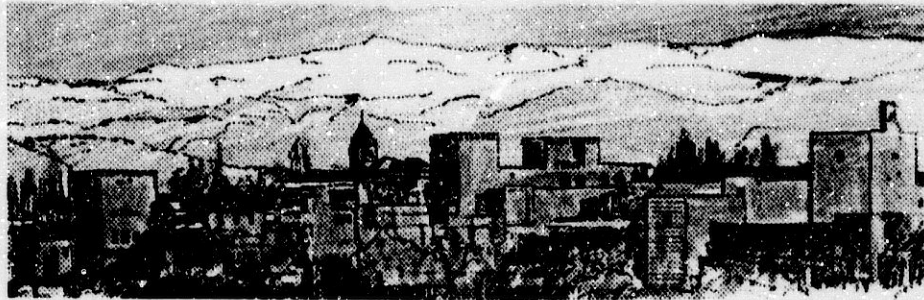


1 *Introducción*



1.- Introducción

Con la huida de Mahoma a la Meca en el año 622, nace una nueva religión: el Islam. Una serie de pueblos con unas ideas en común, lazos culturales y religiosos y un mismo idioma, dan lugar a un vasto imperio que se extiende desde la parte occidental de Asia hasta la Península Ibérica. Las peculiaridades de estos pueblos determinan un estilo propio de arte que se centra, prioritariamente, en las artes decorativas e industriales y en una arquitectura abierta muy singular: el arte islámico.

La expresión artística del Islam (arquitectura, artes menores, música, literatura...), de una gran belleza, fue producto y síntesis de intercambios culturales y de adaptación de elementos de muchas partes del mundo, al mismo tiempo que dejó huella por todo el Asia occidental, norte de África y sur de Europa.

Su arte mantiene las constantes impuestas por el Corán, donde las Tradiciones proféticas condenan a pintores y escultores a no utilizar la figura humana para representar a Al-lah en la decoración propia de la arquitectura religiosa (mezquitas y madrazas) ni en la del poder (palacios).

La decoración geométrica del arte islámico, surge como solución a esta limitación coránica. Obedece, fundamentalmente, a creencias religiosas y la simbología muestra a Al-lah como el ser supremo que no admite imperfección y cuyas partes son exactamente iguales por congruencia. En la decoración plana se representa en los mosaicos como demostración visual de unidad en la multiplicidad, reflejo de la unicidad y omnipresencia de Al-lah.

El color es la otra gran componente en la decoración. El color como tal depende físicamente de una determinada longitud de onda, porque es esencialmente luz; de manera que el término luz equivale a la expresión color-luz.

Color-luz como efecto de radiaciones visibles que forman parte del espectro electromagnético. La longitud de las ondas luminosas y su amplitud son las magnitudes que definen un color físicamente, pero la experiencia sensorial que produce esa luz es mucho más tangible e inmediata que esas formalizaciones científicas y requiere ser expresada a través de sus propiedades sensoriales: el matiz, el brillo y la saturación del color.

El color no sólo tiene asignado el papel ornamental. De todos es sabido que sin luz no hay color; es decir, el colorido se debe a la existencia de la luz. Al-lahes invocado en el Corán en múltiples ocasiones como la LUZ, por tanto la percepción del color es posible porque Al-lah está presente.

La Península Ibérica permaneció bajo el Islam durante casi ocho siglos, (desde 711 a 1492), y durante la mayor parte de este largo período, a pesar de las repetidas guerras internas y convulsiones, al-Andalus fue con mucho, el país más avanzado de Europa y puente cultural entre Asia y África.

Desde sus comienzos, en el emirato de Córdoba, independiente del abasí de Bagdad, en el siglo VIII, hasta su punto cumbre en el reino nazarita de Granada, pasando por el esplendor del Califato Omeya de Córdoba, florecieron las ciencias y las letras. El Reino Nazarita fue el único estado que sobrevivió a la conquista cristiana. Su fundador pudo crear un reino en el extremo sur de al-Andalus que abarcaba una estrecha franja a lo largo de la costa desde Tarifa (Oeste) hasta más allá de Almería (Este), y desde el Mediterráneo (Sur) hasta un poco más arriba de Granada por el Norte. El reino de Granada se convirtió en una gran metrópoli bajo el gobierno de Ibn Nasr, quien la dotó de numerosas mezquitas nuevas, edificios y baños públicos. Eligió una explanada en las colinas al suroeste de la ciudad, que fue ya fortaleza (llamada Al-Hamra) y comenzó la construcción de un magnífico palacio que se conoció por el mismo nombre.

La Alhambra nazarí contaba con un pueblo avanzado, social y científicamente hablando. No existen prácticamente documentos del legado cultural de aquellos granadinos, aunque sí sabemos que en matemáticas estudiaron a Euclides (así, la Geometría fue analizada desde un punto de vista teórico, enriqueciéndose con distintas generalizaciones y estudios críticos) y a Ptolomeo, para avanzar en astronomía, y que su aritmética, basada en un principio posicional, estaba importada de la India.

Sin embargo, trataremos de poner de manifiesto en esta Memoria que las aportaciones más interesantes de época andalusí en Geometría aplicada a la Arquitectura, fueron de tipo empírico. Las teorías se derivaban de la práctica, y a su vez se convertían en la base de nuevas prácticas.

El caso que nos interesa en esta Memoria, la decoración geométrica de la Alhambra, así lo dice: la utilización de los polígonos, que raramente son los regulares más fáciles de construir (cuadrados, hexágonos regulares, etc.), creados para cada caso en forma de alicatado; de tramas geométricas de gran complicación para los lazos y de aplicación de cánones para la creación de espacios armoniosos.

La Decoración Geométrica aventaja en mucho a la floral y a la epigráfica, además, éstas se comportan como servidoras de lo geométrico. Apenas hay tratados de decoración geométrica en arte islámico hechos directamente por sus creadores, pero sí proliferan obras de arte de esta especie. Era preciso reunir las, compulsarlas, sistematizarlas y darlas a estudio como conjunto, y así poder estudiar la evolución de lo geométrico que va del Califato de Córdoba a la más modesta e incontrolable obra mudéjar de sabor popular.

Esta tarea la realizaron estudiosos como: Enrique Nuere, Gómez Moreno, Pavón Maldonado, Prieto Vives, Oleg Grabar, Creswell, Bourgoïn, André Paccard, Keith Critchlow, Eva Wilson, etc.

- Basilio Pavón Maldonado [PM] en sus diversas investigaciones históricas aclara algunas situaciones al respecto afirmando que es en la Decoración Geométrica, en el Arte Hispanomusulmán (su campo más extenso), donde nos encontramos la auténtica creación islámica.

- Manuel Gómez Moreno [GM] decía:

«Imposible dar idea del efecto visual de las composiciones geométricas musulmanas sino disfrutándola».

- Bourgoïn [Bou] analiza esquemas y composiciones geométricas en su mayoría extraídas de edificios islámicos orientales, recogiendo en algunos de ellos relaciones con las artes clásicas.

- Prisse D'Avennes [PD] confecciona su importante libro "La Decoration Arabe" en el que podemos encontrar multitud de figuras geométricas orientales, muchas de ellas en color.

- Manuel Gómez Moreno inicia este tipo de estudios en España, viendo la mediterraneidad de la decoración geométrica islámica y estableciendo que para adentrarse en las complicadas composiciones geométricas de la Alhambra habrá que establecer contactos con los estilos pre-islámicos. Junto a Prieto Vives, conciben un proyecto de estudio de la geometría decorativa adentrándose en obras antiguas griegas, romanas, bizantinas, paleocristianas, visigodas, aparte de esquemas orientales igualmente antiguos.

Junto al método matemático de Prieto Vives estaba la tesis de Gómez Moreno que implica la habilidad manual del artista islámico, ejercicio continuado del gémetra que se ve arrastrado por los ciclos artísticos de origen clásico que le impulsan a la nueva creación.

Pavón Maldonado [PM] afirma que el arte Hispanomusulmán conecta con el arte antiguo, bien entendido que visto así el fenómeno artístico de los musulmanes, antes que "abstracción o arabesco" será una etapa más del largo proceso del dibujo iniciado en los albores de las culturas griega y romana.

Cada civilización crea su propio sistema de percepción y representación. Así el arte nazarí de Granada, configurado dentro del arte Hispanomusulmán respecto de otras culturas, posee su propia visión del espacio y sistema de representación distinto porque depende de otra "visión del mundo". Son estas diferencias, a menudo difíciles de describir, las que intentaremos explicar.

Las composiciones cromáticas tratadas en este trabajo surgen como consecuencia de un interés estético por la Alhambra. Un lugar fantástico de creación, reflexión y divagación donde confluyen formas y conceptos, arte y ciencia. Las posibilidades de utilización de las Nuevas Tecnologías (N.T.) en el ámbito de la creación artística como medio de trabajo e investigación, permiten desarrollar con eficacia aspectos que hasta hoy eran tratados de modo teórico. En el momento actual, la generación de formas por ordenador es una realidad.

• ¿Cómo recrearíamos la decoración geométrica plana de la Alhambra, si para su diseño, utilizamos el ordenador? La pregunta cobra aún más fuerza si nos situamos en polémicas tan debatidas actualmente y que se aglutinan alrededor de las Nuevas Tecnologías:

-¿Puede una computadora crear una obra de arte?

-¿Puede un ordenador ser útil al artista en algún momento del proceso creativo?

Actualmente las Facultades de Bellas Artes van incorporando la comprensión del potencial de creatividad en la práctica del arte y del diseño que señalan las nuevas tecnologías. Podemos advertir que el advenimiento en la investigación de estas técnicas nos lleva a la apertura de una óptica nueva desde la que hacer una reflexión de la naturaleza del trabajo artístico. Uno de los problemas se centra en la propia interconexión (el arte ha experimentado un cambio ejemplar) y se convierte cada vez más en un proceso de colaboración y distribución como era el de nuestros antepasados, ya que actualmente no puede haber un aprendizaje creativo sin hacer una referencia a los nuevos modelos científicos.

El acceso de forma creativa a las actuales redes telemáticas por medio de sistemas de ordenadores puede ser un apasionante tema para las personas que se interesen por la educación del arte, la plástica, el diseño.

El concepto de arte, su significación, expresión, comunicación, función, etc., es cambiante. La expresión visual de las distintas composiciones transcurre a través de muchas situaciones, circunstancias y distintos receptores. Por otra parte la relación entre la estética y el receptor a lo largo de la historia pasan por aspectos difícilmente detectables, lo que hace que a veces parezcan confusas.

Las distintas disciplinas artísticas que solían estar separadas en las enseñanzas tradicionales: pintura, escultura, etc., hay que sumarlas actualmente a otras nuevas con el advenimiento del video, grafismo electrónico, imágenes por ordenador y otras más que marcan el horizonte del siglo XXI, y que ya se ve fuertemente atraído por las posibilidades ilimitadas que ofrecen las nuevas tecnologías (nuevos soportes : video-disco, alta definición, nuevos sistemas de percepción y de transmisión, nueva naturaleza y configuración de imágenes y narraciones) imágenes de síntesis, realidad e interactividad que recurren a lo imaginario.

Técnicas, estrategias expresivas de configuración, elementos visuales, conceptos históricos del espacio, tiempo, percepción, implicaciones fisiológicas de las propias composiciones y una variedad de elementos que constituyen el sistema gráfico-plástico de la ornamentación nos permiten la continuación de una investigación y análisis que intenta ser racional para comprender lo creado por nuestros antepasados y disponer de puntos de partida para nuevos procesos creativos aplicados al campo de la plástica.

En suma, en toda esta Memoria va a estar presente el binomio Arte-Ciencia concretado en el Arte Nazarí y su análisis mediante las Nuevas Tecnologías.

Si nos situamos frente a cualquier composición cromática que adornan los revestimientos internos de las estancias de la Alhambra nos sorprende la profusión geométrica de sus adornos.

Lo primero que nos viene a la mente es la complejidad y supuesta dificultad que tuvieron sus autores en el diseño y materialización. La sensación que nos causa la Alhambra no es tanto por su belleza aparente, sino más bien por las continuas incógnitas que nos plantea cuando analizamos sus composiciones geométricas, el color que nos sumerge en un mundo de sueños que no existe, el mundo de la poesía hecho desde la geometría.

Las figuras y formas que decoran las paredes, suelos y techos, ¿qué estructura geométrica tienen? ¿cómo se generan?

Y, desde el punto de vista perceptivo, si introducimos colores diferentes a las composiciones ¿qué identificación se daría respecto a la estructura?

- ¿Qué Alhambra nos encontraríamos con una ornamentación realizada con procedimientos electrónicos de aplicación del color?,
- ¿Una Alhambra del siglo XXI?,
- ¿Otros resultados en la relación entre elementos geométricos y nuevas posibilidades con los mismos sistemas generadores?, ¿mejores, peores?.

Desde la óptica actual, de la moderna teoría de Grupos de Transformaciones Geométricas, se define el concepto de Grupo Cristalográfico y se demuestra que en el plano sólo son posibles 17 tipos [Fe-To]. Recientemente [PG-1] se ha demostrado que en la Alhambra hay, al menos, una representación geométrica de cada uno de los grupos cristalográficos planos.

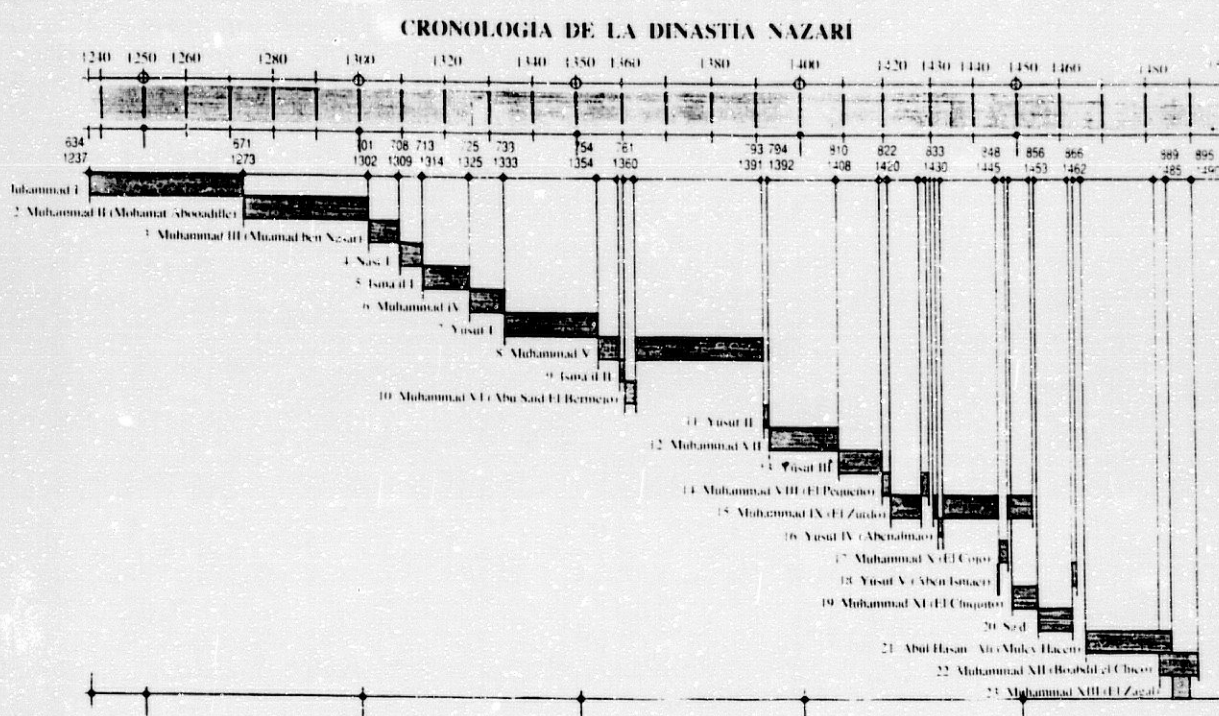
En esta Tesis nos hemos propuesto:

- 1º Analizar y clasificar científicamente las composiciones cromáticas planas de la Alhambra de Granada. En este análisis se muestran, en cada caso, una "tesela básica", y una región generatriz [Scha-1] que no son más que los trozos mínimos a los que se aplica el grupo de transformaciones correspondientes, para los que utilizaremos la notación cristalográfica internacional, y como resultado se genera el mosaico completo.
- 2º Así mismo, para la siguiente fase -la creación de otros diseños- daremos, también según los casos, una tesela básica para el diseño "descolorido" (es decir, suprimiéndole el color, inscripciones, decoración vegetal etc.) ya que a partir de ella, y utilizando el-los método-s de coloración [PG-R,1], podemos generar nuevas situaciones que también están totalmente tabuladas [Wi] en cuanto a su número se refiere.

Pondremos de manifiesto que con la técnica utilizada, el número de creaciones artísticas es infinito, de lo que se desprende una aportación que esperamos sea de utilidad en este campo del conocimiento y desarrollo industrial.

2 *De la base histórica del lugar de estudio*

2.- De la base histórica del lugar de estudio



1238

- Muhammad ibn Yusuf Nasr (Ibn al-Ahmar) toma la ciudad y se mantiene en el poder, así como sus descendientes de la dinastía nazari hasta el 1492.
- (S. XII y XIII) son de aprendizaje para Occidente.
- (S. XIII y XIV) surgen las primeras universidades europeas: París, Oxford, Cambridge, etc.
- (1453) Italia, Alemania, Polonia (S. XV).
- (1526) Universidad cristiana de Granada.
- Alcasadí (Nureddin Abulhasen Alí Aben-Muhammad Al Coraixi al-Basti) matemático de la España musulmana, oriundo de Baza y estudiante en Granada (La Madraza de Yusuf I) constructor del (Palacio de Comares).

Desde mediados del Siglo XIII la colina Sabika se convierte en una ciudad principesca con la construcción de la Alhambra y Granada en una ciudad burguesa.

Con la caída del Califato de Córdoba la fuga hacia los estados musulmanes del sur es cada vez mayor debido a las presiones de los cristianos: Córdoba, Valencia, después Murcia.... En 1236 Muhammad ibn Yusuf Nasr (Ibn al-Ahmar) va acogiendo a los fugados que se presentan y da comienzo a una serie de reyes en Granada que coincidiendo con una era de riqueza y prosperidad en continuo crecimiento, hizo de ella durante más de dos siglos una de las ciudades más brillantes de Europa.

En la Sabika, nombre que daban los musulmanes a la colina de la Alhambra, habría una fortificación de no mucha importancia y probablemente en ruinas y es donde posteriormente el monarca iniciaría la edificación de la fortaleza, es decir, la Alcazaba.

Los sucesores de al-Ahmar continuaron disfrutando la paz conseguida por éste, a un precio demasiado alto y los reyes Muhammad II Nasr y Yusuf Abel Haddiade, apenas tuvieron que ocuparse de otra cosa que no fuese el embellecimiento de su capital y la mejora de las instituciones. Entonces la ciudad se pobló de suntuosos palacios. Bajo el reinado de Muhammad II, Granada fue quizás más rica e influyente de lo que había sido jamás.

Entre las distintas construcciones, la Alhambra es el único palacio musulmán que queda tan bien conservado de la Edad Media en Occidente y quizás en Oriente.

Su arquitectura se relaciona con el ambiente natural, evita la sensación de lo sólido y lleno, por lo que los planos de las construcciones están calados o se adornan con decoraciones, que pueden cubrir toda la superficie contribuyendo a enmascarar la estructura constructiva sin crear nunca un centro que llame la atención. Alhambra la llaman los cristianos, derivada de la palabra árabe al-Qal'á Al-Hamra, "El Castillo Rojo" emplazada en la colina Sabika, donde una muralla torreada rodea la cumbre, siguiendo un contorno irregular.

García Gómez [GG-2] explica: *Como dice Ibn al -Jatib- se elevaba la Alhambra sobre la rica y populosa Vega de Granada:*

*¡Cuánto recreo aquí para los ojos!
¡Cuántos arcos se elevan en su cima,
sobre columnas por la luz ornadas,
como esferas celestes que voltean
sobre el pilar luciente de la aurora!
Jamás vimos alcázar más excelso,
de contornos más claros y espaciosos.*

El mundo nazarí a través de su historia aporta a las formas un significado especial. Si el aspecto exterior nos sorprende por su austeridad, el interior lo hace por su belleza y ornamento, materializado en una profusión de formas y composiciones según soportes y superficies. Ambos aspectos se combinan entre sí adquiriendo una compleja estructura dependiendo directamente de los elementos formales utilizados.

El esfuerzo requerido para comprender el significado de sus formas pasa por caminos divergentes. Por un lado evoca sucesos y emociones pasadas y, por otro, son símbolos abstractos de sus creencias. El lenguaje de sus formas, tan profusas y complejas, contrasta con una racionalidad clara y lógica en su distribución.

La Alhambra ha sido un mundo creativo en el que muchos se han inspirado para sus creaciones. Decía Washington Irving [Was]:

«El peculiar encanto de este viejo palacio es su poder de evocar vagos ensueños y representaciones del pasado, vistiéndolo así la descarnada realidad con las ilusiones de la memoria y de la imaginación».

El nombre de la Alhambra posee un poder de evocación como el de pocos monumentos del pasado. Despierta un mundo de recuerdos y añoranzas creado en gran parte por la literatura a partir del periodo romántico, con una anticipación real, histórica, en las campañas que condujeron a la conquista de Granada en 1492, y una primera interpretación en los años siguientes: visiones exóticas de un Oriente imaginado, fondo irreal de escenas caballerescas,...

-Arnold y Guillaume [Ar-Gui] advierten que:

«Las inscripciones y decoraciones geométricas árabes se admitieron sin tener conocimiento de su procedencia por algunos pintores del renacimiento italiano, concretamente por Fra Angélico y Fra Filippo Lippi».

Arnold sugiere en otras palabras, que inconscientemente se utilizaron motivos decorativos islámicos que llegaron a perdurar hasta el Renacimiento.

-Francis Carter [Car] comenta:

“Es bien sabido que los árabes superaron a los romanos, no sólo en cuanto a sus ambiciones espirituales y materiales sino también en su gusto por las artes y por las ciencias”

La introducción de una imagen más real y objetiva de la Alhambra, por lo menos en el mundo anglosajón, se la debemos a Owen Jones. En la Alhambra, Jones vio la materialización más perfecta de todo el arte oriental, siendo éste un punto clave para entender la extensión, fama, y apreciación de la Alhambra en el S.XX. En el verano del 1834, visita Granada, donde permanece unos cuantos meses estudiando la Alhambra, después vuelve a Inglaterra donde prepara una publicación para describir el palacio nazarí, cosa que acaba, después regresa otra vez a Granada (en 1837) para completar una colección de dibujos.

Respecto a esta publicación [Jo] Owen Jones destaca la descripción de imágenes de la arquitectura y decoración nazarí bastante real comparándolos a otros estudios coetáneos suyos, así como su interés por los aspectos parciales de la decoración, donde descubre un sistema de ornamentación modélico.

De la belleza de la Alhambra no cabe la menor duda. Han sido muchos los que se han inspirado en ella para sus creaciones, y es abundante la Literatura, Música, Pintura..., Matemáticas que la han tenido como modelo.

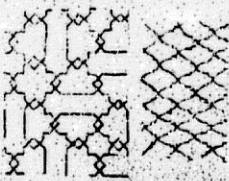
En este último campo del conocimiento, queremos destacar la influencia de la Alhambra en las obras de dos grandes artistas de este siglo. Las esculturas de J. Robinson y, en especial, a la obra gráfica de Maurits Cornelis Escher, son dos geniales artistas que han visto las estructuras que la Alhambra muestra como medio para que, una vez organizadas las suyas mentales, surgieran como "tracistas nazaríes de la segunda mitad del siglo XX".

Escher, en su contacto directo con las Matemáticas, desarrolla su trabajo en tres categorías:



I. Estructuras tridimensionales

- Paisajes.
- Abstracciones: cuerpos geométricos y topológicos.

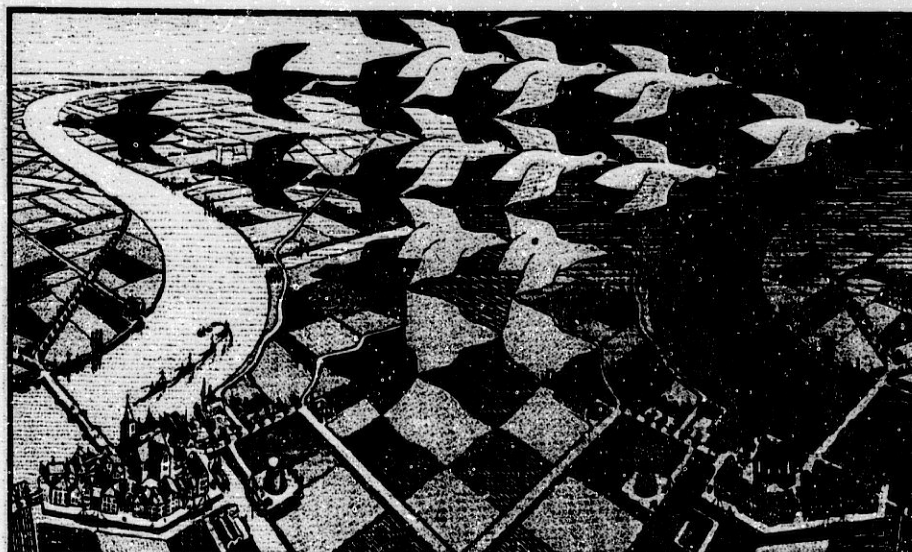


II. Estructuras bidimensionales.

- Con modelos euclídeos. (Mosaicos. Metamorfosis. Ciclos).
- Con modelos no-euclídeos (Poincaré). Aproximaciones al infinito.

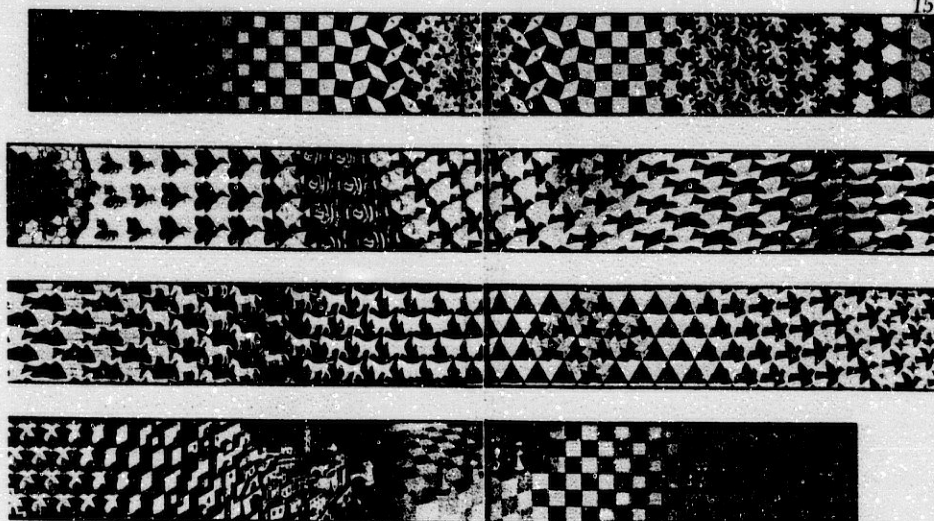
III. Estructuras imposibles.

Escher, en uno de sus viajes a Granada visita la Alhambra y conoce los trazados geométricos en el plano realizados en ella (*Estructuras bidimensionales*), lo que le permite crear un campo de experimentación nuevo. Las copias de Escher de los mosaicos de la Alhambra, hechas en el verano del 36, contribuyen a renovar su interés por el análisis de las formas y la posibilidad del doble uso de sus contornos. Todo ello fascinó al autor, ya que reconoce en ellos problemas que le habían tenido preocupado desde el año 1922 y que aún en el 1926 no había encontrado aplicación.



Grabado, *Day and night*, M.C. Escher

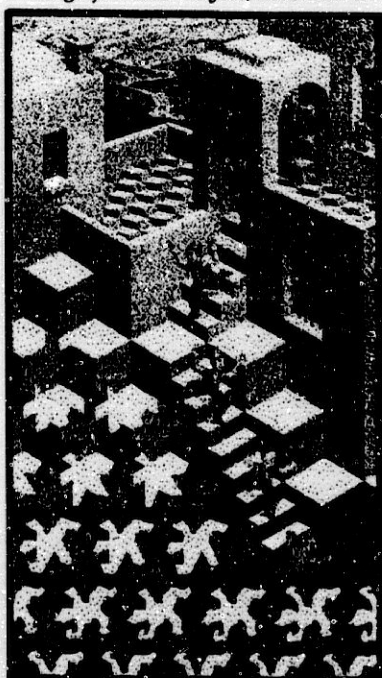
Los mosaicos le hicieron volver al problema y llevarlo más lejos; los mosaicos están compuestos por repeticiones regulares de figuras geométricas básicas que podrían, en principio, continuar hasta el infinito, (ejemplo: las conocidas figuras simultáneas positivas-negativas, blancas-negras, día-noche, y tantas otras más). Su conocida técnica del positivo-negativo produce una fluctuación entre el fondo del cuadro y la figura base de la composición. Incluye la inversión tonal, delimitando así un importante problema en el campo gestáltico. El negativo asume el puesto del positivo y viceversa.



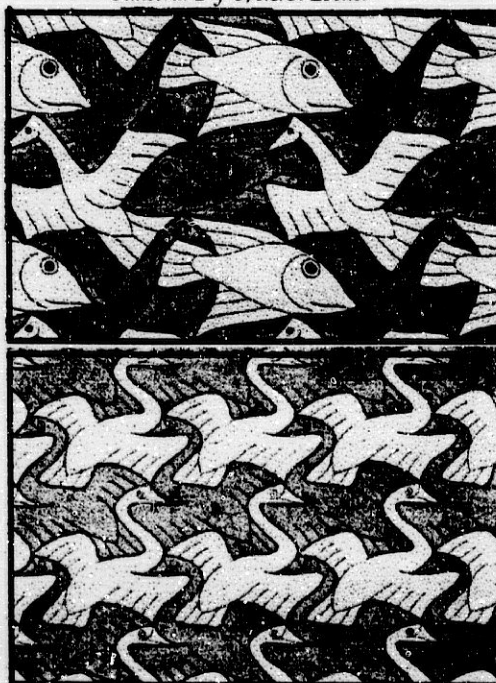
Grabado (1939-40) Metamorfosis II, M.C. Escher

Escher elabora en 1937 un sistema bastante práctico que más tarde escribiría y que además utilizó para sus "ciclos y metamorfosis", para dar solución a aquella obsesión que tenía de cubrir el plano de forma regular con figuras que comparten su contorno sin dejar huecos, y de manera indefinida pero con un número finito de sistemas. Posteriormente al año 1937 su obra se caracteriza por el predominio del uso de la simetría en estructuras superficiales, y desde el punto de vista matemático es aquí donde más usa el concepto de simetría y más se nota la influencia musulmana. Últimamente él no se interesaba en enlazar series de módulos abstractos sino en unir figuras reconocibles, trataba de traer modelos abstractos a la vida sustituyéndolos por animales, plantas, personas... El movimiento por el cual (estas figuras) se transformaban en otras, forma un "ciclo cerrado".

Litografía (1938) Cycle, M.C. Escher



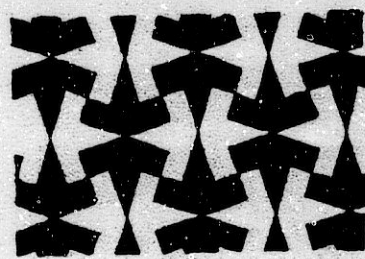
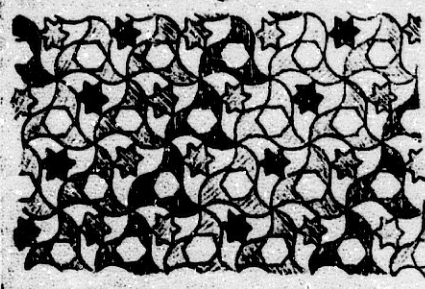
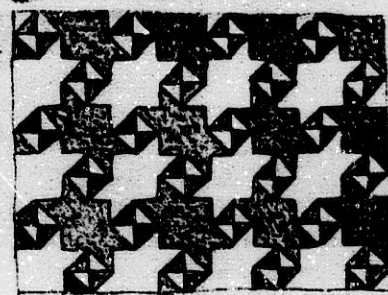
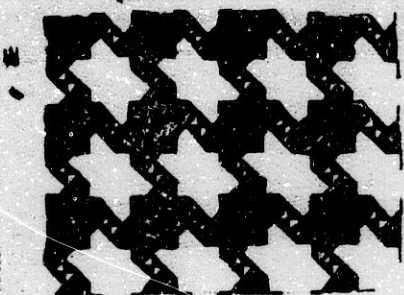
Simetría B y C, M.C. Escher



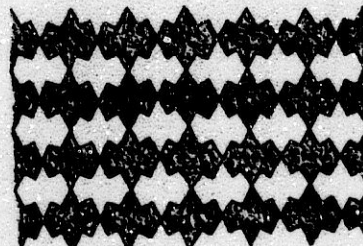
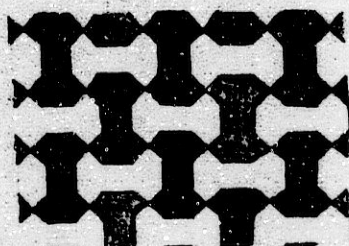
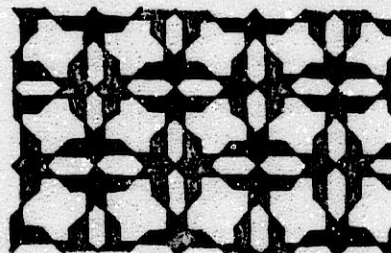
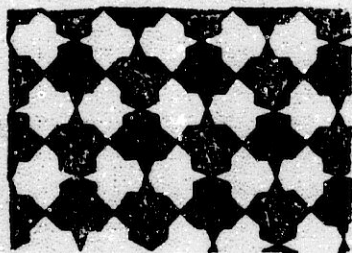
Muchos años de tesón y ganada la batalla de la división regular del plano, Escher consigue que sean las propias leyes de la partición periódica las que solucionen el problema de la invención y aplicación de sus peces, reptiles, aves,... Escher se convierte en un auténtico investigador de los diseños de mosaicos, regidos por grupos de isometrías que actúan sobre módulos.

Apuntes de M.C. Escher (1936)

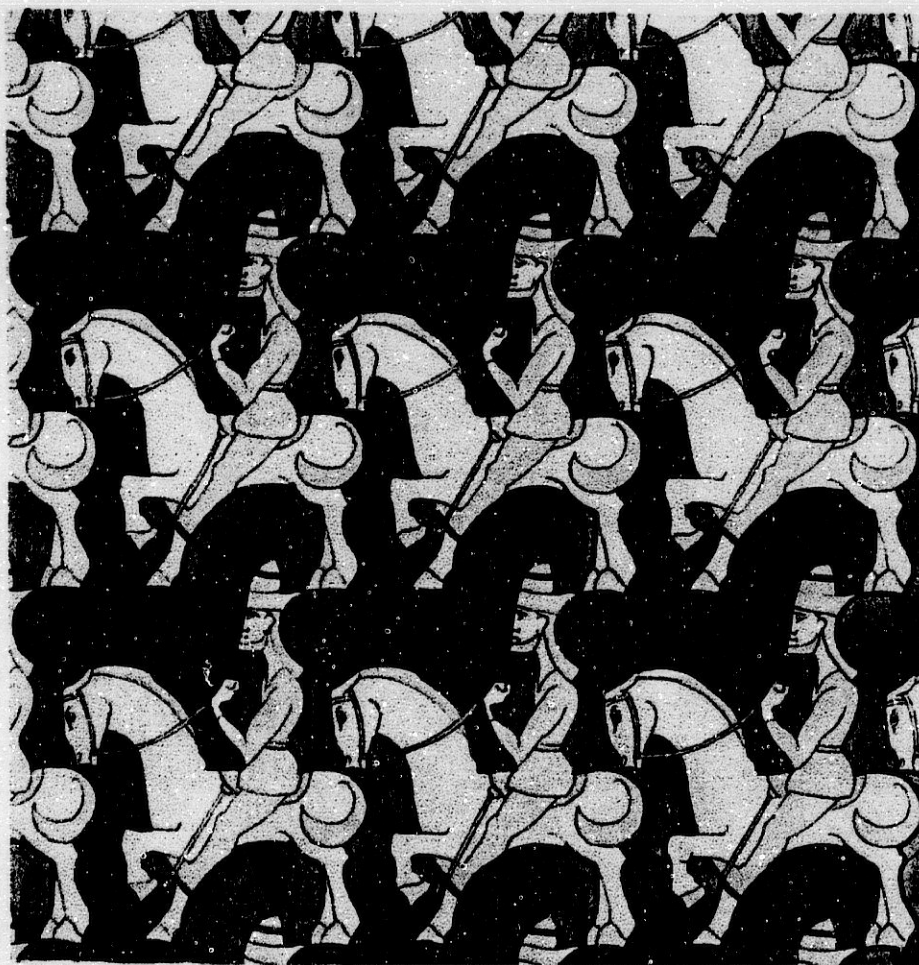
MAJOLICA - ALHAMBRA 25-5-36



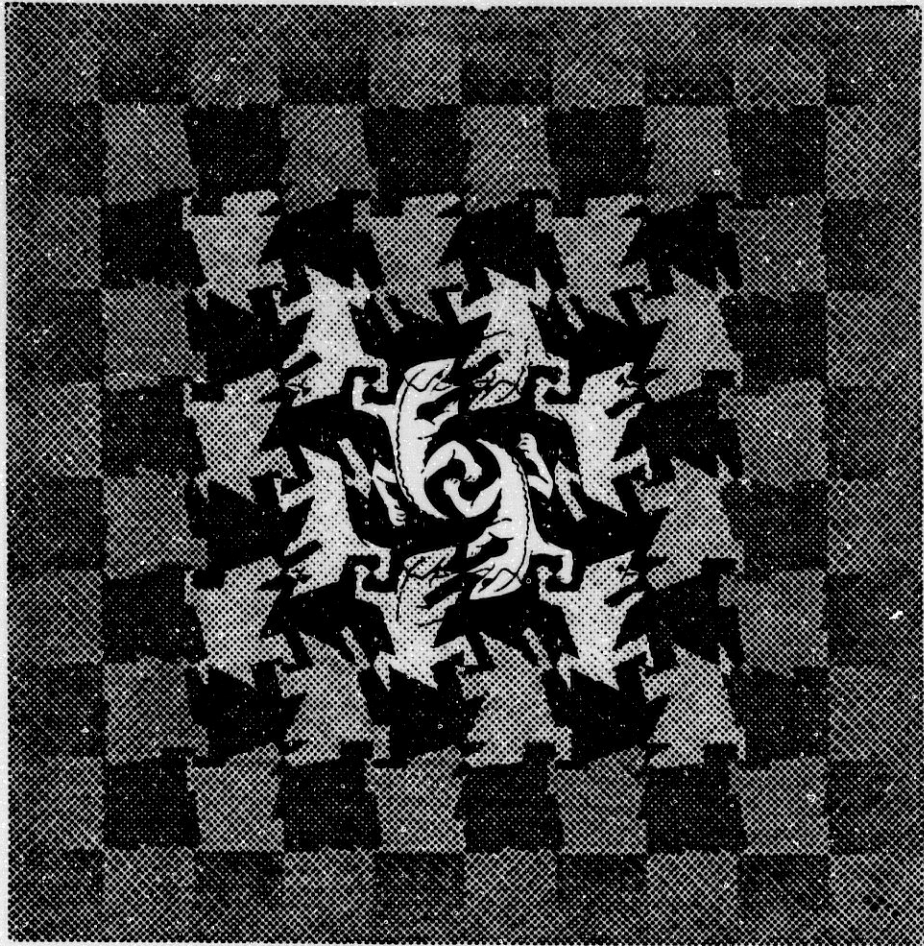
ALHAMBRA (MAJOLICA) 24-5-36



A partir de la observación del uso de los grupos cristalográficos planos para la decoración de la Alhambra, elaboró una serie de cuadros-mosaicos, en los cuales la figura generadora es sometida a una serie de transformaciones que posteriormente anula con el color. La profesora Mc Gillavray [McGi] habla de su asombro por el hecho de que Escher descubriera nuevas posibilidades, en las que el color jugaba un papel importante y que no habían sido mencionadas en la literatura científica anterior a 1956.



Grabado (1946) Horseman, M. C. Escher.



Grabado (1937) Developpement, M.C.Escher

3 *La Alhambra como arquitectura de poder*

3.- La Alhambra como arquitectura de poder

La Alhambra no sólo personificó los años de tolerancia étnica y religiosa de la historia española, sino que llegó a convertirse en la expresión del grado de civilización más alto de la cultura medieval. Los ornamentos se suceden con un derroche de lucidez insaciable, en la Puerta de la Justicia, o en la del Vino, en la Sala de los Baños, en el Gran Aljibe, en el Patio de los Leones, en la Sala de las Dos Hermanas, en la de los Abencerrajes o en la de los Embajadores, en los mosaicos, techos, pavimentos, hornacinas, etc., que se suceden sin solución de continuidad.

«El Islam se ha decantado por el culto abstracto, sin imágenes; esto es así hoy y desde hace siglos, pero la investigación revela que, desde los primeros tiempos y durante largo periodo, ha mantenido una relación ambigua y tensa con las imágenes: cuando surgió el Mediterráneo cristiano era un crisol repleto de imágenes heredadas del fértil Egipto, siempre capaz de representar cualquier idea de forma antropomórfica, y también de la plástica y el grafismo popular de los herederos del imperio romano (...)

(...) El campo en el que el artista musulmán más a gusto pareció encontrarse fue en el de la geometría, ya que una parte sustancial de su expresión viene guiada por pautas, planas o tridimensionales constituidas por los lados, vértices y elementos de simetría de figuras más o menos complejas, pero siempre precisas, repetitivas y exactas; es decir polígonos y poliedros regulares. Estos polígonos forman teselaciones que, al menos en teoría, cubren el campo disponible, dejando sólo algunas zonas del fondo visibles». [Jim].

¿Arte abstracto en la Alhambra, espiritualidad en un mundo político y religioso nazarí, intuición y reflexión?

En un trabajo recientemente publicado en Granada [PuV], se hace un análisis interesante acerca de los signos del poder divino donde se afirma:

«Que es hasta en los mensajes que expresan de modo más específico el poder terrenal del soberano, donde hay un substrato fundamental de signos que remiten siempre al carácter divino de todo poder, la decoración mural de la Alhambra no prescinde, en modo alguno, de los códigos lingüísticos, de larga tradición en la arquitectura islámica, que afirman por sí mismos el poder de la religión.

Todo este bloque de signos constituye, si se quiere, el nivel más explícito y directo que presenta los símbolos religiosos en la arquitectura de la Alhambra, si exceptuamos la mezquita y el oratorio, que como tipos arquitectónicos de eminente carácter religioso se encuentran también presentes en la ciudad palatina nazarí».

El arte y la ciencia se alejan de la especialidad unilateral y recupera la unidad bajo las distintas apariencias ornamentales interiores. La manipulación de elementos fundamentales formales asociados a una experimentación y aplicación de su espiritualidad va a constituir una de las condiciones del arte abstracto nazarí. Problemas típicos planteados en la actualidad como son de contenido y forma, de análisis y síntesis, de ciencia y estética del arte sintético, son los que se planteaban ya en la construcción de la Alhambra relacionados con el arte abstracto.

Como en toda obra de arte, entre los elementos interiores (artista) y exteriores (espectador) se establece una relación (emoción sentimientos + sentimientos emoción). La valoración interior del elemento formal en su sentido más amplio le da vida. Es importante acumular primero y luego descomponer el material artístico exterior, someterlo a un análisis.

En la Alhambra se establece una analogía, entre el foco de inspiración y las estructuras en el mundo abstracto, que implica un uso creativo de estos en su representación figurativa.

mundo interno ↔ relación ↔ mundo externo
(subjetividad) ↔ con ↔ (objetividad)

Existe una gran variedad de patrones y motivos decorativos cotidianos, sin embargo habitualmente los vemos pero no los advertimos, por estar alejados de nuestra atención o formar parte de un todo. A partir del siglo XX se comienza a estudiar de una manera sistemática la elaboración de patrones que configuran parte de las formas abstractas.

Puerta Vilchez (opus cit.), desde una óptica de los códigos arquitectónicos propuestos por la semiótica de Eco (códigos sintácticos y semánticos) los plantea para la Alhambra de la siguiente manera:

- *Códigos sintácticos:* Son los que se establecen al nivel de la mera construcción y forman la ciencia de la construcción consisten en el uso apropiado de los materiales y de elementos como arcos, pilares, columnas, suelos, techos, etc. A este nivel existen las condiciones para la significación, pero aún no se denota ni espacio ni función y no hay significados.

- *Códigos semánticos:* Articulación de elementos arquitectónicos:
 - Elementos que denotan funciones primarias. Es decir elementos como escaleras, ventanas, etc., que aseguran un uso práctico.
 - Elementos que denotan funciones secundarias, simbólicas:
 - 1. Plantas, fuentes y agua (evidentes elementos simbólicos que caracterizan funciones secundarias).
 - 2. Epigraffa: Citas coránicas, poemas, citas reiterativas y citas históricas.
 - 3. Columnas, arcos, bóvedas y tacas, además de cubrir y erigir espacios para habitarlos o usarlos, denotan funciones secundarias ya que su empleo está en la base de la connotación simbólica y áulica de los palacios, por cuanto se erigen con fines más bien estéticos que puramente funcionales. Las bóvedas están dotadas de particulares significados simbólicos, relacionados con ciertas ideas sobre el cosmos. Las techumbres en general participan también de la simbolización de los espacios. Las tacas son elementos particulares del arte islámico y juegan un papel clave en la arquitectura de la Alhambra.
 - 4. Códigos de decoración: mocárabes, elemento muy particular, netamente islámico que actúa como transición entre los planos rectos y los volúmenes de las bóvedas y dotan de volumen a la decoración; inscripciones, en su vertiente decorativa; arabescos, que cubren los muros en sus variadas formas y zócalo, donde ellos solos componen un subcódigo geométrico-matemático muy particular.

Es evidente que el soporte geométrico es el eje principal de la ornamentación islámica. Pero no es sólo una técnica decorativa. El conocimiento de lo abstracto se adquiere a través de medios abstractos por sí mismos, a través de los números, la geometría y leyes que hacen moverse a los átomos y a los planetas. La Alhambra, como arquitectura del poder (el poder político del sultán proviene y está potenciado por Al-lah), presenta un lenguaje común de formas que relacionan la religión y el poder real mediante la geometría.

La decoración geométrica obedece a creencias religiosas.

La tendencia del mundo nazarí hacia las ideas abstractas se expresó en su tendencia al arte no naturalista. No se ocupa de los aspectos externos de la creación, sino de lo interno, lo esencial, la estructura del micro-cosmos y macro-cosmos.

La relación mental entre el espacio interior y su entorno (espacio exterior) se realiza a través de la geometría, lo que nos va a permitir generar un lenguaje entre los dos mundos. El ser humano ha profundizado en las formas mediante un proceso de abstracción. Vemos ejemplos en los que el arte y la geometría tienen puntos de contacto, obvios u ocultos, donde ambos se influyen.

En la Alhambra, como obra del poder del arte nazarí, puede apreciarse una influencia de la filosofía pitagórica, herencia de la cultura hindú. Pitágoras había hecho de la unidad la representación de la divinidad que contenía todo y de la que todo se deduce. En la esencia del mensaje islámico la unidad es DIOS, es uno: ¡ No hay más DIOS que AL-LAH! Y esta unidad aludida se expresa mediante el número y su plasmación en las formas artísticas. La Alhambra ha propiciado una fascinante historia para el descubrimiento de nuevas formas y sistemas de formas en el que arte y geometría se influyen como parte de su ser.

El nazarí estaba vinculado al cosmos; vivía y vibraba con el alma cósmica, el alma universal. Estaba en contacto con el mundo de los arquetipos, de los principios de las leyes. La unión de la filosofía y el arte nazarí se halla informada por el postulado metafísico religioso de la irrealidad de las formas, plasmado en una especie de atomismo espacial y temporal que origina los siguientes efectos:

- En arquitectura se eligen materiales frágiles y maleables y se tiende a un sutil compartimento de los espacios.
- La decoración rehuye estructuras geométricas cerradas y encuentran en el arabesco su más significativa expresión.
- Las artes plásticas evitan cualquier posible ilusión sobre la realidad objetiva de las formas representadas.

Para comprender cómo es posible el proceso, habrá que saber que por su estructura (como forma visual del contenido) y por sus conceptos, el ser humano refleja todo el universo. Todo lo que está en el *cielo*, en el *infierno* y aquí en la Tierra se refleja en él. Es la Naturaleza que le da la respuesta, la única que puede hacerlo.

Ibn Jaldun (1332-1406) escribió:

«El uso de la geometría en arquitectura requiere un conocimiento general o especializado de la proporción y de la medida para elevar a las fórmulas (de las cosas) de la potencialidad a la realidad de manera conveniente, y para el conocimiento de proporciones hay que recurrir al geómetra»

Los nazaries se apoyan en símbolos porque el símbolo es el lenguaje que permite modelizar la Naturaleza. Aprenden a ver los símbolos en su aspecto esquemático y para ello van mucho más lejos, allí donde los símbolos se encuentran completamente despojados, donde están reducidos a puras abstracciones o composiciones geométricas.

¿Fue la Alhambra fruto de los conocimientos científicos del pueblo nazarí?

Una mirada a la Alhambra revela al observador que la expresión artística resultante fue una síntesis de elementos variados. Como consecuencia de todo esto la caligrafía, los dibujos florales y geométricos y aquellos con figuras de animales se convirtieron en los rasgos más distintivos de la arquitectura y de las artes. Lo simbólico de una representación, como valor, podía ser un intermediario entre la realidad reconocible y el reino místico e invisible de la religión, de la filosofía y de la magia; se sitúa por consiguiente entre lo que es conscientemente comprensible y lo inconsciente.

El artista nazarí, en este sentido podríamos decir es en realidad alguien que labora entre dos mundos visible e invisible, tendente a la simplificación, donde por reducción extrema de la forma, lo figurativo acaba en "síglico". La imagen se ha reducido a simple signo. En los sentimientos, pensamientos y esfuerzos del ser humano por comprenderse a sí mismo y al mundo que le rodea surge una confrontación con la dualidad.

En todo esto subyace el sentido simbólico del signo, que en la vertiente ornamental no siempre es claramente reconocible, y que se hace sentir aquí más bien como presencia misteriosa en la totalidad de la trama estructural, como nota tónica o acorde fundamental entre lo consciente y lo subconsciente. La capacidad estructural de las imagen está basada en la propia estructura de la realidad, y los principios fundamentales que han de servir para explicar los conceptos claves de la representación, tienen su origen en mecanismos perceptivos.

Seyyed Hossein Nasr prologa el trabajo de Keith Critchlow [Crit] afirmando entre otras cosas que:

«La espiritualidad islámica desarrolla un arte sagrado en conformidad con su forma revelada, así como con su esencia. La doctrina de la unidad que es central en la revelación islámica, combinada con la espiritualidad nómada que el islam hizo suya, vino a ser un arte no icónico donde el mundo espiritual se reflejaba en el mundo sensible, no a través de variadas formas icónicas sino de arabescos, caligrafías que reflejaban directamente los mundos superiores y en definitiva el supremo sol de la UNIDAD DIVINA.

La cultura nazarí considera a la geometría como un estudio razonado para la práctica de las artes e inteligible para alcanzar su destreza, orientada hacia el conocimiento de la esencia del alma como base de todo conocimiento. Existe dentro del universo espiritual del islam un camino para ver los números y las figuras como claves de la estructura del cosmos y como símbolos del mundo de arquetipos y también un mundo que es visto como la creación de Dios en el sentido de los monoteísmos abrahámicos.

Es también este elemento innato dentro de la estructura del Islam la que permitió la creación de un artesariado de una naturaleza esencialmente geométrica, y unas ciencias de la naturaleza que intentaban penetrar en la estructura de la existencia física no mediante la descomposición de la molécula y el átomo sino mediante la ascensión al arquetipo mundo de las matemáticas para descubrir las principales estructuras que están reflejadas dentro del corazón de la materia».

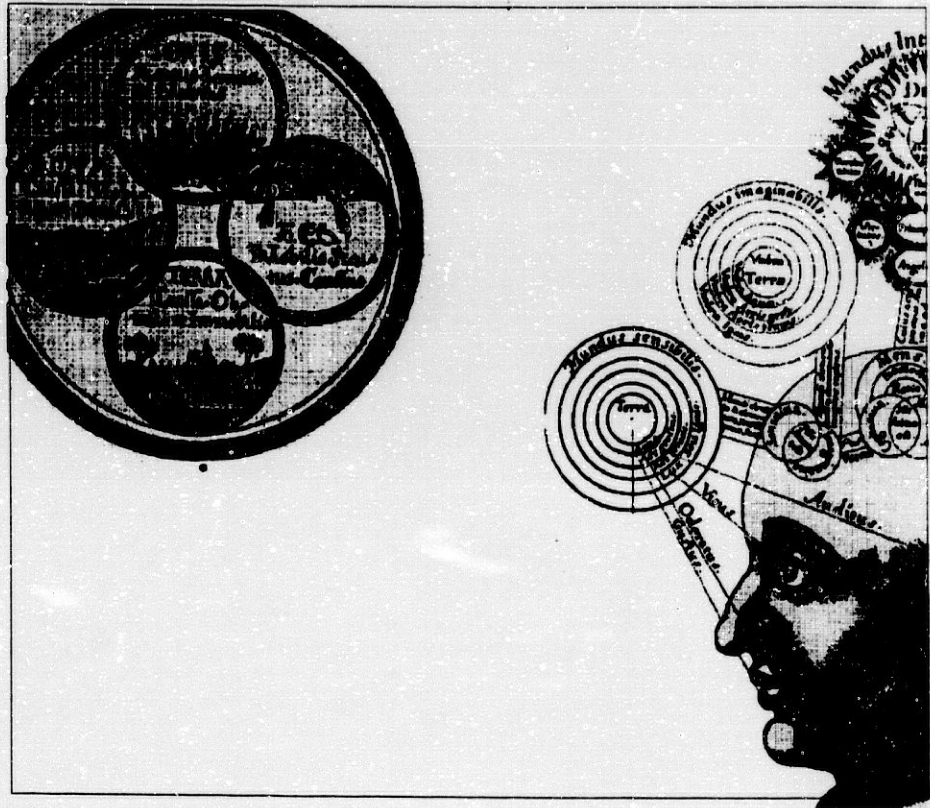
Gracias a los esfuerzos de una serie de estudiosos, entre ellos F. Schuon y T. Burckhardt [Schu-Burc] el arte islámico está gradualmente llegando a ser comprendido por lo que es, nominalmente un medio de relacionar la unidad con la diversidad, mediante formas matemáticas que son vistas, no como abstracciones mentales sino como reflexiones de los arquetipos entre el cosmos y la mente de los humanos.

J. Bourgoïn [Bou] publica un interesante trabajo sobre las formas del arte islámico donde trata: «(...)de las formas matemáticas en sí mismas y del valor filosófico exotérico que constituye el fundamento invisible sobre el cual se construye. Esto indica que el artista islámico no sólo dominaba las matemáticas en su sentido geométrico, sino que éstas eran parte integrante de su arte como lo es la propia estructura universal manteniendo esa percepción intuitiva que caracterizan a todo arte verdadero ».

Todos los grandes maestros estaban motivados e influidos por las disciplinas espirituales que le daban sentido y contenido a sus obras, situándoles en la tradición de incorporar al observador su propia parte de aportación al entendimiento espiritual. Pueden observarse estas cualidades también en el arte pictórico chino, japonés del Sur y también en el posterior ZEN respectivamente, en los YANTRAS y MÁNDALAS del arte hindú, tibetano y budista y en las pinturas de arena de los indios de América del Norte, arte esquimal y céltico así como en la cultura del Pacífico.

Todo este arte sirve para ayudar al individuo en su plenitud espiritual, a través del compromiso activo-pasivo. La atención o concentración del arte islámico en el mundo de la representación a través de las formas puras, tensiones, equilibrios dinámicos, nos dan una percepción estructural en la actividad del inconsciente y su reflejo en el universo. Curiosamente físicos atómicos modernos han confirmado las formas esenciales matemáticas que surgen en la Naturaleza, aunque sin darle ese

El arte islámico se desarrolla entre las formas puras y las biomórficas: polarización que tiene valores asociados a las cuatro cualidades filosóficas experimentales de frío-calor, (representando la cristalización de forma geométrica) y caliente-humedo (representando las fuerzas de formación en formas vasculares y vegetativas).



4 *El color en la decoración geométrica de la Alhambra*

4.-El color en la decoración geométrica de la Alhambra

La descripción cromática del palacio fue un hecho esencial ya que justificaba ante la historia el uso del color en la arquitectura. E. Burke [Bur] anota a propósito del colorido de los alicatados: *«Ford, adelantándose a las teorías cromáticas de Owen Jones dedujo el color de las yeserías partiendo de los restos de colores allí visibles entonces. En sus acuarelas concede prioridad a los tonos rojos y azules fuertes de tal modo que yeserías y alicatados forman un espectáculo de colores vivos e intensos. Ahora bien, como demostrará Jones, estos colores por estar aplicados en perfectas proporciones acaban neutralizándose entre sí».*

Precisamente esta neutralización era para Burke una de las condiciones del color en lo bello:

«Aquellos colores que se parecen más adecuados a lo bello son los suaves de todas clases... Si los colores son fuertes y vivos deben estar diversificados y el objeto no será nunca de un solo color fuerte (...) la fuerza y brillo de cada uno se neutralizará considerablemente en función de la variedad de los colores».

Dorothy Quillinan,[Qui] personaje de lo más representativa del gusto romántico, escribe sobre las características de lo bello en la Alhambra:

«Es asombroso mirar estas baldosas: los colores vivos, como recién acabados por la mano del ceramista; los diseños bellos cada uno diferente del de al lado; los colores distintos según las diversas piezas de la baldosa».

Así pues el color aparece también como definidor de formas geométricas. Véanse los alicatados del Patio de la Alberca (Palacio de Comares) que determinan "cuadrados de color".

Hablamos de color, pero ¿qué es el color?

El color es un hecho de la visión que resulta de las diferencias de sensibilidad del ojo a las diferentes longitudes de onda que componen lo que se denomina "el espectro" de la luz blanca reflejada en un soporte. La noción de colores independiente de la noción de forma, se añade a la misma y acrecienta nuestras capacidades de diferenciación entre los diversos elementos de representación que reenvían desde la imagen hasta nuestro ojo cantidades de luz que, sin embargo, pueden ser semejantes. Para la mayor parte de nosotros el color es una especie de expansión y de sensualización del mundo visible.

Desde hace mucho tiempo Newton, Goethe, Chevreul y muchos otros demostraron que en principio bastan tres colores, las teorías se elaboran en la medida del desarrollo personal de un sentimiento; así pues no se puede plantear un único sistema de color, aunque tenemos que hacernos eco de las teorías de los grandes coloristas: desde Goethe, a finales del siglo XVII y comienzos del XIX que realiza importantes descubrimientos, el doble cono de Ostwald (1853-1932), el sólido de Albert H. Munsell (1858-1918), el cubo de Alfred Hicethier, el triángulo CIE (Commission Internationale de L'éclairage), plantean distintos aspectos de modulación de un color, indicándolos ordinariamente, con los términos correspondientes a las tres constantes de todas nuestras sensaciones de color: Tono, Saturación, Luminosidad.

Harald Küppers [Küp] plantea que la visión es un proceso indirecto y el color nace como una percepción en el ojo del observador. Los rayos de luz son solamente los transmisores de la información. Los ocho colores básicos no son otra cosa que las ocho posibilidades extremas de percepción que puede crear el órgano de la vista. Las leyes de la mezcla del color son posibilidades de interpretación de las leyes superiores por las que se rige el órgano de la vista.

En la historia de las civilizaciones el color está presente en todas las creaciones del ser humano y el arte lo ha utilizado como complemento vital, como elemento de belleza o como protagonista, el color perturba el juego a veces excesivamente sencillo de las formas, el color perturba la lógica y ya no se puede hablar de un esquema de composición: blanco-negro, claro-oscuro. Es verdad que el color es menos preciso que la forma, que explica menos los detalles menudos de las cosas, de lo que ocurre aquí y ahora, pero el color presenta información en profundidad: habla de la relación entre la persona y la materia, muestra lo permanente, no lo pasajero, con lo que las cosas se revelan y comunican informaciones que superan el instante. El color crea todo un universo imaginario, es por esencia la variabilidad misma: fugaz, cambiante, y que parece escapar de toda lógica.

Cada uno explica este complejo fenómeno con palabras adaptadas a sus conocimientos, a la exigencias de su trabajo, de su vida. Plantear el tema del color es introducirnos en una de las más complejas naturalezas de la plástica, elemento ambiguo de estudio, por no disponer de los instrumentos conceptuales necesarios para asociar la fenomenología de la luz, su interacción con la materia y los mecanismos ópticos y cerebrales de la visión.

En lenguaje coloquial usamos de la palabra color para designar dos conceptos totalmente distintos: pigmento y luz. La percepción del color está íntimamente ligada con la luz y con sus reflejos, así pues el color es sensación, es información;

sabemos que el color no es algo que ocurre sin más, parece que se trata de un estímulo psíquico sugerente de conceptos que fundamentan el proceso de la comunicación visual entre el individuo y su entorno.

El color no sólo es pigmento, luz, es sensación, información... Conocimientos sobre la identidad del color, naturaleza y propagación han fundamentado la llamada teoría del color o lo que hoy conocemos por ciencia del color. Si hasta mediados del S-XVII la evolución sin métodos científicos derivó a conclusiones pseudofilosóficas, en épocas posteriores los estudios adquieren matices de investigación de óptica, física, psicología, etc. y pasan a manos de físicos (Newton, Maxwell), fisiólogos (Hering), artistas (Kupes, Kandinsky), filósofos (Schopenhauer), poetas (Goethe), psicólogos (Arnheim).

Los teóricos parten de una visión global del universo, de lo cual resulta una multiplicidad de sistemas. Las dos tendencias indicadas se han perpetuado hasta nuestros días y, en la actualidad, se distinguen las cartas de colores, basadas en una colección de muestras materializadas, y la colorimetría, basada en un espacio matemático y en medidas establecidas por medio de aparatos. Esta dualidad se explica debido a que los físicos se interesan principalmente en lo que el color tiene de luz, en tanto que los prácticos son esencialmente sensibles al aspecto visual táctil del color. El color tiene relación con otras ciencias como las matemáticas debido al problema estructural que plantea según parámetros determinados. La investigación científica obliga actualmente a una colaboración internacional en este campo, la cual ha dado gran impulso al problema y a sus diversas aplicaciones.

Para el matemático la intervención del color significa una reducción de las relaciones puramente formales existentes en el patrón geométrico. Así el color puede ser utilizado sólo o en combinación para destacar o para romper ordenes existentes, pero en cualquier caso debe haber más identidades, y por tanto ejes de elementos similares, en un diseño de color uniforme que en otro multicolor.

La elaboración de patrones en su forma más general puede caracterizarse como una ordenación de elementos por identidad y diferencia. El creador de patrones disfruta a menudo creando clases de motivos que son iguales en un aspecto y diferentes en otro, y la aplicación de color es su dispositivo más elemental para conseguir este fin.

Es fácil ver, por consiguiente, que el color puede ser utilizado para variar las fluctuaciones de una composición, tal como los contrastes inesperados en color pueden alterar el equilibrio de un diseño simétrico. Utilizando un motivo asimétrico se puede también variar o invertir sistemáticamente su orientación. Una vez más no hay límite fijo para el crecimiento exponencial de las variantes.

Hay una seria limitación en la restricción de cualquier análisis de efectos a formas geométricas mientras se omite el color.

La Alhambra posee no sólo una fisonomía irrepetible, un concepto propio de la cultura de la época, sino también y dentro del estilo arquitectónico propio un ambiente y un colorido peculiares, que son el resultado de su situación geográfica, de los materiales de construcción asequibles en su zona del desarrollo y en ocasiones del predominio de corrientes artísticas determinadas dentro de la arquitectura. Se sabe poco acerca del color de los desvanecidos restos de yeserías y de los vivos colores de la azulejería nazarí.

El estudio de los materiales han proporcionado argumentos para la comprensión histórica, y es importante que sepamos cómo se hizo un objeto, una construcción y de qué está hecho, debido a la jerarquía de valores inherentes a los propios materiales y técnicas.

La estructura de la terminología cromática en el idioma árabe era muy similar a la propia de las lenguas europeas de la Edad Media con su insistencia en el contraste entre la luz y la oscuridad y sus imprecisiones a la hora de distinguir tonos. Para Alhazen había tanta belleza en la similitud como en el contraste, y la armonía y la proporción eran las fuentes principales para lograrla. Para los musulmanes, la explosión de belleza de la propia naturaleza, la diversidad cromática, es un testimonio de la bondad de Dios, y símbolo perenne del Paraíso en la Tierra. Así, las edificaciones se cubren de color; el mosaico y la cerámica policromos se extienden a partir del S.XII por interiores y exteriores de mezquitas, madrazas y mausoleos.

En las iglesias bizantinas se empleó el vidrio para cerramientos de ventanas y en El Cairo fue, sobre todo a partir del S.XIII, en la época de los sultanes mamelucos, cuando se propagan las celosías de yeso con vidrios de colores, utilizándose en las habitaciones de los baños y en las mezquitas. En la Alhambra de Granada, la policromía de la decoración, en tonos fuertes rojos y azules, en oro y plata, que ya casi ha desaparecido, se fundió con los efectos de las vidrieras de colores, la pintura de los techos, los alicatados y pavimentos de azulejos, llegando a una gran riqueza de colorido.

Cuenta Torres Balbás [ToBa], hablando de las ventanas con vidrios de colores en los edificios Hispanomusulmanes, que la iniciativa y los primeros pasos en este arte tan espectacular y llamativo de la luz coloreada, tal vez en la Edad Media correspondan al mundo musulmán:

«Quedan en los palacios nazaríes granadinos testimonios toponímicos y arqueológicos del empleo en sus ventanas de vidrios policromados. El nombre de Comares, con que se conoce desde la conquista su sala principal y el "cuarto" en que se halla, así como el patio próximo, deriva sin duda de la palabra Qamariyya, nombre, según se dijo, de las vidrieras coloreadas que tendría. En el museo de la Alhambra se conserva un fragmento de armazón de vidriera, hallado en 1905 al rehacer la alacena inmediata a la escalera que sube al palacio de Carlos V, en el pórtico meridional del patio de la Alberca, por el arquitecto Mariano Contreras, en unión de gran número de piezas de vidrios de color, de formas geométricas, de las que han aparecido también restos al pie de la torre de Comares, en el Bosque (...)

(...) En el fragmento de armazón citado queda todavía un trozo de vidrio triangular. La tira de plomo está acanalada tan sólo por su cara interna, mientras las otras que formaban el dibujo, más finas, tienen canales por ambos costados para recibir los vidrios. Fragmentos más completos de armazón de plomo, aparte de otras tiritas sueltas en el Museo, se conservan -in situ- en la cara interna de las ventanas extremas del grupo de tres que hay sobre la puerta de ingreso del Patio de la Alberca a la Sala de la Barca. El citado Museo guarda cerca de cien fragmentos de vidrio, de forma geométrica, monocromos y sin decoración, cuyos gruesos oscilan entre 1 y 4 mm., con predominio de los de 2 mm. Sus colores son: morado, azul, verde, azulado (dos tonos), melado o marrón dorado, verde; abundan los incoloros. A juzgar por estas piezas, el dibujo de las vidrieras sería de tipo geométrico, parecido al de los más sencillos zócalos alicatados. En la Sala Comares, como en otras de la Alhambra, las vidrieras a las que debe su nombre completarían la extraordinaria riqueza de color que la envolvía toda, desde el pavimento hasta la más elevada de su techumbre. Seguramente lo que más separa la Alhambra nazarí de la desvaída de hoy es la pérdida casi completa de su espléndida y total policromía».

Para el arte musulmán la luz no sólo transforma la propia arquitectura en vibraciones luminosas sino que en las artes figurativas la luz está presente en las composiciones (el color en un principio denota una voluntad naturalista, aunque con el tiempo derivan a colores puros, adquiriendo un carácter exclusivamente estético); los colores en un principio se fabricaban con polvos de piedras semipreciosas y preciosas y en los fondos, siguiendo la tradición bizantina, abundaban el oro y la plata, los rojos, azules, verdes y amarillos componen superficies con una gran cualidad dinámica.

La arquitectura de los Palacios Nazaríes, como soporte del color, muestra las diferentes proporciones y enfoques en que puede ser captado un color, enunciando los diferentes espacios, que pueden realizarse con el color; desmenuzando la estancia en sus zonas de color; enumerando las posibilidades que tiene el color de recubrimiento.

Respecto a los colores de los fundentes y barnices de los azulejos que decoran los zócalos, hay que decir que se obtenían fundamentalmente de galena, arenas silíceas y minerales plumbíferos que fundían en hornos y que al solidificarse por enfriamiento formaban piedras compactas. La policromía de los tonos azules, verdes, amarillos y marrones melados eran fruto de las propiedades cromáticas del cobalto, cobre, hierro o plata y manganeso provenientes de Olula y Macael (Almería), Linares (Jaén), Alquife, Conjuro y Lújar (Granada) y Riotinto (Huelva).

Guillermo Roselló [Ros] en el estudio que realiza acerca de la cerámica en Al-Andalus en general afirma que:

«En la época islámica la cerámica vidriada supuso un avance técnico fundamental (...)

(...) La decoración a lo largo de esta época adoptó sistemas muy característicos: Pintadas, estampilla mediante la impresión de motivos en relieve, y vidriada. Estilos muy diversos se desarrollaron, de acuerdo con las sustancias utilizadas, para obtener estas superficies impermeables. Así los óxidos de cobre y manganeso dieron lugar a la decoración de verde y morado, propio de la época califal. El óxido de cobalto permitió conseguir una amplia variedad de azules y a partir del cobre, siguiendo una complicada manipulación mantenida en secreto por los artesanos especializados, se obtuvo el reflejo metálico o cerámica dorada.

Estas técnicas de vidriado no son descubrimientos de época islámica. El vidriado en verde lo podemos observar en el Imperio Romano, aunque no se popularizó. El dorado, el verde y manganeso y el azul cobalto son técnicas orientales (bizantinas, persas, chinas) que en España alcanzaron una gran difusión dando lugar a realizaciones peculiares que, de esta manera, dieron a la cultura islámica en Al-Andalus unas características definidas (...).

(...) Sin embargo en el siglo X empezó la producción de cerámica en verde y manganeso no solo en al-Zahra sino en otros lugares de la geografía española.. Se observan evidentes diferencias en la producción coetánea de Elvira (Granada) y de otros talleres locales. (...)

(...) El estilo de al-Zahra era de una completa austeridad. El tema decorativo, en verde, resaltado por los trazos oscuros del manganeso, aparecía aislado, destacando sobre el fondo blanco. ¿Hay un simbolismo especial en este contraste cromático? El color blanco es el símbolo de los omeyya, el color verde es característico del Islam (...)

(...) Si al-Zahra representó la austeridad, Elvira fue diferente. Se mantuvo el bicromatismo, pero el dibujo se extiende ocupando todo el campo decorativo.. Hay una mayor alegría en la combinación de temas geométricos y florales..(...).

(...) A mediados del siglo XIII se puede situar el inicio de lo que conocemos como cerámica nazarí, la última etapa de la producción cerámica andalusí, tal vez la más esplendorosa aunque sea la más desconocida (...)

(...) La incorporación del óxido de cobalto a las técnicas del vidriado añadió el azul a la gama cromática, y el azul y el dorado serán los colores característicos de las producciones nazaríes, que no solo alcanzaron una difusión fuera de lo común, sino que fueron imitadas. (...)

(...) Trabajos recientes, y otros en vías de realización, permiten estructurar una tipología formal y una evolución cronológica de la cerámica nazari. Faltan por estudiar las diferentes etapas de esta producción y la incidencia de su decoración, que incluye el uso del dorado, dorado y azul, verde y dorado y verde de base con decoración en manganeso. Estas divisiones han sido verificadas a través de excavaciones y fondos museísticos que aún no han sido debidamente contrastados».

Flores Escobosa Isabel [Flo], inicia en 1984 estudios sobre la loza azul y dorada nazari de la Alhambra, planteándose varios problemas sin resolver:

«El origen de los alfareros, que basándose en la hipótesis de una fabricación temprana la ubica en los siglos XII-XIII pero no encuentra conexión con la época nazari del siglo XIV.

Otra hipótesis referida al origen de los alfareros, la aporta A. Frothingham para quien se trata de un asentamiento persa, debido a la dispersión producida por la invasión mongola en 1260. Emplean un repertorio decorativo al que se suma el uso del azul cobalto de tanta tradición en Oriente y que será distintivo de la loza nazari. Se trata ahora de loza azul y dorada; azul porque básicamente los temas se realizan en este color, sirviendo el dorado para perfilarlos y rellenar los fondos mediante minuciosos motivos. Respecto a los hornos, sabemos que existieron en Málaga en el siglo XIV y que junto a ellos se construyó el monasterio de San Francisco».

Por lo que a Granada se refiere, Escobosa acepta la hipótesis de una elaboración de la loza dentro de la propia Alhambra, para consumo interno, en función de la gran cantidad de material recogido en este lugar, en su homogeneidad respecto a pastas y decoraciones, en los varios hornos encontrados en el Secano, zona industrial lejana al núcleo de la Casa Real, donde además existe el testimonio de su aparición junto con abundantes fallos de horno.

En las descripciones islámicas de edificios destacan los materiales que proyectan luz y su capacidad para aturdir al espectador de un modo muy parecido a los ejemplos occidentales. El papel de la luz es propio del misticismo islámico y se derivaba posiblemente de una misma teoría de la percepción que incluía las ideas de Platón y Plotino. Sí parece ser que el sentido de los colores no fue siempre el mismo en las diversas fases del desenvolvimiento de la especie, ni el mismo color sentido de igual manera por la retina, es difícil adoptar una división esquemática que sólo responda a la situación actual.

Hay documentos en los que se aluden a ciertos colores utilizados en la Alhambra, como los que cita Emilio García Gómez [GG-2] sobre un texto de la obra de Ibn al-Jatib, donde nos sitúa en el escenario de una fiesta ubicada en lo que denomina "nueva Alhambra" y nos describe el nuevo Mexuar (Sala de Dos Hermanas) :

«El suelo, con las dos grandes losas, estaría siempre cubierto por tapices, que al menos en la fiesta eran de preciosa calidad. Las paredes están bien descritas en el ap.2. Abajo, un mar de azulejos, cuyo oleaje -dice la metáfora- represaba una faja epigráfica con versos en los que "las letras árabes estaban recubiertas por panes de oro purísimo y entre ellas se aglutinaba lapislázuli molido"

.....Un paréntesis: "de oro y azul"

Tomemos un respiro en nuestro áspero camino haciendo alto en los colores, aludidos en el anterior epigrafe, de la poesía epigráfica alhambrena: oro (panes de oro) en las letras sobre el intenso azul (lapislázuli molido) del ataurique del fondo.

Esta combinación estaba absolutamente generalizada en la Alhambra, por lo que todo el mundo habla de ella (véanse los estudios arqueológicos, desde Gómez Moreno, padre, a Torres Balbás, y las guías, desde Simón de Argote a Gallego Burín) pero sin darle importancia mayor, pese a ser una característica esencial.

Ibn al-Jatib, quien la señala en nuestro texto para la sala de Dos Hermans, habla también de ella (Lamha, ed. Cairo, p. 97) para la losa sepulcral de Yusuf Iº: "en marmol adornado con oro líquido y azul lapislázuli". El mismo uso sepulcral señala Mármol (Rebelión, libro I, cap. VII) "epitafios en letra árabe dorada puesta sobre azul". Era el símbolo de los colores de la Alhambra.....

Conversaciones con el especialista en Estudios Semíticos Dr. Emilio de Santiago : Simón de la Universidad de Granada confirman lo que antes decía Torres Balbás "Seguramente lo que más separa la Alhambra nazarí de la desvaída de hoy es la pérdida casi completa de su espléndida y total policromía" confirma lo desvaído de la coloración actual de la Alhambra debido sobre todo a una incorrecta restauración en tiempos pasados, a través de unas técnicas y materiales cuyos resultados se alejan del resto del conjunto monumental.

Fundamentalmente, la Alhambra tuvo que disponer de una tal policromía, que dejó perplejo al visitante, totalmente tocado de esa magia de coloratura que debía de ir complementándose entre los elementos que llamaríamos de arquitectura de cubierta, de paramentos sobre muros, de arquitectura decorativa.

Arquitectura que tenía que estar perfectamente policromada sobre todo en los colores: rojo, azul verde y dorado sobre todo en la parte que sobresale la epigrafía (hay documentación que afirma la coloración dorada sobre un fondo de azul intenso, de lapislázuli molido), además había policromía en zócalos y alicatados más el complemento de revestimiento de muros que se hacían con telas; no cabe duda que existieran cortinajes, pero también telas que cubrieran los paramentos de paredes, que se conservan en el museo de Valencia de San Juan (Madrid),

fragmentos de telas de seda manufacturadas en Granada y que presentan las mismas tipologías, dibujos y formas de los alicatados.

Mientras que dejaban los alicatados externos desnudos, los interiores los cubrían con sedas para un mayor comodidad e intimidad, evitando un excesivo efecto cromático del alicatado interior. Las telas se caracterizaban también por un gran abigarramiento colorístico que entra dentro de la norma estética oriental y sobre todo andalusí norteafricana.

Experimentada esta evolución tras el movimiento almohade, es un producto granadino con exclusividad que se desarrolla, aclimata y toma cuerpo en la Granada nazarí, para después de producido el eclipse, continúa hasta nuestros días en el estilo denominado "alhambrismo" (pervivencia de las fórmulas decorativas, cristalizadas en la Alhambra y extendidas -ad infinitum- en el norte de Africa.

La fórmula de la Alhambra se convierte en elemento estereotipado y fosilizado al que remite todo arte posterior a los siglos XV y XVI, es el punto culminante de ese movimiento artístico, de esa teoría del arte que termina en el 1492.

El efecto colorístico es fundamental dentro de la Alhambra y nos lo prueba el hecho de la decoración primitiva en la cubierta más importante de la historia de la carpintería hispano-musulmana y musulmana en general que es "el techo del Salón de Comares".

Hay una especie de valoración simbólica y se produce un efecto de sensación, una íntima relación entre la decoración geométrica y la incidencia de la receptividad del ojo humano, hay unos efectos provocados de capital importancia que te hacen introducir en una sensación catártica del individuo a través de esa receptividad del color. No está estudiado o no se ha visto por ahora la valoración de los efectos de la estructura repetitiva del color como una condición para producir unas determinadas sensaciones o efectos que tienen esa fundamental motivación o finalidad para captar de una manera especial la atención del espectador; por eso habría que estudiar la función del color interior y exterior, la variación de los índices cromáticos. En el interior el color se acrecienta y complica, se abigarra de una manera mayor que en el exterior.

Ese abigarramiento del color buscado y rebuscado, esa función polícroma en la Alhambra, tienen un efecto de seducción hacia el espectador. Hay muy poco escrito de la Alhambra, acerca de su disposición, morfología, de su función espacial ... dándose la casualidad que los grandes escritores fueron algunos visires, primeros ministros de la corte.

¡Parece que hubo una conspiración del silencio! Las composiciones cromáticas, el arte de la combinación del color del arte nazarí:

- ¿Responden a una fase evolutiva del arte almohade?
- ¿De dónde viene, cómo les llega a los almohades?

El arte de los almohades era quizás más apagado que el nazarí, ¿influencias bizantinas, tradición romana evolucionada pasada por el tamiz oriental?, contrasta con el abigarramiento endiablado y kaleidoscópico del arte nazarí; parece existir una distancia abismal entre los dos estilos, casi sin ningún tipo de conexión.

Estos atisbos de análisis los hacen Bargebuhr u Oleg Grabar, pero los dejan en sus comienzos y se acaba. Desde aquí se abre otro campo de investigación para aquellos interesados en el campo del arte, en los estudios humanísticos y del mundo árabe. El color en el arte nazarí se convierte en un elemento capital de la propia arquitectura, y nunca subordinado a la misma. Según Gómez Moreno hay una arquitectura de sostén, y otra de ficción que complementa y reviste a la primera, muy simple y poco atractiva. La clave está en ese revestimiento de esa arquitectura y actualmente no se sabe nada, o muy poco del origen de esas técnicas o del porqué de ellas.

Decoración como pura abstracción que no fue mero capricho de los artistas de la época, hubo una función simbólica, casi teológica que necesita ser estudiada de una manera global.

Hay estudios descriptivos de A. Fernandez Puertas o Darío Cabanellas, pero que no llegan a análisis o conclusiones de valoración o de contenido argumental definitivos.

- ¿Por qué esa abstracción?, territorio del pensamiento y la filosofía del mundo hispano-musulmán.
- ¿Cómo se puede valorar?
- ¿Qué finalidad se persigue con el uso de la geometría que como finalidad decorativa excede el campo de la matemática?

5 *Puntos de vista para estudiar las formas*

5.- Puntos de vista para estudiar las formas

En general, el estudio de las formas desde una visión creativa, aplicado al análisis de las composiciones, se puede llevar a cabo desde varios puntos de vista:

- *Geométrico*

Estudio y análisis de las formas sometidas a las transformaciones que definen la geometría de ese espacio.

Se trata del estudio de las formas propias de la ornamentación bajo aspectos cualitativos en función de una comprensión de las estructuras esenciales de las formas y sus posibilidades compositivas.

Otro aspecto importante a considerar en las formas geométricas puras es la estructura del campo geométrico-intuitivo, que nos va a permitir particularizar y aprovechar una amplia serie de articulaciones espaciales.

Si reflexionamos en la cultura clásica respecto a la forma, las reglas para su producción eran susceptibles de codificación a través de un procedimiento doble:

- El establecimiento de unos elementos, (el léxico básico desde el que expresarlo).
- Un sistema de proporciones, o sea unas reglas sintácticas basadas en la coordinación modular de las dimensiones capaz de fijar relaciones estables entre ellas.

- *Topológico*

Como espacio de la relación, como estudio de las relaciones de las partes con el todo.

«Ver un objeto en el espacio significa verlo en su contexto (...) la complejidad de la tarea que se lleva a cabo cada vez que el sentido de la vista establece el tamaño, la forma, la ubicación, el color, la brillantez y el movimiento de un objeto. Ver el objeto significa distinguir sus propias propiedades de las que le imponen el medio y el observador» [Ar-1]

- **Gestáltico**

Se plantea la configuración básica de las formas, objeto de estudio, procedimiento a través del cual se llega a determinadas composiciones, y al proceso de formación de las propias formas. Se trata de conocer a través de la visión el mundo de las formas, mediante:

- Una metodología global del proyecto que permita la reconstrucción de los procesos creativos y de la vida histórica;
- Un análisis de la relación en su sucesión;
- Un estudio de los procesos mentales y metodológicos de la forma;
- Una lectura e interpretación de los nexos lógicos entre momentos distintos de la investigación y aportes a la creación de la forma.

«...Serían operaciones tales como la exploración activa, el análisis y la síntesis, el completamiento, la corrección, la comparación, la solución de problemas, así como también la combinación, la separación y la puesta en contexto» [opus cit].

- **Fenomenológico**

Como estudio de los hechos que podemos observar dentro de las leyes para así dar una explicación lo más comprensible.

El campo fenomenológico es el estudio de las estructuras orientadas hacia el objeto que se presentan como formas o totalidades existentes por sí mismas. Lo que determina principalmente la aparición de las formas es la característica de claridad o de *buena forma* que poseen: cuanto más regulares, simétricas, cohesivas, homogéneas, equilibradas, simples, concisas sean, tanto más se impondrán a nuestra percepción (ley de la claridad).

Efectivamente, como dice Arnheim [opus cit]:

«La interacción más útil entre percepción y la memoria se produce en el reconocimiento de las cosas que vemos (...) es cierto que la percepción y el reconocimiento están inseparablemente entremezclados».

Partiendo de la modelización de imágenes, el observador extrae un esquema que sintetiza las estructuras de ese objeto a representar gracias a la percepción que selecciona, abstrae y sintetiza; ese esquema supondrá el principio de la representación a través de los elementos morfológicos resultado de la percepción de la realidad. La siguiente fase sería la abstracción del emisor al seleccionar los elementos plásticos: imagen fija, imagen móvil, soporte, espacio, tiempo, realidad (objetiva, figurativa, modelizada), etc.

Entramos en el estudio de las composiciones, en el análisis morfológico de los elementos esenciales y de los principios que controlan su organización. Forma, color, textura, espacio de representación o de expresión, línea, punto, corresponden a los elementos morfológicos que habitualmente definen una imagen, determinan el estilo de la composición y completan la expresividad combinando los diferentes elementos de la composición.

Los elementos primarios de la forma (punto, línea, plano, volumen) y el espacio se presentan, no como fines en sí mismos sino como medios para resolver problemas y van a constituir las herramientas fundamentales de trabajo, que nos van a permitir: señalar, clasificar, analizar y comentar las formas básicas, organizaciones espaciales, así como las transformaciones a modelos tipológicos.

Decía Paul Klee [Kl] que :

«Toda forma pictórica se inicia con un punto que se pone en movimiento...

el punto se mueve...y surge la línea -la primera dimensión-

Si la línea se transforma en un plano, conseguimos un elemento bidimensional. En el salto del plano al espacio, el impacto hace brotar el volumen (3D)... Un conjunto de energías cinéticas que cambian al punto en línea y el plano en una dimensión espacial»

Si los objetos tienen formas fijas, sus partes permanecen en relación bastante estables entre sí, (exceptuando las sustancias de forma imprecisas, ejemplo: fluidos, gases...). Vemos objetos diferentes en el mundo visual que nos movemos, porque en realidad hay objetos diferentes, y los vemos con formas diferentes porque físicamente tienen esas formas diferentes, son datos que no necesitamos explicar porque existe una correspondencia entre las características de la realidad física y las de la realidad perceptiva o fenoménica; hablamos de casos generales y normales, otro caso son las condiciones que nos crean situaciones paradójicas en el plano de la realidad perceptiva (movimientos, variaciones de la forma por mareo, fiebres, ingestión de drogas, localización espacial, número, etc).

Hablamos de mundo visual, del lugar, del espacio donde se desarrolla nuestra vida cotidiana, nuestras experiencias conscientes, pero cuando hablamos de campo visual, vamos a referirnos al soporte, superficie, plano... donde vamos a necesitar para su visualización una actitud más analítica e introspectiva, es como querer ver el mundo, como si fuera un cuadro, formado por superficies limitadas, coloreadas, separadas por contornos, etc.

Las diferencias entre el mundo real visual y el campo visual donde se expresan o representan se pueden establecer en múltiples niveles: mientras el mundo visual es ilimitado, continuo, sin centro, estable, ocupado por objetos constantes en su tamaño y forma así como dotados de formas en profundidad, el campo visual es limitado, orientado en relación a sus márgenes, sus direcciones son susceptibles de cambio, pueden presentar imágenes en perspectiva, las formas carecen de profundidad real, se deforman con el movimiento,... etc.

Para expresarlo de alguna manera, se puede decir que el campo se siente, se ve, se puede relacionar con las técnicas de la expresión, de la representación, donde el mundo se percibe, es conocido. Definir y tipificar formas nos obliga al intento bastante complejo de crear modelos icónicos de la realidad, en función de múltiples criterios: niveles de realidad, apariencia icónica de las imágenes (mentales, naturales, registradas, creadas) etc. Atendiendo a la naturaleza que las imágenes presentan y particularizando, podríamos hablar de las creadas considerándolas como vehículo de comunicación, imágenes con unos componentes materiales, cuyos elementos formales vamos a organizar en estructuras lo que nos va a permitir dar una significación plástica.

La noción de forma hace, por su parte, intervenir la comparación entre diversas ocurrencias sucesivas de una figura, y moviliza, pues, la memoria. Se sabe que un ciego de nacimiento operado, si bien percibirá el círculo y el triángulo, no será capaz de distinguir estos dos tipos de forma antes de un cierto aprendizaje.

No existe, pues, la forma hasta que sea decretado que una figura se parece a otras figuras percibidas. Al mecanismo bruto de escrutinio local se le añade un segundo mecanismo destinado al reconocimiento de lo que llamaremos tipo.

Vemos entonces la necesidad de distinguir el concepto de forma (como elemento morfológico de la imagen). Hablaremos de forma para referirnos al aspecto visual de un objeto o de su imagen, al conjunto de características que se modifican cuando dicho objeto cambia de posición, orientación, contexto, etc.

Concebimos el concepto forma en un sentido amplio, próximo al significado común de forma de una cosa y por otro lado de significado más científico y filosófico en el cual designa algo más abstracto equivalente a estructura, articulación; un todo que resulta de la relación de factores entre sí.

Matila Ghyka [Ghy] hablando de la forma en general y concretando acerca del simbolismo en la pintura decorativa, afirma que:

«En el arte decorativo puramente ornamental, aun cuando los motivos de decoración no aspiran a evocar objetos o animales concretos, sino que son temas simbólicos estilizados o geométricamente abstractos, la forma y disposición de las superficies coloreadas, independientemente de sus colores, procuran efectos más o menos agradables, según que estas leyes, difíciles de discernir, sean más o menos observadas. Las posiciones respectivas de los centros de figura en los motivos propiamente dichos, y su posición en relación con el centro de figura del conjunto de la superficie decorada (comprendiendo sobre el cual se destacan los motivos) desempeñan un gran papel.Cuando los motivos no dependen más que de un simbolismo abstracto (independiente de la evocación de un organismo real o fantástico) las condiciones de un equilibrio orgánico particular desaparecen. Sin embargo, aun en este caso extremo, el ojo crea relaciones ficticias entre los motivos abstractos y el fondo sobre el cual se destaca, y ciertas disposiciones lo satisfacen más que otras.»

Así pues, vamos a hablar de forma como un concepto material, tangible de la imagen. Y vamos a definir la imagen como esa representación de los conceptos de las distintas civilizaciones.

En general, podemos apreciar que del análisis visual surge la extracción de un esquema preicónico donde recogemos los rasgos estructurales más relevantes del objeto a representar; así observamos que las imágenes disponen de tres estructuras fundamentales: espacial, temporal y de relación. Como las dos primeras son las que admiten una formalización teórica, y son las que tratamos, no debemos pasar por alto las de relación (tamaño, escala, formato, proporción) difíciles de categorizar.

Observando la estructura cualitativa de la imagen (espacio-tiempo), podemos simplificar su tipificación atendiendo a su dinamismo en imágenes fijas y móviles, y en función de la naturaleza de las dimensiones del soporte físico en bidimensionales y tridimensionales, agrupamos las imágenes en planas o estereoscópicas.

De las formas planas se hacen variedad de clasificaciones como:

- *Geométricas*, construidas con objetos matemáticos, ya sean regulares o no.
- *Orgánicas*, rodeadas por trazos libres.
- *Manuscritas*, caligráficas o creadas a mano alzada.
- *Accidentales*, determinadas por el efecto de materiales o instrumentos especiales en determinados casos, u obtenidas accidentalmente.

En nuestro caso nos centramos en las geométricas y en esta Memoria se tratan los mosaicos, pertenecientes al grupo de los llamados periódicos.

FORMAS GEOMÉTRICAS REGULARES (2D y 3D)

- *Rosáceas*
 - Polígonos (polipolígonos)
 - Circunferencias (rosetones)
- *Frisos*
- *Mosaicos*

En función de las características formales, las imágenes también adquieren una naturaleza dinámica que va asociada al concepto de temporalidad; el tiempo de la imagen es una modelización de la realidad y según sea ésta, las imágenes cambian, surge otra división de imagen (estática o dinámica).

El esquema temporal de la realidad se articula sobre la dialéctica *pasado-presente-futuro* en un tiempo lineal y continuo, siendo en este esquema la sucesión como la única relación temporal.

Aparece pues otra estructura icónica que se relaciona con la espacial y la de relación. La imagen es capaz de crear estructuras temporales, donde los elementos encuentran un valor significativo en el conjunto de las imágenes de la secuencia.

Se originan dos tipos de imágenes diferentes: "secuenciales y aisladas", en ambos casos se integran en una misma unidad los conceptos de espacio y tiempo.

Se debe considerar el mundo de las formas cuyos soportes corresponden a otras dimensiones : cine, televisión, video, ordenadores, hologramas, láser, sistemas optoelectrónicos, ilusiones ópticas, etc. desencadenan en el espectador la sensación de estar viviendo la realidad de otras maneras; a los códigos de la figuración y de la analogía visual se añaden el de movimiento y duración. En cine, los conceptos de imagen, movimiento, encuadre, campo, profundidad de campo, adquieren otra dimensión en función de parámetros relacionados con la articulación espacio-temporal.

Entramos en el universo electrónico, en la televisión, el video, las imágenes cambian de soporte y las condiciones de recepción se transforman, se posibilita una transmisión y recepción simultánea de mensajes en la comunicación, se introducen nuevas pautas de relación entre emisor y receptor. La televisión por cable, la interactiva, la telemática, integrada con el ordenador constituyen nuevas tecnologías de la comunicación y nuevos sistemas de generación electrónica de formas y movimientos.

Es posible proceder a la creación de figuras con la mera utilización del espectro electromagnético, en un campo de la imagen de fronteras imprecisas, donde el tema del espacio (su descomposición, recomposición, ficción, etc.) deja de estar en un primer término, y se replantea una nueva dimensión, en la que las distinciones como la tradicional entre figura y fondo puede dejar de ser pertinente.

Otras nuevas perspectivas en el campo de la imagen llegan con la "holografía, imágenes interactivas y las sintéticas" donde en las primeras, se ha perseguido el paso de la imagen de proyección bidimensional a la de proyección tridimensional. Para las imágenes interactivas el uso del ordenador es imprescindible, la incorporación de pantallas de visualización y la utilización de numerosos caracteres alfabéticos y/o numéricos, además de un aprendizaje de lenguaje con las máquinas permite establecer un nuevo sistema de comunicación.

Con la infografía se establece un nuevo campo en la producción de imágenes, con fuertes vinculaciones a la videografía y los ordenadores. Surgen otra variedad de imágenes fruto de la técnicas digitales basadas en la composición de la imagen a través de puntos elementales y discretos (pixels) a los que se les dota de una doble referencia en un sistema de coordenadas espaciales y cromáticas. Gubern [Gu] las clasifica en cuatro categorías:

- *Imágenes no figurativas*: vinculadas en un primer momento con una dimensión decorativa.
- *Imágenes gráficas o simbólicas*: representan esquemas o diagramas capaces de representar informaciones cuantitativas o topológicas por medio de símbolos y modelos codificados.
- *Imágenes figurativas*: representan estilizadamente objetos del mundo real.
- *Imágenes realistas*: que mimetizan las apariencias de los objetos.

Nuestra conciencia es el verdadero instrumento para dominar todos los fenómenos que irrumpen en nosotros, la conciencia es la suma del entendimiento humano, y no es equivalente a la inteligencia ni a la razón. La inteligencia es el instrumento de la razón y en un sentido más estricto, es la facultad de crear imágenes (representaciones) mentales a partir de las percepciones de los sentidos y la capacidad de convertir dichas imágenes a través de una abstracción, en ideas que habrán de asociarse a la hora de emitir un juicio o sacar una conclusión. Por el contrario, la razón en última instancia se ocupa de cómo percibe el hombre la configuración (GESTALTUNG) de su entorno y de qué le lleva a percibir la forma (GESTALT).

Representación de las formas.

Un problema de paso de 3D a 2D.

Alrededor del concepto de representación y de la significación de las imágenes y de las formas hay una gran variedad de opiniones. Según el diccionario representar, se identifica con: *-evocar-* por descripción, retrato e imaginación, *-situar-* semejanzas de algo ante la mente o los sentidos, etc.

Tal y como lo entiende la filosofía clásica, se plantea como una función del lenguaje en general, el estar en lugar de otra cosa a través de una representación, de ofrecer de nuevo pero transformando en signo lo que ya existe en la vida o imaginación.

El concepto de representación es definible, pero como toda definición tiene un valor limitado. Si reflexionamos en la cultura clásica respecto a la forma, y teniendo en cuenta el hecho esencial de la selección de una realidad, las reglas para la producción estas formas eran susceptibles de codificación a través de un procedimiento doble:

- El establecimiento de unos elementos, (el léxico básico desde el que expresarlo).
- Un sistema de proporciones, o sea unas reglas sintácticas basadas en la coordinación modular de las dimensiones capaz de fijar relaciones estables entre ellas.

Estos hechos dependen de dos procesos generales, el de la percepción y el de la representación.

Arnheim [opus cit.], cuando habla de la abstracción perceptual en el arte afirma:
 «La representación consiste en "ver" dentro de la configuración estimular un esquema que refleje su estructura (...) y luego inventar un equivalente pictórico para ese esquema»

Si la percepción tiene que ver con el proceso de la selección de la realidad, la representación incluirá los componentes estructurales (elementos plásticos y su sintaxis), ya que vemos y reconocemos desde el entorno y la propia experiencia reducida a sus componentes visuales y elementos básicos.

Evaluamos a través del análisis de la simplicidad estructural de los rasgos formales que componen la estructura (ángulos, distancias), también la orientación, que aunque no tiene valor estructural, afecta a la simplicidad de un objeto o imagen.

Desde la geometría plana hasta la geometría espacial con sus propiedades descriptivas (en las que interesa la posición relativa de los entes geométricos), a través de actividades de manipulación y exploración, tenemos la posibilidad de afianzar conceptos de estructuras, modelos y tipos.

De la estructura y la forma, (aspectos de un mismo elemento) van a depender la identidad visual de un objeto y su representación, aunque a veces primaran unos rasgos más que otros. Se nos presentan varias opciones de representación:

- *La superposición :*

Las formas suelen encontrarse en conjunto, aunque la percepción las discrimine y las vea situadas en distintos términos, plásticamente la superposición cumple dos funciones: establece una jerarquía y articula el espacio.

- *La representación geométrica proyectiva:*

Nos permite representar un aspecto del objeto bajo un punto de vista fijo, seleccionamos una forma que identifique al objeto de las infinitas que hay, y el punto de vista puede ser tan variable como se desee. Abstraemos visualmente un objeto (3D) al proyectarlo en un plano de (2D); la representación no deja de ser parcial ya que sólo representamos una de las múltiples vistas del objeto con sus rasgos básicos de la estructura, y mantenimiento de ciertas características (por ejemplo; invarianza de distancias en una representación isométrica).

El estudio de los sistemas de representación como lenguaje, ha dado lugar a la Geometría Descriptiva como ciencia auxiliar de la geometría del espacio y tiene su aplicación dentro de la expresión creativa como método científico de resolución y exposición. La proyección restablece la totalidad del objeto que representa. Puesto que nuestra percepción de la forma de un plano se deforma por la perspectiva, veremos la forma auténtica, cuando sea frontal a nuestra posición; pero si sólo proyecta una parte del total del objeto y la imagen no suministra un aspecto característico de la totalidad, o la proyección no es ortogonal, hablaríamos de escorzo (orientación oblicua).

Las formas tridimensionales plantean problemas de representación en el plano (pasar de 3D a 2D es una traducción espacial). Ante un conflicto se plantea una paradoja (ejemplo: objetos imposibles, ilusiones ópticas) y surge la necesidad de un sistema de representación y así aparecen una serie de preguntas, para poner a punto un lenguaje.

¿Qué sistema de referencia vamos a elegir?:

Tenemos que situarnos en un campo visual. Si el espacio-estructura se percibe a través del espacio, tiempo, movimiento, la visión se efectúa en función de un orden. Nuestro sistema es sencillo: Cartesiano con las herramientas de la época.

La herramienta: Geometría

La geometría suministra un lenguaje mediante el cual podemos definir y analizar formas. Se clasifican las geometrías según unos grupos de transformaciones que actúan sobre los puntos del plano o del espacio dejen invariantes ciertas propiedades de las figuras.

En la Geometría Euclídea las propiedades métricas de las figuras permanecen inalterables cuando son sometidas a traslación, rotación, reflexión o deslizamiento. Estudiando proyectividades o afinidades aparecen las geometrías Proyectiva y Afín, respectivamente.

La elección de la geometría es una idea antigua y clásica. Así la revolución del arte moderno se fundamenta en los elementos de la geometría euclídea, y su interpretación difiere muy poco de las de aquel tiempo. Después de todo, si el arte ha pretendido la creación de orden, armonía, equilibrio proporción, etc, no es casual que en obras de arte actuales, se superpongan los resultados de la ciencia moderna a la concepción filosófica de los clásicos, de Platón o de Aristóteles.

Para comprender las bases matemáticas donde se fundamentan las formas hay que considerar parte de sus principios filosóficos, donde el concepto de la naturaleza de su origen es un misterio, (observemos por ejemplo el punto como el elemento más básico y significativo de la geometría).

El punto como elemento conceptual, no tiene dimensión, a no ser que se trate de un punto físico. Luego se nos plantea una diferencia entre lo físico y metafísico, entre idea y expresión, siempre dentro de una realidad.

En las artes hay incontables recursos para crear o realzar las formas. Si echamos un vistazo a las formas más elementales de arte visual (ej: ornamentación) un dibujo decorativo, líneas que componen, decimos que los elementos se mueven, corren por toda la composición global. En la dialéctica entre forma absoluta y forma como herramienta, surge la valoración de los puntos de vista funcionales, estructurales y materiales. Si nos referimos a las formas plásticas, formas pictóricas, formas dinámicas (en el punto que se pone en movimiento) consideramos el efecto de un punto de color sobre una rueda que gira: al punto se lo ve como un círculo, como una línea uniforme y cerrada.

A lo largo de la Historia existen documentos que presentan ejemplos de geometrías que nos han dado imágenes mentales claras de su relación con las formas artísticas. Aunque no existe un sistema concluyente de formas, existen sistemas de formas que son subsistemas de subsistemas del universo conocido.

Gerstner [Ger] afirma que la forma no es objeto de varias ciencias, es una ciencia en sí misma:

«... Los antiguos griegos no inventaron la geometría, pero la convirtieron en un instrumento racional para adquirir conocimientos del mundo. Introdujeron una fuerza de abstracción sin precedentes al concebir el punto como un elemento sin dimensiones; la línea como una serie de puntos, el plano como un conjunto de líneas y el volumen como un conjunto de planos.

Fueron lo bastante atrevidos como para basar sus especulaciones en verdades obvias y por tanto incontestables, como el axioma de que dos cosas que pueden superponerse son iguales.

(...) En el siglo III a. de Xto., Euclides condensó todo el conocimiento matemático de la antigüedad en los trece volúmenes de los Elementos, que contenían el estudio de las figuras geométricas y sus relaciones, configuraciones, magnitudes y proporciones

(...) La forma representa la natural espacial del mundo externo y del interno, de los objetos espacios intermedios que componen el micro y el macrocosmos. Es una configuración que puede ser definida o indefinida. Y tiene un tamaño que puede constar de ninguna, una, dos o tres dimensiones: el punto, la línea, el plano, el volumen.... los objetos de toda la geometría.

Por fascinante que pueda parecer incluir el tiempo como cuarta dimensión, y el movimiento derivado de la combinación del espacio y tiempo, nos limitaremos a sólo dos dimensiones, a la planimetría, a las formas de las superficies.

Los objetos abstractos del matemático son también los elementos formales del artista, que a su vez los utiliza para reproducir los objetos del mundo concreto. Fueron también las premisas en que se basó Kandinsky [K] para estudiar la forma; este libro constituye la base teórica del arte abstracto. Fue el primero en no usar los puntos, las líneas y planos para representar otros objetos o temas, sino por sí mismos como temas de su arte. La forma por la forma, inspirada en el color.

Para Euclides, un punto rojo era una contradicción de términos: un punto no puede tener color, puesto que no tiene dimensión. Es algo inexistente que puede imaginarse pero no representarse. Los matemáticos modernos no tienen conceptos tan rígidos, pero incluso para ellos estos elementos geométricos son abstracciones.

(....) Hay que añadir que, que a lo largo de los siglos, la geometría se había ido convirtiendo en una ciencia cada vez más abstracta, indisolublemente ligada a la aritmética y el álgebra, hasta que David Hilbert presentó sus sistemas de axiomas, que por fin la liberaron de toda percepción directa y cortaron el cordón umbilical que la unía al arte. Al menos, eso parecía. Mientras tanto van apareciendo nuevas relaciones, como si entraran por la puerta trasera. En el campo artístico, Maurits C. Escher es un infatigable intermediario. En el de la ciencia Benoit B. Mandelbrot, con su geometría fractal, ha explorado una fascinante región fronteriza entre la ciencia y el arte».

La geometría básica se convierte en ciencia básica en el arte de la construcción.

¿Regla y compás? Euclides en su tratado geométrico de "Los Elementos" consagra el uso de estos dos instrumentos simples como fundamentales para la resolución de los problemas de construcción.

Partiendo de las más elementales como el trazado de la mediatriz de un segmento, de la perpendicular por un punto a una recta, de la bisectriz de un ángulo, de la división de un segmento en partes iguales, del trazado de polígonos regulares inscritos en una circunferencia, del trazado de la paralela por un punto a una recta, se consideran las construcciones más elementales.

Los musulmanes medievales también asumen distintos axiomas de los clásicos y elaboran sus propios estudios tanto teóricos como prácticos; es reconocida su maestría en la construcción de polígonos regulares a través de la regla y el compás y aplicados a su propia arquitectura y ornamentación.

En cada uno de sus oficios había una ciencia que tenía al mismo tiempo un aspecto práctico y otro estético, véase las técnicas artesanas como la fabricación de techumbre y batientes de puertas a base de trozos de madera ensamblados y entrelazados (taracea), así como los revestimientos de suelos, techos y paredes.

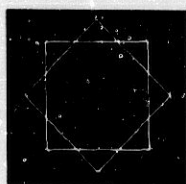
Véase el trabajo de Enrique Nuere [Nue] basado en la obra de Diego López de Arenas sobre "*La Carpintería de lo Blanco*" donde plantea trazados de cualquier tipo de iazos estrellados dependiendo exclusivamente de ciertos ángulos, que resultan de dividir el círculo y el semicírculo en el número de lados de la estrella.

No se puede partir de un todo sino de partes, de subsistemas, ya que aquí no conocemos un universo. La fascinante historia del descubrimiento de nuevos mundos de formas y sistemas de formas nos hace ver que el arte y la geometría tienen puntos de contacto, obvios u ocultos, donde el arte influye en la geometría y viceversa.

Cada una de las geometrías es verdadera en sí misma, y los descubrimientos posteriores no la rebaten, sino que la enriquecen. Todas han contribuido a nuestro conocimiento del universo de las formas, y sin embargo ninguna de ellas es completa. El universo de las formas se expande con cada nuevo descubrimiento.

6 *Las formas del arte nazari*

6. Las formas del arte nazarí.

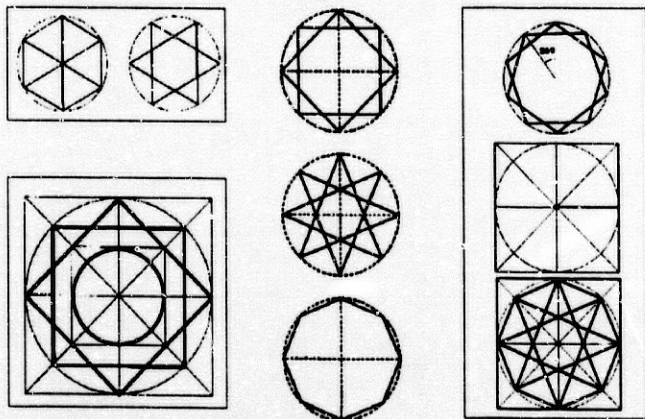


*"Formas, colores, proporciones, ritmos,
espacios, ambientes, estructuras, materiales, etc.
son medios con que cuenta el arquitecto para su creación visual.
En la Alhambra no existe la masa como un factor estético
sino el volumen, el espacio geométrico.
La conjunción de formas no es sólo geométrico,
sino que se basa en conceptos funcionales de adaptación al terreno."*

(MANIFIESTO DE LA ALHAMBRA)

La Edad Media representó un regreso a la tendencia abstracta después del paréntesis figurativo del arte griego y romano (las grandes culturas del Mediterráneo clásico). En la Alhambra las formas elementales pueden estudiarse en su propia arquitectura y en las aplicaciones hechas en fondos y soportes básicos donde aparecen los adornos: cerámica, estucos, maderas: el camino es sencillo, a partir de la geometría, sabemos que los perfiles primarios de las formas son la circunferencia y la serie infinita de polígonos regulares que pueden inscribirse en la misma. De todos ellos, los más relevantes constituyen los perfiles básicos.

Toda forma visible es en esencia una forma geométrica, y a partir de un número reducido de formas simples y elementales construibles con regla y compás es posible obtener un vasto repertorio de formas complejas.



Tomamos algunas formas geométricas elementales :

- 1 *Triángulo*
- 2 *Cuadrado y formas equisuperficiales*
 - 2.1 *Rectángulos, rombos*
 - 2.2 *Giros del cuadrado*
 - Octógono regular*
 - Sinos (Estrella de Salomón)*
 - Ruedas*
- 3 *Otros polígonos regulares (eneágono)*
- 4 *Círculo*
- 5 *Rosaceas*
 - Conjunción de círculos (pajarita), su equisuperficialidad con el triángulo equilátero.*
- 6 *Frisos de alicatados*
- 7 *Mosaicos regulares. Mosaicos semirregulares. La cuadrícula*
- 8 *Lacerías*
 - *La doble cuadrícula*
 - *Combinaciones (sinos, solapamientos...)*
- 9 *Mosaicos de ulicatados*

Con ellos se inicia un inventario razonado de su presencia en la ornamentación. Es precisamente la disposición y la organización de los elementos de la forma y del espacio (cuanto más sencillos y regulares) los que dan respuesta (por su facilidad de ser percibidos y comprendidos) a la transmisión de significados. Nos interesa en un principio conocer la estructura puramente geométrica, sus formas básicas, elementales.

6.1 Formas arquitectónicas planas y espaciales.

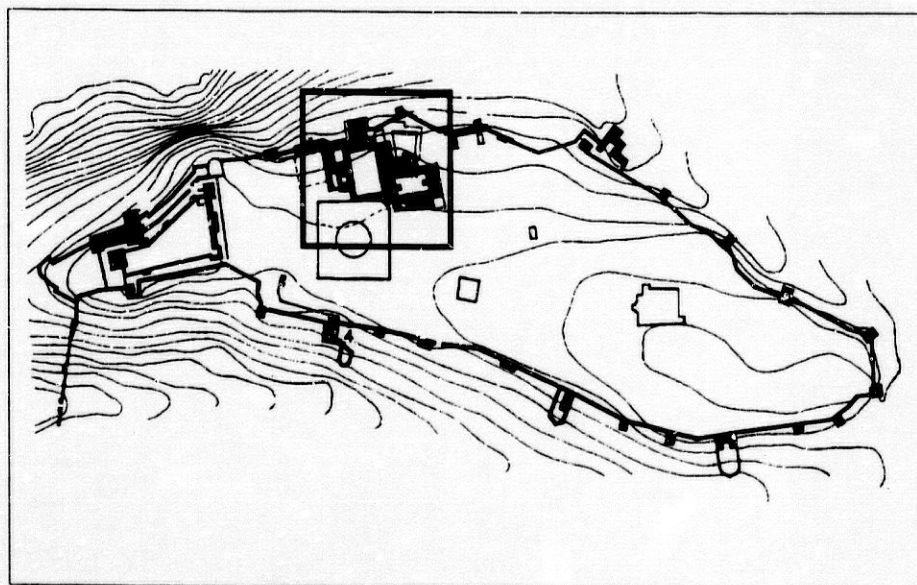
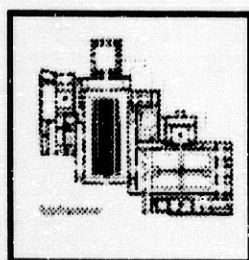
6.1.1 Estructuras Arquitectónicas (2D)

Ibn Jaldun en (1332-1406) alude que los arquitectos islámicos heredan las técnicas de dibujo de la Antigüedad, el empleo de la cuadrícula junto a otros procedimientos basadas fundamentalmente en arcos que partían de las diagonales del cuadrado. Este sistema derivado de las proporciones del cuadrado perfecto tuvo una gran aceptación en la construcción islámica a lo largo de la historia.

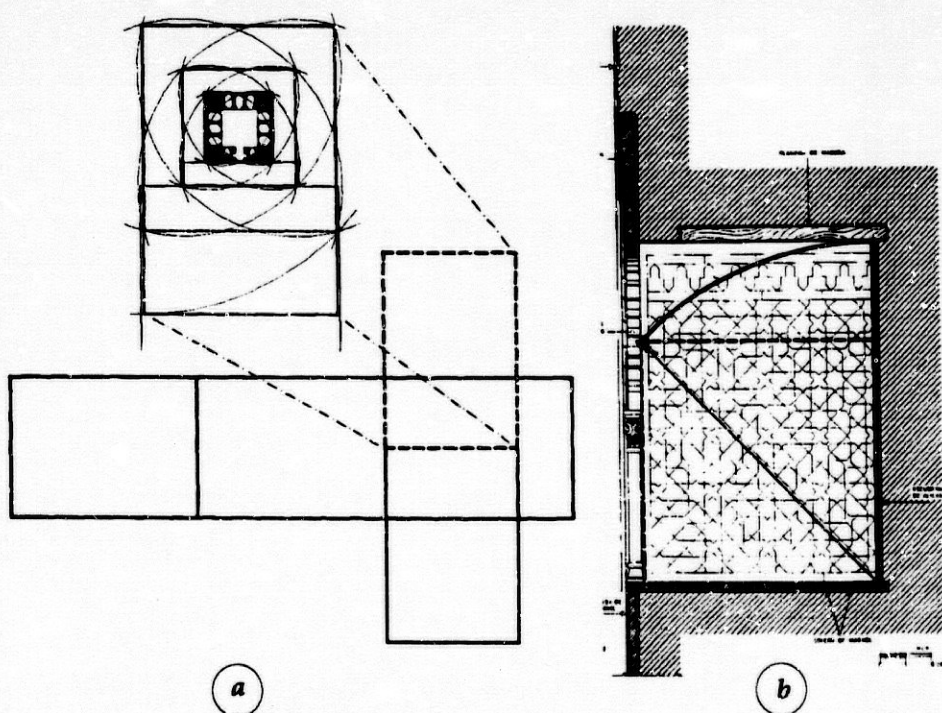
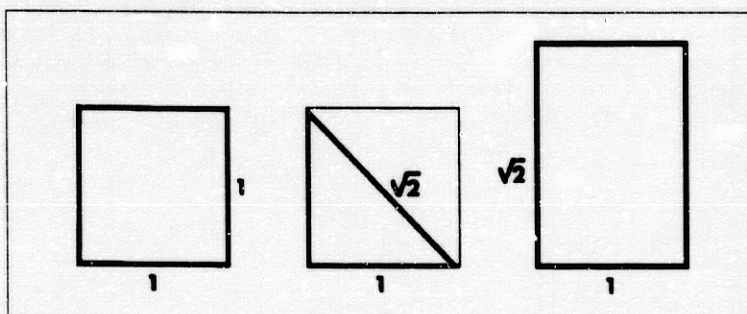
El universo es la realización del pensamiento de AL-LAH. Todo espacio es real en el sentido en que el espacio representado y el espacio donde nosotros nos encontramos son idénticos entre sí e idénticos al Universo.

Si estudiamos el arte nazarí no debemos olvidar que estamos ante objetos dotados de individualidad. Es en el espacio donde se sitúa, en último análisis, el carácter específico más aparente de los valores formales nazaríes, destacando por la composición abierta y libre de sus plantas y la austeridad geométrica de sus formas.

La Alhambra se adapta perfectamente a la topografía de la colina donde está situada, sus formas periféricas crean un recinto convexo, que alberga zonas con ambientes distintos y edificaciones muy simples; en su mayoría, prismas. No se repiten volúmenes iguales, teniendo cada uno su propia personalidad.



De todos es sabido que hay dos proporciones muy utilizadas en arquitectura:
 $\sqrt{2}$ y \emptyset , ambos derivados de la utilización del cuadrado como puede verse en
 las imágenes que siguen.



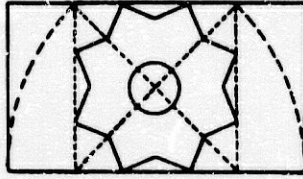
Ejemplos de la utilización del rectángulo $\sqrt{2}$ lo tenemos en:

a - La estructura del Palacio de Comares.

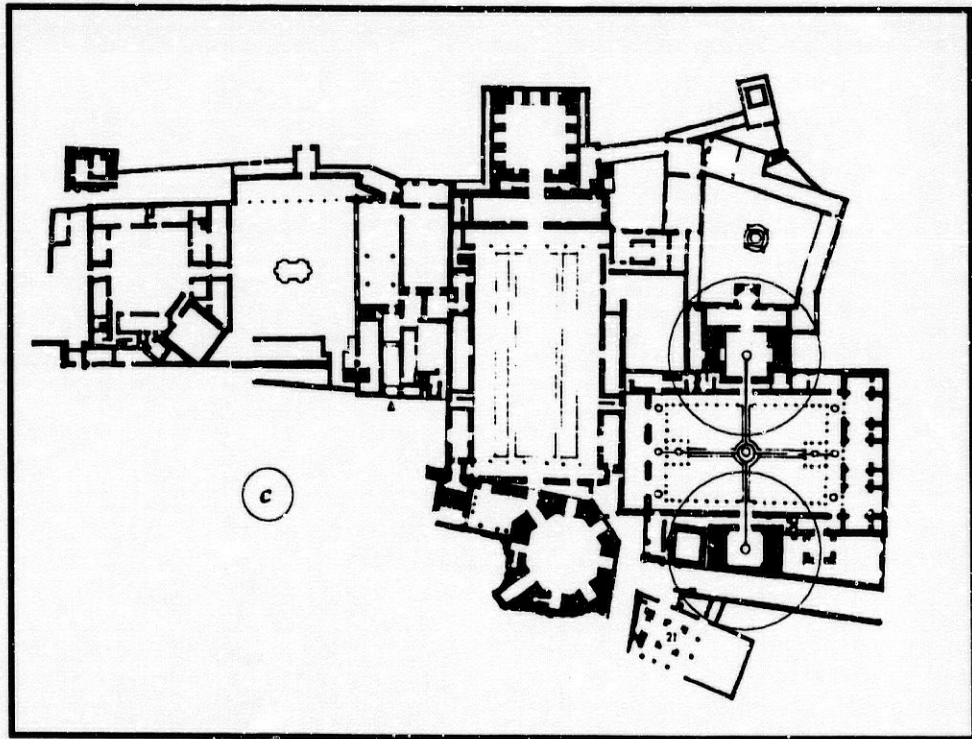
b - La estructura de las tacas del intradós en la Sala de la Barca

(dibujo de D.Cabanelas y A. Fdez Puertas).

c - El Palacio de los Leones, utilizado para adosar estancias a la sala principal, tanto en Dos Hermanas como en Abencerrajes.

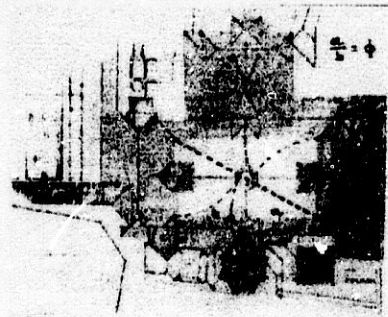
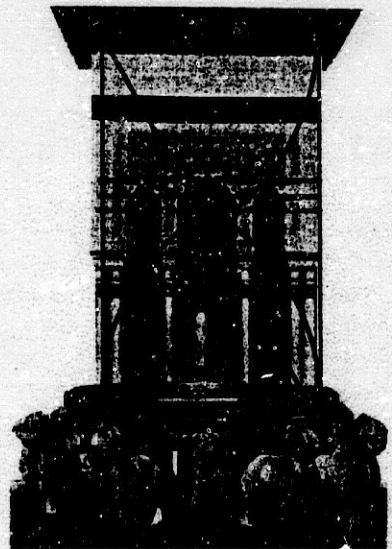
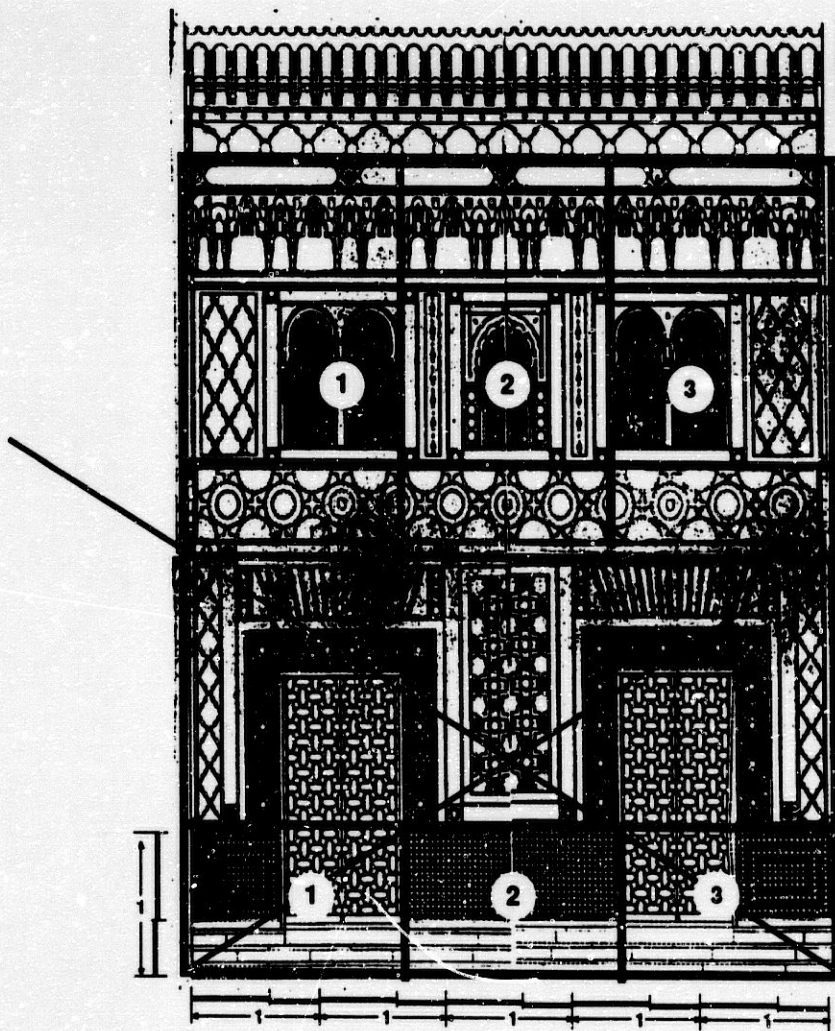
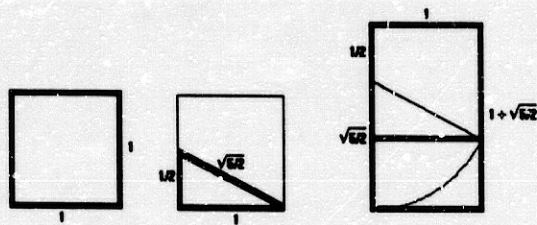


Planta de Sala de Abencerrajes



Ejemplos de \emptyset :

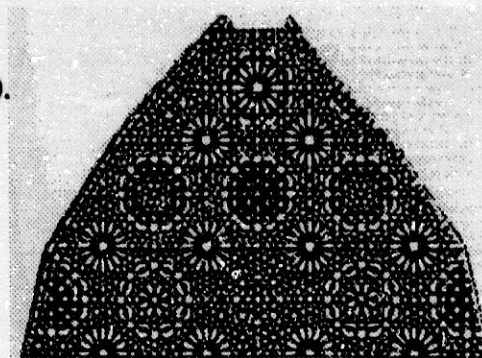
- a -El Patio de los Leones (tanto su superficie como el diseño de los arcos se basan en el rectángulo \emptyset).
 b -La fachada de Comares.



6.1.2 Formas tridimensionales (3D).

**Espacio, Cúpulas,
Artesonados, Mocárabes.**

*«En la bóvedas, cúpulas, alminares,...
nos encontramos con formas derivadas del cubo.»*

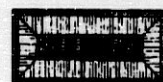
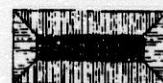
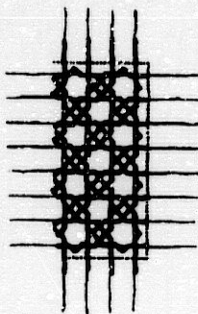
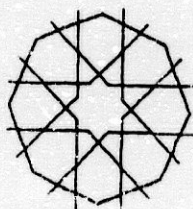
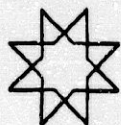


Tuvo la arquitectura nazarí una aversión a la naturaleza gravitatoria, por lo que tiende a soluciones flotantes en su arquitectura. Las construcciones de techos y pisos superiores por encima de bóvedas y cúpulas se construyen de finos muros para aligerar pesos; las bóvedas de cañón surgen como consecuencia de las dificultades en los encofrados y se construyen bóvedas de arista, resultado de la intersección de las de cañón.

De las dificultades para salvar el espacio entre las bases cuadradas y las cúpulas circulares surgen formas volumétricas que son motivo de decoración (trompas, pechinas con estalactitas, bóvedas de mocárabes, etc.), llegando a convertirse a veces en auténticos recubrimientos decorativos suspendidos de arcos y bóvedas estructurales.

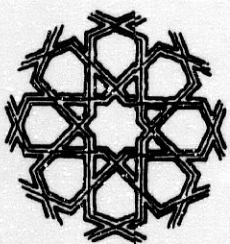
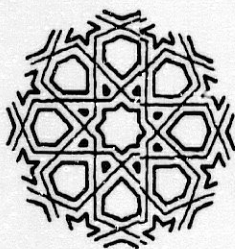
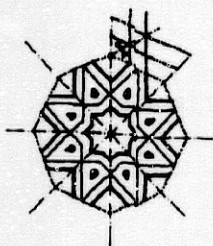
Los nazaríes tiene una concepción a la vez positiva y mística del espacio, pero lo maneja como si el universo no fuera otra cosa que un amplio conjunto de círculos cerrados, reductibles al infinito. A través de los artistas de la época se produce el paso de la teoría a la práctica y se habitan los espacios conquistados virtualmente para el ser humano por las especulaciones abstractas.

Arte y matemáticas son lenguajes paralelos, terrenos de encuentros, construcciones que revelan mecanismos intelectuales y conocimientos teóricos latentes en todos los individuos de una época, el universo será concebido como un espacio donde reina de manera absoluta la geometría de Euclides. Por una parte se orientan hacia una especie de compromiso con la antigua tradición de las superficies, y se limitan a introducir un método práctico para la proyección de las formas aparentes sobre esa pantalla plástica bidimensional.



Artesonados

Esta forma de ensamblar paneles de madera, propia de la civilización islámica, se aplica a una ensambladura de elementos que consta de madera larga para los recuadros y de infinidad de piezas de menor tamaño dispuestas como si se tratase de marquetería, para rellenar la superficie interior. Combina la artesanía de los carpinteros de banco y de los carpinteros de armar.

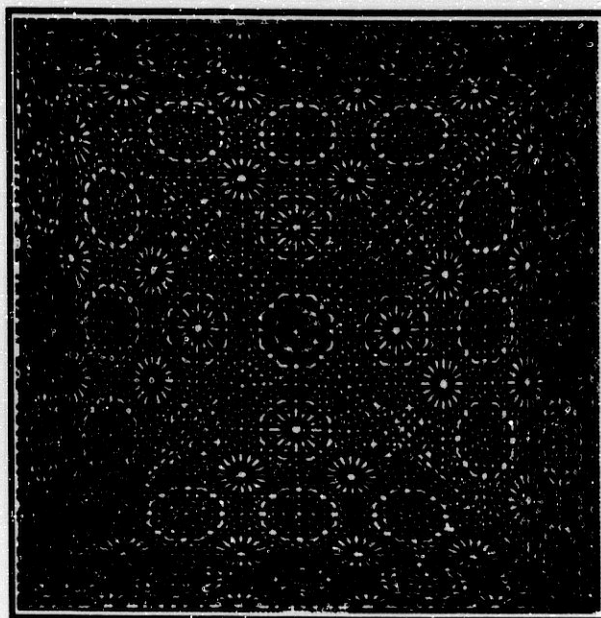


A finales del siglo XIII y principios del siglo XIV, época de la construcción de la Alhambra, tuvo lugar el origen de las armaduras apeinazadas en forma de artesa invertida y labradas con perfiles paralelos en una decoración de lazo, también aplicada a techos horizontales (Torre de Machuca, Oratorio del Partal, Generalife, casas moriscas....).

Los motivos, partiendo de simples casetones, se complican para asociar las formas geométricas tradicionales del arte musulmán. Los ensamblajes de elementos en ángulos rectos se complican en las diagonales y esquinas de los cuadrados, para adoptar la forma de auténticas lacerías y octógonos. Incluyen formas de estrellas.

Se advierte en la Alhambra una preponderancia de motivos estrellados, que se sitúan en las aberturas de medio punto de los vanos, aunque el tema de la estrella se repite y se haya presente tanto en los alicatados como en la vidrieras, y representa uno de los dibujos más frecuentes en las maderas talladas con la técnica del artesonado.

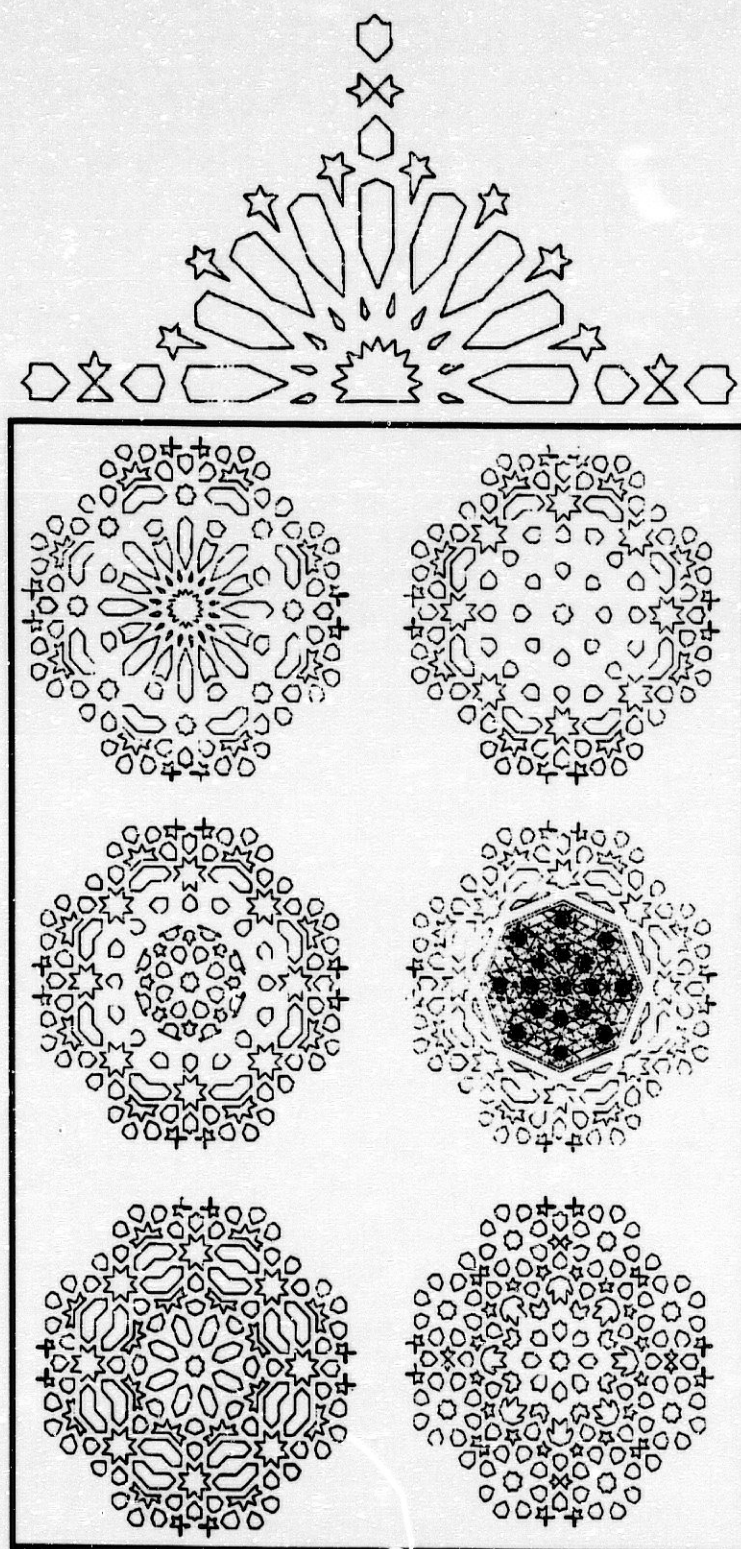
A este respecto, el ejemplo más brillante de techumbre de madera, en forma de cúpula esquifada, lo tenemos en la Sala de Embajadores o Torre de Comares.



Trazado del techo estrellado de la Sala de Embajadores (D.Cabanelas)

En 1970 Darío Cabanelas [C1] dedica a este artesanado una publicación acerca de la antigua policromía del Techo de Comares, donde describe exhaustivamente aspectos de carácter ornamental (estructura, policromía) así como del simbolismo político-religioso del conjunto que da pie para avanzar en la comprensión de la Sala de los Embajadores.

«Se compone de cuatro grandes paños triangulares de 12,5 metros de ancho en la base, que forman una pirámide romboidal (...) Toda la superficie de este fantástico trabajo de carpintería está cubierta de hileras de estrellas superpuestas, cuyos motivos, muy variados, se distribuyen siguiendo un plan rigurosamente simétrico tanto en los ejes como en las diagonales del cuadrado. Estrellas grandes y pequeñas, repartidas en siete niveles, derivadas del octógono o del polígono de dieciséis lados (....).



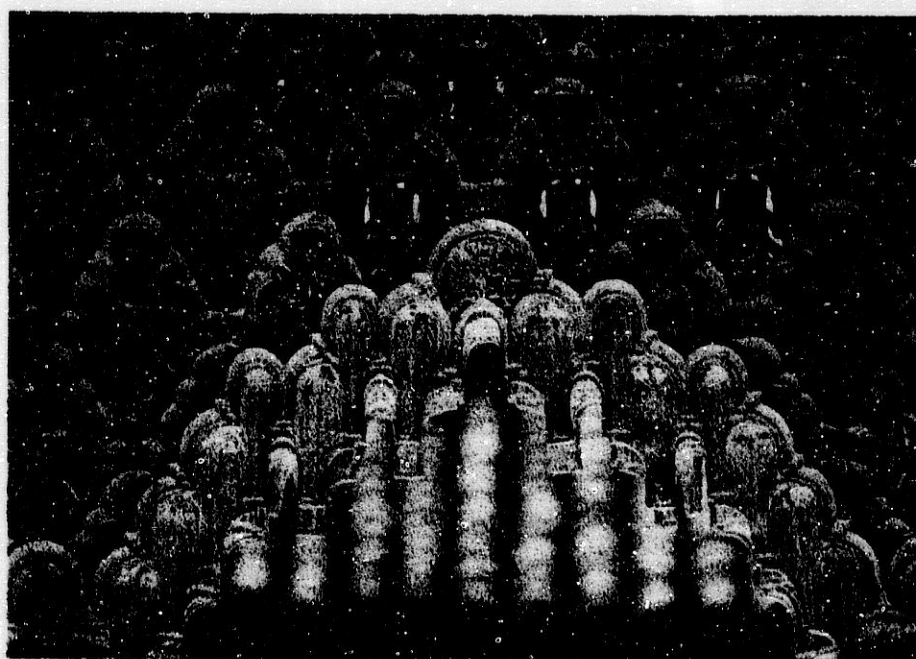
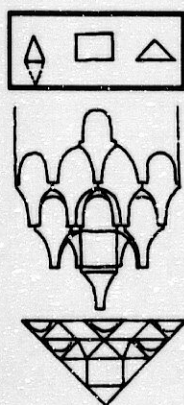
Dibujos del techo del Salón de Co nares realizados por D. Cabanelas

Mocárabes

Decoración que se sitúan en los volúmenes prismáticos (triedros) de la Alhambra, bóvedas de los baños, bóvedas con artonados de mocárabes. En el pasado los mocárabes se realizaban en diferentes materiales, aunque por su ligereza y funcionalidad se trabajaban con materiales ligeros (madera, yeso), adoptando distintas disposiciones según su uso. Todas las partes del puzzle que configuran las piezas de los mocárabes se componen juntas para formar las estalactitas de las bóvedas, arcos, cúpulas etc.

Los mocárabes aparecen profusamente en obras de una cierta riqueza, bien como elemento decorativo en cornisas, pechinas, racimos o cubos, o como medio de borrar las fronteras entre elementos estructurales del edificio y los de carácter ornamental (bóvedas de mocárabes formadas por las combinaciones de piezas prismáticas invariables que producen efectos aéreos de ingravidez, con fuertes contrastes de luces y sombras, acentuados por la policromía, ejemplo en los pabellones principales del Cuarto de los Leones, Sala de las Dos Hermanas, de los Abencerrajes y de otras salas y testereros.

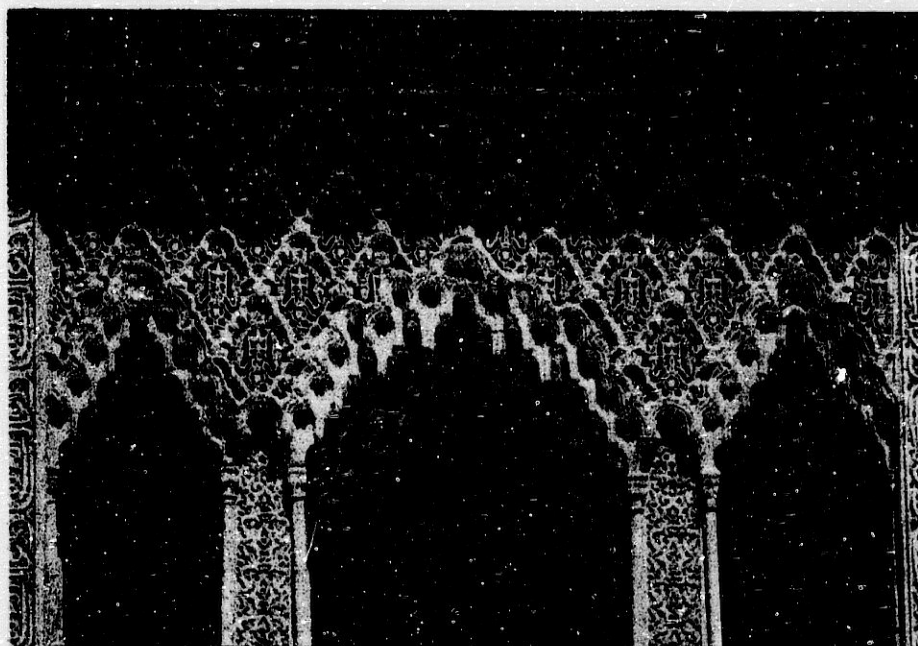
Estas complicadas estructuras se basan en formas básicas, lo mismo que observamos en los mosaicos o alicatados de paredes y suelos.



Templete oriental del Patio de los Leones

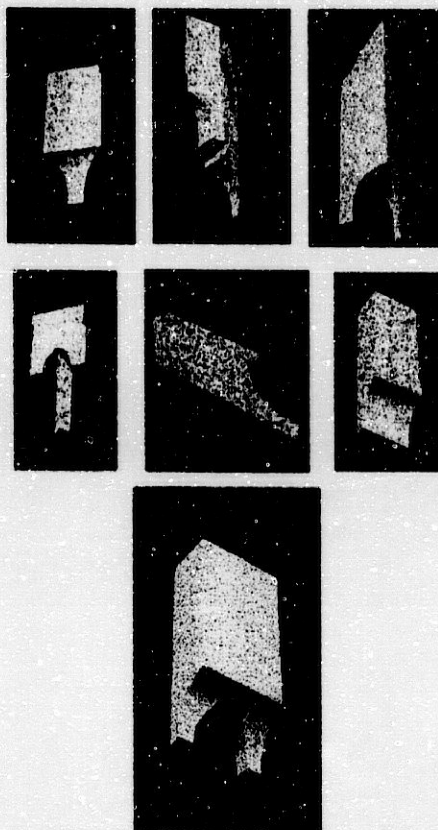


La Alhambra destaca por ser uno de los pocos monumentos (a excepción de los antiguos egipcios e iraníes del s-XII, o los de Fez o Marrakech del mismo siglo), que utilizan lo característico de los mocárabes y que se localizan en cúpulas grandes (Sala de las Dos Hermanas, Sala de los Abencerrajes), cúpulas pequeñas (Sala de los Reyes), nichos (en el patio de los Arrayanes), arcos (en el Patio de los Leones), o en frisos casi planos (fachada sur del Cuarto Dorado).

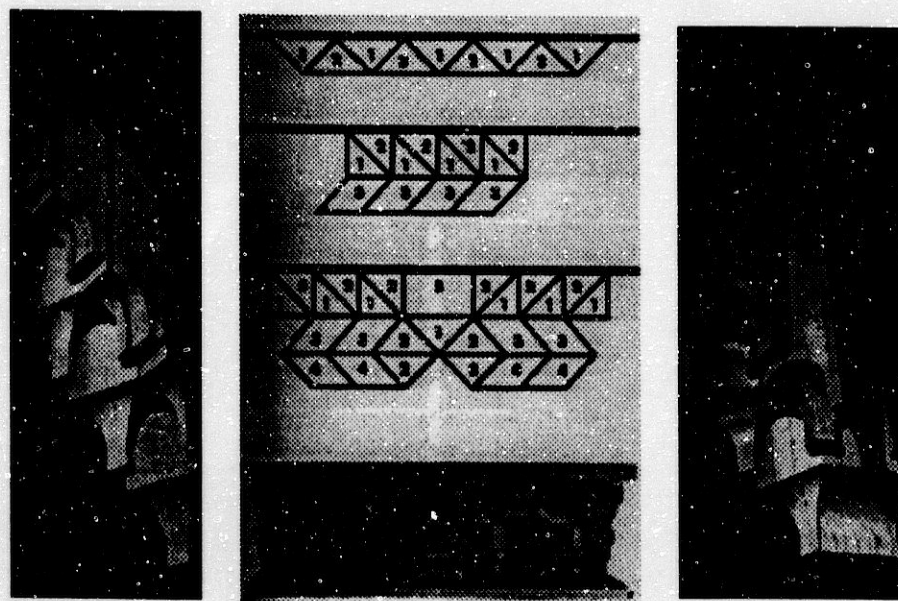


Templetes occidentales del Patio de los Leones

El alfabeto de piezas permite casi una infinita variedad de combinaciones según su uso.



Alfabeto básico de siete piezas de mocárabes (André Paccard)

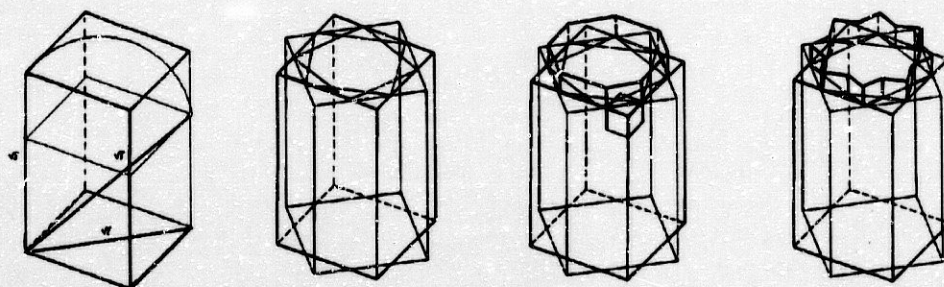




Cúpula estrellada de la Sala de los Abecerrajes

Cúpulas

Cúpulas palaciegas (formados por paralelepípedos y paralelepípedos girados) con símbolos cósmicos y representaciones de los ritmos fundamentales del universo. La cúpula fue un elemento cada vez más típico a lo largo de la historia de la arquitectura islámica. Resulta difícil situarla sobre una base cuadrada por lo que los arquitectos de la época tuvieron que realizar una transición estructural del cuadrado al círculo, llegando a conseguir soluciones bastante ingeniosas (usando trompas, pechinas y creando octógonos mediante el giro del cuadrado para pasar así fácilmente al círculo, a veces el octógono se transforma en una estrella de dieciséis puntas con ventanas, siendo los mocárabes los que resuelven la transformación de estrella a semiesfera). (Ej: Cúpula de la Sala de los Abencerrajes y la Sala de las Dos Hermanas).



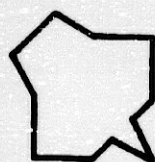
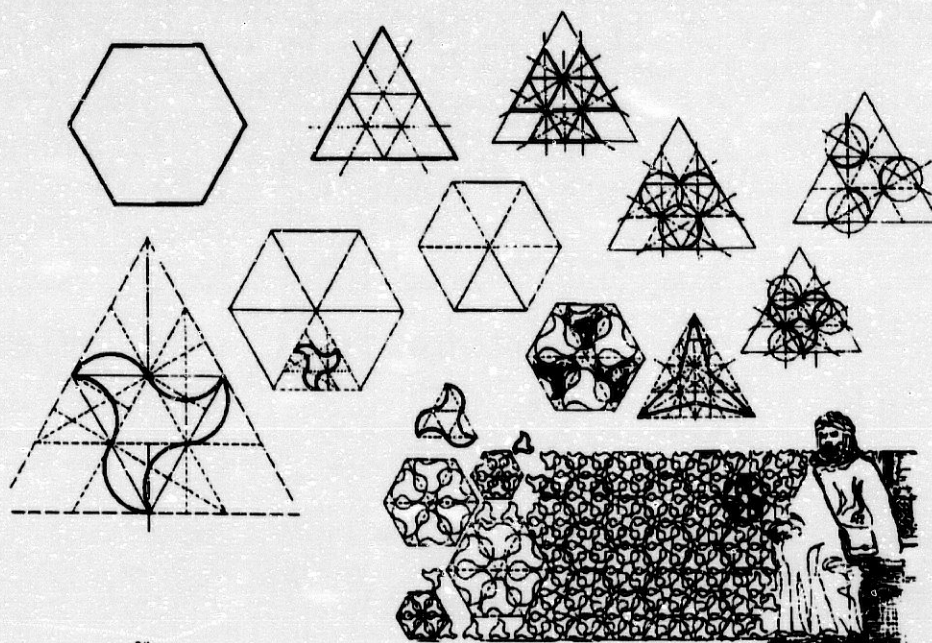


6.2 Formas decorativas planas.

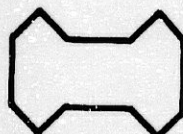
Mosaicos, Alicatados, Lacerías....

Tanto la decoración geométrica rectilínea como la curva presentan problemas de elaboración, ya que son pequeñas piezas de cerámica las que sirven para formar los mosaicos. Generalmente son polígonos cóncavos cuyos lados pueden ser rectos o curvos; cuando decimos *mosaico*, nos referimos a la composición geométrica decorativa hecha con piezas de cerámica.

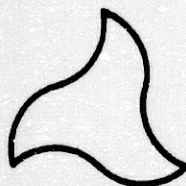
El concepto de mosaico se extiende a la decoración geométrica de una superficie en la que existe un módulo que se repite en distintas direcciones.



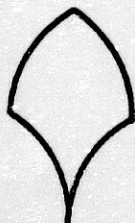
"Pez volador"



"Hueso"



"Pajarita"



"Florana"

Un *alicatado* es una pieza derivada de un azulejo; que generalmente es un polígono cóncavo cuyos lados pueden ser rectos o curvos, obtenidos mediante el principio de conservación de la superficie pero no de la forma, por movimientos de rotación del azulejo base o como relleno en la ornamentación de *lacerías*. Podemos apreciar en el cuadro siguiente algunos de los más característicos que encontramos en la Alhambra.

Nombre	Polígono Base	Transformación	Polígono Nazarí
Hueso	Cuadrado 		
Pajarita	Triángulo equilátero 		
Florana	Rombo 		

Como se observa, estos polígonos nazaritas derivan de los polígonos convexos usuales, regulares o no. Por ello, creemos conveniente hacer un recorrido inicial a través del mundo de las formas que de ellos se deriva.

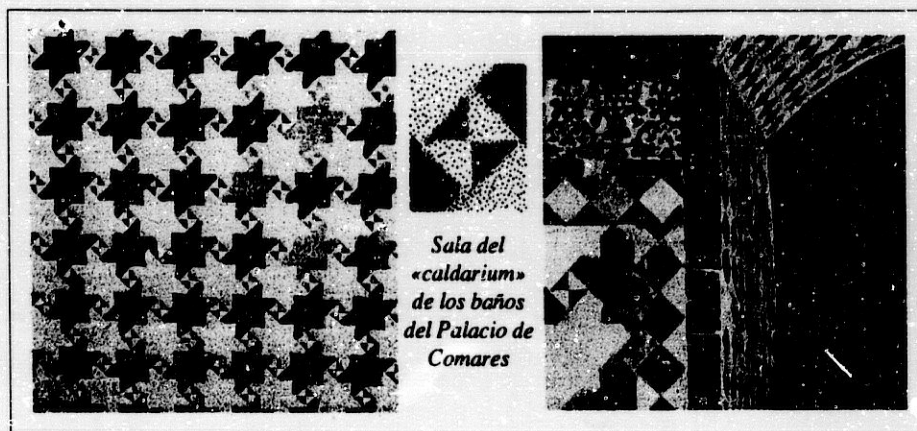
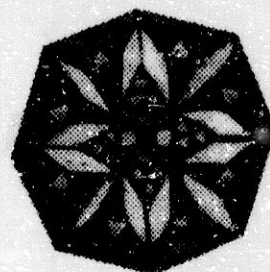
El triángulo en general, es un elemento poco usada. No obstante hemos detectado los que siguen.

- El triángulo isósceles (ver taracea).

Hay que hacer notar que también intervienen triángulos equiláteros.

- El triángulo rectángulo

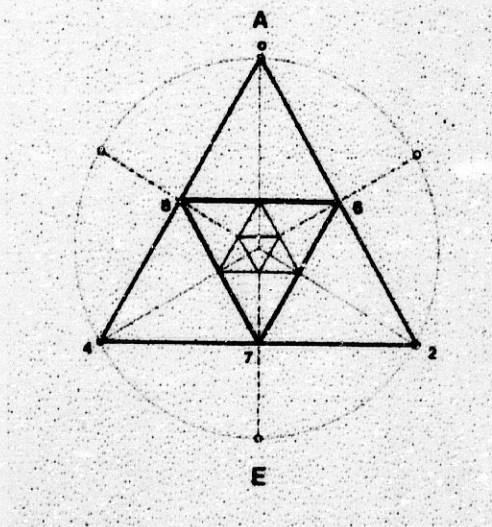
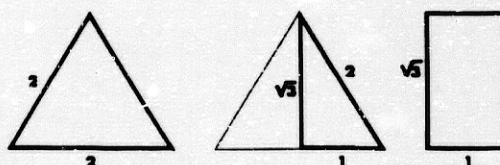
Jamuga M.N.A.H.3113

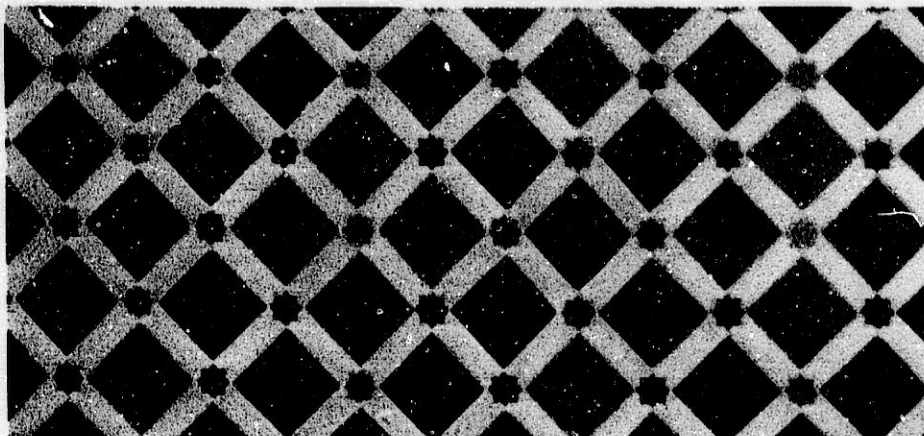


- El triángulo equilátero

Base de la estrella de David, procedente de los *mándalas* indios. En el caso de los diseño de algunos azulejos de la Alhambra nos encontramos con las «pajaritas», alicatado que tiene como base un triángulo equilátero, cuyo baricentro es un centro de rotación de orden tres (ver pág 86 de esta Memoria).

Además, si dividimos los lados por la mitad obtenemos un nuevo polígono llamado *tetramante*, combinación de cuatro triángulos equiláteros, que forman parte del diseño antes dicho de la taracea.





Patio de los Arrayanes

• El cuadrado (unidad modular básica) y formas equisuperficiales

El cuadrado es símbolo de la estabilidad. La Kába tiene cuatro muros, cuatro líneas que van del centro a las cuatro esquinas, está orientada sobre el eje de los cuatro puntos cardinales. Un manuscrito árabe muestra la piedra negra de la Kába llevada al santuario por cuatro jefes de tribu, en las cuatro esquinas de un tapiz.

«La tierra, los cuatro elementos, los cuatro humores líquidos de la Medicina, el cuadrado mágico».

Las cuatro partes del cuadrado simbolizan las cualidades de lo particular, así como de la totalidad. Los cuatro puntos cardinales como expresión de las cuatro direcciones de nuestra orientación, indican la expansión del mundo en cada una de estas direcciones. Al mismo tiempo los cuatro puntos cardinales representan el mundo en su totalidad.

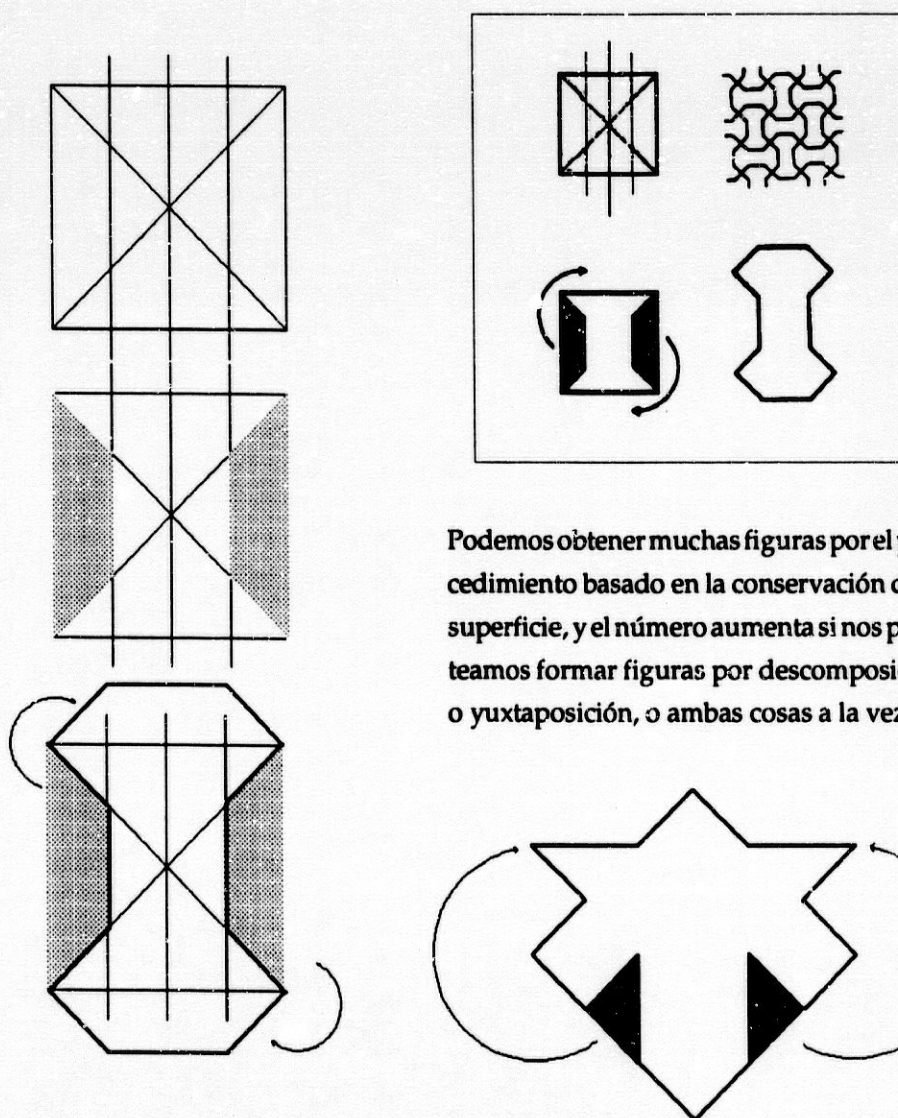
Un caso particular de la aplicación de cuadrados en la ornamentación de la Alhambra lo tenemos en los alicatados de la fachada de Comares. Es el único mosaico en el que se utiliza directamente esta pieza como única forma del mosaico.

Es probable que se deba al hecho indicador de que será la forma básica constructivo-decorativa del Palacio. En la Lámina VIII para el grupo pgg (Tomo II) de esta Memoria encontraremos estas formas simples como consecuencia de teorías más complejas (pgg/pg).

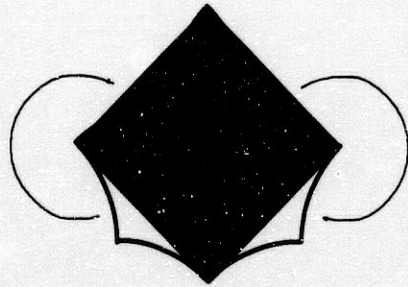
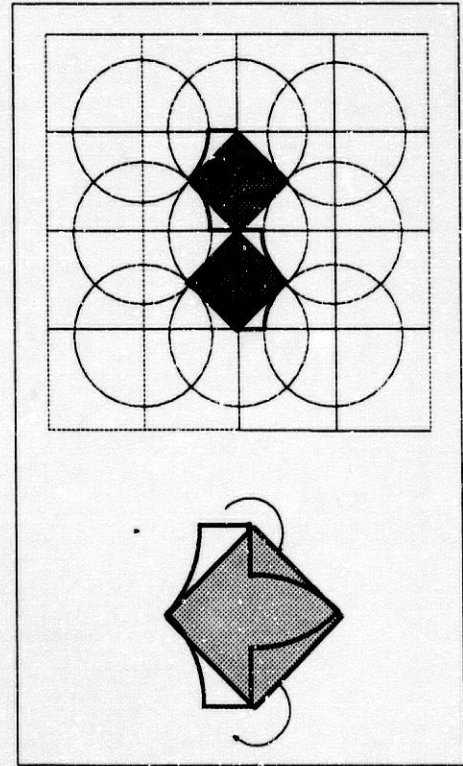
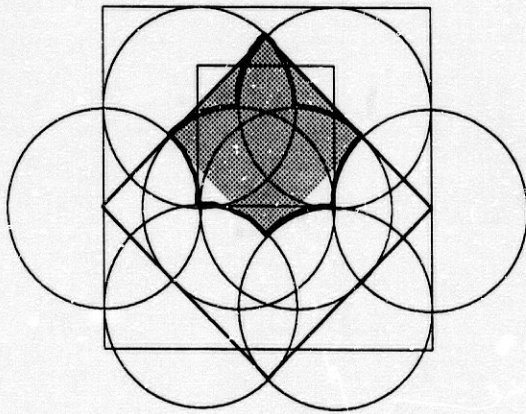
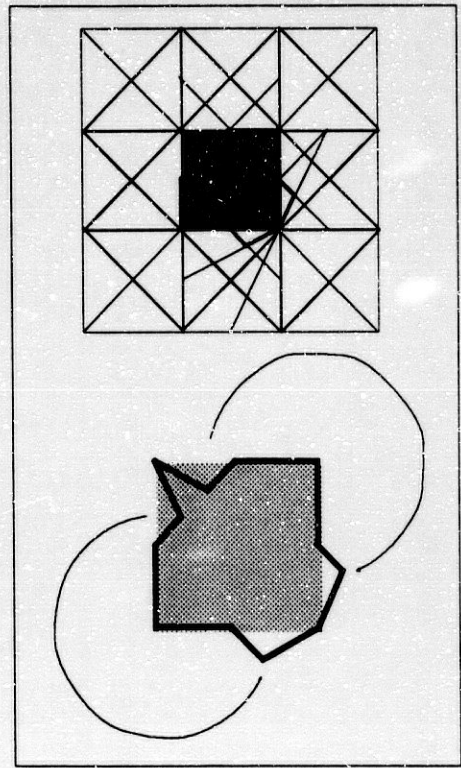
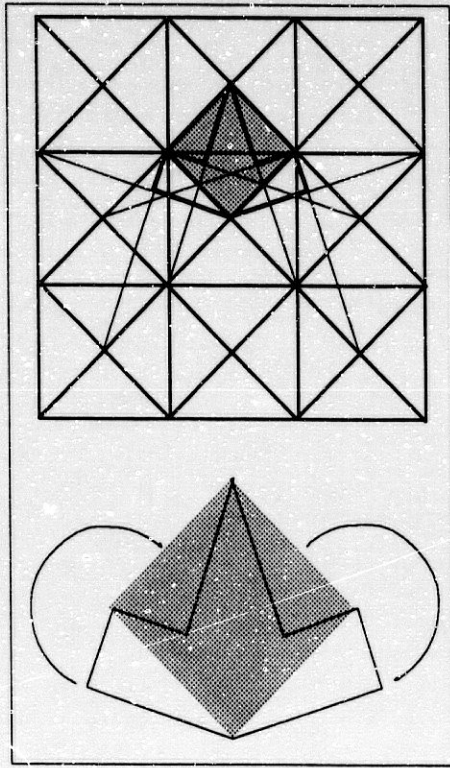
Alusión especial, merecen los suelos construidos de ladrillo de 'petaca' (forma heredada de los almohades).

Equisuperficialidad

Si observamos los polígonos nazaritas abajo indicados, (hueso, pajarita, escama,) apreciamos una característica común de sus figuras que es el principio de conservación de la superficie pero no de la forma. Deformamos un módulo básico y obtenemos otro módulo diferente ya que un módulo puede tener su tamaño y forma constante o variable.



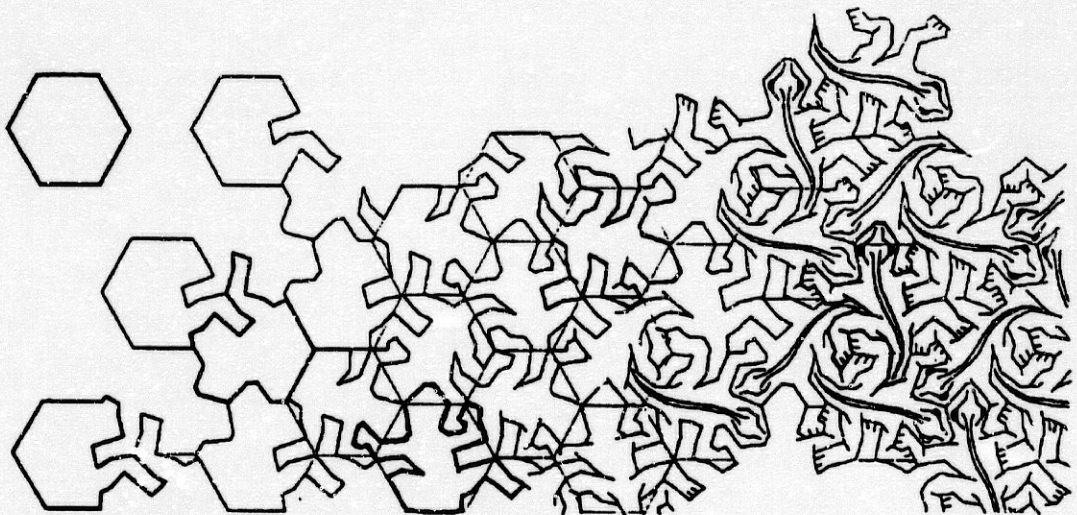
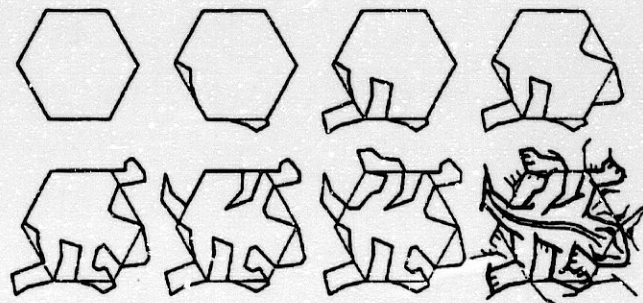
Podemos obtener muchas figuras por el procedimiento basado en la conservación de la superficie, y el número aumenta si nos planteamos formar figuras por descomposición o yuxtaposición, o ambas cosas a la vez.



Una derivación clara de la equisuperficialidad en los mosaicos de la Alhambra la tenemos en la obra gráfica de Escher. Si lo que se mantiene constante es el tamaño (superficie) del módulo, y no la forma, surgen variaciones que a veces hacen difícil reconocer la estructura elemental subyacente. La modulación libre permite realizar variaciones de gran interés.

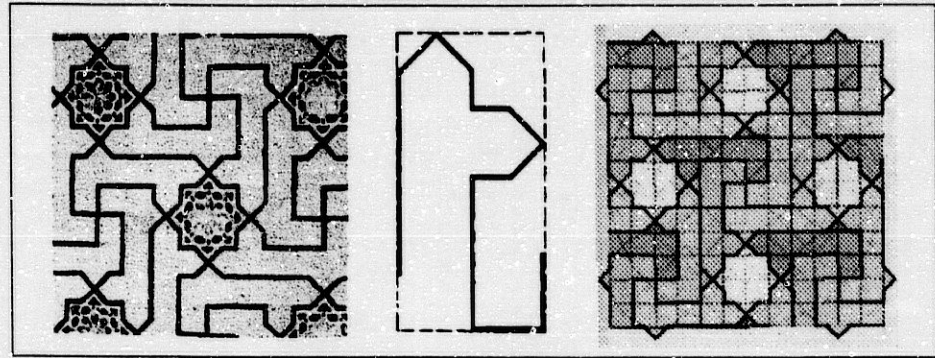
A partir de la observación de los polígonos nazaritas (abstractos), Escher elabora una serie de mosaicos (concretos) donde la figura generadora era sometida a una serie de transformaciones (estirando o encogiendo elementos inicialmente cuadrados, triangulares o hexagonales), consigue efectos tridimensionales, sensaciones de deslizamiento o de metamorfosis.

*Formas abstractas
(hexágono regular)
van transformándose
en formas definidas,
(reptiles).*

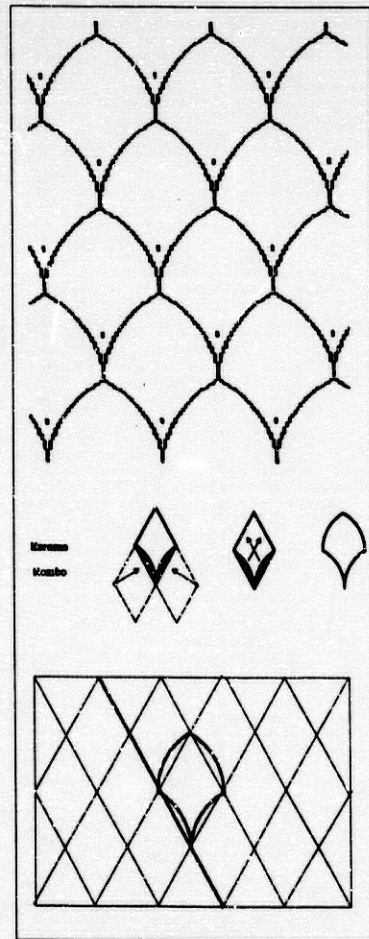


Si sometemos a una loseta hexagonal a ciertos giros en los lados de los triángulos (recortamos un trozo en un lado -concavidad- y lo añadimos en el mismo lado, mediante un giro de 180° con centro en el punto medio del lado en cuestión, conservamos la propiedad de embaldosar).

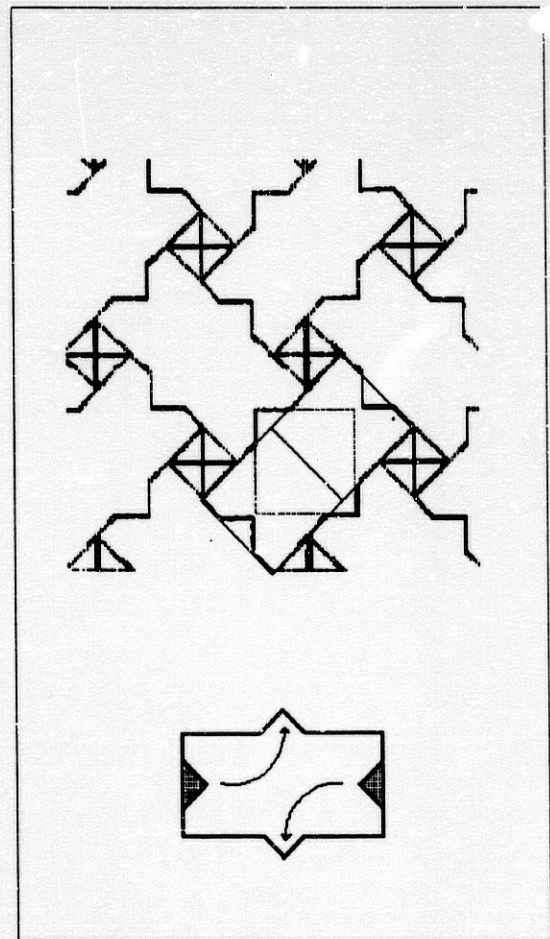
• Rectángulos y rombos



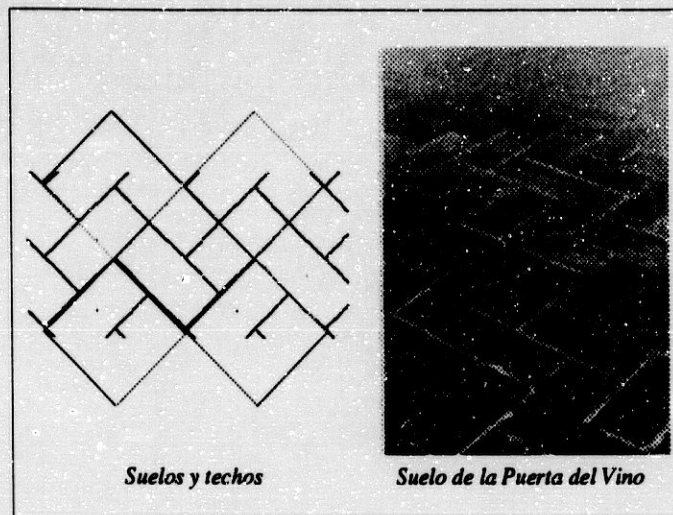
Sala que bordea el Patio de los Leones



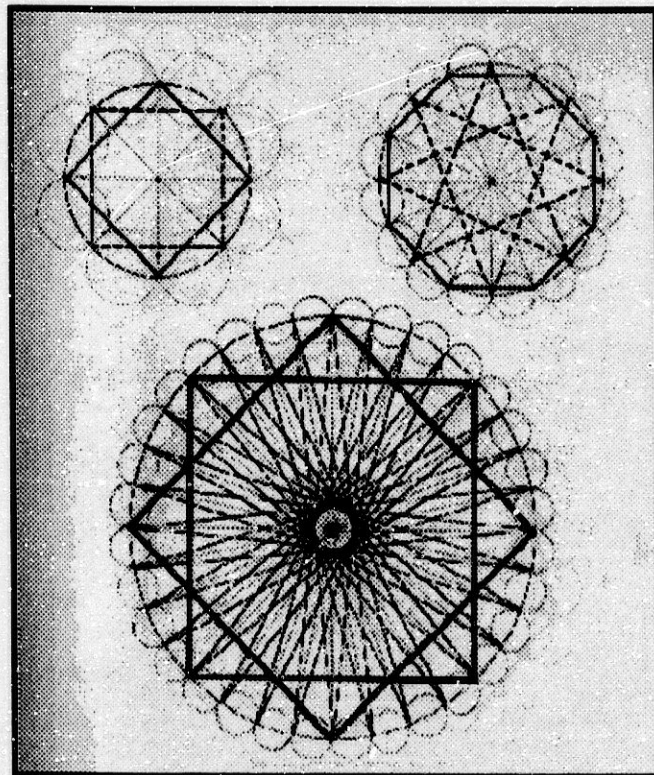
Baño Real (Palacio de Comares)

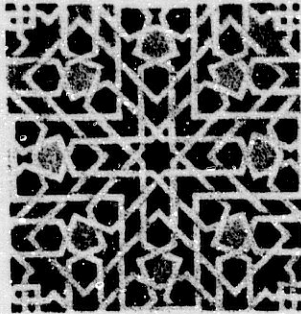


Mexuar

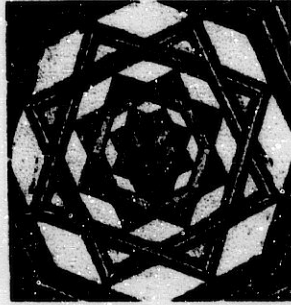


• • Giros del cuadrado (octógono regular, sinos, ruedas).

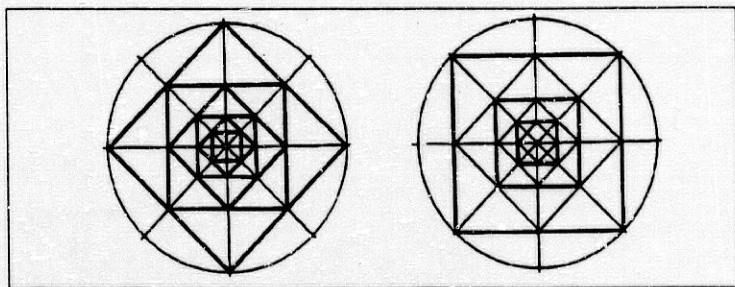
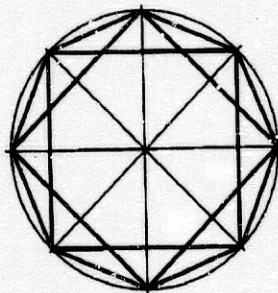
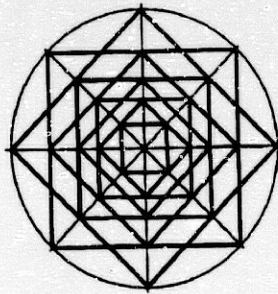


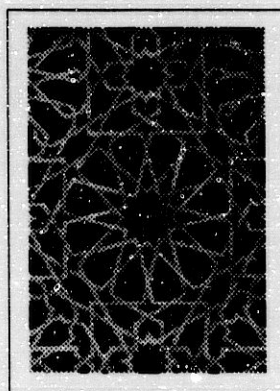
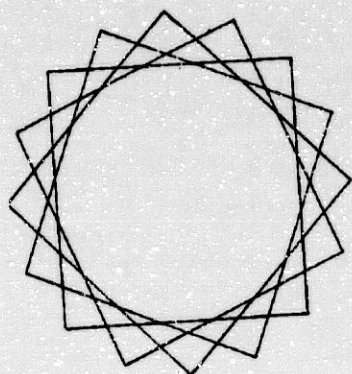


Paño de alicatado del Mexuar

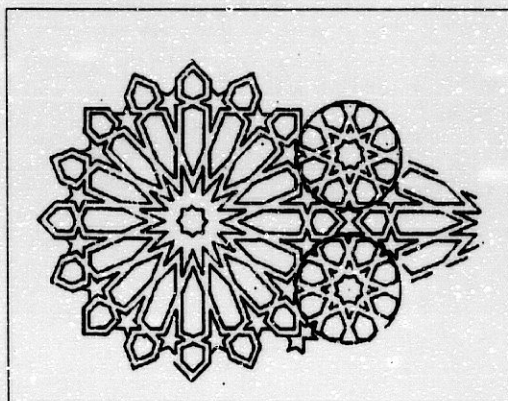
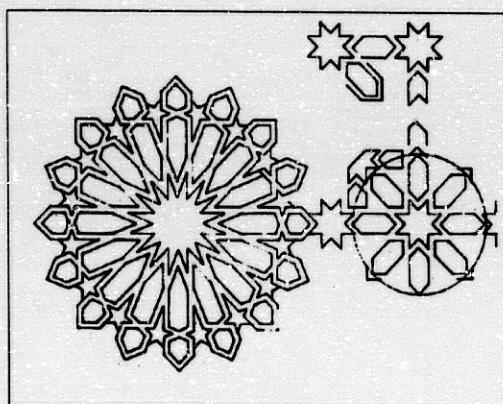


Taracea

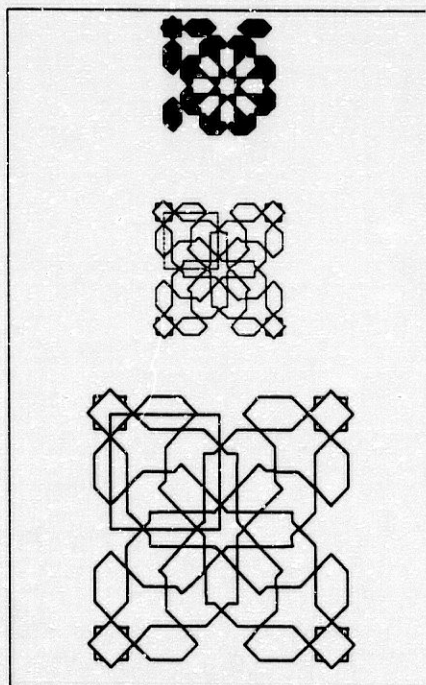




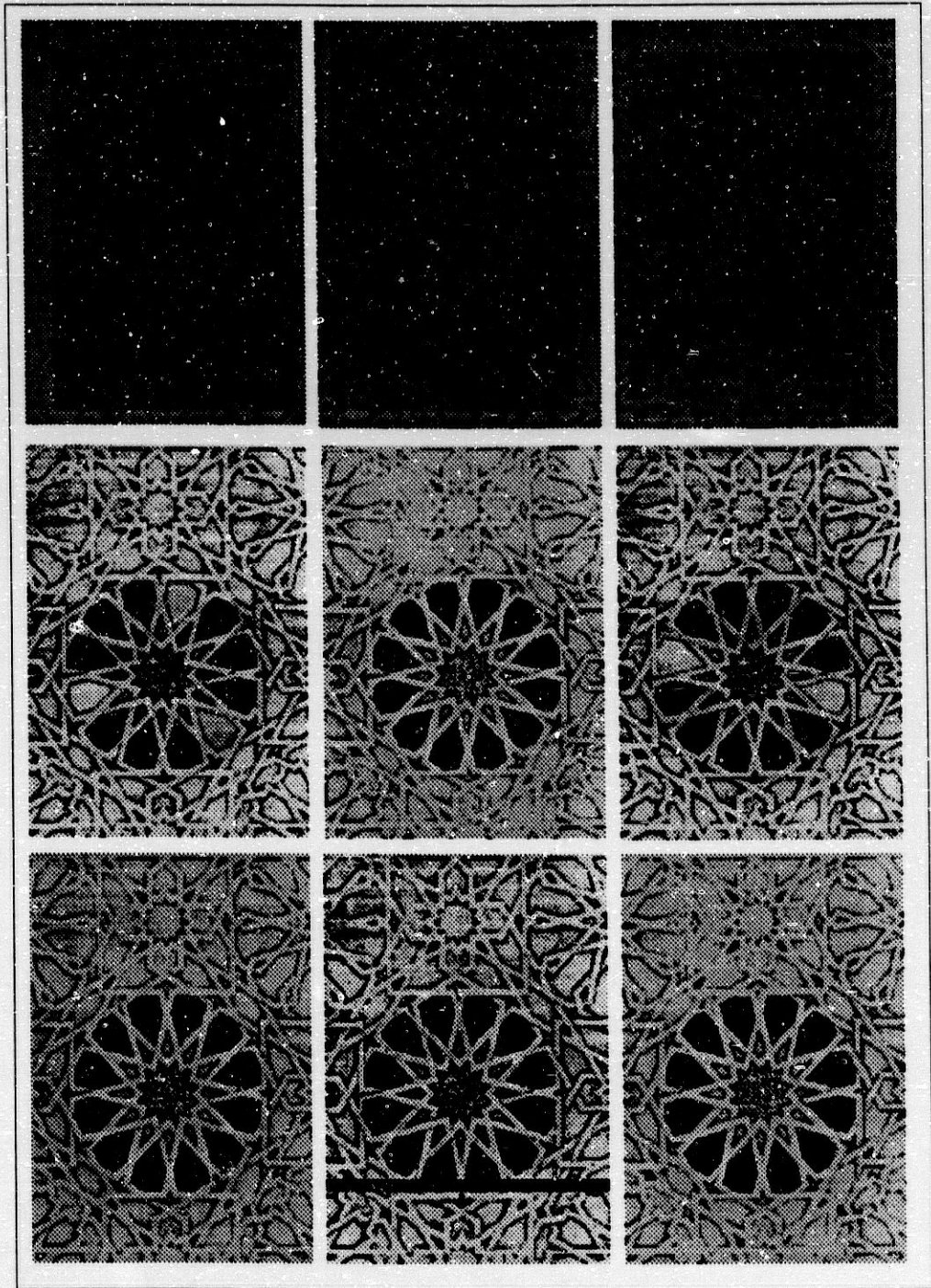
Sala de los Embajadores

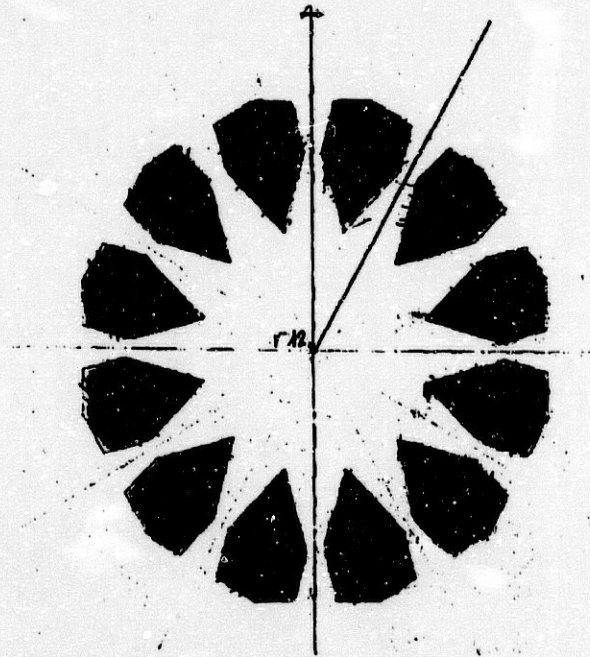
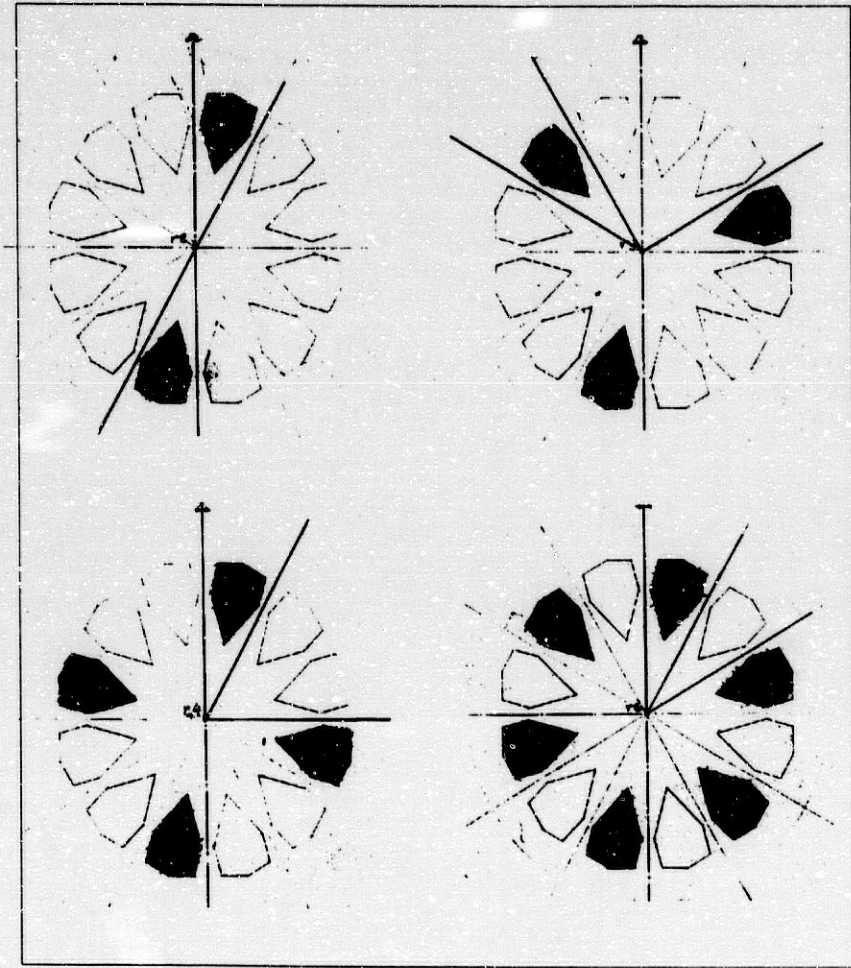


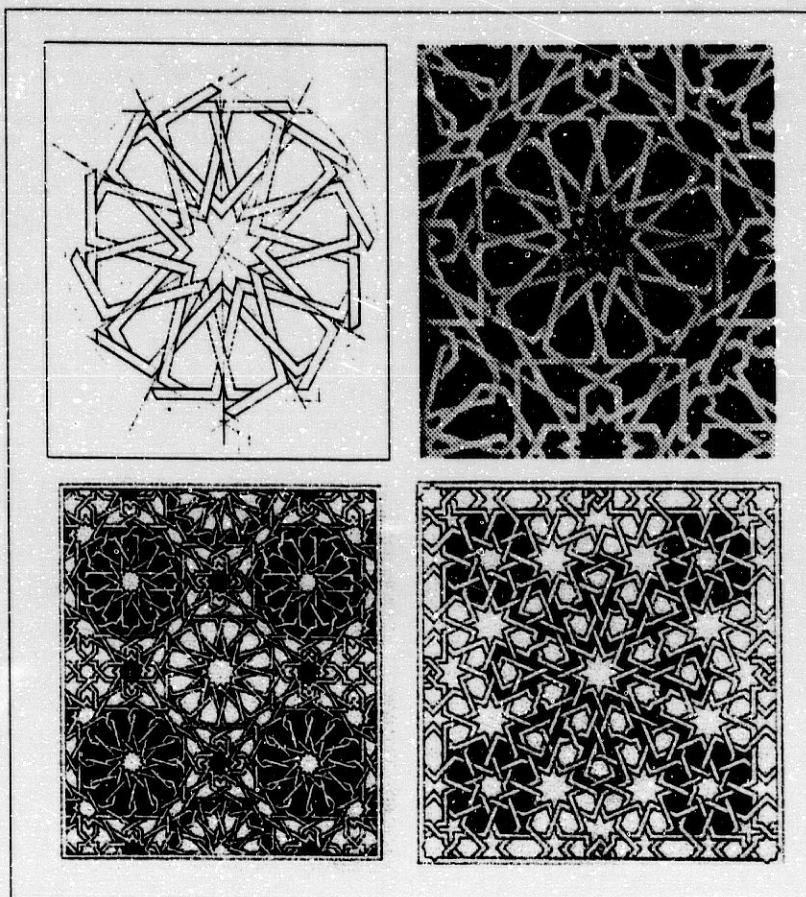
Cúpula de la Sala de embajadores



Torre de la Cautiva



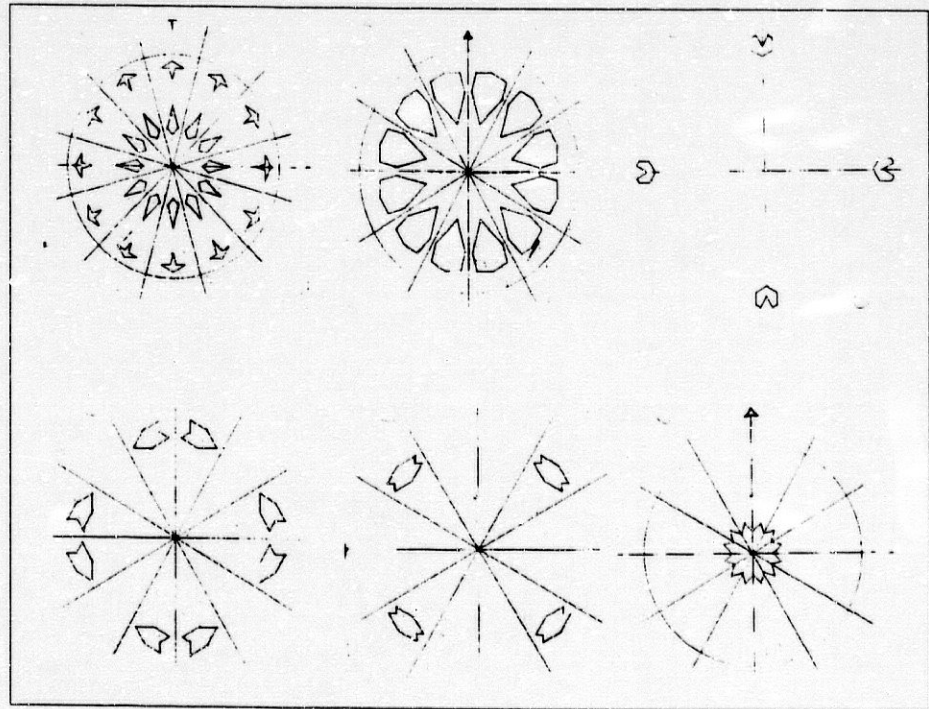
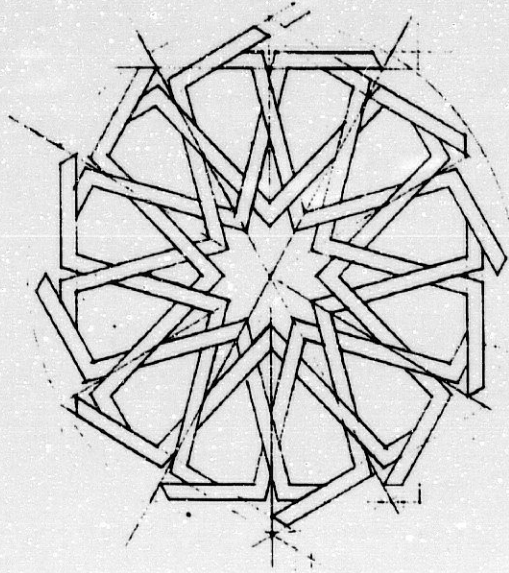


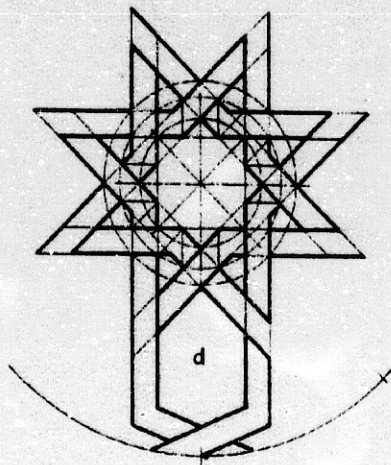
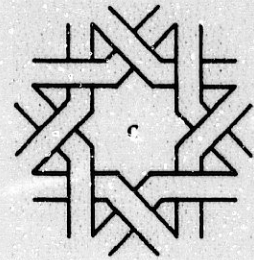
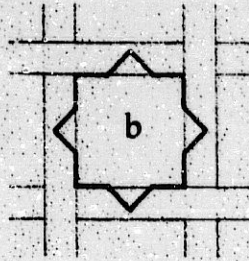
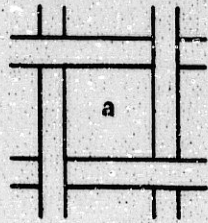


Los trazados toman como punto de partida una serie característica de polígonos estrellados. La estrella que origina cada uno de estos motivos, se rodea de una serie de elementos que constituyen las llamadas "ruedas de lazos". El juego básico lo constituyen estrellas de ocho puntas, de nueve o de diez. A partir de estas estrellas, se pueden generar otras series de estrellas dependientes del juego básico; así de la estrella de ocho, surge la de diez y seis, de la de nueve, la de doce, y de la de diez, la de veinte.

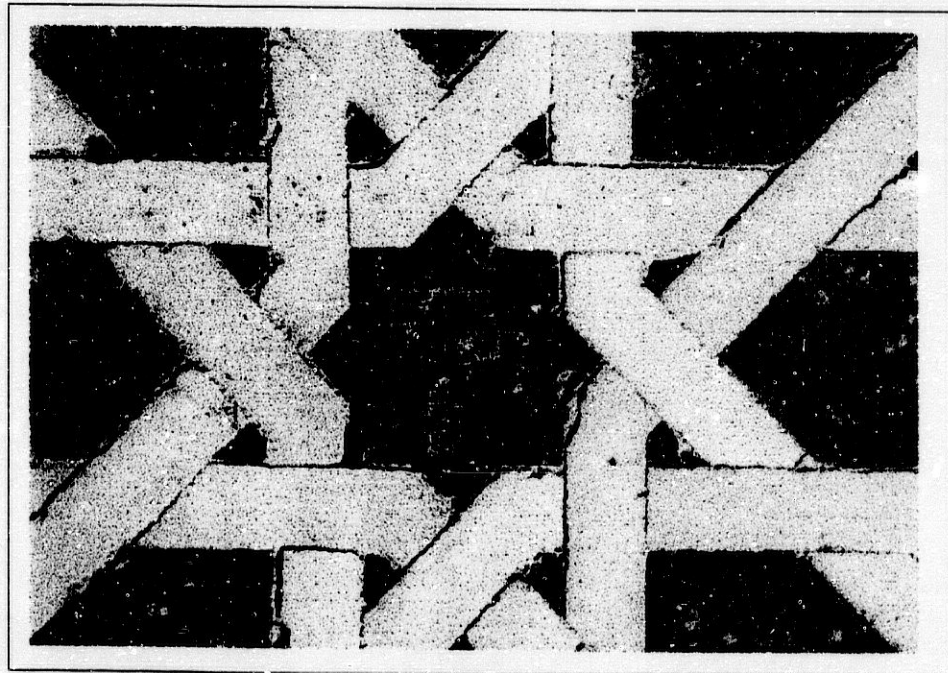
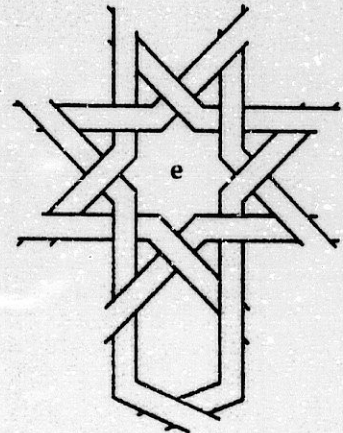
Aunque en principio aquí se acaban las posibilidades de este juego geométrico, sin embargo la realidad demuestra que el número de posibilidades es tan amplio, que es muy difícil llegar a agotarlo, cada rueda de lazo está relacionada con el polígono regular del mismo número de lados que puntas tiene su estrella central, y todas las piezas de madera necesarias para formar esta rueda, se cortan con el correspondiente juego de tres cartabones.

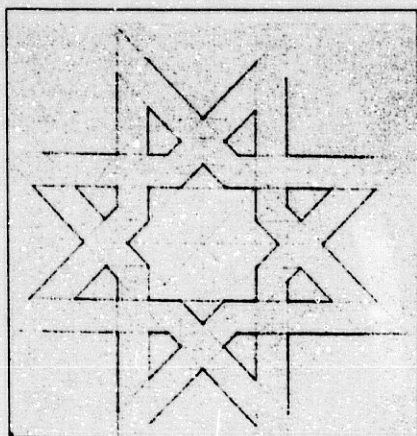
El trazado se realiza sin necesidad de planos, y necesitando muy pocos trazos auxiliares, algo tan simple como ingenioso.



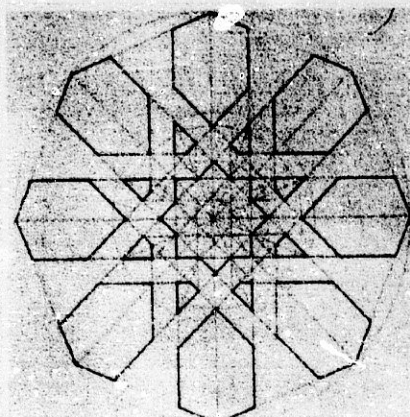
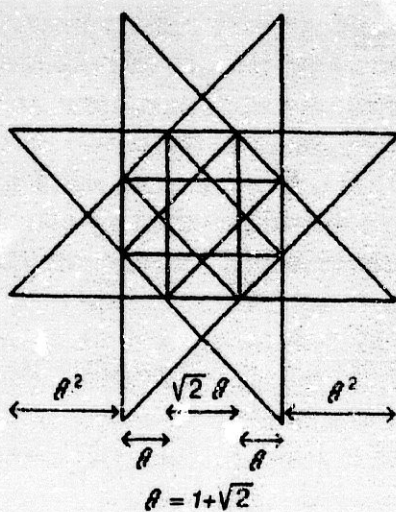
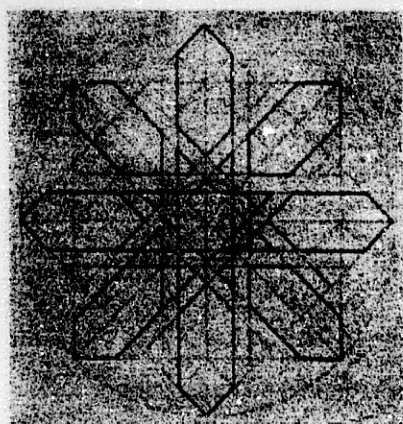


* Se llama lazo a la decoración geométrica artificial formada por cintas que se cruzan metódicamente, y cuya base o centro generador es una estrella de cierto número de puntas, por ejemplo de 8, 9, 10, 12, 14, 16 ó 20; número que determina el tipo de lazo simple; pero a veces se combinan dos de éstos y originan nuevas figuras de lazo compuesto, v. gr., de 9 y 12, 8 y 16, 10 y 20, apareciendo más raramente el de 7 y 14 y el de 8 y 12.

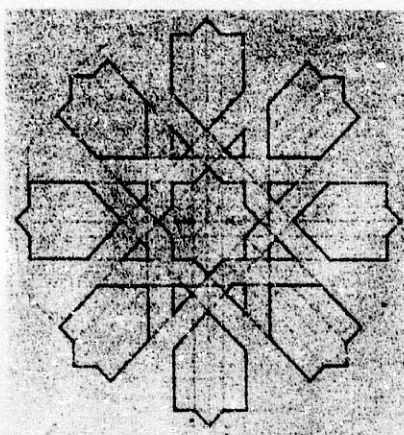




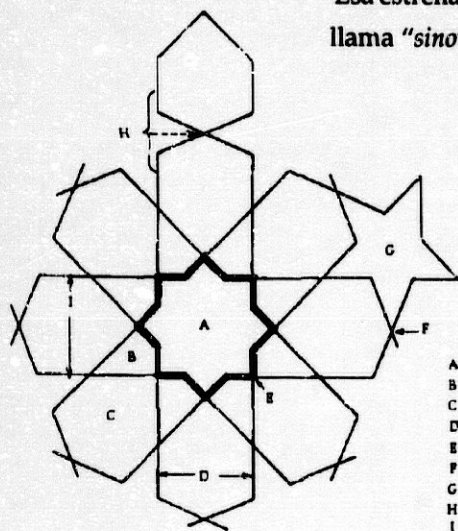
Un estudio interesante es el rectángulo θ (Schofield) también llamado rectángulo 2,414 por Hambidge y que corresponde a la proporción $\theta = 1 + \sqrt{2}$.



La proporción θ está ligada a la proporción de Pell 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169,...

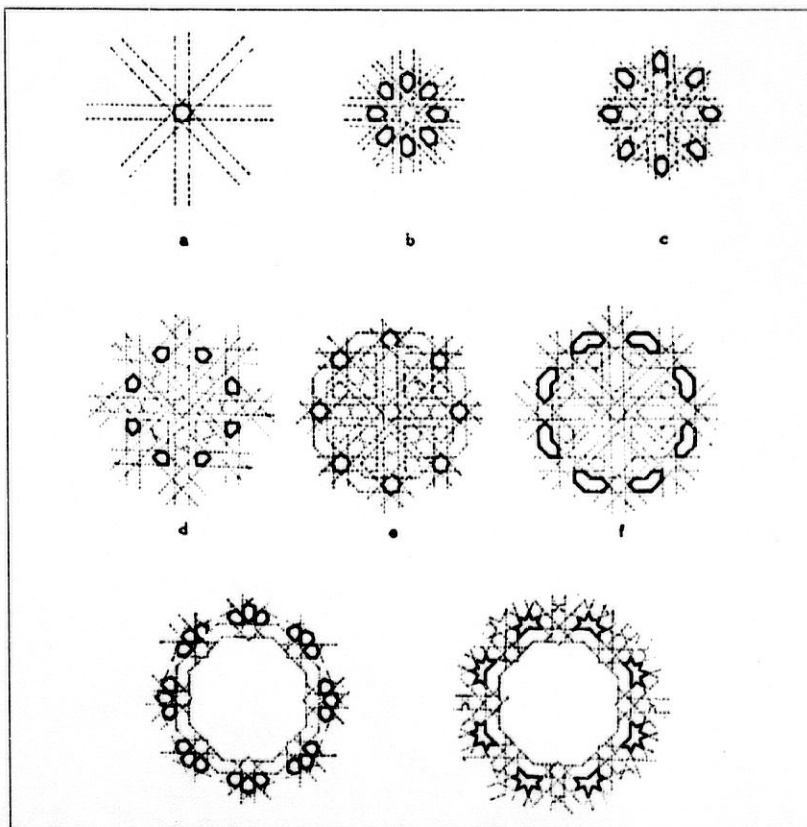


Esa estrella que constituye el centro básico de la rueda en la decoración de lazo se llama "sino".

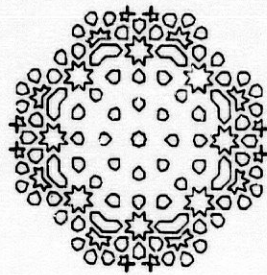
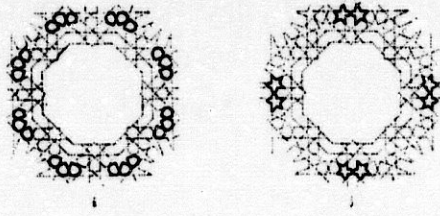


- A - Sino
- B - Almendrilla
- C - Zafate
- D - Costadillo
- E - Punta del Zafate
- F - Espilla
- G - Candilejo
- H - Tarabea
- I - Cello

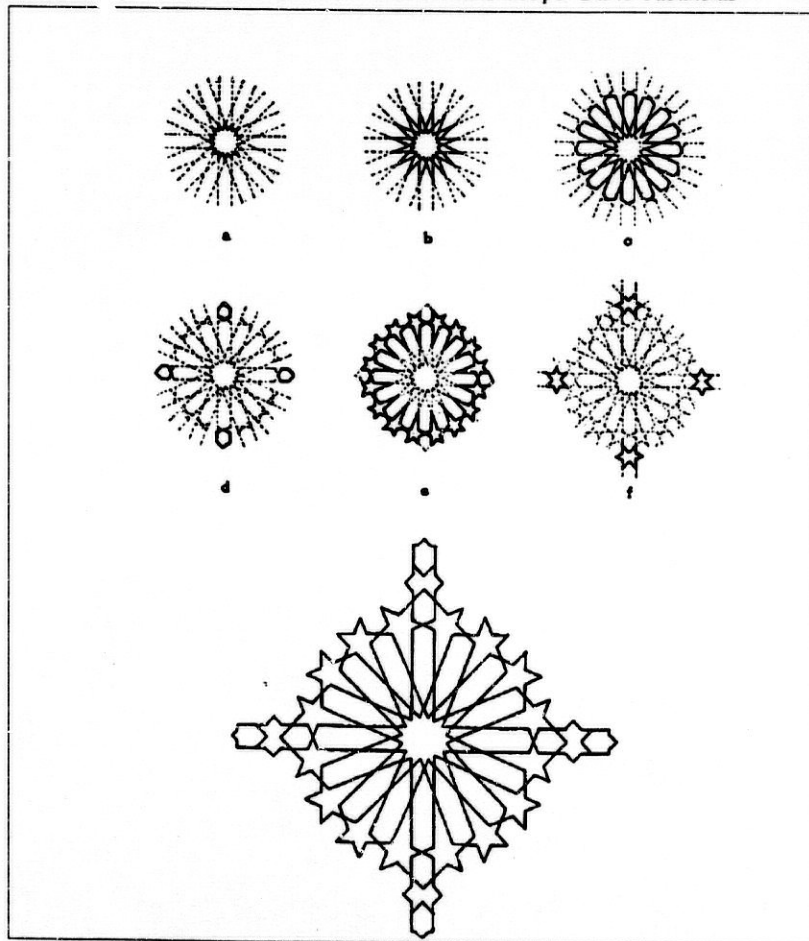
- **Zafates** o (*azafates*) a cada uno de los hexágonos que forman la rueda de lazo (*redondos*: cuando su cabeza forma ángulo obtuso, *harpados* cuando aquella es recta con una punta en el centro).
- **Costadillos** se relacionan a los dos lados paralelos del zafate.
- **Rueda** es el conjunto del sino rodeado de zafates que se cierran formando polígono (*harpada* la constituida por zafates harpados y *redonda* por zafates redondos).
- **Aspilla** cruce oblicuo de las piezas que rematan por fuera la cabeza del zafate.
- **Punta de zafate** es la parte del zafate que toca la almendrilla.
- **Almendrilla** es el cuadrilátero del hueco creado entre las puntas del sino y los zafates.
- **Tarabea** es el conjunto de dos zafates que pertenecen a estrellas distintas y con una espilla común.
- **Canalejo** son los polígonos estrellados, generalmente irregulares, que median entre las cabezas de los zafates.



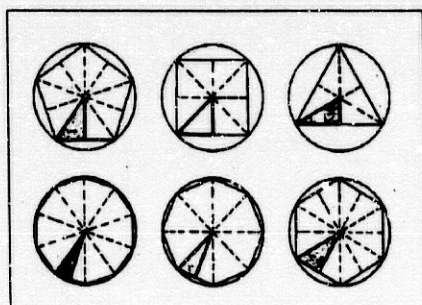
Definiciones y dibujos del techo del Salón de Comares realizados por Dario Cabanelas



Dibujos del techo del Salón de Comares realizados por Dario Cabanelas



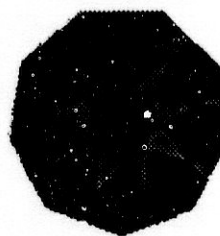
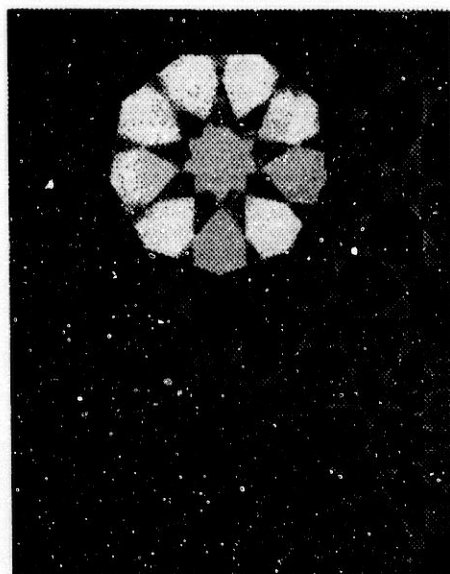
• Otros polígonos regulares. El caso del eneágono regular.

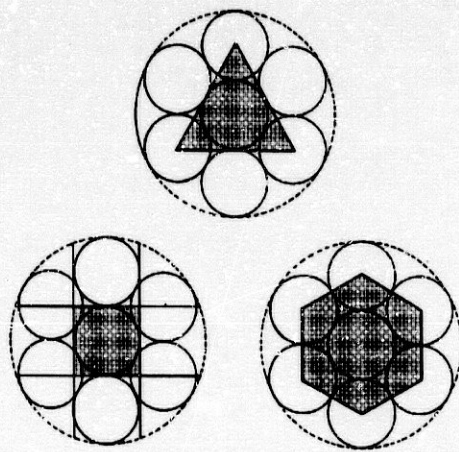


Merece la pena indicar que determinados polígonos regulares no son construibles con regla y compás. Gauss, en 1796, demostró que los polígonos de 7, 9, 11, 13, ... lados no son inscribibles en una circunferencia, aunque existen métodos aproximativos que permiten unas inscripciones «aceptables».

El teorema de Gauss indica que sólomente son construibles con regla y compás los *n*-ágonos regulares tales que la descomposición en factores primos de *n* presente primos impares, todos distintos, que sean múltiplos de Fermat (es decir, de la forma $2^{2^k} + 1$). Por tanto, son construibles, en el sentido dicho, los polígonos regulares con *n*=3, 5, 17, ... lados y aquellos que se obtengan a partir de los anteriores por duplicación del número de lados (o vértices).

En la Alhambra existe una única «trampa» geométrica: la construcción de un eneágono regular situado en el Mirador de Daraxa.



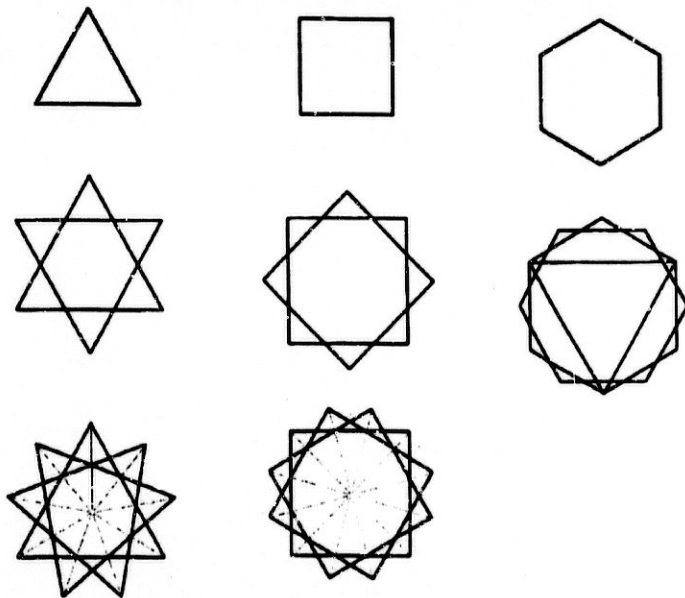


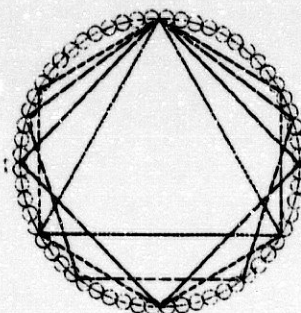
• El círculo (lo abarca todo, el universo, el cosmos, es sol, cielo, unidad, infinito,...)

El círculo se convierte en la base arquetípica de todas las figuras geométricas que se extienden dentro de ella, este mundo bidimensional tan cercano al origen de lo que va a ser nuestro mundo espacial.

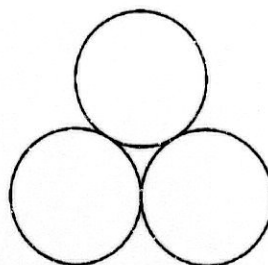
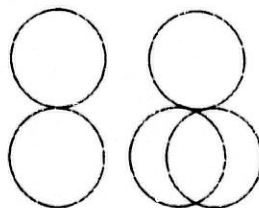
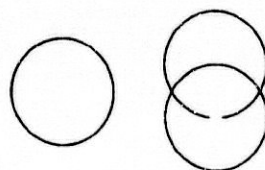
Aparece la primera cualidad inherente del círculo en función del radio y su relación con la circunferencia.

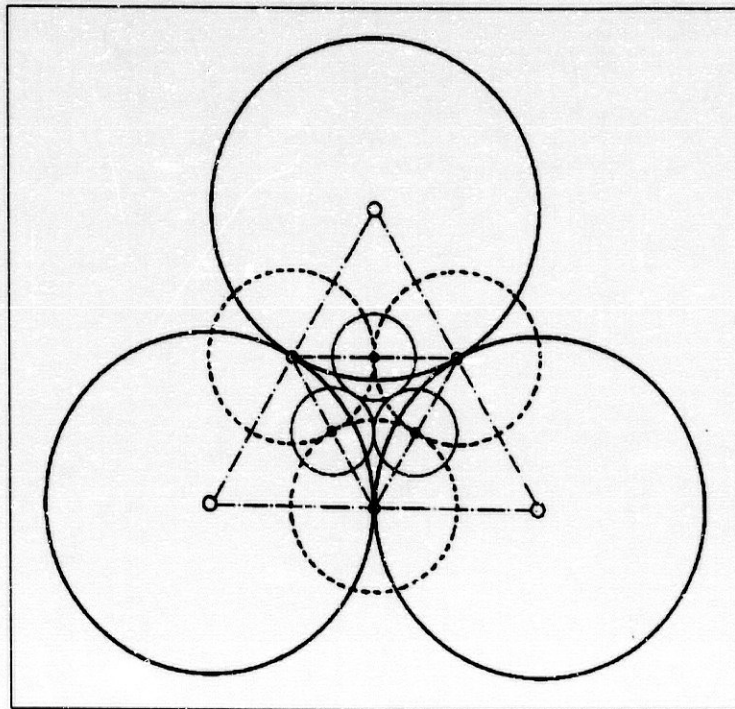
Desde el círculo como base y la combinación hexagonal del grupo de círculos tangenciales con los mismos radios circundantes surgen las tres figuras básicas: triángulo, (por extensión, el hexágono), y el cuadrado con sus correspondientes estructuras inherentes, subdivisiones y relaciones proporcionales.



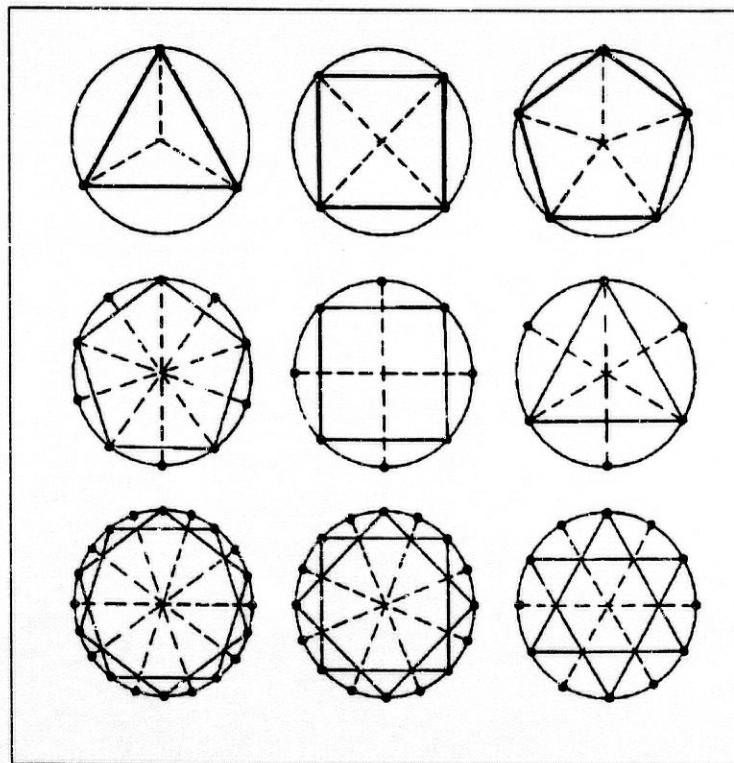


Parece que una vasta filosofía está contenida en esta figura. El círculo es el símbolo del universo y el punto representa al ser supremo que le sostiene y anima. El centro se encuentra a igual distancia de todos los puntos de la periferia y por ello mantiene al círculo en equilibrio. Los astrólogos han representado al sol mediante un círculo con un punto central y se puede observar que esta figura se encuentra por todas partes en la naturaleza, desde el sistema solar hasta el átomo. Entre el punto central y la circunferencia se extiende un espacio y dentro de ese espacio circula la vida.





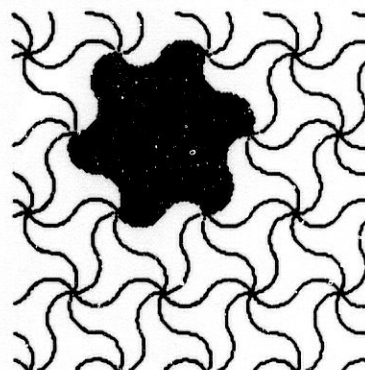
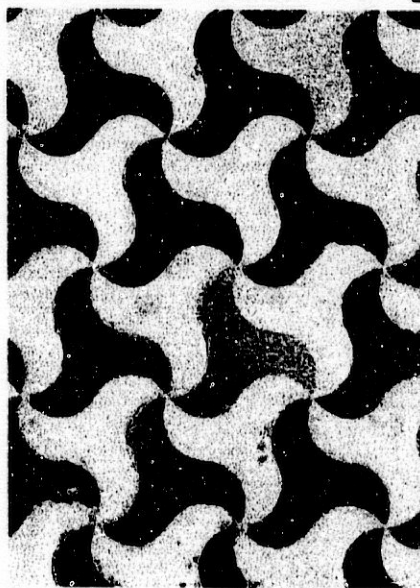
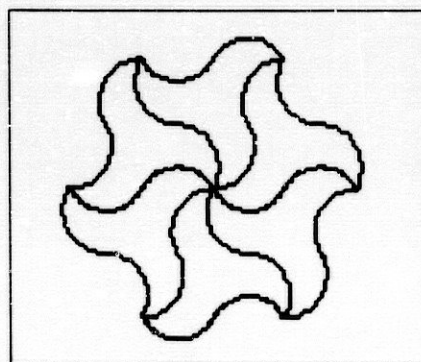
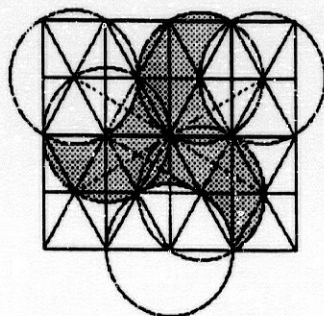
En él se inscriben los polígonos regulares construibles con regla y compás.



• Rosaceas

Hay dos grandes categorías de rosaceas en función de las existencia o no de reflexiones. De la conjunción de círculos obtenemos alicatados ya vistos, como es el caso de la pajarita.

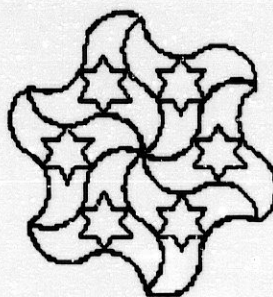
Si formamos una 6-pajarita, obtenemos una nueva forma que podemos englobar dentro de las llamadas *rosaceas* del tipo C_6 al contener sólo simetría rotacional de orden 6.



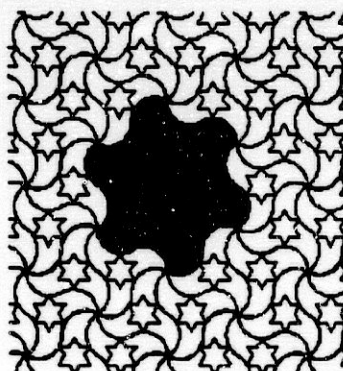
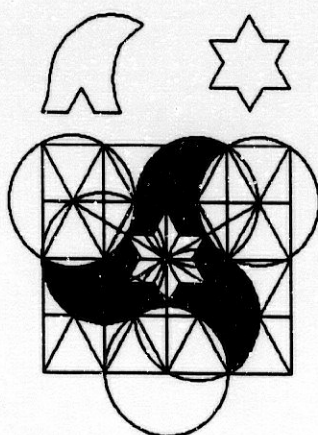
La propia pajarita sería una rosacea de tipo C_3 . En general, todos los polígonos pueden considerarse como rosaceas básicas.

Y como variantes de la anterior:

Hacemos alusión a que las estrellas (no llevan lazos) son rosáceas de tipo D_n y las ruedas (llevan lazos) son de tipo C_n

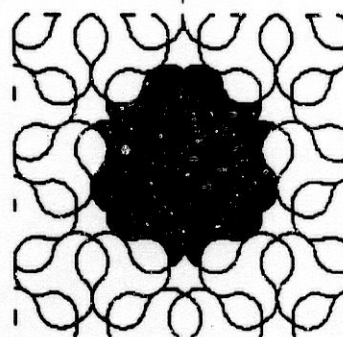
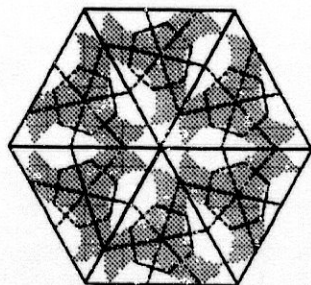
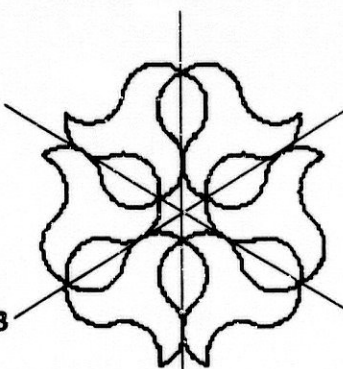


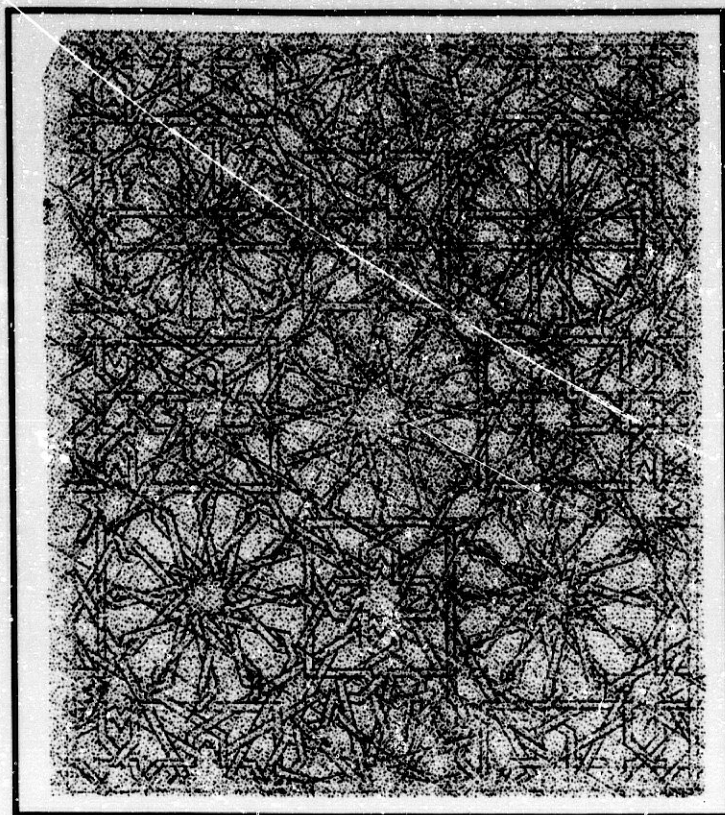
C_6



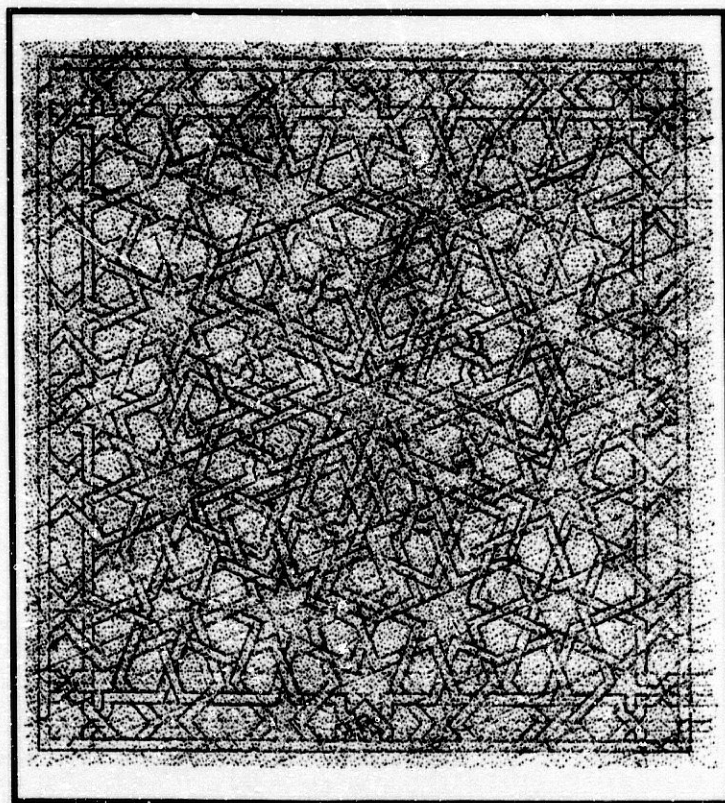
Esta rosácea presenta simetría diedral al contener reflexiones siendo del tipo D_3

D_3

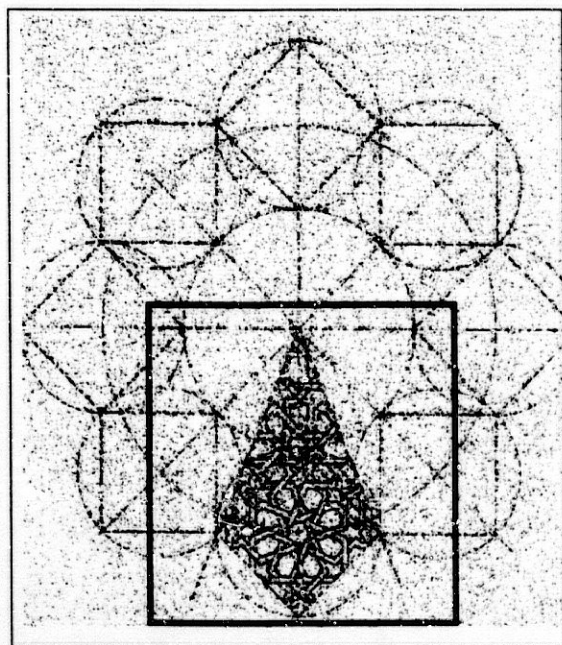
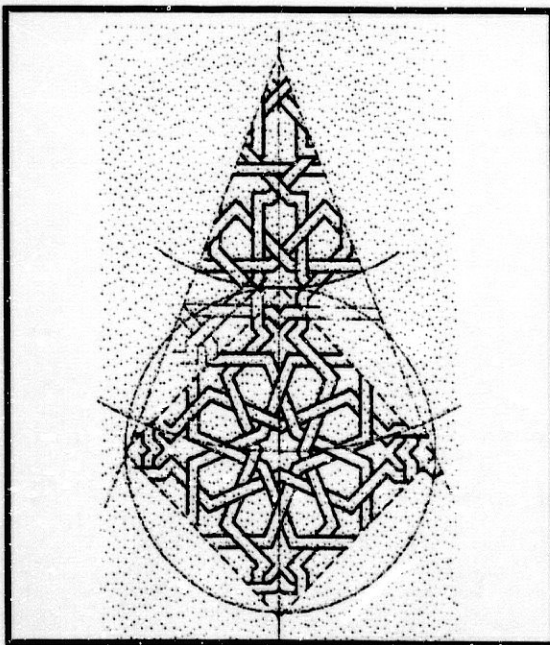
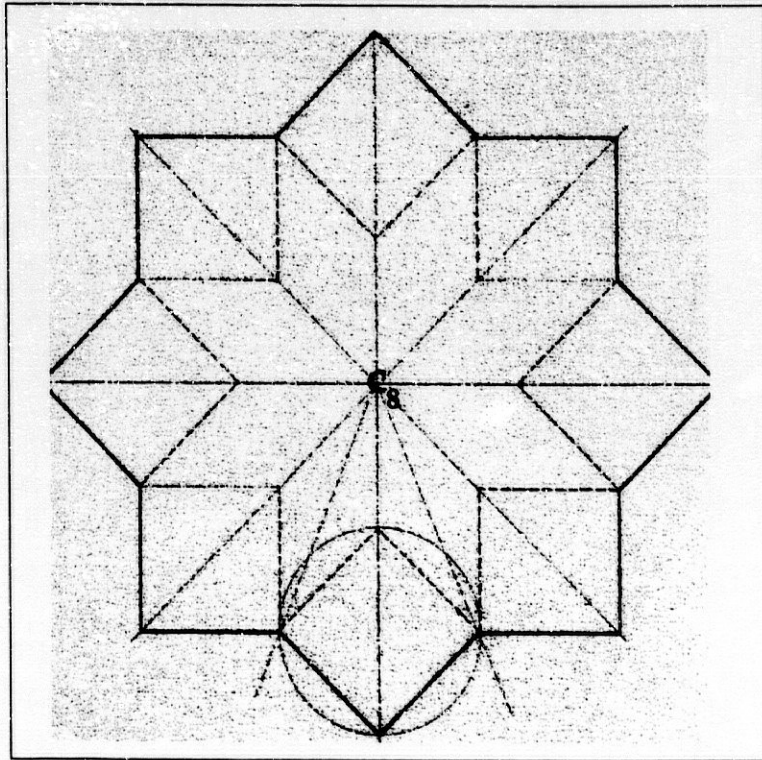


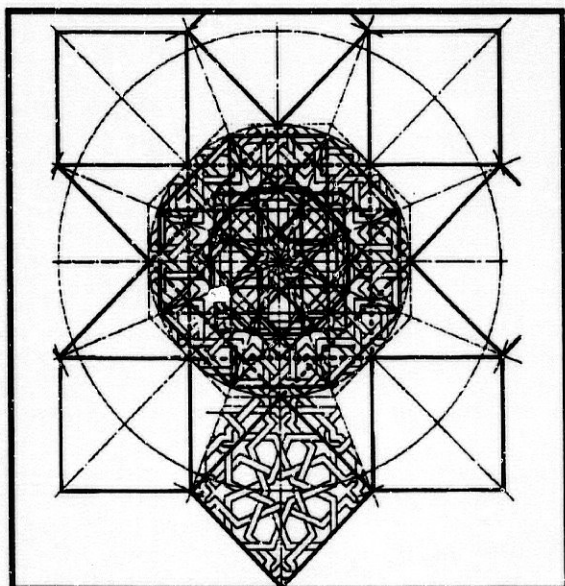
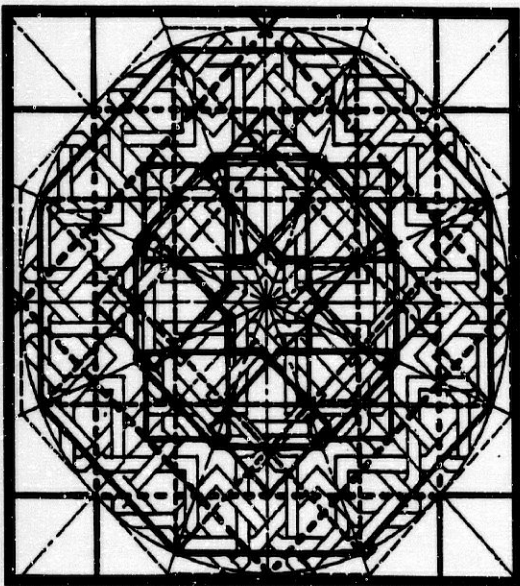
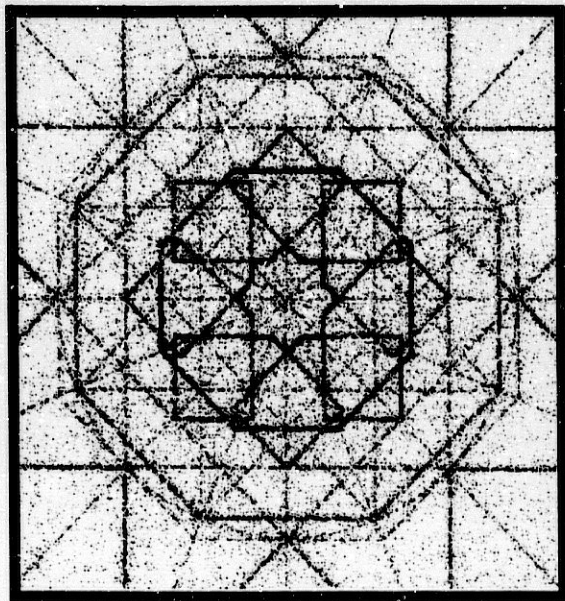
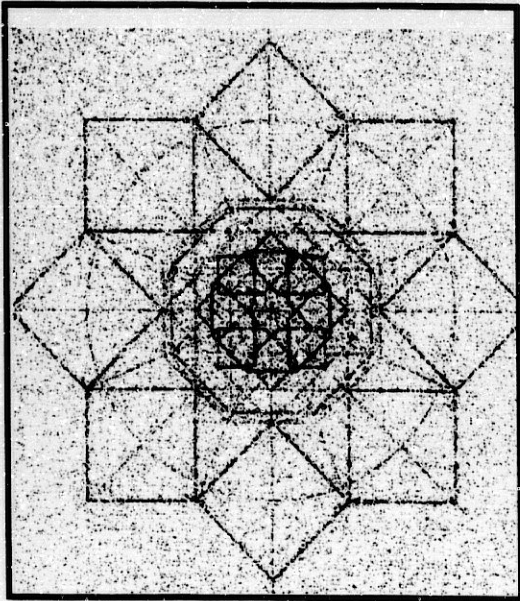


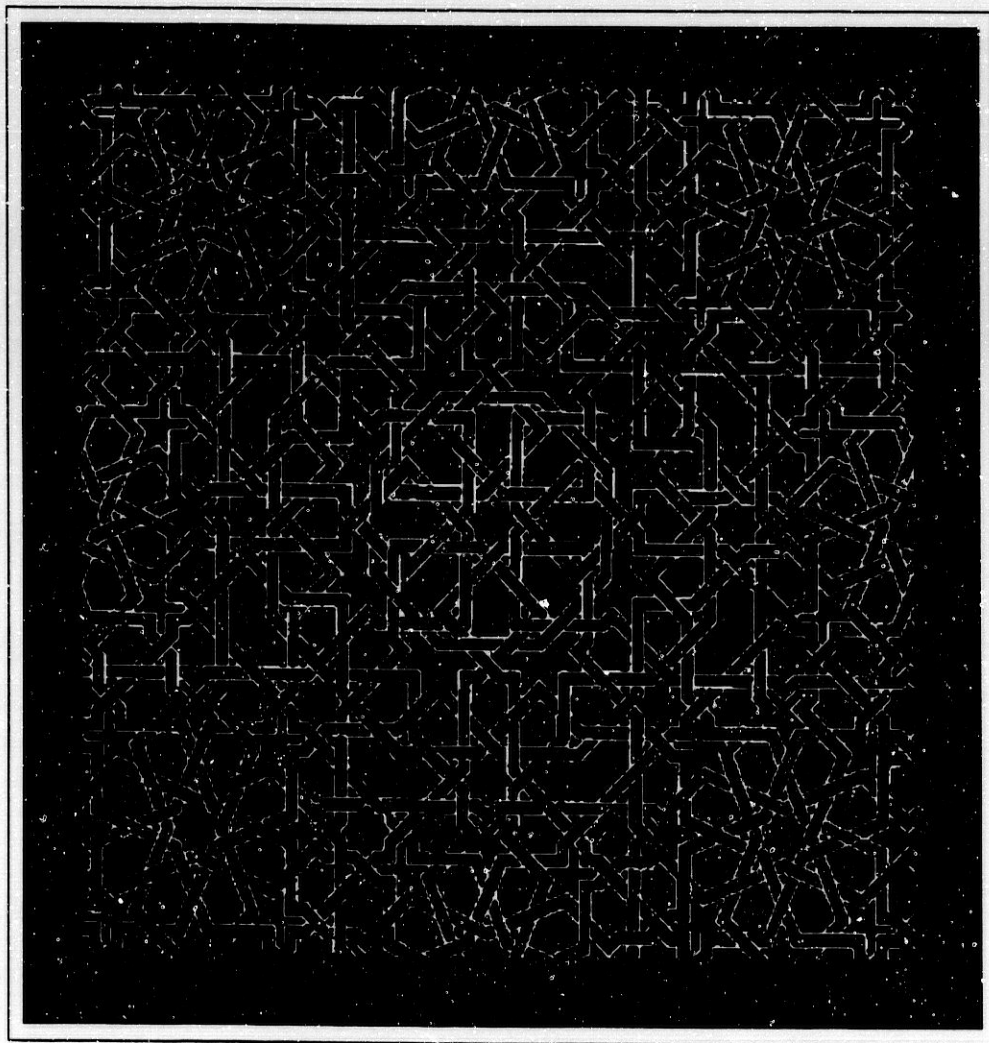
Rosaceas del tipo C,



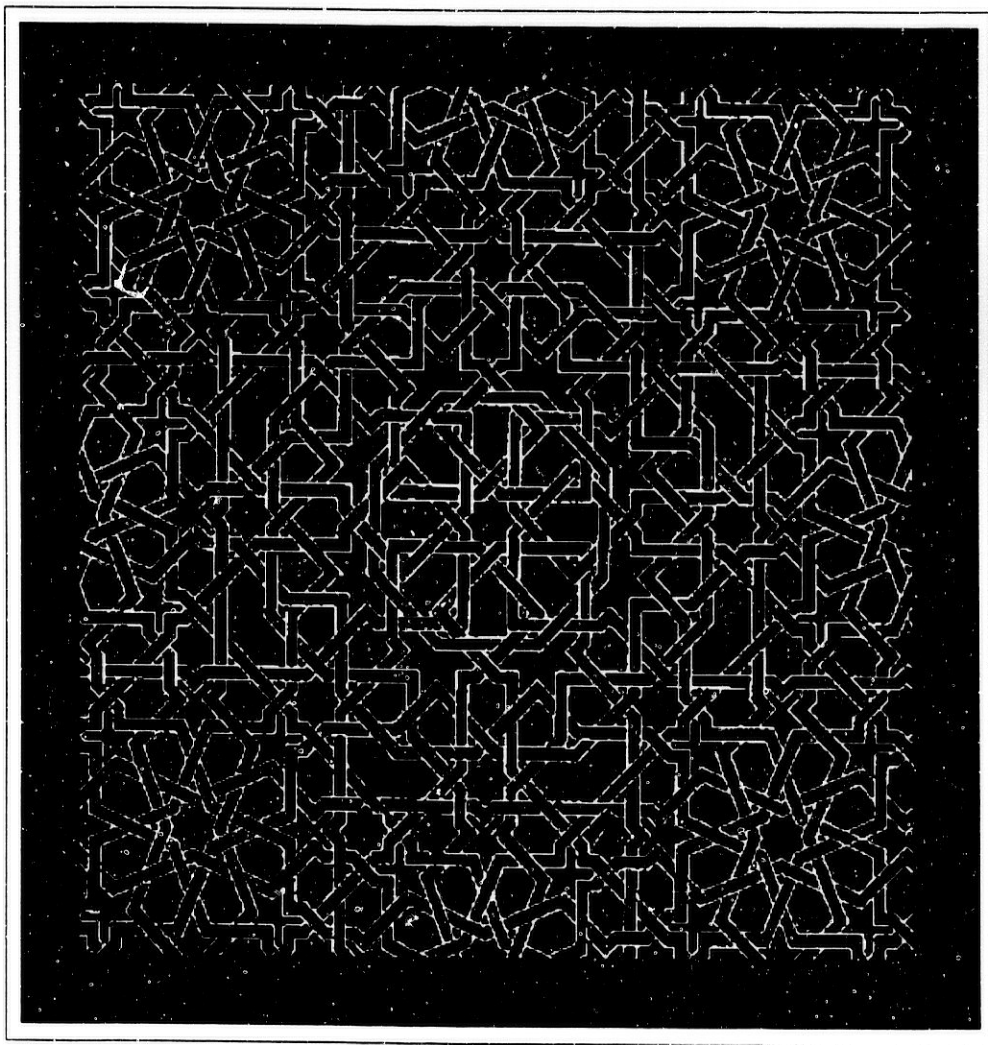
El núcleo básico lo constituye un cuadrado girado (ver página 77).
Como variante tenemos cuadrados girados alrededor de una circunferencia y
cuadrados solapados para definir el centro.



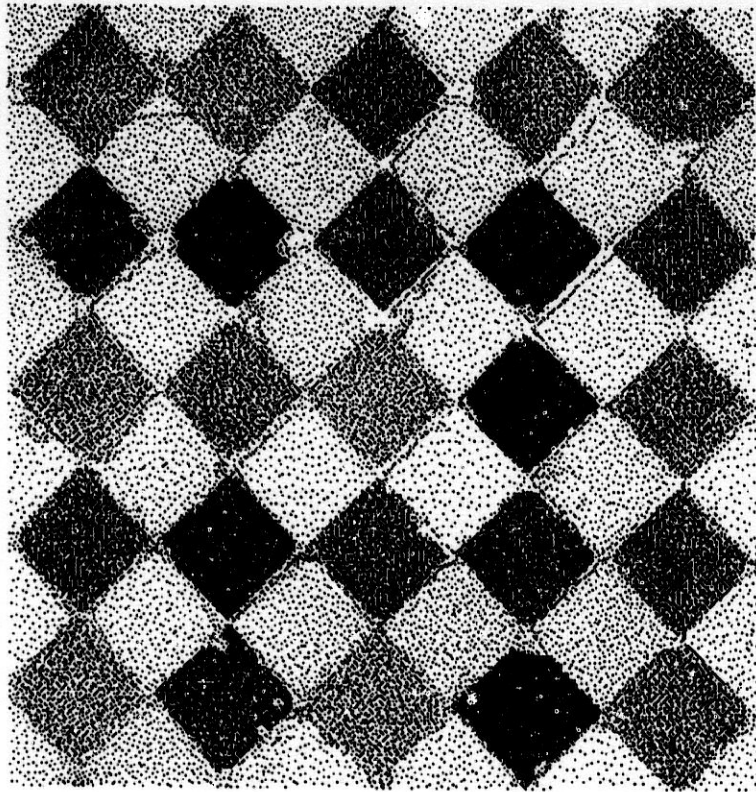


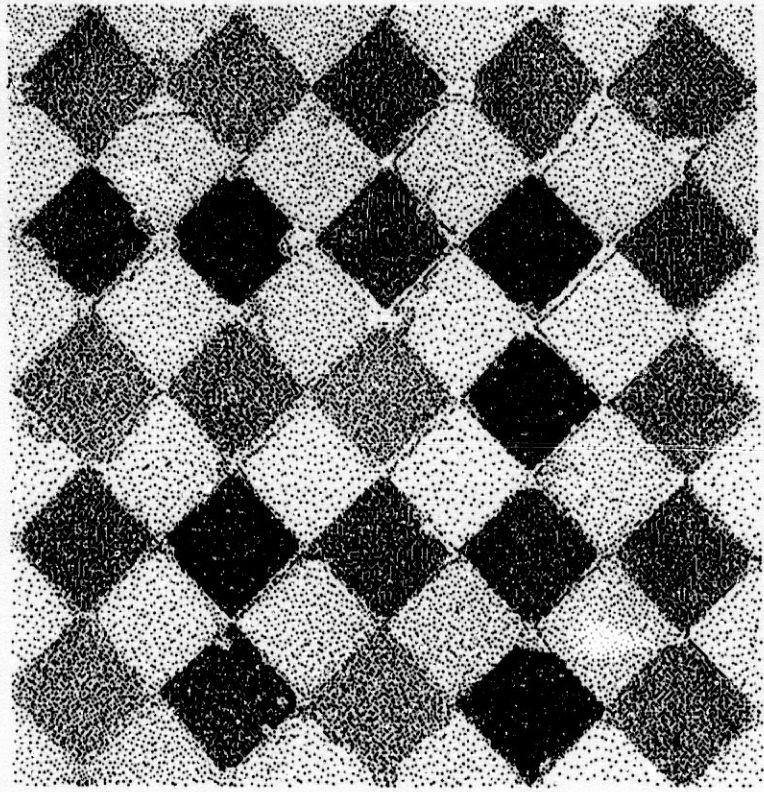


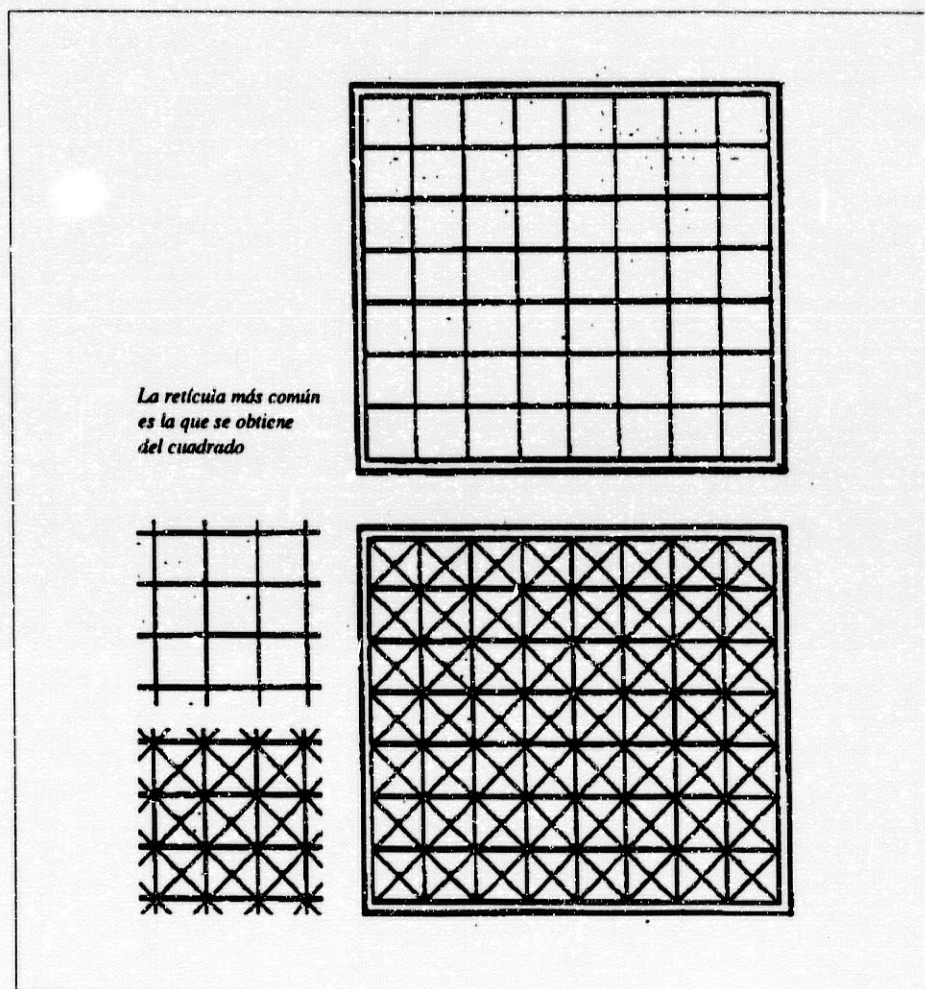
Dibujo de un zócalo de alicatado del Salón de Comares



Dibujo de un zócalo de alicatado del Salón de Comares







La red cuadrada la conseguimos a través del trazado de rectas paralelas equidistantes, perpendiculares entre sí. De manera excepcional utilizamos el cuadrado que aunque puede descomponerse en triángulos, dada su sencillez se acepta como componente de redes cuadrangulares.

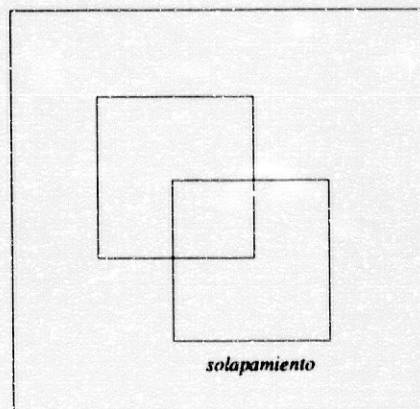
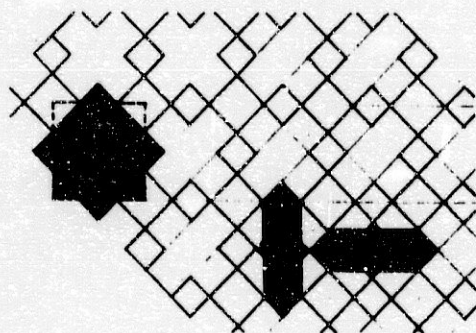
La cuadrícula:

Podemos apreciar que la estructura (tanto modular como portadora) del cuadrado, parte de una subdivisión en partes iguales de los lados del espacio.

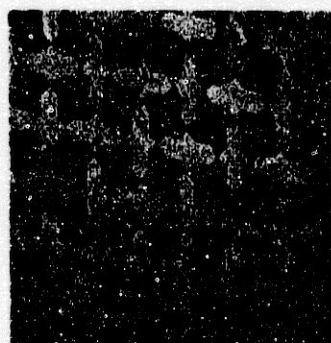
Uso de la cuadrícula como estructura portadora

Sobre la cuadrícula se aplican diferentes movimientos (giros, desplazamientos, solapamientos, etc.) a figuras concretas:

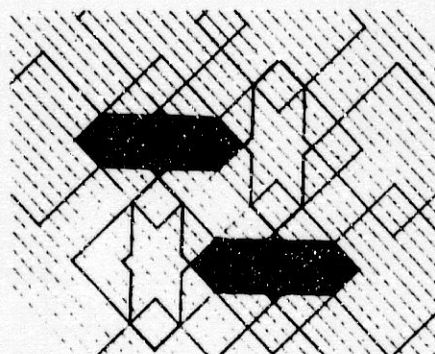
1. Cuadrículas marcadas



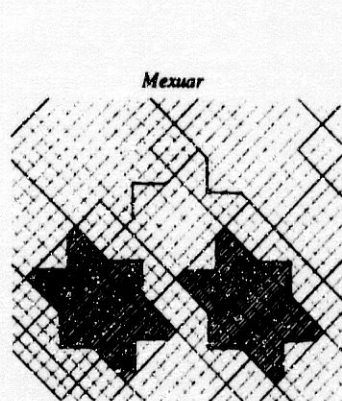
2. Cuadrículas y diagonales



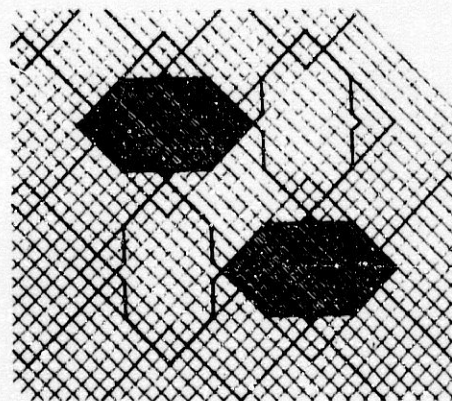
Torre de las Infantas



Huevo de la Torre de Comares



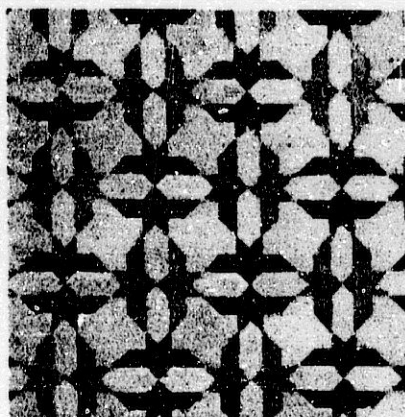
Mexuar



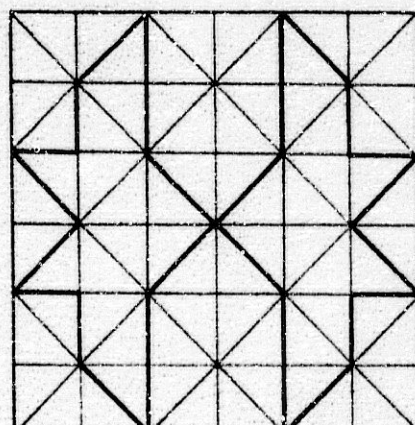
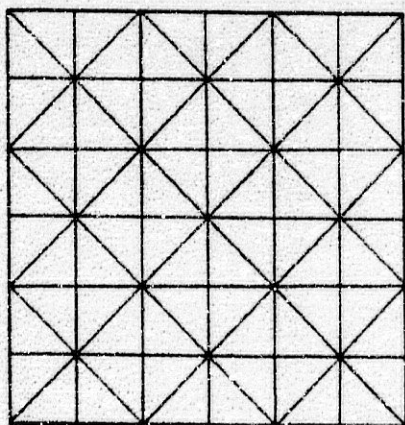
Poliminós

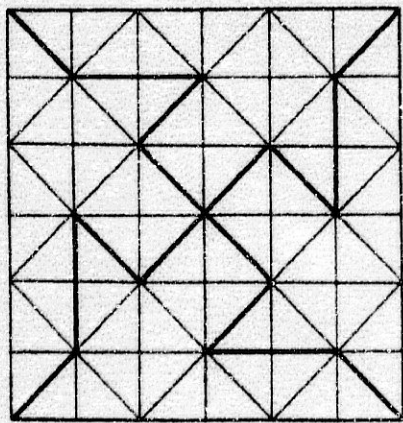
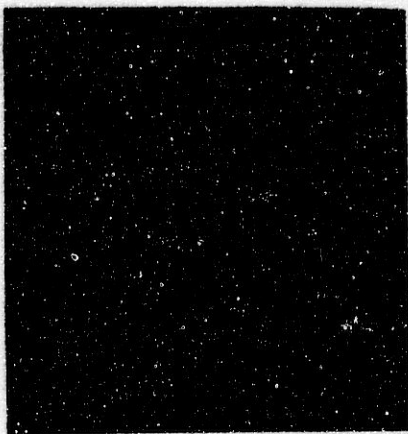
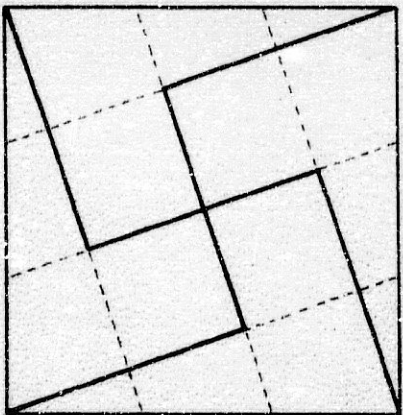
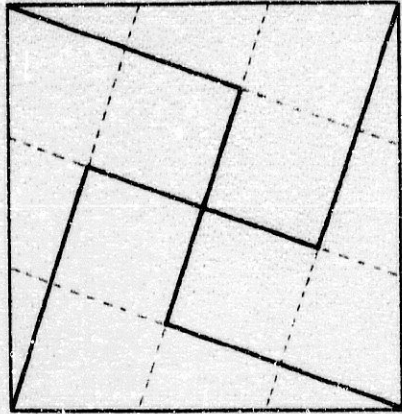
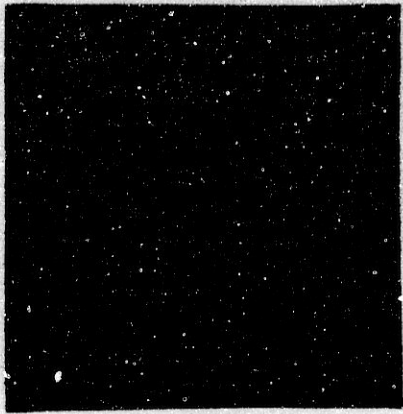
Los poliminós se derivan de la yuxtaposición de cuadrados.

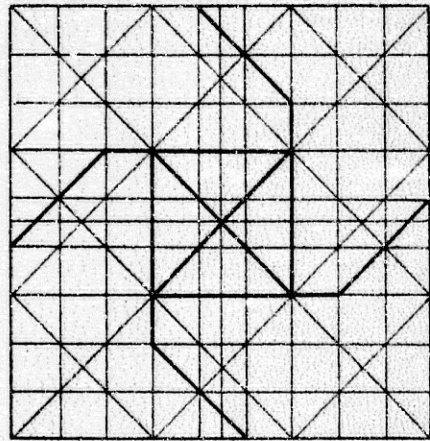
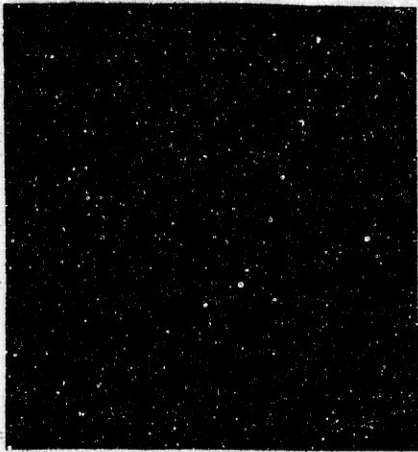
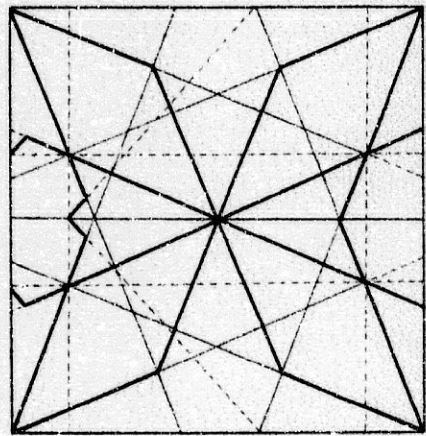
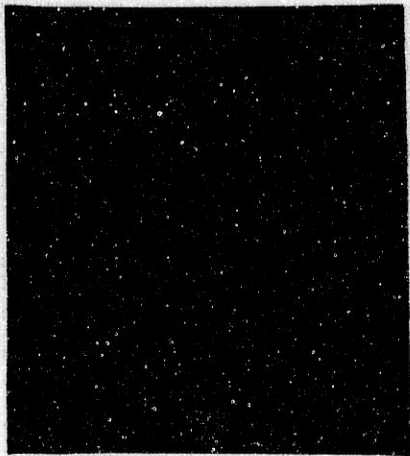
Haciendo uso de la cuadrícula (como estructura modular) propia de los diseños básicos, presentamos algunos ejemplos con poliminós decorados:

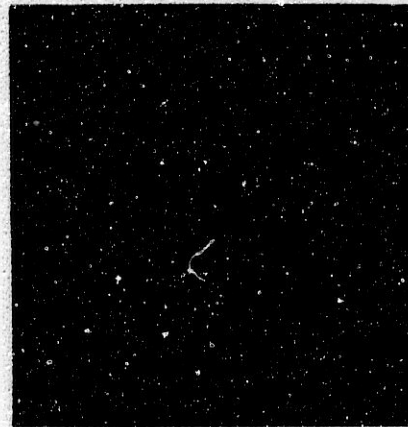
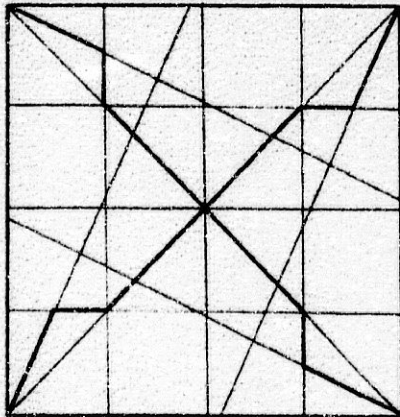
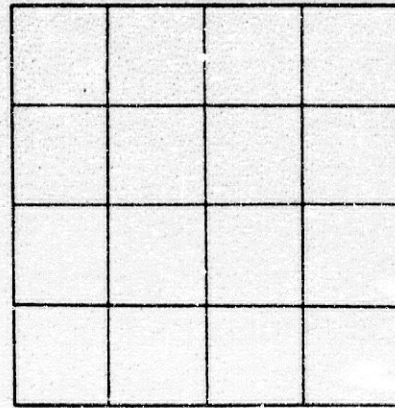
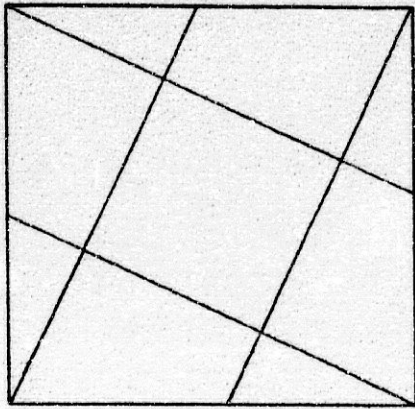


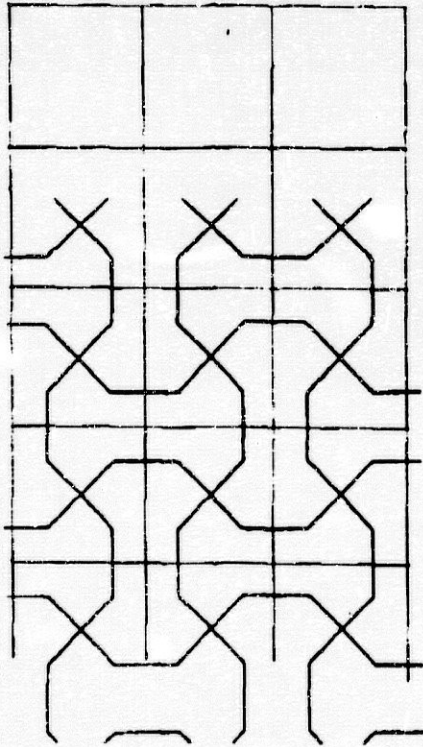
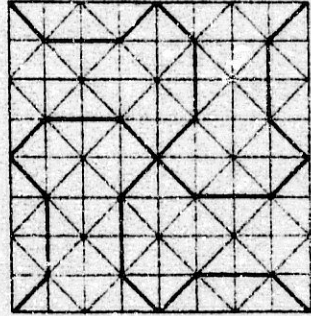
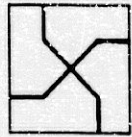
Alcobas laterales del Salón de Comares



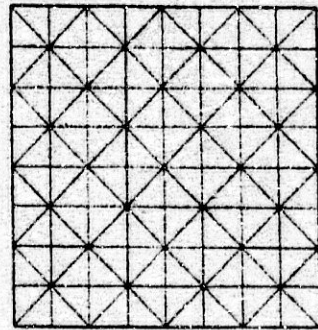




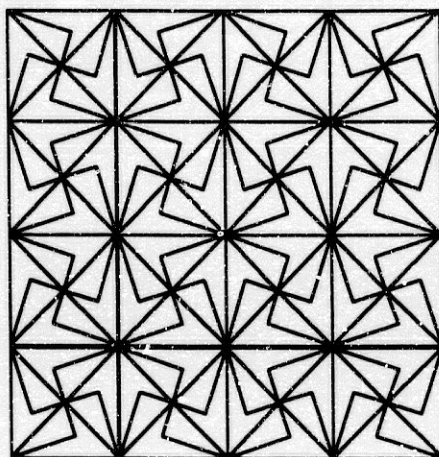




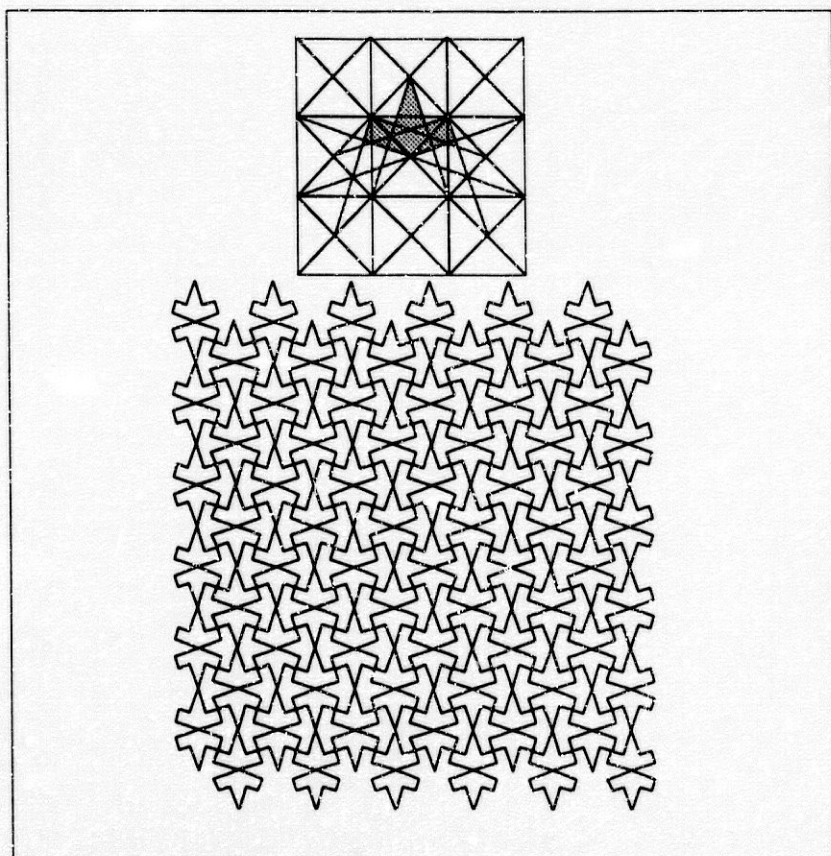
*Salón del Trono
Palacio de Comares*

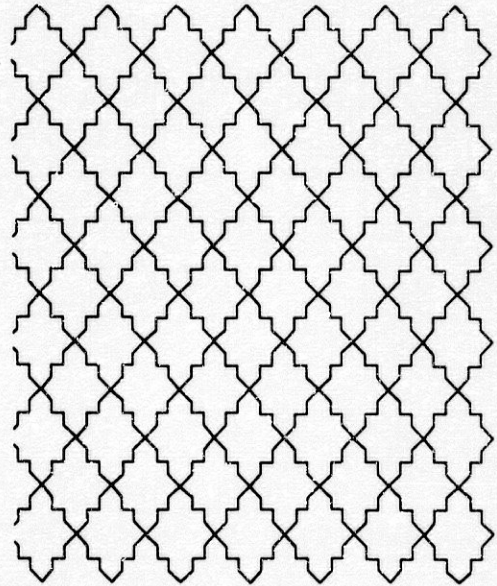
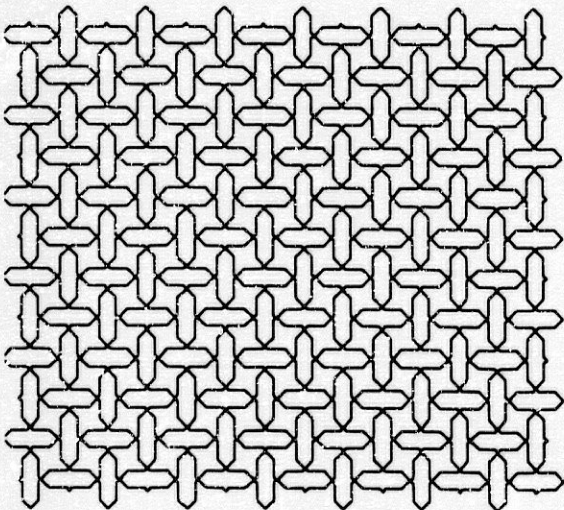
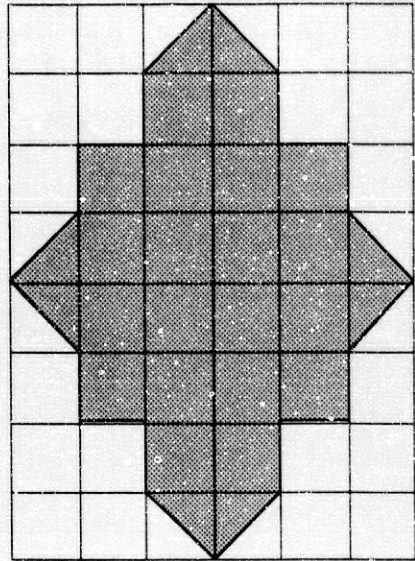
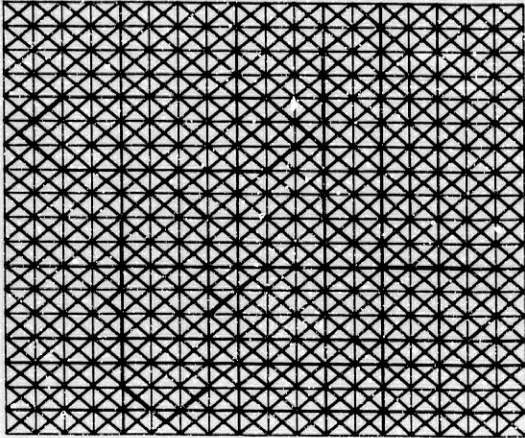
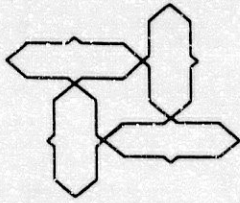


De la cuadrícula como estructura portadora aplicada a los alicatados, presentamos algunos ejemplos:

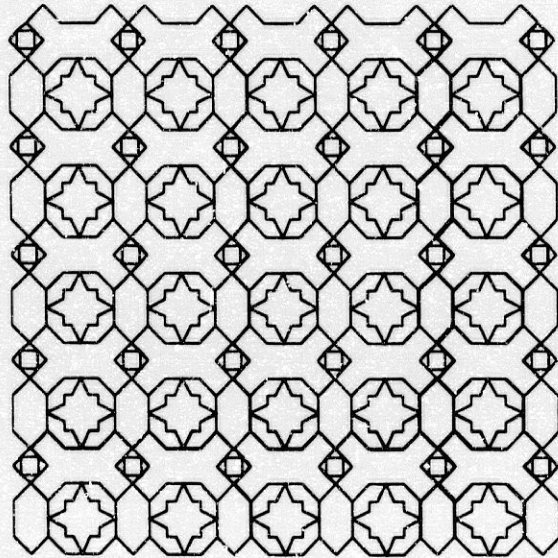


Cuadrícula, Alicatado

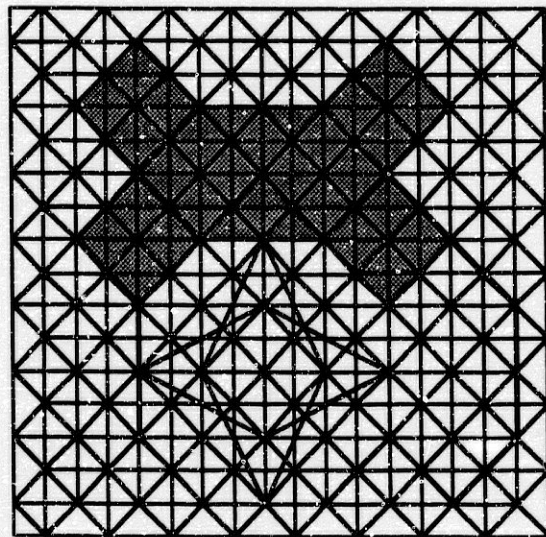


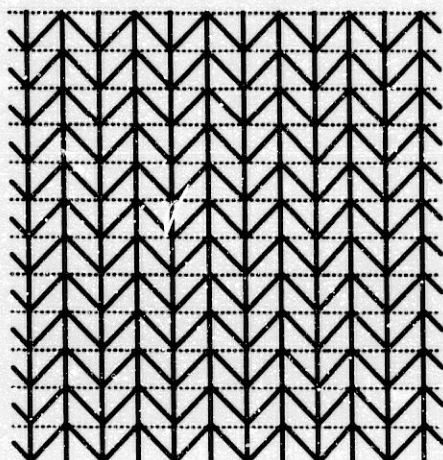


Cuadrícula, Alicutado

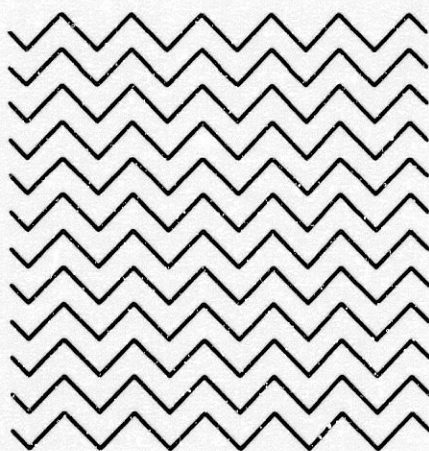


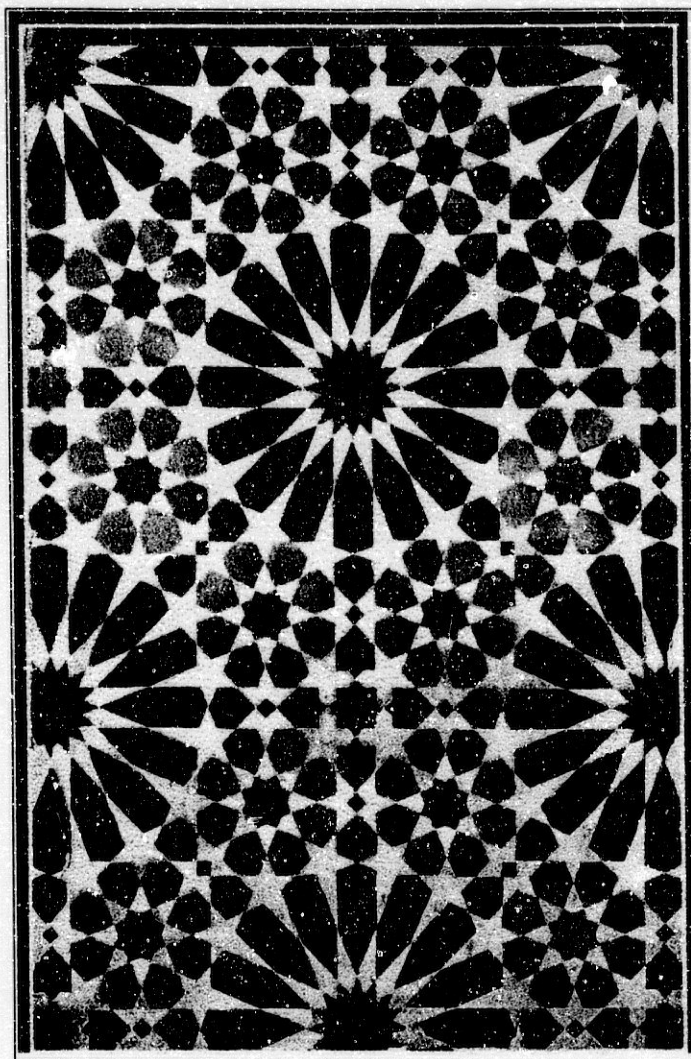
Cuadrícula, Alicatado





Cuadrícula, Alicatado





Alicatado del Mirador de Lindaraja

• Lacerías

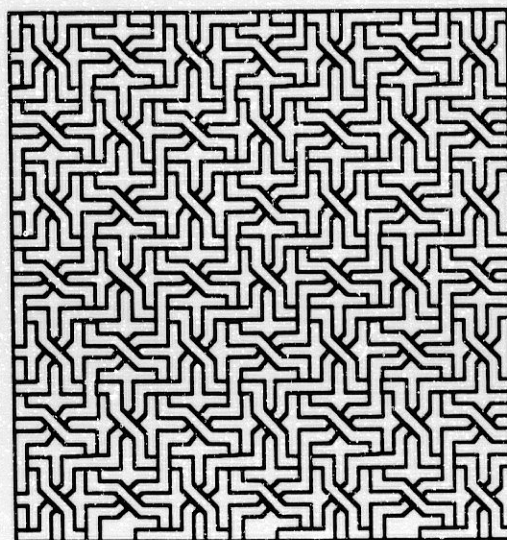
Cuando las figuras geométricas se complican, el misterio aparece y las alusiones múltiples de cada parte se superponen planteándose un problema de difícil solución "el lazo".

El juego de las composiciones se amplía con el uso de la doble cuadrícula o las combinaciones de: sinos, solapamientos, etc.

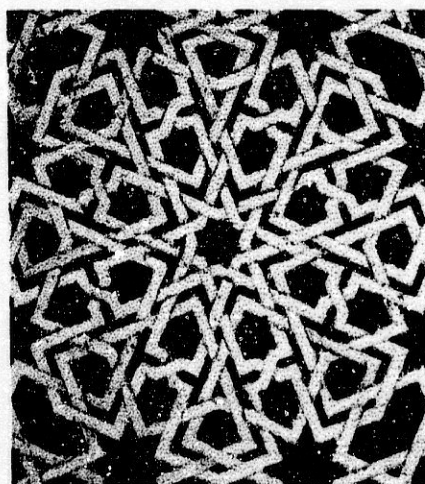
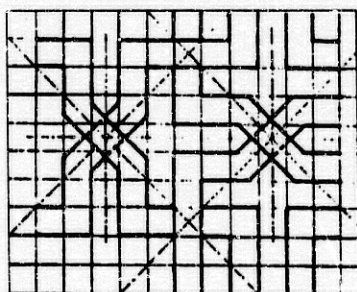
Combinación de alicatados y lazos. En este caso no es sólo un cuadrado girado, sino lo que gira es toda la cuadrícula. Aquí desaparece la idea de figuras equisuperficiales respecto al cuadrado y empiezan las lacerías.



M.N.A.H. nº 1361



Cuadrícula girada

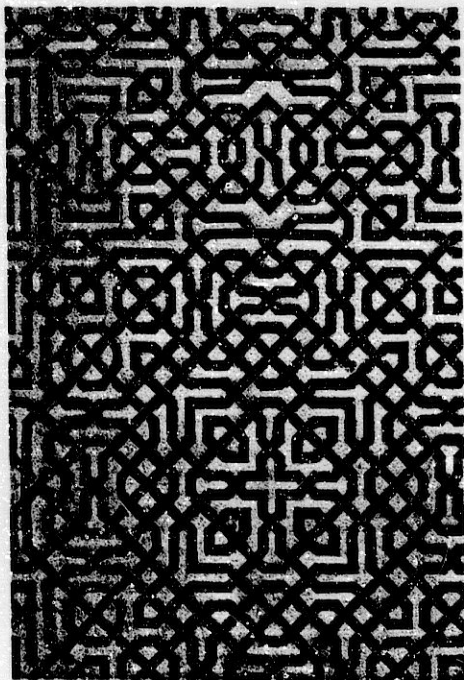


Alicatado del Mirador de Lindaraja

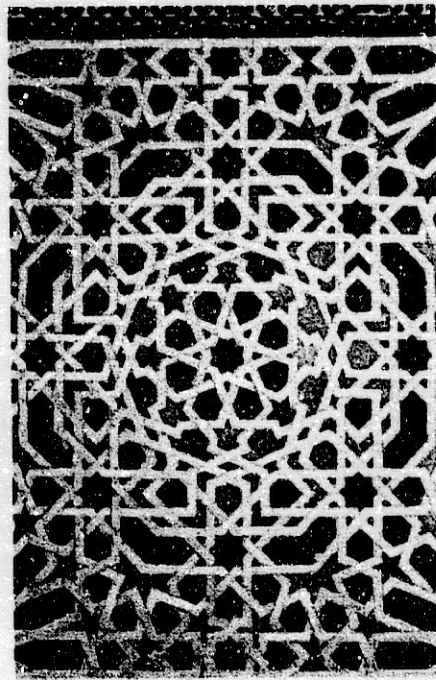
Hay que precisar que la base técnico-geométrica con la que se desarrolla el lazo hispanomusulmán, aclara Antonio Fernández Puertas[FP 2], no es de cálculos científico-matemático ni de complicados problemas geométrico-lineales, sino producto de un conocimiento tradicional práctico-empírico de la geometría y de un canon de proporciones, unido al ingenio, inventiva y buen gusto del artista nazarí.

«El tracista hispanomusulmán siempre prefirió el lazo de ocho por sus ángulos rectos y buscaba siempre supeditar y encajar dentro dentro de él los otros lazos(...)

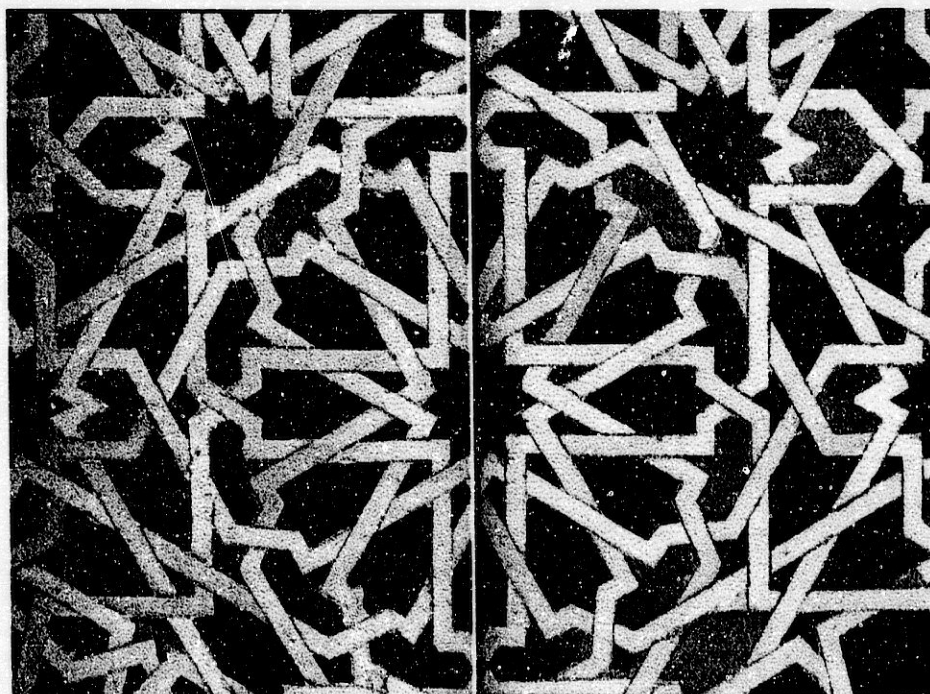
(...) luego elegía la trama o tramas básicas más convenientes y utilizaba, para la obtención de los diversos lazos de ocho, seis, doce..., las plantilla de los distintos cartabones de trazado que se diferencian por los grados de sus ángulos (viejos modelos tradicionales) (...) (...) Por norma, los tracistas hispanomusulmanes hacían polígonos por entrecruzamiento de líneas según un canon proporcional; no salían generalmente del cuadrado al octógono, del triángulo al hexágono, y aún la obtención de estos polígonos se hacía con límites».



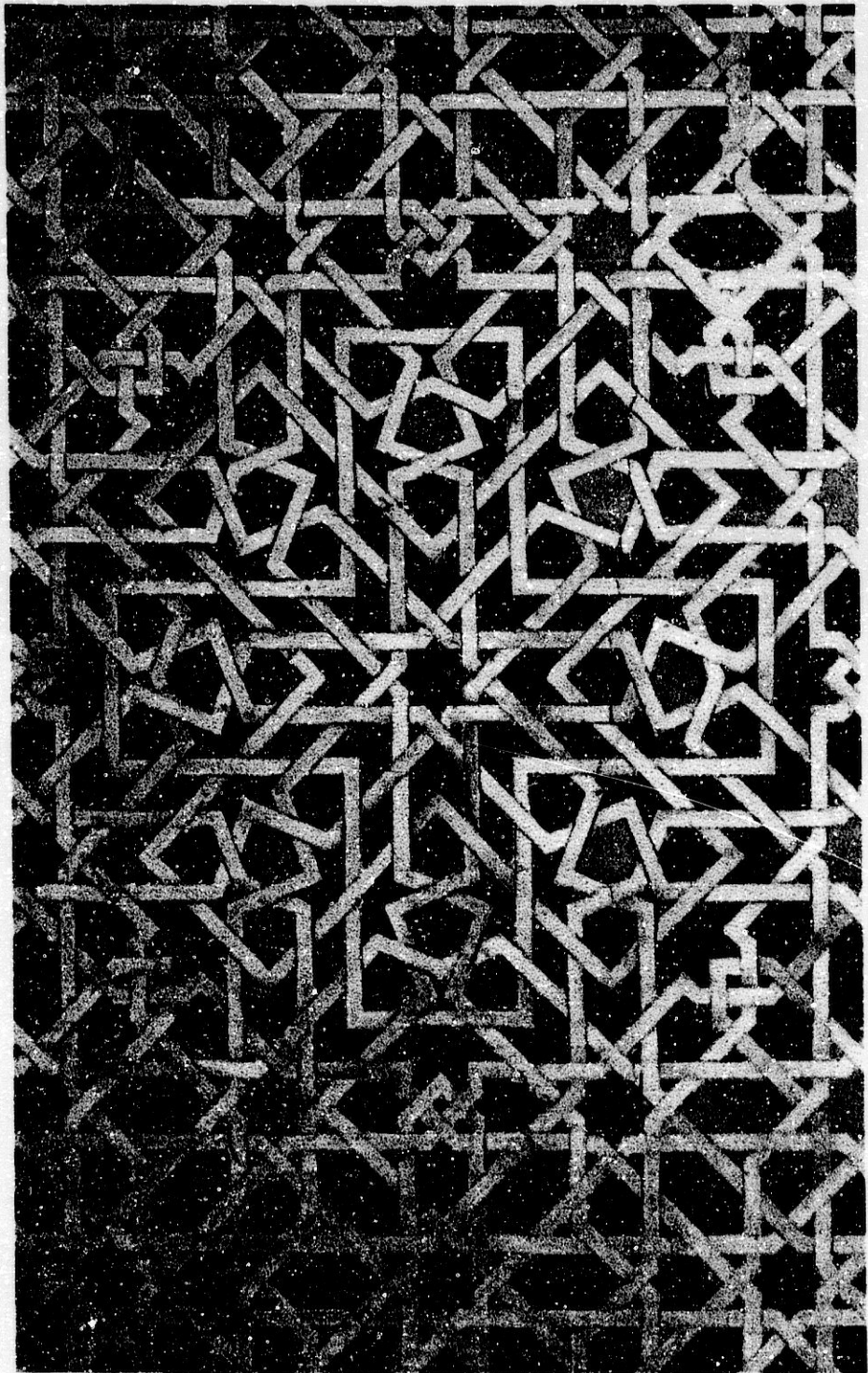
Sala de las Dos Hermanas



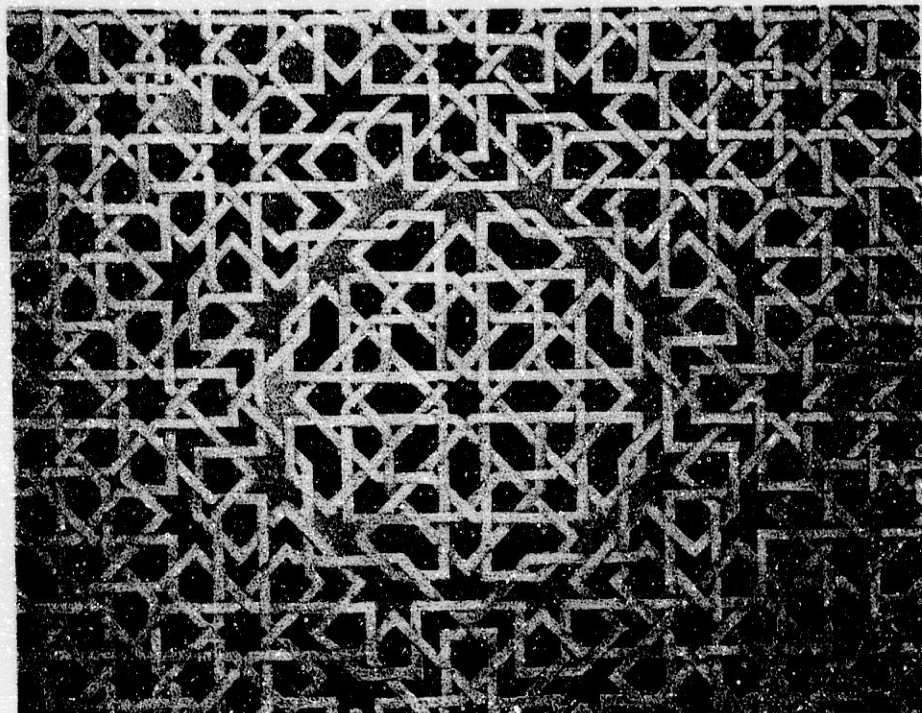
Octógonos de la Sala del Mexuar



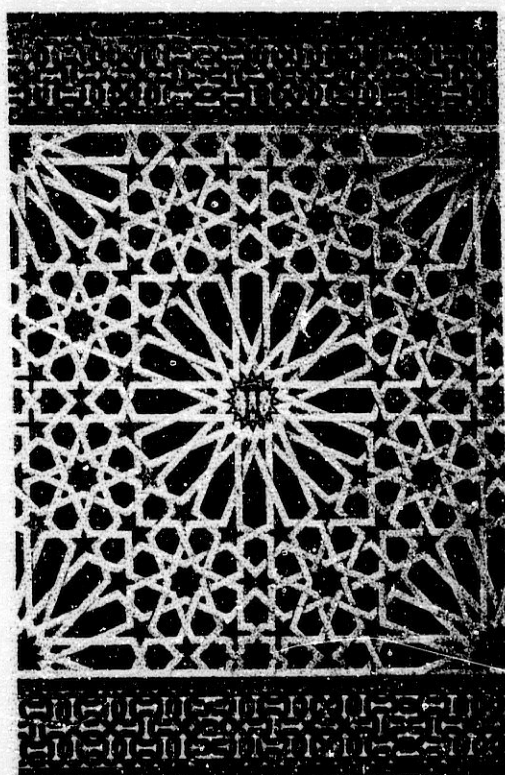
Alcoba real del Salón del Trono (estructura dodecagonal)



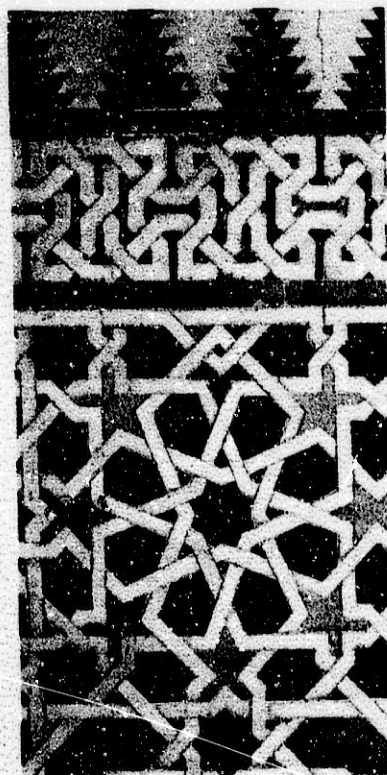
Sala de los Embajadores (trazados octogonales)



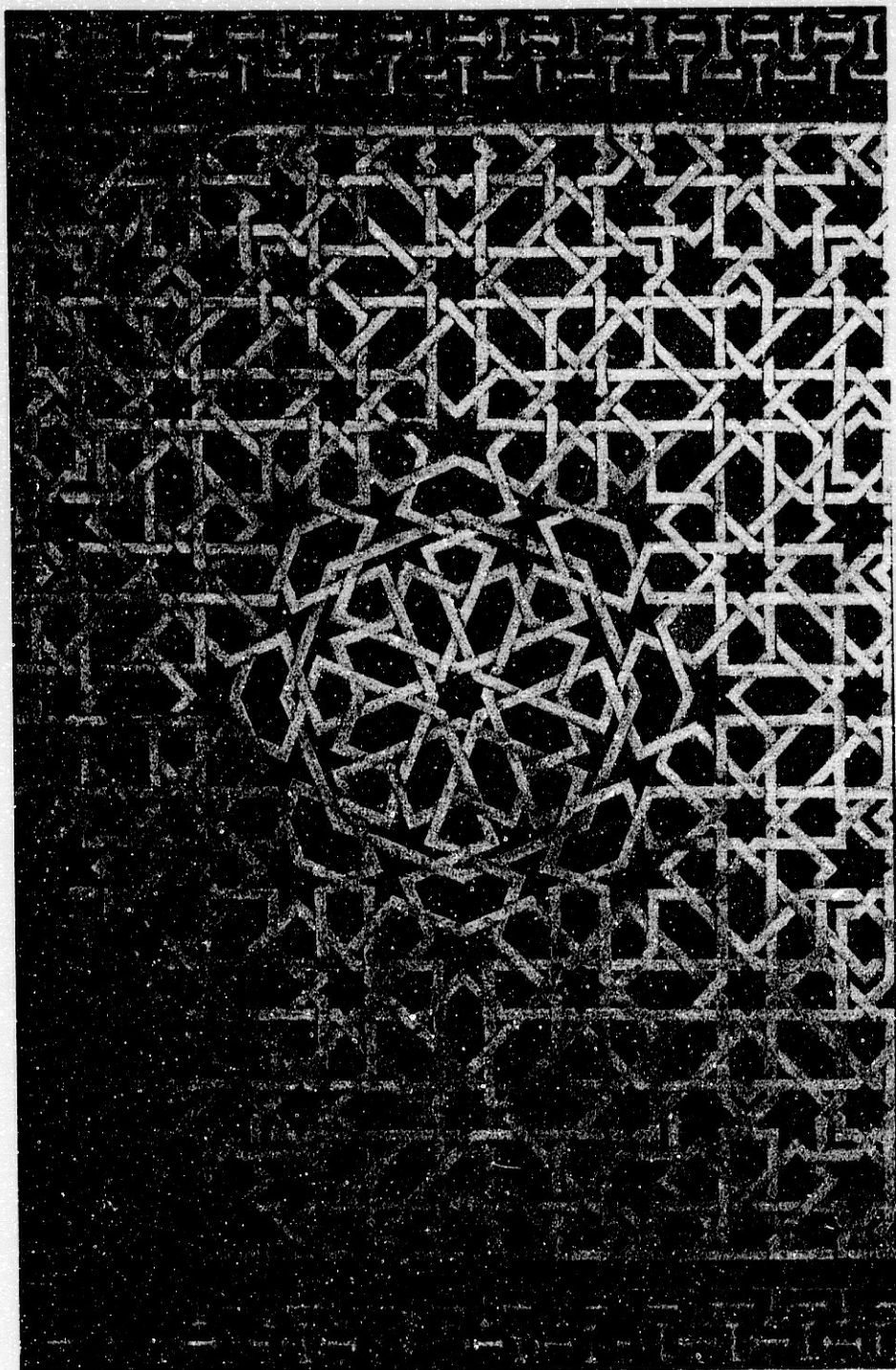
Alicatado de la Sala del Mexuar (variaciones sobre el octógono)



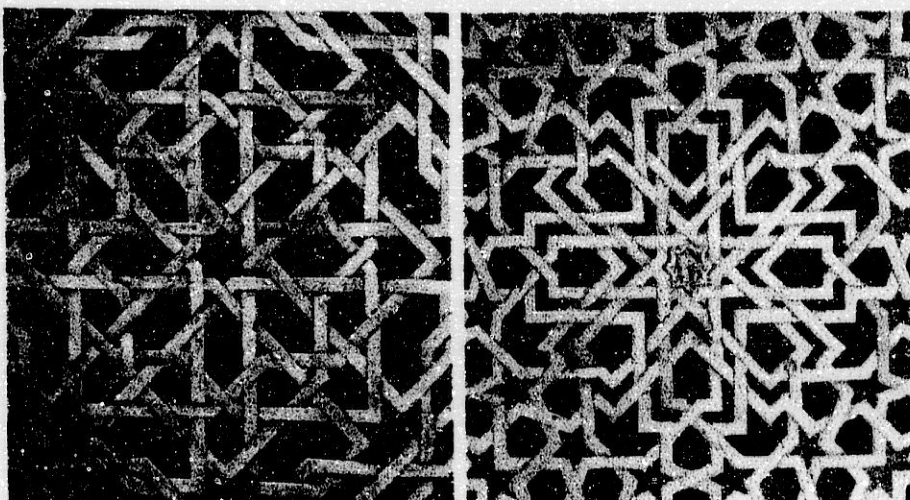
Sala del Mexuar (estrellas de ocho y dieciséis puntas)



Motivo octogonal rodeado de lacerías

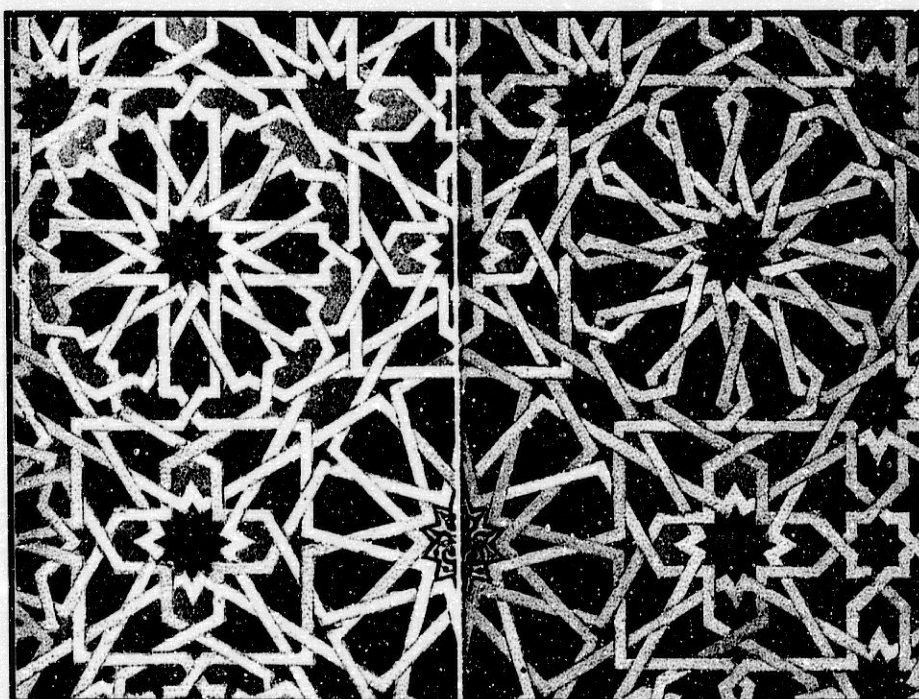


Sala de los Embajadores (trazados octogonales)

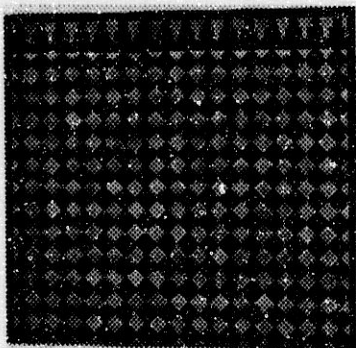


Salón de Embajadores. Torre de Comares *Paño alicatado de la sala de recepción del Mexuar*

Alcoba central de la Sala de los Embajadores (entrelazado de dodecágonos y octógonos)



☛ Mosaicos de alicatados



Patio del Cuarto Dorado

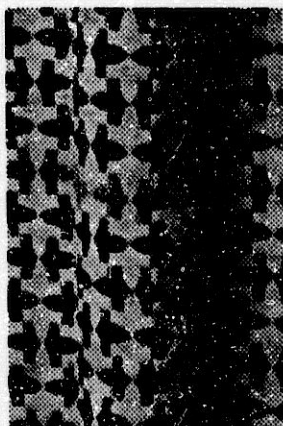
El revestimiento policromo con piedras, mármoles, etc., para frisos, pavimentos y mosaicos fueron muy populares en la cultura griega y romana, pero los omeyyas y los nazaríes más cercano a nosotros, o sus antecesores los abasíes adoptan sobre núcleos de ladrillo los revestimientos cuadrados, rectangulares, poligonales y circulares de azulejos con resultados formales aparentemente más complicados, pero existiendo siempre un último sentido de sobriedad.

Las formas decorativas de la arquitectura islámica en general destacan por la ubicuidad en el tiempo y en el espacio, posibilidad de intercambio del diseño de un medio a otro, y la repetición y cambio de escala.

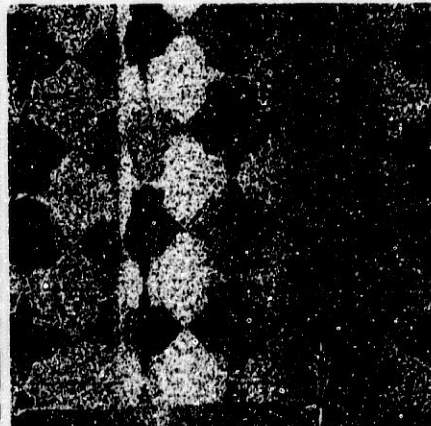
Casi no hay espacios en la Alhambra que no estén decorados y son una variedad de materiales los que forman parte como elementos de la decoración aplicado a suelos, muros, techos, fachadas, o bien a objetos cotidianos de uso. Aunque en la arquitectura islámica la decoración contribuye a transformar el espacio, es en la decoración de las superficies donde destaca la ornamentación que se materializa en: temas florales, epigráficos o geométricos. Los suelos generalmente de cerámica, partes inferiores de paredes de azulejos (blancos, verdes, azules, melados, negros,...), partes superiores de estuco, artesonados de madera en techos.

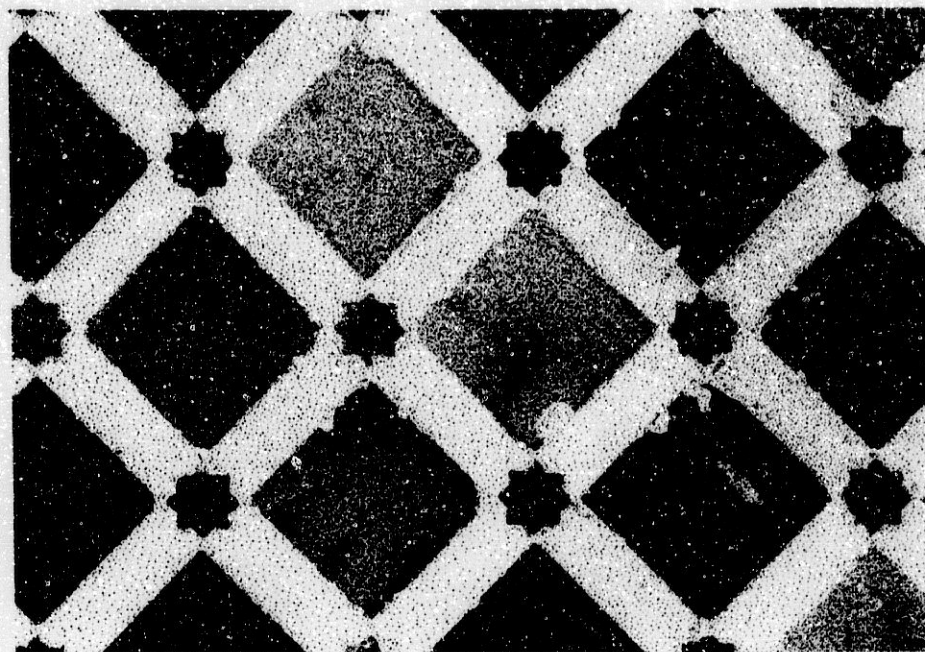
El espacio lo definen las superficies articuladas por la decoración que caracteriza al edificio, más por esta variedad y riqueza decorativa que por sus elementos estructurales.

Patio del Mexuar



Sala de los Embajadores





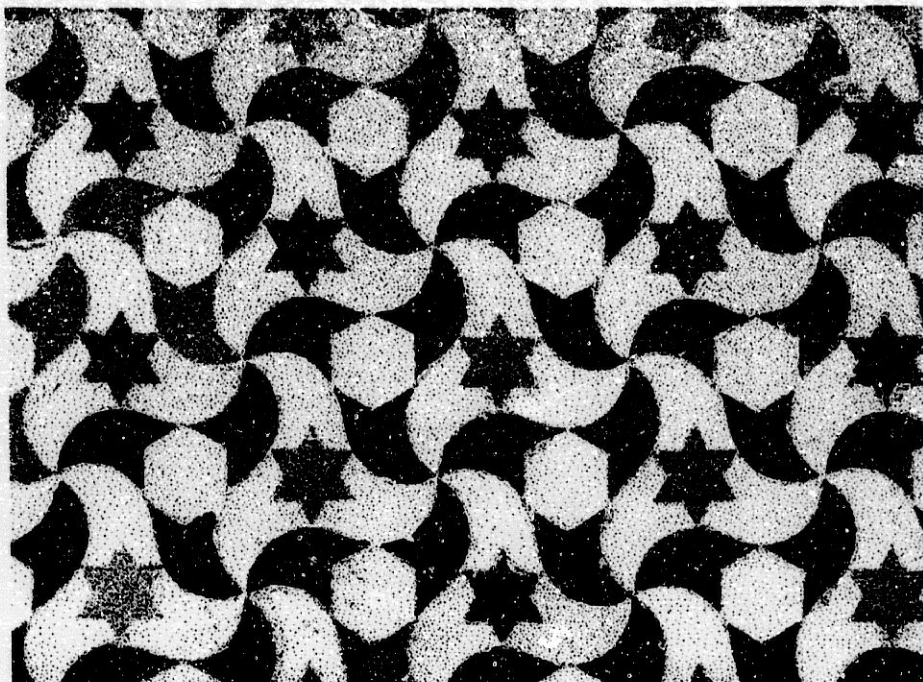
Patio de los Arrayanes

Existe una profusa presencia de la decoración geométrica con azulejos policromos en las superficies en la Alhambra y en la ornamentación islámica en general, tal como lo han venido reconociendo distintos investigadores como Owens Jones, Prisse D'Avennes, Bourgoin, Girault de Prangey, Oleg Grabar, Dalu Jones, etc. En la arquitectura islámica las superficies decoradas, debido a su impacto óptico, adquieren una importancia tan grande como las propias formas arquitectónicas.

Los nazaríes destacan por la característica fundamental del uso de un solo diseño (unidad de cualquier composición decorativa), que por la multiplicación de sí mismo, cubre completamente una superficie. Esta forma de proceder permite decorar sobre una superficie indefinidamente sin más que seguir unas reglas fijas; aparecen en escena los elementos que nos van a permitir esa decoración: rosáceas, frisos y mosaicos (alicatados, lacerías).

Ya dijimos en la página 64 qué era un alicatado y se estudiaron como polígonos de modo aislado. Así mismo en pp. 92-103 se han presentado como parte de una estructura soporte. En esta sección se procederá a estudiar los mosaicos a que dan lugar.

El alicatado tal como lo vemos en la Alhambra, implica una técnica de trabajo muy riguroso, hechos de piezas cerámicas de un sólo color, recortadas en forma conveniente para su encaje mutuo (se trabajan con una azuela y el acabado se hace con una lima) según dibujos geométricos de lazo, con polígonos estrellados y otros especiales.



Alcoba en el extremo norte del Patio de los Arrayanes

NOTA

(Breve historia acerca del Mosaico).

La palabra "mosaico" (musaicus en latín medieval; musaico en italiano antiguo) deriva de Musa, término con el que se indicaban las decoraciones murales de las grutas dedicadas a las Musas en los jardines romanos. El arte del mosaico como tal, empezó a aparecer en Grecia, probablemente en el siglo IV a. C. y estuvo destinado a alcanzar gran difusión en el mundo grecorromano como una técnica de decoración de suelos, paredes, bóvedas... tanto en ámbitos privados como en monumentos públicos. Aunque se ha especulado sobre los antecedentes de los pavimentos hallados en Godion (Asia Menor) que podría remontarse al S-X. XIII a. C. lo cierto es que el mosaico parece ser un fenómeno estrictamente de La Hélade en cuanto a policromía y temática.

El mosaico en la "Península Ibérica" fue implantado por los romanos desde el 218 a. C. Restos de esta cultura milenaria pueden verse hoy en Andalucía, Carmona, Itálica (Sevilla), cerca de ella, en Extremadura, Mérida (Badajoz), o en Cataluña, Ampurias (Gerona), siendo estas últimas las de mayor antigüedad (su primer asentamiento fue griego, año 600 a. de C.) han conservado restos suficientes de decoración de pavimentos mosaicos para que pueda seguir una relación directa con los modelos italianos de Pompeya y Herculano.

La arqueología ha revelado la existencia de muchas villas rurales, siendo la península Ibérica un lugar privilegiado, donde el propietario se hace representar en ocasiones en los mosaicos, como en Tossa de Mar. Hay que resaltar el hecho de que a la decadencia de los suelos de mosaico corresponde y se contraponen el apogeo de los mosaicos murales en pasta vítrea. De hecho en Bizancio en seguida se prefirió para los pavimentos el opus sectile o la taracea y fueron éstas las dos técnicas más usadas en la Edad Media.

El empleo de la cerámica vidriada procede de Oriente (en especial de Siria, Persia y Mesopotamia). Tuvo un gran desarrollo en al-Andalus. La España musulmana desarrolla a su manera el arte del mosaico. La noción de tesela cambia (deja de ser cuadrada o rectangular y pequeña) y la compactación del plano refuerza la idea de mosaico. Por otra parte, desde el siglo VII hasta mediados del siguiente el mosaico adornó las mezquitas, los palacios, los castillos y los baños omeyas. A falta de tradición, los califas de Damasco no dudaron en pedir los materiales preciosos e incluso los artesanos a los emperadores de Constantinopla.

Durante el califato de Córdoba llegaron a España alfareros orientales que divulgaron las técnicas ceramistas. Fue en el siglo XIII cuando los almohades empezaron a decorar los muros exteriores con barro vidriado. De esta época es la Giralda de Sevilla en la que pueden apreciarse unos discos negros, convexos, que resaltan en los tímpanos de los arcos decorativos situados sobre los balcones. En Granada, la cerámica nazari adquirió un desarrollo extraordinario en la decoración de la Alhambra.

La cocción de determinadas tierras, especialmente arcillas, dan origen a un sólido inorgánico, no metálico que conocemos como cerámica. La estructura cristalina de los materiales que intervienen se ve modificada por la temperatura -que llega a ser de 1.000 °C - a causa, por lo general de la eliminación de alguno de sus componentes. Uno de los materiales básicos y corrientes es la caolinita cuya composición estequiométrica es 2SiO_2 , Al_2O_3 y $2\text{H}_2\text{O}$. Su estructura corresponde a la superposición de dos hojas, una que contiene los cationes de silicio en coordinación tetraédrica y otra formada por los cationes de aluminio en una estructura octaédrica. Como se trata de un producto frágil, el proceso del vidriado le da una mayor dureza, se trata de revestir la superficie con mezclas vitrificadas de boratos y silicatos complejos a los que se añade óxido de estaño o de zirconio para dar opacidad al producto final.

Es, cuando menos, curioso pensar que los diseñadores de las composiciones cerámicas a las que nos venimos refiriendo, utilizaron intuitivamente criterios que hoy son fruto del descubrimiento de los Rayos X y la Teoría de Grupos (Fedorov observó que la estructura cristalina de las sustancias pueden explicarse mediante 230 grupos de simetría y los matemáticos deducen que en dos dimensiones tales grupos se reducen a 17).

La decoración islámica tiene entre sus características la recursividad; es decir, la decoración está a su vez decorada. Pues bien, los mosaicos planos de cerámica no escapan a ella. Cada trozo presenta en su estructura interna un mosaico tridimensional hecho a base de tetraedros y octaedros, tal y como antes se puso de manifiesto.

7 *Desde el estudio de los elementos de simetría de los mosaicos de la Alhambra, hasta la creación de nuevos diseños.*

7.- Desde el estudio de los elementos de simetría de los mosaicos de la Alhambra, hasta la creación de nuevos diseños.

Es necesario introducirnos en el problema de la decoración geométrica, en los elementos donde se materializan las composiciones, ya que es en el propio proceso creativo y en su realización donde surge la parte material del proceso: "el dónde" y el "cómo".

La Alhambra como modelo de unidad y variedad en las construcciones del pasado es la que mejor expresa el pensamiento con el soporte de la materia. Los nazaríes consideraban que "llenar" el plano con cuadrados, por ejemplo, era elemental, y por su forma de concebir la vida y la sociedad, fueron imaginativos en sus creaciones arquitectónicas al encerrar tanto una gran belleza como multiplicidad de enigmas para quien supiera verlos. En la Alhambra consiguieron ambos deseos, disimularon los diseños básicos y obtuvieron composiciones de gran atractivo.

Es, quizás, a partir del S-XX cuando se comienza a estudiar de una manera sistemática la elaboración de patrones que configuran parte de las formas abstractas; el campo es ilimitado, luego las hipótesis pasan por las prácticas y experimentos que surgen de los modelos que la Ciencia y el Arte nos permite.

Se suele olvidar la relación que la Ciencia mantiene con la Estética, pero las matemáticas y los ordenadores, que suelen discurrir por un mundo abstracto e inexpresivo para la mayoría de las personas, también pueden crear imágenes increíblemente delicadas y sorprendentes; imágenes que nacen de desarrollos gráficos de complejas fórmulas matemáticas, produciendo figuras consecuencia de la reunificación de Arte y Ciencia.

La cuestión se plantea desde la Antigüedad y no sólo por la indudable conexión entre el origen de la geometría y el Arte de la decoración en muy distintas culturas. Todos los grandes hombres del siglo XVII (Descartes, Mersenne, Leibniz, Huygens...) estuvieron interesados en esta búsqueda conjunta de místicos artistas y matemáticos, de la cual han emergido algunas de las formas más bellas que todavía ahora podemos admirar. Los ejemplos más notables de las nuevas formas artísticas posibilitados por la emergencia de la Ciencia contemporánea provienen del mundo de la imagen, formas de belleza tecnológica cuyo desarrollo caracteriza a la Bellas Artes del siglo XX.

Actualmente estamos tan habituados a este tipo de producciones artísticas que podemos llegar a olvidar las mediaciones científicas sin las cuales dichas innovaciones estéticas no hubieran podido llegar a ser y, lejos de contraponerse, la Ciencia y el Arte colaboran activamente en todos estos campos de actividad humana.

El artificio técnico permite una creatividad humana de nuevo cuño, que influye poderosamente en los gustos estéticos de nuestra época e incluso en la propia noción de belleza. La historia del diseño de patrones sería inexplicable sin la existencia de éstos, recordemos que el término "patrón" (pattern) significa originariamente una forma matriz, que incluía ayudas técnicas, empleado para la producción de formas repetidas.

Es aquí donde los métodos geométricos encuentran su lugar adecuado en nuestra historia, no como inspiración original de artesanos, sino como la expresión del deseo de ampliar el círculo de sus habilidades. La Ciencia es activa y transformadora, engendra nuevas formas, posibilita técnicas artísticas progresivamente más complejas y sofisticadas, pero que siguen dando lugar a nuevas formas de belleza. La Ciencia posibilita actividades creativas e indagaciones experimentales en el campo de las Artes que no podrían haber sido ni siquiera imaginadas sin su contribución. No nos referimos sólo a la Ciencia pura, sino sobre todo a la Ciencia aplicada y la tecnología.

También es cierto que dentro de la visión científica que se tenía de la Naturaleza, se daba cabida a variados y opuestos puntos de vista. Albert Einstein dijo:

«Allí donde el mundo deja de ser el escenario de las esperanzas y de los deseos individuales; donde nosotros como seres libres, lo miramos asombrados, lo interrogamos y lo contemplamos, es allí donde penetramos en el ámbito del Arte y de la Ciencia.»

Si traducimos nuestras observaciones y experiencias al lenguaje de la lógica, nuestra acción corresponde a la Ciencia. En cambio, si las plasmamos en formas a las que el pensamiento consciente no tiene acceso, pero cuyo sentido podemos comprender mediante la intuición, lo que estamos haciendo es Arte. Ciencia y Arte tienen en común la dedicación a algo que va más allá de lo personal y que se aleja de lo arbitrario.»

La Ciencia y el Arte son dos maneras complementarias de experimentar el mundo de la Naturaleza, una de ellas analítica, la otra intuitiva. Nos hemos acostumbrado a considerarlas como polos opuestos, ¿pero no serán acaso independientes?

La mente artística y la mente científica han emprendido caminos diferentes en los dos últimos siglos, como si no hubiera espacio para ambas.

Pero los conceptos científicos heredados del pasado deben reexaminarse, hay que completar los minuciosos análisis con la visión global, y con el reconocimiento de que todo sistema es más que la suma de sus partes.

Hoy en día, con la representación gráfica que permiten los ordenadores podemos comprender, de manera intuitiva, la complejidad de los procesos naturales. De este modo se estimulan nuevas ideas y asociaciones, y se despierta el potencial creativo de quienes piensan a través de imágenes. Los matemáticos y especialmente los físicos, piensan a través de imágenes, y utilizan criterios estéticos para determinar la coherencia y hasta la verdad de lo que investigan.

Hermann Weyl [Wey], uno de los matemáticos alemanes más importantes de este siglo, admitía: *«Mi trabajo ha intentado unir lo verdadero y lo bello, y cuando tenía que elegir entre uno y otro siempre solía elegir lo bello. La belleza está estrechamente relacionada con la simetría».*

Un profundo sentimiento de que Arte y Ciencia deben unirse surge de afirmaciones como esta, Weyl usa en la "Simetría" [Wey] métodos matemáticos para su análisis y descripción; para él simetría equivale a "concordia, equilibrio, buena proporción".

Por otra parte en cuanto a connotación geométrica, se entenderá que: «La teoría de la simetría es una parte de la geometría que operando sobre el espacio euclídeo engloba como transformaciones a todas las isometrías, siendo su interés específico el estudio de los grupos de isometrías que dejan invariantes a la figuras».

En tal teoría se encuadran los grupos de simetrías puntuales, o de Leonardo (da Vinci), los grupos de frisos, los grupos de simetrías del plano, la teoría de mosaicos, la simetría espacial.

El tema de simetría encuentra por sí mismo un amplio campo de creación propia: transformaciones ortogonales, isometrías o movimientos rígidos, y grupo de simetría de una figura plana (grupos puntuales de simetría o de Leonardo, grupos de simetrías de los frisos, y grupos cristalográficos planos).

Karl Gerstner, Richard Paul Lohse, Shizuko Yoshikawa también usan para sus pinturas elementos con características matemáticas notables. La teoría de los números de Rune Mields, Anton Stankowski, o teoría aleatoria de Gerd Von Graevenitz, Hermann de Vries y otros, surgen alrededor de distintas profundizaciones bajo el punto de vista de las relaciones teóricas generales. Muchos artistas se han opuesto a estas consideraciones teóricas, apareciendo nuevas preguntas como si ¿hace falta una teoría para la creación artística en relación con las matemáticas?

Herbert W. Franke [Fran] artista y científico alemán, lo afirma positivamente y añade que no es nada simple la producción de bellas creaciones; en este contexto la cuestión se plantea si la generación matemática de las formas abre nuevas posibilidades a la expresión y representación. El uso de instrumentos y otras ayudas, conduce a nuevas técnicas, y esto da lugar nuevas formas de pensamiento.

Por ejemplo, los métodos matemáticos de generación de imágenes inducen a una variación del método en la evolución de las composiciones clásicas en el campo de la plástica. En el enfoque tradicional, los resultados del cuadro cambian donde el artista interviene directamente (por ej: con un pincel o un lápiz); por el contrario, la llegada de un nuevo modo de pensar matemático nos permite la posibilidad de alterar el cuadro entero con cada intervención (ej. por medio de una transformación).

El cambio rápido de una imagen a otra, hace posible, por medio del ordenador, sistemas gráficos que facilitan la transición de imágenes a composiciones dinámicas; es decir el método matemático está inherentemente adaptado a la plástica de procedimientos dinámicos. Esto produce posibilidades interesantes para poner en práctica la vieja idea del juego dinámico de las formas gráficas.

Si todo esto se puede describir con ayuda de fórmulas matemáticas, es particularmente fácil aplicarlo con un programa de ordenador. Incluso la idea de improvisación gráfica se puede lograr de esta forma sin gran dificultad en tiempo real. También es posible usar métodos matemáticos para la creación de imágenes sin tener conocimientos teóricos (como ya lo han demostrado los trabajos de varios artistas plásticos).

Pero si la intención es explorar y desarrollar el gran potencial que existe para la creación de imágenes matemáticamente descriptibles, entonces la matemática es capaz de hacer una contribución vital. Todo esto hace crecer la esperanza de que la unidad entre Arte y Ciencia pueda hacerse más fácilmente visible, no sólo para un pequeño grupo de iniciados en las leyes matemáticas, sino para todo el mundo.

Laplace, astrónomo y matemático francés, formuló hace más de 200 años la antigua imagen del universo (credo de los científicos), en términos como estos:

«Si imaginamos una conciencia lo suficientemente amplia como para saber la posición exacta y la velocidad de todos los objetos y de todas las fuerzas del universo en este mismo instante, entonces no habría ningún secreto para esta conciencia. Podría calcular cualquier cosa que haya ocurrido o que vaya a ocurrir a partir de las leyes de causa y efecto».

Pero es imposible saber exactamente el estado de un sistema en un momento determinado y además, ningún experimento está completamente aislado de la influencia del medio que le rodea. ¿Por qué los productos de nuestra tecnología y todo el mundo tecnológico parecen tan poco naturales pese a que son un resultado de las Ciencias Naturales? Quizá la respuesta a estas preguntas esté en el equilibrio dinámico que muestran todos los sistemas vivientes.

Los dos tipos de conocimiento de la especie humana comienzan a confluir en su valoración de los elementos que constituyen la Naturaleza. Y, además la Ciencia y la Estética coinciden también en que lo que le falta realmente a los objetos técnicos, en comparación con los objetos naturales, es una buena dosis de irregularidad, desorden, imprevisibilidad. Esta visión podría ayudarnos a que la tecnología tuviera un rostro más humano, lo cual se ha conseguido con el descubrimiento de los fractales como objetos matemáticos abstractos que permiten modelizar por ordenador la Naturaleza.

El instrumental de la Edad Media.

Para conocer "el cómo" de la época nazarí tenemos que remontarnos a manuscritos y reproducciones de miniaturas de las técnicas constructivas del siglo XIV, o el estudio que hace Enrique Nuere [Nu] del primer manuscrito de Diego López de Arenas (1619) sobre la fácil realización de las complejas armaduras de lazo.

Proceso muy parecido en su diseño a los alicatados de dibujo geométrico con la particularidad que además de su carácter decorativo, el trazado de lazos sirve como elemento estructural y para afianzar las esquinas de las cubiertas.

La decoración de lacería, en complejos conjuntos geométricos de estrellas entrelazadas, es la característica de una carpintería característica de la cultura de la época y sorprende el control en su construcción por la geometría de sus trazados, ayudados exclusivamente por unos simples juegos de cartabones ante la inexistencia del compás articulado que hoy concebimos.

Prieto Vives [PV] y Gómez Moreno [GM], conocedores y defensores de la exactitud de las leyes matemáticas que rigen los lazos, en los estudios que hacen de ellos, nos aclara todo lo necesario sobre que leyes los rigen. López de Arenas recopila en sus manuscritos las reglas conocidas de antes, o en uso de su época, y también explica la forma práctica de realizar las cubiertas (armaduras de cubierta,

de lima bordón), a través de planos como elemento auxiliar; uso de los cartabones de lazo, cartabones de armadura, trazado de los lazos en la madera, construcción de almizates, etc.

Los artesanos de la época con su dominio en el manejo de los cartabones posibilitaban el trazado de los ingletes, en las piezas de madera que han de unirse formando determinados ángulos, problema cuya solución no podían eludir. Con sólo una regla y un compás se puede dibujar cualquier tipo de estrella de las que componen los lazos.

Nuere alude al conocimiento de trazados de las lacerías con sólo los cartabones como instrumentos, y en su estudio de las exposiciones hechas saca las siguientes conclusiones:

1º. Para hacer una cubierta con trazado de lazos hay que empezar por realizar el diseño de lazo que nos guste.

2º. Para trazar los lazos, así como los cortes que ensamblan las maderas dentro de la trama de éstos, se utiliza un juego de cartabones que varía con el número de puntas que tenga el lazo.

3º. Una vez elegido el diseño de lazo hemos de calcular la inclinación de la cubierta que permita que el trazado de lazos se desarrolle como lo previsto. Conocida esta inclinación se materializa en un nuevo cartabón que se llama de armadura.

Este tipo de trazados con cartabones son reconocibles por sus características, dentro de la variedad de trazados que se desarrollan en el Arte musulmán. El carpintero parte de una retícula que en principio está constituida por las maderas de la armadura, lo que ya le impone importantes limitaciones.

Una vez escogida la traza concreta, ésta se ha de materializar con maderos, que además de ser siempre rectos (salvo raras excepciones), pertenecen a un conjunto de elementos paralelos, pares, nudillos, que en ocasiones se podrá hacer coincidir con elementos del trazado sin plantear ninguna dificultad, pero que frecuentemente será imposible hacer compatibles con aquel.

Los trazados toman como punto de partida una serie característica de polígonos estrellados. La estrella que origina cada uno de estos motivos, se rodea de una serie de elementos que constituyen las llamadas "ruedas de lazos". El juego básico lo constituyen estrellas de ocho puntas, de nueve o de diez. A partir de estas estrellas, se pueden generar otras series de estrellas dependientes del juego básico: así de la estrella de ocho, surge la de diez y seis, de la de nueve, la de doce, y de la de diez, la de veinte.

El instrumental de la Actualidad.

¿Nazaríes, inicios del S-XVII o finales del S-XX? Da igual, la sociedad occidental resulta en el fondo la misma, respecto a la imagen: seguimos dando vueltas a unas mismas cuestiones según unos parámetros similares. Una Ciencia occidental moderna que es filosofía y tecnología y aún metafísica, pero ante todo es pensamiento nuevo de una nueva sociedad no menos nueva que habla un lenguaje asimismo nuevo, aparatos y conocimientos de Ciencia y Arte (informática, electrónica, teoría de la forma). Adentrándonos mucho más allá, en los terrenos nuevos de la física, la matemática, la química, aunque no tanto en los viejos mundos del Arte de la memoria, la simbología y la mítica de las imágenes.

El conocimiento de las N.T. no equivale pues al simple dominio de un conjunto de sofisticados equipos o máquinas herramientas, ni a la aplicación de una serie de programas complejos, como tampoco en modo alguno puede desarrollarse a partir de los parámetros conceptuales, intelectuales que en su momento posibilitaron el Arte, la creación de Arte por ordenador como cualquiera de las restantes concreciones de la imaginería contemporánea (videografía, electrografía, holografía), como también aquella nueva Ciencia o imaginería post-renacentista, barroca, requiere un doble caudal de conocimientos en el que se combinen, recombinen mitos y técnicas, magias y procesos científicos, matemáticas, filosofía y teoría de la información.

La creación por ordenador en tanto imaginería nueva que lo es de una sociedad de pensamiento asimismo nuevo, sólo podrá entenderse, practicarse y especialmente enseñarse desde el justo momento en que se entienda, y de modo sistemático, desde el ámbito, substrato de los conceptos, que lo serán de ese pensamiento nuevo del hombre occidental moderno.

Tenemos que acercarnos a los instrumentos, herramientas y técnicas instrumentales de la actualidad y ver que la regla y compás han cambiado por otros instrumentos que se llaman ordenadores y unas nuevas tecnologías para la producción de imágenes (informáticas).

El mundo de la imagen informática se sitúa ante una radical riqueza y transformación, sin olvidar lo que dará de sí, la imagen magnética de alta definición, incluyendo, además, las continuas posibilidades de traducción de un soporte a otro.

Desde el comienzo de la revolución electrónica (1950 ?) las computadoras junto a sofisticados equipos gráficos nos proporcionan crecientes posibilidades para la creación de nuevas formas artísticas imposibles de producir por otros medios.

Las nuevas tecnologías señalan un punto de inflexión en los usos, ideas, costumbres y creación de nuestra sociedad. Disponemos de un dispositivo que puede auxiliarnos directamente y trasladar lo que tenemos en la mente hasta un soporte físico. Sea como fuese, el ser humano no pierde nunca su papel de artífice máximo, en el proceso de la comunicación y creación. Si en determinados casos pueden dejarse funciones de análisis y ejecución al ordenador, de lo que no cabe duda es que la decisión inicial y final corresponde siempre al ser humano, lo cual dentro del proceso automatizado, es el logro más significativo de la Ciencia y la técnica moderna. La capacidad del ordenador para simular los aspectos de cualquier modelo de la realidad hace posible que, considerada como un modelo de sí misma, pueda simular todos los otros medios si las modalidades de gobierno y de respuesta se proveen en forma conveniente.

La tecnología informática además de los aspectos negativos que ello conlleva también puede servir de instrumento a una composición más liberadora y enriquecedora de la vida, donde la Ciencia, Arte y Técnica cooperen por igual al desarrollo de la creatividad del individuo; el Arte debe usar de los nuevos medios e intentar desarrollar un acercamiento multidisciplinar con realidad artificial, telemática, performance o lo que sea. Debemos aprender a trabajar en distintas áreas de la Psicología, Percepción, Hª del Arte, Filosofía, Ciencia, Tecnología, con palabras, imágenes, objetos.

Comentaba Francis Bacon [Ba]: *«Ni la mano desnuda ni el entendimiento abandonado a sí mismo vale gran cosa. Las cosas se llevan a cabo con instrumentos y con ayudas, de las cuales el entendimiento no está menos necesitado que la mano, y al igual que los instrumentos gobiernan o rigen el movimiento de la mano, también los instrumentos de la mente custodian y protegen el entendimiento».*

La consecuencia de las nuevas tecnologías (ordenadores) en este campo que estamos investigando, es enorme, aunque ya es mucho lo que hemos aprendido gracias a la facilidad de programar la creación de casi cualquier clase de orden y estudiar sus efectos. Tal vez la mayor novedad sea en este aspecto la capacidad del ordenador, no sólo para seguir cualquier norma compleja de organización sino también para introducir una dosis de azar exactamente calculada.

La creación nunca ha sido independiente de los medios usados, cada cual tiene sus características sus particularidades en la creación de imágenes siendo a veces capaz de transformar el concepto de los mismos. Obra de arte, mezcla de ideas del creador y de los medios usados.

Antiguamente las propias herramientas marcaban los resultados de los trabajos según la manipulación física de los mismos; las nuevas tecnologías posibilitan la potenciación de lo conceptual modificando y re-interpretando la realidad de la idea.

Actualmente, los ordenadores, junto a potentes equipos gráficos (nuevas herramientas para los artistas) proporcionan crecientes posibilidades para la creación de nuevas formas difícilmente de producir por otros medios. Disponemos de un dispositivo que puede auxiliarnos directamente y trasladar lo que tenemos en nuestras mentes hasta un soporte físico (magnético, papel, electrográfico, etc.). El ordenador como auxiliar de la Ciencia y la técnica permite nuevas salidas dentro del sistema clásico de composición que dotan de mayor complejidad las posibilidades de creación. El uso de ordenadores y otras ayudas dan como resultados nuevas técnicas y estas inspiran en el artista plástico nuevas formas de pensamiento.

▲NOTA

Intentando hacer un poco de historia en el ámbito nacional es obligado citar las experiencias realizadas a finales de los años sesenta en el "Centro de Cálculo de la Universidad de Madrid" donde se juntaron un grupo de artistas plásticos alrededor de los "Seminarios de Generación Automática de Formas Plásticas". Aún no existía un gran desarrollo de la informática a nivel nacional cuando un grupo de investigadores plásticos dentro de la Universidad se asocian a departamentos vinculados al campo de la Ciencia (ingeniería, matemáticas....).

Cursos internacionales, conferencias, congresos, publicaciones y seminarios se celebran en los locales del Centro de Cálculo desde los años 1968 con asistencia de personajes de la talla de:

Vicente Aguilera Cerni, José Luis Alexanco, F. Alvarez Cienfuegos, Manuel Barbadillo, Florentino Briones, J.L. de Carlos, M. de las Casas Gómez, Gerardo Delgado, Mario Fernández Barberá, Irene Fernández Flores, Ernesto García Camarero, A. García Quijada, José M^o López Yturralde, Abel Martín, Julio Montero, J. Peña, Isidro Ramos, Javier Seguí, Eusebio Sempere, Soledad Sevilla y un etc. etc. que a propuestas y como consecuencia de una memoria presentada por Barbadillo manifestaban su creencia en el ordenador como ayuda y posible colaborador en la solución de problemas dentro de la investigación plástica del momento (problemática de la pintura modular como composiciones especialmente aptas para ser realizadas mediante procedimientos industriales).

Conceptos y análisis compartidos por arquitectos como Seguí de la Riva, de las Casas Gómez, de la Prada Poole, Mario Barberá; investigadores de Valencia como el crítico Aguilera Cerni, Yturralde, plantean la problemática de la génesis plástica y su relación con la psicología y la percepción. García Camarero se plantea la generalización de los modelos de la gramática generativa para la descripción de la estructura plástica de un cuadro.

En los años 69-70, A. del Amo, G. Carvajal, Eizaguirre, Alexanco, Gerardo Rueda, Gómez de Liaño, Tomas García, Gómez Perales. ...se plantean la problemática entre la interrelación Arte y Ciencia aunque existe un punto común entre todos ellos "la utilización del ordenador en la creación artística".

Se debaten las ideas de estética cuantitativa de Burkhoff, Max Bense, Frederik Nake, se estudian las interconexiones entre la plástica y la lingüística y se indagan otros caminos en psicología de la percepción, en las propiedades matemáticas de las ecuaciones de las curvas, en la cuantificación cromática, en el uso de números aéreos...

De todo esto surge un intento de caracterización de lo que denominaron "formas computables", materializándose en las obras plásticas que se expusieron los días 25 de junio a 12 de julio de 1969 por: Alexanco, Amador, Elena Asins, Barbadillo, Equipo 57, Lily Greenham, Lugañ Quejido, Abel Martín, Mondrian, Eduardo Sanz, J. Seguí, Tomás García, Soledad Sevilla, Sempere, Vasarely, Yturralde. El año 70 se clausura otra exposición con obras que tenía: un carácter más internacional bajo el título de "Generación automática de formas plásticas" con artistas añadidos como Ashworth, Lecci, Mezei, Milojesic, Alake, Nees, Noll, Radovik y Saunders. Al mismo tiempo se celebra un coloquio internacional donde se pronuncian conferencias de F. Briones, Allan Sutcliffe, H. W. Franke, E. G. Camarero, G. de Liño.

En años posteriores se prolongan otras exposiciones fuera del Centro de Cálculo: "Formas Computadas" en el Ateneo y otra en el Palacio de Congresos y Exposiciones alrededor de una convención de I.B.M. En el 72 Luis de Pablo y José Luis Alexanco organizan una de las mayores concentraciones artísticas alrededor de una exposición denominada "Encuentros Arte-Cultura".

Imagen y ordenador Macintosh.

La herramienta que vamos a utilizar es el ordenador personal Macintosh (máquina que elabora información bajo el control de un programa y que posee una estructura general bastante sencilla, configurada por un dispositivo de entrada, una unidad de proceso donde lleva a cabo las operaciones de manipulación de la información; y al menos un dispositivo de salida en el que aparecen los resultados de la elaboración bajo una forma comprensible para el receptor (en este caso pantalla).

Como pantalla se usa un monitor o televisor corriente, que es básicamente igual pero sin dispositivos de sintonía y con una definición de imagen superior. La salida por pantalla es temporal, y desaparece en su totalidad cuando se interrumpe la alimentación. Para obtener una copia permanente se usa la impresora, que transfiere la información al papel en tinta negra o en colores.

Respecto al tipo de imagen que necesitamos para nuestro trabajo se caracteriza por necesitar una alta definición sobre el papel (entre 1.200 y 3.000 puntos por pulgada), ser capaz de realizar la separación de colores automáticamente, tener una gran capacidad de modificación y una gran potencia en el manejo de tipografías, este tipo de trabajo se lleva a cabo con los programas que se utilizan en este momento como Illustrator o Freehand.

Freehand es un programa de ilustración con el que podemos realizar todo tipo de gráficos disponiendo sobre la pantalla todas aquellas herramientas que cualquier diseñador usaría de una manera manual. el programa está dotado de reglas para establecer mediciones, herramientas para dibujar ángulos y cualquier forma regular e irregular por medio de dibujo a mano alzada, líneas, y distintas conexiones entre rectas, rectas y curvas, etc., etc. Se puede decir que todo o casi todo que habitualmente hay en el tablero de dibujo está en el programa.

Por su forma de trabajar, Freehand constituye una buena opción por las posibilidades de creación de imágenes por ordenador, y a diferencia de otros programas, Freehand permite visualizar de forma inmediata el resultado del trabajo que se está realizando, en su forma y color, si bien se puede trabajar en una opción denominada "previsualización" en la que el diseñador sólo percibe los trazos o estructura que soporta toda composición.

7.1.- Prehistoria de la Teoría de Grupos.

Estudios realizados por antropólogos muestran cómo los aspectos estructurales de un diseño son utilizados en una cultura para determinar lo que es correcto o culturalmente apropiado, pero ¿qué tipos de orden determinan estas respuestas? *«La simetría es un tipo de orden que la situamos en una superficie lisa bidimensional y puede ser reflejado de una forma conceptual sobre dicho plano, dándose en este tipo de fenómeno tres categorías: finito, unidimensional y bidimensional».* [Was]

Si clasificamos los diseños por sus simetrías al igual que los objetos por su color, nos centramos solamente en un atributo, si estudiamos la persistencia o cambio de este atributo, podemos determinar de una forma más sistemática el comportamiento normal que se relacionan con esos modelos y por el contrario un carácter abarca un número de atributos que es un conjunto de diferentes tipos de información cultural. Ya que el proceso tipológico envuelve ciertos juicios subjetivos, no produce unos resultados de mucho valor para los investigadores que analizan una base de datos determinada; este problema hace que los estudios comparativos no se sometan a discusión y así son de un valor bastante limitado.

Las clasificaciones geométricas no están dirigidas a problemas de complejidad cultural o de desarrollo; estas clasificaciones describen la manera de organización del modelo y no su complejidad. Los estudiosos de la geometría no consideran tipos de simetrías más o menos complejas o de una escala jerárquica entre ellas, sino que clasifican a las simetrías de una manera diferentes.

El estudio, por una parte, de las formas geométricas básicas y el de las equiparticiones del plano, agrupaciones de circunferencias tangentes y de las redes e puntos, etc. constituyen, pues, la armadura de la teoría de los sistemas de simetría sobre los que se apoya parte de este trabajo, y en los que se basa la cristalografía.

Este tipo particular de análisis clasifica la estructura subyacente de las decoraciones; esto es, el modo en que las partes (elementos, motivos, unidades de diseño) están organizados en su visión global por las simetrías geométricas que las repiten. La clasificación hace hincapié en la manera que se regulan los elementos de diseño; las clases de simetría que este método revela, llamadas también clases de movimiento, pueden usarse para describir otros diseños cuyas partes se repitan de un modo regular. En la mayoría de las formas decoradas este diseño repetido, llamado módulo o patrón, es plano o puede ser aplanado (ej. enrollado), de modo que esos diseños repetidos puedan ser descritos como bandas o tiras (frisos) de dimensión infinita, o como diseños superficiales en un plano infinito (mosaicos).

Ha habido gran número de artículos y monografías escritos por científicos, pero generalmente tratan de campos muy parciales y específicos.

Intentaremos mostrar una visión de esos módulos o patrones que se dan en este tipo de decoraciones y la clasificación de diseños finitos unidimensionales y bidimensionales con el uso de los diagramas de flujo y otras descripciones de los movimientos de simetrías y colores, ya que el análisis de la estructura del diseño según las simetrías que producen los modelos, es de un gran valor que nos permitirá de una manera objetiva describir la colocación de estos modelos.

Para poder realizar una clasificación medianamente interesante de situaciones que van surgiendo es necesario el uso de las unidades clasificatorias sistemáticas y los procedimientos que serán fundamentales para este tipo de investigación.

Existen diferentes sistemas de clasificación, que hacen posible estudios sistemáticos de teorías fenomenológicas interesantes. Afirma Dunnell [Du] que los biólogos desarrollaron un sistema de clasificación de los seres naturales para organizar y describir los cambios en los diferentes tipos de la forma de vida (Taxonomía de Linnaean); así mismo los cristalógrafos desarrollaron las series de tipos de simetría para describir de una manera sistemática las diferentes estructuras de cristal que se daban en los minerales.

Ambos sistemas clasificatorios son taxonomías de un pueblo, de forma que estas teorías han sido desarrolladas por un grupo particular de gente (científicos occidentales), para facilitar la exploración de problemas específicos, como son la evolución de la vida y las propiedades de la materia. Tomamos como modelo las ciencias puras, ya que así aprendemos la importancia de la definición del problema, su aislamiento y clasificación sistemática de las unidades para su solución, utilizamos herramientas matemáticas como son la teoría de Grupos Cristalográficos Planos.

Si los biólogos utilizan el concepto de evolución para explicar los cambios sucesivos en la forma de vida a través del tiempo, los físicos usan del concepto de gravedad para explicar los movimientos de masas, los antropólogos e historiadores del arte han intentado usar el concepto de *estilo* para explicar la diferencias en los aspectos formales.

El *estilo* puede ser un concepto válido a nivel descriptivo de análisis; en el pasado muchos investigadores basaron sus descripciones estilísticas en las diferencias entre forma y función, Kroeber [Kro], Schapiro [Schap]. Muchos antropólogos tratan actualmente de clasificar de una manera más sistemática los conceptos de estructura para definir el estilo tomando prestado los principios lingüísticos, Wobst [Wob], Salvador [Sa], Hodder [Hod].

Hemos visto que la Ciencia, depende de clasificaciones de unidades que puedan ser estudiadas de manera definida y explícita; estas unidades nos permiten observar de una forma sistemática los fenómenos y descripciones de regularidad.

En épocas pasadas y trabajando en áreas distintas, como son las aplicaciones iniciales en campos no pertenecientes exclusivamente al mundo matemático, destaca la labor de Andreas Speiser [Spe] que investiga las leyes geométricas de la elaboración de patrones, y sugiere que el origen de las matemáticas a más alto nivel (que en esa época se situaba en Grecia alrededor de 500 años a. C.) tendrían que remontarse a los egipcios, que usaban diseños unidimensionales y bidimensionales. También tenemos que referirnos a Owen Jones para las ilustraciones de tales diseños.

El libro de Durero sobre geometría (1525) desarrolla estas y otras informaciones acerca de los polígonos regulares usados por los artistas de su época en Alemania.

Cien años más tarde Kepler desarrolla unos estudios más concienzudos sobre los poliedros regulares y en 1611 escribe una monografía sobre el copo de nieve que consideraba el ensamblaje de los círculos en un plano y las esferas en el espacio.

El trabajo de Kepler se puede considerar como el precursor de la cristalografía, estudio del que en el siglo XIX se recogió toda la información matemática y que nosotros actualmente tenemos en diseños repetidos. Al principio del S-XIX Hessel encontró los 32 tipos más importantes de cristales (diseños repetidos tridimensionales) que actualmente aún se utilizan.

Los nombres antes descritos de Bravais, Jordan, Sohncke, Barlow y Schoenflies figuran de una forma muy destacada en el esfuerzo considerable que culminó con la lista completa de los 230 diseños repetidos tridimensionales publicados por Fedorov en 1891. Estos 230 grupos espaciales se reducen a 17 cuando nos referimos al plano.

La enumeración de los 17 grupos cristalográficos planos, fue publicado por Fedorov y su trabajo apareció solamente en Rusia y fue considerado de poco interés para la cristalografía. En 1920, G. Pólya y P. Niggli, demuestran la existencia de los 17 grupos cristalográficos planos. Desde entonces se ha comenzado la búsqueda de decoraciones periódicas del plano en obras de arte de determinadas culturas que han destacado en estas realizaciones constituyendo la Prehistoria de la Teoría de Grupos. La segunda edición (1927) de la teoría de grupos de Speiser fue el primero que hizo mención y puso atención sobre las matemáticas basándose en estos resultados.

La publicación de los resultados obtenidos por unos y otros han dado origen a controversias. Por ejemplo, H. Weyl asegura en su obra *Simetría* [Wey], considerada como un clásico en el tema, que las 17 posibilidades eran conocidas por los artesanos del "viejo" Egipto; Fejes-Tóth en *Regular Figures*, [FeTo], asegura que en la Alhambra de Granada hay una representación geométrica de cada uno de los 17 modelos posibles; ... Por contra, B. Grünbaum [Gr-Sh1], sostiene que los egipcios sólo utilizaron 12 posibilidades y que los constructores de la Alhambra llegaron a obtener 13 variantes. Una vez que fueron descubiertos [PG1] las 17 representaciones geométricas de los correspondientes grupos en la Alhambra, fue editada, en 1986, por la Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía, una monografía sobre la geometría de la Alhambra en donde aparecen estudiados, por primera vez [MoA], los 17 modelos allí presentes. D.S. Dye publica «*Chinese Lattice Designs*», [Dy], en donde aparecen estudiados 14 modelos recogidos de la cultura china.

De este modo se descubre la existencia de una teoría ingenua de grupos en el diseño de decoraciones como las mencionadas anteriormente ya que, sin conocerse el concepto matemático de grupo, se utilizaron las 17 estructuras básicas posibles para la creación de ciertos diseños simétricos planos, hoy en día interpretados como mosaicos periódicos. A esta etapa la denominamos Prehistoria de la Teoría de Grupos.

7.2. Visión matemática actual de la decoración Islámica

El uso de los principios geométricos de simetría para la descripción y comprensión de las formas en la ornamentación (decoración geométrica) representa la integración de esas dos disciplinas ya citadas con anterioridad, la matemática y el diseño. La única limitación de los tipos de diseño que pueden ser descritos por estos principios es que deben basarse en la repetición regular de módulos, patrones o motivos, o sea, tienen que ser diseños que se sitúan en una superficie en función de unos movimientos geométricos rígidos. Pero tienen la gran ventaja de ser manejables por ordenador.

Tal como los ensayos químicos específicos permiten el análisis objetivo y la comparación de objetos, la descripción de los diseños por sus simetrías geométricas hacen posible el estudio sistemático de su función y significado dentro de su contexto cultural. Las simetrías geométricas pueden ser consideradas como partes universales ya que están presentes en todos los diseños repetidos de una forma regular.

Las definiciones, proposiciones y teoremas que siguen son de contenido matemático y se recogen en [PG-R2]. Su inclusión en esta Memoria se ve motivada para fundamentar cuantos aspectos desarrollaremos desde el punto de vista gráfico. Además, creemos que ordena, sistematiza y completa las diferentes clasificaciones que se hacen en la Tesis Doctoral leída en Mayo de 1991 en la Facultad de Bellas Artes de la Universidad de Granada bajo el título: «Análisis compositivo de la estructura modular en la decoración Hispanomusulmana».

¿Qué tipos de órdenes diferentes pueden existir en un mismo sistema de diseño?

La simetría es una clase de orden pero seguramente no es el único sistema ordenado que contribuye a la estructura total de un sistema de diseño dado. Un sistema se puede caracterizar por una estructura simétrica, por una estructura rítmica, por una estructura repetitiva, etc. Cada uno de ellos es un tipo diferente de orden que codifica los diferentes tipos de información.

Cuando la estructura se organiza en una clase de subdivisiones estructurales, repitiéndose en forma, tamaño (pero no en tono ni color), la estructura generada puede decirse que es de múltiple repetición. Todo eso hace que organicemos las ideas estableciendo una clasificación de la siguiente manera:

•Rosáceas (Rosáceas: 2 tipos).

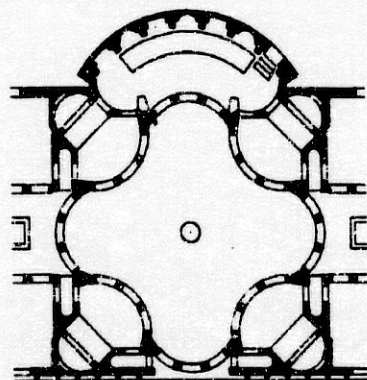
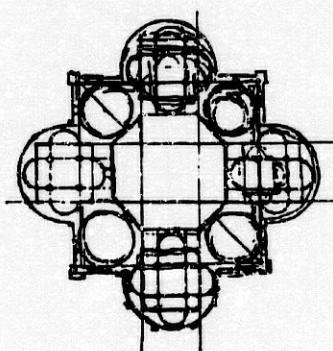
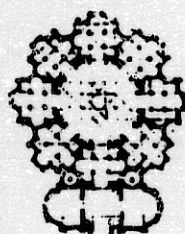
..Fijamos la atención en las figuras como centro, limitadas y con una simetría cíclica o diedral.

Parece que durante el Renacimiento se hizo bastante uso de los diseños finitos (se piensa que Leonardo D'Vinci estudió a conciencia la simetría de estos diseños y los determinó logrando fijar las capillas y nichos adyacentes a un núcleo central, sin tener que destruir las simetrías de los huecos, también se dieron otros usos de los grupos de Leonardo a diseños de rosetones, y a otros elementos constructivos).

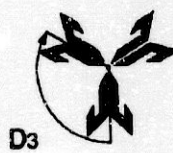
Su conclusión, ahora definida como "El teorema de Leonardo" [Mar] fue que: «El único diseño finito posible de un color es aquel que tiene una simetría rotacional y aquellos que tienen simetría de rotación y de reflexión (ej: cruz griega o cuadrado)».

El llamado grupo puntual o de Leonardo. Grupo finito con un punto fijo, que no puede contener ninguna traslación, por tanto sólo podrá tener giros con centro, y/o simetrías axiales. Los únicos grupos puntuales de Simetría de Leonardo son los grupos cíclicos o los grupos diedrales.

Desde el punto de vista del diseño, estos grupos son de máximo interés.



C3



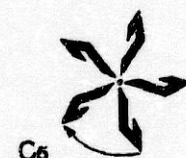
D3



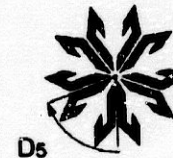
C4



D4



C6



D6



C6



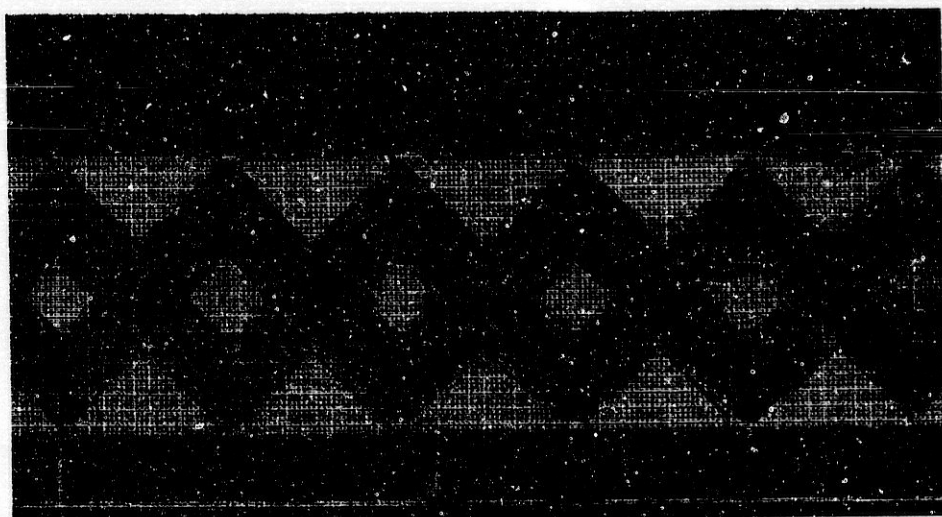
D6

• **Frisos (Frisos: 7 tipos)**

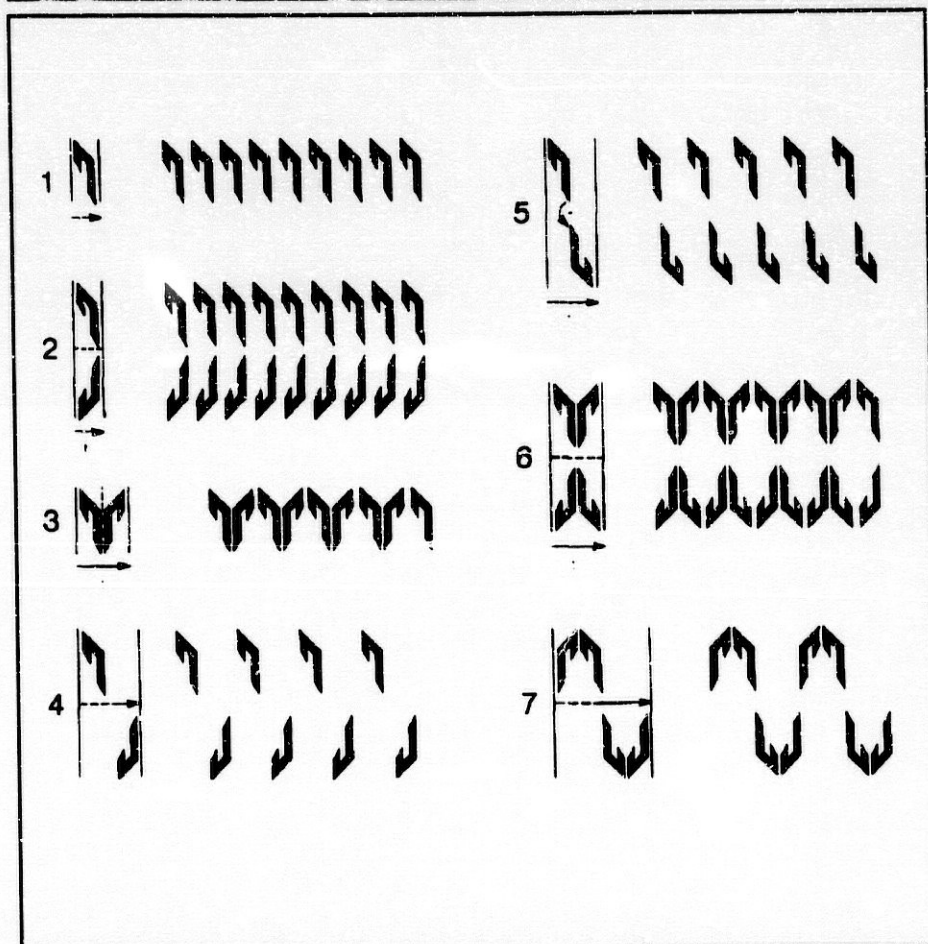
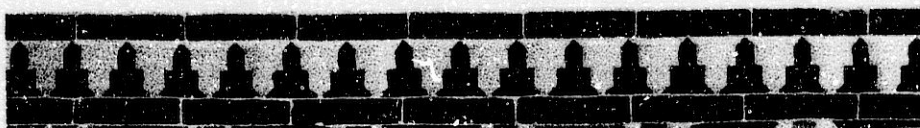
....Si la red está formada por infinitos polígonos regulares idénticos según una dirección, se trata de un friso.....



Los frisos son figuras reflejo de un proceso dinámico, aparece el orden y la periodicidad, y los motivos iniciales en los que nos podemos basar pueden ser muy diversos, lo que nos permite infinidad de combinaciones, aunque el método para generar los frisos responde a una perfecta sincronía de movimientos geométricos en número muy limitado.



De la combinación ingeniosa de traslaciones, reflexiones, giros y deslizamientos podemos hacer una clasificación, aunque es un problema de carácter algorítmico. Hay que interrogarse ordenadamente sobre la existencia o no de las diferentes transformaciones presentes en el friso. Aparecen siete únicos tipos existentes.

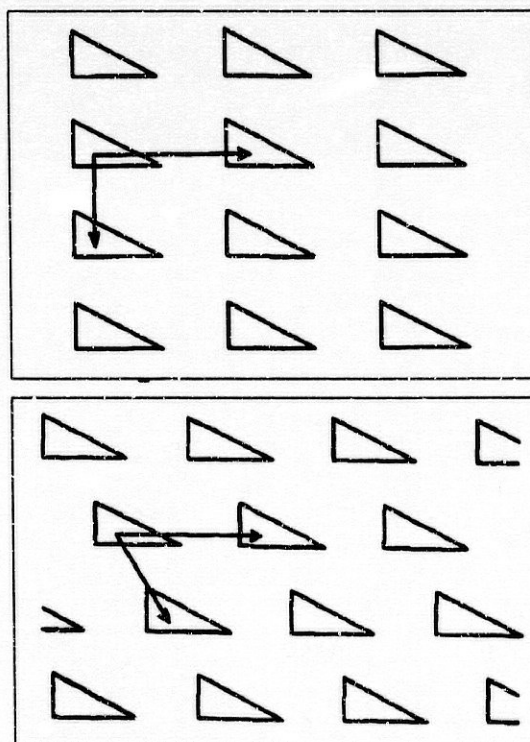


• **Mosaicos** (*Mosaicos periódicos: 17 tipos*)

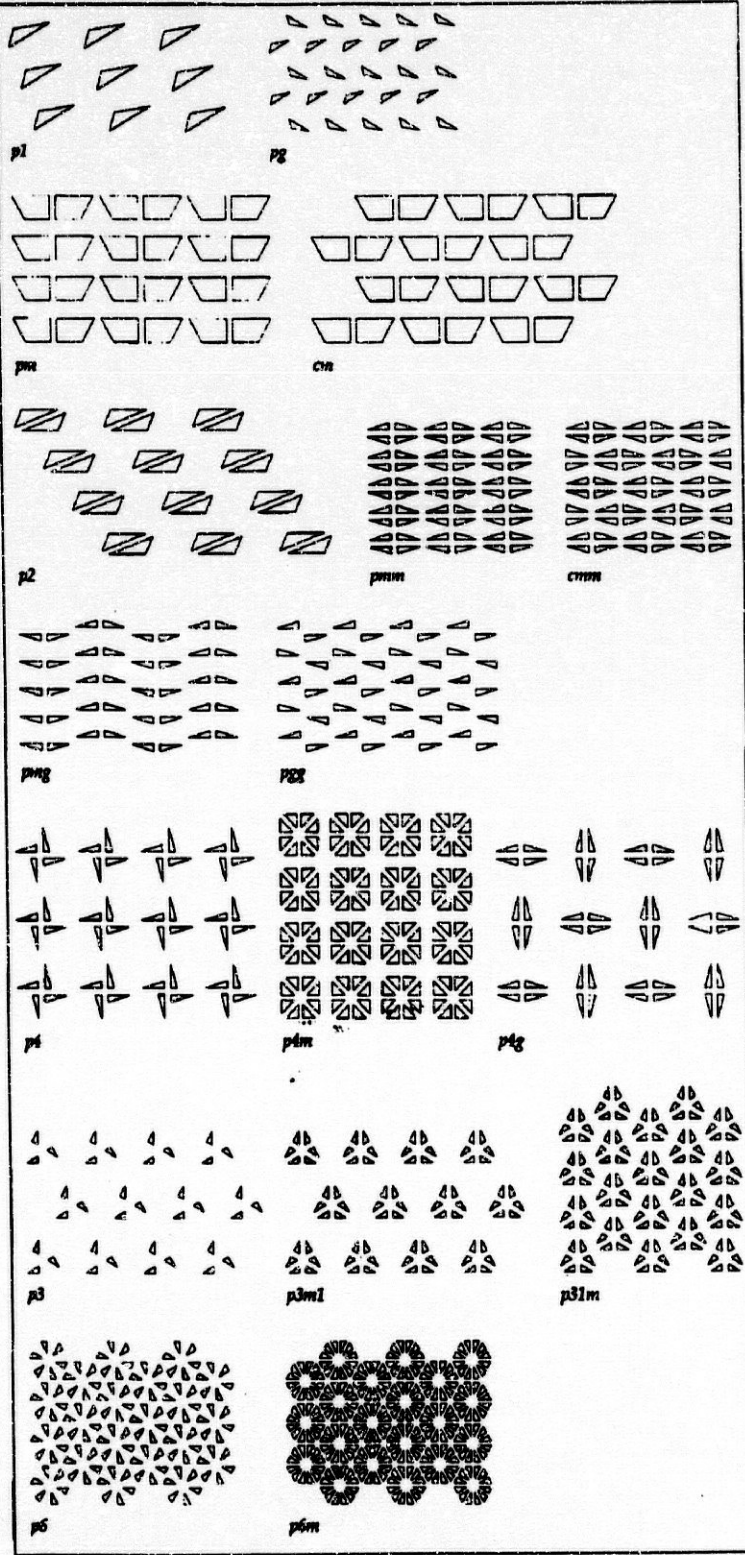
.....Si la red está formada por polígonos regulares idénticos según los direcciones, se llamará *mosaico regular*. Si la red la forman dos o más polígonos regulares con dimensiones apropiadas para que acoplen bien, se trata de *mosaicos semirregulares*.

.....Si la red la formamos por polígonos congruentes, tendremos *mosaicos periódicos o no*.

En los diseños de mosaicos, una vez que se ha estudiado un diseño modular se puede proceder a través de desarrollos combinatorios, y de simetría de traslación y/o de rotación, a la formación de un número notable de variaciones que tienen el mismo motivo.



Desde un punto de vista filosófico los mosaicos pueden considerarse como combinaciones elementales de un número de pautas arquetípicas. Cada polígono tiene su propio arquetipo y personalidad; por lo tanto cada una de las posibles combinaciones de estos elementos que ocupan un espacio representan relaciones de leyes de ocupación entre estos arquetipos, cada uno se convierte en una lección arquetipo según la manera de colocarse y su disposición.



Sobre el diseño de las teselas

Las formas que ocupan una superficie del plano poseen distintas denominaciones (teselas, azulejos, rejillas, estructuras, retículas, mosaicos, etc.). Se toman como relaciones: vértices, relaciones de puntos, líneas, lados de la superficie; o como figuras, articulaciones de polígonos regulares para ocupar una superficie de dimensiones exactas.

Intentemos hacer un suelo, lógicamente llano, recubierto completamente con baldosas, por lo tanto, no habrá agujeros ni solapamientos. ¿Qué forma tendrían las baldosas que utilizemos? Un problema análogo se plantea cuando queremos recubrir un zócalo con azulejos. Y, en general, cuando se desee recubrir una superficie con teselas de cualquier tipo.

Consideremos el plano euclídeo, que simbolizaremos por \mathbb{R}^2 . Llamaremos tesela euclídea a cualquier región, no vacía, del plano limitada por sólo una curva cerrada simple.

Diremos que el plano está teselado si se recubre por teselas euclídeas de tal forma que no se produzcan solapamientos ni queden agujeros. Al plano teselado le llamaremos *mosaico plano*. Al conjunto \mathbb{T} se le llama teselado.

- Al hablar en la definición de una región del plano limitada por sólo una curva cerrada simple nos referimos a la parte del plano conexa y acotada que queda dentro de la curva.
- La inexistencia de agujeros se debe al hecho de que la familia de teselas, determina un recubrimiento del plano.

* (Un punto del teselado es un vértice cuando pertenece a más de 2 teselas).

Se puede intentar hacer mosaicos con combinaciones de polígonos regulares de diversas especies que tengan sus lados de la misma longitud, en cuyo caso las soluciones son muy numerosas.

Los resultados que siguen son bien conocidos, [Co1] y [A-PG-R], y se pretende con ellos unificar criterios y evitar divagaciones ya que si obviamos estos criterios de clasificación, internacionalmente aceptados, cada persona podría ofrecer sus propias clasificaciones con lo que se entraría en una dinámica poco científica y sobre todo, absurda.

Los mosaicos regulares

Los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos regulares son los únicos polígonos regulares que por sí solos teselan a \mathbb{R}^2 .

En el caso de que las teselas posean centro de simetría, llamaremos *polígonos en los centros* a los que se obtienen uniendo mediante segmentos rectilíneos los centros de aquellas teselas que rodean consecutivamente a un vértice.

Uniendo, igual que antes, los puntos medios de los lados de los polígonos que rodean a un vértice, y que actúan como teselas, se obtienen los *polígonos en los puntos medios*.

Cuando la teselación de \mathbb{R}^2 se hace con copias de un sólo polígono regular rodeando vértices de tal forma que la distribución de teselas en cada vértice es siempre la misma y los polígonos en los centros y en los puntos medios son regulares, diremos que hemos construido un *mosaico regular*.

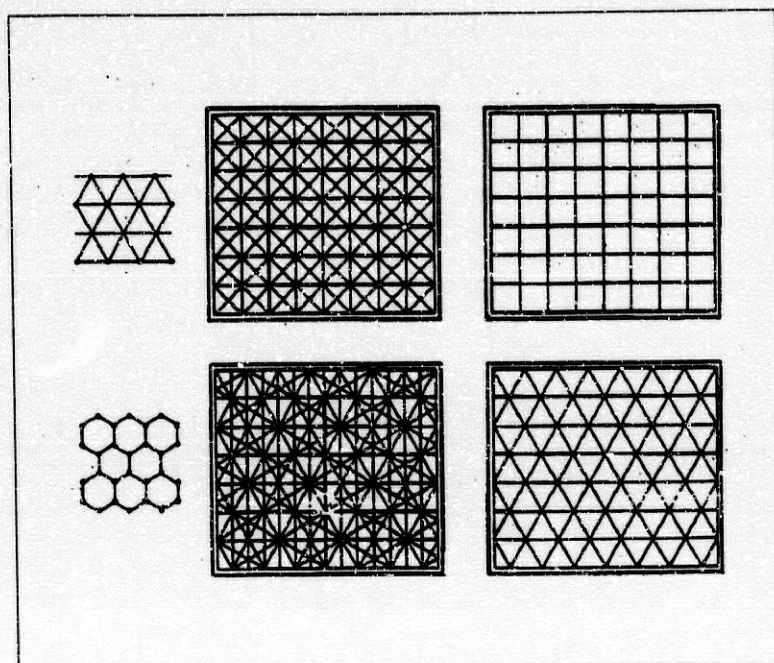
** Llamaremos a un mosaico cuasirregular de tipo 1 cuando está construido con polígonos regulares de un sólo tipo y la distribución alrededor de un vértice es siempre la misma de tal forma que los polígonos en los puntos medios y en los centros sean polígonos distintos. Así mismo, los cuasirregulares de tipo 2 serán aquellos mosaicos construidos con polígonos de un sólo tipo en los cuales la distribución alrededor de un vértice es siempre la misma.*

• Observaciones a las definiciones anteriores:

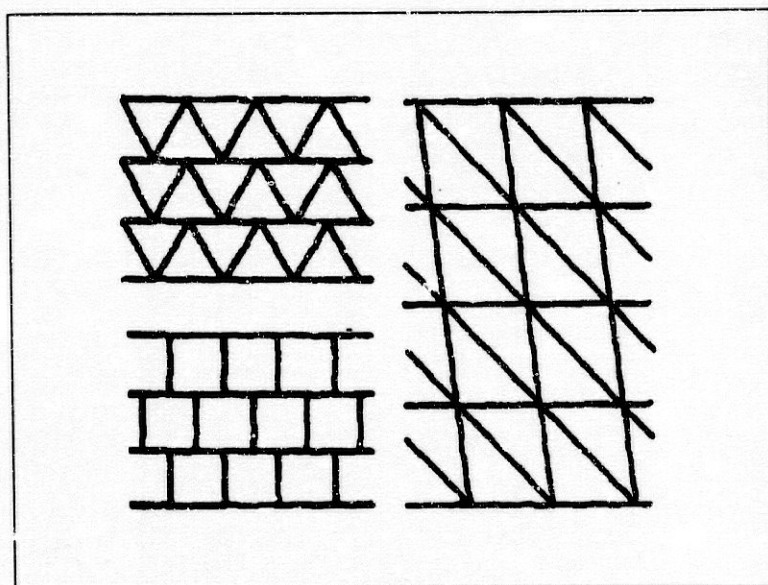
-1ª No hay más que tres mosaicos regulares posibles.

-2ª Para los mosaicos cuasirregulares podemos pensar en mosaicos cuyas teselas puedan distribuirse de tal forma que un vértice puede formar parte del lado de otra o en teselas que sean rectángulos, rombos, triángulos isósceles....

-3ª Todo mosaico regular es cuasirregular y todo cuasirregular de tipo 1 lo es de tipo 2.



Mosaicos regulares

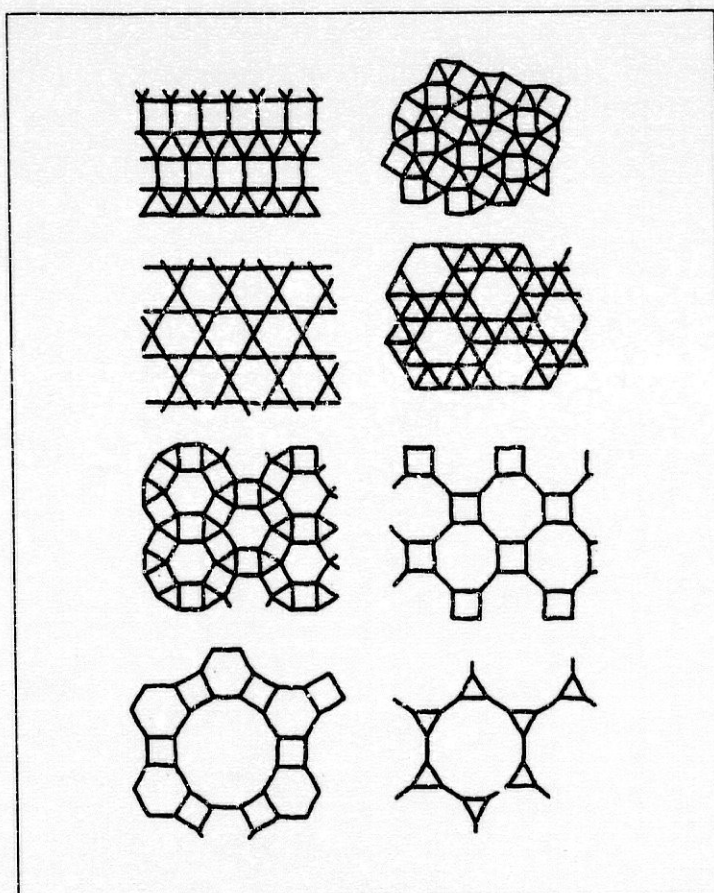


Mosaicos cuasirregulares.

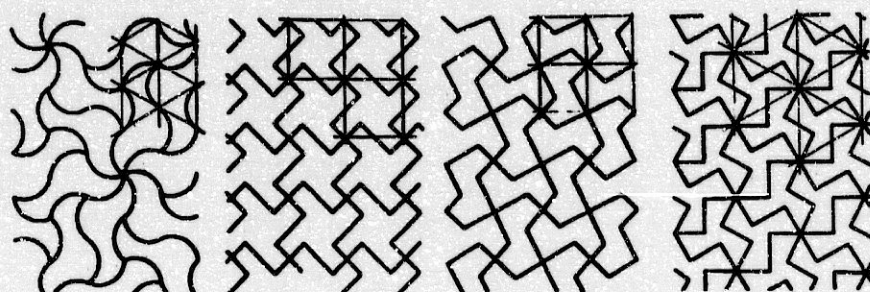
Los mosaicos semirregulares

Llamaremos *mosaico semirregular* a las teselaciones hechas con dos o más tipos de polígonos regulares y en las cuales exista un sólo tipo de polígono en los puntos medios. El menor número de polígonos regulares necesarios para rodear un vértice es tres y el máximo seis. Existen solamente 8 tipos de mosaicos semirregulares.

• *Observación:* La condición de que exista un sólo tipo de polígonos en los puntos medios es equivalente a decir que la distribución de polígonos regulares alrededor de cualquier vértice es siempre la misma ya que en cualquier otro caso variaría el tipo de polígono en los puntos medios.



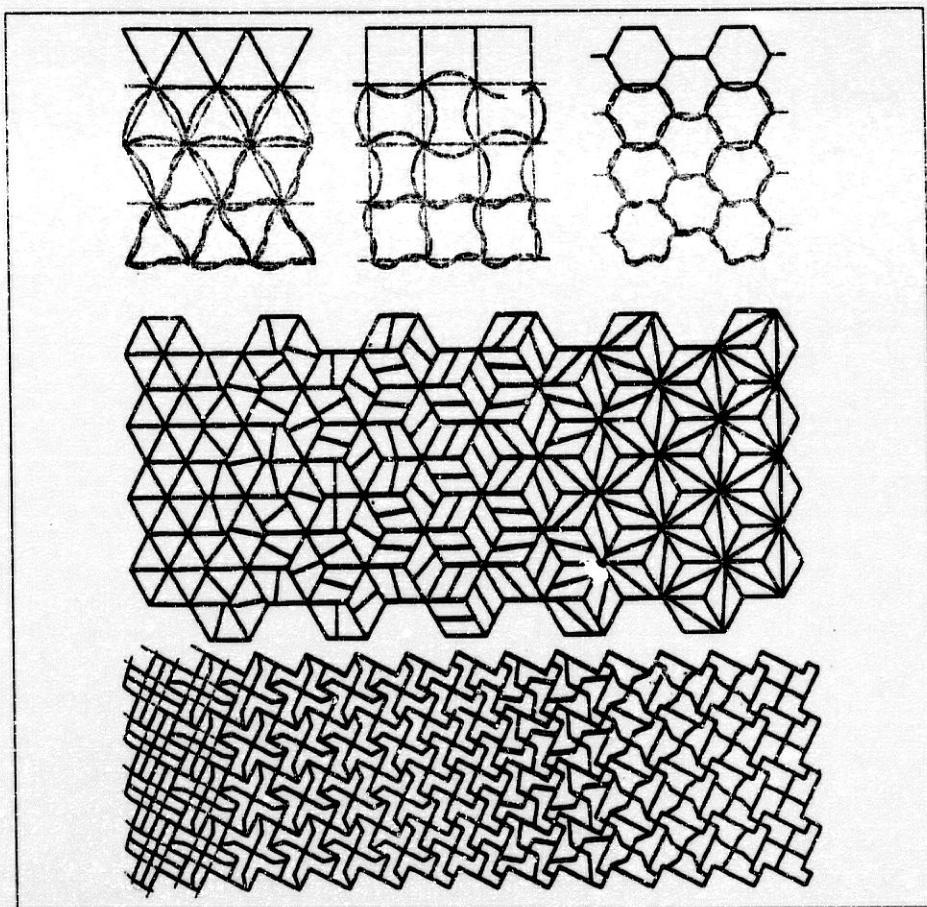
Los 8 mosaicos semirregulares



En [Gr-Sh2] p. 474, se demuestra que no pueden formarse mosaicos utilizando un sólo tipo de polígono convexo con más de seis lados.

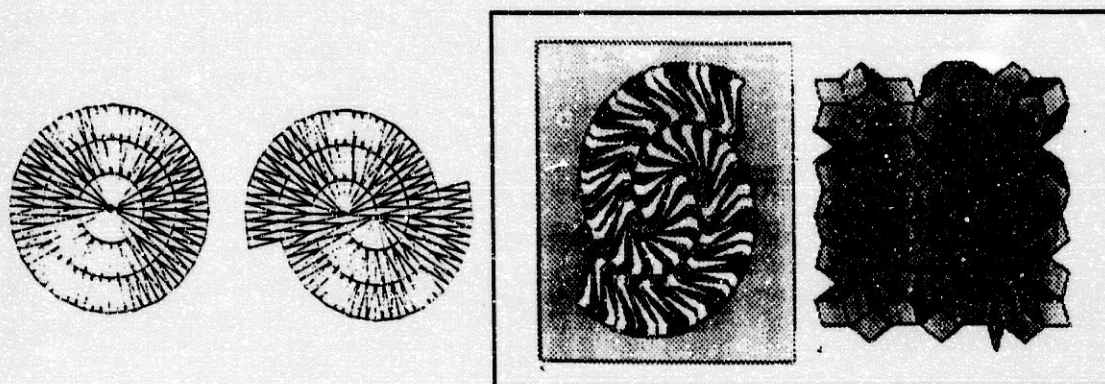
- Todos los cuadriláteros rellenan el plano.
- Todos los triángulos teselan el plano.

Es relativamente fácil producir diseños de mosaicos utilizando polígonos cóncavos. Si intentamos realizarlos con estrellas, polígonos regulares estrellados, puede comprobarse que no podemos hacerlo. Utilizando solamente polígonos regulares estrellados no puede formarse un mosaico.



Los mosaicos de Penrose y de Vogensberg

No todos los mosaicos que presentan cierto ritmo son periódicos. Los de Penrose y los de Vogensberg, son ejemplos claros.



Los de Penrose presentan localmente ciertas regularidades de tipo pentagonal, son aperiódicos y están compuestos mayoritariamente por rombos. Han resultado existir en los llamados cuasicristales actualmente de gran importancia en la construcción de ciertos elementos de ordenadores por sus propiedades físicas.

Los de Vogensberg tienen la belleza del crecimiento en espiral.

Los mosaicos de la Alhambra

En estos mosaicos, las teselas estarán formadas por "los polígonos nazaritas" descritos en el punto 6 de esta Memoria.

Los clasificamos como periódicos y vamos a analizar el "porqué" en el capítulo 7.5

7.3.- Grupos Cristalográficos Planos. Definición.

• *Definición 7.3.1*

Un mosaico plano es periódico si existe una unión finita de teselas del mosaico, no vacía, que llamaremos región fundamental, y dos traslaciones independientes, t_x y t_y , tales que todas las imágenes de las teselas de la región fundamental por los elementos del grupo $\{nt_x + mt_y; n, m \in \mathbb{Z}\}$ forman un recubrimiento del plano que coincide con el mosaico.

Llamaremos *región unidad* a las regiones fundamentales de menor área.

• *Observaciones a la Definición 7.3.1*

-1. Aunque no aparece de manera explícita, existe una traslación, t_x , con vector de módulo mínimo, entre las que aplican el mosaico en sí mismo y otra, t_y , también de módulo mínimo, de entre las que aplicando el mosaico en sí mismo son independientes de t_x . Además, el grupo de traslaciones que dejan invariante el mosaico es $T = \{nt_x + mt_y; n, m \in \mathbb{Z}\}$. Ver [Hi-CV].

-2. La región fundamental no es única.

-3. Determinada una región unidad, se rellena el plano con copias de ésta mediante los elementos de T , sin dejar huecos ni existir solapamientos, quedando colocadas en filas paralelas. El área de cada región unidad coincide con la del paralelogramo determinado por los vectores x e y .

-4. Todo mosaico periódico tiene asociadas infinitas redes de puntos. En el caso de elegir cualquier punto del mosaico y aplicarle el grupo de las traslaciones asociadas, se obtiene una red de puntos, los transformados constituyen lo que se llama *órbita* de ese punto por la acción del grupo de las traslaciones asociadas. Cuando esto se hace sobre todos los puntos del contorno de todas las teselas, queda determinado un conjunto, al que suele llamarse *diseño básico* del mosaico periódico.

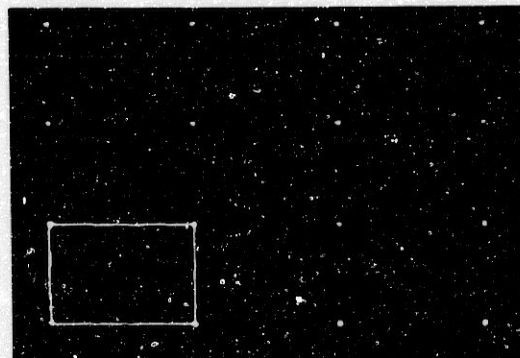
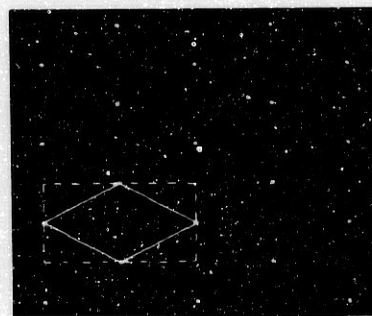
• *Definición 7.3.2*

El conjunto de todas las isometrías que dejan invariante a un mosaico se conoce como *grupo de simetría* del mosaico.

La clasificación de mosaicos periódicos según su grupo de simetría es el equivalente en 2D al sistema usado por los cristalógrafos para clasificar cristales. De ahí que también sean llamados *grupos cristalográficos planos*.

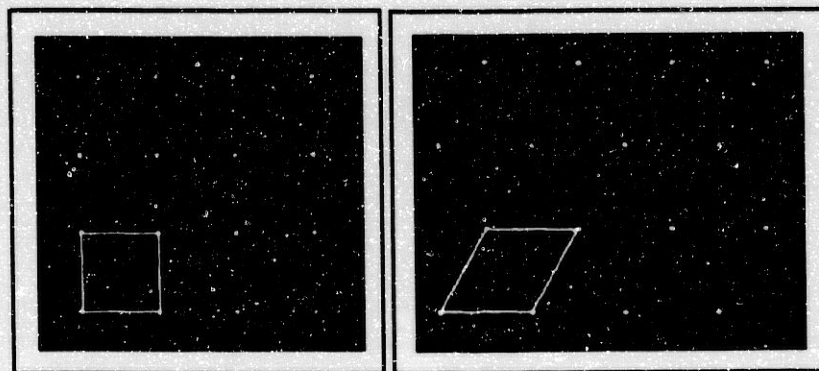
Una demostración de que son exactamente 17 los grupos cristalográficos planos posibles, puede verse en el libro de Y. Bossard, [Boss].

Considerando el grupo de simetría asociado a un mosaico periódico cualquiera, los centros de las rotaciones que dejan invariante un mosaico periódico son transformados por las traslaciones en nuevos centros de rotación de igual orden. Como sabemos, los ordenes posibles en el plano son 2, 3, 4 y 6; combinando esto con las posibilidades de que los vectores x e y sean perpendiculares o de igual módulo, resulta que existen sólo *cinco tipos de redes básicas* diferentes que representamos dando las órbitas, por la acción del grupo de las traslaciones asociadas, de un punto que actúa en cada caso como centro de rotación de un orden diferente.



Centros de orden 2

*(Redes de paralelogramos,
de rectángulos y de rombos)*

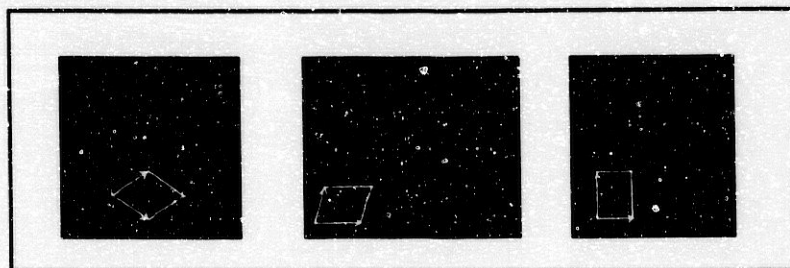


*Centro de orden 4
(Red de cuadrados)*

*(Red de cuadrados)
(Red isométrica)*

Redes para mosaicos periódicos.

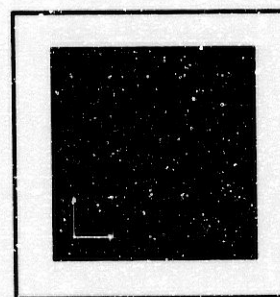
Como consecuencia quedan determinadas en cada caso los módulos, mínimos, y direcciones independientes de dos vectores que generan el grupo de las traslaciones asociadas.



*Centros de orden 2
(Redes de paralelogramos, de rectángulos y de rombos)*



*Centros de orden 4
Red de cuadrados*



*Centros de orden 3 o 6
(Red isométrica)*

Traslaciones mínimas en redes para mosaicos periódicos

• *Definición 7.3.3.*

Llamaremos *tesela básica* de un mosaico periódico plano a un polígono elegido de tal modo que sometándolo a todas las transformaciones del grupo de simetría del mosaico se recubre el plano sin dejar huecos ni existir solapamientos.

La tesela básica no es única, lo que realmente la caracteriza es que se trata de una de las regiones del plano de menor área que se necesitan para poder hacer un mosaico periódico con el grupo de simetría considerado. Por no haber solapamientos y no dejar huecos, contienen un elemento de cada órbita.

• *Proposición 7.3.1*

Sea G_1 un subgrupo cristalográfico del grupo G de índice k . Se pueden elegir k teselas básicas para G tales que su unión es una tesela básica para G_1 .

Las teselas que aparecen en la Alhambra recibirían nombres particulares derivados de su forma, aunque en general serán llamados "polígonos nazaríes".

• *Definición 7.3.4*

Llamaremos *teselado* a un conjunto de teselas \mathbb{T} con las propiedades:

- i) si un punto p , se encuentra en dos teselas de \mathbb{T} , entonces está en la frontera de ambas;
- ii) la unión $S(\mathbb{T})$ de las teselas de \mathbb{T} es conexa.
- Llamaremos a $S(\mathbb{T})$ soporte del teselado \mathbb{T} .

• *Definición 7.3.4*

Llamaremos *diseño básico* $B(\mathbb{T})$, de un teselado \mathbb{T} , a la unión de las fronteras de sus teselas.

Conociendo tanto el soporte $S(\mathbb{T})$ como el diseño básico $B(\mathbb{T})$, es posible

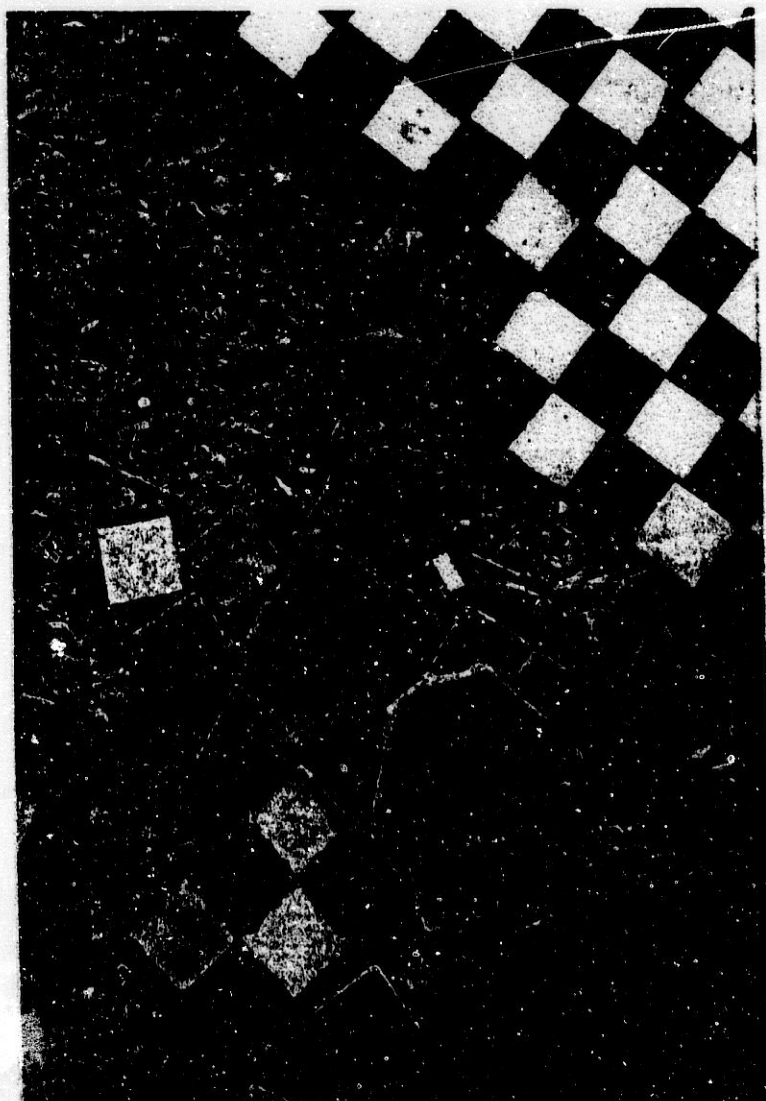
obtener el teselado T tomando como teselas las clausuras de las componentes conexas de $S(T) - B(T)$.

Tanto el término soporte como diseño básico se extienden, por unión, a cualquier conjunto de teselas.

Con esta terminología podemos generalizar la definición en la manera siguiente:

• *Definición 7.3.6*

Llamaremos mosaico a un teselado cuyo soporte es todo el plano.



7.4.- Notación y Generadores de los Grupos Cristalográficos Planos.

7.4.1. Notaciones

El primer problema que se plantea para el estudio de los grupos cristalográficos planos consiste en la dificultad que supone el uso de notaciones al gusto de cada autor. Por esta razón creemos que es conveniente incorporar en esta Memoria una tabla de equivalencias. Además, existe confusión sobre cuando se habla de dos de ellos ya que, aún utilizando la misma notación, se suele intercambiar el $p3m1$ por el $p31m$. Doris Schattschneider fue quien puso un poco de orden al respecto [Scha1]. En el transcurso de una década han aparecido, al menos, dos notaciones más que presentan interés. Por lo tanto hemos completado la tabla de equivalencias dada por Schattschneider (pg.149).

La notación cristalográfica o internacional es una adaptación de los símbolos utilizados en las Tablas Internacionales de Cristalografía para Rayos-X. Consiste en cuatro caracteres que pretenden la identificación de la llamada *región unidad* el mayor orden de los *centros de rotación* y las *reflexiones básicas*. Es usual elegir la *región unidad* de tal modo que los centros de rotación de mayor orden figuren en sus vértices, pero existen dos casos en que se tomará *centrada*, es decir, de tal forma que los ejes de reflexión sean perpendiculares a uno o a ambos lados de dicha *región*. El eje de las x de una *región unidad* es su borde izquierdo.

leyendo las notaciones de izquierda a derecha, nos encontraremos con:

- p o c designa a la *región unidad primitiva* o a la *centrada*.
- n es un entero que corresponde al mayor de los centros de rotación, si $n = 1$, puede omitirse.

Este símbolo designa la existencia de ejes de reflexión normales a los ejes de las x , utilizándose tres letras:

- m (inicial de la palabra inglesa '*mirror*' o de la francesa '*mi-roir*' que significan reflejo) indica ejes de reflexión;
- g (inicial de la palabra inglesa '*glide*' o de la francesa '*glissement*' que significan deslizamiento) indica ejes de reflexión en deslizamiento no triviales;
- 1 indica la inexistencia de reflexiones.

- 4 Este último carácter expresará el ángulo que forma el eje de reflexión con el de las x y como está unido al orden de los centros de rotación se utiliza el convenio siguiente:

- 1 o 2 si el ángulo es de 180°
- 4 si es de 45°
- 3 o 6 si es de 60°
- los símbolos m , g y 1 se utilizan como en 3.

• **Observación.-**

La no existencia de símbolos en las posiciones tercera y cuarta indica que el grupo no contiene reflexiones/ reflexiones en deslizamiento.

De las dos notaciones que añadimos en la tabla, la de Y. Bossard es una adaptación francesa de la internacional abreviada (la inicial p corresponde aquí a la palabra francesa "*pavage*" = *mosaico*), mientras que la de Montesinos Amilibia es una adaptación de la de Bonahon y Siebenmann es realmente una aportación valiosa e interesante por su enfoque innovador ya que, desde una óptica muy amplia, estudio topológico de los calidoscópios u 'orbifolds' en variedades nacen de modo natural las siglas:

- T para el Toro,
- K para la botella de Klein,
- A para el Anillo,
- M para la cinta de Möebius,
- S para la esfera,
- D para el Disco y, por último,
- P para el plano Proyectivo.

Estas siglas van seguidas de los ordenes de los distintos puntos de ramificación que se obtienen en cada cubierta. Cuando uno de esos números figura con una barra encima es porque pasa por él un eje de reflexión.

Montesinos Amilibia	Internacional (abreviada)	Bossard	Polya	Niggii	Speiser	Fejes Toth	Shubiaov- Koptsik	Wells Bell & Fletcher
T	pi	p1	C_1	C_1^I	C_1 , Abb.17	W_1	(b/a)1	1
S2222	p211(p2)	p2	C_2	C_2^I	C_2 , Abb.18	W_2	(b/a):2	2
S333	p3	p3	C_3	C_3^I	C_3 , Abb.29	W_3	(a/a):3	13
S442	p4	p4	C_4	C_4^I	C_4 , Abb.26	W_4	(a:a):4	10
S632	p6	p6	C_6	C_6^I	C_6 , Abb.32	W_6	(a/a):6	16
M	cm	pm1	D_1K_g	C_1^{III}	C_1^{III} , Abb.21	W_1^I	(a/a)/m	8
A	p1m1(pm)	p1m	D_1KK	C_1^I	C_1^I , Abb.19	W_1^2	(b:a):m	3
K	pg	p1g	D_1gg	C_1^{II}	C_1^{II} , Abb.20	W_1^3	(b:a):b	4
D222	cmm	pm2	D_2KgKg	C_2^{IV}	C_2^{IV} , Abb.25	W_2^1	(a/a): 2.m	9
D2222	pmm	p2m	D_2KKKK	C_2^I	C_2^I , Abb.22	W_2^2	(b:a):2.m	5
D22	pmg	p2g	D_2KKgg	C_2^{III}	C_2^{III} , Abb.24	W_2^3	(b:a):m:a	6
P22	pgg	pg2	D_2gggg	C_2^{II}	C_2^{II} , Abb.23	W_2^4	(b:a):b:a	7
D333	p3m1	p3m	D_3	C_3^I	C_3^I , Abb.31	W_3^1	(a/a):m.3	15
D33	p31m	pm3	D_3	C_3^{II}	C_3^{II} , Abb.30	W_3^2	(a/a).m.3	14
D432	p4mm(p4m)	p4m	D_4	C_4^I	C_4^I , Abb.27	W_4^1	(a:a):4.m	11
D42	p4gm(p4g)	pm4	D_4	C_4^{II}	C_4^{II} , Abb.28	W_4^2	(a:a):4a	12
D632	p6mm(p6m)	p6m	D_6	C_6^I	C_6^I , Abb.33	W_6^1	(a/a):m.6	17

7.4.2 Generadores



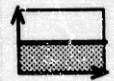
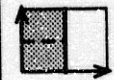













Como los grupos cristalográficos admiten un número finito de generadores, es conveniente conocer, al menos, un sistema de generadores para cada uno de ellos y así facilitar su clasificación. Dicho sistema no es único y que, por tanto, el cuadro que sigue es uno de los posibles.

Las notaciones empleadas en él son: la internacional abreviada para los grupos cristalográficos planos, t_a para la traslación de vector a , σ_L será una reflexión cuyo eje es L , $r_{c,\alpha/n}$ representará una rotación de centro (c) y amplitud α/n y, por último, $\sigma_{L,a/2}$ designará la reflexión en deslizamiento determinada por la reflexión σ_L y la traslación $t_{a/2}$.

Debemos indicar también que si en el cuadro figura $a \parallel L$, deberá entenderse que se trata de expresar que los vectores a y uno cualquiera de dirección de L son linealmente dependientes. Para finalizar, $c + a/2$ designará al transformado del punto c por la traslación $t_{a/2}$.

Obsérvese que sometiendo a una tesela básica a la acción de los generadores del grupo correspondiente podemos rellenar una región unidad.

En el cuadro siguiente figuran representados los generadores sobre la región unidad para cada uno de los 17 grupos cristalográficos planos.

Sin isometrías inversas		Con isometrías inversas	
 <p><i>p1</i></p>	<p><i>p1</i> paralelogramo {<i>t_a</i>, <i>t_b</i>} dos traslaciones independientes</p>	<p><i>cm</i> medio rombo {$\sigma_L, \sigma_{L'/2}, a \parallel L, L' \neq L$} reflexión y deslizamiento de ejes paralelos y distintos</p>  <p><i>cm</i></p>	
		<p><i>pm</i> rectángulo {<i>t_a</i>, <i>t_b</i>, $\sigma_L, a \parallel L, b \perp L$} dos traslaciones perpendiculares y reflexión según una de ellas</p>  <p><i>pm</i></p>	
		<p><i>pg</i> rectángulo {<i>t_b</i>, $\sigma_{L'/2}, a \perp b$} traslaciones y deslizamiento con direcciones perpendiculares</p>  <p><i>pg</i></p>	
 <p><i>p2</i></p>	<p><i>p2</i> medio paralelogramo {<i>t_a</i>, <i>t_b</i>, τ_c, π} traslaciones en lados del paralelogramo y semigiro en el centro del paralelogramo</p>	<p><i>cmm</i> 1/4 rombo {$\tau_c, \pi, \sigma_L, \sigma_M, L \perp M, c \in L, c \in M$} reflexiones sobre las diagonales del rombo y semigiro de centro el punto medio del lado del rombo</p>  <p><i>cmm</i></p>	
		<p><i>pmm</i> rectángulo {<i>t_a</i>, <i>t_b</i>, $\sigma_L, \sigma_M, a \parallel L \perp M \parallel b$} traslaciones perpendiculares y reflexiones según direcciones de la traslación</p>  <p><i>pmm</i></p>	
		<p><i>pmg</i> 1/4 rectángulo {<i>t_a</i>, $\sigma_L, \sigma_M, b/2, a \parallel L \perp M \parallel b$} traslaciones y reflexiones en la misma dirección y deslizamiento en dirección perpendicular a la anterior</p>  <p><i>pmg</i></p>	
		<p><i>pgg</i> 1/4 rectángulo {$\sigma_{L'/2}, \sigma_M, b/2, L \perp M$} deslizamientos perpendiculares</p>  <p><i>pgg</i></p>	
 <p><i>p3</i></p>	<p><i>p3</i> 1/3 de hexágono {$\tau_c, 2\pi/3, \tau_c', 2\pi/3$} dos rotaciones de orden 3 con distinto centro</p>	<p><i>p3m1</i> 1/6 de hexágono {$\sigma_L, \sigma_M, \sigma_N, \angle(L,M) = \angle(M,N) = \angle(L,N) = \pi/3, L \cap M \cap N = \emptyset$} reflexiones en los tres lados de un triángulo equilátero</p>  <p><i>p3m1</i></p>	
		<p><i>p31m</i> 1/6 de hexágono {$\tau_c, 2\pi/3, \sigma_L, c \in L$} rotación de orden 3 cuyo centro es un vértice del triángulo reflexión cuyo eje es el lado del triángulo que no pasa por el vértice</p>  <p><i>p31m</i></p>	
 <p><i>p4</i></p>	<p><i>p4</i> 1/4 de cuadrado {<i>t_a</i>, $\tau_c, \pi/2$} traslación según el lado del cuadrado y rotación con centro de orden 4 en el centro del cuadrado</p>	<p><i>p4m</i> 1/8 de cuadrado {$\sigma_L, \sigma_M, \sigma_N, L \perp M, \angle(L,N) = \angle(N,M) = \pi/4, L \cap M \cap N = \emptyset$} reflexiones según los tres lados de un triángulo rectángulo isósceles</p>  <p><i>p4m</i></p>	
		<p><i>p4g</i> 1/8 de cuadrado {$\tau_c, \pi/2, \sigma_L, c \in L$} giro de orden 4 y reflexión sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo, cuyo eje no pasa por el centro del giro</p>  <p><i>p4g</i></p>	
 <p><i>p6</i></p>	<p><i>p6</i> 1/12 de hexágono {$\tau_c, \pi/3, \tau_c', \pi$} dos rotaciones de ordenes 2 y 3, respectivamente, de distinto centro</p>	<p><i>p6m</i> 1/24 de hexágono {$\sigma_L, \sigma_M, \sigma_N, L \perp M, \angle(L,N) = \pi/3, \angle(N,M) = \pi/6$} reflexiones en los tres lados de un triángulo equilátero bisecado</p>  <p><i>p6m</i></p>	

7.4.3 Simetría Cromática.

El término **cromática**, según el Diccionario de la Lengua Española Espasa Calpe, tiene diferentes significados según su uso. En Física, es el estudio de lo que tiene color, particularmente de las imágenes irisadas dadas por los instrumentos ópticos. En Pintura, es la parte de la técnica pictórica que fija las reglas del empleo y distribución de colores.

Matemáticamente, cualquier *cuerpo geométrico* puede tener color. Estudiar cómo lo distribuimos sobre su superficie mediante una técnica pictórica basada en el uso de las simetrías y cómo clasificar las distintas situaciones, que llamaremos composiciones cromáticas, que puedan plantearse es el objeto de la **Simetría Cromática** (traducción que damos del término *colour simmetry*).

Podríamos hacer innumerables suposiciones sobre cómo pudieron haber sido contruidos los "mosaicos de la Alhambra", y estamos seguros que alguna vez acertaríamos y las más erraríamos. Por eso parece más coherente centrarnos en el proceso de clasificación del producto final; es decir, de las composiciones cromáticas que actualmente contemplamos en la Alhambra. Para ello vamos a considerar la composición cromática sin restricción alguna; es decir, dos teselas tendrán el mismo color, en el amplio sentido que antes dimos al término, si coinciden sus decoraciones (inscripciones, adornos florales, tonalidades, etc.), salvando, claro está lo que pueda razonablemente suponerse que es un defecto de fabricación.

Podemos utilizar para clasificar los mosaicos periódicos planos según su grupo de simetría, el algoritmo mostrado anteriormente. El diseño básico asociado al mosaico también tendrá asociado su correspondiente grupo de simetría, que normalmente será más rico debido a que las simetrías actúan con menos requisitos. Es fácil observar que abundan en la Alhambra composiciones cromáticas de dos tipos. Aquellas cuyos grupos de simetría contienen rotaciones de orden 4 y las que no son simétricas por rotación. Sin embargo, presenta especial dificultad la búsqueda de composiciones cromáticas cuyas simetrías no sean de las anteriores.

Partiendo de este criterio, se puede clasificar una composición cromática de modo constructivo:

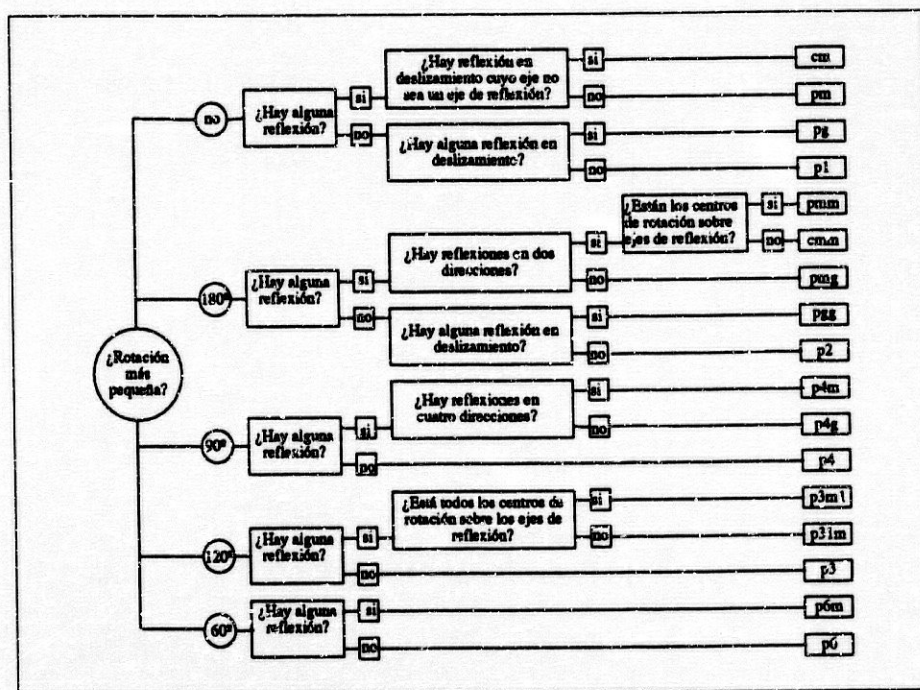
- 1º. Determinar el grupo de simetría del mosaico en función del diseño básico. Si es un grupo cristalográfico plano se trata de un mosaico periódico.
- 2º. Tomar uno de sus subgrupos cristalográficos y determinar una tesela básica del mosaico periódico descolorido (sin considerar el color) para este subgrupo.

- 3º. Asignar color(es) a esta tesela básica según los colores que tienen las teselas del mosaico que la cortan.
- 4º. Extender los colores a toda la composición mediante transformaciones de puntos según los elementos del subgrupo del apartado 2º.

El subgrupo que coloree de tal modo que el producto final coincida con la composición cromática a clasificar es el grupo de simetría buscado. Es decir, de las simetrías del grupo asociado al diseño básico, nos hemos quedado con las que **mantienen los colores**; es decir, transforman teselas de un determinado color en otras del mismo color.

Este procedimiento tiene la gran ventaja de que, además de clasificar, permitir construir mosaicos cromáticos a partir de diseños básicos monocromáticos. Esta técnica será utilizada en esta Memoria para la obtención de nuevos diseños.

También puede clasificarse una composición cromática buscando directamente los elementos de simetría que la dejan invariante, incluyendo el color. Para ello será de gran utilidad el algoritmo siguiente:



Algoritmo de clasificación de los 17

7.4.3.1 En blanco y negro.

Hay muchos diseños decorativos en blanco y negro por varias razones: estéticas (contraste), psicológicas (resalta la figura del fondo), económicas (tinta negra sobre papel blanco), etc. Si el diseño es de naturaleza periódica, debe buscarse un equilibrio entre el blanco y el negro. Para ello, es necesario que se reparta por igual la superficie a colorear entre el blanco y el negro. Por tanto, la superficie a colorear debe presentar un diseño que delimite las "piezas" que habrán de cubrirse de blanco y las que lo harán de negro. Cuando el diseño es periódico, es necesario que exista igual superficie cubierta por piezas blancas que de negras.

Inspirándonos en las clasificaciones anteriores, pasamos a dar un grupo de definiciones.

- *Definición 7.4.1-1 [Co2]*

Llamaremos grupo bicolor o dicromático a una terna de grupos (G, G_1, S_2) , siendo:

- G un grupo cristalográfico,
- G_1 un subgrupo normal y cristalográfico de G de índice 2, y
- S_2 el grupo de permutaciones de grado 2 isomorfo al grupo cociente G/G_1 .

- ¿Qué nos aportan tales grupos?

Vamos a colorear \mathbb{R}^2 teselado, apoyándonos en el diseño básico; es decir, consideramos que \mathbb{R}^2 teselado es un mosaico "descolorido".

Pintemos las teselas unas de blanco y otras de negro para tener un mosaico bicolor, de tal forma que cada simetría del mosaico descolorido:

- a.- transforme todo lo blanco en blanco, o
- b.- transforme todas los blancos en negros y todos los negros en blancos.

Esta era la forma de proceder que indicábamos anteriormente.

• *Definición 7.4.1-2*

Una simetría del plano que aplicada a un mosaico bicolor satisfaga (a) o (b) será llamada simetría bicolor del mosaico.

• *Lema 7.4.1-1*

El conjunto de simetrías bicolor G es un subgrupo del grupo de simetría del mosaico descolorido.

• *Lema 7.4.1-2*

El subgrupo de las simetrías bicolor que satisfacen (a), G_1 tiene índice 2 en G o es G .

Obsérvese que el grupo G_1 es, en este caso, el grupo utilizado en 7.4.3 para clasificar mosaicos periódicos planos.

• *Teorema 7.4.1-1*

Si un mosaico bicolor tiene una simetría bicolor que satisface (b), entonces la terna $(G, G_1, G/G_1)$ es un grupo bicolor.

• *Corolario 7.4.1-1*

Existen 46 grupos bicolor del plano.

En la página siguiente, tenemos la Tabla I, [Co-Mo], que muestra los índices de los grupos que aparecen en la fila superior como subgrupos normales de los que figuran en la columna de la izquierda.

	p1	p2	pg	pm	cm	pgg	pmg	pmn	cmn	p4	p4g	p4m	p3	p3m1	p31m	p6	p6m
p1	2																
p2	2	2															
pg	2		2														
pm	2	2	2	2													
cm	2	2	2														
pgg	4	2	2														
pmg	4	2	2	2		2	2										
pmn	4	2	4	2	4	4	2	2	2								
cmn	4	2	4	4	2	2	2	2									
p4	4	2								2							
p4g	8	4				2	4	2	2								
p4m	8	4				4	2	2	2	2	2	2					
p3	3													3			
p3m1	6													2			
p31m	6													2	3		
p6	6	3												2			
p6m	12	6												4	2	2	2

Table I

Según el criterio dado en Def. 7.5.1-1 y teniendo en cuenta que en el caso del grupo pm como subgrupo de sí mismo hay que contarlo dos veces - por tener dos realizaciones distintas- se deduce un total de 46 grupos bicolor planos.

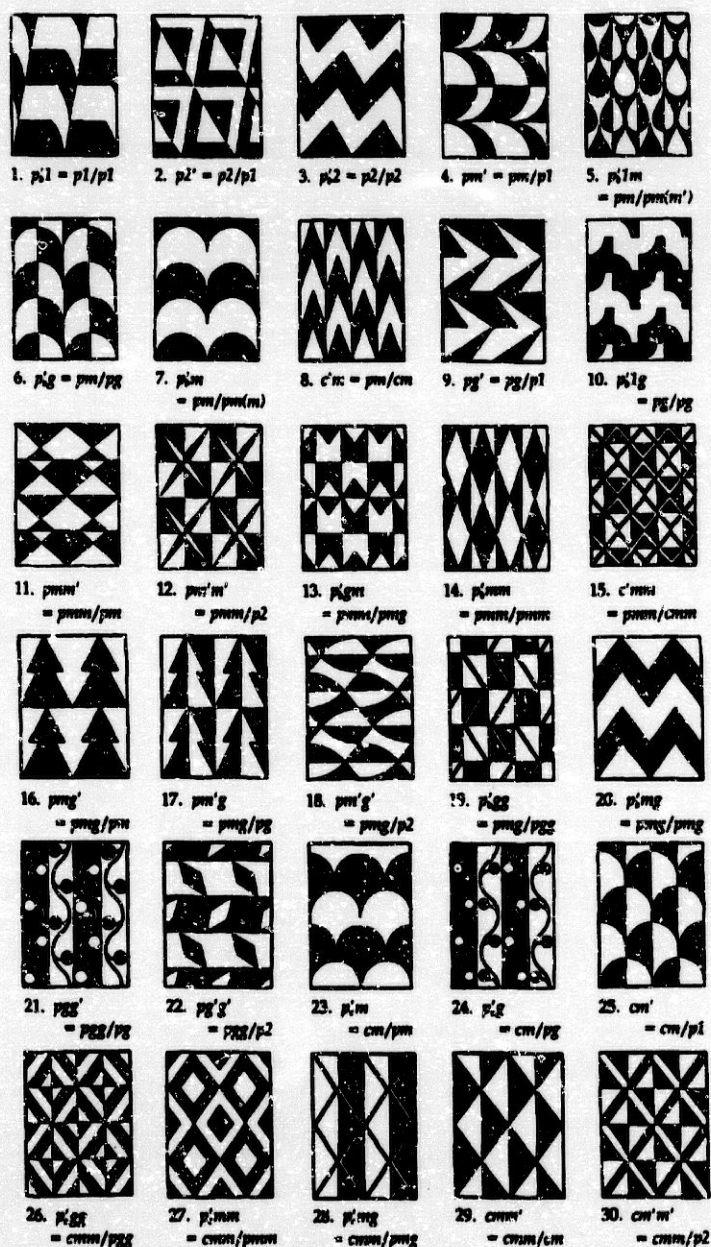
Grupo de Fedorov del diseño básico	n- de grupos bicolor
$p1$	1
pg	2
pgg	2
cm	3
pm	5
$p2$	2
pmg	5
cmm	5
$pm\bar{m}$	5
$p4$	2
$p4g$	3
$p4m$	5
$p3$	0
$p31m$	1
$p3m1$	1
$p6$	1
$p6m$	3

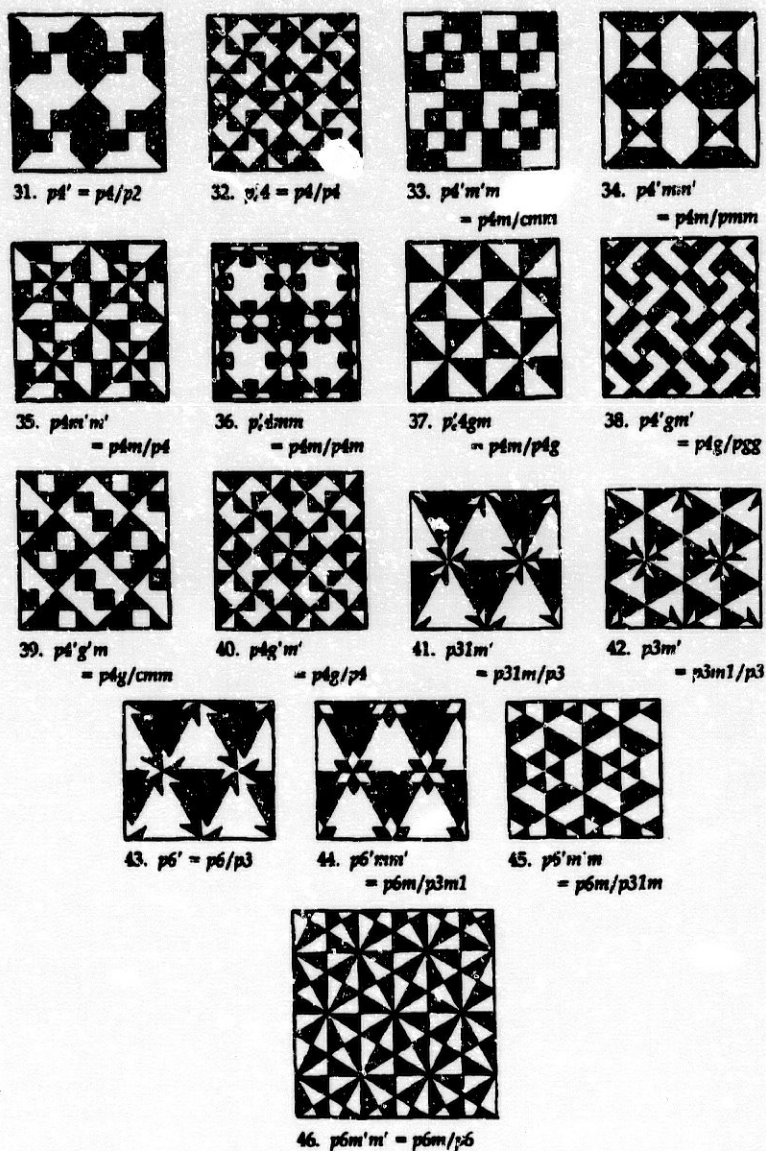
Tabla II
Grupos bicolor.

• Corolario 7.4.1-2

En el caso de mosaicos bicolor, el cociente entre las áreas de una tesela básica para G y el de otra para G_1 coincide con el número de colores.

Hay un tercer procedimiento para clasificar mosaicos que es la base para el estudio de los Grupos Cromáticos. Se trata de clasificar teniendo en cuenta no sólo las transformaciones de simetría que mantienen los colores, sino también distinguiendo aquellas que los permutan entre sí. El único problema consiste en que cuando el número de colores es superior a 2, los cuadros clasificatorios se hacen enormes. Para corroborar lo dicho hasta ahora, presentamos los esquemas clasificatorios de mosaicos bicolor obtenidos de [Cro]





Obsérvese que en este caso llegamos a 46 posibilidades, los 46 grupos bicolor antes aludidos que realmente se corresponden con los 17 cristalográficos planos sin tener que fijarnos nada más que en "el denominador" del nombre con el que se clasifican, ya que sólo son estas simetrías las que dejan invariante el mosaico completo.

En resumen, todos los mosaicos periódicos planos pueden clasificarse por medio de la determinación de su grupo de simetría, resultando 17 clases diferentes, aunque desde el punto de vista artístico su número sea infinito, resultan matemáticamente equivalentes (isomorfos).

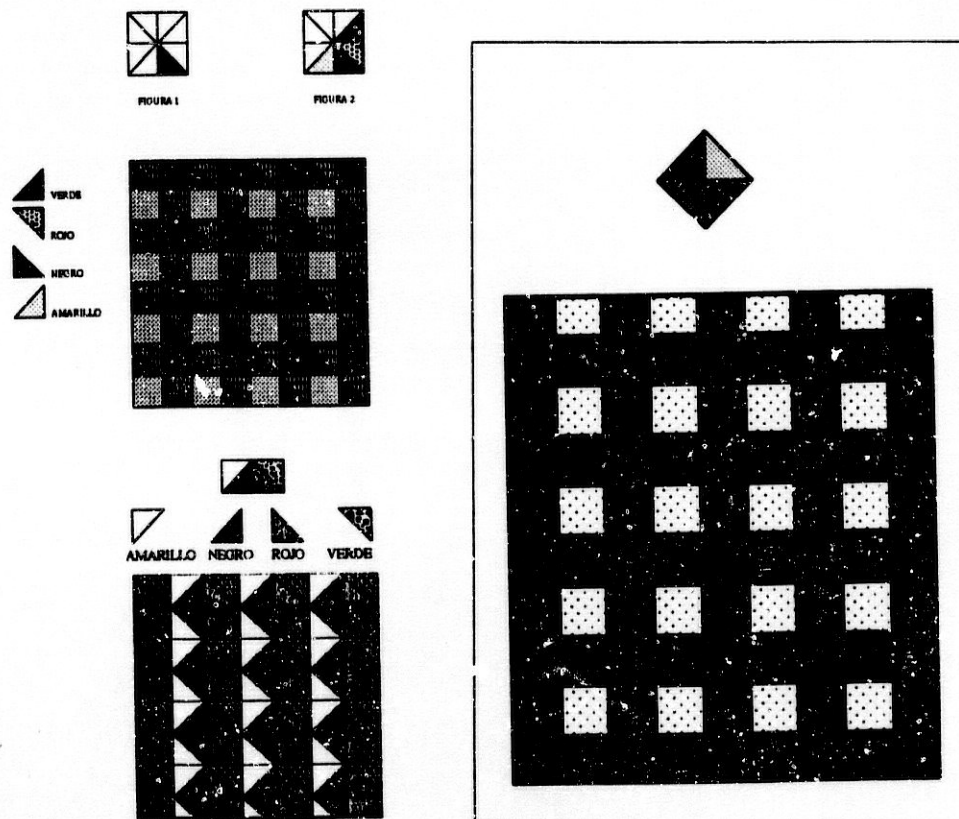
7.4.3.2 Coloraciones perfectas con tres o más colores.

En este epígrafe trataremos de generalizar lo dicho para simetría bicolor. Para ello, vamos a comenzar con la exposición de dos métodos para colorear un tesselado por la acción de un grupo.

Sea G el grupo cristalográfico asociado a un tesselado periódico \mathbb{T} y G_1 uno de sus subgrupos cristalográficos de índice k . En estas condiciones, la unión de k teselas básicas adecuadas para G define una tesela básica para G_1 , (ver *Proposición. 7.3.1*).

• Método 1 (M1)

Disponiendo de k colores, se colorea una tesela básica para G_1 asignándole un color a cada una de las k teselas básicas del tesselado \mathbb{T} que determinan a la primera. Mediante la acción del grupo G_1 sobre la tesela básica ya coloreada se extiende la coloración a todo el tesselado.



• *Proposición 7.4.1-1*

Sea G_1 un subgrupo de G de índice k . Sea K^G una tesela básica para G y K^{G_1} una tesela básica para G_1 obtenida por unión de k teselas $g_i K^G$,

$i = 1, 2, \dots, k$ y $g_1 \in G$. La coloración resultante al aplicar $M1$ al teselado

$T_G = \{g K^G, g \in G\}$ a partir de K^{G_1} no depende de K^{G_1} .

• *Definición 7.4.1-3 [Se]*

Sea un teselado periódico de \mathbb{R}^2 en el que cada tesela está coloreada con un color de entre k colores posibles. Diremos que esa k coloración es perfecta o compatible si cada simetría del mosaico periódico descolorido induce una permutación de los k colores.

Este tipo de coloración obliga a que todas las teselas que tengan el mismo color (por ejemplo, rojo) se transformen mediante una simetría del mosaico periódico descolorido en teselas de igual color (por ejemplo, azul); no existen simetrías del mosaico periódico descolorido que puedan "mezclar" colores en el sentido de transformar, por ejemplo, algunas teselas rojas en azules y otras, también rojas, en verdes.

La teoría de grupos es la llave para encontrar todas las coloraciones perfectas.

• *Proposición 7.4.1-2*

Las coloraciones efectuadas por $M1$ son perfectas si y sólo si G_1 es normal en G .

• **Método 2 (M2)**

Las simetrías de G_1 actúan sobre una tesela básica, para G , elegida que se pinta con un determinado color (por ejemplo, amarillo) y todas sus imágenes por la acción de G_1 tendrán su mismo color. Cada una de las clases por la izquierda de G_1 en G se identificará con uno de los k colores disponibles y las simetrías de tal clase son utilizadas para transformar la tesela original (en nuestro ejemplo, amarillo) en teselas que tengan el color asignado a tal clase. De este modo, el teselado queda pintado con k colores.

• **Teorema 7.4.1-1**

Si el subgrupo G_1 es normal en G , las coloraciones obtenidas por $M1$ y $M2$ coinciden. Finalicemos este apartado dando una generalización de la Def. 7.4.1-1.

• **Definición 7.4.1-4**

Llamaremos grupo cromático, con k colores, a la terna (G, G_1, φ) donde

- G , es un grupo cristalográfico plano;
- G_1 , un subgrupo cristalográfico de G de índice k ;
- $\varphi: G \rightarrow S_k$ el homomorfismo dado por $\varphi(g)(h_i G_1) = gh_i G_1$.

• **Observaciones**

-1ª En la definición anterior se ha representado el grupo S_k de las permutaciones de k elementos como el grupo de las permutaciones de

G/G_1 , con la composición.

-2ª El subgrupo $G^1 = \bigcap g G_1 g^{-1}$, intersección completa de la familia de conjugación de G_1 , es un subgrupo normal y cristalográfico de G .

Además, $G^1 = \text{Ker } \varphi$.

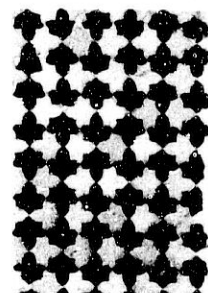
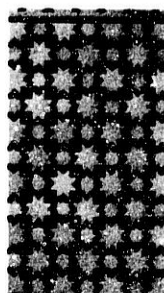
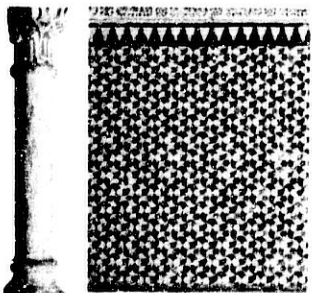
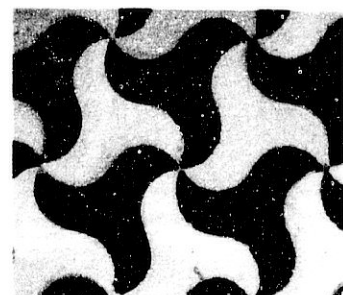
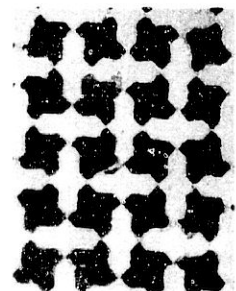
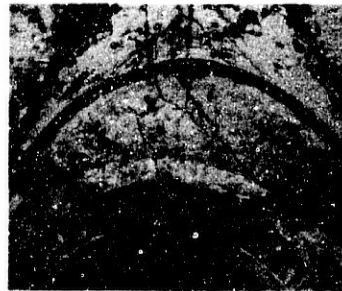
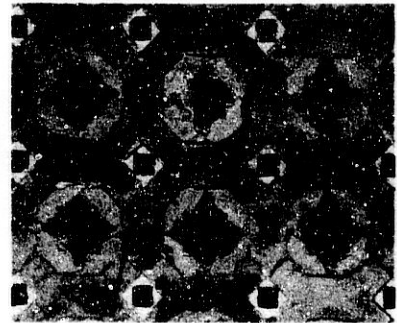
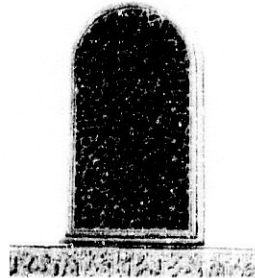
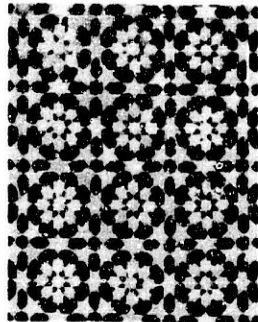
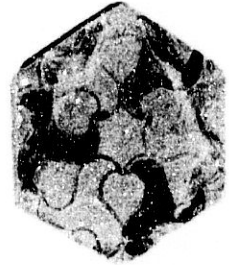
-3ª El homomorfismo $\varphi: G \rightarrow S_k$ induce un monomorfismo:

$$\varphi: G/G_1 \rightarrow S_k$$

cuya imagen es el conjunto de permutaciones inducidas por los elementos de G sobre G/G_1 .

7.5- Estudio de los mosaicos de la Alhambra

Lo que sigue no es sino una aplicación
de lo antes dicho al caso de los mosaicos
de la Alhambra de Granada.



En primer lugar, se hace una clasificación de una mayoría de los modelos que en ella figuran y que permiten afirmar que es la Alhambra el único monumento construido antes de los descubrimientos aquí dichos sobre Teoría de Grupos que presenta, al menos, un modelo geométrico -mosaico- de cada uno de los 17 grupos cristalográficos planos [PG-1]. En cada caso, se hace un estudio exhaustivo:

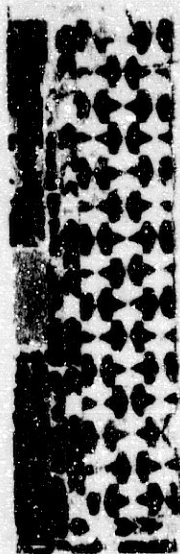
- 1. Se analiza la forma de la (s) tesela (s).
- 2. Se estudia la simetría del mosaico.
- 3. Se clasifica según el Grupo cristalográfico plano que le corresponda.
- 4. Se muestran un conjunto generador.
- 5. Se diseñan dos teselas básicas y una región generatriz

A continuación, y esta es una aportación original y creativa, haciendo uso del ordenador, se presentan los diseños que pueden obtenerse en blanco y negro a partir de las formas básicas de los 17 antes dichos. El hecho de que no figuren los 46 posibles se debe a que no hemos encontrado en la Alhambra los modelos directos "descoloridos" correspondientes a los grupos $p3m1$, cm , pm .

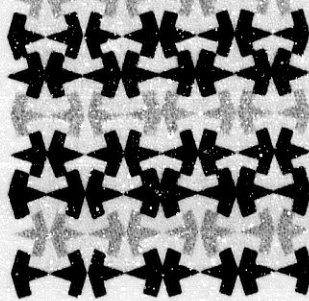
• Observación: Hemos dicho que la tesela básica no es única. Por tanto, si cambiamos la forma de la tesela básica, se obtendrían nuevos modelos, isomorfos a los que obtuviésemos para otra forma de tesela básica del mismo diseño básico.

Analizamos sus simetrías, eligiendo una de las infinitas teselas básicas para cada caso. En casos anteriores, presentamos a modo de ejemplo cómo varían los diseños sin más que tomar otra tesela básica, aunque matemáticamente hablando los diseños son isomorfos, por tener asociado igual grupo bicolor.

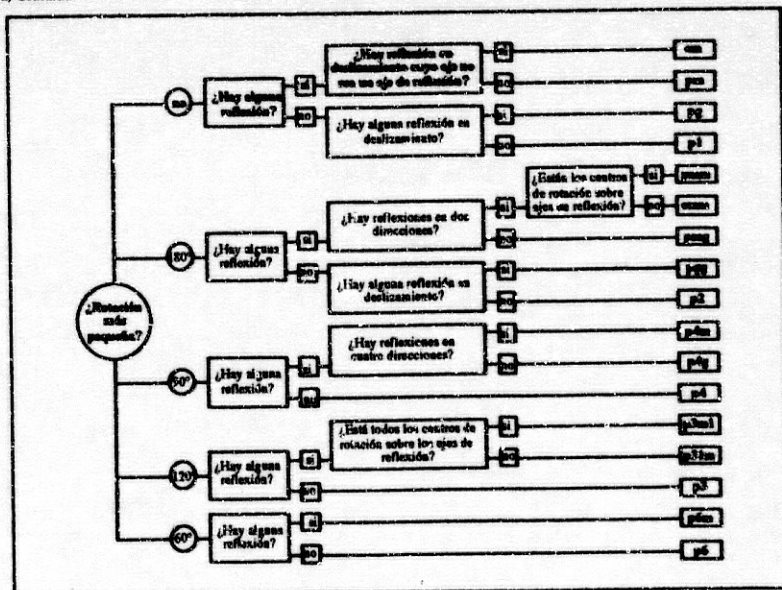
- 1. Se estudian los subgrupos de índice 2 del grupo asociado al mosaico descolorido.
- 2. Los elementos de simetría del subgrupo dejarán invariante los colores del mosaico. Los del grupo, que no están en el subgrupo, los permutan.
- 3. Coloreamos de blanco y negro, en igual proporción, la tesela básica.
- 4. Se extiende el color por aplicación del algoritmo descrito en el punto 2.
- 5. Se analizan las simetrías del mosaico resultante.
- 6. Se clasifica nuevamente indicando el grupo cociente que lo ha generado, los generadores y demás elementos de simetría del grupo asociado al nuevo diseño.



Observamos el mosaico a analizar, y el primer problema que se nos plantea es su clasificación a través de un algoritmo que nos ayude de una manera sistemática. Es importante y conveniente conocer un sistema de generadores para cada grupo y así ayudarnos en su clasificación.



Alicatado, Arte Nazarí, siglo XIV-XV
Museo Nacional de Arte Hispanomusulmán.
La Alhambra, Granada.



• GENERADORES ($\sigma_L, \sigma_L', a/2, a/2L, L^2L$)
reflexión y deslizamiento de ejes paralelos y distintos.

cm

• REGIÓN GENERATRIZ : medio rombo

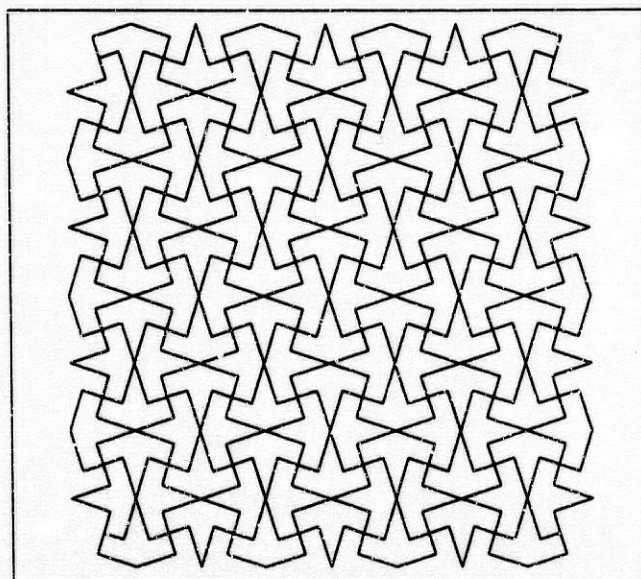
• LLEGENDA

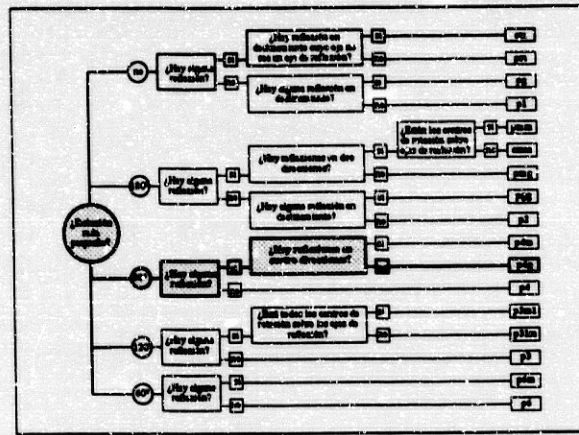
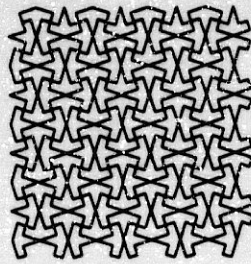
- Reflexión
- Reflexión en deslizamiento
- Eje de simetría
- Centro de rotación de orden "n"

Con isometrías inversas
cm $\sigma_L, \sigma_{L/2}, a \parallel L, L' \neq L$ pm $t_x, t_y, \sigma_L, a \parallel L, b \perp L$ pg $t_x, \sigma_{L/2}, a \perp b$
$p4m$ $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_N, L \perp M, \angle(L, N) = \angle(N, M) = \pi/4$ $L \cap M \cap N = \emptyset$ $p4g$ $r_{\pi/2}, \sigma_L, c \in L$
$p6m$ $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_N, L \perp M, \angle(L, N) = \pi/3, \angle(N, M) = \pi/6$

Para la generación y exploración de los diseños existentes en el caso de que se utilicen dos colores.

- 1. Clasificación del mosaico descolorido.
- 2. Análisis de simetría completa.
- 3. Elección de una región unidad.
- 4. Determinación de una tesela básica (tesela básica coloreable).
- 5. Fijación de los generadores del grupo.
- 6. Asignación a la hora de colorear, a los generadores.





• GENERADORES (Γ_{C_4} , σ_L , C_2 , C_4 , C_2 , C_4)

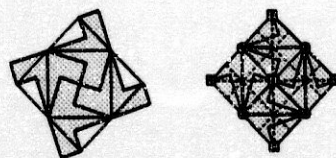
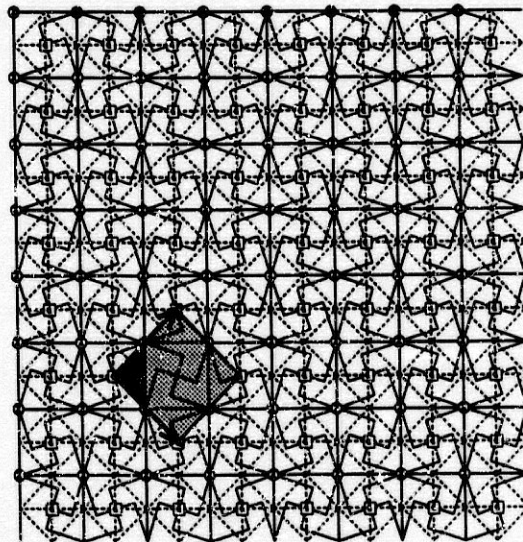
Caso de orden 4 y reflexión sobre el hipotenúso del triángulo rectángulo, cuyo eje no pasa por el centro de giro

p4g • REGION GENERATRIZ: 1/8 de cuadrado

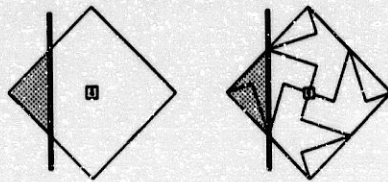
• LEXICÓN

- Reflejo
- Rotación en el plano que no pasa por el centro de giro
- Rotación en el plano que pasa por el centro de giro
- Centro de rotación de orden "n"

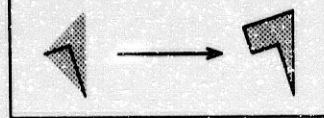
ESQUEMA DE SIMETRÍAS



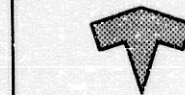
Región unidad



Dos teselas básicas para "G"



Tesela básica para "G1" a partir de la segunda forma para "G"



REGION UNIDAD: Cuadrado

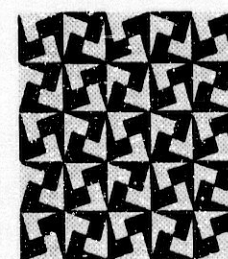
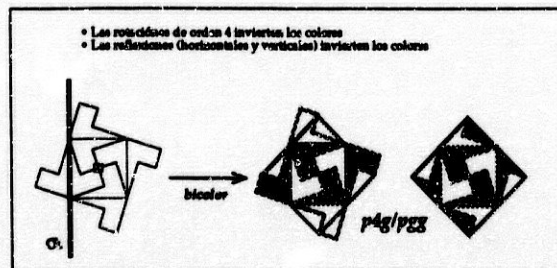
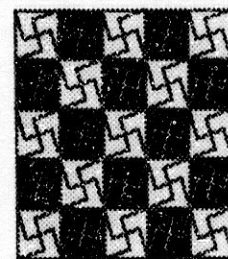
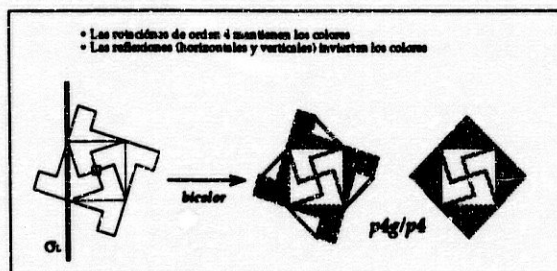
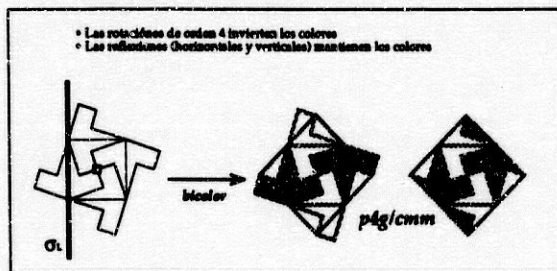
RED DE PUNTOS: Cuadrada.

DOMINIO FUNDAMENTAL: Triángulo ($\alpha=45^\circ$; $\beta=90^\circ$).

GRUPOS BICOLOR ASOCIADOS AL $p4g$

Asignación del papel de los generadores en cuanto a la distribución del color

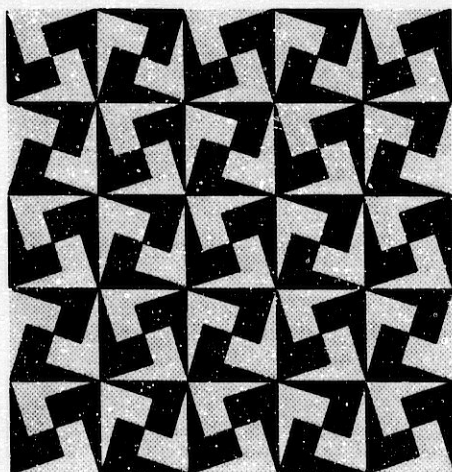
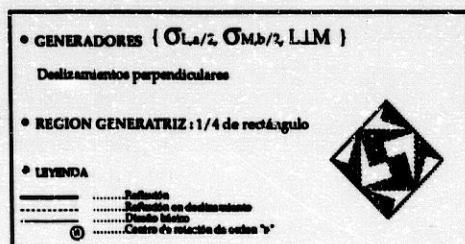
MOSAICOS BICOLOR OBTENIDOS A PARTIR DE LAS COLORACIONES ANTERIORES



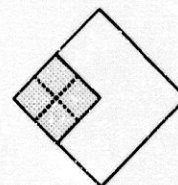
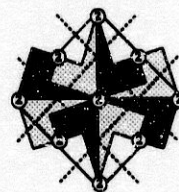
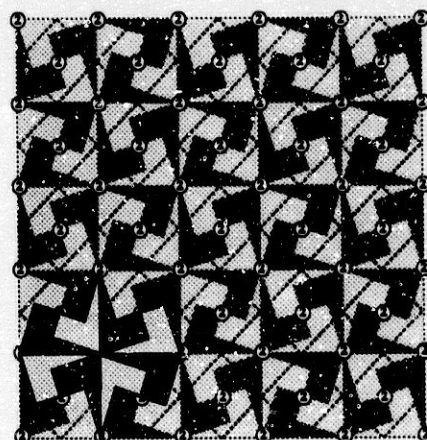
• $p4g/pgg$

- Para hacer el ($p4g, pgg, p4g/pgg$) hay que determinar en el descolorido una región.
- Asignación del papel a los generadores para colorear.
- Hay que buscar dos reflexiones en deslizamiento para el pgg que salen del $p4g$.
- Como en las simetrías bicolor hay los que invierten el color (rotación 4, reflexiones vertical y horizontal), está definida la terna ($p4g, pgg, p4g/pgg$).

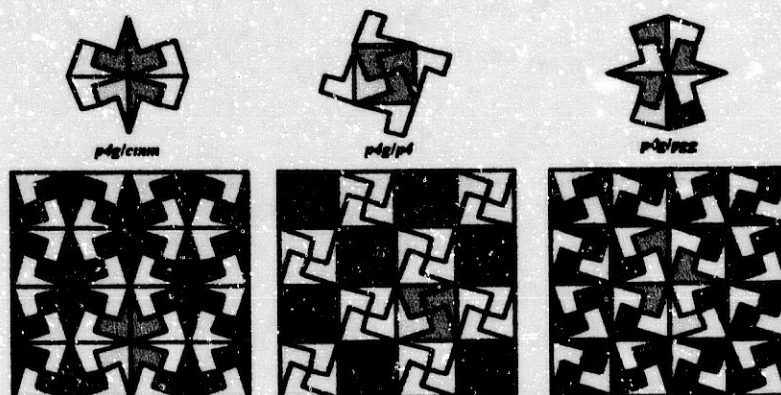
$p4g/pgg$



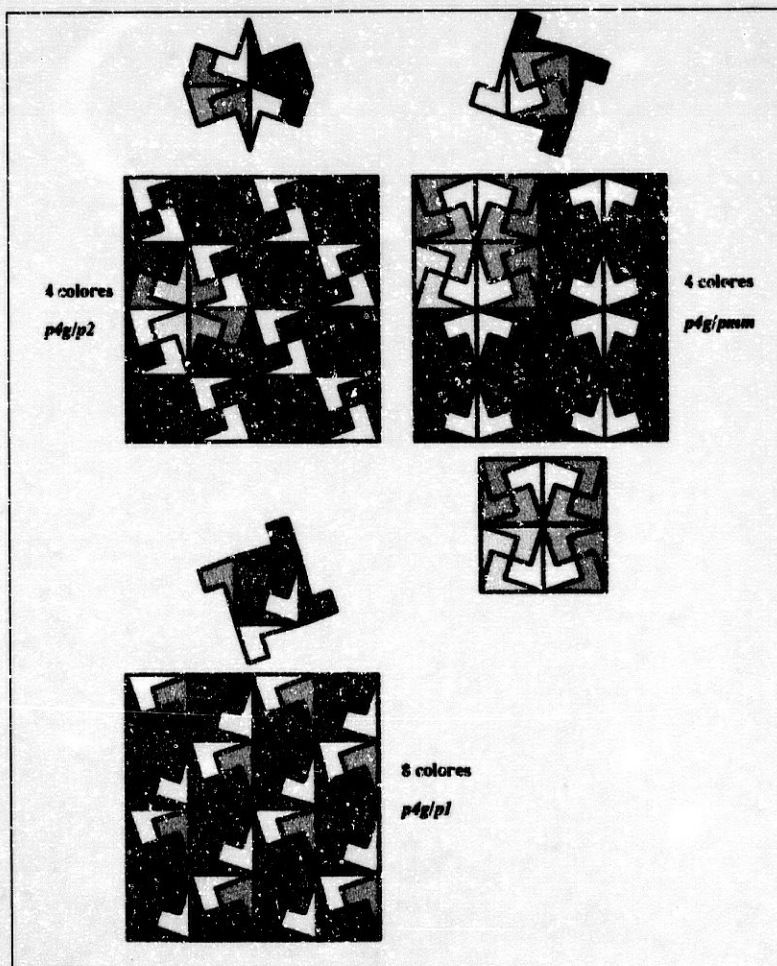
$p4g/pgg$



Los diseños resultantes, generados por la utilización de dos colores



Si ampliamos el número de colores, se obtendrían:



ORNAMENTAL			COLOR NUMBER											
CLASS			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$Z_1^a L$	p1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	2
2	$Z_2^a L$	p2	1	2	1	3	1	2	1	4	2	2	1	3
3	$Z_3^h L$	p3	1	0	2	1	0	1	1	0	3	0	0	4
4	$Z_4^a L$	p4	1	2	0	5	1	2	0	9	1	4	0	9
5	$Z_6^h L$	p6	1	1	2	1	0	5	1	1	3	0	0	8
6	$D_1^r L$	cm	1	3	2	7	2	7	2	13	3	8	2	17
7	$D_1^o L$	pm	1	5	2	10	2	11	2	16	3	12	2	23
8	$D_1^o L$	pg	1	2	2	4	2	5	2	7	3	6	2	11
9	$D_2^r L$	cm	1	5	1	11	1	5	1	21	2	9	1	22
10	$D_2^o L$	pm	1	5	1	13	1	9	1	21	2	10	1	25
11	$D_2^o L$	pg	1	5	2	11	2	11	2	19	3	12	2	26
12	$D_2^o L$	pgg	1	2	1	4	1	4	1	7	2	5	1	9
13	$D_3^i L$	p31x	1	1	2	1	0	5	0	1	3	0	0	7
14	$D_3^i L$	p3m1	1	1	2	1	0	4	0	1	3	0	0	7
15	$D_4^a L$	p4a	1	5	0	13	0	2	0	28	1	3	0	16
16	$D_4^a L$	p4g	1	3	0	7	0	2	0	13	1	3	0	10
17	$D_6^h L$	p6m	1	3	2	2	0	11	0	3	3	0	0	20
TOTALS			17	46	23	96	14	90	15	166	40	75	13	219

Tabla de Wieting

Si no aplicamos los colores por igual sino que lo hacemos proporcionalmente, habría que tomar la ecuación del color [PG-R3] que sería objeto de otra investigación.

Obsérvese que algunos de los diseños bicolor que se han obtenido figuran como decoración de la Alhambra. ¿Por qué estos y no los demás? Es evidente que los diseñadores nazaritas no contaban ni con la herramienta teórica ni con la instrumental que aquí hemos usado.

Conclusiones

En esta Memoria de Tesis se hace una aportación, tanto creativa como técnica, al desarrollo de un análisis sistemático de la ornamentación geométrica, a través de la puesta en práctica de un sistema.

Se experimenta un sistema generativo, para la descripción y comprensión de las formas, así como se pone en práctica un método científico en la creación de composiciones cromáticas bidimensionales, (basándose en el estudio de los *mosaicos periódicos* existentes en la Alhambra); para ello, hacemos uso de un método instrumental basado en el ordenador.

Como quiera que el campo de interés de esta Memoria es la decoración geométrica de la Alhambra (centrada preferentemente en los mosaicos periódicos) y ya que las aportaciones más interesantes de la época andalusí en Geometría aplicada a la Arquitectura fueron de tipo empírico, (aunque sí sabemos que estudiaron a Euclides y así la Geometría fue analizada en esa época desde un punto de vista teórico), se ha querido hacer uso de la moderna Teoría de Grupos de Transformaciones Geométricas como herramienta conceptual y de las Nuevas Tecnologías como herramienta instrumental. El tratamiento informático de la parte gráfica nos va a permitir ciertas facilidades de realización.

- La inclusión de una visión matemática actual de la decoración de la Alhambra, incluyendo la Teoría de Grupos, Grupos Cristalográficos Planos, (notación y generadores) se ve motivada por la necesidad de justificar y fundamentar los aspectos desarrollados desde el punto de vista gráfico (IIª parte de esta Memoria).
- Además, se han cubierto los objetivos propuestos en la introducción de esta Memoria al: Analizar y clasificar científicamente 17 de las composiciones cromáticas planas de la Alhambra. Se han creado **46 nuevos diseños bicolors**, y se presenta un proceso generativo para la creación de otros diseños y composiciones cromáticas (con tres y más colores), a partir de la utilización de los métodos conceptuales de coloración de la Simetría Cromática expuestos en el capítulo séptimo.

La Memoria que presentamos aporta una metodología aplicable tanto al campo de la educación (docencia e investigación) como al campo del diseño. Se sitúa dentro del contexto histórico, científico y cultural del momento actual, y representa la integración de dos disciplinas que son la matemática y el diseño, en función de los conocimientos ya existentes y adquiridos mediante la investigación básica aplicada a cualquiera de los campos del Arte o de la Ciencia.

Siendo la Gráfica una herramienta teóricamente abstracta aunque visualmente concreta, las posibilidades de la informática junto con los otros recursos de almacenamiento, rapidez de ejecución en los trazados o rellenos se ponen al servicio de la creación de composiciones aplicándole las transformaciones.

El uso conjunto de las nuevas tecnologías informáticas y de la teoría de Grupos de Transformaciones Geométricas (Simetría Cromática), dota de mayor complejidad las posibilidades en el campo de la educación artística, la plástica y el diseño.

- **Didáctica (Aprender-Enseñar)**

Si el estudio de la metodología instrumental de creación en la Edad Media (que se caracteriza por su sencillez e ingenio), nos va a permitir comprender una manera de hacer de la época, (el proceso artesanal de ejecución y las posibilidades instrumentales eran muy limitadas); las imágenes racionales de la actualidad, (en función de un desarrollo tecnológico), marca la diferencia en cuanto al sistema de producción, siendo éstas mucho más numerosas e infinitamente más variadas.

Si consideramos la enseñanza del arte, del diseño, en un ámbito de información y formación, (la función de enseñar también consiste en ayudar a aprender, de manera más formal y rigurosa) los procesos pedagógicos y didácticos obedecen a una estrategia y a una dialéctica constructiva. La enseñanza a través de procesos y sistemas asistidos por ordenador se convierten en un medio de aprendizaje que aprovecha al máximo las múltiples facetas que nos ofrecen sus prestaciones.

- **Investigación**

Como estrategias de carácter científico, las posibilidades del ordenador junto con los métodos matemáticos expuestos, en su doble vertiente de herramienta y de conjunto de procedimientos, los aspectos humanos y tecnológicos se interrelacionan para alcanzar diferentes objetivos: técnica de resolución de problemas en la que los conceptos se trasladan a un entorno visual, de aprendizaje, y de reconocimiento de las formas. Nos sirven de reveladores de imágenes y composiciones que a veces no pueden obtenerse de otra manera.

Se abren nuevas rutas en las áreas interdisciplinarias de investigación (diseño-psicología aplicada) al plantearse problemas para el análisis y experimentación en el campo de la percepción. (Si introducimos colores diferentes a las composiciones ¿qué identificación se daría respecto a la estructura?).

Determinadas imágenes concebidas exclusivamente con fines técnicos (matemática, física u otros sectores de investigación punta), se pueden derivar de su primitiva finalidad y tratarse nuevamente con fines artísticos.

• **Diseño**

Como método de proyectar, el uso de estos medios constituye el núcleo de la proyectación, producción y manipulación de formas y composiciones. En el momento actual, la generación de formas por ordenador es una realidad, el advenimiento en la investigación de estas técnicas nos lleva a la apertura de una óptica nueva desde la que hacer una reflexión de la naturaleza del trabajo artístico.

Reconocimiento automático de formas, procesamiento digital de imágenes, de modo parecido a como el ser humano percibe la realidad o la quiere interpretar, en función de la versatilidad de los sistemas construidos digitalmente, nos capacitan para usar cualquier técnica tradicional como podemos apreciar.

El uso en cuanto a su concepción, nos sitúa entre la creación y otras finalidades. Si se trata de diseñar, de crear, su uso obedece a una función creativa que se apoya en una estrategia operativa. Los datos y métodos que han servido para realizar el diseño, los utilizamos para la realización de otras formas y composiciones.

Los trabajos de investigación con la metodología que se presenta, manifiesta que con la técnica utilizada, el número de creaciones artísticas es infinito, de lo que se desprende una aportación que esperamos sea de utilidad en este campo del conocimiento; además pueden transplantarse y utilizarse en otros ámbitos de distinto carácter (ejem: diseño industrial de azulejos, telas, etc., diseño gráfico, ...).

Vemos pues, que la imagen puede ser "escaneada" a partir de un modelo tradicional, pero también puede generarse en el ordenador con los métodos conceptuales adecuados y con las rutinas instrumentales de un programa determinado. Podemos observar los resultados obtenidos en el desarrollo de este trabajo (IIª parte), en función de la puesta en práctica de las metodologías descritas.

- Introducimos un programa, definimos los contornos de las formas, aplicamos los movimientos geométricos correspondientes...

-Cualquier modificación, cualquier detalle es posible y, a menudo, inmediatamente, con lo que la calidad obtenida y el tiempo necesario para llegar al producto final ideal son óptimos.

-Cualquier cambio es incorporado a todas las secuencias.

-Toda la información es ordenada y archivada eficazmente en la memoria externa del sistema.

-Cabe añadir que la propia tecnología ofrece formas y recursos a veces imprevistos, en función de los propios errores que pueden ser aprovechados a nivel creativo.

Discusión de los resultados

Los procedimientos elegidos, permiten producir formas geométricas, crear composiciones; las imágenes sintéticas se articulan en un plano formal para constituir movimientos según las transformaciones geométricas expuestas.

Se presenta una serie de 17 grupos de diseños básicos (en total se obtiene una clasificación de 46 subgrupos nuevos de mosaicos bicolor), en función de las estructuras subyacentes que regulan los elementos formales de las composiciones cromáticas. Los dibujos de los esquemas geométricos de cada uno de los diseños de dos dimensiones de esta Memoria se generan por ordenador, pero no son los ordenadores los que van a crear, sino los procesos que se necesitan así como la forma de llevarse a cabo. Las prestaciones de estas herramientas permiten (a través de unas ideas generales de funcionamiento y de los sistemas que utilizan) la posibilidad de aprovechar mejor las potencialidades de que es portadora esta herramienta.

El proceso nos permite una clasificación previa al tratamiento, actuar de manera rigurosa y lógica, aprovechar los potenciales cognoscitivos propios de la informática y posibilita el tratamiento y almacenamiento, considerando una máxima amplificación en la investigación.

Esta investigación de los sistemas generativos de composición a través del ordenador se enfrenta con un fenómeno propio de los sistemas informáticos que es la "exhaustividad". La creación se sitúa entre los límites de la herramienta de producción y las soluciones ilimitadas. Entre la casi infinidad de posibilidades ofrecidas en función de los principios geométricos de la simetría, es donde pueden escogerse los elementos de un acabado estético.

Creativamente nos encontramos en una situación en la que paradójicamente el "infinito" es delimitable mientras que lo finito es mucho más inaccesible: es en el sentimiento estético donde se recoge lo infinito de la percepción, faceta que no puede enumerarse incluso cuando las imágenes sólo se basan en números. Ninguna de las composiciones resultantes creadas por ordenador puede ser rechazada en sí, la emotividad, sensibilidad del autor son necesarias para efectuar discriminaciones a través de las múltiples posibilidades de figuras, composiciones propuestas por la máquina en función de los procesos de funcionamiento y sus transformaciones geométricas. Con estas condiciones entramos en un nuevo entorno perceptivo que nos ofrecen las imágenes racionales, sintéticas...

Tecnología-arte, hombre-máquina. Estructuras, modelos, informaciones... Esta relación mutua nos permite derivaciones de usos concretos hacia otros sectores de carácter: creativo, didáctico, lúdico, etc.

La aventura científica y tecnológica con sus progresos cuantificables, ¿nos permite una percepción de mensajes icónicos de contenidos diversos? La imagen sintética se convierte en un factor de creación, de acuerdo con unos procedimientos que a veces, no podrían realizarse con las herramientas tradicionales del dibujo técnico.

Y como aventura intelectual ¿ordena y clasifica representaciones de aspectos múltiples, de funciones y usos complejos? La imagen reportada del ordenador pueden dinamizarse visualmente y así la gráfica encuentra un nuevo auge, gracias a la informática. Claro está, que la eficacia dependerá de la imaginación innovadora puesta en práctica al servicio de la ampliación y profundización de las capacidades cognitivas de cada autor.

¿Información, estrategia, creación,...? Estrategia de comunicación, apoyada en una dinámica de información, de formación, dependiendo de la estrategia del creador. El ordenador se utiliza en primer lugar por sus capacidades de cálculo, por sus posibilidades operativas, por su función creativa. Las prestaciones de esta herramienta nos permiten (a través de unas ciertas ideas generales de funcionamiento y de los sistemas y programas que utilizan), la posibilidad de aprovechar mejor las potencialidades de que es portadora la herramienta. El creador se encuentra situado entre los límites de su herramienta de producción y las soluciones ilimitadas que estas le ofrecen. Aquí aparece y tiene una gran importancia la relación que se establece entre la creación artística y los saberes científicos.

Actualmente el diálogo entre matemáticos, ingenieros, técnicos en general y artistas parece difícil y poco frecuente. Sin embargo, para un artista es más cómodo adquirir nociones sobre el manejo de herramientas informáticas y métodos matemáticos de resolución de problemas, que para un informático adquirir experiencia artística (lentamente madurada y asimiladas por estudiantes de Bellas Artes).

• Existe una gran similitud en los caminos descritos de la producción tecnológica, la investigación científica y la creación artística; todos ellos requieren una dedicación intensa y un trabajo variado en el que juegan un papel importante la invención, la planificación, el conocimiento y la síntesis.

Bibliografía

-[A-PG-R] ALSINA CATALÁ C.- PEREZ GOMEZ R.-RUIZ GARRIDO C.
Simetría Dinámica
 Síntesis, Madrid (1989)

-[And] FRAY ANDRÉS DE SAN MIGUEL
 En la Universidad de Tejas existe un manuscrito sobre arquitectura del carmelita español Fray Andrés que marcha a Méjico a finales del S-XVI.

-[Arg] ARGAN, G.C.
 Color y Representación en el Espacio
 Revista "Colore n° 7"

-[Ar-1], [Ar-2] ARNHEIM R.
El pensamiento visual
 Paidós Estética, Barcelona (1986), p.p 67, p.p 27, p.p102-103, p.p149-152.

Arte y Percepción visual (Psicología de la Visión Creadora)
 Editorial Eudeba, Buenos Aires (1969), p.p.65

-[Ar-Gui] ARNOLD, T.WALTER Y GUILLAUME ALFRED
"Islamic Art and its Influence on Painting in Europe" The Legacy of Islam,
 Oxford (1931), p.p 151-154.

-[Ba] BACON F.
La Gran Restauración
 Alianza Editorial, Madrid (1985), libro I, aforismo II. p.p 88

-[Be] BÉLA J.
 Experiments in the Visual Perception of Texture
 Scientific American n° 232 New York (1975), p.p 34-43

-[Boss] BOSSARD Y.
Rosaces, Frises et Pavages (vol. 1 y 2)
 CEDIC, Paris (1979)

-[Bou] BOURGAIN J.
Les Elements de l'art Arabe: le Trait des Entrelaces
 Paris 1879

-[Bru-Mor] BRUCE, V.G. / MORGAN, M.J.
 Violations of Symmetry and Repetition in Visual Patterns.
 Perception 4 : p.p.239-49 (1975)

-[Bru] BRUNER, J.
 On Perceptual Readinnes.
 Psychological Review n° 64 p.p.123-152 (1957)

-[Bur] BURKE E.
Indagación sobre lo bello y lo sublime. Londres (1757). Traducción española de Juan de la Dehesa publicada por El Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Murcia, Murcia (1985)

-[C1] CABANELAS D.
El techo del Salón de Comares en la Alhambra (Decoración, Policromía, Simbolismo y Etimología)
Edita: Patronato de la Alhambra y Generalife. Granada (1988)

-[Cag] CAGE J.
Color y Cultura (La Práctica y el Significado del Color de la Antigüedad a la Abstracción)
Ediciones Siruela, Madrid (1993), p.p 66

-[Car] CARTER F.
A Journey from Gibraltar to Málaga
Londres (1783)

-[Co 1],[Co 2] COXETER H.S.M
Introduction to Geometry
Wiley, New York (1961, 1967)
(Fundamentos de Geometría, Limusa-Wiley, Mexico (1971))

Coloured Symmetry
M.C. Escher: Art and Science, North-Holland (1986), p.p. 15-33

-[Co-Mo] COXETER H.S.M. -MOSER W.Q.
Generator and Relations for Discrete Groups
Springer-Verlag, Berlin (1964 y 1980)

-[Coll] COLLETTE JEAN-PAUL
Historia de las Matemáticas I y II
Ed. SigloXXI. Madrid (1985), p.p 194-215

-[Cor] CORNELIS VAN DE VEN
El Espacio en Arquitectura (La Evolución de una Idea Nueva en la Teoría e Historia de los Movimientos Modernos)
Ediciones Cátedra S.A. Madrid 1981

-[Cos] COSTA J.
Imagen Global (Enciclopedia del Diseño)
Edit. CEAC, Barcelona 1987, p.p 84

-[Crit] CRITHLOW, K.
Islamic Patterns (An Analytical and Cosmological Approach Foreword by Seyyed Hossein Nasr)
Thames & Hudson, Ltd., Londres, (1976)

-[Cro] CROWE, D.W.
Flow Charts as an Aid to the Symmetry Classification of Patterned Design
 En *Material Anthropology: Contemporary Approaches to Material Culture*, editado por B.Reynolds y M. Stott, 69-101.
 Lanham, Maryland: University Press of America. (1987)

-[Cro-Said-Par] CROWE, D.-EL-SAID, I.-AYSE PARMAN
The Geometry of African Art. Part 2. A Catalog of Benin Patterns. *Historia Mathematica* 2:253-71. (1975)
Geometric Concepts in Islamic Art London: World of Islam Festival Publishing Company. (1976)

-[Dew] DEWEY J.
L'Arte come Esperienza
 La Nuova Italia, Florencia (1951)

-[Du] DUNNELL, R. C.
Systematics in Prehistory
 New York: Free Press (1971)

-[Dy] DYE D.S.
Chinese Lattice Designs
 Dover, New York (1974)

-[Els-Par] EL-SAID I./ PARMAN A.
Geometric Concepts in Islamic Art
 World of Islam Festival Publishing Company. London (1976)

-[Fa-Ge] FABRIS- GERMANI
Proyecto y Estética en las Artes Gráficas.
 Ediciones Don Bosco. Barcelona (1973), p.p 81

-[Fe-To] FEJES-TOTH L.
Regular Figures
 Pergamon Press, New York (1964)

-[Fie] FIELD G.
Chromatics or an Essay on the Harmony of Colour (1841) and *Chromatography or a Treatise on Colours and Pigments and their Powers in Painting* (1835)

-[Flo] FLORES ESCOBOSA I.
 «Estudios Preliminares sobre Loza Azul y Dorada Nazarí de la Alhambra»
 Cuadernos de Arte y Arqueología (Inst.Hispano Árabe de Cultura). Madrid (1988)
 p.p. 11-16.

-[Fos] FOSTER, D.H.
Local and Global Computational Factors in Visual Pattern Recognition En «Figural Synthesis», editado por P.J.Dodwell y T.Caelli, p.p.83-115
 Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates (1984)

-[FP1] [FP2] FERNÁNDEZ PUERTAS A.

La fachada del Palacio de Comares. Situación, función y génesis
Edita: Patronato de la Alhambra y Generalife, Granada (1980)

Notas sobre el lazo hispano-musulmán

Revista Epsilon (La Alhambra). Asociación de Profesores de Matemáticas de Andalucía, Granada, 1987, p.p43-44

-[Fran] FRANKE H.W.

Mathematics As an Artistic-Generative Principle
Leonardo (1989), p.p 25-26

-[Ge-Fa1] GERMANI-FABRIS

Fundamentos del Proyecto Gráfico
Nuevas Fronteras Gráficas, Barcelona (1973), p.p 66-74

-[Ger] GERSTNER K.

Las Formas del Color
(La Interacción de Elementos Visuales)
Herman Blume, Madrid (1988)

-[GG-1], [GG-2] GARCIA GOMEZ E.

Ibn Zamrak, el Poeta de la Alhambra
Madrid (1943), p.p 65

«Foco de Antigua Luz sobre la Alhambra»

Publicación del Instituto Egipcio de Estudios Islámicos en Madrid. Madrid (1988).
p.p.63.

-[Ghy] GHYKA M. C

Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las Artes
Editorial Poseidon, Barcelona (1983)

-[Gi-1] GIEDION S.

El Presente Eterno: Los Comienzos del Arte
Alianza Editorial, Madrid (1981), p.p 30. p.p 34

-[GM] GOMEZ MORENO M.

Primera y Segunda Parte de la Regla de la Carpintería hecho por D. López de Arenas.
Edic. facsimil con introducción y glosario por Manuel Gomez Moreno, Instituto Valencia de Don Juan, Madrid (1966), p.p 11

-[Go] GOMBRICH

El Sentido del Orden
Editorial G.G.Arte, Barcelona, (1980), p.p 188

-[Gro] GROUPE μ

Tratado del Signo Visual para una Retórica de la Imagen
Cátedra (Signo e Imagen), Madrid (1993), p.p 55

-[Gr-Sh1], [Gr-Sh2] GRÜMBAUM B. - SHEPHARD G. C.
 The Eighty- one Types of Isohedral Tilings in the Plane
 Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 82 (1977), p.p. 177-196

Tiling, patterns, fabrics and related topics in Discrete geometry
 Dt. Math. Verein 456 (1983), p.p.1-32

-[Gu] GUBERN R.
El Simio Informatizado
 Fundesco, Madrid (1987)

-[Hi-C-V] HILBERT D.-COHN -VOSSEN S.
Geometry and the imagination
 Chesea Publishing Company, New York (1952)

-[Heb] HEBB. D.O.
The Organization of Behavior
 New York (1949)

-[Her] HERNAN F.
Variaciones sobre un cuadrado
 Revista Epsilon (La Alhambra). Asociación de Profesores de Matemáticas de
 Andalucía, Granada (1987), p.p 32-42

-[Hod] HODDER, I.
Symbols in Action: Ethnoarchaeological Studies of Material Culture.
 Cambridge: Cambridge University Press. (1982)

-[Jim] JIMÉNEZ A.
 El Arte Islámico (Colección Historia del Arte-HISTORIA 16)
 Madrid (1989), p.p 44

-[Jo] JONES O.
"Advertisement" Plans, Elevations, Sections, and Details of the Alhambra.
 London, (1842)

-[Jul] JULESZ BELA
 Experiments in the Visual Perception of Texture
 Scientific American n° 232 (4) p.p.:34-43 (1975)

-[K] KANDINSKY W.
Punto y Linea sobre el Plano
 Guggenheim Foundation, New York (1947)

-[Ka] KANITZSA G.
Gramática de la Visión, (Percepción y Pensamiento)
 Paidós Comunicación, Barcelona, (1986)

- [Kl] KLEE P.
Das Bilnerische Denken
ed. por Jürg Spiller, t.1. Basilea-Stuttgart, (1956) p.p 24
- [Kof] KOFFKA, K.
Principios de Psicología de la Forma
Paidós Comunicación, Buenos Aires, (1973)
- [Köh] KÖHLER W.
Psicología de la Forma
Biblioteca Nueva, (1972)
- [Kro] KROEBER, A.L.
Style and Civilization.
Ithaca: Cornell University Press. (1957)
- [Küp] KÜPPERS H.
Atlas de los Colores
Editorial Blume, Barcelona (1979), p.p 15
- [Lang] LANGER S.
Los problemas del Arte
Ediciones Infinito, Buenos Aires (1966), p.p 96
- [Lock] LOCKER, J.L.
Die Welten des M.C.Escher
Manfred Pawlar Verlagsellschaft MBH, (1971)
- [M] ATTILIO MARCOLLI
Psicología de la Forma (Teoría del Campo)
Xarait Ediciones, Madrid (1978). p.p 105. p.p 271-276
- [ManA] FERNANDO CHUECA- ANGEL ISAC Y OTROS
Manifiesto de la Alhambra.
Fundación Rodríguez-Acosta/ Colegio oficial de Arquitectos de Andalucía Oriental. Granada (1993)
- [Mand] MANDELBROT B.
TheFractal Geometry of Nature
Freeman, San Francisco, (1982)
- [Març] MARÇAIS
L'Architecture Musulmane d'Occident
Paris, (1954)
- [Mar] MARTIN, G. E.
Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry.
Springer, New York, (1982)

- [Max] MAX J.
Concepts of Space
 Cambridge (1954), (1969)
- [Mcco] MCCOBY, E.E.
 What Copying Requires
 Ontario Journal of Educacional Research 10: p.p.163-170 (1968)
- [McGi] MC. GILLAVRAY
Aspectos Simétricos de los Dibujos Periódicos de Escher
 Oostohek, Utrecht (1965)
- [MoA] MONTESINOS AMILIBIA J.Mª.
 Caleidoscopios y Grupos Cristalográficos en la Alhambra
 Epsilon 9 (1987), p.p. 9-30
- [Mo] MOLES, A.
Pensar en Línea o Pensar en Superficie
Imagen Didáctica (Enciclopedia de Diseño)
 Ediciones CEAC S.A. Barcelona (1991) p.p 9
- [Nu] NUERE E.
La carpintería de lo Blanco
 (Lectura Dibujada del Primer Manuscrito de Diego López de Arenas) p.p. 35
 Instituto de la Juventud.Promoción Comunitaria
 Madrid (1985)
- [PD] PRISSE D'AAVENNES
L'Art Arabe 1867
- [Per] PERICOT J.
Servirse de la Imagen
 Editorial Ariel Comunicación, Barcelona (1987)
- [Pick] PICK A.D.
 Cognition: Psychological Perspectives. En Handbook of Cross-Cultural Psychology,
 Vol.3, editado por H.C. Triandis and W. Lonner, p.p.117-153
 Boston: Allyn & Bacon, Inc. (1980)
- [PM] MALDONADO P.
El Arte Hispanomusulmán en su Decoración Geométrica (Una Teoría para un Estilo).
 M.A.E. Agencia Española de Cooperación Internacional (Instituto de Cooperación con el Mundo Árabe),
 Madrid, (1975), p.p 16, 20 22
- [PuV] PUERTAS VILCHEZ, J.M.
Los Códigos de Utopía de la Alhambra de Granada
 Biblioteca de Ensayo, Diputación Provincial de Granada (1990), p.p 95

-[PV] PRIETO VIVES A.
El Arte de la Lacería
 Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid (1977), p.p 45

-[PV-GM] PRIETO VIVES Y GOMEZ MORENO
El lazo, Decoración Geométrica Musulmana
 Madrid, (1921)

-[PG-1], [PG-2] PÉREZ GOMEZ R.
 The Four Regular Mosaics missing in The Alhambra
 Comp. and Math. with Appls. 14, 2 (1987), p.p. 133-137

Alicatados, Colección «VIVO LA ALHAMBRA»
 Proyecto Sur de Ediciones, Granada (1990), p.p 15

-[PG-R,1], [PG-R,2], [PG-R,3] PÉREZ GÓMEZ R. Y RUIZ C.
Methods of colouring perfectly
 (pendiente de publicación)

Simmety Chromatic
 (pendiente de publicación)

¿Ecuación del color?
 (pendiente de publicación)

-[Pick] PICK, A. D.
Cognition: Psychological Perspective. In *Handbook of Cross-Cultural Psychology*,
 Vol.3, edited by H.C. Triandis and W.Lonner, 117-53 Boston: Allyn & Bacon, Inc.

-[Qui] QUILLINAN D.
 Journal of a few Month (Residence in Portugal and Glimpses of the South of Spain)
 Londres, (1847). (Véase edición de 1895, p.p 245)

-[Re] REED S. K.
Psychological Processes in Pattern Recognition
 Academic Press, New York (1973)

-[Req] REQUEJO T.
El Palacio Encantado (La Alhambra en el Arte Británico)
 Taurus Humanidades (Alfaguara S.A.), Madrid (1990), p.p 78-88

-[RG-PG] RUIZ GARRIDO C. Y PEREZ GOMEZ R.
Visiones Matemáticas de la Alhambra. El Color
 Revista Epsilon (La Alhambra). Asociación de Profesores de Matemáticas de
 Andalucía, Granada, 1987

-[Ros] ROSELLÓ BORDOY G.
La Cerámica en Al-Andaluz
 Catálogo de Al-Andalus (Las Artes Islámicas en España).
 Ediciones El Viso, Madrid (1992), p.p 97-103

-[Sa] SALVADOR M.L.
Yer Dailege! Kuna Women's Art
 Albuquerque: Maxwell Museum of Anthropology. (1978)

-[Sch] SCHACHTEL E.
Metamorphosis
 Basic Books (1959)

-[Scha1], [Scha2] SCHATTSCHEIDER D.
 The Plane Symmetry Groupe: Their Recognitions and Notation.
 Am. Montly.85 (1978), p.p.673-695

In black and white:how to create perfectly colored symmetric patterns
 Comp. and Math. with Appls. 12B (1986), p.p. 673-695

-[Schu-Burc] BURCKHARDT, T.
La civilización hispano-árabe
 Alianza, Madrid, 1985

-[Schw-1], [Schw-2] SCHWARZENBERGER R.L.E.
N-dimensional crystallography
 Pitman, London (1980)

Colour, Symmetry
 Bull. London Math.Soc.16 (1984), p.p 209-240

-[Se] SENECHAL, M.
 Coloring Symmetrical Objects Symmetrically
 Mathematics Magazine 56:3-16
 Univ.Massachusetts (1983)

-[Shap] SHAPIRO, M.B.
 The Rotation of Drawings by Illiterate Africans
 Journal of Social Psychology 52: p.p.17-30 (1970)

-[Spe] SPEISER A.
 Theorie der Gruppen von Endlicher Ordnung. 2^a ed.
 Springer, Berlin (1927)

-[ToBa] TORRES BALBÁS L.
 «Obra Dispersa I» Al-Andalus, Crónica de la España Musulmana,4.
 Instituto de España. Madrid (1982). p.p.191

-[Truc] TRUCHET S.
 The Tiling Patterns of Sebastiaen Truchet and the Topology of Structural Hierarchy
 por C.S. Smith y P.Boucher
 Leonardo (1987), vol.20, n°4, p.p 373-385



MICROCOPY RESOLUTION TEST CHART
NATIONAL BUREAU OF STANDARDS
STANDARD REFERENCE MATERIAL 1010a
(ANSI and ISO TEST CHART No. 2)

-[Sa] SALVADOR M.L.

Yer Dailege! Kuna Women's Art

Albuquerque: Maxwell Museum of Anthropology. (1978)

-[Sch] SCHACHTEL E.

Metamorphosis

Basic Books (1959)

-[Scha1], [Scha2] SCHATTSCHNEIDER D.

The Plane Symmetry Groupe: Their Recognitions and Notation.

Am. Montly.85 (1978), p.p.673-695

In black and white:how to create perfectly colored symmetric patterns

Comp. and Math. with Appls. 12B (1986), p.p. 673-695

-[Schu-Burc] BURCKHARDT, T.

La civilización hispano-árabe

Alianza, Madrid, 1985

-[Schw-1], [Schw-2] SCHWARZENBERGER R.L.E.

N-dimensional crystallography

Pitman, London (1980)

Colour, Symmetry

Bull. London Math.Soc.16 (1984), p.p 209-240

-[Se] SENECHAL, M.

Coloring Symmetrical Objects Symmetrically

Mathematics Magazine 56:3-16

Univ.Massachusetts (1983)

-[Shap] SHAPIRO, M.B.

The Rotatiön: of Drawings by Illiterate Africans

Journal of Social Pscology 52: p.p.17-30 (1970)

-[Spe] SPEISER A.

Theorie der Gruppen von Endlicher Ordnung. 2^a ed.

Springer, Berlin (1927)

-[ToBa] TORRES BALBÁS L.

«Obra Dispersa I» Al-Andalus, Crónica de la España Musulmana,4.

Instituto de España. Madrid (1982). p.p.191

-[Truc] TRUCHET S.

The Tiling Patterns of Sebastiaen Truchet and the Topology of Structural Hierarchy
por C.S. Smith y P.Boucher

Leonardo (1987), vol.20, n^o4, p.p 373-385

-[Vi] VILLAFANE J.

Introducción a la Teoría de la Imagen
Ediciones Pirámide, S. A. Madrid, (1990).

-[Washb] WASHBURN, D.K.

The Usefulness of Typological Analysis for Understanding Aspects of Southwestern Prehistoric: Some Conflicting Returns from Design Analysis. En «Regional Analysis of Prehistoric Ceramic Variation: Contemporary Studies of the Cibola Whitewares» editado por A. Sullivan and J. Hantman, p.p.120-134. Anthropological Research Papers, nº 31. Tempe: Arizona State University (1984)

-[Was] WASHINGTON IRVING

"The Alhambra" Londres, 1832.
Traducción de J. Ventura Traveset de los "Cuentos de la Alhambra"
Espasa Calpe. Madrid (1983), pp 29, 11º ed.

-[Washb-Cro] D. K. WASHBURN / D. W. CROWE

Symmetries of Culture
(Theory and Practice of Plane Pattern Analysis)
University of Washington Press. Seattle and London (1988).

-[Wer] WERTHEIMER M.

Principios de Organización Perceptual
Ediciones Tres. Buenos Aires (1960).

-[Wey] WEYL, H.

La Simetría
Princeton University Press (1952)
Ediciones de Promoción Cultural. S.A. Barcelona (1974).

-[Wi] WIETING T.W.

N-chromatic plane ornaments
Notices Amer. Math. Soc. 24 (1977), A-491

-[Wob] WOBST, M.

Stylistic Behavior and Information Exchange. In « For the Director: Research Essays in Honor of James B. Griffin» editado por C. Cleland, 317-342. Anthropological papers, nº 61. Ann Arbor: University of Michigan (1977)

-[Wol] WOLF I.L.

The Precedence of Global Processing in Symmetry Perception.
Departamento de Psicología. Univ. Estatal de Arizona, E.E.U.U.
Tempe : Arizona. 85287-1104

-[Wolfg] WOLFGANG VON WERSIN]

Das Elementare Ornament and Seine Gesetzlichkeit.
Ravensburg (1954).

Indice

- 1 Introducción 4
- 2 De la base histórica del lugar de estudio 10
- 3 La Alhambra como arquitectura de poder 19
- 4 El color en la decoración geométrica de la Alhambra 26
- 5 Puntos de vista para estudiar las formas 36
 Representación de las formas. Un problema de paso de 3D a 2D. 43
 La herramienta: Geometría 45
- 6 Las formas del arte nazarí 49
 - 6.1 Formas arquitectónicas planas y espaciales 51
 - 6.1.1 Estructuras arquitectónicas (2D)
 - 6.1.2 Formas tridimensionales (3D) 55
 - Artesonados 56
 - Mocárabes 59
 - Cúpulas 62
 - 6.2 Formas decorativas planas . Mosaicos, alicatados, lacerías 63
 - El triángulo isósceles, rectángulo y equilátero 65
 - El cuadrado (unidad modular básica) y formas equisuperficiales 66
 - Rectángulos y rombos 70
 - Giros del cuadrado (octógono regular, sinos, ruedas). 71
 - Otros polígonos regulares. El caso del eneágono regular 82
 - El círculo 83
 - Rosáceas 86
 - La cuadrícula 92
 - Poliminós 95
 - Lacerías 104
 - Mosaicos de alicatados 111
 - Nota (breve historia acerca del mosaico) 113
- 7 Desde el estudio de los elementos de simetría
 de los mosaicos de la Alhambra, hasta la creación de nuevos diseños 115
 - El instrumental de la Edad Media 119
 - El instrumental en la Actualidad 121
 - Imagen y ordenador Mackintosh 125

7.1	Prehistoria de la Teoría de Grupos	126
7.2	Visión matemática actual de la decoración Islámica	130
	Rosáceas	131
	Frisos	132
	Mosaicos (Mosaicos periódicos: 17 tipos)	134
	Sobre el diseño de las teselas	136
	Los mosaicos regulares	137
	Los mosaicos semirregulares	139
	Los mosaicos de Penrose y de Vogensberg	141
7.3	Grupos Cristalográficos Planos. Definición	142
7.4	Notación y Generadores de los Grupos Cristalográficos Planos	147
	7.4.1 Notaciones	147
	7.4.2 Generadores	150
	7.4.3 Simetría cromática	152
	7.4.3.1 En blanco y negro	154
	7.4.3.2 Coloraciones perfectas con tres o más colores	160
7.5	Estudios de los mosaicos de la Alhambra	163
8	Conclusiones	173
9	Bibliografía	178