



**LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS  
CARTESIANAS PRESENTES EN LOS LIBROS DE TEXTO DE  
CIENCIAS EXPERIMENTALES, SUS CARACTERÍSTICAS Y EL  
USO QUE SE HACE DE ELLAS EN EL AULA**

**MEMORIA DE TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR:**

**José Joaquín García García**

**PARA OPTAR AL GRADO DE:**

**Doctor por la Universidad de Granada**

**PROGRAMA DE:**

**Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales**

**DIRIGIDA POR EL PROFESOR:**

**DOCTOR:**

**D. Francisco Javier Perales Palacios**

**Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales  
de la Facultad de Ciencias de la Educación**

**Granada, 2005**





**LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS  
CARTESIANAS PRESENTES EN LOS LIBROS DE TEXTO DE  
CIENCIAS EXPERIMENTALES, SUS CARACTERÍSTICAS Y EL  
USO QUE SE HACE DE ELLAS EN EL AULA**

**MEMORIA DE TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR:**

**José Joaquín García García**

**PARA OPTAR AL GRADO DE:**

**Doctor por la Universidad de Granada**

**PROGRAMA DE:**

**Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales**

**DIRIGIDA POR EL PROFESOR:**

**DOCTOR:**

**D. Francisco Javier Perales Palacios**

**Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales  
de la Facultad de Ciencias de la Educación**

**Granada, 2005**

**Fdo: -----  
José Joaquín García García  
El Doctorando**

**Fdo: -----  
Francisco Javier Perales Palacios  
El Director**



*Universidad  
De  
Granada*

**Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Universidad de Granada**

**FRANCISCO JAVIER PERALES PALACIOS**, Catedrático de Universidad del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada, como director de la Tesis Doctoral titulada “LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS PRESENTES EN LOS LIBROS DE TEXTO DE CIENCIAS EXPERIMENTALES, SUS CARACTERÍSTICAS Y EL USO QUE SE HACE DE ELLAS EN EL AULA”, presentada por D. José Joaquín García García.

Considera que reúne los requisitos de interés académico, rigor científico y actualidad documental necesarios para ser presentada a su lectura. Por lo que,

**INFORMA** favorablemente a la misma, autorizando su presentación con el fin de proceder a su defensa pública

En Granada, a 20 de junio de 2005

Fdo. Francisco Javier Perales Palacios

## **AGRADECIMIENTOS**

Inicialmente quisiera agradecerle a la Providencia el haberme traído con bien a estas tierras tan lejanas para mí y por propiciarme la Fe y la constancia suficientes para poder llevar a cabo este trabajo de tesis. La realización de este trabajo no hubiese sido posible sin la colaboración de un gran número de personas e instituciones. En primer lugar quiero expresar mi profundo agradecimiento a los profesores del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Granada: Doctores Francisco Javier Perales Palacios y Agustín Cervantes Madrid, director y tutor respectivamente de este trabajo, quienes aportaron su experiencia y conocimientos en el campo de la Didáctica de las Ciencias. Así mismo, debo agradecer a todo el equipo de profesores del Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales por ofrecer sus inquietudes académicas y por generar en mi interrogantes que hicieron posible ésta investigación. En especial, quisiera agradecer a los profesores Francisco González García quien como coordinador del programa me prestó toda la colaboración posible y al profesor Manuel Fernández Gonzáles quien me apoyó junto con el profesor Perales con su recomendación académica para la obtención de una ayuda económica para llevar a cabo este trabajo y que siempre me animó de forma positiva y amable durante su realización. Igualmente quisiera agradecer a los profesores del Departamento de Didáctica de las ciencias Experimentales de la Universidad de Granada: Esteban de Manuel Torres, Agustín Cervantes y Manuel Fernández; a los profesores del Departamento de Química Inorgánica de la Universidad de Granada: Enrique Colacio y Cipriano Augusti y, a los profesores de área de Química del colegio Champagnat de Santafé de Bogotá; quienes me colaboraron en el diligenciamiento de una encuesta necesaria para el desarrollo de este trabajo. Así mismo, quisiera agradecer a los

profesores Pedro Álvarez Suárez del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Enrique Colacio del Departamento de Química inorgánica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada y Yesid Alejandro Parada del Colegio Champagnat de Bogotá (Col) por poner a mi disposición los grupos de estudiantes a quienes se les aplicó una batería de pruebas en el marco de esta investigación. Igualmente quisiera agradecer a la señora Salomé Marinetto Jefe de negociado del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales quien me colaboró en todo aquello que estuvo a su alcance y sobre todo me facilitó el acceso a los recursos bibliográficos e informáticos necesarios para el desarrollo de esta investigación. También quisiera expresar mi agradecimiento a la Facultad Educación de la Universidad de Antioquia (Colombia) y a sus Decanos Queipo Timaná Franco y Carlos Arturo Soto Lombana por haberme apoyado en la realización de este programa de estudios doctorales con la concesión de la comisión de estudios por 5 años. Así mismo quisiera agradecer a la Agencia Española de Cooperación Internacional AECI por haberme concedido una beca en el marco de su programa de cooperación con Latinoamérica para que pudiese llevar a cabo sin dificultades económicas el programa de Doctorado así como la formulación inicial de mi proyecto de tesis Doctoral. De la misma forma quisiera agradecer al Instituto Colombiano para el desarrollo de la Ciencia y la Tecnología COLCIENCIAS por haberme otorgado un crédito con el fin de poder llevar a buen termino mi trabajo de tesis doctoral. Finalmente quisiera agradecerle muy especialmente a mi esposa Nubia Jeannette y a mis hijos Mateo Alejandro y Maria Camila por haberme dado parte de su tiempo para que yo pudiese dedicarme a la realización de esta tesis.

# INDICE

## INTRODUCCIÓN

### CAPITULO 1. EL PROBLEMA OBJETO DE INVESTIGACIÓN.

1. 1. EL PROBLEMA Y SU JUSTIFICACIÓN.	11
1. 2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.	15

### CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. EL CONCEPTO DE REPRESENTACIÓN.	20
2.1.1. Tipos de representaciones.	21
2.1.2. La naturaleza de las representaciones externas.	23
2.1.2.1. Clases de representaciones externas	26
2.1.3. Los sistemas semióticos y la construcción de las representaciones mentales.	28
2.1.3.1. Actividades cognitivas relacionadas con la semiosis.	29
2.1.4. Representaciones externas (semióticas) y aprendizaje.	33
2.1.5. El aprendizaje fundado en la conversión de representaciones.	37
2.1.6. El tratamiento y la conversión de representaciones en la resolución de problemas.	38
2.1.7. El plano cartesiano y la conversión de registros.	40
2.1.7.1. Tratamientos realizados con la representaciones gráficas.	40
2.1.7.2. Unidades simbólicas significativas de las expresiones algebraicas y variables visuales pertinentes en los gráficos.	42
2.2. NATURALEZA E IMPORTANCIA DE LAS REPRESENTACIONES EXTERNAS DE CARÁCTER GRÁFICO.	48
2.2.1. La importancia de la información gráfica.	50
2.2.2. Usos generales de las representaciones gráficas.	53
2.2.3. Tipos de información gráfica.	56
2.2.4. Enfoques de investigación didáctica sobre: la construcción e interpretación de las representaciones gráficas.	56

2.2.5. Procesos cognitivos relacionados con la construcción de las representaciones gráficas.	60
2.2.6. Factores que influyen en la ejecución de las tareas referidas a la construcción e interpretación de gráficas.	67
2.2.7. La construcción e interpretación de representaciones gráficas.	69
2.2.7.1. La noción de variable y las gráficas cartesianas.	70
2.2.7.2. El proceso de construcción de las representaciones gráficas.	72
2.2.7.3. El proceso de interpretación de las representaciones gráficas.	75
2.2.7.3.1. Habilidades y requisitos necesarios para la interpretación de gráficas numéricas.	80
2.2.7.3.2. Elementos de análisis para la Interpretación de las gráficas.	81
2.3. INTERACCIONES ENTRE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS Y LOS PROCESOS ESCOLARES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE.	84
2.3.1. Concepciones erróneas encontradas en la construcción e interpretación de gráficas.	85
2.3.2. ¿Cómo interpretan las gráficas los estudiantes y los expertos?	91
2.3.3. Las representaciones gráficas en la clase de ciencias.	92
2.4. LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN LOS TEXTOS.	96
<b>CAPITULO 3. METODOLOGÍA.</b>	
3.1. POBLACIÓN Y MUESTRA.	103
3.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN A REALIZAR.	107
3.3. HIPÓTESIS DE TRABAJO.	108
3.3.1. Hipótesis para el primer estudio.	108
3.3.2. Hipótesis para el segundo estudio.	109
3.3.3. Hipótesis para el tercer estudio.	111
3.4. VARIABLES A ESTUDIAR	112
3.4.1. Variables analizadas en el primer estudio.	112
3.4.2. Variables analizadas en el segundo estudio.	116



3.4.2.1. Variables relacionadas con la comprensión de las representaciones gráficas.	116
3.4.2.2. Variables manipuladas referidas al uso y volumen de Información de las gráficas, así como a la formación de los estudiantes.	121
3.4.3. Variables analizadas en el tercer estudio.	122
3.4.3.1. Variables referidas a la frecuencia de uso de actividades relacionadas con las representaciones gráficas.	122
3.4.3.2. Variables referidas al tipo de actividades realizadas y relacionadas con las representaciones gráficas.	125
3.4.3.3. Variables relacionadas con las preferencias de los docentes sobre el uso de las representaciones y de las gráficas cartesianas.	128
3.4.3.4. Variables referidas a los objetivos de las actividades relacionadas con las representaciones gráficas y a los criterios sobre el desempeño de los estudiantes.	132
3.5. FASES DE LA INVESTIGACIÓN.	134

## **CAPÍTULO 4. ELABORACIÓN Y PUESTA A PUNTO DE LOS INSTRUMENTOS USADOS PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.**

4.1. SOBRE EL DISEÑO DE LA MATRIZ DE DATOS USADA PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN EN EL PRIMER ESTUDIO.	151
4.2. SOBRE EL DISEÑO DE LAS PRUEBAS USADAS EN EL SEGUNDO ESTUDIO	153
4.2.1. Sobre la selección de las gráficas a proponer en las pruebas.	153
4.2.2. Sobre el estudio piloto y la puesta a punto de las pruebas.	154
4.2.3. Sobre el análisis factorial llevado a cabo en las nueve pruebas.	156
4.3. DISEÑO DE UN CUESTIONARIO DE CONTRASTE EN EL TERCER ESTUDIO.	159

## **CAPITULO 5. RESULTADOS DEL PRIMER ESTUDIO SOBRE LA CARACTERIZACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE CIENCIAS.**

**5.1. SOBRE LA ESTRUCTURACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS. 164**

**5.2. SOBRE LA INCLUSIÓN DE ELEMENTOS INFORMATIVOS NO ESTRUCTURALES DENTRO DEL GRÁFICO. 166**

**5.3. SOBRE LA INFORMACIÓN APORTADA POR EL CONTEXTO GRÁFICO. 167**

**5.4. SOBRE EL USO DADO A LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS. 169**

**5.4.1. Sobre el uso didáctico dado a las representaciones gráficas. 169**

**5.4.2. Sobre el uso científico dado a las representaciones gráficas. 171**

**5.5. SOBRE LOS VOLÚMENES DE INFORMACIÓN EN EL INTERIOR Y EL EXTERIOR DE LAS GRÁFICAS. 172**

**5.5.1. Ajuste a la curva normal de las distribuciones de las variables referidas a los volúmenes de información de la gráfica. 173**

**5.5.2. Estudio de correlación entre las variables referidas a los volúmenes de información de la gráfica. 175**

**5.5.3. Sobre la comparación entre el uso didáctico dado a las Gráficas y el Volumen de información presentado por ellas. 176**

**5.5.4. Sobre la comparación entre el uso científico dado a las gráficas y el Volumen de información presentado por ellas. 181**

**5.6. SOBRE LOS CONTENIDOS CIENTÍFICOS REFERIDOS EN LAS GRÁFICAS 184**

## **CAPITULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DEL PRIMER ESTUDIO**

**6.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS EN EL PRIMER ESTUDIO. 188**

**CAPÍTULO 7. RESULTADOS DEL SEGUNDO ESTUDIO SOBRE LA  
COMPRENSIÓN QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE LAS  
REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS  
LIBROS DE TEXTO DE CIENCIAS.**

**7.1. ESTUDIO DESCRIPTIVO SOBRE LA EJECUCIÓN DE LAS  
TAREAS PROPIAS DE CADA NIVEL DE COMPRENSIÓN SOBRE  
LA GRÁFICA CARTESIANA. 207**

**7.1.1. Sobre la ejecución de las tareas propias del nivel de comprensión  
explícita. 208**

**7.1.2. Sobre la ejecución de las tareas propias del nivel de comprensión  
implícita. 209**

**7.1.3. Sobre la ejecución de las tareas propias del nivel de comprensión  
conceptual. 230**

**7.2. SOBRE LA RELACIÓN ENTRE EL USO DADO A LAS GRÁFICAS  
Y LA EJECUCIÓN ALCANZADA POR LOS ESTUDIANTES EN LAS  
TAREAS DE CADA UNO DE LOS NIVELES DE COMPRENSIÓN. 243**

**7.2.1. Sobre la relación entre el uso didáctico de las representaciones gráficas  
y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en las tareas  
propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica. 244**

**7.2.2. Sobre la relación entre el uso científico de las representaciones gráficas  
y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en las tareas  
propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica. 249**

**7.3. SOBRE LA RELACIÓN ENTRE EL VOLUMEN DE INFORMACIÓN  
QUE CONTIENEN LAS GRÁFICAS Y LA EJECUCIÓN ALCANZADA  
POR LOS ESTUDIANTES EN CADA UNO DE LOS NIVELES DE  
COMPRENSIÓN. 252**

**7.3.1 Sobre la relación entre el volumen de información en el interior del  
gráfico y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en las  
tareas propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica. 252**

7.3.2. Sobre la relación entre el volumen de información en el exterior del gráfico y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en las tareas propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica.	255
<b>7.4. SOBRE LA INFLUENCIA DEL GRUPO ACADÉMICO (FORMACIÓN) AL QUE PERTENECEN LOS ESTUDIANTES Y EL GRADO DE EJECUCIÓN GLOBAL QUE ELLOS PRESENTAN EN LAS TAREAS PROPIAS DE LOS DIFERENTES NIVELES DE COMPRESIÓN GRÁFICA.</b>	<b>258</b>
 <b>CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DEL SEGUNDO ESTUDIO.</b>	
8.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS EN EL SEGUNDO ESTUDIO.	262
8.2. RECOMENDACIONES SURGIDAS DEL SEGUNDO ESTUDIO.	271
 <b>CAPÍTULO 9. RESULTADOS DEL TERCER ESTUDIO SOBRE EL USO QUE HACEN LOS PROFESORES DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESINAS</b>	
<b>9.1. SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS USOS QUE ATRIBUYEN LOS PROFESORES A LAS GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS TEXTOS.</b>	<b>278</b>
9.1.1. Sobre la prioridad de inclusión de elementos informativos dentro de las gráficas.	278
9.1.2. Sobre la prioridad de inclusión de elementos informativos fuera de las gráficas.	280
9.1.3. Sobre la frecuencia de los usos didácticos de las gráficas cartesianas.	281
9.1.4. Sobre la frecuencia de los usos temáticos de las gráficas cartesianas.	282
<b>9.2. SOBRE LA FRECUENCIA DE USO QUE ATRIBUYEN LOS DOCENTES A LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS Y LAS ACTIVIDADES RELACIONADAS CON ELLAS.</b>	<b>284</b>
9.2.1. Sobre la frecuencia de uso de diferentes representaciones semióticas.	284
9.2.2. Sobre la frecuencia con la que se realizan en el aula conversiones entre diferentes tipos de representaciones semióticas.	286
9.2.3. Sobre la frecuencia de diferentes actividades con gráficas.	287
9.2.4. Sobre la frecuencia en el uso de diferentes tipos de gráficas en el aula.	291

<b>9.3. SOBRE LAS PREFERENCIAS Y LA FRECUENCIA CON LA QUE USAN DIFERENTES TIPOS DE ACTIVIDADES GRÁFICAS LOS DOCENTES DE LOS TRES NIVELES EDUCATIVOS.</b>	<b>291</b>
9.3.1. Sobre las preferencias de los docentes por las representaciones gráficas o no gráficas.	292
9.3.2. Sobre la frecuencia de las actividades referidas a los diferentes niveles de comprensión gráfica.	293
9.3.3. Sobre la frecuencia de las actividades de construcción e interpretación de gráficas.	295
<b>9.4. SOBRE LOS CRITERIOS DE LOS DOCENTES ACERCA DE LOS TRABAJOS PRÁCTICOS Y DEL DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES</b>	<b>296</b>
<b>9.5. SOBRE LAS CAUSAS QUE ATRIBUYEN LOS DOCENTES A LAS FALLAS DE LOS ESTUDIANTES EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS</b>	<b>297</b>
<b>CAPÍTULO 10. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES DEL TERCER ESTUDIO</b>	
10. 1. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS DEL TERCER ESTUDIO	301
10. 2. RECOMENDACIONES SURGIDAS DEL TERCER ESTUDIO	304
<b>CAPÍTULO 11. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
11. 1. CONCLUSIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN	307
11.2. RECOMENDACIONES GENERALES SURGIDAS DE LA INVESTIGACIÓN	309
<b>CAPÍTULO 12. PERSPECTIVAS DE INVESTIGACIÓN</b>	
12. 1. PERSPECTIVAS SURGIDAS DEL ANÁLISIS DEL MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN	312
12. 2. PERSPECTIVAS SURGIDAS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	313
<b>BIBLIOGRAFÍA.</b>	<b>316</b>

## **ANEXOS**

<b>ANEXO 1. PLANILLA PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN. ESTUDIO 1.</b>	<b>332</b>
<b>ANEXO 2. PRUEBA 1.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO EXPOSITIVO.</b>	<b>333</b>
<b>ANEXO 3. PRUEBA 1.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO PROBLÉMICO.</b>	<b>335</b>
<b>ANEXO 4. PRUEBA 1.C. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO INSTRUMENTAL.</b>	<b>337</b>
<b>ANEXO 5. PRUEBA 2.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO CIENTÍFICO TEÓRICO.</b>	<b>340</b>
<b>ANEXO 6. PRUEBA 2.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO CIENTÍFICO EXPERIMENTAL.</b>	<b>342</b>
<b>ANEXO 7. PRUEBA 3.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS CON ALTO VOLUMEN DE INFORMACIÓN INTERNA.</b>	<b>344</b>
<b>ANEXO 8. PRUEBA 3.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS CON BAJO VOLUMEN DE INFORMACIÓN INTERNA.</b>	<b>346</b>
<b>ANEXO 9. PRUEBA 4.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS CON ALTO VOLUMEN DE INFORMACIÓN EXTERNA.</b>	<b>348</b>
<b>ANEXO 10. PRUEBA 4.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS CON BAJO VOLUMEN DE INFORMACIÓN EXTERNA.</b>	<b>350</b>
<b>ANEXO 11. CUESTIONARIO SOBRE LA UTILIZACIÓN QUE HACE EL PROFESORADO DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS USADAS EN EL AULA DE QUÍMICA.</b>	<b>352</b>

# **INTRODUCCIÓN**

## INTRODUCCIÓN

El autor, luego de graduarse como Magíster en Docencia de la Química (1993, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia), obtiene una plaza de profesor asociado en el área de Didáctica de las Ciencias en la Universidad de Antioquia (1995... Medellín, Colombia), en donde elaboró propuestas didácticas, basadas en la investigación en el aula (Salcedo y García 1995; Salcedo y García 1997) y en la resolución de problemas (García 1998a; 1998b; 2000a; 2003). Durante el año de 1997 con el auspicio de la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI), el autor tuvo la oportunidad de conocer el programa de Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales ofrecido por la Facultad de Ciencias de la Educación la Universidad de Granada, y de escribir textos compartidos con los docentes de este programa de (García, 2000b). Dicha experiencia le facilitó al autor reconocer en este programa de Doctorado un espacio académico con las condiciones y los requisitos materiales y humanos para llevar a cabo su Tesis Doctoral.

En acuerdo con este reconocimiento, durante el año 2000 el autor obtiene una beca otorgada por la AECI para llevar a cabo sus estudios de Doctorado en dicho programa. Finalmente, durante el año 2003 el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología Francisco José de Caldas (COLCIENCIAS) le concede al autor un crédito para continuar y terminar su tesis Doctoral.

La tesis Doctoral aquí presentada está orientada por la concepción del “aprendizaje situado” (Brown, Collins y Duguid 1989; Greeno 1998; Resnick 1988). Esta concepción entiende el aprendizaje como el resultado de la interacción del sujeto



con los otros, con sus profesores, con el medio, con los materiales a los que tiene acceso y con los recursos de carácter simbólico y tecnológico que pueda utilizar.

En este marco, el trabajo que aquí se presenta centra su interés en los recursos simbólicos que puede utilizar el estudiante y en particular, en los sistemas de representación externa que entran en interacción con él. Este interés se debe al reconocimiento de que las características de los sistemas de representación externa, es decir, sus estructuras organizacionales e interrelaciones, proveen posibilidades y limitaciones que pueden facilitar o inhibir el aprendizaje de los estudiantes.

El interés en esta investigación por los sistemas de representación externa y en particular, por los que utiliza la ciencia para comunicar el conocimiento obedece a cuatro argumentos:

- La ciencia está conformada, entre otras cosas, por numerosas representaciones sobre los fenómenos que estudia.
- Las representaciones usadas por la ciencia son de naturaleza semiótica porque pueden ser expresadas y compartidas con otros.
- El aprendizaje de los conceptos pertenecientes a la ciencia está ligado al aprendizaje sobre las representaciones que forman parte del conocimiento científico.
- El aprendizaje de las ciencias debe hacer énfasis en los procesos necesarios para formar estas representaciones semióticas y para transformarlas en otras.

El que el autor se interesase por este tipo de representaciones obedece a dos razones. En primer lugar, porque cuando tuvo la oportunidad de diseñar estrategias didácticas basadas en el proceso de resolución de problemas pudo observar cómo la representación de la situación problema era una de las etapas más difíciles en dicho proceso. En segundo lugar, porque durante la preparación de un proyecto junto a otros docentes sobre los procesos de matematización en las ciencias experimentales (Química y Física) reconoció la importancia de las representaciones de carácter matemático utilizadas para la construcción del conocimiento en ciencias experimentales.

El interés del autor por las representaciones semióticas externas y en particular por aquellas de tipo matemático usadas en las ciencias experimentales, se concreta en este trabajo de tesis Doctoral sobre las representaciones gráficas cartesianas, el uso que se hace de ellas y la comprensión que tienen de las mismas los estudiantes. El haber seleccionado a las representaciones gráficas cartesianas como representaciones externas interesantes para ser estudiadas, se debe a que el autor cree que este tipo gráficas son representaciones claves en la ciencia y que forman parte de la columna vertebral de los procesos de experimentación y de comunicación científica.

El autor lleva a cabo este trabajo estudiando a las representaciones gráficas cartesianas en tres contextos relacionados: las gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de ciencias experimentales y referidas al campo de la Química, la comprensión que tienen los estudiantes de ellas y, el uso que hacen de este tipo de representaciones los profesores de Química. Así, el autor presenta en este trabajo tres estudios referidos cada uno a los contextos ya mencionados, que aunque diferentes se encuentran articulados.

La realización del primer estudio obedece al reconocimiento de que los libros de texto son usados de forma masiva en las aulas de ciencias, para dar a conocer las múltiples representaciones con las cuales es posible comunicar el conocimiento científico. Este primer estudio fue de carácter descriptivo. En este estudio inicial se analizaron 202 representaciones gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química presentes en los libros de texto de Física y Química, y de Química para el nivel de Bachillerato. Dicho estudio pretendía reconocer las características y los usos de las representaciones gráficas analizadas, además de establecer si existía alguna relación entre estos dos factores. En este estudio se llevaron a cabo varias etapas.

En primer lugar, se realizó la caracterización de las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto. Esto se hizo determinando los elementos informativos que presentaban las gráficas, tanto dentro del espacio gráfico como en el contexto en el cual se encontraban insertas. En segundo lugar, haciendo uso de la cuantificación de los elementos informativos presentados por las gráficas en su interior y en su contexto, se determinaron sus volúmenes de información interno (número de elementos informativos incluidos dentro de la grafica) y externo (número de elementos

informativos incluidos en el contexto en el cual la grafica se encuentra inserta). En tercer lugar, se llevó a cabo la clasificación de las representaciones gráficas cartesianas de acuerdo al uso científico y didáctico que se les asignaba en los libros de texto. En cuarto lugar, se trató de establecer si el uso científico y didáctico que presentaban las gráficas cartesianas influía en el volumen de información interno y externo exhibido por ellas. En quinto lugar, se determinaron las temáticas a las que se refieren las representaciones gráficas estudiadas. Finalmente, a partir del análisis de los resultados obtenidos se elaboraron una serie de conclusiones y recomendaciones referidas al uso y a las características de las representaciones gráficas cartesianas en los textos de ciencias experimentales.

El segundo estudio aquí presentado, hace referencia a la comprensión que presentan los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas. Este segundo estudio perseguía además de determinar el grado de ejecución con el cual los estudiantes llevaban a cabo diversas tareas de interpretación de gráficas cartesianas, establecer si dicho grado de ejecución estaba influenciado por factores como el tipo de gráfica interpretada (de acuerdo a su uso y volúmenes de información) o la formación académica de los estudiantes.

En el segundo estudio se abordaron varias etapas. En la primera, se diseñó un grupo de pruebas que propone para su interpretación representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto, cuyos usos semánticos y científicos, así como sus volúmenes de información variaban de acuerdo a la prueba. Durante la segunda etapa se aplican estas pruebas a un grupo piloto conformado por estudiantes de la Diplomatura en Educación Primaria de la Universidad de Granada. Esto se hace con el fin de reconocer fallos en la estructuración de las pruebas y de realizar así las posibles modificaciones a que se diera lugar en las mismas. En la tercera etapa, se aplican las pruebas corregidas a dos grupos de estudiantes. El primero pertenecía al segundo curso del nivel del bachillerato en el área de las ciencias experimentales (Colombia). El segundo grupo cursaba el segundo año de la Licenciatura en Química (España). La aplicación de las pruebas sirvió para recolectar datos acerca del grado de ejecución que presentan los estudiantes cuando llevan a cabo diferentes tareas de interpretación de gráficas y, para establecer si este grado de ejecución está influenciado por factores como el uso de la gráfica (semántico y científico), los volúmenes de información de la misma

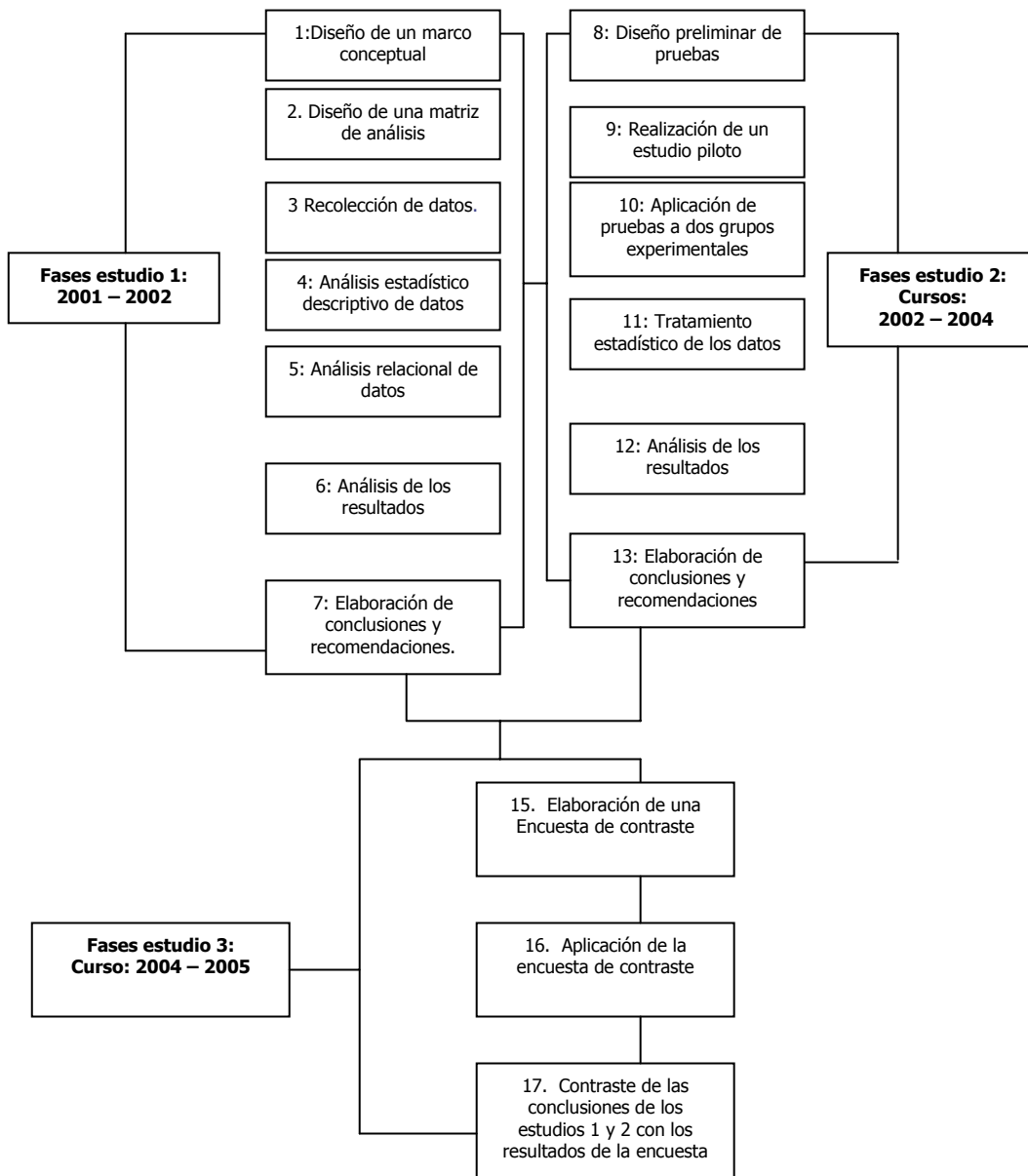
o la formación académica de los estudiantes. En una cuarta etapa se tratan estadísticamente los datos obtenidos. En la quinta etapa se analizan los resultados obtenidos con el fin de elaborar inferencias interesantes acerca de los mismos. En la sexta etapa de este segundo estudio se elaboran las conclusiones y las recomendaciones surgidas del análisis de resultados llevados a cabo en la etapa anterior.

El tercer estudio consistió en determinar qué uso daban los docentes de Química a las representaciones gráficas cartesianas. Este estudio se realizó con el objetivo de contrastar los resultados obtenidos en los dos primeros estudios con la visión que presenta el profesor sobre su propia práctica. Para realizar este tercer estudio, también se llevaron a cabo varias etapas. En la primera etapa se procedió a la elaboración de una encuesta en la que se indagaba por aspectos como: la frecuencia con la cual los docentes de Química realizan diversas actividades relacionadas con el uso de las representaciones gráficas cartesianas, la frecuencia con la cual ellos usan distintos tipos de representaciones semióticas externas, la frecuencia con la cual hacen interactuar estos diversos tipos de representaciones, sus preferencias sobre las características y el uso de las gráficas cartesianas, así como sus criterios sobre las actividades relacionadas con las gráficas cartesianas y sobre el desempeño de los estudiantes cuando interpretan este tipo de gráficas.

En la segunda etapa se procedió a la aplicación de la encuesta a los profesores que impartían clase de Química en los grupos de estudiantes a los que se les aplicaron las pruebas durante el segundo estudio. En total la encuesta fue aplicada a 10 profesores, cinco de ellos trabajan en el nivel de Bachillerato, tres se desempeñan en el nivel de Diplomatura de Maestro y dos en el nivel de Licenciatura.

En la tercera etapa de este tercer estudio se comparan los resultados proporcionados por él, con los resultados y las conclusiones obtenidas en el primer y segundo estudio, con el fin de contrastar dichos resultados y construir algunas inferencias. Finalmente se procede a la elaboración de conclusiones y recomendaciones surgidas de este tercer estudio de contraste.

Se presenta a continuación el organigrama de los estudios abordados.



El texto del informe de investigación aquí presentado contiene 12 capítulos. Los cuatro primeros presentan las bases teóricas y metodológicas de la investigación. En el capítulo 1 se presenta el problema de la investigación, su justificación y los objetivos a alcanzar.

En el capítulo 2 se incluyen los marcos teóricos que sustentan la investigación. En este capítulo se propone una discusión general sobre las representaciones externas,

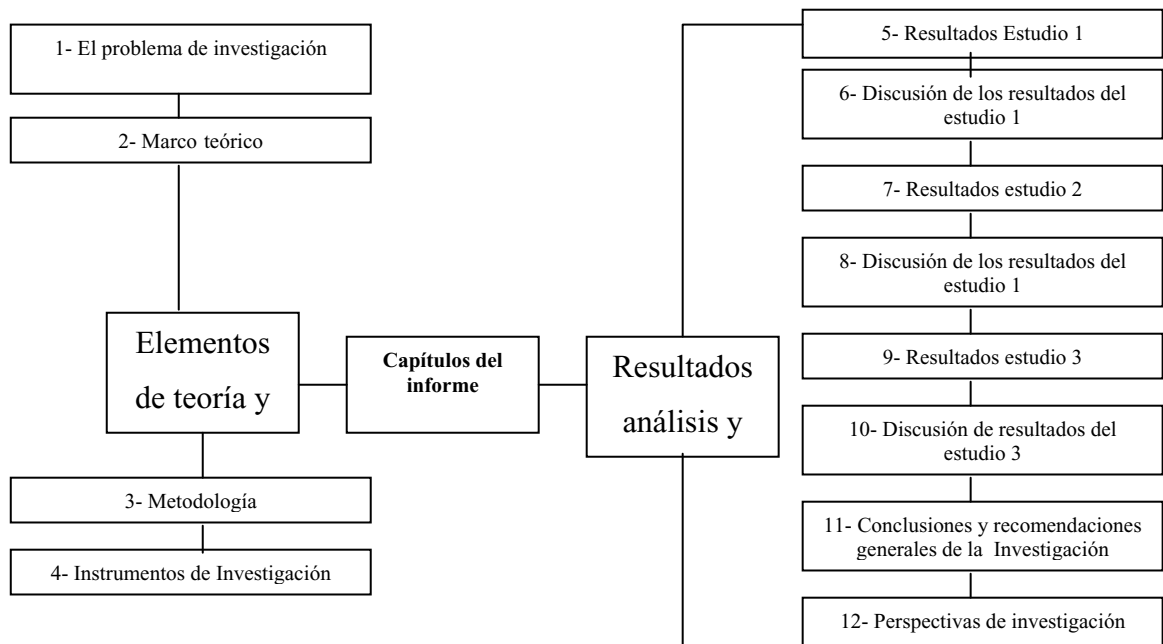
un apartado sobre las representaciones gráficas en general y las representaciones gráficas cartesianas en particular, y un tercer apartado sobre las interacciones entre las representaciones gráficas cartesianas y los procesos escolares de enseñanza - aprendizaje.

En el capítulo 3 se presenta la metodología usada en los tres estudios realizados y las fases llevadas a cabo en cada uno de ellos. En el capítulo 4 se muestra el proceso de construcción de los instrumentos usados para la recolección de información así como algunos análisis hechos sobre los mismos. Lo expuesto en este capítulo no está insertado en el capítulo correspondiente a la metodología por varias razones. En primer lugar, porque el alto número de variables estudiadas ameritaba que la forma de recolectar información sobre ellas fuese discutida en un capítulo aparte. En segundo lugar, porque al llevar a cabo tres estudios que aunque relacionados eran diferentes, se requería de diferentes instrumentos para la recolección de información, cuyas particularidades podrían ser mejor comprendidas si se trataban en un capítulo aparte. En tercer lugar, porque la puesta a punto de los instrumentos empleados en el segundo estudio requirió de un proceso que excedía lo que se trató en el capítulo de la metodología. En cuarto lugar, porque haciendo uso de las pruebas diseñadas para el segundo estudio se llevó a cabo un análisis factorial para establecer de forma preliminar las relaciones entre las tareas por cuya ejecución se indagaba en dichas pruebas, estudio que también excede lo expuesto en el capítulo de metodología.

En los capítulos 5 y 6 se exponen los resultados de primer estudio y la discusión realizada sobre los mismos. En los capítulos 7 y 8 se presentan los resultados obtenidos en el segundo estudio así como su discusión.

En los capítulos 9 y 10 se ofrecen los resultados obtenidos en el tercer estudio y el análisis y discusión de dichos resultados. En el capítulo 11 se proponen las conclusiones y recomendaciones generales de la investigación. En el capítulo 12 se ofrecen algunas perspectivas futuras de investigación.

En la siguiente figura se muestran los capítulos estructurados en torno las fases generales de la investigación.



**CAPITULO 1.**  
**EL PROBLEMA OBJETO**  
**DE INVESTIGACIÓN**



## **CAPITULO 1. EL PROBLEMA OBJETO DE INVESTIGACIÓN**

### **1.1. EL PROBLEMA Y SU JUSTIFICACIÓN**

Las ciencias experimentales se caracterizan por la manipulación y el control que realizan los científicos sobre los fenómenos naturales. Este control hace posible la construcción de diversas representaciones sobre dichos fenómenos. Las representaciones así construidas están expresadas en diversos sistemas de representación externa (sistemas de signos), es decir, en diferentes registros semióticos. Así, estas representaciones pueden ser de diferentes tipos: enunciados, diagramas, ilustraciones, gráficas cartesianas, ecuaciones, etc. Por otra parte, estas representaciones externas además de servir para representar los fenómenos estudiados por las ciencias, son usadas como herramientas para comunicar los resultados del trabajo científico. De acuerdo con esto, dichas representaciones, sus características, su naturaleza y diversidad, al igual que las formas en que se construyen y se transforman, deben ser consideradas como parte de los contenidos a aprender en clase de ciencias y como tema de investigación para la didáctica de las ciencias. Es decir, se puede afirmar que el aprendizaje de las ciencias, además del aprendizaje conceptual, actitudinal y procedimental debe tener en cuenta el aprendizaje representacional. De acuerdo con estos planteamientos, autores como Papert (1993) o Roth y Bowen (1999b) subrayan la importancia de las representaciones externas (semióticas) en el aprendizaje, argumentando que su construcción y la interacción con éstas son cruciales para aprender y que los individuos están inmersos en una cultura visual llena de representaciones.

Por otra parte, dentro del conjunto de las representaciones semióticas (externas) usadas en las ciencias, muchos autores llaman la atención sobre la importancia que tienen las representaciones gráficas, y específicamente de las representaciones gráficas cartesianas en la vida diaria, como formas de comunicación científica y como herramientas para el trabajo didáctico. De hecho, las representaciones gráficas cartesianas son usadas frecuentemente en diversos medios de comunicación para ilustrar temas tan variados como el cambio en la oferta y la demanda de diferentes productos a través del tiempo, el crecimiento económico de las empresas, la variación en las precipitaciones por meses o años, la curva de potencia de un coche, etc. Así mismo, en el campo de las ciencias el uso de los gráficos cartesianos es especialmente importante para la presentación y difusión de los resultados de las investigaciones científicas, tanto en las revistas especializadas como en los libros de texto (Bowen, Roth y McGinn 1999). Por otra parte en el contexto educacional puede afirmarse que:

*“hay una gran cantidad de ocasiones en las cuales es necesaria la habilidad para manejar información a partir de gráficas... y ... esta habilidad es particularmente importante en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias donde las gráficas, son utilizadas frecuentemente con usos comunicativos”* Bengtsson (1999, p. 565).

En la misma línea, De Guzmán (1984) propone que la construcción de gráficas cartesianas y su interpretación matemática sean consideradas como temas pertenecientes al equipamiento mínimo que debe poseer un ciudadano promedio. Así mismo, Campanario y Otero (2001) proponen que uno de los objetivos básicos de la enseñanza de las ciencias sea que los estudiantes aprendan a analizar datos e interpretar adecuadamente representaciones gráficas de los mismos.

Desde otro ángulo, con relación a la comprensión que presentan los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas, muchos investigadores (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990; Schnotz 1993; Roth y Mcguinn 1997; Roth y Bowen 1999b) afirman que los estudiantes mayores y los pertenecientes a los niveles superiores de educación, así como los sujetos titulados en ciencias, presentan dificultades para la comprensión de este tipo de gráficas más allá de un nivel elemental. Es decir, no logran una manipulación más elaborada de las gráficas ni una interpretación normativa de las mismas.

En este mismo campo, otros investigadores han encontrado que los estudiantes carecen de las habilidades suficientes para acometer la construcción e interpretación de las representaciones gráficas (Weintraub 1967; Shaw 1983; Berg 1989). En la misma línea se ha establecido que los estudiantes del Reino Unido y de los Estados Unidos presentan bajos niveles de ejecución en tareas que requieren de habilidades para la interpretación de gráficas, tales como la interpolación y la lectura de relaciones entre variables (Padilla 1986; Swatton y Taylor 1994). Sobre este mismo tema, Thomas (1933) encontró que al comparar el desempeño de los estudiantes al interpretar diversos tipos de representaciones gráficas, a ellos les es más difícil interpretar las gráficas cartesianas (Thomas 1933; Peterson y Schram 1954; MacDonalds y Ross 1977).

Por otra parte, el trabajo en el aula de ciencias parece estar relacionado con el origen de las dificultades que presentan los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas. Con respecto a esto, Roth y Bowen (1999b) recalcan que los estudiantes tienen dificultades al interpretar las representaciones gráficas porque se hace poco uso de ellas en las aulas. Es decir, que construir e interpretar gráficas no constituye un aspecto importante de la instrucción, siendo más bien una temática de carácter marginal.

En la misma línea y para responder a esta problemática, Cox (1999) afirma que los estudiantes deberían de aprender a construir, usar, interpretar y seleccionar diferentes tipos de representaciones gráficas. Así mismo, Bowen, Roth y MacGinn (1999) sugieren que los estudiantes deben participar permanentemente en actividades prácticas que requieran de la construcción, el uso, la interpretación y la selección de gráficas para desarrollar las habilidades requeridas para estas tareas.

Finalmente, es importante anotar que la ausencia de experiencia por parte de los estudiantes en el trabajo interpretativo de las representaciones gráficas, contrasta con el uso generalizado que se les da a las mismas en la mayoría de los libros de texto diseñados para ser utilizados en los niveles de educación elemental (Bowen, Roth y McGinn 1999).

Por las razones anteriormente expuestas, se justifica estudiar más a fondo las características de las representaciones gráficas presentes en los libros de texto dentro de un área de conocimiento, y las interacciones que se generan entre ellas y sus usuarios, es decir, los estudiantes. En este trabajo de investigación se estudian específicamente las representaciones gráficas cartesianas usadas para representar los fenómenos estudiados por la Química en el nivel básico. Para llevar a cabo la investigación que aquí se presenta se realizan tres estudios sobre el tema, que aunque diferentes están relacionados.

En el primer estudio se trata de dar respuesta a varias preguntas. Inicialmente, a la pregunta sobre el uso didáctico y científico que presentan las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de ciencias referidos al marco conceptual de la Química. En segundo lugar, se trata de indagar en las características de estas representaciones gráficas y en los volúmenes de información que presentan. En tercer lugar se pregunta por las posibles influencias del uso dado a las gráficas cartesianas sobre el volumen de información que ellas presentan.

En un segundo estudio, se propone indagar en tres aspectos. En primer lugar, acerca del grado de ejecución que presentan los estudiantes de diversas tareas de interpretación de gráficas cartesianas, en las que se requiere llevar a cabo operaciones propias de tres niveles de comprensión de la información gráfica. El grado de ejecución de la tarea se refiere a si ésta se realiza de manera correcta, de manera incorrecta o no se realiza. Los tres niveles de comprensión de la información de las representaciones gráficas están basados en los niveles de procesamiento de la información gráfica propuestos por Postigo y Pozo (2000). Dichos niveles son: nivel de comprensión explícita, nivel de comprensión implícita y nivel de comprensión conceptual. La naturaleza de cada uno de estos niveles de comprensión, así como las tareas que involucran operaciones propias de cada uno de ellos serán explicadas en el capítulo 3, que se ocupa de la metodología usada en este trabajo y, más concretamente, en el apartado que se refiere a las variables a estudiar en la investigación. En segundo lugar, se investiga sobre la posible influencia de los usos didáctico y científico de la gráfica, así como de sus volúmenes de información; sobre el grado de ejecución que presentan los estudiantes de las tareas de interpretación de gráficas. En tercer lugar, se indaga

sobre la influencia de la formación académica de los estudiantes en este mismo grado de ejecución de las tareas de interpretación de representaciones gráficas.

En un tercer estudio, este trabajo se propone investigar sobre dos aspectos. El primero consiste en las preferencias de los docentes de Química sobre el uso didáctico y temático de las representaciones gráficas cartesianas y sobre los elementos informativos que estas deberían incluir. El segundo consiste en la frecuencia con la que los docentes de Química realizan diversas actividades relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas y cómo se distribuyen estas actividades de acuerdo al nivel educativo en el cual ellos se desempeñan. Los resultados de este tercer estudio se compararán con los resultados obtenidos en el primer y segundo estudio con el objetivo de contrastar las prácticas de los docentes con las de los autores de los textos y con la comprensión que presentan los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas.

Las respuestas a las preguntas planteadas en los tres estudios servirán para proponer alternativas acerca de las características de las gráficas cartesianas presentadas en los libros de texto de Ciencias Experimentales, sobre las necesidades y requerimientos que presentan los estudiantes para su comprensión y sobre el uso que hacen los docentes de las representaciones gráficas cartesianas en el aula.

## **1. 2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

Resumimos a continuación los objetivos generales de la investigación en función de los estudios abordados en la misma.

En el primer estudio realizado en este trabajo se propone alcanzar tres objetivos en referencia a la caracterización de las representaciones gráficas cartesianas presentadas en los textos de Física y Química, y de Química para el nivel de Bachillerato, y referidas al campo conceptual de la Química:

- Identificar qué elementos informativos estructurales y no estructurales presentes en el interior de las mismas, así como en el contexto en el cual se encuentran insertas.

- Determinar el uso científico y didáctico con el que se presentan y que les ha sido asignado por los autores de los libros de texto.
- Establecer la existencia de posibles relaciones entre el volumen y el tipo de información incluida en ellas, con el uso didáctico y científico que presentan.
- Formular recomendaciones didácticas útiles sobre las características y el uso que se les da a este grupo de representaciones gráficas cartesianas en los libros de texto.

Para el segundo estudio realizado en este trabajo sobre la comprensión de las gráficas cartesianas que se refieren al campo conceptual de la Química (en el nivel básico), se proponen los siguientes objetivos:

- Determinar el grado de ejecución que presentan los estudiantes, cuando se enfrentan a diversas tareas de interpretación de representaciones gráficas cartesianas, que implican la realización de operaciones propias de diferentes niveles de comprensión de la información gráfica.
- Establecer si la ejecución global que presentan los estudiantes de cada uno de los niveles de comprensión de la información gráfica (sumatoria de la ejecución parcial de las tareas que implican las operaciones propias de cada nivel), está influenciada por los siguientes factores: el uso didáctico y científico que presentan las representaciones gráficas, los volúmenes de información incluidos tanto dentro como fuera de ellas y, la formación académica de los estudiantes.
- Formular recomendaciones didácticas útiles para mejorar la ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación de gráficas cartesianas que implican la realización de operaciones propias de diferentes niveles de comprensión de la información gráfica.

Para el tercer estudio sobre la visión del profesor acerca del uso en el aula de clase de las representaciones externas y de las representaciones gráficas en particular, se proponen los siguientes objetivos:

- Contrastar los resultados obtenidos en los dos primeros estudios con la visión que presentan los profesores de su propia práctica y específicamente acerca del uso que hacen de las representaciones gráficas en el aula de clase.
- Determinar la frecuencia con la que los profesores de Química de los grupos de estudiantes investigados en los dos primeros estudios:
  - A. Realizan algunas actividades referidas a la construcción e interpretación de las representaciones gráficas.
  - B. Llevan a cabo ciertas conversiones entre distintos tipos de representaciones externas usadas para comunicar el conocimiento científico.
- Establecer el orden de prioridad que dan los profesores que imparten clase de Química a los grupos de estudiantes investigados en los dos primeros estudios, a:
  - A. La utilización de diferentes tipos de representaciones en el aula y a los diferentes tipos de conversiones que se realizan entre las mismas.
  - B. Los diferentes uso didácticos de las representaciones gráficas.
  - C. Los diferentes tipos de gráficas de acuerdo al tipo y número de líneas que presenten.
  - D. La utilización de las gráficas para el tratamiento de los temas en el campo de la Química.
  - C. La inclusión de diferentes elementos informativos, tanto dentro como fuera de las gráficas cartesianas.
- Conocer los criterios que tienen los docentes que imparten clase de Química en los grupos de estudiantes investigados en los dos primeros estudios, sobre las prácticas relacionadas con las gráficas cartesianas (trabajos prácticos).

- Conocer las causas que los docentes que imparten clase de Química en los grupos investigados en los dos primeros estudios, atribuyen al fracaso de sus estudiantes en las tareas de interpretación de gráficas.



# **CAPÍTULO 2.**

# **MARCO TEÓRICO**

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

El marco teórico de este trabajo está estructurado en cuatro partes. La primera incluye un planteamiento muy breve acerca del concepto de representación y los tipos de representación existentes, así como de los procesos psicológicos en los cuales está involucrada la construcción de las representaciones.

La segunda parte del marco teórico está referida más concretamente a las representaciones gráficas como tales. En ella se presenta la naturaleza e importancia de las representaciones gráficas, los enfoques con los cuales se les ha estudiado, los usos que tradicionalmente se les han dado, las ventajas y desventajas que presenta su utilización, los procesos cognitivos relacionados con su utilización y las características que han atribuido los investigadores a los procesos relacionados con la construcción e interpretación de gráficas.

La tercera parte se ocupa de la interacción entre las representaciones gráficas y los procesos escolares de aprendizaje y enseñanza. En ella se presentan dos apartados. El primero se ocupa de las dificultades y de las concepciones que presenta el estudiante al enfrentarse a la construcción e interpretación de gráficas, así como de los procedimientos que utiliza para realizar dichas interpretaciones. En el segundo apartado se incluyen los tratamientos didácticos que usualmente son empleados cuando se trata de enseñar las representaciones gráficas.

La cuarta parte de este marco teórico plantea de manera breve cómo se conciben las prácticas relacionadas con las representaciones gráficas en los textos de ciencias.

## **2.1. EL CONCEPTO DE REPRESENTACIÓN**

Para comenzar es preciso ocuparse del concepto de representación. Una representación es una construcción que realizan los sujetos y que se refiere a objetos o fenómenos con los cuales ellos entran en interacción. La representación construida pretende reunir las características y atributos principales de los objetos o fenómenos representados. De esta forma la representación puede ser utilizada para reemplazar a los objetos y fenómenos representados. Este reemplazo se realiza a efectos comunicativos e intelectuales. Es decir, la representación sirve para la interacción con los objetos y para operar sobre ellos sin necesidad de su presencia física.

Esta definición debe ser relativizada, teniendo en cuenta la naturaleza social de los sujetos como de sus construcciones. La relativización se genera porque las representaciones construidas por ellos entran en interacción con los objetos y fenómenos que representan y con las representaciones construidas por otros sujetos sobre los mismos objetos y fenómenos, transformándose y evolucionando.

### **2.1.1. Tipos de representaciones**

De acuerdo con el ámbito en el cual se presenten las representaciones estas pueden ser clasificadas en dos grandes grupos. El primer grupo está conformado por las representaciones cuyo ámbito está constituido por la mente de los individuos. Al segundo grupo diferente del primero, pertenecen las representaciones que pueden encontrarse fuera del individuo y que pueden entrar en interacción con él. En este marco de clasificación general muchos autores han enunciado clasificaciones de carácter particular.

Cox (1999) clasifica las representaciones en dos tipos: representaciones privadas y representaciones públicas (para la comunicación con otros). Según él las representaciones privadas son menos ricas semánticamente, dispersas y sólo parcialmente externalizadas. En contraste, las representaciones públicas se construyen a través de procesos de cognición compartida que implican intercambios entre participantes e inmersión social. Es decir, en su construcción se involucran las interacciones entre representaciones internas y externas de los individuos

enriqueciéndolas semánticamente (Zhang y Norman 1994). De esta forma, las representaciones públicas en comparación con las de carácter privado son enriquecidas semánticamente, mejor conformadas y más convencionales.

Duval (1999) clasifica las representaciones en conscientes y no conscientes. Las representaciones conscientes están al alcance de la percepción. Las representaciones no conscientes no se encuentran disponibles para la percepción del individuo. Duval también propone que hay representaciones internas y externas. Las representaciones externas son observables y pueden ser expuestas públicamente. Las representaciones internas no pueden ser observadas públicamente. O sea, son de carácter privado. Para Duval las representaciones externas son representaciones generadas a través de un sistema de signos, es decir, son representaciones semióticas. Las representaciones semióticas según Duval pueden ser interpretadas por todos los individuos capaces de interpretar este sistema de signos. Este autor distingue por combinación tres tipos de representaciones (ver tabla 1).

**Tabla 1 . Tipos de representaciones de acuerdo con Duval.**

	<b>INTERNA</b>	<b>EXTERNA</b>
<b>CONSCIENTE</b>	Mental: tiene una función de objetivación.	Semiótica: presenta las siguientes funciones: objetivación, expresión, tratamiento intencional
<b>NO CONSCIENTE</b>	Computacional: su función es el tratamiento automático o casi automático.	

De acuerdo con Duval las representaciones externas permiten observar el objeto a través de la percepción de un conjunto de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos) que poseen el valor de significantes (figuras, esquemas, expresiones simbólicas, lingüísticas, gráficos etc). Duval clasifica las representaciones externas en analógicas y no analógicas. Las representaciones analógicas presentan elementos que conservan las relaciones de vecindad existentes entre los elementos del modelo, por ejemplo las imágenes. Las representaciones no analógicas, no conservan ninguna relación incluida en el modelo original representado, por ejemplo una lengua natural.

Por otra parte, para Duval no existe una correspondencia estricta entre las representaciones internas (mentales) y las representaciones externas (semióticas). Para justificar su afirmación expone varias razones:

En primer lugar, para este autor las representaciones semióticas no son dependientes de las de tipo mental sino al revés. Es decir, el desarrollo de las representaciones mentales requiere de la adquisición e interiorización de diferentes sistemas de representación semiótica, y en particular del lenguaje natural (Vigotsky 1979). En segundo lugar, las representaciones mentales son diferentes a las representaciones semióticas que se generan para expresarlas. En tercer y último lugar, las representaciones semióticas, al ser expresadas, pueden comunicar diversos contenidos al mismo tiempo, mientras que las de carácter mental sólo pueden referirse a un contenido único.

### **2.1.2. La naturaleza de las representaciones externas**

Nos referiremos inicialmente a las particularidades de las representaciones externas:

De acuerdo con Martí y Pozo (2000) los sistemas externos de representación además de ser medios de representación visual, al mismo tiempo presentan también un componente espacial con carácter permanente. Para lo mismos autores, los sistemas externos de representación poseen ciertas características generales, que son independientes de las diferencias existentes entre ellos. Las características a las que se refieren estos autores son las siguientes:

1 - Son objetos independientes de aquél que los ha creado:

Las representaciones externas existen sin necesidad de la presencia de aquél que las generó. Así, un texto escrito o una ilustración no requieren de la presencia del escritor o del pintor para existir. Esta característica diferencia a las notaciones externas de otros tipos de representaciones como las propias de los lenguajes orales, de gestos o de signos, que si requieren de la presencia de su creador para poder ser apreciadas. Esta característica también hace que la información sobre el contexto en el cual fue

producida la representación y la intencionalidad con la cual fue realizada, tengan que ser intuitivas por el sujeto que las interpreta. Lo que tal vez, represente una mayor carga metacognitiva para él.

#### 2 - Poseen permanencia:

Las representaciones externas por ser marcas gráficas ubicadas en un soporte material (papel, tela, papiro, banda magnética, etc) pueden catalogarse como permanentes. Por ello, es posible archivarlas, manipularlas, desplazarlas, ubicarlas o transformarlas, cuantas veces se necesite y durante periodos de tiempo muy extensos. Esta característica independiza a las representaciones externas de la memoria.

#### 3 - Son definidas por la utilización de espacio:

Las representaciones externas, aunque para ser producidas e interpretadas requieren de tiempo, no presentan límites temporales. Lo importante en ellas es que se despliegan en una superficie determinada, con una organización espacial que presenta unas propiedades específicas. Así, la forma de utilizar el espacio gráfico distingue unas representaciones de otras como objetos semióticos (dibujo vs. mapas; escritura vs. notación numérica, notación numérica vs. notación musical). Por ello las propiedades espaciales de sistema de notación (linealidad, proximidad, continuidad, tamaño, etc) son las que determinan las características propias de cada sistema de representación. Es necesario anotar que, aunque para el procesamiento de estos sistemas de representación externa los procesos visuales son determinantes, su naturaleza es espacial.

#### 4 - Forman sistemas organizados:

Las notaciones externas son sistemas organizados que presentan características estructurales definidas, y que constituyen instrumentos de gran importancia en el desarrollo de la cultura. Así, los diferentes tipos de representaciones externas exhiben determinadas relaciones entre sus marcas y dan significados diferentes a la ausencia de las mismas y a sus variaciones. Así mismo, presentan disposiciones espaciales características, gobernadas por las reglas de cada sistema particular.

#### 5 - Presentan una naturaleza dual:

Los sistemas de representación externa son al mismo tiempo objetos y modelos representacionales (Martí y Pozo 2000). Son objetos porque pueden percibirse y manipularse; además de presentar características espaciales específicas. Son modelos representacionales porque se refieren a realidades diferentes a sí mismos, además de presentar un conjunto de propiedades formales que establece lo que es posible y lo que no es posible dentro del sistema de notación. Su naturaleza de modelos representativos permite los sistemas de representación “crear una nueva realidad” y de esta forma identificar nuevas relaciones del referente representado.

#### 6 - Pueden ser influenciados por otros sistemas de representación externa:

El conocimiento de un sistema de representación externa puede influir en la interpretación y comprensión de otro sistema notacional externo. De acuerdo con Pozo y Martí esto se puede observar al dar cuenta del mayor rendimiento de los estudiantes japoneses, chinos o coreanos en el aprendizaje del sistema numérico, ya que su lenguaje presenta una estructura organizativa que hace más semejantes a los nombres y a los números.

Así, cuando interactúan los sistemas de representación externa cada sistema introduce sus propias reglas y límites, afectando la forma en la que se adquiere el otro sistema y los procedimientos que se usa para operar con él.

#### 7 - Son utilizados para lograr determinados objetivos cognitivos o sociales:

Los diferentes sistemas de notación externa pueden ser utilizados para ser introducidos como medios para construir explicaciones sobre los hechos, es decir, para la solución de nuevos problemas (Jiménez y Perales 2002).

También, los sistemas de representación externa son utilizados en la sociedad del conocimiento para almacenar y transformar la información. Luego cumplen dos funciones en ella, obrar como la memoria de este tipo de sociedad y hacer posible la comunicación entre sus miembros.

### 2.1. 2.1. Clases de representaciones externas

Estos sistemas de representación, además de las tradicionales notaciones numéricas y escritas, incluyen los gráficos y las imágenes en movimiento. De esta forma la tipología de las representaciones externas es variada. Aunque, de acuerdo a Martí y Pozo (2000) estas representaciones se pueden clasificar en los siguientes tipos o grupos:

- Representaciones externas no permanentes:

Estas representaciones pueden ser captadas en forma directa por la percepción pero no pueden ser conservadas. A este tipo de representaciones pertenecen los mensajes enunciados oralmente (no grabados) y aquellos transmitidos en el lenguaje de los signos.

- Representaciones externas permanentes:

Estas representaciones pueden ser conservadas a través de la utilización de un soporte como el papel, las cintas o los discos magnéticos. A este tipo de representaciones pertenece los diferentes sistemas de escritura, las representaciones cartográficas y los sistemas de representación matemática (numérica, algebraica, geométrica etc). Estas representaciones externas de carácter permanente a su vez podrían ser de diferentes clases:

- Representaciones analógicas, como dibujos, mapas e ilustraciones.
- Representaciones con códigos arbitrarios, como la escritura y los sistemas de numeración.
- Representaciones analógicas de relaciones o parámetros, como las representaciones gráficas cartesianas y los diagramas.

Por otra parte Schnotz y Bannert (2003) clasifican a las representaciones externas en dos grandes categorías, representaciones descriptivas y representaciones pictóricas.



- Representaciones descriptivas:

Esta clase de representaciones presentan un grupo de símbolos cuya estructura arbitraria sirve para describir los objetos. Es decir, hacen uso de convenciones que relacionan dichos símbolos con los fenómenos o el contenido que representan. A este tipo de representaciones externas pertenecerían los diferentes tipos de texto (escrito o hablado) y las formalizaciones matemáticas como ecuaciones algebraicas y diferenciales, al igual que diferentes tipos de expresiones lógicas.

- Representaciones pictóricas:

Este tipo de representaciones hacen uso de diversos signos de carácter icónico útiles para determinar las relaciones entre los elementos que forman parte de la realidad representada. Esto es posible porque dichas representaciones presentan propiedades estructurales determinadas que están relacionadas con el fenómeno representado y que tienen características comunes con él. Por ello es posible utilizar dichas propiedades para interpretar la información relacional ofrecida por los fenómenos representados. Esta segunda categoría de representaciones incluye las pinturas, las esculturas, las ilustraciones con diferente carácter icónico, los modelos físicos y las representaciones de tipo analógico como las gráficas cartesianas y los diagramas.

En el campo de la ciencia los científicos distinguen entre dos tipos de representaciones: representaciones modelo y representaciones inductivas (Roth y Bowen 1999a). Las representaciones modelo son aquellas que se corresponden con modelos teóricos, que guían o conducen colecciones de datos. Las representaciones inductivas son representaciones que se corresponden con modelos diseñados inductivamente y derivados desde grupos de datos obtenidos de manera empírica.

Es importante aclarar que, ambos tipos representaciones, modelos o inductivas son mutuamente constituidas. Es decir, la construcción de representaciones que responden a modelos teóricos, necesariamente pasa por la construcción de representaciones que corresponden a modelos inductivos.

Igualmente, Galagovsky, Aduriz y Bravo (2001) clasifican a las representaciones utilizadas en el campo de las ciencias en dos grandes grupos: representaciones científicas y representaciones concretas:

- Representaciones científicas:

Este tipo de representaciones son imágenes visuales obtenidas por alguna medición instrumental más o menos sofisticada, tales como imágenes digitalizadas, espectros de cualquier tipo, microfotografías, rayos X, etc. El referente de este tipo de representación es el concepto científico, visualizado mediante artificios tecnológicos. Son ejemplos de este tipo de representaciones: las imágenes de microscopía electrónica, un electrocardiograma, la fotografía infrarroja de una superficie, una ecografía, una resonancia magnética nuclear, un espectro de masas, una foto satelital, etc.

- Las representaciones concretas:

Éstas son representaciones visuales de ciertas imágenes asociadas a algún modelo científico, pueden ser dibujos, proyecciones bidimensionales u objetos tridimensionales. El referente de este tipo de representaciones también es el concepto científico reconstruido mediante artificios amplificadores del mismo.

### **2.1.3. Los sistemas semióticos y la construcción de las representaciones mentales**

Duval (1999) afirma que la construcción de representaciones mentales se lleva a cabo a través de dos procesos la semiosis y la noesis.

La semiosis es la producción de representaciones semióticas y depende de los signos que hagan parte del sistema semiótico utilizado para generarlas. Es decir, las representaciones semióticas son específicas para cada uno de los sistemas semióticos. Los signos de un sistema semiótico pueden ser iconos, símbolos, índices, etc.

De acuerdo con Duval (1999) el lenguaje natural, el álgebra o los gráficos cartesianos son sistemas semióticos constituidos por sistemas particulares de signos. El mismo autor afirma que las características de las representaciones semióticas producidas

por un individuo estarán relacionadas con el estado evolutivo del sistema semiótico en el cual se construyen y con el conocimiento del sujeto sobre el sistema semiótico utilizado.

Refiriéndose a las representaciones semióticas, Duval afirma que una representación, sólo lo es, cuando da acceso al objeto representado, y que para ello, debe cumplir con los siguientes requerimientos:

- Disponer de un mínimo de dos sistemas semióticos diferentes para producir la representación del mismo objeto o fenómeno.
- Poder convertir espontáneamente de un sistema semiótico a otro las representaciones que usualmente son producidas automáticamente, sin necesidad de enfocar la atención en esto.

Cuando esto no ocurre la representación y el objeto representado no se diferencian y no es posible identificar como representaciones de un único objeto, dos representaciones diferentes del mismo objeto.

Por su parte, la noesis incluye las diferentes actividades cognitivas realizadas por el sujeto. De acuerdo con Duval (1999, p. 15)

*“No hay Noesis sin semiosis. Es decir, es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad de la noesis”.*

#### **2.1.3.1. Actividades cognitivas relacionadas con la semiosis**

Según Duval (1999) Existen tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis: la formación de representaciones, el tratamiento de las representaciones y la conversión de las representaciones.

Para Duval la comprensión de un tema implica los tres tipos de actividad cognitiva.

- Formación de representaciones semióticas:

Según Duval (1999) formar una representación semiótica es seleccionar un conjunto de caracteres o de signos dentro de un sistema semiótico de acuerdo con las posibilidades de representación propias de este registro, para que representen las características principales de un objeto. De esta manera la representación construida reemplaza la imagen percibida del objeto al hacerla presente cada vez que se necesite. Formamos representaciones semióticas cuando se asignan nombres a los objetos, se generan imágenes esquemáticas sobre ellos, o se codifican relaciones o propiedades pertinentes a una transformación en los mismos. Duval también afirma que representaciones primitivas se pueden articular para formar representaciones más complejas como frases, imágenes, esquemas, tablas, etc.

- Tratamiento de las representaciones semióticas:

Cuando se efectúa la operación de tratamiento sobre una representación, se le transforma en otra representación, que está construida utilizando el mismo sistema semiótico. Es decir, no se cambia el sistema de signos en el cual está expresada la representación inicial. A este tipo de transformación también se le conoce como transformación interna a un registro semiótico. La operación de tratamiento por lo general se realiza cuando se debe responder a una pregunta, solucionar un problema o satisfacer una necesidad. Por ejemplo, al calcular tratamos de manera interna representaciones semióticas formadas en el registro de la escritura algebraica o numérica. Otro caso de tratamiento es la paráfrasis a través de la cual se transforma una expresión lingüística en otra.

Al realizar un tratamiento sobre una representación semiótica se aplican sobre ella determinadas reglas de expansión. La aplicación de dichas reglas hace que la nueva representación sea una representación expandida informacionalmente. Es decir, la nueva representación aunque construida en el mismo registro que la representación de partida, provee nuevas posibilidades creativas. Por ejemplo en el español (un lenguaje natural) hay reglas de coherencia temática y asociativas de contigüidad y similitud (Saussure 1973). En este último caso, cuando se construyen metáforas, paráfrasis y analogías a partir de un enunciado, aumenta la potencia creativa de la lengua natural.

- Conversión de las representaciones y cambio de registro:

La conversión de una representación es su transformación en otra representación, que está expresada en un sistema semiótico diferente. Es decir, es una transformación en la que se cambia de sistema semiótico. Son operaciones de conversión la traducción, la ilustración, la transposición, la interpretación, la codificación, etc. La conversión es llamada también transformación externa de la representación.

Cuando se convierte un contenido lingüístico en una figura o en uno de sus componentes, se lleva a cabo una ilustración. Cuando se representa una imagen a través de un texto se realiza una descripción o una interpretación. Al representar el enunciado de un problema a través de un conjunto de ecuaciones se pasa del lenguaje natural al registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica.

Es importante anotar que la representación fruto de la conversión no suele incluir todo el contenido que incluía la representación de partida. Lo que sucede es que para convertir una representación es necesario seleccionar desde su contenido sólo aquellos elementos que interesen en la representación final y, además, reorganizarlos convenientemente.

El proceso de conversión requiere de poner en correspondencia los dos tipos de representaciones, la inicial y la final. Esta correspondencia puede ser establecida entre las unidades elementales que conforman cada registro semiótico. Cuando existe correspondencia término a término la conversión inversa genera la representación inicial y la conversión suele ser automática; a esta situación se le llama congruencia de las representaciones (Clark 1974). Cuando esto no ocurre se requiere la reorganización de la representación inicial para generar la representación final en el registro semiótico diferente y la conversión inversa no genera la representación inicial. Este tipo de conversión requiere mayor tiempo para llevarse a cabo y por lo tanto un mayor costo cognitivo. Este segundo caso se denomina incongruencia de las representaciones.

Cuando ocurre un caso de incongruencia de representaciones es necesario que el individuo conozca la formación y el tratamiento de las representaciones específicas para

cada uno de los registros semióticos involucrados en la conversión. Determinar la congruencia o no entre dos representaciones, requiere de dividir cada representación en sus unidades elementales, para proceder a ponerlas en correspondencia. Estas unidades elementales pueden ser simples o combinaciones de éstas. Según Duval (1999, pp. 50 - 51), dos representaciones son congruentes cuando cumplen los siguientes requisitos:

- *Tiene una semántica de los elementos significantes: es decir, a cada una de las unidades significantes simples de cada una de las dos representaciones comparadas se le puede asignar un único significado definido dentro del registro semiótico en el cual se expresa.*
- *Presentan univocidad semántica terminal: o sea, a cada unidad significativa elemental del registro en el cual está expresada la representación inicial, sólo le corresponde una única unidad significativa elemental en el registro semiótico en el cual está expresada la representación final. En otras palabras, existe una relación uno a uno entre los elementos que componen la representación inicial y aquellos que componen la representación final.*
- *Las unidades significantes correspondientes a cada una de las dos representaciones comparadas están organizadas de tal manera que las unidades en correspondencia semántica (con el mismo significado) son aprehendidas según el mismo orden en las dos representaciones. Es decir, este criterio exige correspondencia en el orden de arreglo de las unidades que componen cada una de las representaciones. Este criterio es muy importante cuando se comparan frases y formulas literales.*

Igualmente Duval (1999) afirma que lo que hace atractiva la conversión de representaciones es la posibilidad de realizar tratamientos nuevos en un registro diferente al utilizado por la representación inicial. Así mismo, afirma que la incongruencia entre las representaciones puede generar fracasos en la conversión, que pueden persistir aún luego de haber realizado aprendizajes en los cuales se requirieron conversiones entre representaciones construidas con diferentes registros semióticos.

Además, aunque se incluyan en las sesiones de enseñanza diferentes tipos de sistemas semióticos, la conversión de representaciones plantea grandes dificultades a los estudiantes. Dichas dificultades son independientes de la complejidad presentada por los conceptos a los cuales se refieren las representaciones. La causa de estas dificultades es que la conversión entre representaciones no es espontánea, como sí lo son las operaciones de formación y de tratamiento de las representaciones.

La dificultad para la conversión radica en la necesidad de discriminar las unidades significantes pertenecientes a cada uno de los sistemas semióticos en los cuales se expresan las representaciones, para proceder a articularlos después. Estas unidades pueden ser de carácter discreto, como en el caso del lenguaje formal, o presentarse de forma integrada como en los gráficos cartesianos. La dificultad también es generada porque estas unidades no siempre presentan la misma función. Por ello los estudiantes antes de proceder a convertir una representación deben aprender a discriminar de manera específica cada una de las unidades que conforma el registro semiótico en el cual se expresan las representaciones que quieren convertir.

#### **2.1.4. Representaciones externas (semióticas) y aprendizaje**

Cuanto mayor sea el número y tipo de relaciones existentes entre las diversas representaciones internas (representaciones mentales) sobre un contenido, mayor es su comprensión conceptual. Esto se consigue llevando a cabo conversiones entre los tipos de representaciones internas referidas al contenido a aprender.

Como ya se anotó en este trabajo, la construcción de representaciones internas depende de la construcción de representaciones externas o también llamadas semióticas. Duval (1999, p. 60), refiriéndose a ello, afirma que:

*“la diversificación de las representaciones semióticas (externas) de un mismo objeto aumenta la comprensión conceptual de los sujetos, pues la comprensión conceptual aparece ligada al descubrimiento de una invarianza entre representaciones semióticas heterogéneas”.*

Así, el desarrollo del conocimiento en los sujetos requiere de la multiplicación de registros de representación semiótica. En la misma línea Seufert (2003) afirma que la utilización de representaciones que usan diferentes registros semióticos puede ofrecer muchas posibilidades para mejorar el aprendizaje de los estudiantes y que su uso “simultáneo” tiene un efecto sinérgico y favorece la construcción de modelos mentales coherentes por parte del alumnado.

Por otra parte y de acuerdo con estos postulados, diferentes registros semióticos presentan diferentes posibilidades y limitaciones para el tratamiento y la comunicación de la información; siendo algunos de ellos más potentes y económicos que otros. Es decir, diferentes formas de representación pueden ser usadas para llevar a cabo tareas diversas con mayor o menor eficacia. Por ejemplo, el registro semiótico analógico (figuras, esquemas, diagramas) es más eficiente que los registros semióticos lingüísticos (enunciados, fórmulas) cuando se enfrentan problemas físicos o geométricos. Esto ocurre al parecer porque el registro analógico es capaz de representar la totalidad de las relaciones entre los elementos que constituyen un objeto o una situación (Bresson 1987; Larkin y Simon 1987). Por otra parte, diferentes representaciones pueden complementar sus diferencias informacionales y computacionales para facilitar la recuperación de los contenidos en tareas futuras. Igualmente, el uso de múltiples representaciones puede facilitar la distribución de la información ofrecida por fenómenos complejos evitando su superposición en una única representación.

De otra lado, de acuerdo con Lesh y Kelly (1997), en las actividades en las cuales los estudiantes obtienen resultados que consisten en descripciones, interpretaciones, explicaciones, construcciones o predicciones, es decir, productos que incluyen directamente representaciones; la fluidez en crear las representaciones desempeña un papel central en la comprensión y en las capacidades necesarias para el éxito de los estudiantes en la realización de estas tareas. Este mismo autor sostiene que los sistemas de representación son un medio de ayuda que tiene el hombre para ir más allá de la información que se le proporciona en situaciones concretas de aprendizaje o de resolución de problemas. Así, las representaciones pueden considerarse como tecnologías conceptuales o herramientas inteligentes. En este marco, algunas herramientas pueden ser más potentes o útiles que otras de acuerdo con los propósitos a



conseguir. Lesh y Kelly (1997) también afirman que el problema clave del aprendizaje no es necesariamente aprender a utilizar las herramientas, sino ser capaces de discernir e identificar las situaciones en las cuales las herramientas sean aplicables. Por esto se debe pedir a los estudiantes la elaboración de las mismas como herramientas reutilizables para que sus estructuras alcancen generalidad

Por otro lado, aunque las representaciones juegan un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes, ellos no comprenden la naturaleza mediática y metafórica de las correspondencias y simplificaciones utilizadas en ellas. Así mismo, los estudiantes tampoco comprenden el papel que han tenido en su construcción los instrumentos de medición y los procedimientos matemáticos (Galagovsky, Aduriz y Bravo 2001).

Igualmente, algunos investigadores sostienen que los estudiantes no usan de forma adecuada múltiples representaciones y presentan grandes dificultades para su coordinación e integración (Van Someren, Reinmann, Boshuizen y de Jong 1998). En esta misma línea Seufert (2003) también afirma que los estudiantes se centran en una única representación, frecuentemente la más familiar y concreta. Además, Tabachneck y Simon (1998) también argumentan que los estudiantes sólo realizan conexiones entre representaciones cuando se enfrentan a procesos de resolución de problemas con el fin de entender las representaciones usadas en él .

De otra parte la necesidad de realizar conexiones referenciales entre las diferentes representaciones, es decir entre sus elementos y estructuras de carácter correspondiente; es difícil para los estudiantes quienes en su mayoría fallan en este proceso (Seufert 2003). Parece que los estudiantes se concentran sobre las características superficiales de las representaciones desconocidas y además no son capaces de identificar sus elementos conceptualmente relevantes (Lowe 1996). Es decir, los estudiantes tienen dificultades cuando deben de tratar con múltiples representaciones y hacer conexiones entre ellas. Por ello, se centran solamente en las características superficiales de una única representación. Según Seufert (2003) esto parece ser generado por problemas que presentan los estudiantes para construir estructuras de alto nivel que requieren de la integración de porciones particularmente amplias de información para su procesamiento simultáneo en la memoria de trabajo.

Estos problemas pueden deberse a que la utilización de múltiples representaciones ofrece una gran cantidad de información y a que los estudiantes parecen tener una baja capacidad en la memoria de trabajo, lo que hace que esta puede ser sobrecargada fácilmente. Igualmente, los diferentes tipos de códigos utilizados en las diversas representaciones imponen restricciones y sesgos importantes al procesamiento de la información aportada por las mismas, lo que genera dificultades para que el estudiante pueda comprender dicha información. (Martí y Pozo 2000).

Por otro lado, al parecer los conocimientos previos de los estudiantes son un factor determinante para que ellos puedan hacer uso de la información ofrecida por múltiples representaciones. Seufert (2003) en un trabajo experimental encontró que los estudiantes que presentan bajos niveles de conocimientos previos como los que presentan altos niveles de los mismos, no sacan provecho de ayudas explícitas e implícitas que se les ofrece cuando deben de poner en coordinación representaciones diferentes. En cambio los estudiantes con niveles medios de conocimientos previos si sacan provecho de las ayudas ofrecidas en el texto. Esto ocurre tal vez por que al activarse sus conocimientos previos se pueden facilitar los procesos realizados por la memoria de trabajo, permitiendo la construcción de porciones integradas de información mucho más amplias.

Con respecto a estos resultados Seufert recomienda proveer información conceptual a los estudiantes con bajos niveles de conocimientos previos y además motivar a los estudiantes con altos niveles de conocimientos previos a utilizar las ayudas ofrecidas.

Sobre el mismo tema, Goldman (2003) reporta que los estudiantes catalogados como novatos concentran su atención sobre las características más sobresalientes y superficiales de las representaciones y dejan de lado los principios y relaciones principales. Es decir, su bajo nivel de conocimientos previos les dificulta establecer las relaciones que si pueden establecer los estudiantes que presentan altos niveles de conocimientos previos.

De otra parte, Kozma (2003) reporta que por el contrario de lo que sucede con los estudiantes; los científicos si hacen uso adecuado de las múltiples representaciones.

Según este autor, los científicos usan las características que presentan las múltiples representaciones para apoyar su comprensión compartida y los procesos que realizan en el laboratorio.

Además, según el mismo autor, los científicos ponen en interacción estas características al interior de cada representación y entre ellas con el fin de lograr los objetivos que se proponen en sus investigaciones y de orientar el futuro de las mismas. Así, los científicos usan las características de las múltiples representaciones para argumentar, explicar, justificar y proyectar sus descubrimientos.

De manera más particular, se puede decir, que los científicos usan diferentes representaciones para diferentes propósitos. Por ejemplo, en el campo de la Química Kozma (2003) afirma que los científicos usan diagramas estructurales para representar la composición y la estructura de las sustancias, ecuaciones químicas para expresar los procesos requeridos para las síntesis de dichas sustancias y, los resultados arrojados por las pruebas de laboratorio para rechazar o confirmar diversas hipótesis sobre las sustancias estudiadas.

### **2.1.5. El aprendizaje fundado en la conversión de representaciones**

El aprendizaje puede orientarse hacia la conversión o hacia el tratamiento de registros semióticos. Según Duval (1999, p. 46)

*“la enseñanza privilegia el aprendizaje de las reglas que conciernen a la formación de las representaciones semióticas y las que conciernen a su tratamiento dejando de lado a la conversión”.*

Cuando esto ocurre o cuando la enseñanza ha estado centrada en la formación y el tratamiento de representaciones pertenecientes a un único registro semiótico o ha privilegiado un registro semiótico frente a otros, sin incluir la coordinación entre registros diferentes los conocimientos aprendidos quedan limitados a un único registro y se generan problemas para la producción de aprendizajes conceptuales. A dicha limitación se le denomina aprendizaje mono registro.

El aprendizaje mono registro lleva a una comprensión limitada de lo aprendido, que puede ser valorada como aprendizaje efectivo al ser evaluada a corto plazo. El problema se presenta cuando los conocimientos supuestamente aprendidos de manera efectiva son requeridos para ser usados en otro contexto diferente a aquél que se utilizó para llevar a cabo el aprendizaje, y que incluye registros semióticos diferentes. Cuando esto sucede el estudiante no puede movilizar estos conocimientos. Es decir, no puede realizar transferencia alguna de los conocimientos aprendidos.

En contraposición a lo que ocurre con el aprendizaje mono registro, un aprendizaje centrado en la conversión de las representaciones y por ende en la coordinación de diferentes tipos de registros semióticos produce una comprensión efectiva e integradora, que posibilita la transferencia de los conocimientos aprendidos. Según Egret (1989) y Duval (1991), este tipo de aprendizaje genera resultados muy positivos en las llamadas macro - tareas de producción y comprensión. Es decir, mejora significativamente la ejecución de las tareas de lectura, de escritura y de resolución de problemas. Los mismos autores afirman que un cambio planeado de registro semiótico posibilita la comprensión de los textos.

Estas razones y los resultados citados justifican la necesidad de un aprendizaje centrado en la conversión de las representaciones. Para ello se hace necesaria la identificación previa del grupo de variaciones cognitivas pertinentes a cada representación en un registro determinado, proceso que facilita la identificación de los elementos significantes fundamentales de la representación en cuestión.

#### **2.1.6. El tratamiento y la conversión de representaciones en la resolución de problemas**

La conversión de las representaciones es importante en la resolución de problemas porque se relaciona con la construcción de un modelo sobre la información presentada en el problema y con las posibilidades que presente ese modelo para ayudar a resolverlo. Así, decidir si una representación única y particular expresa adecuadamente la información en el problema es una tarea importante. El individuo que se enfrenta al problema puede necesitar transformar una representación menos expresiva en una más expresiva que utiliza el mismo registro semiótico. Por ejemplo,

transformar el enunciado de un problema que se encuentre escrito en el lenguaje natural en un enunciado que utilice la lógica formal. También los sujetos pueden requerir convertir una representación en otra que se encuentre en un sistema semiótico diferente. Por ejemplo, transformar el enunciado de un problema que está expresado lingüísticamente en una representación tabular, en un diagrama o en una gráfica cartesiana (Cox 1999). Además de las necesidades de conversión anotadas, la conversión como tal y la posibilidad que ésta ofrece a los sujetos de razonar con múltiples representaciones, les facilita capitalizar complementariamente las propiedades expresivas de cada tipo de representación, usando representaciones múltiples de manera concurrente (Cheng 1996; Ainsworth 1997) o cambiar de una a otra de forma serial (Cox y Brna 1995; Cox 1996) cuando acometen la resolución de un problema.

Al respecto Cox (1999) argumenta que los procesos de conversión de la representación expresada en un lenguaje natural o lógico a una representación gráfica pueden ser más efectivos que los realizados en la traducción de una representación a otra dentro de una misma modalidad semiótica. Es decir, más efectivos que la ejecución de una operación de tratamiento.

En particular, la conversión del enunciado de un problema en una representación gráfica, puede proveer mejor retroalimentación de la información a los sujetos, debido a la limitada capacidad de las gráficas para expresar la abstracción, lo que les posibilita un control más eficaz de la representación. Este control es mayor, que el que facilita la auto conversación generada por los enunciados.

Es importante anotar que investigaciones realizadas sobre el entrenamiento en la conversión de representaciones mostraron que cuando el entrenamiento se realizó de forma aislada fue poco efectivo y a veces contraproducente, pero que, cuando este es combinado con el entrenamiento en estrategias de diagramación de problemas, los resultados fueron bastante positivos (Lewis 1989).

Así mismo, como ya se anotó; los estudiantes con bajos niveles de conocimientos previos sólo acceden al proceso de conversión entre representaciones cuando este es necesario para comprender la información proporcionada en un problema y así poder resolverlo (Seufert 2003).

### **2.1.7. El plano cartesiano y la conversión de registros**

Las dificultades creadas para la conversión entre representaciones por la ausencia de congruencia entre ellas, surgen también en la conversión entre las representaciones algebraicas y las representaciones gráficas. El caso de la representación gráfica cartesiana es particular porque sus unidades significantes no están semióticamente separadas. Por ello es necesario el aprendizaje de los tratamientos que le son propios.

El desconocimiento del registro de representación analógico de carácter gráfico y más concretamente de las gráficas cartesianas, agrava las dificultades que presentan los estudiantes para llevar a cabo las actividades de conversión. Así mismo, el desconocimiento de las reglas de correspondencia semiótica entre el registro gráfico cartesiano y el de la escritura algebraica, ocasiona grandes dificultades para llevar a cabo este tipo de conversiones.

#### **2.1.7.1. Tratamientos realizados con las representaciones gráficas**

Para poder continuar con el análisis de este tipo de conversión es necesario presentar los tratamientos que tienen lugar cuando se interpretan gráficas cartesianas (Duval 1988b). Esto es necesario porque cada uno de los tratamientos no tienen en cuenta los mismos elementos visuales de la gráfica ni persiguen el mismo objetivo.

El primer tratamiento contemplado por Duval es el de “la vía del punteo”. Este tipo de tratamiento es el que regularmente se utiliza para introducir y definir las representaciones gráficas en las aulas de clase. En esta vía se propone la identificación de puntos en el espacio gráfico a partir de una pareja de valores ordenados, al igual que la identificación de una pareja de valores ordenados a partir de la referencia a un punto dentro del espacio gráfico, teniendo en cuenta los ejes gráficos y sus escalas. Este tipo de tratamiento sólo puede hacer uso de valores específicos y de los puntos marcados en el espacio gráfico. Esta vía es la que usualmente se usa cuando se requiere leer las coordenadas de un punto en la gráfica que tiene un interés específico. Así mismo, es la utilizada para construir una representación gráfica a partir de una ecuación de primer o segundo grado. En ese caso, la norma que relaciona cada punto señalado en el plano

cartesiano con una pareja de valores ordenados de números, posibilita elaborar de manera muy sencilla las representaciones gráficas correspondientes a las expresiones algebraicas.

El segundo tipo de tratamiento contemplado por Duval es la extensión del trazo realizado. Este tratamiento es el que se realiza cuando se lleva a cabo la interpolación o la extrapolación de puntos en el espacio gráfico. Duval (1988b) afirma que este tipo de tratamiento la mayoría de las veces permanece de forma puramente mental sin generar la construcción de trazos complementarios explicativos, como los realizados al aumentar una parte del trazo. Es importante señalar, que este tipo de tratamiento hace uso del infinito número de puntos potenciales que existe en el fondo del plano, en los intervalos existentes entre los puntos ya marcados en la línea gráfica. Es decir, no se limita a los puntos marcados previamente en la línea gráfica. Así, este tratamiento se limita a la búsqueda de valores específicos sin enfocarse sobre la forma de la expresión algebraica correspondiente a la gráfica.

El tercer tratamiento que de acuerdo con Duval se puede realizar con las representaciones gráficas consiste en la vía de interpretación global de las propiedades de las figuras. Este tratamiento se corresponde con tareas como: la conversión de un gráfico cartesiano en una ecuación algebraica, o a la utilización de los conceptos de pendiente y dirección a partir de la representación gráfica. En esta vía de tratamiento la representación gráfica es concebida como un objeto conformado por el conjunto de los trazos unidos al conjunto de los ejes, y que puede ser descrito por una expresión algebraica. Por esto, todo cambio realizado en la imagen gráfica que genere un cambio en la forma de escribir la expresión algebraica que le corresponde, debe ser tomado como una variable visual importante para proceder a la interpretación de la gráfica.

Para llevar a cabo esta vía de tratamiento Duval propone determinar todas las modificaciones posibles a la imagen gráfica, y cómo, estas modificaciones generan cambios en la forma de la escritura de la expresión algebraica. Es decir, establece la necesidad de realizar un análisis de congruencia entre los dos tipos de representación: la cartesiana y la algebraica. Es importante anotar que en este tipo de tratamiento no se enfoca el trabajo sobre la relación entre un punto y una pareja de valores ordenados y más bien lo hace sobre la relación entre las variables visuales de la representación y la

unidades significativas propias de la escritura algebraica. De acuerdo a lo establecido por la teoría de Duval (1999) este tercer tipo de tratamiento se corresponde más bien a una conversión.

Por otra parte, algunos investigadores han encontrado que la mayoría de los estudiantes de últimos grados de Bachillerato presentan dificultades para realizar la conversión entre representaciones gráficas y representaciones algebraicas. Estos investigadores sostienen que los estudiantes no diferencian la forma de una recta que pasa por el origen de la forma de aquélla que no lo hace (Herscovics 1980). Además, afirman que los estudiantes tampoco identifican el tipo de expresión algebraica correspondiente a una recta, ya sea que ésta presente una pendiente positiva o una pendiente negativa (Duval 1988b). Tal vez esto se deba a que en este tipo de tareas el estudiante debe llevar a cabo una interpretación de carácter global y esta interpretación global debe tener en cuenta que las unidades significativas del gráfico no están relacionadas con los pares ordenados marcados como puntos en la gráfica y por el contrario sí lo están con determinados valores visuales de la recta o de la curva en cuestión. Por ello, tiene como requisito el establecimiento de los posibles valores que le corresponden a cada una de las variables visuales propias del registro gráfico del plano cartesiano para ponerlos en conexión con los símbolos correspondientes a la escritura algebraica.

#### **2.1.7.2. Unidades simbólicas significativas de las expresiones algebraicas y variables visuales pertinentes en los gráficos**

Duval (1988b) propone que en una expresión algebraica se presentan las siguientes unidades significativas:

- Los signos relacionales ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ , ...).
- Los símbolos de operación o de signo (+, -).
- Los símbolos de variable.
- Los símbolos de exponente, de coeficiente y de constante.

En una ecuación, cada símbolo generalmente se corresponde con una unidad significativa. Aunque, existen unidades significativas en las cuales se omiten los



símbolos. Así, se omite el coeficiente 1 y el carácter positivo de los coeficientes mayores de cero.

De acuerdo con el mismo autor, (Duval 1988b) la interpretación de los gráficos cartesianos requiere la discriminación de un grupo de valores que provienen de 5 variables visuales pertinentes, de las cuales dos son generales y tres particulares.

Las dos variables generales son las siguientes:

- El trazo o la zona: esta variable se refiere a la figura que surge en el espacio gráfico a partir de la proposición de una tarea.
- La forma de la tarea: esta variable se refiere al tipo de trazo realizado. Así mismo, tiene en cuenta si el trazo delimita o no una zona, si es recto o curvo o si es abierto o cerrado.

Las tres variables particulares se encuentran descritas en la tabla 2.

**Tabla 2. Variables visuales a discriminar en la interpretación de una representación gráfica cartesiana.**

<b>VARIABLES VISUALES</b>	<b>VALORES DE LAS VARIABLES VISUALES</b>
El sentido de la inclinación de la recta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El trazo sube de izquierda a derecha.</li> <li>• El trazo desciende de izquierda a derecha.</li> </ul>
Los ángulos del trazo con los ejes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay una partición simétrica del cuadrante atravesado.</li> <li>• El ángulo formado con el eje horizontal es menor que el formado con el eje vertical.</li> <li>• El ángulo formado con el eje horizontal es mayor que el formado con el eje vertical.</li> </ul>
La posición del trazo con respecto al origen del eje vertical.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El trazo corta al eje y arriba del origen.</li> <li>• El trazo corta al eje y abajo del origen.</li> <li>• El trazo corta al eje y en el origen.</li> </ul>

Por otro lado, a cada uno de los valores de las variables visuales, le corresponde una unidad significativa en la ecuación. Para el caso particular de la recta lo que importa es el valor del coeficiente “a” y de la constante “b”, cuando la ecuación se expresa de forma general como  $y = ax + b$ .

De acuerdo con Duval (1988b), al analizar las variables visuales y su valores se pueden observar varios aspectos. En primer lugar, se puede observar que los valores del ángulo de la recta en relación con el eje X y los valores del punto de corte entre la recta y el eje de Y, se basan para cada punto de la recta en un único valor visual, constituido por la altura que presenta la recta con respecto al eje de las abscisas (véase la tabla 3).

En segundo lugar, se puede observar cómo el concepto de pendiente (el coeficiente en la ecuación) es expresado por dos unidades significativas diferentes en la ecuación, el signo y carácter del número con respecto a la unidad.

Igualmente estas dos unidades significativas se corresponden con dos variables visuales el sentido de la inclinación y el ángulo (véase la tabla 4).

**Tabla 3. Unidades simbólicas correspondientes a cada uno de los valores tomados por las variables visuales de las representaciones gráficas cartesianas.**

VARIABLES VISUALES	VALORES	UNIDADES SIMBÓLICAS CORRESPONDIENTES
Sentido de la inclinación.	Trazo ascendente.  Trazo descendente.	Coficiente $> 0$ - ausencia del símbolo +. Coficiente $< 0$ - presencia del símbolo -.
Ángulos con los ejes.	Partición simétrica.  Ángulo menor. Ángulo mayor.	Coficiente = 1 pasa del coeficiente escrito.  Coficiente $< 1$ Coficiente $> 1$
Posición sobre el eje y.	Corta arriba. Corta abajo. Corta en el origen.	Se añade una constante signo +. Se sustrae una constante signo -. Pasa de corrección aditiva.

**Tabla 4. Valores del signo y del carácter del número en la pendiente de acuerdo al sentido de la inclinación y al ángulo de la misma.**

SENTIDO DE LA INCLINACIÓN	ÁNGULO	POSICIÓN	EJEMPLOS
> 0	= 1	Nada	$y = x$
		+	$y = x + 1$
		-	$y = x - 1$
	> 1	Nada	$y = 2x$
		+	$y = 2x + 1$
		-	$y = 2x - 1$
	< 1	Nada	$y = 1/2x$
		+	$y = 1/2x + 1$
		-	$y = 1/2 x - 1$
< 0			

En tercer lugar se puede ver como no hay congruencia entre la dirección del trazo en el plano y el coeficiente que indica esta dirección en la ecuación. Esto es porque independientemente del valor del coeficiente, este presenta dos propiedades distintas, una con respecto al valor de 0 y otra con respecto al valor 1.

Finalmente, el análisis realizado por Duval; permite concluir que hay que identificar cada uno de los valores de las variables visuales e integrarlos todos. Es decir, la conversión desde la gráfica a la ecuación es una interpretación global. Por otro lado con respecto a las dos variables generales Duval establece diferentes correspondencias. Dichas correspondencias se encuentran reseñadas en la tabla 5.

**Tabla 5. Unidades simbólicas de una ecuación correspondientes a las variables visuales generales de la representación gráfica cartesiana.**

VARIABLES VISUALES	VALORES	UNIDAD SIMBÓLICA CORRESPONDIENTE
Implantación de la tarea.	Zona.	$<, <, \dots$
	Trazo.	$=$
Forma de la tarea.	Trazo recto.	Exponente de la variable = 1.
	Trazo curvo.	Exponente de la variable > 1.

Las correspondencias establecidas, permiten observar que a diferencia de las variables particulares, las variables generales son propias de modificaciones intrínsecas a la imagen. Duval (1988a) también muestra cómo la no-congruencia entre las representaciones gráficas, algebraicas y lingüísticas, generan diferencias en las tasas de aciertos de los estudiantes cuando se enfrentan a la tarea de conversión (véase la tabla 6).

En la tabla 6 se puede observar que, cuando los estudiantes se enfrentan a la conversión de un enunciado en una representación gráfica (de I a III), obtienen mejores resultados que cuando se enfrentan a la conversión de un gráfico en una expresión algebraica (de III a II), conversión que requiere sólo tareas de reconocimiento.

Los resultados presentados en esta tabla muestran que la conversión de un enunciado en una gráfica (I a III) es congruente. Es decir entre estas dos representaciones se presentan las siguientes características: correspondencia semántica entre las unidades de la expresión lingüística, univocidad semántica terminal y carácter neutro del orden en el que se consideran las unidades significantes. Esto es, porque a cada semicampo gráfico se le asigna un nombre (abscisa, ordenada) y su valor es expresado por un signo (positivo o negativo). Por lo mismo, partiendo de cada término del enunciado es posible encontrar un procedimiento para la conversión de las unidades semióticas elementales del gráfico.

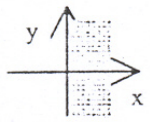
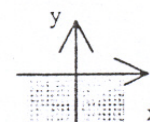
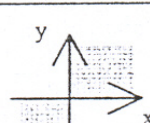
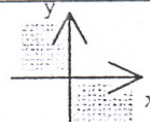
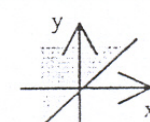
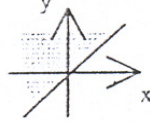
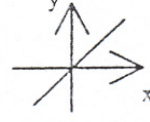
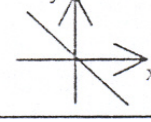
Los resultados expuestos en la tabla 6 también muestran que la incongruencia de las representaciones se presenta cuando se trata de convertir un gráfico cartesiano en una expresión algebraica (de III a II). En este caso no existe correspondencia semántica entre las unidades significantes de la fórmula y el gráfico. Esto es especialmente cierto cuando se trata de las ecuaciones  $x \cdot y > 0$ ,  $x \cdot y \leq 0$ ,  $y > x$  (sin estar trazada la línea  $y = x$ ) (Duval 1988a).

El análisis realizado acerca de las relaciones entre las representaciones gráficas y el proceso de conversión de registros no estaría completo si no se expresaran dos ideas acerca de las implicaciones didácticas de esta relación. En primer lugar, es importante anotar que al no utilizar la vía de la interpretación global en las aulas de clase, la mayoría de los estudiantes de primero de Bachillerato (15 – 16 años) podrían no

alcanzar el objetivo de utilizar correctamente las gráficas cartesianas (Duval 1988a). En segundo lugar, Duval también sostiene que cuando los estudiantes se enfrentan al análisis de representaciones gráficas correspondientes a fenómenos físicos, químicos o biológicos, no se enseña cómo funcionan semióticamente, sino que se presupone que los estudiantes ya lo saben.

**Tabla 6. Tarea de conversión entre escritura algebraica de relaciones y gráficas cartesianas.**

Resultados obtenidos con 105 alumnos de grado décimo (primero de Bachillerato). La tarea de conversión III - II consiste en seleccionar desde un grupo de expresiones algebraicas ( $y = x$ ,  $y > x$ ,  $x > 0$ ,  $y = -x$ ,  $xy \leq 0$  . . .) la que mejor representase la zona sombreada en el gráfico cartesiano. Fuente: Duval (1999, p. 56).

I	II	III	I → III sombrear	III → II escoger la expresión
1. ... el conjunto de puntos que tienen una abscisa positiva	$x > 0$		67%	51%
2. .... que tienen una ordenada negativa	$y < 0$		67%	61%
3. .... cuya abscisa y ordenada son del mismo signo	$xy \geq 0$		56%	25%
4. ... cuya abscisa y ordenada son de signos contrarios	$xy \leq 0$			35%
5. .... cuya ordenada es superior a la abscisa (estando trazada la recta $y = x$ )	$y > x$		38%	38%
6. .... cuya ordenada es superior a la abscisa (sin estar trazada la recta $y = x$ )	$y > x$		19%	25%
7. .... cuya ordenada es igual a la abscisa	$y = x$		60%	75%
8. .... cuya ordenada es opuesta a la abscisa	$y = -x$		34%	58%

En la misma línea, Janvier (1987b) investigando sobre los procesos psicológicos que suceden cuando se convierte una representación en otra encontró que las conversiones son unidireccionales y no bidireccionales. Es decir, que cada conversión incluye procesos psicológicos diferentes a los requeridos para la conversión inversa. El mismo autor encontró que convertir una gráfica en una ecuación es más difícil que hacer la conversión de manera inversa. En este punto es necesario anotar que la mayoría de los procesos que se utilizan como ejemplos y explicaciones en la enseñanza de la ciencia y de las matemáticas son conversiones de ecuaciones en gráficas, y no al contrario (Carpenter, Corbit, Kepner, Lindquist y Reys 1981; Markovitz, Eylon y Bruckheimer 1986; Leinhardt 1989).

## **2.2. NATURALEZA E IMPORTANCIA DE LAS REPRESENTACIONES EXTERNAS DE CARÁCTER GRÁFICO**

A diferencia de otros tipos de representaciones la aparición de las representaciones gráficas es muy reciente en la historia humana. Bengsson (1999) afirma que, mientras los mapas de navegación aparecieron hace cuatro mil años las representaciones gráficas sólo se utilizaron de manera cuidadosa en las revistas de carácter científico en el siglo XIX y más precisamente en 1830. El mismo autor argumenta que lo que existía antes de esta fecha era una obsesión por el uso de tablas y un desacuerdo entre los científicos con el uso del análisis gráfico.

Según su función las representaciones gráficas pueden definirse como representaciones simbólicas, que ofrecen una representación visible de conceptos e ideas abstractas, más que como representaciones icónicas de los fenómenos perteneciente al campo factual (Jiménez y Perales 2001). Por ello, son un buen instrumento para mostrar las diferentes clases de relaciones entre las magnitudes que intervienen en el marco de diversos fenómenos y procesos (Caamaño 1998). Para ello, las variables que intervienen en la generación de un suceso se codifican en la representación gráfica, representándolas a través de sus signos y se sustituyen igualmente las magnitudes de cada una de ellas por sus símbolos correspondientes (Jiménez y Perales 2001).

Las representaciones gráficas como proceso se definen como una actividad de modelización (Jiménez y Perales 2001), entendiendo que su construcción y utilización implica la utilización de imágenes para representar y comunicar la realidad a través de conceptos y de signos. Los mismos autores argumentan que en el proceso de construcción de gráficas se superponen iconos, símbolos y figuras con el fin de representar de la mejor manera posible diferentes tipos de interacciones y relaciones ya sean éstas de equivalencia, de proporcionalidad o de igualdad.

De otra parte, de acuerdo al papel que desempeñan las representaciones gráficas en el interior de la comunidad científica, éstas pueden ser definidas como prácticas sociales gobernadas por reglas metodológicas y técnicas matemáticas. Estas reglas y técnicas se encuentran articuladas y organizadas socialmente en cada uno de los campos que constituyen la ciencia (Roth y Bowen 1999a).

En el campo de la didáctica las representaciones gráficas pueden ser concebidas como herramientas eficaces para presentar la información y como herramientas de razonamiento que pueden ser transferidas para la resolución de problemas en situaciones y contextos diferentes (Mayer 1997). Así, en primer término las representaciones gráficas pueden hacer de puente entre el conocimiento presentado de forma verbal (descripciones y enunciados) y las fórmulas matemáticas que generalmente sirven para exponer las leyes básicas que hacen parte del conocimiento de la Química y la Física. Igualmente, conceptos referidos a las características propias de todas las representaciones gráficas como el de pendiente y el de intersección con los ejes gráficos pueden utilizarse para analizar otras representaciones gráficas referidas a situaciones y a contenidos diferentes pero cuya estructura es analógica, es decir, pueden ser transferidos (Detterman 1993). Así, la transferencia de estos conceptos propios de las gráficas cartesianas es útil para deslocalizar las actividades cognitivas y las representaciones, que para los estudiantes usualmente son situadas, es decir, están ancladas en un contexto específico y por ello son conocimientos inertes e intransferibles.

Con respecto a la capacidad que pueden tener las representaciones gráficas para servir de herramientas de razonamiento a los estudiantes Cox (1999) sugiere que la

construcción activa de las mismas tiene en el estudiante efectos cognitivos parecidos a los que tiene el proceso de auto explicación. Es decir, los estudiantes pueden dirigir su atención a sectores que aún no han sido resueltos en un problema y pueden además generar representaciones implícitas de los conocimientos que son útiles para llevar a cabo procesos como la articulación de partes inconexas de información y la conversión entre representaciones. Así, la construcción activa de las representaciones gráficas ayudan a los estudiantes a comprender mejor los conceptos estudiados. De la misma forma, Greeno (1998) afirma que este tipo de construcción activa de las representaciones gráficas pueden orientar la atención de los estudiantes hacia las posibilidades y especificidades de este tipo de representaciones. Es importante aclarar, que los beneficios que tiene el uso didáctico de las representaciones gráficas así como su construcción activa, sólo pueden ser logrados si las representaciones están bien diseñadas y el proceso de construcción ha sido debidamente orientado. Además parece ser que este proceso de construcción activa tiene un mayor efecto cognitivo cuando los estudiantes presentan un buen nivel de conocimientos previos, y que, cuando esto no es así, es conveniente bajar los niveles de exigencia de tarea de construcción (Stern, Aprea y Ebner 2003).

### **2.2.1. La importancia de la información gráfica**

En el campo educativo y cultural, la utilización de medios de comunicación visual, como ilustraciones y gráficos, ha pasado progresivamente a un primer plano en todos los ámbitos de la vida de las sociedades modernas y especialmente en el ámbito educativo (Barquero, Schnotz y Reuter 2000). En esta perspectiva y teniendo en cuenta que desde la semiótica social se considera que existe un lenguaje visual capaz de transmitir conceptos, las imágenes son consideradas como una importante herramienta para la enseñanza de las ciencias (Pinto y Ametller 2002). Igualmente la habilidad para tratar la información presentada en formato gráfico está llegando a ser esencial para tomar decisiones y desenvolverse en la sociedad actual. Puede decirse que se hace necesaria y urgente una verdadera alfabetización gráfica que complemente las ya tradicionales, alfabetización literaria y matemática y que ayude a los estudiantes a descifrar mensajes gráficos de una manera autónoma en lugar de dejarse llevar simplemente por la fuerza y aparente sencillez e inmediatez de la imagen (Postigo y Pozo 2000).



En el contexto general del aprendizaje, Reisberg (1987) argumenta que los procesos de construcción de las representaciones gráficas sirven para ensanchar el contexto de nuestro entendimiento y cambiar de esta manera nuestras representaciones sobre un estímulo. Así, la selección y construcción de representaciones gráficas implica reiteraciones, repeticiones dinámicas e interacciones entre modelos mentales externos e internos. El mismo autor sostiene que la mayoría de las imágenes mentales de los sujetos son descripciones poco estructuradas que provienen de una aproximación incorrecta a las transformaciones involucradas en el fenómeno representado. Así, la construcción de representaciones externas sobre los fenómenos, como diagramas o gráficas, cambia las representaciones internas iniciales sobre éste, reprocesándolas y aclarándolas. Es decir, haciéndolas menos ambiguas. Además, la construcción de representaciones externas puede ayudar en la solución de problemas, facilitando la transferencia de información compleja entre subsistemas cognitivos en formas que no son posibles internamente.

La importancia de las representaciones gráficas cartesianas en particular, en el campo de las ciencias y en el de su enseñanza y aprendizaje, puede ser analizada desde diversos puntos de vista. En primer lugar, en el campo del trabajo científico las representaciones gráficas numéricas constituyen las mejores herramientas para resumir grandes cantidades de datos y para representar la covariación entre medidas continuas, ilustrando pictóricamente tales relaciones (Lemke 1998; Latour 1987; Bastide 1990). Además, este mismo tipo de representaciones son utilizadas como herramientas útiles para la producción y el refinamiento de patrones, reordenando la información, ocultando información explícita y representando explícitamente información implícita (Anderson y Helstrup 1993). Es decir, son representaciones adecuadas para extraer inferencias a partir de las mismas (Schnotz y Banert 2003). Por ello son consideradas como herramientas de gran importancia en el proceso de la experimentación, proceso que constituye el corazón de las ciencias experimentales (Padilla, McKenzie y Shawn 1986). Esta circunstancia hace que la construcción e interpretación de representaciones gráficas pueda ser concebida como una práctica social clave de la ciencia profesional y como una actividad central de los científicos (Lynch 1985; Latour y Wolgar 1986). De acuerdo con lo dicho anteriormente, Schank (1994) concibe a las representaciones gráficas como la parte central de un grupo de actividades realizadas por la comunidad

científica. El mismo Schank incluye entre tales actividades la producción de las gráficas numéricas, su lectura y su crítica.

Con respecto al aprendizaje de las ciencias hay varios aspectos en los cuales construir e interpretar gráficas cartesianas es importante. En primer lugar, la carencia de instrucción en la construcción de gráficas es un factor que limita severamente el entendimiento de muchos conceptos científicos complicados. Esto parece ocurrir porque los estudiantes entienden más aquellos fenómenos que pueden visualizar que aquellos que no, y las gráficas dan un formato visible a las relaciones existentes entre variables representadas por grupos de datos inicialmente dispersos e inconexos. Así, las representaciones gráficas proveen un sustrato visible a procesos subyacentes en los fenómenos científicos que no son evidentes a simple vista (Kozma 2003). En segundo lugar, muchas veces cuando los estudiantes se enfrentan a un trabajo de laboratorio se dan a la búsqueda de relaciones entre las variables contempladas dentro del fenómeno estudiado. Es decir, los estudiantes deben construir gráficas que les permitan describir estas relaciones. Para facilitar el trabajo por parte de los estudiantes el profesor de ciencias debería enseñarles a ajustar el espacio gráfico para acomodar los datos, así como los métodos para interpretar este tipo de gráficas (Silberstein 1986). Por último, es importante anotar que al parecer los estudiantes aprenden más cuando se utilizan gráficos que cuando se usan textos, lo que se contradice con la preferencia por la información textual (enunciados) en las aulas (Postigo y Pozo 2000).

En cuanto al currículo escolar Padilla, McKenzie y Shawn (1986) afirman que, aprender a construir e interpretar gráficas numéricas es “esencial” en una gran mayoría de las áreas que conforman el conocimiento académico, tales como matemáticas, ciencias experimentales y ciencias sociales. Con respecto al campo de las ciencias experimentales, Berg y Smith (1994, p. 529), afirman:

*“Las gráficas son utilizadas en la enseñanza de la Química para exponer conceptos tales como leyes de los gases, tiempo de vida media, presión de vapor de equilibrio, curvas de calentamiento, diagramas de fases y velocidad de reacción Química. En la enseñanza de la Física la construcción de gráficas es importante para explicar curvas de solubilidad, interrelaciones entre densidad y temperatura y entre voltios y amperios y los fenómenos relacionados con el movimiento. En biología son*

*utilizadas para explicar diversos tipos de interrelaciones ecológicas y los cambios sufridos por las poblaciones naturales (razones de cambio de crecimiento, de muerte etc).”*

De la misma forma, Schank (1994) cree que la construcción e interpretación de gráficas cartesianas debe constituir una parte importante del programa universitario de ciencias. Con relación al campo de las matemáticas algunos autores consideran que las representaciones gráficas, por ser un instrumento a través del cual los estudiantes usan un sistema de símbolos para expandir y entender otro, son uno de los aspectos del conocimiento matemático de naturaleza única y sobresaliente.

Estos mismos autores consideran a la enseñanza de la construcción e interpretación de gráficas como uno de los momentos críticos no señalados del aprendizaje de las matemáticas en el que se prepara a los estudiantes para aprendizajes posteriores de naturaleza más compleja (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990).

### **2.2.2. Usos generales de las representaciones gráficas**

Roth y McGinn (1997) sostienen que las gráficas se usan para tres propósitos:

- Como objetos semióticos que constituyen y re - representan otros aspectos de la realidad.
- Como herramientas con funciones retóricas que son útiles para la comunicación científica.
- Como instrumentos de mediación que generan interacciones en las actividades científicas colectivas.
- Uso de las gráficas como objetos semióticos

Desde esta óptica, lo más importante en una gráfica es la relación entre ella y la realidad que representa. Las interrelaciones expresadas en las gráficas pueden ser originadas desde experiencias realizadas físicamente o sólo imaginadas. Así, las interrelaciones expresadas en las gráficas representan un isomorfismo o re - representación.

De acuerdo con esto, la interacción de los individuos con las gráficas es de carácter bidireccional, ya que ellos pueden leer características específicas del fenómeno desde la gráfica o construir la gráfica luego de experimentar o imaginar el fenómeno.

En contraposición a estos argumentos algunos investigadores (Lynch 1991; Gooding 1992; Latour 1993), han demostrado cómo las gráficas son objetos semióticos independientes de los fenómenos representados. Es decir, su relación con el fenómeno sólo puede ser determinada después de bastante trabajo.

Los mismos investigadores sostienen que las interrelaciones entre fenómeno y gráfico son legitimadas por procedimientos establecidos por acuerdo entre los miembros de una comunidad científica. Es decir, que no existe una conexión ontológica a priori entre las gráficas y los fenómenos que representan. Esto es porque los fenómenos, como las formas en la cual son representados, se transforman y cambian mutuamente. Las progresivas transformaciones dan como resultado final unas representaciones gráficas ajustadas que tienen la pretensión de ser isomórficas con los fenómenos representados.

Desde esta perspectiva la re - representación se realiza dentro de un campo de carácter continuo. En dicho campo continuo los dos extremos son: la experiencia más cercana y la experiencia más distante al fenómeno natural que se quiere representar.

Así, las notas y los esquemas generados en prácticas de campo o en el sitio de estudio, como las muestras tomadas para llevar a cabo análisis de laboratorio, son re - representaciones cercanas al fenómeno original. Igualmente, listas y tablas provenientes de la transformación de datos iniciales son re - representaciones más alejadas del fenómeno original.

Consecuentemente con este planteamiento la competencia de un estudiante en la construcción e interpretación de representaciones gráficas depende de las oportunidades que se le ofrezcan para generar representaciones gráficas cada vez más distantes de los fenómenos representados. Es decir, su competencia en estas tareas depende de su experiencia y no de su desarrollo cognitivo (Roth y MacGinn 1997).

- Uso de las gráficas como práctica retórica

Según Roth y MacGinn (1997), los científicos hacen uso retórico de las gráficas cuando las utilizan para resaltar ciertas características de las construcciones teóricas que ellos han realizado sobre un fenómeno natural, eliminando otras que podían ser distractoras o ejecutando cambios en la escala o sobre algún valor de referencia. Además, los científicos trabajan sobre las gráficas haciéndolas más comprensibles a través de procesos de diferenciación y aclaración de zonas, que podrían llamarse oscuras y de corrección de lo que podría denominarse como desviaciones.

El propósito de los científicos con esta manipulación es el de ayudar a otros con menor o con ninguna experiencia a identificar lo que los investigadores han visto. Así, las representaciones construidas están fuera del fenómeno mismo y forman parte del trabajo científico, aunque se utilicen como prueba del fenómeno. De este modo, las interrelaciones entre fenómenos naturales y las prácticas representacionales científicas pueden ser descritas como una secuencia de traducciones y fijaciones de evidencia (Amman, Knorr y Cetina 1988; Latour 1987, 1993).

- Uso de las gráficas como instrumentos de mediación

De acuerdo con Roth y MacGinn (1997), las gráficas pueden ser concebidas también como instrumentos de mediación. Es decir, como un espacio de interacción compartido que facilita la comunicación entre los individuos que conforman la comunidad científica.

Así las representaciones gráficas agrupan y ponen en interacción a las personas que las construyen e interpretan, que las corrigen y editan en publicaciones científicas, que las reconocen dentro de los textos, que las emplean en el laboratorio, etc. Es decir, se convierten en una herramienta de calibración que expresa la forma en la cual aquéllas pueden ser tomadas, compartidas y negociadas. Finalmente, al concebir las gráficas como instrumentos de mediación, la conversación y las gráficas se encuentran en interrelación reflexiva.

### 2.2.3. Tipos de información gráfica

Un criterio esencial para distinguir los diferentes tipos de información gráfica es su naturaleza representacional. Es decir, el tipo de información que representan y el formato en el que la representan. De acuerdo con este criterio se establecen cuatro grupos de información gráfica.

Estos grupos se diferencian por la clase de información que presentan y la forma en la cual esta es mostrada; así como en la relación que esa información tiene con el objeto o fenómeno presentado. De acuerdo a Postigo y Pozo (2000) la clasificación es la mostrada en la tabla 7.

**Tabla 7. Tipos de Información gráfica.**

TIPOS DE INFORMACIÓN GRÁFICA		
TIPO DE GRÁFICO	RELACIÓN QUE EXPRESA	EJEMPLO
1. Diagramas	Relación conceptual	Esquema
2. Gráficas	Relación numérica entre dos o más variables	Histograma
3. Mapas / planos / croquis	Relación espacial selectiva	Mapa geográfico
4. Ilustraciones	Relación espacial reproductiva	Fotografía

### 2.2.4. Enfoques de investigación didáctica sobre la construcción e interpretación de las representaciones gráficas

En este apartado se van a exponer las dos posiciones teóricas con las que los investigadores han abordado el tema de las representaciones gráficas. En primer lugar, se presentará la postura teórica que defiende que los sujetos construyen e interpretan las representaciones gráficas gracias a la posesión de un grupo de habilidades cognitivas.

En segundo lugar, se expondrá la postura teórica que afirma que la construcción e interpretación que hacen los estudiantes de las representaciones gráficas está

ampliamente influenciada por las prácticas que realizan los sujetos dentro de un medio social y académico determinado y que están relacionadas con este tipo de gráficas.

- Construcción e interpretación de gráficas como habilidad cognitiva

La posición que concibe la ejecución de los procesos de construcción e interpretación de las gráficas como dependiente de la posesión de un grupo de habilidades cognitivas, está apoyada en la tesis que sostiene que existe un isomorfismo estructural entre los fenómenos naturales y las fórmulas matemáticas. Esta tesis, llamada “cópula de Wilson” es defendida por muchos científicos que asignan una estructura matemática a la naturaleza y una correspondencia funcional entre los dos dominios (Gilbert y Mulkey 1984). Para ellos, la mayoría de representaciones científicas no son más que expresiones matemáticas. Así, las representaciones gráficas desde esta concepción se refieren a conjuntos de observaciones objetivas y sirven como instrumentos para identificar patrones y tendencias que se presentan en el fenómeno que se estudia (Roth y McGinn 1997).

Los investigadores que se inscriben en esta concepción enfocan su atención en las relaciones objetivables dentro y entre las gráficas, y entre las correspondientes expresiones algebraicas y los fenómenos estudiados. Debido a que las representaciones gráficas son concebidas como objetivaciones científicas independientes del medio social en el cual son construidas, la tesis de la cópula de Wilson respalda la posición de aquellos que piensan que la construcción e interpretación de gráficas sólo depende de la posesión de un grupo de habilidades por parte del sujeto.

Partiendo de estos supuestos, Sharma (1993) afirma que existen dos tipos de habilidades referidas al aprendizaje de las gráficas. En primer lugar, habilidades de interpretación de gráficas. En segundo lugar, habilidades de construcción de gráficas. Otros autores consideran a la construcción e interpretación de gráficas como parte de la habilidad general para comprender datos. Esta habilidad general incluye subhabilidades como organizar y presentar los datos, describir su estructura, construir significados a partir de sus interacciones, formular inferencias sobre interrelaciones entre ellos para generar nuevas informaciones o realizar predicciones sobre el comportamiento de las variables a las cuales se refieren dichos datos (McMann y McMann 1987). En esta

misma línea Schank (1994) cataloga a la construcción e interpretación de representaciones gráficas como una de las siete habilidades más importantes para un profesor de biología.

- Construcción e interpretación de gráficas como práctica

Esta posición es opuesta a la anterior y se basa en la tesis de que no existe una relación de correspondencia entre los fenómenos naturales y las estructuras matemáticas. Al contrario, propone que entre los diferentes tipos de representaciones, tales como datos, tablas o gráficas, existe un salto ontológico y que éste también existe entre estas representaciones y el fenómeno investigado (Latour 1993). Es decir, los investigadores que se acogen a esta posición proponen que existe una distancia bastante significativa entre las realidades a las que se refieren los diferentes tipos de representaciones referidas a un mismo fenómeno.

Así, los procesos de traducción de un fenómeno físico simple a un grupo de tablas y gráficas, y finalmente a un grupo de croquis y esquemas, son muy complejos. Por ello, para construir la relación que existe entre el evento y su re - representación habría que describir las traducciones, traslaciones, transformaciones y transposiciones requeridas (separar la señal del ruido) (Roth y MacGinn 1997).

De esta forma, las relaciones existentes entre dos representaciones o entre una representación y el fenómeno natural representado son siempre de naturaleza arbitraria. Es decir, sólo se consideran legítimas porque son aceptadas dentro de una comunidad científica y forman parte de sus prácticas sociales comunes. En consecuencia, el proceso inverso de reconstrucción de un fenómeno natural a partir de la interpretación de sus representaciones gráficas es un proceso de características indeterminadas. Esto es porque al perderse de vista el contexto inicial desde el cual fue construida la gráfica aparece una gran cantidad de situaciones a las cuales la gráfica puede ser aplicable.

Desde este punto de vista, aunque la construcción e interpretación de gráficas implique un tipo de razonamiento, tal razonamiento es sólo observable en una forma socialmente estructurada y sólo si está articulado a una actividad (Roth y Bowen 1999b; Roth y MacGinn 1997). Así, la construcción e interpretación de gráficas son



entendidas dentro del uso situado de los signos, como parte de las prácticas discursivas de la comunidad. O sea, como una práctica social, colectiva y de carácter paralelo o compartido con muchas otras prácticas comunes en la comunidad científica (hablar, escribir, leer o actuar), en la cual se puede ser más o menos competente (Roth y MacGinn 1997).

Por otra parte si la construcción e interpretación de gráficas es concebida como una práctica, debe ser inseparablemente tratada desde los objetivos y las intenciones de los miembros de una comunidad (Lave 1988, 1993). De acuerdo con esto, la diferencia entre propósitos, recursos culturales y prácticas es importante para explicar las diferencias de ejecución en tareas de construcción e interpretación de gráficas encontradas entre estudiantes provenientes de diferentes lugares del mundo, así como la diferencia entre científicos profesionales y estudiantes de ciencias.

Así mismo, concebir la construcción e interpretación de gráficas como una práctica plantea varios problemas. En primer lugar, si las prácticas tienen que ver con las intenciones de los individuos, los estudiantes tendrían que expresar sus intenciones en ellas, lo que no ocurre (Bakhtin 1981).

En segundo lugar, para lograr que los estudiantes aprendan a construir e interpretar gráficas, lo más importante no sería que ellos presenten un grupo de habilidades a priori, sino que participen de manera activa, colectiva, reiterativa y progresiva en este tipo de prácticas. Es decir, en la producción de representaciones (listas de datos, tablas, gráficos cartesianos, etc.) y la traducción de las mismas (medición, transformaciones de datos, establecimiento de índices estadísticos, trazado de la gráfica etc.); conversando, comprendiendo y tomando posiciones compartidas (Bowen, Roth y Mc Ginn 1999).

En la misma línea, Bestgen (1980) afirma que, para poder interpretar adecuadamente las representaciones gráficas los estudiantes no sólo necesitan leerlas sino también utilizarlas, hacer comparaciones y predicciones y buscar tendencias y patrones sobre esos datos y entre ellos. Aunque, es importante apuntar que esto no ocurre usualmente dentro del aula de clase (Roth y McGinn 1997).

### **2.2.5. Procesos cognitivos relacionados con la construcción e interpretación de las representaciones gráficas**

Para Cox (1999), la utilización de representaciones gráficas tiene dos efectos positivos sobre el funcionamiento del sistema cognitivo. En primer lugar, reduce la dificultad de la búsqueda cognitiva. En segundo lugar, hace menor la carga soportada por la memoria de trabajo al organizar la información por localización.

Con respecto al papel jugado por la memoria de trabajo en los procesos de construcción e interpretación de gráficas, desde la perspectiva del procesamiento de la información, Badley (1990) sostiene que cuando los individuos interpretan representaciones gráficas hacen uso de un componente viso - espacial graficador de esquemas, presente en la memoria de trabajo. El mismo autor propone un modelo de memoria de trabajo de tres componentes. En este modelo la memoria de trabajo presenta subsistemas separados involucrados en el procesamiento de la información visual y espacial. En primer lugar un subsistema ejecutivo central y en segundo lugar dos sistemas de carácter autómatas. Los dos sistemas de carácter autómatas están constituidos por un subsistema de análisis fonológico y un subsistema graficador de esquemas de carácter viso – espacial. Este autor probó su tesis al reportar resultados en los cuales la comprensión de textos con gráficas y pinturas afectaba la ejecución de las tareas espaciales concurrentes pero no tenía efecto sobre las tareas verbales concurrentes. Estos resultados sustentaban las siguientes conclusiones:

- Las ilustraciones promueven la información contenida en los modelos mentales espaciales.
- La comprensión de textos ilustrados hace uso del componente viso - espacial graficador de esquemas de la memoria de trabajo.

De acuerdo con el mismo autor, explotando el segundo componente autómatas no se consumen recursos desde la codificación que se realiza por canales auditivos, pero se produce una sobrecarga atencional. Esta sobrecarga atencional se genera porque aunque la información espacial sea procesada visualmente y probablemente codificada automáticamente (independientemente de la atención) (Mandler, Seegmiller y Day 1977); la codificación de la información visual diferente de la espacial, involucra una

activación atencional, durante la cual la información pasa por el subsistema ejecutivo central.

Los resultados obtenidos por Badley son corroborados por otros experimentos en los cuales se compara la eficiencia de las inferencias realizadas por los individuos a partir del análisis de un diagrama sobre un sistema mecánico de poleas, con las realizadas por los mismos estudiantes a partir de descripciones en prosa (compuestas por sentencias) con una cantidad de información equivalente (Larkin y Simon 1987).

Estas investigaciones muestran que las representaciones gráficas facilitan el juicio perceptivo, lo que se traduce en un menor esfuerzo para los individuos, y les posibilita dirigir su atención hacia partes no resueltas cuando resuelven un problema. Por otra parte estos trabajos también muestran que, las representaciones no gráficas requieren más búsqueda activa (no hacen uso del componente autómatas viso espacial), comprensión e inferencia (con el concurso de sistema ejecutivo central) que las representaciones gráficas. Sin embargo y a pesar de estos resultados, se ha encontrado que para algunas tareas, como la comprensión de programas de ordenador, las representaciones textuales son más efectivas que las representaciones gráficas (Larkin y Simon 1987; Green Petre 1992).

Por otra parte para Paivio (1986) en su teoría de la doble codificación, sostiene que los seres humanos para procesar la información que reciben utilizan dos subsistemas de procesamiento. El primer subsistema procesa la información de carácter verbal. El segundo subsistema procesa la información de carácter visual y otros tipos de información. Siendo ambos sistemas funcional y estructuralmente diferentes. Paivio propone que los dos subsistemas pueden activarse de forma independiente o de forma simultánea. El mismo autor propone que los dos subsistemas se encuentran en conexión y que pueden interactuar entre sí para activarse mutuamente.

De acuerdo a lo propuesto por Paivio pueden generarse tres niveles de procesamiento de la información. El primer nivel es el representacional. En este nivel se activan las representaciones a través de estímulos que tienen la misma naturaleza de las representaciones activadas. Es decir, las representaciones verbales se activan a través de estímulos lingüísticos y las no verbales usando estímulos no verbales. El

segundo nivel de procesamiento es el nivel referencial. En este nivel se activan las representaciones a través de estímulos de naturaleza diferente a la de las representaciones activadas. O sea, las representaciones verbales se activan con estímulos no verbales y las no verbales con estímulos lingüísticos. El tercer nivel de procesamiento es el nivel asociativo. Este nivel de procesamiento se refiere a la activación de las representaciones por otras representaciones presentes en el mismo subsistema.

Una teoría diferente a la teoría de la codificación dual de Paivio, es la teoría del mapeo de estructuras (Gentner y Markmann 1997). De acuerdo con esta teoría cuando los sujetos se enfrentan a la comprensión de un texto o de una gráfica buscan a través de un proceso de mapeo los elementos y relaciones más relevantes. Además, esta teoría sostiene que cuando se trata de comprender dos representaciones diferentes (textos y gráficos) los sujetos establecen las relaciones de correspondencia entre los elementos y las relaciones relevantes de cada representación. Al proceso de mapeo llevado a cabo en cada representación por separado se le denomina formación de coherencia intra-representacional. Así mismo, el proceso de mapeo establecido entre dos representaciones construidas en registros semióticos diferentes es denominado formación de coherencia inter - representacional. Este segundo proceso es necesario para que los estudiantes puedan aprender desde múltiples representaciones a través de la realización de conexiones referenciales entre sus variados elementos y relaciones. Este proceso conduce a los estudiantes a un aprendizaje más completo y profundo de las temáticas estudiadas. Con respecto a la memoria de trabajo, esta teoría considera que el proceso de mapeo es bastante complejo y que la puede sobrecargar porque las demandas cognitivas y metacognitivas que hace son bastante amplias (Seufert 2003). Por esta razón las nuevas tareas de mapeo siempre deben de tener en cuenta la zona de desarrollo próximo del aprendizaje de los sujetos que aprenden.

De acuerdo a Schnotz y Banner (2003) y en el mismo marco de la teoría del mapeo de la información, la comprensión simultánea de textos e imágenes puede explicarse por un modelo cognitivo de aprendizaje que tiene dos ramas que se entremezclan en un proceso de mapeo estructural interactivo, en el que se establecen correspondencias entre elementos, estructuras y relaciones. Estas dos ramas son la rama descriptiva y la rama gráfica.

A la rama descriptiva pertenecen tres elementos:

- El texto que se corresponde con una representación externa.
- La representación mental de carácter interno sobre la estructura superficial del texto.
- La representación proposicional de carácter interno del contenido semántico del texto (estructura profunda del texto).

Así mismo, la segunda rama o rama gráfica, presenta los siguientes elementos:

- Gráfica o ilustración que se corresponde con una representación de carácter externo.
- Imagen visual percibida que es una representación de carácter interno.
- Modelo mental de carácter interno, acerca de la realidad representada gráficamente.

Para Schnotz y Banner (2003) la construcción de las representaciones internas en las dos ramas es mediada por el concurso de esquemas cognitivos que realizan funciones de selección y organización de la información basados en la interacción fondo cima (desde los estímulos a las representaciones). Por otro lado, de acuerdo con estos mismos autores cuando los estudiantes se enfrentan a la selección de la información relevante desde un texto para realizar una tarea, lo hacen a través de la activación cima fondo de los esquemas mentales (de los conceptos a los estímulos). En este proceso, los estudiantes inicialmente construyen la estructura superficial del texto y luego la estructura profunda del mismo que es el germen del modelo mental. Aunque de todas formas la construcción de modelo mental a partir del texto implica la conversión de una representación descriptiva a una representación gráfica. Así, los sujetos con base en la información proporcionada por la estructura profunda de texto (modelo proposicional) y por las operaciones de selección y organización realizadas por los esquemas mentales, llevan a cabo la construcción del modelo mental utilizando reglas de composición dirigidas por patrones perceptivos preestablecidos (Gestalt). Es decir, parten desde unos grafos primitivos hasta llegar al modelo mental propio sobre la realidad a representar.

Los mismos autores explican cómo para comprender una gráfica se crea primero una representación visual interna (mental) que retiene características estructurales de la gráfica y es visualmente específica. Luego, a partir de esta imagen se construye el modelo mental a partir de la representación proposicional surgida a través del procesamiento semántico de la imagen. De otra parte al procesar imágenes según Ulmann (1984) los sujetos seleccionan la información relevante para la tarea a través de la activación cima fondo y luego la organizan visualmente a través de una serie de rutinas visuales automatizadas. Como en la construcción del modelo a partir del texto, la identificación, diferenciación y organización de los elementos y relaciones presentes en la gráfica se realiza a través de las leyes de la Gestalt (patrones de percepción visual). Así, de acuerdo a la teoría del mapeo de estructuras la comprensión de una gráfica implica el mapeo de las relaciones viso – espaciales expuestas por ella con las relaciones analógicas de carácter semántico que se encuentran al interior del modelo mental (Falkenhainer, B; Forbus, K.D; Gentner, D 1989).

Llegados a este punto, es necesario aclarar que un modelo mental construido sobre una configuración espacial no es una imagen interna, ni es específico sensorialmente (en este caso visual). Así, un modelo mental es mucho más abstracto que las imágenes, contiene menos información que éstas pero al mismo tiempo puede ser más complejo porque incorpora la información propia de los conocimientos previos del individuo.

Schnotz y Banner (2003) establecen las siguientes diferencias entre un modelo mental y una imagen visual de carácter interno:

- Los modelos mentales no son articulados a canales sensoriales específicos, como el de la visión en el caso de las imágenes.
- Su carácter es más abstracto que el de las imágenes visuales, porque además incorpora los conocimientos previos de los sujetos. Es decir, pueden ser concebidos como imágenes abstractas más que como imágenes de tipo visual.
- Presentan un mayor y más complejo contenido informacional que el que presentan las imágenes visuales.

- Solamente incluye los elementos relevantes de la configuración gráfica representada, pero además incluye información ausente en la gráfica, es decir, información que pertenece al conocimiento que ya tiene el sujeto.

Por último es importante decir que la teoría del mapeo va más allá que la teoría de la codificación dual formulada por Paivio, pues aunque esta última establezca que el uso combinado de textos e ilustraciones mejora la comprensión de los sujetos, no dice nada acerca de si un tipo de gráfica es mejor que otra. En cambio desde la teoría del mapeo, al tenerse en cuenta la existencia de múltiples opciones para representar la realidad y la influencia que tiene la estructura de las representaciones gráficas internas en la estructura de los modelos construidos a partir de ellas, es posible inferir que desde diferentes representaciones gráficas pueden originarse diferentes modelos mentales más o menos adecuados para la realización de una tarea. Es decir, según la teoría del mapeo pueden existir representaciones gráficas inapropiadas para unas tareas y apropiadas para otras (Schnotz y Banner 2003). Así, la estructura de las representaciones gráficas puede ser una buena base para el aprendizaje requerido para resolver determinada tarea o, por el contrario, convertirse en un óbice para la construcción de un modelo mental adecuado sobre la realidad estudiada. Aquí es importante anotar que, aunque dos representaciones sean informacionalmente equivalentes, es decir, que toda la información que ofrece una de ellas también la ofrece la otra, pueden tener una eficiencia computacional diferente. Esto es, la extracción de la información puede hacerse más difícil desde un tipo de representación que desde otro, dependiendo de la tarea a realizar. De acuerdo con Schnotz y Banner (2003) lo mismo puede ocurrir con los modelos mentales construidos por los sujetos.

De otra parte, desde la perspectiva Piagetiana, algunos investigadores afirman que los fallos que presentan los estudiantes al construir e interpretar gráficas son debidos a su carencia de estructuras lógicas de pensamiento. Es decir, a que aún se encuentran en el estado de operaciones concretas en cuanto a su desarrollo cognitivo (McKenzie y Padilla 1984; Wavering 1985, 1989; Adams 1988; Roth y MacGinn 1997). En esta misma línea, Berg y Philips (1994) encontraron relaciones entre los sujetos con el pensamiento proporcional desarrollado y la ejecución correcta de tareas de construcción e interpretación de representaciones gráficas. Así mismo, Postigo y Pozo (2000) han establecido que existe una relación significativa positiva entre el

razonamiento proporcional y el aprendizaje de la información gráfica. En esta misma línea de investigación Mokros y Tinker (1986) sugieren que la construcción de gráficas puede ser un contenido y una habilidad puente para pasar desde el pensamiento concreto al pensamiento formal. Aunque es importante anotar que los estudios de Berg y Philips plantean que tanto el contenido del conocimiento, como el desarrollo cognitivo son importantes cuando el estudiante construye e interpreta gráficas.

Otros autores han encontrado que el uso de representaciones gráficas puede facilitar un cambio en el modo de razonamiento. Koedinger y Anderson (1990) plantearon a los sujetos una prueba diseñada a partir de representaciones diagramáticas. La prueba versaba sobre geometría y requería razonamiento deductivo. Los resultados de las pruebas mostraron que las representaciones diagramáticas influyeron positivamente para que los sujetos generaran por inducción posibles nuevos estados del problema, que podrían estar ligados con el camino que conducía a su resolución. Así mismo dichas representaciones, en comparación con las representaciones sintácticas, actuaban para delimitar el grupo de estados probables en el camino hacia la solución de un problema, orientando el modo de razonamiento desde la deducción a la inducción.

Por otra parte Leinhardt y otros (1990) plantean que la construcción de la gráfica puede ser cognitivamente más difícil que su interpretación. Para fundamentar su tesis estos autores presentan varios argumentos. En primer lugar, suponen que toda construcción se realiza sobre alguna interpretación. En segundo lugar, afirman que la construcción de representaciones gráficas lleva altos niveles de desempeño cognitivo por requerir atender a procesos locales (punto a punto). En tercer lugar, proponen que para realizar con sentido los procesos de construcción local se requiere de un entendimiento global de la gráfica por parte del sujeto, es decir, de detectar la tendencia expuesta en la gráfica.

- *Límites a las ventajas que ofrecen las representaciones gráficas*

Según Cox (1999) los beneficios que ofrecen las representaciones gráficas al organizar la información por localización pueden ayudar solamente a los expertos, quienes entienden completamente la semántica de dichas representaciones. Por otra parte, Wilkin (1997) opina que posiblemente el lenguaje gráfico hace énfasis en un tipo



de representación que está severamente limitada en términos de la cantidad de abstracción que puede ser utilizada. En esta misma línea Cox, Stenning y Oberlander (1995a) argumentan que las representaciones gráficas son menos expresivas que las representaciones constituidas por sentencias cortas y que la información expresada por estas últimas es procesada más eficazmente. Igualmente, estos mismos autores sostienen que en las representaciones constituidas por sentencias, es posible encontrar interrelaciones no especificadas y difíciles de hallar a partir de una gráfica.

Los mismos autores también sugieren que las representaciones gráficas comprimen ciertas clases de información, lo que las hace menos expresivas de la abstracción que las representaciones constituidas por frases. De acuerdo con esto, una gráfica sólo representa un estado del asunto y al menos algunos aspectos del mismo, aunque las inferencias realizadas a partir de ella son más tratables porque la información que presentan es más específica. A esta propiedad de las gráficas se le denomina especificidad.

Por otro lado, Jiménez y Perales (2002) creen que muchas veces las representaciones gráficas y en especial las imágenes son utilizadas como argumentaciones visuales y evidencias de hechos no tan evidentes, y que por ello generan interpretaciones superficiales en las cuales no tiene lugar la reflexión, el pensamiento crítico ni la discusión de los supuestos del pensamiento común.

#### **2.2.6. Factores que influyen en la ejecución de las tareas referidas a la construcción e interpretación de gráficas**

Guthrie, Weber y Kimmerley (1993) encontraron que hay dos factores que influyen en el nivel de ejecución de los individuos cuando se enfrentan a la ejecución de tareas referidas a la construcción e interpretación de gráficas. En primer lugar, la habilidad para localizar la información específica. En segundo lugar, la percepción de tendencias y patrones, que es un factor global relacionado con los procesos de abstracción e independiente del primer factor. Los mismos investigadores determinaron que el nivel de competencia de los individuos en el segundo factor fue significativamente más bajo que el del primer factor. Esto sugiere que los procesos de abstracción no son llevados a cabo por un porcentaje significativo de estudiantes.

Por otro lado aunque la búsqueda de la información dentro de gráficas y diagramas los estados iniciales son guiados por la percepción (los sistemas de símbolos y convenciones son primariamente espaciales), el conocimiento previo sobre el contenido de la representación, junto con el conocimiento sobre el sistema de símbolos que utiliza, son los factores más poderosos para orientar la dirección de la búsqueda (Bestgen 1980; Winn 1993).

En la misma línea para Shah y Hoeffner (2002) son tres los factores que influyen en la interpretación que realizan los estudiantes de las representaciones gráficas. El primer factor está constituido por las características visuales de las gráficas (formato, color tamaño, etc.). Los mismos autores consideran que este factor puede ser influido por las interacciones entre dichas características y las limitaciones y reglas impuestas por la percepción. El segundo factor es el conocimiento previo que tienen los estudiantes sobre el tipo de representaciones gráficas que interpretan y específicamente sobre las representaciones gráficas cartesianas. El tercer factor que afecta la interpretación de las gráficas según estos mismos autores son los conocimientos y expectativas de los estudiantes sobre el contenido que refiere la gráfica. Para ellos estos últimos incluso pueden generar sobreestimaciones sobre las correlaciones observadas en las gráficas o, facilitar las inferencias sobre los fenómenos relacionados con las mismas cuando estos son familiares para el estudiante.

Por otro lado, Postigo y Pozo (2000) anotan que cuando el sujeto interpreta una gráfica no sólo está influido por su conocimiento sobre las gráficas y sobre la situación representada, sino que también lo está por los siguientes factores:

- La estructura de la gráfica: incluye el formato o tipo de representación, (líneas, sectores, barras), así como del tipo de escala y las etiquetas usadas.
- La estructura numérica: es decir, el número y tipo de variables (nominal, ordinal, intervalo) y la relación entre ellas (lineal, tendencias, interacciones).
- El contenido de la gráfica: o sea el contenido del fenómeno representado.

- La tarea y el contexto en el que se presenta: esta influye en las demandas de procesamiento de la gráfica (identificar, explicar, predecir, etc).

Otro de los factores que influyen en la ejecución de las tareas de construcción e interpretación de gráficas está constituido por las diferencias individuales. Se ha encontrado que sujetos con diferente habilidad espacial difieren en sus estrategias para realizar una tarea de comparación y verificación entre un dibujo y una frase (Mathews 1978).

En la misma línea, Ford (1995) ha clasificado a los sujetos en razonadores verbales y razonadores espaciales, de acuerdo con las representaciones utilizadas por ellos para resolver problemas de razonamiento analítico. Ford encontró que los razonadores espaciales en sus protocolos mostraron diagramas y círculos de Euler.

Cox, Stenning y Oberlander (1994, 1995a) han clasificado a los sujetos en razonadores diagramáticos y no diagramáticos sobre la base de su nivel de ejecución al resolver problemas de razonamiento analítico que estaban diseñados con base en diagramas. Riding y Douglas (1993) han clasificado a los sujetos en visualizadores y verbalizadores sobre la base de pruebas psicométricas. Aquellos que utilizaban más diagramas en sus respuestas eran visualizadores y aquellos que utilizaban textos eran verbalizadores.

Así mismo, Frensen y Holder (1969) han clasificado a los sujetos en sujetos de alta y baja visualización, de acuerdo con su utilización o no en la ejecución en diversas tareas, de técnicas como diagramas de Venn, mapas simbólicos y textos en prosa.

### **2.2.7. La construcción e interpretación de representaciones gráficas**

En esta sección se van a presentar tres cuestiones con respecto a la construcción de gráficas. Inicialmente se incluye un apartado en el cual se expone el concepto de variable y su relevancia para los procesos de construcción e interpretación de las representaciones gráficas.

En segundo lugar, se trata el proceso de construcción de gráficas, su naturaleza y las implicaciones didácticas que este tiene. Por último, se presentan algunas posiciones teóricas acerca del proceso de interpretación de las representaciones gráficas y las formas en las cuales se puede realizar dicho proceso.

#### **2.2.7.1. La noción de variable y las gráficas cartesianas**

La noción de variable es fundamental para el entendimiento de las representaciones gráficas. El concepto de variable puede acometerse desde tres interpretaciones distintas. Una primera interpretación del concepto de variable es aquella que la concibe como algo relativamente estático, como un instrumento para la generalización y la descripción de modelos (Wagner 1981; Kuchemann 1984). Este enfoque hace que la variable sea asociada por lo general a símbolos algebraicos, tales como las letras. La segunda interpretación del concepto de variable es aquella que la concibe como algo dinámico, que representa e incluye el cambio, la variabilidad y las transformaciones simultáneas de un factor o elemento dentro de un fenómeno estudiado (Janvier 1981a). Desde el segundo enfoque una variable puede ser asociada con una representación gráfica o una notación funcional. Así, el concepto de variable está asociado con el concepto de función.

Bergamini (1963) argumenta que el sistema de coordenadas cartesianas, al atrapar y sistematizar los cambios que se producen en las interrelaciones entre magnitudes, origina los conceptos de variable y de función. De esta forma, si un valor  $X$ , referido a la cantidad de una magnitud determinada está relacionado con un valor  $Y$ , y esta relación puede ser representada a través de una ecuación o una gráfica, entonces las magnitudes a las que se refieren los valores  $X$  e  $Y$  pueden ser clasificadas como variables.

Es decir, al cambiar el valor de una de las magnitudes cambia el valor de la otra, presentándose de esa manera una relación funcional. En dicha relación funcional la variable que cambia de valor como consecuencia del cambio de valor de la otra variable recibe el nombre de función de dicha variable

La tercera posición sobre el concepto de variable es aquella que la define de acuerdo con su dominio dentro de una relación funcional (Freudenthal 1983; Schoenfeld y Arcavi 1988). El dominio de una variable está conformado por el grupo de valores que ésta puede tomar. Las características del dominio de una variable están determinadas por la situación a la cual ella se refiere. La situación referida determina cuál es la unidad adecuada y el tipo de unidad. Es decir, sus propiedades determinan la forma de esta variable. Así, la unidad en la cual se mide la variable (categórica, ordinal, intervalo, o razón) determinará si su forma es discreta o continua (Janvier 1983).

Así mismo, de acuerdo a la forma que tome la variable pueden ser establecidos tres tipos de dominio. Si la variable es discreta el dominio podría tomar dos formas: a) un grupo finito de valores no ordenados, es decir, de tipo categórico; b) un grupo finito de valores ordenados, es decir, de carácter ordinal. Si la variable es de forma continua el dominio se correspondería con un grupo ordenado no finito de valores, como es el caso de las proporciones.

En los gráficos dimensionales las variables pueden ser de ambas formas, discretas o continuas, o ser una de ellas discreta y la otra continua. Un gráfico fruto de mediciones experimentales puede incluir solamente un número finito de puntos discretos si sólo se refiere a estos datos. Por el contrario este mismo gráfico puede contener un número infinito de datos en un continuo si se refiere a la representación global del fenómeno.

Por otra parte, de acuerdo con el contexto, una variable puede estar contextualizada o ser de carácter abstracto. Las variables presentadas de forma abstracta son generalmente numéricas y no presentan un contexto definido, sin importar que éstas sean discretas o continuas. Cuando una variable está contextualizada en general suele ser continua.

Para finalizar es importante anotar que a la noción de variable, como a su forma, no se le asigna la importancia debida en los currículos de ciencias y matemáticas. Igualmente ocurre en la literatura referida a la enseñanza de estas dos disciplinas (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990).

### **2.2.7.2. El proceso de construcción de las representaciones gráficas**

Aunque a los investigadores les ha interesado más el proceso de interpretación de las gráficas, muchos de ellos han abordado el proceso de su construcción (Lovell 1971; Bell y Janvier 1981ab; Kerslake 1981; Herscovics 1982; Krabbendam 1982; Dreyfus y Eisenberg 1983; Wavering 1985; Markovitz, Eylon y Bruckheimer 1983, 1986; Yerushalmy 1988; Brasell y Rowe 1989; Clement 1989). En esta sección se aborda el proceso de la construcción de gráficas, su naturaleza y sus particularidades. Igualmente, se discute sobre la conformación de escalas como una etapa importante dentro de este proceso. Además, en esta sección se presentan algunos requisitos y habilidades consideradas como necesarias para la construcción de las representaciones gráficas.

- **La construcción de gráficas como un proceso**

Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) sostienen que la construcción de representaciones gráficas es un proceso que puede partir desde diversas fuentes. Estas fuentes pueden ser: un grupo de pares ordenados de datos, una ecuación que exprese una función o una simple tabla de datos. Una vez determinada la fuente de construcción de la gráfica, dicha construcción la selección y denominación de cada uno de los ejes de la gráfica, la determinación de la escala a utilizar para localizar las mediciones realizadas, la identificación de las unidades en las cuales se van a expresar los datos dentro de la gráfica y, la ubicación de los pares ordenados de datos dentro del espacio gráfico. Es importante anotar que, las particularidades de este proceso lo hacen bastante creativo porque requiere la generación de elementos nuevos que no han sido facilitados al iniciar la construcción.

Por otra parte, la dificultad que representa la tarea de la construcción de gráficas depende del punto de partida que se tome para iniciar el proceso. Así, si se parte de una tabla de datos, de un grupo de pares ordenados o de una gráfica, en la cual los ejes y las unidades están previamente determinados, la tarea se hace de baja dificultad. Por el contrario si se parte de una ecuación para la construcción de la gráfica la tarea presenta un mayor nivel de dificultad. Por último, si se quiere construir una ecuación a partir de

la gráfica previamente construida la dificultad se hace mucho más grande. Es importante decir que este último tipo de conversión no es muy común en la literatura de investigación ni en los libros de texto (Herscovics 1982).

En cuanto a cómo los sujetos pueden abordar el proceso de construcción de la gráfica, ellos lo pueden hacer de varias formas: local, global, cualitativa y cuantitativa. En la construcción local se aborda el proceso punto por punto. Si la construcción se aborda de forma global esta se realiza teniendo en cuenta la tendencia general que presenta el grupo de datos. En el caso de que la construcción de la gráfica sea cuantitativa el sujeto puede verse enfrentado por ejemplo a la determinación de los coeficientes en una ecuación y la posterior construcción de la gráfica correspondiente. En el caso de que dicha construcción sea cualitativa el sujeto puede plantearse el construir una gráfica que satisfaga los requisitos de una situación determinada, sin tener en cuenta una ecuación matemática.

Es importante anotar que estos abordajes no se dan por separado y que es común, que al enfocar la atención sobre las características cualitativas el sujeto esté abordando la construcción de la gráfica de forma global. Por el contrario también es común que si la construcción de una gráfica se aborda desde la perspectiva cuantitativa este abordaje también implique un enfoque local.

- La construcción de escalas

Cuando una gráfica es construida en el laboratorio de ciencias a partir de datos generados por observaciones experimentales, se hace muy importante la selección y construcción de escalas adecuadas. En este proceso se debe dar especial atención a los ejes, a sus escalas y a las unidades en las cuales las variables son medidas. En cuanto a los ejes y sus escalas esto implica decidir sobre el número más adecuado de unidades para los intervalos en los cuales están divididos los ejes. La decisión tomada hará que para cada eje cualquier intervalo de longitud deba representar el mismo número de unidades. La atención especial también significa definir si ambos ejes pudiesen utilizar o no la misma escala.

En cuanto a las unidades en las cuales están medidas las variables, estas también juegan un papel preponderante en el diseño de las escalas. Así, las unidades pueden ser transformadas de acuerdo con las necesidades del constructor de la gráfica. Esta transformación puede hacerse cuando se requiera de unidades más sensibles y significativas que aquellas en las cuales se han expresado inicialmente los datos. El procedimiento también es lícito cuando el nuevo tipo de unidad sea más eficiente y sirva para generar gráficas de mayor calidad y más comprensibles. Por ejemplo en ciencias ocurre que para ciertos casos, el logaritmo de una cantidad es más fácilmente localizable en el espacio gráfico del plano cartesiano que la cantidad como tal.

Por otra parte es importante tener en cuenta que, cuando se cambia la escala en una gráfica se puede inducir a errores de interpretación. Esto es debido a que el cambio puede crear “ilusiones visuales” y a que el trazado de la gráfica puede resultar muy diferente al presentado cuando se utilizaba la escala inicial. Según Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990), cambiar la escala de una gráfica una vez que los puntos han sido ubicados en el espacio gráfico puede convertirse en una dificultad para que el estudiante pueda abstraer desde la gráfica entendida como representación visual concreta, la gráfica como representación simbólica. Por esto cuando se realiza un cambio de escala es indispensable determinar las características visuales que permanecen constantes y aquellas que se alteran, antes de proceder a interpretarlas.

Por último es importante decir que, según Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) aunque no es posible interpretar adecuadamente una gráfica sin tomar en cuenta sus escalas, la construcción de escalas es una temática que usualmente se da por sabida en los currículos de ciencias y matemáticas. Los mismos autores también afirman que, sin importar el valor que tiene esta temática para el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas, tampoco es usual que se realicen investigaciones didácticas sobre ella.

- Habilidades requeridas para construir gráficos cartesianos

Ainley, Nadi y Pratt (2000) sostienen que los estudiantes antes de acceder a los procesos de construcción de gráficas deben cumplir los siguientes requisitos:

- Comprensión sobre cómo interpretar y usar las gráficas.



- Conocimiento de las convenciones y técnicas relacionadas con las gráficas, tales como: el uso de escalas y la composición del plano cartesiano.

Diversos investigadores (Mckenzie y Padilla 1986; Padilla, McKenzie y Shawn 1986) sostienen que un estudiante está capacitado para construir gráficas cuando, a partir de una tabla completa de datos o de la descripción completa de una investigación, es capaz de:

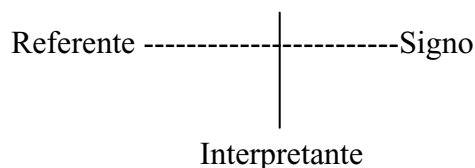
- Identificar de manera correcta las variables expresadas en los datos.
- Asignar de manera correcta cada una de las variables a los ejes del plano cartesiano.
- Establecer correctamente las escalas para cada uno de los ejes del plano cartesiano, especificando las unidades en las cuales los datos son expresados.
- Ubicar los pares de datos ordenados (coordenadas) como puntos dentro del espacio gráfico del plano cartesiano.
- Seleccionar la gráfica con la línea fijada más apropiada, dada una serie o un grupo de gráficas.

### **2.2.7.3. El proceso de interpretación de las representaciones gráficas**

- La interpretación de gráficas como interacción entre esferas ontológicas y epistemológicas:

Ricoeur (1991) argumenta que en el proceso de interpretación de las representaciones gráficas participan varias relaciones. En primer lugar, la relación entre las palabras y las gráficas. Es decir, entre sistemas de signos (S) – (S). En segundo lugar la relación entre los sistemas de signos (S) (texto) y los fenómenos referidos por ellos (R) (referente). Dicha relación en ciencias está a menudo mediada por la relación

entre teoría y datos. En tercer lugar, la relación entre el signo (S) y el interpretador (I) (interpretante) tal como se simboliza en el siguiente esquema:



Las relaciones presentadas están mediadas y transformadas por la comunidad a la cual pertenece el interpretante. Así, los procesos de interpretación son fruto de la suma de experiencias compartidas, con lo cual se genera la producción de nuevas relaciones signo (S) - interpretante (I).

En la misma línea de pensamiento, para Roth y Bowen (1999a) la interpretación de las gráficas depende de una base de conocimientos adquiridos y del reconocimiento de un grupo de acciones llevadas a cabo para su construcción por una comunidad de personas. Por ello, una interpretación está mediada por dos tipos de experiencia.

- La experiencia fenomenológica que incluye las relaciones: referente (R) – interpretante (I).
- La experiencia hermenéutica que está constituida por la relación signo (S) – referente (R).

Los mismos autores afirman que estas dos experiencias permiten la elaboración del significado de la gráfica.

- **La interpretación de gráficas como un proceso:**

De acuerdo con Shah y Hoeffner (2002) existen tres etapas en el proceso de interpretación de representaciones gráficas. La primera etapa consiste en la codificación del arreglo visual de la representación y en determinar cuales son las características visuales más importantes en la misma. De acuerdo con los mismos autores, en esta fase influyen las leyes de la percepción humana tanto en la búsqueda como en la codificación de la información visual. La segunda fase del proceso es la puesta en

relación de estas características visuales de la gráfica con el significado conceptual que cada una de ellas representa. Es importante decir que esta etapa es influenciada por la forma en la cual sea llevada a cabo la etapa anterior. Además según los mismos autores la habilidad para “mapear” las características visuales en relación con sus significados depende la experiencia de los sujetos en este tipo de tareas. La tercera etapa contemplada por estos autores, es la determinación del referente de cada uno de los conceptos asociados con las características visuales y el establecimiento de las relaciones entre los conceptos y las funciones.

- La interpretación de gráficas como construcción del significado de una tendencia

Roth y Bowen (1999a) afirman que interpretar una gráfica significa desempacar la información que se encuentra en ella para encontrar las interrelaciones y los patrones aparentes entre las variables. Igualmente Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) afirman que al interpretar una gráfica se construye sentido y se gana significado a partir de ella o de una porción de la misma y que, este proceso depende del referente representado por la gráfica (situaciones o relaciones funcionales de carácter abstracto). De esta manera, de acuerdo a cómo se presenta la gráfica, el significado construido a partir de ella puede referirse al espacio simbólico de la gráfica o a un espacio diferente, como el constituido por la situación o por las ecuaciones escritas en lenguaje algebraico.

De esta forma, en muchos casos interpretar una representación gráfica significa hacer interpretaciones entre dos referentes o espacios. Esto ocurre cuando la tarea de interpretación además de estar relacionada con una gráfica lo está con una situación problema y / o una regla algebraica. En estos caso la interpretación de la gráfica implica su conversión en otro tipo de tipo de representación (Janvier 1987b; Kaput 1987). Un ejemplo de este tipo de tareas de interpretación es cuando se pide al estudiante que determine el punto donde se produce la intersección entre la línea gráfica y el eje Y, además del valor y el signo de la de la pendiente  $m$  (tratándose de una gráfica lineal del tipo  $y = mx + b$ ) observando la gráfica. Este tipo de tarea contempla además de la interpretación de la gráfica como tal, pasar desde la gráfica a la formulación de la ecuación de la recta. Otro ejemplo de este tipo de tareas es la interpretación de una gráfica cuando ésta se refiere a una situación específica. Este tipo de interpretación comprende el paso desde la representación gráfica a la situación en sí misma.

En esta misma línea, Ainley, Nadi y Pratt (2000) afirman que la interpretación de una gráfica se corresponde con la construcción de significado para las tendencias encontradas en los datos dentro de un proceso experimental. Los mismos autores desde un análisis epistemológico proponen los siguientes elementos como formadores del concepto tendencia:

- Dependencia entre datos bivariados (correlación).
- Interrelación visual continua entre la sucesión de puntos (linealidad).
- Posibilidades de interpolación: es decir, que datos no disponibles puedan ser relacionados con datos disponibles.
- Posibilidades de extrapolación: es decir, que datos no disponibles puedan ser relacionados con datos que estén más allá de los datos disponibles.
- Conexión entre la dependencia presentada entre los grupos de datos y la interrelación entre las variables experimentales (interpretación).

- **La interpretación de gráficas como forma de predicción**

Según Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) cuando la interpretación de una gráfica persigue el hacer conjeturas sobre la posición de nuevos puntos en ella y sobre la forma de nuevos segmentos o partes de la gráfica, decimos entonces que se tiene como objetivo la predicción. De acuerdo con los mismos autores, la ejecución de este tipo de tareas de interpretación dependen de la habilidad de estimación para poder imaginar cómo será el resto de una gráfica y cómo se podría observar ésta en su conjunto.

La ejecución de las tareas de interpretación de este tipo también pueden depender de las habilidades de medida y de las habilidades para detectar patrones o tendencias. Esta última habilidad se refiere a la posibilidad de construir interpolaciones y extrapolaciones, y puede requerirse en la interpretación tanto de situaciones referidas a un contexto específico (como la ciencia) como a situaciones abstractas (Karplus 1979). Es importante anotar que el carácter de las interpretaciones del tipo predicción hace que éstas conduzcan a muchas conclusiones que, aunque probables, no pueden ser probadas.

- La interpretación de gráficas como procesamiento de diferentes niveles de información

Postigo y Pozo (2000) proponen que la interpretación de una gráfica es un proceso en el que los sujetos interpretan la información gráfica en tres niveles de procesamiento. Los mismos autores sostiene que dichos niveles se presentan como parte de un continuo.

Los niveles de procesamiento de la información gráfica propuestos por estos autores son los siguientes:

1) Nivel de procesamiento de la información explícita: este es el nivel inicial y más básico de la interpretación de la información gráfica. De acuerdo con Postigo y Pozo en este nivel de procesamiento los sujetos identificarían los elementos más sobresalientes de la gráfica como el título de la misma, los nombres que se le han asignado a cada eje gráfico y por ende las variables relacionadas, el tipo de variables, el fenómeno representado, distintos valores de las mismas variables, etc.

2) Nivel de procesamiento de la información implícita: este es el nivel intermedio de interpretación de la información gráfica. De acuerdo con los mismos autores este nivel implica procedimientos de mayor complejidad que el anterior y requiere de cierta capacidad matemática, especialmente del razonamiento proporcional. Así, en este nivel los sujetos realizan la identificación de los patrones y las tendencias expuestas por la gráfica, y para ello establecen cuáles son las relaciones existentes entre los valores presentados por las variables puestas en relación.

Postigo y Pozo también argumentan que en este nivel los sujetos también reconocen, manipulan, decodifican y traducen las convenciones, las leyendas y los símbolos que acompañan a la gráfica.

3) Nivel de procesamiento de la información conceptual: este es el nivel superior de procesamiento de la información gráfica y por ello se supone que está apoyado en los niveles inicial e intermedio (explícito e implícito).

Postigo y Pozo sostienen que en este nivel los sujetos son capaces de procesar la información para generar relaciones conceptuales a partir del análisis global de la estructura gráfica. Es decir, los sujetos son capaces de elaborar interpretaciones, explicaciones o predicciones sobre los fenómenos representados por la gráfica cartesiana. Los mismos autores sostienen que para ello los individuos debe hacer uso de otros conocimientos relacionados con el contenido representado en la gráfica.

Por otra parte con respecto al aprendizaje referido a los tres niveles de procesamiento de la información, los mismos autores han reportado que, el aprendizaje de la información explícita es mayor que el de la información implícita y conceptual, y que el rendimiento en las tareas de información implícita también es mayor que el obtenido en las tareas de información conceptual, lo que confirma la existencia los tres niveles de información y de orden de dificultad.

#### **2.2.7.3.1. Habilidades y requisitos necesarios para la interpretación de gráficas numéricas**

Algunos autores (Mckenzie y Padilla 1986; Padilla, McKenzie y Shawn 1986) afirman que el siguiente grupo de habilidades es necesario para que un estudiante pueda interpretar adecuadamente una gráfica:

- Determinar las coordenadas correspondientes a un punto dentro del espacio gráfico.
- Identificar de forma apropiada las variables en las gráficas y manipularlas apropiadamente.
- Interpolar y / o extrapolar los datos dentro de la representación gráfica.
- Identificar las tendencias descritas en el grupo de datos presentes en la gráfica.
- Describir adecuadamente la interrelación entre las variables que son presentadas en la gráfica.
- Dado un grupo de datos, seleccionar la gráfica que los describa correctamente.
- Dadas dos gráficas que representen relaciones interrelacionadas entre sí, el estudiante deberá identificar una generalización que describa dicha interrelación.

### 2.2.7.3.2. Elementos de análisis para la interpretación de las gráficas

De acuerdo con Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) el proceso de interpretación de gráficas puede ser analizado desde las siguientes dimensiones:

- Carácter global o específico de la interpretación.
- Progresión desde la interpretación cuantitativa a la cualitativa.
- Enfoque de la atención cuando se realiza la interpretación.
- Situación o referente de las gráficas.
- Globalidad o especificidad de la interpretación de las gráficas
  
- Carácter global o específico de la interpretación.

Para Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) la interpretación de una gráfica puede ser global y general o, por el contrario, puede ser local y específica. La interpretación de carácter global se refiere a la detección de tendencias dentro de la gráfica. Este tipo de interpretación es usual cuando la gráfica representa una situación específica o una relación funcional. Por ejemplo, la determinación de un patrón de covariación (cómo cambia Y cuando X se incrementa) o la elaboración de la continuación de una gráfica (interpolación y / o extrapolación).

Por el contrario, la interpretación del tipo local enfoca su atención punto por punto dentro de la gráfica. Un ejemplo de este tipo de interpretación, es aquella en la cual se exige determinar las condiciones específicas presentadas por la gráfica tales como los valores mínimos o máximos o el valor a partir del cual el fenómeno observado cambia radicalmente su orientación.

De acuerdo con Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) es importante aclarar que en la interpretación de las gráficas no suelen darse por separado procesos interpretativos globales y procesos interpretativos específicos. Por el contrario, generalmente los procesos interpretativos primero son de carácter local y luego se van haciendo cada vez más globales. Es decir, se pasa de la lectura de puntos únicos (valores máximos o

mínimos) a la de intervalos (de decremento o incremento) y finalmente a la lectura de la totalidad de la gráfica (forma general de la gráfica).

Por otra parte según Yerushalmy (1988), en el currículo se hace mayor énfasis en los procesos de interpretación de carácter local, lo que puede inducir a los estudiantes a pensar que las representaciones gráficas, más que entidades conceptuales, no son sino colecciones organizadas de puntos.

- Progresión de la interpretación cuantitativa a la cualitativa de las gráficas

Las investigaciones realizadas sobre la interpretación cualitativa de las gráficas se refieren especialmente al uso de las representaciones gráficas en el campo de las ciencias (McKenzie y Padilla 1986; Mokros y Tinker 1986; McDermont, Rosenquist y VanZee 1987; Brasell y Rowe 1989) y en ambientes informatizados (Goldenberg 1987; Demana y Waits 1988; Yerushalmy 1988).

En las investigaciones mencionadas se ha encontrado que cuando se pasa de la interpretación local a la interpretación global se produce una progresión desde la interpretación cuantitativa a la interpretación cualitativa. De esta forma la interpretación cualitativa de la gráfica contempla la observación de la totalidad de la gráfica o de una porción significativa de la misma. Es decir, atiende a la tendencia general de la gráfica, a las interrelaciones presentadas entre sus variables y a sus patrones de covariación.

Así, a partir de una interpretación global se pueden construir significados que expliquen el comportamiento de las variables contempladas dentro de un fenómeno. Por otra parte, aunque es poco común también se presentan casos en los cuales se han de interpretar cualitativamente características locales.

Esto ocurre cuando se presentan cambios bruscos de forma, razón de cambio o dirección en la gráfica (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990).



- El enfoque de la atención en las tareas de interpretación de gráficas

Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) definen el enfoque de la atención como la localización de la misma sobre un aspecto particular dentro de una tarea específica. Esta localización de la atención es bastante difícil de determinar cuando se interpretan representaciones gráficas porque existe en ellas una amplia variedad de lugares sobre los cuales centrar la atención. Además, la localización del foco de atención está condicionada por el tipo de tarea a realizar y puede cambiar de una situación a otra.

De acuerdo con los mismos autores, si se trata de interpretar cualitativamente a la gráfica, el foco de atención es la gráfica en sí misma, más que una de sus especificidades o sus ejes. Así que se dirige el foco de atención a la determinación de las relaciones entre las variables. Así, al ser este tipo de tareas referidas a características globales, se requiere de un trabajo más amplio y difícil cuando se trata de definir el espacio sobre el cual se enfoca la atención. Por otra parte si se trata de interpretar cuantitativamente las gráficas a menudo se requiere enfocarse más la atención sobre los ejes y las cantidades que sobre la gráfica misma. Este tipo de enfoque de la atención se presenta cuando se enfrentan tareas como identificar, encontrar, manipular e interpretar coordenadas determinadas o por determinar, determinar los puntos en los cuales la línea gráfica intercepta los ejes, etc.

- Situación o referente de las gráficas

Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) afirman que el análisis de los procesos interpretativos de las representaciones gráficas pasa por el reconocimiento de la situación de la que forma parte la gráfica interpretada. Para los mismos autores la situación comprende dos aspectos: el contexto circundante de la tarea y el contexto del problema.

#### 1) Contexto circundante

El contexto circundante de una representación gráfica está constituido por el área de conocimiento a la cual se refiere y en la que se está haciendo uso de ella. De esta

forma el contexto circundante de una gráfica puede estar constituido por las matemáticas puras, las ciencias sociales o las ciencias experimentales.

De acuerdo con el contexto circundante puede variar el objetivo de la interpretación de la representación gráfica. Así, en el contexto matemático el objetivo de la interpretación de las representaciones gráficas es el de la construcción de conceptos matemáticos y formales.

Por lo anterior, en educación matemática los problemas referidos a la interpretación de gráficas en la mayoría de los casos no son catalogados como reales por parte de los profesores de ciencias.

Por otra parte en el contexto circundante de las ciencias experimentales la interpretación de las gráficas suele ser cualitativa y con fines de predicción. Es decir, tiene como fin detectar patrones subyacentes y proveer información sobre los fenómenos representados por la gráfica.

## 2) Contexto

El contexto de una representación gráfica está constituido por la situación problema en la cual se encuentra inmersa. La situación problema que incluye la representación gráfica puede ser contextualizada o abstracta.

En el caso de que la situación sea contextualizada aunque la familiaridad de la misma pueda facilitar la interpretación, se pueden generar confusiones haciendo creer a los estudiantes que la representación gráfica se corresponde con una representación iconográfica de la situación.

Estas confusiones se hacen más factibles debido a que en los textos y los artículos de investigación las situaciones contextualizadas, generalmente se refieren al desplazamiento de móviles (objetos en movimiento), o al crecimiento o decrecimiento en el valor de una variable (población de una especie por ejemplo).

## **2.3. INTERACCIONES ENTRE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS Y LOS PROCESOS ESCOLARES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE**

En esta sección se incluyen apartados sobre los errores conceptuales más usuales relacionados con la construcción e interpretación de gráficas, los procedimientos que utilizan los estudiantes para interpretarlas y el papel que juegan las representaciones gráficas en las aulas.

### **2.3.1. Concepciones erróneas encontradas en la construcción e interpretación de gráficas**

Las concepciones erróneas son definidas como características incorrectas del conocimiento del estudiante que son explícitas, repetibles y están relacionadas con el aprendizaje formal previo. Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) afirman que las concepciones alternativas que presentan generalmente los estudiantes se refieren a los siguientes aspectos:

Linealidad, diferenciación entre gráficas continuas y gráficas discretas, escritura relativa e interpretación, concepto de variable y notación.

- **Linealidad**

Esta preconcepción se refiere a la tendencia a interpretar las gráficas como si fuesen todas de tipo lineal (Lovell 1971; Karplus 1979; Matz 1982; Dreyfus y Eisenberg 1983, Markovitz, Eylon y Bruckheimer 1983, 1986; Zaslavsky 1987).

La tendencia señalada hace que los estudiantes la mayoría de las veces al conectar los puntos dentro de la gráfica utilicen líneas rectas, suponiendo que la única forma de conectar dos puntos en una gráfica es a través de una línea recta.

Dicha tendencia puede ser causada por la familiaridad que tienen los estudiantes con las gráficas que involucran líneas rectas. Así esta familiaridad hace que los estudiantes generalicen las propiedades de las gráficas lineales a los demás tipo de gráficas.

- Distinción entre gráficas que representan variables continuas o discretas

De acuerdo con Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) los estudiantes pueden tender a representar e interpretar datos de naturaleza continua de una manera discreta y viceversa.

Como consecuencia de la interpretación de una gráfica continua como concreta los estudiantes presentan las siguientes fallas:

- Falta de claridad sobre el significado de la línea no interrumpida.
- Tendencia a mirar sólo los puntos marcados sobre la gráfica negando la existencia de puntos entre ellos (Kerslake 1981; Janvier 1983; Mansfield 1985; Stein y Leinhardt 1989).
- Asignación de un número de puntos definido (real o entero) al espacio gráfico existente entre dos puntos que representan datos continuos.
- De manera similar, los estudiantes enuncian el número de unidades del eje X que están entre un punto a y un punto b.

Como consecuencia de la interpretación de una gráfica discreta como continua los estudiantes presentan las siguientes fallas:

- Conexión inapropiada entre los puntos discretos de la gráfica, influidos por la apariencia de la misma (Kerslake 1981; Markovitz, Eylon y Bruckheimer 1986).
- Tendencia a asignar patrones definidos a la gráfica discreta, por ejemplo, tratando de dar una forma de gráfica lineal a una gráfica discreta.

Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) también afirman que, en general, los estudiantes presentan una tendencia a discretizar las gráficas. Es decir, piensan en las líneas como instrumentos para unir puntos y no como elementos que describen una función (Janvier 1987b; Yerushalmy 1988; Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990).

Además, Leinhardt y sus colaboradores afirman que los estudiantes dirigen su atención a los puntos de una gráfica sólo si éstos no se encuentran conectados con las líneas.

- Escritura relativa e interpretación

Los estudiantes presentan dificultades para analizar los datos y ponerlos en relación. Estas dificultades pueden ser clasificadas en tres categorías: confusión intervalo / punto, confusión pendiente / altura e interpretaciones icónicas.

- La confusión intervalo / punto

Esta dificultad consiste en que los estudiantes cuando enfrentan interrogantes ambiguos sobre las gráficas restringen su atención a un punto o a un grupo de puntos en lugar de hacerlo sobre un rango de ellos que es lo más apropiado. Es decir, los estudiantes no enfocan su atención sobre las características más globales de las gráficas como su forma general, sus intervalos y pendientes (Janvier 1978, Bell y Janvier 1981; Janvier 1981ab; Preece 1983). Es importante anotar que, este enfoque parcial de la atención se corresponde con la forma en la cual usualmente se enseña la construcción de gráficas dentro del aula de clase.

- Confusión pendiente /altura

Esta dificultad consiste en que los estudiantes confunden la pendiente de una gráfica con los valores máximos o mínimos presentados en la misma (Janvier 1978; Bell y Janvier 1981b; Preece 1983; McDermott, Rosenquist y VanZee 1987). Esto puede ocurrir porque los estudiantes pueden creer que el valor más alto ubicado en la gráfica se corresponde con la pendiente de la misma (Clement 1989).

- Interpretación icónica

Este tipo de confusión se presenta cuando los estudiantes interpretan una gráfica de manera literal como una representación pictórica o iconográfica de la situación, sin superar la interpretación simbólica de la gráfica y sin lograr una interpretación abstracta

de la misma. Esto explica porque cuando los estudiantes interpretan las líneas en las gráficas referidas a trayectorias las conciben como los caminos físicos seguidos por los móviles que las realizan (Kerslake 1977; Janvier 1978; 1981b; Kerslake 1981; Preece 1983; Schultz, Clement y Mokros 1986; McDermott, Rosenquist, y VanZee 1987; Stein y Leinhardt 1989).

La causa de esta confusión puede ser la familiaridad que tiene el estudiante con las situaciones representadas en las gráficas. Es decir, sus experiencias pasadas relacionadas con la situación representada. Así esta familiaridad puede dificultar la abstracción que tiene que ser realizada desde una base de información mucho más amplia. En la confusión generada también pueden influir elementos pictóricos incorporados a la gráfica que actúen como distractores, por ejemplo, el dibujo de un coche sobre la línea que representa una relación entre el espacio recorrido por él y el tiempo que ha durado el desplazamiento.

Sobre este mismo asunto Clement (1989) ha encontrado que cuando los estudiantes se enfrentan a gráficas referidas a una situación específica tienden a presentar dos tipos de errores. En primer lugar, este autor reporta un error de correspondencia con una característica. Este primer tipo de error consiste en relacionar de manera incorrecta una única característica visual de tipo local sobre la situación con una característica similar en la gráfica.

En segundo lugar, este autor reporta un tipo de error al que denomina error de correspondencia global. En este tipo de error los estudiantes relacionan de manera equivocada la imagen visual completa de la situación a representar con la forma global que ha de mostrar la gráfica. Los errores mencionados también han sido hallados en representaciones gráficas que presentan en sus líneas características sobresalientes, como por ejemplo, elevaciones o caídas súbitas de la curva o discontinuidades en la misma. (Preece 1983).

- Sobre las variables

Sobre la comprensión que los estudiantes presentan sobre las variables Kuchemanns (1981) demostró que ellos al manipular las letras en una ecuación, no

saben qué significa una variable. Es decir, centran su atención sobre la substitución simbólica arbitraria, dejando de lado la idea de la interrelación funcional entre dos variables. Por lo mismo el mismo autor encontró que los estudiantes creen que al cambiar el símbolo de una variable en una ecuación funcional cambian algunos aspectos críticos de la función.

Por otro lado, Herscovics (1989) interpretó estos resultados como un indicador de que los estudiantes tienen una tendencia a ver los símbolos literalmente como representando grupos de datos. Así que las letras son utilizadas sólo como palabras identificando grupos específicos.

- Sobre la notación

Sobre los errores que se pueden producir en los procesos de notación, numerosos estudios muestran cómo los estudiantes construyen las escalas de las gráficas de manera rápida y trivial (Vergnaud y Errecalde 1980; Kerslake 1981; Wavering 1985; Goldenberg 1987).

Igualmente, Goldenberg (1987) encontró que algunos estudiantes creen que las escalas sobre los ejes X e Y necesitan ser simétricas, aún cuando ello no les permita hacer a la gráfica más accesible visualmente.

Por otra parte Padilla, McKenzie y Shawn (1986), en un estudio experimental, encontraron que la mayoría de los estudiantes presentan grandes dificultades cuando se trata de diseñar las escalas de la gráfica y de establecer cuál era la mejor recta para representar un grupo de datos.

Finalmente, es importante decir que aunque la construcción de los ejes de un sistema coordinado requiere de la distribución de los ejes en variables, de la construcción de sus escalas y de la asignación de nombres a cada uno de ellos y además, necesita de un complejo grupo de habilidades por parte de los estudiantes, este tema no se contempla en la mayoría de las tareas de construcción de gráficas presentadas en los textos (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990).

- Sobre el establecimiento de funciones

De acuerdo con Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) la mayoría de los estudiantes presentan problemas para establecer las interrelaciones entre las variables que están incluidas dentro de una gráfica. La razón de ello puede ser la no correspondencia exacta entre las características y sectores presentados en las gráficas con los fenómenos representados ni con su representación en el lenguaje algebraico. Las dificultades reportadas ponen de manifiesto que para que los estudiantes puedan establecer funciones deben primero aprender los procedimientos necesarios para pasar de la representación gráfica a la representación algebraica.

Los mismos autores sostiene que, en primer lugar, los estudiantes deben determinar el punto en el cual las líneas incluidas en el espacio gráfico se cruzan con uno de los ejes del plano cartesiano. Generalmente se determina que el punto en el cual la línea gráfica corta el eje Y equivale al término  $b$ , dentro la ecuación de la recta de la forma:  $Y = mX + b$ . En segundo lugar, los estudiantes deben aprender a establecer la relación entre los puntos representados en la línea y el valor de la pendiente dentro de una ecuación lineal. El estudiante logra el segundo aprendizaje cuando descompone la pendiente en relaciones de valor absoluto, es decir, cuando pasa de cuatro valores a uno. O sea, cuando a partir de dos valores correspondientes al eje de la Y, y dos valores correspondientes al eje de las X, genera su magnitud. En tercer lugar, los estudiantes deben reconocer las convenciones referidas a las direcciones del sistema cartesiano y ayudados por sus profesores esclarecer sus dudas sobre la oposición entre el valor absoluto y el signo de los datos y sectores observados en la gráfica. Las convenciones establecen por norma general que los valores de los puntos son más grandes cuando se encuentran ubicados arriba y a la derecha y que igualmente tales valores son menores cuando están ubicados a la izquierda y al fondo dentro de la gráfica. Las convenciones tienen en cuenta el punto en el cual se cruzan los dos ejes de la gráfica denominado origen. Así, los valores incrementan en su valor absoluto tanto como se alejan del punto de origen.

Finalmente Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) afirman que los estudiantes tienen ciertos conocimientos sobre las representaciones gráficas, que han sido



construidos a partir de sus experiencias cotidianas. A dichos conocimientos los mismos autores los han llamado intuiciones. Ellos sostienen que las intuiciones se expresan dentro del sistema de creencias del estudiante.

En esta misma línea de pensamiento algunos investigadores han descubierto que los estudiantes construyen e interpretan mucho más fácilmente una gráfica cuando una de las variables es dependiente del tiempo (Janvier 1981b; Krabbendam 1982). Las causas de este fenómeno parecen ser la naturaleza unidireccional del tiempo y la familiaridad que tienen los estudiantes con él.

De otra parte, Janvier (1982) plantea que cuando una de las variables es el tiempo, los estudiantes no tienen que coordinar las interrelaciones de dos variables que cambian de forma simultánea. Es decir, al tomar como implícita la variación del tiempo, sólo necesitan tratar con una variable.

En este mismo campo algunos autores argumentan que la intuición sobre los fenómenos físicos puede influenciar la lectura de las gráficas que los representan (Nemirovsky y Rubin 1991).

### **2.3.2. ¿Cómo interpretan las gráficas los estudiantes y los expertos?**

El procesamiento realizado por los estudiantes de la información gráfica es superficial y se limita a la lectura de datos, por lo que suelen tener problemas cuando se les exige ir más allá de este nivel elemental de interpretación para construir una interpretación o modelo de la situación (Postigo y Pozo 2000).

Por otra parte de acuerdo con Bowen, Roth y McGinn (1999), cuando los estudiantes interpretan las representaciones gráficas cartesianas lo hacen usando un discurso bastante pobre. Es decir, usan un número muy reducido de instrumentos conceptuales y de herramientas matemáticas. Además, de acuerdo con los mismos autores los estudiantes presentan graves carencias lingüísticas. En primer lugar, no distinguen entre los diferentes usos que puede tener un mismo término en diferentes dominios incluidos los términos propios del discurso sobre la construcción e interpretación de gráficas (una única unidad de significado con dos o más usos en el

discurso científico). En segundo lugar, ellos confunden los significados de términos diferentes haciéndolos equivalentes (hacen el mismo uso de dos términos claramente diferentes). Estas carencias generan ambigüedades que dificultan el alcance de interpretaciones compartidas.

En cuanto a como interpretan las gráficas los expertos, su trabajo es guiado por sus intereses más que por sus obligaciones académicas. Así, estos prefieren usar las gráficas para la modelización de los fenómenos (construcción de modelos) dejando en segundo plano la descripción de las interrelaciones presentes en la gráfica como modelo de una situación real. Para esto ellos no se concentran en dar la respuesta correcta (como lo hacen los estudiantes) si no en desarrollar argumentos y soportes usando descripciones. Con el fin de poder realizar esto los científicos hacen uso de su experiencia, de una amplia gama de recursos interpretativos propios del dominio específico al que se refieren las gráficas y de diversas prácticas (Bowen, Roth y McGinn, 1999).

Entre las prácticas usadas por los científicos pueden enumerarse las siguientes: la realización de más de una interpretación sobre la misma gráfica, la invención de nuevas gráficas a partir de la gráfica original (enriqueciéndola), el uso de modelos matemáticos por ordenador (transformándolas en ecuaciones y viceversa) y la ejecución de comparaciones mentales rápidas entre el fenómeno descrito en la gráfica y otros fenómenos físicos y químicos. Las prácticas realizadas por los científicos cuando interpretan las gráficas muestran que ellos las conciben como productos científicos abiertos sobre los que se puede operar, es decir, como productos que no están completamente cerrados.

### **2.3.3. Las representaciones gráficas en la clase de ciencias**

Padilla, McKenzie y Shawn (1986) afirman que en la enseñanza de las ciencias de la vida el trabajo con gráficas no ha sido tenido en cuenta. Estos investigadores atribuyen el hecho a que los profesores de ciencias dan mayor importancia al trabajo cualitativo que al trabajo cuantitativo. Esto no significa que las representaciones gráficas estén fuera de los programas escolares. En el currículum de matemáticas el estudio de las gráficas usualmente comienza en el cuarto grado enseñándose el plano

cartesiano y la ubicación de los pares ordenados dentro de su espacio gráfico (Berg y Smith 1994). En este mismo currículum el tema se amplía en cursos posteriores con discusiones sobre relaciones lineales, la descripción estadística de dichas relaciones y sus representaciones algebraicas y funcionales.

Por otra parte Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) llaman la atención sobre la dirección que se le imprime a la enseñanza de la construcción de gráficas. Estos autores sostienen que, cuando se trata de enseñar matemáticas, primero se establece una regla funcional o una ecuación y después se construye la gráfica. Pero cuando se trata de enseñar ciencias, la dirección es inversa. Es decir, se parte de observaciones para finalizar en la construcción de la gráfica y en la posible formulación de una ecuación que puede corresponderse con una función. Estos procedimientos hacen que los estudiantes que resuelven problemas matemáticos que implican la construcción de gráficas no puedan resolver problemas en ciencias que incluyen las mismas habilidades.

Sobre la naturaleza de las prácticas que se llevan a cabo en clase de ciencias y que están relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas, Blubaugh y Emmons (1999) afirman que la mayoría de dichas prácticas sólo incluyen la ubicación de pares ordenados predeterminados dentro del espacio gráfico del plano cartesiano. Es decir, la mayoría de estas prácticas no incluyen tareas que enfrenten a los estudiantes a trabajar con las interrelaciones entre las variables existentes en la gráfica, entre ellas, y los fenómenos representados, y entre los fenómenos y el concepto de función.

En la misma línea Ainley, Nadi y Pratt (2000) sostienen que una de las causas del mal aprendizaje que presentan los estudiantes sobre las representaciones gráficas es la aproximación didáctica tradicional, que ellos llaman “construcción y uso pasivo de gráficas” (Pratt 1995).

Los mismos autores afirman que en este tipo de aproximación didáctica la producción de gráficas es el punto final de la instrucción, es decir, no incluye la interpretación de la representación gráfica, ni su utilización como herramienta para resolver problemas.

Igualmente, Roth y Bowen (1999b) afirman que en los cursos de ciencias se dan pocas oportunidades a los estudiantes para que lleven a cabo prácticas relacionadas con las representaciones gráficas y que estas prácticas, la mayoría de las veces, tienen un carácter superficial. Es decir, según los mismos autores en el aula de ciencias el estudiante tiene pocas ocasiones para trabajar con datos de campo o experimentales con el fin de construir representaciones gráficas. Según ellos esto hace que los estudiantes sólo utilicen las gráficas como objetos matemáticos y no como herramientas para construir significados acerca de los fenómenos representados por ellas. Finalmente, dichos autores llaman la atención sobre las grandes diferencias que existen entre las actividades relacionadas con la elaboración de representaciones gráficas que se proponen para los niveles de educación secundaria, universitaria y, las que llevan a cabo los científicos en activo. A estos resultados los mismos autores suman el hecho de que sólo en el nivel de educación doctoral o posdoctoral se contempla que los estudiantes participen activamente en la construcción e interpretación de representaciones gráficas.

Por último y con referencia al desempeño del profesor con respecto al uso de las representaciones gráficas cartesianas, numerosos investigadores han mostrado cómo los docentes presentan limitaciones en el conocimiento de este tipo de gráficas, que reducen su flexibilidad y creatividad. Esto por otra parte puede generar relaciones autoritarias en el aula de clase que pueden hacer muy difícil el libre debate de las ideas cuando se interpretan este tipo de gráficas. (Shulman 1986; Grossman 1987; Grossman y Gudmundsdottir 1987; Even 1989).

- Puntos de entrada en la enseñanza de las representaciones gráficas

De acuerdo con Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) para abordar la enseñanza de las representaciones gráficas en el aula de clase existen diferentes posiciones. De acuerdo con el carácter global o analítico del punto de entrada didáctico se pueden contemplar dos diferentes clases de inicio. El primero de ellos, al que se le podría llamar inicio analítico, contempla el dar una entrada diferente a cada uno de los temas referentes a la construcción e interpretación de gráficas.

El segundo tipo de inicio, al que se le podría llamar de carácter global, aboga por iniciar proponiendo un problema que sirva como núcleo duro, y en el que se unan

todos los temas referentes a la construcción e interpretación de las representaciones gráficas.

Por otra parte las secuencias didácticas para la enseñanza de las representaciones gráficas también se pueden clasificar de acuerdo al tipo de objetivo perseguido. Es decir, si éste es de carácter deductivo, inductivo o hermenéutico. Teniendo en cuenta este criterio Leinhardt, Zalavsky y Stein (1990) proponen tres diferentes tipos de inicio como puntos de entrada para la enseñanza de la construcción e interpretación de gráficas:

- (a) Descubrimiento de una regla.
- (b) Generación de datos y ubicación de los pares ordenados en la gráfica cartesiana.
- (c) Interpretación cualitativa de gráficas referidas a situaciones específicas.

Según los mismos autores los libros de texto de matemáticas presentan generalmente una iniciación del tipo (a) y una clase especial de iniciación tipo (b), que incluye el aprendizaje de las convenciones necesarias para la construcción de gráficas. Por otra parte, algunas veces los libros de texto mezclan los dos tipos de iniciación didáctica (Stein y Baxter 1989). Cuando los textos tratan dichas convenciones lo pueden hacer de dos maneras: teniendo en cuenta la forma geométrica de la gráfica y los cambios que se producen en ella cuando los valores de los pares ordenados son alterados o, construyendo la gráfica lineal a partir de tablas de pares ordenados de datos. Cuando se construyen gráficas a partir de datos experimentales o de campo, por lo general se combinan algunos elementos del punto de entrada tipo (a), es decir, buscar la regla; con el aprendizaje de las convenciones gráficas.

El punto de entrada que propone la búsqueda de una regla presenta ventajas curriculares porque facilita el establecimiento de relaciones entre diferentes áreas de conocimiento (Janvier 1978; Kerslake 1981; Swan 1982). Aunque este tipo de punto de entrada requiere de una gran preparación por parte del profesor, quien debe proponer las tareas más adecuadas para facilitar la recolección de datos, la elección de escalas y la interpretación de las líneas gráficas.

El punto de entrada que hace uso de graficas cualitativas enfoca inicialmente la atención sobre los sectores de la gráfica y en sus convenciones (por ejemplo las convenciones de dirección del plano cartesiano), para luego pasar al estudio de las expresiones algebraicas (Krabbendam 1982). Las gráficas cualitativas pueden referirse a situaciones propias de la cotidianidad de los estudiantes o estar basadas en situaciones diseñadas como actividad didáctica por el profesor. Las situaciones referidas suelen presentar variables con cantidades pero sin el establecimiento de una escala.

Esta entrada didáctica permite la utilización de la intuición por parte de los estudiantes y elimina los límites establecidos por la necesidad de formalizar rápidamente los fenómenos. Además, el uso de otros elementos no específicos del sistema cartesiano como barras o círculos, que sirven de ambientación para aprender más tarde sobre los gráficos de líneas.

Este tipo de entrada didáctica hace uso de descripciones, de situaciones problema y de gráficas, todas de carácter cualitativo pero que incluyen variables que pueden medirse (por ejemplo el tiempo). Por último, es importante decir que este tipo de punto de entrada puede ser útil para romper la aproximación rígida y no interpretativa de los libros de texto (Stein y Baxter 1989).

- **La secuenciación didáctica en la enseñanza de las gráficas**

La mayoría de los investigadores propone que la secuencia didáctica a utilizar en la enseñanza de las representaciones gráficas debe partir de lo más concreto y cualitativo hasta llegar a las formas más abstractas y formales. En esta línea de pensamiento Bergeron y Herscovics (1982) recomiendan iniciar con la construcción de gráficas a partir de datos y finalizar en la formulación de ecuaciones algebraicas.

Por otra parte Janvier (1982) y Swan (1982) proponen una secuencia didáctica que parta del reconocimiento cualitativo y de las tareas de interpretación y progrese hacia la realización de tareas cuantitativas. Ellos proponen una secuencia didáctica que incluya los siguientes pasos: tabulación de datos, ubicación de los datos en el plano cartesiano, lectura de los valores, construcción de formas gráficas esquemáticas y, si es el caso, reconocimiento de las funciones pertenecientes a una misma familia.

## 2.4. LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN LOS TEXTOS

Para Jiménez y Perales (2001) los libros de texto son documentos que presentan varias funciones a saber: definir conceptos, relatar hechos, plantear interrogantes e interpretar diversos fenómenos. Los mismos autores argumentan que el libro de texto ha pasado de ser libro continente para el alumnado a ser libro guión del profesorado. Además también afirman que éste constituye una de las principales vías de transmisión de la ciencia escolar.

Con respecto al papel que desempeñan las representaciones gráficas en los libros de texto, Roth y Bowen (1999b) reportan cómo ésta en su mayoría son usadas para la modelización de situaciones. Así mismo Berg y Smith (1994) han encontrado que la mayoría de ellas son presentadas como objetos terminados para describir leyes y principios sin que se ofrezcan oportunidades para que sean reconstruidas o interpretadas por los estudiantes.

Por otra parte Roth y Bowen (1999b) proponen, entre otras, las siguientes características generales para las representaciones gráficas presentes en los libros de texto:

*Aislamiento referencial:* los textos a menudo proveen sólo lecturas literales de las líneas en la gráfica sin aportar recursos para unir las gráficas con instancias y descripciones narrativas específicas. De esta forma las lecturas no están embebidas en una narrativa general que muestre el propósito y la función de la gráfica con respecto a la construcción del conocimiento. Así mismo Bowen y Roth (1998) reportan que en los textos es usual que se presente asincronía entre los referentes de un cambio descrito en la gráfica y su contenido narrativo.

De acuerdo con los mismos autores, las gráficas dentro de los libros de texto se encuentran aisladas referencialmente en dos sentidos. En primer lugar, carecen de una elaboración en referencia al fenómeno natural que ellas pretenden describir y explicar. Es decir, en ellos no está suficientemente elaborada la interrelación constitutiva mutua entre los fenómenos y sus representaciones gráficas. En la misma línea Bowen, Roth y

Mc Ginn (1999) también reportan que los libros de texto muestran gráficas que parecen indicar relaciones exactas más que bandas desordenadas de datos. En segundo lugar, carecen de referencia a las prácticas relacionadas con el uso y la interpretación de gráficas de aquellos quienes las usan para propósitos científicos, presentando una imagen superficial de dichas prácticas (Roth y Bowen 1999b). Así, la lectura de ese tipo de gráficas falla en elaborar las relaciones signo – referente (S – R) y signo – interpretante (S – I).

*Elaboración limitada de narrativas:* en las representaciones gráficas presentes en los textos existe poca familiaridad con el referente (relación referente -interpretante) o con situaciones analógicas, que asistan a los interpretantes en su elaboración interpretativa de la relación signo – interpretante (S – I). De esta forma los procesos interpretativos son soportados insuficientemente cuando la narrativa no desarrolla ejemplos familiares.

Sobre esto, Roth y Bowen (1999b) han encontrado que en los libros de texto no se incluyen la información necesaria para explicar y entender los diversos elementos incluidos en las gráficas. Los mismos autores también reportan que muchas de las graficas incluidas en los textos carecen de datos, escalas y / o unidades y títulos, y presentan sus ejes denominados de forma ambigua. Esto se explica por la carencia de especificidad a un dominio particular, medición o concepto de las gráficas incluidas en los textos. Estos mismos autores, contrastan la marcada ausencia de recursos interpretativos en las gráficas provistas por los libros de texto, con el masivo aporte de recursos interpretativos y de enunciados que guían a los lectores en la interpretación de las gráficas incluidas en los artículos científicos.

Por otro lado, Kolata (1984) ha reportado errores y distorsiones en las representaciones gráficas incluidas en las comunicaciones escritas. Entre los errores hallados por Kolata se encuentran los siguientes:

- Distorsión del eje de las ordenadas: la escala del eje vertical no es uniforme.



- Alteración del eje horizontal: la escala del eje horizontal no es uniforme, obteniéndose una impresión inadecuada acerca de la tendencia de una serie de datos.
- Confusión entre la variable dependiente y la variable independiente: la variable supuestamente dependiente se representa en el eje horizontal, mientras que la independiente en el eje vertical.

Finalmente, es importante decir que las representaciones gráficas incluidas en los libros de texto parece que sólo son útiles cuando cumplen los siguientes requisitos (Mayer 1997):

- Presentan un marcado carácter explicativo.
- Su contenido está relacionado con el del texto en el cual están insertas.
- Están integradas al texto tanto en el espacio como en el tiempo.
- Son usadas por estudiantes con altos niveles en sus habilidades espaciales.

En este capítulo se han discutido los conceptos de representación, y básicamente se han tratado las representaciones externas conscientes, de tipo semiótico y carácter permanente, y en particular, las representaciones gráficas de tipo cartesiano que pueden ser catalogadas como representaciones analógicas de relaciones. Además, se han expuesto las características de este tipo de representaciones como independencia, permanencia, definición espacial, carácter organizado y estructural, naturaleza dual (objeto y representación), posibilidad de interacción con otros sistemas de representación y su uso con objetivos definidos.

Por otra parte, en este capítulo se han discutido los principios de la teoría de la semiosis y el pensamiento humano de Duval (1999) que da preeminencia a las representaciones externas (semióticas) y las propone como requisito para la formación de representaciones internas y del aprendizaje conceptual. Se expuso como ésta teoría formula tres actividades cognitivas sobre las representaciones y relacionadas con la semiosis: la formación, el tratamiento y la conversión entre representaciones, y como da especial importancia a la actividad de conversión en el proceso de aprendizaje real y a

largo plazo. En el marco de esta teoría también se mostró la problemática de las representaciones gráficas cartesianas en cuanto a los procesos de conversión y las dificultades que este proceso genera a los estudiantes.

Igualmente, en este capítulo se han expuesto la importancia y los usos que tienen las representaciones gráficas y en particular las gráficas cartesianas en las ciencias: como herramientas centrales en los procesos de experimentación, comunicación científica y práctica social; en la didáctica: como formas de tratar diversos temas propios de la física, la Química y la Biología y en el aprendizaje de los estudiantes: facilitando su comprensión conceptual y proporcionándoles herramientas transferibles a la solución de otros problemas.

En este capítulo además se discutieron los dos principales enfoques con los cuales se han acercado los investigadores en didáctica de las ciencias a las representaciones gráficas cartesianas. Es decir, la concepción que entiende que su adecuada construcción e interpretación depende de posesión de un grupo de habilidades cognitivas por parte del individuo y, la perspectiva que entiende la adecuada ejecución de estos dos procesos está más influida por la práctica constante por parte de los sujetos de actividades relacionadas con ellos.

Así mismo, se ha incluido en este capítulo una breve descripción de algunos acercamientos teóricos sobre los procesos cognitivos relacionados con la construcción e interpretación de las representaciones gráficas, como la teoría de los tres componentes de la memoria de trabajo de Badley (1990), la teoría de la codificación dual de Paivio (1986), la teoría del mapeo de estructuras de Gentner y Markmann (1997), el modelo cognitivo de Schnotz y Banner (2003) y la perspectiva piagetiana (Roth y McGinn 1997; Mckencie y Padilla 1984).

Así mismo, se mostraron en este capítulo las cuestiones referentes a los procesos en sí de construcción e interpretación de gráficas. Sobre el proceso de construcción de gráficas se expusieron la fases consideradas por diversos autores para este proceso, se realizó una discusión sobre el concepto de variable y sobre la construcción de escalas por considerarlos esenciales para el mismo, y además se enunciaron las habilidades que diversos autores consideran necesarias para su realización.

Sobre el proceso de interpretación de gráficas, se expusieron diferentes concepciones acerca del mismo: como construcción del significado de una tendencia (Ainley, Nadi y Pratt 2000), como forma de predicción (Leinhard, Zalavsky y Stein 1990) y como procesamiento de diferentes niveles de información (Postigo y Pozo 2000). Por otra parte, se expusieron las habilidades que algunos autores consideran necesarias para su realización y las diferentes dimensiones en las cuales se realiza: global o específica, cuantitativa o cualitativa, con la atención centrada en un aspecto de la gráfica o en la gráfica como tal, contextualizada o descontextualizada. Además, se enumeraron los errores que generalmente cometen los estudiantes cuando se enfrentan a la interpretación de las representaciones gráficas (Leinhard, Zalavsky y Stein 1990).

Finalmente en este capítulo se discutieron los puntos de entrada y la secuenciación que se utilizan en las aulas de clase para la enseñanza de las representaciones gráficas y, las características que presentan las representaciones gráficas cartesianas en los libros de texto. Los elementos del marco teórico propuesto en este capítulo que van a considerarse para estructurar la investigación serán explicitados en el apartado 3.3.

# CAPITULO 3. METODOLOGÍA

## **CAPITULO 3. METODOLOGÍA**

En este capítulo en primer lugar se hace referencia a la población y a la muestra estudiadas, que en el primer estudio están compuestas por representaciones gráficas, en el segundo por estudiantes de diferentes niveles educativos y en el tercero por profesores de Química que se desempeñan en diferentes niveles educativos.

En segundo lugar, se establece el tipo de investigación a realizar, que en los dos primeros estudios incluye dos fases: una fase descriptiva y otra evaluativa / comparativa y en el tercero, sólo una fase descriptiva.

En tercer lugar se exponen las hipótesis de trabajo y las variables a estudiar, referidas a las características de las representaciones gráficas, a la comprensión que presentan los estudiantes de las mismas y a las prácticas llevadas a cabo por los docentes y relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas. Por último en este capítulo se presentan las fases en las cuales se realizaron los tres estudios.

### **3.1. POBLACIÓN Y MUESTRA**

La población a la que va dirigida esta investigación está conformada, por una parte por las gráficas cartesianas referidas a los temas de la química general presentadas en los libros de texto de Bachillerato de Física y Química y de Química usados en España y por otra, por los estudiantes y profesores quienes por su formación general o específica o por su trabajo han de tener que cursar o impartir la asignatura de Química general.

La muestra del primer estudio estuvo compuesta por 202 representaciones gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química, (incluye todas las gráficas cartesianas referidas a la Química e incluidas en los libros estudiados) presentadas en 15 libros de texto para el nivel de Bachillerato, 11 de Física y Química y 4 de Química. Los textos escogidos fueron publicados entre el año 1996 y el año 2001.

La selección realizada obedece a la contemporaneidad de los textos y al uso habitual que se hace de ellos en las aulas de clase españolas. Es importante aclarar que el contexto en el cual se encontraban la gráficas también fue objeto de análisis. A continuación se relaciona la lista de los textos utilizados:

Textos de Física y Química seleccionados:

- Agustech M. , del Castillo V. , del Barrio J.I. y Romo N. (1996). *Física y Química. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: SM. Madrid, España.
- Andrés D.M. , Antón J.L. , Barrio de la Cruz M.C y González F. (1996). *Física y Química. 1- Bachillerato. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: Editex. Madrid, España.
- Ballesteros M. y Barrio J. (1999). *Física y Química. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: Oxford University Press. Navarra, España.
- De Manuel E. , Balibrea S. , Jiménez M. y Martínez M.L. (1996). *Física y Química 1- Bachillerato. LOGSE*. Editorial Algaida. Madrid, España.
- Fernández R. , de Peña L. , Hernández Pérez J.L. y Lozano A. (2000). Fotón 1. *Física y Química. Bachillerato: primer curso*. Editorial: Vincens Vives. Barcelona, España.
- García T. , Cantor M.S. , García J.R. y Rodríguez J. (1998). *Física y Química Bachillerato*. Editorial: Guadiel. Barcelona, España.
- Martín J. , Fraile J.M y Alonso A. (1996). *Física y Química. Bachillerato B. Ciencias de la naturaleza y de la salud*. Editorial: Santillana. Madrid, España.
- Morales J.V. , Arribas C.J. y Sanchez J.A. (1997). *Física y Química 1- Bachillerato. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: Edelvives, Zaragoza, España.

Otañón G. y Otañón E. (2001). *Física y Química 1- Bachillerato. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: Bruño. Madrid, España.

Satoca J. , Tejerina F. y Dalmau J. F. (2000). *Física y Química. Andalucía 1*. Editorial: Anaya. Barcelona, España.

Savirón J.M. , Moreno A. , Pastor J.M y Benedí A. (2000). *Física y Química 1. Bachillerato LOGSE*. Editorial: Mc Graw Hill. Madrid, España

Textos de Química seleccionados:

Andrés D.M. , Antón J.L. , Barrio M.C. y González F. (1997). *Química 2B. Bachillerato. Ciencias de la naturaleza y de la salud*. Editorial: Editex. Madrid, España.

Berrio J.I. y Montejo C. (1997). *Química. Bachillerato 2. Ciencias de la naturaleza y de la salud / Tecnología*. Editorial: SM. Madrid, España.

Morcillo J. , Fernández M. y Carrión V. E. (2000). *Química 2. Andalucía*. Editorial: Anaya. Fuenlabrada, Madrid, España.

Ruiz A. , Rodríguez A. , Martín R. y Pozas A. (1996). *Química 2. Bachillerato LOGSE*. Editorial: Mc Graw Hill. Madrid, España.

Para el segundo estudio, la muestra estuvo conformada por tres grupos de estudiantes. El primer grupo estaba constituido por 52 estudiantes de segundo curso pertenecientes a la Diplomatura de Maestro en Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada en España. Este grupo de estudiantes fue objeto del estudio piloto con el fin de poner a punto las pruebas diseñadas para este estudio.

El segundo grupo estaba compuesto por 68 estudiantes de segundo curso pertenecientes a la Licenciatura en Química de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada en España.

El tercer grupo estaba constituido por 170 estudiantes de grado 11 (segundo de Bachillerato) del colegio Champagnat de la ciudad Bogotá (Colombia), regido por la comunidad de los Hermanos Maristas.

Además de las restricciones obvias para realizar estudios con estudiantes en activo debido a la poca disponibilidad de tiempo con la que regularmente cuentan los estudiantes y los profesores que colaboran en estos estudios, la selección de los grupos obedeció a las siguientes razones.

En primer lugar, los tres grupos presentaban a juicio del investigador diferencias importantes en sus niveles de conocimientos previos. Así, los estudiantes de la Diplomatura en Educación Primaria podrían considerarse como estudiantes con un bajo nivel de conocimientos previos dada su formación y la procedencia de la mayoría de ellos de un programa académico de Bachillerato en Letras. Igualmente los estudiantes de Bachillerato de Colombia podrían ser considerados como estudiantes con un nivel medio de conocimientos previos, pues la Química formaba parte de su formación básica en el momento de ser sometidos al estudio. En la misma forma, los estudiantes de Licenciatura en Química podrían ser clasificados como estudiantes con un nivel alto en sus conocimientos previos, debido al programa académico que cursan.

En segundo lugar y en relación muy estrecha con el nivel de conocimientos previos, los tres grupos de estudiantes presentaban una formación académica diferente, lo que los hacía interesantes para averiguar si esta variable influía o no en el aprendizaje de los conceptos referidos a las representaciones gráficas y de los principios científicos expuestos por ellas. Así, el grupo de Bachillerato podría ser catalogado como un grupo con formación básica, el de Diplomatura en Educación Primaria como con formación universitaria no específica en ciencias Experimentales y el grupo de Licenciatura en Química como grupo con formación universitaria específica en Ciencias Experimentales.

En tercer lugar, para la elección de los grupos también se utilizó el criterio del tiempo transcurrido entre el momento del aprendizaje de los conceptos y principios referidos por las gráficas en las pruebas propuestas y el momento de la aplicación de dichas pruebas. De acuerdo a este criterio temporal, el grupo de Bachillerato pueden ser catalogado como un grupo de aprendizaje reciente en el tiempo, y los dos grupos de estudiantes universitarios (Diplomatura y Licenciatura) podrían ser clasificados como grupos de aprendizaje lejano en el tiempo.



Para el tercer estudio la muestra estuvo conformada por diez docentes distribuidos en tres grupos de acuerdo al nivel en el cual impartían clases de Química. Así el primer grupo estaba conformado por tres profesores que impartían clase en la Diplomatura en Educación. El segundo grupo estaba constituido por dos profesores que impartían clase en la Licenciatura de Química. El tercer grupo lo formaban cinco profesores que se desempeñaban en el nivel de Bachillerato.

### **3.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN A REALIZAR**

En el primer estudio se utilizan dos tipos de metodologías. La primera es descriptiva / comparativa y hace uso del análisis de porcentajes de frecuencia referidos a un grupo determinado de variables. La segunda es evaluativa / comparativa y hace uso de la comparación de medias, y de pruebas como la t de Student y el ANOVA.

Durante la primera fase para analizar los datos aportados por el estudio de 21 variables nominales estos fueron convertidos en porcentajes de frecuencia. Durante la segunda fase se analizó la influencia de las variables: uso didáctico y uso científico de la gráfica sobre las variables: volumen de información interno y volumen de información externo del gráfico (estas variables serán definidas en el apartado 3.4). La relación se estableció a través de un análisis de varianza en el primer caso y de la comparación de medias y la aplicación de la prueba de t de student en el segundo caso. Así mismo, en esta segunda fase se indagó sobre la posible relación entre las variables: volumen de información interno y volumen de información externo del gráfico determinando el coeficiente de correlación de Pearson y calculando el coeficiente de determinación " $r^2$ ".

En el segundo estudio se hace uso de dos metodologías diferentes. En una primera fase se utiliza una metodología descriptiva / comparativa, con el fin de describir de forma global y específica los niveles de ejecución que presentan los estudiantes de diversas tareas de interpretación de las representaciones gráficas cartesianas. En la segunda fase se emplea una metodología comparativa, que se propone determinar si el grado de ejecución que presenta los estudiantes de las tareas mencionadas está influenciada por las variables: uso científico y didáctico de la gráfica, volumen de información interno y externo de la misma y, formación académica de los estudiantes. Para llevar a cabo esta determinación se usaron métodos estadísticos como el ANOVA

y parámetros como la F de Snedecor y la t de Student. En este estudio comparativo, debido a la naturaleza de grupos cautivos que poseen los grupos participantes, no se pretende generalizar.

El análisis de los datos obtenidos en el tercer estudio sólo es descriptivo y da cuenta tanto las preferencias de los docentes acerca del uso y las características de las gráficas cartesianas como de las actividades relacionadas con ellas, que son realizadas por los mismos docentes. Para presentar y analizar la información se utilizaron los programas informáticos EXCEL 9.0 versión de Office para Windows XP y SPSS versión 10.0 en español.

### **3.3. HIPÓTESIS DE TRABAJO**

#### **3.3.1. Hipótesis para el primer estudio**

Las hipótesis propuestas para el primer estudio toman en cuenta los resultados de algunas de las investigaciones que ya han sido reseñados en el marco teórico de este trabajo. Así, tienen en cuenta los resultados de investigadores como Roth y Bowen (1999ab) o Ainley, Nadi y Pratt (2000) sobre el uso que mayoritariamente se les da a las representaciones gráficas en las aulas de clase y en los libros de texto.

Igualmente, estas hipótesis tiene en cuenta los resultados obtenidos por diferentes investigadores acerca de las carencias que presentan las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto y en las comunicaciones escritas referidas a las ciencias experimentales (Kolata 1984; Berg y Smith 1994; Roth y Bowen 1999ab; Bowen, Roth y Mc Ginn 1999).

De acuerdo a los referentes teóricos anotados, las hipótesis que se proponen contrastar para el primer estudio suponen que las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de Física y Química y de Química para el nivel de Bachillerato, referidas al campo conceptual de la Química:

- Presentan carencias estructurales que pueden generar dificultades a los estudiantes cuando proceden a su interpretación.
- Son usadas en su mayoría para exponer conceptos. Es decir, son muy poco utilizadas para plantear problemas, o como instrumentos dentro de procesos experimentales, presentándose aisladas de la búsqueda de explicaciones, la predicción de hechos o el encuentro de regularidades y patrones.
- Son poco usadas para representar el comportamiento de grupos específicos de datos que pertenezcan a un dominio natural determinado. Es decir, en su mayoría se refieren a modelos teóricos usados como herramientas matemáticas más que como instrumentos para la comprensión científica de hechos.
- Presentan volúmenes de información dentro y fuera de ellas que varían de acuerdo al uso didáctico o científico que los autores les asignan.

### **3.3.2. Hipótesis para el segundo estudio**

Las hipótesis del segundo estudio se centran en indagar sobre el grado de ejecución que presentan los estudiantes en las tareas que involucran operaciones propias de diferentes niveles de comprensión de las gráficas cartesianas. Así mismo se ocupan de identificar cuáles de estas tareas son especialmente difíciles para los estudiantes y en determinar si estas dificultades están influenciadas o no por aspectos como el volumen de información que presentan las gráficas cartesianas, el uso científico y / o didáctico de las mismas o la formación académica específica que tienen los estudiantes.

Las hipótesis propuestas para el segundo estudio también toman en cuenta los resultados de las investigaciones reseñadas en el marco teórico. En primer lugar, tienen en cuenta como en otros estudios se ha encontrado que los estudiantes presentan grandes dificultades para comprender las representaciones gráficas cartesianas más allá de un nivel básico (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990; Schnotz 1993; Roth y Bowen 1999; Roth, Mcguinn y Bowen 1998; Berg 1989; Shaw 1983; Weintraub 1967; Swatton y Taylor 1994; Padilla 1986).

En segundo lugar, tienen presente que la interpretación de este tipo de gráficas es especialmente difícil pues muchas veces implica su conversión en otro tipo de representaciones y este proceso de conversión no es de carácter automático (Duval 1988b). En tercer lugar, toman en cuenta los resultados de los trabajos de Postigo y Pozo (2000) que sostienen que las dificultades de los estudiantes al interpretar representaciones gráficas cartesianas, varían de acuerdo a las características de la información requerida, la tarea a realizar y el tipo de gráfica a analizar. Además, tienen como referencia de análisis a los tres niveles de comprensión de las representaciones gráficas basados en los niveles de procesamiento de la información propuestos por Postigo y Pozo (2000).

De esta forma, las hipótesis de partida que se proponen contrastar en este segundo estudio sobre las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de Física y Química, y de Química para el nivel de Bachillerato, referidas al campo conceptual de la Química son las siguientes:

- La ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación de estas representaciones gráficas no es la más adecuada. Es decir, esta ejecución es generalmente incorrecta.
- La ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación de estas representaciones gráficas está influida por el uso científico y didáctico de las gráficas interpretadas.
- La ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación de estas representaciones gráficas está influenciada por los volúmenes de información interno y externo incluidos en las gráficas.
- La ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación de estas representaciones gráficas no está fuertemente influenciada por el tipo de formación escolar que ellos poseen.

Para proceder a la comprobación de las últimas tres hipótesis, la ejecución que hacen los estudiantes de las tareas de interpretación gráfica es medida como grado de ejecución global. Este grado de ejecución global es una medida del grado de ejecución que alcanzan los estudiantes en cada uno de los tres niveles de comprensión de la información gráfica (Postigo y Pozo 2000). Este se determina sumando los puntajes alcanzados en la ejecución de tres tareas de interpretación propias de cada nivel (véase apartado 3.4.2).

### **3.3.3. Hipótesis para el tercer estudio**

Es importante decir que al ser este tercer estudio, un estudio de contraste con los resultados obtenidos en los dos primeros estudios, las hipótesis planteadas en él están mediatizadas por el conocimiento previo de dichos resultados. Así en este estudio se supone que los profesores que imparten clase de Química en los grupos académicos y niveles de educación investigados:

- Prefieren incluir elementos informativos tanto dentro como fuera de las representaciones gráficas cartesianas que difieren de los que son incluidos en las mismas cuando se presentan en los libros de texto.
- Prefieren utilizar las representaciones gráficas cartesianas para tratar los mismos temas y fenómenos tratados por los autores de los libros de textos con este tipo de gráficas.
- Prefieren usar las representaciones gráficas cartesianas para exponer conceptos y principios, a utilizarlas como instrumentos en el marco de trabajos prácticos o situaciones problema.
- Realizan prácticas relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas que pueden influir en el grado de ejecución que muestran los estudiantes al interpretar el mismo tipo de gráficas.

### **3.4. VARIABLES A ESTUDIAR**

#### **3.4.1. Variables analizadas en el primer estudio**

En el primer estudio llevado a cabo en esta investigación las características de las representaciones gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química, presentadas en los libros de texto de Física y Química y de Química para el nivel de Bachillerato fueron estudiadas con arreglo a un grupo de variables que en su mayoría ya habían sido incluidas por separado en estudios anteriores. Los estudios mencionados se habían ocupado de las representaciones gráficas cartesianas presentes en libros de texto de Física y de Biología y las incluidas en las revistas y publicaciones científicas (Roth y Bowen 1998,1999ab; Jiménez y Perales 2001, Kolata 1984). Lo que hace original este proyecto es el proponer el estudio de las representaciones gráficas en los textos de Química, tarea que aún no se había realizado. Es importante decir que, a cada una de las categorías propuestas para las variables estudiadas se le asignó un código con el objeto de construir una matriz de datos para ser utilizada en análisis posteriores.

- Variables referidas al uso de la gráfica

De acuerdo con las categorías propuestas por Jiménez y Perales (2001) sobre el uso dado a las ilustraciones en los libros de texto, se estudió en primer lugar la variable “uso didáctico del gráfico”. Es decir, el uso expresivo que el autor da a las gráficas. Para el estudio de esta variable se tuvieron en cuenta tres categorías en las cuales pueden ser clasificadas las gráficas cartesianas:

- ❖ Gráficas expositivas: este tipo de gráficas cartesianas se usa para relatar y exponer hechos dentro del texto.
- ❖ Gráficas problemáticas: este tipo de gráficas cartesianas se usa como herramienta para plantear o resolver, preguntas o problemas incluidos en el libro de texto.

- ❖ Gráficas instrumentales: este tipo de gráficas cartesianas se utilizan como parte de los procedimientos realizados en una propuesta de trabajo de laboratorio incluida dentro del libro de texto.

En segundo lugar, se estudió la variable “uso científico del gráfico”. Esta variable está basada en el uso que la ciencia hace usualmente de las gráficas. Para el estudio de esta variable se tiene en cuenta dos categorías en las cuales se pueden clasificar la gráficas cartesianas:

- ❖ Gráficas modelo o teóricas: este tipo de gráficas se usa como modelo teórico establecido sobre el comportamiento de los fenómenos con el fin de servir para predecirlos o explicarlos. A este tipo de gráficas corresponden las gráficas normalizadas y abstractas sin referentes cualitativos o contextuales. Este tipo de gráficas también es llamado deductivo.
- ❖ Gráficas experimentales: este tipo de gráficas se usa para representar el comportamiento de un grupo de datos actuales que son producidos a través de un trabajo de laboratorio. Por lo general este tipo de gráficas no está normalizado y es más concreto, pues presenta referentes cualitativos específicos. Este tipo de gráficas también es llamado inductivo. En este estudio, y ante la dificultad de encontrar gráficas auténticamente experimentales en los libros de texto, se entiende por gráfico experimental a aquél que está acompañado de un grupo de datos, sin tener en cuenta la condición exigida para este tipo de gráficas de que la línea gráfica no se encuentre ajustada.

Las variables analizadas en este primer estudio, de acuerdo al uso asignado a las representaciones gráficas por los autores de los libros de texto se resumen en la tabla 8.

**Tabla 8. Variables analizadas de acuerdo al uso asignado a la gráfica.**

<i>VARIABLES REFERIDAS AL USO DE LAS GRÁFICAS</i>				
<i>USO DIDÁCTICO DE LA GRÁFICA</i>			<i>USO CIENTÍFICO DE LA GRÁFICA</i>	
Gráfica expositivas	Gráficas Instrumentales	Gráficas Problemáticas	Gráficas Teóricas	Gráficas Experimentales

- Variables referidas a elementos informativos presentados en el interior de la gráfica

Para describir con mayor precisión las características de las gráficas, se estudiaron dos grupos de elementos informativos que podrían estar incluidos en ellas. El primer grupo estuvo conformado por los elementos informativos propios de la estructura de cualquier representación gráfica. El segundo grupo estuvo constituido por otros elementos informativos incluidos al interior de la gráfica, pero que no forman parte de su estructura (véase la tabla 9).

- Variables referidas a los elementos informativos presentados en el exterior de la gráfica

Con el fin de reconocer si las características del contexto en el que se encuentra la gráfica facilita su interpretación, se estudió un grupo de elementos informativos que pueden ser incluidos en el exterior de las gráficas (texto circundante) (véase la tabla 9).

**Tabla 9. Variables referidas a los elementos informativos que presentan las representaciones gráficas cartesianas al interior y al exterior de las mismas.**

<i>VARIABLES REFERIDAS A LOS ELEMENTOS INFORMATIVOS PRESENTADOS POR LAS GRÁFICAS</i>		
<i>ELEMENTOS INFORMATIVOS EN EL INTERIOR DE LA GRÁFICA</i>		<i>ELEMENTOS INFORMATIVOS EN EL EXTERIOR DE LA GRÁFICA</i>
<b>Elementos estructurales</b>	<b>Elementos no estructurales</b>	
-Establecimiento correcto de escalas.	-Inclusión de ecuaciones Químicas.	-Presencia de información relevante para entender los datos trasladados a la gráfica.
-Utilización correcta de unidades.	-Inclusión de ecuaciones algebraicas.	-Inclusión de prácticas científicas asociadas a la elaboración de la gráfica: experimentos, pruebas, ensayos, tablas de datos.
-Presentación de datos dentro y fuera de la gráfica.	-Inclusión de datos numéricos.	-Referencia a conceptos pertenecientes al campo conceptual de la Química.
-Nominación correcta de los ejes gráficos.	-Inclusión de ilustraciones e iconos.	-Inclusión de ecuaciones matemáticas y funciones asociadas a la gráfica.
-Presentación de un título adecuado	-Inclusión de términos o conceptos.	-Diferenciación de variables presentes en la gráfica.
	-Inclusión de signos y símbolos utilizados en el campo conceptual de la Química.	-Referencia a fenómenos cotidianos relacionados con las representaciones gráficas.



- Variables referidas al volumen de información en el interior y en el exterior del gráfico

Debido a la naturaleza nominal de las variables hasta ahora enunciadas y con el fin de realizar un estudio estadístico más allá del registro de frecuencias, se construyeron dos variables numéricas. En primer lugar, se construyó la variable denominada “volumen de información en el interior del gráfico”. El valor de esta variable está determinado por el número total de elementos informativos que se encuentran en el interior del gráfico. Es decir, este número incluye tanto a los elementos informativos estructurales como a los no estructurales, que se encuentran en el interior del gráfico.

En segundo lugar, se construyó una variable denominada “volumen de información en el exterior del gráfico”. El valor de esta variable es igual al número total de elementos informativos presentes en el exterior de la gráfica.

Las variables referidas a los volúmenes de información que presentan las representaciones gráficas se encuentran resumidas en la tabla 10.

**Tabla 10. Variables referidas al volumen de información presentado en el interior y en el exterior de las representaciones gráficas cartesianas.**

<b>VARIABLES REFERIDAS AL VOLUMEN DE INFORMACIÓN AL INTERIOR Y AL EXTERIOR DEL GRÁFICO</b>	
-volumen de información en el interior del gráfico	-volumen de información en el exterior del gráfico

- Variables referidas a los contenidos científicos tratados en las gráficas:

Finalmente, se estudió la variable “contenidos científicos tratados en las gráficas”. Para ello se registraron los contenidos científicos a los que estaban dedicadas las representaciones gráficas cartesianas estudiadas. Estos contenidos científicos fueron agrupados en 13 categorías (ver tabla 11).

**Tabla 11. Variables referidas a los contenidos tratados por las representaciones gráficas cartesianas.**

CATEGORÍAS DE LA VARIABLES: CONTENIDOS CIENTÍFICOS TRATADOS EN LAS GRÁFICAS		
1. Leyes periódicas.	5. Enlace químico.	9. Equilibrio químico.
2. Relaciones materia - energía.	6. Comportamiento de los gases.	10. Valoración ácido – base.
3. Estequiometría.	7. Cinética Química.	11. Termoquímica y termodinámica.
4. Propiedades físicas.	8. Disoluciones.	12. Electroquímica.
		13. Otros.

### 3.4.2. Variables analizadas en el segundo estudio

En el segundo estudio se tuvieron en cuenta dos grupos de variables. El primer grupo de variables está relacionado con la comprensión que los estudiantes presentan de las representaciones gráficas y se refieren a nueve operaciones de procesamiento de la información incluidas a su vez en tres niveles de procesamiento de la información gráfica. El segundo grupo está constituido por variables manipuladas que se ponían en relación con las primeras para determinar si influían o no en ellas. En este segundo grupo las variables estaban referidas al uso y volumen de información de las gráficas, así como a la formación de los estudiantes.

#### 3.4.2.1. Variables relacionadas con la comprensión de las representaciones gráficas

Las variables relacionadas con la comprensión de las representaciones gráficas se refieren a la ejecución de los estudiantes de nueve operaciones de procesamiento de la información incluidas en tres niveles de procesamiento de la información gráfica.

Para hacer operativas estas variables se utilizaron los niveles de procesamiento de la información gráfica planteados por Postigo y Pozo (2000) entendiéndolos como niveles de comprensión. Así, se tuvieron en cuenta nueve variables específicas distribuidas en tres variables globales que se corresponden con tres niveles de comprensión: nivel de comprensión explícita, nivel de comprensión implícita y nivel de comprensión conceptual. Cada uno de estos niveles (variables globales) se evaluó teniendo en cuenta el grado de ejecución con el que los estudiantes realizaban tres

tareas indicadoras en las que se requería de la realización de las operaciones de procesamiento propias de cada nivel. Así la sumatoria de los puntajes de ejecución de las tres tareas informa sobre la ejecución global del estudiante en cada nivel de comprensión. Es necesario decir que además de las variables globales también se estudió el desempeño de los estudiantes en cada una de las nueve operaciones con el objetivo de hacer un estudio de carácter descriptivo más detallado. Las variables globales (niveles de comprensión) como las específicas (operaciones de procesamiento) se explican detalladamente a continuación.

- Nivel de comprensión de la información explícita: este nivel de comprensión gráfica comprende las siguientes operaciones:
  - ❖ Determinar cuál puede ser el título de la gráfica: para evaluar esta operación, se solicita al estudiante que le asigne un título a la gráfica cartesiana. La ejecución de esta tarea indicadora se califica como correcta cuando el estudiante incluye en el título de la gráfica, las variables relacionadas, el sistema o fenómeno al cual hacen referencia y el contexto en el cual se relacionan. Así mismo se considera como incorrecta cuando el estudiante incluye sólo uno de estos tres aspectos en el título que sugiere para la gráfica. A efectos de análisis, a la operación propuesta se le llamó “asignación de título” (At).
  - ❖ Determinar el nombre de las variables y clasificarlas como dependiente e independiente: para evaluar esta operación se le pide al estudiante que escriba cuales son las variables relacionadas en el gráfico cartesiano y que las clasifique. La respuesta a esta tarea se califica como correcta cuando el estudiante es capaz de determinar cuáles son las variables relacionadas en la gráfica y clasificarlas de forma adecuada como dependiente e independiente, respectivamente. Igualmente se considera como respuesta incorrecta aquella en la que el estudiante, aunque puede identificar cuáles son las variables relacionadas, no es capaz de diferenciarlas en dependiente e independiente, respectivamente. A efectos de análisis, a la operación propuesta se le llamó “identificación de variables” (Iv).

- ❖ Leer los distintos valores de las variables que se exponen en la gráfica: esta operación puede ser evaluada a través de la realización de tareas indicadoras como: extrapolar datos en el gráfico, comparar el valor de dos puntos pertenecientes a curvas diferentes o a ubicaciones diferentes en la línea gráfica o identificar un punto en la línea gráfica para el cual se cumplen determinadas condiciones. Para valorar la ejecución que hacen los estudiantes de las tareas indicadoras, esta se califica como correcta cuando el estudiante es capaz de realizarla adecuadamente y como incorrecta cuando lo hace inadecuadamente. A efectos de análisis a la operación propuesta en las tareas se le llamó “lectura de datos” (Ed).
- Nivel de comprensión de la información implícita: este nivel de comprensión gráfica comprende las siguientes operaciones indicadoras:
  - ❖ Expresar el tipo de relación existente entre las variables: esta operación puede llevarse a cabo ejecutando las siguientes tareas indicadoras: determinar cuál es la expresión algebraica más adecuada para expresar la relación descrita en la gráfica, determinar cómo varía una variable en relación con la otra o formular una consecuencia directa del comportamiento observado en las variables, ya sea en la totalidad de la gráfica o en una sección de la misma. Para evaluar la ejecución de estas tareas, las respuestas a la tarea se califican como correctas cuando el estudiante es capaz de realizarlas adecuadamente y como incorrectas cuando ofrece respuestas equivocadas a las mismas. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “identificación de la relación” (Ir).
  - ❖ Identificar patrones y tendencias en la gráfica: esta operación puede ser llevada a cabo al realizar tareas indicadoras como: determinar el tipo de proporcionalidad que se presenta entre las dos variables relacionadas o establecer cuál fue o cuál será el comportamiento de las variables de acuerdo a lo descrito en la gráfica. Para evaluar la ejecución de estas tareas, esta se califica como correcta cuando el estudiante es capaz de

realizar adecuadamente las tareas y como incorrecta cuando ofrece respuestas equivocadas a dichas tareas. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “clasificación de la relación” (Cr).

- ❖ Manejo y decodificación de las convenciones, términos, leyendas o símbolos que acompañan a la gráfica: esta operación puede llevarse a cabo al realizar tareas indicadoras como: discriminación y utilización de unidades o, definición de diversos términos incluidos en las gráficas. Para evaluar la ejecución de estas tareas, esta se califica como correcta cuando el estudiante es capaz de realizar adecuadamente la tarea y como incorrecta cuando no es así. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “reconocimiento de términos” (Rt).
- Nivel de comprensión de la información conceptual: este nivel de comprensión gráfica comprende las siguientes operaciones:
  - ❖ Establecer relaciones conceptuales: esta operación se puede llevar a cabo al elaborar una conclusión general acerca de los fenómenos tratados por la gráfica a partir del análisis global de la misma. Para evaluar la ejecución de esta tarea indicadora, las conclusiones elaboradas, además de ser pertinentes, deben de tener un buen nivel de generalización para ser calificadas como correctas. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “elaboración de síntesis conceptuales” (Sc).
  - ❖ Explicar fenómenos a partir de la información aportada por la gráfica: Esta operación puede ser realizada en el marco de la tarea de formular explicaciones a situaciones que están en conexión con las relaciones expuestas por la gráfica cartesianas haciendo uso de la información aportada por esta última. Para evaluar la ejecución de esta tarea, las explicaciones elaboradas son calificadas como correctas si relacionan claramente el fenómeno a explicar y los patrones de comportamiento de las variables expuestas en la gráfica. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “elaboración de explicaciones” (Ee).

- ❖ Predecir el comportamiento de los fenómenos: esta operación se puede llevar a cabo en el marco de tareas indicadoras como: predecir o estimar el valor que toma una de las variables, predecir el valor de un parámetro que está influenciado por el valor de una de las variables o predecir el comportamiento de un sistema análogo al descrito por la representación gráfica. Para evaluar la ejecución de estas tareas, la predicción realizada debe estar soportada por algún procedimiento operativo de tipo matemático o por una justificación adecuada para poder ser calificada como correcta. A efectos de análisis a la operación propuesta se le llamó “elaboración de predicciones” (Ep).

Las variables relacionadas con la comprensión de las representaciones gráficas analizadas en el segundo estudio se encuentran resumidas en la tabla 12.

**Tabla 12. Variables relacionadas con la comprensión de las representaciones gráficas, analizadas en el segundo estudio.**

NIVELES DE COMPRENSIÓN GRÁFICA		
EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
-Asignación de título (At)	-Identificación de la relación (Ir)	-Elaboración de síntesis conceptuales (Sc)
-Identificación de variables (Iv)	-Clasificación de la relación (Cr)	-Elaboración de explicaciones (Ee)
-Lectura de datos (Ed)	-Reconocimiento de términos (Rt)	-Elaboración de predicciones (Ep)

Finalmente es importante aclarar que cuando la repuestas a las tareas planteadas eran calificadas como correctas se les asignaban tres puntos, así mismo cuando estas eran calificadas como incorrectas se les asignaban dos puntos y, que cuando no se elaboraba ninguna repuesta para la tarea, a este tipo de respuesta en blanco se le asignaba un punto.

### **3.4.2.2. Variables manipuladas referidas al uso y volumen de información de las gráficas, así como a la formación de los estudiantes**

Las variables manipuladas en este estudio se refieren a cuatro aspectos, el uso didáctico de las gráficas, el uso científico de las mismas, sus volúmenes de información interno y externo y, la formación académica de los estudiantes.

Estas variables fueron manipuladas con el fin de determinar su influencia en la ejecución que presentaban los estudiantes de las operaciones propias de los tres niveles de comprensión gráfica.

Con respecto al uso de las gráficas cartesianas se utilizaron las mismas variables referidas a este aspecto que fueron usadas en el primer estudio. Es decir las variables uso didáctico de la gráfica y uso científico de la gráfica. Además, para dichas variables se tuvieron en cuenta las mismas categorías establecidas en este primer estudio.

Así mismo, en lo referente a los volúmenes de información presentados por las gráficas se estudiaron las mismas variables tenidas en cuenta en el estudio anterior. Es decir, las variables volumen de información interna y volumen de información externa. Para cada una de las dos variables se establecieron dos categorías de acuerdo a si el volumen de información (interno o externo) era alto o bajo.

Finalmente, se estudió la variable “formación académica”, estableciendo tres categorías en la formación académica:

- Formación académica de carácter básico.
- Formación académica de carácter universitario específica en el campo de las ciencias experimentales.
- Formación académica de carácter universitario no específica en el campo de las ciencias experimentales.

Las variables manipuladas en el segundo estudio se encuentran resumidas en la tabla 13.

**Tabla 13. Variables manipuladas en el segundo estudio.**

VARIABLES MANIPULADAS TENIDAS EN CUENTA EN EL SEGUNDO ESTUDIO					
USO ASIGNADO A LAS GRÁFICAS			VOLUMEN DE INFORMACIÓN DE LA GRÁFICA		FORMACIÓN ACADÉMICA DE LOS ESTUDIANTES
<i>Uso didáctico</i>	<i>Uso científico</i>		<i>Interno</i>	<i>Externo</i>	-Formación académica básica: estudiantes de Bachillerato. -Formación académica Universitaria no específica en Ciencias Experimentales: estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria. -Formación académica Universitaria específica en Ciencias Experimentales: estudiantes de Licenciatura en Química.
Expositivo	Teórico	Experimental	Alto	Alto	
Instrumental			Bajo	Bajo	
Problemático					

### 3.4.3. Variables analizadas en el tercer estudio

Al ser el tercero un estudio de contraste entre las prácticas que afirma realizar el profesor de química en relación con las representaciones gráficas y los resultados obtenidos en los dos primeros estudios; las variables propuestas para el análisis en este estudio se refieren a la frecuencia y tipo de dichas prácticas así como a las preferencias de los docentes acerca del uso y las características de las representaciones gráficas cartesianas.

#### 3.4.3.1. Variables referidas a la frecuencia de uso de actividades relacionadas con las representaciones gráficas

Para estudiar las variables referidas a la frecuencia de uso en el aula de actividades relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas se solicitó a los docentes determinar la frecuencia con la cual utilizan ciertas prácticas en el aula y para ello se les facilitaron cuatro opciones de respuesta desde las cuales debían de seleccionar la más adecuada.



a) Frecuentemente      b) Algunas veces      c) Pocas veces      c) Casi nunca

A efectos de análisis estadísticos posteriores a cada una de estas respuestas se le asignó un puntaje, así a la respuesta frecuentemente se le asignan 4 puntos, a la respuesta algunas veces se le asignan 3 puntos, a la respuesta pocas veces se le asignaron 2 puntos y a la respuesta casi nunca se le asignó 1 punto.

- Frecuencia con la cual los docentes usan diferentes tipos de representaciones

Para el estudio de esta variable se indagó por la frecuencia con la cual los docentes usaban en el aula los siguientes tipos de representaciones:

- Textos
  - Diagramas
  - Gráficas
  - Ecuaciones
- Frecuencia de utilización de las representaciones gráficas cartesianas y de las diferentes actividades relacionadas con ellas en el aula de clase.

Para el estudio de esta variable, además de preguntar al profesor por la frecuencia con la que utilizaba las representaciones gráficas cartesianas; se le preguntó por la frecuencia de utilización en el aula de las siguientes actividades relacionadas con este tipo de gráficas:

- Identificación de las variables.
- Asignación de las variables a los ejes.
- Asignación de título a la gráfica.
- Establecimiento de escalas.
- Interpolación y / o extrapolación de datos en las gráficas.
- Determinación de la forma de covariación entre las variables.
- Identificación de puntos en el espacio gráfico.
- Determinación de los valores máximos y mínimos tomados por las variables de acuerdo a la gráfica.

- Identificación de tipo de relación proporcional establecida entre las variables relacionadas.
  - Formulación de una expresión algebraica que exprese la relación entre las variables en una gráfica.
  - Reconocimiento de los términos usados en la gráfica como unidades, símbolos y conceptos.
  - Elaboración de síntesis conceptuales a partir de la información aportada por una gráfica.
  - Elaboración de explicaciones sobre diversas situaciones utilizando la información proporcionada por una gráfica.
  - Elaboración de predicciones sobre el comportamiento de las variables en un fenómeno utilizando la información proporcionada por una gráfica.
  - Interpretación simultánea de dos representaciones gráficas cartesianas relacionadas.
  - Tipificación y ajuste de una línea gráfica.
- Frecuencia de utilización de diferentes tipos de conversión entre representaciones semióticas.

Para el estudio de esta variable se preguntó a los docentes de Química por la frecuencia de utilización en el aula de las conversiones entre los siguientes pares de tipos de representaciones semióticas:

- Enunciado – Ecuación.
- Ecuación – Enunciado.
- Gráfica cartesiana – Ecuación.
- Ecuación - Gráfica cartesiana.
- Gráfica cartesiana – Enunciado.
- Enunciado - Gráfica cartesiana.
- Tabla de datos - Gráfica cartesiana.

Las variables referidas a la frecuencia con la que los docentes usan las actividades relacionadas con las gráficas cartesianas se encuentran resumidas en la tabla número 14.

**Tabla. 14. Variables referidas a la frecuencia de uso de actividades relacionadas con las representaciones gráficas.**

<b>VARIABLES REFERIDAS A LA FRECUENCIA DE USO DE ACTIVIDADES RELACIONADAS CON LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS</b>		
Frecuencia de utilización de las representaciones gráficas como tales		
frecuencia con la cual se utilizan ciertas prácticas en el aula relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas.	Identificación de las variables. Asignación variables a los ejes. Asignación de título a la gráfica. Establecimiento de escalas. Interpolación y / o extrapolación. Determinación de la covariación. Identificación de puntos en el gráfico. Determinación máximos y mínimos. Identificación de la proporcionalidad.	Formulación de expresión algebraica para la relación. Reconocimiento de los términos Elaboración de síntesis conceptuales. Elaboración de explicaciones. Elaboración de predicciones. Interpretación simultánea de dos gráficas. Tipificación y ajuste de una línea gráfica.
Frecuencia de utilización de diferentes tipos de conversión	Enunciado – Ecuación. Ecuación – Enunciado. Gráfica cartesiana – Ecuación. Ecuación - Gráfica cartesiana.	Gráfica cartesiana – Enunciado. Enunciado - Gráfica cartesiana. Tabla de datos - Gráfica cartesiana

### **3.4.3.2. Variables referidas al tipo de actividades realizadas y relacionadas con las representaciones gráficas**

Las variables referidas al tipo de actividades realizadas y relacionadas con las representaciones gráficas sobre las cuales ya se ha estudiado su frecuencia de uso en el aula, se estudian de acuerdo a dos criterios: su orientación general y el nivel de comprensión de la información gráfica con el cual dichas actividades se encuentran relacionadas.

- Orientación general de las actividades realizadas en el aula de clase y relacionadas con las representaciones gráficas.

Para el estudio de esta variable se clasificó un subgrupo de actividades en dos categorías: actividades de construcción de representaciones gráficas cartesianas y actividades de interpretación de representaciones gráficas cartesianas y luego se comparó la frecuencia (sumando las frecuencias individuales de cada actividad) con la que los docentes de los tres niveles educativos afirman llevar a cabo dichas actividades.

- Actividades de construcción de representaciones gráficas cartesianas.

A esta categoría pertenecen las siguientes actividades: asignación de las variables a los ejes, asignación de título a la gráfica, establecimiento de escalas, identificación de puntos en el espacio gráfico y la tipificación o ajuste de una línea gráfica.

- Actividades de interpretación de representaciones gráficas cartesianas:

A esta categoría pertenecen las siguientes actividades: identificación de las variables, interpolación y / o extrapolación de datos en las gráficas, determinación de la forma de covariación entre las variables, determinación de los valores máximos y mínimos tomados por las variables en la gráfica, identificación de tipo de relación proporcional establecida entre las variables relacionadas, formulación de una expresión algebraica que exprese la relación entre las variables en una gráfica, reconocimiento de los términos usados en la gráfica como unidades, símbolos y conceptos, elaboración de síntesis conceptuales, de explicaciones sobre diversas situaciones y de predicciones sobre el comportamiento de las variables a partir de la información aportada por una gráfica y la interpretación simultánea de dos representaciones gráficas cartesianas relacionadas.

- Frecuencia del uso de las actividades que hacen uso de las representaciones gráficas de acuerdo al nivel de comprensión de la información gráfica con el que están relacionadas.

Para el estudio de esta variable se clasificó un subgrupo de actividades en tres categorías: actividades relacionadas con el nivel de comprensión explícita, actividades relacionadas con el nivel de comprensión implícita y actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual. Luego se comparó la frecuencia (sumatoria de frecuencias de uso) con la que los docentes de los tres niveles educativos afirman llevar a cabo las actividades relacionadas con cada nivel de comprensión gráfica.

- Actividades relacionadas con el nivel de comprensión explícita.

A esta categoría pertenecen las siguientes actividades: identificación de las variables, interpolación y / o extrapolación de datos en las gráficas, asignación de las variables a los ejes y asignación de título a la gráfica.

- Actividades relacionadas con el nivel de comprensión implícita.

A esta categoría pertenecen las siguientes actividades: identificación de puntos en el espacio gráfico, determinación de la forma de covariación entre las variables, determinación de los valores máximos y mínimos tomados por las variables en la gráfica, identificación de tipo de relación proporcional establecida entre las variables relacionadas, formulación de una expresión algebraica que exprese la relación entre las variables y el reconocimiento de los términos usados en la gráfica como unidades, símbolos y conceptos.

- Actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual.

A esta categoría pertenecen las siguientes actividades: elaboración de síntesis conceptuales, construcción de explicaciones sobre diversas situaciones y formulación de predicciones sobre el comportamiento de las variables a partir de la información aportada por una gráfica.

Las variables que se refieren a los tipos de actividades relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas se encuentran resumidas en la tabla número 15.

**Tabla 15. variables referidas al tipo de actividades relacionadas con las representaciones gráficas y llevadas a cabo en el aula.**

<b>VARIABLES REFERIDAS AL TIPO DE ACTIVIDADES RELACIONADAS CON LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS</b>			
<i>Orientación general de las actividades realizadas</i>	<b>Actividades de construcción de representaciones gráficas cartesianas</b>		
	Asignación de variables a los ejes. Asignación de título a la gráfica. Establecimiento de escalas.	Identificación de puntos en el gráfico. Tipificación o ajuste de la línea gráfica.	
	<b>Actividades de interpretación de representaciones gráficas cartesianas</b>		
	Identificación de las variables. Interpolación y / o extrapolación de datos. Determinación de la covariación. Determinación de máximos y mínimos. Identificación de la proporcionalidad Formulación de una ecuación.	Reconocimiento de los términos Elaboración de síntesis conceptuales. Elaboración de explicaciones. Elaboración de predicciones. Interpretación simultánea de dos gráficas.	
<i>Relación de las actividades con las tareas de los niveles de comprensión gráfica.</i>	<i>Relacionadas con el nivel explícito</i>	<i>Relacionadas con el nivel de implícito</i>	<i>Relacionadas con el nivel conceptual</i>
	Identificación de variables. Interpola-extrapolación. Asignación de variables a ejes. Asignación de título a la gráfica.	Identificación de puntos. Determinación: covariación - máximos y mínimos. Identificación de la proporcionalidad. Formulación de una ecuación Reconocimiento de términos.	Elaboración de conclusiones. Elaboración de predicciones. Elaboración de explicaciones.

### **3.4.3.3. Variables relacionadas con las preferencias de los docentes sobre el uso de las representaciones y de las gráficas cartesianas**

Para el estudio de las variables relacionadas con las preferencias de los docentes sobre el uso de las representaciones y de las gráficas cartesianas en particular, se solicitó a los profesores que establecieran una jerarquización de acuerdo a su preferencia de uso en el aula de clase sobre:

- El uso de ciertos tipos de representaciones semióticas en el aula.
- El objetivo con el cual se usan las representaciones gráficas cartesianas en el aula .

- Los elementos informativos que incluirían dentro y fuera de las representaciones gráficas cartesianas.
- El tipo de gráfica cartesiana a usar, de acuerdo a la forma y características de sus líneas.
- Las temáticas susceptibles de ser tratadas haciendo uso de las gráficas cartesianas.
- Preferencia en el uso de ciertos tipos de representaciones.

Para el estudio de esta variable se establecieron dos categorías: representaciones expresadas en registros semióticos no gráficos y representaciones expresadas en registros semióticos gráficos.

- Representaciones expresadas en los registros semióticos no gráficos

A esta categoría pertenecen las representaciones expresadas en el lenguaje natural como los enunciados y las expresadas en el lenguaje algebraico como las ecuaciones o las expresiones algebraicas.

- Representaciones expresadas en los registros semióticos gráficos:

A esta categoría pertenecen las representaciones expresadas en el lenguaje gráfico como las representaciones gráficas cartesianas y los diagramas.

- Preferencias en el uso didáctico dado a las representaciones gráficas cartesianas en clase de ciencias.

Para el estudio de esta variable se establecieron tres categorías de uso para las gráficas: expositivo, instrumental y problemático.

- Uso expositivo:

Cuando los docentes prefieren usar las gráficas cartesianas de esta manera, las utilizan como recursos didácticos para exponer conceptos y principios a los estudiantes.

- Uso instrumental:

Cuando los docentes prefieren usar las gráficas cartesianas de esta forma, las utilizan como herramientas en el marco de trabajos prácticos o experimentales para la construcción de significados.

- Uso problemático:

Cuando los docentes prefieren usar de esta forma las gráficas cartesianas, las utilizan como instrumentos para proponer interrogantes y situaciones problema a los estudiantes.

- Preferencia en la inclusión de elementos informativos tanto dentro como fuera de las representaciones gráficas cartesianas.

Para el estudio de esta variable se ofrecieron al profesor como elementos informativos a incluir en la representación gráfica los que conforman los volúmenes de información dentro y fuera de la gráfica y que fueron usados en el primer estudio.

- Preferencia en la que los temas propios de la Química son tratados o expuestos utilizando las representaciones gráficas cartesianas.

Para el estudio de esta variable se tuvieron en cuenta doce categorías temáticas utilizadas en el primer estudio a saber:

- Leyes periódicas
- Relaciones materia – energía
- propiedades Físicas



- Estequiometría
  - Enlace químico
  - Comportamiento de los gases
  - Cinética química
  - Disoluciones
  - Equilibrio químico
  - Teorías ácido – base
  - Termoquímica
  - Electroquímica.
- Preferencia en la utilización de diferentes tipos de representaciones gráficas cartesianas.

En esta variable se tuvo en cuenta si las representaciones gráficas preferidas para ser utilizadas por el profesor en el aula de clase presentaban líneas rectas o curvas, si estas líneas se encontraban ajustadas o no y si se presentaba más de una línea dentro del espacio gráfico. De esta forma para el estudio de esta variable se establecieron las siguientes categorías:

- Representaciones gráficas cartesianas con una única línea, recta y ajustada.
- Representaciones gráficas cartesianas con una única línea, curva y ajustada.
- Representaciones gráficas cartesianas con una única línea, curva y no ajustada.
- Representaciones gráficas cartesianas con una única línea, recta y no ajustada.
- Representaciones gráficas cartesianas con más de una línea en el espacio gráfico.

**Tabla 16. variables relacionadas con las preferencias de los docentes sobre el uso de las representaciones.**

<b>VARIABLES RELACIONADAS CON LAS PREFERENCIAS DE USO DE LAS REPRESENTACIONES POR LOS DOCENTES</b>			
<i>Tipo de representación a usar en el aula</i>	<b>Representaciones expresadas en registros semióticos no gráficos</b>		
	Expresadas en el lenguaje natural como los enunciados Expresadas en el lenguaje algebraico (ecuaciones)		
	<i>Representaciones expresadas en registros semióticos gráficos.</i> Representaciones expresadas en el lenguaje gráfico (gráficas cartesianas y diagramas)		
<b>Uso de las gráficas</b>	Gráficas de uso expositivo	Gráficas de uso instrumental	Gráficas de uso problemático
<i>Elementos informativos a incluir dentro y fuera de la gráfica</i>	<b>Dentro del gráfico</b> Iconos de diferentes clases Fórmulas químicas Ecuaciones algebraicas Unidades Términos referidos a conceptos Datos Escalas Símbolos y signos del campo conceptual de referencia Nombres de los ejes Título		<b>Fuera de gráfico</b> Tablas de datos y montajes experimentales Referencias cotidianas relacionadas con las representaciones gráficas. Ecuaciones referidas a funciones Definición de variables Referencias conceptuales relacionadas con las representaciones gráficas.
<i>Tipo de gráfica cartesiana a usar.</i>	- Con una única línea, recta y ajustada. - Con una única línea, curva y ajustada. - Con una única línea, curva y no ajustada. - Con una única línea, recta y no ajustada.		
<i>Temáticas susceptibles de ser tratadas haciendo uso de gráficas.</i>	Comportamiento de los gases, cinética química, disoluciones, equilibrio químico, termoquímica, leyes periódicas, relaciones materia – energía, estequiometría, enlace químico, teorías ácido – base, electroquímica.		

#### **3.4.3.4. Variables referidas a los objetivos de las actividades relacionadas con las representaciones gráficas y a los criterios sobre el desempeño de los estudiantes**

Este grupo incluye dos variables a estudiar: los objetivos con los cuales los docentes realizan actividades relacionadas con las representaciones gráficas y los criterios de los profesores sobre el desempeño de los estudiantes cuando estos interpretan representaciones gráficas.

- Objetivos para la realización de los trabajos prácticos en clase de ciencias.

Para el estudio de esta variable el docente debía de seleccionar uno de los siguientes objetivos propuestos para la realización de los trabajos prácticos (relacionados con el uso de gráficas cartesianas):

- Demostrar principios y conceptos tratados en clase.
  - Interesar a los estudiantes en los temas y los fenómenos estudiados por la ciencia.
  - Determinar patrones para construir conceptos y principios científicos, en el marco de una situación problemática.
  - Adquirir habilidades en el uso de instrumentos, aparatos y técnicas experimentales.
  - Aprender los procesos del trabajo científico: observar, emitir hipótesis etc.
- Criterios acerca del desempeño de los estudiantes cuando enfrentan a actividades de interpretación de representaciones gráficas.

Para el estudio de esta variable los docentes debían de seleccionar una de cuatro opciones que establecían cada una causas diferentes para las dificultades que presentan los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas cartesianas.

Las opciones de respuesta eran las siguientes :

- Deficiencias en habilidades de representación, es decir para construir e interpretar gráficas.
- Deficiencias de tipo conceptual para poder comprender la información aportada por la gráfica.
- Desarrollo cognitivo insuficiente, debido a la carencia de estructuras de pensamiento lógico y formal.
- Deficiencias en el número de prácticas y actividades relacionadas con la construcción e interpretación de gráficas.

**Tabla 17. Variables referidas a los objetivos de los profesores para las actividades relacionadas con las representaciones gráficas y con sus criterios sobre el desempeño de los estudiantes.**

<b>VARIABLES REFERIDAS A LOS OBJETIVOS DE LAS ACTIVIDADES RELACIONADAS CON LAS GRÁFICAS Y LOS CRITERIOS SOBRE EL DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES</b>	
Objetivos para la realización de los trabajos prácticos en clase de ciencias	Demostrar principios y conceptos ya explicados. Interesar a los estudiantes por la ciencia. Adquirir habilidades técnicas e instrumentales. Aprender los procesos propios de la investigación. Determinar patrones para construir conceptos en el marco de un problema.
Criterios acerca del desempeño de los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas cartesianas.	Deficiencias en habilidades de representación. Deficiencias de tipo conceptual. Desarrollo cognitivo insuficiente. Deficiencias en el número de prácticas y actividades relacionadas con las gráficas.

### **3.5. FASES DE LA INVESTIGACIÓN**

El **primer estudio** de esta investigación se realizó en siete fases de trabajo. La duración de este primer estudio fue de un año y abarco el tiempo correspondiente al curso académico 2001 – 2002 (véase la tabla 18). Las fases en las que se realizó este estudio fueron las siguientes:

Fase 1

Diseño de un marco conceptual.

En esta fase se revisan las bases de datos nacionales e internacionales con el fin de construir un marco teórico adecuado sobre la problemática de las representaciones gráficas y en particular de las gráficas cartesianas.

El objetivo de construir este marco teórico es ofrecer un visión coherente y amplia acerca de los resultados que la investigación psicológica y didáctica ha obtenido acerca de las problemática relacionadas con las representaciones externas gráficas y las

representaciones gráficas en particular. El resultado de esta fase se ha incluido en el capítulo 2 de este trabajo.

**TABLA 18. Cronograma de fases de trabajo realizadas en el primer estudio.**

Fases Estudio 1	PERIODOS DE DURACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DURANTE EL CURSO 2001 – 2002									
	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J
Fase 1	----- ----- ---	----- ----- ---	----- ----- ---							
Fase 2				----- -----						
Fase 3					----- -----	----- -----				
Fase 4							----- -----			
Fase 5							----- -----			
Fase 6								----- -----	----- -----	
Fase 7										----- -----

#### Fase 2

Diseño de una matriz de análisis.

En esta fase, de acuerdo con lo encontrado en las fuentes bibliográficas acerca del tema de las representaciones gráficas, se diseña una matriz de análisis para estudiar las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto. Esta matriz de análisis incluye en total 25 entradas distribuidas en varios grupos.

La estructura de dicha matriz será explicada en el capítulo 4 en el que se trata lo referente a los instrumentos utilizados en esta investigación para la recolección de la información (véase anexo 1).

### Fase 3

#### Recolección de datos.

Esta fase pretende tres objetivos. En primer lugar, reunir datos suficientes para determinar el uso que presentan y les es asignado a las representaciones gráficas. En segundo lugar, allegar la información necesaria para caracterizar las representaciones gráficas de acuerdo a los elementos informativos que éstas presenten tanto en su interior como en el exterior de las mismas. En tercer lugar, determinar las temáticas propias del campo conceptual de la Química referidas por las representaciones gráficas. Para llevar a cabo los tres objetivos planteados, la matriz de análisis se aplicó sobre 202 representaciones gráficas cartesianas referidas a los temas de Química e incluidas en los libros de texto de Física y Química, y de Química usados en el nivel de Bachillerato en España.

Para cumplir con el primer objetivo, en esta fase se procede a una doble clasificación. Así, en primer lugar, se clasifica a las gráficas de acuerdo al uso didáctico que presentan. En segundo lugar, se les clasifica de acuerdo al uso científico que presentan. Para llevar a cabo el segundo objetivo, en esta fase, con la ayuda de la matriz, se registran todos los elementos informativos estructurales y no estructurales que pueden estar presentes en el interior de la gráfica. Así mismo, haciendo uso de la matriz, se registran todos los elementos informativos que puedan hallarse en el exterior de la gráfica. Para cumplir con el tercer objetivo, en esta fase, se registran los temas a los que se refieren las representaciones gráficas analizadas, al igual que la frecuencia con la que se presentan cada uno de ellos.

### Fase 4

#### Análisis estadístico descriptivo de datos.

En esta fase se determinan las frecuencias en las que se presentan las características tenidas en cuenta en la matriz de análisis. Así, se determina el porcentaje de las gráficas que presentan cada uno de los usos científicos y didácticos así como el de aquellas que presentan cada una de las características internas y externas contempladas en la matriz. Igualmente, se determinan los porcentajes en los cuales las gráficas se

ocupan de cada uno de los temas pertenecientes al campo de la Química. Además, en esta fase se determinan los volúmenes de información interna y externa de las gráficas.

#### Fase 5

Análisis estadístico relacional de datos.

En esta fase, en primer lugar, se analiza la posible existencia de una relación entre las variables volumen de información interna y volumen de información externa, a través de una prueba de correlación de Pearson. Este análisis persigue indagar si existe alguna coherencia entre el volumen de información que los autores de los textos incluyen en el interior de las gráficas cartesianas y aquél que incluyen en el exterior de las mismas. En segundo lugar, en esta fase, a través de pruebas t de Student, se trata de establecer si el uso científico del gráfico influye en los volúmenes de información interna y externa que presentan las gráficas cartesianas. En tercer lugar, a través de pruebas ANOVA se determina si el uso didáctico del gráfico influye en los volúmenes de información interna y externa del gráfico cartesiano.

Así mismo, con el objetivo de tratar de encontrar algunas tendencias sobre el tipo de información incluida por los autores de los libros de texto en las representaciones gráficas y el uso didáctico y científico que les asignan, se lleva a cabo un análisis por componentes de cada uno de los elementos informativos que conforman el volumen de información interno y externo de las gráficas en relación con el uso didáctico y científico de las mismas.

#### Fase 6

Análisis de los resultados.

En esta fase del primer estudio se trató de interpretar los resultados obtenidos a la luz de los objetivos e hipótesis planteados acerca del uso y de las características de las representaciones gráficas cartesianas. La interpretación realizada se orientó hacia la búsqueda de razones válidas para los resultados encontrados, así como de las posibles tendencias que presenten los autores de los libros de texto sobre las características y los usos de las representaciones gráficas cartesianas que incluyen en ellos.

## Fase 7

Elaboración de conclusiones y recomendaciones para el primer estudio.

En esta fase se elabora un grupo de conclusiones y de recomendaciones con el fin de mejorar el trabajo didáctico que se puede realizar utilizando las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de ciencias. Es decir, para que éstas puedan ser usadas de una manera más óptima por profesores y estudiantes y jueguen un papel más central en el aprendizaje de las ciencias. Finalmente en esta fase se elabora un informe de investigación de carácter parcial en el que se incluyen el producto de las siete fases llevadas a cabo en el primer estudio.

El **segundo estudio** llevado a cabo en la investigación se realizó en seis fases de trabajo y su duración fue de dos años. Este segundo estudio se llevó a cabo durante los cursos académicos 2002 – 2003 y 2003 – 2004. Las fases llevadas a cabo se conciben como continuación de la propuesta global realizada para esta investigación y, por ello, el segundo estudio se inicia en la fase 8 (véase la tabla 19).

**TABLA 19. Cronograma de fases de trabajo realizadas en el segundo estudio**

Fases Estud 2	PERIODOS DE DURACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DURANTE LOS CURSOS 2002 – 2004																			
	Curso 202 – 2003										Curso 2003 – 2004									
	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J	S	O	N	D	E	F	M	A	M	J
Fase 8	--	--	--	--																
Fase 9					--	--	--													
Fase 10								--	--	--										
Fase 11											--	--	--							
Fase 12														--	--	--				
Fase 13																	--	--	--	--



## Fase 8

### Diseño preliminar de pruebas.

Esta fase se llevó a cabo con el fin de obtener un grupo de pruebas que sirviesen para determinar el grado de ejecución de los estudiantes cuando llevan a cabo tareas de interpretación de representaciones gráficas cartesianas. Para la realización de esta fase de la investigación se siguieron varios procedimientos. En primer lugar, se seleccionaron un grupo de gráficas, representativas para ser incluidas como objeto de análisis en las pruebas a diseñar. Para ello, se usaron los resultados de primer estudio en el que se determinaron los temas a los que se refieren las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de Física y Química, y de Química para el nivel de Bachillerato. En segundo lugar, usando las gráficas seleccionadas se diseñaron en su forma preliminar nueve pruebas que para los efectos de la investigación estaban clasificadas en cuatro grupos (véase anexos 2 a 10).

El primer grupo de pruebas se refería al uso didáctico de las gráficas y estaba conformado por tres pruebas. Así, en cada una de ellas se incluía una gráfica que se refería al mismo tema pero que tenía un uso didáctico diferente:

Prueba 1: 1.A Gráfica expositiva.

Prueba 2: 1.B Gráfica problemática.

Prueba 3: 1.C Gráfica instrumental.

El segundo grupo de pruebas se refería al uso científico de las gráficas y estaba conformado por dos pruebas. Así en cada una de ellas se incluía una gráfica que se refería al mismo tema pero que presentaba un uso científico diferente:

Prueba 4: 2A Gráfica modelo.

Prueba 5: 2B Gráfica experimental.

El tercer grupo de pruebas se refería al volumen de información interna del gráfico y estaba conformado por dos pruebas. Así, en cada una de ellas se incluía una

gráfica que se refería al mismo tema pero cada una de ellas incluía un volumen de información interno diferente:

Prueba 6: 3.A Gráfica con un alto volumen de información interna.

Prueba 7: 3.B Gráfica con un bajo volumen de información interna.

El cuarto grupo de pruebas se refería al volumen de información externa del gráfico. Así, en cada una de ellas se incluía una gráfica que se refería al mismo tema pero con un volumen de información externa diferente:

Prueba 8: 4.A Gráfica con un alto volumen de información externa.

Prueba 9: 4.B Gráfica con un bajo volumen de información externa.

Cada prueba proponía a los estudiantes una representación gráfica para su análisis. El análisis propuesto presentaba 9 cuestiones, correspondientes cada una a una tarea indicadora que para su ejecución requieren de la realización de una de las operaciones de tratamiento de la información comprendidas en los tres niveles de comprensión de las representaciones gráficas basados en los niveles de procesamiento de la información gráfica establecidos por Postigo y Pozo (2000).

Las cuestiones 1 - 3 se referían a tareas que incluían operaciones propias del nivel de comprensión explícito. La cuestión 1 proponía la ejecución de una tarea que requería de la operación de identificar las variables relacionadas en el gráfico. La cuestión 2 proponía una tarea que requería de la operación de leer los datos en el interior del gráfico. La tarea indicadora de acuerdo a la prueba específica, podría consistir en la extrapolación de datos, la comparación del valor tomado por diferentes puntos en las líneas gráficas, o en la ubicación de un punto que representase un determinado valor de los datos. La cuestión 3 proponía a los estudiantes una tarea que requería de la operación de asignarle un título al gráfico.

Las cuestiones 4 - 6 se referían a tareas que incluían operaciones propias del nivel de comprensión implícito. La cuestión 4 proponía una tarea que requería de la operación de identificar la relación que se presentaba entre las variables y que se exponía en la gráfica. Esta operación de acuerdo a la prueba específica, podía

verificarse a través de varias tareas como: la identificación de la expresión algebraica más adecuada para expresar la relación expuesta, la elaboración de una descripción de la forma en la cual covarían las variables relacionadas en el gráfico, o el reconocimiento del comportamiento de las variables expresado en un segmento de la línea gráfica. La cuestión 5 proponía una tarea que requería de la operación de identificar los patrones y las tendencias presentados en la gráfica. Esta operación podría ser llevada a cabo según la prueba específica, en diferentes tareas indicadoras como: clasificar directamente la relación propuesta en la gráfica como directa o inversamente proporcional o elaborar una descripción acerca de cómo varía el comportamiento de una de las variables en relación con la otra. La cuestión 6 requería de la ejecución de la operación de reconocimiento de los términos usados en el gráfico y de acuerdo a la prueba la tarea indicadora de dicha operación podría consistir en el reconocimiento de las unidades usadas en el gráfico o de otro tipo de términos incluidos en él.

Las cuestiones 7 - 9 se referían a tareas que implicaban la realización de operaciones propias del nivel de comprensión conceptual. La cuestión 7 proponía una tarea que requería de la operación de elaborar una síntesis conceptual a partir de la información aportada por la gráfica cartesiana. La cuestión 8 proponía una tarea que requería de la operación de elaborar una explicación a una situación haciendo uso de la relación expuesta por la gráfica cartesiana. La cuestión 9 proponía una tarea que requería de la operación de elaborar una predicción sobre el valor tomado por las variables a partir de la información proporcionada por la gráfica. La tarea indicadora podría consistir de acuerdo a la prueba específica en: determinar el valor tomado por la variable, estimar dicho valor o el valor de un parámetro diferente que dependa del cambio en el valor de una de las variables, o describir el comportamiento de las variables cuando una de ellas ha alcanzado un determinado valor.

#### Fase 9

Realización de un estudio piloto con el fin de poner a punto las pruebas.

El objetivo de esta fase era reconocer cómo los estudiantes respondían a la prueba y qué problemas podrían encontrar para comprender las preguntas. Además, este estudio piloto pretendía proporcionar un grupo de datos suficiente para establecer

qué preguntas presentaban bajos niveles de correlación con los resultados globales de cada prueba y poder darse a la tarea de modificarlas, rediseñarlas o cambiarlas.

Igualmente, el estudio tenía como objetivo llevar a cabo una prueba de fiabilidad de Crombach con el fin de determinar la fiabilidad general de cada una de las pruebas elaboradas. La prueba se realizó con la participación de un grupo de estudiantes de la Diplomatura de Educación en Primaria, quienes cursaban la asignatura de “Ciencias Naturales y su Didáctica” dirigida por el profesor Doctor: Pedro Álvarez Suárez, perteneciente al Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

La participación de los estudiantes fue totalmente voluntaria, por eso de más de 110 estudiantes que se encontraban inicialmente en el aula sólo 52 accedieron a contestar las pruebas. La aplicación de las pruebas no tuvo límite de tiempo aunque el tiempo máximo empleado por los estudiantes fue de una hora y treinta minutos.

#### Fase 10

Aplicación de pruebas puestas a punto a dos grupos experimentales.

Esta fase de aplicación se realizó con dos fines. En primer lugar, para obtener una descripción más o menos detallada del nivel de ejecución que presentaban los estudiantes en cada una de las tareas propuestas para cada una de las operaciones incluidas en los tres niveles de comprensión.

En segundo lugar, con el fin de tratar de probar las hipótesis propuestas, acerca de las posibles influencia de las variables: uso didáctico y científico de las gráficas, volúmenes de información interno y externo de las mismas y formación académica de los estudiantes, en el grado de ejecución que presentan los estudiantes cada una de las tareas propuestas.

La aplicación de las pruebas corregidas se realizó en dos grupos diferentes. El primer grupo estuvo conformado por 68 estudiantes de la Licenciatura en Química de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada quienes participaban en un curso de Química Inorgánica bajo la dirección del profesor Doctor: Enrique Colacio

perteneciente al Departamento de Química Inorgánica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.

La aplicación de las pruebas en este grupo de estudiantes no tuvo límite de tiempo, aunque el tiempo máximo empleado por los estudiantes fue de una hora y quince minutos. Es importante anotar que, aunque en este grupo la participación en la realización de las pruebas fue voluntaria y la mayoría de los estudiantes accedieron a realizarlas.

El segundo grupo al que fueron aplicadas las pruebas corregidas estuvo constituido por 170 estudiantes que cursaban undécimo grado (segundo de Bachillerato) en el colegio Champagnat de Bogotá (Colombia), regentado por la Comunidad de Hermanos Maristas. La aplicación de las pruebas se realizó con la colaboración del profesor Yesid Alejandro Parada Moreno, profesor titular del área de Ciencias Experimentales en esta institución.

La participación de este grupo de estudiantes en las pruebas fue de carácter obligatorio. Al igual que cuando se aplicaron las pruebas en otros grupos, los estudiantes no tuvieron límite de tiempo para resolverlas, aunque el máximo tiempo empleado por ellos en su ejecución fue de dos horas.

#### Fase 11

Tratamiento estadístico de los datos.

Esta fase tuvo dos etapas. En la primera etapa se lleva a cabo un estudio descriptivo en el que se toman cada una de las operaciones y se establecen los porcentajes de estudiantes que las llevan a cabo correctamente, incorrectamente y de los que no las llevan a cabo.

Este procedimiento se realiza para las nueve pruebas y luego se agrupan los porcentajes obtenidos para cada una de las nueve operaciones propuestas en las pruebas. De esta forma se obtiene una descripción global pero a la vez específica del grado de ejecución que presentan los estudiantes de las nueve operaciones. La segunda etapa de esta fase se realizó con el fin de establecer si la ejecución global del grupo de

operaciones propias de cada uno de los niveles de comprensión gráfica, estaba influida por las siguientes variables: el uso didáctico y científico de las gráficas, el volumen de información interno y externo de las mismas y la formación académica de los estudiantes. En primer lugar, para determinar la influencia del uso didáctico de las gráficas y de la formación académica, en el grado de ejecución alcanzado por los estudiantes en cada nivel de comprensión gráfica, se llevan a cabo varias pruebas ANOVA. En segundo lugar, para determinar si el uso científico de la gráfica y los volúmenes de información, influyen en el grado de ejecución alcanzado por los estudiantes en cada nivel de comprensión gráfica, se realizan pruebas tipo t de Student.

Finalmente es importante anotar que, con los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas a los estudiantes del grupo de Bachillerato, por ser este el grupo más numeroso, se realizó un análisis factorial de los resultados obtenidos en cada una de las pruebas, no con el fin de obtener conclusiones definitivas, pero sí con el objetivo de poder encontrar algunas tendencias de agrupación de las diferentes tareas propuestas para evaluar la ejecución en cada uno de los niveles de comprensión.

#### Fase 12

Análisis de los resultados.

Esta fase de la investigación consistió en tratar de dar razones a los resultados obtenidos. La interpretación realizada se llevó a cabo desde tres perspectivas. En primer lugar desde las características propias del gráfico propuesto para el análisis en cada una de las pruebas. En segundo lugar, desde las exigencias propias de cada una de las tareas propuestas. En tercer lugar, desde las características propias del grupo experimental al que se le aplicaban las pruebas.

#### Fase 13

Elaboración de conclusiones y recomendaciones.

En esta fase se elabora un grupo de conclusiones parciales y de recomendaciones didácticas basadas en los resultados del segundo estudio con el fin de contribuir a mejorar el trabajo didáctico con representaciones gráficas cartesianas en los libros de

texto y en el aula de clase y, ayudar a mejorar la comprensión que presentan de ellas los estudiantes.

El **tercer estudio** llevado a cabo en esta investigación se realizó en cinco fases de trabajo y su duración fue de siete meses. Este estudio se llevó a cabo durante el curso académico 2004 - 2005. Las cinco fases llevadas a cabo se conciben como continuación de la propuesta realizada para esta investigación y, por ello, el tercer estudio se inicia en la fase 14 (véase la tabla 20).

**TABLA 20. Cronograma de fases de trabajo realizadas en el tercer estudio**

Fases del Estudio 3	PERIODOS DE DURACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DURANTE EL CURSO 2004 – 2005								
	S	O	N	D	E	F	M	A	M
Fase 14	----- -----								
Fase 15		----- -----							
Fase 16			----- -----	----- -----	----- -----				
Fase 17						----- -----	----- -----		
Fase 18								----- -----	----- -----

#### Fase 14

Elaboración de cuestionario de contraste: la visión de profesor de su propia práctica.

Esta fase se llevó a cabo con el fin de obtener un cuestionario útil para recolectar información sobre las prácticas didácticas llevadas a cabo por los docentes de Química y relacionadas con las representaciones gráficas, en particular con las gráficas cartesianas. Esto con el fin de poder comparar dicha información con las inferencias realizadas en el trabajo a partir de los análisis de resultados obtenidos en los dos primeros estudios.

El cuestionario diseñado constaba de 32 preguntas. Las preguntas 1 a 24 se ocupaban de indagar sobre la frecuencia de utilización en el aula de las representaciones gráficas, de las actividades relacionadas con ellas y de diversos tipos de conversiones entre representaciones externas expresadas en registros semióticos diferentes. Las preguntas 25 a 28 y la pregunta 30 se ocupaban de indagar sobre la Jerarquización que hacen los profesores de Química de las prácticas y los usos didácticos relacionados con las representaciones gráficas de acuerdo a la frecuencia con las que las utilizan y a la pertinencia que les atribuyen. En ellas se preguntaba sobre las preferencias de los profesores por diferentes tipos de representaciones, por diferentes tipo de gráficas cartesianas, por determinados usos de las mismas en el aula de clase así como por la inclusión de diferentes elementos informativos tanto dentro como fuera de la representación gráfica cartesiana. La pregunta 29 se refería a los temas propios del campo de la Química que el profesor consideraría como susceptibles de ser tratados a través del uso de las representaciones gráficas cartesianas. Las preguntas 31 y 32 se ocupaban de conocer los criterios de los docentes sobre el uso de las representaciones científicas y las actividades de los estudiantes. Así la pregunta 31 pretendía conocer el objetivo que los docentes de Química atribuyen a los trabajos prácticos ya que este tipo de actividad didáctica está estrechamente relacionada con la elaboración e interpretación de las representaciones gráficas cartesianas. La pregunta 32 se ocupaba de indagar sobre las causas a las que los profesores de Química atribuyen al fracaso de los estudiantes cuando estos interpretan representaciones gráficas cartesianas (véase el anexo 11).

#### Fase 15

Aplicación del cuestionario de contraste.

El cuestionario de contraste fue aplicado a 10 docentes de Química distribuidos en tres grupos de acuerdo al nivel y al programa en el cual impartían clases. El primer grupo estaba conformado por tres profesores que enseñan en la Diplomatura en Educación Primaria ofrecida por la Facultad de Educación de la Universidad de Granada. El segundo grupo estaba constituido por dos profesores que impartían clase en la Licenciatura de Química de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada. El tercer grupo estaba conformado por cinco profesores que ejercían en el nivel de



Bachillerato. La aplicación del cuestionario fue voluntaria y no hubo límite de tiempo para su diligenciamiento.

Fase 16.

Tratamiento de los datos obtenidos.

El análisis de los datos obtenidos en el tercer estudio sólo es descriptivo y da cuenta de la frecuencia con la cual los profesores de Química realizan las actividades relacionadas con el uso de las representaciones gráficas y de los criterios que ellos tienen para utilizarlas en la clase de ciencias. Además, en esta fase se establecen globalmente que tipos de actividades son más frecuentes que otras en cada uno de los niveles educativos.

Por otra parte, en esta fase se establecen los diferentes órdenes de preferencia expresados por los profesores sobre los usos de las representaciones gráficas como sobre el uso de diferentes tipos de representaciones. Así mismo en esta fase se determinan las preferencias de los docentes sobre los elementos informativos a incluir tanto dentro como fuera de las gráficas cartesianas.

Finalmente el tratamiento de los datos obtenidos da cuenta de las tendencias que presentan los docentes sobre los objetivos que atribuyen a los trabajos prácticos en el aula y sobre las causas que atribuyen a los fallos que presentan los estudiantes al interpretar gráficas cartesianas.

Fase 17.

Discusión de resultados obtenidos.

Esta fase de la investigación se ocupó de tratar de dar explicaciones a los resultados del tercer estudio. Debido a que este es un estudio de contraste con los dos primeros estudios, los resultados obtenidos en él fueron explicados con base y en relación con los resultados obtenidos en los dos primeros estudios. Es decir, inicialmente se compararon las preferencias de los docentes acerca del uso didáctico y temático de las gráficas al igual que sobre los elementos informativos a incluir tanto

dentro como fuera de ellas, con las preferencias sobre estos aspectos mostradas por los autores de los libros de texto.

En segundo lugar se trató de establecer si la frecuencia con la cual los docentes de cada nivel educativo realizaban actividades relacionadas con las representaciones gráficas y diferentes tipos de conversiones entre representaciones estaba relacionada de alguna forma con los resultados obtenidos en el segundo estudio sobre la comprensión que presentan los estudiantes de las gráficas cartesianas.

Finalmente, los resultados acerca de los criterios de los profesores sobre el uso de los trabajos prácticos en clase de ciencias y sobre las causas de las fallas que presentan los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas, se compararon con las inferencias realizadas en el segundo estudio sobre el trabajo experimental y la carencia de experiencia de los alumnos en prácticas relacionadas con la interpretación de las representaciones gráficas.

Fase 18.

Elaboración de conclusiones y recomendaciones para el tercer estudio

En esta fase a partir de análisis realizado sobre los resultados obtenidos se procedió a la elaboración de un grupo de conclusiones que permitiesen elucidar la posible interacción entre las preferencias y prácticas de los docentes acerca de las representaciones gráficas cartesianas con las preferencias y prácticas de los autores de los libros de texto, así como la interacción entre las primeras y la comprensión que presentan los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas.

Así mismo, en esta fase con base en las conclusiones construidas se elaboraron un grupo de recomendaciones, con el fin de orientar positivamente la acción de los docentes de Química con respecto a las actividades que ellos realizan y que están relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas.

Finalmente en esta investigación se procedió a la elaboración del presente informe sobre el trabajo llevado a cabo. En este informe, se precisa al lector el problema investigado y se le presenta un amplio marco teórico sobre el mismo. Esto se

hace con el fin de mostrarle una panorámica global del tema de las representaciones en Ciencias Experimentales y en Matemáticas, y específicamente del tema de las representaciones gráficas cartesianas. Así mismo, en este informe, se explica la metodología de investigación seguida para la realización del trabajo y se presentan los resultados obtenidos en los tres estudios de los que consta esta investigación. Finalmente, en este informe, se incluyen conclusiones y recomendaciones generales de la investigación que fueron elaboradas a partir de las conclusiones parciales realizadas para cada estudio.

**CAPITULO 4.  
ELABORACIÓN Y PUESTA A  
PUNTO DE LOS  
INSTRUMENTOS USADOS  
PARA LA RECOLECCIÓN DE  
INFORMACIÓN**

## **CAPITULO 4. ELABORACIÓN Y PUESTA A PUNTO DE LOS INSTRUMENTOS USADOS PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN**

En este capítulo se exponen los procedimientos seguidos para la elaboración de los instrumentos usados para recoger la información en los tres estudios realizados. Inicialmente, se presenta la matriz utilizada para la recolección de datos en el primer estudio. En segundo término, se presentan los procedimientos seguidos para el diseño de un grupo de pruebas usadas en el segundo estudio para reconocer el grado de ejecución que presentan los estudiantes en diversas operaciones propias de la interpretación de gráficas cartesianas. En tercer lugar, se hace lo propio con los procedimientos seguidos y los criterios tenidos en cuenta para la elaboración de una encuesta de contraste usada en el tercer estudio; que se diseñó con el fin de aplicarla a un grupo de docentes de Química para obtener información sobre el uso que ellos dan a las gráficas cartesianas en las aulas de clase.

### **4.1. SOBRE EL DISEÑO DE LA MATRIZ DE DATOS USADA PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN EN EL PRIMER ESTUDIO**

El diseño de la matriz para la recolección de la información en el primer estudio, estuvo orientado por las clasificaciones realizadas de las ilustraciones por Jiménez y Perales (2001), por la diferenciación que hacen de ellas entre teóricas y experimentales Roth y Bowen (1999b), así como por la caracterización de las gráficas encontradas en las revistas de carácter científico, realizada por Kolata (1984).

La matriz diseñada para la recolección de datos en el primer estudio consta de 25 entradas distribuidas en varios grupos (véanse la tabla 21 y el anexo 1). De esta forma,

la matriz incluye dos entradas para clasificar las gráficas de acuerdo a su uso, una para clasificarlas de acuerdo a su uso didáctico y otra para clasificarlas según su uso científico. La misma matriz incluye once entradas para registrar si las gráficas presentan los elementos informativos propios de su volumen de información interna, en cinco de ellas se registran los elementos estructurales y en las otras seis los no estructurales. Así mismo, la matriz presenta seis entradas para registrar si las gráficas presentan los elementos informativos propios de su volumen de información externa. Igualmente, la matriz incluye dos entradas para anotar el valor calculado de las variables referidas al volumen de información interno y externo del gráfico.

**Tabla 21. Códigos de las categorías usadas en la matriz de recolección de datos del primer estudio.**

VARIABLES Y CATEGORÍAS		CÓDIGO ASIGNADO	
<b>Uso didáctico de la gráfica.</b>		Expositivo.	E
		Problemático.	P
		Instrumental.	I
<b>Uso científico de la gráfica.</b>		Teórico.	T
		Experimental.	E
<b>Elementos informativos en el interior de la gráfica.</b>	<b>Estructurales.</b>	Escalas.	Es
		Unidades.	U
		Datos.	D
		Nombres de los ejes.	N
		Título.	Ti
	<b>No estructurales.</b>	Fórmulas químicas.	Fq
		Fórmulas algebraicas.	Fa
		Datos numéricos.	Dn
		Ilustraciones íconos.	Ii
		Términos y conceptos.	Tc
		Símbolos y signos.	Ss
	<b>Elementos informativos en el exterior de la gráfica.</b>		Información relevante.
Prácticas asociadas.			Pa
Referencia a conceptos.			Cq
Fórmulas y funciones.			Ff
Diferenciación de variables.			Dv
Referencias cotidianas.			Fc
<b>Volumen de información gráfica.</b>		Volumen interno.	Vi
		Volumen externo.	Ve
<b>Tema referido por la gráficas.</b>			

Finalmente, la matriz también incluye una entrada de carácter flexible para registrar el tema del área de la Química general al cual se refiere la representación gráfica analizada. Cada una de las categorías establecidas para cada entrada de la matriz presenta un código con el cual se le puede identificar con el fin de facilitar la recolección de la información y el posterior análisis de la misma.

## **4.2. SOBRE EL DISEÑO DE LAS PRUEBAS USADAS EN EL SEGUNDO ESTUDIO.**

### **4.2.1. Sobre la selección de las gráficas a proponer en las pruebas**

Los temas a los que se referirían las representaciones gráficas cartesianas propuestas en las pruebas a diseñar se seleccionaron luego de determinar el porcentaje en el que doce temas generales referidos a la Química eran expuestos en los libros de texto de ciencias experimentales utilizando gráficas cartesianas..

La determinación realizada mostraba que los temas de: termodinámica y termoquímica (20,8 %), teoría sobre el comportamiento de los gases (16,3 %), cinética química (15,8 %), disoluciones (9,4 %), ordenamiento periódico (9,4 %) y equilibrio químico (6,9 %), eran en los que mayor uso se hacía de las representaciones gráficas cartesianas (véase la gráfica 15 del capítulo 5 referido a los resultados del estudio 1).

Tomando en cuenta estos resultados se seleccionaron los temas: teoría sobre el comportamiento de los gases, disoluciones y, equilibrio químico, para ser aquellos sobre los que tratarían las gráficas cartesianas incluidas en las pruebas.

En la tabla 22 se muestra un resumen acerca de las características de las pruebas diseñadas y de las gráficas propuestas en ellas. En esta tabla se precisa en primer lugar la característica central de cada prueba, que consiste en la variable que se pretende estudiar a través de ella (grupo de pruebas), así como el nivel (o categoría) que tiene dicha variable en la prueba (característica central). Así mismo en la tabla 22 se registran los temas tratados por las gráficas incluidas en cada una de las nueve pruebas diseñadas. Además en esta tabla se señalan las características particulares de las gráficas propuestas en cada una de las pruebas diseñadas.

**Tabla 22. Temas referidos por las gráficas en las pruebas para medir la comprensión gráfica.**

GRUPO DE PRUEBAS	PRUEBA	CARACTERÍSTICA CENTRAL	TEMA	CARACTERÍSTICAS PARTICULARES
De acuerdo al uso didáctico de la gráfica	1 (1A)	Uso didáctico expositivo	Ley de Boyle - Mariotte	Dos gráficas complementarias (líneas recta y curva respectivamente)
	2 (1B)	Uso didáctico problemático		Una gráfica con dos líneas rectas
	3 (1C)	Uso didáctico instrumental		Una gráfica con una única línea curva
De acuerdo al uso científico de la gráfica	4 (2A)	Uso científico teórico	Ley de Charles	Una gráfica con una única línea recta que ocupa dos cuadrantes del plano
	5 (2B)	Uso científico experimental		Una gráfica con una única línea recta que pasa por el origen y ocupa sólo un cuadrante del plano
De acuerdo al volumen de información interno de la gráfica	6 (3A)	Volumen alto de información interna	Leyes coligativas de las soluciones	Una gráfica con dos líneas curvas paralelas
	7 (3B)	Volumen bajo de información interna		Dos gráficas complementarias con dos líneas curvas en cada una de ellas
De acuerdo al volumen de información externo de la gráfica	8 (4A)	Volumen alto de información externa	Equilibrio Químico	Una gráfica con tres líneas curvas no paralelas
	9 (4B)	Volumen bajo de información externa		Una gráfica con dos líneas curvas no paralelas

#### 4.2.2. Sobre el estudio piloto y la puesta a punto de las pruebas

Para la estandarización de las pruebas a aplicar en el segundo estudio se siguieron varios procedimientos. En primer lugar, para el diseño de las pruebas se tuvo en cuenta el control de las variables que no eran objeto de evaluación en cada prueba, ya fuese a través de su eliminación o de su igualación. Para esto, se debieron hacer algunas modificaciones en los gráficos elegidos originalmente. En segundo lugar, el grupo de pruebas fue revisado por dos especialistas en didáctica de las ciencias, quienes realizaron valiosas sugerencias para mejorar su diseño.

En tercer lugar, las pruebas se aplicaron con el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria con el objetivo de realizar un estudio piloto. Así, las dudas y las incomprensiones presentadas por los estudiantes durante la ejecución de las pruebas así como las expresadas en el interior de los cuestionarios sirvieron para



enriquecerlas y precisarlas. Además, se determinó el índice de Crombach para todas las pruebas y se modificaron aquellas preguntas cuyos resultados aislados presentaban muy poca correlación con el resultado total de la prueba (véase la tabla 23).

Así, las sugerencias realizadas por los profesores, las dificultades manifestadas por los estudiantes y los resultados de la prueba de Crombach generaron la realización de una serie de modificaciones sobre las preguntas realizadas en las diferentes pruebas.

Así, de forma general se incluyó categoría “no sé” en todas las cuestiones como opción de respuesta, para evitar los efectos del azar. Igualmente, de forma general y en todas las pruebas, la letra que identificaba cada pregunta fue cambiada por un número. Además, las opciones de respuesta que antes estaban identificadas con números en las pruebas preliminares, fueron cambiados por letras en las pruebas rediseñadas.

**Tabla 23. Examen de fiabilidad para las nueve pruebas.**

PRUEBAS	CUESTIONES	CASOS	ALFA CROMBACH
1A	9	18	0,5716
1B	9	17	0,6927
1C	9	17	0,5444
2A	9	26	0,5961
2B	9	26	0,6344
3A	9	26	0,7384
3B	9	26	0,5213
4A	9	26	0,7348
4B	9	26	0,6866

Por otra parte, en las pruebas 1A, 1B y 1C se realizaron las siguientes modificaciones: se incluyó en la pregunta (1) el número con el cual se identificaban las gráficas propuestas dentro del texto (10.12 y 10.13) y se añadió a la pregunta (8) la frase “e ir vestidos con traje de escafandra presurizada”. Además en la prueba 1C se cambió la cifra  $10 \times 10^{-3}$  l, por la cifra  $15 \times 10^{-3}$  l.

Así mismo, en el punto 2 de las pruebas 2A, 2B y 3A se adicionó la expresión “en la gráfica” al inicio de la pregunta planteada. Igualmente, en la pregunta 7 de las pruebas 3A y 3B se cambió la palabra “atribuyes” por la expresión “crees que tienen”. Igualmente, en la prueba 3B en las preguntas planteadas en los puntos 1, 2, 4, 5 y 9 a la frase “en la gráfica” se añadió la expresión “que aparece en primer lugar de izquierda a

derecha”. En la misma prueba 3B, en las preguntas planteadas en los puntos 3 y 8 a la frase “en la gráfica que aparece en segundo lugar” se añadió la expresión de “izquierda a derecha”.

Por otra parte en las pruebas 4A y 4B en la pregunta planteada en el punto 7 se cambió la expresión “el tipo de reacciones representadas por ella” por la expresión “la clase de reacciones a la que pertenece esta reacción”.

Por último en la prueba 4B se realizaron dos modificaciones: se cambió la palabra “identifica” por la palabra “señala” al inicio de la pregunta 2, y en la pregunta 9 se añadió a la frase “de acuerdo con la información aportada por la gráfica” la expresión “resuelve el siguiente problema” (véanse los anexos 2 a 10).

#### **4.2.3. Sobre el análisis factorial llevado a cabo en las nueve pruebas**

Debido a la naturaleza del análisis factorial, es decir, a que ésta es una técnica de reducción de datos en la que se establece un número reducido de factores para explicar la variabilidad de los datos y, en la que los factores son establecidos de acuerdo a la correlación existente entre los elementos que conforman cada factor, la interpretación de los resultados arrojados por el análisis factorial de tipo confirmatorio realizado a las nueve pruebas por el método de componentes principales y rotación varimax muestra varios resultados de interés (véase la tabla 24).

En primer lugar, los resultados sobre las operaciones propias del nivel de comprensión explícito indican que éstas se encuentran asociadas en un componente en aproximadamente el 50 % de las pruebas (están juntas en un componente en cuatro pruebas 1B, 1C, 2B, 4A). Igualmente, muestran que la operación de identificación de variables (Iv) puede estar más relacionada con la operación de asignación de título a la gráfica (At) (están asociadas en componentes de cinco pruebas 1A, 1B, 1C, 2B, 4A) que con la operación de lectura de datos (Ed) (asociadas en componentes de dos pruebas 3B y 4B) aunque, la relación entre estas dos últimas operaciones puede hacerse más fuerte cuando la operación de lectura de datos (Ed) no se enmarca en la tarea indicadora de extrapolación sino en la de comparación del valor tomado por las variables en diferentes líneas gráficas (como en las pruebas 3A y 3B) o en la de señalar un punto en el gráfico

con el cual se puede identificar determinado comportamiento de las variables (como en las pruebas 4A y 4B). Finalmente, en este grupo de operaciones, se puede observar que la operación lectura de datos (Ed) se relaciona muy poco con la operación de asignación de título (At) (se asocian sólo en un componente, en la prueba 3A).

**Tabla 24. Análisis factorial para las nueve pruebas.**

PRUEBAS	CUESTIONES	CASOS	KMO	BARTLETT	COMPONENTES
1A	9	61	0,569	sig:0,057	1: Sc, Ex, Ep. 2: Ed, Cr. 3: Iv, At. 4: Ir. 5: Rt.
1B	9	48	0,613	sig:0,000	1: Ir, Rt, Ep. 2: Cr, Sc, Ee. 3: Iv, Ed, At.
1C	9	57	0,568	sig:0,053	1: Iv, Ed, At, Cr. 2: Sc, Ee, Ep. 3: Ir, Rt, Sc.
2A	9	89	0,691	sig:0,000	1: Ed, At, Sc, Ep, Ee. 2: Ir, Rt, Ee. 3: Iv, Cr.
2B	9	75	0,630	sig:0,000	1: Iv, Ed, At, Ep, Ir. 2: Ir, Cr, Sc. 3: Rt, Ee.
3A	9	87	0,741	sig:0,000	1: At, Sc, Ee, Ep. 2: Iv, Ed, Ir. 3: Cr, Rt.
3B	9	74	0,462	sig:0,009	1: Iv, Sc, Ee, Ep. 2: Ed, At. 3: Ir, Rt. 4: Cr.
4A	9	84	0,723	sig:0,000	1: Iv, Ed, At, Ir, Cr, Rt, Sc. 2: Sc, Ee, Ep.
4B	9	71	0,595	sig:0,000	1: At, Sc, Ee, Ep. 2: Iv, Ed, Rt. 3: Ir, Cr.

En segundo lugar, los resultados acerca de las operaciones propias del nivel de comprensión implícita muestran que, este es el nivel menos consolidado de los tres, y que, las operaciones propias del mismo más que correlacionarse entre ellas se correlacionan con las operaciones propias de los otros dos niveles de comprensión (sólo se asocian en un componente en la prueba 4A). Igualmente, muestran que la operación de identificación de la relación (Ir) parece ser la más representativa de este grupo pues se agrupa con la operación de reconocimiento de términos (Rt) en componentes de

cuatro pruebas (1B, 1C, 2A y 3B) y con la de clasificación de la relación (Cr) en componentes de dos de ellas (2B y 4B).

De la misma forma, el análisis también muestra que altos volúmenes de información interna y externa en los gráficos al parecer permiten relacionar las operaciones de reconocimiento de términos (Rt) y clasificación de la relación (Cr), ya que éstas sólo se encuentran asociadas en componentes de las pruebas 3 A y 4A.

En tercer lugar, los resultados referidos al nivel conceptual muestran que las operaciones propias de este nivel son las más relacionadas entre sí (se encuentran agrupadas en componentes de siete pruebas 1A, 1C, 2A, 3A, 3B, 4A y 4B), es decir, este nivel es el más consolidado de los tres niveles de comprensión. Igualmente, se puede observar que aunque la operación de elaboración de síntesis conceptuales (Sc) está fuertemente relacionada con la operación de elaboración de predicciones (Ep), parece estarlo aún más con la de elaboración de explicaciones (Ee) (se asocian además en un componente de la prueba 1B).

En cuanto a las relaciones entre las operaciones propias de los diferentes niveles de comprensión pueden observarse varios resultados interesantes. En primer lugar, Estos resultados muestran una posible independencia entre, las operaciones propias del nivel de comprensión explícita y aquellas operaciones que requieren del reconocimiento del significado de los términos y conceptos presentados por la gráfica, ya que dichas operaciones no se asocian en ningún componente con las operaciones de reconocimiento de términos (Rt) y de elaboración de explicaciones (Ee).

En segundo lugar, los resultados permiten inferir que las operaciones propias del nivel de comprensión implícita posiblemente actúen como operaciones enlace, pues todas ellas se agrupan con operaciones propias de los niveles de comprensión explícita y conceptual.

En cuanto a las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual se puede observar cómo éstas se agrupan en varios componentes, junto a todas las operaciones propias de los otros dos niveles de comprensión. Es decir este grupo de operaciones puede presentar un carácter inclusivo frente a las operaciones de tipo

explícito e implícito. No obstante, es importante decir, que la operación de elaboración de predicciones (Ep) no se agrupa con la operación de clasificación de la relación (Cr) propia del nivel de comprensión explícita.

El que esto suceda puede ser debido a la existencia de una posible ruptura entre la conceptualización de orden matemático sobre los tipos de relaciones existentes entre las variables, y la aplicación de procedimientos matemáticos de tipo algebraico relacionados con esta clasificación.

Entre estos procedimientos matemáticos se encuentra el uso de expresiones algebraicas para calcular o estimar el valor de una de las variables o de un parámetro dependiente del valor que tomen éstas.

#### **4.3. DISEÑO DE UN CUESTIONARIO DE CONTRASTE EN EL TERCER ESTUDIO**

El cuestionario sobre las prácticas de los profesores por ser un cuestionario de contraste incluyó un grupo de variables que se encontraban en relación con los resultados obtenidos en el primer y segundo estudio.

Así, en este cuestionario con el fin de comparar las preferencias de los docentes con las tendencias que fueron reportadas para los autores de los libros de texto se plantearon preguntas acerca de las preferencias de los profesores sobre el uso de las gráficas cartesianas, los elementos informativos que incluirían tanto dentro como fuera de ellas y sobre las temáticas que consideraban factibles de ser expuestas o tratadas a través del uso de gráficas cartesianas.

De igual forma con el fin de contrastar los resultados del segundo estudio, en el cuestionario se incluyeron preguntas que indagaban por la frecuencia con la cual se llevaban a cabo en el aula diversas actividades relacionadas con las representaciones gráficas, ya que el análisis de dichos resultados insistía en que la ausencia de estas prácticas en la formación de los estudiantes era una de las causas de su fallos en la ejecución de las operaciones de interpretación.

Esta misma argumentación hace que se incluyan dos preguntas más en el cuestionario, una acerca de las causas que los docentes atribuyen al fracaso de los estudiantes en las actividades de interpretación de representaciones gráficas y otra sobre el objetivo que los ellos dan a los trabajos prácticos realizados en clase de ciencias, dada la estrecha relación de últimos con las representaciones gráficas cartesianas (véase la tabla 25).

**Tabla 25. temas referidos por las preguntas del cuestionario de contraste del tercer estudio.**

Pregunta No	<b>Preguntas sobre frecuencia de utilización de prácticas relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas y diferentes tipos de conversión de representaciones.</b>		
1	Identificación de las variables.	13	Elaboración de explicaciones.
2	Asignación variables a los ejes.	14	Elaboración de predicciones.
3		15	
4	Asignación de título a la gráfica.	16	Interpretación simultánea de dos gráficas.
5	Establecimiento de escalas.	17	
6	Interpolación y / o extrapolación.	18	Tipificación de la línea gráfica.
7		19	
8	Determinación de la covariación.	20	Conversión: Enunciado – Ecuación.
9	Identificación de puntos.	21	Conversión: Ecuación – Enunciado.
10		22	
11	Determinación:-máximos-mínimos.	23	Conversión: Gráfica – Ecuación.
12	Identificación de: proporcionalidad.	24	Conversión: Ecuación – Gráfica.
	Formulación de una ecuación.		Conversión: Gráfica – Enunciado.
	Reconocimiento de términos.		Conversión: Enunciado – Gráfica.
	Elaboración de conclusiones.		<b>Conversión: Tabla – Gráfica.</b>
	<b>Preguntas sobre las preferencias de uso de las representaciones.</b>		<b>Preguntas sobre criterios acerca de las temáticas a tratar, el trabajo experimental y el desempeño de los estudiantes.</b>
25	Tipo de representación usada.	29	<b>Temáticas susceptibles de ser tratadas haciendo uso de gráficas.</b>
26	Uso dado a las gráficas cartesianas.		
27		Elementos informativos a incluir dentro de la gráfica.	31
28	Elementos informativos a incluir fuera de la gráfica.	32	
30	Tipo de gráfica de acuerdo a sus líneas y ajuste.		<b>Criterios acerca del desempeño de los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas.</b>

Por otra parte el que en el análisis de los resultados del segundo estudio se argumentase que además de las ausencia de prácticas relacionadas con las gráficas

cartesianas en la formación de los estudiantes, era el tipo de prácticas llevadas a cabo el que podría haberles hecho fallar en las operaciones propias de la interpretación de las gráficas, motivó la inclusión en el cuestionario de un grupo de preguntas que indagaban sobre la frecuencia con la cual se realizaban ciertos tipos de conversiones entre representaciones en el aula y la frecuencia con la que se utilizaban diferentes tipos de representaciones gráficas cartesianas. De acuerdo a estos presupuestos el cuestionario de contraste diseñado quedó conformado por 32 preguntas cuyos referentes generales ya han sido descritos en la sección 3.4.

En este capítulo hemos visto los procedimientos de construcción de los instrumentos utilizados para la recolección de la información en los tres estudios realizados en la investigación.

Así, en primer lugar se explicó el referente de cada grupo de entradas que presentaba la matriz de análisis usada para recolectar información en el primer estudio. Igualmente, se presentaron en una tabla los códigos correspondientes a cada una de las entradas de dicha matriz.

En segundo lugar, se expuso como se determinaron los temas de los que tratarían las gráficas propuestas para el análisis en las nueve pruebas diseñadas para el segundo estudio. También se mostraron los resultados de la prueba piloto realizada con las nueve pruebas y las modificaciones llevadas a cabo en las mismas a partir de los resultados de dicha prueba y del análisis que sobre ellas hicieron dos expertos. Así mismo, se dieron a conocer los resultados del análisis factorial realizado con ellas, que muestran como el nivel de comprensión conceptual es el más consolidado de los tres niveles y el nivel de comprensión implícita el menos consolidado.

Por último, se expusieron las razones que motivaron la inclusión de las diversas preguntas formuladas en el cuestionario de contraste utilizado en el tercer estudio y se mostró una tabla con los referentes de cada una de estas preguntas.

En el próximo capítulo se expondrán los resultados del primer estudio realizado sobre la caracterización de las representaciones gráficas cartesianas referidas a la Química e incluidas en los libros de texto de Física y Química y, de Química usados en

el Bachillerato. Este estudio, se ocupa de los elementos informativos que se incluyen tanto dentro como fuera de las representaciones gráficas incluidas en estos libros de texto, de los usos que se da a este tipo de gráficas en ellos y, de la relación entre dichos usos y el volumen de información incluida tanto en su interior como en su exterior.



**CAPITULO 5.  
RESULTADOS DEL PRIMER  
ESTUDIO SOBRE LA  
CARACTERIZACIÓN DE LAS  
REPRESENTACIONES  
GRÁFICAS CARTESIANAS  
INCLUIDAS EN LOS LIBROS  
DE TEXTO DE CIENCIAS**

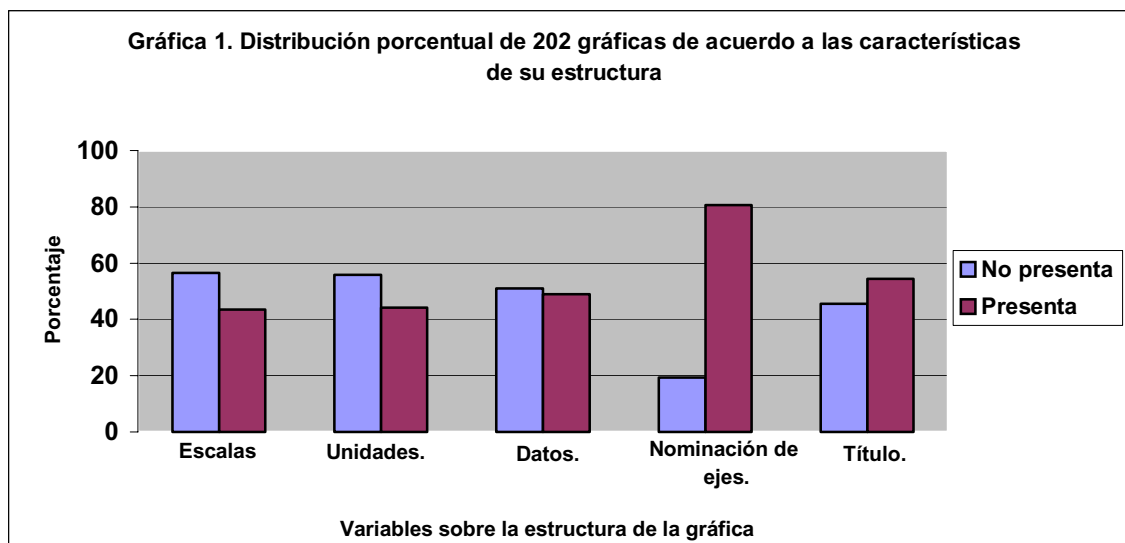
## **CAPITULO 5. RESULTADOS DEL PRIMER ESTUDIO SOBRE LA CARACTERIZACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE CIENCIAS**

En este capítulo se exponen los resultados del primer estudio realizado en la investigación. Así, inicialmente se muestran los resultados referidos a cómo se distribuyen las gráficas estudiadas de acuerdo a la inclusión en su interior de los elementos informativos estructurales y no estructurales. Igualmente, se expone cómo se distribuyen las gráficas estudiadas de acuerdo a los elementos informativos incluidos en su exterior. Así mismo, se muestra cómo se distribuyen las gráficas estudiadas de acuerdo a sus usos didáctico y científico. Además, se muestra cómo estas se distribuyen de acuerdo a su volumen de información interna y externa, como se correlacionan dichos volúmenes de información entre sí y si estos se encuentran influidos por los usos dados a las representaciones gráficas. Por último, en este capítulo se muestra cómo se distribuyen las representaciones gráficas estudiadas de acuerdo a los temas referidos por ellas. Es importante anotar que, la exposición de los resultados anotados incluye algunas inferencias preliminares para tratar de explicarlos.

### **5.1. SOBRE LA ESTRUCTURACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS**

Los resultados sobre los elementos informativos propios de la estructura gráfica muestran que, al parecer los autores desconocen el papel que juegan las escalas en la construcción e interpretación de las representaciones gráficas (56.4% no presentan escalas). Así mismo, muestran que los autores no reconocen la necesidad de establecer una continuidad epistemológica entre el conocimiento de los espacios ontológicos de

tipo fenomenológico y los de tipo simbólico (55.9% no explicitan la unidades y 51% no utilizan datos). Este desconocimiento dificulta el establecimiento de la relación entre el signo (gráfico) y el referente (fenómeno) cuando se interpreta la gráfica (véase la gráfica 1). Por otro lado, estas carencias en las representaciones gráficas generan vacíos informativos y dificultan al estudiante el reconocimiento de las magnitudes relacionadas, ya que cada unidad está ligada a un contexto y a un tipo de variable (información que se pierde al desaparecer las unidades).



De igual forma, la ausencia de datos, escalas y unidades no le permite al estudiante realizar procedimientos esenciales para el aprendizaje acerca de los procesos de construcción e interpretación de las representaciones gráficas. Es decir, no hace posible la realización de diferentes procedimientos de transformación en las gráficas con el fin de comprenderlas mejor. Entre los procedimientos que no podrían realizar los estudiantes estarían la interpolación y la extrapolación de datos al igual que la determinación de las coordenadas que corresponden a un punto en la gráfica o la operación inversa.

De otra parte, los resultados muestran que no es fácil para los estudiantes acceder a la búsqueda de la información básica sobre la gráfica, como el nombre de las variables, la relación establecida entre ellas y el campo experimental en el que estas variables intervienen (el 45,5 % de las gráficas analizadas no presenten título), lo que les puede generar dificultades cuando procedan a su interpretación. Así, esto hace que la búsqueda de dicha información básica sea más compleja pues el estudiante se debe

remitir al contexto gráfico, que le ofrece otros tipos de información además de la relacionada con la gráfica. Esta dificultad se agudiza cuando desde el contexto gráfico no se remite a la gráfica. Es decir, cuando la gráfica aparece simplemente colgada con respecto al texto. De esta forma el estudiante se enfrenta a una tarea de desciframiento jeroglífico, cuyo fin es encontrar pistas acerca de la relación entre la gráfica y las fórmulas, funciones y enunciados incluidos en su contexto.

Finalmente, los resultados referidos a la nominación de los ejes (el 80,7 % de las gráficas denominan correctamente sus ejes), pueden calificarse de positivos, aunque el porcentaje de las gráficas en las que no se nominan correctamente los ejes sigue siendo significativo (19,3 %). Esto significa que en un importante grupo de gráficas se hace más difícil para el estudiante diferenciar las variables en dependiente e independiente.

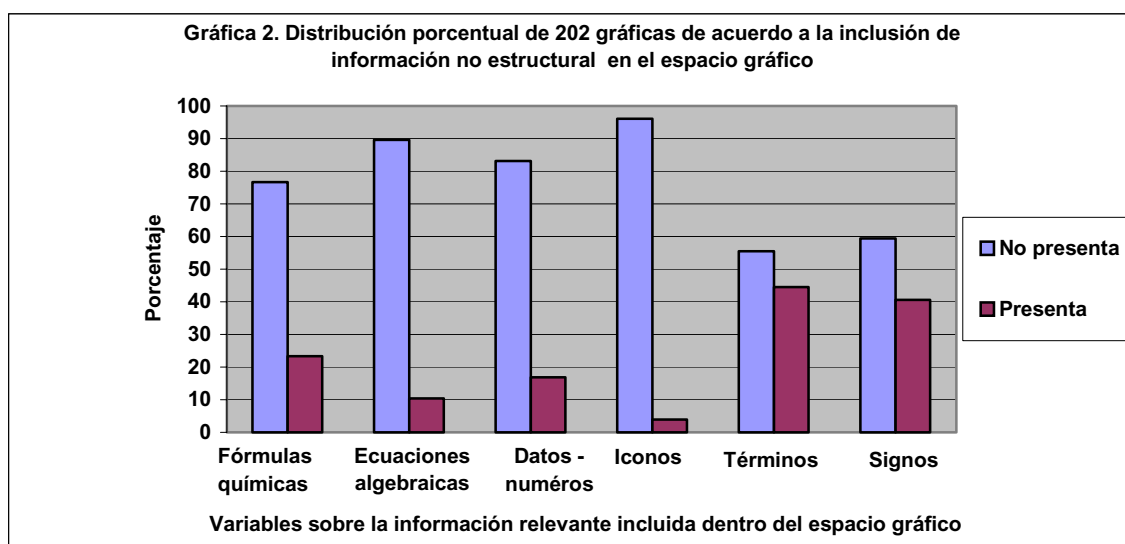
En general este grupo de resultados sobre la inclusión de elementos informativos estructurales en las representaciones gráficas cartesianas muestra una marcada ausencia de los elementos que podríamos llamar concretos dentro de la estructura de la gráfica, tales como datos, unidades o escalas, que contrasta con una alta o moderada presencia de aquellos que podrían denominarse elementos abstractos de la estructura gráfica como el título o los nombres de los ejes gráficos.

## **5.2. SOBRE LA INCLUSIÓN DE ELEMENTOS INFORMATIVOS NO ESTRUCTURALES DENTRO DEL GRÁFICO**

Los resultados referidos a la inclusión de diversos elementos dentro de la gráfica revelan que el nivel de utilización de estos recursos auxiliares es en general bajo (véase la gráfica 2). Así, los autores parecen no estar de acuerdo con la integración del lenguaje algebraico, químico, o matemático en las representaciones gráficas cartesianas (el 20,3% incluye fórmulas químicas, el 10,4% ecuaciones algebraicas, el 16,8% datos numéricos y el 4% incluye íconos e ilustraciones).

Estos resultados pueden ser interpretados de varias formas. En primer lugar pueden ser vistos como la tendencia de los autores a separar los procesos de modelización (la gráfica en sí) y la formalización de dichos procesos (fórmulas y funciones). En segundo lugar, la poca inclusión de fórmulas químicas y expresiones algebraicas en la gráfica puede indicar que para los autores no es explícito el interés por

facilitar el establecimiento de una relación entre la grafica y una expresión algebraica, o entre las variables relacionadas en ella y las sustancias químicas a las que se refieren dichas variables. Por otra parte, esto podría afectar la realización de procesos de conversión de la representación gráfica en expresiones algebraicas o en una descripción que haga uso de fórmulas químicas. En tercer lugar estos resultados pueden ser interpretados como que los autores al sacar de los gráficos los iconos y las ilustraciones están interesados en separar la información cualitativa (experimentos, montajes, hechos cotidianos) de la cuantitativa (gráfica cartesiana). Lo que podría dificultar el establecimiento de las relaciones entre las características de las gráficas y los fenómenos estudiados por la ciencia en el marco de la manipulación y el control experimental.

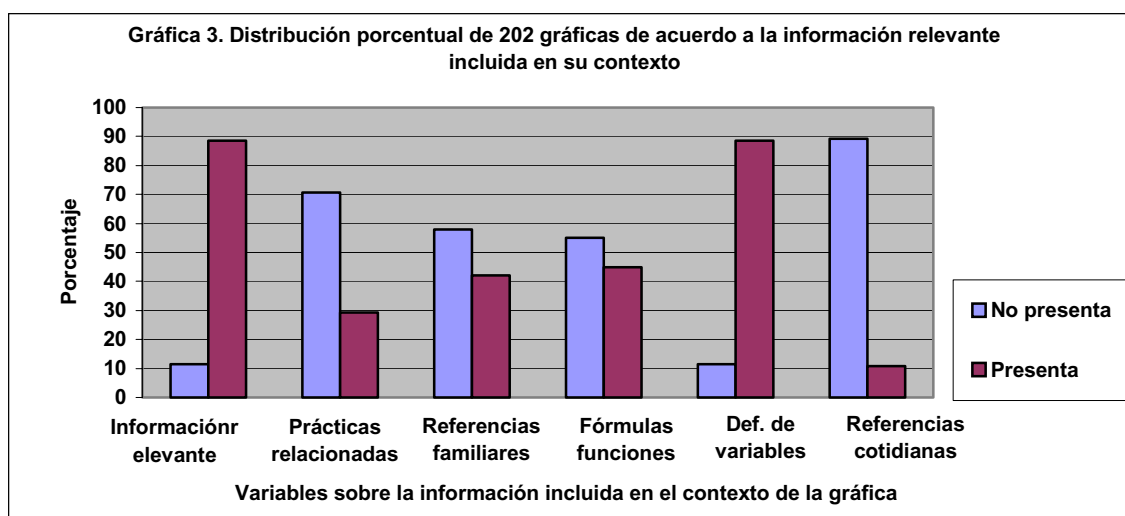


Por otra lado, los resultados también muestran que los autores aceptan la integración del lenguaje natural (términos y símbolos) con las representaciones gráficas cartesianas (44,6% incluyen términos y el 40,6% incluyen símbolos y signos). Estos resultados pueden ser explicados por el uso mayoritariamente descriptivo (para exponer conceptos y principios científicos) que se da a las representaciones gráficas cartesianas, que puede hacer frecuente en ellas a los términos y a los símbolos.

### 5.3. SOBRE LA INFORMACIÓN APORTADA POR EL CONTEXTO GRÁFICO

Los resultados sobre los elementos informativos aportados por el contexto que acompaña la representación gráfica cartesiana muestran que, a pesar de que en un porcentaje significativo de los contextos gráficos (superior al 80 %) se presenta

información relevante sobre las gráficas y se definen las variables relacionadas en las mismas, al parecer las gráficas son ofrecidas como objetos matemáticos vaciados de los fenómenos propios del campo de la Química, de sus procesos de producción y de los fenómenos cotidianos (58 % no presenten referencias propias de la Química, sólo el 29,2% presentan prácticas científicas asociadas a su construcción y únicamente el 10,9% presenta referencias sobre fenómenos cotidianos) y, desarticuladas de las expresiones matemáticas que las pueden representar (55% no se acompañen de una función o expresión algebraica) (véase la gráfica 3).



Los resultados observados pueden ser explicados por varias causas. En primer lugar pueden deberse a una tendencia por parte de los autores a no mostrar la relación existente entre las representaciones gráficas con los procesos que tienen que ver con su producción y con los fenómenos cotidianos. Esta tendencia se enmarcaría una tendencia más general a separar en el aula el trabajo de laboratorio, los problemas cotidianos y las teorías científicas. En segundo lugar, dichos resultados pueden deberse a una tendencia de los autores a aumentar al máximo el nivel de abstracción de las gráficas, aislándolas muchas veces de sus referentes tanto cotidianos como experimentales.

En tercer lugar, las carencias anotadas en el contexto de las gráficas también pueden originarse en una tendencia a utilizar las gráficas cartesianas más como ilustraciones informativas que como instrumentos que ayuden a establecer las relaciones funcionales que se presentan entre las variables. No obstante, esta afirmación se debe

matizar diciendo que no todo aquello que puede ser materia de representación gráfica cartesiana puede también constituir una función.

Finalmente, este distanciamiento de lo cotidiano presentado por las representaciones gráficas, el alto nivel de abstracción con el que son presentadas así como la tendencia a mostrarlas exclusivamente como herramientas de tipo matemático, pueden generar una pérdida de interés en el estudiante hacia las ciencias alejándolo de los problemas e intereses propios de la misma y, además, causándole desconocimiento acerca de los procesos de producción de las representaciones gráficas como tales.

#### **5.4. SOBRE EL USO DADO A LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS**

##### **5.4.1. Sobre el uso didáctico dado a las representaciones gráficas**

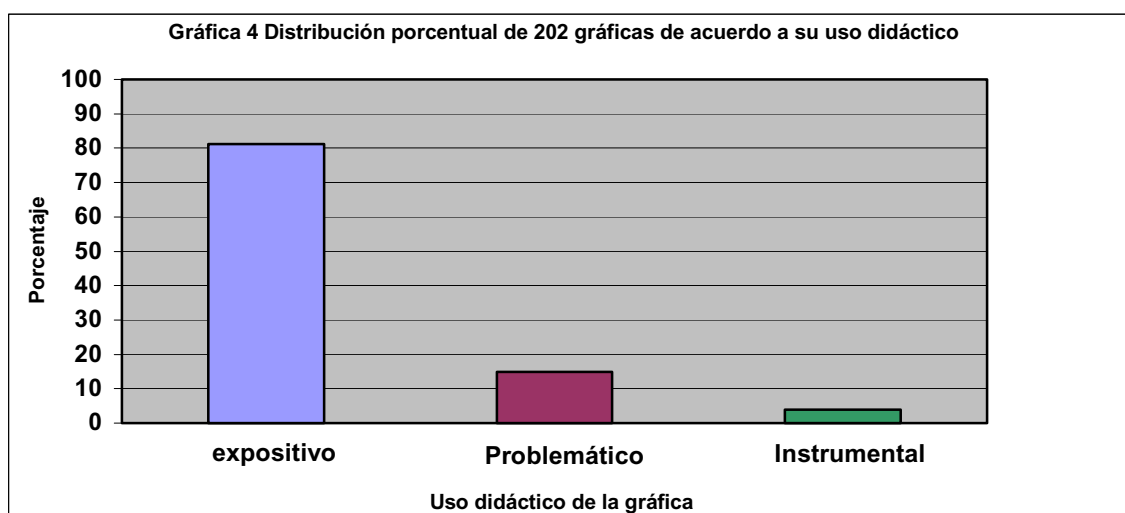
La clasificación de las gráficas incluidas en los textos de acuerdo a su uso didáctico, muestran que los autores de los libros de texto limitan las posibilidades de los mismos al campo de la exposición de hechos, dejando de lado otras posibilidades de utilización (81,2 % de las gráficas son de uso expositivo, 14,9% de uso problemático y sólo el 4,0% de uso instrumental). Es decir, no hacen posible la utilización del libro de texto como cuaderno de trabajo, en el cual los estudiantes puedan enfrentar situaciones problema enmarcadas en un dominio experimental y llevar a cabo tareas intelectuales de análisis y de reflexión relacionadas con ellas (véase la gráfica 4).

Estos resultados, pueden indicar que los autores de los textos conciben a las representaciones gráficas como productos terminados y representaciones aisladas, sin relacionarlas con el planteamiento y la solución de problemas, los procesos de experimentación y los procedimientos de ajuste y tipificación. Igualmente, dichos resultados podrían reflejar de forma general la tendencia de los autores a mantener en los textos la separación entre teoría, problemas y experimento, que hace que privilegien el componente teórico de los contenidos frente a sus componente práctico como la resolución de problemas y la realización de experimentos.

De forma más específica, el bajo porcentaje en el que se presentan las gráficas de uso didáctico instrumental, puede ser interpretado de varias formas. En primer lugar, puede estar mostrando cómo la naturaleza de los trabajos prácticos presentados en los

libros de texto obedece más a la de experiencias para interesar al estudiante, que a la de experimentos para generar explicaciones a problemas propuestos o encontrar patrones de comportamiento entre las variables. De la misma forma, este bajo porcentaje podría ser un índice de que dichos trabajos prácticos, son presentados como “formas de mostrar”, gruesas y poco refinadas, más que como procesos planeados y controlados, que incluyen demostraciones propiamente dichas, al igual que tratamientos y transformaciones complejas de la información experimental.

Es importante anotar también, que el poco porcentaje de gráficas de uso instrumental y por ende su no inclusión en las prácticas ofrecidas en los libros de texto, no hace posible establecer puentes adecuados entre los muchos fenómenos observados a través de la manipulación experimental y las formalizaciones y conceptos construidos a partir de dichos resultados.



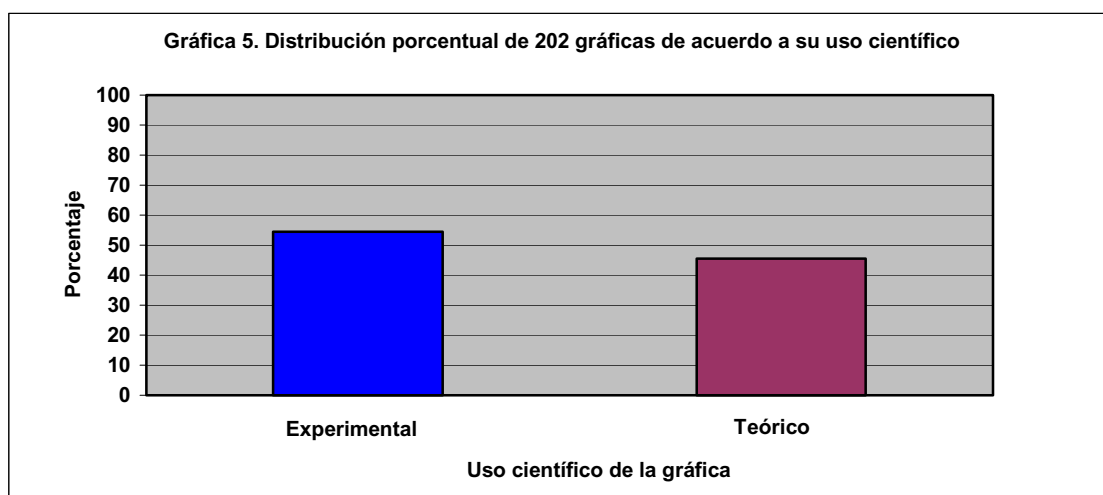
Por último, la poca utilización de representaciones gráficas en los problemas propuestos en los libros de texto Igualmente, podría ser explicada por una tendencia de los autores de los textos a conceder poca importancia al uso de las representaciones gráficas cartesianas como parte de la formulación de los problemas. Esta tendencia, puede limitar las posibilidades de interpretación de los problemas ofreciendo menos información en ellos y, restringiendo las oportunidades para construir un modelo cualitativo de las situaciones y de enriquecer el espacio problema.



Las tendencias citadas, al igual que la forma en la que se presentan las representaciones gráficas en los libros de texto pueden hacer que los estudiantes adquieran una visión incompleta y desestructurada de las mismas, en la que no se reconozcan sus procesos de producción, así como su carácter de producto integrado en el que se mezclan la teoría, los problemas y el trabajo experimental.

#### 5.4.2. Sobre el uso científico dado a las representaciones gráficas

Acercas del uso científico asignado a las gráficas cartesianas es posible afirmar que de modo general la tendencia a presentar este tipo de gráficas sólo como el producto del proceso de la abstracción, es superada por la tendencia a presentarlas como el producto del establecimiento de las relaciones que se pueden observar en un grupo de datos obtenidos experimentalmente (54,5% de las gráficas tienen uso experimental y 45,5%, de ellas uso teórico) (véase la gráfica 5).



Por otra parte, estos resultados puedan ser interpretados como el fruto de una posible tendencia de los autores a tratar de proporcionar un respaldo empírico a las representaciones gráficas cartesianas, aunque sin que ello implique necesariamente el establecer relaciones entre la gráfica y el dominio experimental al que se refiere.

Por último es interesante anotar, que en apoyo de la segunda interpretación, en el proceso de clasificación de las representaciones gráficas cartesianas de acuerdo a su uso científico, se encontró una tendencia por parte de los autores, por demás interesante. Esta fue que los autores de los textos no establecen de forma explícita ninguna distinción entre las gráficas teóricas y las gráficas experimentales. Es decir, no señalan

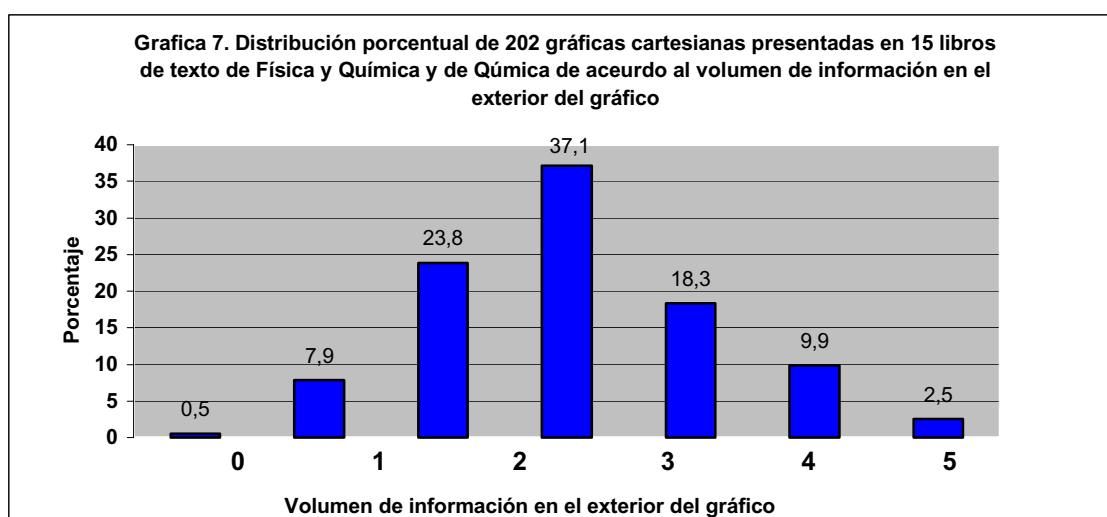
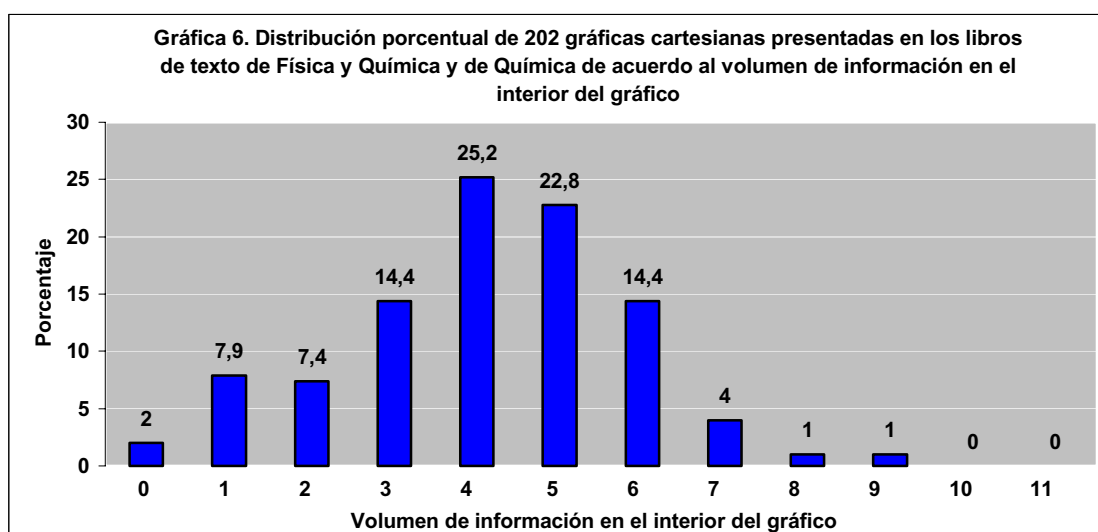
como idealizaciones a las gráficas de tipo teórico ni como construcciones a partir de datos obtenidos en el laboratorio, a las gráficas de carácter experimental. Este olvido por parte de los autores de los libros de texto puede hacer que las gráficas presentadas como modelos teóricos puedan ser vistas por los estudiantes como construcciones artificiosas y no como productos de una elaborada tarea de refinamiento y ajuste. Igualmente, cuando no se identifican como tales a las gráficas que representan el comportamiento de un grupo de datos, es posible que el estudiante no pueda establecer claramente las relaciones entre el fenómeno estudiado y las regularidades que expone la representación gráfica.

Por otra parte, esta ausencia de precisión sobre el uso científico dado a las gráficas, las presenta aisladas de procesos propios de la producción del conocimiento científico, tales como la determinación de los fenómenos objeto de estudio o la tipificación y el ajuste de las mismas.

## **5.5. SOBRE LOS VOLÚMENES DE INFORMACIÓN EN EL INTERIOR Y EL EXTERIOR DE LAS GRÁFICAS**

En primer lugar conviene recordar que el volumen de información en el interior de las gráficas se refiere al número total de elementos informativos incluidos dentro de la representación gráfica. Igualmente, es importante recordar que el volumen de información externo se refiere al número total de elementos informativos incluidos en el contexto en el cual se encuentra la gráfica.

Los resultados sobre estas dos variables muestran en primer lugar que, el volumen de información dentro del espacio gráfico en un rango de 0 a 11 presenta una media de 4,11 y una desviación típica de 1,19. Igualmente, muestran que sólo cerca del 21% de las gráficas analizadas presentan un volumen de información interno alto, es decir, presentan un puntaje mayor o igual a 6 en un rango de 0 a 11 (véase la gráfica 6). En segundo lugar, estos resultados muestran que el volumen de información fuera del espacio gráfico en un rango de 0 a 6 presenta una media de 3,04 y una desviación típica igual a 1,74. Así, mismo, permiten observar que sólo el 30% de las gráficas presenta un volumen de información externo alto, es decir, presentan un puntaje mayor o igual a 4 en un rango de 0 a 6 (véase la gráfica 7).



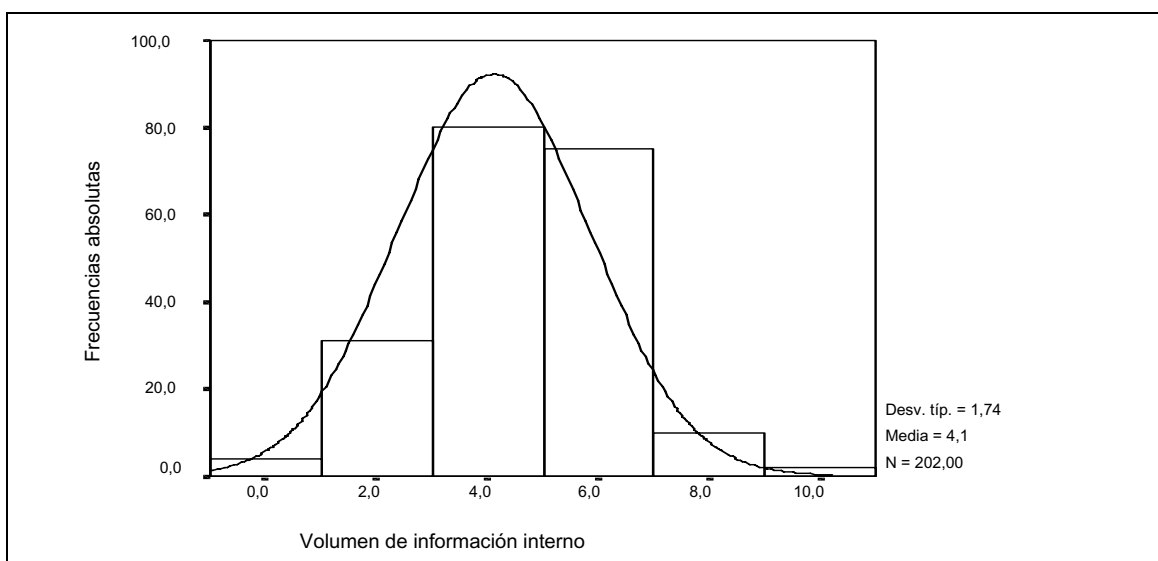
Estos valores de la media muestran que, en general, las representaciones gráficas cartesianas incluyen un volumen bajo de información en el interior del gráfico. Así mismo permiten afirmar que, en general, el volumen de información incluido en el exterior del gráfico es ligeramente superior a la mitad del valor máximo que se puede alcanzar. De esta forma, al parecer los autores de los textos incluyen un mayor volumen de información pertinente en el exterior del gráfico que en el interior del mismo.

### 5.5.1 Ajuste a la curva normal de las distribuciones de las variables referidas a los volúmenes de información de la gráfica.

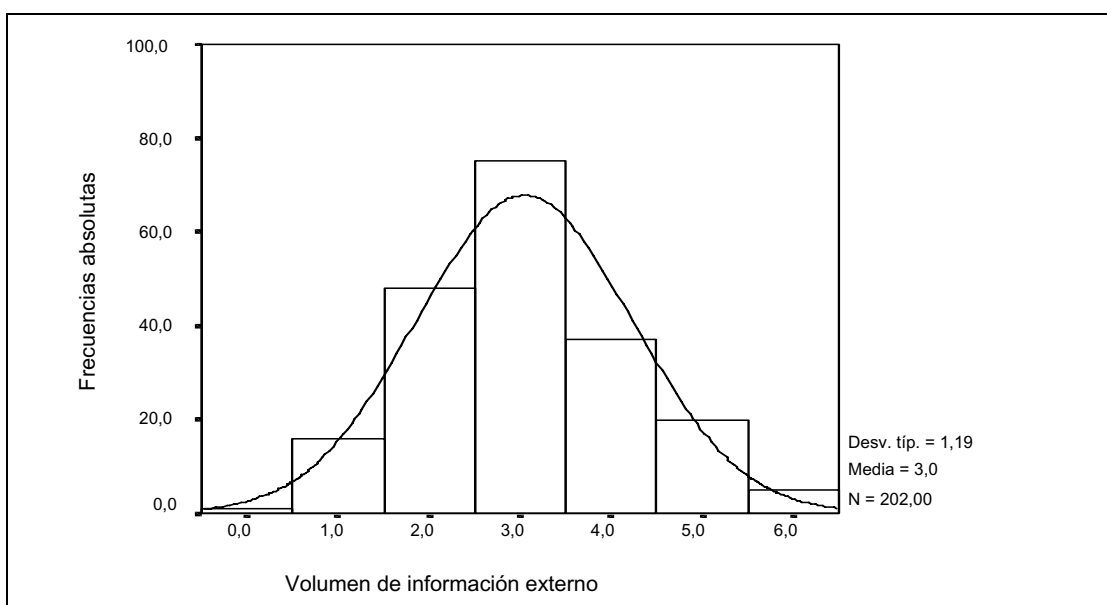
El análisis del ajuste a la curva normal de las distribuciones de las variables referidas a los volúmenes de información dentro y fuera del espacio gráfico mostró que

su distribución presentaba valores de curtosis y de asimetría cercanos a cero (0,034 y -0,122 curtosis; 0,165 y 0,275 asimetría, respectivamente). Puesto que el coeficiente de curtosis es una medida de la concentración de la distribución en torno a la media y el coeficiente de asimetría una medida de la asimetría de la distribución de los valores respecto a la media; puede afirmarse que las dos variables presentan una distribución de tipo normal (Véase las gráficas 8 y 9).

Gráfica 8. Histograma de frecuencias de 202 gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química presentadas en 15 libros de texto, de acuerdo al volumen de información interno que presentan.



Gráfica 9. Histograma de frecuencias de 202 gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química presentadas en 15 libros de texto, de acuerdo al volumen de información externo que presentan.



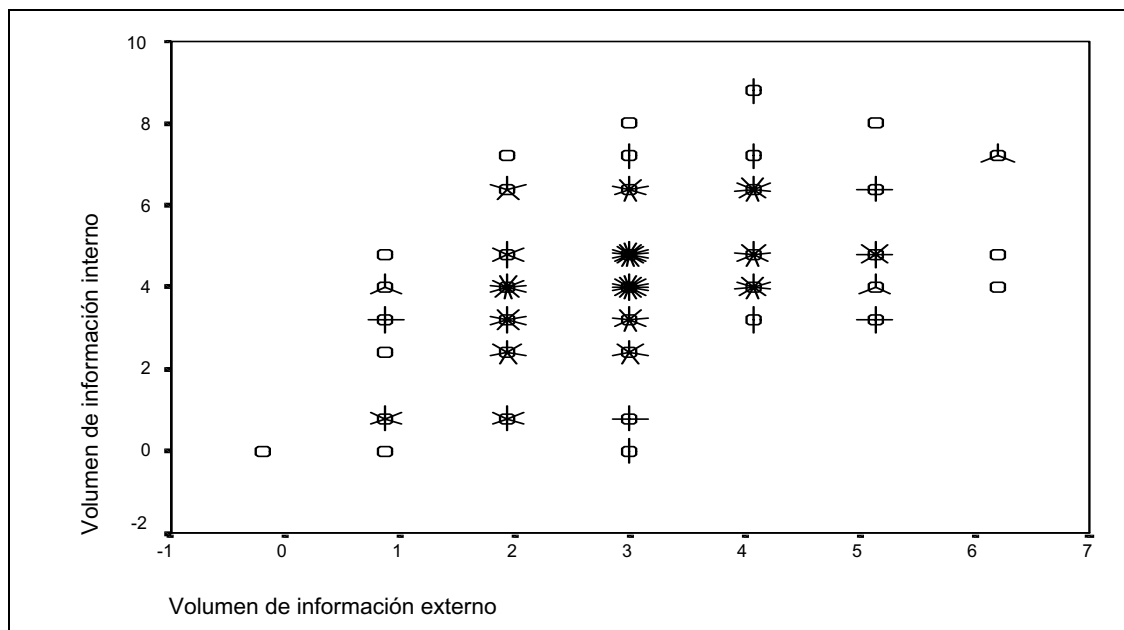
### 5.5.2. Estudio de la correlación entre las variables referidas a los volúmenes de información de la gráfica

La distribución tipo normal que presentan estas dos variables, posibilita la aplicación del coeficiente de correlación de Pearson “r” para establecer si existe o no relación entre ellas. Los resultados de esta prueba muestran que existe una relación moderada entre el volumen de información interno y el volumen de información externo de las representaciones gráficas analizadas. Así, el valor del coeficiente de correlación fue de 0,469, que es un valor mayor que el valor teórico de “r” (0,1388) para el número de grados de libertad considerados (significativo al 0,05 bilateral) y el del coeficiente de determinación ( $r^2$ ) fue de 0,219, mostrando que esta correlación explica la variación del 21,9% de los datos. Es decir, a partir de estos resultados se puede afirmar que cuando los autores de los textos incluyen más información dentro de la gráfica también o hacen en el contexto del gráfico. Igualmente, puede decirse que cuando los autores de los textos disminuyen la cantidad de información en el interior de las gráficas también la disminuyen en su contexto (véanse la tabla 26 y la gráfica 10).

**Tabla 26. Tabla de contingencia entre las variables volumen de información en el interior de la gráfica y volumen de información en el exterior de la gráfica.**

<i>VARIABLES</i>	<i>Valores</i>	<i>VOLUMEN DE INFORMACIÓN EN EL EXTERIOR DE LA GRÁFICA</i>							
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>Suma parcial</b>
<b>VOLUMEN DE INFORMACIÓN EN EL INTERIOR DE LA GRÁFICA</b>	<b>0</b>	1	1		2				4
	<b>1</b>		6	6	4				16
	<b>2</b>		1	7	7				15
	<b>3</b>		4	10	9	2	4		29
	<b>4</b>		3	13	20	11	3		51
	<b>5</b>		1	6	21	9	8	1	46
	<b>6</b>			5	9	11	4		29
	<b>7</b>			1	2	2		3	8
	<b>8</b>				1		1		2
	<b>9</b>					2			2
	<b>Suma parcial</b>	1	16	48	75	37	20	5	202 <b>Total</b>

**Gráfica 10. Diagrama de dispersión que muestra la relación entre las variables volumen de información interno y volumen de información externo.**



### 5.5.3. Sobre la comparación entre el uso didáctico dado a las gráficas y el volumen de información presentado por ellas.

Una vez clasificadas las representaciones gráficas en tres grupos de acuerdo a su uso didáctico, se procedió a determinar el valor que presentaba la media aritmética referida a las variables volumen de información interno y volumen de información externo de las gráficas, para cada uno de estos tres grupos de gráficas (véase la tabla 27).

**Tabla 27: Comparación de medias del volumen de información interno y externo versus el uso didáctico de las gráficas.**

USO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA		ESTADÍSTICOS	INFORMACIÓN DENTRO DEL GRÁFICO	INFORMACIÓN FUERA DEL GRÁFICO
Uso didáctico de la representación gráfica	Expositivo	Media	4,20	3,15
		N	164	164
		Desviación típica	1,64	1,05
	Problemático	Media	3,20	2,13
		N	30	30
		Desviación típica	1,81	1,38
	Instrumental	Media	5,88	4,25
		N	8	8
		Desviación típica	2,03	1,04

La comparación de estos valores mostró en primer lugar, que en el grupo de gráficas cuyo uso didáctico es instrumental los valores de la media aritmética presentados por ambas variables referidas a los volúmenes de información son superiores a los presentados por los otros dos grupos de gráficas. En segundo lugar, mostró que los valores de la media tanto para el volumen de información dentro del espacio gráfico como fuera de él son bastante más bajos en el grupo de gráficas cuyo uso es problemático.

Los resultados de la prueba ANOVA muestran que las diferencias encontradas entre los valores de la media referidas a las variables volumen de información interno y volumen de información externo presentadas por los grupos conformados por las gráficas con distintos usos didácticos, no son debidas al azar. La prueba muestra que los valores de la F de Snedecor para ambas variables (9,062 15,667 respectivamente), son significativos con p valores menores que 0,05 (0,000 para ambas variables), lo que obliga a rechazar la hipótesis nula. (véase la tabla 28).

**Tabla 28 . Prueba ANOVA para los volúmenes informativos de los gráficos versus uso didáctico de los mismos.**

#### ANOVA

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Información dentro del espacio gráfico	Inter-grupos	50,950	2	25,475	9,062	,000
	Intra-grupos	559,431	199	2,811		
	Total	610,381	201			
Información fuera del espacio gráfico	Inter-grupos	38,443	2	19,222	15,667	,000
	Intra-grupos	244,156	199	1,227		
	Total	282,599	201			

Finalmente para obtener una visión más clara de la influencia que presentaba el uso didáctico en el volumen de información interno y externo de las gráficas se realizó una prueba de comparaciones múltiples de Scheffé. Los resultados de esta prueba muestran que la media presentada por el grupo de gráficas de uso didáctico instrumental, se diferencia significativamente de la presentada por el grupo de gráficas de uso problemático, además de diferenciarse un poco menos pero de forma igualmente significativa, de la media presentada por el grupo de gráficas de uso expositivo. Así mismo, permite observar como la diferencia observada entre los valores de la media que

presentan los grupos de gráficas: uso expositivo y uso problemático para las variables referidas a los volúmenes de información gráfica, es igualmente significativa.

**Tabla 23. Prueba Scheffé de comparaciones múltiples: volúmenes de información gráfica versus usos didáctico de los mismos.**

**Comparaciones múltiples**

Scheffé

Variable dependiente	(I) Uso semántico	(J) Uso semántico	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
						Límite inferior	Límite superior
Información dentro del espacio gráfico	Expositivo	Problemático	1,00*	,333	,013	,17	1,82
		Instrumental	-1,68*	,607	,023	-3,18	-,18
	Problemático	Expositivo	-1,00*	,333	,013	-1,82	-,17
		Instrumental	-2,68*	,667	,000	-4,32	-1,03
	Instrumental	Expositivo	1,68*	,607	,023	,18	3,18
		Problemático	2,68*	,667	,000	1,03	4,32
Información fuera del espacio gráfico	Expositivo	Problemático	1,02*	,220	,000	,48	1,56
		Instrumental	-1,10*	,401	,025	-2,09	-,11
	Problemático	Expositivo	-1,02*	,220	,000	-1,56	-,48
		Instrumental	-2,12*	,441	,000	-3,20	-1,03
	Instrumental	Expositivo	1,10*	,401	,025	,11	2,09
		Problemático	2,12*	,441	,000	1,03	3,20

\*: La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

El primer resultado observado tal vez pueda explicarse por la tendencia de los autores a adjuntar en el exterior de las gráficas, cuyo uso didáctico es instrumental, elementos informativos referidos a prácticas científicas asociadas a la construcción de la gráfica como tablas de datos y montajes experimentales, además de otros elementos en el interior de las mismas como unidades y escalas, relacionados con los procesos de medición y recolección de datos, propios del trabajo experimental. Esto es, dichos elementos podrían hacer a la gráfica más rica en elementos informativos y estructurales tanto en su interior como en su contexto.

De acuerdo con esta inferencia, el estudio descriptivo por componentes de los volúmenes de información incluidos en el interior y en el exterior del gráfico permite observar cómo los componentes del volumen de información interna del gráfico: escalas, unidad, datos y datos numéricos; así como los componentes del volumen de información externa del gráfico: prácticas científicas asociadas e inclusión de fórmulas



y funciones presentan los valores promedios más altos cuando el uso didáctico de la gráfica es instrumental (véanse los gráficos 11 y 12).

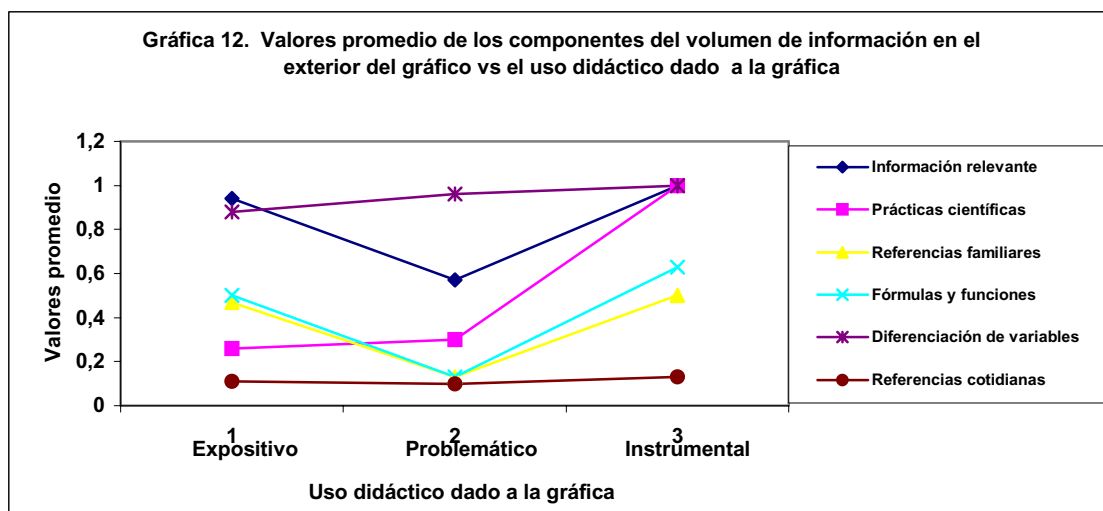
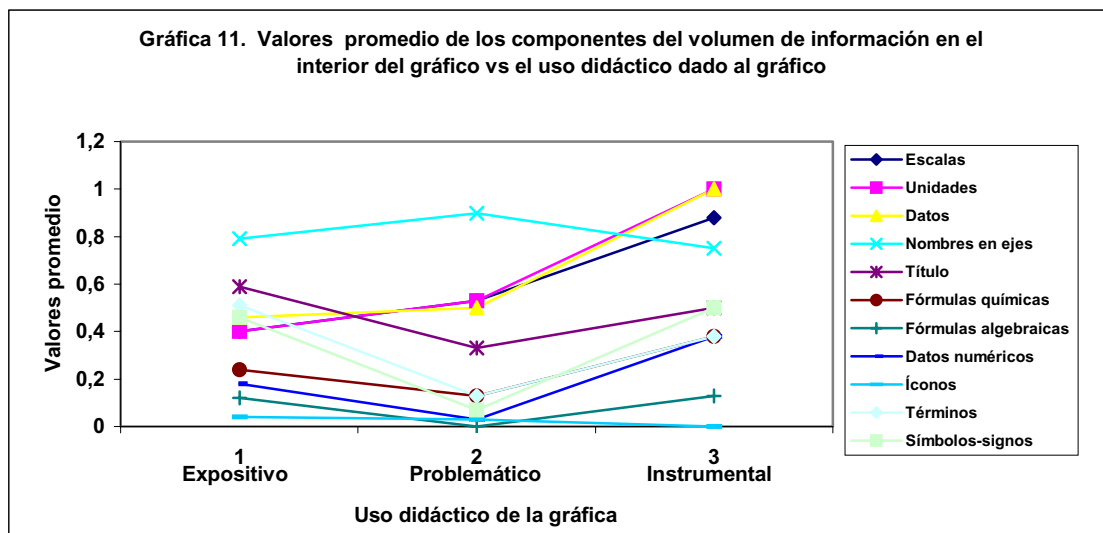
El segundo resultado observado, puede deberse a una tendencia de los autores a ofrecer poca información en los problemas que proponen en los textos. Tendencia que podría estar relacionada con las exigencias matemáticas usuales de los problemas incluidos en los libros de texto, a partir de las cuales solamente se requiere del reconocimiento de las variables y de la forma en la cual están relacionadas.

La tendencia anotada se puede apreciar mejor en el estudio descriptivo realizado por componentes de los volúmenes de información interno y externo de las gráficas. En este estudio se puede observar cómo el componente del volumen de información interna del gráfico “nominación de los ejes” así como el componente del volumen externa del gráfico “diferenciación de variables” presentan los valores promedios más altos cuando el uso didáctico de la gráfica es problemático.

El tercer resultado podría deberse a la combinación de tres factores. Así, dependería del objetivo descriptivo que presenta el texto que acompaña a la representación gráfica cuyo uso didáctico es expositivo, de su pretensión de ocuparse únicamente de informar sobre principios científicos establecidos, y de cierta tendencia a presentar de forma algebraica los principios científicos.

Estos factores harían que elementos informativos como fórmulas algebraicas referidas a funciones y referencias familiares relacionadas con el campo conceptual de la química sean más frecuentes en el contexto del gráfico. Igualmente, favorecerían el que se diese mayor importancia a la inclusión de elementos informativos como el nombre de los ejes gráficos y el título del gráfico, en el que se diferenciaron claramente las variables relacionadas.

De nuevo, estas preferencias a la hora de incluir determinados elementos informativos y no otros son confirmadas por el estudio descriptivo realizado por componentes de los volúmenes de información interna y externa de los gráficos.



Por otro lado, el bajo valor de los volúmenes de información interno y externo en las gráficas de tipo problemático puede generar dificultades a los estudiantes. En primer lugar, les ofrece una visión sobre la estructura de los problemas que no se corresponde con las dinámicas que sustentan el trabajo científico. Esto es, los científicos tratan de incluir la mayor cantidad de información dentro de la gráfica para poder tener mejores elementos de juicio e interpretarla más adecuadamente. Es decir, presentar una gráfica desnuda de información con el objetivo de plantear un problema o una pregunta es falsear en cierta forma la dinámica del trabajo científico. En segundo lugar, el bajo volumen de información interno y externo en este tipo de gráficas ofrece pocos recursos interpretativos a los estudiantes para que ellos puedan elaborar análisis adecuados sobre las representaciones gráficas cartesianas.

Por el contrario, el alto volumen de información interno y externo que presentan las representaciones gráficas cartesianas de uso didáctico instrumental, además de ofrecer suficientes elementos informativos para proceder a su interpretación, puede hacer posible la puesta en juego por parte del estudiante de un mayor número de conocimientos conceptuales y procedimentales en dicha interpretación. Es decir, se contraponen al uso limitado de recursos conceptuales que usualmente presentan los estudiantes cuando se enfrentan a la interpretación de las representaciones gráficas cartesianas.

#### 5.5.4. Sobre la comparación entre el uso científico dado a las gráficas y el volumen de información presentado por ellas

Una vez clasificadas las representaciones gráficas en dos grupos de acuerdo a su uso científico, se procedió a determinar el valor que presentaba la media aritmética referida a las variables información dentro del gráfico e información fuera del gráfico para cada uno de los dos grupos de gráficas. La simple comparación de medias permite observar cómo en el grupo de gráficas con uso científico experimental, los valores de la media aritmética para las variables información dentro e información fuera del espacio gráfico son mayores que los valores presentados en el grupo de gráficas con uso científico teórico (véase la tabla 30).

**Tabla 30: Comparación de medias del información dentro e información fuera del espacio gráfico versus el uso científico de las gráficas.**

USO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA		ESTADÍSTICOS	INFORMACIÓN DENTRO DEL ESPACIO GRÁFICO	INFORMACIÓN FUERA DEL ESPACIO GRÁFICO
Uso Científico de la Representación Gráfica	Experimental	Media	4,88	3,28
		N	110	110
		Desviación típica	1,44	1,20
	Teórico	Media	3,20	2,76
		N	92	92
		Desviación típica	1,63	1,11

Los resultados de las pruebas de t de Student, mostraron como la t experimental fue mayor que la t teórica. Estos resultados obligan a rechazar la hipótesis nula. Es decir, a afirmar que las diferencias encontradas entre los valores de la media para las variables volumen de información dentro del gráfico y volumen de información fuera del gráfico

presentados por los grupos conformados por las gráficas con distintos usos científicos no son debidas al azar (Véase la tabla 31).

**Tabla 31: resultados de la prueba t de student (201 grados de libertad, 95 % de nivel de confianza).**

GRUPOS COMPARADOS	VARIABLE DE AGRUPACIÓN	T DE STUDENT EXPERIMENTAL	T DE STUDENT TEÓRICA ALFA:0.05 (UNILATERAL)	INFERENCIA ESTADÍSTICA
Gráficas cuyo uso científico es experimental vs gráficas cuyo uso científico es teórico	Información dentro del espacio gráfico	2,43	1,960	T exp>T teor Rechazo Ho
	Información fuera del espacio gráfico	3,20	1,960	T exp>T teor Rechazo Ho

Este resultado puede ser posiblemente generado por la relación que usualmente se presenta entre las gráficas de uso científico experimental y un fenómeno específico, que implica el uso de datos, unidades, escalas y de referentes muy específicos como por ejemplo la inclusión de fórmulas químicas. Igualmente, puede ser explicado por la oportunidad que ofrecen las gráficas de uso científico experimental para que se incluyan en su contexto referencias familiares conceptuales y cotidianas sobre las mismas, así como prácticas científicas asociadas con su construcción (tablas, montajes experimentales, etc).

Desde otro ángulo, las diferencias observadas pueden explicarse por una posible tendencia de los autores de los textos a asignar una forma esquemática y a veces bastante simple a las gráficas utilizadas de uso científico teórico. Tal vez con el fin de dotarlas de altos niveles de abstracción. Esta tendencia generaría un mayor uso en el interior de la gráfica de símbolos y signos, de términos (conceptos) y de formalizaciones como fórmulas de tipo algebraico. Igualmente, esta tendencia podría generar una mayor uso de ecuaciones y funciones en el exterior del gráfico cuando su uso científico es teórico.

El estudio descriptivo por componentes de los volúmenes de información interno y externo de las gráficas en relación con el uso científico de las representaciones gráficas, revela la materialidad de estas tendencias. Es así como los componentes del volumen de información interna del gráfico: escalas, unidad, datos, nominación de ejes e inclusión de fórmulas químicas, así como los componentes del volumen de

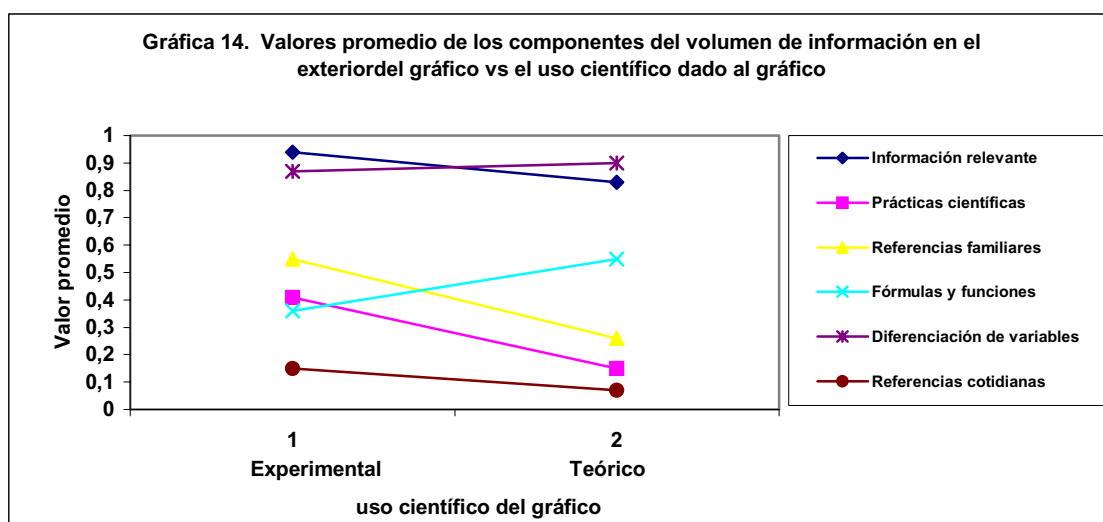
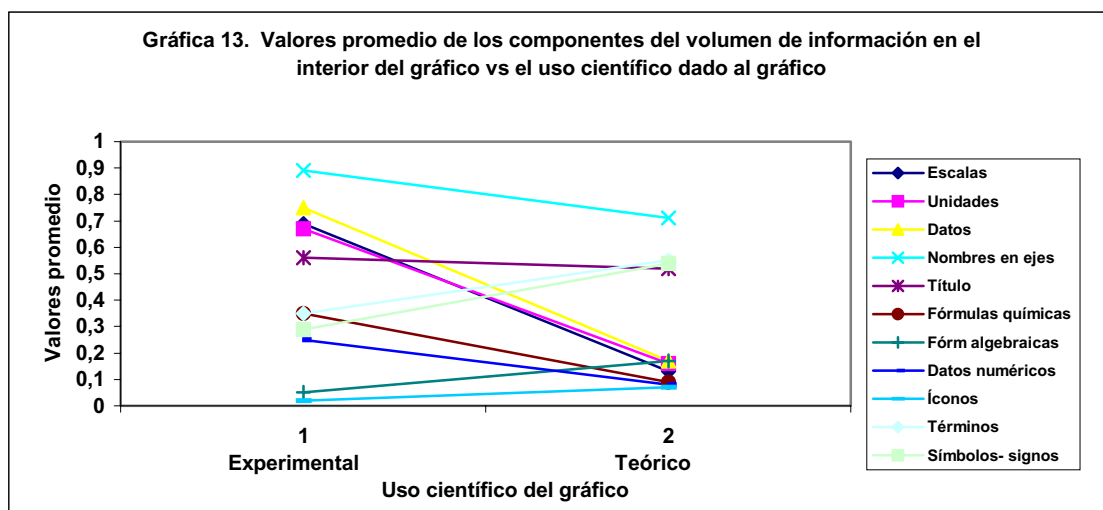
información externa del gráfico: referencias familiares (conceptuales) y prácticas científicas asociadas, presentan un valor promedio significativamente mayor cuando el uso científico de la gráfica es experimental (véanse las gráficas 13 y 14).

Por otra parte el estudio descriptivo también permite observar cómo los componentes del volumen de información interno del gráfico: “inclusión de símbolos y signos”, “inclusión de términos” (conceptos) e “inclusión de ecuaciones algebraicas”, así como el componente del volumen de información externo del gráfico: “inclusión de fórmulas y funciones”; presentan un valor promedio bastante mayor cuando el uso científico de la gráfica es teórico.

Por último, es preciso anotar que el elemento informativo “iconos de diferentes clases”, perteneciente al volumen de información interna del gráfico, es el que menos se presenta en el interior del espacio gráfico. De la misma forma, es preciso registrar que el elemento informativo “referencias familiares cotidianas”, perteneciente al volumen de información externa del gráfico, es el que menos se presenta en el contexto en el cual se encuentran insertas las representaciones gráficas cartesianas.

El primer resultado se podría deberse a tendencia por parte de los autores a no combinar representaciones icónicas con representaciones gráficas. Esta tendencia puede deberse a dos creencias. Así, puede creerse que la inclusión de iconos dentro del gráfico desvía la atención del estudiante de las relaciones expuestas en el gráfico. Igualmente, puede creerse que las relaciones expresadas en los gráficos cartesianos son sólo un hecho matemático y que poco tiene que ver con contenidos fácticos como los que pueden ser expresados por los iconos de diferentes clases.

De forma similar aunque no igual, la poca utilización de referencias familiares de carácter cotidiano en el texto que se encuentra acompañando a la gráfica, puede responder a la tendencia de los autores a presentar la representación gráfica más como un objeto matemático, que como un instrumento para comprender hechos que, en un principio forman parte del mundo y que han sido convertidos en fenómenos científicos gracias al trabajo intelectual.



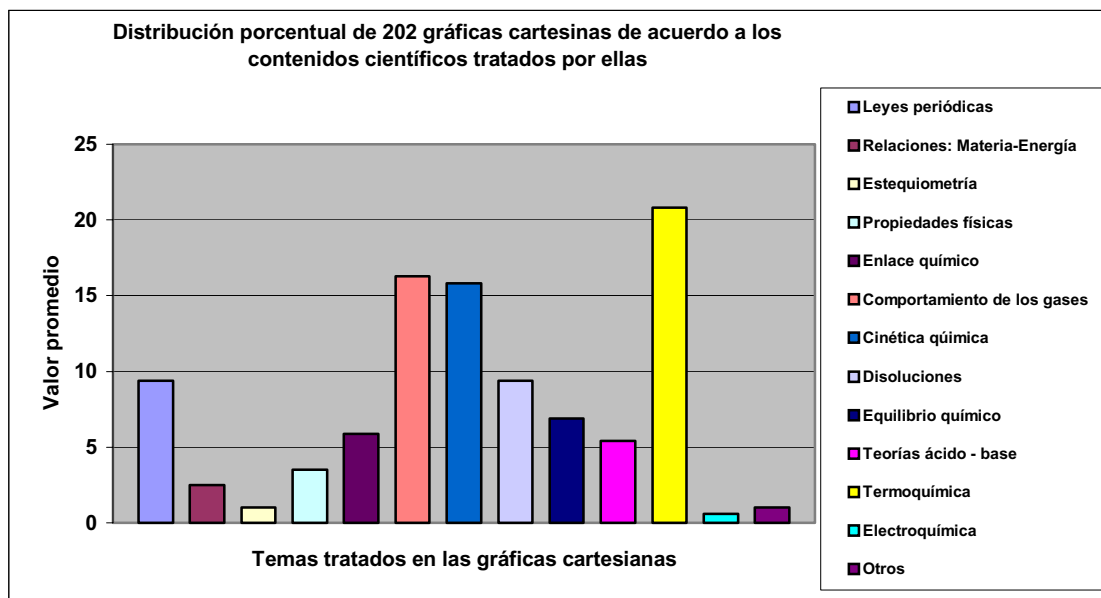
Finalmente es importante decir que los altos niveles de abstracción con los que se dota a las representaciones gráficas de uso científico teórico, así como el que se les presente sólo como objetos matemáticos, puede hacer que los estudiantes no puedan establecer de forma adecuada las relaciones entre el signo (gráfica) y el referente (los fenómenos referidos) y por tanto lleven a cabo una interpretación incompleta de las mismas.

## 5.6. SOBRE LOS CONTENIDOS CIENTÍFICOS REFERIDOS EN LAS GRÁFICAS

La distribución porcentual de las gráficas de acuerdo con los contenidos científicos referidos en ellas (véase la gráfica 15) muestra cómo la mayoría de las gráficas cartesianas se refieren a tres temas: termodinámica y termoquímica (20,8%),

cinética química (15,8%) y comportamiento de los gases (16,3%). Los resultados también muestran cómo los temas de ordenamiento periódico y soluciones son referidos por un porcentaje significativo de gráficas, aunque sensiblemente menor que el de las que se ocupan de los tres temas ya mencionados (9,4% de las gráficas para cada tema).

**Grafica 15. Distribución porcentual de 202 gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química presentadas en 15 libros de texto, de acuerdo a los contenidos científicos.**



Así mismo, la distribución porcentual por contenidos también muestra qué temas como: relaciones materia - energía, relaciones estequiométricas, enlace químico, valoraciones ácido base y electroquímica; son muy poco tratados haciendo uso de representaciones gráficas cartesianas.

Los resultados encontrados pueden ser explicados por varios factores. En un principio, probablemente exista una tendencia de los autores a incluir gráficas dentro de los libros de texto que pongan en relación variables de carácter macroscópico, como la temperatura, el volumen, la presión o la velocidad (de reacción), lo que podría causar que un alto porcentaje de gráficas se dedicara a temas como la termodinámica y la termoquímica, el comportamiento de los gases y la cinética química. Por otro lado, la poca preferencia de los autores por la inclusión dentro de los textos de gráficas que se ocupen de temas como las relaciones materia - energía, el enlace químico o la electroquímica puede deberse a la dificultad para plantear procesos experimentales en el

aula que puedan apoyar la construcción e interpretación de este tipo de gráficas. Así mismo, la baja frecuencia con la que las gráficas cartesianas tratan el tema de valoraciones ácido - base podría deberse a la resistencia por parte de los autores a usar unidades logarítmicas.

Al margen de las razones expuestas, siempre queda por decir que la distribución de los contenidos en las gráficas cartesianas puede responder simplemente al peso que le asignan los autores a cada uno de estos temas dentro de los programas de Física y Química y de Química para el Bachillerato. Este argumento serviría para justificar la frecuencia con la cual las gráficas se refieren a temas como las soluciones o el ordenamiento periódico, contenidos que son considerados de gran importancia dentro de los programas.



CAPÍTULO 6.  
DISCUSIÓN DE RESULTADOS  
Y RECOMENDACIONES  
*DEL PRIMER ESTUDIO*

## **CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES DEL PRIMER ESTUDIO**

### **6.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS EN EL PRIMER ESTUDIO**

El análisis de los resultados del primer estudio de esta investigación puesto en relación con el marco teórico construido permite elaborar las siguientes conclusiones sobre las características y el uso de las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto de Física y Química y de Química para el nivel de Bachillerato, referidas al campo conceptual de la Química:

1. La hipótesis inicial de este primer estudio que sostenía que las representaciones gráficas cartesianas estudiadas exhiben deficiencias que dificultan su interpretación a los estudiantes, se confirma. Así, los resultados muestran que un porcentaje significativo de las gráficas analizadas no presenten escalas, unidades, datos o título y no refieren en sus contextos información sobre prácticas científicas asociadas a su construcción ni sobre hechos cotidianos relacionados con ellas. Por otro lado, estas carencias en las características de las representaciones gráficas cartesianas dificultarían su interpretación por varias razones. En primer lugar, la mayoría de las representaciones gráficas analizadas debido a estas carencias presentan un aislamiento referencial. En segundo lugar, por las mismas carencias un gran porcentaje de ellas exhiben muy pocas posibilidades para se pueda operar sobre ellas y llevar a cabo un proceso adecuado de interpretación. En lo referente al aislamiento referencial, una característica de las representaciones gráficas que ya ha sido reportada por otros autores (Roth y Bowen 1999b), la ausencia de unidades en más del 50 % de las gráficas hace que éstas se desliguen del contexto y de la naturaleza de las variables a las cuales hacen

referencia. Igualmente, el que sólo el 29 % de las gráficas analizadas presenten referencias a prácticas científicas asociadas con su construcción y sólo el 10,91 % de ellas lo hagan a fenómenos cotidianos, aísla a las gráficas del contexto cotidiano con el que están relacionadas y del contexto científico en el cual son ideadas y construidas. El aislamiento que presentan las gráficas de las variables a las que se refieren, de los contextos en los que se encuentran inscritas y de sus referentes cotidianos y científicos, hace difícil el establecimiento de la relación signo – referente, es decir, entre la representación gráfica y el fenómeno o situación al cual se refiere, dificultando su interpretación. En segunda instancia, en lo que se refiere a las pocas posibilidades que ofrecen las gráficas para que los estudiantes puedan operar sobre ellas y así facilitar su interpretación, la ausencia de unidades, escalas, datos y títulos no hace posible la realización de transformaciones en las gráficas como cambios de escala, interpolaciones, extrapolaciones, etc, además de no permitir el llevar a cabo procedimientos propios de la construcción de gráficas, como la ubicación de pares ordenados de datos ni de localización de la información a la cual se refiere la representación gráfica.

2 – Al parecer, las representaciones gráficas propuestas al interior de los libros de texto, presentan una noción de variable más ligada al concepto de función que al de un dominio de datos específicos dentro de un campo experimental. Es decir, ésta se encuentra asociada a la representación de las transformaciones simultáneas de los factores que interviene en un fenómeno. Aunque, dicha concepción de variable es dinámica aún es incompleta, pues está separada del dominio que se establece en la relación funcional. Es decir, del grupo de valores que la variable puede tomar y por ende de los fenómenos y situaciones a los cuales se refiere. Así, la variable referida en la gráfica se hace de difícil comprensión porque las características del dominio al que se alude están determinadas por la situación de la cual forma parte y esta situación determina la forma de variable (categórica, discreta o continua). La primera parte de esta conclusión se confirma por el alto porcentaje de gráficas analizadas en las que se nombran correctamente los ejes gráficos, como también por el alto porcentaje de contextos gráficos en los que se diferencian e identifican adecuadamente las variables puestas en relación en la gráfica y se incluyen ecuaciones y funciones referidas a las relaciones expuestas en ellas. La segunda parte de la conclusión se apoya en la ausencia de unidades, datos, y escalas en la mayoría de las representaciones gráficas analizadas.

Es decir, caracterizadas por la ausencia de los elementos que hacen imposible concebir a la variables como asociada a un dominio dentro de una función.

3 - La segunda hipótesis planteada en este estudio queda confirmada. Las representaciones gráficas cartesianas estudiadas presentan un uso limitado la mayoría de las veces a la exposición de hechos. Es decir, se hace un uso reducido de ellas para plantear problemas y como herramientas dentro de procesos experimentales, dejando de lado las preguntas que suscitaron su construcción y los procesos experimentales llevados a cabo para ello. Esta conclusión se corresponde con lo encontrado en otros estudios en los que a este uso reducido de las representaciones gráficas cartesianas se le denomina aproximación didáctica tradicional pasiva (Ainley, Nadi y Pratt 2000). Este uso limitado de las representaciones gráficas tiene varias consecuencias en términos didácticos. En primer lugar, se corre el riesgo de presentar las representaciones gráficas a los estudiantes como objetos acabados, más que como el fruto de una actividad científica en la cual no se separan los fenómenos, las preguntas y los problemas sobre los mismos, con la teoría, las prácticas intelectuales y los procedimientos experimentales usadas para la resolución de dichos problemas. En segundo lugar, el limitar el uso de las representaciones gráficas cartesianas sólo a la exposición de hechos, limita sus posibilidades para ser utilizadas por los estudiantes en prácticas de interpretación y construcción de gráficas.

4 - La tercera hipótesis de este primer estudio que sostenía que las representaciones gráficas analizadas tienen en su mayoría uso científico teórico, no puede confirmarse de manera concluyente. El que los autores de los textos no distingan entre las gráficas experimentales y gráficas teóricas, puede indicar que la presencia de un grupo de datos adjunto a la gráfica responde más al objetivo de ofrecer un soporte empírico a las relaciones expresadas por las gráficas, que al objetivo de establecer relaciones claras entre lo expresado en las gráficas y un dominio experimental específico. Esta indistinción entre gráficas teóricas y experimentales puede inducir a los estudiantes a creer que una gráfica modelo o teórica representa el comportamiento real de un grupo de datos y no el comportamiento ideal esperado sobre el fenómeno. Igualmente, ellos podrían ser inducidos a creer que las gráficas experimentales, son adecuadas para predecir el comportamiento del fenómeno estudiado sin que se requiera ningún proceso de ajuste a la representación gráfica. Así mismo,

esta indistinción puede ofrecer a los estudiantes una visión acerca de las gráficas cartesianas que las concibe como producciones objetivas aisladas de los procesos de tipificación y negociación que supone la construcción de gráficas modelo.

5 - La cuarta hipótesis propuesta en este primer estudio se confirma. Es decir, es posible inferir que el volumen de información que presentan las gráficas estudiadas tanto dentro como fuera de ellas, está influido significativamente por el uso didáctico o científico que les asignan los autores de los textos. Además, el que las variables volumen de información dentro del gráfico y volumen de información fuera del gráfico estén correlacionados positivamente confirma que las tendencias presentadas por los autores son coherentes. Así, los autores adicionan o sustraen información de las gráficas cartesianas y de su entorno de acuerdo al uso didáctico y al uso científico que ellos les asignan, obedeciendo a ciertas tendencias.

Estas tendencias son básicamente tres. En primer lugar, la tendencia a aumentar el volumen de información incluida tanto en el interior como en el exterior de la gráfica cuando ésta presenta un uso didáctico instrumental. Esta tendencia se expresa al adjuntar a este tipo de gráficas elementos informativos referidos a prácticas científicas asociadas a la construcción de la gráfica y relacionados con los procedimientos de medición y recogida de datos. En segundo lugar, la tendencia a incluir un bajo volumen de información tanto en el interior como en el exterior del gráfico cuando éste presenta un uso didáctico problemático. Tal vez en relación con el hecho de que para resolver el problema los únicos requisitos matemáticos contemplados sean reconocer las variables implicadas y la relación que existe entre ellas.

En tercer lugar, la tendencia a esquematizar y simplificar al máximo las representaciones gráficas de uso científico teórico. Dicha tendencia se presenta quizás con el objetivo de proveer a las gráficas de un elevado grado de abstracción. La tendencia se puede identificar al observar una mayor inclusión tanto en el interior como en el exterior de las gráficas con uso científico teórico, de símbolos, signos, términos y diferentes tipos de formalizaciones.

6. Quizá los autores de los libros de texto no ven con buenos ojos que en el interior de la representación gráfica se integren diferentes tipos de registros semióticos.

Esta tendencia podría constituirse en un factor negativo para que los estudiantes pudiesen obtener un aprendizaje multi- registro sobre los contenidos a los que se refieren las representaciones gráficas. Esta conclusión se apoya en que en la mayoría de las representaciones gráficas cartesianas estudiadas no integran en ellas representaciones semióticas que pueden ser no congruentes con el registro gráfico como fórmulas químicas o ilustraciones, y en cambio sí integran aquellas representaciones semióticas que pueden ser congruentes con ellas como enunciados y términos referidos a los conceptos.

7. Los autores de los libros de texto prefieren utilizar las representaciones gráficas cartesianas para exponer relaciones entre variables macroscópicas como temperatura, volumen, presión, velocidad (de reacción), etc. Por el contrario, usan muy poco las representaciones gráficas cartesianas para representar relaciones entre variables microscópicas como distancias de enlace, número atómico, peso atómico, logaritmo de la concentración de hidrogeniones, etc. Esto se puede verificar al observar la distribución porcentual de las gráficas de acuerdo a los temas a los que se refieren las representaciones gráficas cartesianas.

Dichas preferencias pueden deberse tal vez a la mayor dificultad para ofrecer procesos experimentales que sustenten las representaciones gráficas cartesianas construidas acerca de las relaciones entre variables microscópicas. Así mismo, es posible que el mayor nivel de abstracción de las variables microscópicas haga que los autores de los textos las consideren con menos posibilidades para la construcción de representaciones gráficas cartesianas.

## **6.2. RECOMENDACIONES SURGIDAS DEL PRIMER ESTUDIO**

Las conclusiones construidas sobre las características y el uso de las representaciones gráficas cartesianas referidas al campo conceptual de la Química e incluidas en los libros de texto del nivel de Bachillerato, permiten sugerir las siguientes recomendaciones sobre las mismas:

1. Debido a las carencias estructurales que presentan las representaciones gráficas cartesianas, podrían proponerse acciones que tendiesen a enriquecerlas con un mayor número de elementos informativos.

Así en primer lugar, es aconsejable evitar incluir en los libros de texto representaciones gráficas cartesianas que no presenten unidades, escalas o títulos, ya que este tipo de gráficas imposibilita la ejecución de procesos de interpretación adecuados y genera incompreensión sobre el tipo y la naturaleza de las variables relacionadas en la gráfica.

Para ilustrar mejor esta recomendación pueden observarse a continuación algunas figuras extractadas de libros de texto que contienen representaciones gráficas cartesianas que presentan estas carencias. Por ejemplo la figura 1 presenta una gráfica muy completa pero que adolece de la ausencia de escalas, de unidades en el eje de las X y de un título adecuado. Así mismo, en la figura 2, se presenta una gráfica en la que aunque se utilizan unidades en ambos ejes y se establece un título adecuado, aún siguen faltando las escalas en cada uno de los ejes. Por otra parte, en las figuras 3 y 4 se presenta un par de gráficas que distribuyen la información que se encontraba en una única gráfica, en las figuras 1 y 2. En dichas gráficas se puede observar que, aunque tienen un título de referencia, la información en materia de términos y conceptos que se incluye dentro de ellas es bastante pobre y que carecen tanto de unidades como de escalas en ambos ejes.

**Figura 1. Gráfica cartesiana sobre el descenso crioscópico y el aumento ebulloscópico en las disoluciones. Fuente: Física y Química, Bachillerato, Guadiel, p. 229.**

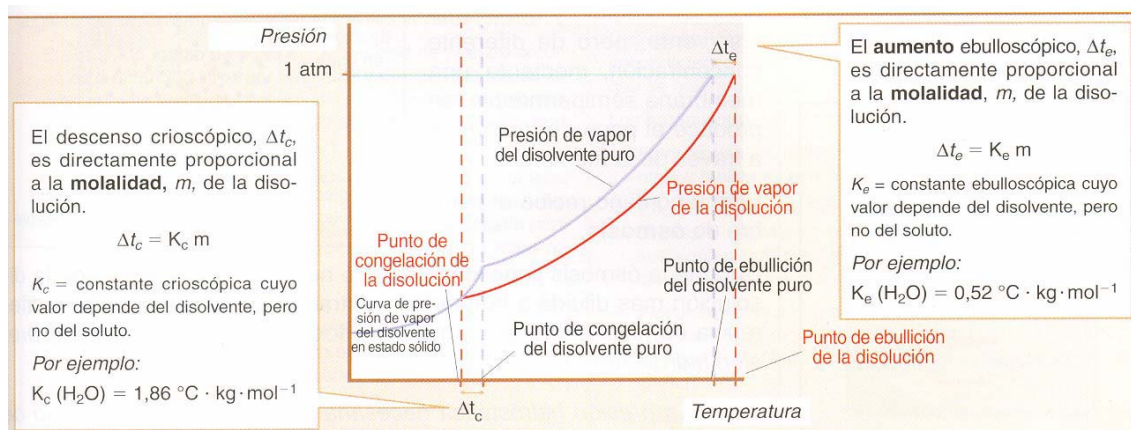
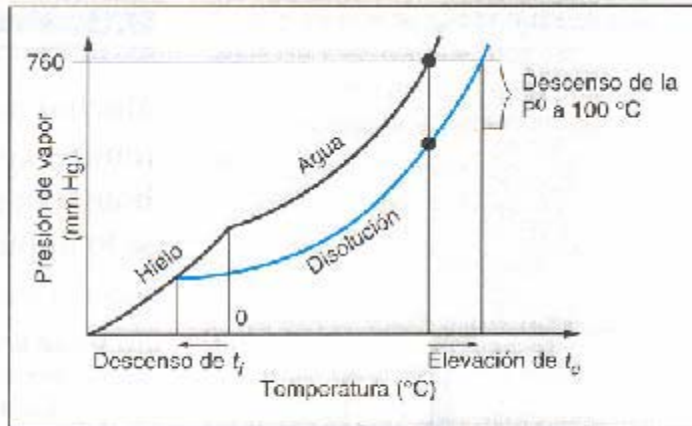


Figura 2. Gráfica sobre la disminución de la presión de vapor de una disolución en relación con el agua. Fuente: Física y Química, Editex, p. 267.



Disminución de la presión de vapor de una disolución en relación con el agua.

Figura 3. Gráfica cartesiana sobre la disminución de la presión de vapor en las disoluciones y la disminución del punto de congelación. Fuente: Física y Química, Oxford, p. 72

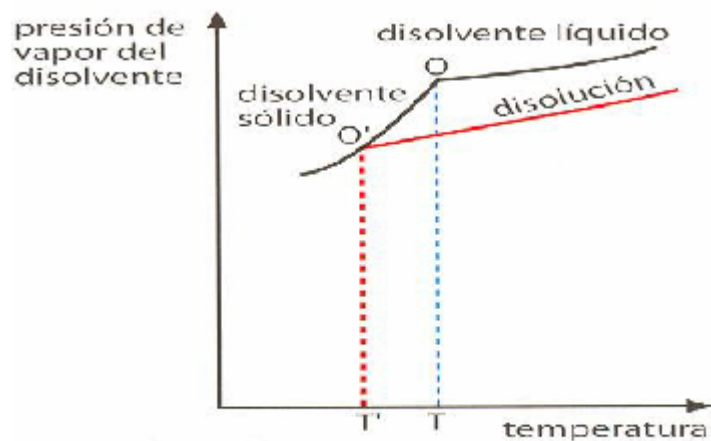


FIGURA 3.12. Una consecuencia de la disminución de la presión de vapor en las disoluciones es que disminuye el punto de congelación.



Figura 4. Gráfica cartesiana sobre la disminución de la presión de vapor en las disoluciones y el aumento del punto de ebullición. Fuente: Física y Química, Oxford, p. 72

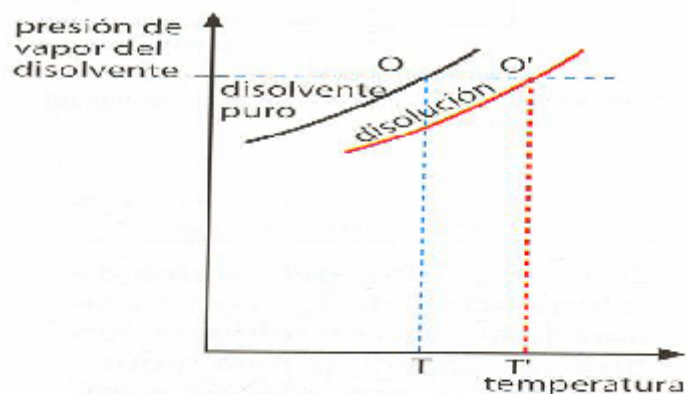


FIGURA 3.13. Una consecuencia de la disminución de la presión de vapor en las disoluciones es que aumenta el punto de ebullición.

Igualmente, la figura 5 muestra una gráfica que, aunque utiliza unidades en los dos ejes, trata de nombrar las líneas gráficas e incluye un título, carece de escalas adecuadas y de información conceptual de soporte suficiente. Finalmente la figura 6 muestra una gráfica que incluye escalas y unidades en los ejes, y un título adecuado, pero que carece de suficientes términos y conceptos dentro de gráfico

Figura 5. Gráfica cartesiana sobre la variación de los puntos de congelación y de ebullición del agua con la presión de vapor. Fuente: Física y Química, Vincens Vives, p. 213.

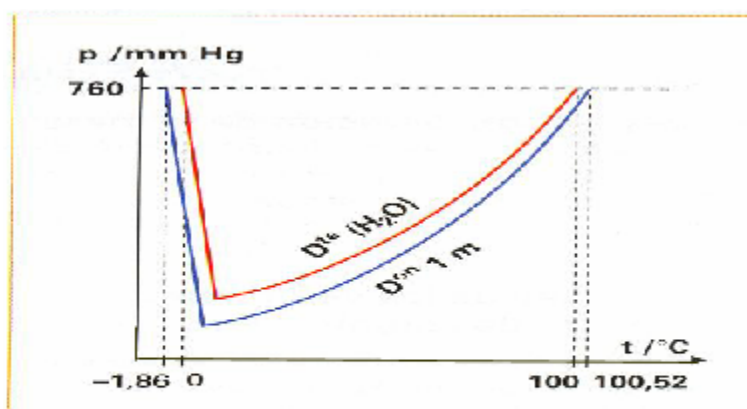


Fig. 8.13. Variación de los puntos de congelación y de ebullición del agua con la presión de vapor:

$$\Delta t_e = -1,86 - 0 = -1,86^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_b = 100,52 - 100 = 0,52^\circ\text{C}$$

Figura 6. Gráfica cartesiana sobre la curva de temperatura de ebullición del agua en función de la presión. Fuente: Física y Química, Oxford, p. 49.

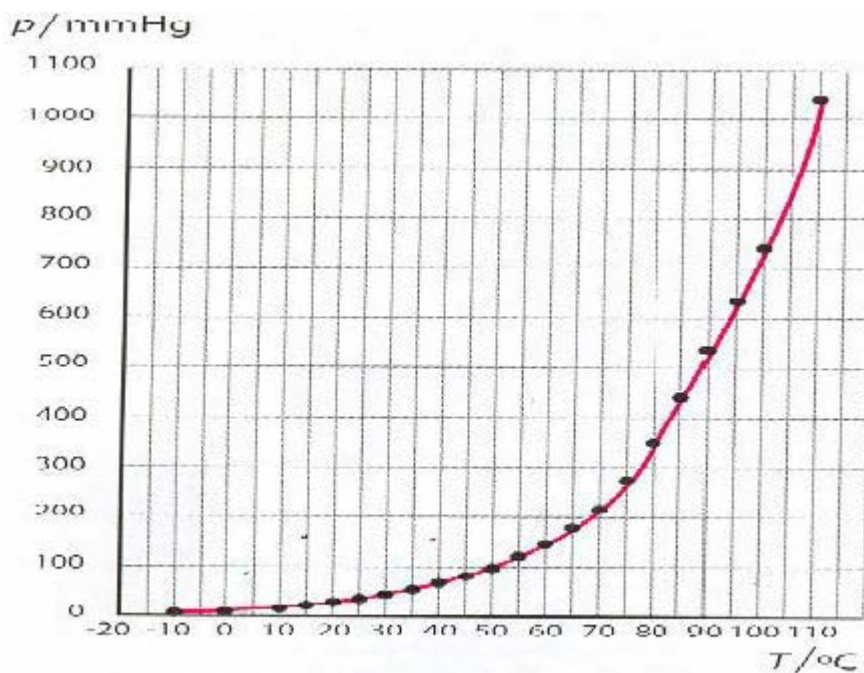
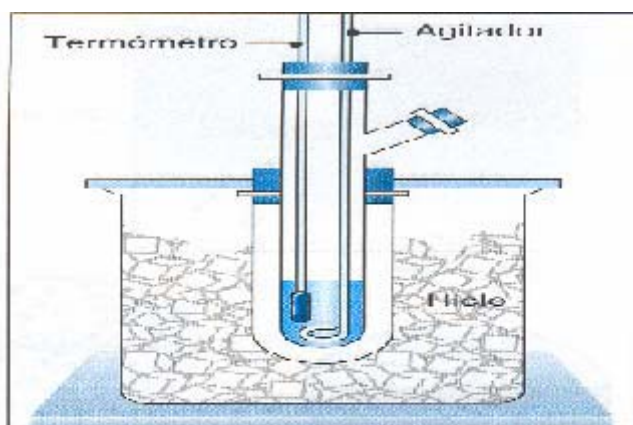


FIGURA 2.26. Curva de temperatura de ebullición del agua en función de la presión.

De la misma forma, con el fin de evitar el aislamiento referencial de las representaciones gráficas también sería recomendable que en el contexto en el cual se encuentran estas gráficas se incluyan por lo menos dos referencias a las prácticas científicas relacionadas con su construcción (tablas de datos, mediciones, montajes experimentales) y a los fenómenos cotidianos en los cuales puedan expresarse las relaciones representadas. Igualmente para ilustrar esta recomendación a continuación se presentan algunos ejemplos de los textos. Así en la figura 7 se muestra un montaje experimental asociado a la medición de la temperatura de ebullición y de congelación de agua. Igualmente, la figura 8 muestra cómo en un libro de texto se incluye una tabla con las constantes crioscópicas y las temperaturas de congelación de algunas sustancias.

Así mismo, en la figura 9 se muestra cómo en otro libro de texto se hace alusión a la importancia del cambio en el punto de congelación y de ebullición de las soluciones para el funcionamiento de los motores de los coches, como forma de relacionar lo descrito con la gráfica con experiencias cotidianas.

Figura 7. Medición de las constantes crioscópica y ebulloscópica del agua. Fuente: Física y Química, Editex, p. 267.



**Crioscopia.**  
 Para el agua, los valores de las constantes ebulloscópica y crioscópica, a la presión de 1 atm, son:  
 $K_e = 0,52 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{kg de agua/mol de soluto.}$   
 $K_c = 1,86 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{kg de agua/mol de soluto.}$

Figura 8. Tabla de constantes crioscópicas y de temperaturas de congelación de algunas sustancias. Fuente: Física y Química, Oxford, p. 71.

Disolvente	Temperatura de congelación ( $^\circ\text{C}$ a 1 atm)	$K_c$ ( $^\circ\text{C kg/mol}$ )
Agua	0	1,86
Ácido acético	16,6	3,90
Benceno	5,5	5,12
Ciclohexano	6,5	20,20

Tabla 3.4. Constantes crioscópicas y temperaturas de congelación de algunas sustancias.

Figura 9. Referencia a las aplicaciones del cambio en el punto de ebullición y de congelación en las soluciones. Fuente. Física y Química Editex, p. 267.

Este fenómeno tiene importante aplicaciones. Los motores de los coches se refrigeran por agua. Si el agua se congela, aumenta de volumen y rompe las conducciones. Igualmente, en verano, la temperatura del agua de refrigeración puede sobrepasar los  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , por lo que es necesario formar una disolución que permanezca en estado líquido por debajo de  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$  y por encima de  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ . La sustancia más empleada para esta función es el alcohol etílico o derivados semejantes.

2. En la medida de lo posible es aconsejable que el número de representaciones gráficas usadas para plantear problemas y como herramientas dentro de procesos experimentales sea equivalente al número aquellas utilizadas para la exposición de hechos. Así se le daría al libro de texto otras posibilidades además de la narrativa. Es decir, se lo convertiría en un material de trabajo intelectual, más que en un instrumento para localizar y recordar información. Esto se puede lograr proponiendo problemas que utilicen gráficas para su planteamiento y que formen parte del desarrollo de los temas, es decir, que no sólo se encuentren al final de la unidad dentro del apartado de ejercicios de refuerzo. Los problemas planteados podrían estar relacionados con la puesta en marcha o, por lo menos, con la descripción de procesos experimentales. De esta forma se reducirían las distancias entre teoría, prácticas de laboratorio y problemas presentándose una visión más integral del conocimiento científico.

Por ejemplo, en el libro de texto de Física y Química para 1º Bachillerato de la LOGSE editado por Algaida, en su pagina 132 se hace uso de datos experimentales para explicar la ley de las proporciones definidas (véase la figura 11). Así mismo, en esta misma página se refiere a una práctica o experiencia desde la cual se obtienen los datos. La práctica experimental a la que se refiere el texto está en la página 137, es decir, al final del capítulo (véase la figura 10). Aunque la intención es loable por parte de los autores del texto de acuerdo a esta recomendación tanto la práctica como la gráfica podrían estar enmarcadas en un problema determinado. La práctica podría estar antecedida por un párrafo que plantease un problema pertinente, como por ejemplo:

“A finales del siglo XIX el químico alemán Jeremías Richter midió la cantidad de los ácidos que se requerían para neutralizar cantidades definidas de base y viceversa, encontrando que se necesitaban cantidades fijas y definidas en dicho proceso y en el proceso inverso. Es decir un peso fijo de ácido reaccionaba con un peso fijo de base (1792). De acuerdo a los descubrimientos de Richter muchos químicos de la época se preguntaban si al interior de todos los compuestos químicos pasaba lo mismo, es decir, si los elementos presentes en los compuestos químicos se encontraban en proporciones fijas. Con respecto a esta pregunta dos químicos tenían hipótesis diferentes: Berthollet creía que un compuesto químico podía contener diferentes cantidades de los elementos que lo componen si se preparaba con más cantidad de uno de ellos que de los otros, y que, estas proporciones también cambiaban de acuerdo a las condiciones de preparación

del compuesto químico. Por otro lado Proust pensaba lo contrario, es decir, que los compuestos siempre contenían cantidades en las mismas proporciones definidas de sus elementos, independientemente de las condiciones en la que se ha preparado el compuesto. Un experimento que puede ser útil para poner a prueba estas dos hipótesis contrarias consiste en la medición de la masas de cloro y cinc formadas a partir de la reacción de diferentes cantidades de cinc y de ácido clorhídrico como se describe a continuación”.

**Figura 10. Transcripción literal de trabajo práctico propuesto en un libro de texto para demostrar la ley de las proporciones definidas. Fuente: Física y Química 1º Bachillerato LOGSE, Algaida, p. 137.**

*Experiencia*  
*Cálculo de la relación cloro / cinc*  
*En el cloruro de cinc*

**Materiales**

- Balanza.
- Matraz erlenmeyer.
- Polvo de cinc y disolución de HCl concentrado.
- Mechero y accesorios.

**Procedimiento**

En un matraz erlenmeyer de 100 ml, previamente pesado ( $m_1$ ), coloca unos 3 g de polvo de cinc y lo pesas de nuevo ( $m_2$ ). A continuación, vierte con cuidado (la reacción es muy exotérmica) unos 10 – 15 ml de ácido clorhídrico concentrado, con lo que se desprende hidrógeno y se forma cloruro de cinc, que queda disuelto.

Una vez que todo el cinc ha “desaparecido”, calienta hasta que esté seco para que se desprenda el agua y el clorhídrico en exceso. Cuando aparezca una costra blanca (de cloruro de cinc seco), deja enfriar y pesa de nuevo ( $m_3$ ). *(repite el experimento utilizando diferentes cantidades de cinc entre 2,5 y 5 gramos y de disolución de ácido clorhídrico concentrado entre 12 y 20 ml).*

**Cálculos y resultados**

La masa del cloruro será:  $m_3 - m_1$ .

La masa del cinc en el cloruro será:  $m_2 - m_1$ .

La masa del cloro en el cloruro será:  $m_3 - m_2$ .

*Con estos dos últimos datos calcula la relación de combinación en el compuesto cloruro de cinc*



Figura 11. Texto que hace uso de datos experimentales para explicar la ley de las proporciones definidas. Fuente: Física y Química 1º Bachillerato LOGSE, Algaída, p. 132.

### ► LEY DE LAS PROPORCIONES CONSTANTES

Al final del capítulo se describe la experiencia 9.1, con la que puede estudiarse la reacción del cinc con el cloruro de hidrógeno: se forman cloruro de cinc e hidrógeno (que se desprende por ser un gas).

Dicha experiencia se puede repetir varias veces, utilizando inicialmente diferentes cantidades de cinc. Algunos de los valores obtenidos, referidos a las masas de cloro y cinc que han reaccionado, están recogidos en la tabla 9.2 y representados en la gráfica de la figura 9.6, que corresponde a experiencias realizadas en el laboratorio de un centro de enseñanza.

TABLA 9.2.

	masa de cloro	masa de cinc	$m_{\text{cloro}}/m_{\text{cinc}}$
1	2,7	2,5	1,08
2	3,25	3	1,08
3	3,5	3,2	1,09
4	4,3	4	1,08
5	5,4	5	1,08

La ley que se deduce de los datos obtenidos es que ambos elementos se combinan en una relación o proporción de masas constante, cuyo valor coincide con la pendiente de la recta que se obtiene en la gráfica. Se puede comprobar la constancia de la relación:

$$\frac{\text{masa de cloro}}{\text{masa de cinc}} = 1,8$$

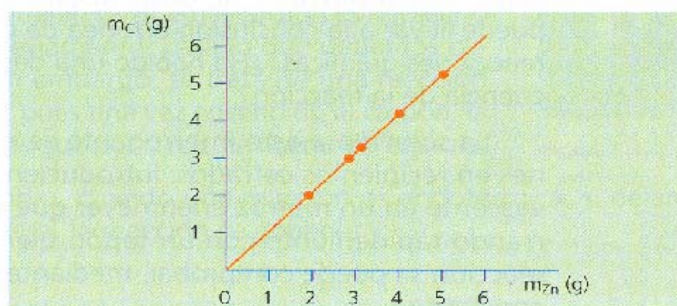


Figura 9.5.

En 1801, el químico francés **Proust**, que realizó su trabajo en España, estableció que en las reacciones químicas se cumple la **ley de las proporciones constantes**, cuyo enunciado es:

Cuando dos o más elementos se combinan para formar un mismo compuesto, lo hacen siempre en una relación de masas invariable.

Así, de acuerdo a la recomendación realizada la propuesta de la experiencia estaría antes que la representación gráfica (como suele suceder en la realidad), y además la tabla de datos presentada en el texto debería de corresponder a lo planteado en la actividad experimental, es decir debería de incluir además recuadros para registrar las diferencias de masas como se propone en la práctica. Igualmente, la práctica referida debería de corresponder también a la tabla presentada, por eso se ha introducido el párrafo sobre la realización de varios ensayos del mismo experimento (en bastardilla).

3. Para responder a la falta de distinción entre las gráficas experimentales y las gráficas teóricas, podrían formularse varias acciones. En primer lugar, por lo menos una de las gráficas incluidas dentro de cada unidad o dentro de cada bloque temático podría presentarse en las dos versiones. Es decir, se presentaría una que correspondiese a la representación del comportamiento de un grupo de datos y otra que correspondiese al modelo ajustado para ese comportamiento. La inclusión de las dos versiones de la gráfica debería de ir acompañada de los procesos matemáticos que dan lugar a la gráfica modelo desde la gráfica que representa datos experimentales, tales como ajuste de mínimos cuadrados, transformaciones de unidades y escalas, extrapolaciones o interpolaciones.

En segundo lugar, para que los estudiantes comprendiesen mejor el salto ontológico existente entre gráficas experimentales y teóricas, podría incluirse en cada unidad de los libros de texto una práctica experimental que involucrase los procesos de construcción de las gráficas. Es decir, que incluyese las diferentes transformaciones de las representaciones elaboradas en este proceso, desde las mediciones experimentales, pasando por las tablas de datos, hasta la definición de una gráfica ajustada, además de los diversos acercamientos a la interpretación de las gráficas construidas.

La práctica experimental incluida dentro de cada unidad podría tener dos orientaciones. Una orientación descriptiva en la cual se diferencien muy bien las transformaciones sufridas por las representaciones construidas y se expongan las interpretaciones a que éstas den lugar. Igualmente, podría tener una orientación participativa en la cual el estudiante puede lanzarse a realizar sus propias transformaciones sobre las representaciones construidas y a formular interpretaciones acerca del significado de las gráficas. Así, los estudiantes podrían comprender mejor

los procedimientos científicos a través de los que las gráficas son construidas e interpretadas y concebir dichos procesos como parte de las prácticas de los científicos. Un ejemplo de práctica experimental que involucra los procesos de construcción de las gráficas es la propuesta acerca de la ley de Boyle en el libro de texto de Física y Química, editado por Edelvives (véanse las figuras 12 y 13). Es importante decir que esta práctica podría incluir además la construcción de una gráfica que relacionara el inverso de la presión y el volumen del gas, además de proponer el ajuste tanto de la curva de la gráfica construida inicialmente como de la recta elaborada en la segunda.

**Figura 12. Actividad practica sobre la relación entre la presión y el volumen de un gas. Fuente: Física y Química, Edelvives, p. 304**

**TU HACES CIENCIA:** Método Experimental

- **Sobre el tablero y en el milimetrado coloca la bureta como se ve en la figura, sujeta con as dos abrazaderas que llevan un tornillo posterior.**

- Mide el volumen de la bureta comprendido entre el enrase (0 ml) y el tapón, de este modo: enrasa la bureta con agua (con la lave de goteo cerrada claro), y mediante una pipeta añade agua hasta la señal del tapón, al volumen vertido desde la pipeta lo llamaremos  $V_0$ .

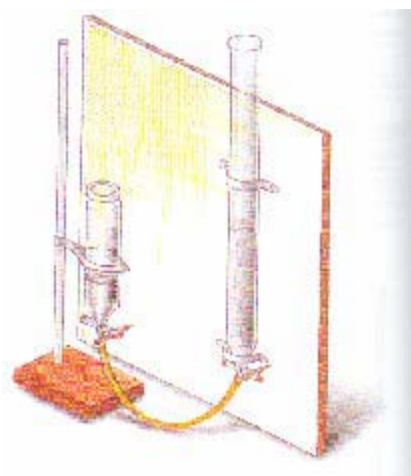
- **Conecta mediante un tubo de goma el extremo inferior del embudo cilíndrico de decantación que se encuentra sujeto al soporte por medio de una pinza.**

- Con las llaves del embudo y de la bureta abiertas, echa mercurio dentro del embudo hasta lograr una altura en ambas ramas tal que permita llenar hasta la mitad del mismo.

- El embudo deberá quedar inicialmente a una altura media respecto a la bureta.

Durante toda la serie de medidas, la parte superior del embudo debe permanecer abierta, a fin de que la presión en esta rama sea siempre la atmosférica.

Cierra con un tapón el extremo superior de la bureta y anota el primer par de medidas de presión ( $P$ ) y de volumen ( $V$ ), la presión será evidentemente la atmosférica:  $P_0$  y el volumen que anotaremos como  $V_0$  será el comprendido entre el enrase y el nivel de mercurio más el que queda por encima hasta el tapón  $V_0$  que has medido al principio. Ve bajando a columna libre toma nota del desnivel de as ramas de mercurio y del volumen que ocupa el aire encerrado. En esta fase de expansión del gas su presión será:  $P_{gas} = P_{atm} - P_{Hg}$ . O sea, la presión del gas, más la presión de la columna de mercurio, por un lado, igualarán a la presión atmosférica por el otro (presión en mmHg, volumen en ml).





**Figura 13. Actividad practica sobre la relación entre la presión y el volumen de un gas (continuación). Fuente: Física y Química, Edelvives, p. 305**

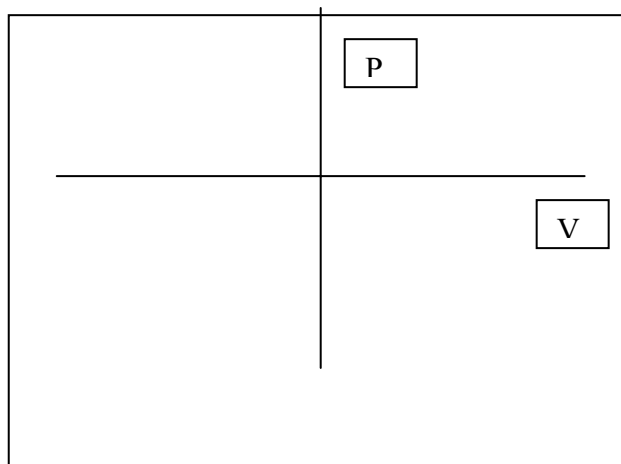
- Después de seis medidas, cierra esta fase y pasa a la siguiente, que es la de compresión.
- Colocado de nuevo el depósito en su posición inicial, ve elevándolo , poco a poco, para ir aumentando la presión. Paralelamente, ve anotando los volúmenes. La presión de gas será ahora:

$$P_{\text{gas}} = P_{\text{atm}} + P_{\text{Hg}}$$

- Después de seis medidas está terminada la operación experimental y los datos obtenidos se pueden presentar en una tabla como la siguiente:

	Expansión	P(atm)	Compresión
P			
V			

Representa en un sistema de coordenadas P - V los 13 puntos correspondientes a las medidas y observa el tipo de curva al que pertenecen. ¿ No es cierto que se aproximan a una hipérbola equilátera?



Si calculas los productos P.V de las 13 medidas verás que son aproximadamente constantes.

Es decir que la relación matemática entre estas magnitudes podría expresarse por la ecuación

$$P.V = K \Rightarrow V = K/P$$

- Acabas de hallar la relación matemática entre el volumen y la presión de un gas (el aire) y la has expresado de modo gráfico y de forma matemática, ¿podrías hacerlo verbalmente, es decir, en forma de una ley?
- El resultado de esta investigación lo descubrió un científico famoso hace más de 300 años ¿sabes cómo se llamaba?
- Hasta aquí no hemos hecho ninguna hipótesis sobre la naturaleza de los gases. Pero al hombre no le bastan las relaciones cuantitativas empíricas, si no que está siempre detrás de un “porqué”
- En el siglo XIX se avanzó bastante en la búsqueda de una explicación. Ya conoces la teoría cinético molecular de los gases ¿podrías “justificar” aunque sólo sea de modo cualitativo, la ley estudiada en esta investigación mediante dicha teoría?

En tercer lugar, es aconsejable que en todos los casos las gráficas sean claramente diferenciadas como modelos explicativos ideales o como representaciones del comportamiento actual de un grupo de datos. Así, los estudiantes podrán reconocer los saltos ontológicos existentes entre los dos tipos de representaciones gráficas y cómo la comunidad científica legitima a las gráficas teóricas.

4. Para enmendar el hecho de que las gráficas de uso didáctico “problemático” presenten en general un bajo volumen de información, se pueden proponer varias alternativas. En primer lugar, este tipo de gráficas deberían incluir sin excepción escalas bien construidas, unidades adecuadamente definidas y un título que las identifique de forma precisa y explícita, contribuyendo de esta manera a aumentar el número de elementos informativos útiles para realizar su adecuada interpretación.

En segundo lugar, sería recomendable que en el enunciado de los problemas, se incluyeran en la medida de lo posible referencias familiares propias del campo conceptual de la Química y pertenecientes a la vida cotidiana del estudiante. De esta forma, la representación gráfica cartesiana incluida en el problema podría ser presentada más como una herramienta para la comprensión científica de los fenómenos que como un instrumento matemático o como un aditamento informativo.

5. Para abordar el bajo volumen de información interna y externa que presentan las gráficas de uso científico teórico, podrían proponerse varias acciones. En primer lugar, toda gráfica, independientemente de su uso científico debería incluir los elementos informativos estructurales pertenecientes al volumen de información interna (escalas, unidades, nombres en los ejes y un título adecuado). En segundo lugar, siempre que fuese posible y pertinente en este tipo de gráficas (teóricas), podrían incluirse iconos y términos (conceptos) dentro del espacio gráfico. Además, podrían añadir igualmente en su contexto descripciones de las prácticas científicas relacionadas con su construcción, referencias familiares propias del campo conceptual de la Química y referencias pertenecientes a la vida cotidiana del estudiantes, que hagan posible conectar el mundo con las relaciones “teóricas” expuestas en la gráfica.

Las acciones propuestas, con el fin de aumentar el volumen de información que presentan las gráficas de uso científico teórico tienen varios objetivos comunes.

Inicialmente persiguen reducir el nivel de simplificación con el cual se presentan este tipo de gráficas cartesianas, proporcionando una mayor número de elementos informativos, de tal manera que la interpretación de las mismas por parte de los estudiantes resulte más ágil y adecuada. Igualmente, tienen por objeto poner en contacto las representaciones gráficas teóricas con los dominios experimentales a partir de los cuales se recolectan los datos que una vez transformados les dan origen. Además, pretenden ampliar el significado que tienen las relaciones expresadas por el gráfico cartesiano. Por último estas recomendaciones tienen como objetivo presentar este tipo de representaciones gráficas como herramientas útiles para la comprensión científica de hechos, más que como objetos matemáticos abstractos.

6. Finalmente, es recomendable que el uso de las representaciones gráficas cartesianas no se restrinja a la exposición de relaciones entre variables de tipo macroscópico, como la presión, el volumen o la temperatura. Es decir, las representaciones gráficas cartesianas también deben ser usadas de forma generalizada para representar relaciones entre variables microscópicas. Esto en razón de la capacidad que tienen este tipo de representaciones gráficas para ofrecer una visualización de las relaciones entre variables que suelen ser difíciles de comprender para los estudiantes debido a sus altos niveles de abstracción. Es decir, para brindar una versión representacional más cercana que las fórmulas o los enunciados.

**CAPÍTULO 7.  
RESULTADOS DEL  
SEGUNDO ESTUDIO SOBRE  
LA COMPRENSIÓN QUE  
PRESENTAN LOS  
ESTUDIANTES DE LAS  
REPRESENTACIONES  
GRÁFICAS CARTESIANAS  
INCLUIDAS EN LOS LIBROS  
DE TEXTO DE CIENCIAS**

## **CAPÍTULO 7. RESULTADOS DEL SEGUNDO ESTUDIO SOBRE LA COMPRENSIÓN QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE CIENCIAS**

En este capítulo se presentan, en primer lugar, los resultados del estudio descriptivo acerca de la ejecución que presentan los estudiantes en cada una de las operaciones que componen los tres niveles de comprensión de la información gráfica. En segundo lugar, se muestran los resultados obtenidos sobre la posible influencia de cinco factores sobre la ejecución de los estudiantes de las diferentes operaciones propias de los tres niveles de comprensión gráfica. Los cinco factores estudiados son: el uso didáctico dado a las gráficas, el uso científico de las mismas, el volumen de información interno, el volumen de información externo y la formación académica de los estudiantes.

### **7.1. ESTUDIO DESCRIPTIVO SOBRE LA EJECUCIÓN DE LAS OPERACIONES PROPIAS DE CADA NIVEL DE COMPRENSIÓN SOBRE LA GRÁFICA CARTESIANA**

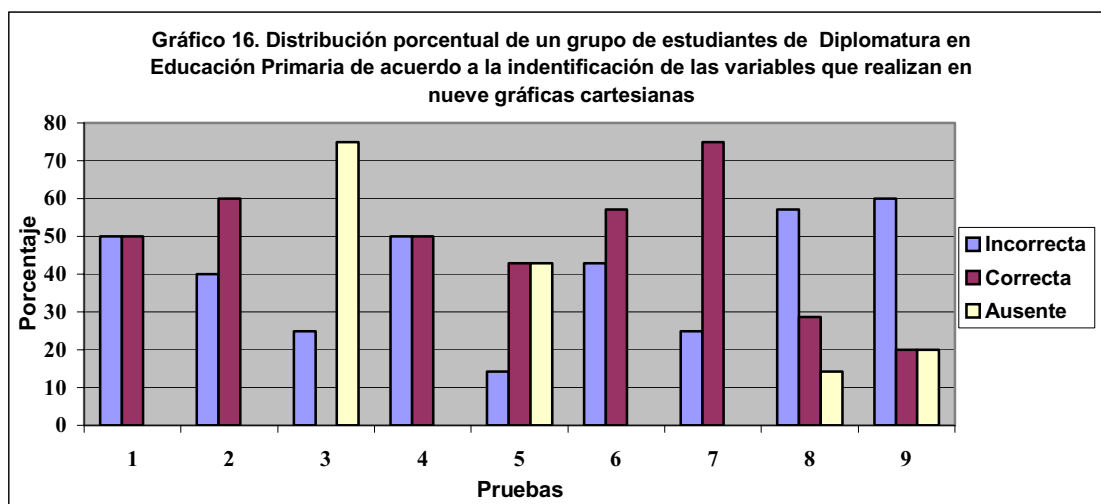
En esta sección se presentan de forma global los resultados obtenidos en las nueve pruebas para cada una de las nueve operaciones propuestas en las tareas indicadoras incluidas en las pruebas. Así, inicialmente se presentan los resultados obtenidos sobre la ejecución realizada por los estudiantes en las operaciones propias del nivel de comprensión explícita. En segundo lugar, se presentan los resultados sobre la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión implícita. En tercer lugar, se presentan los resultados sobre la ejecución de las operaciones propias del nivel

de comprensión conceptual. Es importante decir, que además de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas rediseñadas, también se presentan los resultados obtenidos en el estudio piloto realizado con los estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria. Es decir, los obtenidos a partir de la aplicación de la versión preliminar de las pruebas. Pero estos últimos deben ser vistos con prudencia

### 7.1.1. Sobre la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión explícita

- Sobre la identificación y clasificación de variables:

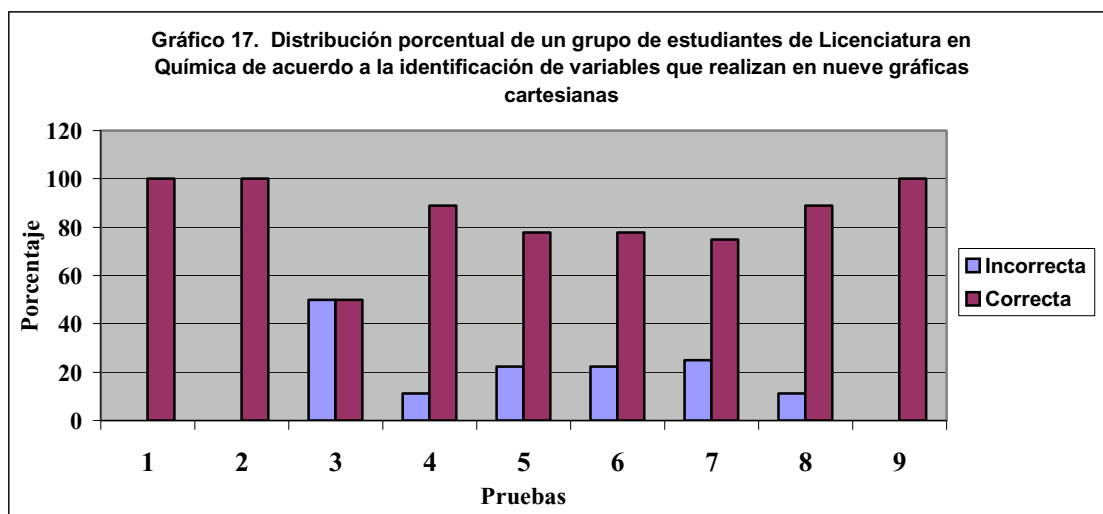
En términos globales los resultados mostrados por el **grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria** con respecto a la identificación de variables, indican que ellos, aunque en su mayoría reconocen cuáles son las variables relacionadas en la gráfica, presentan dificultades para clasificarlas en dependiente e independiente. Así, puede observarse que en las pruebas 8 y 9 el porcentaje de respuestas incorrectas es superior al 50 %, en la prueba 3 más del 70 % de las respuestas están en blanco y en la prueba 5 más del 40 % de ellas también se encuentra en blanco (véase la gráfica 16).



De forma más concreta, los resultados obtenidos en la prueba 3 pueden indicar que el uso didáctico instrumental de la gráfica dificulta la operación de identificación de las variables a este grupo de estudiantes. Por otro lado los resultados obtenidos en las pruebas 1 y 2, pueden indicar que para este grupo es más fácil identificar las

variables en una gráfica que ofrece una línea recta . Aunque el uso de la expresión “en función de” en la gráfica propuesta en la prueba 1 también pudo haber facilitado la ejecución de esta operación. Por otra parte, la diferencia entre los resultados de las pruebas 4 y 5 puede indicar que el uso científico experimental de la gráfica podría dificultar a este grupo la operación de identificación de variables. Así mismo los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 8 y 9 pueden indicar que la inclusión de más de una línea en el espacio gráfico y el que cada línea represente una especificidad de la variables (concentración de reactivos y concentración de productos respectivamente), puede inducir a confusiones a sus estudiantes y dificultarles la identificación adecuada de las variables.

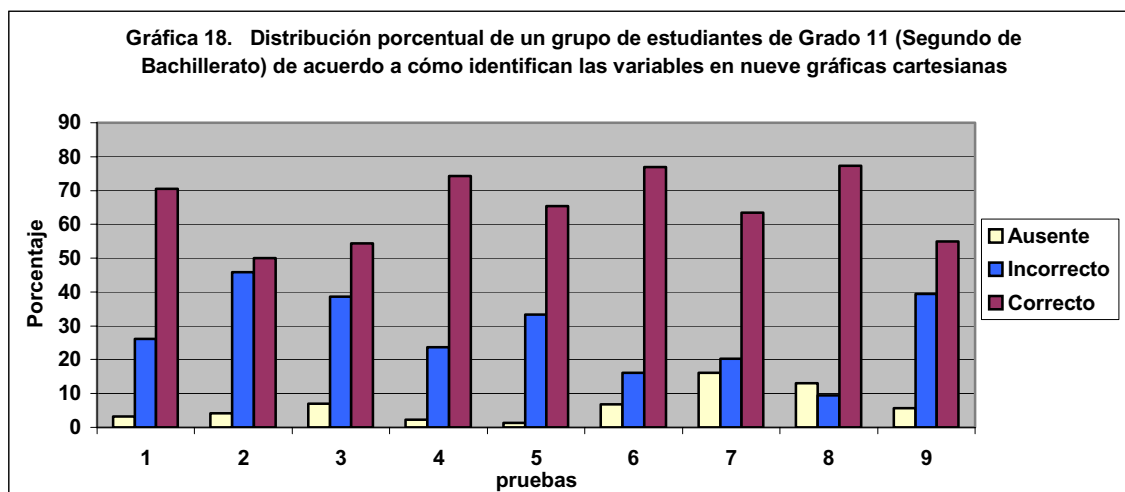
Los resultados obtenidos por el **grupo de estudiantes de Licenciatura en Química** muestran que, en términos generales este grupo no presenta grandes dificultades para identificar correctamente las variables (véase la gráfica 17).



El análisis de dichos resultados también permite afirmar que estos responden al mismo patrón observado en el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación primaria. Es decir, se observa que el uso didáctico instrumental de la gráfica, al igual que su uso científico experimental parecen dificultar la operación de identificación de las variables (pruebas 3 y 5), y que además, la forma curva y no ajustada de la línea gráfica puede influir negativamente en la ejecución de esta operación (prueba 3).

Por otra parte es igualmente interesante observar que en tres de las nueve pruebas (5, 6 y 7) este grupo presente porcentajes importantes de respuestas incorrectas (alrededor del 20 %), lo que no deja de sorprender teniendo en cuenta a su entrenamiento específico en el campo de las ciencias experimentales.

Los resultados que presentan **los estudiantes de segundo de Bachillerato** con respecto a la identificación de variables muestran que, globalmente este grupo no presenta dificultades para identificar y clasificar las variables a partir de un gráfico cartesiano. Así en las 9 pruebas en porcentaje de respuestas correctas es el mayor, superando en cinco de ellas el 70 %. El análisis de estos resultados también permite afirmar que al parecer los usos didáctico problemático e instrumental de la gráfica así como, su uso científico experimental ofrecen mayores dificultades para la ejecución de esta operación (más del 30 % de respuestas incorrectas en las pruebas 2, 3, 5). Este resultado podría deberse a la poca familiaridad de los estudiantes con estos tipos de gráficas cartesianas.



Por otra parte la diferencia observada entre los resultados de las pruebas 1, 2 y 3 podría deberse a la inclusión de la expresión “en función de” y a la presentación de dos gráficas en lugar de una en la prueba 1, que podrían haber facilitado la ejecución de la operación de identificación de las variables. Además, los resultados de las pruebas 7 y 9 pueden estar indicando que un bajo volumen de información tanto en el interior como en el exterior de la gráfica podría dificultar la ejecución de la operación de identificación de variables.



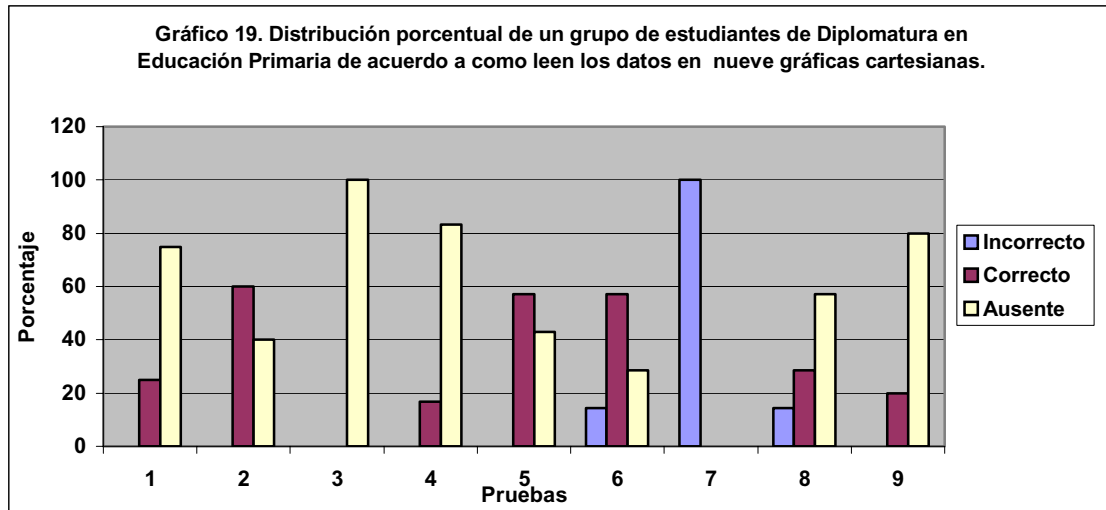
De forma general, puede afirmarse que el grupo de Licenciatura en Química es el que menos dificultades presenta para identificar las variables, y que el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria es el que más las presenta. Así mismo, puede decirse que para los tres grupos tanto el uso didáctico instrumental del gráfico como el uso científico experimental del mismo parecen dificultar la operación de identificación de variables. Además, también puede decirse que sólo para el grupo de estudiantes de Bachillerato, el volumen de información tanto en el interior como en el exterior del gráfico parece influir en la ejecución de la operación de identificación de variables. Esto último tal vez se deba a diferencias entre los propósitos y las prácticas relacionadas con la construcción e interpretación de gráficas que se proponen y se llevan a cabo al interior de los tres grupos.

Por último es importante señalar que las dificultades que plantean las gráficas de uso didáctico instrumental y de uso científico experimental, para llevar a cabo la operación de identificación de variables, pueden estar asociadas a una concepción estática de las variables, que las asocia a símbolos y expresiones algebraicas, o sólo a las gráficas, y no a un dominio específico o a un contexto experimental relacionado con una función. Esta concepción acerca de las variables ya ha sido estudiada por otros investigadores como Janvier (1981a), Wagner (1981) y Kucheman (1984). Dicha concepción puede tener su origen en las prácticas sobre construcción e interpretación de representaciones gráficas, que no ofrecen la oportunidad al estudiante de poner en relación el concepto de variable con las representaciones gráficas y con dominios funcionales específicos. Finalmente, y de forma general, los resultados encontrados podrían reflejar la poca importancia que se le asigna en los currículos de ciencias y matemáticas a la noción de variable como a su forma (Janvier 1983).

- Sobre la lectura de datos (extrapolación, interpolación, ubicación, comparación):

Los resultados obtenidos por **el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria** con respecto a la operación de lectura de los datos, permiten afirmar que este grupo presenta fuertes dificultades para llevar a cabo dicha operación, ya sea la tarea indicadora la extrapolación de los datos, su comparación o su ubicación dentro del plano cartesiano. Así, cabe resaltar que sólo en tres pruebas (2, 5, y 6) el

porcentaje de respuestas correctas es el mayor, mientras que en cinco de las pruebas el mayor porcentaje es el de respuestas en blanco (1, 3, 4, 8 y 9) y otra de ellas (7) el porcentaje de respuestas incorrectas es del 100% (véase la gráfica 19).

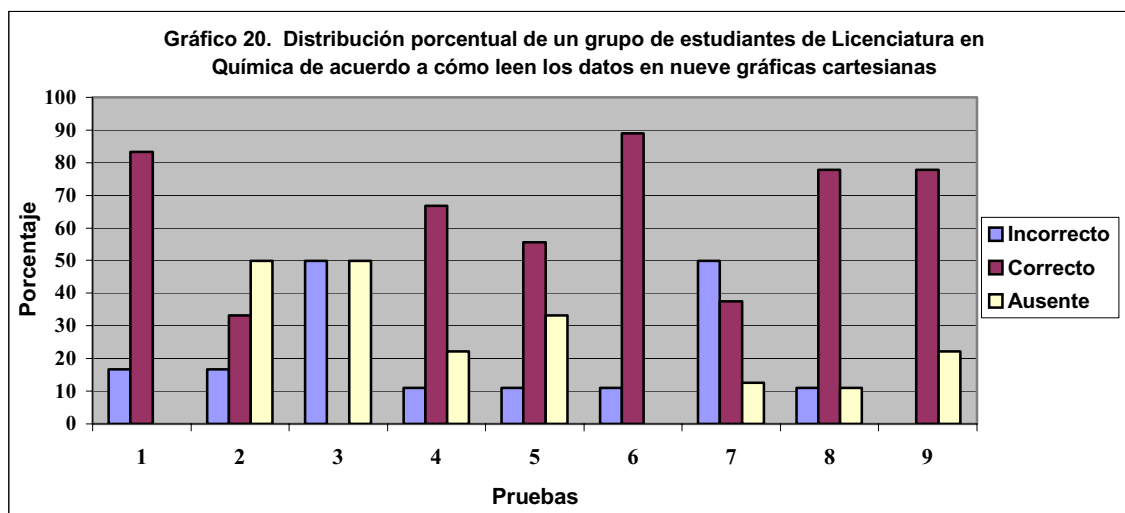


La diferencia entre los resultados de la prueba 2 en comparación con los de las pruebas 1 y 3 puede ser debida a la mayor complejidad de la tarea indicadora (extrapolación de puntos en dos gráficas, y no en una en la prueba 1) y al carácter curvo de la línea gráfica (pruebas 1 y 3). Esto último tal vez pueda deberse a la poca familiaridad de los estudiantes con las líneas curvas en los gráficos cartesianos y a su tendencia a concebir las líneas gráficas siempre como rectas (Leinhard, Zalavsky y Stein 1990). Así mismo, los resultados obtenidos en la prueba 3 pueden estar relacionados con una posible resistencia de los estudiantes de este grupo a imaginar nuevos puntos en una gráfica construida a partir de datos obtenidos experimentalmente, que puede ser ocasionada por un posible efecto de fijación del contexto instrumental. Esta fijación le dificultaría al estudiante ejercer transformaciones sobre la representación gráfica, como es el caso de la extrapolación de los datos.

Las diferencias en los resultados de las pruebas 4 y 5 pueden indicar que la presencia de un grupo de datos adjunto a la gráfica facilita la ejecución de la tarea de extrapolación de datos. Igualmente podría indicar que, cuando la línea gráfica se encuentra enteramente en el primer cuadrante, pasa por el origen de las coordenadas y la totalidad de los valores que representa son positivos, también se podría facilitar la ejecución de esta operación.

Así mismo las diferencias en los resultados de las pruebas 6 y 7 podrían indicar que un volumen bajo de información en el interior del gráfico dificulta la operación de lectura de los datos a los estudiantes de este grupo. Por otro lado, siempre se puede argumentar que en forma general la ausencia de prácticas de transformación de gráficas (como la de extrapolación) en la formación académica que ha recibido este grupo, puede ser un factor que explique las dificultades presentadas por sus estudiantes para llevar a cabo la operación de lectura de datos.

Con respecto a los resultados que presenta **el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química** al ejecutar la operación de lectura de datos, se puede afirmar que este grupo tiene algunas dificultades para llevar a cabo dicha operación, pero estas son menores que las presentadas por el grupo de Diplomatura. Así, aunque en 6 de las pruebas el porcentaje de respuestas correctas es el mayor (1, 4, 5, 6, 8 y 9), en dos de las pruebas (2 y 3) el 50 % de las repuestas está en blanco y en una de ellas (7) el 50 % de las repuestas son incorrectas (véase la gráfica 20).

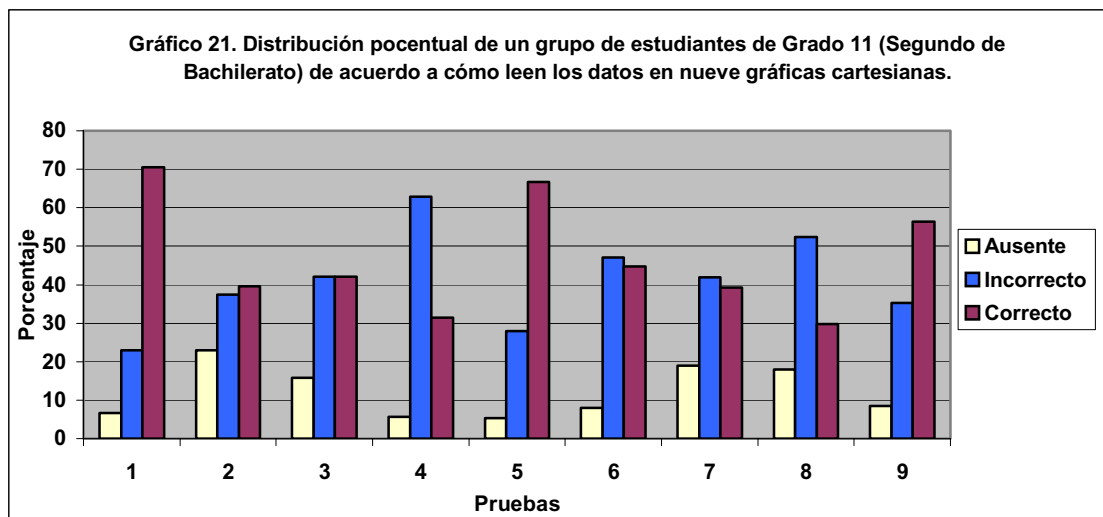


De forma más particular, los resultados de la prueba 2 pueden indicar que cuando en la gráfica el punto de intersección de la línea con los ejes no es el origen (0,0) podría dificultarse la ejecución de la tarea de extrapolación de datos. Así mismo estos resultados podrían indicar que cuando los puntos propuestos para localizar no están implícitos en la línea, también se puede dificultar esta tarea.

Así mismo, los resultados de la prueba 3 pueden deberse a la tendencia ya anotada a no rebasar los datos proporcionados por el ensayo experimental, por pensar que esto sería caer en los terrenos de la invención. Así mismo, podrían indicar que la forma curva de la línea gráfica, dificulta la tarea de la extrapolación a causa de una tendencia a concebir como rectas a todas las líneas gráficas.

Por último, la diferencia observada entre los resultados de las pruebas 6 y 7 puede indicar que un alto volumen de información interno en el gráfico puede reducir las dificultades para ejecutar la operación de lectura de datos.

Sobre **el grupo de estudiantes de Bachillerato**, se puede afirmar que presenta menos dificultades para ejecutar la operación de lectura de los datos que el grupo de Diplomatura en Educación Primaria, pero que estas son mayores que las mostradas por el grupo de Licenciatura en Química. Así, aunque en 4 pruebas el porcentaje de respuestas correctas es el mayor (1, 2, 5 y 9) y en tres de las pruebas (3, 6 y 7) el porcentaje de estas respuestas correctas tiende a igualarse con el de respuestas en incorrectas, en otras dos (4 y 8) el porcentaje de respuestas incorrectas supera el 50 % (véase la gráfica 21).



También, estos resultados permiten afirmar que para este grupo los efectos del volumen de información incluida tanto en el interior como en el exterior de la gráfica sobre la ejecución de la operación de lectura de datos, son menores que los efectos de estos factores en los otros dos grupos (pruebas 6 y 7). De otra parte, los resultados

positivos obtenidos en las pruebas 1 y 5 (más del 60 % de lecturas correctas) indicarían que la inclusión de tablas de datos adjuntas a las gráficas podría guiar la lectura de los datos gráficos (en este caso la extrapolación).

En general, los resultados obtenidos por los tres grupos coinciden con los reportados en otras investigaciones (Swaton y Taylor 1994) que muestran cómo los estudiantes de Estados Unidos y del Reino Unido presenta bajos niveles en tareas de interpolación y extrapolación de datos. Así mismo en términos generales, los resultados de los tres grupos permiten afirmar que un mayor volumen de información en el interior del gráfico disminuye la dificultad para llevar a cabo la operación de lectura de los datos y que, el uso didáctico instrumental de la gráfica puede aumentar dicha dificultad.

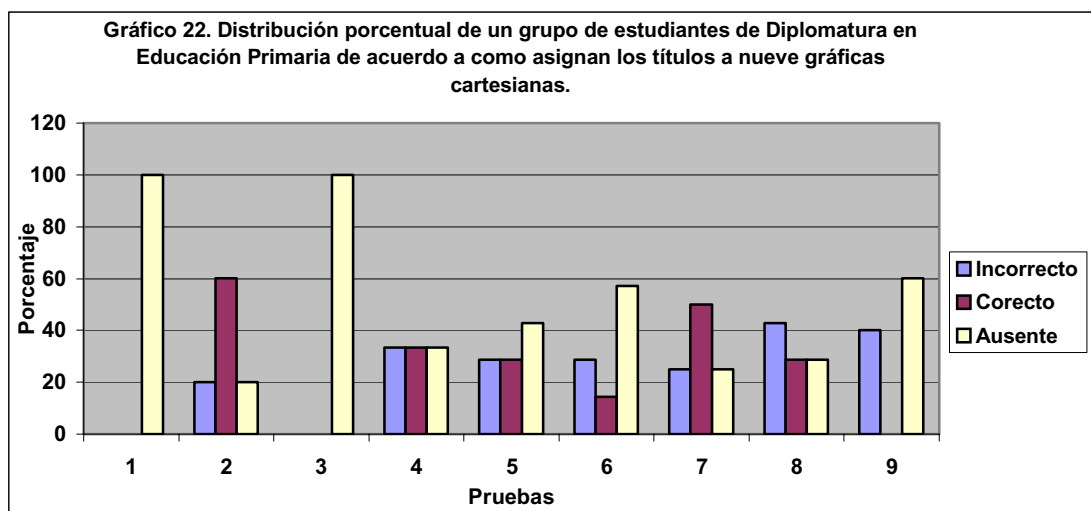
Igualmente, en términos generales las fallas de los estudiantes para realizar la operación de lectura de datos podrían deberse a la poca utilización de las representaciones gráficas en las aulas de ciencias, debida a su vez a la implementación de una enseñanza de las ciencias tipo mono registro que abusa de las expresiones algebraicas y de los enunciados, sin tener en cuenta a las representaciones gráficas. Así mismo en el caso de la tarea indicadora de extrapolación, las fallas en su ejecución podrían deberse a una tendencia a centrar la atención sólo en los puntos marcados por la gráfica (Janvier 1978).

Por último, es importante anotar que, la operación de lectura de datos al ser de carácter cualitativo y global, es facilitada por el aporte de información al interior del gráfico que lo enriquece con elementos interpretativos. De igual forma, el que esta operación requiera de procesos de búsqueda y de localización de información específica, facilitados en sus estados iniciales por la percepción, podría explicar la mayor facilidad para realizar la operación de lectura de datos a partir de gráficas que presentan líneas rectas.

- Sobre la asignación de título

Los resultados presentados por los estudiantes del **grupo de Diplomatura en Educación Primaria** con respecto a la operación de asignación de título muestran que

este grupo presenta grandes dificultades para llevar a cabo dicha operación. Así, en este grupo sólo en dos pruebas (2 y 7) el porcentaje de respuestas correctas es el mayor, mientras que en dos de ellas el 100 % de las respuestas se encuentran en blanco (1 y 3), y en otras dos (6 y 9) aproximadamente el 60 % también lo están (véase la gráfica 22).

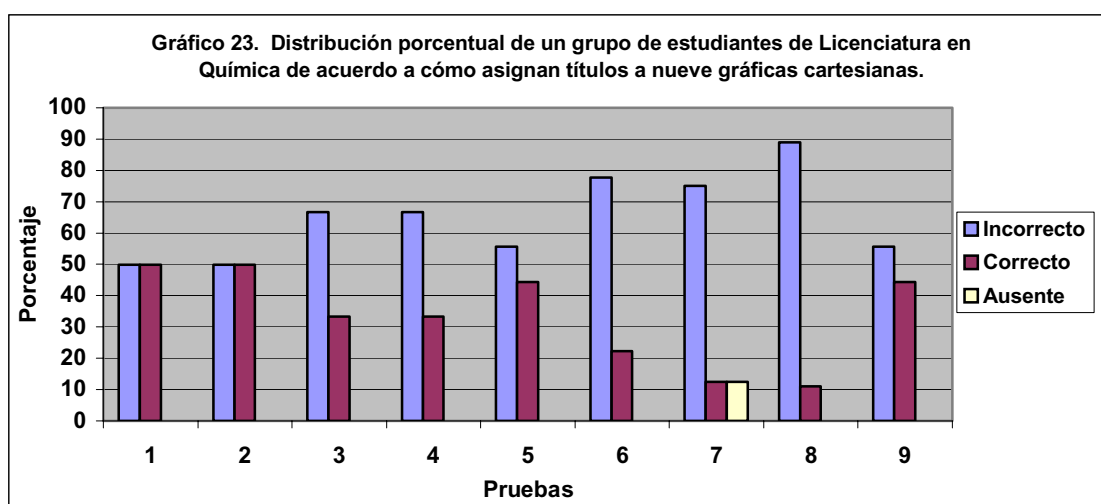


Por otra parte, los resultados de las pruebas 6 y 7 pueden indicar que para este grupo es más fácil asignarle título a la gráfica cuando esta presenta un bajo volumen de información en su interior. Tal vez porque esto hace menor el esfuerzo cognitivo para realizar la abstracción necesaria para dicha operación. Igualmente, los resultados de la prueba 2 pueden indicar que el uso didáctico problemático reduce las dificultades de este grupo para asignar título a la gráfica. Esto puede deberse a que el enunciado del problema establece un marco que obra como síntesis informativa sobre la gráfica y facilita la ejecución de esta operación.

Por otro lado, los resultados de las pruebas 1 y 3 parecen indicar que para este grupo la operación de asignarle título a la gráfica puede dificultarse cuando ésta presenta algunas características. En primer lugar las líneas curvas, que van en contra de la tendencia a concebir las líneas gráficas como rectas y al parecer dificultan la observación clara de la relación entre las dos variables, pueden dificultar la ejecución de esta operación. En segundo lugar, un alto volumen de información en el exterior del gráfico al proveer un mayor número de elementos informativos sobre los que generalizar, puede aumentar el grado de dificultad de la abstracción necesaria para construir el título del gráfico. En tercer lugar, el que en ambas pruebas las gráficas

incluidas presenten la relación entre las variables de una forma diferente (la presión en función del volumen) a la que generalmente es usada en las expresiones algebraicas (el volumen en función del inverso de la presión), puede generar una disonancia entre el orden del registro algebraico y el orden del registro gráfico, lo que podría dificultar la ejecución de la operación de asignar un título a la gráfica.

En lo que respecta a los resultados del **grupo de estudiantes de Licenciatura en Química** sobre la ejecución de la operación de asignar título a la gráfica se puede afirmar que este grupo presenta grandes dificultades para llevar a cabo dicha operación, aunque estas son menores que las mostradas por el grupo de Diplomatura. Así, en este grupo cabe resaltar que en siete de las pruebas el porcentaje de respuestas incorrectas es el mayor y sólo en dos de ellas (1 y 2) el porcentaje de respuestas correctas es igual al de respuestas incorrectas (véase la gráfica 23).



Estos resultados también pueden indicar que el uso didáctico instrumental de la gráfica (3) dificulta más la realización de esta operación que los usos didácticos expositivo y problemático (1 y 2). Tal vez debido a que el contexto que aporta la gráfica de uso didáctico instrumental aumenta la información a tener en cuenta para realizar la abstracción necesaria en la construcción de su título.

Por otro lado, los resultados observados también pueden indicar que factores como la forma curva de las líneas gráficas y la inclusión de dos líneas en lugar de una en el espacio gráfico pueden dificultar al ejecución de la operación de asignación de

título a la gráfica, tal vez porque hacen a las gráficas poco familiares y más complejas para los estudiantes (pruebas 6 , 7, 8 y 9)

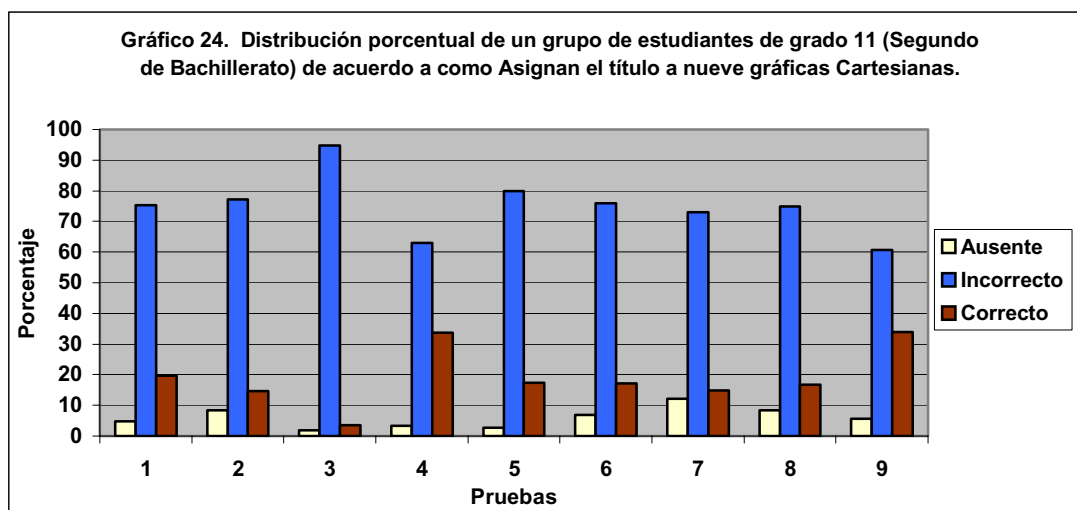
Igualmente, para este grupo al parecer un mayor volumen de información en el exterior del gráfico podría dificultar la ejecución de la operación de asignación de título (Prueba 8). Aunque las diferencias entre los resultados de las pruebas 8 y 9 también podrían ser explicadas por las diferencias en la nominación de los ejes y en la notación de las líneas, en las gráficas propuestas para estas dos pruebas. Así, en la gráfica propuesta en la prueba 9, la nominación del eje Y con la palabra plural “concentraciones” en lugar de la palabra concentración y la utilización de las convenciones [A], B], [C] y [D], para designar las líneas que se refieren al comportamiento de los reactivos y de los productos, en lugar de utilizar los símbolos de los compuestos y los elementos químicos correspondientes a la reacción representada, le da mayor generalidad a la notación y tal vez facilita la abstracción necesaria para la construcción del título.

Los resultados sobre la ejecución de la operación de asignarle un título a la gráfica **del grupo de estudiantes de Bachillerato** permiten afirmar que dicha operación reviste especial dificultad para este grupo. Así en este grupo en la totalidad de las pruebas el porcentaje de respuestas incorrectas supera el 60 % (véase la gráfica 24).

Es importante anotar que en este grupo se conservan las tendencias observadas en el grupo de Licenciatura en Química Es decir, para los estudiantes de Bachillerato se dificulta menos la asignación de título a la gráfica si esta presenta un bajo volumen de información en su exterior, y notaciones con un nivel más alto de generalidad (resultados pruebas 8 y 9).

De la misma forma, para este grupo el ejercicio de la abstracción necesaria para asignar un título a la gráfica se dificulta más cuando la gráfica presenta un uso didáctico instrumental, y por ende aporta un contexto con nuevos elementos informativos.





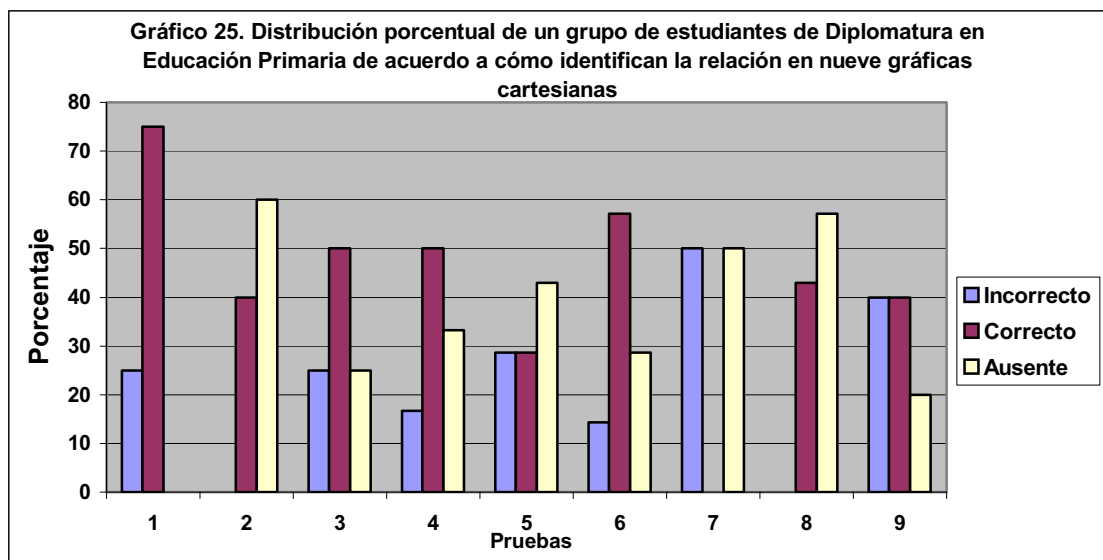
En general, los bajos resultados con respecto a la operación de asignación de título pueden deberse a que esta operación requiere del concurso simultáneo de habilidades superiores de pensamiento como las de análisis y síntesis, y exige un alto nivel de abstracción. Los resultados obtenidos también pueden deberse a que, en general, los estudiantes para asignarle el título a la gráfica no tienen en cuenta el contexto al que hace referencia, circunscribiéndose sólo a la relación entre las variables. Estos resultados concuerdan con los hallados por Guthrie, Weber y Kimmerley (1993), quienes afirman que la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para aprender los procesos de abstracción requeridos para que la percepción global de tendencias y patrones pueda intervenir en la interpretación de las gráficas.

### 7.1.2. Sobre la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión implícita

- Sobre la identificación de la relación:

Los resultados obtenidos por los estudiantes de **Diplomatura en Educación Primaria** en la ejecución de la operación de identificar la relación propuesta en los gráficos cartesianos, muestra que ellos presentan serias dificultades para realizar esta operación, ya sea determinando cual es la expresión algebraica más adecuada para representar a la gráfica (pruebas 1 a 5), estableciendo la forma en la cual covarían las variables representadas (pruebas 6 y 7) o reconociendo el comportamiento de las variables expresado en un segmento de la línea gráfica (pruebas 8 y 9). Así, mientras

solo en cuatro pruebas (1, 3, 4 y 6) el porcentaje de respuestas correctas es el mayor, en tres de ellas (2, 5 y 8) el mayor es el porcentaje de respuestas en blanco y en otra (7) ningún estudiante formula una respuesta correcta a la tarea. (véase la gráfica 25).



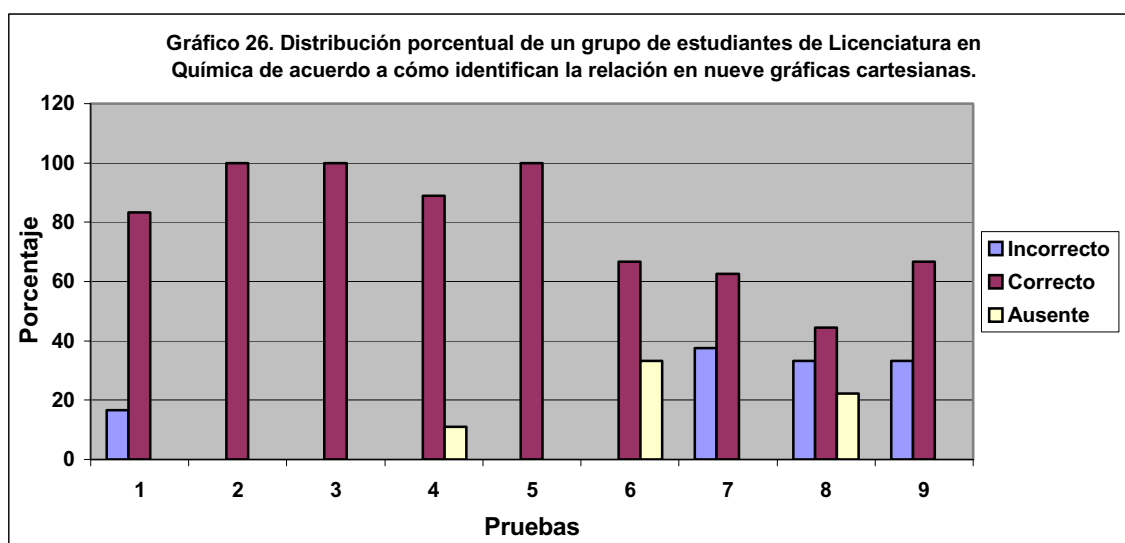
Los resultados de la prueba 2 pueden indicar que varios factores le dificultan a este grupo el establecimiento de la ecuación algebraica más adecuada para expresar las relaciones representadas en la gráfica. Así al parecer el uso didáctico problemático de la gráfica y el que esta refiera una relación directa entre una de las variables y el inverso de la otra y no entre las dos variables como tales puede dificultar la operación de identificación de la relación a través de la identificación de la expresión algebraica más adecuada. Así mismo, el que la grafica incluya dos líneas en lugar de una única línea recta, puede inducir al estudiante a pensar en dos expresiones algebraicas cualitativamente distintas para representar cada línea gráfica. En tercer lugar, estos resultados pueden indicar que la inclusión en el gráfico de otra variable (la temperatura en este caso) puede hacerlo más complejo sobrecargándolo de información y dificultando la operación de identificación de la relación. Por otra parte, y por el contrario, al parecer la utilización de una gráfica complementaria en la que se relacionen las dos variables y no sólo una de ellas con el inverso de la otra (prueba 1) puede facilitar la realización de la operación de identificar la relación.

Además, los diferentes resultados obtenidos en las pruebas 6 y 7 pueden indicar que, cuando la gráfica presenta un bajo volumen de información interno puede

dificultarse la identificación de la relación a través del establecimiento de la forma en la que covarían las variables relacionadas.

Los resultados obtenidos por el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química muestran que, en general, este grupo no presenta dificultades para llevar a cabo la operación de identificación de la relación. Así puede observarse que en todas las pruebas el porcentaje de respuestas correctas es el mayor, aunque en tres de ellas (7, 8 y 9) las repuestas incorrectas son más del 30 % y en otra (6) el porcentaje respuestas en blanco es también superior al 30 % (véase la gráfica 26).

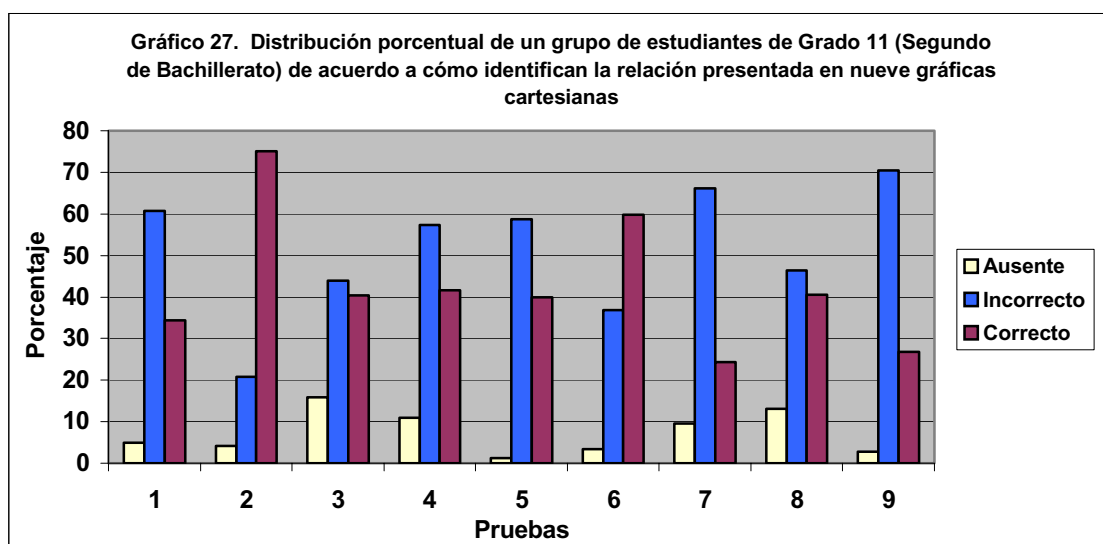
Por otra parte, los resultados obtenidos permiten observar que para este grupo es más fácil la tarea indicadora de seleccionar la expresión algebraica más adecuada (1 a 5) que la de establecer la forma en que covarían las variables (6 y 7) o la de determinar su comportamiento expresado por un segmento de la línea gráfica (8 y 9).



Esta tendencia, pueden deberse además de a las características de las tareas indicadoras, a ciertas particularidades de las gráficas presentadas en las pruebas 6, 7, 8 y 9. En primer lugar, la forma curva de las líneas gráficas podría haber dificultado la operación de identificación de la relación. En segundo lugar, el que dichas gráficas presenten más de una línea dentro del espacio gráfico, también podría ser un óbice para la ejecución de la operación de identificación de la relación.

Igualmente, al parecer en este grupo la dificultad para llevar a cabo la tarea de establecer la expresión algebraica más adecuada, puede ser acentuada por factores como: la inclusión de más de una gráfica a analizar (1), la no inclusión de un grupo de datos adjunto (4) o el que la línea gráfica represente valores negativos de las variables (4).

Los resultados del **grupo de estudiantes de Bachillerato** permiten afirmar que este presenta serias dificultades para identificar la relación propuesta en las gráficas independientemente de la tarea indicadora de esta operación. Así para este grupo sólo en dos de las pruebas (2 y 6) el porcentaje de respuestas correctas es el mayor y en otras dos (3 y 8) este porcentaje tiende a igualarse con el de respuestas incorrectas (véase la gráfica 27).



De forma más particular los resultados obtenidos por este grupo en la prueba 2 permiten inferir que cuando la gráfica incluye líneas rectas y relaciona las variables en la misma forma en que lo hacen las expresiones algebraicas usuales para representar la misma relación (el volumen con el inverso de la presión), se favorece la conversión entre estos dos tipos de representaciones, y consecuentemente se facilita a este grupo ejecutar la tarea de identificar la relación.

La conversión se favorece porque las líneas rectas proveen un menor número de elementos significantes a definir y comparar con los elementos significantes de la

expresión algebraica y, porque la coincidencia en el orden de dichas unidades significantes favorecen la congruencia entre las dos representaciones (Duval 1988b).

De otra parte, al parecer las diferencias en los resultados de las pruebas 6 y 7 pueden indicar que un alto volumen de información en el interior del gráfico le facilita a este grupo la ejecución de la operación de identificación de la relación. Es importante decir que el que estos últimos resultados sean similares en los tres grupos investigados indica claramente que el proveer un mayor número de elementos informativos dentro del gráfico puede orientar al estudiante independientemente de su formación, sobre la forma en la cual cambian los valores de las variables y sobre cómo covarían entre ellas.

Por último y en general, se puede afirmar que los grupos investigados que no poseen entrenamiento científico específico presentan grandes dificultades para identificar la relación expuesta en la gráfica independientemente de la tarea indicadora en la que se lleve a cabo esta operación.

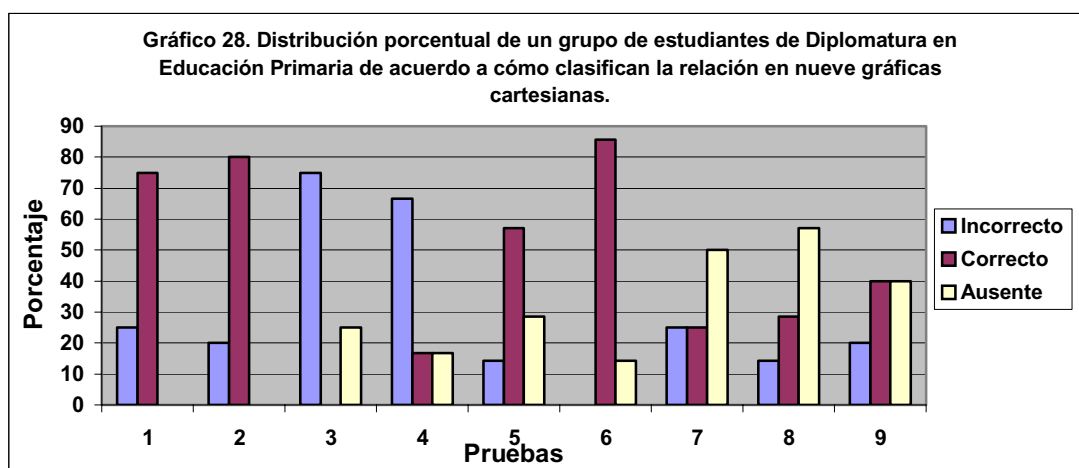
Esto puede ser debido a dos razones. En primer lugar a que en los grupos que no poseen entrenamiento científico específico las prácticas educativas han privilegiado el uso de los enunciados y las ecuaciones, en detrimento de los registros gráficos (Duval 1988b).

En segundo lugar los resultados negativos obtenidos por los grupos no formados específicamente en ciencias experimentales con respecto a la ejecución de la operación de identificación de la relación, pueden deberse a que la mayoría de ejemplos y explicaciones de los que han sido objeto estos dos grupos en la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas han sido conversiones de carácter congruente de ecuaciones a gráficas y no conversiones no congruentes desde las gráficas hacia las ecuaciones (Carpenter, Corbit y otros 1981; Duval, 1998b).

- Sobre la clasificación de la relación

Los resultados obtenidos por los **estudiantes de la Diplomatura en Educación Primaria**, muestran que la mayoría de ellos son capaces de clasificar correctamente las relaciones propuestas en los gráficos cartesianos.

Así, para este grupo de Diplomatura mientras en cuatro de las pruebas (1, 2, 5, 6) el porcentaje respuestas correctas es el mayor, sólo en dos de las pruebas (3 y 4) el mayor es el porcentaje de respuestas incorrectas y en tres de ellas (7, 8 y 9), el porcentaje de respuestas en blanco se acerca al 40 %, (véase la gráfica 28).

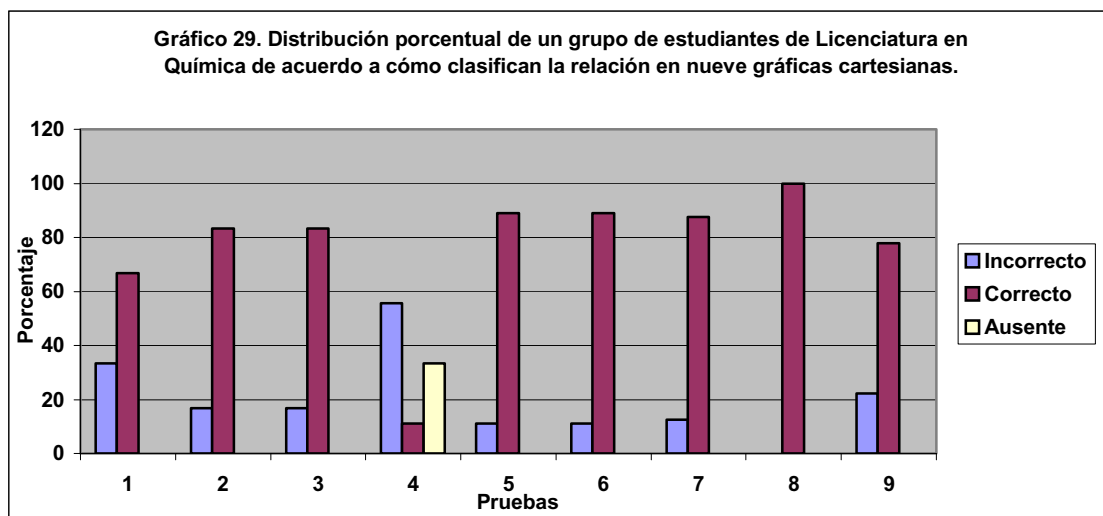


La diferencia entre los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 1 y 2, en comparación con los de la prueba 3, puede indicar que existe una relación entre la forma dada al gráfico y la ejecución de la operación de clasificar la relación entre las variables. Así, al presentarse dos gráficos complementarios, el primero estableciendo la relación inversa entre el volumen y la presión del gas, y el segundo la relación directa entre el volumen y el valor inverso de la presión (prueba 1), podría facilitarse la clasificación de la relación. Igualmente, la representación de la relación entre el inverso de la presión como variable independiente y el volumen como dependiente (prueba 2) también podría favorecer la operación de clasificar la relación.

Por otra parte, las diferencias observadas en los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 4 y 5 pueden indicar que el uso científico experimental de la gráfica y por ende el adjuntar a ella un grupo de datos, podría facilitar la operación de clasificación de la relación. Igualmente, las diferencias observadas en los resultados de las pruebas 6 y 7 podrían indicar que un alto volumen de información en el interior del gráfico es una condición favorable para ejecutar esta operación. Por otro lado, los resultados también permiten observar que cuando las gráficas presentan las siguientes características se dificulta la clasificación de la relación expuesta en ellas: líneas curvas

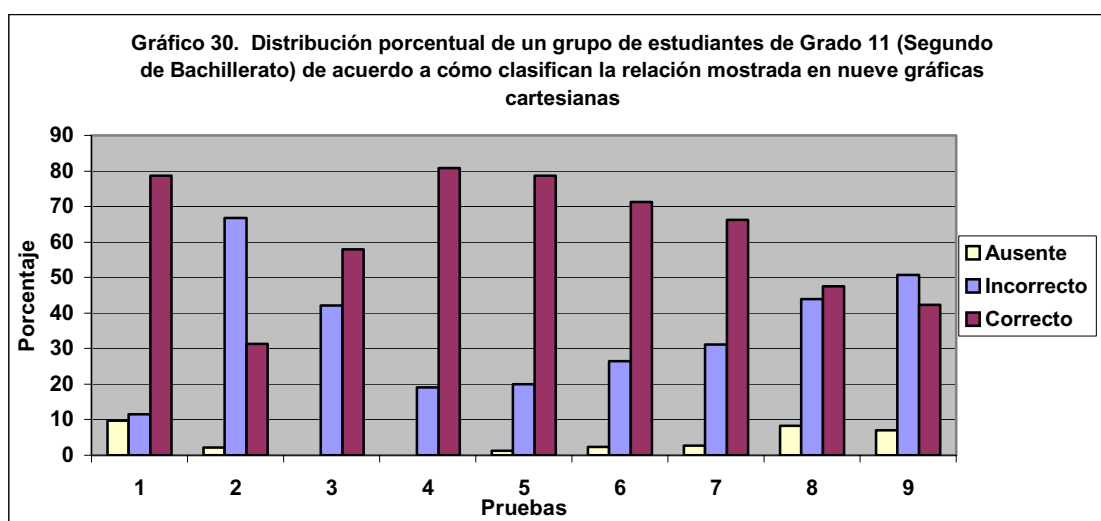
y no rectas (prueba 3), más de una línea en el interior del espacio gráfico sin la información que permita diferenciarlas claramente (pruebas 7, 8 y 9) y la expresión de más de una relación en el espacio gráfico (pruebas 8 y 9).

Los resultados obtenidos por el **grupo de Licenciatura en Química**, permiten afirmar que este grupo no presenta dificultades para llevar a cabo la operación de clasificación de la relación. Así, en ocho de las pruebas el porcentaje de respuestas correctas es superior al 60 % y sólo en una de ellas (4) es mayor el porcentaje de respuestas incorrectas (véase la gráfica 29). Por otra parte, los resultados de la prueba 4 pueden indicar que la operación de clasificar la relación puede dificultarse por varias causas. En primer lugar, podría dificultarse cuando la línea gráfica ocupa más de un cuadrante en el plano, representa valores negativos y no pasa por el punto de origen (0,0). En segundo lugar, también podría dificultarse por la ausencia de un grupo de datos adjunto a la gráfica, que guíe para los estudiantes y les aclare el tipo de relación proporcional entre las variables (0,0).



Por los resultados obtenidos por el **grupo de estudiantes de Bachillerato** puede afirmarse que, en términos globales, este grupo no presenta dificultades para clasificar la relación expuesta en una gráfica cartesiana. Así, en siete de las pruebas, el porcentaje de las respuestas correctas es el mayor aunque en algunas de ellas también se presente un porcentaje significativo de respuestas incorrectas (2, 3, 8 y 9). Los resultados obtenidos, también permiten afirmar que algunos factores pueden dificultar a este grupo la ejecución de la operación de clasificar la relación. Estos factores son: la forma curva

de la línea (3), más de una línea en el espacio gráfico (2, 8 y 9) y que cuando esto ocurre las dos líneas expresen relaciones diferentes (8 y 9) (véase la gráfica 30).



Finalmente, se puede afirmar que al corresponderse la operación de clasificar la relación expresada en la gráfica como una relación proporcional, con una operación de conversión de una representación grafica en un enunciado (representación en lenguaje natural), esta operación se facilita cuando existe congruencia entre las dos representaciones. Por lo tanto, el que los tres grupos presenten pocas dificultades para realizar dicha operación habla de la posible congruencia entre estas dos representaciones.

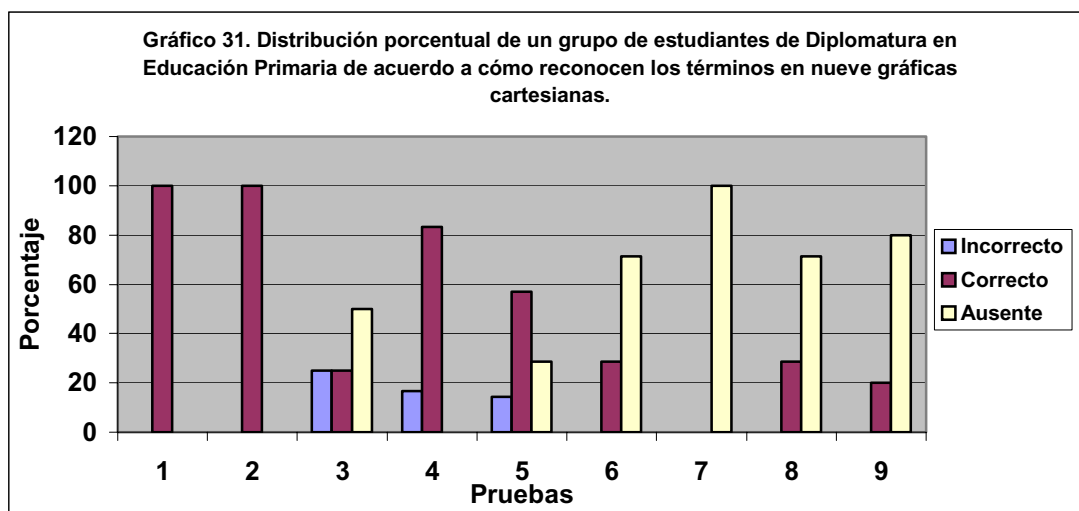
En otras palabras, a la expresión directa o indirecta en un enunciado le corresponde un tipo de inclinación de la línea gráfica, y la expresión proporcional en el mismo enunciado le corresponde a una razón de cambio constante que puede ser apreciada en el espacio gráfico. Es importante notar que ambos requerimientos pueden ser establecidos de manera más clara cuando la línea gráfica es una recta. Además, debe notarse también que cuando uno de los ejes representa el valor inverso de una de las variables también puede estar guiándose la conversión entre las representaciones.

- Sobre el reconocimiento de términos

Los resultados en **el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria** muestran que este grupo presenta notorias dificultades para reconocer los



términos incluidos dentro de la gráfica. Así, mientras, en cuatro pruebas (6, 7, 8 y 9) el porcentaje de respuestas en blanco supera el 70 % y en otra llega a ser del 100 % (7), sólo en cuatro de ellas (1, 2, 4, 5) es mayor es el porcentaje de respuestas correctas (véase la gráfica 31).

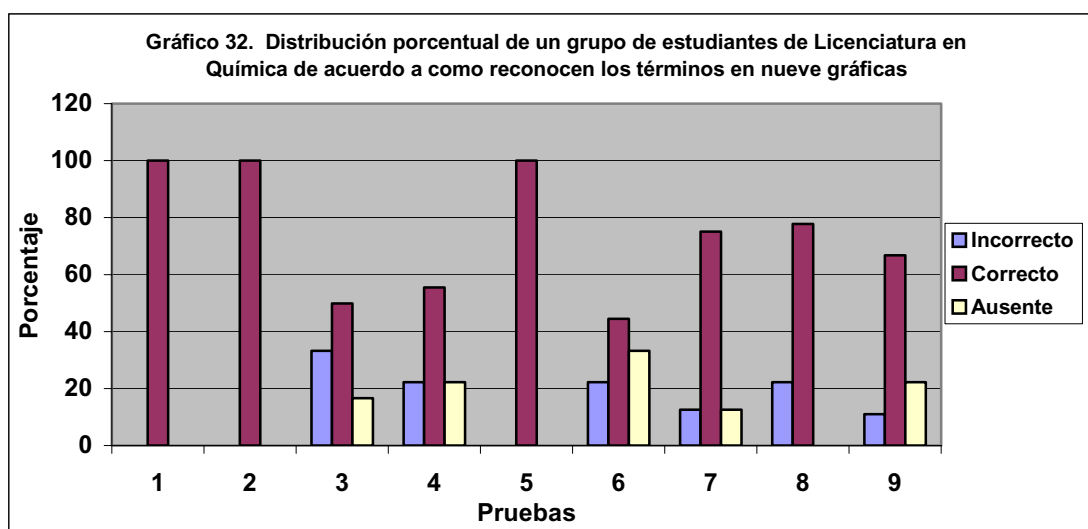


Estos resultados también permiten afirmar que las dificultades para realizar la operación de reconocimiento de términos pueden hacerse mayores cuando se trata de reconocer las unidades usadas en el gráfico y la tarea indicadora del reconocimiento requiere de una operación de conversión, como la que exige la comprensión de la equivalencia entre litros y centímetros cúbicos (prueba 3). Igualmente, los resultados muestran que al parecer el reconocimiento de unidades se dificulta cuando la tarea indicadora exige la comprensión de las limitaciones de la escala usada y cuando las unidades usadas no son las que usualmente se utilizan para referirse al fenómeno representado en la gráfica, como cuando se utilizan  $^{\circ}\text{C}$  en lugar de K (que es la unidad que usualmente se relaciona con el cero absoluto) en el caso en que la gráfica hace referencia al comportamiento de los gases (prueba 4).

Aunque es importante destacar que, a pesar de las dificultades que presentan los estudiantes para el reconocimiento de las unidades, para este grupo, el reconocimiento de las unidades usadas en los gráficos (1, 2, 4 y 5) es más fácil que el reconocimiento de términos que requieren de un esfuerzo interpretativo adicional (6, 7, 8 y 9). De otra parte, las diferencias observadas en los resultados de la aplicación de las pruebas 6 y 7

pueden indicar que un volumen alto de información en el interior del gráfico le facilita a este grupo la ejecución de la operación de reconocimiento de términos.

En el **grupo de Licenciatura en Química**, Los resultados muestran que, de manera global este grupo no presenta grandes dificultades para reconocer los términos incluidos en las gráficas cartesianas, ya que en todas las pruebas, el porcentaje de respuestas correctas es el mayor. Aunque, se puede afirmar que los factores que pueden dificultarle a este grupo a ejecución de la operación de reconocimiento de términos son los mismos reportados para el grupo de Diplomatura en Educación. Es decir, dicha operación se hace más difícil cuando al tratarse la operación de reconocer unidades, la tarea indicadora requiere de la conversión entre unidades, para comprender ciertas equivalencias (prueba 3) y cuando dichas unidades no son las que generalmente se usan para referirse al fenómeno representado en la gráfica (prueba 4 o 2A) (véase la gráfica 32).



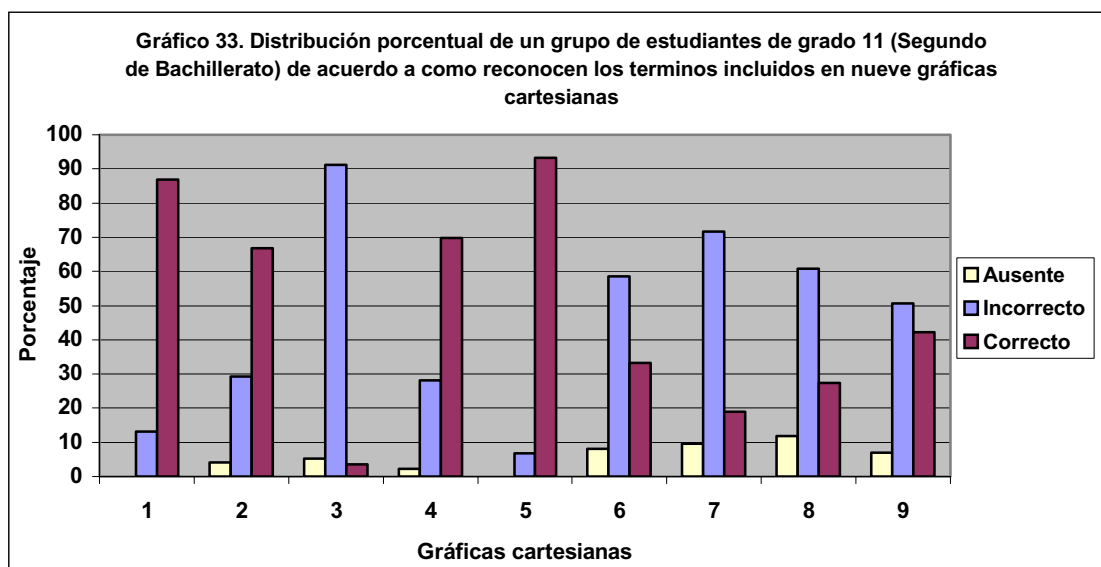
Por otra parte, a este grupo de la misma forma que ocurre en el grupo de Diplomatura en Educación Primaria, el reconocimiento de las unidades utilizadas en los gráficos cartesianos se le dificulta menos que el reconocimiento de términos que requieren esfuerzo interpretativo adicional. Por último, es interesante observar que en este grupo no se conserva la tendencia que relaciona las dificultades para reconocer los términos incluidos en la grafica con un bajo volumen de información en el interior del gráfico (prueba 7).

Los resultados **del grupo de estudiantes de Bachillerato** muestra que este grupo presenta grandes dificultades para reconocer los términos incluidos en la gráfica, aunque estas son menores que las presentadas por el grupo de Diplomatura en Educación. Así, mientras en cuatro pruebas (1, 2, 4 y 5) el porcentaje respuestas correctas es el mayor, en cinco de ellas (3, 6, 7, 8 y 9) el mayor es el porcentaje de respuestas incorrectas (véase la gráfica 33).

Los resultados obtenidos por este grupo también permiten afirmar que el comportamiento de sus repuestas es similar al mostrado por los otros dos grupos. Así, para este grupo el reconocimiento de las unidades usadas en los gráficos (pruebas 1, 2, 4 y 5) es más fácil que el reconocimiento de otros términos que requieren de un esfuerzo interpretativo adicional (pruebas 6, 7, 8 y 9); aunque este grupo sigue teniendo problemas para reconocer las unidades cuando se requiere de la conversión de unidades (prueba 3). Estas diferencias en la dificultad planteada por las diversas tareas indicadoras puede deberse a que el reconocimiento de términos diferentes a las unidades usadas en la gráfica, requiere de ponerlos en relación con los otros elementos informativos incluidos en ella y por lo tanto de un mayor esfuerzo cognitivo. Además, es importante decir que estas diferencias en la dificultad de las tareas ya han sido reportadas en otros estudios (Lave 1988).

Por otro lado, las diferencias entre los resultados de las pruebas 6 y 7, muestran que en este grupo se conserva la tendencia observada en el grupo de Diplomatura, sobre la influencia positiva de una alto volumen de información en el interior del gráfico sobre la ejecución de la operación de reconocimiento de los términos incluidos en él.

En general, las dificultades que presentan los estudiantes de los tres grupos para reconocer los términos cuando éstos corresponden a unidades pueden ser debidas a que los temas de construcción de escalas y de manejo de unidades generalmente se dan por sabidos en los currículos de ciencias (Lenihard, Zalavsky y Stein 1990).



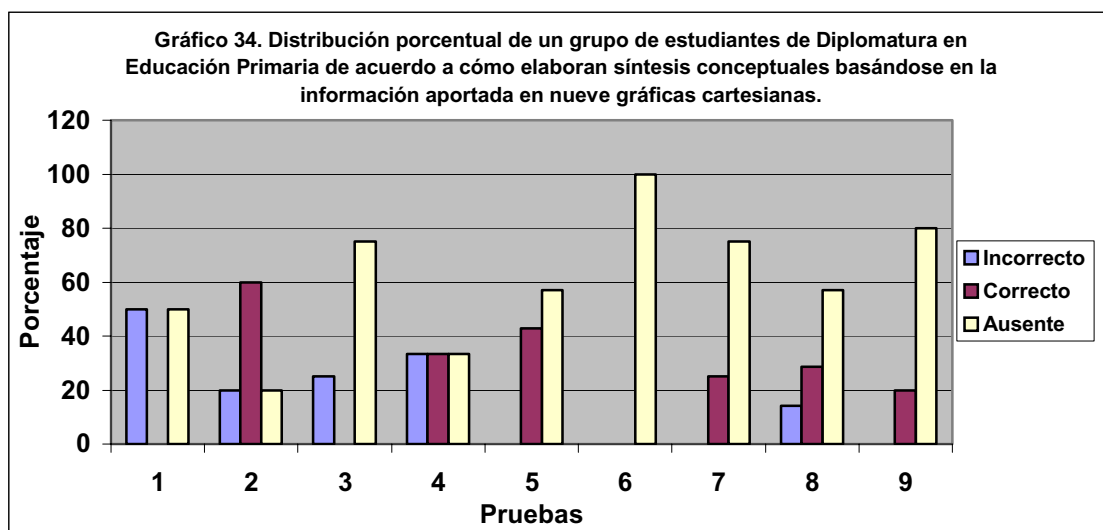
Igualmente, estas dificultades pueden estar relacionadas con el hecho de que la conversión de unidades sea una operación de conversión de representaciones en el que se requiere del conocimiento del significado de cada elemento significativo de la representación y, en este caso particular, de la relación entre de dos tipos de unidades, centímetros cúbicos y litros, así como de las reglas propias de las operaciones que involucran potencias.

### 7.1.3. Sobre la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual

- Sobre la elaboración de síntesis conceptuales

Los resultados obtenidos por **el grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria** muestran que este grupo presenta grandes dificultades para elaborar síntesis conceptuales a partir de la información aportada por una gráfico cartesiano (véase la gráfica 34).

Así puede observarse que sólo en dos de las pruebas (2 y 4) el porcentaje respuestas correctas es el mayor, y que, en las 7 pruebas restantes el porcentaje de respuestas en blanco oscila entre el 50 % y el 100 %.

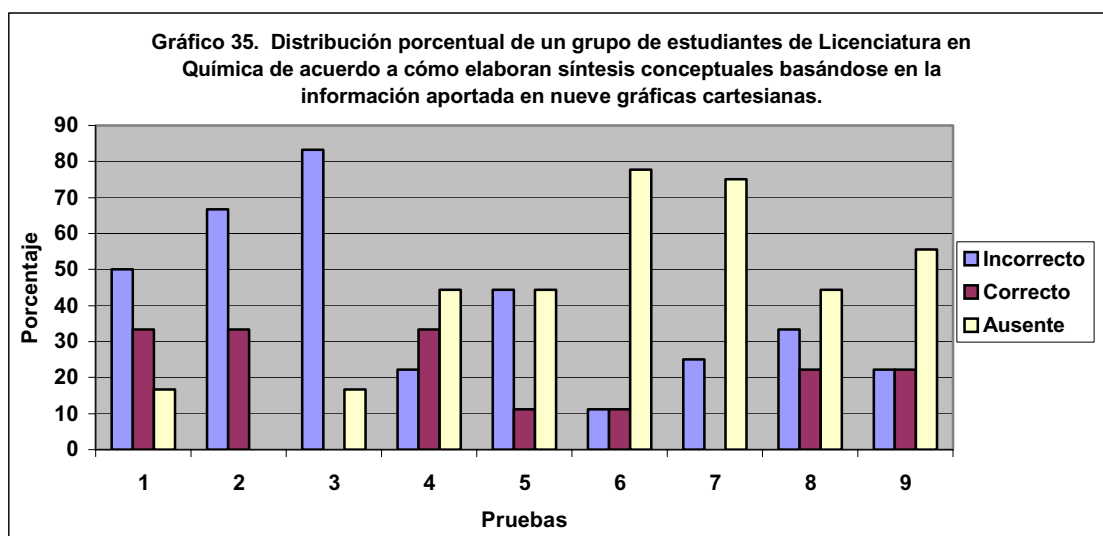


A partir de estos resultados también se puede afirmar que las dificultades que presentan los estudiantes para elaborar síntesis conceptuales a partir de la información proporcionada por las gráficas cartesianas pueden ser acentuadas cuando intervienen los siguientes factores: el uso de dos gráficas en lugar de una para la ejecución de la operación (pruebas 1, y 7), la inclusión de más de una línea dentro del espacio gráfico (pruebas, 6, 7, 8 y 9) y que la gráfica presente un uso didáctico instrumental aportando elementos como tablas y montajes experimentales (pruebas 3). Esto último puede suceder porque el suministro de información de forma distribuida (no compacta o sintética), puede dificultar la abstracción necesaria que conduzca a la conclusión.

Por otra parte puede afirmarse que las dificultades que presentan los estudiantes de este grupo para elaborar síntesis conceptuales pueden aminorarse cuando la gráfica tiene un uso didáctico problemático. Esto puede ocurrir porque, tal vez la información aportada por el enunciado del problema presenta de manera agrupada (o compacta) e implícita la información acerca de las relaciones entre las variables, los fenómenos referidos y las condiciones en las que se presenta la relación expuesta en la gráfica.

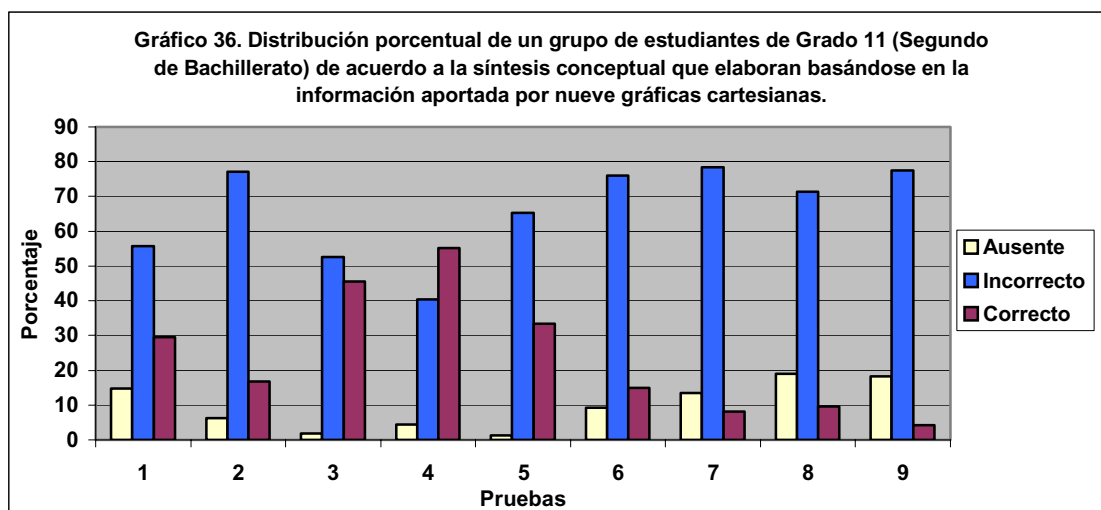
El análisis de los resultados del **grupo de estudiantes de Licenciatura en Química** permite afirmar que este grupo también presenta fuertes dificultades para elaborar síntesis conceptuales a partir de la información aportada por una gráfica cartesiana, aunque estas son menores que las mostradas por el grupo de Diplomatura en

Educación Primaria. Así, los resultados de este grupo muestran que en ninguna de las pruebas el porcentaje de respuestas correctas es el mayor, y que, en cinco de ellas (4, 6, 7, 8 y 9) el mayor es el porcentaje de respuestas en blanco. Además estos resultados permiten afirmar que, para este grupo de Licenciatura las dificultades presentadas para la elaboración de síntesis conceptuales pueden acentuarse por ciertas características de las gráficas como: el uso de dos gráficas en lugar de una para el análisis (pruebas 1, y 7), la inclusión de más de una línea en el espacio gráfico (pruebas, 6, 7, 8 y 9) y el uso didáctico instrumental del gráfico (prueba 3) (véase la gráfica 35).



De igual manera este análisis permite afirmar que el uso didáctico problemático de la gráfica (prueba 2), puede facilitar a los estudiantes de este grupo la ejecución de la operación de elaboración de síntesis conceptuales a partir de información gráfica.

Los resultados obtenidos por **el grupo de estudiantes de Bachillerato** muestran que este grupo también presenta grandes dificultades para elaborar síntesis conceptuales a partir de la información aportada por una representación gráfica cartesiana, aunque sus estudiantes prefieren dar respuestas incorrectas a las cuestiones antes dejar en blanco dichas respuestas, actitud que puede ser interpretada como una mayor disposición a tomar el riesgo cognitivo de los estudiantes más jóvenes (véase la gráfica 36).



Así puede observarse cómo para este grupo sólo en la prueba 4 el porcentaje respuestas correctas es el mayor y que en las restantes ocho pruebas el mayor es el porcentaje respuestas incorrectas, aunque en dos de ellas (3 y 5) el porcentaje de respuestas correctas sea significativo (45 % y 33 % respectivamente)

A partir de estos resultados también se puede afirmar que para este grupo de estudiantes es más fácil elaborar síntesis conceptuales a partir de gráficos que refieren relaciones proporcionales directas o indirectas simples (pruebas 1 a 5), que cuando la elaboración de la síntesis conceptual requiere de un razonamiento de segundo orden en el que se deben emplear conceptos diferentes a las variables incluidas en el gráfico (pruebas 6, 7, 8 y 9). Es importante decir que, esta tendencia también se puede observar en los otros dos grupos de estudiantes aunque no de manera muy clara.

Así mismo, los resultados de la prueba 2 muestran que para este grupo el uso didáctico problemático del gráfico podría aumentar las dificultades de este grupo para elaborar síntesis conceptuales a partir del gráfico.

Por otra parte y por el contrario de lo que sucede en los otros grupos, se puede observar que la diferencia entre los resultados de la prueba 3 y los de las pruebas 1 y 2, podría indicar el uso didáctico instrumental del gráfico no dificulta a los estudiantes de este grupo elaborar síntesis conceptuales a partir de la información aportada por el gráfico.

En general, las diferencias que se presentan entre los grupos en la ejecución de la tarea de elaboración de síntesis conceptuales, puede reflejar diferencias en el tipo de prácticas de construcción e interpretación de gráficas llevadas a cabo por ellos. Por otro parte, el que los estudiantes de Bachillerato presenten mayores dificultades para llevar a cabo esta operación cuando la gráfica tiene un uso didáctico problemático puede reflejar su menor capacidad de síntesis, tal vez debida a su mayor juventud.

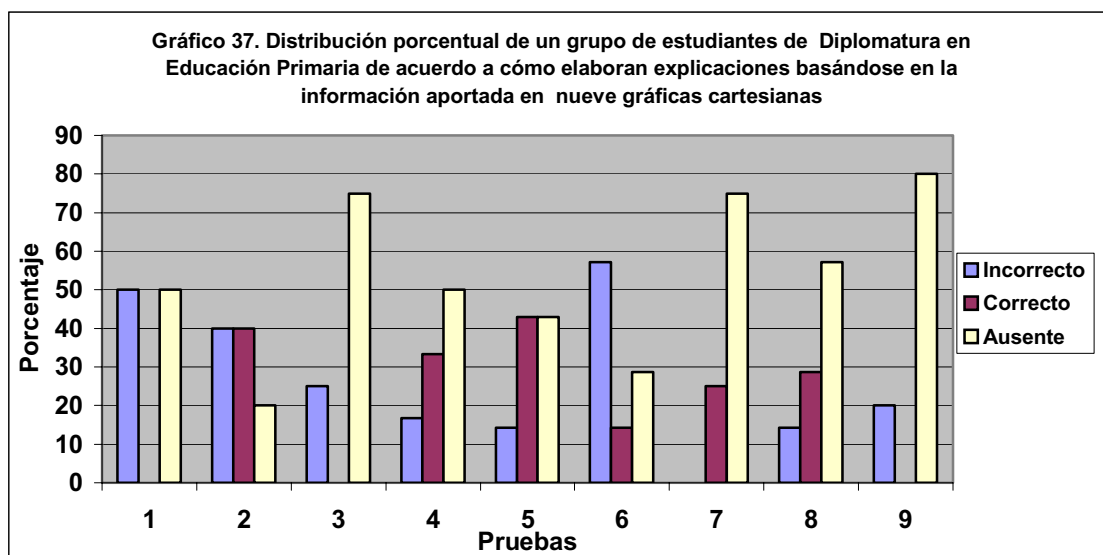
Desde la perspectiva complementaria, los resultados negativos que en general han presentado los tres grupos en la ejecución de esta operación pueden ser debidos a que los estudiantes no han desarrollado suficientemente sus capacidades de abstracción para poder percibir adecuadamente las tendencias y los patrones mostrados en las gráficas (Guthrie, weber y Kimmerley 1993). Así mismo, estos resultados pueden deberse también a las limitaciones del lenguaje gráfico en términos de la cantidad de abstracción que puede ser usada al emplearlo (Wilkin 1997).

Por último, las dificultades que presentan los estudiantes para elaborar síntesis conceptuales cuando se enfrentan al análisis de dos gráficas simultáneamente, o al análisis de una gráfica que incluye más de una línea; (lo que equivale a ofrecer dos gráficas fusionadas), pueden deberse a que este tipo de tarea es una de las más difíciles cuando se interpretan gráficas cartesianas (McKenzie y Padilla 1986; Padilla, McKenzie y Shawn 1986).

- Sobre la elaboración de explicaciones

Los resultados del **grupo de estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria** muestran que este grupo presenta grandes dificultades para elaborar explicaciones sobre una situación a partir de la información proporcionada por una grafica cartesiana. Así, en este grupo en cinco de las pruebas es el porcentaje de respuestas en blanco es el mayor (3, 4, 7, 8 y 9) y sólo en dos de ellas (2 y 5) el porcentaje de respuestas correctas es igual al de respuestas incorrectas (alrededor del 40 %) (véase la gráfica 37).





Los resultados obtenidos para este grupo en las pruebas 2, 4 y 5 pueden indicar que para sus estudiantes la operación de elaborar explicaciones es más fácil si la gráfica propone una línea recta y expone una relación directa entre las dos variables o entre una variable y el inverso de la otra.

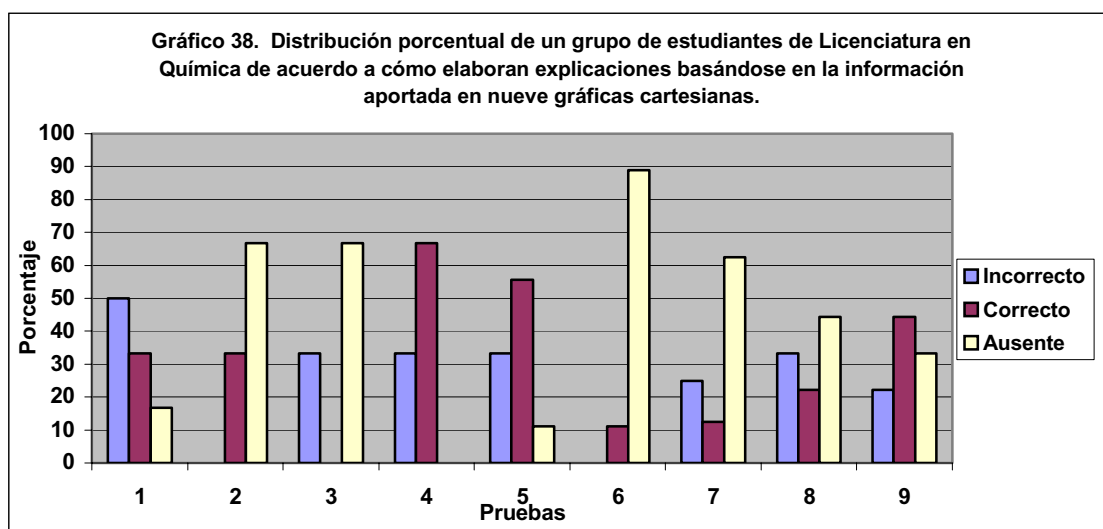
Por otro lado, los resultados de este grupo en las pruebas 1 y 7 pueden indicar que factores como: el análisis simultaneo de dos gráficas por su complejidad y la naturaleza curva de las líneas gráficas por su menor congruencia con las expresiones algebraicas, le dificultan a sus estudiantes el uso de la información gráfica para elaborar explicaciones acerca de situaciones relacionadas con la misma.

Por otra parte, los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la prueba 3 pueden indicar que factores como: la forma curva de la línea gráfica, la naturaleza inversamente proporcional de la relación expuesta y una posible fijación del contexto experimental de la información, pueden dificultarle a este grupo la ejecución de la operación de elaboración de explicaciones a partir de la información gráfica.

Por último, los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 8 y 9 pueden estar mostrando que la inclusión de más de una línea dentro del espacio gráfico y, en particular, cuando las líneas incluidas no son paralelas, pueden dificultarle la ejecución de la operación de elaboración de explicaciones sobre una situación usando la información de la gráfica cartesiana.

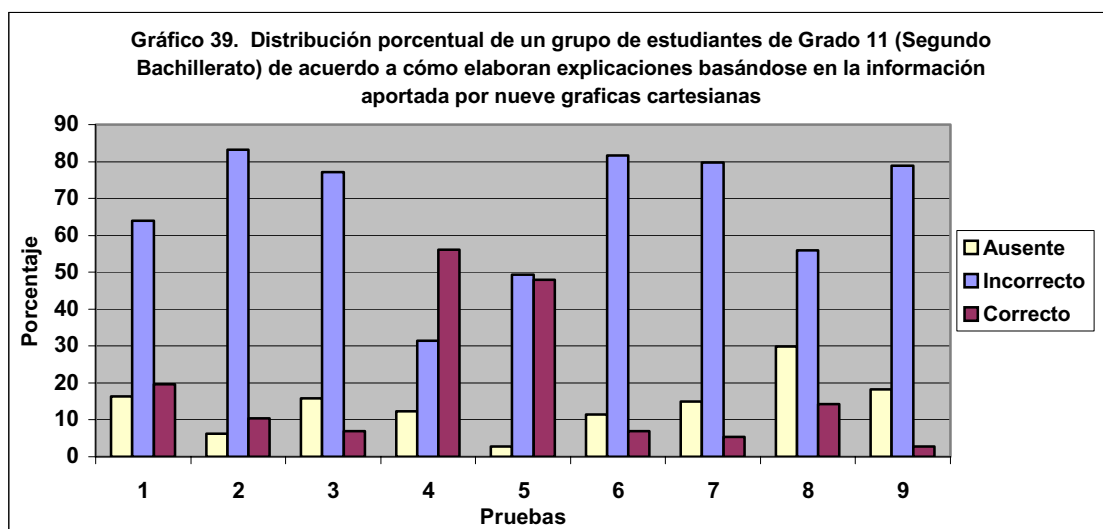
Los resultados obtenidos por el grupo de los estudiantes de Licenciatura en Química muestran que este grupo también presenta serias dificultades para elaborar explicaciones acerca de una situación, haciendo uso de la información proporcionada por una representación gráfica cartesiana.

Así, se puede observar que mientras en cinco de las pruebas el porcentaje de respuestas en blanco es el mayor (2, 3, 6, 7 y 8), y en una de ellas el porcentaje de respuestas correctas es nulo (3), sólo en tres de ellas (4, 5 y 9) es mayor el porcentaje de respuestas correctas (véase la gráfica 38).



Los resultados observados a partir de la aplicación de las pruebas 4 y 5 al igual que las diferencias encontradas entre los resultados de la prueba 3 y los resultados obtenidos en las pruebas 1 y 2, muestran que, para este grupo como pasa con el grupo de Diplomatura, factores como la forma recta de las líneas y la exposición de una relación directa entre las variables (o entre una de las variables y el inverso de la otra), disminuyen las dificultades para la ejecución de la operación de elaboración de explicaciones a partir de las representaciones gráficas. Por otro lado, los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas 6 y 7 pueden indicar que combinar la inclusión de más de una línea en el espacio gráfico con la forma curva de dichas líneas, puede dificultar a los estudiantes de este grupo la realización de la misma operación.

Los resultados obtenidos por el **grupo de estudiantes de Bachillerato** muestran que este grupo también presenta fuertes dificultades para elaborar explicaciones sobre una situación a partir de la información proporcionada por una gráfica cartesiana relacionada con esta situación. Así, mientras el porcentaje de respuestas incorrectas es el mayor en ocho de las pruebas, sólo, en la prueba 4 el porcentaje de respuestas correctas es el mayor y, en la prueba 5 este es similar al de respuestas incorrectas (véase la gráfica 39). Por otra parte, las pequeñas diferencias en los resultados de las pruebas 1, 2 y 3 pueden indicar que, cuando la relación entre las variables es inversamente proporcional, la forma de la línea gráfica no influye en la ejecución que hace este grupo de la operación de elaboración de explicaciones.



Los resultados de las pruebas 4 y 5 muestran cómo al igual que en los otros dos grupos investigados, las líneas rectas y la naturaleza directamente proporcional de la relación expuesta en la gráfica, favorecen la ejecución que hace el grupo de Bachillerato de la operación de elaboración de explicaciones.

En general, el que los tres grupos investigados presenten serias dificultades para explicar una situación a partir de la información proporcionada por una representación gráfica puede deberse a dos razones. En primer lugar, pueden deberse a que la ejecución de esta operación en particular requiere de la transferencia de los conceptos

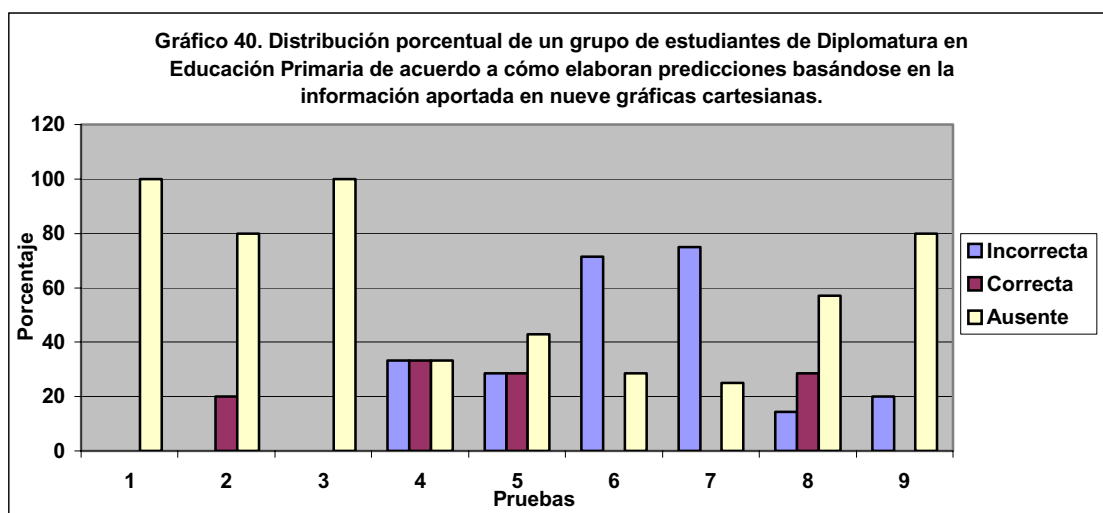
representados desde un contexto específico (la gráfica) a otro contexto (la situación a explicar), y a que esta transferencia implica la conversión de representaciones.

Esta inferencia concuerda con lo reportado por Duval (1998ab) quien afirma que la mayoría de las prácticas educativas realizadas por los estudiantes se centran en la formación y el tratamiento de las representaciones dejando de lado la realización de actividades de conversión entre ellas.

En segundo lugar, estos resultados también pueden estar relacionados con la ausencia de prácticas didácticas en las cuales se proponga el uso de las representaciones gráficas como instrumentos para facilitar la elaboración de explicaciones acerca de los fenómenos que interesan a la ciencia.

- Sobre la elaboración de predicciones

Los resultados obtenidos por **el grupo de Diplomatura en Educación Primaria** permiten afirmar que a este grupo se le dificulta en alto grado llevar a cabo la operación de elaborar predicciones a partir de la información aportada por un gráfico cartesiano. Así, mientras el porcentaje de respuestas en blanco es el mayor en seis de las pruebas (1, 2, 3, 5, 8 y 9) y el de respuestas incorrectas lo es en dos de ellas (6 y 7), sólo en una de las pruebas el porcentaje de respuestas correctas es igual al de respuestas incorrectas y respuestas en blanco (4) (véase la gráfica 40).

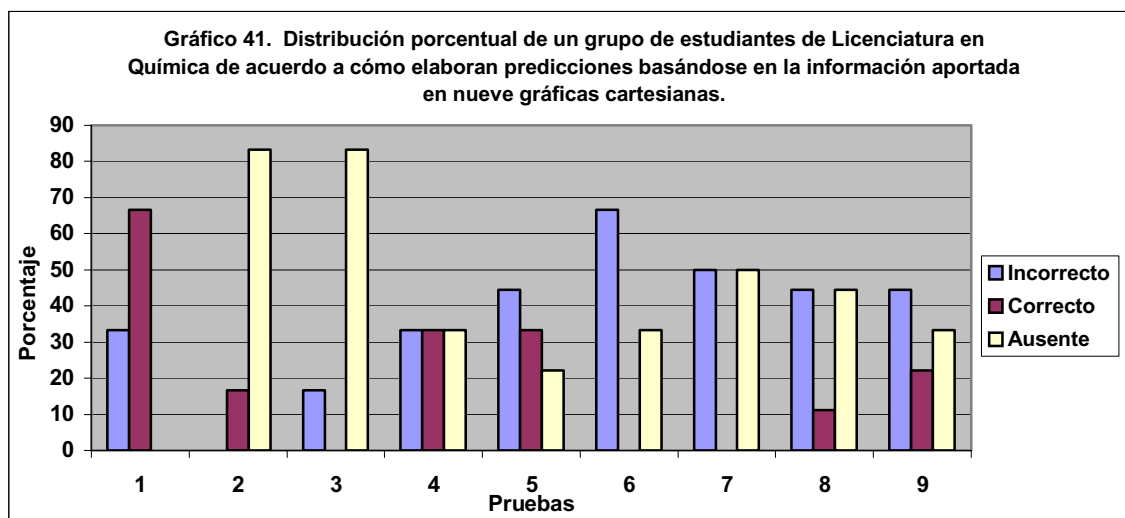


El análisis de estos resultados también permite afirmar que las dificultades de este grupo para ejecutar la operación de elaboración de predicciones disminuyen con el concurso de los siguientes factores: la relación expuesta es directamente proporcional, la línea gráfica es recta y la tarea indicadora requiere sólo del reconocimiento de la ecuación que expresa la relación expuesta en la gráfica y su posterior uso para calcular los valores tomados por las variables (pruebas 2, 4, 5). De la misma forma, los resultados parecen mostrar que la naturaleza inversamente proporcional de la relación y la forma curva de la línea gráfica, dificultan la ejecución de la misma operación cuando la tarea indicadora consiste en calcular el valor de las variables en un sistema a partir del uso de una expresión algebraica (pruebas 1 y 3).

Por otra parte, los resultados de las pruebas 6 y 7 muestran que para este grupo la tarea indicadora de estimar el valor de un parámetro que depende del valor tomado por una de las variables, es más difícil que la tarea indicadora que sólo requiere de la aplicación directa de una expresión algebraica (pruebas 2, 4, y 5). Así mismo, los resultados de las pruebas 8 y 9 parecen mostrar que, la tarea indicadora que requiere del uso de la analogía a partir de la lectura global de la gráfica, es más fácil que la que requiere de la comparación del valor estimado de un parámetro relacionado con los valores de una de las variables (pruebas 6 y 7), pero que, por el contrario, es más difícil que la que requiere de la estimación del valor de la variable (pruebas 4 y 5) o del uso directo de la expresión algebraica para determinar el valor de una de las variables (prueba 2).

Finalmente, los resultados obtenidos en las pruebas 8 y 9 muestran cómo para este grupo un mayor volumen de información en el exterior del gráfico parece favorecer la transferencia de información necesaria para llevar a cabo la analogía requerida en la elaboración correcta de la predicción.

Los resultados obtenidos por **el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química** muestran que este grupo presenta grandes dificultades para elaborar predicciones a partir de la información proporcionada por un gráfico cartesiano. Así, mientras en cinco de las pruebas el mayor porcentaje corresponde a las respuestas incorrectas (5, 6, 7, 8 y 9) y en dos de ellas al de respuestas en blanco (2 y 3), sólo en la prueba 1 el porcentaje de respuestas correctas es el mayor (véase la gráfica 41).



El análisis de estos resultados muestra que este grupo presenta tendencias muy similares a las expuestas por los estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria. Así, condiciones como la naturaleza directamente proporcional de la relación representada (pruebas 4 y 5) y la forma recta de la línea gráfica (pruebas 2, 4 y 5) también parecen facilitarle a este grupo la ejecución de la operación de predicción. Así mismo y por el contrario, condiciones como la naturaleza inversamente proporcional de las gráficas, combinada con la forma curva de la línea (prueba 3), podrían dificultarle la ejecución de esta operación.

También al igual que en el grupo de estudiantes de la Diplomatura, los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 6 y 7 muestran que la tarea indicadora de comparar los valores estimados de un parámetro que depende del valor asignado a una de las variables, es más difícil que la de estimar el valor de la variable o la de determinarlo a partir de la aplicación de una expresión algebraica.

Igualmente, para los estudiantes de la Licenciatura en Química los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas 8 y 9 muestran que la tarea indicadora de la predicción que requiere del uso de una analogía global a partir de la gráfica, es más fácil que la tarea indicadora en la que se requiere de la comparación de valores de parámetros relacionados con los valores de las variables (pruebas 6 y 7). Así mismo, los resultados muestran que esta misma tarea es más difícil que la de estimar el valor de la variable (pruebas 4 y 5) o la de determinarlo (prueba 2), cuando se requiere la

utilización directa de la expresión algebraica y cuando la relación expuesta es directamente proporcional.

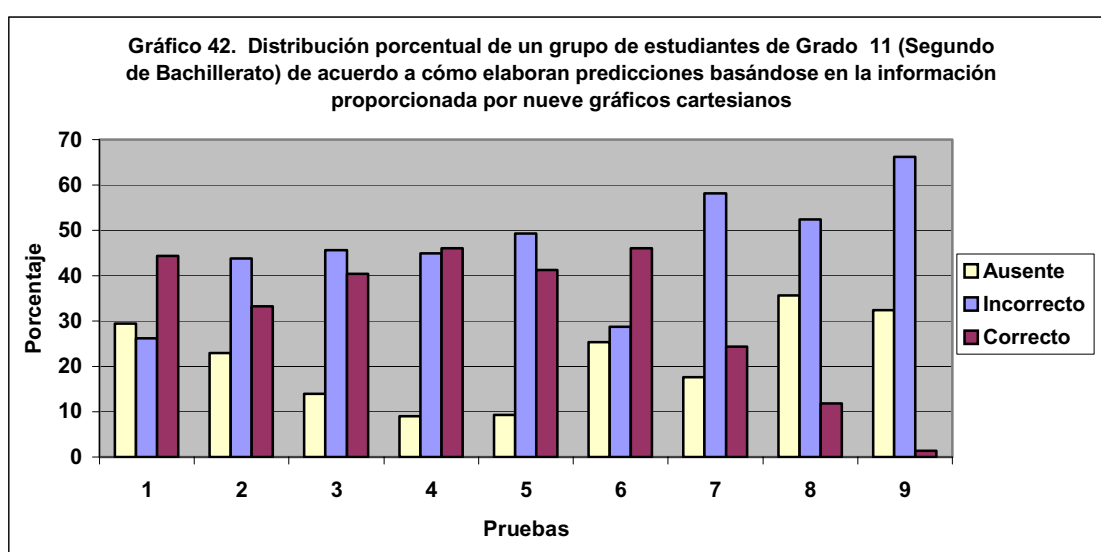
Por otro lado, los resultados obtenidos a partir de la aplicación de estas dos pruebas muestran cómo para este grupo de Licenciatura un menor volumen de información en el exterior de la gráfica parece facilitar la operación de elaboración de predicciones, cuando la tarea indicadora de dicha operación requiere de realizar una analogía global. Esto podría estar asociado al mayor grado de generalización de los términos usados en el interior de la gráfica con poca información en su exterior que facilitaría la transferencia de la información necesaria para la realización de la operación de predicción.

Por último, es importante señalar que los resultados de la prueba 1, pueden indicar que los estudiantes de Licenciatura en Química podrían tener la capacidad de integrar en una síntesis las relaciones expuestas en dos gráficas, para utilizar esta información en la elaboración de predicciones. Esta capacidad puede ser consecuencia del entrenamiento específico en ciencias experimentales de este grupo y por ende de su mayor experiencia en prácticas relacionadas con las gráficas cartesianas.

Los resultados del **grupo de estudiantes de Bachillerato** muestran que este grupo tiene dificultades para elaborar predicciones basadas en la información proporcionada por las gráficas cartesianas pero, que estas son menores que las presentadas por los otros dos grupos. Así, cabe resaltar que mientras en seis de las pruebas el porcentaje de respuestas incorrectas es el mayor (2, 3, 5, 7, 8, y 9), sólo en tres de ellas (1, 4 y 6) el porcentaje de respuestas correctas lo es y que en otras tres este porcentaje de respuestas correctas es significativo (2, 3 y 5) (véase la gráfica 42).

El análisis de estos resultados permite observar que para este grupo es más fácil elaborar una predicción que exija la determinación del valor de una de las variables (pruebas 1, 2 y 3) o la estimación de su valor (pruebas 4 y 5) a través del uso de una expresión algebraica que cuando ésta requiere de la comparación del valor estimado de un parámetro que depende del valor tomado por una de las variables (pruebas 6 y 7).

Así mismo, los resultados obtenidos por este grupo en las pruebas 8 y 9 muestran que para sus estudiantes la tarea indicadora que requiere del uso de la analogía global a partir de la gráfica, es más difícil que la tarea que propone la comparación de parámetros relacionados con los valores de la variables (pruebas 6 y 7) o la que requiere de estimar el valor de una variable (pruebas 4 y 5) o de determinarlo (prueba 2), a través del uso directo de una expresión algebraica. Tal vez esta diferencia de dificultad pueda deberse a las características de las gráfica propuestas en las pruebas 8 y 9, como la inclusión de más de una línea, la forma curva de dichas líneas y la expresión de relaciones entre variables que no responden estrictamente a un patrón proporcional.



De forma general, que el grupo de Bachillerato sea el que haya obtenido los mejores resultados, pueden ser un índice de la calidad de los aprendizajes obtenidos por los estudiantes. Así, parece ser que una menor distancia en el tiempo entre los aprendizajes obtenidos y la utilización de los mismos puede facilitar la ejecución de las operaciones de elaboración de predicciones. Esto podría implicar que los aprendizajes logrados por los estudiantes son aprendizajes a corto plazo y que no pueden ser utilizados en situaciones futuras que requieran ejecutar la operación de elaboración de predicciones basadas en la información gráfica. Esto tal vez sea debido a una práctica educativa monoregistro que inhibe la transferencia de los aprendizajes a otras situaciones y su permanencia en la memoria de los estudiantes (Duval 1998b)



Por otro lado, que el análisis de los resultados muestre que la forma curva de las líneas gráficas, así como la naturaleza inversamente proporcional de la relación que exponen, dificultan la ejecución de la operación de elaboración de predicciones, puede estar relacionado con la necesidad de convertir la representación gráfica en una representación algebraica para llevar a cabo dicha operación.

Es decir, con la dificultad que representa el proceso de conversión de este tipo de gráficas en particular, y que, según Duval (1988b) presenta un mayor número de elementos significativos a tener en cuenta y es menos congruente con el registro algebraico que las gráficas con líneas rectas que exponen relaciones directamente proporcionales.

Por último, el hecho de que la estimación del valor de un parámetro relacionado con el valor de una de las variables sea para la mayoría de los estudiantes una tarea indicadora más difícil que estimar o determinar el valor de una de las variables, con ayuda de la utilización de expresiones algebraicas, o que realizar una analogía global para utilizar la gráfica como modelo para predecir el comportamiento de un fenómeno, pone de manifiesto que a los tres grupos de estudiantes investigados se les dificulta realizar predicciones que requieran de ir más allá del uso de la expresión algebraica que representa a la gráfica.

## **7.2. SOBRE LA RELACIÓN ENTRE EL USO DADO A LAS GRÁFICAS Y LA EJECUCIÓN GLOBAL ALCANZADA POR LOS ESTUDIANTES EN CADA UNO DE LOS NIVELES DE COMPRENSIÓN GRÁFICA**

En esta sección, en primer lugar se presentan los resultados correspondientes al estudio de la posible influencia del uso didáctico asignado a las gráficas cartesianas sobre la ejecución alcanzada por los estudiantes en cada uno de los niveles de comprensión de la información gráfica.

En segundo lugar, se exponen los resultados correspondientes al estudio de la posible influencia del uso científico de las gráficas en la ejecución global que presentan los estudiantes en cada uno de los niveles de comprensión de la información gráfica.

### **7.2.1. Sobre la relación entre el uso didáctico de las representaciones gráficas y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión gráfica**

Para determinar si el uso didáctico asignado a las gráficas influye en el grado de ejecución global que presentan los estudiantes de cada uno de los tres niveles de comprensión la información gráfica, inicialmente se comparan los valores de la media alcanzados por cada uno de los tres grupos experimentales (conformados de acuerdo al uso didáctico asignado a la gráfica) y luego se realiza una prueba ANOVA con el fin de determinar si estas diferencias son significativas.

Es importante aclarar que, en esta sección sólo se van a presentar los resultados correspondientes a los grupos de Licenciatura en Química y de Bachillerato, por ser estos grupos a los que se les aplicaron las pruebas corregidas y por lo tanto por ofrecer datos confiables para llevar a cabo análisis estadísticos posteriores.

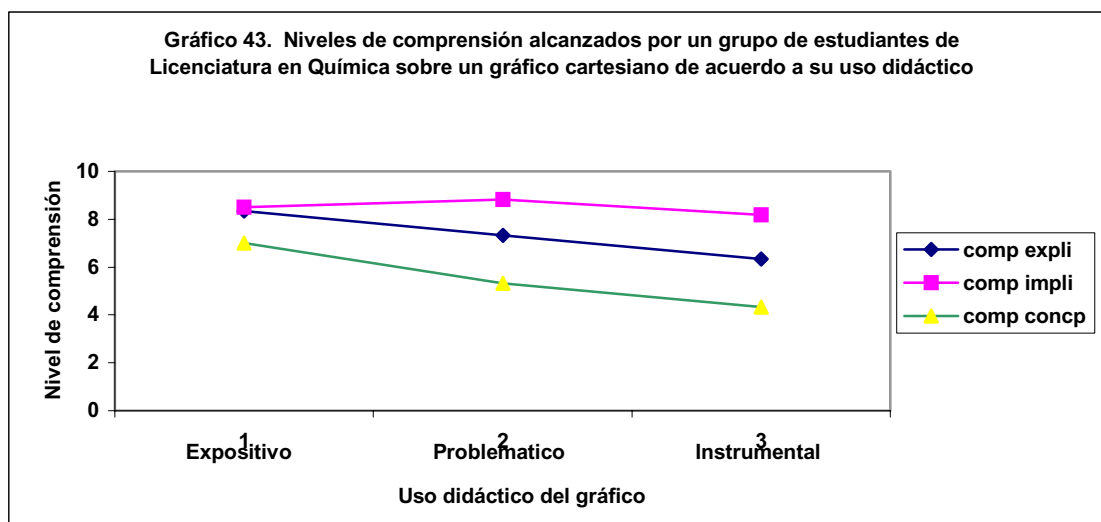
Los resultados observados en el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química, permiten afirmar que, el uso didáctico expositivo del gráfico influye positivamente en los niveles de comprensión explícita y conceptual, y que, que el uso didáctico instrumental lo hace negativamente.

Así, los resultados de este grupo muestran que aunque la comparación simple de medias indique que los niveles de comprensión explícita y conceptual se elevan cuando el uso didáctico de la gráfica es expositivo, y que, el nivel de comprensión implícita también lo haga cuando este uso es problemático; la prueba ANOVA muestra que dichas diferencias sólo son significativas para los niveles de comprensión explícita y conceptual ( $F = 4,5$ ,  $p = 0,029$  y  $F = 5,0$ ,  $p = 0,022$  respectivamente).

De otra parte la prueba “post hoc HSD de Tukey” pone de presente que estas diferencias sólo son significativas entre los grupos expositivo e instrumental para los mismo niveles de comprensión (explícita y conceptual) ( $I - J = 2,00$ ,  $p = 0,023$  y  $I - J = 2,67$ ,  $p = 0,018$  respectivamente) (véase la tabla 32 y la gráfica 43).

**Tabla 32. Cuadro de medias grupo de estudiantes de Licenciatura en Química: uso didáctico vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Uso didáctico			
Expositivo	8,33	8,50	7,00
Problemático	7,33	8,83	5,33
Instrumental	6,33	8,17	4,33



Los resultados de este grupo que muestran que el uso didáctico instrumental influye negativamente en su nivel de comprensión explícita pueden ser debidos a varias razones. Así, la forma no explícita en la que se presentan las variables en este tipo de gráficas, al igual que la forma curva de la línea gráfica, podrían dificultar la ejecución de la tarea de identificación de las variables. De igual manera, la forma curva y la naturaleza no ajustada de la línea gráfica podría dificultar a este grupo la ejecución de la tarea de extrapolación de datos.

Además, el que el uso didáctico de la gráfica sea instrumental puede generar un efecto de fijación del contexto, que le haría difícil al estudiante imaginar otros puntos en la gráfica, diferentes a los obtenidos en el contexto del experimento. Por último, el que la información ofrecida por una gráfica cartesiana, cuyo uso didáctico es instrumental, no sea presentada de forma sintética como en el enunciado de un problema y que, además, presente otros elementos informativos (contexto experimental, montaje, tablas de datos), son factores que pueden convertirse en obstáculos para que el estudiante

pueda abstraer, desde una mayor y más distribuida cantidad de información, aquélla que le sea útil para realizar asignar un título al gráfico.

Ahora bien, de forma general la influencia negativa del uso didáctico instrumental en el nivel de comprensión explícita del grupo de Licenciatura, puede deberse a otros factores más propios de la enseñanza de las representaciones gráficas que de las características de las mismas gráficas. Así, en primer lugar, este resultado podría deberse a la poca importancia que tal vez se le asigna a las tareas que componen el nivel de comprensión explícito cuando se usan representaciones gráficas dentro de un proceso experimental. Es decir, a que no se dedica tiempo suficiente para distinguir en ellas la variable dependiente de la independiente, para realizar ejercicios de extrapolación y lectura de datos o para proponer y discutir un título adecuado para la gráfica. En segundo lugar, dichos resultados también podrían deberse a que las prácticas didácticas usadas en las clases de ciencias de este grupo solo comprendan la identificación de las variables desde expresiones algebraicas y no desde representaciones gráficas cartesianas.

Por otro lado, la influencia positiva del uso didáctico expositivo de la gráfica en el nivel de comprensión explícita de este grupo puede explicarse por varias razones. Así, quizás la forma explícita en que se clasifican las variables en el texto adjunto a la gráfica de uso expositivo (se escribe  $P$  en función de  $V$ ) facilita la tarea de identificación de las variables por parte de los estudiantes. Además, la forma recta y ajustada de la línea en una de las gráficas, pueden facilitar la ejecución de la tarea de extrapolación de datos. Así mismo, el título que acompaña al texto en el cual se inserta la gráfica de uso didáctico expositivo puede facilitar al estudiante la abstracción necesaria para la ejecución de la operación de asignar un título a la gráfica.

De otra parte, el que en este grupo el nivel de comprensión conceptual esté relacionado negativamente con el uso didáctico instrumental del gráfico y que, por el contrario esté relacionado positivamente con el uso didáctico expositivo del gráfico, podría ser explicado por un grupo de factores. Así, la naturaleza no ajustada y la forma curva de la gráfica de uso didáctico instrumental dificultarían la operación de conversión de representaciones desde la representación gráfica hacia las expresiones algebraicas o los enunciados, que faciliten a su vez la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual. Esto en razón de que dichas

características oscurecen los elementos significativos a coordinar en los dos tipos de representaciones, e igualmente aumentan su número. Por otra parte, el uso didáctico instrumental del gráfico puede generar una fijación del aprendizaje al contexto, lo que dificultaría a los estudiantes la transferencia de la información necesaria para elaborar predicciones y explicaciones acerca de otras situaciones, utilizando la información obtenida a partir del gráfico cartesiano.

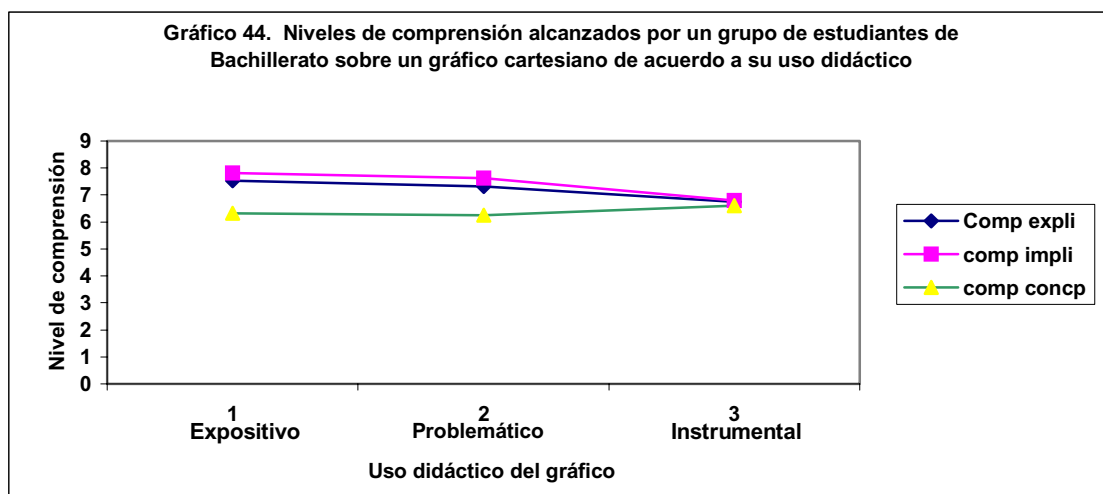
Los resultados para el grupo de Bachillerato muestran que el nivel de comprensión implícito está influido de forma negativa por el uso didáctico instrumental del gráfico, y de forma positiva por los usos didácticos expositivo y problemático (véase la tabla 33 y la gráfica 44).

**Tabla 33. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Bachillerato: uso didáctico vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
<b>Uso didáctico</b>			
<b>Expositivo</b>	7,45	7,85	6,32
<b>Problemático</b>	7,31	7,62	6,25
<b>Instrumental</b>	6,75	6,80	6,61

Así, los resultados de este grupo muestran que aunque la comparación simple de medias indique que los niveles de comprensión explícita e implícita suben cuando el uso didáctico de la gráfica es expositivo, y que esto también sucede con el nivel de comprensión conceptual cuando el uso didáctico de la gráfica es instrumental; la prueba ANOVA muestra que las diferencias de medias sólo son significativas cuando se refieren al nivel de comprensión implícita ( $F = 17,123$ ,  $p = 0,000$ ).

Así mismo, la prueba “post hoc HSD de Tukey” muestra que dicha diferencia es significativa en el nivel de comprensión implícita sólo entre el grupo uso didáctico instrumental y los grupos uso didáctico problemático y uso didáctico expositivo ( $I - J = 0,8180$  y  $I - J = 1,045$ ,  $p = 0,000$  en ambos casos), siendo mayor la diferencia entre el grupo instrumental y el grupo expositivo.



Los resultados sobre la influencia negativa del uso didáctico instrumental del gráfico en el nivel de comprensión implícito, y positiva de los otros dos usos didácticos del gráfico sobre este mismo nivel de comprensión que muestran los resultados del grupo de Bachillerato puede deberse a varios factores. En primer lugar, algunas características de la gráfica instrumental como sus líneas curvas o su naturaleza no ajustada podrían dificultar la operación de conversión de representaciones necesaria para identificar la relación a través de la expresión algebraica más adecuada, que es una operación propia del nivel de comprensión implícita. Esto podría deberse a la mayor complejidad de las líneas gráficas curvas para llevar a cabo dichas conversiones (Duval 1998).

En segundo lugar, estas mismas características de las gráficas podrían dificultar al estudiante la clasificación de la relación como inversamente proporcional, tal vez porque ellos asocian de forma equivocada el término proporcional a una forma recta de la línea gráfica y, a la pendiente de una línea gráfica con la pendiente de la recta. Es decir, tal vez los estudiantes no tienen claridad sobre el significado de los elementos significativos de ambos tipos de representaciones. Esta ausencia de claridad en el significado de los términos haría muy difícil poner en correspondencia las dos representaciones incongruentes y coordinarlas para realizar la conversión requerida. En tercer lugar, el que la gráfica instrumental presente unidades que requieran ser convertidas para ser reconocidas puede dificultar su reconocimiento por parte de los estudiantes, operación que hace parte del nivel de comprensión implícita.

Finalmente, de forma general estos resultados pueden haber sido generados por la inexperiencia de los dos grupos de estudiantes en tareas de interpretación de gráficas de uso didáctico instrumental. O lo que es lo mismo, por la poca o inadecuada utilización de las representaciones gráficas como instrumentos de predicción y explicación en el marco de trabajos prácticos. También se podría argumentar que el uso mucho más frecuentemente en los libros de texto de las gráficas expositivas o problemáticas, que de las de tipo instrumental, podría dificultar a los estudiantes la interpretación de este último tipo de gráficas.

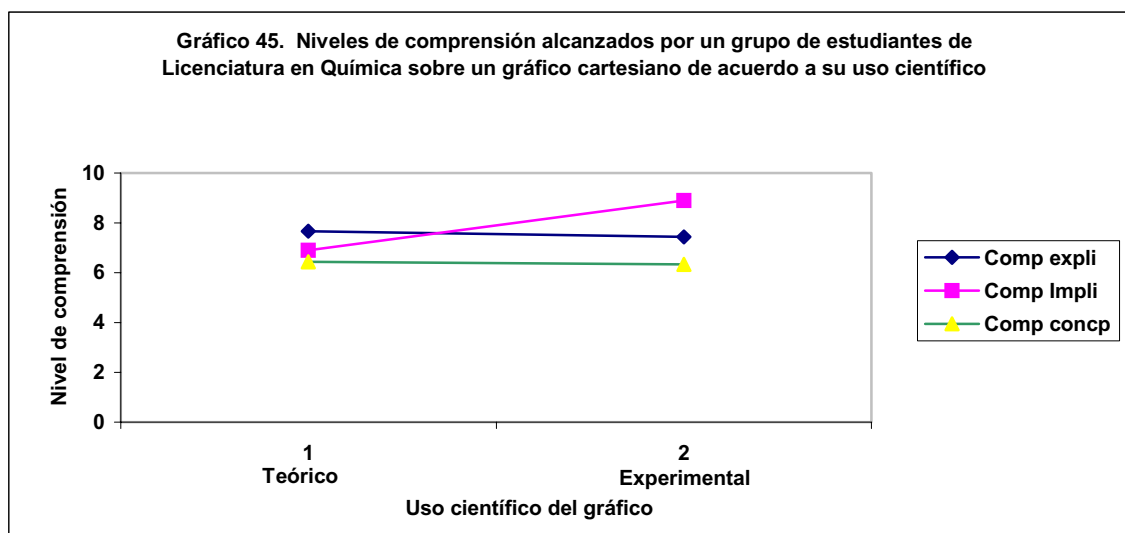
### **7.2.2. Sobre la relación entre el uso científico de las representaciones gráficas y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión gráfica**

Los resultados del grupo de estudiantes de Licenciatura en Química permiten afirmar que el uso científico experimental de la gráfica influye positivamente en el nivel de comprensión implícita que presenta este grupo (véanse la tabla 34 y la gráfica 45).

**Tabla 34. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Licenciatura en Química: uso científico vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Uso científico			
Teórico	7,67	6,89	6,44
Experimental	7,44	8,89	6,33

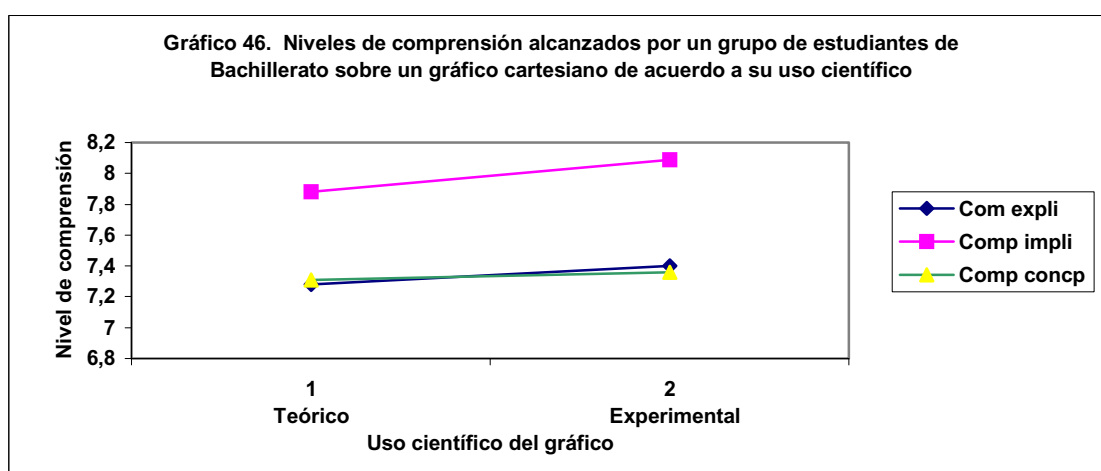
Así, estos resultados muestran que, aunque la comparación simple de medias indique que los niveles de comprensión explícito y conceptual se elevan cuando el uso científico de la gráfica es teórico, y que, el nivel de comprensión implícito también sube cuando el uso científico de la gráfica es experimental; la prueba t de Student señala que estas diferencias sólo son significativas para el nivel de comprensión implícita ( $t = -6,085$ ,  $p = 0,000$ ) y que no lo son para los niveles de comprensión explícita o conceptual ( $t = 0,400$ ,  $p = 0,694$  y  $t = 0,133$ ,  $p = 0,896$ ).



Los resultados del grupo de Bachillerato permiten afirmar que su comprensión de la gráfica no está influida, en ninguno de sus niveles, por el uso científico de las gráficas (véanse la tabla 35 y la gráfica 46).

**Tabla 35. Cuadro de medias Grupo estudiantes de Bachillerato: uso científico vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLICITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Uso científico			
Teórico	7,28	7,88	7,31
Experimental	7,40	8,09	7,36





Estos resultados muestran que a pesar de que la comparación simple de medias indique que los niveles de comprensión explícita, implícita y conceptual suben cuando el uso científico de la gráfica es experimental, la prueba t de Student muestra que éstas diferencias no son significativas en los tres niveles de comprensión ( $t = -0,725$ ,  $p = 0,470$  ;  $t = -1,628$ ,  $p = 0,105$  ;  $t = 0,138$ ,  $p = 0,891$  para los niveles explícito, implícito y conceptual, respectivamente).

La influencia positiva del uso científico experimental de la gráfica en el nivel de comprensión implícita del grupo de Licenciatura en Química, pueden deberse a varios factores.

En primer lugar, este grupo de estudiantes por su formación específica puede estar capacitado para usar los datos adjuntos al gráfico y reemplazarlos en las diferentes opciones de expresiones algebraicas que se les proponen, y así poder ejecutar mejor la tarea de identificar la relación con la expresión algebraica más adecuada.

En segundo lugar, el uso de los datos puede haber facilitado a este grupo de estudiantes la determinación de la clase de relación proporcional que se presenta entre las variables.

En tercer lugar, la utilización de tablas de datos podría permitirle a los estudiantes de este grupo poner en relación los valores propuestos en las tablas y las unidades utilizadas en el gráfico, con lo cual se facilita el reconocimiento de estas últimas y la construcción de su significado.

Por último, es importante anotar que, tal vez, la mayor experiencia que puede tener este grupo de estudiantes en el manejo de representaciones gráficas acompañadas de un grupo de datos, en relación a la experiencia más limitada que puedan poseer los estudiantes de Bachillerato, podría hacer que para los estudiantes de Licenciatura en Química la presencia de grupos de datos junto a las gráficas a analizar, fuese significativa en su nivel de comprensión implícita.

### **7.3. SOBRE LA RELACIÓN ENTRE EL VOLUMEN DE INFORMACIÓN QUE CONTIENEN LAS GRÁFICAS Y EL GRADO DE EJECUCIÓN GLOBAL QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN LOS DIFERENTES NIVELES DE COMPRESIÓN GRÁFICA**

En esta sección se exponen os resultados correspondientes a los procedimientos realizados, con el fin de establecer si los volúmenes de información interno y externo del gráfico influyen en la ejecución global que presentan los estudiantes de los tres niveles de comprensión de la información gráfica.

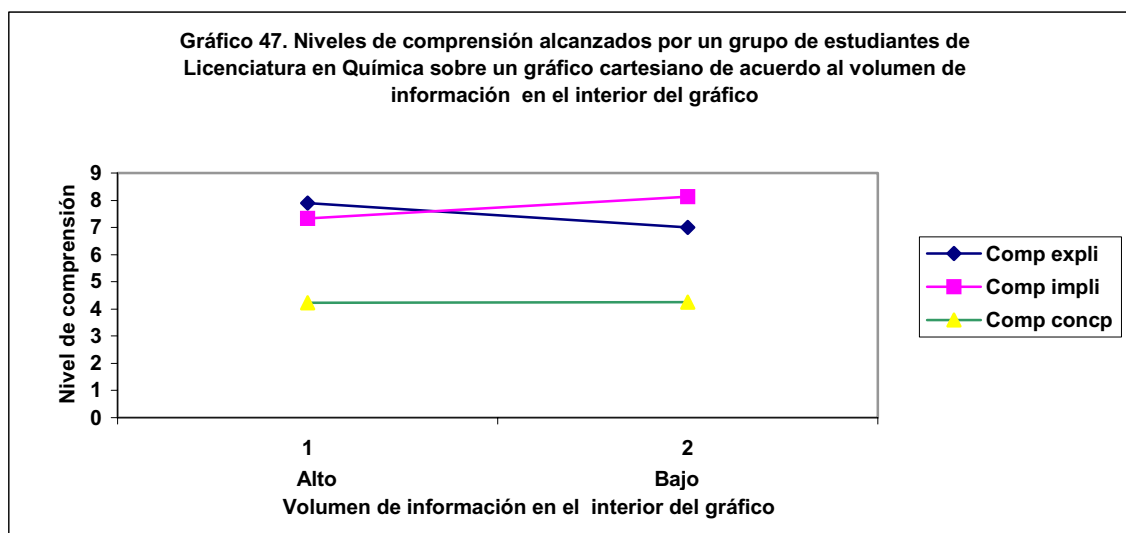
#### **7.3.1. Sobre la relación entre el volumen de información en el interior del gráfico y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión gráfica**

Los resultados obtenidos por el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química muestran que para este grupo el volumen de información en el interior de la gráfica no influye en la comprensión de la información gráfica (véanse la tabla 36 y la gráfica 47).

Así, aunque en estos resultados la comparación simple de medias indica que el nivel de comprensión explícita se hace mayor cuando el volumen de información interno del gráfico es alto, y que, los niveles de comprensión implícita y conceptual suben cuando este volumen de información es bajo, el resultado de las pruebas t de Student muestra que estas diferencias entre las medias no son significativas en los tres niveles de comprensión gráfica ( $t = 1,724$ ,  $p = 0,105$ ;  $t = -0,987$ ,  $p = 0,339$ ;  $t = -0,43$ ,  $p = 0,967$  para los niveles explícito, implícito y conceptual, respectivamente).

**Tabla 36. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Licenciatura en Química: Volumen de información Interna vs niveles de comprensión.**

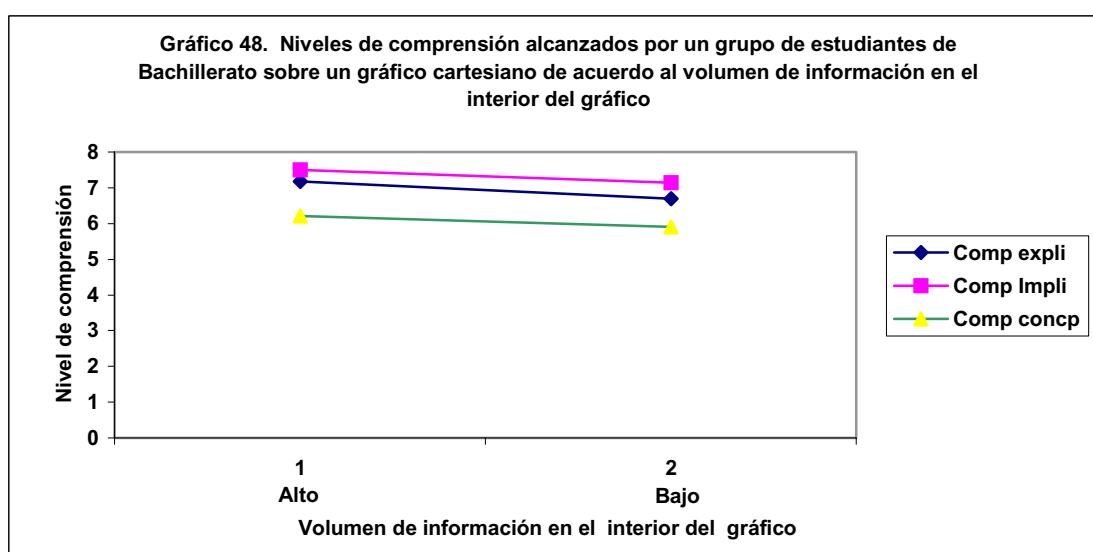
<b>NIVEL DE COMPRESIÓN</b>	<b>EXPLÍCITO</b>	<b>IMPLÍCITO</b>	<b>CONCEPTUAL</b>
<b>Volumen de información interna</b>			
<b>Alto</b>	7,89	7,33	4,22
<b>Bajo</b>	7,00	8,13	4,25



Los resultados obtenidos por los estudiantes de Bachillerato permiten afirmar que en este grupo el volumen de información interna del gráfico influye sobre su nivel de comprensión explícito de la información grafica. (véanse la tabla 37 y la gráfica 48).

**Tabla 37. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Bachillerato: volumen de información interna vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Volumen de información interna			
Alto	7,17	7,50	6,21
Bajo	6,70	7,14	5,91



Así, estos resultados muestran que si bien la comparación simple de medias indica que los niveles de comprensión explícita, implícita y conceptual aumentan cuando el volumen de información interna del gráfico es alto, el resultado de las pruebas *t* de Student aclara que estas diferencias sólo son significativas para el nivel de comprensión explícito ( $t = 2,341$ ,  $p = 0,020$ ) y que no lo para los niveles implícito y conceptual ( $t = 1,096$ ,  $p = 0,275$  y  $t = 1,497$ ,  $p = 0,136$ )

El que para los estudiantes pertenecientes al grupo de Bachillerato, el volumen de información incluida al interior del gráfico influya significativamente sobre su nivel de comprensión explícita puede deberse a varios motivos. En primera instancia es posible que debido a su condición de grupo sin entrenamiento específico en el campo de las ciencias, esto lo haga más receptivo a la información proporcionada en el interior del gráfico (en su mayoría términos y conceptos).

En segundo lugar, la identificación correcta de variables que es una operación propia del nivel de comprensión explícita, podría ser favorecida por algunos elementos informativos incluidos en el interior de la gráfica cartesiana como: la inclusión de más información en los ejes (como pasa con la temperatura en la gráfica de la 3A cuando se señalan los puntos de congelación y de ebullición) o el incluir la señalización de diversos puntos en ellos, por ejemplo cuando en la prueba 3A se señala el punto correspondiente a 1 Atmósfera en el eje Y sin señalar otro valor numérico en el eje X, se puede insinuar implícitamente que el valor de la presión está en función del valor de la temperatura.

Así mismo y en tercer lugar, la carencias de términos al interior del gráfico para distinguir el significado de las líneas gráficas, como cuando no se distingue entre la presión de vapor del disolvente y la de la disolución usando términos dentro del gráfico, puede dificultar la realización de la operación de lectura de los datos ofrecidos por la gráfica, en este caso en el marco de la tarea de establecer una comparación entre los valores tomados por una de las variables, la presión, cuando se presenta un determinado valor de la temperatura, en las dos líneas gráficas.

Por último y en cuarto lugar, la ejecución de la operación de asignar un título a la gráfica que hace parte del nivel de comprensión explícita, podría ser facilitada por la

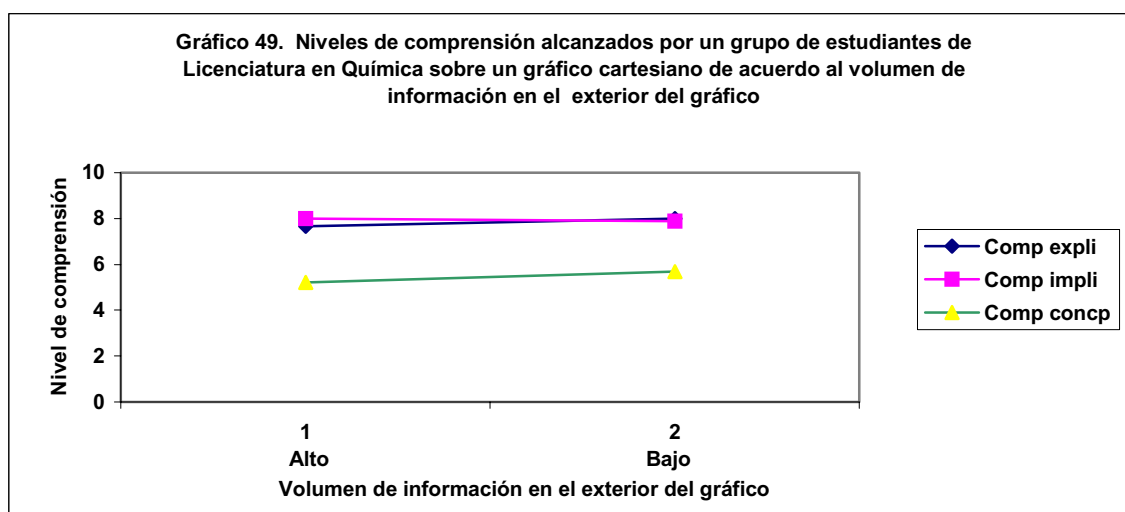
inclusión de una mayor volumen de información en el interior del gráfico debido a que estos nuevos elementos informativos contribuirían a determinar cuáles son las variables puestas en relación, qué tipo de relación es la que se establece entre ellas, el fenómeno al que se refieren y el contexto en el que se presentan.

### 7.3.2. Sobre la relación entre el volumen de información en el exterior del gráfico y el grado de ejecución global que presentan los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión gráfica

Los resultados que presenta el grupo de estudiantes de Licenciatura en Química muestran que el volumen de información externa del gráfico no influye en la comprensión que presenta este grupo de la gráfica cartesiana (véanse la tabla 38 y la gráfica 49).

**Tabla 38. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Licenciatura en Química: volumen de información externa vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Volumen de información externa			
Alto	7,67	8,00	5,75
Bajo	8,00	7,89	5,67



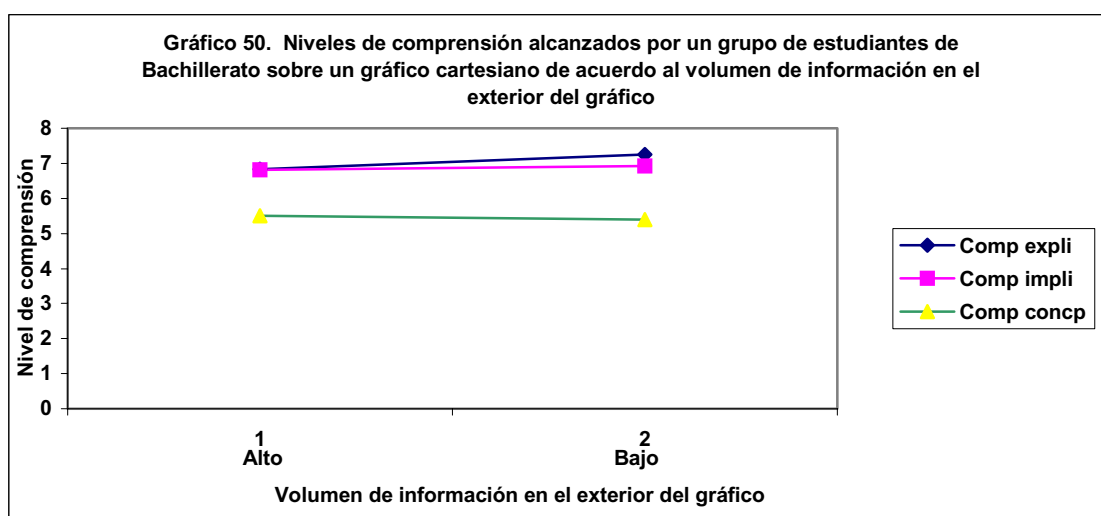
Así, los resultados de este grupo revelan como a pesar de que la comparación simple de medias indique que el nivel de nivel de comprensión implícita aumenta cuando el volumen de información externo del gráfico es alto, y, que pasa lo mismo con

los niveles de comprensión explícita y conceptual cuando este volumen de información es bajo, los resultados de las pruebas t de Student, muestran que las diferencias encontradas no son significativas para los tres niveles de comprensión ( $t = -0,667$ ,  $p = 0,514$ ;  $t = 0,189$ ,  $p = 0,852$ ;  $t = -0,466$ ,  $p = 0,648$  para los niveles explícito, implícito y conceptual, respectivamente).

Por otra parte, los resultados de los estudiantes de Bachillerato permiten afirmar que el volumen de información externa del gráfico influye en el nivel de comprensión explícito este grupo (véase la tabla 39 y la gráfica 50).

**Tabla 39. Cuadro de medias del grupo de estudiantes de Bachillerato: volumen de información externa vs niveles de comprensión.**

NIVEL DE COMPRENSIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
Volumen de información externa			
Alto	6,84	6,82	5,51
Bajo	7,25	6,92	5,39



Así, en este grupo aunque la comparación simple de medias muestre que los estudiantes presentan un mayor nivel de comprensión implícita, explícita y conceptual cuando el volumen de información externa del gráfico es bajo, las pruebas t de Student muestra que estas diferencias sólo son significativas para el nivel de comprensión explícito ( $t = -1,941$ ,  $p = 0,05$ ) y no lo son para los niveles de comprensión implícito y conceptual ( $t = -0,492$ ,  $p = 0,624$ ;  $t = 0,551$ ,  $p = 0,582$ ).

La influencia positiva del bajo volumen de información externa del gráfico en el nivel de comprensión explícito del grupo de Bachillerato, puede deberse a varias causas. Así, la identificación de las variables podría ser facilitada por el mayor nivel de generalización utilizado en los términos incluidos dentro del gráfico, tanto para dar nombres a los ejes como para denotar cada una de las dos líneas gráficas. Esto es, el uso de términos más generales como el plural “concentraciones” en lugar del singular concentración y de símbolos como [A] y [B] en lugar de  $H_2$  e  $I_2$ ; o de los símbolos [C] y [D] para denominar la concentración de los productos de la reacción en cambio de la fórmula química del Yoduro de Hidrógeno HI, puede facilitar la clasificación e identificación de las variables.

Esta argumentación se apoya en que el volumen de información interna del gráfico está relacionada con el volumen de información externa del mismo, de acuerdo a los resultados del primer estudio.

Además, el que exista un único punto a leer en el gráfico que tiene el volumen de información externa bajo, parece favorecer la lectura de datos en el gráfico. Por el contrario, la existencia de más de un punto que represente un comportamiento específico entre las variables, puede hacer más difícil la lectura de dichos puntos.

Por último, un bajo volumen de información externa del gráfico podría reducir la cantidad de información a analizar con el fin de llevar a cabo la abstracción necesaria para ejecutar la tarea de asignarle un título a la gráfica.

De esta forma, se puede inferir que bajos volúmenes de información externa en el gráfico podrían estar asociados a representaciones gráficas que incluyesen términos más generales dentro de ellas y con un mayor nivel de abstracción, y que, estas características facilitarían la comprensión explícita de la información proporcionada por la gráfica por parte de estudiantes que, por su juventud (como puede ser el caso de los estudiantes de Bachillerato), presenten una baja capacidad para llevar a cabo tareas que requieren altos niveles de abstracción y generalización, como las de clasificar la relación expuesta en la gráfica cartesiana o elaborar un título para la gráfica.

#### 7.4. SOBRE LA INFLUENCIA DEL GRUPO ACADÉMICO (FORMACIÓN) AL QUE PERTENECEN LOS ESTUDIANTES Y EL GRADO DE EJECUCIÓN GLOBAL QUE ELLOS PRESENTAN EN LOS DIFERENTES NIVELES DE COMPRESIÓN GRÁFICA

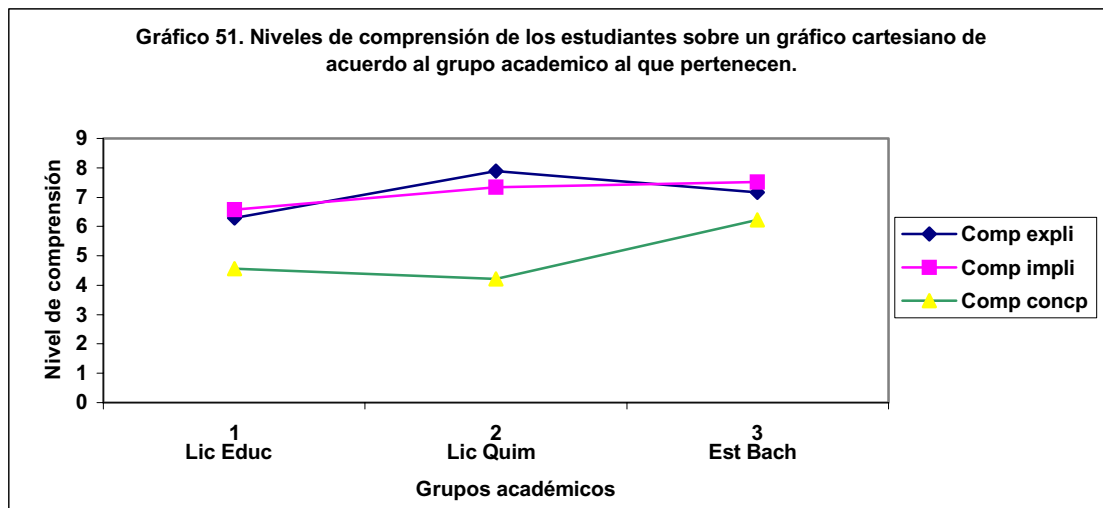
En esta sección se presenta el estudio realizado para determinar si la formación académica de los estudiantes influye en los niveles de ejecución global que ellos alcanzan de los tres niveles de comprensión de la información gráfica. Para ello, inicialmente se comparan los valores de la media que los tres grupos experimentales (conformados de acuerdo al grupo académico) han alcanzado en cada nivel de comprensión de la información gráfica, y luego, se realiza una prueba ANOVA para cada uno de dichos niveles con el fin de determinar si estas diferencias son significativas. Para llevar a cabo esto se usaron los resultados obtenidos por los tres grupos en la prueba 3A, debido a que ésta obtuvo el índice de Crombach más alto en la versión piloto que fue aplicada al grupo de Diplomatura y a que, los cambios realizados en la misma para su aplicación en los otros dos grupos fueron mínimos (véase la tabla 40 y la gráfica 51).

Los resultados al comparar los tres grupos académicos muestran que la formación académica influye en los niveles de comprensión gráfica explícito y conceptual de los estudiantes. Así, a pesar de que la comparación simple de medias muestra que el grupo de Licenciatura en Química alcanza mejores resultados en el nivel de comprensión explícita que los otros dos grupos académicos, y que, el grupo de Bachillerato tiene los mejores resultados en los niveles de comprensión implícita y conceptual, la prueba ANOVA muestra que estas diferencias son significativas sólo para los niveles de comprensión explícito ( $F = 3,702$ ,  $p = 0,028$ ) y conceptual ( $F = 12,601$ ,  $p = 0,000$ ) y no lo son para el nivel implícito ( $F = 1,823$ ,  $p = 0,167$ ).

**Tabla 40. Cuadro de medias: grupo académico vs comprensión alcanzada por los estudiantes.**

NIVEL DE COMPRESIÓN	EXPLÍCITO	IMPLÍCITO	CONCEPTUAL
<b>Grupo académico</b>			
<b>Estudiantes Licenciatura en Educación</b>	6,29	6,57	4,57
<b>Estudiantes Licenciatura en Química</b>	7,89	7,33	4,22
<b>Estudiantes Bachillerato</b>	7,17	7,51	6,22





Por otro lado, la prueba “post hoc HSD de Tukey” para el nivel de comprensión explícita muestra cómo la diferencia de medias es significativa sólo entre el grupo de Licenciatura en Química y el grupo de Diplomatura en Educación ( $I - J = 1,60$ ,  $p = 0,021$ ). Igualmente, esta misma prueba para el nivel de comprensión conceptual, muestra que la diferencia de medias es significativa sólo entre el grupo de Bachillerato y los grupos de Diplomatura y Licenciatura ( $I - J = 1,65$  y  $p = 0,007$  cuando se compara con el grupo de Educación;  $I - J = 2,00$  y  $p = 0,000$  cuando se compara con el grupo de Química).

Las diferencias encontradas en el nivel de comprensión explícita entre el grupo académico de Licenciatura en Química y el de Diplomatura en Educación pueden obedecer a varios motivos. Así, podrían estar evidenciando diferencias en el enfoque de la formación recibida por los estudiantes de uno y otro grupo. Estas diferencias podrían estar relacionada con el que a los estudiantes de Educación los contenidos se les presenten como fruto de reflexiones e interpretaciones de corte hermenéutico, y a los estudiantes de Licenciatura en Química como el resultado de estudios experimentales. O sea, que los estudiantes de Diplomatura no abordarían en su prácticas académicas las tareas de identificar variables, de elaborar gráficos o de interpretarlos.

Además, estas diferencias también podrían deberse a una tendencia a formar a los estudiantes de Educación para un trabajo de aula que excluye la investigación experimental en favor de la investigación de enfoque interpretativo. Es decir, que la

formación en investigación experimental podría no estar siendo tomada en cuenta en las directrices de los programas de formación de los futuros maestros.

Por otra parte, las diferencias en el nivel de comprensión conceptual entre grupo de Bachillerato y los dos grupos universitarios (Educación y Química) pueden deberse a varias razones. Así, es posible que la educación recibida por estos último dos grupos esté centrada en el tratamiento matemático (algebraico) de las relaciones entre las variables inherentes a los fenómenos, y en la memorización de los conceptos y principios científicos y no en la comprensión conceptual de los mismos. Esto haría que se hiciese uso exclusivo de expresiones algebraicas y de enunciados (mono registro), dificultando la transferencia de los aprendizajes para ejecutar tareas de tipo conceptual cuando se analizan representaciones gráficas, es decir, generando aprendizajes conceptuales a corto plazo, como parece indicarlo los resultados. Igualmente, al requerir las operaciones correspondientes al nivel de comprensión conceptual de la conversión de las representaciones gráficas en enunciados o ecuaciones, la ausencia de este tipo de conversiones en las prácticas llevada a cabo en la enseñanza de las ciencias que han recibido estos dos grupos, podría ser la causa de su bajo nivel de comprensión conceptual.

Por último, las diferencias observadas también podrían deberse al poco uso que se le da a las representaciones gráficas, tanto en los libros de texto y en las aulas, como herramientas para la construcción de síntesis conceptuales, la generación de explicaciones o la elaboración de predicciones sobre el comportamiento de los fenómenos.

**CAPÍTULO 8.  
DISCUSIÓN DE RESULTADOS  
Y RECOMENDACIONES DEL  
SEGUNDO ESTUDIO**

## **CAPÍTULO 8. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES DEL SEGUNDO ESTUDIO**

### **8.1. DISCUSIÓN DE RESULTADOS EN EL SEGUNDO ESTUDIO**

En este capítulo inicialmente se van presentar las conclusiones parciales acerca de los resultados del estudio descriptivo sobre el desempeño de los estudiantes en las nueve operaciones propias de los tres niveles de comprensión de la información gráfica. En segundo lugar, se van a presentar las conclusiones parciales acerca de la influencia del uso didáctico y científico de las gráficas en la ejecución global que alcanzan los estudiantes en cada uno de los niveles de comprensión gráfica. Así mismo, en tercer lugar se presentan las conclusiones parciales construidas sobre los resultados obtenidos acerca de la influencia de los volúmenes de información interno y externo del gráfico en la ejecución global que hacen los estudiantes de los diferentes niveles de comprensión gráfica. Por último en este capítulo se presentaran las conclusiones parciales construidas a partir del análisis de los resultados obtenidos sobre la influencia de la formación académica de los estudiantes en la ejecución global que ellos hacen de cada uno de los niveles de comprensión gráfica.

Es importante anotar que los tres primeros grupos de conclusiones parciales son construidas teniendo en cuenta sólo los resultados obtenidos por los estudiantes de Bachillerato y de Licenciatura por ser estos a quienes se les aplicaron las pruebas rediseñadas, y que, en el último grupo de conclusiones por ser sobre la influencia de la formación académica si se tienen en cuenta los resultados del grupo de Diplomatura.

Para empezar, los resultados arrojados por el estudio descriptivo realizado sobre la ejecución de los estudiantes de cada una de las operaciones propias de los tres niveles de comprensión gráfica permiten elaborar las siguientes conclusiones parciales.

1. En general se puede afirmar que los estudiantes de Bachillerato y universidad presentan una comprensión bastante baja de la información gráfica presentada en los gráficos cartesianos. Es decir su comprensión se restringe a algunos aspectos explícitos de la información gráfica como la identificación de variables (para ambos grupos) y la lectura de los datos gráficos (sólo para el grupo de Licenciatura en Química) y a otros aspectos implícitos de la misma como la clasificación de la relación expuesta en la gráfica (para ambos grupos) o la identificación de la relación expuesta en la gráfica (sólo para el grupo de Licenciatura en Química). O sea, de forma global, los estudiantes fallan en las tareas en las que requieren del uso de recursos conceptuales y de procedimientos que exceden la simple aplicación de las expresiones algebraicas. Así, en el nivel explícito fallan en la ejecución de la tarea de asignar título al gráfico, en la que se requiere de abstraer desde el gráfico, las variables, la relación entre las mismas y el fenómeno estudiado para generar una síntesis. Igualmente, presentan una ejecución muy baja cuando la tarea se trata de reconocer los términos usados en las gráficas y en especial cuando esto requiere de la puesta en relación de dichos términos con otros presentes en el gráfico. Por las mismas razones, los estudiantes de ambos grupos presentan una ejecución bastante baja en todas las tareas que implican operaciones propias del nivel conceptual, y en especial de aquellas que requieren ir más allá de la aplicación simple de las expresiones algebraicas y de los conceptos y las variables incluidas en las representaciones gráficas.

Esta conclusión, permite inferir en primer lugar, que los procesos educativos de los que han sido objeto ambos grupos de estudiantes, han hecho énfasis en los aspectos explícitos e implícitos de la información gráfica que no requieren de prerequisites conceptuales en detrimento de aquellos que si lo requieren, como la construcción de un título o el reconocimiento de los términos usados en la gráfica. En segundo lugar, que en estos mismos procesos no se concibe a las representaciones gráficas cartesianas como herramientas para construir significados acerca de los fenómenos y por lo tanto

como instrumentos a partir de los cuales se puedan construir síntesis conceptuales o elaborar explicaciones y predicciones sobre el comportamiento de dichos fenómenos.

2. Es posible que, al interior de los procesos educativos, la frecuencia con la que se llevan a cabo algunas prácticas en las aulas de ciencias facilite o dificulte al estudiante la ejecución de ciertas operaciones. Así, la utilización frecuente de las expresiones algebraicas para la resolución de problemas de tipo cuantitativo puede facilitarle la ejecución de las operaciones propias de los niveles implícito y conceptual en las que se requiere la aplicación de expresiones algebraicas. También, el uso frecuente de gráficas con líneas rectas, aumenta la familiaridad de los estudiantes con este tipo de gráficas, reduciendo las demandas en su memoria de trabajo cuando las interpreta (Lewalter, 2003).

Así mismo, la poca frecuencia con la que se realizan otras actividades en clase de ciencias puede influir negativamente en el desempeño que presentan los estudiantes en diversas operaciones. Así la poca frecuencia con la que los estudiantes analizan el carácter de las relaciones expuestas por los gráficos cartesianos (Bowen, Roth y McGinn, 1999; Pratt, 1995), podría dificultarles llevar a cabo tareas indicadoras de operaciones propias de nivel implícito, como identificar en la gráfica la relación expuesta a través del establecimiento de la covariación de las variables o de determinar su comportamiento en un segmento de la línea gráfica. Igualmente, esta poca frecuencia podría dificultar la ejecución de tareas indicadoras de operaciones propias del nivel de comprensión conceptual, en las que se requiera ir más allá de la aplicación de las expresiones algebraicas.

Así mismo, las pocas oportunidades que tienen los estudiantes para manipular variables asociadas a gráficas cartesianas fruto de un trabajo experimental (Janvier, 1981ab, 1983; Leinhard, Zalavsky y Stein, 1990), podría hacer que cuando ellos interpretan este tipo de gráficas se vean afectados por un efecto de fijación de la atención al contexto experimental y con ello sólo a los puntos que ya se encuentran ubicados en el plano, dificultándoseles por ello la lectura de datos y en particular las tareas de interpolación y extrapolación de datos.

Además, el poco uso en las aulas de gráficas con líneas curvas podría hacer a este tipo de gráficas poco familiares para los estudiantes y esto haría que cuando las interpreten las encuentren como contenidos novedosos, generando sobrecargas cognitivas en su memoria de trabajo que dificulten su ejecución de diversas operaciones como la de lectura de datos.

Por último, la poca frecuencia con la que se realizan en clase de ciencias conversiones entre representaciones semióticas expresadas en diferentes registros y en particular entre representaciones que muestran un alto grado de incongruencia, como cuando se trata de convertir las gráficas cartesianas en expresiones algebraicas o en enunciados; puede dificultar a los estudiantes la ejecución de diversas operaciones propias de los niveles de comprensión implícita y conceptual.

3. De forma global, las características que aumentan la complejidad y la cantidad de la información presentada en las gráficas, así como la complejidad de las tareas que requieren de las operaciones pertenecientes a los niveles de comprensión implícita y conceptual, aumentan la dificultad para realizar dichas operaciones. Entre estas características se encuentran: la presentación de más de una gráfica o de más de una línea dentro de ella, la forma curva de las líneas, el que éstas no pasen por el origen si son rectas, la naturaleza inversamente proporcional de la relación, el uso de un grupo de datos adjunto y, la exigencia de la tarea de realizar inferencias en las que deban utilizarse conceptos diferentes a las variables relacionadas e ir más allá del uso directo de una expresión algebraica.

También de forma global, las características que simplifican y reducen tanto la información presentada por las gráficas cartesianas como la tarea a ejecutar, y que aumentan el nivel de familiaridad de los estudiantes con ambas; pueden facilitar a la ejecución de las operaciones propias tanto del nivel de comprensión implícita como del nivel conceptual. Estas características son: la inclusión de una única línea recta, que esta pase por el origen, la presentación de una única gráfica, que la relación expresada sea directamente proporcional, un grupo de datos adjunto a la gráfica, un alto volumen de información dentro de ella, y que, la tarea presente como único requisito reconocer la expresión algebraica.

El efecto de las características que hacen complejas a las gráficas y a las tareas sobre la ejecución de las tareas de los niveles implícito y conceptual puede deberse a que éstas aumentan el número de elementos significativos a tener en cuenta en la gráfica para su conversión en enunciados o ecuaciones y, por ende, la incongruencia entre ellas y los otros tipos de representaciones, dificultando dicha conversión (Duval, 1999). Por el contrario, las características de las gráficas como de las tareas que aumentan su simplicidad y familiaridad, aumentarían la congruencia entre las gráficas y otros tipos de representaciones (ecuaciones o enunciados) facilitando la conversión y, por lo tanto, la ejecución de las tareas indicadoras, y, reducirían, tanto la complejidad de la abstracción implicada en la ejecución de las tareas conceptuales (Guthrie, Weber y Kimmerley, 1993), como los procesamientos adicionales de la información, evitando con esto último sobrecargar la memoria de trabajo del estudiante (Seufert, 2003; Goldman, 2003; Lewalter 2003).

4. La distancia temporal entre el aprendizaje de las relaciones presentadas entre las variables y la solución de situaciones que requieren de la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual, incide negativamente en la ejecución de dichas operaciones. Es decir, que el aprendizaje logrado para la ejecución de éstas es a corto plazo y esto dificulta su transferencia para ser aplicado en otras situaciones. Tal vez, esto ocurre porque este aprendizaje es de carácter mono – registro, está centrado en la formación y el tratamiento de las representaciones y además es fruto del uso mayoritario de los enunciados y las ecuaciones.

El análisis de los resultados obtenidos a partir del estudio que indaga en la influencia del uso didáctico de la representación gráfica, permite elaborar varias conclusiones.

5. Las características de las gráficas de uso didáctico instrumental dificultan a los estudiantes la ejecución de las tareas propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica (implícita para el grupo de Bachillerato y conceptual para los estudiantes de Química). Entre estas características se encuentran: la presentación no explícita de las variables, la forma curva de la gráfica, un mayor volumen de información adjunta y un contexto experimental específico. Tal vez, esto se deba a que dichas características hacen a las representaciones gráficas más complejas y menos



congruentes con otros tipos de representaciones (algebraicas y lingüísticas) y con la información situada en un contexto. Así mismo, esta mayor complejidad e incongruencia dificultan a su vez la búsqueda de la información en la gráfica, la realización de abstracciones acerca de la misma y su conversión en otro tipo de representaciones, consiguiendo con ello dificultar la ejecución de las operaciones propias de los niveles de comprensión implícito y conceptual.

El efecto negativo del uso didáctico instrumental del gráfico sobre el niveles de comprensión implícita y conceptual, también podrían deberse dos factores situacionales. En primer lugar, a la poca participación de los estudiantes en experiencias en las que se utilicen las representaciones gráficas como herramientas de interpretación en procesos experimentales. En segundo lugar, a la baja frecuencia con la que se presentan en los libros de texto las gráficas cartesianas de uso didáctico instrumental. Estos dos factores situacionales han sido referidos ya por un buen número de investigadores (Padilla y McKenzie 1986; Blubaugh y Emmons 1999; Roth y Bowen 1999b; Ainley, Nadi y Pratt 2000).

6. Las características de la gráficas de uso didáctico problemático influyen positivamente en el niveles de comprensión implícita de los estudiantes de Bachillerato. Entre estas características están: la forma recta de la línea gráfica, la presentación sintética de la información sobre las variables y su relación, además de la naturaleza directamente proporcional de la relación representada. Esto ocurre tal vez porque estas características facilitan la búsqueda de información en ellas, las hacen más familiares y menos complejas para los estudiantes y más congruentes con otros tipos de representaciones.

7. Las características propias de las gráficas de uso didáctico expositivo pueden facilitar la ejecución global del nivel de comprensión implícita a los estudiantes de Bachillerato. Entre estas características se encuentran: la referencia explícita a las variables y al tipo de relación expuesta y, la utilización de dos gráficas complementarias en lugar de una. Tal vez porque dichas características hacen más accesible la información gráfica potenciando la capacidad de los estudiantes para su búsqueda (Guthrie, Weber y Kimmerley 1993), hacen explícita la relación entre las variables y, ofrecen un mayor número de elementos informativos a relacionar con los términos

usados en la gráfica. Esta conclusión puede ser matizada por el hecho de que el uso expositivo de las representaciones gráficas suele ser el más común en los libros de texto, lo que tal vez hace más familiar este tipo de gráficas y permite aprovechar mejor la información que ofrecen.

Igualmente, las características propias de las gráficas de uso didáctico expositivo influyen positivamente en el grado de ejecución global que hacen los estudiantes de Licenciatura en Química del nivel de comprensión conceptual. Entre las características relacionadas con este uso didáctico de las gráficas se pueden contar: la utilización de dos gráficas complementarias en lugar de una, el mayor grado de generalización de los gráficos y la ausencia de un contexto específico al que se pueda fijar la gráfica. Esto puede deberse a que quizás, estas características facilitan la realización de los procesos de abstracción y de transferencia de la información necesarios para elaborar conclusiones, explicaciones o predicciones. Así mismo, estas características podrían complementarse con una mayor capacidad de síntesis y posiblemente con un alto nivel de conocimientos previos en el dominio conceptual del área de la Química, de los estudiantes de la Licenciatura y ejercer un efecto sinérgico para facilitar la realización de las tareas de tipo conceptual a partir de estas gráficas.

El análisis del resultados obtenidos en el estudio realizado sobre la influencia del uso científico de la gráfica en la ejecución global de las tareas propias de los tres niveles de comprensión gráfica, permite elaborar la siguiente conclusión:

8. Es posible que los estudiantes con formación básica y no específica en el campo de las ciencias experimentales no puedan utilizar de la forma más adecuada los datos adjuntos a una gráfica cartesiana para mejorar su nivel de comprensión implícita de la información gráfica. Por ello, sólo los estudiantes que cuentan con esta formación (Licenciatura en Química) pueden mejorar su grado de ejecución en este nivel de comprensión de la información gráfica cuando interpretan gráficas de tipo experimental. Tal vez, esto se deba a que los estudiantes de Licenciatura pueden utilizar los datos adjuntos a la gráfica para ponerlos en relación con sus unidades y para manipularlos de tal modo que puedan facilitar las operaciones propias del nivel de comprensión implícita. Además esto puede deberse a que este grupo tiene mayor

experiencia en el uso de gráficas cartesianas experimentales y por ello la interpretación de este tipo de gráficas no sobrecarga su memoria de trabajo (Goldman 2003).

El análisis de resultados obtenidos a partir de los estudios sobre la influencia de los volúmenes de información interna y externa que presentan las gráficas en la ejecución global de los estudiantes de las tareas propias de los diferentes niveles de comprensión gráfica, permite elaborar varias conclusiones.

9. Es posible que para los estudiantes que no poseen formación científica específica, la información incluida en el interior del gráfico sea más relevante que para los estudiantes que pertenecen a un programa académico universitario del área de las ciencias experimentales, que presumiblemente ya conocen o conocen mejor esta información. Por ello, un mayor volumen de información en el interior del gráfico genera una mejor ejecución de los estudiantes de Bachillerato del nivel de comprensión explícito. Ello se produce quizás porque más información en el interior del gráfico implica ejes bien identificados, unidades definidas y un mayor número de elementos informativos de tipo conceptual en el gráfico, que posibilitan la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión explícita.

Es importante anotar que, al corresponder la mayoría de la información aportada en el interior del gráfico a términos y conceptos, estos pueden suplir las deficiencias de prerrequisitos conceptuales en los grupos de estudiantes sin formación específica en el campo de las ciencias y, por ende, con un bajo nivel de conocimientos previos. Con respecto a esto, en un estudio sobre la utilización de ayudas explícitas (directivas) e implícitas (no directivas) ofrecidas a los estudiantes para entender diferentes tipos de representaciones, se encontró que los estudiantes con bajos niveles de conocimientos previos tienen dificultades para aprovechar este tipo de ayudas y que para que ellos puedan aprovecharlas les debe ser suministrada información conceptual explícita (Seufert 2003).

10. Un bajo volumen de información en el exterior de la gráfica cartesiana puede mejorar la ejecución global del nivel de comprensión explícita de los estudiantes más jóvenes (de Bachillerato). Esto puede estar relacionado con diferentes factores. En primer lugar, con el mayor nivel de generalidad de los términos usados en este tipo de

gráficas que facilita identificar las variables relacionadas. En segundo lugar, con la facilidad para producir una abstracción como la constituida por el título del gráfico a partir de un bajo volumen de información. En tercer lugar, con la exigencia de la tarea de identificar un único punto en el espacio gráfico, lo que favorece la localización de la atención del estudiante (Leinhard, Zalavsky Stein 1990). Los dos primeros factores mencionados podrían estar a su vez relacionados con la preferencia de los estudiantes jóvenes por los formatos con poca información o de tipo sintético, debido a su baja capacidad para la generalización y la abstracción.

Por último, el análisis del resultados obtenidos a partir del estudio sobre la influencia del tipo de formación académica en la ejecución global que presentan los estudiantes de los diferentes niveles de comprensión gráfica también, permite elaborar la siguiente conclusión parcial.

11. Los procesos educativos llevados a cabo por los dos grupos de estudiantes universitarios, (Licenciatura en Química y Diplomatura en Educación Primaria), aunque diferentes, sólo generan diferencias en la ejecución global de las tareas propias del nivel comprensión explícita y, por el contrario, no lo hacen en los niveles de comprensión implícita y conceptual. Es decir, la formación académica universitaria de carácter específico en ciencias parece hacer solamente énfasis en lograr el aprendizaje necesario para llevar a cabo las tareas del nivel de comprensión explícita, más no en aquél que se refiere a las tareas propias de los niveles de comprensión implícita y conceptual. O lo que es lo mismo, en las prácticas referidas a las representaciones gráficas cartesianas llevadas a cabo en la clase de ciencias recibidas por los estudiantes de Licenciatura en Química no se les utiliza como instrumentos para la construcción de significados. Esta conclusión se encuentra en consonancia con los hallazgos de Roth y Bowen (1999b), quienes sostienen que las representaciones gráficas cartesianas sólo son usadas como verdaderos instrumentos para la construcción de significados y de explicaciones sobre los fenómenos en los niveles de educación postgraduada, es decir, en los programas de doctorado y post- doctorado.

Lo argumentado en esta conclusión puede deberse a varias razones. En primer lugar, a que en las enseñanzas requeridas para los aprendizajes de tipo conceptual no se han acometido durante la educación básica, o de tipo universitario, es decir, a estos

estudiantes no se les ha enseñado a interpretar las representaciones gráficas con el fin de que puedan elaborar conclusiones, explicaciones y predicciones a partir de la información que aquellas proporcionan. En segundo lugar, puede deberse a que los procedimientos utilizados para realizar dichas enseñanzas no hayan permitido que los conocimientos aprendidos se conserven en la memoria a largo plazo de los estudiantes. Así, el que los estudiantes de Bachillerato presenten una ejecución de las tareas propias del nivel de comprensión conceptual significativamente mayor que la presentada por los estudiantes de los grupos con formación universitaria puede explicarse por la menor distancia en el tiempo entre estos aprendizajes y la ejecución de las tareas que los requieren. Esta conclusión concuerda con lo planteado por Duval (1988b,1999) acerca del efecto del carácter monoregistro de la educación tradicional, que provoca aprendizajes a corto plazo y no transferibles.

## **8.2. RECOMENDACIONES SURGIDAS DEL SEGUNDO ESTUDIO**

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en este segundo estudio y, de acuerdo a las conclusiones elaboradas, pueden formularse el siguiente grupo de recomendaciones con el fin de mejorar el trabajo didáctico en lo referente al uso de las representaciones gráficas cartesianas en las aulas de clase de ciencias experimentales.

1. Es aconsejable aumentar la frecuencia con la cual los estudiantes participan en actividades en las que puedan relacionar variables asociadas a campos experimentales y dominios de datos específicos, y en las que estas relaciones no respondan únicamente al patrón de una función lineal y directamente proporcional. Esto con el fin de aumentar la familiaridad de los estudiantes con representaciones gráficas cartesianas que ofrecen líneas curvas, y de ofrecerles oportunidades para que construyan una noción de variable más relacionada con el comportamiento de un grupo de datos en un dominio experimental.

2. Con el fin de desarrollar las capacidades de abstracción de los estudiantes, podrían proponerse periódicamente actividades en clase de ciencias que requiriesen progresivamente de dichas capacidades. Entre las actividades propuestas podrían estar la elaboración de resúmenes a manera de síntesis de diferentes tipos de texto, la asignación de títulos no sólo a las gráficas cartesianas si no también a diferentes tipos de

representaciones gráficas como diagramas o ilustraciones, y actividades de búsqueda de patrones en las gráficas cartesianas y en otros tipos de representaciones.

3. Es necesario proveer oportunidades para que los estudiantes puedan enfrentarse a tareas en las cuales deban realizar la conversión entre diferentes tipos de representaciones, y en especial a tareas en las cuales las representaciones entre las que se realiza la conversión no sean congruentes. Es decir, se les debe enfrentar a tareas como la conversión de una gráfica cartesiana en una expresión algebraica o la clasificación de relaciones expuestas en ella. No sobra decir que al enfrentar al estudiante a este tipo de tareas se le debe instruir para poner en coordinación los elementos significativos de cada tipo de representación.

4. Es importante comenzar a plantear actividades de resolución de problemas que no sólo exijan la aplicación de una o varias expresiones algebraicas para ser llevadas a cabo. Es decir, actividades que exijan al estudiante el análisis del carácter de las relaciones que se presentan entre las variables, sean éstas expuestas o no en un gráfico cartesiano. Entre las actividades a proponer podrían estar la determinación de la forma en la cual covarían las variables en una gráfica cartesiana o la determinación del comportamiento que presentan las variables a través de la información proporcionada por un segmento de la línea gráfica.

5. La interpretación de las representaciones gráficas debe ser acompañada por el amplio uso de herramientas conceptuales y de un análisis cualitativo de la misma. Esto haría que el reconocimiento de los términos incluidos en la gráfica fuese realizado de forma significativa y en relación con los demás términos presentes en ella. Además, posibilitaría una deslocalización de la atención favoreciendo la identificación de las relaciones expresadas en la gráfica a través de la detección de los patrones de comportamiento mostrados por las variables.

6. Parece ser de central importancia examinar los objetivos que se trazan en la enseñanza de las ciencias cuando se llevan a cabo actividades que utilizan a las representaciones gráficas cartesianas como herramientas didácticas. Este examen podría reencaminar dichas actividades hacia objetivos como la consecución de los aprendizajes necesarios para elaborar síntesis conceptuales, generar explicaciones y

construir predicciones acerca del comportamiento de los fenómenos. Así, dichas actividades deberían proponer tareas del tipo de búsqueda de explicaciones, de descubrimiento de las reglas de acuerdo a las cuales se comporta un sistema o de elaboración de predicciones acerca de dicho comportamiento. Es importante anotar que estas actividades deberían presentar representaciones gráficas con niveles progresivos de complejidad y de incongruencia con otros registros semióticos (como el lenguaje natural o las expresiones algebraicas) con el fin de que ofrezcan niveles de dificultad también progresivos.

7. En la medida de lo posible deberían diseñarse un número suficiente de trabajos prácticos que pueden partir de grupos de datos preestablecidos u obtenidos a partir de procesos experimentales, que faciliten a los estudiantes la construcción de representaciones gráficas cartesianas que presenten un dominio experimental referente, altos volúmenes de información y líneas gráficas no ajustadas. Esto tendría como fin ofrecer representaciones gráficas cartesianas a los estudiantes más cercanas a las construidas dentro de procesos científicos reales y familiarizarles con las condiciones que presentan estas gráficas, que las hacen por lo regular altamente incongruentes con otros tipos de representaciones (ecuaciones y enunciados). Además, aumentar este tipo de actividades podría hacer que no sólo los estudiantes con información específica en ciencias experimentales pudiesen sacar provecho de los grupos de datos que acompañan una gráfica cartesiana.

8. Al diseñar actividades didácticas que incluyan la interpretación de representaciones gráficas cartesianas es importante tener en cuenta las capacidades de abstracción, así como los niveles de conocimientos previos que posean los estudiantes. Así, si el grupo al que van dirigidas la actividades presenta un bajo nivel de conocimientos previos y una edad promedio baja (como los estudiantes de Diplomatura en Educación Primaria para el primer caso y de Bachillerato para el segundo), las gráficas utilizadas en un principio en las actividades propuestas podrían presentar un reducido número de elementos informativos, explicitar las variables relacionadas y, en cierta forma, la relación existente entre ellas, además de ofrecer líneas gráficas en la medida de lo posible rectas y ajustadas. De la misma forma, las gráficas cartesianas usadas en actividades dirigidas a estudiantes un poco mayores y de programas académicos propios del área de las ciencias experimentales podrían incluir en principio

altos volúmenes de información, no hacer alusión explícita a las variables y ofrecer líneas gráficas que bien podrían no estar ajustadas.

9. Debido a que la realización de actividades de interpretación de representaciones gráficas que exijan el reconocimiento de patrones de comportamiento de las variables, de los términos incluidos en el gráfico o la elaboración de conclusiones, explicaciones y predicciones; requiere de un fuerte soporte conceptual que muchas veces los estudiantes no poseen; puede resultar adecuado ofrecer ayuda explícita al estudiante a través de diverso elementos. Entre estos elementos se cuentan las gráficas complementarias, la provisión de información sobre las variables y su relación o la inclusión en la gráfica de diversos términos y conceptos que aclaren dicha relación.

10. Cuando los estudiantes que interpretan las representaciones gráficas cartesianas tienen un bajo nivel de conocimientos previos o de familiarización con este tipo de gráficas, es aconsejable que dichas gráficas presenten un alto volumen de información interna y un bajo volumen de información externa. Esto se recomienda teniendo en cuenta que los estudiantes jóvenes presentan una baja capacidad de abstracción, pocos conocimientos previos y posiblemente poca capacidad para centrar la atención al mismo tiempo tanto dentro como fuera de la gráfica.

11. por último es importante recomendar un examen a las prácticas didácticas usuales y, en particular, las que se refieren a la representación del conocimiento a través de gráficas cartesianas para determinar porqué los resultados obtenidos por estudiantes pertenecientes a diferentes programas académicos (ciencias y humanidades) apenas se diferencian en el nivel de comprensión más superficial (explícita). Igualmente, este análisis tendría que dar cuenta acerca del porqué los aprendizajes obtenidos no se mantienen, es decir, son a corto plazo.



**CAPÍTULO 9.  
RESULTADOS DEL TERCER  
ESTUDIO SOBRE EL USO  
QUE HACEN LOS  
PROFESORES DE LAS  
REPRESENTACIONES  
GRÁFICAS CARTESINAS**

## **CAPÍTULO 9. RESULTADOS DEL TERCER ESTUDIO SOBRE EL USO QUE HACEN LOS PROFESORES DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS CARTESINAS**

En este capítulo se van a presentar los resultados obtenidos a partir de la aplicación de una encuesta sobre las preferencias de los docentes de Química acerca de las representaciones gráficas cartesianas y el uso que ellos hacen de este tipo de gráficas en el aula. Los docentes que diligenciaron la encuesta pertenecían a los niveles académicos de Bachillerato, Diplomatura y Licenciatura, y algunos de ellos fueron los profesores titulares del área de Química de los grupos a los que pertenecen los estudiantes que formaron parte de la muestra en el segundo estudio.

En primer lugar, se expondrán los resultados referidos a las preferencias de los profesores sobre las características y el uso que han de tener las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto. Así, inicialmente se presentan los resultados referidos a la prioridad con la cual los profesores incluirían o no, diferentes elementos informativos tanto dentro como fuera de las gráficas. En segunda instancia, se mostrarán los resultados referidos a la frecuencia con la cual los docentes asignarían determinados usos didácticos a las gráficas cartesianas. En tercer lugar se presentarán los resultados acerca de la frecuencia con la cual los docentes utilizarían las gráficas cartesianas para tratar los temas propios del programa de Química general. Este bloque de resultados se analizará en comparación con los resultados del primer estudio realizado acerca de las representaciones gráficas cartesianas incluidas en los libros de texto, para determinar las coincidencias y diferencias entre las prioridades y preferencias de los docentes en relación con las que presentan los autores de los textos.

En segundo lugar, se presentarán los resultados acerca de las actividades relacionadas con las representaciones gráfica cartesianas que los docentes dicen realizar en el aula. Inicialmente se expondrán los resultados referidos a la frecuencia con la cual los docentes manifiestan usar diferentes tipos de representaciones semióticas (gráficas, diagramas, enunciados, ecuaciones). Luego, se hará lo propio con los resultados sobre la frecuencia con la cual los docentes manifiestan realizar diferentes actividades relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas.

Así mismo, se presentarán los resultados sobre la frecuencia con la cual los docentes manifiestan proponer actividades de conversión entre diferentes clases representaciones semióticas (verbigracia: gráficas en ecuaciones o enunciados, o viceversa). Finalmente se presentarán los resultados acerca de la frecuencia con la que los docentes manifiestan utilizar diferentes tipos de gráficas, de acuerdo a las características de sus líneas (rectas, curvas, ajustadas o múltiples).

Estos resultados se compararán con los obtenidos en el segundo estudio acerca de la comprensión de los estudiantes de las gráficas cartesianas, con el fin de validar o poner en cuestión los argumentos que toman a la actividades realizadas en las aulas como factor que puede influir en dicha comprensión.

En tercer lugar, se muestra un grupo de resultados referidos a cómo se distribuyen las preferencias de los docentes de acuerdo al nivel educativo en el que se desempeñan. Así, inicialmente se presenta la distribución de las preferencias de los docentes por las representaciones gráficas o no gráficas, de acuerdo al nivel educativo en el que se desempeñan. En segunda instancia, se muestra la distribución de la preferencia de los docentes por usar las actividades propias de cada uno de los niveles de comprensión de la información gráfica (explícito, implícito y conceptual) de acuerdo al nivel educativo en el que se desempeñan. Igualmente, se expone la distribución de la preferencia de los docentes por las actividades de construcción y las actividades de interpretación de gráficas, de acuerdo al nivel educativo en el que ellos imparten clases.

Por último, en este capítulo se expondrán los resultados sobre los criterios que tienen los docentes para usar los trabajos prácticos en el aula de ciencias y sobre las

causas a las que atribuyen las fallas que presentan los estudiantes cuando interpretan representaciones gráficas cartesianas.

Estos resultados, aunque aparezcan al final, no son los menos importantes, ya que los trabajos prácticos, como sabemos, están fuertemente relacionados con las gráficas cartesianas y el cómo se lleven a cabo puede influir en parte en el uso que los docentes dan a las gráficas cartesianas. Igualmente, las causas a las que los docentes atribuyen las fallas de los estudiantes cuando ellos interpretan las gráficas cartesianas, pueden actuar como posibles ideas orientadoras sobre el trabajo realizado por los mismos con este tipo de gráficas.

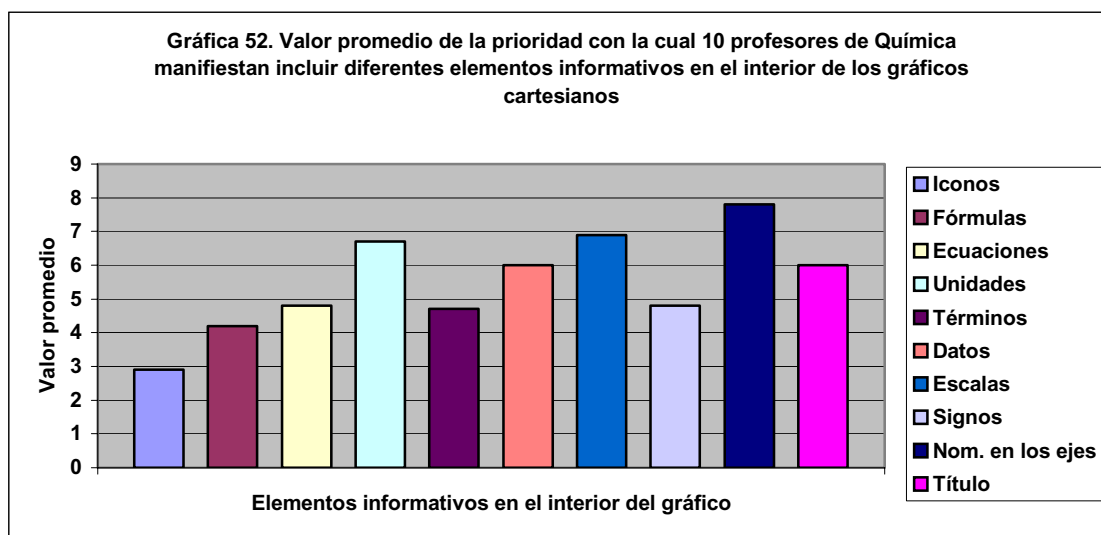
## **9.1. SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS USOS QUE ATRIBUYEN LOS PROFESORES A LAS GRÁFICAS CARTESIANAS INCLUIDAS EN LOS TEXTOS**

En este bloque de resultados se presentan inicialmente los resultados referidos a la prioridad con la cual los docentes manifiestan que incluirían diferentes elementos informativos tanto dentro como fuera de las gráficas.

En segundo lugar, se exponen los resultados sobre el uso didáctico que los docentes asignarían a las gráficas cartesianas. Finalmente se muestran los resultados acerca del uso temático que los mismos docentes darían a las representaciones gráficas cartesianas.

### **9.1.1. Sobre la prioridad de inclusión de elementos informativos dentro de las gráficas**

En general las tendencias presentadas por los docentes sobre la inclusión de los diferentes elementos informativos en el interior de las gráficas cartesianas son consistentes con las que presentan los autores de los textos, salvo algunas excepciones (véase la gráfica 52).



Así, la inclusión de iconos, fórmulas y ecuaciones (en este orden), no es considerada prioritaria en las gráficas cartesianas por lo docentes, lo que coincide con el poco uso que hacen los autores de los textos de dichos elementos informativos en las mismas. Igualmente, los docentes, como los autores de los textos, dan prioridad a la inclusión de los nombres de los ejes gráficos y del título de la gráfica. Pero por otra parte, al contrario que lo autores, los docentes consideran prioritaria la inclusión dentro de las gráficas de ecuaciones, de datos, de unidades y de escalas. De la misma forma, la inclusión de términos y signos no es considerada prioritaria por los docentes, en tanto que sí lo es por un porcentaje significativo de los autores.

Los resultados pueden ser interpretados de varias formas. En primer lugar, la poca preferencia por la inclusión de fórmulas químicas, de iconos y de ecuaciones en las gráficas por parte de los docentes, refuerza la tendencia a no integrar estos tipos de representaciones con las representaciones gráficas cartesianas. Además, esto puede dificultar, como sucede en los textos, el establecimiento de relaciones entre la gráfica cartesiana y los fenómenos estudiados, y distanciar a ojos de los estudiantes los procesos de modelización de los fenómenos de la formalización producto de dichos procesos.

En segundo lugar, la importancia que los docentes conceden a los elementos más generales de las gráficas como el título y los nombres de los ejes, podría, además de favorecer la realización de operaciones como la identificación de las variables, soportar

el carácter expositivo con el que mayoritariamente se usan este tipo de gráficas. Aunque, esto último esté en contradicción con la poca prioridad que expresan los docentes por incluir términos (conceptos) y signos o símbolos en el interior de las gráficas.

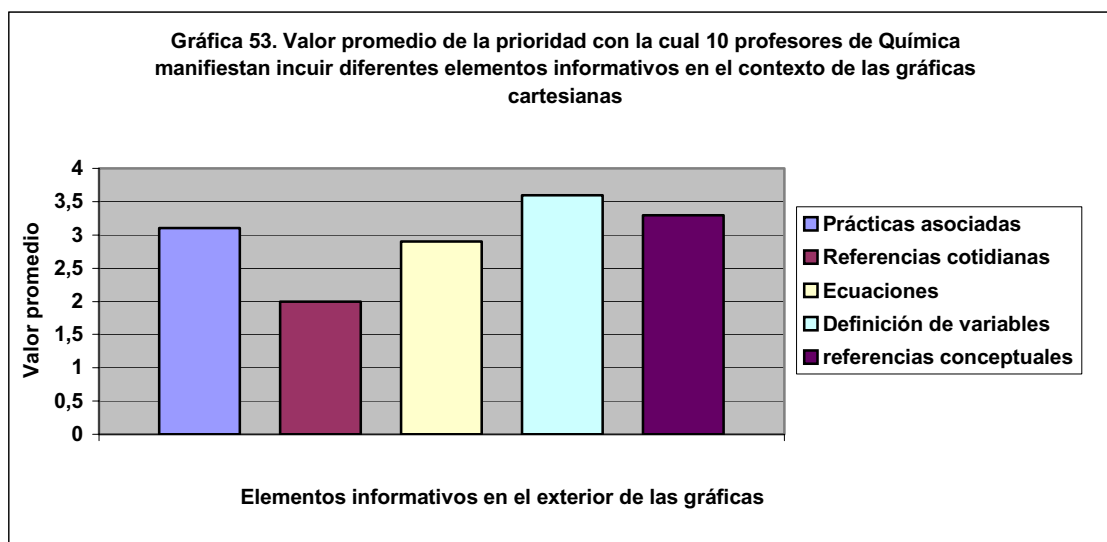
Por otro lado es importante decir que el que los docentes conciban como prioritaria la inclusión de datos, unidades y escalas en las gráficas cartesianas aumenta la potencialidad didáctica de las mismas, permitiendo realizar a partir de ellas diversas transformaciones como interpolaciones, extrapolaciones, ubicación de puntos, etc.

Finalmente, se puede inferir de las diferencias entre las preferencias de los autores y las de los docentes, que estos últimos dan un papel más activo a las gráficas en el aula que el que le atribuyen los textos, tal vez porque para los docentes estas gráficas son concebidas como verdaderas herramientas didácticas más que como instrumentos para transmitir información.

### **9.1.2. Sobre la prioridad de inclusión de elementos informativos fuera de las gráficas**

Los resultados sobre las preferencias de los docentes en cuanto a la inclusión de los elementos informativos en el exterior de las gráficas, también muestran que existen coincidencias entre las preferencias de los docentes y las preferencias de los autores de los textos. Ambos, consideran prioritaria la inclusión de información sobre la definición de variables pero igualmente consideran poco prioritaria la inclusión de referencias cotidianas.

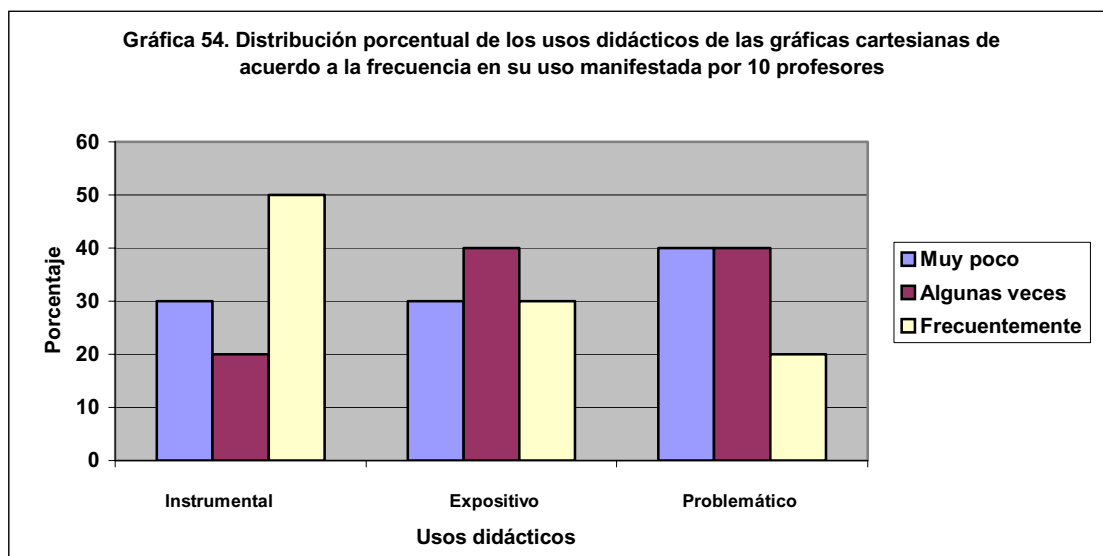
Pero por otra parte al contrario que para los autores, para los docentes es más importante la inclusión de elementos informativos como prácticas asociadas, ecuaciones (fórmulas y funciones) y referencias conceptuales propias del campo de la Química (véase la gráfica 53).



Los resultados pueden indicar inicialmente que, aunque existen coincidencias entre las tendencias de los autores de los textos y las de los docentes, estos últimos conciben las gráficas como más integradas en el campo científico y en sus prácticas, como parecen mostrarlo la prioridad que conceden a la inclusión en los contextos gráficos de términos y conceptos propios del campo conceptual de la Química, de prácticas asociadas con la construcción de las representaciones gráficas y de ecuaciones (formalizaciones) correspondientes con ellas. De otra parte, es importante anotar que el que tanto los docentes como los autores de los textos marginen la inclusión en el contexto gráfico de referencias cotidianas relacionadas con las gráficas refuerza un distanciamiento entre estas últimas y los fenómenos y problemas estudiados por la Ciencia, en este caso por la Química, generando un desinterés por su estudio en los alumnos.

### 9.1.3. Sobre la frecuencia de los usos didácticos de las gráficas cartesianas

Los resultados permiten observar cómo los docentes usan frecuentemente las gráficas de forma instrumental, lo que contrasta con el bajo porcentaje de gráficas cartesianas que tiene dicho uso en los textos. Así mismo, muestran que la utilización expositiva de las gráficas por parte de los docentes parece mucho más baja que la que hacen los autores de los textos. Por último permiten dar cuenta de que la baja frecuencia con la que usan los docentes las gráficas cartesianas problemáticas es similar a la frecuencia con la cual las proponen los autores en los libros de texto (véase la gráfica 54).



El uso frecuente de los docentes de las gráficas de uso didáctico instrumental puede indicar que, a diferencia de los autores de los textos, para ellos este tipo de gráficas no pueden presentarse aisladas de sus procesos de producción ni de las prácticas de experimentación. Esto confirmaría la tendencia ya señalada sobre el uso más activo de las gráficas cartesianas por parte de los docentes. Igualmente, podría indicar que los trabajos prácticos para los docentes pueden ir más allá de las simples experiencias para mostrar o interesar.

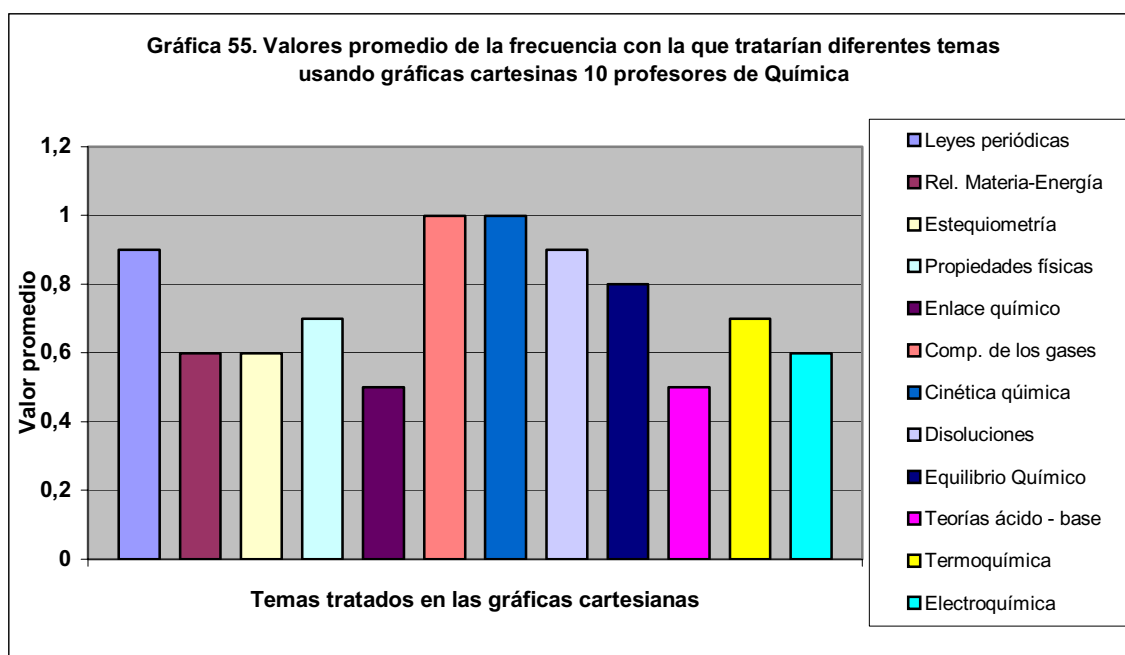
Por otro lado, el que los docentes, al igual que los autores usen poco las gráficas cartesianas de uso didáctico problemático, puede reflejar su creencia en la separación de la resolución de problemas de los procesos experimentales y de la construcción de gráficas cartesianas. Esta creencia podría ocasionar una disminución en las posibilidades de interpretación ofrecidas por los problemas, como ya se argumentó en el análisis de los resultados del primer estudio.

#### **9.1.4. Sobre la frecuencia de los usos temáticos de las gráficas cartesianas**

Acerca de los temas que los docentes consideran que deben ser tratados usando representaciones gráficas cartesianas, en general ellos creen que todos los temas pueden ser susceptibles de dicho tratamiento. Por otra parte, coincidiendo con los autores de los textos los temas: relaciones materia energía, estequiometría, enlace químico, teoría ácido - base y electroquímica son los menos preferidos por los docentes para ser



tratados utilizando representaciones gráficas cartesianas. También al igual que los autores de los textos, los docentes consideran que los temas: comportamiento de los gases y cinética química son los más susceptibles de ser tratados a través de representaciones gráficas. Así mismo, los temas: leyes periódicas, disoluciones y equilibrio químico son considerados por la mayoría de los docentes como susceptibles de ser tratados usando gráficas cartesianas, lo que de nuevo coincide con la tendencia que presentan los autores de los textos (véase la gráfica 55).



Estos resultados permiten inferir que, de manera global, los docentes también tienden a pensar en el uso de las gráficas cartesianas como adecuado cuando se trata de variables macroscópicas, tales como: presión temperatura, volumen, velocidad, y como inadecuado cuando se trata de relacionar variables de tipo microscópico como: distancia de enlace, potencial de hidrógenos o potencial electroquímico. No obstante en el grupo de docentes estudiado esta tendencia no se cumple cuando se trata el tema de las leyes periódicas. Por otro lado, la frecuencia con la cual los docentes tratarían este tema usando gráficas cartesianas al igual que ocurría con los temas de disoluciones y de equilibrio químico, de nuevo puede deberse al peso de dichos temas en el currículo de Química general.

La preferencia por las variables macroscópicas y la poca frecuencia con la que los docentes usarían gráficas cartesianas para tratar temas como los de relaciones materia - energía, enlace químico o electroquímica, podrían indicar mayores dificultades para llevar a cabo trabajos prácticos referidos a dichos temas que faciliten la construcción de las gráficas correspondientes .

Por último, la baja frecuencia con la que manifiestan usar los docentes las gráficas cartesianas para tratar el tema de teorías ácido - base podría estar desvelando un enfoque excesivamente abstracto del tema o la poca tendencia a usar unidades logarítmicas en las aulas de clase de Química.

## **9.2. SOBRE LA FRECUENCIA DE USO QUE ATRIBUYEN LOS DOCENTES A LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS Y LAS ACTIVIDADES RELACIONADAS CON ELLAS.**

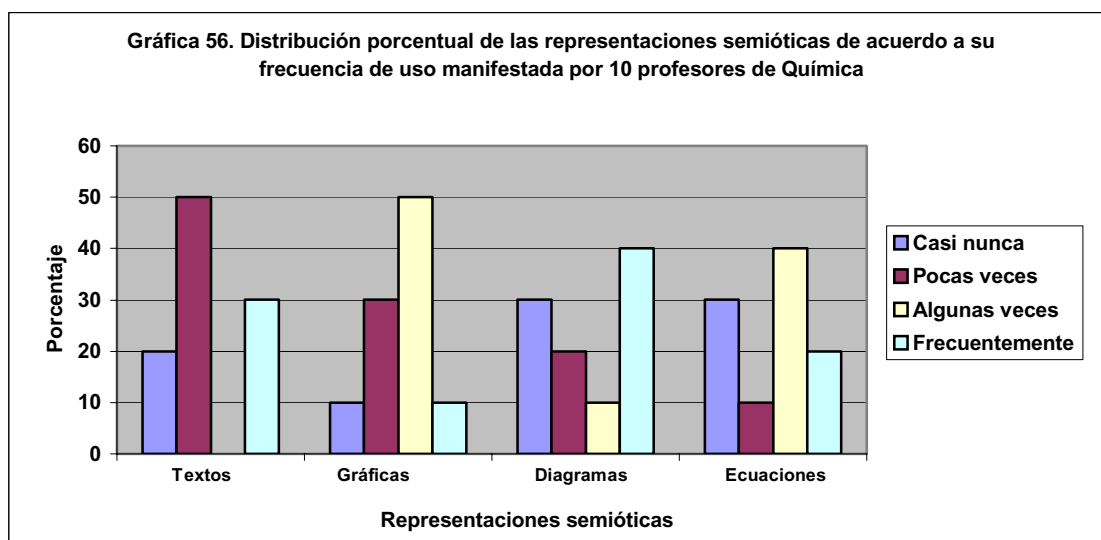
En esta sección se presentan inicialmente los resultados sobre la frecuencia con la que los docentes manifiestan usar diferentes tipos de representaciones semióticas en el aula de ciencias. Luego se exponen los resultados relativos a las conversiones entre diferentes tipos de representaciones semióticas. En tercera instancia, se presentan los resultados referidos a la frecuencia con la que los docentes manifiestan llevar a cabo diferentes actividades que requieren de la manipulación de representaciones gráficas cartesianas. Por último se hace otro tanto con la frecuencia con la que los docentes manifiestan usar diferentes tipos de gráficas en el aula, de acuerdo al tipo y número de líneas que estas presentan.

### **9.2.1. Sobre la frecuencia de uso de diferentes representaciones semióticas.**

Los resultados sobre la frecuencia con la cual los docentes manifiestan utilizar diferentes tipos de representaciones semióticas en el aula, muestran que los diagramas son los más frecuentemente usados, seguidos muy de cerca por los textos. Igualmente estos resultados permiten observar un menor uso del que se podría esperar de las ecuaciones y además, muestran que la frecuencia de uso de las gráficas cartesianas es la más baja. En estos resultados llama la atención el hecho de que un porcentaje

significativo de docentes exprese que casi nunca hace uso de diagramas y ecuaciones (véase la gráfica 56) .

La preferencia de los docentes por los diagramas puede obedecer a la influencia de ciertas posiciones teóricas sobre el aprendizaje que abogan por la estructuración, organización y jerarquización de lo conocimientos que el docente va a presentar y de aquellos que ya posee el estudiante (Ausubel 1976; Novack y Gowin 1988). Es decir, los docentes pueden concebir como diagramas a los mapas conceptuales, los diagramas de flujo o las V de Gowin.

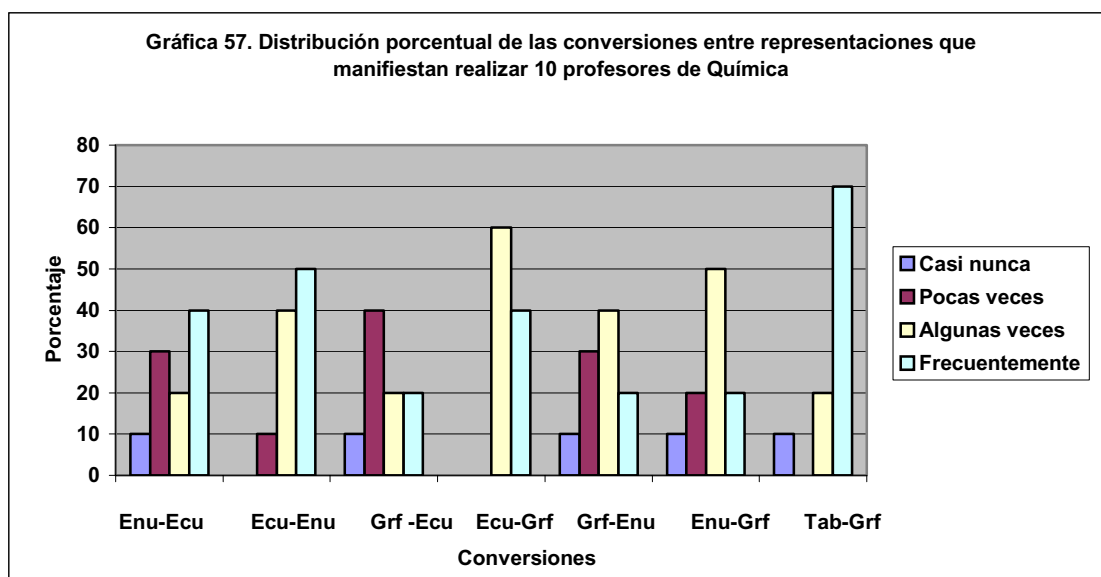


Por otra parte, el que el texto siga siendo preferido para presentar los conceptos puede obedecer a la fuerza de la tradición que concibe a los enunciados como la mejor forma de presentar los contenidos. Por otro lado, el que las ecuaciones no sean usadas frecuentemente para presentar los contenidos puede deberse a una tendencia de los docentes a preferir enfoques cualitativos antes que cuantitativos para hacer dicha presentación o, a que el papel de las mismas sea más el de operadores en procesos de resolución de problemas numéricos que el de representaciones adecuadas para expresar relaciones y principios referentes a los fenómenos científicos.

Finalmente, el que los docentes expresen que hacen poco uso de las gráficas cartesianas puede validar el análisis de los resultados obtenidos en el segundo estudio, en el que se argumenta que las pocas oportunidades que tienen los estudiantes para trabajar con representaciones gráficas cartesianas les limita en su capacidad para interpretarlas.

### 9.2.2. Sobre la frecuencia con la que se realizan en el aula conversiones entre diferentes tipos de representaciones semióticas

En cuanto a las conversiones entre los diversos tipos de representaciones semióticas se puede observar, en primer lugar, cómo las más frecuentes son las que se realizan entre representaciones congruentes, es decir, las conversiones que parten desde una tabla o una ecuación para llegar a una representación gráfica (véase la gráfica 57).



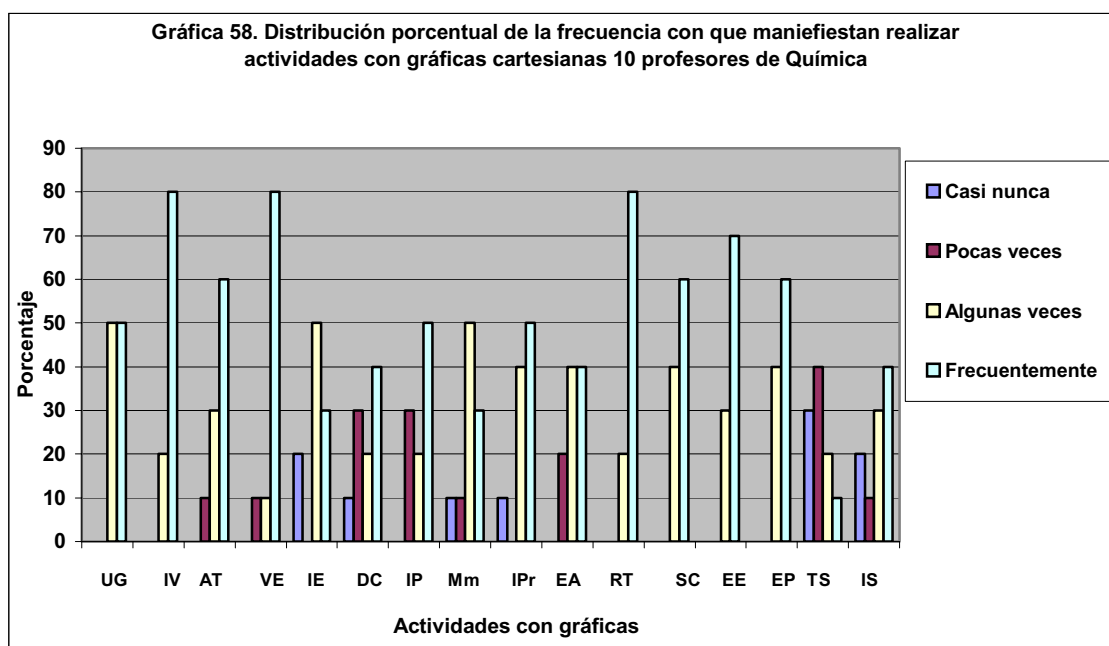
En segundo lugar, estos resultados muestran que las conversiones menos frecuentes son las que se llevan a cabo entre representaciones que se presumen incongruentes, o sea las que parten de la gráfica cartesiana para obtener una ecuación o un enunciado. Por último es importante notar que la conversión desde una enunciado hacia una ecuación tampoco es frecuentemente en las aulas.

Estos resultados son coincidentes con lo afirmado por otros autores sobre la poca frecuencia con la cual se llevan a cabo en las aulas conversiones entre representaciones no congruentes (Herscovics, 1980; Blubaugh y Emmons 1999; Duval, 1999). Por otra parte, estos resultados validan el análisis realizado en el segundo estudio, en el que se argumentaba que la carencia de participación de los estudiantes en actividades de conversión podría dificultarles la ejecución de operaciones correspondientes a los niveles de comprensión de la información implícita y conceptual.

Por último, el que la conversión desde una ecuación hacia un enunciado sea más frecuente que la conversión inversa puede ser interpretado como que la presentación de las ecuaciones precede a la de los enunciados, o que los docentes prescinden de las ecuaciones cuando consideran a los enunciados suficientemente explicativos para representar los conceptos a enseñar.

### 9.2.3. Sobre la frecuencia de diferentes actividades con gráficas

Aunque los docentes reconocen usar en general frecuentemente las gráficas (UG), los resultados sobre la frecuencia con la cual realizan diferentes actividades relacionadas con las gráficas cartesianas muestra varias tendencias (véase la gráfica 58).



En primer lugar, puede observarse que los docentes manifiestan realizar más o menos frecuentemente actividades correspondientes a operaciones propias del nivel de comprensión conceptual (síntesis conceptual (SC), elaboración de explicaciones (EE), y elaboración de predicciones (EP) ) y algunas de los niveles de comprensión explícito (asignación de variables a los ejes (VE), identificación de variables (IV)) e implícito, (identificación de la proporcionalidad (IP), reconocimiento de términos (RT)).

Por otra parte, los docentes reconocen realizar pocas las actividades de interpolación y / o extrapolación de datos (IE), asignación de título a la gráfica (AT), identificación de la covariación entre las variables (IC), identificación de puntos (IP), determinación de máximos y mínimos (Mm) e identificación de la relación a través de la determinación de la expresión algebraica más adecuada para la misma (EA).

Así mismo, estos resultados permiten observar que las actividades de tipificación (estandarización) de las gráficas (TS) y de interpretación simultánea de dos representaciones gráficas cartesianas son las menos usadas por los docentes de Química.

La poca frecuencia con la cual los docentes realizan la mayoría de las actividades correspondientes al nivel implícito, puede indicar que los estudiantes tienen pocas oportunidades para manipular las gráficas, pues este tipo de actividades son las que en gran medida permiten operar sobre las gráficas.

Por otro lado, la esta escasa frecuencia con la que los docentes manifiestan llevar a cabo las actividades relacionadas con el nivel de comprensión implícito comparada con la alta frecuencia con la que los ellos manifiestan realizar la actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual, puede indicar que en el aula suceden dos cosas. La primera que las actividades de tipo conceptual no parten de la gráfica en sí, sino que ésta es sólo usada como elemento accesorio, y en realidad para realizar estas actividades sólo se hace uso de las expresiones algebraicas. La segunda, es que las actividades de tipo conceptual se realicen sólo en momentos evaluativos y por lo tanto estén siempre desarticuladas de las de tipo explícito e implícito.

De todas formas, aunque esto no suceda, la diferencia de frecuencia citada genera un vacío en el continuo que supuestamente constituye la interpretación de la información gráfica, pues resulta muy difícil llevar a cabo actividades de tipo conceptual sin la realización previa de las de tipo implícito.

Sobre las coincidencias y desacuerdos entre la frecuencia con la que los docentes manifiestan realizar ciertas actividades relacionadas con las representaciones gráficas y los resultados obtenidos por los estudiantes en la ejecución de las diversas operaciones

propias de los tres niveles de comprensión gráfica pueden hacerse varias consideraciones.

En primer lugar, estos resultados son coincidentes en parte con las fuertes dificultades que presentan los grupos de Bachillerato y de Licenciatura para llevar a cabo tareas propias del nivel explícito, como la lectura de datos (identificación de puntos (IP), interpolación / extrapolación (IE)) y la asignación de título a la gráfica (AT). Así mismo, son consistentes con sus dificultades para realizar algunas operaciones propias del nivel de procesamiento de la información implícita, como la identificación de la relación a través de la selección de la expresión algebraica más adecuada (EA) (sólo los estudiantes de Bachillerato) o la determinación de la covariación que se presenta entre las variables (ambos grupos de estudiantes).

En segundo lugar, lo que no es coincidente es que los docentes expresen realizar frecuentemente actividades conceptuales con representaciones gráficas cartesianas y los estudiantes, por su parte, presenten fuertes dificultades para la ejecución de tareas que involucran operaciones propias del nivel conceptual del procesamiento de la información gráfica.

Esta ausencia de concordancia puede deberse a varias razones. Así, es posible que las actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual que manifiestan plantear los docentes puedan ser de baja dificultad, es decir, que sólo exijan el uso de la información proporcionada por la gráfica (sin tener que recurrir a otros conceptos) o la simple aplicación de una expresión algebraica; lo que haría difícil para los estudiantes formular conclusiones, explicaciones o predicciones que fuesen más allá de la relación simple entre las variables e involucrasen otros parámetros o procedimientos diferentes a la aplicación de expresiones algebraicas, como en efecto se muestra en los resultados obtenidos en el segundo estudio.

Por otra parte, es posible que la poca frecuencia con la cual se realizan las conversiones entre las representaciones gráficas y otros tipos de representaciones, pueda estar influyendo negativamente en la ejecución que hacen los estudiantes de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual.

En tercer lugar, esta ausencia de coincidencia entre desempeño de los estudiantes en tareas de tipo conceptual y la frecuencia de realización de actividades del mismo tipo por parte de los docentes puede ser explicada en parte porque las diferentes operaciones que se realizan en el procesamiento de la información gráfica forman parte de un continuo (Postigo y Pozo 2000). Es decir, el desempeño de los estudiantes en este tipo de tareas no sólo dependería de la frecuencia con la que se realizan en el aula actividades relacionadas con ellas, sino que también estaría influenciado por la frecuencia con la que se realizan otras actividades relacionadas con las operaciones propias de los niveles explícito e implícito.

Así mismo, la baja frecuencia con la que los docentes expresan realizar en el aula el análisis simultáneo de dos gráficas cartesianas, coincide con las dificultades que presentan los estudiantes para llevar a cabo las operaciones de identificación de la relación a través de la determinación de la expresión algebraica (EA), elaboración de síntesis conceptuales (SC) y elaboración de explicaciones (EE) cuando su ejecución se lleva a cabo partiendo de dos gráficas.

Por último, el que la actividad de tipificación (estandarización) sea la menos frecuente en las aulas puede deberse a varias causas. En primer lugar, es posible que los docentes creen que existe continuidad ontológica entre los fenómenos, las representaciones gráficas inductivas y los procesos de refinamiento para generar las gráficas modelo, y por ello no provean momentos pedagógicos suficientes para articularlos.

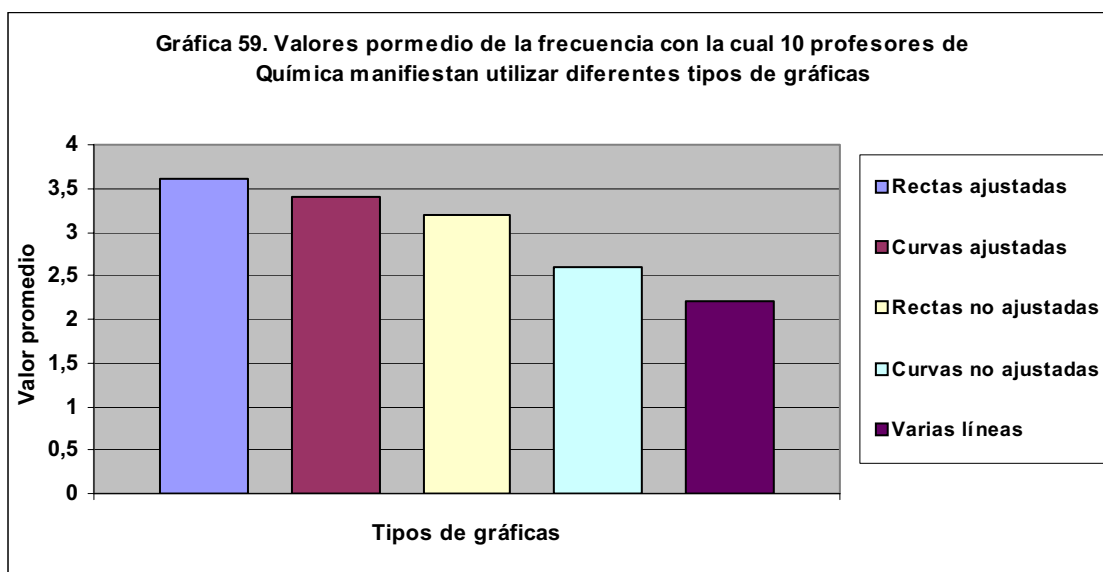
En segundo lugar, la poca frecuencia con la que se lleva a cabo la actividad de estandarización puede estar indicando que las prácticas de laboratorio propuestas en clase de ciencias y realizadas por los estudiantes, o son muy pocas, o no incluyen los procesos de tipificación de las representaciones gráficas cartesianas.

Si ocurre lo primero, esto iría a contracorriente con la naturaleza experimental de ciencias como la Química. Si ocurre lo segundo, dichas prácticas serían incompletas o corresponderían más a experiencias para mostrar que a experimentos propiamente dichos, lo que caricaturizaría los procedimientos experimentales.



#### 9.2.4. Sobre la frecuencia en el uso de diferentes tipos de gráficas en el aula

Los resultados sobre la frecuencia con la cual los profesores utilizan diferentes tipos de gráficas, de acuerdo al tipo y número de líneas, muestran que los docentes usan más frecuentemente gráficas con líneas rectas y ajustadas. Igualmente, estos resultados permiten afirmar que las gráficas que los docentes usan con menor frecuencia son aquellas con varias líneas y con líneas curvas no ajustadas (véase la gráfica 59).



Estos resultados coinciden con el análisis efectuado sobre los resultados del segundo estudio, en el que se argumentaba que las gráficas con una única línea, líneas rectas y / o ajustadas (curvas o rectas) eran más sencillas y familiares para los estudiantes y que, aquellas con varias líneas, líneas curvas y / o no ajustadas (rectas o curvas) eran más complejas y menos familiares para ellos, y que por lo tanto estas últimas podrían ser más difíciles de interpretar.

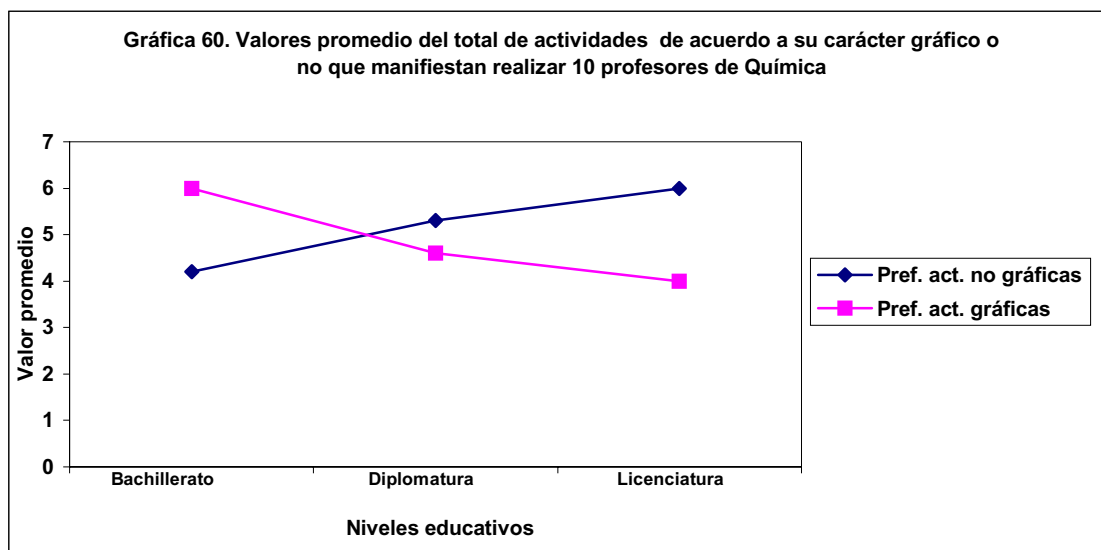
### 9.3. SOBRE LAS PREFERENCIAS Y LA FRECUENCIA CON LA QUE USAN DIFERENTES TIPOS DE ACTIVIDADES GRÁFICAS LOS DOCENTES DE LOS TRES NIVELES EDUCATIVOS

En este tercer grupo de resultados se incluyen inicialmente los referidos a las preferencias que manifiestan los docentes (de acuerdo a nivel en el que se desempeñan) por diferentes tipos de representaciones incluidas las representaciones gráficas. En

segundo lugar, se muestran los resultados sobre la frecuencia con la que ellos manifiestan realizar los grupos de actividades relacionadas con cada uno de los niveles de comprensión de la información gráfica. Por último, se presentan los resultados sobre la frecuencia con la que los docentes usan los grupos de actividades de acuerdo a si están orientadas hacia la construcción de gráficas o hacia su interpretación.

### 9.3.1. Sobre las preferencias de los docentes por las representaciones gráficas o no gráficas

Los resultados sobre la preferencia que presentan los docentes para utilizar representaciones de tipo gráfico (gráficas cartesianas o diagramas) o no gráficas (textos o ecuaciones) muestran que, conforme se progresa en el nivel académico, crece la preferencia por la utilización de representaciones no gráficas. Igualmente, permiten observar que conforme aumenta este mismo nivel académico la preferencia por la utilización de las representaciones de tipo gráfico disminuye (véase la gráfica 60)



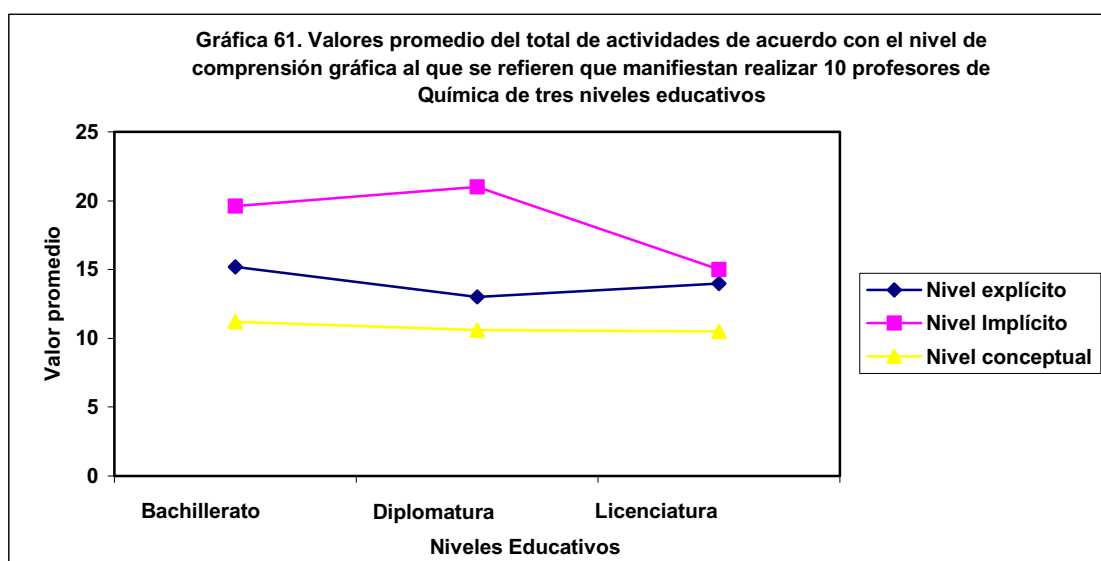
Por otra parte, la preferencia que muestran los docentes de Bachillerato y Diplomatura por las representaciones gráficas puede deberse a su creencia en que la representación gráfica de los principios y leyes es necesaria para su comprensión. Así mismo la poca preferencia que muestran los docentes de Licenciatura podría deberse a que estos no consideran que las representaciones gráficas sean necesarias para presentar las leyes y los principios a los estudiantes. Tal vez porque los docentes creen que cuando

los estudiantes crecen, ya no necesitan de representaciones que los acerquen a los fenómenos concretos y que, por el contrario, lo adecuado es que utilicen representaciones con un alto contenido de abstracción como los textos y las ecuaciones algebraicas. Es importante decir que aunque esta posición es comprensible, no se compadece con la necesidad de relacionar los principios y leyes científicas con contextos experimentales y con los fenómenos cuyo estudio les dio origen. Por otra parte, estos resultados son coincidentes en parte con los de otros investigadores que afirman que las representaciones gráficas son poco usadas en las aulas universitarias y que sólo son utilizadas con frecuencia en los niveles de Postgrado (Roth y Bowen 1999a).

Por otro lado, estos resultados parecen coincidir con los presentados en el segundo estudio acerca de la influencia de la formación académica de los estudiantes en su comprensión de las gráficas cartesianas. Estos resultados mostraban que el nivel de comprensión conceptual de la información gráfica que presentaba el grupo de Bachillerato era significativamente mayor que el presentado por los otros dos grupos. Es decir, la preferencia de los docentes de Bachillerato por el uso de representaciones de tipo gráfico pudo haber influido positivamente en la ejecución de los estudiantes de las tareas de interpretación de las gráficas cartesianas de tipo conceptual.

### **9.3.2. Sobre la frecuencia de las actividades referidas a los diferentes niveles de comprensión gráfica**

Los resultados sobre cómo varía la utilización de los grupos de actividades gráficas de acuerdo al nivel de comprensión al que se refieren, en relación con el nivel académico en el que se desempeñan los docentes, muestran que los docentes de Bachillerato realizan con mayor frecuencia las actividades relacionadas con el nivel de comprensión explícita que los docentes de los otros grupos, aunque éstas sean menos utilizadas por los docentes de la Diplomatura que por los de la Licenciatura. Estos mismos resultados muestran que las actividades referidas al nivel de comprensión implícita son más usadas por los docentes de la Diplomatura que por los de Bachillerato y que son los docentes de Licenciatura, quienes menos las usan. Finalmente, los mismos resultados permiten afirmar que la variación en la frecuencia con la que usan los docentes de los tres grupos académicos las actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual es mínima (véase la gráfica 61).



Estos resultados coinciden con los del segundo estudio que mostraban el nivel de comprensión explícito del grupo de Licenciatura era significativamente superior al presentado por el grupo de Diplomatura. Es decir, al parecer un aumento en la frecuencia de uso de las actividades relacionadas con el nivel de comprensión explícito puede producir un aumento en el grado de ejecución con el que los estudiantes realizan las operaciones propias de este nivel.

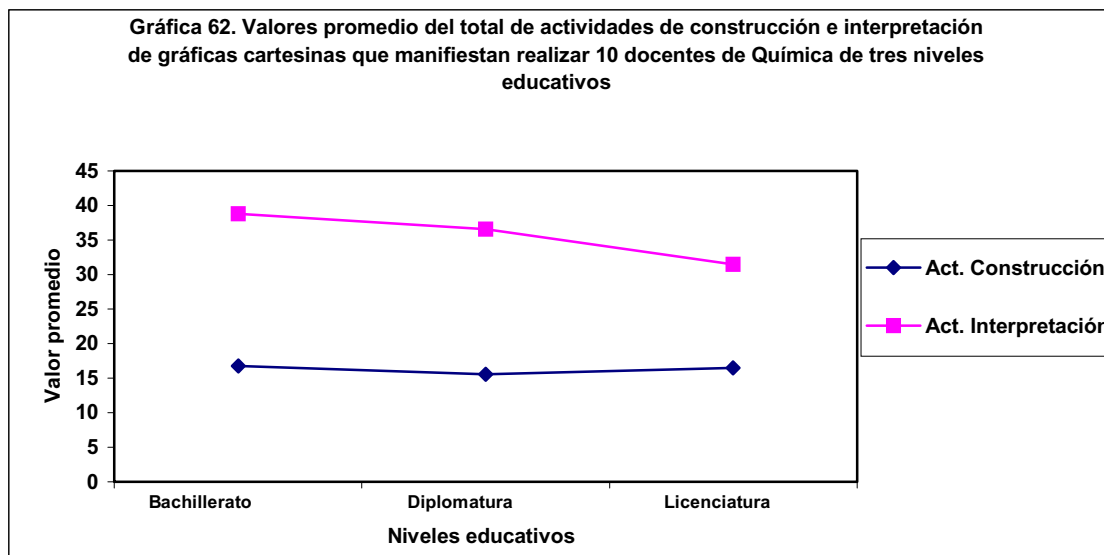
Por el contrario, estos resultados no coinciden con los resultados del segundo estudio que también mostraban que el nivel de comprensión conceptual del grupo de Bachillerato era significativamente más alto que el de los otros dos grupos. Es decir, al parecer la frecuencia de realización de las actividades relacionadas con el nivel de comprensión conceptual de la información gráfica, no asegura por sí sola un buen desempeño en la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual, ya que dicha frecuencia apenas varía en los tres grupos.

La explicación a esta falta de coincidencia podría encontrarse en la variación, esta vez si notoria de la frecuencia con la cual los docentes de los tres grupos manifiestan llevar a cabo las actividades referidas al nivel de comprensión implícita de la información gráfica. Es decir el mayor nivel de comprensión conceptual presentado por el grupo de Bachillerato, se explicaría por una combinación de la frecuencia de uso de las actividades referidas al nivel de comprensión conceptual con la de las actividades

relacionadas con los niveles de comprensión explícita e implícita. Este argumento validaría la tesis que sostiene que los tres niveles de comprensión de la información gráfica son parte de un continuo y que no se presentan de forma aislada (Postigo y Pozo 2000).

### 9.3.3. Sobre la frecuencia de las actividades de construcción e interpretación de gráficas

Los resultados acerca de la frecuencia con la que los profesores usan las actividades de construcción e interpretación de gráficas, en primer lugar, muestran que en los tres niveles en los que se desempeñan los docentes, las actividades de construcción de gráficas parecen realizarse con igual frecuencia, aunque sean levemente menos utilizadas en el nivel de Diplomatura. En segundo lugar, permiten observar que las actividades de interpretación de las gráficas cartesianas disminuyen conforme aumenta el nivel académico en el cual se desempeñan los profesores de Química. Así, los docentes de Bachillerato tienden a hacer uso de las actividades de interpretación de gráficas cartesianas más frecuentemente que los de Diplomatura y con mucha mayor frecuencia que los de Licenciatura (véase la gráfica 62)..



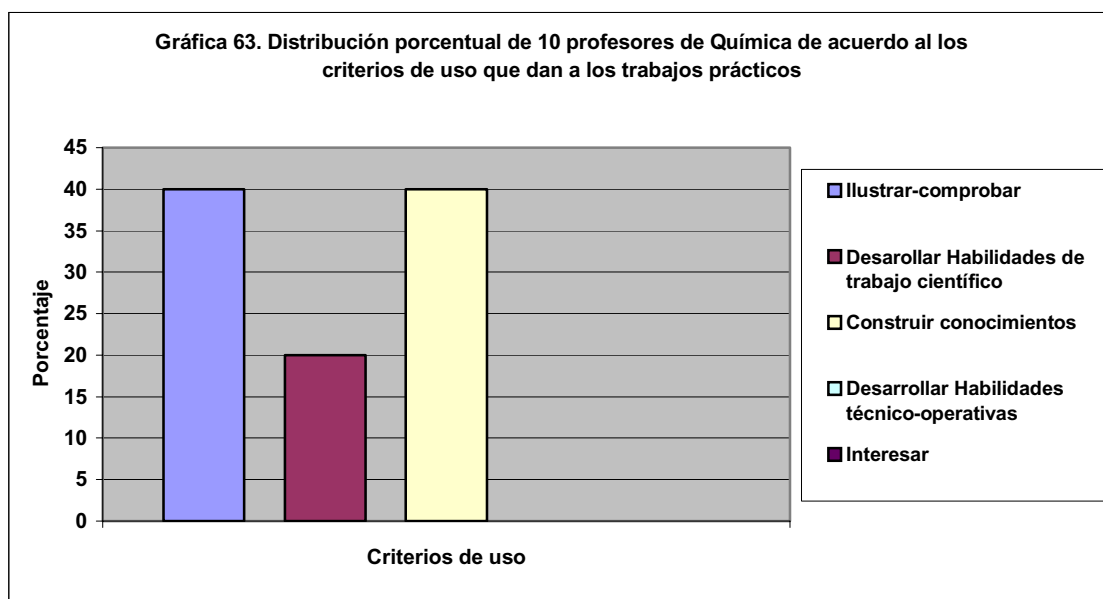
Estos resultados son coincidentes con las diferencias encontradas en el nivel de comprensión conceptual entre el grupo de Bachillerato y los otros dos grupos. Es decir, al parecer una alta frecuencia de uso de las actividades de interpretación de las

representaciones gráficas (que incluyen entre otras, las actividades propias de los niveles implícito y conceptual) podría influir positivamente en la ejecución de las operaciones propias del nivel de comprensión conceptual.

Esta conjetura se apoya en los resultados reportados en la sección anterior, que muestran cómo la ejecución de las operaciones propia del nivel conceptual al parecer está relacionada tanto con la frecuencia de realización de las actividades de tipo conceptual como con las de tipo explícito e implícito.

#### 9.4. SOBRE LOS CRITERIOS DE LOS DOCENTES ACERCA DE LOS TRABAJOS PRÁCTICOS

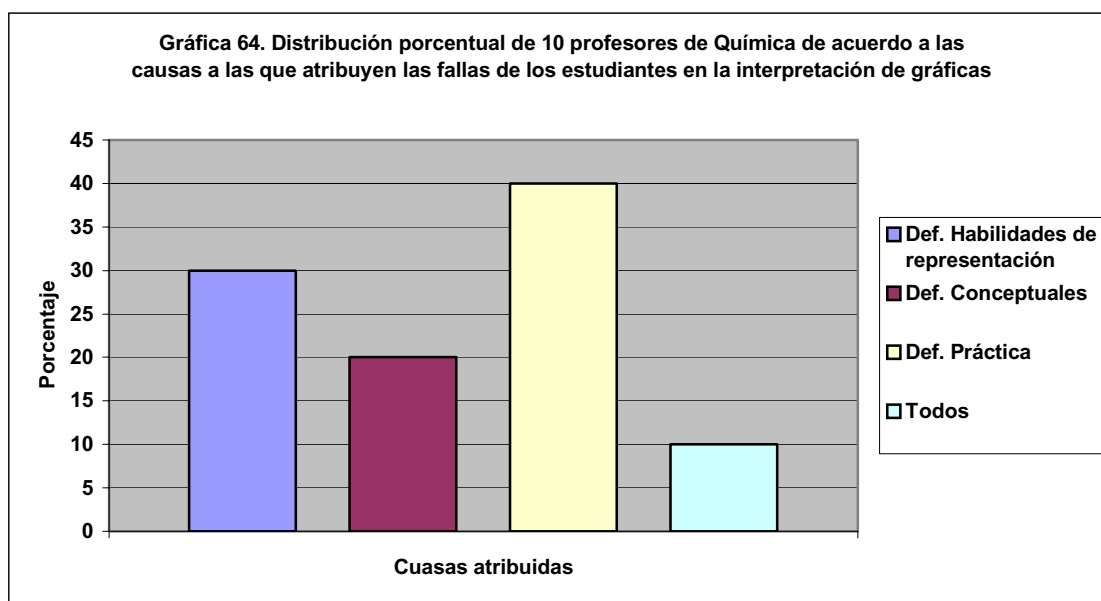
Los resultados acerca de los criterios con los cuales los docentes usan los trabajos prácticos, muestran que la mayoría de ellos oscilan entre el uso pasivo de los trabajos prácticos utilizándolos como herramientas de tipo expositivo o reiterativo para ilustrar conceptos o generar comprobaciones prácticas y, el uso activo de estas prácticas como espacios para la construcción de conceptos. Estos podría ser un índice de que, un grupo significativo de docentes usa las graficas de forma pasiva en los trabajos prácticas o no las usa y que otro grupo también significativo de ellos, podrían usarlas activamente en los trabajos prácticos (véase la gráfica 63).



Así mismo estos resultados muestran que, existe un porcentaje pequeño pero importante de docentes que piensan que los trabajos prácticos deben ser usados para desarrollar habilidades para el trabajo científico. Esto podría indicar que dichos docentes usan de forma activa las gráficas cartesianas, pero que este uso es más instrumental que conceptual, es decir, está más orientado al dominio de las habilidades en sí (de construcción e interpretación de gráficas) que a la construcción de conceptos.

### 9.5. SOBRE LAS CAUSAS QUE ATRIBUYEN LOS DOCENTES A LAS FALLAS DE LOS ESTUDIANTES EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

Los resultados sobre las causas que los docentes atribuyen a las fallas que presentan los estudiantes cuando estos interpretan gráficas cartesianas, muestran que la mayoría de ellos (40%) piensa que a los estudiante se les deben proporcionar más tiempo para que lleven a cabo actividades de interpretación de representaciones gráficas (véase la gráfica 64).



Es decir, ponen en cuestión su labor didáctica con respecto a este tema, al mismo tiempo que le reconocen su importancia en la consecución de mejores aprendizajes por parte de los estudiantes. Lo expresado por este significativo grupo de docentes está de acuerdo con lo argumentado por algunos investigadores, quienes expresan que la ejecución adecuada de los procesos de construcción e interpretación de las gráficas

depende más de la práctica reiterada de dichos procesos que de la posesión a priori de un grupo de habilidades cognitivas (Lave 1988; Bowen, Roth y Mc Ginn 1999)

Por otra parte estos mismos resultados muestran que un porcentaje algo menor pero igualmente significativo de docentes (30%), atribuyen los fallos de los estudiantes a sus deficiencias en las habilidades necesarias para construir e interpretar este tipo de representaciones. Las opiniones de este grupo de profesores coinciden con una visión de la construcción e interpretación de las gráficas cartesianas como actividades que requieren de la posesión previa de un conjunto de habilidades cognitivas, visión que ha sido defendida por otros autores (Schank 1994; Sharma 1993; McMann y McMann 1987).

Por otro lado, que el 20 % de los docentes creen que las fallas de los estudiantes cuando interpretan gráficas cartesianas se deben a que presentan deficiencias conceptuales, puede indicar varias cosas. En primer lugar, puede indicar que este grupo de docentes orientan el uso de las gráficas cartesianas hacia la comprobación de las leyes y los principios científicos ya explicados en el aula, caso en el cual la interpretación de las gráficas cartesianas sería posterior al aprendizaje de dichos conceptos y principios. En segundo lugar, podría inferirse que este grupo de docentes usan las gráficas cartesianas como instrumentos de evaluación del aprendizaje y no como herramientas para la construcción de conceptos.

Por otra parte, independientemente de las suposiciones anteriores, el análisis de los resultados obtenidos en el segundo estudio coincide de cierto modo con lo opinado por este grupo de docentes, ya que estos resultados muestran que los estudiantes carecen muchas veces de los prerrequisitos conceptuales para la interpretación de las representaciones gráficas cartesianas, sobre todo cuando se trata de utilizarlas para llevar a cabo operaciones de tipo conceptual, como elaborar conclusiones, explicaciones o predicciones sobre el comportamiento de los sistemas; y cuando las tareas indicadoras de dichas operaciones requieren de ir más allá de la aplicación de expresiones algebraicas o de la utilización de otros conceptos al margen de la comprensión de la relación entre las variables expresada por la gráfica.



Por último, que un porcentaje pequeño de docentes crea que es una combinación de causas la que genera los fallos presentados por los docentes al interpretar las gráficas, deja entrever una posición que reconoce la responsabilidad didáctica del mismo docente pero que también, deja abierta la posibilidad de que los fallos puedan originarse en el estudiante, ya sean estos debidos a su falta de habilidades para la representación o a sus deficiencias conceptuales.

En general, puede afirmarse que la mayoría de los docentes cuestiona su práctica sobre el uso de las gráficas cartesianas, mientras que un grupo menor cree que el origen de los fallos de los estudiantes se origina en las deficiencias de estos últimos.

**CAPÍTULO 10.  
DISCUSIÓN DE RESULTADOS  
Y RECOMENDACIONES DEL  
TERCER ESTUDIO**

## **CAPÍTULO 10. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES DEL TERCER ESTUDIO**

### **10. 1. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS DEL TERCER ESTUDIO**

El análisis de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la encuesta sobre el uso de las representaciones gráficas cartesianas a los docentes, permite elaborar las siguientes conclusiones parciales:

1. En general las tendencias de los docentes en cuanto a la preferencia de inclusión de los elementos informativos, tanto dentro como fuera de las representaciones gráficas cartesianas son consistentes con las presentadas por los autores de los libros de texto. Aunque, los docentes dan a las representaciones gráficas cartesianas un papel más activo y las conciben más, como herramientas didácticas integradas en el conocimiento científico al que se refieren y a las prácticas relacionadas con su construcción, que como instrumentos para transmitir información o herramientas de tipo matemático para representar principios y leyes. Esta conclusión se apoya en que los docentes, al contrario que los autores de los textos, prefieren incluir dentro de las gráficas datos, unidades y escalas, proporcionando mayores posibilidades para su transformación y manipulación. Así mismo, esta conclusión se basa en que los docentes, también al contrario que los autores, expresan su mayor preferencia por incluir en el exterior de las gráficas referencias de tipo conceptual propias del campo de

la Química y prácticas asociadas a su construcción, articulándolas así al campo científico al que se refieren y a sus procesos de producción.

2. Las tendencias que presentan los docentes sobre el uso temático de las representaciones gráficas cartesianas se corresponden con las tendencias que presentan los autores de los textos, quizás por las mismas razones que fueron argumentadas en el análisis realizado sobre los resultados en el primer estudio. Por otra parte, en cuanto al uso didáctico dado por los docentes a las representaciones gráficas cartesianas, éstos parecen asignarles un papel más activo ya que las utilizan más como instrumentos dentro de los trabajos prácticos que los autores de los textos, aunque coincidan con estos últimos en utilizarlas poco en la formulación de situaciones problema. Así mismo el que un porcentaje significativo de los docentes expresen que dichos trabajos prácticos deben ser usados para posibilitar la construcción de conceptos leyes y principios por parte de los estudiantes, refuerza el papel activo que podrían jugar las representaciones gráficas cartesianas en estos trabajos prácticos.

3. La frecuencia con la cual los estudiantes lleven a cabo prácticas relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas, al igual que el tipo de prácticas realizadas, muestran que dichas prácticas están en relación con el grado de ejecución que muestran los estudiantes de los diferentes niveles de comprensión de la información gráfica. Esta conclusión se apoya en varios de los resultados obtenidos en este tercer estudio.

En primer lugar, se apoya en como coinciden los bajos resultados de los estudiantes cuando ejecutan diversas tareas de interpretación de gráficas cartesianas con el poco uso que se hace de estas en el aula y la baja frecuencia con la que se lleva a cabo su conversión en otras representaciones, circunstancias que ofrecen pocas oportunidades a los estudiantes para trabajar con estas gráficas y por ende les dificultan su interpretación

En segundo lugar, esta conclusión también tiene su base en la poca frecuencia con la que los docentes manifiestan realizar actividades relacionadas con el nivel de comprensión implícita de la información gráfica y otras actividades como la tipificación de las gráficas o la interpretación simultánea de dos gráficas, que por su complejidad y

riqueza son la que más oportunidades proveen para que los estudiantes accedan al manejo, la manipulación y la transformación de las gráficas cartesianas.

En tercer lugar, esta conclusión se apoya en que la disminución conforme aumenta el nivel educativo de la frecuencia de utilización de representaciones de tipo gráfico y de las actividades de interpretación de representaciones gráficas cartesianas coincide con un mejor desempeño de los estudiantes de Bachillerato en el nivel de comprensión conceptual.

En cuarto lugar, esta conclusión se apoya en que las dificultades que presentan lo estudiantes al interpretar gráficas cartesianas con líneas curvas, líneas no ajustadas o con varias líneas coincide con el poco uso que los profesores manifiestan hacer de gráficas cartesianas con estas características.

Por último, el que los docentes en un porcentaje significativo reconozcan que los fallos que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a la interpretación de las gráficas cartesianas son debidos a la poca frecuencia con la que se realizan actividades relacionadas con ellas en las aulas, refuerza la conclusión acerca de la fuerte influencia que ejercen la frecuencia y el tipo de las prácticas realizadas en el aula sobre la ejecución que presentan los estudiantes de diversas tareas de interpretación de las gráficas cartesianas.

4. Al parecer, los tres niveles de comprensión de la información gráfica forman parte de un continuo y no son independientes el uno del otro. Esta conclusión se apoya en que las dificultades que presentan los estudiantes para ejecutar operaciones propias de los niveles de comprensión implícito y conceptual no coinciden con la frecuencia con la que los docentes manifiestan realizar en el aula actividades relacionadas con estos niveles de comprensión gráfica. De esta forma la relación no sería directa entre la ejecución de tareas de un nivel de comprensión y la realización de actividades relacionadas con el mismo en las aulas de clase.

Así mismo, esta conclusión se apoya en que el nivel de comprensión conceptual significativamente mayor que presentan los estudiantes de Bachillerato, no coincide con la frecuencia con la que los docentes manifiestan realizar actividades relacionadas con

este nivel de comprensión, que prácticamente es la misma en los tres grupos académicos. Así, es posible que el mayor nivel de comprensión conceptual del grupo de Bachillerato, pueda deberse a utilización combinada de las actividades relacionadas con este nivel junto con las relacionadas con los niveles implícito y explícito.

## **10. 2. RECOMENDACIONES SURGIDAS DEL TERCER ESTUDIO**

El análisis de las conclusiones obtenidas en este tercer estudio permiten formular las siguientes recomendaciones acerca del uso de las representaciones gráficas cartesianas en el aula de clase de ciencias:

1. Sin olvidar la importante integración que ya hacen los docentes de las representaciones gráficas cartesianas en el área de conocimiento a la que se refieren, a las prácticas científicas asociadas a su construcción y a sus posibilidades de transformación; a través de la inclusión de diversos elementos informativos tanto dentro como fuera de ellas, sería recomendable que los docentes hiciesen un esfuerzo adicional para relacionar las gráficas cartesianas con el mundo real del estudiante a través de la inclusión de referencias de tipo cotidiano que estén en conexión con las relaciones que representa la gráfica, con el fin de ampliar el significado que se le puede dar a las mismas y aumentar sus posibilidades de utilización.

2. Al igual que para los autores de los libros de texto, en cuanto al uso temático de las representaciones gráficas cartesianas, es importante recomendar un uso más generalizado de las mismas, en especial para tratar temas referidos a las variables de tipo microscópico como potencial de hidrógenos, potencial electroquímico, diferencias de electronegatividad o distancias de enlace, ya que las gráficas cartesianas son poco empleadas para tratar estos temas, pero en cambio sí presentan un alto poder para expresar de forma concreta relaciones que por su naturaleza abstracta son difíciles de entender para los estudiantes.

3. Es necesario aumentar el número y la diversidad de las actividades que se realizan en el aula usando representaciones gráficas cartesianas, esto puede llevarse a cabo de varias formas. Así, los docentes al tratar los temas podrían ofrecer las representaciones gráficas como representaciones alternativas a las de tipo algebraico o a

los enunciados, u ofrecerlas en conjunto con ellas. También los docentes podrían aumentar el número de actividades que involucran conversiones de las representaciones gráficas en otras no congruentes con ellas, como las ecuaciones y los enunciados, con el fin de entrenar a los estudiantes en dichos procedimientos, ya que estos son necesarios para llevar a cabo diversas tareas de interpretación de gráficas. Además, los docentes podrían aumentar el número de actividades en las cuales se contemple la realización de tareas que impliquen la realización de operaciones propias del nivel de comprensión implícito, ya que son este tipo de actividades las que ofrecen a los estudiantes mayores posibilidades para la manipulación y la transformación de las representaciones gráficas cartesianas. Por último, es recomendable que los docentes propongan un mayor número de actividades en las que se ofrezcan dos gráficas para su análisis simultáneo, y en las que se presenten gráficas cartesianas con: varias líneas, líneas curvas y líneas no ajustadas. Esto último implicaría aumentar el número de actividades en las cuales se proponga la tipificación de las líneas gráficas. Con ello, se lograría familiarizar al estudiante con estos tipos de tareas y gráficas que en principio les son poco familiares y, por ende, representan para ellos una sobrecarga en su memoria de trabajo.

4. Sería importante tratar de equilibrar el número de actividades referidas a aspectos conceptuales y explícitos de la información gráfica con aquellas que se refieren a los aspectos implícitos de la misma, atendiendo a que los resultados muestran que los tres tipos de comprensión de la información gráfica forman parte de un continuo y que no son independientes. En esta misma línea, se podrían proponer actividades en las que se integrasen las tareas propias de los tres niveles de comprensión de la información gráfica, que podrían ser organizadas proponiendo en las mismas tareas que requiriesen de diferentes niveles de interpretación.

**CAPÍTULO 11.  
CONCLUSIONES Y  
RECOMENDACIONES  
GENERALES DE LA  
INVESTIGACIÓN**



## **CAPÍTULO 11. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN**

En este capítulo en primer lugar, se formularán un grupo de conclusiones generales a partir de la articulación de las conclusiones parciales elaboradas en el análisis de los tres estudios realizados en esta investigación. En segundo lugar, se presentarán un grupo de recomendaciones de carácter general fruto de la combinación de las recomendaciones parciales realizadas a partir del análisis de las conclusiones obtenidas en cada uno de los tres estudios.

### **11. 1. CONCLUSIONES GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN**

Las conclusiones elaboradas van a tener como eje central las dificultades de interpretación que pueden presentar los estudiantes y su interacción con varios factores: las características de las representaciones gráficas, la formación académica de los estudiantes y las prácticas propuestas por los docentes y realizadas por aquellos en el aula.

1. En primer lugar, se puede concluir que las características que presentan los gráficos pueden influir de varias formas en su comprensión. Así, sus deficiencias (carencia de escalas, títulos, prácticas asociadas y referencias conceptuales cotidianas) aísla las gráficas de sus referencias y dificulta el operar sobre ellas. Igualmente, la no distinción que se presenta entre gráficas teóricas y experimentales en los textos genera confusión en el estudiante sobre lo que representan dichas gráficas. Por otro lado, al parecer, características de las gráficas como su complejidad y un alto volumen de información (especialmente presentes en gráficas instrumentales), dificultan su

interpretación; tal vez porque las hacen más incongruentes con otros tipos de representaciones (dificultando su conversión) y menos familiares (menos accesibles) para los mismos estudiantes.

2. La formación académica de los estudiantes influye en la comprensión de las gráficas cartesianas de la siguiente forma. En primer lugar, al parecer facilita a los estudiantes con formación específica en ciencias la interpretación de gráficas de tipo experimental por su mayor familiaridad con ellas. En segundo lugar, puede hacer irrelevante la información conceptual incluida en el interior de la gráfica para los estudiantes con formación específica en ciencias y relevante para aquellos que no tienen este tipo de formación. En tercer lugar sólo parece influir sobre la comprensión de los aspectos explícitos de la información gráfica y, de forma global, no influye en los aspectos de tipo conceptual o que necesiten de prerrequisitos conceptuales.

3. Las prácticas propuestas por los docentes en el aula y realizadas por los estudiantes pueden influir de diversas formas en la interpretación que hacen estos últimos de las representaciones gráficas cartesianas. Así, tal vez la poca experiencia en interpretación de gráficas de tipo instrumental puede hacer este tipo de representaciones gráficas difícil de interpretar para los estudiantes. Igualmente, el poco uso de las representaciones gráficas cartesianas frente al de otro tipo de representaciones y la disminución del mismo conforme se progresa en el nivel escolar, puede hacerlas menos familiares y dificultar su interpretación. También, la escasa frecuencia con la que se realizan actividades de interpretación de gráficas referidas al nivel de comprensión implícita, y el enfoque desarticulado de estas actividades con las referidas a la información conceptual y explícita, desconociendo que forman parte de un continuo, pueden ocasionar dificultades para la ejecución de diversas tareas de interpretación de gráficas, especialmente en las de carácter conceptual. Además, la carencia de actividades en las que se tipifican las gráficas y en las que se analizan simultáneamente varias gráficas deja a los estudiantes como novatos en esas actividades comunes en el trabajo científico y les inhabilita para su ejecución. Por último, la ausencia de conversiones entre las representaciones gráficas cartesianas y otras representaciones no congruentes con ellas, como las ecuaciones y los enunciados, les dificulta a los estudiantes realizar tareas de interpretación de gráficas que requieran de dicha conversión, especialmente en los niveles implícito y conceptual.

## **11.2. RECOMENDACIONES GENERALES SURGIDAS DE LA INVESTIGACIÓN**

El análisis de estas conclusiones centradas en las dificultades de interpretación de las representaciones gráficas cartesianas, permite formular las siguientes recomendaciones de carácter general.

1. Con respecto a las modificaciones de las gráficas tendientes a favorecer una mejora en la interpretación que hagan los estudiantes de las mismas, pueden abordarse siguiendo varios procedimientos. Así, es posible aumentar la frecuencia con la cual se usan representaciones gráficas cartesianas con características poco familiares para los estudiantes, complejas y con un alto volumen de información. Además, deben subsanarse las deficiencias en términos de elementos informativos que puedan presentar los gráficos cartesianos, tanto los usados en clase como los presentados en los libros de texto. Igualmente, sería importante hacer distinciones claras entre gráficas teóricas y experimentales para evitar confusiones a los estudiantes.

2. Acerca de la formación académica de los estudiantes, para mejorar su interpretación de las gráficas podrían realizarse varias acciones. Aumentar la experiencia de los estudiantes en su formación básica con gráficas experimentales para que se familiaricen con ellas y de esta manera puedan hacer uso de los datos que éstas ofrecen. También se puede motivar a los estudiantes con formación en ciencias para que activen sus conocimientos a fin de hacer relevante la información conceptual ofrecida dentro de la gráfica. Además, la formación de los estudiantes debería enfocarse más hacia la comprensión de los aspectos implícitos y conceptuales de la información gráfica, y a la ejecución de tareas de interpretación de gráficas cartesianas en las que se demanden prerrequisitos conceptuales.

3. Los docentes podrían modificar sus prácticas relacionadas con las representaciones gráficas cartesianas con el fin de mejorar la interpretación que los estudiantes hacen de este tipo de gráficas, para ello podrían llevar cabo varios procedimientos. Así, sería deseable que ellos aumentasen el número de las actividades de interpretación de gráficas de tipo instrumental para hacerlas más familiares a los estudiantes. Igualmente, podrían usar más frecuentemente las representaciones gráficas

o, por lo menos, de forma equivalente a la frecuencia con que usan otro tipo de representaciones. Además, los docentes podrían realizar más actividades de interpretación de gráficas referidas a su información implícita y articular estas actividades con las referidas a la información conceptual y explícita. También los profesores podrían entrenar más a los estudiantes en la estandarización de gráficas y en el análisis simultáneo de varias gráficas, por ser estas actividades correlativas al trabajo científico. Finalmente, los docentes podrían planear un mayor número de actividades de conversión entre las representaciones gráficas cartesianas y otras representaciones no congruentes.

**CAPÍTULO 12.  
PERSPECTIVAS DE  
INVESTIGACIÓN**

## **CAPÍTULO 12. PERSPECTIVAS DE INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se propondrán algunas perspectivas de trabajo abiertas a partir de esta investigación. Estas perspectivas serán organizadas desde dos puntos de vista. En primer lugar, se enumerarán las que aparecen luego del análisis del marco teórico elaborado en esta investigación. En segundo lugar, se expondrán las perspectivas surgidas a partir de los resultados obtenidos en la investigación.

### **12. 1. PERSPECTIVAS SURGIDAS DEL ANÁLISIS DE MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN**

Un análisis de los fundamentos teóricos que han servido para esta investigación permite esbozar las siguientes perspectivas de investigación:

1. En primer lugar, sería interesante conjugar la investigación sobre representaciones externas con la que se lleva a cabo sobre representaciones internas y en particular, sobre la formación de modelos mentales. Esto podría hacerse formulando preguntas sobre la interacción de los diversos tipo de representaciones semióticas (con estructuras y relaciones propias) y la formación de determinadas clases de modelos mentales. Igualmente, podría indagarse sobre la influencia del uso de diversos tipos de representaciones externas en la generación de diferentes procesos o tipologías de modelización y cómo se podría entrenar a los estudiantes en dichos procesos a través de la utilización comprensiva y productiva de las representaciones externas. Además, podría ser útil investigar acerca del efecto de la multiplicación del número de representaciones semióticas de los fenómenos y, de los procesos de conversión entre las

mismas (especialmente entre representaciones no congruentes), en la comprensión de los estudiantes de dichos fenómenos y en la ejecución de tareas de tipo superior como lectura, escritura y resolución de problemas. Así mismo, sería posible examinar la interacción que podrían tener los diferentes tipos de representaciones semióticas (externas) con los diversos tipos de tareas que los estudiantes puedan ejecutar sobre la comprensión de una información determinada.

2. La estructura de análisis facilitada por los niveles de comprensión de la información gráfica podría ser utilizada en conjunción con otras estructuras de análisis sobre la comprensión de la información escrita (estructura superficial y profunda) o de carácter formal (desde la utilización y manipulación de las expresiones hasta su generación), con el objeto de establecer las bases de un programa que sirviese para formar los estudiantes en el análisis semiótico de carácter integral.

3. También podría resultar interesante y fructífero investigar acerca de la influencia de la utilización de determinados sistemas semióticos en el aprendizaje y dominio de otros sistemas semióticos. Así, podría verse si el uso generalizado de gráficas cartesianas ayuda al mejor entendimiento de las expresiones formales y de los enunciados. De la misma forma, podría preguntarse si el uso de diagramas o ilustraciones influyen en la comprensión y el aprendizaje de otros tipos de representaciones acerca del mismo fenómeno.

4. Podría investigarse también sobre los efectos de una estrategia que acerque el uso que hacen los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas y de los otros tipos de representaciones semióticas, al uso que hacen de ellas los científicos. Estos efectos podrían estudiarse de acuerdo a los cambios generados en los estudiantes en la comprensión de los mismos sistemas semióticos y de los conceptos y fenómenos que estos sistemas representan.

## **12.2. PERSPECTIVAS SURGIDAS DE LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

De acuerdo al análisis realizado sobre los resultados de la investigación pueden formularse las siguientes perspectivas de investigación:

1. Contando con los medios adecuados y una financiación suficiente podría experimentarse con textos alternativos que hiciesen un uso masivo de las representaciones gráficas cartesianas, implementasen las recomendaciones realizadas en esta investigación y que además se enfocasen hacia el uso de múltiples representaciones de los conocimientos (hipertextos), con el fin de conocer el efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes, en especial sobre su aprendizaje a largo plazo y sobre su capacidades para ejecutar tareas conceptuales o que necesiten de prerrequisitos de tipo conceptual.

2. Por último, podría diseñarse y probarse una estrategia didáctica en la que se articulase el uso de múltiples representaciones, los procesos de conversión entre estas, la utilización conjunta de actividades referidas a los tres niveles de comprensión de la información gráfica, un aumento en el uso didáctico instrumental y problemático de las gráficas cartesianas y del uso de referencias cotidianas y conceptuales relacionadas con ellas que les diesen sentido y ampliaran su significado.



# ***BIBLIOGRAFIA***

## BIBLIOGRAFIA

- Adams, D. (1988). *The effects of microcomputer – based laboratories exercises on the acquisition of line graph construction and interpretation skills by high school biology students*. Paper presented at the meeting of the national association for research in science teaching. Lake of Ozarks MO.
- Ainley, J., Nadi H. y Pratt, D. (2000). The construction of meaning for trend in active graphing. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 85 – 114.
- Ainswort, S. (1997). *Designing and evaluating multi – representational learning environments for primary mathematics*. PhD thesis. Technical Report 47, Centre for Research in Development , Instruction and Training, University of Nottingham.
- Amat, A.M. , Candela, J.F y Girona, J. F. (1997). Prueba inicial para ver el conocimiento que tiene el alumnado sobre procedimientos. *Alambique*, 13, 71 – 81.
- Amman, K. y Knorr, K.D. (1988). The fixation of visual evidence. *Human Studies*, 11, 133 – 169.
- Anderson, R.F. y Helstrup, T. (1993). Visual Discovery in mind and on paper. *Memory and Cognition*, 21(3), 283 – 293.
- Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa : un punto de vista cognoscitivo*. Ed: Trillas. Mexico.
- Badley, A.D. (1990). *Human Memory: Theory and Practice*. Lawrence Erlbaum & Associates. Hillsdale, NJ
- Bakhtin, M. (1981). *The Dialogic Imagination*. University of Texas. Austin, TX.
- Barquero, B. , Schnotz, W. y Reuter S. (2000). Adolescent's and adult's skills to visually communicate knowledge with graphics. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 71 – 87.

- Bastide, F. (1990). The iconography of scientific texts: Principles of analysis. In M. Lynch & S. Woolgar (Eds.), *Representation in Scientific Practice* (pp. 187 – 229). MIT Press. Cambridge, MA.
- Bell, A. y Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the Learning of Mathematics*, 2, (1), 34 – 42.
- Bengtsson, L.A. (1999). Dimensions of performance in the interpretation of diagrams, tables and maps: some gender differences in the swedish scholastic aptitude test. *Journal of Research of Science Teaching*, 36, (5), 565 – 582
- Berg, C. (1989). An investigation of the relationship between logical thinking structures an teh ability to construct and interpretet graphs. *Dissertations asbtracts International*, 50, 12 A.
- Berg, C. y Phillips, D.G. (1994). An investigation of the relationship between logical thinking structures an the ability to construct and interpretet graphs. *Journal of Research of Science Teaching*, 31 (4), 323 – 344.
- Berg, C.A. y Smith P. (1994). Assesing Students” abilities to construct and interpret line graphs: disparities between multiple - choice and free – response instruments. *Science Education*, 78, (6), 527 - 554.
- Bergamini, D. (1963). *Mathematics* . (Time / Life series). New York: Times. New York.
- Bergeron, J.C y Hercovics, N. (1982). Levels in the understanding of the function concept. In G. Van Barnveld y H. Krabbendam (Eds). *Conference on Functions* ( Report 1, pp. 39 – 46). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands.
- Bestgen, J.B. (1980). Making and interpretation graphs and tables: Result and implications from national assesment. *Aritmethic Teacher*, 28, (4), 36 – 29.
- Blubaugh, W.L y Emmons K. (1999). Algebra for all. Graphing for all students.. *Mathematics Teacher*, 92, (4), 323 – 334.
- Bohrens, J. (1988). *Misconceptions of ninth graders surrounding graph construction skills of science data*. Paper presented at the meeting of the national association for research in science teaching. Lake of Ozarks MO.
- Bowen, G.M y Roth, W.M. (1998). Lecturing Graphing : what features of lectures contribute to student difficulties in learning to interpret graphs?. *Research in Science Education*, 28, (1) , 77 – 90.
- Bowen, G.M. , Roth, W.M y McGinn. M.K. (1999). Interpretations of graphs by university biology students and practicing scientist. Toward a social practice view of scientific

- representation practices. *Journal of Research in Science Teaching*, 36, (9), 1020 – 1043.
- Brasell, H. y Rowe, M. (1989). *Graphing skills among high school physics students*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco.
- Bresson, F. (1987) Les Fonctions de représentation et de communication. In Piaget Monoud et Bronckart (Eds), *Psychologie. Encyclopedie de la Pleyade* (pp. 933 – 982). Paris.
- Brown, J.S. , Collins, A. y Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18, 32 – 42.
- Bruner, J.S. (1986). *Actual Minds, Possible Words*. Harvard University Press. Cambridge, M.A.
- Caamaño, A. (1998). Problemas en el aprendizaje de la terminología científica. *Alambique*, 17, 5 – 10.
- Campanario, J.M. y Otero, J.C. (2001). Errores y distorsiones en las representaciones gráficas que aparecen en la prensa. *Enseñanza de las Ciencias*, número extra VI congreso, 139.
- Carpenter, T.P. , Corbit, M.K. , Kepner, H.S. , Jr; Linquist, M.M. y Reys, R.E. (1981). *Results from the second mathematics assessment of the National assessment of Educational Progress*. National Council of Teacher of Mathematics. Reston, V.A
- Cheng, P.C.H. (1996). Law encoding diagrams for instrutional systems. *Jouranl of Artificial Intelligence in Education*, 7 (1), 33 – 74.
- Clark, H.H. (1974). Semantics and Comprehension In Sebeok (Ed), *Current Trends in Linguistics*. The Hague: Mouton.
- Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in Cartesian graphing. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, (1 – 2), 77 – 87.
- Cox, R. (1996). *Anlytical reasoning with multiple external representations*. PhD thesis, Department of Artificial Intelligence, University of Edimburg.
- Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences *Learning and Instruction*, 9, 343 – 363.
- Cox, R. , Stenning, K. y Oberlander, J. (1995a). The effect of graphical and sentential logic teaching on spontaneous external representation. *Cognitive Studies: Bulletin of the Japannesse Cognitive Science Society*, 2, (4), 1 – 20.
- Cox, R. , Stenning, K. y Oberlander, J. (1994). *Graphical effects in learning logic: reasoning, representation and individuals differences*. In proceedings of the 16<sup>th</sup>

- annual conference of the cognitive science society (pp. 237 – 242). Laurence Erlbaum Associates. Hillsdale, NJ
- Cox, R. , Stenning, K. y Oberlander, J. (1995b). *The effect of interactive multimedia interfaces upon representation selection*. In J. Lee (Eds), Proceedings of the first international workshop on intelligence and multimodality in multimedia interfaces: Research and applications (IMMI), July, Edimburg.
- Cox, R. y Brna, P. (1995). Supporting the use of external representation in problem solving: the need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 6, (2, 3), 239 – 302.
- Davis, R.B. (1982). Teaching the conceptual of function: Method and reasons. In G. Van Barnvled y H. Krabbendam (Eds). *Conference on Functions* (Report 1, pp. 47 – 55). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands.
- De Guzmán, M. (1984). El papel de la matemática en el proceso educativo inicial. *Enseñanza de las Ciencias*, 2, (3), 91 – 95.
- Demana, F. y Waits, B.K. (1998) Pitfalls in graphical computation, or why a single graph isn't enough. *College Mathematics Journal*, 19, (2), 177 – 183.
- Detterman, D. (1993). The case of prosecution: Transfer as an epiphenomeno. In D.K. Detterman and R.J. Stemberg, Editors, *Transfer in trial: Intelligence, cognition and instruction*, Ablex Publishing Corp, Norwood, New Jersey. 1 – 24
- Donnelly, J.F. y Welford, A.G. (1989). Assesing pupils' ability to generalise. *International Journal of Science Education*, 11, (2), 161 – 171.
- Dreyfus, T. y Eisemberg, T. (1983) The function concept in college students: Linearity. Smoothness and periodicity. *Focus on Learnig Problems in Mathematics*, 5, 119 – 132.
- Duval, R. (1988a). Ecartes sémantiques et coherence mathématique. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 1, 7 – 25.
- Duval, R. (1988b). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 1, 235 – 253.
- Duval, R. (1991). Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des testes. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 4, 163 – 196.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Edita: Universidad del Valle y Peter Lang S.A. Cali. Colombia.

- Egret, M.A. (1989). Comment une classe de quatrième a pris de conscience de ce qu' "est une démarche de démonstration. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 2, 41 – 64.
- Even, R. (1989). *Prospective secondary mathematics teachers' knowledge and understanding about mathematical functions*. Unpublished doctoral dissertation, Michigan, State University, East Lansing.
- Even, R.(1989). *Prospective secondary mathematics teacher' knowledge and understanding about mathematical functions*. Unpublished doctoral dissertation, University, East Lansing. Michigan State.
- Falkenhainer, B. , Forbus, K.D. y Gentner, D. (1989). The structure mapping engine: algorithm and examples. *Artificial Intelligence*, 41, 1 – 63.
- Ford, M. (1995). Two models of mental representation and problem solution in syllogistic reasoning. *Cognition*, 54, 1 – 71.
- Fransen, A.N. y Holder, J.R. (1969). Spatial visualization in solving complex verbal problems. *The journal of Psychology*, 73, 229 – 233.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D Reidel. Dordrech. The Netherlands.
- Galagovsky, L. y Adúriz-Bravo, A. (2001). Modelos y analogías en la enseñanza de las ciencias naturales, el concepto de modelo didáctico analógico. *Enseñanza de las Ciencias*, 19, (2), 231-242.
- García, J.J. (1998a). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. *Educación y Pedagogía*, 10, (21), 146 – 169.
- García, J.J. (1998b). *Didáctica de las Ciencias Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad*. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia - Colciencias. Medellín, Colombia.
- García, J.J. (2000a). La resolución de situaciones problemáticas bajo un enfoque de ambientalización del currículum como modelo didáctico. *Enseñanza de las Ciencias*. 18, (1), 113 – 129.
- García, J.J. (2000b). La resolución de problemas y el desarrollo de la creatividad. En "Resolución de Problemas". Compilador Francisco Javier Perales Palacios. Editorial Síntesis, 98 – 116. Madrid.
- García, J.J. (2003). *Didáctica de las Ciencias Resolución de Problemas y Desarrollo de la Creatividad*. Editorial: Magisterio. Bogotá Colombia.

- Gentner, D. y Markmann A.B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity. *American Psychologist*, 25, 45 – 56.
- Gilbert, G.N. y Mulkay M. (1984). *Opening Pandora's Box: A Sociological Analysis of Scientist's Discourse*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Goldenberg, E.P. (1987). *Believing is seeing: How preconceptions influence the perception of graphs*. In J. Begeron, N. Herscovics and c. Kieran (Eds), Proceedings of the 11<sup>th</sup> Annual Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education, Université de Montréal. Montreal. 1, 197 – 203.
- Goldenberg, E.P. (1987). *Believing is seeing: How preconceptions influence the perception of graphs*. Proceedings of the eleventh conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 1, 197 – 203. IGPME. Montreal.
- Goldenberg, E.P. , Harvey, W.E. , Lewis, P.G. , Uminker, R.J. , West. J y Zodiates, P. (1988). *Mathematical, Technical and Pedagogical Challenges in the Graphical Representation of Functions* (Tech. Rep: No. 88 – 4). Educational Technology Center, Harvard Graduate School of Education. Cambridge, M.A
- Goldman, S.R. (2003). Learning in complex domains: when and why do multiple representations help?. *Learning and Instruction*, 13, (2), 239 – 244.
- Gooding, D. (1992). Putting Agency Back in to experiment. In a Pickering(Ed), *Science as Practice and Culture*. University of Chicago Press, 65 – 112. Chicago. I. L.
- Green, T.R.G. & Petre, M (1992). *When visual programs are harder to read the textual programs*. Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Conference on Cognitive Ergonomics (ECCE – 6), Hungary.
- Greeno, J. (1998). The situativity of knowing , learning and research. *American Psychologist*, 53, (1) , 5 – 26.
- Greeno, J.G. (1983). Conceptual entities. In Gentner and A.L. Stevens (Eds). *Mentals Models* (pp1984). Lawrence Erlbaum Associates. Hildale N.J.
- Greeno, J.G. , Smith, D.R and Moore, J.L. (1993). Transfer of situated learning. En: D.K. Detterman and R.J Stenberg (Eds), *Transfer on Trial.- Intelligence, Cognition and Instruction*, Ablex publishing Corp, 99 – 167. Norwood, N.J.
- Grossman, P.L. (1987). *A tale of two teachers: The role of subject matter orientation in teaching*. Paper presented an the annual meeting of the American Educational Research Association. Washington D.C.

- Grossman, P.L. y Gudmundsdottir, S. (1987, April). *Teachers and texts: An expert / novice comparison in English*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. Washington D.C.
- Guthrie, J.T. , Weber, S. y Kimmerley, N. (1993). Searching documents: Cognitive processes and deficits in understanding graphs, tables and illustrations. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 186 – 221.
- Hercovics, N. (1982). Problems related to the understanding of functions. In G. Van Barnveld y H. Krabbendam (Eds). *Conference on functions* (Report 1, 67 – 84). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands.
- Hercovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*. (60 - 86). National Council of Teachers of Mathematics/ Lawrence Erlbaum Associates. Reston, V.A / Hillsdale NJ.
- Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex Cartesian graphs representing situations – Studies and teaching experience*. Doctoral dissertation, University of Nottingham.
- Janvier, C. (1981a). *Difficulties related to the concept of variable presented graphically*. In C. Comiti (Ed), Proceedings of the fifth international conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (pp. 189 – 193). IGPME. Grenoble, France.
- Janvier, C. (1981b). Use of situations in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 113 - 122.
- Janvier, C. (1982). Approaches to the notion of function in relation to the set theory. In G. Van Barnveld y H. Krabbendam (Eds). *Conference on Functions* (Report 1, 114 - 124). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands
- Janvier, C. (1983). Teaching the concept of function. *Mathematical Education for Teaching*. 4, (2), 48 – 60.
- Janvier, C. (1987a). *Problems of Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale NJ.
- Janvier, C. (1987b). Translation processes in mathematics education. En C. Janvier,(Ed), *Problems of Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale NJ.
- Jiménez, J y Perales, J. (2002). La evidencia experimental a través de la imagen de los libros de texto de Física y Química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 1, (2). Artículo en <http://www.saum.uvigo.es/reec>



- Jiménez, J. y Perales, J. (2001). Aplicación de análisis secuencial al estudio del texto escrito e ilustraciones de los libros de Física y Química de ESO. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (1) 3 – 19.
- Jiménez, J. y Perales, J. (2001). La representación gráfica de la magnitud fuerza. *Alambique*, 28, 85 – 94.
- Kaput, J.J. (1987) Towards a theory of symbol use in mathematics In C. Janvier,(Ed), *Problems of Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale NJ.
- Karplus, R. (1979). Continuous functions: students viewpoint. *European Journal of Science Education*, 1,(4), 397 – 413.
- Kerslake, D. (1977). The understanding of graphs. *Mathematics in School*, 6,(2), 56 – 63.
- Kerslake, D. (1981). Graphs in K.M Hart (Ed). *Children's Understanding of Mathematics Concepts*: 11 – 16, 120 – 136. Jhon Murray. London.
- Koedinger, K.R y Anderson, J.R. (1990). Abstract planning and perceptual chunks: elements of expertise in geometry. *Cognitive Science*, 14, 511 – 550.
- Kolata, G. (1984). The proper display of data. *Science*, 226. 156 – 157.
- Kozma, R. (2003). The material features of multiple representations and their cognitive and social affordances for science understanding. *Learning and Instruction*, 13, (2), 205 – 226.
- Krabbendam, H. (1982). The non- qualitative way of describing relations and the rol of the graphs: Some experiments. In G. Van Barnvled & H. Krabbendam (Eds). *Conference on Functions* (Report 1, 125 -146). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands.
- Kucheman, D. (1981). Álgebra. In K.M Hart (Ed). *Children's Understanding of Mathematics Concepts*: 11 – 16, 103 – 119. Alden Press. Oxford. England.
- Kucheman, D. (1984). Stages in understanding álgebra. *Journal of Structural Learning*, 8, 113 – 124.
- Larkin, J.H. y Simon, H.A. (1987). Why a diagram in (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 11, 65 - 100.
- Latour, B. (1987). *Science in action: How to follow scientists and engineers through society*. Milton Keynes: Ope University Press.
- Latour, B. (1993). *La Clef de Berlin et Autres Lecons d'un Amateur de Sciences*. Editions la Découverte. Paris.

- Latour, B. y Woolgar, S. (1986). *Laboratory Life: The Social Construction of the Scientific Facts*. Princeton University Press. Princeton, NJ.
- Lave, J. (1993). The practice of learning. In S. Chaiklin & J. Lave(Eds), *Understanding Practice: Perspectives on Activity and Context*, (3 – 32). Cambridge University Press. Cambridge.
- Lave, J. (1998). *Cognition and practice: Mind , Mathematics and Culture in Every Life*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Leinhardt, G. (1987). The development of an expert explanation: An analysis of a sequence of subtraction lessons. *Cognition and Instruction*, 4 (4), 225 – 282.
- Leinhardt, G. (1998). Getting t know: tracing students’ mathematical knowledge from intuition competence. *Educational Psychologist*, 23, (2), 119 – 144.
- Leinhardt, G. , Putnam, R.T(1987) The Skill of Learning from Classroom Lessons. *American Educational Research Journal*. 24 (4), 557 – 87.
- Leinhardt, G. , Zalavsky, O. y Stein, M. K. (1990) Functions, Graphs, and graphing. Task a Learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60, (1) , 1 – 64.
- Lemke, J.L. (1998). Multiplying meaning: Visual and verbal semiotics in scientific text. In J.R Martin y R. Veel (Eds) *Reading Sciences* (87 – 113).
- Lesh, R. y Kelly, A..E.(1997) Teachers' Evolving Conceptions of One-to-One Tutoring: A Three-Tiered Teaching Experiment. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28 (4),L 398-430.
- Lewalter, D. (2003). Cognitive strategies for learning from static and dynamic visuals. *Learning and Instruction*, 13, (2), 177 – 189.
- Lewis, A.B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81, 521 – 531.
- Lovell, K. (1971). Some aspects of growth of the concept of a function. In M.F. Roskopf, L.P; Steffe, & S, Taback (Eds). *Piagetian Cognitive Development Research and Mathematical Education* (12 – 33). National Council of Teacher of Mathematics. Washington D.C
- Lowe, R.K. (1996). Background knowledge and the construction of a situational representation from a diagram. *European journal of Psychology of Education*, 11, 377 – 398.
- Lynch, M. (1985). *Art and Artifact in Laboratory Science. A Study of Shop Work and Shop Talk in Laboratory*. London.

- Lynch, M. (1991). Method: Measurement – ordinary and scientific measurement as ethnomethodological phenomena. In G. Button (Ed), *ethnomethodology and the human sciences*, Cambridge University Press. Cambridge, 77 – 108
- Mac- Donalds – Ross, M. (1977). How numbers are show: A review of research on the presentation of quantitative data in texts. *A – V Communication Review*, 25, 359 – 409.
- MacLeod, C.M. ; Hunt, E.B. y Matews, N.N. (1978) individual differences in the verification of the sentence – picture relationships. *Journal of Verbal Behaviour*, 17, 493 – 507.
- Mandler, J.M. , Seemingly, O. y Day , J. (1977). On the coding of spatial information. *Memory and Cognition*, 5, 10 – 16.
- Mansfield, H. (1985). Points, lines, and their representations. *For the Learning in Mathematics*, 5, (3), 2 - 6.
- Markovitz, Z. , Eylon, B. y Bruckheimer, M. (1983). *Functions: linearity unconstrained*. In R. Hershkowitz (Ed), Proceedings of the seventh international conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education (271 – 277). Weizmann Institute of Science. Rehovot. Israel.
- Markovitz, Z. , Eylon, B. y Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6, (2), 18 – 28.
- Martí, E. y Pozo, J.I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas de externos de representación. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 11 - 30.
- Mathews R. C. (1977) Semantic Judgments as Encoding Operations: The Effects of Attention to Particular Semantic Categories on the Usefulness of Interitem Relations in Recall. *Journal of a Experimental Psychology: Human Learnig and Memory*. 3 (2), 160-73,
- Mathews, D.K. (1978). *Measurement in Physical Education*. 5th Edition.
- Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors. In D. Sleeman & J.S. Brown (Eds). *Intelligent Tutoring System* (pp. 25 – 50). Academic Press. London.
- Mayer, R. (1993). Illustrations that instruct. In R Glaser, Editor, *Advances in instructional Psychology*, Elrbaum, Hillsdale, New Jersey, 4, 253 – 284.
- Mayer, R.E. (1997). Multimedia Learning: Are we asking the right questions?. *Educational Psychologist*, 32, 1 - 19.
- McDermott, L. , Rosenquist, M. , and VanZee, E. (1987). Student difficulties in connecting graphs and Physics: Example from kinematics. *American Journal Physic*. 55, 503 – 513

- McKenzie, D. L. y Padilla, M.J. (1986). The construction and validation of the graphing in science (togs). *Journal of Research in Science Teaching*, 23, (7), 571 – 579.
- McKenzie, D.L. , Padilla, M.J. (1984). Effects of Laboratory Activities and Written Simulations on the Acquisition of Graphing Skills by Eighth Grade Students. Paper presented at the 57th Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching, New Orleans, LA.
- McMann, F.C.y McMann, C.J. (1987). Undersrtanding Data. *Social Education*, 51, (5), pp. 365 – 370.
- Mokros,J.R. y Thinker, R.F. (1986). *The impact of microcomputers- based labs on children’’s ability to interpret graphs*. Unpublished manuscript, Technical Education Research Center and Harvard University. Cambridge, M.A.
- Nemvirovsky, R. y Rubin, A. (1991). “*It makes sense if you think about how the graphs work in reality ...*”. In F. Furunghetti (ed). Proceedings of the 15<sup>th</sup> annual conference international for the Group Psychology of Mathematics Education. Vol 3 (pp57 – 64). University of Assisi. Assisi
- Noble, T. y Nemvirovsky, R. (1995). *Graphs that go backwards*. In L Meir an D Carraher (Eds). Proceedings of the 19<sup>th</sup> annual conference international for the Group Psychology of Mathematics Education. Vol 2 (pp. 256 –263). Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Ed: Martínez Roca, Barcelona.
- Padilla, M.J. (1986). *The science proceses skills research matters to the science teacher*. Guide Classroom teacher (052). National Association for Research in Science Teaching. United States. EricDocument ED 266961.
- Padilla, M.J. , McKenzie, D.L. y Shawn E.L Jr. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grades seven throught twelve. *School Science and Mathematics*, 86, (1), 20 – 25.
- Padilla, M.J. y McKenzie, D.L. (1981). Early Adolescence: Graphing. *Science and Children*, 18, (6), 32- 33.
- Paivio, A. (1986). *Mental representations: A Dual Coding Approach*. Oxford University Press. New York.
- Papert, S. (1993). *The Children’’s Machine: Rethinkhing the School in the Age of the Computer*. NY: Basic Books. New York.
- Perales, F.J. (1990). Las representaciones simbólicas del conocimiento su aplicación en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 8, (1), 79 – 81.

- Peterson, L.V. y Schramm, W. (1954). How accurately are different kinds of the graphs read?. *A – V Communication Review*, 2, 178 – 189.
- Piaget, J. et Imhelder, B. (1955). *De la Logique de L »enfant, a la Logique de L »adolescent*. P.U.F. Paris.
- Pinto, R. y Ametller, J. (2002). Students” Difficulties in Reading Images. Comparing Results from Four National Research Groups. *International Journal of Science Education*, 24, (3), 333 - 341.
- Piston, C. (1992).Supplementing the graphing curriculum. *The Mathematics Teacher*, 85, (5).
- Postigo, Y. y Pozo, J.I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89 – 110.
- Pratt, D. (1995). Young children” s active and passive graphing. *Journal of Computer Assisted Learning*, 11, 157 – 169.
- Preece, J. (1983). Graphs are not straightforward. En T.R.G- Green &S.J. Payne (Eds.). *The Psychology of Computer Use: A European Perspective* ( 41 – 56). Academic Press. London.
- Puig, L. (1997) Análisis fenomenológico, en L. Rico. (coord). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (61 – 94).
- Reisberg, D. (1987). *External representations and advantages of the externalizing one” thoughts*. In proceeding of the 19<sup>th</sup> annual conference of the cognitive science society (281 – 293). Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, NJ.
- Resnick, L. (1988). Learning in school an out. *Educational Researcher*, 16, (9), 13 – 20.
- Ricoeur, P. (1991). *From Text to Action: Essays in Hermeneutic, II*. North Western University Press. Evanston , IL.
- Riding, R.y Douglas, G. (1993). The effect of cognitive style and mode of presentation on learning performance. *British Journal of Educational Psychology*, 63, 297 – 307.
- Roth, W.M y Bowen, G.M. (1999a). Of cannibals, missionaries, and converts: graphing competencies from grade 89 to professional science inside (classroom) and outside (field / laboratory). *Science, Technology & Human Values*, 24, (2), 179 – 221.
- Roth, W.M. y Bowen, G.M. (1999b). Complexities of graphical representations during ecology lectures, an analysis rooted in semiotics and hermeneutic fenomenology. *Learning and Instruction*, 9, 235 – 255.
- Roth, W.M. , McGinn, M.K., Bowen. G.M. (1998). How Prepared Are Preservice Teachers To Teach Scientific Inquiry? Levels of Performance in Scientific Representation Practices. *Journal os Science Teacher Education*, 9 (1), 25-48.

- Roth, W.M. y Bowen. G.M. (1998). *Perceptual topology of and mathematization in ecology fieldwork*, Paper presented at the annual meeting of the society for Social studies of Science, Halifax, Nova Scotia.
- Roth, W.M. y McGinn, M.K. (1997). Graphing: cognitive ability or practice. *Science Education*, 81, 91 - 106.
- Routledge, P. , Kegan, P y Schang, R.C. (1994). Goal based scenarios: A radical look at education. *The Journal of the Learning Sciences*, 3, 429 – 453.
- Salcedo L.E. y Garcia J.J. (1997). Los suelos en la enseñanza de la teoría ácido base de Lewis: Una estrategia didáctica de aprendizaje por investigación. *Enseñanza de las Ciencias*, 15, (1), 59 – 71.
- Salcedo, L.E y Garcia, J.J. (1995). Un modelo pedagógico de aprendizaje por investigación para desarrollar conceptos, actitudes y capacidades de análisis y síntesis en los estudiantes. *Actualidad Educativa*, (6), 57 – 64.
- Saussure, F. (1973). *Curs de Lingüística General*. Edicions 62. Editorial Usada. Barcelona.
- Schank, R.C. (1994). Gola-based scenarios: a radical look at education. *The Journal of the Learning Sciences*, 3, 429 – 453.
- Schnotz, W y Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, 13, (2), 141 – 156.
- Schnotz, W. (1993). Introduction. *Learning and Instruction*. 3, 151 – 155.
- Schnotz, W. (1993). On the relation between dual coding and mental models in graphics comprehension. *Learning and Instruction*, 3, 247 - 249.
- Schoenfeld, A.H. ; Smith, J.P. y Arcavi, A. (In press). Learning microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. En R. Glaser (Ed.). *Advances in Instructional Psychology*, (4), Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, NJ.
- Schoenfeld, A. H. , Arcavi, A. (1988) On the Meaning of Variable. *Mathematics Teacher*, 81 (6), 420-27
- Schultz, K. , Clement, J. y Mokros, J. (1986). *Adolescent graphing skills: A descriptive analysis*. A paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco.
- Seufert, T. (2003). Supporting coherence formation in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, 13, (2), 227 – 237.
- Shah, P. y Hoeffner J. (2002). Review of Graph comprehension Research: Implications for Instruction. *Educational Psychology Review*, 14, (1), 47 – 69.

- Sharma, S. (1993). *Graphs: Children's active and passive graphing*. King College. London.
- Shaw, J.M (1984) Let's Do It: Making Graphs. *Aritmetic Teacher*, 31 (1) p7 – 10
- Shaw, J.M. (1983). Let's Do It: Student-Made Measuring Tools. *Aritmetic Teacher*, 30 (1), 10 – 15
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, (2), 4 - 14.
- Silberstein, E.P. (1986). Graphically Speaking. *The science Teacher*, 53, (5), 41 – 45.
- Smith, M. y Thomerson, J. (1990). How to do it. Quantitative Plant Biology. A plant that emphasize measurement & graphing. *The American Biology Teacher*, 52, (5), 302 – 305.
- Stein, M.K. y Leinhardt, G. (1989). *Interpreting Graphs: An analysis of early performance and reasoning*. Unpublished manuscript, University of Pittsburgh, Learning research Development Center, P.A. Pittsburgh.
- Stein, M.K; & Baxter, J.A. (1989, March). *Teachers use of texts*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- Stern, E. , Aprea, C. y Ebner H.G. (2003). Improving cross - content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction*, 13, (2), 191 – 203.
- Swan, M. (1982). The teaching of functions and graphs. In G. Van Barnvled & H. Krabbendam (Eds). *Conference on Functions* (Report 1, pp.151 -164). Foundation for curriculum Development. Enschede, The Netherlands.
- Swatton, P. y Taylor, R.M. (1994). Pupil performance in graphical task and its relationship to the ability to handle variables. *British Educational Research Journal*, 20, 227 – 243.
- Tabacneck, H.J.M. y Simon, H.A. (1998). One person, multiple representations. An anlysis of a simple, realistic multiple representation learning task. In *Learning with Multiple Representations*. Elsevier, 197 - 236. Oxford.
- Thomas, K.C. (1933). The ability of childrens to interpretet graphs. In Guy M. Whiple (Ed). *The Teaching of Geography*. Thirty – Second Yearbook. NSSE, 492 – 494.
- Ullmann, S. (1984). Visual routines. *Cognition*, 18, 97 – 159.
- Van Someren, M.W. , Reimann, P. , Boshizen, H.P.A. y Dejong, T. (1998). *Learning with Multiple Representations*. Elsevier. Oxford.
- Vergnaud, G. y Errecalde, P. (1980). *Some steps in the understanding and the use of scales and axis by 10 – 13 years old students*. In R Karglus (Ed). Proceedings of the fourth

- international conference for the psychology of Mathematics education. (285 – 291). University of California. Berkeley.
- Vigotsky, L. (1979) La prehistoria del lenguaje escrito. En Mcle, V. Jhon – Steiner, S. Scribner y E Souberman. (Eds) *El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores*. (159 – 178). Crítica. Barcelona
- Wagner, S. (1981). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, (2), 107 – 118.
- Wavering, M.J. (1985). *The logical reasoning necessary to make line graphs*. Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching. French Lick Springs, Indiana.
- Wavering, M.J. (1989). Logical Reasoning Necessary to Make Line Graphs. *Journal of Research in Science*, 26 (5), 373-79
- Wedenmann, B. (1994). Codes of instructional pictures. En: W, Schnotz y R.W, Kulhavy (Eds), *Comprehension of Graphics*, 29 – 42.
- Wientraub, S. (1967). Reading graphs, charts and diagrams. *Reading Teacher*, 20, 345 – 349.
- Wilkin, B. (1997). *Learning from explanations: diagrams can inhibit the self explanation effects. Reasoning with diagrammatic representation II*. Papers from the 1997 Fall Symposium. AAI. Press, 136 – 143. Menlo Park , C. A.
- Winn, W. (1993). An account of how readers search for information in diagrams. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 162 –185.
- Winograd, T. y Florez F. (1987). *Understanding computers and cognition: A new foundation for design*. Ablex. Norwood, NJ.
- Yerusahlmy, M. (1988). *Formation of algebraic concepts using multiple representation software environments*. Un published manuscript. University of Haifa. Israel.
- Zalavsky, O. (1987). *Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions*. Unpublished doctoral dissertation, Technion. Haifa. Israel.
- Zhang, J. y Norman, D. (1994). Representations in distributed cognitive tasks. *Cognitive Science*, 18, 87 – 122.



# **ANEXOS**

**ANEXO 1.**  
**PLANILLA PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.**  
**ESTUDIO 1.**

**Libro de texto:** .....

Graf No	Uso didáctico			Uso científico		Elementos informativos internos estructurales					Elementos informativos internos no estructurales					Elementos informativos Externos					Volumen de Información		Tema				
	E	P	I	T	E	Es	U	D	N	Ti	Fq	Fa	Dn	li	Tc	Ss	Ir	Pa	Cq	Ff	Dv	Fc		Vi	Ve	-----	
1																											
2																											
3																											
4																											
5																											
6																											
7																											
8																											
9																											
10																											
11																											
12																											
13																											
14																											
14																											
16																											
17																											
18																											
19																											
20																											
21																											
22																											
23																											
24																											
25																											
26																											
27																											
28																											
29																											
30																											
31																											
32																											
33																											
34																											

**ANEXO 2**  
**PRUEBA 1.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO EXPOSITIVO**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en las gráficas incluidas en el anexo, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber respondido la anterior. Recuerda siempre que creas no tener repuesta a la pregunta puedes contestar no sé)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en las gráficas 10.12 y 10.13 e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente en cada una de ellas.

(2). En la gráfica superior 10.12 a una presión de 2 atmósferas ¿qué valor del volumen crees que le correspondería?. De la misma forma, en la gráfica 10.13 a una presión de 2 atmósferas ¿qué valor del inverso del volumen crees que le correspondería?.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica 10.12:

(4). ¿De las siguientes expresiones algebraicas cuál crees que es la más adecuada para describir las relaciones expuestas en las gráficas 10.12 y 10.13 respectivamente?

- a.  $P.V = K$  ,  $P = K./V$
- b.  $P = K.V$  ,  $P.V = K$
- c.  $P_1.V_1 = P_2.V_2$  ,  $V=K.P$
- d. No se.

(5). ¿Si pudieses clasificar la relación descrita en la gráfica 10.12 cómo la clasificarías?

- a. Directamente proporcional entre la presión y el volumen de un gas a temperatura constante.
- b. Inversamente proporcional entre la presión y el volumen de un gas a temperatura constante.
- c. Ninguna de las anteriores.
- d. No sé.

(6). Las unidades de medición utilizadas en las gráficas 10.12 y 10.13 son respectivamente las siguientes:

- a. mm de Hg – cm<sup>3</sup>, mm de Hg – 1/cm<sup>3</sup>
- b. Atmósferas - cm<sup>3</sup>, Atmósferas - 1/cm<sup>3</sup>
- c. Atmósferas - cm<sup>3</sup>, Atmósferas - cm<sup>3</sup>
- d. No se.

(7). A partir de la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13 y de las relaciones que en ellas se exponen, elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula un enunciado que represente una ley sobre su comportamiento.

(8). Basándose en la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13, elabora una explicación para el siguiente fenómeno:

“Los astronautas antes de salir de sus naves al espacio sideral deben pasar por una cámara de despresurización e ir vestidos con traje de escafandra presurizada ”.

(9). Basándose en la información proporcionada por las gráficas 10.12 y 10.13, resuelve el siguiente problema:

Si un determinado gas ocupa 250 cm<sup>3</sup> a una presión de 0,5 atmósferas ¿qué volumen ocuparía el gas cuando la presión a la que está sometido se haga igual a 2 atmósferas si la temperatura se mantiene constante?

### GRÁFICA A ANALIZAR

#### Relación entre el volumen y la presión. Ley de Boyle-Mariotte:

Robert Boyle, en el año 1662, sometiendo un gas a distintas presiones, pero manteniendo constante la temperatura, llegó a obtener datos como los que se recogen en la tabla 10.1. Al representar  $p$  en función de  $V$  obtenemos la gráfica de la figura 10.12.

TABLA 10.1.

$p$	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
$V$	37,50	30,00	25,00	21,43	18,75

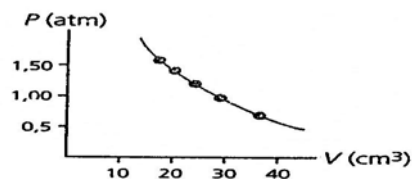


Figura 10.12.

Si representamos  $p$  en función de la inversa del volumen obtenemos la gráfica de la figura 10.13.

TABLA 10.2.

$p$	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60
$1/V$	0,027	0,033	0,040	0,047	0,053

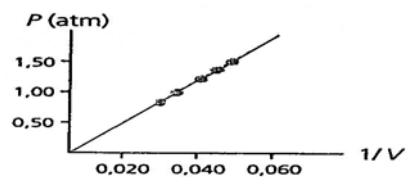


Figura 10.13

**ANEXO 3**  
**PRUEBA 1.B. SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO PROBLEMÁTICO**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica incluida en el anexo, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener respuesta a la pregunta puedes contestar no sé)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

(2). En la gráfica, en la línea correspondiente a la temperatura  $T_1$  a un valor de 0,5 litros de volumen ¿qué valor crees que le corresponde del inverso de la presión?. De la misma forma en la línea correspondiente a la temperatura  $T_2$ , a un valor del inverso de la presión de 2,1 ¿qué valor del volumen crees que le corresponde?.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:

(4). ¿De las siguientes expresiones algebraicas cuál crees que es la más adecuada para describir las relaciones expuestas en la gráfica?:

- a.  $V = K/P$
- b.  $P = K.V$ .
- c.  $V = K.P$ .
- d.  $P.V = K$ .
- e. 1 y 4 son adecuadas
- f. 2 y 3 son adecuadas.
- g. No sé.

(5). ¿Si pudieses clasificar la relación descrita por la gráfica cómo la clasificarías?

- a. Directamente proporcional entre el volumen y la presión de un gas a temperatura constante.
- b. Inversamente proporcional entre el volumen y la presión de un gas a temperatura constante.
- c. Ninguna de las anteriores.
- d. No sé.

(6). Las unidades de medición utilizadas en la gráfica son las siguientes:

- a. Mililitros y Atmósferas
- b. Litros y Atmósferas.
- c. Litros y Atmósferas<sup>-1</sup>
- d. No sé.

(7). A partir de la información proporcionada por la gráfica y de las relaciones que en ella se exponen, elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula un enunciado que represente una ley sobre su comportamiento.

(8). Basándose en la información proporcionada por la gráfica, elabora una explicación para el siguiente fenómeno: “Los astronautas antes de salir de sus naves al espacio sideral deben pasar por una cámara de despresurización e ir vestidos con traje de escafandra presurizada”.

(9). Basándose en la información proporcionada por la gráfica resuelve el siguiente problema.

Si un determinado gas ocupa 250 cm<sup>3</sup> a una presión de 0,5 atmósferas ¿qué volumen ocuparía el gas cuando la presión a la que está sometido se haga igual a 2 atmósferas si la temperatura se mantiene constante?

Información sobre el gráfico a analizar:

Robert Boyle en el año de 1662 experimentó con gases sometiéndolos a distintas presiones pero manteniendo siempre constante la temperatura. A partir de los experimentos de Boyle se pueden obtener gráficos como el representado en el problema 30, en el que V está en función de 1/P. Los datos correspondientes a la gráfica son:

Para la curva que representa T<sub>1</sub>

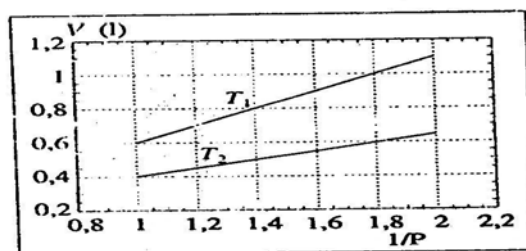
V	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
1/P	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2

Para la curva que representa T<sub>2</sub>

V	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
1/P	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2

### GRÁFICA A ANALIZAR

**30** En las gráficas de la Figura 11.28 se han representado valores de  $p$  y  $V$  de dos masas iguales del mismo gas, a temperaturas distintas.  $T_1$  y  $T_2$ . ¿Cuál es la gráfica correspondiente al gas de mayor temperatura?



**ANEXO 4**  
**PRUEBA 1.C. SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO DIDÁCTICO INSTRUMENTAL**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener respuesta a la pregunta puedes contestar no se)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica (figura 2.13.b) e identifica cual es la variable dependiente y cual es la variable independiente.

(2). En la gráfica a un valor igual a  $15 \times 10^{-3}$  l, ¿qué valor de la presión en atmósferas crees que le corresponde?.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:

(4). ¿De las siguientes expresiones algebraicas cuál crees que es la más adecuada para describir la relación expresada en la gráfica?:

- a.  $P = K.V$
- b.  $V = K.P$
- c.  $P.V = K$
- d. 1 y 3 son adecuadas
- e. 2 y 3 son adecuadas
- f. Ninguna de las expresiones algebraicas es adecuada.
- g. No sé.

(5). ¿Si pudieses clasificar la relación descrita por la gráfica cómo la clasificarías?

- a. Directamente proporcional entre la presión y el volumen de un gas a temperatura constante.
- b. Inversamente proporcional entre a presión y el volumen de un gas a temperatura constante.
- c. Ninguna de las anteriores.
- d. No sé.

(6). Un hipotético valor de 5 en el eje de las abscisas de la gráfica para ti representa:

- a. Un valor de 5 atmósferas<sup>-1</sup> en la presión del gas.
- b. Un valor de 5 cm<sup>3</sup> en el volumen del gas.
- c. Un valor de 5 litros en el volumen del gas.
- d. Un valor de 5 atmósferas en la presión del gas.
- e. No sé.

(7). A partir de la información proporcionada por la(s) gráfica(s) y de las relaciones que en ella(s) se exponen, elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula un enunciado que represente una ley sobre su comportamiento.

(8). Basándose en la información proporcionada por la(s) gráfica(s), elabora una explicación sobre el siguiente fenómeno:

“Los astronautas antes de salir de sus naves al espacio sideral deben pasar por una cámara de despresurización e ir vestidos con traje de escafandra presurizada”.

(9). Basándose en la información proporcionada por la gráfica, resuelve el siguiente problema:

Si un determinado gas ocupa 250 cm<sup>3</sup> a una presión de 0,5 atmósferas ¿qué volumen ocuparía el gas cuando la presión a la que está sometido se haga igual a 2 atmósferas si la temperatura se mantiene constante?



## GRÁFICA A ANALIZAR

### EXPERIMENTA

■ Imagina que podemos medir las presiones ejercidas por el aire sobre el émbolo de la jeringuilla de la figura 2.13.a, así como los distintos volúmenes de aire contenidos en su interior. El resultado de las mediciones, realizadas a una determinada temperatura, es registrado en la siguiente tabla:

Presión (atm)	Volumen (L)
1	0,060
2	0,030
3	0,020
4	0,015

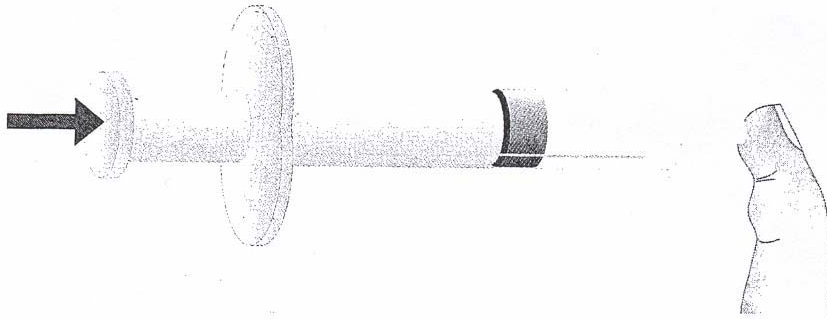


FIGURA 2.13.a. A temperatura constante, si la presión del gas aumenta el doble, el volumen se reduce a la mitad.

Al representar gráficamente la presión frente al volumen, tenemos:

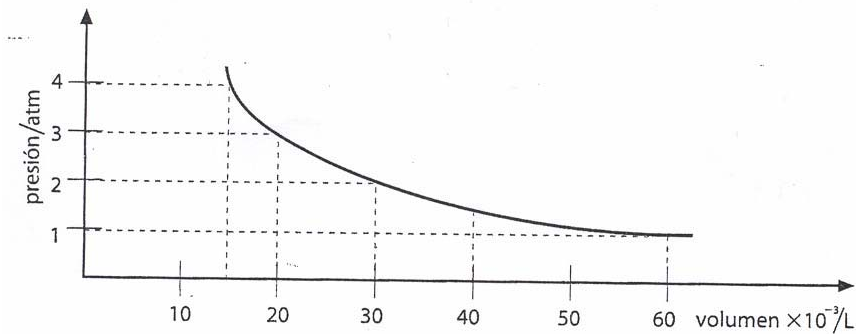


FIGURA 2.13.b.

**ANEXO 5**  
**PRUEBA 2.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO CIENTÍFICO TEÓRICO**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener respuesta a la pregunta puedes contestar no sé)

- (1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.
  
- (2). ¿En la gráfica cuál crees que sería el volumen del gas a una temperatura de 273 ° C suponiendo que el volumen ocupado por el mismo a 0 ° C es de 0,5 litros?.
  
- (3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:
  
- (4). ¿De las siguientes expresiones algebraicas cual crees que es la expresión más adecuada para describir las relaciones expuestas en la gráfica?
  - a.  $V = K.T$
  - b.  $T = K.1/V$
  - c.  $V_1.T_1 = V_2.T_2$
  - d. No sé.
  
- (5). ¿Si pudieras clasificar la relación descrita en la gráfica cómo la clasificarías:
  - a. Inversamente proporcional entre la temperatura y el volumen de un gas a presión constante.
  - b. Directamente proporcional entre a temperatura y el volumen de un gas a presión constante.
  - c. Ninguna de las anteriores.
  - d. No sé.

(6). ¿Crees que es posible que el volumen del gas tome valores negativos si la temperatura se hace menor de  $-273^{\circ}\text{C}$  ?.

- a. Si es posible.
- b. No es posible.
- c. No sé.

(7). A partir de la información proporcionada por la gráfica elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula el enunciado de una ley sobre los mismos.

(8). A partir de la información proporcionada por la gráfica elabora una explicación para el siguiente fenómeno:

En la vuelta numero 32 el piloto de la escudería Williams, Juan Pablo Montoya, tuvo que retirarse de la carrera al estallar una de las ruedas traseras de su monoplaza. Este accidente coloca a Montoya en el tercer lugar de la clasificación mundial de los pilotos de fórmula 1.

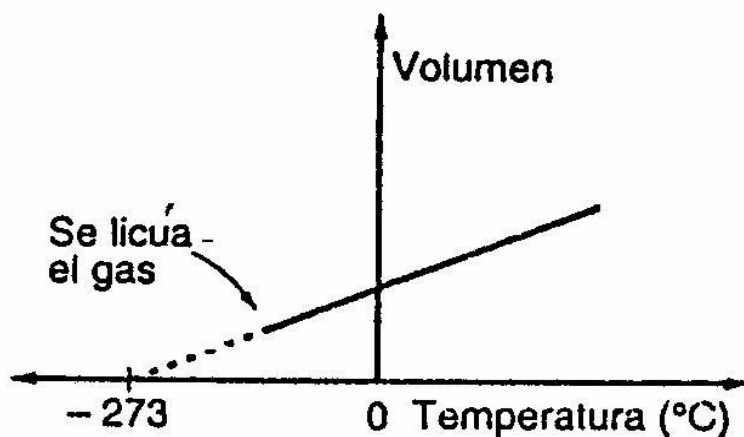
(9). A partir de la información proporcionada por la gráfica trata de resolver el siguiente problema:

Si un gas que se encuentra a presión constante y que ocupa un volumen de 0,8 litros a una temperatura de  $72^{\circ}\text{K}$  aumenta su temperatura hasta los  $147^{\circ}\text{K}$  (manteniendo constante la presión) ¿qué sucederá con su volumen?, ¿aumentará o disminuirá?, ¿cuál será su valor a esta nueva temperatura?

Información sobre la gráfica a analizar:

El estudio de la variación del volumen que experimenta una determinada cantidad de gas en función de la temperatura (a presión constante), puede dar lugar a la construcción de una gráfica como la que aquí se presenta. la representación es una línea recta que se puede extrapolar hasta el punto en el cual el valor de las ordenadas es igual a cero.

GRÁFICA A ANALIZAR



**ANEXO 6**  
**PRUEBA 2.B. SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS DE USO CIENTÍFICO EXPERIMENTAL**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener respuesta a la pregunta puedes contestar no se)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

(2). ¿En la gráfica cuál crees que es el volumen ocupado por el gas en  $\text{cm}^3$  cuando la temperatura alcanza los  $400^\circ\text{K}$ ?

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:

(4). ¿De las siguientes expresiones algebraicas cuál crees que es la expresión más adecuada para describir las relaciones expuestas en la gráfica?

- a.  $V = K.T$
- b.  $T = K. 1/V$
- c.  $V_1.T_1 = V_2.T_2$
- d. No sé.

(5). ¿Si pudieras clasificar la relación descrita en la gráfica cómo la clasificarías?

- a. Inversamente proporcional entre la temperatura y el volumen de un gas a presión constante.
- b. Directamente proporcional entre la temperatura y el volumen de un gas a presión constante.
- c. Ninguna de las anteriores.
- d. No sé.

(6). ¿Crees que es posible que el volumen del gas tome valores negativos si la temperatura se hace menor de  $0^{\circ}\text{K}$  ?

- a. Si es posible.
- b. No es posible.
- c. No sé.

(7). A partir de la información proporcionada por la gráfica elabora una conclusión que sea de carácter general sobre el comportamiento de los gases. Es decir, formula el enunciado de una ley sobre los mismos.

(8). A partir de la información proporcionada por la gráfica elabora una explicación para el siguiente fenómeno:

En la vuelta numero 32 el piloto de la escudería Williams, Juan Pablo Montoya, tuvo que retirarse de la carrera al estallar una de las ruedas traseras de su monoplaça. Este accidente coloca a Montoya en el tercer lugar de la clasificación mundial de los pilotos de fórmula 1.

(9). A partir de la información proporcionada por la gráfica trata de resolver el siguiente problema:

Si un gas que se encuentra a presión constante y que ocupa un volumen de 0,8 litros a una temperatura de  $72^{\circ}\text{K}$  aumenta su temperatura hasta los  $147^{\circ}\text{K}$  (manteniendo constante la presión) que sucederá con su volumen? Aumentará o disminuirá? , ¿cuál será su valor a esta nueva temperatura?

### GRÁFICA A ANALIZAR

Si se estudia la variación de volumen que experimenta una determinada cantidad de gas, en función de la temperatura (a presión constante), se obtienen datos como los que recoge la tabla 10.3.

TABLA 10.3.

V ( $\text{cm}^3$ )	500	518	537	556	573	592
T (K)	273	283	293	303	313	323

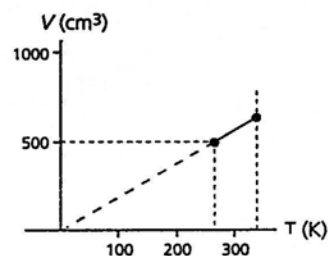


Figura 10.15.

La representación es una línea recta que podemos extrapolar hasta el origen de coordenadas

**ANEXO 7**  
**PRUEBA 3.A. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS CON ALTO VOLUMEN DE INFORMACIÓN**  
**INTERNA.**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no conocer la respuesta puedes contestar no sé)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

(2). En la gráfica, a una temperatura equivalente a  $\frac{1}{2}$  de la temperatura a la cual el disolvente puro alcanza el punto de ebullición, ¿cómo crees que es la presión de vapor del disolvente puro en relación con la presión de vapor de la disolución?

- a. Igual
- b. Menor
- c. Mayor
- d. No sé.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:

(4). ¿Cómo crees que cambia la presión de vapor, tanto de la disolución como del disolvente puro cuando se aumenta o se disminuye la temperatura?.

(5). ¿Si pudieses clasificar la relación descrita en la gráfica cómo la clasificarías?

- a. Directamente proporcional entre la presión de vapor y la temperatura de una disolución.
- b. Inversamente proporcional entre la presión de vapor y la temperatura de una disolución.
- c. Ninguna de las anteriores.
- d. No sé.

(6). ¿Qué significado crees que tienen los términos  $\Delta t_e$  y  $\Delta t_c$  que aparecen en la gráfica?

(7). A partir de la información aportada por la gráfica ¿qué relación puedes establecer entre la concentración de las disoluciones y sus puntos de ebullición y congelación ?

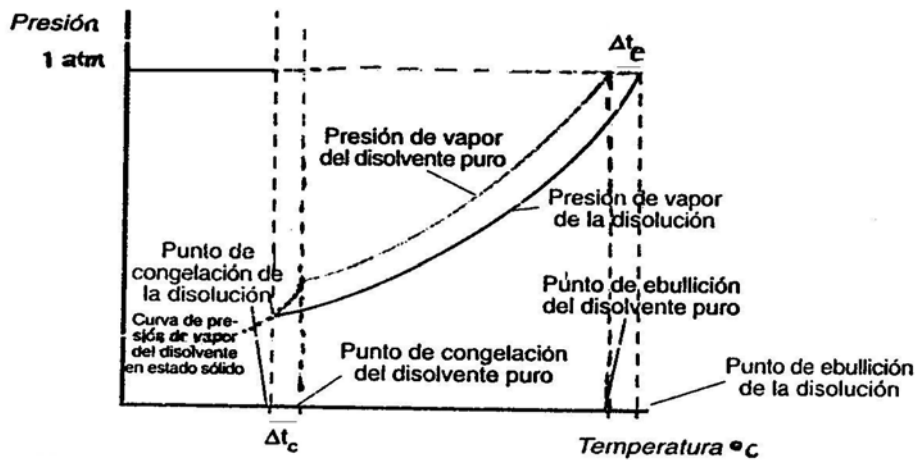
(8). A partir de la información aportada por la gráfica elabora una explicación sobre porqué en el invierno se cambia el agua del radiador del coche por líquido anticongelante (generalmente una disolución salina).

(9). A partir de la información aportada por la gráfica trata de resolver el siguiente problema:

Si existen dos disoluciones, una disolución A de sacarosa al 12% y una solución B también de sacarosa, pero esta vez al 5 %, la relación entre sus puntos de ebullición será la siguiente:

- a.  $A > B$
- b.  $A < B$
- c.  $A = B$
- d. No sé.

### GRÁFICA A ANALIZAR



**ANEXO 8**  
**PRUEBA 3.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS CON BAJO VOLUMEN DE INFORMACIÓN**  
**INTERNA**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener respuesta a la pregunta puedes contestar no se)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

(2). En la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha a la temperatura  $T$ , como crees que es la presión de vapor de la disolución en relación con la del disolvente puro:

- a. Menor
- b. Mayor
- c. Igual
- d. No sé.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica que aparece en segundo lugar de izquierda a derecha:

(4). ¿ En la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha, cómo crees que cambia la presión de vapor tanto de la disolución como del disolvente puro cuando se aumenta o se disminuye la temperatura?.

(5). ¿Si pudieses clasificar la relación descrita en la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha cómo la clasificarías?

- 1- Directamente proporcional entre la presión de vapor y la temperatura de una solución.
- 2- Inversamente proporcional entre la presión de vapor y la temperatura de una solución.
- 3- Ninguna de las anteriores.
- 4- No sé.



(6). ¿Qué significado crees que tienen los siguientes términos:

a.  $\Delta t_e$ : que sirve para denominar el segmento  $T - T^1$  en la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha.

b.  $\Delta t_c$ . que sirve para denominar el segmento  $T^1 - T$  en la gráfica que aparece en segundo lugar de izquierda a derecha.

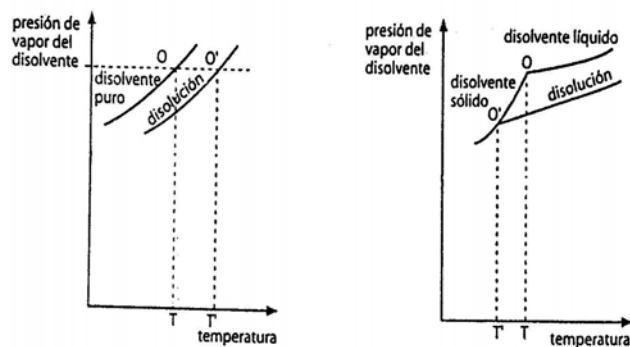
(7). A partir de la información aportada por las dos gráficas incluidas en el anexo gráfica ¿qué relación puedes establecer entre la concentración de las disoluciones y sus puntos de ebullición y congelación ?

(8). A partir de la información aportada por la gráfica que aparece en segundo lugar de izquierda a derecha en el anexo, elabora una explicación acerca de porqué en el invierno se cambia el agua del radiador del coche por líquido anticongelante (generalmente una solución salina).

(9). Tomando en cuenta la información aportada por la gráfica que aparece en primer lugar de izquierda a derecha, trata de resolver el siguiente problema: si existen dos disoluciones, una disolución A de sacarosa al 12% y una disolución B también de sacarosa, pero esta vez al 5 %, la relación entre sus puntos de ebullición será la siguiente:

- a.  $A > B$
- b.  $A < B$
- c.  $A = B$
- d. No sé.

### GRÁFICA A ANALIZAR



**ANEXO 9**  
**PRUEBA 4.A. SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS CON ALTO VOLUMEN DE INFORMACIÓN**  
**EXTERNA**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

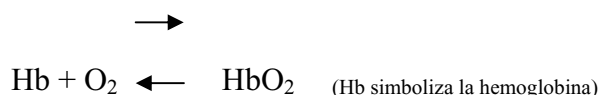
Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener la respuesta a la pregunta puedes contestar no sé)

- (1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.
- (2). Señala en la gráfica el punto o puntos en los cuales la concentración de los productos sea igual a la concentración de los reactivos.
- (3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:
- (4). En el área marcada con “equilibrio químico” puede decirse que:
  - a.  $[HI] = [I_2] = [H_2]$
  - b.  $V_d = V_i$
  - c.  $V_d > V_i$
  - d. No sé.
- (5). A partir de la información aportada por la gráfica, describe qué crees que sucede con la concentración de los productos y la de los reactivos cuando transcurre el tiempo
- (6). ¿Qué significado crees que tiene el término “ $t_e$ ” que aparece en la gráfica?.
- (7). A partir de la información presentada en la gráfica ¿qué puedes concluir sobre la clase de reacciones a la que pertenece la reacción representada en la gráfica?

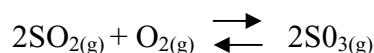
(8). A partir de la información presentada en la gráfica explica porqué a través de la siguiente reacción



en los pulmones se forma oxihemoglobina y en los tejidos se libera hemoglobina y oxígeno gaseoso, siendo este último aprovechado por las células para realizar sus procesos oxidativos y así producir energía.

(9). De acuerdo a la información expresada en la gráfica resuelve el siguiente problema:

En la siguiente reacción que se realiza a una temperatura de  $1000^\circ\text{C}$ ,



a partir del momento en el cual se alcanza la producción de la máxima cantidad de  $\text{SO}_{3(g)}$  que se puede generar en la reacción ¿qué ocurre con su concentración y con las concentraciones de  $\text{SO}_{2(g)}$  y de  $\text{O}_{2(g)}$  ?

### GRÁFICA A ANALIZAR

Existe una clase de reacciones, en las cuales el proceso químico se debe representar a través de una doble flecha de la siguiente forma:



En esta clase de reacciones

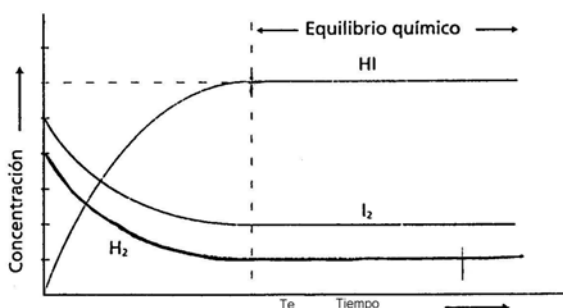
$V_d$  = velocidad de formación de los productos y ....

$V_i$  = velocidad de descomposición de los productos.

Dentro de esta clase de reacciones se encuentra la reacción que se produce entre el yodo y el hidrógeno gaseosos, que encerrados en un matraz reaccionan formando yoduro de hidrógeno.



El estudio de esta reacción, permite la elaboración de la siguiente gráfica:



**ANEXO 10**  
**PRUEBA 4.B. SOBRE LA COMPRESIÓN DE LAS REPRESENTACIONES**  
**GRÁFICAS CARTESIANAS CON BAJO VOLUMEN DE INFORMACIÓN**  
**EXTERNA**

Nombre y apellidos:

Edad:

Curso:

Nivel educativo:

Esta prueba persigue conocer los niveles de comprensión que pueden ser alcanzados por los estudiantes sobre las representaciones gráficas cartesianas utilizadas en los libros de texto de Física y Química, y de Química del Bachillerato. Agradecemos tu colaboración. Los resultados obtenidos a partir de esta prueba son confidenciales y solo serán utilizados con fines de investigación.

Después de analizar la información presentada en la gráfica anexa, responde a las siguientes preguntas:

(Justifica tus respuestas y no pases a la siguiente pregunta sin haber contestado la anterior. Recuerda siempre que creas no tener la respuesta a la pregunta puedes contestar no sé)

(1). Enumera las variables cuyo comportamiento se describe en la gráfica e identifica cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

(2). Identifica en la gráfica, el punto o puntos en los cuales la concentración de los productos sea igual a la concentración de los reactivos.

(3). Escribe el título que creas le corresponde a la gráfica:

(4). En el área sombreada puede decirse que:

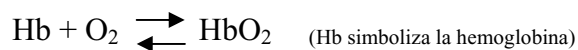
- a.  $[C] + [D] = [A] + [B]$
- b.  $V_d = V_i$
- c.  $V_d < V_i$
- d. No sé.

(5). A partir de la información aportada por la gráfica, describe qué crees que sucede con la concentración de los productos y la de los reactivos cuando transcurre el tiempo.

(6). ¿Qué significado crees que tiene el término “ $t_e$ ” que aparece en la gráfica?

(7). A partir de la información presentada en la gráfica ¿qué puedes concluir sobre la clase de reacciones a la que pertenece la reacción representada en la gráfica?

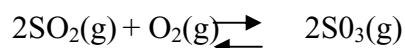
(h). A partir de la información presentada en la gráfica elabora una explicación acerca del porqué a través de la siguiente reacción



en los pulmones se forma oxihemoglobina y en los tejidos se libera hemoglobina y oxígeno gaseoso, siendo este último aprovechado por las células para realizar sus procesos oxidativos y así producir energía.

(i). De acuerdo a la información expresada en la gráfica resuelve el siguiente problema:

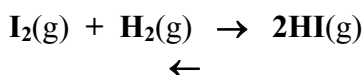
En la siguiente reacción que se realiza a una temperatura de 1000° C



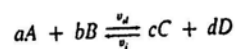
a partir del momento en el cual se alcanza la producción de la máxima cantidad de  $\text{SO}_3(\text{g})$  que se puede generar en la reacción, ¿qué ocurre con su concentración y con las concentraciones de  $\text{SO}_2(\text{g})$  y de  $\text{O}_2(\text{g})$ ?

### GRÁFICA A ANALIZAR:

En la gráfica se representa la siguiente reacción:



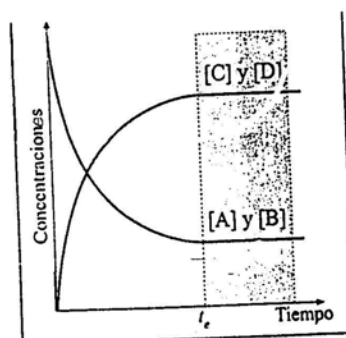
Así pues, si tenemos una reacción:



Donde:

$v_d$  = velocidad de formación de los productos;

$v_i$  = velocidad de descomposición de los productos.



**ANEXO 11**  
**CUESTIONARIO SOBRE LA UTILIZACIÓN QUE HACE EL PROFESORADO**  
**DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS USADAS EN EL AULA DE**  
**QUÍMICA**

Nivel educativo en el que imparte clases de ciencias: -----

Titulación (del profesor):-----

Este cuestionario tiene como objetivos recolectar información sobre el uso que le da el profesorado de Química a las representaciones gráficas cartesianas en las aulas de clase y, contrastar esta información con los resultados de dos estudios ya realizados sobre las características y los usos de las representaciones gráficas incluidas en los libros de texto referidas a la Química, así como, sobre la comprensión que de ellas tienen los estudiantes. Por representación gráfica cartesiana en este cuestionario se entiende a la representación que hace uso del plano cartesiano para su construcción y que, expone las posibles relaciones existentes entre dos o más variables que intervienen en un fenómeno determinado. La información recolectada a través de este cuestionario es estrictamente confidencial y solo será utilizada dentro del marco de la investigación didáctica. Le agradecemos su colaboración.

**A. Frecuencia de utilización en la práctica del aula:**

Seleccione la opción de respuesta que le parezca más adecuada y márquela con una X:

1. Uso que hace en el aula de las representaciones gráficas cartesianas:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

2. Identificación y diferenciación de las variables que intervienen en un fenómeno o cuyo comportamiento se describe a través de una gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

3. Asignación de título a una representación gráfica cartesiana o a un diagrama:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

4. Establecimiento de las escalas en los ejes de las representaciones gráficas cartesianas que describen el comportamiento de las variables pertinentes a un fenómeno

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

5. Asignación de las variables a cada uno de los ejes de las representaciones gráficas cartesianas que describen su comportamiento en un fenómeno determinado:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

6. Actividades de interpolación y/o extrapolación en representaciones gráficas cartesianas:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

7. Determinación de la forma de covariación entre las variables relacionadas en una representación gráfica cartesiana:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

8. Identificación de puntos en el espacio gráfico a partir de parejas ordenadas de valores o viceversa:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

9. Determinación de los valores máximos y mínimos tomados por las variables o de los puntos en los cuales éstas comienzan a variar radicalmente de acuerdo a lo expuesto por una representación gráfica:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

10. Identificación del tipo de relación proporcional establecida entre las variables en un gráfico cartesiano:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

11. Formulación de una expresión algebraica que exponga de forma adecuada la relación expuesta entre las variables en una gráfica cartesiana:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

12. Reconocimiento de los diversos términos usados dentro de la representación gráfica como unidades, símbolos y conceptos.

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

13. Elaboración de una síntesis conceptual a partir de la información proporcionada por una representación gráfica cartesiana:

- a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

14. Elaboración de explicaciones sobre los fenómenos relacionados a partir de la información proporcionada por una representación gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca  
15. Elaboración de predicciones sobre el comportamiento o los valores de las variables que intervienen en un fenómeno a partir de la información proporcionada por una representación gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

16. Tipificación (ajuste o estandarización) de representaciones gráficas cartesianas con el fin de determinar tendencias y patrones de comportamiento en las variables que intervienen en un fenómeno:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

17. Interpretación simultánea de dos representaciones gráficas cartesianas relacionadas:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

18. Conversión de un enunciado (texto escrito que hace la descripción de un principio, ley o concepto científico) en una ecuación (expresión algebraica):

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

19. Conversión de una ecuación (expresión algebraica) en un enunciado (texto escrito que hace la descripción de un principio, ley o concepto científico):

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

20. Conversión de una gráfica cartesiana en una ecuación (expresión algebraica):

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

21. Conversión de una ecuación (expresión algebraica) en una representación gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

22. Conversión de una representación gráfica cartesiana en un enunciado (texto escrito que hace la descripción de un principio, ley o concepto científico):

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

23. Conversión de un enunciado (texto escrito que hace la descripción de un principio, ley o concepto científico) en una representación gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca

24. Conversión de una tabla de datos en una representación gráfica cartesiana:

a) Frecuentemente    b) Algunas veces    c) Pocas veces    d) Casi nunca



**B. Jerarquización de prácticas y usos didácticos de acuerdo a su frecuencia y pertinencia:**

Por favor ponga números usando el uno (1) para la práctica o uso de mayor frecuencia o pertinencia (continuando con el 2, 3, ...):

25. Ordene los siguientes usos que pueden ser asignados a las representaciones gráficas cartesianas, desde el que utiliza con más frecuencia al que utiliza con menor frecuencia en el aula:

	Como herramienta en el marco de trabajos prácticos o experimentales para la construcción de significados.
	Como instrumentos para proponer interrogantes y situaciones problema a los estudiantes.
	Como recursos didácticos para exponer conceptos y principios a los estudiantes.

26. Ordene de acuerdo a su frecuencia de uso las siguientes representaciones que utiliza en sus explicaciones de aula:

	Texto de carácter expositivo donde se incluyen los principios y definiciones referidas a los conceptos que sirven para explicar el fenómeno estudiado.
	Ecuación algebraica que muestra la forma en la que se relacionan las variables que interviene en el fenómeno estudiado.
	Representación gráfica cartesiana en la que se exponen las relaciones entre las variables relevantes en el fenómeno estudiado.
	Diagrama o cuadro sinóptico que expone de forma esquemática las relaciones entre los conceptos y los principios que sirven para explicar el fenómeno estudiado.

27. ¿En qué orden de prioridad incluiría usted los siguientes elementos informativos dentro de los gráficos cartesianos?:

<input type="checkbox"/>	Iconos de diferentes clases
<input type="checkbox"/>	Fórmulas químicas
<input type="checkbox"/>	Ecuaciones algebraicas
<input type="checkbox"/>	Unidades
<input type="checkbox"/>	Términos referidos a conceptos
<input type="checkbox"/>	Datos
<input type="checkbox"/>	Escalas
<input type="checkbox"/>	Símbolos y signos del campo conceptual de referencia
<input type="checkbox"/>	Nombres de los ejes
<input type="checkbox"/>	Título

28. ¿En qué orden de prioridad incluiría usted los siguientes elementos informativos fuera de los gráficos cartesianos, que se presenten en un libro de texto de ciencias (es decir en el contexto que se encuentra fuera de la representación gráfica cartesiana pero dentro de la página en la cual esta se encuentre inserta)?:

<input type="checkbox"/>	Tablas de datos y montajes experimentales
<input type="checkbox"/>	Referencias cotidianas relacionadas con las representaciones gráficas.
<input type="checkbox"/>	Ecuaciones referidas a funciones
<input type="checkbox"/>	Definición de variables
<input type="checkbox"/>	Referencias conceptuales relacionadas con las representaciones gráficas.

29. ¿Cuáles de los siguientes temas considera usted que podrían ser tratados a través del uso de representaciones gráficas cartesianas?:

(Marque con una X los temas que ha seleccionado)

- a) Leyes periódicas
- b) Relaciones materia - energía
- c) Estequiometría
- d) Propiedades físicas de la materia
- e) Enlace químico.
- f) Comportamiento de los gases
- g) Cinética química.
- h) Disoluciones
- i) Equilibrio Químico.
- j) Teorías ácido – base.
- k) Termoquímica.
- l) Electroquímica.

30. ¿Cómo se ordenarían los siguientes tipos de representaciones gráficas cartesianas de acuerdo a la frecuencia con la que son utilizadas en clase?:

<input type="checkbox"/>	Gráficas con líneas rectas y ajustadas
<input type="checkbox"/>	Gráficas con líneas curvas y ajustadas
<input type="checkbox"/>	Gráficas con líneas rectas no ajustadas
<input type="checkbox"/>	Gráficas con líneas curvas no ajustadas
<input type="checkbox"/>	Gráficas con más de una línea en el espacio gráfico

**C. Criterios sobre el uso de las representaciones científicas y las actividades de los estudiantes:**

Seleccione la opción de respuesta que le parezca más adecuada y márquela con una X:

31. De acuerdo a su criterio el objetivo con el cual se llevan a cabo trabajos prácticos en la clase de ciencias y se proponen en los libros de texto es:

- a) Ilustrar o comprobar experimentalmente los principios y conceptos presentados previamente en el aula de clase.
- b) Aprender los procesos del trabajo científico como observar, recolectar datos, emitir hipótesis etc.
- c) En el marco de una situación problema, determinar patrones y tendencias que permitan la construcción de principios y conceptos necesarios para su resolución.
- d) Motivar al alumno para estudiar los problemas propios del conocimiento científico proporcionándole experiencias diferentes e interesantes.
- e) Adquirir habilidades en el uso de instrumentos y aparatos, como en el de diversas técnicas experimentales.

32. De acuerdo a su criterio, los estudiantes fallan cuando se enfrentan a tareas de interpretación de representaciones gráficas cartesianas porque:

- a) Carecen de estructuras de pensamiento de tipo lógico - formal lo cual no les permite llevar a cabo estas tareas.
- b) Carecen de habilidades para construir y para interpretar representaciones gráficas cartesianas.
- c) Carecen de los conocimientos científicos teóricos necesarios para comprender lo expuesto en las gráficas.
- d) Tiene muy poca experiencia en este tipo de tarea pues no las realizan frecuentemente en las aulas.

Si desea hacer usted algunas observaciones sobre el tema al cual está dedicado este cuestionario o sobre el cuestionario en sí, por favor no dude en hacerlas, gracias:

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----