denominacion así 0,400, 0,340, 0,265, es la que tiene mayor número de milésimas, denominacion á que todas están reducidas.

CAPITULO XI.

Operaciones de los decimales.

P. Qué operaciones se hacen con los decimales?— R. Las mismas que con los enteros.

P. Cómo se suman los decimales?-R. Se colocan los sumandos unos debajo de otros, de modo que todos sus órdenes se correspondan en columna y tambien la coma: despues se suman como los enteros, separando en la suma para decimales las cifras que haya bajo columnas decimales v. g.

Para sumar las fracciones 2,64, 6,072, y 0,4 se colocarán de la manera dicha y resolverá la operacion en esta forma:

$$\begin{array}{r} 2{,}64 \\ 6{,}072 \\ 0{,}4 \\ \hline =9{,}012 \end{array}$$

P. Cómo se restan?—R. Se escribe el minuendo y debajo el sustraendo, de modo que las cifras de una misma especie y las comas se correspondan: se restan como los enteros, separando en la resta para decimales las cifras que haya bajo sus mismas columnas; v. g.

Si de 8,025 se hubiesen de restar 3,473, se colocarán tambien del modo expresado y la operacion se resolverá.

$$\begin{array}{r} 8{,}025 \\ 3{,}473 \\ \hline =4{,}552 \end{array}$$

P. Cuando el minuendo sea número entero, ó tenga menos cifras decimales que el sustraendo, cómo se hará la resta?—R. Supliendo con ceros en el minuendo la falta de las cifras decimales y haciendo la operacion por las reglas de los enteros; v. g.

Para restar de 8 unidades 5,627, añadiremos tres ceros á la derecha de las 8 unidades y la operacion será:

$$\begin{array}{r} 8{,}000 \\ -5{,}627 \\ \hline =2{,}373 \end{array}$$

P. Cómo se multiplican?—R. Prescindiendo de la coma, se hace la operacion como en los enteros, separando de la derecha del producto para decimales tantas cifras como haya en ambos factores: v. g.

Para multiplicar 6,34 por 2,5, será:

$$\begin{array}{r} 634 \\ \times 25 \\ \hline 3170 \\ 1268 \\ \hline =15850 \end{array}$$

P. Y si el producto no tuviese las cifras necesarias para separar de ellas, tantas como decimales haya en ambos factores?—R. En este caso se suplirá con ceros á la izquierda de las cifras del producto las que falten hasta completar el número de las que debe contener, y á mas otro para el lugar de las unidades.

P. Por qué se deben separar con coma de la derecha del producto tantas cifras para decimales cuantas haya en ambos factores?-R. Porque habiendo ejecutado la operacion como si estos fuesen enteros, cada factor se hizo tantas diez veces mayor como lugares hácia su derecha se corrió la coma, resultando así el producto aumentado en el mismo número de veces, y para que este sea el verdadero es necesario hacerlo igual número de veces menor; lo que se consigue separando con coma de derecha á izquierda tantas cifras para decimales cuantas habia en ambos factores.

P. Cómo se dividen los decimales?—R. Con objeto de reducir ambos términos á una misma denominacion decimal, se iguala primero con ceros el que menos cifras decimales tenga, y despues, prescindiendo de la coma, se dividen como los enteros; advirtiendo que si quedase algun resíduo, este se convertirá en decimal añadiéndole uno ó mas ceros á su derecha, y despues de poner coma al cuociente, se partirá por el divisor, y así se continuará la division hasta que no quede resíduo, ó se obtengan en el cuociente las cifras decimales que nos hayamos propuesto sacar: v. g.

Si se hubiesen de dividir 38,72 por 2,5 se añadirá un cero á la derecha del divisor por tener una cifra decimal menos que el dividendo, y prescindiendo de la coma se ejecutará la operacion en esta forma:

```
38,72 | 2,50
      -------
13 72   =15,488
 1 220
  2200
   2000
    000
```

P. Hay casos en que pueda omitirse la regla de igualar con ceros el término que en la division tenga menor número de cifras decimales?—R. Hay dos principales en los que omitiendo esta circunstancia se abrevia la operacion y son:

1.° Cuando el divisor sea un número entero expresado por la unidad seguida de ceros, el cuociente será el mismo dividendo con solo correr la coma hácia la izquierda tantos lugares cuantos sean los ceros que tenga el divisor; v. g.

Si se hubiese de dividir 368,43 por 10, por 100 ó por 1000, los cuocientes serán 36,843 para el primer caso, 3,6843 para el segundo y 0,36843 para el tercero.

2.° Cuando el divisor esté expresado por un número entero cualquiera, que no sea la unidad seguida de ceros, se dividirán por él las unidades y decimales del dividendo, cuidando de separar con coma de la izquierda del cuociente las unidades que resultaren, si las hubiese en el dividendo; v. g.

Dado el caso de dividir 51,258 por 6, se ejecutará la operacion del modo dicho, y será:

```
51,258 : 6
        ─────────
3 2    =8,543
  25
   18
   00
```

Donde se ve, que habiéndose contenido el 6 en 51 8 veces, este deberá ser el número de unidades del cuociente, reduciendo á décimas y partido con las 2 que hay en la fraccion, las 3 unidades quedadas de resíduo en el dividendo, y así sucesivamente las décimas en centésimas, y las centésimas en milésimas.

CAPITULO XII.

Sistema Métrico Decimal.

P. Qué es sistema métrico decimal?—R. Un nuevo sistema de medidas y pesas, que por la ley de 19 de Julio de 1846, se hizo obligatoria su enseñanza desde 1.º de Enero de 1852, su uso en las dependencias del Estado desde igual fecha de 1853, y para todos los españoles desde la misma de 1860.

P. Por qué se llama métrico?—R. Porque reconoce por medida fundamental una longitud llamada **metro,** equivalente á la **diezmillonésima** parte del cuadrante de meridiano que va del Ecuador al polo Norte.

P. Por qué se llama decimal?—R. Porque cada una de sus unidades es 10 veces menor respecto de su inmediata superior, y 10 veces mayor respecto de su inmediata inferior, y por consiguiente aumentan y disminuyen de 10 en 10, siguiendo en un todo el órden de nuestro actual sistema de numeracion.

P. Cuántas son las unidades principales de este nuevo sistema?—R. Cinco, á saber:

El **metro,** unidad fundamental y medida de longitud.

El **área**, unidad de las medidas de superficie.

El **metro cúbico,** unidad de las medidas de solidez.

El **litro,** unidad de las medidas de capacidad para áridos y líquidos.

El **gramo**, unidad de las medidas ponderales ó de peso.

P. Cómo se forman las unidades de especie superior ó sean múltiplos de estas cinco unidades principales?—R. Anteponiéndoles las palabras griegas

	deca,	*hecto,*	*kilo,*	*miria,*
	‖	‖	‖	‖
equivalentes á	10	100	1,000	10,000.

P. Y qué valor expresan estas palabras griegas antepuestas á las unidades principales?-R. Expresan desde luego, 10, 100, 1,000 10,000 veces la unidad que las sigue.

P. Cómo se forman las unidades de especie inferior ó sean los divisores de las unidades principales?—R. Anteponiéndoles asimismo las palabras latinas

	deci	*centi*	*mili*
	‖	‖	‖
equivalentes á	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

P. Y qué valor expresan estas palabras latinas antepuestas á las unidades principales?—R. Expresan tambien *una décima*, *una centésima* y *una milésima* parte de la unidad que las sigue.

P. Estas palabras griegas y latinas que forman los múltiplos y divisores, se acomodan á todas las unidades?—R. A algunas dejan de acomodarse, como se verá al tratar de cada unidad en particular.

Medidas lineales ó de longitud.

P. Cuál es la unidad principal de estas medidas?—R. El **metro**, palabra griega que significa medida por excelencia, y es la fundamental de las demás unidades.

P. Cómo se forman los múltiplos y divisores del metro?—R. Anteponiéndole para formar los primeros las palabras *deca, hecto, kilo, miria;* y para los segundos las *deci, centi, mili, en esta forma:*

Múltiplos del metro.	**Miriámetro**, igual á diez mil metros........................	10,000
	Kilómetro igual á mil metros	1,000
	Hectómetro, igual á cien met	100
	Decámetro, igual á diez met.	10
Unidad fundamental	**Metro**, igual á un metro......	1
Divisores del metro.	**Decímetro**, igual á un décimo de metro......................	0,1
	Centímetro, igual á un centésimo de metro..............	0,01
	Milímetro. igual á un milésimo de metro........................	0,001

P. Para qué sirve el metro, sus múltiplos y divisores?—Para medir longitudes ó distancias, haciendo de ellos el mismo uso que hoy hacemos de la vara castellana, y de las demás medidas de longitud conocidas.

P. Y qué es medir?—R. Medir es comparar ó ver cuántas veces una cantidad contiene á otra de la misma especie, que se toma por unidad ó término de comparacion.

P. Qué son medidas itinerarias?—R. Las que sirven para medir carreteras, caminos y grandes distancias, para las que hacemos uso de los múltiplos del metro.

Medidas de superficie.

P. Cuál es la unidad principal para las medidas de superficie?—R. El **metro cuadrado**, que es una superficie que tiene un metro de largo y otro de ancho.

P. Hay medida ó instrumento alguno de metro cuadrado que sirva para medir las superficies?—R. No, porque aun cuando la unidad que sirve de medida sea un cuadrado, nos valemos siempre de la de longitud, midiendo con ella el largo y ancho de la superficie que se trata de medir, y multiplicando el número de veces que haya cabido en su largo por el que haya cabido en su ancho, el producto será de unidades cuadradas de aquella que nos sirvió de medida.

P. Hay otras medidas cuadradas que sirvan para medir superficies?—R. Sí, hay los múltiplos y divisores del metro cuadrado.

P. Cuáles son los múltiplos y divisores del metro cuadrado?—R. Como los múltiplos del metro cuadrado son aplicables á las medidas agrarias ó de los campos y grandes comarcas, y en este caso reciben diferente denominacion, trataremos de ellos en su lugar respectivo colocando aquí solo al metro cuadrado y sus divisores, como aplicables á pequeñas superficies, que son:

Metro cuadrado, igual á............ 100 decímetros cuadrados.

Decímetro cuadrado, igual á.... 100 centímetros cuadrados.

Centímetro cuadrado, igual á.. 100 milímetros cuadrados.

ó sea

Metro cuadrado igual á { 100 decímetros cuadrados
10,000 centímetros cuadrados
1,000,000 milímetros cuadrados

P. El valor superficial del decímetro cuadrado, es igual al del décimo del metro cuadrado?—R. No, y en esto es necesario tener mucho cuidado para evitar equivocaciones de grande trascendencia, teniendo siempre presente que el decímetro cuadrado y todas las unidades de esta especie son respecto de su inmediata superior *una centésima* parte de ellas, cuando el décimo de metro cuadrado, y de cada uno de sus divisores, no expresa otra cosa que la décima parte de su superficie.

Medidas agrarias.

P. Cuál es la unidad principal de estas medidas?—R. El **área**, múltiplo del metro cuadrado, é igual á un cuadrado de diez metros de lado, ó á cien metros cuadrados.

P. Tiene el área múltiplos y divisores como las demás medidas?-R. El área solo tiene un múltiplo que es la *hectárea*, y un divisor que es la centiárea en esta forma:

Múltiplo.	**Hectárea.** igual á .	100 áreas,	ó	10000 m. c.
	Area, igual á.........	1 ,,	ó	100 m. c.
Divisor.	**Centiárea,** igual á.	0,01,	ó	1 m. c.

P. Por qué el área no tiene mas múltiplos y divisores que la hectárea y la centiárea?—Porque estando sujeta al órden decimal la longitud de los lados del cuadrado, si estos son de 1, 10 ó 100 metros, las superficies que resulten serán de 1 metro cuadrado ó centiárea, de 100 metros cuadrados ó de 1 área, de 10,000 metros cuadrados ó de 1 hectárea; siguiendo por consiguiente una progresion céntupla; por cuya razon no hay decáreas ni deciáreas, que habian de ser cuadrados cuyos lados no seguirian en su longitud el órden decimal.

P. Cómo se escribe y enuncia un número cualquiera de medidas cuadradas?=R. Como cada múltiplo es cien veces la unidad inmediata, y cada divisor la centésima parte de esta, para expresar cualquier número de estas medidas son indispensables dos cifras; la una para las décimas y la otra para las centésimas, poniendo á la derecha de cada denominacion, su correspondiente inicial que indique la clase de unidades que por ella se ha de enunciar (*); v. g.

Si tuviésemos que leer el número 80519763 metros cuadrados, expresado en hectáreas, áreas y centiáreas, le escribiremos de esta manera:

(*) Véase al final la tabla de abreviaturas usadas en las medidas métricas

8054 Ha. 97 a. 63 ca.

Medidas de solidez.

P. Cuál es la unidad principal de las medidas de solidez?—R. El **metro cúbico**, que es un sólido que tiene un metro de largo, otro de ancho y otro de alto.

P. Hay medida que represente el metro cúbico como medida de solidez?—R. No, porque sirviendo esta medida para averiguar el volúmen de cualquier cuerpo, nos valemos tambien de la longitud del metro, midiendo con él el largo, ancho y alto del cuerpo que se determine, y multiplicando entre sí estas tres longitudes; el producto será el volúmen del cuerpo, expresado en unidades cúbicas.

P. Tiene el metro cúbico los mismos múltiplos y divisores que el metro lineal?—R. No, solo se usan sus divisores, cuyo volúmen va siendo en cada uno 1000 veces menor que el anterior, por el órden siguiente:

	Decimetros cúbicos	Centímetros cúbicos.	Milímetros cúbicos.
El met. cub. tiene.	1000.	1000000.	1000000000.
El decím. cub.........	1.	1000.	1000000.
El centím. cub........................		1.	1000.
El milím. cub.......................................			1.

P. Cómo se escribe y enuncia un número en unidades cúbicas ó de solidez?—R. Como cada divisor del metro cúbico es siempre la milésima parte del anterior, se necesitarán tres cifras para expresar cada uno de ellos; esto es, una para las décimas, otra para las centésimas y otra para las milésimas; indicando con iniciales como en las medidas cuadradas, las diferentes denominaciones que pueda tener; v. g.

Si tuviésemos que leer el número 75093483225 expresado en metros, decímetros, centímetros y milímetros cúbicos, le escribiríamos así:
75 mcc. 093 dmcc. 483 cmcc. 225 mmcc.; y si en la inferior denominacion así: 75093483225 milímetros cúbicos.

P. El valor en volúmen del decímetro cúbico es igual al décimo de metro cúbico?—R. No, porque siendo el decímetro cúbico, como se ha dicho, la milésima parte del metro cúbico, no debe confundirse con el décimo de metro cúbico, que no es otra cosa que la décima parte del metro cúbico.

Medidas de capacidad para áridos y líquidos.

P. Cuál es la unidad principal de las medidas de capacidad?-R. El **litro**, que es igual á un volúmen que tenga un decímetro de largo, otro de ancho y otro de alto.

P. Cómo se forman los múltiplos y divisores del lítro?—R. Anteponiéndole las mismas palabras griegas y latinas que á las demás unidades, en esta forma:

Múltiplos.........	**Kilólitro**.........=	1000
	Hectólitro ....=	100
	Decálitro........=	10
Unidad principal.	**Litro** ....=	1
Divisores..........	**Decílitro**..........=	0,1
	Centílitro. ....=	0,01

P. Para qué sirve el litro, sus múltiplos y divisores? —R. Para medir granos, vino, aceite y demás líquidos, pudiendo tener cada una de estas medidas su doble, mitad y cuarto, cuyo uso es el mismo que hoy se hace de la fanega, celemin, arroba, cántara, cuartillo, &c.

P. La forma de estas medidas es siempre cúbica conforme á su derivacion? R. No, pues para mayor comodidad en su uso, se les dá la forma cilíndrica, cuyos nombres, altura y diámetro se expresan en la siguiente

TABLA de las dimensiones interiores de las medidas de capacidad.

Para los áridos la altura es igual al diámetro.		Para los líquidos la altura es el doble del diámetro.		
Nombres de las medidas.	Altura y diam	Nombres de las medidas.	Diametr.	Altura.
	Milimi.		Milimet.	Milim.
Hectólitro.........	503	Doble litro........	108,4	217
Medio hectólitro.	399	Litro...............	86,0	172
Doble decálitro..	294	Medio litro........	63,3	127
Decálitro..........	234	Doble decílitro...	50,3	101
Medio decálitro...	185	Decílitro	39,9	80
Doble litro........	137	Medio decílitro...	31,7	63
Litro	108	Doble centílitro..	23,4	47
Medio litro........	86	Centílitro..........	18,5	37
Doble decílitro...	63			
Decílitro	50			

Medidas ponderales ó de peso.

P. Cuál es la unidad principal de las medidas ponderales?—R. Atendiendo al órden y mecanismo de este sistema, la verdadera unidad para las medidas ponderales deberia ser el **gramo**, pero como su excesiva pequeñez ofreceria grandes dificultades en la práctica, la ley ha fijado para unidad principal el **kilógramo**, que es igual al peso en el vacío de un decímetro cúbico, ó bien á un litro de agua destilada á la temperatura de 4 grados del termómetro centígrado.

P. Qué alteracion han sufrido estas medidas por la adopcion del kilógramo para unidad principal?—R. La de que el gramo, decágramo y hectógramo quedan como divisores del kilógramo, y á mas la de haberle tenido que crear la ley dos múltiplos, cuya nomenclatura y valor no guardan con él la misma analogía que siguen los demás múltiplos con sus respectivas unidades.

P. Cuáles son los múltiplos del kilógramo creados por la ley?—R. El *quintal metálico* que es igual á 100 kilógramos, ó al peso de un hectólitro de agua, y la *tonelada de peso*, igual á mil kilógramos, ó al de un kilólitro de agua, cuyo volúmen es tambien igual á un metro cúbico de agua.

P. Cuáles son pues los múltiplos y divisores del kilógramo?—R. Segun la variacion hecha por la ley son los siguientes:

		Gramos.	De agua pura.
Múltip.	**Tonelada de peso**	1000000	1 kilólitro.
	Quintal métrico..	100000	1 hectólitro.
Unidad usual.	**Kilógramo**..........	1000	1 litro.
Diviso-res.	**Hectógramo**.......	100	1 decílitro.
	Decágramo........	10	1 centílitro.
	Gramo..............	1	1 milímitro.
	Decígramo........	0,1	
	Centígramo......	0,01	
	Milígramo........	0,001	

P. Para qué sirve el kilógramo, sus múltiplos y divisores?—R. Para averiguar el peso de las cosas, haciendo de ellos el mismo uso que hoy hacemos del quintal, arroba, libra &c.

P. Cuáles son las pesas adoptadas al sistema métrico?—R. Las mas en uso y acomodadas, son las 23 siguientes, de las cuales las 10 primeras, á contar desde el medio quintal, se hacen regularmente de hierro fundido, y las restantes de cobre (*).

(*) Adviértese que no hay pesas de tonelada ni de quintal métrico.

TABLA de las pesas, acomodadas al sistema métrico.

PESAS.	VALOR.	VOLUMEN.
Tonelada métrica	1000 kilógramos.	1 metro cúbico de agua pura......
Quintal métrico..	100 kilógramos.	100 decím. id. id
Medio quintal....	50 kilógramos.	50 decím. id. id.
Doble kilógramo.	2 kilógramos.	2 decím. id. id.
Kilógramo	1 kilógramos.	1 decím. id. id.
Medio kilógramo.	500 gramos.....	500 centím. id. id
Doblehectógramo	200 gramos.....	200 centím. id. id
Hectógramo ...	100 gramos.....	100 centím. id. id
Mediohectógramo	50 gramos.....	50 centím. id. id
Doble decágramo	20 gramos... .	20 centím. id. id
Decágramo	10 gramos.....	10 centím. id. id
Medio decágramo	5 gramos......	5 centím. id. id
Doble gramo.....	2 gramos......	2 centím. id. id
Gramo	1 gramo.......	1 centim. id. id
Medio gramo.....	5 decígramos.	500 milím. id. id.
Doble decígramo.	2 decígramos.	200 milím. id. id.
Decígramo.....	1 decígramo.	100 milím. id. id.
Medio decígramo.	5 centígramos	50 milím. id. id.
Doble centígramo	2 centígramos	20 milím. id. id.
Centígramo....	1 centígramo	10 milím. id. id.
Medio centígramo	5 milígramos.	5 milím. id. id.
Doble milígramo.	2 milígramos.	2 milím. id. id.
Milígramo......	1 milígramo..	1 milím. id. id.

CAPITULO XIII.

Sistema monetario decimal.

P. Qué es el sistema monetario decimal?—R. Un nuevo sistema de unidades de moneda, creado por Real órden de 15 de Abril de 1848, en el que cada unidad es diez veces mayor que su inmediata inferior, y diez veces menor que su inmediata superior.

P. Cuál es la unidad principal monetaria creada por este sistema?—R. El **real**, moneda efectiva de plata.

P. Qué otras monedas efectivas se dán á conocer en este sistema?—R. Las que segun dicha Real órden han de acuñarse en lo sucesivo, son las siguientes.

Monedas de oro.

El doblon de Isabel, valor de 100 rs.

Monedas de plata.

El duro, valor de.. 20 rs.	La peseta............ 4 rs.
El medio duro ó el escudo............ 10 rs.	La media peseta.... 2 rs.
	El real.............. 1 rl.

Monedas de cobre.

La cincodécimas... $^1/_2$ rl.	La décima............ 0,1
La doble décima.... 0,2	La media décima... 0,05

P. De estas diferentes monedas, cuáles son las que deben usarse en el órden de contabilidad?—R. Las que se expresan en la siguiente tabla:

Dobl.de Isabel.	Escudos.	Reales.	Décimas.
1 vale,	10	100	1000.
	1 vale,	10	100.
		1 vale,	10.
			1.

P. Y cuál será el uso de las demás monedas de plata y cobre? - R. El de auxiliar á las anteriores, tanto en el órden de contabilidad, cuanto en el uso comun.

CAPITULO XIV.

De los quebrados comunes.

P. Qué son quebrados comunes?-R. Los que tienen por denominador un número cualquiera, menos la unidad seguida de ceros; como $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{15}$

P. Cómo se leen los quebrados comunes?—R. Se expresa primero el numerador y despues el denominador; si este no pasa de nueve, se lee con el nombre numeral partitivo, y si pasa de nueve con el numeral absoluto, añadiendo á su terminacion la palabra *avos*; v.g. Los quebrados $\frac{8}{9}$ y $\frac{7}{15}$ se leerán, ocho novenos y siete quince avos.

P. En qué se dividen estos quebrados?—R. En propios é impropios.

P. Qué es quebrado propio?—R. Aquel cuyo numerador es menor que el denominador, como $\frac{2}{3}$

P. Qué es quebrado impropio?—R. Aquel cuyo numerador es igual ó mayor que el denominador, como $\frac{3}{3}$, $\frac{3}{2}$

P. Qué contiene un quebrado impropio?—R. Puede contener una ó mas unidades enteras, ó unidades enteras y partes de la unidad.

P. Cómo se averigua el número de unidades ó partes de la unidad que contiene un quebrado impropio?—

R. Dividiendo el numerador por el denominador, el cuociente expresará el número de unidades enteras, y si quedase resíduo, este será el número de las partes de la unidad ó el numerador del quebrado propio, cuyo numerador es el mismo que el del impropio; y así estos dos números, entero y quebrado, forman lo que se llama un número misto; v. g. $\frac{6}{3}=2$; y $\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$ número misto.

P. Un número misto, cómo se reduce á la especie de quebrado?—R. Multiplicando el entero por el denominador del quebrado, el numerador se añade al producto, y á este se le pone por denominador el mismo que tenga el quebrado, como $3\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

P. Cómo se pone un entero en forma de quebrado? R. Poniéndole la unidad por denominador, como $8=\frac{8}{1}$

P. Cómo se transforma una unidad en quebrado de una denominacion dada?—R. Formando un quebrado cuyo numerador sea igual al denominador dado; v. g. Si se quiere representar una unidad en quebrado que tenga por denominador 6, á este número le pondremos otro 6 por numerador, y quedará transformado en quebrado así: $1=\frac{6}{6}$

P. Y un número entero cualquiera, cómo se transformará tambien en quebrado de una denominacion determinada?—R. Multiplicando el número entero por el número que expresa la denominacion á que se quiere transformar, y el producto que resulte será el numerador que se busca: v. g.

Si el número entero 8 se quiere transformar en quebrado que tenga un 9 por denominador, será; $8 \times 9 = \frac{72}{9}$, quebrado igual al número entero 8.

P. Cómo se reduce un quebrado á menores términos? —R. Partiendo sus dos términos por 2, 3 ó 5, todas las veces que se pueda, sin que en ninguna de ellas quede resta alguna. ó por el máximo comun divisor; v. g.

$$\frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

P. Qué es máximo comun divisor? R. El mayor número por el que puedan dividirse exactamente dos ó mas números.

P. Cómo se halla el máximo comun divisor de los términos de un quebrado?—R. Partiendo el mayor término por el menor, si dá resíduo, se divide el menor por dicho resíduo; si aun sobra algo, sè sigue partiendo el último divisor por el último resíduo, hasta que dé por resíduo cero ó la unidad; si dá cero, el máximo comun será el último divisor, y si dá la unidad carecen de él, v. g.

Para hallar el máximo comun divisor de los términos del quebrado $\frac{1863}{4752}$ será:

Divisiones............	4752	1863	1026	837	189	81	27
Cuocientes..................		2	1	1	4	2	3
Residuos........... .	1026	857	189	81	27	00	

De cuya operacion resulta que el máximo comun divisor es el último divisor 27; por el que divididos los términos del quebrado propuesto, los cuocientes respectivos 69 y 176, expresan sus nuevos términos despues de simplificado, así:

$$\frac{1863:27}{4752:27}=\frac{69}{176}$$

P. Qué ventaja resulta de la reduccion de quebrados á menores términos?—R. La mayor facilidad en sus operaciones, pues un quebrado no muda de valor aunque sus dos términos se multipliquen ó partan por un mismo número.

P. Cómo se aumenta ó disminuye el valor de un quebrado?—R. Permaneciendo intacto uno de sus términos, si se multiplica el numerador, ó se divide el denominador por cualquier número, aumentará el valor del quebrado, quedando este multiplicado por dicho número; y del mismo modo, si se divide el numerador ó se multiplica el denominador por un número, disminuirá el valor del quebrado, quedando este tambien dividido por el mismo número; v. g.

Si se quiere aumentar el valor del quebrado $\frac{3}{8}$, segun lo dicho, será:

$\frac{3\times2=6}{8\qquad 8}$, aumentando por via de multiplicacion.

$\frac{3\qquad 3}{8:2=4}$, idem por via de division.

Y si se quiere disminuir el valor del mismo quebrado será:

$\frac{3}{8}:3=\frac{1}{8}$ disminuido por via de division.

$\frac{3}{8}$ $\frac{3}{16}$, idem por via de multiplicacion.

$8\times2=16$

P. Entre dos ó mas quebrados que tengan un mismo denominador, cuál será el mayor?—R. Aquel que tenga mayor numerador.

P. Y entre los que tengan igual numerador, cuál será el mayor?—R. El que tenga menor denominador.

P. Cómo se reducen varios quebrados á igual ó comun denominador?—R. Multiplicando el numerador de cada uno por los denominadores de los otros, y darán nuevos numeradores; y el denominador comun será el producto de todos los denominadores multiplicados entre sí; v. g.

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{20}{60}+\frac{24}{60}+\frac{45}{60}$$

P. De qué otro modo pueden reducirse los quebrados á igual ó comun denominador?—R. Hallando el mínimo múltiplo comun de los denominadores, este será el denominador comun, y para hallar los nuevos numeradores, se multiplicará el que cada uno tenga por el cuociente que resulte de la division del comun denominador por cada denominador, y el producto será el numerador respectivo; v. g.

Proponiéndonos reducir á comun denominador los quebrados $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{9}$ y $\frac{3}{8}$ por el mínimo múltiplo comun de sus denominadores, ejecutaremos con ellos las reglas establecidas, y quedarán transformados en estos sus equivalentes de una misma denominacion:

$$\frac{60}{72}\quad\frac{54}{72}\quad\frac{64}{72}\quad\frac{27}{72}$$

CAPITULO XV.

Conversion de quebrados comunes en decimales.

P. Cómo se reduce un quebrado comun á quebrado decimal?—R Añadiendo uno ó mas ceros al numerador y partiéndole por su denominador; al resíduo, si hay se le vuelve á poner cero; y así se continúa hasta sacar cuociente exacto, ó las cifras que se quieran para decimales; v. g.

Si se quiere reducir el quebrado comun $\frac{1}{4}$ á quebrado decimal, será 10 :4

$$\begin{array}{l} 10 \quad :4 \\ 20 \;=0{,}25 \\ 00 \end{array}$$

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la conversion de los quebrados comunes á decimales?—R. Tres: que la fraccion decimal que resulte sea *exacta, periódica ó mista.*

P. Cuál es la fraccion exacta?—R. La que proviene de una conversion en que no haya quedado resíduo alguno.

P. Cuál es la periódica?—R. La que resulta de una conversion en que despues de sacados algunos guarismos al cuociente, vuelven á repetirse los mismos.

P. Cuál es la mista?—R. Aquella que en parte es periódica y en parte no.

P. Los quebrados comunes tienen en sí algunos caractéres que dén á conocer la clase de fraccion que ha de resultar al convertirlos en decimales?—R. Sí; cuando despues de simplificado un quebrado, su denominador tenga por factores simples el 2 ó el 5, producirá una fraccion *exacta;* cuando el denominador no tenga ni al 2 ni al 5 por factores, la fraccion resultante será *periódica;* y cuando dicho denominador tenga otros factores á mas del 2 ó del 5, la fraccion será *mista* segun los siguientes

Ejemplos en que resultan las tres fracciones.

Exacta.	Periódica.	Mista.
$\frac{1}{4}=10 : 4 = 0,25$	$\frac{6}{11}=60 : 11 = 0,54$	$\frac{5}{12}=50 : 12 = 0,416$
20	50	20
0	6	80
		8

En los que se ve que el 4, denominador del primer quebrado, tiene al 2 por factor; el 11 del segundo ni al 2 ni al 5, y el 12 del tercero, á mas de tener al 2 tienen tambien al 3; por lo que el 1.º ha producido una fraccion *exacta,* el 2.º una *periódica,* y el 3.º *mista*

CAPITULO XVI.

Operaciones de los quebrados comunes.

P. Qué operaciones se hacen con los quebrados comunes?—R. Las mismas que con los enteros y decimales: se suman, restan, multiplican y dividen.

P. Cómo se suman?—R. Reduciéndolos primero á comun denominador, si no le tienen igual, despues se suman los nuevos numeradores, y á la suma se le pone por denominador el comun; v. g.

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{20}{60}+\frac{24}{60}+\frac{45}{60}=\frac{89}{60}=1+\frac{29}{60}$$

P. Cómo se suman los números mistos? —R. Haciendo la suma de los enteros por separado, y la de los quebrados tambien; ó bien reduciendo los enteros á la especie de quebrados, y siguiendo la operacion como tales; v. g.

$$3\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}=\frac{7}{2}+\frac{8}{3}=\frac{21}{6}+\frac{16}{6}=\frac{37}{6}=6\frac{1}{6}$$

P. Cómo se restan?—R. Reduciéndolos tambien á comun denominador, despues se restan los nuevos numeradores y al exceso se le pone por denominador el comun; v. g.

$$\frac{3}{4}-\frac{3}{5}=\frac{15}{20}-\frac{12}{20}=\frac{3}{20}$$

P. Cómo se resta un quebrado de un número entero?—R. Tomando una unidad del entero minuendo, esta se transformará en quebrado de igual denominacion que la del quebrado sustraendo, y así se restará un quebrado de otro; ó bien reduciendo todo el entero á quebrado de la misma denominacion del sustraendo, y se restan como tales; v. g.

Para restar $\frac{3}{4}$ de 7 enteros, será:

1.º....... $7-\frac{3}{4}=6\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=6\frac{1}{4}$

2.º....... $7-\frac{3}{4}=\frac{28}{4}-\frac{3}{4}=\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$

P. Cómo se resta un número misto de otro misto?—R. Reduciendo los enteros á la especie de los quebrados que les acompañen y restándolos como tales: ó bien haciendo la resta de los quebrados por separado, y la de los enteros tambien.

P. Y si al ejecutar la resta de este último modo el quebrado del minuendo fuese menor que el del sustraendo?—R. En este caso, reducidos que sean ambos quebrados á comun denominador, se tomará una unidad de los enteros del minuendo, y reducida á la comun denominacion, se unirá al numerador de su quebrado, de cuya suma puede ya restarse el numerador del sustraendo; teniendo en cuenta para la resta de los enteros que á los del minuendo se les ha disminuido una unidad, segun este ejemplo:

$$9\frac{2}{5}-6\frac{5}{6}=9\frac{12}{30}-6\frac{25}{30}=8\frac{42}{30}-6\frac{25}{30}=2\frac{17}{30}$$

P. Cómo se multiplican los quebrados comunes?—R. Multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador; v. g.

$$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times2}{5\times3}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

P. Qué casos pueden ocurrir en la multiplicacion de quebrados?—R. Los siguientes:

1.° Multiplicar un quebrado por otro quebrado.
2.° Multiplicar un quebrado por un entero.
3.° Multiplicar un entero por un quebrado.
4.° Multiplicar un número misto por otro misto.

P. Estos diferentes casos, á cuantos se pueden reducir?—R. Todos pueden reducirse al primero ya explicado, porque en los de multiplicar un quebrado por un entero, y un entero por un quebrado, se puede poner el entero en forma de quebrado con la unidad por denominador; y asimismo el de multiplicar un número misto por otro misto, sabemos tambien reducir los enteros á la especie de los quebrados que les acompañan, y de esta manera dichos tres casos se reducen al primero, segun estos ejemplos:

2.°........ $\frac{3}{4}\times7=\frac{3}{4}\times\frac{7}{1}=\frac{3\times7}{4\times1}=\frac{21}{4}=5\frac{1}{4}$

3.°........ $8\times\frac{2}{5}=\frac{8}{1}\times\frac{2}{5}=\frac{8\times2}{1\times5}=\frac{16}{5}=3\frac{1}{5}$

4.°........ $9\frac{1}{2}\times3\frac{2}{3}=\frac{19}{2}\times\frac{11}{3}=\frac{13\times11}{2\times3}=\frac{209}{6}=34\frac{5}{6}$

P. Cómo se dividen los quebrados?—R. Multiplicándolos en cruz; es decir, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor; el primer producto será el numerador del cuociente, y el segundo el denominador; v. g.

$$\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{2\times5}{3\times4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

P. Qué casos pueden ocurrir en la division de los quebrados?—R. Los siguientes:

1.° Dividir un quebrado por otro quebrado.
2.° Dividir un quebrado por un entero.
3.° Dividir un entero por un quebrado.
4.° Dividir un número misto por otro misto.

P. Y estos casos á cuántos se pueden reducir?—R. A uno solo tambien, pues siendo estos los mismos que los de la multiplicacion, practicando con los tres últimos las mismas reglas que para aquellos se han dado, todos pueden reducirse al primero, segun se ve en los siguientes ejemplos:

2.° .... $\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8} : \frac{5}{1} = \frac{3 \times 1}{8 \times 5} = \frac{3}{40}$

3.° .... $9 : \frac{3}{4} = \frac{9}{1} : \frac{3}{4} = \frac{9 \times 4}{1 \times 3} = \frac{36}{3} = 12$

4.° .... $7\frac{2}{3} : 3\frac{2}{5} = \frac{23}{3} : \frac{17}{5} = \frac{23 \times 5}{3 \times 17} = \frac{115}{51} = 2\frac{13}{51}$

CAPITULO XVII.

Valuacion de quebrados.

P. Qué es valuar un quebrado?—R. Valuar un quebrado no es otra cosa que hallar su valor expresado en unidades inferiores de aquella á que el quebrado se refiere.

P. Todos los quebrados son susceptibles de valuacion?—R. Ninguna clase de quebrado será susceptible de valuacion, cuando la unidad á que se refiera no contenga otras inferiores á ella.

P. Los quebrados ó fracciones decimales en qué otro caso no están comprendidas en las reglas de la valuacion?—R. Cuando su referencia sea á unidades del sistema métrico, porque entonces su valor está determinado por el de sus cifras decimales, conforme á los principios de este sistema.

P. Y cómo se valúa una fraccion decimal que se refiera á unidades que no sean de las del sistema métrico?—R. Multiplicando la fraccion por el número de veces que la unidad inmediata inferior se contiene en la superior á que se refiera la fraccion, y el producto expresará su valor en unidades inferiores; v. g.

Para valuar la fraccion 0,24 de real expresada en maravedís, se multiplica por 34 que es el número de veces que el maravedí está contenido en el real, y el producto 8,16, ó sean 8 maravedís y 16 céntimos de este, es el valor de dicha fraccion.

P. Qué casos pueden ocurrir en la valuacion de quebrados comunes?—R. Tres:

1.° Valuar un quebrado que se refiera á una simple unidad.

2.° Valuar un quebrado que se refiera á una coleccion de unidades.

3.° Valuar un quebrado compuesto ó un quebrado que se refiera á otro quebrado.

P. Cómo se valúa un quebrado que se refiera á una simple unidad? R. Multiplicando el numerador por el número de veces que la unidad inferior se contiene en la superior á que se refiere el quebrado, el producto se parte por el denominador y el cuociente será el valor del quebrado; v. g.

Para valuar el quebrado $\frac{6}{7}$ de peso, como el peso tiene 15 rs., será $6\times15=\frac{90}{7}=12$ rs. $+\frac{6}{7}$ de real; y como el real tiene 34 maravedís; será $6\times34=\frac{204}{7}$ $=29$ maravedís $+\frac{1}{7}$ de maravedí.

P. Cómo se valúa un quebrado que se refiera á una coleccion de unidades?—R. Multiplicando el numerador por el número de las unidades, el producto se parte por el denominador, y el cuociente expresará unidades de la especie del entero; y si queda resíduo se sigue valuando como en el caso anterior; v. g.

Para valuar $\frac{3}{7}$ de pesos, será: $5 \times 4 = \frac{20}{7} = 2$ pesos $+ \frac{6}{7}$ de peso; que valuados en reales y maravedís, son 12 rs. 29 mrs. y $\frac{1}{7}$ de maravedí.

P. Cómo se valúa un quebrado compuesto, ó un quebrado que se refiera á otro quebrado?—R. Reduciendo primero el quebrado compuesto á quebrado simple, se valuará como tal.

P. Cómo se reduce un quebrado compuesto á simple?—R. Multiplicando los numeradores entre sí y tambien los denominadores; el primer producto será el numerador del quebrado simple y el segundo el denominador; v. g.

Para valuar el quebrado $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de peso, multiplicados los numeradores entre sí y tambien los denominadores, será: $\frac{1 \times 2 \times 3}{2 \times 3 \times 4} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ de peso, que valuado por las reglas dadas, equivale á 3 rs. y 25 $\frac{1}{2}$ mrs. y — maravedí.

CAPITULO XVIII.

De los números complejos ó denominados.

P. Qué otra division se hace de los números concretos á mas de la de homogéneos y heterogéneos?—R. Los números concretos se dividen tambien en *incomplejos* y *complejos ó denominados.*

P. Qué son números incomplejos?—R. Los que constan solo de unidades de una misma naturaleza; como 4 varas, 5 pesos, 8 arrobas.

P. Qué son números complejos ó denominados?—R. Los que constan de distintas y desiguales unidades relativas todas á un mismo género; como 7 varas, 2 piés 6 pulgadas, cuyas unidades, aunque desiguales entre sí, sirven todas para medir longitudes ó distancias.

P. Cuáles son las unidades de medida á que pueden referirse los números conplejos ó denominados?—R. Además de las que se han dado á conocer en el nuevo sistema métrico y monetario decimal, hay las antiguas legales de Castilla, usadas aun en la actualidad, siendo las principales las contenidas en la siguiente

TABLA de diferentes unidades de medidas, pesas y monedas legales de Castilla.

Medidas de longitud.

La legua..,	6666 varas
y	2 piés.
La vara. .	3 piés.
El pié. . .	12 pulgadas.
La pulgada	12 lineas.
La linea. .	12 puntos.

Id. agrarias ó de superficie.

(1)

La fanega de tierra	12 celemines ó 576 estadales cuadrados (2)
El celemin. .	4 cuartillos. ó 48 id. id.
El cuartillo..	12 id. id.
El estadal.. .	16 varas cuadr.
La vara cuad.	9 piés cuadr.

Idem de áridos.

El caiz. . . .	12 fanegas.
La fanega. . .	12 celemines.
El celemin. .	4 cuartillos
El cuartillo .	4 raciones,.

(1) Es tan notable la variedad y discordancia que existe en el uso de estas medidas, que apenas habrá un partido en España que no tenga una medida particular. En Granada por ejemplo, la fanega es de 900 estadales divididos en porciones llamados marjales de á 100 estadales eada uno.

(2) El estadal lineal tiene cuatro varas.

Idem de liquidos.

El moyo. . .	16 cántaras.
La cántara...	8 azumbres.
El azumbre..	4 cuartillos.
El cuartillo.	4 raciones

Pesos comunes.

La tonelada.	20 quintales.
El quintal. .	4 arrobas
La arroba. .	25 libras.
La libra. . .	16 onzas.
La onza. . .	16 adarmes.
El adarme. .	36 granos.

Idem medicinales.

La libra. . .	12 onzas.
La onza. . .	8 dracmas.
La dracma..	8 escrúpulos.
El escrúpulo	2 óbolos
ó	24 granos.
El óbolo.. .	3 caractéres.
El carácter.,	4 granos.

Idem de joyeria.

El marco. .	8 onzas
La onza.. ,	8 ochavas.
La ochava .	6 tomines.
El tomin. .	12 granos.

Monedas españolas de oro.

	Rs.	Mrs.
La onza de oro. . .	320	»
La media onza. . .	160	»
El doblon de oro . .	80	»
El escudo de oro. .	40	»
El escudito. . . .	20	»
El escudito viejo. .	21	8

Idem de plata.

	Rs.	Mrs.
El peso fuerte ó duro	20	4
El medio duro.. .	10	»
La peseta mejicana.	5	»
La media peseta id .	2	17
El real idem. .	1	8
La peseta española .	4	»
La media peseta id.	2	»
El real idem. . . .	»	34

Idem de cobre.

La pieza. . .	2 cuartos.
El cuarto . .	2 ochavos
El ochavo . .	2 maravedis

Idem imaginarias.

El doblon	4 pesos ó 60 rs.
El peso	15
El ducado	11

Medidas de tiempo.

El siglo tiene	100 años.
El año solar	365 dias
	5 horas
	48 minutos
	y 51 segundos
El año civil	365 dias.
	ó 12 meses.
El mes	30 dias,
	ó 4 semanas,
La semana	7 dias.
El dia	24 horas
La hora	60 minutos
El minuto	60 segundos.

CAPITULO XIX.

Reduccion de números complejos, referidos á unidades de Castilla y del sistema métrico decimal, á incomplejos equivalentes.

P. Un número complejo puede transformarse en otra clase de número que le sea equivalente?—R. Sí, todo número complejo puede transformarse:

1.° En un número entero referido á la inferior de sus unidades.

2.° En un quebrado comun impropio, referido á una unidad superior del complejo.

3.° En un número misto de entero y quebrado comun.

4.° En un número misto de entero y quebrado decimal.

P. Cómo se transforma un número complejo en entero incomplejo equivalente?—R. Reduciendo todas las distintas unidades de que se componga el complejo á unidades de la inferior denominacion, y la suma de todas será el número incomplejo que se busca; v. g.

Para reducir el número complejo 4 quintales, 3 arrobas y 8 libras á otro incomplejo equivalente, reduciremos primero los 4 quintales á arrobas, y serán 16 arrobas, á cuyo número añadiremos las 3 arrobas que hay en el complejo y sumarán 19 arrobas; este número de arrobas lo reduciremos á libras, y darán 475 libras, á cuyo número de libras añadiremos tambien las 8 libras que hay en la inferior denominacion, y de este modo el número 483 libras, será el incomplejo equivalente al complejo dado.

P. Cómo se transforma un número complejo en quebrado comun impropio?—R. Reduciendo el número complejo á incomplejo, se le pondrá por denominador el número que exprese las veces que la unidad inferior del complejo está contenida en cualquiera de las superiores, segun á la que se quiera referir; v. g.

Proponiéndonos reducir á quebrado impropio el mismo número complejo 4 quintales, 3 arrobas y 8 libras referido á quintal, será: $\frac{483}{100}$ de quintal, y si á arroba,

$\frac{483}{25}$ de arroba.

P. Cómo se transforma un número complejo en número misto de entero y quebrado comun?—R. Reduciendo asimismo á incomplejo las distintas unidades del complejo, excepto las superiores, y poniendo á este por denominador una unidad superior del complejo reducida á la inferior; el quebrado así constituido, será el que acompañe á las unidades superiores del complejo; v. g.

Si el complejo 6 varas, 2 piés y 8 pulgadas se quiere transformar en misto de entero y quebrado comun, se reducirán los 2 piés á pulgadas, y añadiendo á las 24 pulgadas que resultan las 8 que hay en la última denominacion, al total 32 le pondremos por denominador 36, que es el número de veces que la pulgada está contenida en la vara; y de este modo quedará el complejo transformado en número misto de entero y quebrado comun, así: $6\frac{32}{36}$ varas.

P. Cómo se transforma un complejo en número misto de entero y quebrado decimal?—R. Transformado que sea el número complejo, en número misto de entero y quebrado comun, reduciremos el quebrado comun á quebrado decimal por las reglas establecidas, y la fraccion que resulte será la que acompañe al entero v. g.

Transformado el complejo 5 arrobas, 22 libras y 8 onzas en misto de entero y quebrado comun, nos dará $5\frac{360}{400}$ arrobas: ahora, reduciendo el quebrado $\frac{360}{400}$

á quebrado decimal, nos dará 0,9; cuya fraccion, unida al número 5 arrobas, formará con él el número misto de entero y decimal, así: 5,9 arrobas.

P. Las transformaciones practicadas con las unidades de Castilla, son aplicables á las unidades del sistema métrico?—R. Todas pueden practicarse, pero para el cálculo de las unidades de este sistema, no se necesita otra transformacion que la de complejo á entero incomplejo, y á la de misto de entero y decimal.

P. Y cómo se reduce un número complejo referido á unidades del sistema métrico á entero incomplejo equivalente?-R. De los tres modos siguientes:

1.° Para las unidades de longitud, de capacidad, de peso y de moneda, se escribirá primero el número de las unidades superiores, y á su derecha por el órden de magnitud, los números que representen las unidades inferiores, ocupando con un cero el lugar de las que falten, y refiriendo por último el número que resulte á la inferior denominacion del complejo; v. g.

Para reducir á incomplejo decimal el complejo 8 metros, 6 decímetros y 5 milímetros, escribiremos primero el número de los metros, despues el de los decímetros, á seguida un cero en el lugar de los centímetros, puesto que no los hay, y por último el de los milímetros, y de este modo quedará reducido el complejo propuesto á su entero incomplejo equivalente de la inferior denominacion en esta forma: 8605 milímetros.

2.° Para las unidades de superficie, teniendo presénte lo que se ha dicho al tratar de estas, de que para cada denominacion se necesitan dos cifras, se escribirá primero el número de las superiores, y por el mismo órden de magnitud las inferiores respectivas, llenando con dos ceros el lugar de la denominacion que falte, ó con uno el órden que tambien falte en cualquiera de ellas, si esta constase de un solo número dígito; v. g.

Si se trata de reducir á incomplejo el complejo 346 metros cuadrados, 84 centímetros cuadrados y 7 milímetros cuadrados, escribiremos primero el número de los metros cuadrados, despues dos ceros en el lugar de los decímetros cuadrados que no hay, luego el número de los centímetros cuadrados, y últimamente el de los milímetros cuadrados, que como es número dígito, se le pondrá un cero á su izquierda, y de esta manera quedará convertido el complejo dado en incomplejo, referido á la inferior de sus especies, en esta forma: 346008407 milímetros cuadrados.

3.º Para las unidades de solidéz, teniendo tambien presente que para cada denominacion se necesitan tres cifras, se escribirá primero el número de las unidades superiores, y por el mismo órden de magnitud las demás inferiores, llenando con tres ceros el lugar respectivo á la denominacion que falte, y con uno ó dos el órden ú órdenes que tambien falten en alguna denominacion, si esta estuviese expresada con dos ó una sola cifra; v. g.

Para reducir á incomplejo el complejo 823 metros cúbicos, 37 decímetros cúbicos y 9 milímetros cúbicos, se escribirá desde luego el número de los metros cúbicos, despues el de los decímetros, colocando un cero á su izquierda para completar el número de sus órdenes, despues tres ceros en el lugar de los centímetros que no hay, y por último los 9 milímetros con dos ceros á su izquierda, y así quedará convertido el complejo en incomplejo referido á la inferior denominacion, de esta manera: 823037000009 milímetros cúbicos.

P. Cómo se reducen los números complejos de unidades métricas á mistos de entero y decimal? — R. Practicando con todos ellos las mismas reglas que se han dado para convertirlos en incomplejos, con sola la diferencia de colocar la coma de los decimales á la derecha de aquella cifra que exprese la especie de unidades á que queremos referir el número misto; v. g.

Habiendo de reducir el complejo 4 litros, 8 decílitros y 6 centílitros á misto de entero y decimal, referido al litro, lo escribiremos como si se fueran á reducir á incomplejo, colocando despues la coma á la derecha del 4, que es la cifra que expresa litros, en esta forma: 4,86 litros.

CAPITULO XX.

Conversion de números incomplejos, referidos á unidades de Castilla y del sistema métrico decimal, á complejos equivalentes.

P. Cómo se convierte un número incomplejo de unidades de Castilla en complejo equivalente?—R. Dividiendo el número incomplejo por el número de veces que una de sus unidades cabe en la inmediata superior, el cuociente expresará unidades de esta especie y el resíduo, si lo hay, de la especie del incomplejo: si hubiese unidades superiores á las que expresa el cuociente, se reducirán estas á aquellas siguiendo la misma regla, y así se continuará hasta determinar todas las unidades de especie superior que contiene el número incomplejo; v. g.

Para convertir el número incomplejo 462 libras en complejo equivalente, siguiendo la regla dada, será:

462 libras	:25	
212	18 @	:4
12 libras.	2 @	4 quintales.

De cuya operacion resulta, que el incomplejo 462 libras, se ha convertido en el complejo equivalente 4 quintales, 2 arrobas y 12 libras.

P. Cómo se convierte en complejo equivalente un número incomplejo referido á unidades del sistema métrico decimal?—R. Pudiendo referirse el incomplejo á unidades de las llamadas de solidéz, á las de superficie ó á cualquiera de las de los otros géneros, se dividirá el incomplejo de derecha á izquierda en periódos de tres cifras para el primer caso, de dos para el segundo y de una para cualquiera de los otros, y cada uno de estos periódos expresará una especie de unidades por su órden de magnitud, teniendo siempre en cuenta que el último periódo de la derecha expresará unidades de aquellas á que se refiera el incomplejo, todo segun se ve por los ejemplos siguientes.

Primer caso. Si se quiere convertir en complejo el incomplejo 8320456098 milímetros cúbicos, será:

8 mcc. 320 dmcc. 456 cmcc. y 098 mmcc.

Segundo caso. Para convertir en complejo el incomplejo 7106232 centímetros cuadrados, será:

7 a. 10 mc. 62 dmc. y 32 cmc.

Tercer caso. Y para convertir los números incomplejos 430985 centílitros y 60407 centígramos, será:

El 1.º.... 4 Kl. 3 Hl. 9 l. 8 dl. y 5 cl.

Y el 2.º... 6 Hg. 4 g. y 7 cg.

CAPITULO XXI.

Operaciones de los números complejos, referidos á unidades de Castilla.

P. Qué métodos pueden seguirse para ejecutar las operaciones de los números complejos, referidos á unidades de Castilla?-R. Pueden seguirse tantos y aun mas cuantas sean las transformaciones que con ellos pueden hacerse.

P. Cómo se suman?—R. Escribiéndolos de modo que las unidades de una misma especie se correspondan en columna; luego se empieza á sumar por las unidades inferiores, añadiendo á la columna inmediata superior las unidades de su especie que compongan; v. g.

Para sumar con 23 arrobas, 8 libras y 14 onzas, 4 arrobas, 17 libras y 6 onzas, será:

$$\begin{array}{rlrlrl} \overbrace{23}^{1} & \text{arrobas,} & \overbrace{8}^{1} & \text{libras,} & 14 & \text{onzas.} \\ +\ 4 & » & 17 & » & 6 & \\ \hline =28 & \text{arrobas}+1 & & \text{libra}+4 & & \text{onzas.} \end{array}$$

P. Cómo se restan? - R. Escribiendo el minuendo y debajo el sustraendo lo mismo que para sumar; se empieza á restar por las unidades inferiores, y si alguna especie del minuendo fuese menor que la correspondiente del sustraendo, se tomará una unidad de la inmediata superior, y reducida á la inferior se le agrega; teniendo cuidado, al restar la columna inmediata, que á las unidades del minuendo se les ha disminuido una; v. g.

Para restar de 5 pesos, 8 reales y 6 maravedís, 3 pesos, 12 reales y 24 maravedís, será:

$$\begin{array}{rlrlrl} 5 & \text{pesos} & \overbrace{8}^{22} & \text{rs.} & \overbrace{6}^{40} & \\ -3 & « & 12 & » & 24 & \text{mrs.} \\ \hline =1 & \text{peso} & 10 & \text{rs.} & 16 & \text{mrs.} \end{array}$$

Multiplicacion.

P. Qué casos pueden ocurrir en la multiplicacion de los números complejos?—R. Tres:

1.º Mu tiplicar un número complejo por otro complejo.

2.º Multiplicar un número complejo por otro incomplejo.

3.º Multiplicar un número incomplejo por un complejo.

P. Cómo se multiplica un número complejo por otro complejo?—R. Redúzcanse ambos factores á incomplejos, y ya reducidos, multiplíquense entre sí, y partiendo el producto por el número de veces que la unidad inferior del multiplicador está contenida en la superior, cuyo valor se ha dado, el cuociente expresará el producto en unidades inferiores del multiplicando, que por las reglas dadas se reducirán á las superiores; v. g.

Proponiéndonos hallar el valor de 4 varas y 2 piés, valiendo cada vara 5 reales y 13 maravedís, reduciremos estos factores complejos á incomplejos, y serán 14 piés el uno y 183 maravedís el otro; multiplicando entre sí estos dos números 14×183, su producto, 2562 partido por 3, que son las veces que el pié, unidad inferior del multiplicador, está contenida en la vara, el cuociente 854 maravedís es el producto, valor de las 4 varas y 2 piés, que como está expresado en unidades inferiores del multiplicando, se reducirán á las de especie superior por las reglas dadas, y serán 25 reales y 4 maravedís.

P. De qué otro modo se multiplica un número complejo por otro complejo?—R. Reduciendo ambos factores complejos á quebrado comun impropio referidos cada uno á su unidad superior, y en esta forma se multiplican como quebrados; v. g.

Para hallar el valor de 4 arrobas y 8 libras de arroz, valiendo la arroba 26 rs. y 16 mrs. será:

$$\overset{\text{Rs.}}{\frac{900}{34}} \times \overset{@}{\frac{108}{25}} = \overset{\text{Rs.}}{\frac{97200}{850}} = 114 \text{ rs. y } 12 \text{ mrs.}$$

valor de las 4 arrobas y 8 libras.

P. Cómo se multiplica un número complejo por otro incomplejo? — R. Multiplicando sucesivamente por el incomplejo los números que representan las diferentes unidades del complejo, empezando por el de especie inferior; y agregando á cada producto las unidades que resulten de reducir á su especie el de la inmediata inferior; v. g.

Si valiendo una arroba 9 pesos, 4 reales y 8 maravedís, nos proponemos hallar el valor de 7 arrobas, se ejecutará la operacion como se ha dicho, y será:

$$\begin{array}{l} 9 \text{ pesos, } 4 \text{ reales, } 8 \text{ maravedís.} \\ \times \qquad\qquad\qquad 7 \\ \hline \end{array}$$

=64 pesos, 14 reales, 22 maravedís, valor de las 7 arrobas.

P. Cómo se multiplica un número incomplejo por otro complejo?—R. Reduciendo el complejo á la inferior de sus especies, se multiplican entre sí, y el producto se divide por el número de veces que la unidad inferior del complejo está contenida en la superior cuyo valor se ha dado; v. g.

Si valiendo una fanega 24 reales, nos proponemos hallar el valor de 3 cahices, 2 fanegas y 5 celemines, multiplicaremos el número 24 rs. por 461, que es el incomplejo equivalente al complejo dado, y su producto 11064 rs. dividido por 12, que son las veces que el celemin, unidad inferior del complejo, cabe en la fanega, cuyo valor es el dado, el cuociente 922 rs. expresará el valor de los 3 cahices, 2 fanegas y 5 celemines; así:

```
  24 rs.
×461
  24
 144
 96
11064 rs. :12
  26       922 reales, valor de los 3 cahices, 2 fa-
   24          negas y 5 celemines.
   00
```

Division.

P. Qué casos pueden ocurrir en la division de números complejos?—R. Tres:

1.° Dividir un complejo por otro complejo.
2.° Dividir un incomplejo por un complejo.
3.° Dividir un complejo por un incomplejo.

P. Cómo se divide un complejo por otro complejo? —R. Reduciendo ambos términos á incomplejos, referido cada uno á su especie inferior, se divide el uno por el otro; el cuociente, que solo expresará el valor de una unidad inferior del divisor, se multiplicará por el número de veces que esta unidad esté contenida en aquella cuyo valor nos hayamos propuesto determinar; y el producto será este valor expresado en unidades de la especie inferior del dividendo, que se reducirán á las superiores; v. g.

Si se trata de averiguar el valor de una vara, sabiendo que 3 varas y 2 piés han costado 24 pesos, 8 reales y 28 maravedís, se reducirán ambos números complejos á incomplejos, referidos á la inferior de sus especies, y en esta forma se dividirá el uno por el otro; así:

```
12540 mrs.   :11 piés.
              ─────────
              1140 mrs.
                ×3
              ─────────
              3420 mrs. : 34
                        ─────────
                 20 mrs.   100 rs. : 15
                                   ──────────
                            10 rs.   6 pesos.
```

De cuyo procedimiento resulta que el valor de la vara es, 6 pesos, 10 reales y 20 maravedís.

P. De qué otro modo se divide un número complejo por otro complejo?—R. Reduciendo tambien cada término complejo á quebrado comun impropio, referido el del dividendo á su unidad superior y el del divisor á aquella cuyo valor queremos determinar, y en esta forma se dividen como quebrados; v. g.

Para hallar el valor de una arroba, habiendo costado 5 arrobas y 6 libras, 9 reales y 24 maravedís, reducidos ambos términos á quebrado comun impropio, será:

$$\begin{array}{ccc} \text{Rs.} & @ & \text{Rs.} \\ \dfrac{330}{34} : & \dfrac{81}{25} = & \dfrac{8250}{2754} = 2 \text{ rs. } 23\dfrac{26}{27} \text{ mrs.} \end{array}$$

valor de 1 arroba.

P. Cómo se divide un número incomplejo por un complejo?—R. Se reduce el complejo á incomplejo, referido á la inferior de sus especies, y en esta forma se divide por este el incomplejo: el cuociente, que solo expresará el valor de una unidad de la especie inferior del complejo, se multiplica por el número de veces que la misma se contenga en aquella cuyo valor nos háyamos propuesto determinar, y el producto será este mismo valor expresado en las unidades del dividendo; v. g.

Si nos propusiéramos hallar el valor de una fanega, sabiendo que 2 fanegas, 4 celemines y 2 cuartillos han costado 342 reales, se reducirá el divisor al incomplejo 114 cuartillos, y se dividirá por este el 342 del modo siguiente:

342 rs. : 114 cuart.
000   3 rs.
×48
24
12
144 rs. valor de 1 fanega.

P. Cómo se divide un número complejo por un incomplejo?—R. Dividiendo sucesivamente por el incomplejo todas las unidades del complejo, empezando por las superiores, y teniendo cuidado siempre que quede algun resíduo de la division de cualquiera de las unidades, de reducirlo á la especie inmediata inferior, añadiéndole las unidades que de la misma haya en el dividendo; continuando así la operacion hasta que no haya mas unidades que dividir, y el cuociente complejo que resulte expresará el valor de la unidad que nos proponemos determinar; v. g.

Si se trata de averiguar el valor de 1 vara, sabiendo que 6 varas han costado 15 pesos, 12 reales y 24 maravedís, dividiremos el complejo por el incomplejo 6 varas, y el cuociente será el valor de la vara, en esta forma.

15 ps. 12 rs. 24 mrs. :6 vs.
3
×15
45
+12
57
3
×34
102
+24
126
06
0

2 ps. 9 rs. 21 mrs. valor de una vara.

CAPITULO XXII.

Operaciones de números complejos, referidos á unidades del sistema métrico decimal.

P. Qué reglas se seguirán para efectuar las operaciones de los números complejos referidos á unidades del sistema métrico decimal?—R. Las mismas generales dadas para las operaciones de los complejos referidos á las unidades de Castilla, si bien con algunas modificaciones, hijas de la diferente naturaleza de estos números.

P. Cuáles son estas modificaciones para la suma y resta?—R. Si los números propuestos para estas dos operaciones fuesen complejos, pueden seguirse en un todo las reglas dadas para las unidades de Castilla; aunque tambien es conveniente para efectuarlas reducirlos á números mistos, ó quebrados decimales referidos á una sola unidad, y en esta forma se suman ó restan como tales decimales, segun se ve por los siguientes ejemplos:

1.º Para sumar 2 Dm. 3 m. y 4 cm., con 4 Hm. 5 m. y 7 dm. y con 9 dm. y 7 cm., reducidos estos complejos á números mistos de entero y quebrado decimal, referidos al metro, serán:

$$
\begin{array}{r}
23{,}04 \\
+405{,}7 \\
+\quad 0{,}97 \\
\hline
=429{,}71
\end{array}
$$

Cuya suma es igual á 429,71 metros, ó lo que es lo mismo, á 429 metros, 7 dm. y 1 cm.

2.º Para restar 9 Hl., 7 Dl., 9 dl., de 4 Kl., 2 Hl. 5 l. y 8 dl., reducidos estos complejos á números mistos de entero y quebrado decimal, referidos al litro, serán:

$$
\begin{array}{r}
4205{,}8 \\
-\ 970{,}9 \\
\hline
=3234{,}9
\end{array}
$$

Cuyo resultado es igual á 3234,9 litros, ó á 3234 l. y 9 dl.

P. Cómo se multiplican los números complejos referidos á unidades del sistema métrico decimal?—R. Aunque por ocurrir en esta operacion los mismos casos que en la multiplicacion de números complejos referidos á unidades de Castilla se pueden resolver por las reglas dadas para aquellos, es sin embargo mas conveniente reducir el factor ó factores que haya complejos á números mistos de entero y quebrado decimal, de manera que el multiplicando resulte referido á la unidad mas usual y el multiplicador á aquella cuyo valor es el dado; así se multiplican como decimales, y el producto resultará expresado en las unidades á que se refiere el multiplicando, pudiéndose reducir á las de otra especie, ó convertirse en número complejo por las reglas prescriptas para estos casos; v. g.

1.° Proponiéndonos hallar el valor de 26 m. y 4 dm., sabiendo que un metro ha costado 38 rs. y 7 décimas, reduciremos estos factores complejos á mistos de entero y decimal, y practicando la operacion como se ha dicho, será:

$$\begin{array}{r} 38{,}7 \text{ rs.} \\ \times 26{,}4 \\ \hline 1548 \\ 2322 \\ 774 \\ \hline =1021.68 \text{ rs.} \end{array}$$

Cuyo producto 1021,68 reales, ó 1021 reales 6 décimas y 8 céntimos, expresa el valor de los 26 m. y 4 dm.

2.° Si sabiendo que un litro vale 37 rs. y 9 décimas se quiere averiguar el valor de 6 litros, será:

$$\begin{array}{r} 37{,}9 \text{ rs.} \\ \times 6 \\ \hline =227{,}4 \text{ rs.} \end{array}$$

Cuyo producto 227,4 reales, ó 227 rs. y 4 décimas; expresa el valor de los 6 litros.

3.° Si sabiendo que un kilógramo cuesta 526 reales, se quiere hallar el valor de 3 Kg. y 4 Hg., será:

$$\begin{array}{r} 526 \text{ rs.} \\ \times 34 \\ \hline 2104 \\ 1578 \\ \hline =1788{,}4 \text{ rs} \end{array}$$

Este producto 1788,4 reales, ó 1788 rs. y 4 décimas, expresa el valor de los 3 Kg. y 4 Hg.

P. Cómo se dividen los números complejos referidos á unidades del sistema métrico decimal?—R. Siendo los casos que en esta operacion pueden presentarse los mismos que en la de multiplicar, se reducirán tambien ambos términos, ó el que sea complejo, á misto de entero y quebrado decimal, ó solo á quebrado decimal, de manera que el dividendo esté referido á la unidad á que se quiere referir el cuociente, y el divisor, á aquella cuyo valor se desee conocer, y así se dividirán como decimales, procurando, cuando quede resíduo en la division, continuar esta con decimales, añadiendo un cero por cada cifra decimal que quiera sacarse en el cuociente, segun estos ejemplos:

1.° Si se quiere averiguar el valor de un litro expresado en reales, sabiendo que 1 Dl., 2 l. y 5 dl. han costado 626 rs. y 4 décimas, será:

$$\begin{array}{l|l} 626{,}4 \text{ rs.} & 12{,}5 \\ \cline{2-2} 1\ 40 & =50{,}112 \text{ rs.} \\ 150 & \\ 250 & \\ 00 & \end{array}$$

De cuya operacion resulta que el valor del litro es 50,112 reales, ó 50 reales, 1 décima y 12 céntimos.

2.° Se sabe que 8 metros han costado 6 doblones, 4 escud s y 5 reales; para hallar el valor de 1 metro expresado en escudos, será:

64,5 escudos :	8.0 m.
500	8,0625 es udos.
200	
400	
00	

Cuyo resultado expresa que el valor del metro es 8.0625 escudos, ú 8 escudos 6 décimas y 25 céntimos.

3.° Si se trata de hallar el valor de un kilógramo, expresado en reales, en el supuesto de que 6 kilógramos, 2 hectógramos y 5 decágramos hayan costado 410 reales, será:

410.00 rs. :	6,25
3500	65,6 rs.
3750	
000	

Por cuyo resultado se ve que el valor de un kilógramo es 65,6 rs. ó 65 reales y 6 décimas.

CAPITULO XXIII.

Modo de convertir unidades legales de Castilla en las del sistema métrico, y del sistema métrico en las de Castilla.

P. Qué se necesita saber para convertir unidades de uno en otro sistema?—R. Lo primero que se necesita saber es la equivalencia recíproca de unas á otras unidades.

P. Y qué es equivalencia entre dos unidades?—R. El número que exprese las veces que recíprocamente la una está contenida en la otra, ó la parte de unidad que es la una de la otra; como el número 0,836 milímetros que expresa el valor de la vara referido al metro; y el número 1,1963 varas, que expresa el valor del metro referido á la vara.

P. De qué manera adquiriremos el conocimiento de esta recíproca equivalencia? —R. Teniendo á la vista, ó conservando en la memoria la respectiva á cada una de las unidades principales de uno y otro sistema, expresadas en las siguientes tablas.

Unidades legales de Castilla, y su equivalencia en las del sistema métrico.

Unidades lineales.

Legua igual á 5572,7 metros
La **vara**............á 0,836 id.
El **pié**.... ....á 0,2786 id.
El **palmo**....... ..á 0,2089 id.
La **pulgada**.......á 0,0232 id.
La **línea**.........á 0,0019 id.

Unidades cuadradas ó de superficie.

La **fanega** igual á 64,3957 áreas
El **estadal** .....á 11,18 metros cuadrados.
La **vara**....... á 69,8738 decímetros. id.
El **pié** .... á 7,7637 decí. id.
La **pulgada** á 5,392 centímetros id.
La **línea**.... á 3,74 milímetros id.

Unidades cúbicas ó de solidez.

La **vara** igual á 584,277 decímetros cúbicos.
El **pié** ....á 60,0275 id. id.
La **pulgada** .. á 29,073 centímetros cúb.
La **línea**.... á 13,032 milímetros cúb.

Hasta **Unidades de capacidad para áridos.** aqui.

El **cahiz** igual á 6,66 hectólitros.
La **fanega** ... á 55,501 litros.
El **celemin** ..... á 4,625 id.
El **cuartillo** ..... á 1,1562 id.

Unidades de capacidad para líquidos.

La **arroba** ó **cántara** de vino igual........ á 16,62 litros.
La **cuartilla** .... á 4,0332 id.
El **cuartillo** .... á 5,0415 decílitros.
La **copa** ..... á 1,2603 decílitros
La **arroba** de aceite .... á 12,563 litros.
La **libra** ... á 5,025 2 decílit.

Unidades ponderales ó de peso.

La **arroba** igual á 11,5023 kilógramos.
La **libra** .... á 4,6009 hectógramos.
La **onza** .... á 2,875 decágramos.
El **adarme**.... á 1,79 gramos.

Unidades de moned s.

El **maravedí** igual á 0,0292 de real.

Unidades del sistema métrico, y su equivalencia en las legales de Castilla.

Unidades linealea.

El **metro** igual á 1,1963 varas
El **decímetro** á 4,3067 pulgadas.
El **centímetro** .. á 5,168 líneas.
El **milímetro** .... á 0,5168 id.

cuadradas

Unidades [redacted] ó de superficie.

La **hectárea** igual á 1,5529 fa.
El **área**............. á 8,9447 estadales.
El **metro** .... á 1,4311 varas cuadradas.
El **decímetro**........ á 0,1288 piés cuadrados ó 18,5477 pulgadas cuadradas.
El **centímetro** .... á 26,7087 líneas cuadradas.

cúbicas

Unidades [redacted] ó de solidez.

El **metro** cúbico igual á 1,7121 varas cúbicas ó 46,2264 piés cúbicos.
El **decímetro** cúbico ...... á 79.8795 pulgadas cúbicas'
El **centímetro** cúbico ...... á 138,032 líneas cúbicas.

Unidades de capacidad para áridos.

El **hectòlitro** igual á 1,8018 fanegas.
El **litro** .... á 0,8648 cuartillos.
El **decilitro** ..... á 0,0865 id.
El **centilitro** . ... á 0,0086 id.

Unidades de capacidad para líquidos.

El **hectólitro** de aceite, igual á 6,1987 arrobas.
Él **litro** ..... á 1,9808 líbras.
El **hectólitro** de vino ...... á 7,9598 arrobas.
El **litro** de id., á 1,99 cuartill.

Unidades ponderales ó de peso.

La **tonelada** igual á 86,9388 arrobas.
El **quintal** métrico.... á 8,6938 id
El **kilógramo** ...... á 2,1734 libras.
El **hectógramo** ..... á 3,4774 onzas.
El **decágramo** ..... á 5,5638 adarmes.
El **gramo** .... á 20,031 granos.

Unidades de moneda.

La **décima de real** igual á 3,4 maravedís.

P. Con el conocimiento de estas tablas, de qué manera convertiremos un número de unidades de un sistema, en unidades equivalentes de otro?—R. Multiplicando el número de unidades que se quiera convertir por la equivalencia de una, y el producto expresará el número de unidades del otro sistema á que dicho número se queria convertir, segun estos ejemplos:

Conversion de unidades lineales.

1.° Para convertir 9 varas en metros, como la equivalencia de la vara al metro es de 0,836 milímetros será:

$$\begin{array}{r} 0,836 \\ \times\ 9 \\ \hline =7,524 \text{ metros.} \end{array}$$

2. Para convertir 7 metros en varas, como la equivalencia del metro á la vara es de 1,1963 varas, será:

$$\begin{array}{r} 1,1963 \\ \times \quad 7 \\ \hline =8,3741 \end{array}$$ varas.

Unidades superficiales.

3.º Para convertir 35 varas cuadradas en metros cuadrados, como la equivalencia de la vara cuadrada es de 0,6987 metros cuadrados, será:

$$\begin{array}{r} 0,6987 \\ \times \quad 35 \\ \hline 34935 \\ 20961 \\ \hline =24,4545 \end{array}$$ metros cuadrados.

4.º Para convertir 26 metros cuadrados en varas cuadradas, como el metro cuadrado equivale á 1,4311 varas cuadradas, será:

$$\begin{array}{r} 1,4311 \\ \times \quad 26 \\ \hline 85866 \\ 28622 \\ \hline =37,2086 \end{array}$$ varas cuadradas.

5.º Para convertir en áreas 8 fanegas de tierra, como la fanega equivale á 64,3957 áreas, será:

$$\begin{array}{r} 64,3957 \\ \times \quad 8 \\ \hline =515,1656 \end{array}$$ áreas.

6.º Para convertir 6 hectáreas en fanegas de tierra como la hectárea equivale á 1,5529 fanegas, será:

$$\begin{array}{r} 1,5529 \\ \times \quad 6 \\ \hline =9,3174 \end{array}$$ fanegas.

Unidades cúbicas.

7.º Para convertir 16 varas cúbicas en metros cúbicos, como la vara cúbica equivale á 0,584277 metros cúbicos, será:

$$\begin{array}{r} 0,584277 \\ \times \quad 16 \\ \hline 3505662 \\ 584277 \\ \hline =9,348432 \end{array}$$ metros cúbicos.

8.º Para convertir 5 metros cúbicos en varas cúbicas, como el metro cúbico equivale á 1,7121 varas cúbicas, será:

$$\begin{array}{r} 1,7121 \\ \times \quad 5 \\ \hline =8,5605 \end{array}$$ varas cúbicas.

Unidades de capacidad.

9.º Para convertir en litros 8 fanegas, como la equivalencia de la fanega al litro es de 55,501 litros, será:

$$\begin{array}{r} 55,501 \\ \times \quad 8 \\ \hline =444,008 \end{array}$$ litros.

10.° Para convertir en libras de aceite el número 9 litros del mismo género, como la equivalencia del litro á la libra de aceite es de 1,99 libras, será:

$$\begin{array}{r} 1,99 \\ \times\ 9 \\ \hline =17,91 \end{array}$$ libras.

Unidades de peso.

11.° Para convertir 4 arrobas de peso en kilógramos, como la arroba tiene 11,5023 kilógramos, será:

$$\begin{array}{r} 11,5023 \\ \times\ \ 4 \\ \hline =46,0092 \end{array}$$ kilógramos.

12.° Para convertir en libras el número 6 kilógramos, como el kilógramo tiene 2, 1734 libras, será:

$$\begin{array}{r} 2,1734 \\ \times\ \ 6 \\ \hline =13,0404 \end{array}$$ libras.

Unidades de moneda.

13.° Para convertir 30 maravedís en décimas y céntimos de real, como el maravedí equivale á 0,0292 de real, será:

$$\begin{array}{r} 0,0292 \\ \times\ 30 \\ \hline 0,8760 \end{array}$$ de real, valor de los 30 mrs. en 8 décimas y 8 céntimos, considerando á los céntimos aumentados en uno mas de los que expresa el producto, por pasar de 5 la cifra que le sigue á su derecha, ó sean las milésimas.

14.° Y para convertir en maravedís el número 7 décimas de real, como la décima equivale á 3,4 maravedís, será:

$$\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 7 \\ \hline 23,8 \end{array}$$

maravedís, valor de las 7 décimas de real, en 23 maravedís y 8 décimas de maravedís.

CAPITULO XXIV.

De las potencias de los números.

P. Qué son potencias de los números?—R. El producto que resulta de multiplicar un número por sí mismo una, dos ó mas veces.

P. Con qué nombre se designan las distintas potencias que puede tener un número?—R. Si el número se multiplica por sí mismo una vez, el producto se llama *segunda potencia ó cuadrado*; si se multiplica dos veces, *tercera potencia ó cubo*, y si tres, *cuarta potencia* &c.

P. Cuál es la primera potencia de un número?—R. El mismo número.

P. Cómo se indica la potencia á que ha de elevarse un número?—R. Escribiendo á su derecha y parte superior un número pequeño, que se llama exponente, el cual indica con sus unidades las veces que el número que le lleva ha de entrar por factor, ó las multiplicaciones que con él han de hacerse, que son tantas como unidades tenga el exponente, menos una.

P. Cómo se forma la segunda potencia ó cuadrado de un número?—R. Multiplicando el número por sí mismo una vez, el producto será su segunda potencia; como

$$24^2=24\times24=576$$

P. De qué partes consta el cuadrado de un número que tenga decenas y unidades?—R. De tres: cuadrado de decenas, duplo de decenas multiplicado por unidades y cuadrado de unidades; v. g.

Descomponiendo el número 24 en sus decenas y unidades, como $20+4$, si queremos hallar su cuadrado por la suma de los productos de sus partes, será:

Cuadrado de decenas....................	$20\times20=400$
Duplo de decenas multiplicado por unidades....................	$40\times4=160$
Cuadrado de unidades..............	$4\times4=16$
Cuadrado...............	576

P. Cómo se halla el cuadrado de un quebrado?—R. Multiplicando cada término por sí mismo una vez; como

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3\times3}{4\times4}=\frac{9}{16}$$

P. Y el de un número misto?—R. Reduciendo el entero á la especie de quebrado, se halla como tal quebrado; como

$$\left(2\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8\times8}{3\times3}=\frac{64}{9}$$

P. Cómo se forma la tercera potencia ó cubo de un número?—R. Multiplicando el número dos veces por sí mismo, ó una por su cuadrado, el producto que resulte será su tercera potencia ó cubo; como

$$24^3=24\times24\times24=13824.$$

P. De qué partes consta el cubo de un número que tenga decenas y unidades?—R. De cuatro: cubo de decenas; triplo del cuadrado de decenas multiplicado por unidades; triplo del cuadrado de unidades multiplicado por decenas, y cubo de unidades; v. g.

Si descomponemos el mismo número 24 en sus decenas y unidades, como $20+4$, será:

Cubo de decenas...............	$20\times20\times20=8000$
Triplo del cuadrado de decenas multiplicado por unidades.	$1200\times4=4800$
Triplo del cuadrado de unidades multiplicado por decenas...........................	$48\times20=960$
Cubo de unidades............	$4\times4\times4=64$
Cubo............	13824

P. Cómo se forma el cubo de un quebrado?—R. Multiplicando cada término por sí mismo dos veces; como

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{3}{4}=\frac{3\times3\times3}{4\times4\times4}=\frac{27}{64}$$

P. Y el de un número misto?—R. Reduciendo el entero á la especie de quebrado, se cubica como tal quebrado; como

$$\left(2\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{3}=\frac{8\times8\times8}{3\times3\times3}=\frac{512}{27}$$

CAPITULO XXV.

De las raices de los números y modo de estraerlas.

P. Qué se entiende por raiz de un número?—R. Se llama raiz de un número aquel otro número que multiplicado por sí mismo una, dos ó mas veces, produce la potencia.

P. Cómo se indica la extraccion de la raiz de un número?—R. Escribiendo el número cuya raiz se trate de extraer debajo de un signo llamado *radical*, y el exponente de la raiz que haya de extraérsele entre los brazos de dicho signo, omitiéndose por lo regular el exponente de la raiz cuadrada, en esta forma:

$$\sqrt{16} \qquad \sqrt[3]{46}$$

cuyos signos indican que al 16 se le ha de extraer la raiz cuadrada, y al 64 la raiz cúbica.

P. Qué se requiere préviamente para extraer la raiz de un número?—R. Lo primero que se requiere es saber de memoria los cuadrados y cubos de los números dígitos expresados á continuacion:

Núm. dígit.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sus cuadr.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Sus cubos.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

P. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número que conste de varios guarismos?—R. Escrito el número y á su derecha una raya de arriba abajo, se le divide de derecha á izquierda en porciones ó periódos de á dos guarismos, aunque el último periódo de la izquierda sea de un solo guarismo; se extrae la raiz cuadrada de la primera porcion de la izquierda, cuyo cuadrado se resta de dicha porcion; al lado del resíduo se baja el siguiente periódo, y separando con coma una cifra de mano derecha, las que queden se parten por el duplo de la raiz hallada; lo que dé por cuociente se escribe al lado de dicha raiz; el cuadrado de ambas se resta de las dos porciones, á cuya resta se une el siguiente periodo, y se practica lo mismo hasta que no haya mas periodos que bajar; y si queda algun resíduo, se escribirá al lado de la raiz, poniéndole por denominador el duplo de dicha raiz mas la unidad, segun se ve por el ejemplo del márgen.

5,9,25,3	$243\frac{204}{487}$
4	
—	
1 9, 2:	4=4
5 7 6	48=3
0 1 6 6,3:	
5 9 0 4 9	
2 0 4	

P. Cuándo se conocerá que á la raiz se ha dado alguna unidad de mas ó de menos?—R. Cuando el resíduo sea igual al duplo de la raiz hallada, mas la unidad ó mayor que este número se habrá dado á la raiz alguna unidad de menos; y cuando no se pueda verificar la resta se le habrá dado alguna unidad de mas.

P. De qué modo se expresará el resíduo por decimales?—R. Añadiendo al número dado un número de ceros duplo del de las cifras decimales que se quieran sacar á la raiz, se practica la operacion por las reglas dadas, y despues se separan con coma de la derecha de la raiz para decimales tantos guarismos como la mitad de ceros añadidos.

P. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un quebrado?—R. Extrayendo primero la del numerador y despues la del denominador; v. g.

$$\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{9}$$

P. Cuando uno de los términos ó los dos no tienen raiz exacta, de qué medios nos valdremos para extraersela? R. De tres: 1.º Cuando no la tiene el numerador se le saca por aproximacion; v. g.

$$\frac{\sqrt{2}}{9}=\frac{1,414}{3}$$

2.° Cuando no la tiene el denominador se multiplican ambos términos por el denominador, y quedará reducido el quebrado al primer caso; v. g.

$$\frac{\sqrt{9}}{2}=\frac{9\times 2}{2\times 2}=\frac{18}{4}$$

3.° Cuando ninguno de los dos términos la tienen, se multiplican ambos tambien por el denominador, y quedará reducido al mismo caso; v. g.

$$\frac{\sqrt{3}}{7}=\frac{3\times 7}{7\times 7}=\frac{21}{49}$$

P. · Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número decimal?—R. Lo mismo que si fuese un número entero pero haciendo que la cantidad decimal lleve un número par de guarismos, y el duplo de los que hayan de sacarse á la raiz.

P. Cómo se extrae la raiz cúbica de un número que conste de varios guarismos?—R. Dividido el número de derecha á izquierda en periódos de tres cifras, aunque el último periódo de la izquierda no tenga mas que uno ó dos guarismos, se extrae la raiz cúbica de la primera porcion de la izquierda, la que se coloca dentro de las rayas divisoras, y su cubo se resta de dicha porcion; al resíduo se le une el siguiente periódo, y separando con coma dos cifras de mano derecha, las que queden se parten por el triplo del cuadrado de la raiz hallada; lo que dé de cuociente se escribe al lado de dicha raiz; el cubo de ambas se resta de toda la porcion de guarismos que componian los dos periodos, y de este modo se continúa hasta que no haya mas porciones que bajar, como se ve en el ejemplo del márgen; y si queda algun resíduo se escribirá al lado de la raiz, poniéndole por denominador el triplo del cuadrado de la raiz hallada, mas el triplo de dicha raiz, mas la unidad.

13,824	24
8	——
58,24:	12=4
13,8 24	
00 0 00	

P. Cuándo se conocerá que á la raiz se ha dado alguna unidad de mas ó de menos?—R. Siempre que el resíduo sea igual al triplo del cuadrado de la raiz hallada mas la unidad, ó mayor que este número, se le habrá dado alguna unidad de menos; y siempre que no se pueda verificar la resta se le habrá dado alguna unidad de mas.

P. Cómo se expresará el resíduo tambien por decimales?—R. Añadiendo al resíduo un número de ceros triplo del de las cifras decimales que se quieran sacar á la raiz, y de este modo se ejecuta la operacion por las reglas establecidas.

P. Cómo se extrae la raiz cúbica de un quebrado? —R. Extrayendo primero la del numerador y despues la del denominador; v. g.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

P. Si alguno de los términos ó los dos no tienen raiz exacta, de qué medios nos valdremos para extraérsela?—R. 1.º Cuando no la tiene el numerador, se le saca por aproximacion. 2.º Cuando no la tiene el denominador, se multiplican ambos términos por el cuadrado del denominador, y así se le extrae. 3.º Cuando ninguno de los términos la tiene exacta, se multiplican ambos tambien por el cuadrado del denominador, y en esta forma se extrae.

P. Cómo se extrae la raiz cúbica de un número decimal?—R. Lo mismo que si fuese un entero, pero haciendo que la cantidad decimal tenga un número de cifras triplo de las que se quieran sacar á la raiz, lo que se consigue con añadir á su derecha los ceros que sean necesarios.

SEGUNDA PARTE.

CAPITULO I.

Razones y proporciones.

P. Qué es razon?—R. El resultado de la comparacion que se hace entre dos números de una misma especie.

P. Cómo se llaman estos dos números? - R. El primero se llama *antecedente*, el segundo *consecuente*, y ambos juntos *términos de la razon*.

P. De cuántos modos puede ser la razon?—R. De dos: *aritmética* ó por *diferencia*, y *geométrica* ó por *cuociente*.

P. Qué es razon aritmética?—R. La diferencia que resulta entre antecedente y consecuente.

P. Cómo se halla la razon aritmética?—R. Restando el término menor del mayor.

P. Qué es razon geométrica?—R. El cuociente que resulta de dividir el antecedente por el consecuente.

P. Cómo se halla la razon geométrica?—R. Partiendo el antecedente por el consecuente.

P. Cómo se indica la razon aritmética?—R. Poniendo un punto entre antecedente y consecuente; v. g. 4.2, que se lee, *cuatro es á dos*.

P. Cómo se indica la razon geométrica?—R. Escribiendo el antecedente y despues el consecuente interpuestos dos puntos; v. g. 6 : 3, lo que se lee, *seis es á tres.*

P. De cuántas maneras puede ser la razon geométrica?—R. De tres: de mayor desigualdad, de menor desigualdad y de igualdad.

P. Qué es razon geométrica de mayor desigualdad? —R. Aquella cuyo antecedente es mayor que el consecuente, como 8 : 4.

P. Qué es razon de menor desigualdad?—R. Aquella cuyo antecedente es menor que el consecuente, como 4 : 8.

P. Y la razon de igualdad?—R. La que tiene el antecedente igual al consecuente, como 8:8.

P. Qué es proporcion?—R. La comparacion de dos razones iguales.

P. Cómo se indican las proporciones?—R. La aritmética con dos puntos entre primera y segunda razon, y la geométrica con cuatro, que en ambas se lee, *como*, v. g. 8.6:4.2, y 8:2::12:3.

P. Cómo se llaman los cuatro números que entran en una proporcion?—R. El primero y cuarto se llaman *extremos*, y el segundo y tercero *medios*.

P. Cómo se forma una proporcion con dos números dados, ó con una sola razon?—R. Si la proporcion que se quiere formar es aritmética, se añadirá á cada término de la razon dada una misma cantidad, y las sumas respectivas formarán la segunda razon; y si es geométrica, se multiplican ó parten por un mismo número, y los respectivos productos ó cuocientes serán los términos de la razon que se busca.

P. En qué se dividen las proporciones geométricas?—R. En discretas y contínuas.

P. Qué es proporcion discreta?—R. Aquella cuyos medios son diferentes; v. g. 8:2::12:3.

P. Qué es proporcion contínua?—R. Aquella cuyos medios son unos mismos, como 8:4::4:2.

P. Cómo se escribe abreviadamente una proporcion contínua?—R. Poniendo antes el signo de continuidad que consiste en una raya horizontal con dos puntos por encima y otros dos por debajo, á seguida el primer término, luego un solo medio y despues el otro extremo, separados con dos puntos; v. g.

La proporcion contínua 12:6::6:3, escrita abreviadamente, será:

$$\div\!\!\div 12:6:3;$$

cuyo signo indica que el segundo término se ha de repetir, leyendose si se quiere, 12 es á 6 es á 3.

P. Cuál es la propiedad fundamental de toda proporcion?—R. En la aritmética, que la suma de los extremos sea igual á la de los medios, y en la geométrica que el producto de los extremos lo sea igualmente al de sus medios.

P. Qué resulta de la propiedad fundamental de toda proporcion geométrica?—R. Que conocidos que sean tres términos de una proporcion, podemos conocer el cuarto.

P. Con qué signo se indica el término desconocido de una proporcion?—R. Con una letra del alfabeto, que comunmente es la x, destinada á representar las cantidades desconocidas.

P. Cómo se halla un cuarto término proporcional geométrico cuando solo se conocen tres?—R. Si el término que se busca es un extremo, se hallará partiendo el producto de los medios por el otro extremo; y si es un medio se multiplican los extremos y el producto se parte por el medio conocido, y en ambos casos el cuociente que resulte será el cuarto término que se busca; v. g.

En la proporcion 9:12::36:x, en que se desconoce un extremo, como se sabe que $9\times x$, términos extremos, ha de ser igual á 12×36, términos medios, tendremos que

$$x=\frac{12\times 36}{9}=48:$$

luego siendo 48 el valor de x, la proporcion será, hallado su cuarto término:

$$9:12::36:48.$$

Y en esta otra $6:x::12:4$, en que el término incógnito es un medio, por la misma razon, será:

$$x=\frac{6\times 4}{12}=2;$$

luego siendo tambien 2 el valor de x, la proporcion será:

$$6:2::12:4.$$

P. Cómo se hallará el cuarto término de una proporcion contínua?—R. Si el término que se busca es un extremo, se hallará partiendo el cuadrado del término medio por el extremo conocido, y el cuociente sera el extremo que se busca; y si es un medio, este será la raiz cuadrada del producto de los extremos; v. g.

En la proporcion contínua $8:4::4:x$, ó $\div\!\!\div 8:4:x$, en que el término incógnito es un extremo, será:

$$x=\frac{4^2}{8}=2;$$

en que se ve que 2 es el valor de x, y la proporcion será:

$$8:4::4:2, \text{ ó } \div\!\!\div 8:4:2.$$

Y en esta. $12:x.:x:3$, ó ∺$12:x:3$, en que el término desconocido es un medio, será:

$$x=\sqrt{12\times3=36}=6;$$

luego siendo 6 el valor de x, la proporcion será:

$$12:6::6:3,\ \text{ó}\ ∺12:6:3$$

P. Qué es alternar una proporcion?—R. Alternar es comparar antecedente con antecedente, ó hacer que los medios ó los extremos muden de lugar.

P. Qué es invertir?—R. Comparar consecuente con antecedente, ó hacer que los términos medios ocupen el lugar de los extremos, y los extremos el lugar de los medios.

P. Segun esto, qué transformaciones puede sufrir una proporcion sin que esta deje de subsistir?—R. Alternando é invirtiendo sucesivamente sus términos, pueden hacerse hasta siete transformaciones, sin alterar en nada su propiedad fundamental, de que el producto de los extremos sea igual al de los medios; v. g.

De la proporcion 6:3::4:2, alternada é invertida, resultan las siguientes transformaciones:

Proporcion primitiva...	....	6:3::4:2	
Transformacion.........	1.ª.......	6:4::3:2	alternada.
	2.ª.......	4:6::2:3	invertida.
	3.ª	4:2::6:3	alternada.
	4.ª.......	2:4::3:6	invertida.
	5.ª.......	2:3::4:6	alternada.
	6.ª.......	3:2::6:4	invertida.
	7.ª	3:6::2:4	alternada.

P. Tienen las proporciones algunas otras propiedades que convenga conocer?—R. Si, y entre ellas las principales son:

1.ª Una proporcion no se altera aunque se multipliquen ó partan por un mismo número sus dos primeros términos, ó sus dos últimos.

2.ª Una proporcion no se altera aunque se multipliquen ó partan por un mismo número sus dos antecedentes, ó sus dos consecuentes.

3.ª Un número cualquiera de proporciones colocadas unas debajo de otras, si se multiplican por su órden sus términos correspondientes, los diferentes productos que resulten estarán en proporcion.

CAPITULO II.

De la regla de tres.

P. Qué es regla de tres?—R. Una proporcion que enseña á determinar los efectos por medio de las causas ó las causas por medio de los efectos, cuando se conoce la dependencia que tienen entre sí.

P. De qué partes ha de constar toda cuestion que conduzca á una regla de tres?—R. De dos, llamadas *supuesto y pregunta*: el supuesto lo constituyen los términos que expresan la causa y efecto que de esta depende, y la pregunta la causa ó efecto que se dá para determinar el efecto ó causa que se busca; v. g.

En la cuestion: si 7 hombres en un dia hacen 42 metros de obra, 9 hombres en el mismo tiempo, cuántos metros harán? Se vé que los términos 7 hombres y 42 metros forman el supuesto por ser la causa y efecto dependientes entre sí; y el término 9 hombres constituye la pregunta, puesto que es la causa que se dá para buscar su efecto.

P. En qué se divide la regla de tres?—R. En simple y compuesta.

P. Cuál es la regla de tres simple?—R. La que solo consta de tres términos conocidos.

P. Cuál es la compuesta?—R. La que tiene mas de tres términos conocidos; pero que dos son principales, otro relativo á uno de estos, y los demás condiciones de los principales.

P. De cuántos modos puede ser la regla de tres simple?—R. De dos: directa é inversa.

P. Cuál es la directa? —R. Aquella en que se trata de averiguar el efecto producido por una causa, ó la causa que produce un efecto cuando se conoce el efecto producido por una causa de la misma especie.

P. Cuál es la inversa? R. Aquella en que se trata de averiguar la causa que se necesita para producir, junta con otra dada, el mismo efecto que han producido ya otras dos causas de la misma especie.

P. De qué modo se planteará la proporcion para resolver una regla de tres simple cualquiera?—R. Como en toda cuestion de esta clase, ya sea directa, ya inversa, se nos dán tres términos, de los cuales dos son siempre de una misma especie, llamados principales, y el otro relativo á uno de estos y de la especie del que se busca, examinaremos primero si el término desconocido ha de ser mayor ó menor que su correspondiente conocido; y ya cerciorados, plantearemos en todo caso la proporcion, comparando en primera razon los términos de una misma especie, ordenados de manera, que vayan de menor á mayor, si el término que se busca ha de ser mayor que su correspondiente en especie, y al contrario si ha de ser menor; dejando para antecedente de segunda razon el término que sea de la especie del que se trata hallar; v. g.

1.° En esta cuestion directa: si 7 hombres en un dia han hecho 42 metros de obra, 9 hombres en el mismo tiempo, cuántos metros harán? Se vé en primer lugar que 7 hombres y 9 hombres son los términos de una misma especie, y los 42 metros, relativo á los 7 hombres, es de la especie del que se busca; en segundo, que habiendo hecho 7 hombres 42 metros de obra, 9 hombres han de hacer mayor número de metros; luego los términos de una misma especie, 7 hombres y 9 hombres que han de compararse en primera razon, deberán ordenarse de menor á mayor, colocando por anteced nte de segunda el término 42 metros, y así quedará planteada la proporcion en esta forma:

$$7h:9h::42m:x$$

En la que ejecutando la operacion correspondiente para hallar el cuarto término, será:

$$x=\frac{9\times42}{7}=54$$ metros, que harán 9 hombres.

2.° Y en esta otra llamada inversa: si 8 hombres en 9 dias hacen una obra, para hacer la misma obra en 6 dias, cuántos hombres se necesitarán? Se vé tambien que 9 dias y 6 dias son los términos de una misma especie, y los 8 hombres de la especie del que se busca; y que disminuyendo el número de dias que se ha de trabajar para hacer la misma obra que 8 hombres han hecho en 9 dias, el número de hombres que se pide ha de ser mayor que el de los 8 hombres de la propuesta, luego por lo dicho en la cuestion anterior, los términos de la proporcion se ordenarán tambien de menor á mayor en esta forma:

$$6d:9d::8h:xh$$

Y ejecutando las operaciones convenientes para hallar el cuarto término, será:

$$x=\frac{9\times8}{6}=12$$ hombres que se necesitan.

P. Cómo se resuelve la regla de tres compuesta?-R. Multiplicando los términos principales por sus condiciones queda reducida á simple y como tal se resuelve, teniendo en cuenta las reglas dadas para este de comparar en primera razon los términos de una misma especie, ordenándolos de menor á mayor ó de mayor á menor, segun que el término que se busca haya de ser mayor ó menor que su correspondiente conocido; v. g. (1)

Si 3 yuntas en 7 dias aran 9 hectáreas, 7 yuntas en 9 dias, cuántas hectáreas ararán? En esta cuestion se vé que siendo las 3 yuntas y 7 yuntas los términos principales de una misma especie, el primero tiene por condicion 7 dias y el segundo 9 dias: y que si las 3 yuntas en 7 dias han arado 9 hectáreas de tierra, las 7 yuntas en 9 dias han de arar mayor número de hectáreas; luego la regla de tres puesta en proporcion, será:

$$3\times7:7\times9::9:x$$

En la que practicando las operaciones indicadas para hallar el cuarto término, será:

$$x=\frac{7\times9\times9}{3\times7}=\frac{567}{21}=27 \text{ hectáreas que}$$

han de arar las 7 yuntas en los 9 dias.

CAPITULO III.

De la regla de compañía.

P. Qué es regla de compañía?—R. La que determina la parte de pérdida ó ganancia que toca á cada uno de varios asociados, que juntan sus caudales para alguna especulacion á proporcion del caudal de cada uno.

P. De cuántas maneras puede ser la regla de compañía?—R. De dos: simple y compuesta.

(1) Téngase presente que esta comparacion y ordenamiento de términos, es la que seguimos en toda cuestion que dé lugar á una regla de tres.

P. Cuándo será la regla de compañía simple?—R. Cuando los caudales permanezcan un mismo tiempo en el fondo comun.

P. Cuándo será compuesta?—R. Cuando los caudales no permanezcan todos un mismo tiempo en el fondo.

P. Cómo se resuelve la regla de compañía simple? R. Formando para cada asociado una proporcion, en la que la suma de los capitales puestos, es el capital de cada socio, como la ganancia ó pérdida total, es á la ganancia ó pérdida que corresponde á cada asociado; v.g.

Tres sugetos hicieron compañia para una especulacion de comercio: el uno puso en fondo 180 pesos, otro 150 y otro 120; con cuyo capital de 450 pesos, ganaron 670 pesos: para saber la ganancia que corresponde á cada uno, se formará la proporcion para cada asociado de esta manera:

Para el 1.º $450:180::670::x$ ó sea:

$$x=\frac{180\times670}{450}=\frac{126600}{450}=268 \text{ pesos.}$$

Para el 2.º $450:150::670:x$; ó sea:

$$x=\frac{150\times 670}{450}=\frac{100500}{450}=223\frac{1}{3}\text{ ps.}$$

Para el 3.º $450:120::670:x$; ó sea:

$$x=\frac{120\times670}{450}=\frac{80400}{450}=178\frac{2}{3}\text{ ps.}$$

P. Cómo se resuelve la regla de compañía compuesta?—R. Multiplicando el capital de cada asociado por el tiempo que le tuvo en fondo, queda reducida á simple y como tal se resuelve; v. g.

Sea el mismo caso anterior, con la diferencia de que el primer asociado tuvo su capital 5 meses en fondo, el segundo 4 meses y el tercero 3 meses; y siguiendo las mismas reglas, las proporciones serán:

Para el 1.° $1860:180\times5::670:x$; ó sea:

$$x=\frac{180\times5\times670}{1860}=\frac{603000}{1860}=324\frac{6}{31}\text{ ps.}$$

Para el 2.° $1860:150\times4::670:x$; ó sea:

$$x=\frac{150\times4\times670}{1860}=\frac{402000}{1860}=216\frac{4}{31}\text{ ps.}$$

Para el 3.° $1860:120\times3::670:x$; ó sea:

$$x=\frac{120\times3\times670}{1860}=\frac{241200}{1860}=129\frac{21}{31}\text{ ps.}$$

P. En qué se prueba la regla de compañía?—R. En que la suma de los términos hallados sea igual al total de ganancia ó pérdida.

CAPITULO IV.

De la regla de interés.

P. Qué es regla de interés?—R. La que conduce á determinar el interés de un capital dado al tanto por ciento anual.

P. De cuántos modos es la regla de interés? —R. De dos: de interés simple y de interés compuesto.

P. Qué es regla de interés simple?—R. La que determina el interés que solo corresponde al capital.

P. Cuál es la regla de interés compuesto?—R. La que no solo determina el interés del capital, sino tambien el que corresponde al interés, cuando el capital se impone por dos ó mas años.

P. Qué casos presenta la regla de interés simple?—R. Tres: 1.° Que dados el capital y el tanto p°/₀ se trate de averiguar los réditos de este capital.

2.° Que dados el tanto p°/₀ y el interés del capital, se quiera hallar el capital.

3.° Que dados el capital y sus réditos, se quiera averiguar el tanto p°/₀ á que ha estado impuesto dicho capital.

P. Dados el capital y el tanto p°/₀, cómo se hallarán los réditos del capital? —R. Formando una proporcion en que el número 100 sea al capital, como el tanto p°/₀ es á los réditos que correspondan al capital; v. g. Un capital de 68400 reales, cuánto redituará en un año, impuesto á razon de un 6 p°/₀ anual?—Segun lo dicho, la proporcion será:

$$100:68400::6:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{68400\times6}{100}=\frac{410400}{100}=4104 \text{ rs., réditos del capital.}$$

P. Dados que sean los réditos del capital y el tanto p°/₀, cómo hallaremos este capital?—R. Ordenando la proporcion de manera que el tanto p°/₀ sea á los réditos del capital, como el número 100 es al capital que se busca; v. g.

Para ganar en un año 6840 reales de réditos á razon de un 6 p°/₀ anual, qué capital deberá imponerse? Ordenando la proporcion como se ha dicho, será:

$$6:6840::100:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{6840\times100}{6}=\frac{684000}{6}=114000$$ reales, capital que deberá imponerse.

P. Y dados el capital y sus réditos, cómo averiguaremos el tanto p°/₀ á que sale impuesto el capital?—R. Ordenando tambien la proporcion en términos que el capital sea al número 100, como los réditos del capital á los que correspondan al número 100; v. g.

Un capital de 86000 reales, ha ganado en un año 5160 reales de réditos, á que tanto p°/₀ ha estado impuesto este capital? Ejecutando lo dicho, será la proporcion:

$$86000:100::5160:x, \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{5160\times100}{86000}=\frac{516000}{86000}=6$$ reales, tanto p°/₀ á que sale impuesto el capital.

P. Cuando el tiempo porque un capital se impone á réditos, esté expresado por un complejo de años, meses y aun dias, cómo se resolverá la regla de interés?—R. Como en este caso el interés que se busca es proporcional al tiempo, se reducirá este, en ambos términos principales, á una misma denominacion, es decir, á meses ó dias, segun convenga á la propuesta, y de este modo la regla se resolverá como una de tres compuesta; v. g.

En la cuestion: un capital de 5000 reales, impuesto á réditos á razon de un 5 p°/₀ anual, cuánto ganará al cabo de 5 años, 2 meses y 12 dias? Se ve que el tiempo del número 100, término principal del supuesto, es distinto del que permanece el capital 5000, término principal de la pregunta, pues que el primero está expresado por solo un año, y el segundo lo está por el complejo 5 años, 2 meses y 12 dias; en cuyo caso hay que reducir estas distintas unidades de tiempo á una misma denominacion, esto es, á dias; y como para estas cuestiones se considera el año de 360 dias, quedará la propuesta transformada en una regla de tres compuesta, diciendo: si con 100 rs. en 360 dias, á que equivale un año, se ganan 5 reales, con 5000 reales en 1872 dias, á que equivalen los 5 años, 2 meses y 12 dias, cuántos reales se ganarán? Cuya regla, que nos servirá de ejemplo para todos los casos que puedan ocurrir, puesta en proporcion y resuelta, será:

1.° $100\times360:5000\times1872::5:x$; ó sea:

$$x=\frac{5000\times1872\times5}{100\times360}=\frac{46800000}{36000}=1300 \text{ reales que}$$

ganarán los 5000 reales en 5 años, 2 meses y 12 dias.

2.° Para hallar el capital, dados el tanto p°/₀, el interés del capital y el tiempo, será:

$5:1300::100\times360:x\times1872$; ó sea:

$$x=\frac{1300\times100\times360}{1872\times5}.=\frac{46800000}{9360}=5000, \text{ capital}$$

impuesto.

3.° Para hallar el tanto p°/₀, dados el capital, el tiempo y el interés del capital, será:

$5000\times1872:100\times360::1300$: ó sea:

$$x=\frac{100\times360\times1300}{5000\times1872}=\frac{46800000}{9360000}=5 \text{ reales, tanto}$$

p°/₀ á que sale el capital.

4.° Y para averiguar el tiempo de la imposicion, dados el capital, el tanto p°/₀ y el interés del capital, será:

$$5:1300::100\times360:5000\times x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{1300\times100\times360}{5000\times5}=\frac{46800000}{25000}=1872 \text{ dias, ó } 5$$

años, 2 meses, 12 dias, tiempo que duró la imposicion.

P. Cómo se resuelve la regla de interés compuesto?—R. Esta regla puede resolverse por dos distintos métodos.

1.° Fórmense tantas proporciones cuantos sean los años que dure la imposicion, añadiendo al capital en el segundo año los réditos que haya ganado en el primero, en el tercero los del segundo, y así resultará en el último el interés compuesto de dicho capital; v. g.

Un capital de 2800 reales, impuesto á réditos á razon de un 5 p°/₀ anual, que deberá ganar al cabo de tres años á interés compuesto? Siendo tres los años de la imposicion, formaremos igual número de proporciones de esta manera:

1.ª $100:2800::5:x$; ó sea:

$$x=\frac{2800\times5}{100}=\frac{14000}{100}=140 \text{ rs. el 1.}^{\text{r}} \text{ año.}$$

2.ª $100:2800+140::5:x$ ó sea:

$$x=\frac{2800+140\times5}{100}=\frac{14700}{100}=147 \text{ rs. el } 2.^{o}$$

3.ª 100:2800+140+147::5:x; ó sea:

$$x=\frac{2800+140+147\times5}{100}=\frac{15435}{100}=154,35 \text{ rs. el } 3.^{o}$$

Total réditos en los tres años....441,35 reales.

2.º *método.* Multiplíquese el capital impuesto por la unidad, mas por el interés de un real al año, tantas veces cuantos sean los años de la imposicion, teniendo en cuenta que el primer producto, que expresará el capital é interés del primer año, ha de entrar por factor en la multiplicacion del segundo, el de esta en la del tercero; y siguiendo así sucesivamente, cada producto expresará el capital é interés compuesto del año á que corresponda; v. g.

Para resolver por este método la cuestion anterior, averiguaremos primero el interés de un real al año, y como 100 rs. ganan 5 rs., un real ganará 0,05 de real; luego practicando lo dicho tendremos:

Para el 1.r año. 2800×1,05=2940 reales.
Para el 2.º año. 2940×1,05=3087 id.
Para el 3.º año. 3087×1,05=3241,35 id.

De cuyo procedimiento resulta, que si de 3241,35 reales, producto de la tercera multiplicacion, que expresa el capital é interés compuesto al cabo de los tres años, rebajamos 2800 reales de capital, nos dará por diferencia los mismos 441,35 reales de interés compuesto que nos resultaron por el método anterior.

CAPITULO V.

De la regla de descuento.

P. Qué es regla de descuento?—R La que determina la rebaja que debe hacerse al valor nominal de una letra, que por pagarse antes del tiempo de su vencimiento se le descuenta un tanto p°/₀ de interés en proporcion al tiempo que se anticipa su pago.

P. Cuántas clases hay de descuento?—R. Dos: descuento de interés simple, y descuento de interés compuesto.

P. Cuál es la regla de descuento de interés simple? R. La que determina el descuento de interés simple del valor nominal de una letra.

P. Cuál es la regla de descuento de interés compuesto?—R. La que determina el descuento de interés compuesto, que comprende el interés del valor nominal de la letra, mas el del interés del interés de este valor nominal.

P. Cómo se resuelve la regla de descuento de interés simple?—R. Hallando, por medio de una regla de interés simple, el que corresponde al valor nominal de la letra, y rebajándole de dicho valor; v. g.

Una letra de 6000 rs., cuyo plazo no vence hasta pasado un año, qué rebaja deberá hacerse á su valor nominal, si se realiza su pago en el acto, abonando por este anticipo el tenedor de la letra un 5 p°/₀ de descuento de interés simple? Como en este caso el anticipo es de un año, se ordenará la proporcion como en una regla de interés simple, diciendo:

$$100:6000::5:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{6000\times 5}{100}=\frac{30000}{100}=300$$ reales que deberán rebajarse de los 6000 reales, valor de la letra.

Si se quiere hallar el valor actual de la letra, deducido el interés simple, como por cada 100 reales recibe el tenedor 100—5 reales, diremos:

$$100:100-5::6000:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{6000\times 95}{100}=\frac{570000}{100}=5700 \text{ reales, valor actual.}$$

P. Cómo se resuelve la regla de descuento de interés compuesto?—R. Formando una proporcion, en la que el número 100, mas el tanto p°/o, es al valor nominal de la letra, considerado como capital é interés, como el número 100 es al valor actual, deducido el interés compuesto; v. g.

En una letra de 5000 reales, cuyo vencimiento es al cabo de un año, qué rebaja deberá hacerse á su valor nominal, si su pago se hace en el acto con descuento de un 6 p°/o de interés compuesto? Siendo el tiempo del anticipo un año, diremos:

$$100+6:5000::100:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{5000\times 100}{100+6}=\frac{500000}{106}=4716\frac{52}{53}$$ reales, valor actual de la letra, deducido el descuento.

Y si se quiere hallar directamente el descuento, será;

100+6:6::5000:x ó sea;

$$x=\frac{5000\times 6}{100+6}=\frac{30000}{106}=283\frac{1}{53}\text{ reales, descuento de in-}$$

terés compuesto, que debe hacerse de los 5000 rs.

P. Cuando el tiempo que se anticipa el pago de una letra sea menos de un año, cómo se resolverá la regla de d scuento?—R. Calculando el interés que corresponde á 100 reales en el tiempo del anticipo, y hallado, se ordena la proporcion como en los casos anteriores; v. g.

Cuál será el valor actual de una letra de 8000 reales que se paga 8 meses antes de su vencimiento, y que por este anticipo se le descuenta á su valor nominal un 6 p°/₀ de interés compuesto? Como el descuento es solo por 8 meses, se averiguará el interés que corresponde á 100 reales en este tiempo, diciendo: 12 meses : 8 meses :: 6 reales : x=4 reales; luego siendo 4 rs. el interés de 100 rs. en los 8 meses, la regla será:

100+4:8000::100:x; ó sea:

$$x=\frac{8000\times 100}{100+4}=\frac{800000}{104}=7692\frac{4}{13}\text{ reales, valor ac-}$$

tual de la letra.

Y si se quiere hallar directamente el descuento, será:

100+4:4::8000:x; ó sea;

$$x=\frac{8000\times 4}{100+4}=\frac{32000}{104}=307\frac{9}{13}\text{ reales, descuento que}$$

debe hacerse á los 8000 rs.

CAPITULO VI.

De la regla de falsa posicion.

P. Qué es regla de falsa posicion?—R. Una operacion por la cual hallamos un número que se busca por medio de otro falso que se supone.

P. De cuántas maneras puede presentarse esta cuestion?—R. De dos: la una, en que se dan las partes del número que se busca, y la otra, en que solo se dá el número para hallar sus partes.

P. Cómo se resuelven estas cuestiones?—R. En ambos casos, formando una proporcion, en que las propiedades del número supuesto sean al número supuesto, como las del número pedido son al número pedido; v. g.

Primer caso. Se quiere hallar un número cuya mitad, tercera y cuarta parte sumen 65. Para esto se busca un número que tenga mitad, tercera y cuarta parte; y como el 12 las tiene, sumadas estas, será: $6+4+3=13$; con esta suma de partes, el supuesto 12 y el número dado 65, se forma la proporcion y será:

$$13:65::12:x;$$ ó sea:

$x=\frac{65\times12}{13}=\frac{780}{13}=60$, número pedido; cuya mitad 30, tercera parte 20 y cuarta parte 15, suman el número dado 65.

P. Cuando por el cálculo mental no sea fácil encontrar el número supuesto que tenga las mismas partes alicuotas que exija la cuestion propuesta, cómo le hallaremos?—R. Constituyendo en quebrados las partes alicuotas dadas, y reduciéndolos á comun denominador, este será el número supuesto que se busca, y cada numerador su parte alicuota respectiva; v. g.

Proponiéndonos hallar un número cuya 3.ª 5.ª y 7.ª parte sumen 180, supondremos otro número que tenga estas mismas partes alicuotas; y como por cálculo mental no es fácil averiguar cual sea este número, se reducirán á comun denominador los quebrados que constituyen las partes dadas $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}$, y quedarán convertidos en estos otros: $\frac{35}{105}+\frac{21}{105}+\frac{15}{105}$. Ahora, con el número 71, suma de los numeradores, partes alicuotas del denominador comun, el número dado 180, y el mismo denominador comun, se ordenará la proporcion para hallar el número que se pide, en esta forma:

$$71:180::105:x; \text{ ó sea:}$$

$x=\frac{180\times105}{71}=\frac{18900}{71}=266\frac{14}{71}$, número pedido, cuya tercera parte $88\frac{52}{71}$, quinta parte $53\frac{17}{71}$ y séptima parte $38\frac{2}{71}$, suman 180, número dado.

Segundo caso. Tres sugetos han convenido distribuir entre sí 450 pesos, de modo que el segundo perciba doble que el primero, y el tercero tres veces mas que el segundo. Como en este caso solo se da el número, y lo que se desea es saber las partes que de él han de hacerse, ó lo que toca á cada uno, que es lo contrario del caso anterior, se supone que al primero le tocan 6, al segundo 12 y al tercero 36; y como la suma de estas partes supuestas equivale al todo que ha de distribuirse, se dirá: $6+12+36=54$; con cuya suma de partes supuestas, el número dado 450 pesos, y el primer supuesto 6, se planteará una proporcion, que dará por cuarto término hallado, el número de pesos que pertenecen al primer sugeto, y por este pueden calcularse los que corresponden á cada uno de los otros dos, en esta forma:

$$54:450::6:x; \text{ ó sea:}$$

$$x=\frac{450\times6}{54}=\frac{2700}{54}=\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 50 \text{ p.}^{s} \text{ pte. del } 1.^{o}$$

Teniendo el 2.° doble que el 1.°,
será: $50\times2=$...................... 100 p.ˢ pte. del 2.°
Y siendo el 3.° triplo del 2.°,
será: $100\times3=$...................... 300 p.ˢ pte. del 3.°

Cuya suma de partes componen los 450 pesos distrib.ˢ

CAPITULO VII.

Regla de aligacion.

P. Qué es regla de aligacion?—R. La que determina el precio medio á que ha de venderse la unidad de una mezcla de géneros de una misma especie y de distinto precio cada uno, ó la cantidad relativa en que estos géneros han de mezclarse para vender la unidad á un precio medio dado.

P. Segun esto, de cuántos modos es la regla de aligacion?—R. De dos: *medial* y *alternada*.

P. Cuál es la medial?—R. La que determina el precio medio á que ha de venderse una unidad de la mezcla de varios géneros de una misma especie, siendo cada uno de distinto precio.

P. Cómo se resuelve?—R. Multiplicando cada cantidad de que se compone la mezcla por su respectivo precio, la suma de estos productos se parte por la suma de las cantidades de la mezcla, y el cuociente expresará el precio á que ha de venderse la unidad; v. g.

Para saber á como ha de venderse una arroba de arroz, habiendo mezclado con 3 arrobas de á 28 rs., 5 arrobas de 24 rs., y 8 arrobas de 18 rs., será:

$$\left.\begin{array}{l}3\times28=84\\5\times24=120\\8\times18=144\end{array}\right\}=\frac{348}{16}=21\frac{3}{4}$$

, rs., precio á que ha de

$$\overline{16}$$

venderse la arroba.

P. Cuál es la regla de aligacion alternada?—R. La que determina la cantidad que de cada género ha de entrar en la mezcla para vender la nnidad á un precio medio dado.

P. Cómo se resuelve la regla de aligacion alternada?—R. Si fuesen solo dos los géneros que han de mezclarse, se escribe el precio inferior debajo del superior, y á la izquierda de ambos el precio medio; se resta el precio inferior del precio medio, y la diferencia se escribe á la derecha del precio superior; despues se resta el precio medio del superior, y su diferencia se coloca á la derecha del precio inferior; y en este caso cada una de estas restas expresará la porcion que entra en la mezcla del género que esté á su izquierda; v. g.

Habiendo arroz de 30 y 18 reales arroba, qué porcion deberá mezclarse de cada uno para vender la arroba á 23 reales? Planteada la operacion como se ha dicho, será:

$$\text{Precio medio } 23.\left\{\begin{array}{l}30\ldots\ldots\ 5,\ \text{porcion de uno.}\\ 18\ldots\ldots\ 7,\ \text{porcion de otro.}\end{array}\right.$$

De cuya operacion resulta, que para vender la arroba de arroz á 23 reales, se ha de mezclar con cada 5 arrobas del de á 30 reales, 7 arrobas del de 18 rs.

P. Si fuesen mas de dos los géneros que han de mezclarse, cómo se resolverá la cuestion?—R. En este caso se llama la regla de aligacion alternada *directa* ó *inversa.*

P. Cuál es la directa?—R. Aquella en que solo uno de los precios de los géneros es superior al precio medio.

P. Cuál es la inversa?—R. La que tiene dos ó mas de sus precios superiores al precio medio y uno inferior.

P. Cómo se resuelve la directa?—R. Dispuestos los precios de los géneros y el precio medio como se ha dicho, se escribe la resta de cada uno de los precios inferiores respecto del precio medio al lado del precio superior, y la del precio medio respecto del superior al lado de cada uno de los inferiores; v. g.

Habiendo vino de 17, de 12 y de 7 reales arroba, en qué proporcion deberán mezclarse para vender la arroba á 14 reales? Planteada la operacion y hecha como se ha dicho, será:

$$\text{Precio medio } 14\left\{\begin{array}{l}17.7+2=9\\ 12\ldots\ldots\ldots 3\\ \ \ 7\ldots\ldots\ldots 3\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Precio que ha de}\\ \text{mezclarse de cada pre-}\\ \text{cio.}\end{array}$$

P. Cuando dos de los precios de los géneros sean superiores al precio medio, y otros dos inferiores, cómo se ejecutará la operacion?—R. Entonces se combinarán cada uno de los precios superiores con cada uno de los inferiores de un modo cualquiera, conforme al siguiente ejemplo:

Suponiendo que hay vino de á 23, de á 17, de á 12 y de á 10 reales arroba, y que se quiere hallar la relacion en que han de mezclarse estos distintos precios para vender la arroba á los mismos 14 reales, será:

Precio medio 14	23..........	2.........	6..........	4
	17..........	4.........	6..........	2
	12..........	9.........	6..........	3
	10..........	3.........	6..........	9

P. Cómo se resuelve la inversa?—R. Dispuestos del mismo modo los precios de los géneros y el precio medio, las restas del precio medio respecto de cada uno de los superiores se escribirán al lado del precio inferior, y la del precio inferior respecto del precio medio al lado de cada uno de los superiores; v. g.

Habiendo igualmente vino de 20, de 17 y de 9 rs. arroba, en qué proporcion deberán mezclarse para vender la arroba á los mismos 14 reales? Como esta operacion es inversa por tener dos de sus precios mayores que el precio medio, será:

Precio medio 14	20 5		Porcion que ha de mezclarse de cada precio.
	17 5		
	9 .6+3=9		

P. Qué otros casos pueden ocurrir en la regla de aligacion?—R. Pueden ocurrir: 1.º Que se pida una cantidad determinada de mezcla. 2.º Que se dé una cantidad fija de cualquiera de los géneros que hayan de mezclarse.

P. Cuando se pida una cantidad determinada de mezcla, cómo se obtendrá?—R. Despues de hallada, por la regla general, la relacion en que han de mezclarse los géneros para vender la unidad á un precio dado, se obtendrá la cantidad pedida, formando tantas proporciones, cuantos sean los distintos precios de la mezcla, poniendo en todos por primer término la suma total de mezcla obtenida, por segundo la cantidad pedida, por tercero la porcion hallada respectiva á cada precio, y el cuarto expresará la porcion que de cada precio ha de entrar en la mezcla para formar la cantidad pedida; v.g.

Si se nos dijese que con trigo de á 40, de á 34 y de á 18 rs. fanega, formásemos una mezcla de 114 fanegas para vender la fanega á 28 rs., ejecutaremos primero la regla general para saber la cantidad relativa en que estos distintos precios se han de mezclar, en esta forma:

$$\text{Precio medio } 28\left\{\begin{array}{l} 40.\;.\;.\;.\;.\;10 \\ 34.\;.\;.\;.\;.\;10 \\ 18.\;\;12+6=18 \end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Fanegas que han} \\ \text{de mezclarse de ca-} \\ \text{da precio.}\end{array}$$

Suma obtenida, 38 fanegas.

Ahora, puesto que ya se sabe que con cada 10 fanegas de trigo de á 40 y de á 34 reales, se han de mezclar 18 fanegas del de á 18 reales, y que la suma de este es solo de 38 fanegas, obtendremos las 114 pedidas, formando las tres siguientes proporciones, cuyo cuarto término expresará en cada una el número de fanegas que del precio respectivo ha de mezclarse para formar la suma de la cantidad pedida, de esta manera:

38 : 114 :: 10 : 30, fanegas de á 40 rs.
38 : 114 :: 10 : 30, id. de á 34 rs.
38 : 114 :: 18 : 54, id. de á 18 rs.

Cantidad pedida, 114 fanegas.

P. Y cuando se nos dé una porcion determinada de uno de los distintos precios que hayan de mezclarse, de qué manera se obtendrá la que corresponde á cada uno de los otros?—R. Ejecutada asimismo la regla general para hallar la relacion en que han de mezclarse los distintos precios para vender la unidad á un precio medio dado, se formarán despues tantas proporciones cuantos sean los demás precios que han de mezclarse con el de la porcion determinada, poniendo en todas por primer término la porcion que por la regla general haya correspondido al precio cuyo número de unidades se nos ha dado, por segundo la porcion determinada, por tercero la respectiva á cada uno de los demás precios, y el cuarto hallado expresará la porcion que de cada precio ha de mezclarse con la del que la tiene determinada; v. g.

Con 42 arrobas de azúcar de á 54 reales arroba, qué porcion deberá mezclarse de otra de á 44 reales para poder vender la arroba de mezcla á 48 reales? Ejecútese la regla para hallar la relacion en que estos dos distintos precios han de mezclarse, en esta forma:

Precio medio, 48 rs. $\left\{\begin{matrix} 54 \ldots 4 \\ 44 \ldots 6 \end{matrix}\right\}$ Porcion de uno y otro precio.

Y ya que sabemos que con cada 4 arrobas de azúcar de á 54 rs. se han de mezclar 6 de la de á 44 rs., para saber las que de esta se han de mezclar con las 42 de á 54 rs., formaremos la siguiente proporcion, y hallado su cuarto término, este expresará el número de arrobas que se busca, de este modo:

$$4:6::42:x; \text{ ó sea:}$$

$x = \frac{42 \times 6}{4} = \frac{252}{4} = 63$ arrobas de á 44 rs. que han de mezclarse con las 42 de á 54 rs. para vender la arroba á 48 rs.

FIN.

TABLA

de abreviaturas usadas en el sistema métrico, para expresar cada una de sus distintas unidades (*).

Mm.... miriámetro	mm.cc. milím. cúbico.
Km.... kilómetro	Kl...... kilólitro.
Hm.... hectómetro.	Hl...... hectólitro.
Dm.... decámetro.	Dl...... decálitro.
m...... metro.	l........ litro.
dm..... decímetro.	dl...... decílitro.
cm..... centímetro.	cl...... centílitro.
mm.... milímetro.	ml...... mililitro.
Ha..... hectárea.	T....... tonelada.
a....... área.	Q. m... quintal métrico.
ca...... centiárea.	Kg..... kilógramo.
m.c.... metro cuadrado.	Hg..... hectógramo.
dm.c... decím. cuadrado.	Dg..... decágramo.
cm.c... centím. cuadrado	g....... gramo.
mm.c.. milím. cuadrado.	dg...... decígramo.
m.cc... metro cúbico.	cg...... centígramo.
dm.cc. decím. cúbico.	mg..... milígramo.
cm.cc. centím. cúbico.	

(*) Para evitar las equivocaciones que puedan ocurrir entre las unidades que llevan antepuestas las palabras *deca* y *deci*, se ha adoptado el medio de escribir con mayúsculas las iniciales de los múltiplos, y con minúsculas las de los divisores.

TABLA

de abreviaturas usadas en el sistema métrico, para expresar cada una de sus distintas unidades (*).

Mm.... miriámetro.	mm.cc. milím. cúbico.
Km.... kilómetro.	Kl..... kilólitro.
Hm.... hectómetro.	Hl..... hectólitro.
Dm.... decámetro.	Dl..... decálitro.
m..... metro.	l...... litro.
dm.... decímetro.	dl..... decílitro.
cm.... centímetro.	cl..... centílitro.
mm.... milímetro.	ml..... mililitro.
Ha.... hectárea.	T...... tonelada.
a..... área.	Q. m... quintal métrico.
ca.... centiárea.	Kg.... kilógramo.
m.c.... metro cuadrado.	Hg.... hectógramo.
dm.c... decím. cuadrado.	Dg.... decágramo.
cm.c... centím. cuadrado	g...... gramo.
mm.c.. milím. cuadrado.	dg..... decígramo.
m.cc... metro cúbico.	cg..... centígramo.
dm.cc. decím. cúbico.	mg.... milígramo.
cm.cc. centím. cúbico.	

(*) Para evitar las equivocaciones que puedan ocurrir entre las unidades que llevan antepuestas las palabras deca y deci, se ha adoptado el medio de escribir con mayúsculas las iniciales de los múltiplos, y con minúsculas las de los divisores.