



Universidad de Granada
Departamento de Física Teórica y del Cosmos
Facultad de Ciencias

*Oscilaciones de corto periodo
en el
Estrecho de Gibraltar*

Tesis Doctoral

Javier Delgado Cabello

Granada, 2005



Universidad de Granada
Departamento de Física Teórica y del Cosmos
Facultad de Ciencias

*Oscilaciones de corto periodo
en el
Estrecho de Gibraltar*

Memoria presentada por Javier Delgado Cabello para optar al
grado de doctor por la Universidad de Granada.

Director
Dr. Jesús García Lafuente
Catedrático de Escuela Universitaria
Universidad de Málaga

Tutor
Dr. Eduardo Battaner López
Catedrático de la Universidad de Granada

Granada, 2005

Autorización para presentación de tesis

D. Jesús García Lafuente, Catedrático de Escuela Universitaria del Departamento de Física Aplicada II de la Universidad de Málaga, Director de la Tesis *Oscilaciones de corto periodo en el Estrecho de Gibraltar* de la que es autor D. Javier Delgado Cabello (quién obtuvo la suficiencia investigadora dentro del Programa de Doctorado: Fisymat):

Considera que el trabajo recogido en la presente memoria, realizada bajo mi dirección, tiene contenido científico suficiente, para proceder a su presentación y defensa para optar al grado de Doctor por la Universidad de Granada. Por ello AUTORIZA la presentación de la referida Tesis para su defensa y mantenimiento de acuerdo con lo previsto en el Real Decreto 185/1985, de 23 de Enero.

Y para que conste y surta sus efectos en el expediente correspondiente, expido la presente en Málaga Febrero del 2005.

Fdo. Jesús García Lafuente

D. Eduardo Battaner López Catedrático de la Universidad de Granada. Departamento de Física Teórica y del Cosmos. Facultad de Ciencias, tutor del Doctorando autor de la presente Tesis, ratifica la autorización del Director de la misma para su presentación.

Granada, Febrero 2005

Fdo. Eduardo Battaner López

Agradecimientos

Quisiera expresar mi agradecimiento

A Jesús García Lafuente, mi director de tesis. A él debo mi afición por la Oceanografía, el gusto por el trabajo bien hecho (en contenido y forma), una oportunidad sin igual de hacer Ciencia y un largo etcétera.

A Eduardo Battaner, mi tutor, por los ánimos, su ayuda en cuestiones logísticas dado mi lugar de residencia, y por tener la paciencia de explicarle a mi mujer, en una salida frustrada de observación nocturna, que $E=mc^2$.

A mis padres, por su esfuerzo y dedicación: ellos comenzaron esta memoria hace ya algunos años, cuando proyectaron fuera quien soy.

A mi Emilia, *a tu lado nada me desengaña, el mundo me ha hechizado.*

A mis compañeros del Grupo de Oceanografía, Juan Miguel, Jorge, Francis y Antonio. El trabajo que nos queda por hacer no es nada en comparación con el que está por llegar, pero ya se sabe, mal de muchos consuelo de este que os dedica estas líneas.

Es obligado reconocer mi agradecimiento también:

- A M^a Jesús García del Instituto Español de Oceanografía, quién puso a nuestra disposición los mareogramas (materia prima experimental de esta tesis).
- Al Dr. Sebastià Monserrat y Marta Marcos, quienes facilitaron los datos de presión atmosféricas recogidas por su grupo de Investigación en Ciutadella y que se han utilizado en este trabajo para ilustrar algunos aspectos de forzamiento de OCPs.
- Al Dr. Alfredo Izquierdo quién facilitó series de nivel del mar en la Isla de Alborán.
- A Enrique Álvarez Fanjul por los datos de nivel del mar en el puerto de Valencia y por los datos de viento.

Resumen

Mareogramas de distintos puertos de la zona del Estrecho de Gibraltar muestran episodios de corto periodo (orden de minutos a decenas de minutos) que pueden persistir durante varios días aunque su duración característica es más bien del orden de un día. Estos episodios se registran de forma irregular a lo largo del año aunque si se les caracteriza por alguna variable que recoja información simultánea sobre su amplitud, duración, la distribución temporal de esa variable muestra bias hacia los meses de verano.

Las frecuencias de estas oscilaciones tienden a ser características de los lugares en que se han medido observándose una respuesta más selectiva en Tarifa que en Ceuta y Algeciras. Descartada la hipótesis de resonancias de puertos, se especula con la posibilidad de que sean modos normales de la región del Estrecho de Gibraltar. Para constatar esta hipótesis se ha aplicado un modelo numérico que resuelve los modos normales gravitacionales barotrópicos en un dominio que se extiende 180 Km. a cada lado del Estrecho y se ha comprobado que el modelo reproduce las frecuencias de las oscilaciones observadas.

Finalmente, mediante un modelo evolutivo se ha explorado la posibilidad de que estas oscilaciones sean la respuesta a cambios bruscos de estado de equilibrio, es decir, una manifestación de un transitorio (oscilaciones libres con amortiguación) o, por el contrario, sean respuesta a perturbaciones atmosféricas pseudo periódicas de alta frecuencia propagándose por el dominio. Aunque se detectan ciertas características que podrían hacer pensar en la primera categoría, hay otras incompatibles con ella, en particular las amplitudes de las oscilaciones, que solamente pueden ser reproducidas bajo forzamientos pseudo periódicos.

Summary

Mareograms of different ports from the Straits of Gibraltar's area show episodes of short periods (from minutes to tens of minutes) that can persist for several days although its characteristic duration is rather of the order of a day. These episodes are registered in an irregular way throughout the year although if they are characterized by some variable that collects simultaneous information about its amplitude or duration, the temporary distribution of this variable shows bias towards the months of summer.

The frequencies of these oscillations tend to be characteristic of the places in which they have been collected, being observed a more selective answer in Tarifa than in Ceuta or Algeciras. Discarded the hypothesis of port resonances we speculate with the possibility that they are normal modes of Gibraltar Strait's region. In order to state this hypothesis, a barotropic gravitational numerical model has been applied. This model solves the normal modes in a dominion that extends 180 km to each side of the Straits. It has been verified that the model reproduces the frequencies of the observed oscillations.

Finally, by means of an evolutionary model the possibility that these oscillations would be the answer to abrupt changes of balance state (free oscillations with damping) has been explored or, on the contrary, they could represent the answer to pseudo-periodic atmospheric disturbances of high frequency propagating by the dominion. Although certain characteristics, that could make think about the first category, are detected there are some other incompatible with it, for example, the oscillation amplitude. These only can be reproduced under pseudo-periodic forcings.

*¿La ola no tiene forma?
En un instante se esculpe
y en otro se desmorona
en la que emerge, redonda.
Su movimiento es su forma.*

Octavio Paz

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Morfología del Estrecho de Gibraltar	6
1.2. Marco oceanográfico	8
1.2.1. Sobre el intercambio medio	8
1.2.2. Fluctuaciones	10
1.3. Marco meteorológico: vientos	11
1.4. Oscilaciones de corto periodo	14
1.4.1. Introducción	14
1.4.2. Ejemplos en las costas de España	15
1.4.3. Motivación del trabajo	19
2. Datos, metodología y valoraciones iniciales	23
2.1. Datos	23
2.1.1. Observaciones del nivel del mar	23
2.1.2. Método de digitalización	27

2.1.3.	Test de fiabilidad	37
2.1.4.	Filtrado de paso banda	43
2.1.5.	Digitalización de la topografía del dominio	47
2.1.6.	Otros datos	47
2.2.	Métodos	51
2.2.1.	Multitaper method (MTM)	51
2.2.2.	Localización del espectro complejo: S-espectro local	54
2.3.	Oscilaciones de corto periodo en el Estrecho de Gibraltar	55
2.3.1.	Océano de dos capas	55
2.3.2.	Oscilaciones barotrópicas versus oscilaciones baroclinas	59
2.3.3.	Marco teórico: Modos normales	61
3.	Caracterización de las OCP	65
3.1.	Características temporales de las OCP	65
3.1.1.	Algeciras	67
3.1.2.	Ceuta	71
3.1.3.	Tarifa	74
3.1.4.	Coherencia espacio-temporal de las oscilaciones	77
3.1.5.	Actividad de las OCP en las distintas épocas del año	87
3.2.	Consideraciones dinámicas sobre el origen de las OCPs	89
3.2.1.	Oscilaciones libres	90

3.2.2. Oscilaciones forzadas	101
3.3. Resumen y conclusiones	108
4. Modos normales gravitacionales en el Estrecho Gibraltar	113
4.1. Descripción del modelo independiente del tiempo	115
4.1.1. Ecuaciones del modelo barotrópico 2D	115
4.1.2. Condiciones de contorno	116
4.2. Resolución numérica de modos normales gravitacionales	118
4.2.1. Discretización por diferencias finitas	121
4.2.2. Discretización con elementos finitos	123
4.2.3. Comparación del modelo con soluciones analíticas	126
4.3. El problema de la batimetría	135
4.4. Problema del contorno: frontera abierta	140
4.4.1. Condiciones de contorno en la frontera abierta	141
4.4.2. Extensión del dominio del modelo	143
4.4.3. Algunos comentarios adicionales sobre la frontera abierta	148
4.5. Resultados	150
4.5.1. Soluciones en las bandas A , B y C	151
4.5.2. Modos propios de la Bahía de Algeciras	160
4.6. Consideraciones finales	162

5. Dinámica de las OCP: Generación y Evolución	167
5.1. Descripción del modelo dependiente del tiempo	168
5.1.1. Proyección de la ecuación de continuidad en los autovectores	170
5.1.2. Proyección de la ecuación de momento en los autovectores	171
5.1.3. Efectos de fricción	173
5.1.4. Condiciones dinámicas de contorno	175
5.2. Respuesta como oscilaciones libres	178
5.2.1. Relajación de un desnivel de la superficie libre	179
5.2.2. Viento que comienza a soplar repentinamente	183
5.2.3. Frentes de presión	185
5.2.4. Consideraciones finales sobre oscilaciones libres	187
5.3. Oscilaciones forzadas	188
5.3.1. Ondas monocromáticas planas	189
5.3.2. Pulsos de amplitud	192
5.3.3. Perturbaciones de presión atmosférica cuasi-periódicas	194
5.3.4. Consideraciones finales sobre oscilaciones forzadas	201
6. Conclusiones	203
7. Apéndices	207
7.1. Modelado de la rotación terrestre	207
7.2. Resolución de ecuación de autovalores	209
7.3. Integración de la ecuación diferencial (5.22)	212

Capítulo 1

Breve descripción geográfica y oceanográfica del Estrecho de Gibraltar

En lo que respecta a esta memoria, los aspectos más importantes del Estrecho de Gibraltar son los puramente topográficos que determinan los contornos laterales y la batimetría, los cuales son evidentemente necesarios para el planteamiento de las oscilaciones (libres o forzadas) del nivel del mar. Estos aspectos son brevemente descritos en el próximo epígrafe.

La oceanografía del Estrecho de Gibraltar es, sin duda, apasionante. Muchos de los aspectos oceanográficos son sólo de interés muy colateral o, incluso, sin interés directo, para los objetivos de este trabajo. Sin embargo, hablar del Estrecho de Gibraltar y no dar una descripción de los principales fenómenos que tienen lugar en él, aún cuando no incidan directamente en el desarrollo de este trabajo, es no hacer justicia a este lugar único en el planeta y que tanto interés ha despertado (y sigue despertando) en la comunidad oceanográfica. Por esta razón, se incluye una segunda sección dedicada a comentar la dinámica de intercambio a través del Estrecho.

También se ha creído conveniente hacer una descripción del campo de vientos en el Estrecho por sus posibles conexiones con las oscilaciones de alta frecuencia que se analiza en este trabajo y por su importancia en fenómenos de más baja frecuencia vinculados

con el intercambio.

1.1. Morfología del Estrecho de Gibraltar

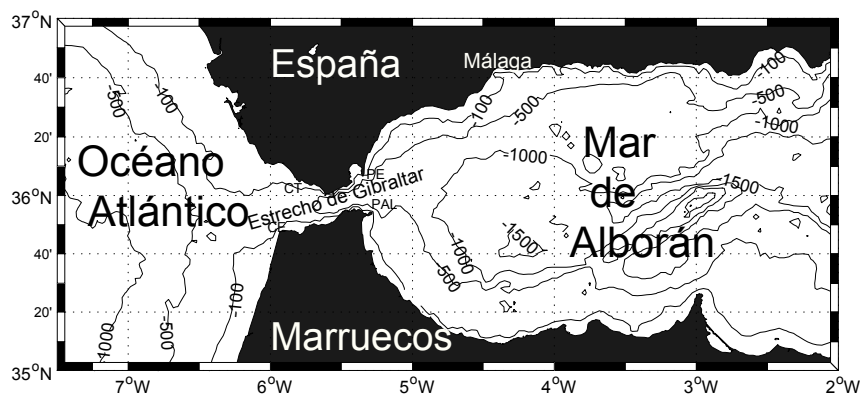


Figura 1-1: Batimetría de las cuencas adyacentes al Estrecho de Gibraltar. Los datos proceden de un malla rectangular de aproximadamente ~ 1 km entre nodos, mientras que la línea de costa se aproxima por segmentos de ~ 200 m. Se han indicado los puntos Cabo Espartel (CE), Cabo Trafalgar (CT), Punta Almina (PAL) y Punta Europa (PE) mencionadas en el texto.

El Estrecho de Gibraltar es la única vía de comunicación, desde el punto de vista dinámico entre otros, del Mar Mediterráneo con las grandes cuencas oceánicas. Se caracteriza por una longitud de 60 km, entre lo que se considera su límite occidental, Trafalgar-Espartel, y su límite oriental, en la sección punta Almina-punta Europa (Figuras 1-1), una anchura mínima de ~ 14 km, entre Tarifa y punta Cires, y una profundidad mínima en la sección entre Punta Camarinal (España) y Punta Altares (Marruecos), de 284 m en lo que se conoce como *umbral de Camarinal* (Figuras 1-2). La existencia de esta singularidad topográfica divide al canal principal, cuya profundidad media es de unos 550 m, en dos partes:

1. la zona occidental, que en su parte más profunda, presenta isóbatas desde 355 m al noroeste del cabo Espartel (umbral de Espartel), y 630 m al noroeste de Tánger.
2. la zona oriental (cuenca de Gibraltar) con profundidad media superior a los 700 m, alcanzando valores máximos de 960 m en la depresión localizada en las inmediaciones de la sección oriental (Figura 1-2; ver más detalles en Figura 2-15).

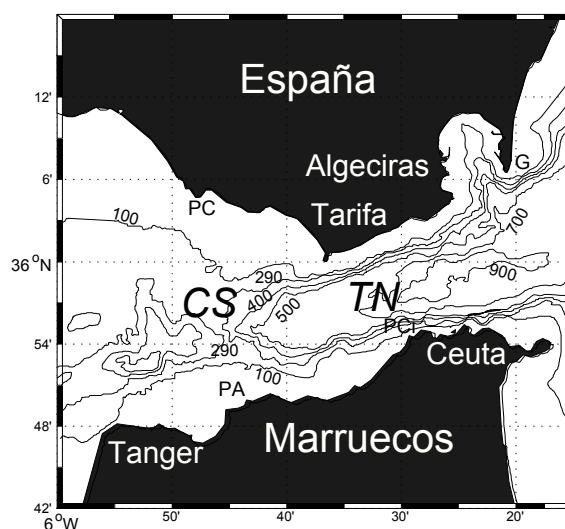


Figura 1-2: Batimetría del Estrecho de Gibraltar. Las curvas de nivel son las de 0, 100, 290 (para resaltar el umbral de Camarinal), 400, 500, 700 y 900 m de profundidad. Las regiones de mínima anchura, TN, y mínima profundidad, CS son los condicionantes topográficos más característicos de esta zona. Otros accidentes topográficos citados en el texto son Punta Altares (PA), punta Camarinal (PC), Gibraltar (G) y Punta Cires (PCi). Se indican localidades mencionadas en este trabajo (ver capítulo 3). En el capítulo 2 (modelado numérico) se muestra una batimetría más detallada.

Son muchas las peculiaridades que habría que resaltar de esta topografía. Importante resulta la no coincidencia de las secciones de mínima profundidad y mínima anchura, separadas unos 22 km. Hacia el Este la profundidad cae desde el umbral de Camarinal hasta la sección de Tarifa, permaneciendo casi constante hasta la sección Gibraltar-Ceuta. Hacia el Oeste de Camarinal no se presenta una dependencia tan regular con la distancia a lo largo del Estrecho, alternándose zonas más y menos profundas (400 – 600 m), alcanzándose unos 20 km al Oeste un nuevo umbral (umbral de Espartel) con profundidad de 360 m a partir del cual el fondo cae de forma más o menos regular hacia las profundidades de la cuenca Atlántica. En la Figura 1-3 se esquematiza detalles a lo largo del Estrecho tomando las máximas profundidades en cada sección transversal.

El eje longitudinal del Estrecho está girado 15° respecto a la dirección Este-Oeste. El Estrecho está limitado por las porciones de tierra de la península Ibérica al Norte y el continente Africano al Sur. Al Noroeste nos encontramos la plataforma continental del Golfo de Cádiz ($z < 100$ m de profundidad) que se extiende en una amplia zona. Al noreste, la bahía de Algeciras, presenta una topografía con variaciones en profundidad bruscas, constituyendo una pequeña cuenca abierta en el extremo oriental del Estrecho

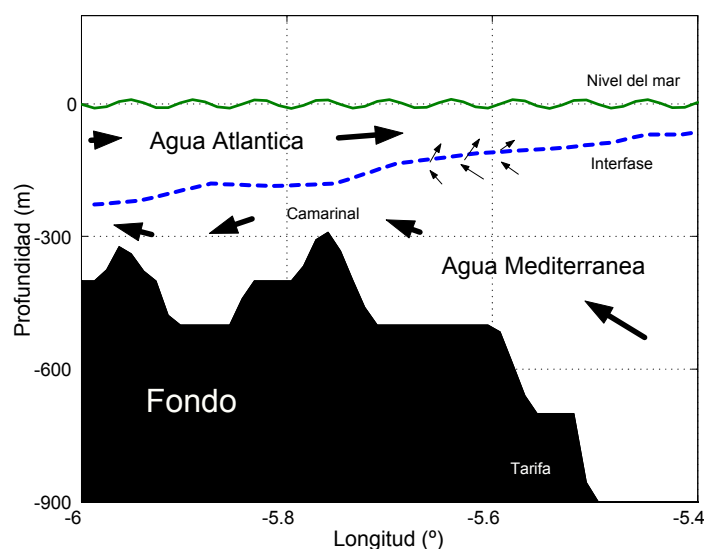


Figura 1-3: Profundidad máxima alcanzada a lo largo del eje del Estrecho. La mínima de ellas es -290 m que se alcanza en el umbral de Camarinal. La anchura mínima de todas las secciones se da en Tarifa. Estas dos secciones son las características geométricas más importantes. Se esquematiza la dirección en la que se produce el intercambio.

(Figura 1-2). Al Este y Oeste nos encontramos con el Mar de Alborán y el océano Atlántico con profundidades importantes, siendo las profundidades características de 1500 y 4000 m respectivamente. La apertura del Estrecho al Mar de Alborán es brusca (aumento de la sección transversal rápidamente) en tanto que es más gradual en la parte occidental.

1.2. Marco oceanográfico

1.2.1. Sobre el intercambio medio

El intercambio entre el Mar Mediterráneo y el océano Atlántico, limitado por la topografía del Estrecho, presenta una variabilidad temporal que afecta a un amplio rango de frecuencias (diferentes escalas temporales). Las repercusiones de este intercambio no sólo tiene alcance local (velocidades elevadas, del orden de 1 m s^{-1}) o regional (salinidad elevada en el Mediterráneo, que lo sitúa entre los más salinos del planeta), sino también a escala planetaria, afectando a la circulación termohalina global (Reid, 1979).

Comparando las dimensiones típicas del Mar Mediterráneo ($\sim 4000 \text{ km} \times \sim 1000 \text{ km} \times \sim 2000 \text{ m}$) con las del Estrecho, podemos hacernos una idea de lo restrictivo de éstas. De hecho, la topografía del Estrecho junto con las condiciones climáticas particulares en el Mediterráneo producen en él masas de agua (caracterizadas por su temperatura y especialmente, en salinidad y densidad) de propiedades muy diferentes a las encontradas en el Atlántico (Hopkins, 1978).

El balance hídrico en el Mediterráneo es negativo, es decir, la evaporación E supera a la acción conjunta de las precipitaciones y la descarga de los ríos que vierten sus aguas en él. Como primera consecuencia, la salinidad promedio del agua existente en el interior del Mediterráneo resulta ser mayor que la del agua en el Atlántico ($\sim 38,5$ frente a $\sim 36,2$). El Mediterráneo se comporta pues como una inmensa fábrica de agua de alta salinidad. Debido a esta evaporación, se genera una diferencia de densidad entre las aguas intercambiadas que en última instancia actúa como motor de dicho intercambio. La segunda consecuencia es el establecimiento en el Estrecho de un flujo neto entrante que ha de suplir el déficit hídrico del Mediterráneo (Reid, 1979; Price, 1993; Price et al., 1994).

Esta transformación implica movimientos verticales descendentes producidos por enfriamiento de aguas y aumento de su salinidad, originándose un agua densa (1029 kg m^{-3}) *Mediterránea* que llena más del 70% de la cuenca Mediterránea. La presencia de estas aguas en las inmediaciones del Estrecho crea los gradientes horizontales de presión, responsables de la salida de agua Mediterránea. El desnivel del mar entre ambos lados del Estrecho (unos 10 cm) crea un segundo gradiente que propicia la entrada de agua Atlántica en el Mediterráneo. De este modo se establece el intercambio de aguas que, en primera aproximación, suele asimilarse a un modelo bicapa. Cada capa transporta unos 0,8 o 0,9 Sv, aunque la inferior (Mediterránea) tiene un caudal de un 5% inferior (y una salinidad un 5% superior) para compensar la evaporación.

El agua Mediterránea en el Atlántico se ciñe al talud continental de la costa española del golfo de Cádiz debido a la fuerza de Coriolis, hundiéndose hasta alcanzar aproximadamente los 1000 m de profundidad frente a cabo de San Vicente en Portugal. Después se extiende por el Océano Atlántico Norte mezclándose con aguas de su misma densidad (preferentemente en la dirección Norte), a profundidades también próximas a los 1000 m y remonta paulatinamente para aflorar frente a las costas escocesas en la zona del Giro Subpolar donde, se piensa juega un papel relevante en la formación del agua profunda del Atlántico Norte (Pickard, 1995).

1.2.2. Fluctuaciones

Los valores *medios*, los correspondientes a un hipotético intercambio estacionario, de las velocidades de las dos capas en diferentes secciones aumentan en el sentido del flujo (disminuye la sección y permanece constante el caudal). Estas corrientes no son constantes sino que están moduladas por diferentes fenómenos que cubren una amplia gama de frecuencias y que se han dado en clasificar en tres categorías. Existe una variabilidad interanual vinculada a la variabilidad climática de corta escala (por ejemplo años más fríos producen, previsiblemente, más agua profunda que habrá de drenar por el Estrecho de Gibraltar) y otra de menor escala temporal, la estacional, vinculada al ciclo de calentamiento/enfriamiento de aguas producido por el ciclo anual solar. De la primera no existe evidencia experimental clara aunque algo se menciona en Candela (2001) y se argumenta en Bormans et al (1986). La segunda parece más refrendada por las observaciones (García Lafuente et al, 2002) aunque la señal está próxima al nivel de ruido y no puede definirse con total seguridad.

Las fluctuaciones subinerciales¹, períodos del orden de varios días o semanas, son básicamente de tipo barotrópico (no dependen de la profundidad) con alguna contribución baroclina no muy importante, y se deben fundamentalmente a las variaciones de presión atmosférica sobre la cuenca Mediterránea como se ha constatado en numerosos trabajos (Crepon, 1965; García Lafuente, 1986; Garret, 1989; Candela et al, 1991; García Lafuente, 2002b). Esto se debe a la diferente respuesta de un océano y un mar semicerrado a las variaciones de la presión atmosférica. Las altas presiones fuerzan al mar a descender su nivel medio para mantener el equilibrio hidrostático. Esta respuesta será tanto más inmediata cuanto más fácilmente puedan reubicarse las masas de agua para ajustarse al nuevo campo de presiones. Dadas las dimensiones del Atlántico, muy superiores a la escala típica de las perturbaciones atmosféricas, y teniendo en cuenta que las ondas largas producidas por los gradientes de presión se desplazan en el océano profundo a mucha mayor velocidad que los sistemas atmosféricos, la respuesta del nivel del mar a los cambios de presión será prácticamente inmediata e isostática. El océano se ajusta al nuevo campo de presión subiendo su nivel en áreas de baja presión y bajándolo en áreas de alta presión. No ocurre lo mismo en la cuenca Occidental del Mediterráneo, donde, por sus reducidas dimensiones, no puede haber un ajuste interno (Garret, 1983; Candela et al., 1989, García Lafuente et al., 2002c). La alta presión puede ocupar gran

¹Se denominan subinerciales por tener períodos superiores al período de inercia, que en estas latitudes es de 22,4 horas.

parte de la cuenca, con lo que el descenso de nivel solamente puede ocurrir forzando la salida de agua a través de los estrechos de Sicilia y Gibraltar. Esto es lo que da lugar a que las altas presiones al este del Estrecho reduzcan los flujos de entrada de agua Atlántica, forzando al mismo tiempo mayor salida de agua mediterránea. Lo contrario ocurre cuando se producen bajas presiones.

El tercer tipo de fluctuaciones y el más importante son las mareas con periodos de 12 (la más importante) y 24 horas aproximadamente. Las fluctuaciones de tipo mareal se deben fundamentalmente a la marea del Atlántico Norte. El efecto de la marea se deja sentir no solamente en la dirección e intensidad de las corrientes sino también en la superficie de separación de las dos capas de agua (interfaz). Para poder comprender el mecanismo que origina las corrientes de marea hay que tener en cuenta la diferencia que existe entre la marea en el Atlántico y en el Mediterráneo. En el Noreste Atlántico la marea es una onda progresiva de amplitud $O(1\text{ m})$ que se desplaza hacia el norte. En el Mediterráneo la marea es de mucha menor amplitud, ya que es un mar demasiado pequeño para poder tener marea propia importante. Ambos regímenes se acoplan mediante una oscilación con características de onda estacionaria (Defant, 1961; García Lafuente, 1986). Existe pues, entre la onda de marea y la de corriente un desfase de tres horas aproximadamente. Estas corrientes se superponen a las *medias*, lo cual hace que en ciertos momentos, la corriente general cambie de sentido. Sin embargo, el agua mediterránea al Oeste del umbral y la Atlántica del Este del mismo no lo hacen (Armi y Farmer, 1985; Armi y Farmer, 1988; García Lafuente et al., 2000). En el umbral de Camarinal, y, sobre todo, en mareas vivas, la dirección cambia en toda la columna de agua. La interfaz está también afectada por la marea con desplazamientos verticales que pueden llegar hasta los 100 m. En el umbral el nivel más alto (menos profundo) de la interfaz tienden a alcanzarse hacia la pleamar. Más detalles sobre la dinámica de mareas pueden verse García Lafuente et al. (2000); Izquierdo (2001); Castro et al. (2001); Sannino et al., (2002).

1.3. Marco meteorológico: vientos

Añadido al efecto barotrópico de la presión, existe uno más local y de naturaleza más baroclina debido al viento que afecta a la capa superior mucho más que a la inferior (García Lafuente et al., 2002). El viento en la zona es básicamente bidireccional: Levantes y Ponientes. Estos vientos están condicionados por la orografía (efecto de embudo para

vientos procedentes de una u otra Cuenca). En Tarifa, soplan con la misma frecuencia los vientos de componente Este y los del Oeste, concretamente un 48 % en ambos casos, con Levantes casi todos del Este, mientras que los Ponientes tienen mayor dispersión en su dirección. Además, en el 58 % de las veces, los Levantes soplan fuerte o muy fuerte, es decir, a velocidades superiores a 40 km h^{-1} . Cuando el viento es de Poniente, la proporción se reduce al 14 %.

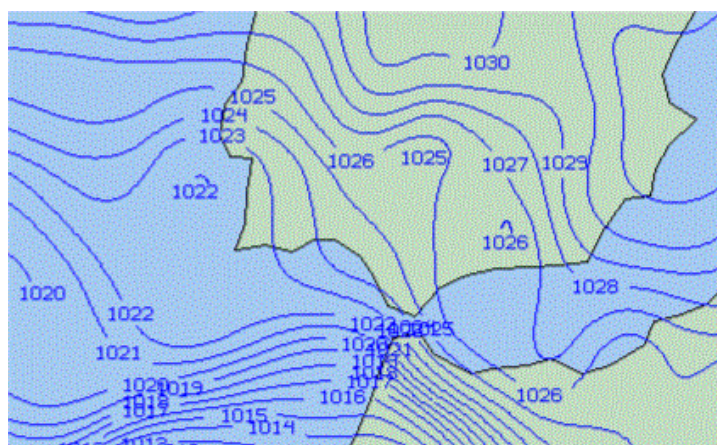


Figura 1-4: Isobaras en superficie para Levante generalizado (31 de Marzo de 1995). En esta ocasión soplaron vientos en Tarifa de hasta 100 km h^{-1} .

Los episodios de Levante fuerte o muy fuerte en Tarifa, suelen agruparse como Levantes localizados y Levantes generalizados. En los primeros, el viento fuerte suele restringirse al entorno de Tarifa, no afectando a veces ni siquiera a Gibraltar o Tánger, y siendo incluso flojo en Jerez o Málaga (ver Figura 1-5). Por contra, los Levantes fuertes o muy fuertes generalizados se prolongan, por la Bahía de Cádiz, afectando al litoral gaditano: Vejer, Jerez, llegando hasta Cádiz. Cuantitativamente, los Levantes en Tarifa suelen ser por término medio 3 veces más intensos que a 100 km de distancia. La cifra disminuye a 1,5 o 2 para los Ponientes.

Estas particularidades del viento en el Estrecho se explican satisfactoriamente según el modelo de Pino Corredera (1996). En este trabajo se destaca cómo el viento en Tarifa y su entorno está determinado por la intensidad y forma del dipolo de presión de origen orográfico. La diferencia de presión entre los observatorios de Jerez y Málaga, o Tarifa y Málaga (Figura 1-4) son un buen índice empírico para evaluar la intensidad de este dipolo, aunque en algunas ocasiones estas localidades no quedan bien situadas respecto

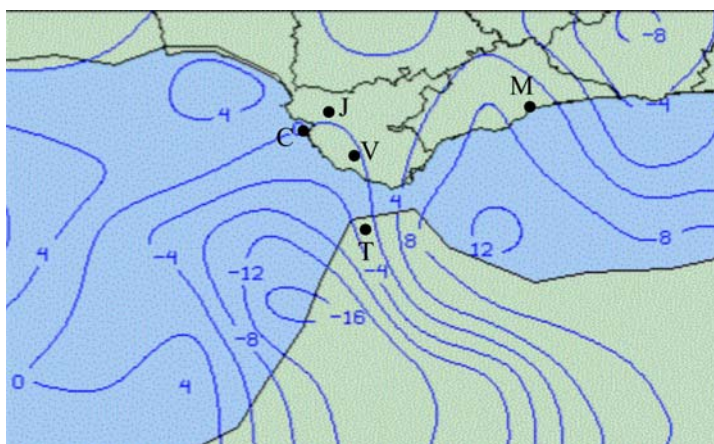


Figura 1-5: Situación para Levante localizado en el área del Estrecho de Gibraltar. Se manifiesta la existencia de una deformación de las isobaras, con una alta de presiones en el mar de Alboran y una baja en el golfo de Cadiz, generando una perturbación en el campo de presión en superficie en forma de dipolo. La intensidad del dipolo es de 1,6mbar aproximadamente. Las letras sitúan las localidades de Jerez (J), Tánger (T), Véjer (V), Cádiz (C) y Málaga (M).

de los máximos del dipolo (Figura 1-5). La ecuación de continuidad, condicionada a la orografía de la zona, permite traducir estos valores de presión en vientos, explicando en buena medida la intensificación de los vientos en el Estrecho, por efecto Venturi, sobre todo cuando soplan de Levante.

Para justificar determinados vientos intensos en Tarifa respecto al viento medio lejos del Estrecho, o el hecho de que el viento de Levante sea superior en el Golfo de Cádiz que en Alborán, además de la ecuación de continuidad, es necesario un mecanismo de amplificación del viento de Levante en Tarifa y Golfo de Cádiz. Este mecanismo se basa en la distribución vertical de la estabilidad, concretamente en la presencia de una inversión sobre las cordilleras que lo delimitan. Como se explica en el trabajo de Pino Corredera (1996), los vientos a sotavento de un obstáculo montañoso generan ondas hidrostáticas de longitudes de onda horizontal entre 50 a 100 km, que se propagan libremente en la vertical. La amplificación de vientos responde a reflexiones parciales de dichas ondas en un medio con múltiples estratos y diferentes características de propagación. La adaptación del modelo de Klemp y Lilly (1975, 1978) sugiere que cuando el nivel bajo estable y la región de arriba menos estable tienen los espesores óptimos, las reflexiones parciales de la onda en movimiento refuerzan la onda en la parte inferior de la atmósfera y puede producir ondas de amplitud varias veces la altura de la montaña. Este mecanismo es

importante para la generación de oscilaciones de corto periodo forzadas y se trata con más detalle en la sección 2.3 por la relevancia que tiene para el tema estudiado en esta memoria.

1.4. Oscilaciones de corto periodo

1.4.1. Introducción

En Ingeniería costera, el estudio de fluctuaciones de la superficie libre del mar, con periodos entre los 10 – 100 min, es un factor a tener en cuenta, por las repercusiones directas en el litoral. Esta banda, poco energética globalmente en la dinámica de los océanos, tiene periodos más largos que los asociados al oleaje creado por vientos superficiales, pero una duración mucho más corta que un periodo típico de marea. Esta dinámica es más importante en cuencas cerradas o semicerradas como lagos, estuarios, puertos (Rueda y Schlalow, 2002) forzadas por la acción directa del viento (Ishida et al., 1996; Ishida et al., 1997). En mar abierto pasan desapercibidas exceptuando algunas resonancias en costa que las hacen vistosas (Giese et al., 1982). La bahía de Makurazaki en Japón es notable por la ocurrencia de estas oscilaciones: por ejemplo, en Marzo de 1976 se observó un máximo de amplitud de 138 cm en oscilaciones de corto periodo (en adelante OCP) de 13 min de periodo. Maeda et al. (1977) mostraron que la anormal variación de la superficie del mar es debida a ondas estacionarias, concretamente al modo fundamental de la bahía, que es una característica de la geomorfología de la zona. Otros lugares donde se han observado OCPs son la bahía de Longkou, China (Wang et al., 1987), la bahía de Trieste, Italia (Wilson 1972), en el mar Adriático (Hodžić, 1979) o en el mar Egeo (Papadopoulos, 1993). En regiones donde estas oscilaciones son más importantes, tienen nombres locales específicos. Así se habla de *Milghuba* en el norte de la costa de Malta (Airy, 1878), *Abiki* en la bahía de Nagasaki (Honda et al. 1908; Hibiya y Kajiura, 1982), *Risagga* en Menorca (Gomis et al., 1993), *Marrobbio* en el Estrecho de Sicilia (Colucci y Michelato, 1976; Candela et al., 1999). En la literatura científica también existen diversos nombres para designar estas fluctuaciones: ondas infragravitatorias (Okihiro y Guza, 1995), *meteorological tsunamis* (por las analogías con los tsunamis (Van Dorn, 1984; Taku et al., 1992)) o el más usual de *seiches*.

Las oscilaciones se esperan sean rápidamente disipadas en regiones reducidas y someras, con duraciones no superiores a la hora. Pero existen casos en los que las oscilaciones

perduran un tiempo mayor, lo que supone un suministro de energía continuado. Entre otros mecanismos forzantes se han mencionado perturbaciones atmosféricas de presión (Fujita, 1955; Hibiya y Kajiura, 1982; Monserrat y Thorpe, 1992; González et al., 2001), actividad de ondas internas (Giese y Chapman, 1990), actividad sísmica (Efimov et al., 1985; Rabinovich, 1993; González et al., 2001) o cizalla de la corriente (Fabrikant, 1995).

1.4.2. Ejemplos en las costas de España

Las OCPs se observan en distintos escenarios de las costas de España, además de las referidas en Menorca. Se han seleccionado dos ejemplos con escenarios bien distintos, uno en la isla de Alborán (Figura 1-6) donde se dan condiciones de mar abierto, y otro en el puerto de Valencia (Figura 1-10) que representaría fenómenos locales inducidos por las condiciones propias de la configuración del puerto.

El primer ejemplo² se corresponden con mediciones del mareógrafo situado en la Isla de Alborán³ (Figura 1-6). Los datos tienen una frecuencia de muestreo de $0,1 \text{ min}^{-1}$; un análisis espectral estacionario de la serie completa resuelve frecuencias por debajo de los $0,05 \text{ min}^{-1}$ (Figura 1-7). La existencia de picos de energía por debajo de la media hora se puede deducir de una simple inspección visual de las series (panel superior e inferior, Figura 1-6) o mediante análisis espectral de subseries suficientemente cortas (Figura 1-8). En la serie completa, se observan unos 9 episodios de OCP con amplitudes superiores a los 10 cm y una duración media de un día. Una de ellas es la extraída en el panel superior de la Figura 1-6. Un análisis más cuidadoso permite recuperar información temporal importante perdida con el espectro estacionario. Para ello, se toma diferencias primeras entre las alturas (panel superior de la Figura 1-9) o se realiza un análisis espectral local más cuidadoso mediante el uso de ventanas temporales que al desplazarse a lo largo de la serie completa añaden información sobre el momento en el que se da un determinado suceso (S-espectro, panel inferior de la Figura 1-9). De una forma u otra se destacan sendos picos de energía por debajo de los 30 min y por encima de la resolución espectral (20 min).

El segundo ejemplo proviene de los datos medidos por el mareógrafo de Valencia⁴,

²Las técnicas de análisis de series de tiempo empleada en estos ejemplos se explican en el capítulo 3. Aquí nos limitaremos a explicar directamente los resultados.

³Datos cedidos gentilmente por el Dr. Alfredo Izquierdo de la Universidad de Cádiz.

⁴Datos cedidos gentilmente por Puertos del Estado.

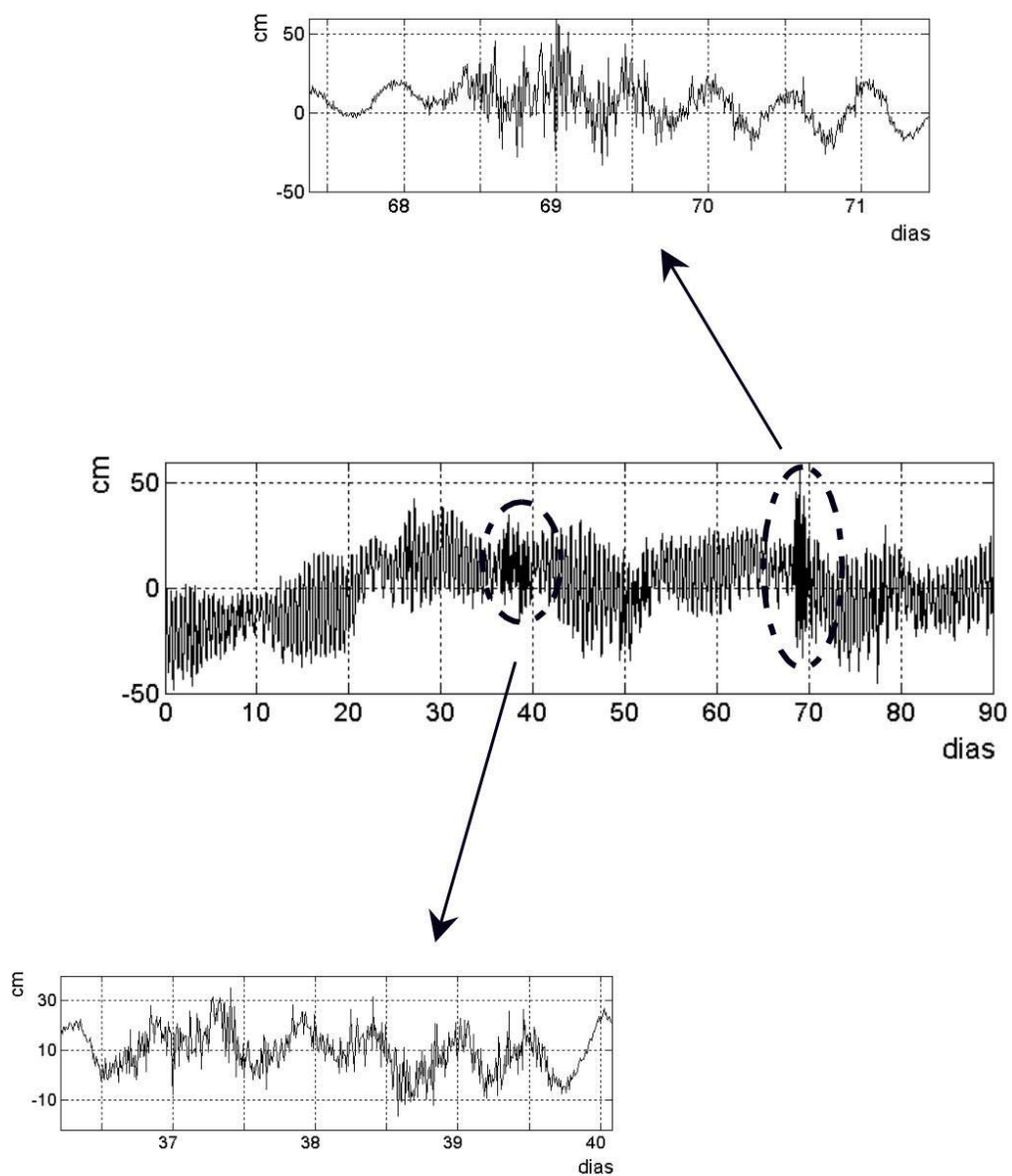


Figura 1-6: Niveles del mar tomados desde el 10/09/2003 en la isla de Alborán. En la parte inferior y superior se amplía dos zonas en las que visualmente se aprecian claras oscilaciones de corto periodo.

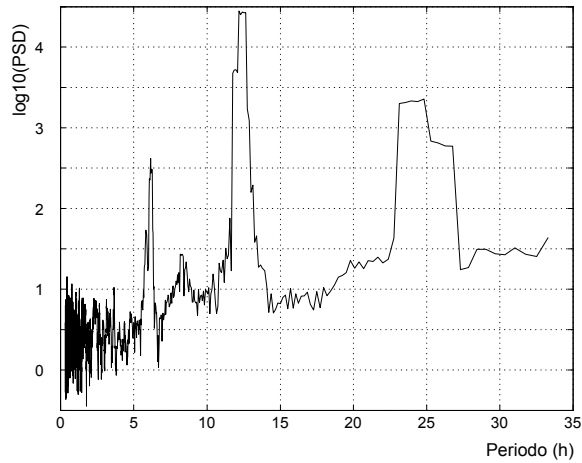


Figura 1-7: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo para la serie mostrada en la Figura 1-6 completa. Lo más relevante son las señales de marea: diurna, semidiurna y cuartidiurna. Las OCPs no dejan huella clara en este espectro dado su carácter intermitente, que hace descender la energía en la banda correspondiente cuando se analiza una serie larga. Sin embargo, cuando se analiza un fragmento corto en el que se dan OCPs la señal del espectro es clara (ver Figura 1-8).

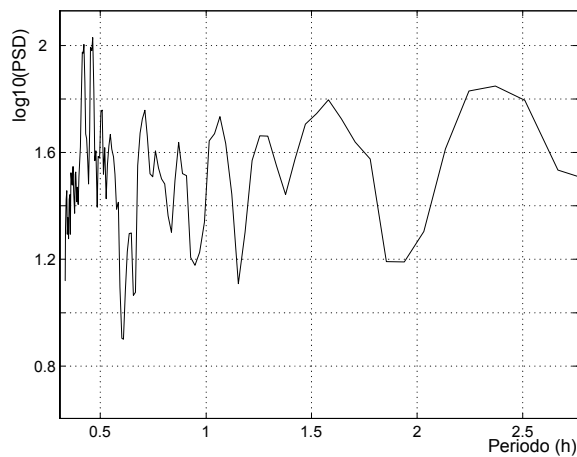


Figura 1-8: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo para la subserie mostrada en la parte superior de la Figura 1-6. La longitud de esta subserie permite destacar dos modos de OCP por debajo de la media hora.

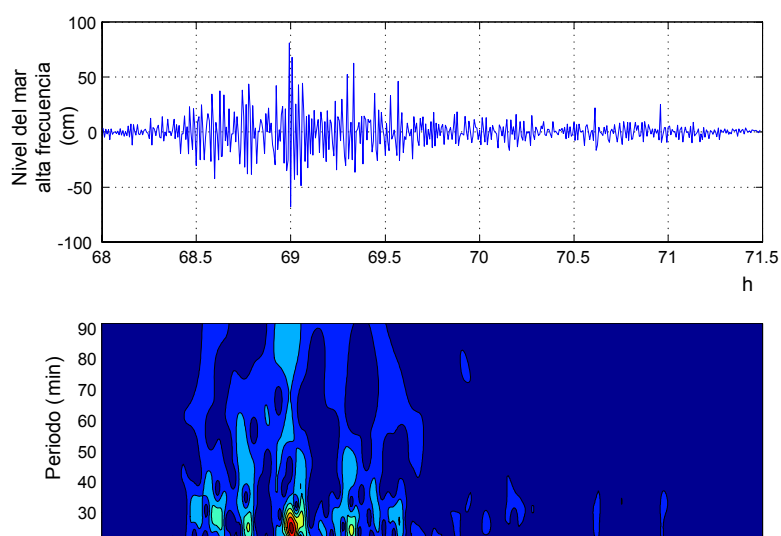


Figura 1-9: Primeras diferencias de la serie de nivel del mar mostrada en el panel superior de la Figura 1-6 y S-espectro (ver capítulo 2) de la misma.

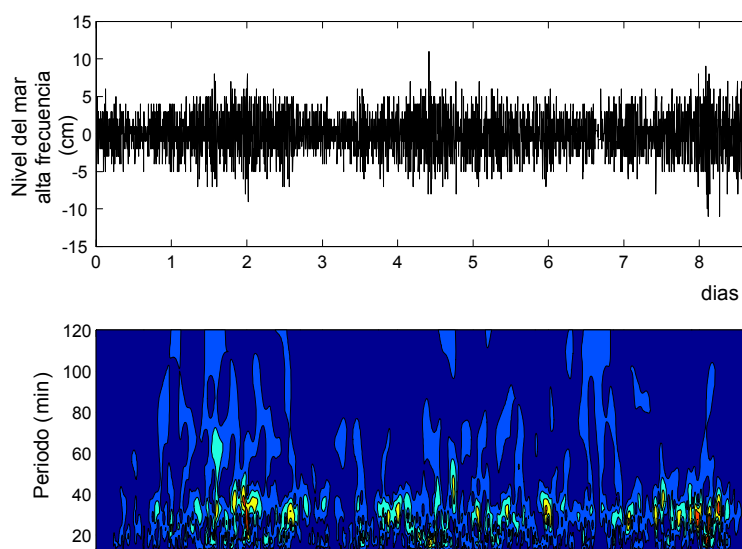


Figura 1-10: Serie de nivel del mar de alta frecuencia tomada en el puerto de Valencia (panel superior) y S-espectro (panel inferior) de la misma.

con una frecuencia de muestreo de $0,2 \text{ min}^{-1}$, superior al ejemplo anterior. La ocurrencia de este tipo de oscilaciones en este puerto no es rara, especialmente en la época de verano (Del Río et al., 2005). El panel superior de la Figura 1-10 muestra la serie de alta frecuencia (paso alta) de la serie de nivel del mar, y el inferior, el S-espectro. Este ejemplo muestra una actividad de OCPs en un intervalo grande, ininterrumpidamente durante los 8 días aunque con tres episodios de más intensidad, y con periodos dominantes sobre los 20 – 30 min (notar, de paso, las ventajas de técnicas como el S-espectro -del que se habla en el capítulo 2.3- para mostrar la dependencia temporal/frecuencial de las OCPs).

1.4.3. Motivación del trabajo

La fenomenología presente en el Estrecho de Gibraltar es muy variada y responde a muy distintas escalas tanto espaciales como temporales que, a su vez, obedecen a forzamientos físicos diferentes. Nuestro Grupo de Investigación, entre otros trabajos, se encontraba realizando un análisis de distintas variables en relación con la variabilidad de baja frecuencia del intercambio en el Estrecho, con especial interés en la búsqueda de señales semianuales que pudieran estar presentes. La importancia del desnivel transversal como indicador del régimen en que se realiza el intercambio hizo que se recurriera a datos horarios del nivel del mar proporcionados por el Instituto Español de Oceanografía (I.E.O), procedentes las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa. En alguna ocasión se consultaron los mareogramas originales, particularmente en Tarifa, y sorprendió encontrar en ellos oscilaciones de unos 8 min de periodo, muy superior al del oleaje (Figura 1-11). Su persistencia (horas, incluso días de duración) y ubicuidad (fenómeno extensible a otras localidades de la zona) descartaban problemas con los aparatos y apuntaban por contra a la existencia de algún mecanismo físico. La aparición de oscilaciones similares en diversas épocas añadían interés al tema y conferían a los episodios una cierta continuidad, sugiriendo que cada cierto tiempo se daban las condiciones físicas adecuadas para que se dispararan estas oscilaciones de corto período. La repercusión dinámica de estas oscilaciones en el intercambio de aguas en el Estrecho es despreciable y se aleja de estudios típicos de las líneas de investigación oceanográfica, pero el fenómeno en sí no deja de resultar llamativo. Por esta razón se abordó su caracterización, modelado y fenomenología (origen, decaimiento, relación con oscilaciones en otros lugares, etc) como tema central en este trabajo.

El mareograma de la Figura 1-11 muestra el registro del nivel del mar en Tarifa entre el 21 y el 30 de Julio de 1996. La diferencia máxima entre pleamar-bajamar es de

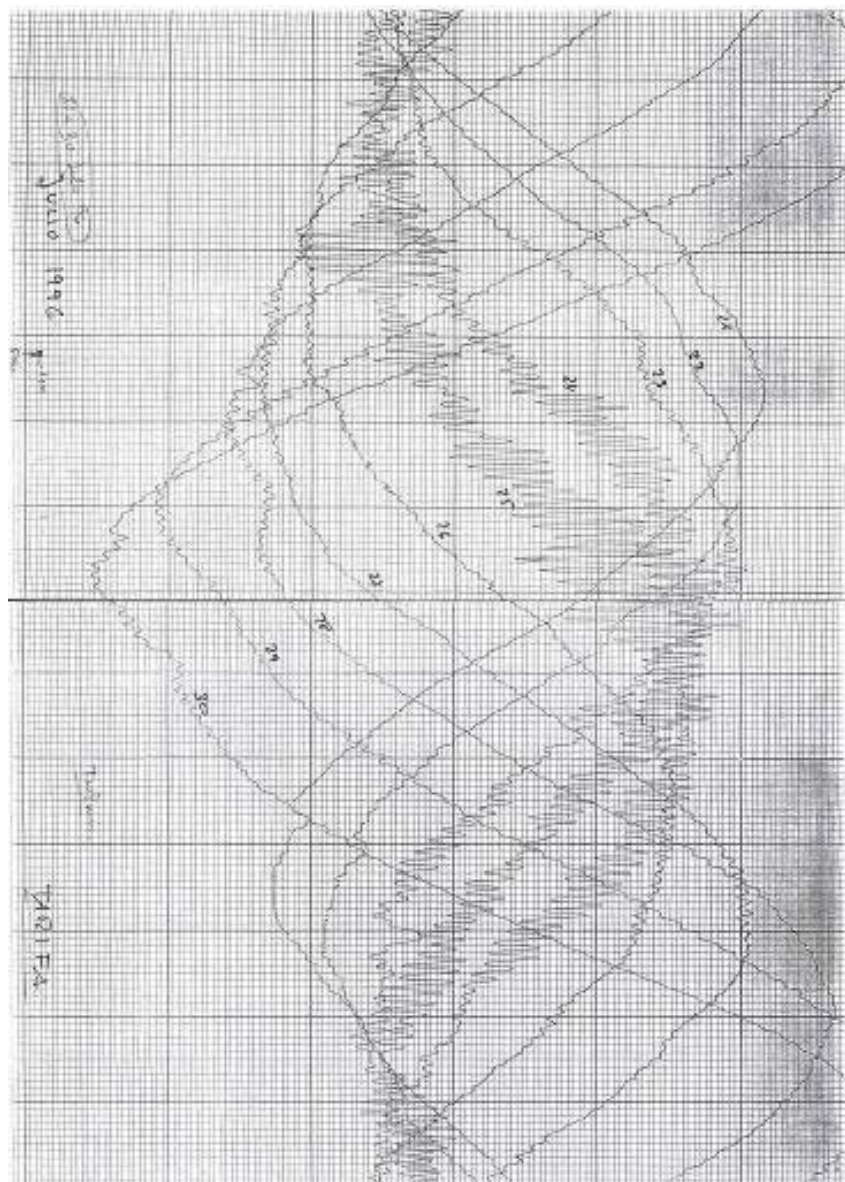


Figura 1-11: Mareograma mostrando OCPs en Tarifa en Julio de 1996. El mareograma está rotado 90° de modo que el eje horizontal es altura del nivel del mar, positivo hacia la derecha, y el vertical el tiempo, positivo hacia abajo. Cada cuadrícula diminuta representa 5 min \times 1 cm, las grandes 1 h \times 25 cm, de modo que el eje de tiempos se extiende sobre algo más de 14 h y el de alturas sobre 150 cm. Las oscilaciones de corto periodo (unos 10 min) en las que estamos interesados cobran importancia especial los días 24 y 25 de Julio.

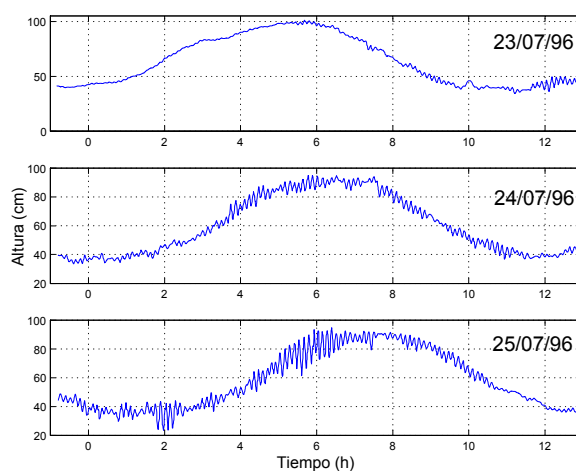


Figura 1-12: Mareograma digitalizado de Tarifa los días 23, 24 y 25 de Julio de 1996. La presencia de OCPs es poco perceptible el primer día y mucho el último.

1,46 m. El episodio de oscilaciones de alta frecuencia presenta a simple vista un notable protagonismo frente a la carrera de marea, con amplitudes que llegan a $1/3$ de la misma y una persistencia de 2 días, volviéndose a observar seis días después aunque con una amplitud bastante inferior. El fenómeno de interés empieza con las mareas más débiles el día 23 de Julio y se desvanece a medida que la marea va ampliando su señal (ver series digitalizadas⁵ los días 23, 24 y 25 en la Figura 1-12). En principio ambos fenómenos no tienen por qué estar correlacionados dado que tienen respuestas en la escala temporal diferentes (periodos de minutos frente a 12h de las mareas) y además el primero es periódico mientras que el segundo es registrado ocasionalmente.

En la Figura 1-13 se presentan las autocovarianzas para series de ~ 13 h de longitud en los días 23, 24 y 25. Se observa un patrón oscilatorio definido, con datos fuertemente correlacionados para desfases de 7,4 mín en dichos días. El día 23 también presenta el mismo patrón pero con una intensidad muy inferior y con una pérdida de esta regularidad para desfases altos. La amplitud, varía de unos eventos a otros, pudiéndose dar un valor característico promedio de unos 4 cm. La duración *normal* de un episodio de OCPs es entre pocas horas y un par de días, aunque en el caso concreto de los eventos reflejados en la Figura 1-11, se observan amplitudes notables durante un par de días, quedando una tímida constancia hasta 7 días después de comenzar.

⁵El proceso de digitalización ha sido uno de los más costoso en cuanto a tiempo se refiere de los desarrollados en esta memoria. Se habla de él en el próximo capítulo.

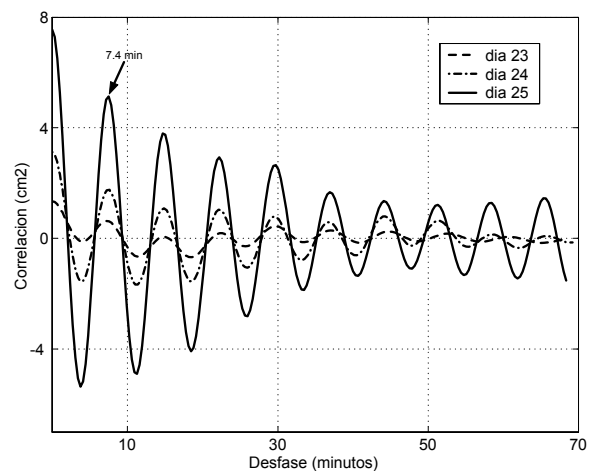


Figura 1-13: Autocovarianza de las series de Tarifa mostradas en la figura 1-12 para los desfases indicados en el eje de abscisas. Se han realizado desfases inferiores a $\tau \leq 78$ min. Este análisis deja autocorrelaciones altas para valores de $\tau = 7,4$ min, que caracterizan en frecuencia las OCP en esta localidad.

Las OCP en el Estrecho, como se verá, no presentan amplitudes superiores a las adelantadas en este fragmento ni tampoco alcanzan las amplitudes extremas observadas en otras regiones y que se ven comentadas en la bibliografía. Seguramente, la razón es que se trata de un área abierta pero, aún así, es una cuestión interesante para estudiar y analizar.

Capítulo 2

Datos, metodología y valoraciones iniciales

2.1. Datos

2.1.1. Observaciones del nivel del mar

Para el estudio de las OCPs se ha utilizado información procedente de los mareógrafos que el Instituto Español de Oceanografía tiene en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa. El principal problema que presentan estos datos experimentales para la descripción de las OCP es el formato de salida analógico (mareogramas) de los aparatos de medida. En este capítulo se explica el procedimiento seguido para su conversión a formato digital, que es el adecuado para su posterior procesado.

Comienza esta sección de datos con una breve descripción de los mareógrafos que registran la información. Posteriormente se explica el proceso de digitalización, formato adecuado para su posterior procesado, y se analiza y estima el error cometido en el proceso.

El mareógrafo y el mareograma

Para medir el nivel del mar se utilizan técnicas de lo más variadas como el uso de altímetros montados en satélites, radares, estereofotografías, flotadores, escalas verticales en embarcaderos, manómetros montados en el casco del barco ... etc. Esto supone una amplia gama de posibilidades de adquisición de información sobre el nivel del mar, cada una de ellas con sus peculiaridades y rango de aplicaciones, y conlleva un considerable esfuerzo para unificar criterios que permitan el almacenamiento de los datos en un formato lo más universal posible.

La principal característica de cada aparato de medida está vinculada al principio físico utilizado para llevarlo a cabo como, por ejemplo, la flotabilidad de algún objeto en los mareógrafos de boya, la compresión de un gas en los neumáticos de presión, etc. Las medidas son tomadas de forma automática y el registro queda grabado en papel (medida analógica) o almacenando magnéticamente en una unidad local o remota (medida digital). Actualmente, ésta última es la tendencia actual, aunque existe una enorme cantidad de información cuyo soporte original era el papel (mareogramas). Precisamente este trabajo utiliza mareogramas proporcionados por mareógrafos de boya como punto de partida. Estos aparatos presentan ventajas como su simplicidad estructural y funcional, su relativo bajo coste, un mantenimiento simple y su uso continuado y extendido en casi todas las costas del mundo durante décadas.

El esquema simplificado de un mareógrafo de boya se presenta en la Figura 2-1. Un flotador dentro de un pozo está unido mediante un cable, que pasa por encima de una polea, a un contrapeso. En la medida que el flotador sube o baja el contrapeso desciende o asciende en la misma cantidad y el cable que los une provoca que la polea rote, siendo el ángulo de rotación proporcional al cambio en el nivel del mar. Una segunda polea solidaria a la anterior desplaza una pluma sobre un papel que deja registrada la oscilación del mar. En la medida en que los radios de las dos poleas difieran, el dibujo sobre el papel representará una ampliación o reducción de la oscilación del mar, siendo el factor de conversión igual al cociente de los diámetros de ambas poleas. Como el papel avanza en una dirección normal al movimiento de la pluma con velocidad fija, se dibuja una curva que representa la altura del agua frente al tiempo. Un ejemplo de mareograma se presentó en la Figura 1-11. Típicamente, los mareogramas tienen una resolución de unos 20 s en el eje temporal y unos 0,1 cm en el espacial.

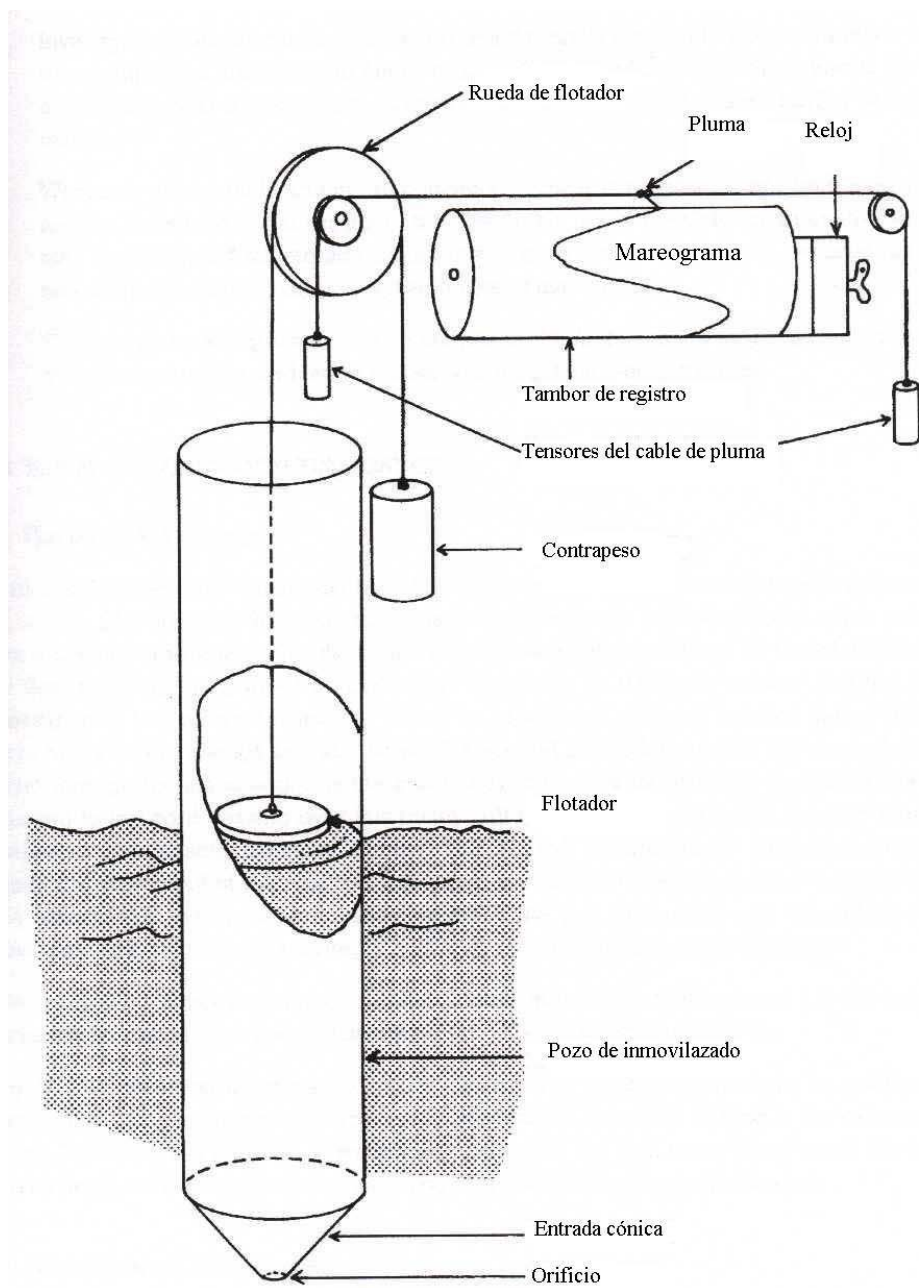


Figure 3.1

Figura 2-1: Versión simplificada de un mareógrafo de boya. Diseños realistas de estos aparatos difieren de este modelo básico en características incorporadas que mejoran la precisión y fiabilidad, como, por ejemplo, la sustitución del orificio por un tubo estrecho de longitud y diámetros adecuados para filtrar las señales de muy alta frecuencia (oleaje).

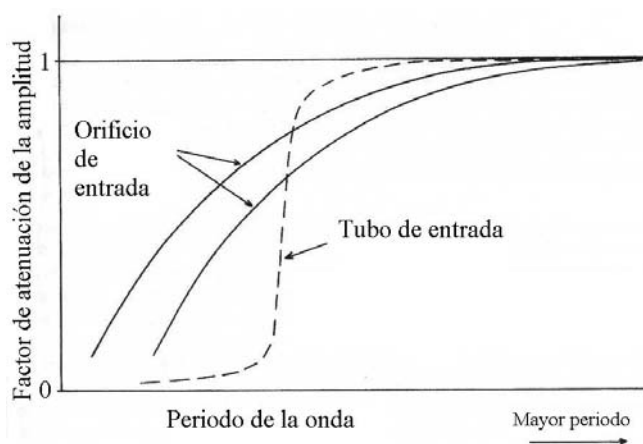


Figura 2-2: Respuesta del nivel dentro del pozo a diferentes frecuencia de oscilación del nivel del mar externo, que queda determinada por la forma y diámetro del orificio de entrada. Este orificio es necesario para un correcto funcionamiento, limita el flujo de agua que entra y sale del mismo eliminando fluctuaciones de muy alta frecuencia (oleaje). En la figura se recoge de forma esquemática el comportamiento de filtro paso baja para dos geometrías de orificio y para un tubo de entrada en vez de orificio. El periodo de corte es mucho más acentuado en el caso de tubo. En los mareogramas se aprecia este filtrado de señales por debajo de los 30 – 60 s.

Características de los mareogramas

Los mareogramas utilizados proceden de los mareógrafos tipo flotador, pertenecientes al Instituto Español de Oceanografía (I.E.O), situados en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa. Las coordenadas geográficas de los aparatos utilizados así como información de cero de los mareografos respecto al cero nacional de Alicante quedan recogidas en la tabla 2.1.

Localización	Longitud	Latitud	Δz (m)
Algeciras	05°26'W	36°07'N	-0,6337
Ceuta	05°19'W	35°54'N	-0,794
Tarifa	05°36'W	36°00'N	-0,9712

Tabla 2.1: Localización de los mareógrafos y relación entre los diferentes orígenes (cero del mareógrafo)

Debido a fallos en los registros de los mareógrafos (la Figura 2-3 ilustra uno de los numerosos casos) es difícil encontrar una época relativamente larga donde se observen OCPs con claridad de forma simultánea en las 3 localidades. Durante los años 1991 – 92 se dan algunos periodos comunes que cumplen esas condiciones. Las Tablas 2.2, 2.3 y 2.4 contienen las fechas de los mareogramas en los que, en algún momento, aparecían

OCPs de magnitud importante en Algeciras, Ceuta, Tarifa respectivamente. A partir de estos mareogramas se han extraído los eventos específicos que constituyen la parte observacional de este trabajo. Las Tablas 3.1, 3.2 y 3.3 del capítulo 3, dan información en más detalle sobre ellos. La selección de dichos eventos ha estado condicionada por la (a) calidad de los mareogramas, los cuales deben permitir aplicar el método (sección 2.1.2), por (b) la posibilidad de detectar eventos simultáneos en, al menos, dos localidades (preferiblemente en las tres) y por (c) proporcionar una cierta cobertura temporal a lo largo del año.

Situación	Algeciras									
Inicio	21/02	03/03	01/04	10/04	11/09	21/09	26/09	04/12	11/12	
Fin	03/03	12/03	10/04	21/04	21/09	01/10	04/12	11/12	21/12	
Año	1992									

Tabla 2.2: Selección de eventos. Los periodos marcados en negritas no permiten una digitalización y su posterior análisis. Los diferentes estilos de texto intentan remarcar aquellos periodos de tiempo en donde se dispone de información en dos localidades.

Situación	Ceuta						
Inicio	20/03	<i>10/04</i>	<i>20/09</i>	<i>27/09</i>	01/12	11/12	
Fin	25/03	<i>18/04</i>	<i>27/09</i>	<i>03/10</i>	11/12	22/12	
Año	1991				1992		

Tabla 2.3: Selección de eventos

Situación	Tarifa								
Inicio	04/04	<i>12/04</i>	<i>20/09</i>	<i>27/09</i>	<i>05/10</i>	29/11	18/12	21/07	
Fin	12/04	<i>18/04</i>	<i>27/09</i>	<i>05/10</i>	<i>11/10</i>	10/12	31/12	30/07	
Año	1991								1996

Tabla 2.4: Selección de eventos

2.1.2. Método de digitalización

Los episodios recogidos en las anteriores tablas constituyen el núcleo central de datos de nivel del mar analizados en este trabajo. Aunque existen otros episodios de OCPs, éstos son los más nítidos y detectables (lamentablemente la mala calidad de los mareogramas en Algeciras han hecho imposible la recuperación de datos sobre OCPs en esta localidad durante 1991).

A partir de la señal analógica de los mareogramas se quiere obtener una versión digitalizada sobre la que poder aplicar la poderosa herramienta existente para tratamientos

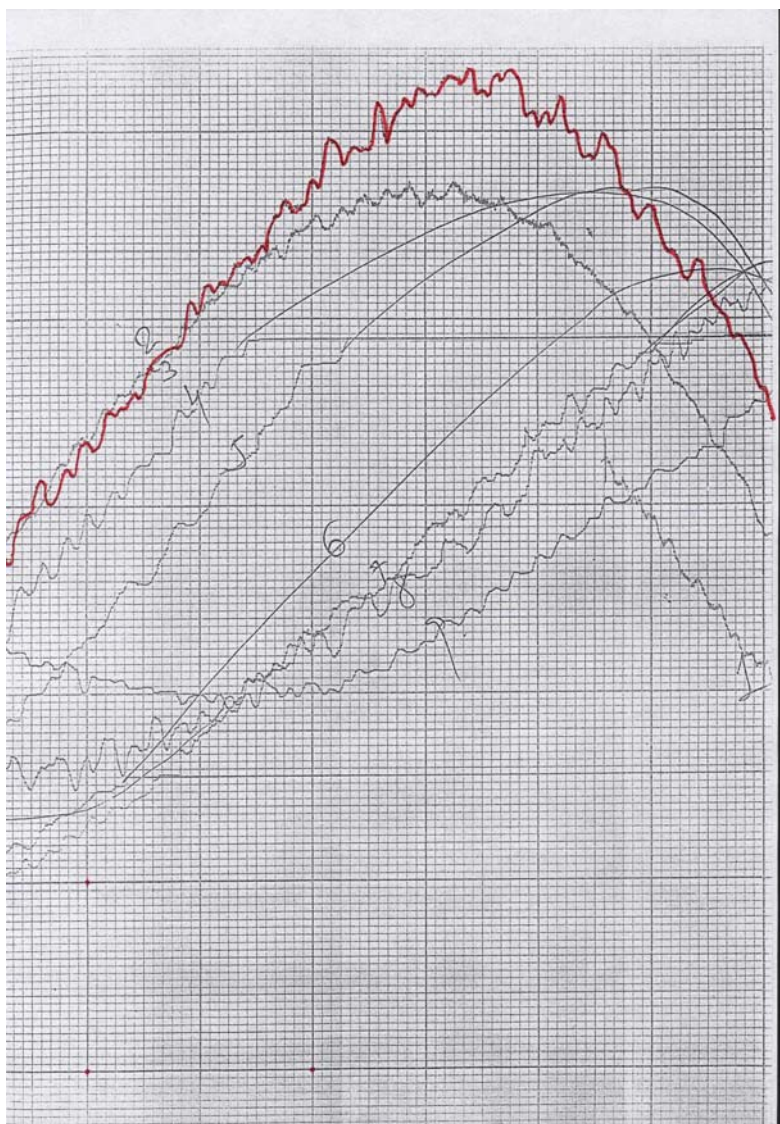


Figura 2-3: Fragmento de mareograma de Algeciras que muestra fallos (lagunas) los días 4, 5 y 6. Estas lagunas se han interpolado manualmente para reproducir la carrera de marea. En general, la información disponible ha estado limitada por la calidad de los datos de Algeciras. La línea roja remarca una porción del mareograma de la que interesa extraer información de OCPs. Este proceso de remarcado es el primer paso del *método* para digitalizar las señales de nivel del mar (ver epígrafe 3,3). Los puntos en la parte inferior izquierda forman parte también del método de digitalización.

de señal digital. El procedimiento más simple sería emplear una tableta digitalizadora que fuese siguiendo la curva (problema complicado por la superposición de ciclos de marea que hay en cada mareograma, superposición que se hace para aprovechar mejor los recursos materiales y reducir los coste de mantenimiento). Si se está interesado en reproducir solamente los ciclos de marea, ese procedimiento es viable a poca experiencia que tenga el operario que digitalice. De hecho, este es el método clásicamente seguido en los organismos responsables (IEO por ejemplo) para digitalizar la información histórica.

Si se desea una digitalización de calidad de las OCPs, la situación cambia. El *teorema de muestreo de Nyquist*¹ indica que con una frecuencia de muestreo de 0,5 ciclos por minuto ($\Delta t = 2$ min) se pueden describir en el límite oscilaciones de 4 min de periodo y bastante bien las de 8 min de periodo, que son las que se pueden apreciar en los mareogramas de Tarifa (Figuras 1-12 y 1-11). Realizar un análisis espectral de cierta resolución en frecuencia y confianza estadística exige la disponibilidad de series de longitudes de 1 ó 2 días. Una serie de pongamos 48 h implica la digitalización de 1440 puntos con $\Delta t = 2$ min o de 2880 puntos con $\Delta t = 1$ min a partir de un mareograma como los mostrados en las Figuras 1-11 ó 2-3. Tal tarea se antoja, cuanto menos, deprimente, y con una alta probabilidad de cometer errores en el proceso. Por esta razón, se ha diseñado un método bastante menos trabajoso (aunque también lo es) y, sin duda, más fiable para llevar adelante la digitalización. Se explica a continuación.

Escaneo y digitalización previa Los pasos a realizar en el proceso de digitalización son:

- remarcar los datos a extraer manualmente, usando un color distinto al de la gráfica original (rojo normalmente, ver Figura 2-3).
- referenciar la parte a extraer mediante el marcado de tres puntos en el mareograma (ver de nuevo Figura 2-3).
- utilizar periférico para pasar la imagen a formato electrónico (bmp, jpg, tiff). El periférico usado en este trabajo ha sido el escáner.

¹Este teorema establece que se pueden reconstruir todas las frecuencias de una señal inferiores a v muestreando a una frecuencia de $2v$ (Hubbard, 1986). Dicho de otra forma, en una serie en la que muestreamos cada Δt la frecuencia máxima que podemos resolver es $f_{Nyquist} = \frac{1}{2\Delta t}$ ciclos por unidad de tiempo o un periodo de $2\Delta t$.

- cambio de *formato de imagen* a otro que permita tratamiento numérico.

En lo que sigue esta secuencia se referenciará por el *método*.

Previamente a la aplicación del *método*, los mareogramas originales se fotocopiaron con objeto de no trabajar directamente sobre ellos. Se subdividió cada mareograma en tamaños, aptos para la digitalización con escaner de sobremesa, dejando un cierto solape entre los distintos fragmentos. Después de esta labor se seleccionaron los intervalos con señal de OCPs y se realizaron tantas copias como días a extraer.

El primer paso separa los distintos días a priori remarcando una única línea continua sólida. Este remarcado se beneficia de las ventajas de la percepción del ojo como filtrador (elimina señales de alta frecuencia poco interesantes), como diferenciador (separa las distintas señales recogidas) y como integrador (en zonas con una calidad baja y en regiones donde se pierde la señal por sobreimpresión una visión global de los datos permite rellenar las lagunas). El remarcado se ha hecho con un rotulador rojo de punta media, que permite definir la línea por un amplio conjunto de puntos, diferenciar la serie a extraer de las otras y diferenciarla también del mallado de fondo que tienen los mareogramas. El ruido introducido con una línea media o gruesa es más aleatorio que el que introduce una fina. Los problemas con el pulso y la propia inercia de la muñeca introducen por lo general un ruido de corte más sesgado.

El segundo paso es ubicar tres puntos arbitrarios en el mareograma. Estos puntos, cuyas coordenadas (tiempo, altura) en la escala real deben ser conocidas, permiten el paso de coordenadas por píxeles a coordenadas tiempo/altura. Por comodidad se han elegido estos puntos lejos de la línea a reconocer, con una distancia relativa real entre ellos fija para todos los casos. El primer punto se sitúa arbitrariamente, escogiendo un área del papel alejada de la línea a reconocer, el segundo y tercero con coordenadas reales (unidades físicas) respecto al primero de (2 h, 0 cm) y (0 h, 25 cm). Estos puntos de referencia se pueden ver en la esquina inferior izquierda de la Figura 2-3. Esta operación se puede realizar a mano antes del escaneado o después del mismo con algún programa para edición de dibujos. En cualquier caso, el paso es delicado e importante y fué una de las fuentes de error más común en las primeras digitalizaciones.

El tercer paso es escanear el fragmento escogido, lo que se ha realizado con un escaner de sobremesa que limita el formato a, como máximo, tamaño A4. El formato

de salida de este escaner se tomó JPEG² de $\sim 1215 \times 1739$ pixels de resolución con una buena paleta de colores (~ 428 Kb).

El cuarto paso, la digitalización en sí, se resolvió con un programa escrito en Matlab estructurado para:

- cargar el archivo de formato jpeg que se especifique.
- reconocer todo aquello marcado en rojo³.
- desechar el resto del fondo por contraste de tonos.
- promediar regiones adyacentes demasiado próximas en un único punto.
- identificar los tres puntos de referencia y eliminarlos del conjunto de puntos reconocidos.
- rotar los puntos⁴.
- generar serie con la escala correcta.
- presentar gráficas de la serie original y la final, cada una con su escala correspondiente.
- guardar la serie en un archivo ASCII apto para ser manipulado por programas de cálculo estándares.

Este *método* por tanto permite el paso de una señal analógica del mareograma en series de tiempo digital de alturas de nivel del mar. Modificaciones pequeñas del *método*

²El formato JPEG empaqueta las imagenes reduciendo considerablemente el tamaño de los archivos. Este proceso como contrapartida, produce una pérdida de la calidad y dispersa el rojo de la línea a zonas adyacentes. Este efecto se tiene en cuenta en el *método*, y se trata de la misma forma que el grosor de remarcado de la línea.

³Se define el color rojo(R) de remarcado por contraste con los valores de verde (G) y azul(B), para evitar problemas por utilización de distintos rotuladores, calidades en las copias parciales, escaneado, etc.

⁴Se hacía inevitable ya que el cuadrulado de los mareogramas escaneados indicaban rotaciones importantes, es decir, el eje de tiempos nunca llegaba a ser estrictamente horizontal en la imagen escaneada. Es importante corregir estos efectos del escaneado puesto que el mareograma girado tiende a deformar la oscilación de corto periodo más o menos sinusoidal y simétrica convirtiéndola en otra asimétrica (subida más corta que la bajada o viceversa) que genera armónicos de alta frecuencia inexistentes en la señal original.

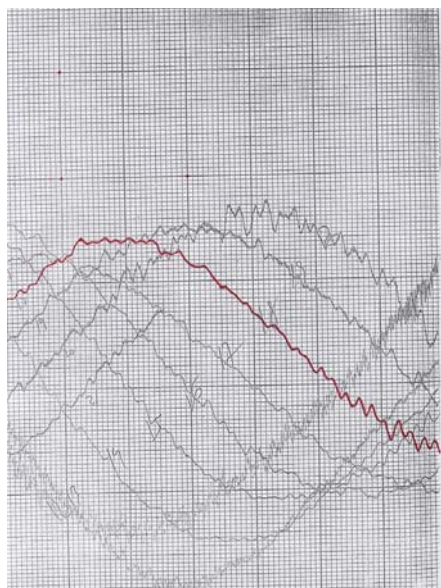


Figura 2-4: Imagen digital de un mareograma donde se puede apreciar la rotación del mismo. Esta rotación necesita ser corregida para evitar generación de armónicos de alta frecuencia inexistentes.

permiten otras aplicaciones: digitalizar geometrías de fondo y costas desde cartas marinas, traducir formato de mapa de bits a otro vectorial escalado con coordenadas reales (por ejemplo para la extracción de la información numérica de temperatura contenida en una imagen SST, García Lafuente y Delgado (2004)) o su uso en la digitalización de datos que estén contenidas en gráficas.

Generación de las series temporales definitivas

Breve comentario sobre la longitud de las series Sea $y(t)$ una serie de tiempo, la altura del nivel del mar, medida a intervalos ΔT durante un tiempo $T = N \Delta T$,

$$y(n\Delta T) \equiv y_n \quad (n = 0, 1, \dots, N) \quad (2.1)$$

El análisis de Fourier produce estimaciones en las frecuencias

$$f_k = \frac{k}{T}, k = 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (2.2)$$

con una resolución en frecuencia de $1/T$. Cuanto mayor sea la longitud de la serie menor es este cociente y más resolución se obtiene. Por ejemplo, una serie de $T \sim 7$ h diferencia frecuencias separadas $\Delta f \sim 0,0025 \text{ min}^{-1}$ y distingue bien armónicos que se diferencien más de $\Delta f \sim 0,0035 \text{ min}^{-1}$. De esta forma el intervalo de $0,05$ a $0,2 \text{ min}^{-1}$ (periodos entre 5 y 20 min)⁵ resolvería unas 40 frecuencia distintas, lo que resulta muy satisfactorio.

Sin embargo, la fiabilidad estadística de un análisis de Fourier aplicado a una serie de esa longitud sería pobre. El análisis de Fourier se basa en la hipótesis fuerte de estacionaridad de la señal (amplitud, frecuencia y fase fijas). Las OCPs, por el contrario, aunque tienen una clara periodicidad, son intermitentes por naturaleza o, dicho de otro modo, son de naturaleza estocástica y no determinista, y por tanto sólo caracterizables en sentido estadístico. Se asume aplicable el teorema de ergodicidad que permite usar promedios temporales, es decir, dividir una serie en subseries y asumirlas como medidas distintas, en lugar de promedios sobre diferentes conjuntos de medida, información no disponible. Si una serie típica de unas 7 h se divide en cuatro fragmentos solapadas un 50 %, el número de grados de libertad pasa a ser $N = 16$, y es posible resolver frecuencias separadas una $\Delta f \simeq 0,015 \text{ min}^{-1}$. En el intervalo de interés resolvería unas 10 señales de OCP. En resumen, se perdería resolución pero se ganaría confianza estadística.

El comentario anterior sobre la clásica dicotomía resolución/cofianza estadística pone de manifiesto la necesidad de obtener series temporales tan largas como sea posible. Este proceso se realiza manualmente y es importante que sea hecho minuciosamente para evitar la aparición de saltos de fase en las señales.

Submuestreo a $\Delta T = cte$ El reconocimiento de puntos de color rojo en el papel escaneado genera un muestreo con intervalo aleatorio, limitado por la resolución de las imágenes. El procesado sistemático de los datos con técnicas de análisis espectral entre otras, precisa, por rapidez de cálculos y simplicidad en los mismos, series uniformemente muestreadas.

El cálculo de la altura del mar en los nuevos instantes equidistantes requiere una función f para generar el cambio, que podría calcularse mediante el modelo de regresión

$$\eta_i = f(t_i) + \epsilon_i \quad i = 1, \dots \quad (2.3)$$

⁵Como se verá, intervalo que ocupan las OCPs y que, por tanto, interesan investigar.

siendo t_i un instante del nuevo conjunto de tiempos equidistante, η_i la altura de la superficie del mar en ese instante, y ϵ_i un error aleatorio.

En lugar de esto, se suele utilizar un ajuste como el comentado pero para piezas más pequeñas, tan pequeñas como el intervalo que existe entre dos datos cualesquiera. Una interpolación lineal entre datos, uniendo dos puntos consecutivos por una línea recta, es el ajuste más sencillo. Este ajuste lineal por intervalos genera una función continua de comportamiento totalmente regular en el intervalo entre los datos. El problema es que no tiene derivada continua en los puntos con datos (la pendiente cambia abruptamente de intervalo a intervalo). Se pueden unir los puntos por polinomios de orden mayor añadiendo condiciones adicionales, como el hecho de que los segmentos se unan de forma suave, esto es, que la primera y segunda derivada coincidan a derecha e izquierda en todos los puntos de unión entre piezas de ajuste. En este trabajo se han utilizado los polinomios cúbicos de Hermite como función interpolante, $\xi(t)$ (para más detalles sobre la realización de estas interpolaciones consultar Gerald V. (2000), o los algoritmos en Numerical Recipes in Fortran 77).

En este proceso de interpolación y uniformización del muestreo se ha mantenido la misma densidad de puntos en la serie uniforme. El método de digitalización produce un intervalo medio de $\Delta t \simeq 21$ s. Por ello se ha ajustado la serie uniforme a $\Delta t = 21$ s, lo que proporciona de 20 a 30 medidas por oscilación. Dado este relativamente alto muestreo que se obtiene, la elección de uno u otro polinomio interpolante no supone mayor problema para la decimación regular de los datos.

Suavizado En las series decimadas quedan señales de frecuencias mucho más altas que las de las OCPs. Pueden tener una realidad física, ser errores de medida, estar introducidas por la forma de recuperar los datos, o una combinación de todas y constituyen el ruido que sería deseable eliminar o al menos atenuar. A efectos prácticos, consideraremos ruido aquellas frecuencias correspondientes a periodos menores de 1 min.

El ruido se ha eliminado mediante técnicas de filtrado utilizando un filtro de pesos distribuidos según una gaussiana, como se comenta a continuación. Asignemos a un punto de la serie el instante $t = 0$ y pesemos los distintos puntos antes y después de este según la curva:

$$A(t) = \frac{1}{(2\pi v^2)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{t^2}{2v^2}\right) \quad (2.4)$$

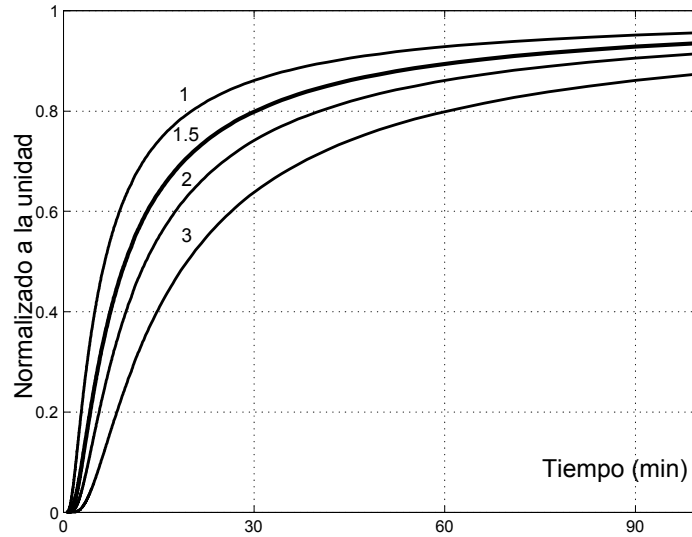


Figura 2-5: Respuesta del filtro tipo Gauss, ecuación (2.5), para distintas frecuencias de corte f_c (min).

donde la expresión que multiplica la exponencial es una constante que permite normalizar⁶ y v es la varianza de la distribución. La curva es simétrica respecto a $t = 0$, con máximo en este valor. Para $|t| \geq 3v$ la función tiene un valor inferior al 1% del valor máximo, lo que supone que a efectos prácticos se pueda considerar el rango de variación $A(t)$ entre $-3v$ y $3v$. El filtrado se realiza únicamente sobre la entrada (filtro no recursivo) interviniendo en el valor de $t = 0$ valores tanto pasados como futuros gracias a disponer de todos los valores de antemano.

La función respuesta de este filtro gaussiano es otra curva gaussiana dada por:

$$H(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2}{2v'^2}\right) \quad (2.5)$$

donde la nueva varianza v' depende solamente de la varianza de la distribución original de la función de pesos según

$$v'^2 = \frac{1}{(2\pi v)^2}. \quad (2.6)$$

La forma de trabajar que se utiliza es diseñar el filtro de manera inversa: se busca la función respuesta que interesa y a partir de ella se calcula la función de pesos como la

⁶Los filtros normalizados (área bajo la curva igual a la unidad) preservan la media de la serie filtrada.

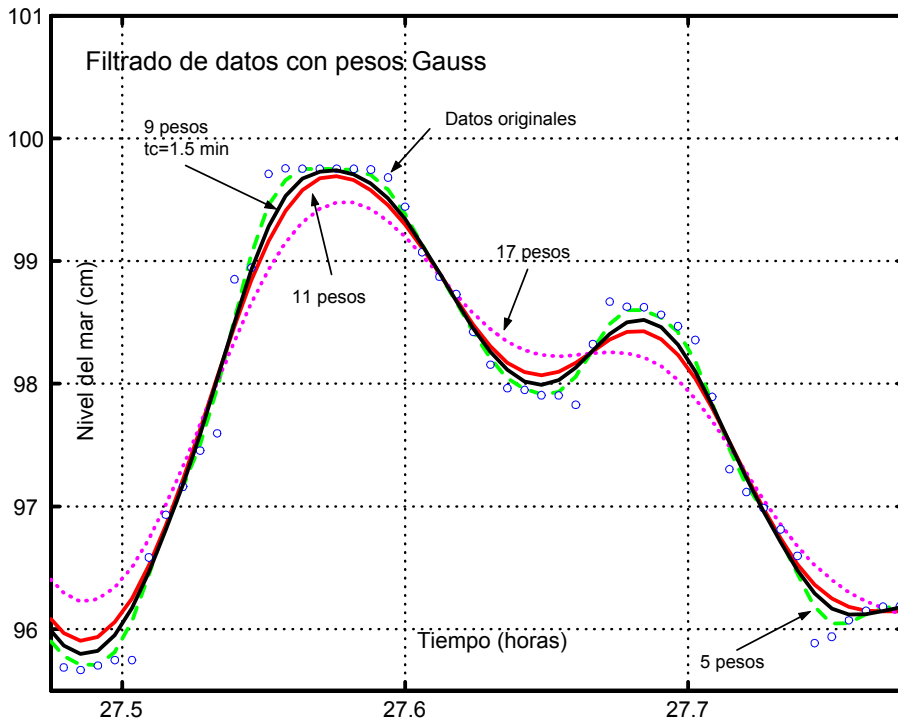


Figura 2-6: Ejemplo de la aplicación de filtros gaussianos a las series de tiempo obtenidas tras la digitalización. Los datos están representados por círculos huecos; las líneas continuas representan los datos para filtros con 1, 1,5, 2 y 3 min de periodo de corte (5, 9, 11 y 17 pesos temporales respectivamente). En lo que sigue se toma $t_c = 1,5$ min que se corresponde con un filtro de 9 pesos temporales.

transformada inversa de aquella. Como frecuencia de corte se toma $\omega_c = 3v'$, que hace $H(3v') = 0,01H(0)$: en tiempos será $t_c = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{3v'}$. La función de respuesta del filtro en el dominio de las frecuencias, es:

$$H(\omega) = \exp(-4,5t_c^2\omega^2) \quad (2.7)$$

La transformada inversa de una gaussiana, sigue siendo una gaussiana, en la que la nueva y antigua varianza se relacionan por (2.6). La expresión que permite generar los pesos del filtro en el dominio temporal es:

$$H(t) = K \exp\left(-\frac{\pi^2 t^2}{4,5t_c^2}\right) \quad (2.8)$$

con K constante de normalización.

Implementar este filtro en las series, con $\Delta T = cte$, conocida la expresión analítica, supone discretizar la variable temporal y calcular:

$$y'_k = \sum_{i=\frac{n-1}{2}}^{\frac{n+1}{2}} K \exp\left(-\frac{\pi^2 i^2}{4,5 t_c^2}\right) y_{k-i} \quad (2.9)$$

con n determinado por el cociente entero de $\frac{2 t_c}{\Delta T}$.

La Figura 2-5 muestra la respuesta en frecuencia del filtro para distintas frecuencias de corte y la Figura 2-6 presenta resultados de aplicar distintos filtros a los datos. La frecuencia de corte $t_c = 1,5 \text{ min}^{-1}$, resulta una elección adecuada como suavizado de la respuesta del nivel del mar. Tras el filtrado, la serie se ha remuestreado con $\Delta t = 0,42 \text{ min}$.

2.1.3. Test de fiabilidad

A lo largo del *método* se van produciendo errores difíciles de cuantificar. Es importante realizar test controlados que permitan hacer una estimación de su valor así como de las posibles causas que los generan.

La experiencia en la conversión analógico/digital de los datos apuntan como principal fuente de error al primer paso del *método*: remarcar los datos. La acción de remarcado puede confundir series pertenecientes a distintos días, si bien, la señal de marea subyacente ayuda a detectar estos errores.

Para tener una estimación de la importancia de dichos errores se ha generado una señal que se ha pasado a formato impreso. Posteriormente se ha utilizado el *método* para recuperar la señal. Para ello se han realizado diversos tests de los que se comentan dos a continuación.

En el primer test se ha generado la siguiente señal

$$y(t) = 40 + 100 \sin\left(\frac{2\pi t}{12,54}\right) + 10 \sin\left(\frac{2\pi t}{0,23}\right) \times \sin\left(\frac{2\pi t}{5}\right) + \epsilon(t) \quad \text{en cm} \quad (2.10)$$

que consiste en dos funciones de periodo muy diferentes, uno de 12,54 h y otro de 13,8 min, modulado por una señal de periodo más amplio. Se le ha añadido un ruido blanco con

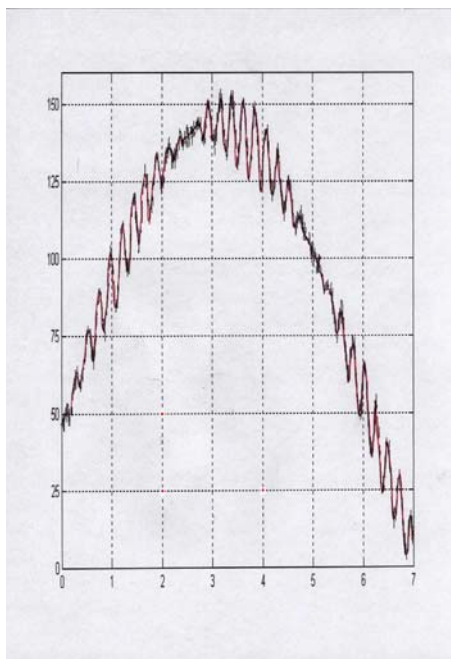


Figura 2-7: Test del método. La señal original se presenta en negro y la remarcada en rojo. La eficiencia del test depende bastante de la calidad de la impresora, en cuanto a posición final de la figura en el papel y tinta que se utiliza en remarcar la función. En el reconocimiento de la línea resulta importante el contraste, en color, entre la función a extraer y el fondo. Los valores de fondo se pueden manipular a voluntad, pudiendo manipularse detalles como un escaneo no uniforme, zonas oscuras y zonas claras.

una amplitud máxima de 8 cm, con objeto de realizar un test parecido a la realidad pero con un ruido más fuerte (de esta forma se pretende enmascarar la señal de interés y complicar su reconocimiento). La señal resultante se parece bastante a las de los mareogramas (Figura 2-7).

La señal cubre un rango espacio/temporal algo más amplio que el mareograma. Además se imprime en una región un 40% más pequeña: ahora 2 h son 4,5 cm en el papel y 25 cm en el nivel del mar son 3,5 cm. En el mareograma 4,5 cm de papel representan 1,52 h, es decir, el mareograma está más expandido. Similarmente, la escala vertical (altura del mar) se ha contraído en un factor parecido (3,5 cm en el mareograma son 17,5 cm). Ambos hechos conducen a una lectura del test más complicada que la del mareograma, es decir, a que el test sea más restrictivo.

La comparación de los datos originales, sin ruido, con los datos recuperados (Figura 2-8 A), es satisfactoria a simple vista. En la Figura 2-8 B se aprecian diferencias entre

ambas series. Estas diferencias tienen una media de $1,9 \pm 1,5$ cm. Con referencia a los 10 cm de amplitud asignados al armónico de 13,8 min de periodo, en la ecuación (2.10), ese valor indicaría un error del orden del 20%. Pero esta diferencia se refiere a toda la gama de frecuencias. Para estimarla en la frecuencia que nos interesa ($13,8 \text{ min}^{-1}$) se debe hacer la comparación en términos de sus espectros.

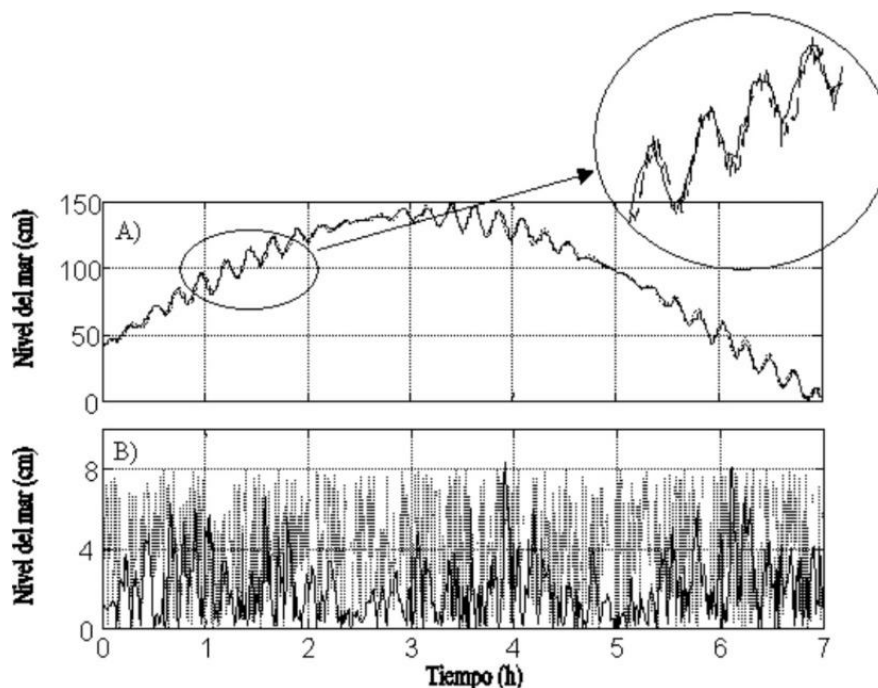


Figura 2-8: A) Señal original (ecuación 2.10, trazo discontinuo) y señal escaneada (trazo continuo más grueso) usada como test n° 1. Se ha ampliado un trozo para apreciar mejor las diferencias. B) Ruido introducido en ecuación 2.10 (trazos finos) y diferencia existente entre la señal generada inicialmente libre de ruido y la recuperada (trazo continuo grueso). El error cometido al recuperar la serie de interés queda bastante por debajo del ruido introducido.

Para llevar adelante tal comparación hay que tener garantías de que el *método* preserve frecuencias. La Figura 2-9 indica que en las frecuencias donde se concentra la energía, la serie original y la recuperada tienen el mismo comportamiento. La amplitud de las oscilaciones sí se modifica pero este efecto se podría cuantificar y corregir si se necesitase. En los mareogramas originales se podría medir la amplitud de las oscilaciones y en los mareogramas digitalizados se podría también estimar las amplitudes y corregirlas. La amplitud de las oscilaciones depende de la intensidad del fenómeno que las genera. Las frecuencia de las oscilaciones son más independientes de este origen, en el sentido de que

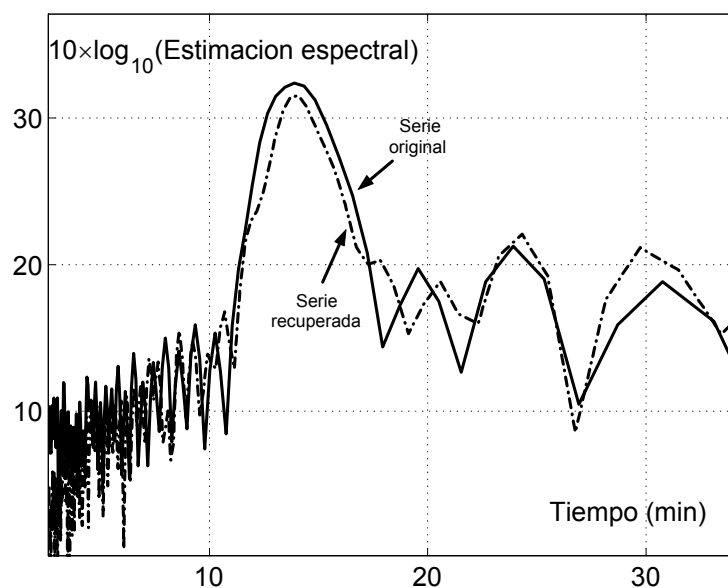


Figura 2-9: Espectro de la serie original (ecuación 2.10) y la serie recuperada mediante el *método*.

para observarlas sólo interesa que el forzamiento sea mayor que un cierto umbral.

Para estimar el error en la determinación de la amplitud se definirá éste en una determinada región del espectro como las diferencias normalizadas de áreas de los espectros de las señales original y recuperada. En otras palabras, denominando y_0 e y a las series original y recuperada con el *método*, F la transformada de Fourier, y e ($1,9 \pm 1,5$ cm) el error promedio estimado para todas las frecuencias, se define la fracción de error en una banda de frecuencias dada con:

$$E = e \times \frac{\Delta A_{centrada}}{\Delta A_{todo}} \quad (2.11)$$

siendo

$$\Delta A_{centrada} \equiv \frac{\left| \int_{f \text{ mín}}^{f \text{ máx}} |F(y_{es})| - \int_{f \text{ mín}}^{f \text{ máx}} |F(y_o)| \right|}{\int_{f \text{ mín}}^{f \text{ máx}} |F(y_o)|} \quad (2.12)$$

$$\Delta A_{todo} \equiv \frac{\left| \int_{f_{\text{mín}}}^{\infty} |F(y_{\epsilon s})| - \int_{f_{\text{mín}}}^{\infty} |F(y_o)| \right|}{\int_{f_{\text{mín}}}^{\infty} |F(y_o)|} \quad (2.13)$$

donde $f_{\text{mín}}$ y $f_{\text{máx}}$ son frecuencias en un entorno de f_0 , la frecuencia en la que queremos estimar el error en la estimación de la amplitud. En el caso del test, con $f_0 = \frac{1}{13,8} \text{ min}^{-1}$, $f_{\text{mín}} = 0,055 \text{ min}^{-1}$ y $f_{\text{máx}} = 0,09 \text{ min}^{-1}$, la expresión (2.11) da un error del 12%. Dadas las condiciones adversas impuestas (relación ruido/señal de interés alto, área de impresión pequeña, mayor cobertura espacio-temporal), este error se puede tomar como una cota superior de todo el proceso.

Se ha realizado un segundo test en condiciones menos extremas, en el sentido de que se proponen condiciones de trabajo similares a las encontradas en los mareogramas. La imagen se ha creado directamente en soporte digital de fotografía, formato 'jpeg', sin transcripción ni recuperación en papel; además como única serie a recuperar se simplifica también la tarea de remarcado. Se aplica un ruido más bajo y se mantiene un área de impresión como la de los mareogramas. Estas condiciones simplifican notablemente la tarea de aplicación del *método*. La serie generada es:

$$y(t) = 40 + 100 \sin\left(\frac{2\pi t}{12,54} + 21\right) + 10 \sin\left(\frac{2\pi t}{0,13}\right) \times \sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right) + \epsilon(t) \quad \text{en cm} \quad (2.14)$$

La señal de interés (7,8 min) modulada como antes por otra función, viene enmascarada con un ruido más pequeño (6 cm de amplitud máxima). El error medio es $0,9 \pm 0,73 \text{ cm}$. Con referencia a los 10 cm de amplitud asignados al armónico de 7,8 min de periodo en la ecuación (2.14), el error sería del orden del 9%. En la figura 2-10 se puede apreciar como ambos espectros están en acuerdo en un intervalo centrado respecto al periodo de interés de 7,8 min. La estimación espectral del error del *método* dado por la ecuación (2.11) es del 3%, valor que se podría asimilar como una cota inferior. Este error contemplaría los problemas de discretización con este formato de foto, 'jpeg', así como la imprecisión de las referencias impuestas. En definitiva este se puede ver como el error intrínseco del método elegido para la discretización de la señal analógica.

La ubicación de los tres puntos de referencia, en especial la distancia relativa entre los mismos, resulta también una fuente de error a evaluar. Diferencias temporales de

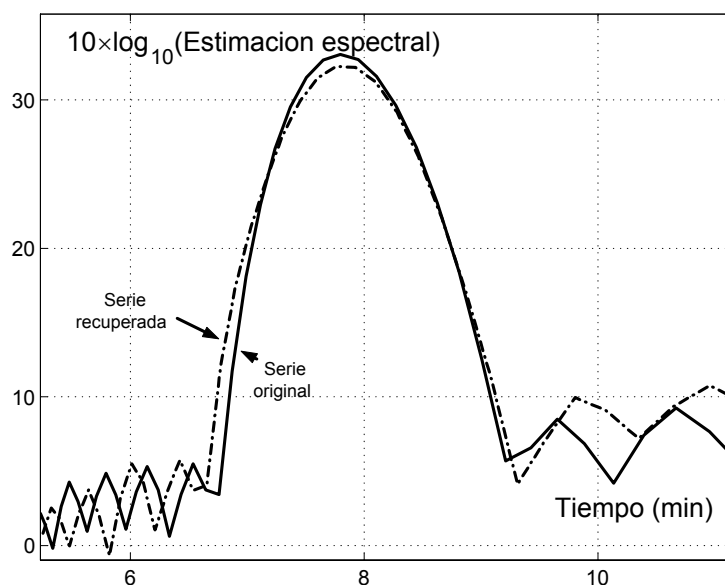


Figura 2-10: Espectros de la serie original (2.14) y recuperada, realizadas para el segundo test. Los picos máximos coinciden para el periodo de 7,8 min. Estos dos espectros coinciden bien en un intervalo centrado en este periodo con leves diferencias para los valores más bajos y una ligera disminución de amplitud para la serie recuperada.

2 h supone 5,9 cm en el papel, mientras que 25 cm de diferencia en el nivel del mar se identifican con 5 cm en el papel. Pequeños errores en la estimación de las distancias entre puntos pueden amplificarse a lo largo del *método*. Este tipo de error se minimiza utilizando algún editor de dibujo después del escaneado que re-ubique los puntos de referencia en posiciones más precisas y reduzca el tamaño de los mismos. El error máximo detectado en todos los escaneados fué de ± 2 mm en la situación en papel de los puntos de calibración, que se corresponden con ± 3 min en el eje de tiempos y ± 1 cm en el de alturas. Este error resulta despreciable comparado con las dimensiones típicas de los fragmentos tamaño A4 escaneados (~ 7 h \times 100 cm) y en poco modificará la cota de error del párrafo anterior.

El proceso de remarcado de la línea introduce un error sistemático en los datos adelantando o atrasando la serie. Un remarcado en el que el operario mantenga la misma posición respecto al papel en todo el proceso de marcado hecho con la mano zurda y papel en posición normal, adelanta la serie⁷. Este efecto es el responsable principal de

⁷Un diestro siempre la hubiese atrasado, siempre que no se cambie la posición del papel.

que las series no coincidan exactamente en los bordes cuando se quieren unir y se tenga que recurrir a un reescalado. Este error sistemático se puede mejorar remarcando desde distintas posiciones convirtiendo el error en aleatorio.

Otros errores, como la mala calidad de algunas copias, fácilmente detectables por la deformación del mallado de fondo (sobre todo en los bordes) y cualquiera procedente de los otros dos procesos a realizar con el *método* no se han revelado importantes y no se les concede más importancia.

En resumen el presente esquema de trabajo utilizado permite una sistematización de la tarea con un ahorro importante de tiempo y esfuerzo en el tratamiento de este tipo de datos. Una estimación del error del *método* entre un 3 y un 12%, avalan su validez para los propósitos de este trabajo.

2.1.4. Filtrado de paso banda

Combinación de dos filtros paso baja Una vez eliminado el *ruido* con el filtro paso alta, interesa eliminar también la marea. Para ello se puede utilizar de nuevo un filtrado de medias móviles y se realiza el paso alta mediante la diferencia entre la serie original y la serie filtrada. Como periodo de corte se utilizará los 30 min. De esta forma la combinación de los dos filtros aplicados, paso alta-paso baja, supone una ventana entre 1,5 min y 30 min (paso banda) sobre los datos originales. Matemáticamente, la serie filtrada es

$$x'_k = A_{1,5} \circ x_k - A_{30} \circ (A_{1,5} \circ x_k) \quad (2.15)$$

donde $A_{30} \circ (A_{1,5} \circ x_k)$ representan respectivamente los operadores de filtrado de Gauss para frecuencias de corte de $\frac{1}{30}$ y $\frac{1}{1,5} \text{ min}^{-1}$ respectivamente.

La atenuación suave de la respuesta en un filtro de este tipo (Figura 2-11) no hace recomendable su utilización combinada como filtro de paso banda. La Figura 2-12 ilustra cómo esta combinación de filtros no llega a eliminar completamente la marea semidiurna. Por ello se recurre a otros filtros paso banda más elaborados.

Filtro paso banda No existe un tipo de filtro digital⁸ para uso general en oceanografía. La selección del mismo depende de una variedad de factores, incluido el contenido

⁸Usaremos el término filtro en el sentido de cualquier tipo de operación lineal llevada sobre los datos.

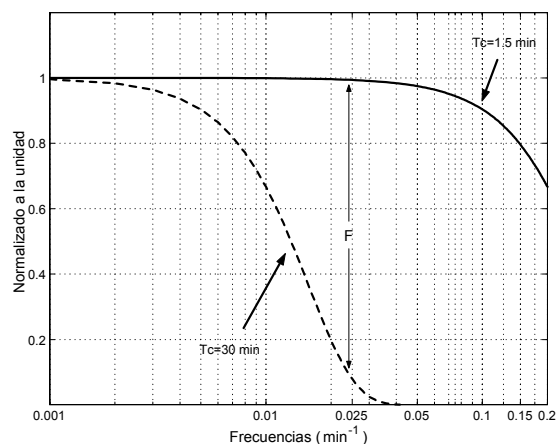


Figura 2-11: Respuesta en el dominio de las frecuencias de los filtros paso baja de tipo Gaussiano con periodos de corte de $t_c = 1,5$ min y $t_c = 30$ min. La distancia F representa la fracción que dejaría pasar un filtro paso banda construido según la expresión (2.15) para una frecuencia $f \simeq 0,025 \text{ min}^{-1}$. Este tipo de filtro presenta el inconveniente de tener una transición demasiado lenta entre las frecuencias que se quieren mantener y las que se quieren eliminar.

en frecuencias de los datos y la clase de análisis a ejecutar sobre los datos filtrados. Desde un punto de vista práctico, un buen filtro de paso banda debe reunir cinco cualidades:

- Corte abrupto en la ganancia del filtro, de tal forma que las frecuencias que no deseamos sean eliminadas. Esta transición, sin embargo, no debe ser tan brusca que introduzca efectos laterales de lóbulo indeseados o que cause una salida del filtro inestable.
- Respuesta plana en la región de paso banda, que mantengan la amplitud en las frecuencias de interés sin cambio.
- Respuesta transitoria limpia, que permita que cambios rápidos en la señal no resulten en oscilaciones espúreas de la serie filtrada.
- Retraso de fase nulo (un cambio lineal de fase en función de la frecuencia también resulta aceptable pero requiere trabajos de corrección al final del proceso).
- Tiempo de computación aceptable. Hoy día no es una limitación importante.

Como regla general, estas propiedades, deseables, son excluyentes unas respecto a otras (ver por ejemplo Emery y Thomsom, 1997; Priestley, 1981).

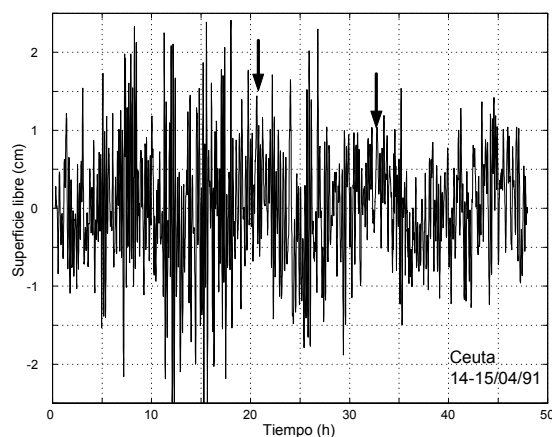


Figura 2-12: Serie de Ceuta filtrada con un filtro paso banda, 1,5 min – 30 min, construido combinando dos filtros de pesos tomados sobre una curva Gaussiana. Se aprecia todavía un término de marea semi-diurna con amplitudes de unos 0,5 cm. Los máximos, correspondientes a la pleamar, se han resaltado con flechas. Una segunda pasada del filtro reduciría aún más estas oscilaciones de baja frecuencia pero modificaría aún más en las frecuencias características de las OCP.

El paquete de software Signal Processing Toolbox de MATLAB ofrece una amplia variedad de filtros digitales cumpliendo en mayor o menor medida los anteriores requerimientos. De entre ellos se ha seleccionado el denominado Blackman-Harris (Harris, 1978) por reunir, en nuestra opinión, las mejores características. Así pues se ha utilizado este filtro digital en su formato MATLAB (función `blackmanharris.m`) con los parámetros indicados en la Figura 2-13. En esta Figura se representa la respuesta del filtro en amplitud y fase.

La Figura 2-14 es el resultado de filtrar la misma serie de Ceuta y es, por tanto directamente comparable a la Figura 2-12. La mejora de calidad de los datos filtrados es evidente. En particular, no queda ninguna evidencia de oscilación de marea que se identificaba fácilmente en la Figura 2-12.

Todas las series de OCPs con que se trabaja en el capítulo 3 han sido previamente filtradas con este filtro.

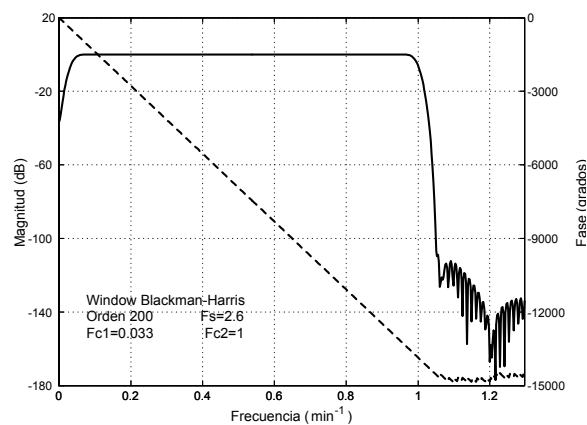


Figura 2-13: Respuesta (amplitud, fase) de un filtro paso-banda Blackman-Harris. La línea continua representa la amplitud, y la discontinua la fase. De los posibles filtros este reúne un buen número de condiciones aceptables. Otros filtros consiguen una mayor caída en las bajas frecuencias con el mismo orden, pero éste mantiene un comportamiento plano en la zona de frecuencias que pasan.

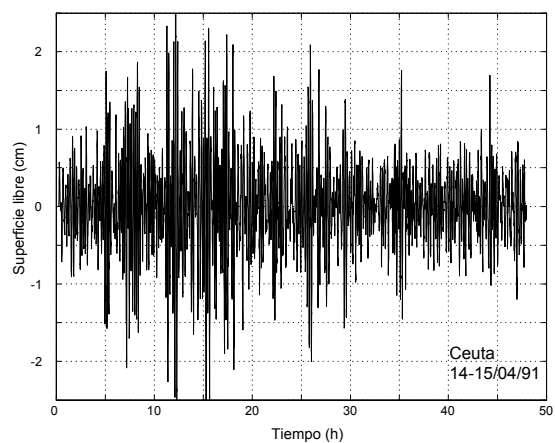


Figura 2-14: Serie de Ceuta filtrada con un paso banda tipo Blackman-Harris, 1,5 min – 30 min. Los parámetros utilizados para dicho filtro se especifican en la Figura 2-13.

2.1.5. Digitalización de la topografía del dominio

La geometría del dominio tiene un papel importante en la dinámica de las OCPs. La información batimétrica del mismo se ha obtenido de tres fuentes diferentes:

1. Mapa del Estrecho de Gibraltar elaborado por Sanz et al. (1991) (Figura 2-15).
2. Mapa 52043 Bay of Gibraltar (British Admiralty Charts, 1994) (Figura 2-16).
3. Datos de posición correspondientes a las isóbatas 0, 100, 200, 500, 1000, 1500 m obtenidos del Atlas Digital GEBCO (1978-1982).

El *método* descrito en 2.1.2 se ha utilizado también en la digitalización de las curvas de igual profundidad en los mapas de las Figuras 2-15 y 2-16. Del primer mapa se han extraído 11496 y del segundo 843 ternas de valores (longitud, latitud, profundidad) cubriendo uniformemente las respectivas áreas. Ello da una resolución más que suficiente para los propósitos de este trabajo. La tercera fuente de datos, cuya resolución es más baja, se utiliza para completar la batimetría en aquellas partes del dominio no cubiertas por las dos primeras. Todos los datos de batimetría se han referido a un sistema coordenado cartesiano con origen de coordenadas en el punto $-5,5^{\circ}E$ de longitud y $36^{\circ}N$ (aproximadamente en el centro del Estrecho) y eje x positivo hacia el Este e y en la dirección perpendicular, positivo hacia el Norte.

2.1.6. Otros datos

La información experimental utilizada en el presente trabajo se ha completado con:

Datos pertenecientes al Proyecto Europeo *Canary Islands Azores Gibraltar Observations* (CANIGO, MAS3-PL95-0443). Estos datos recogen mediciones de corriente en la sección Este y en el umbral, perfiles de CTD, datos de nivel del mar en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa (frecuencia de muestreo horaria) y datos meteorológicos (suministrados por el Instituto Nacional de Meteorología). Detalles sobre este conjunto de datos pueden consultarse en Vargas (2004).

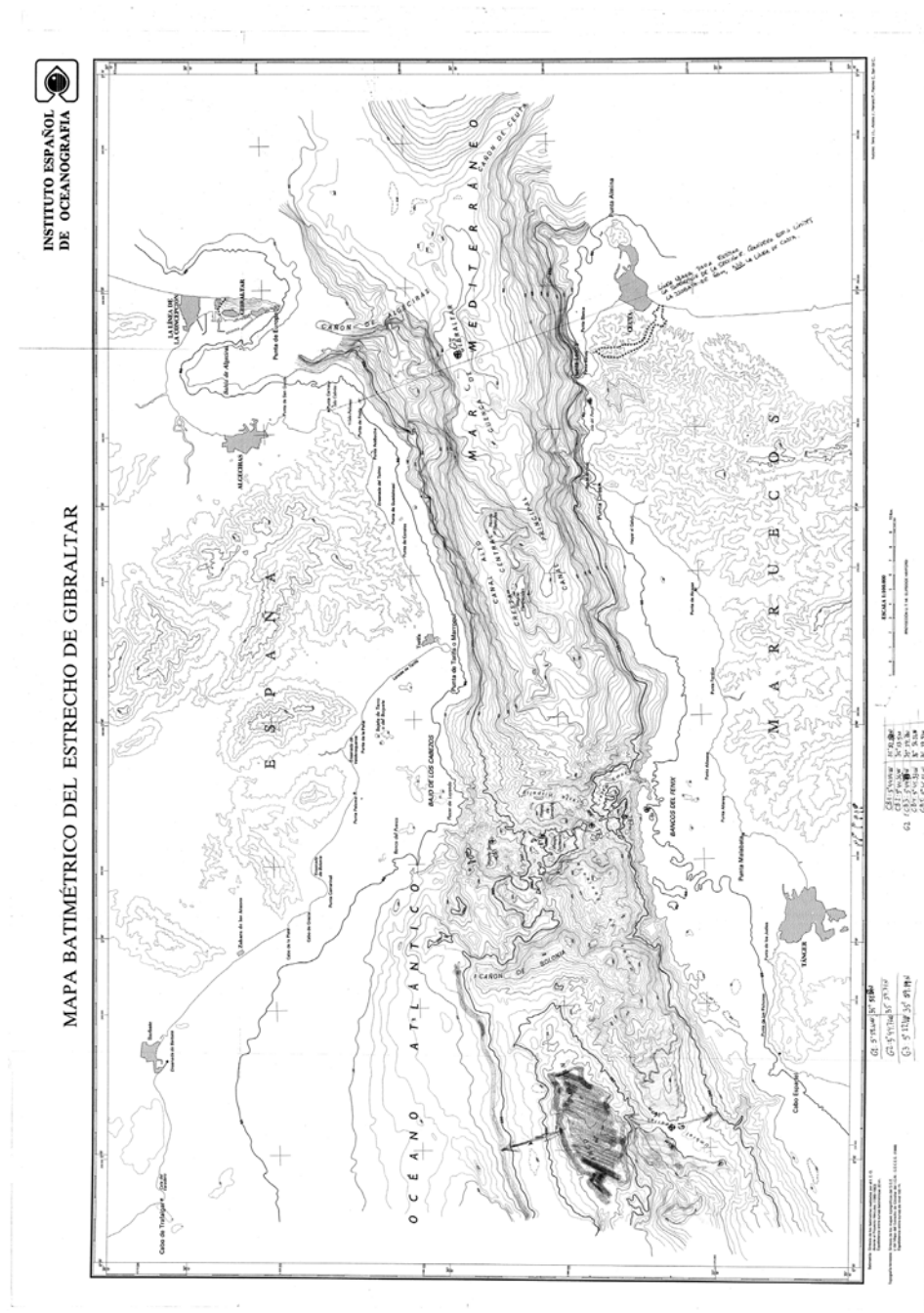


Figura 2-15: Batimetría del Estrecho de Gibraltar. La resolución elevada de esta batimetría permite una digitalización de la función fondo $h(x, y)$ con una gran densidad de puntos. (Fuente: Instituto Español de Oceanografía, Sanz et al., 1991)

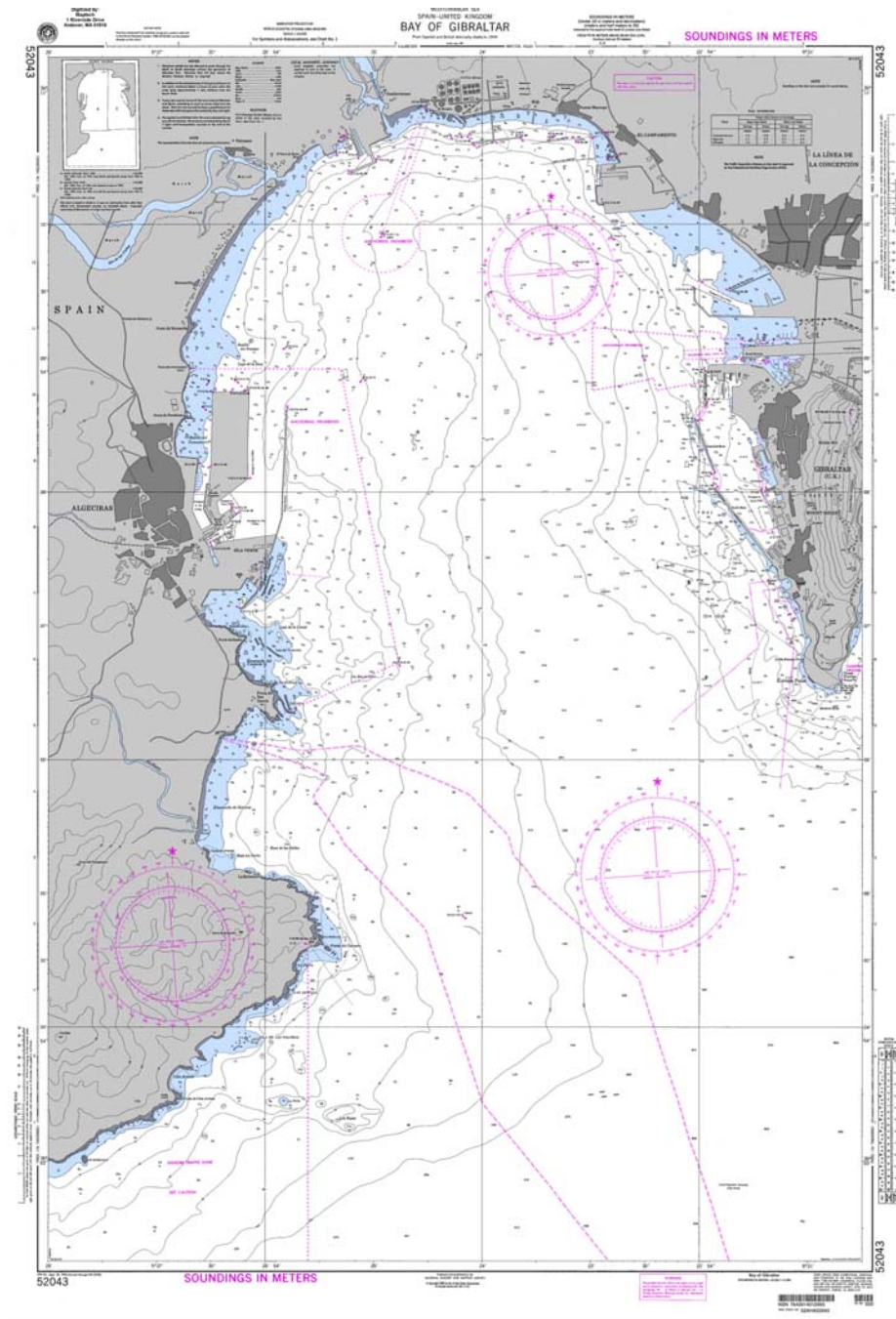


Figura 2-16: La bahía de Algeciras ($\sim 7 \text{ km} \times 8 \text{ km}$) presenta una batimetría característica de un cañón submarino que producen un acusado gradiente de profundidad. (Fuente: Mapa 52043, British Admiralty, Charts, 1994)

Datos de vientos del reanálisis de datos meteorológico, realizado por el Climate Diagnostics Center (CDC) durante las épocas de OCPs digitalizadas (1991 – 1996) en los puntos $(-5^{\circ}E, 35^{\circ}N)$, $(-5^{\circ}E, 37,5^{\circ}N)$, $(-7,5^{\circ}E, 35^{\circ}N)$ y $(-7,5^{\circ}E, 37,5^{\circ}N)$. La frecuencia de muestreo temporal es de un dato cada seis horas. Estas series se re-procesan interpolando espacialmente al centro del dominio de interés (coordenadas $-5,6^{\circ}E, 35,95^{\circ}N$).

Datos de vientos de las redes de medida meteorológica mantenidas por Puertos del Estado desde 1996 a través de la página WEB <http://www.puertos.es>. Las estaciones en las que se disponen de datos aparecen en la Tabla 2.5. Las series que proporcionan tienen frecuencia de muestreo horaria.

Estación	Longitud	Latitud
Ceuta	-5.31	35.89
Algeciras	-5.42	36.01
Boya de Mar de Alborán	-5.033	36.267
Cádiz	-6.27	36.54
Boya Bahía de Cádiz	-6.963	36.477

Tabla 2.5: Localizaciones de las estaciones de la red REMPOR que dan buena cobertura a los vientos en la zona del Estrecho

Datos de presión atmosférica tomados por por el Grupo de Oceanografía Física de la Universitat de L'Illes Balears, *IMEDEA*. Los mediciones se corresponden con series de presión tomadas por un microbarógrafo en Ciutadella (Menorca) en la época estival de 1997, con una frecuencia de muestreo de 2 datos por minuto, y en Sant Antoni (Ibiza) durante los años 2002 y 2003, con una frecuencia menor, de 1 dato cada cinco minutos.

Episodios de OCP recientes entre 1999 – 2002 en las localidades de Algeciras y Tarifa únicamente⁹. Esta información se ha empleado como complementaria a la básica empleada en las Tablas 2.2 a 2.4 a fin de explorar ciertas propiedades estadísticas de las OCPs que se verán en el capítulo 3.

⁹A partir de 1996 comenzó a funcionar en Ceuta un mareógrafo digital trabajando a una frecuencia de muestreo mayor a la requerida para observar las OCP.

2.2. Métodos

2.2.1. Multitaper method (MTM)

La técnica más simple de análisis espectral es la transformada directa de Fourier. Ésta trata la serie temporal como combinación lineal de componentes periódicos fijos¹⁰, y permite, por tanto, la separación de las oscilaciones periódicas de aquellas aleatorias y de las fluctuaciones aperiódicas. De esta forma se pasa de observar la serie en el dominio temporal a observarla en el dominio de las frecuencias.

La transformada de Fourier, relaciona una función de impulso en un dominio con un senoide de extensión ilimitada en el otro dominio. El principal inconveniente reside precisamente en este hecho, aunque puede determinar los componentes espectrales de una serie temporal no existe información sobre cuando esos componentes tienen lugar. Una posible solución es utilizar el S-espectro que se comentará con detalles en la sección siguiente.

La naturaleza discreta de los datos reales y el hecho de que cubran un periodo finito (ventana finita rectangular) supone otros problemas adicionales. Para ello, vease que los datos pueden tratarse como el producto de una serie temporal continua infinita y un conjunto infinito de funciones delta

$$y(t_n) = y(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta t) \quad (2.16)$$

donde n etiqueta los datos existentes, t_n y t las variables de tiempo discreta y continua respectivamente y Δt el intervalo de muestreo. El espectro discreto, $S(f_n)$, que se obtiene es la convolución del espectro real, $S(f)$, con la transformada de Fourier de una ventana rectangular. Dado que la ventana permite ver solamente un segmento de la serie temporal, que en principio, sería finita, la estimación $S(f_n)$ proporciona una imagen distorsionada del espectro real subyacente. Esta distorsión, creada a través de la transformada de Fourier de la ventana rectangular, consiste en el ensanchamiento de la región central del espectro (en lugar de una frecuencia se habla de un intervalo, perdiendo resolución espectral), y una fuga de energía desde la parte central hacia lóbulos laterales (fenómeno de Gibbs, ver Emery y Thomson (1997)), lo que falsea el espectro

¹⁰Las amplitudes y fases pueden variar pero lentamente sobre todo el tiempo de muestreo.

indicando periodicidad donde no la hay como consecuencia de una periodicidad clara en frecuencias adyacentes. Utilizar otro tipo de ventanas (taper¹¹) reduce la dispersión espectral bajando los lóbulos laterales que presenta la función escalón. Estos taper de la serie temporal son elegidos heurísticamente como funciones cosenos modificadas entre las más usuales.

La computación del espectro de procesos aleatorios es esencialmente un problema inverso mal planteado. Por ejemplo un cálculo directo de la transformada de Fourier discreta de una serie temporal aleatoria dará una estimación espectral cuya varianza es igual a la estimación misma. Existen unas cuantas técnicas que permiten reducir esta varianza.

Los métodos utilizados para analizar espectralmente series de tiempo caen dentro de alguna de estas categorías:

1. No paramétricos: aquellos en los que la estimación de la PSD se hace directamente de la señal misma. Entre estos métodos resulta popular el método de multitaper (MTM, Thomson, 1982).
2. Paramétricos: aquellos en los que la señal de la que se quiere estimar la PSD se asume es la salida de un sistema lineal conducido por un ruido blanco. Estos métodos estiman la PSD encontrando los parámetros del sistema lineal que hipotéticamente genera la señal. Esto tiende a producir mejores resultados que los clásicos métodos no paramétricos cuando la longitud de la serie es relativamente corta.
3. Máxima entropía (también llamados métodos de alta resolución o super resolución): generan estimaciones de las frecuencias que componen una señal basándose en un análisis de autovalores o descomposición de la matriz de correlación en autovalores. Estos métodos son especialmente recomendados para líneas espectrales, espectro de señales sinusoides, y son efectivos en la detección de sinusoides enterrados en ruidos, ratio señal/ruido bajo.

En este se trabajo se adopta el primero de los métodos (MTM). La técnica toma un conjunto de estimaciones independientes y significativas de $S(f)$. Esto lo consigue

¹¹El uso y abuso de su nombre en inglés nos dicta la precaución de no variarlo, en lo que sigue se adoptará éste para referenciar esta técnica, evitando así la extrañeza que pudiera causar su equivalente castellano.

aplicando una serie de taper óptimos $\{\xi_k(t), t = 0, 1, \dots, N-1\}$ a los datos, realizando la transformada de Fourier para cada una de las subseries $\{y(t) \xi_k(t)\}$, formando $S_k(f_i)$ (escalando la magnitud cuadrada de cada transformada) y por último calculando $S(f)$ como el promedio. Para el caso de K subseries:

$$S(w) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} S_k(f_i) \quad (2.17)$$

Este esquema de trabajo no sólo da el espectro de la función sino que además consigue asignar a cada pico de la misma cierta confianza estadística.

Los requisitos que se piden es que los taper sean ortonormales

$$\sum_{t=1}^N \xi_k(t) \xi_j(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \neq j \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

de ahí que los espectros asociados, o autoespectros, den estimaciones independientes del verdadero espectro y que minimicen la fuga espectral comentada anteriormente. Estos taper son conocidos con el nombre de discrete prolate spheroidal secunce, DPSS.

La minimización de esta fuga espectral a frecuencias adyacentes lleva a un problema de autovectores $(\xi_k(t))$ -autovalores (λ_k) , con λ_k valores próximos a la unidad. La expresión $1 - \lambda_k$ estima que fracción de la energía total de la ventana k -ésima queda fuera del intervalo $(w - \Delta w, w + \Delta w)$, con los autovalores ordenados según $1 - \lambda_0 < 1 - \lambda_1 < \dots$. Los primeros $K = [2N\Delta w]$ autovectores ($[\cdot]$ denota la parte entera de la expresión), por tanto, tienen las mejores propiedades espectrales.

En resumen esta técnica de estimación del espectro verdadero $(S(f))$ suaviza las irregularidades espúreas y reduce la varianza de la estimación tanto más cuánto mayor es el número de taper que se toma. Por contrapartida, un número elevado de taper baja la resolución espectral haciendo que líneas en $S(f)$ se observen como campanas de anchura $2\Delta w$.

El proceso se realiza con rutinas escritas en Matlab realizando los espectros para diferentes números de taper y seleccionando aquél de mejor compromiso entre las dos situaciones comentadas. Una descripción más detallada de estos métodos puede encontrarse en Yiou (1996), Emery y Thomson (1997) o McCoy y Walden (1998) entre otros.

2.2.2. Localización del espectro complejo: S-espectro local

El método anterior es adecuado para series temporales estacionarias, esto es, cuyas características estadísticas permanecen invariables con el tiempo, y así obtener el espectro temporal promediando a todo el intervalo considerando. En la caracterización de las OCPs ésta es una hipótesis poco realista, dado que las amplitudes y las frecuencias sí varían en el tiempo.

La transformada S es una extensión de las ideas de la transformada continua mediante paquetes de ondas (en adelante CWT ¹²), ventana Gaussiana móvil y escalable. La CWT, $W(\tau, d)$, de una función $h(t)$ está definida por:

$$W(\tau, d) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) w(t - \tau, d) dt \quad (2.18)$$

en donde $w(t, d)$ es una réplica a escala de la wavelet madre fundamental. La dilatación d (escala) determina la anchura de la wavelet $w(t, d)$ y de ahí la resolución. La transformada S de esa función temporal es definida como una CWT con una wavelet madre gaussiana que adicionalmente es multiplicada por el factor de fase $e^{-i2\pi f\tau}$:

$$S(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\tau-t)^2 f^2}{2}} e^{-i2\pi f t} df \quad (2.19)$$

La transformada S inversa está dada por

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} S(f, \tau) d\tau \right] e^{i2\pi f t} df \quad (2.20)$$

Dado que $S(\tau, f)$ es una función compleja, en general se podrá escribir como:

$$S(\tau, f) = A(\tau, f) e^{i\Phi(\tau, f)} \quad (2.21)$$

donde $A(\tau, f)$ es la amplitud del S-espectro y $\Phi(\tau, f)$ la fase del S-espectro.

¹²Esta técnica usualmente se nombra en la comunidad científica hispano hablante por su término anglosajón de *wavelet*. Con objeto de no confundir, dada la gran popularidad de estas bases, en adelante referenciaremos este método por su término inglés.

Destacaremos de esta transformación que:

1. La transformada S es un método de localización espectral, con similitudes respecto al uso de Wavelet, que permite mantener el concepto de frecuencia (trabajando con wavelet se modifica por el de escala). El promedio temporal de $S(\tau, f)$ da el espectro de Fourier exactamente (se mantiene una relación directa con el espectro de Fourier).
2. Es una transformación lineal y proporciona una transformación en frecuencias sin términos cruzados.
3. La información de fase queda referenciada absolutamente y da una generalización de la frecuencia instantánea en señales de banda ancha. Esta frecuencia instantánea (IF) se define como

$$IF(\tau, f_1) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \{2\pi f_1 \tau + \Phi(\tau, f_1)\} \quad (2.22)$$

Para detalles sobre la implementación del método consultar los artículos mencionados artículos Stockwell (1996), Stockwell (1994) o la página web www.co-ra.com/~stockwel/.

2.3. Valoración inicial de las oscilaciones de corto periodo en el Estrecho de Gibraltar

2.3.1. Océano de dos capas

El Estrecho de Gibraltar se representa bien por un mar de dos capas de masas de agua de diferente densidad cuya mezcla, inmiscibles. Denominemos con los subíndices 1 y 2 a las capas superior e inferior (de mayor densidad) respectivamente. Para la situación mostrada en la Figura 2-17, la ecuación hidrostática:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (2.23)$$

se integra fácilmente con la condición $p = 0$ en superficie. La presión vendrá dada

$$p_1 = \rho_1 g(\eta - z) \quad -H_1 + h < z < \eta \quad (2.24)$$

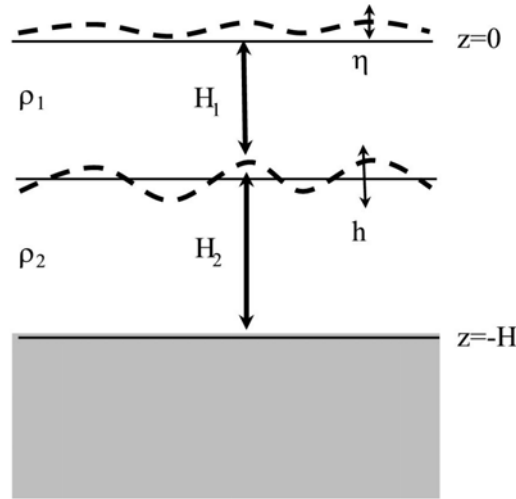


Figura 2-17: Esquema que recoge la notación usada en el modelo de dos capas. H_1 y H_2 son los espesores de las capas y η y h , las amplitudes de la superficie libre y de la interfase respectivamente.

$$p_2 = \rho_1 g (\eta + H_1 - h) + \rho_2 g (-H_1 + h - z) \quad z < -H_1 + h \quad (2.25)$$

En la capa 1, las ecuaciones lineales de momento, sin fricción ni rotación

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (2.26)$$

y la de continuidad

$$\frac{\partial (\eta + H_1 - h)}{\partial t} + H_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.27)$$

se pueden combinar en una única ecuación

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\eta - h) = H_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) g \eta \equiv g H_1 \nabla^2 \eta \quad (2.28)$$

Las ecuaciones de momento en la capa 2 serían

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} g \frac{\partial \eta}{\partial x} - g' \frac{\partial h}{\partial x} \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} g \frac{\partial \eta}{\partial y} - g' \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2.29)$$

donde g' es la gravedad reducida definida como

$$g' = g \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2} = g \frac{\Delta\rho}{\rho_2} \quad (2.30)$$

La ecuación de continuidad en esta capa

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.31)$$

se puede combinar con las ecuaciones (2.29) para dar

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = H_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} g\eta + g'h \right) \equiv H_2 \nabla^2 (g\eta - g'\eta + g'h) \quad (2.32)$$

Entre (2.28) y (2.32) podría eliminarse, por ejemplo, η , si bien la ecuación diferencial resultante sería de orden cuatro en derivadas parciales, complicada de resolver. El problema se simplifica para soluciones en los que el movimiento de la superficie libre y el de la interfase sean proporcionales, es decir,

$$h(x, y, t) = \mu\eta(x, y, t) \quad (2.33)$$

donde μ es una constante escogida de tal forma que permite escribir las ecuaciones (2.28) y (2.32) en forma de ecuación de ondas:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \eta \quad (2.34)$$

Para ello es necesario que μ y c^2 cumplan las ecuaciones:

$$\frac{gH_1}{1 - \mu} = c^2 \quad (2.35)$$

$$\frac{(g - g'(1 - \mu)) H_2}{\mu} = c^2 \quad (2.36)$$

Existen dos valores de μ y de c que resuelven las ecuaciones anteriores y conducen a los clásicos modos normales dinámicos. Cada modo se comporta independientemente del otro y el estado del fluido se obtiene como combinación de ambos. Su estructura se

obtiene resolviendo la ecuación bi-cuadrática

$$c^4 - g(H_1 + H_2)c^2 + gg'H_1H_2 = 0 \quad (2.37)$$

cuya solución es

$$c^2 = \frac{gH}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{g'H_1H_2}{gH^2}} \right) \quad (2.38)$$

y que da las posibles velocidades de propagación del problema ondulatorio (2.34). Por ser $g' \ll g$, las soluciones (2.38) pueden ser aproximadas desarrollando en serie de potencias la raíz. En este caso es fácil probar que dichas soluciones pueden escribirse

$$c_0^2 = gH \quad (2.39)$$

$$c_1^2 = \frac{g'H_1H_2}{H} \quad (2.40)$$

Si el fluido fuese de densidad uniforme ($g' = 0$), resulta $c_1^2 = 0$ y $c_0^2 = gH$, velocidad de propagación de ondas largas en un fluido homogéneo. El modo relacionado con c_0 se denomina barotrópico y el relacionado con c_1 baroclino.

Los valores de c^2 dados en (2.39) y (2.40), llevadas a (2.35) y (2.36) respectivamente, dan los valores de μ

$$\mu_0 = \frac{H_2}{H} \quad \mu_1 = -\frac{gH}{g'H_2} \quad (2.41)$$

con lo que, de (2.33), la razón entre las amplitudes de las fluctuaciones de la superficie libre y de la interfaz obedecen las relaciones

$$\frac{\eta}{h} \approx \frac{H}{H_2} \quad \text{modo barotrópico} \quad (2.42)$$

$$\frac{\eta}{h} \approx \frac{g'H_2}{gH} = \frac{\Delta\rho}{\rho_2} \frac{H_2}{H} \quad \text{modo baroclino} \quad (2.43)$$

que indican que las fluctuaciones barotropicas de la interfaz y de la superficie libre son comparables, mayor siempre la de la superficie libre, en tanto que la fluctuación baroclina de esta última es mucho más pequeña que la de la interfaz (al establecer la ecuación (2.43) una razón entre amplitudes, el signo de (2.41) no se ha considerado. El significado físico de ese signo es que las oscilaciones están en oposición de fases). Este conocido resultado es útil en la discusión que se realiza en el próximo epígrafe. Notar que esta forma de trabajo se puede extrapolar a sistemas con n capas de diferente densidad,

obteniéndose un modo barotrópico y $\mathbf{n}-1$ modos baroclinos, correspondientes a los \mathbf{n} grados de libertad, cada uno con su velocidad de propagación característica.

2.3.2. Oscilaciones barotrópicas versus oscilaciones baroclinas

Reconocer el carácter barotrópico de las oscilaciones permite pasar de variables definidas en cada punto del fluido a variables promediadas verticalmente en toda la columna de agua. Es pues importante poder razonar que las OCPs son de naturaleza barotrópica, lo que permitiría abordar su estudio ignorando el carácter baroclino que tiene el Estrecho de Gibraltar. Es decir, el estudio se centraría en el modo barotrópico desde el primer momento.

El modelo bicapa revisado en la sección anterior es aplicable al Estrecho de Gibraltar, claramente de naturaleza baroclina. Tal sistema admite ondas interfaciales gravitatorias que, en esta región, llegan a tener amplitud considerable. La frecuencia angular de estas oscilaciones es la de Brunt-Väisälä, definida como:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (2.44)$$

donde $\rho(z)$ es la distribución de ρ con la profundidad y ρ_0 una densidad de referencia. Observaciones tomadas en el Estrecho de Gibraltar permiten estimar $\frac{\Delta \rho}{\Delta z}$ entre $\frac{2}{50}$ y $\frac{2}{250} \text{ kg m}^{-4}$. La ecuación (2.44) entonces indica periodos de entre 5,3 y 12 min, respectivamente, dependiendo de las condiciones de estratificación. Este rango incluye las fluctuaciones observadas en la superficie por lo que no debe descartarse a priori un posible origen baroclino de esas oscilaciones. Además de las frecuencias, hay otros aspectos a considerar en el fenómeno, de los que se discuten dos a continuación: la aparente estabilidad observada de las frecuencias de oscilación en los distintos episodios analizados (este problema se analiza en el capítulo 3) y la amplitud de las oscilaciones en superficie.

Dado que los datos de los mareogramas no permiten diferenciar oscilaciones relacionadas con las inhomogeneidades en la densidad, ésta contaminará irremediablemente los datos en el sentido de que no puede distinguirse lo que proviene o pueda provenir de modos barotrópicos y lo que proviene de modos baroclinos.

La relación entre la perturbación de la superficie libre, η , y la perturbación de la interfaz, h , para oscilaciones internas (baroclinas) es la dada en (2.43). Las mayores

amplitudes de oscilación de la interfaz en el Estrecho de Gibraltar están asociadas al ciclo de la marea y fluctúan con esa frecuencia. La amplitud típica en Camarinal es de unos 50 m (Bryden, 1994) en tanto que en la parte oriental más angosta son menores, típicamente 20 m (García Lafuente, 2002). En el umbral de Camarinal, $H_2 = 130$ m, $H = 300$ m, $\rho = 1027$ kg m⁻³, $\Delta\rho = 2$ kg m⁻³ (Delgado y García Lafuente, 2001) con lo que amplitudes de oscilación de la interfase de 50 m dejarían una manifestación en superficie de 4 cm. En el lado Este, en cambio, con $H_2 = 650$ m, $H = 800$ m, $\rho = 1027$ kg m⁻³, $\Delta\rho = 1,5$ kg m⁻³ (Delgado y García Lafuente, 2001) y amplitudes de la interfase de 20 m, dejarían una manifestación en superficie de 2 cm. Estas amplitudes son comparables a las que aparecen en los mareogramas mencionadas en el epígrafe 2.1, aunque su tamaño final depende de la posición a lo largo del Estrecho de Gibraltar. Este hecho no es particularmente apreciable cuando se analizan las OCPs en distintas localidades, por ejemplo entre Algeciras y Tarifa.

Si se plantea el problema inverso, esto es, si se cuestiona qué amplitud de oscilación de la interfase se corresponde con amplitudes en superficie, digamos un episodio violento con 10 cm de amplitud (ver capítulo 3), con los valores anteriores, en Camarinal y en el lado Este, se obtendrían 129 y 92 m respectivamente, que obviamente son mayores que el espesor de la capa superior. Estas oscilaciones de la interfase son realmente improbables, por lo que, la respuesta baroclina no permitiría explicar amplitudes grandes de OCP en superficie. Existe aún otro argumento que afecta a la amplitud: a medida que nos acercamos a costa (las oscilaciones de la Figura 1-11 están tomadas allí) la estratificación disminuye al igual que lo hace el espesor de cualquiera de las ahora prácticamente indistinguibles capas y la amplitud de la oscilación de la interfaz. Todo ello lleva a que la manifestación superficial de una OCP de este origen en costa fuese prácticamente nula.

Respecto a la estabilidad en el tiempo hay una tendencia a que las frecuencias de oscilación sean regulares. Tarifa es un ejemplo particularmente claro que ya se intuye en la Figura 1-11 y que se muestra en mucho más detalle en el capítulo 3. De ser la manifestación superficial de la onda interna habría que esperar mayor dispersión en frecuencias y menor regularidad en la frecuencia de la oscilación en superficie y sin embargo, mucha más regularidad en los momentos de aparición pues, la aparición de los trenes de ondas internas está vinculada a la pérdida de control hidráulico en el umbral de Camarinal que ocurre en las proximidades de la pleamar (Armi and Farmer, 1990; Watson y Robinson, 1989; Bruno et al., 2002). La aparición de ondas de corto periodo, como se verá, no está vinculado temporalmente a instantes específicos de los ciclos de marea (ver Figura 1-11; ver también capítulo 3), sino que aparecen en cualquier momento

del ciclo.

Todo lo anterior apunta a que las oscilaciones registradas en los mareogramas son respuestas barotrópicas a algún tipo de forzamiento o perturbación externa. Por tanto, las ecuaciones del movimiento integradas verticalmente, que son las empleadas en modelos barotrópicos, serán usadas en este trabajo.

2.3.3. Marco teórico: Modos normales

Cualquier cuerpo de agua (cuenca por ejemplo), completamente cerrado o parcialmente abierto, sufre oscilaciones libres o naturales que son los denominados modos normales de oscilación (la Figura 2-18 muestra un ejemplo trivial de estos modos de oscilación a un caso unidimensional). Varios fenómenos físicos de distinta naturaleza pueden conseguir que un cuerpo de agua oscile o mejor expresado, excite sus modos normales. Éstos son característicos sólo de la geometría de la cuenca y pueden persistir durante varios ciclos antes de que decaiga bajo la influencia de la fricción. Las frecuencias de los distintos modos se determinan a partir de la geometría (incluida la profundidad) del recipiente que contiene el cuerpo de agua.

Los movimientos en un fluido geofísico (que esté vinculado al sistema en rotación Tierra) está sujeto básicamente a las fuerzas de gravedad y de Coriolis (rotación de la Tierra). Las oscilaciones libres, como un caso particular de movimiento, también lo están. En función de la importancia relativa de cada fuerza, se pueden considerar dos tipos de oscilaciones:

- *Oscilaciones de primera clase*, que son esencialmente ondas de gravedad cuyo periodo resulta modificado por la rotación de la Tierra. Se denominan modos gravitacionales. Este tipo de oscilaciones continuarían existiendo aunque la Tierra dejase de girar. Si ω es la frecuencia de la oscilación y f la frecuencia de la rotación terrestre, estas oscilaciones cumplen $\omega \rightarrow \omega_0 (\neq 0)$ si $f \rightarrow 0$, en donde ω_0 representa la frecuencia en ausencia de rotación. En estos modos gravitacionales, la gravedad debe aparecer en la relación de dispersión o, equivalentemente, la frecuencia depende explícitamente de g .
- *Oscilaciones de segunda clase*, que deben su existencia a la rotación de la Tierra. Tienen en general periodos superiores a las 24h. Si la frecuencia de rotación de la

Tierra tendiese a cero, este tipo de oscilaciones degenera en corrientes estacionarias, esto es, $\omega \rightarrow O(f)$ si $f \rightarrow 0$. Un ejemplo de este tipo de oscilaciones son las ondas de Rossby, básicas para explicar los movimientos de los fluidos geofísicos (Gill, 1982; Pedlosky, 1987). La gravedad no juega un papel determinante en la relación de dispersión de estas ondas.

Las OCPs observadas en Tarifa (periodo 7,4 min) caen dentro de la primera categoría, es decir, la de los modos gravitacionales. Desde el punto de vista matemático, esta restricción se introduce con la llamada teoría de aguas somera. Esta aproximación implica que en la dirección vertical existe equilibrio no sólo antes del movimiento sino durante el movimiento, el cual tiene aceleraciones verticales órdenes de magnitud inferiores a g . Se aplica, por tanto, la aproximación hidrostática.

La hipótesis que pretendemos comprobar en el presente trabajo es si estos fenómenos de corto periodo y de horas a un par de días de duración pueden corresponder a modos normales de oscilación vinculados a ondas estacionarias entre las costas de España y Marruecos. Estas oscilaciones se formarían debido a reflexiones, y superposiciones entre costa y costa, alternándose los nodos (puntos en los que la elevación de la superficie es nula) y antinodos (puntos en los que la amplitud de la oscilación de la superficie es máxima). El nivel del mar y las velocidades, relacionados mediante las ecuaciones de continuidad y momento, han de tener un desfase de 90° . Por ello, los nodos y antinodos serán lugares con celeridad máxima o nula respectivamente (ver esquema 2-18). Los contornos laterales, donde la velocidad es necesariamente nula, son antinodos de las oscilaciones estacionarias del nivel del mar.

En una cuenca rectangular de longitud L y profundidad uniforme H , el periodo del modo fundamental lo dá la fórmula:

$$T = \frac{2L}{(gH)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.45)$$

conocida como fórmula de Merian, donde el denominador es la velocidad con que se propaga una onda larga (aquella cuya longitud de onda λ cumple $\lambda \gg H$). El factor 2 del numerador indica, que para el modo fundamental, la longitud de la cuenca L , es media longitud de onda. El periodo de las ondas binodales, trinodales, n-nodales para esta geometría trivial se obtiene dividiendo la expresión anterior por 2, 3, n .

Asimilando el Estrecho de Gibraltar a esta geometría trivial puede considerarse que

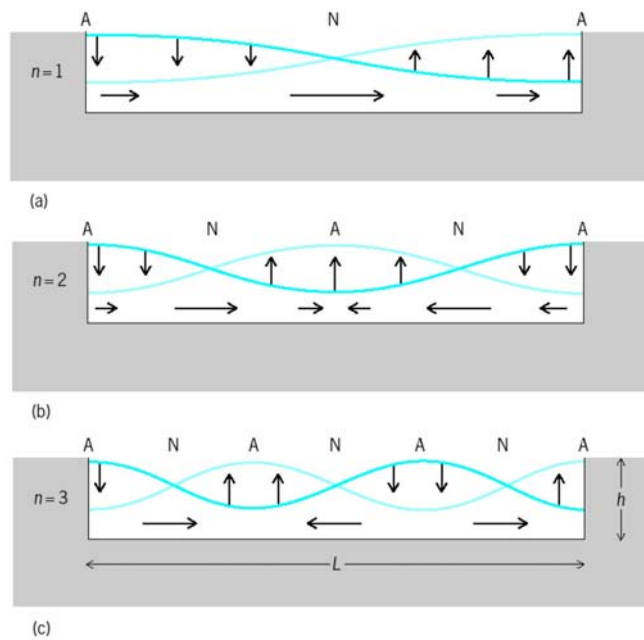


Figura 2-18: Diagrama esquemático de oscilaciones normales a) uninodales, b) binodales y c) trinodales en una cuenca rectangular. Los vectores horizontales muestran la dirección del flujo correspondiente a los cambios en la superficie indicados; adicionalmente se marcan los puntos de no oscilación (N, nodo) y los de amplitud máxima (A, antinodos) de la superficie. Los movimientos verticales han sido exagerados.

$L \sim 14$ a 16 km, en las inmediaciones de Tarifa, y que la profundidad promedio es de $400 - 500$ m lo que da un periodo del modo fundamental de unos $7,0 - 8,5$ min. Esta estimación preliminar coincide muy satisfactoriamente con las primeras observaciones experimentales. Por ello, parece correcto tomar las oscilaciones observadas como ondas estacionarias o casi estacionarias entre costas, dentro de un modelo barotrópico.

La expresión (2.45) no puede aplicarse al caso general de profundidad variable. En este caso lo correcto es calcular el periodo del modo n -ésimo mediante:

$$T_n \sim \frac{2}{n} \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{gh(x)}} \quad (2.46)$$

donde la profundidad es función de la posición en la sección. La estimación realizada mediante (2.46) no difiere mucho de la hecha con (2.45). La unidimensionalidad tanto en (2.45) como en (2.46) parece ser un efecto mucho más importante. En el capítulo 4 se trata el problema bidimensional en su conjunto.

Capítulo 3

Caracterización de las oscilaciones de corto periodo en el Estrecho de Gibraltar y algunas consideraciones sobre su origen

3.1. Características temporales de las OCP

Las series de nivel del mar digitalizadas y filtradas en la banda $\frac{1}{1,5} > f > \frac{1}{30} \text{ min}^{-1}$ ($1,5 < T < 30 \text{ min}$) obtenidas para las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa en el capítulo anterior son analizadas en éste a fin de caracterizar las OCPs en amplitud, frecuencia, duración, coherencia espacial y otros detalles que ayuden a comprender el fenómeno.

Para una caracterización en amplitud de las OCPs se ha buscado la máxima amplitud de las oscilaciones reseñadas en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4. Estrictamente hablando, existe un continuo de frecuencias y por tanto, de amplitudes asociadas a cada una de las frecuencias. Sin embargo, la frecuencia dominante es fácilmente indentificable en las series de tiempo y encontrar la máxima amplitud para esta frecuencia es tarea fácil. Este máximo valor de la amplitud es el que aparece para cada serie en la tablas 3.1, 3.2 y 3.3.

Como cuestión puramente técnica relativa a la nomenclatura de las distintas series en las distintas localidades, éstas quedarán indentificadas por el nombre de la localidad y el número que aparece en la primera columna de las tablas 3.1 (Algeciras), 3.2 (Ceuta) y 3.3 (Tarifa).

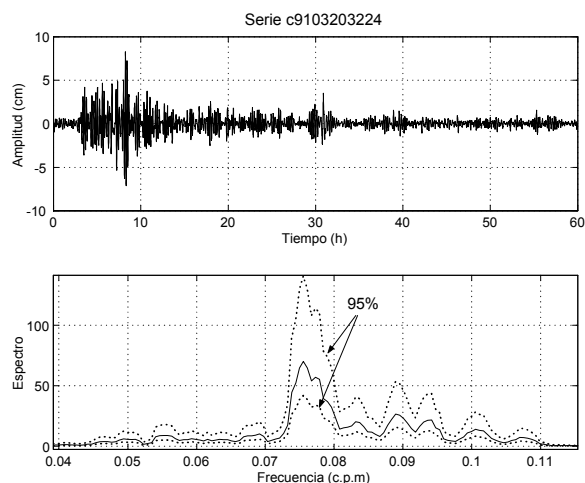


Figura 3-1: Panel superior) Serie de superficie del nivel del mar en Ceuta, días 20, 21 y 22 de marzo de 1991. El eje horizontal representa el tiempo transcurrido en horas. Panel inferior) Espectro de la serie y su intervalo de confianza del 95 %, según el método MTM. El eje horizontal son frecuencias en ciclos por minuto (*cpm*). En la obtención del espectro se ha promediado el cuadrado de la transformada de Fourier sobre la convolución de la serie con 6 ventanas ortogonales en 4096 puntos. La evolución temporal de estas oscilaciones queda bien visible en forma de paquetes de ondas. El espectro muestra una frecuencia dominante sobre los 0,0075 *cpm* y otras secundarias de más alta frecuencia.

La caracterización de frecuencias se ha realizado mediante el MTM. La Figura 3-1 muestra un ejemplo de este análisis. En las siguientes Figuras se ha optado por representar periodos en lugar de frecuencias en el eje de abscisas. Este tipo de visualización del espectro puede resultar confusa en el sentido de que mientras que con frecuencias, la resolución del eje horizontal es constante, con periodos no ocurre lo mismo. Esta resolución aumenta/disminuye para periodos más bajos/altos. Otra limitación es que el área bajo la curva entre dos periodos dados no es la energía contenida en esa banda en tanto que si lo es al representar frecuencias. Pese a ello y porque se piensa en que resulta más intuitivo, se muestra el periodo en abscisas.

A continuación se analizan los espectros de las series indicadas en las tablas 2.2 a 2.4. En función de su longitud se ha hecho una clasificación en tres categorías: largas (> 38 h), medias ($15 - 38$ h) y cortas (< 15 h), clasificación directamente relacionada con

serie	fecha inicio	duración (h)	amplitud máxima (cm)	Marea (cm)
1	3/04/92	32,05	4,3	95
2	4/04/92	6,54	2,1	50
3	8/04/92	23,70	2,4	70
4	12/09/92	47,63	3,7	90
5	18/09/92	23,64	3,9	60
6	26/09/92	47,97	2,7	125
7	2/12/92	6,65	1,7	37
8	3/12/92	71,60	3,1	50
9	7/12/92	23,77	2,0	70
10	18/12/92	71,75	3,2	75

Tabla 3.1: Series temporales de nivel del mar en Algeciras. La primera columna nombra las distintas series con las que se trabaja a lo largo de este capítulo. La segunda y tercera columna referencian el origen de coordenadas y la longitud temporal de las series respectivamente. La cuarta valora la magnitud de las OCPs en función de las amplitudes máximas observadas. La quinta columna indica la carrera de marea aproximada en dicho periodo de tiempo.

serie	fecha inicio	duración (h)	amplitud máxima (cm)	Marea (cm)
1	20/03/91	59,97	7	60
2	14/04/91	47,71	2,5	105
3	20/09/91	73,40	3,8	85
4	23/09/91	61,00	5,9	100
5	29/09/91	23,75	3,0	65
6	3/12/92	47,94	3,0	55
7	15/12/92	30,11	2,7	75
8	19/12/92	37,30	2,7	75

Tabla 3.2: Series temporales de nivel del mar en Ceuta. Se usa el mismo significado en las columnas comentado en tabla 4.1.

la resolución espectral que permite obtener el análisis. Las series largas y, en menor medida, las medias aportan detalles sobre la composición en frecuencias en bandas dadas. Las series cortas sólo son capaces de resolver distintas bandas de frecuencias, si las hubiera. A lo largo de la discusión que sigue se pondrán de manifiesto estos matices.

3.1.1. Algeciras

La Figura 3-2 muestra el resultado de aplicar el método MTM a las series largas (04, 06, Septiembre 92, 08 y 10, diciembre del 92, ver tabla 3.1). Se han distinguido cuatro

serie	fecha inicio	duración (h)	amplitud máxima (cm)	Marea (cm)
1	4/04/91	74,13	1,8	75
2	13/04/91	17,17	1,0	110
3	14/04/91	23,81	1,0	130
4	17/04/91	13,80	1,8	140
5	20/09/91	23,74	1,3	80
6	24/09/91	38,00	2,7	125
7	29/09/91	41,18	3,1	95
8	9/10/91	23,30	2,9	130
9	10/10/91	23,24	3,5	125
10	11/10/91	6,74	3,2	95
11	20/12/91	6,78	2,0	100
12	23/12/91	23,69	1,9	135
13	28/12/91	6,66	1,5	85
14	23/07/96	13,81	5,0	65
15	24/07/96	14,01	4,6	60
16	25/07/96	13,85	9,7	70

Tabla 3.3: Series temporales de nivel del mar en Tarifa. Se usa el mismo significado en las columnas comentado en tabla 4.1.

bandas de frecuencias¹ (**A**, **B**, **C** y **D** en la Figura), con máximos relativos especialmente intensos entre los 11 y los 14 min de periodo, banda **B**, y entre los 23 y 27 min, banda **D**.

Dentro de cada banda pueden indentificarse picos individuales en ciertas frecuencias. Por ejemplo, dentro de la banda **B** y para los análisis de más resolución (series 08 y 10) esas frecuencias se corresponden con los periodos 11,4, 12,1, 12,9 y 13,60 min. En la tabla 3.5, al final del capítulo, se relacionan los periodos detectados para las OCPs de cierta relevancia en las 3 localidades con una valoración de su importancia en cada una de ellas. La banda **B** recoge la mayor parte de la energía (54%) en estas series largas. La banda **D** contiene sobre el 15 % de la energía (19 % en las series 08 y 10, un 10 % en las series 04 y 06) y un máximo en 23,9 min, aunque se esboza un segundo máximo hacia los 26,3 min. La banda **C**, entre los 17 y los 21 min, recoge tan sólo un 6,4 % de energía y un pico en los 17,8 min de periodo. La banda **A** (7 a 8 min de periodo) muestra picos de poca energía que, en conjunto, apenas explican el 4 % de la energía total.

En el espectro de las cuatro series de longitud media (01, 03, 05 y 09; tabla 3.1),

¹La inclusión de la banda **A**, prácticamente irrelevante en esta localidad, se verá justificada al analizar el espectro en Tarifa (epígrafe 3.1.3).

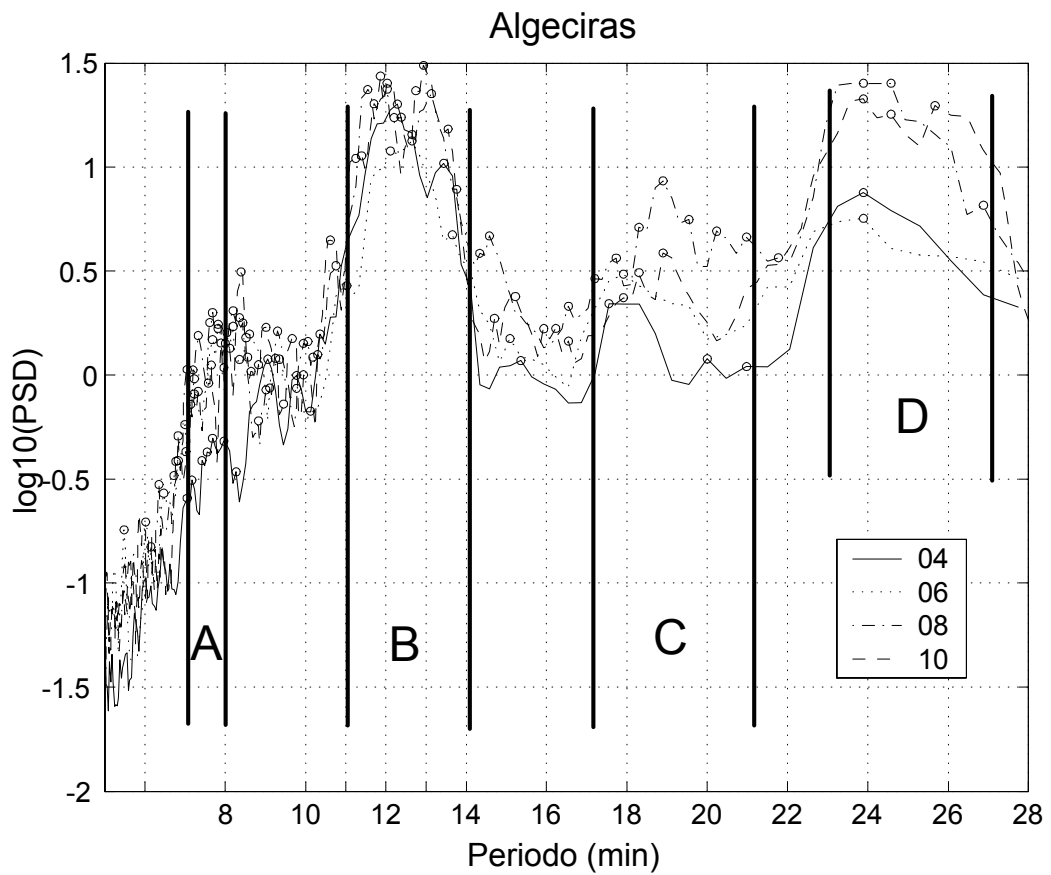


Figura 3-2: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo para las series largas de Algeciras. Se han utilizado 11 ventanas ortogonales de 2048 puntos, para las series 04 y 06 (menos largas), y 4096 para las series 08 y 10. Se han indicado las 4 bandas de frecuencia mencionadas en el texto. Por claridad, no se ha incluido los intervalos de confianza del 95% (ni en esta ni en las sucesivas figuras).

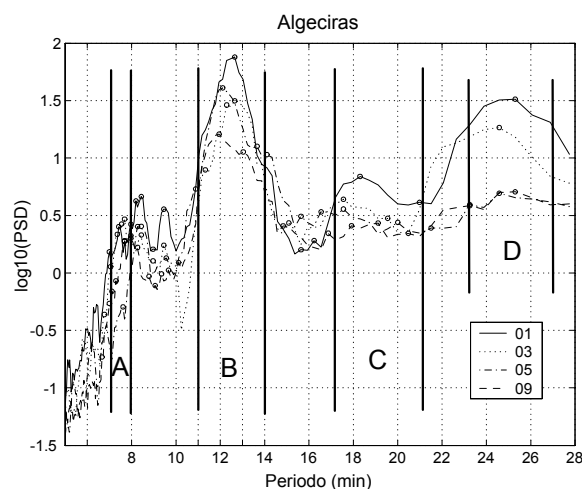


Figura 3-3: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo de las series medias 01, 03, 05, 09 en Algeciras. Se han utilizado 6 ventanas ortogonales sobre 2048 puntos. Aparecen máximos para los mismos períodos discutidos en las series largas pero con menos resolución espectral. Por ejemplo, en la banda **B** la falta de resolución hace que sólo aparezca un pico aunque con matizaciones que hacen pensar en los máximos señalados en las series largas. Destaca la serie 01 por su mayor energía frente al resto de series extraídas en Algeciras. Se pueden tomar los máximos del espectro de esta serie como los característicos de un episodio de OCPs intenso y bien desarrollado.

representadas en la Figura 3-3 vuelve a detectarse la principal actividad energética en la banda **B** (57 %) seguida de la **D** (10 %), **A** (4 %) y **C** (5,5 %). La mayor riqueza espectral en cuanto al número de picos² se da de nuevo en la banda **A**, aunque su contribución energética al total sigue siendo escasa.

Las dos series cortas, 02 y 07 de la tabla 3.1, presentan la principal aportación energética en la banda **B** (el 50 %) y un único máximo para periodos de 13,5 (serie 02) y 12,0 min (serie 07). La forma acampanada de estos máximos sugiere el agrupamiento de energía proveniente de distintos picos no resuelto por la escasa longitud de las series en este intervalo. Las bandas **C** y **D** no están resueltas aunque se sugiere la existencia de picos energéticos (particularmente en la **D**) que representarían sobre el 30 % de la energía. En la banda **A** se localiza una fracción de energía muy pequeña (3 %). No obstante, siguen identificándose picos en periodos como 7,1, 7,5 ó 8,2 min.

²El hecho de representar periodos en lugar de frecuencias en abscisas es responsable de esta riqueza de picos en la gráfica. Cuanto menor sea el periodo (mayor la frecuencia) los valores espectrales resueltos están más próximos y, por tanto, hay más posibilidades de representar picos. El aspecto de la gráfica 05 en la Figura 3-3, por ejemplo, muestra claramente como el número de picos resuelto disminuye cuando aumenta el periodo.

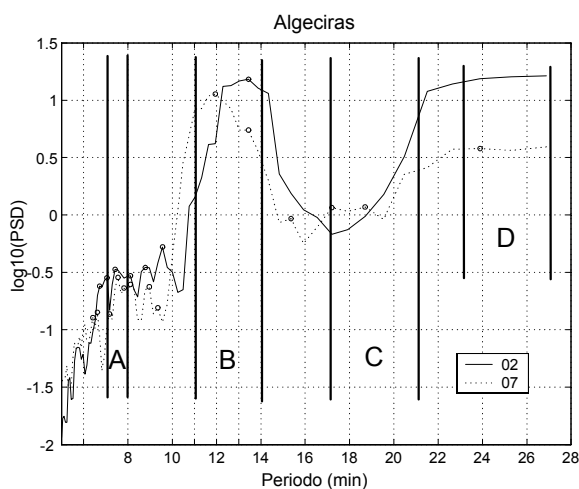


Figura 3-4: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo de las series 02, 07 (3 ventanas ortogonales sobre 1024 puntos). Estas series proporcionan poca definición espectral. Aún así, indican concentración de energía en la banda **B**, con diferencias sobre la frecuencia en la que recae el máximo principal, 13,5 y 12 min respectivamente.

3.1.2. Ceuta

Para caracterizar las oscilaciones en esta localidad se parte de las ocho series que figuran en la tabla 3.2. Las series de Abril y Septiembre de 1991 coinciden con otras de Tarifa (Tabla 3.3) y la de Diciembre de 1992, con datos de Algeciras. Estas series son una buena muestra de las oscilaciones de Ceuta.

En la discusión que sigue se mantiene la distribución de bandas de frecuencia realizada para Algeciras. No es la mejor clasificación de bandas de energía que puede hacerse en Ceuta a la vista de las Figuras que se muestran pero, a cambio, facilita el que puedan realizarse comparaciones que ilustren similitudes o diferencias en ambas localidades. Esta distribución de bandas de frecuencia se mantiene también, para las series de Tarifa que se analizan en el próximo epígrafe. Al igual que en el caso anterior, se muestran aspectos separados para las series largas y medias (notar que en la tabla 3.2 no figuran series cortas).

Las series largas (Figura 3-5) muestran picos en las bandas **A**, **B** y **C** pero no en la **D**. La banda **B** capta un 73 % de la energía total y muestra máximos en los 12,1, 12,4, 12,7, 12,9 y 13,2 min de periodo. La banda **C** contiene un 6 % de energía y un máximo

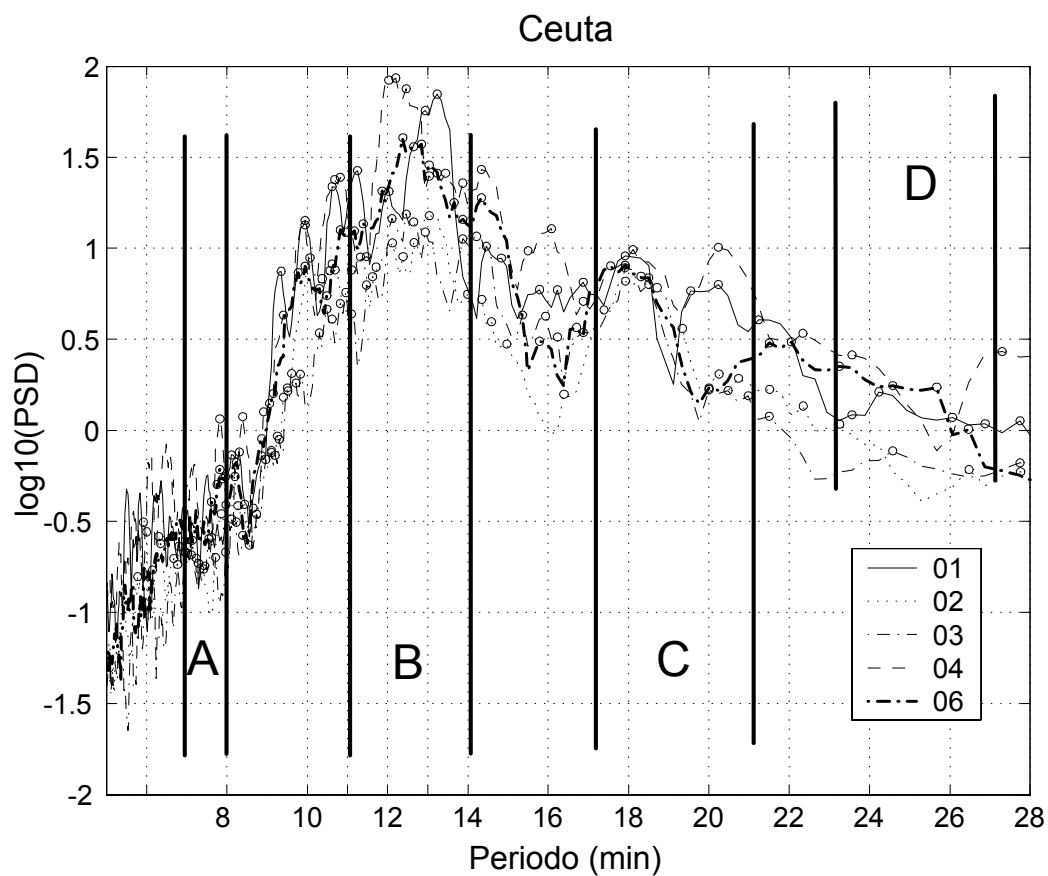


Figura 3-5: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo para las series largas de Ceuta calculadas aplicando 6 ventanas ortogonales sobre 4096 puntos. Se mantienen las 4 bandas de frecuencia mencionadas en Algeciras. Se vuelve a destacar la banda B (11-14 min) pero con una riqueza espectral mayor.

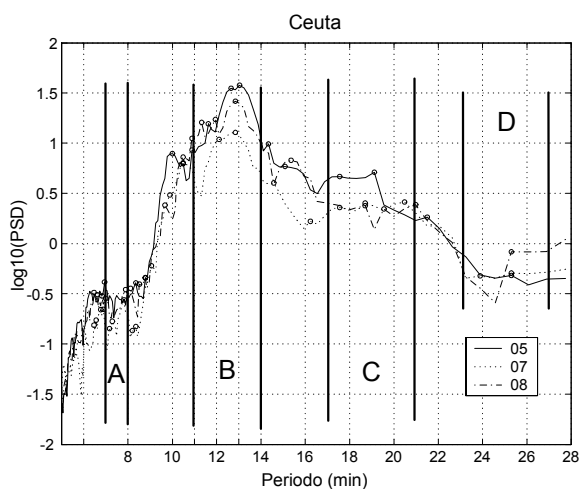


Figura 3-6: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo de las series medias 05, 07, 08 en Ceuta. Se ha aplicado 6 ventanas ortogonales sobre 2048 puntos. Aparecen máximos para los mismos periodos discutidos en las series largas pero con menos resolución espectral.

claro sobre los 18 min, en tanto que en la banda **D** no hay máximos. En la banda **A** no hay demasiada energía (< 5%) y sólo las dos series de mayor actividad (01 y 04) definen con cierto detalle máximos.

Los espectros de las series medias (05, 07, 08, ver tabla 3.2) en la Figura 3-6, muestran de nuevo una banda **B** energética (58% de la energía) con una forma más suavizado debido a la menor resolución. Destacar el máximo en los 12,8 min de periodo. Fuera de ese intervalo se tiene un espectro poco energético, con caída brusca para periodos por debajo de los 9 min (banda **A**) y por encima de los 22 min (banda **D**). La banda **C** mantiene una cierta entidad.

Debe hacerse notar que, en esta localidad, el rango de frecuencias entre las bandas **A** y **B** tiene cierta importancia relativa que no tenía Algeciras. Si hubiera que describir resumidamente los aspectos de energía en esta localidad habría que decir que la banda *por excelencia* es la banda **B** y de ella tanto en una como en otra dirección, el espectro disminuye hacia niveles de ruido con una leve acentuación de energía en la banda **C**. La energía ubicada entre la banda **B** y **C** es un reflejo de este decaimiento. Algo similar ocurre en Tarifa como se discute a continuación, con la banda **A**, jugando el papel de la **B** en Ceuta.

3.1.3. Tarifa

En Tarifa se han extraído 13 series en 1991 además de las 3 series de 1996 utilizadas en el Capítulo 2 para ilustrar y calibrar el método de digitalización (tabla 3.3). Cubren periodos de tiempo similares a las de Ceuta para los meses de Abril, Septiembre y Octubre de 1991. Desgraciadamente, se ha tenido que desistir de extraer series entre el 29 de Noviembre y el 10 de Diciembre de 1991 por la imposibilidad de obtener más de dos horas (a veces 1 hora) de datos debido a la ilegibilidad de los mareogramas. Es una longitud insuficiente para realizar análisis espectral fiable y no se han incluido en este estudio y ello a pesar de que una inspección visual de algún evento concreto, indica amplitudes considerables (por ejemplo, $\sim 6,5$ cm de amplitud el día 7 de Diciembre de 1991).

Es en las series de 1996 usadas en la calibración del método (14, 15, 16, tabla 3.3), ocurridas durante mareas muertas, donde mejor se aprecian las OCPs. En particular, las oscilaciones de 9 cm de amplitud del día 25 de Julio son notables (Figura 1-11). Las series de Tarifa del año 91 muestran en general amplitudes máximas más pequeñas que las otras localidades, y longitud de las mismas también menor. Como serie larga sólo se tiene la 1 (72 h) aunque se han incluido en esta categoría las 06 y 07 también.

El 62% de la energía de los espectros de Tarifa se localiza en la banda **A**, dejando una actividad pequeña fuera de este intervalo (Figura 3-7). La resolución de las series largas indica máximos importantes de periodo 7,3 y 7,65. Una inspección visual más detallada indica máximos locales menores en los períodos de 6,94, 6,8, 6,57, 6,25, 6,18, 6,1 y 5,97 mín por debajo de los máximos importantes y otros máximos locales con períodos mayores que estos en los 8,05, 8,2, 8,3 y 9,1 mín. La banda **B** es mucho menos importante que la **A** y, desde luego, muchísimo menos de lo que lo era en Algeciras y Ceuta. Guiados por el espectro de la serie 06, aparecen picos en los 11 y 12,04 mín, este último insinuado en las otras series. En total la banda **B** representa el 5% de la energía. Las bandas C y D no presentan excesiva regularidad aunque la serie 01 muestra un pico sobre los 20 mín y la 06 sugiere máximos anchos en la banda D. En promedio representan el 2,5% y el 2% de energía respectivamente.

Las series con resolución media (Figura 3-8) presentan un espectro similar, mostrando un máximo cuya forma es compatible con los dos picos resueltos anteriormente en la banda **A**. De nuevo la energía cae rápidamente fuera de esta banda. No puede destacarse un comportamiento regular en ninguna de las restantes bandas.

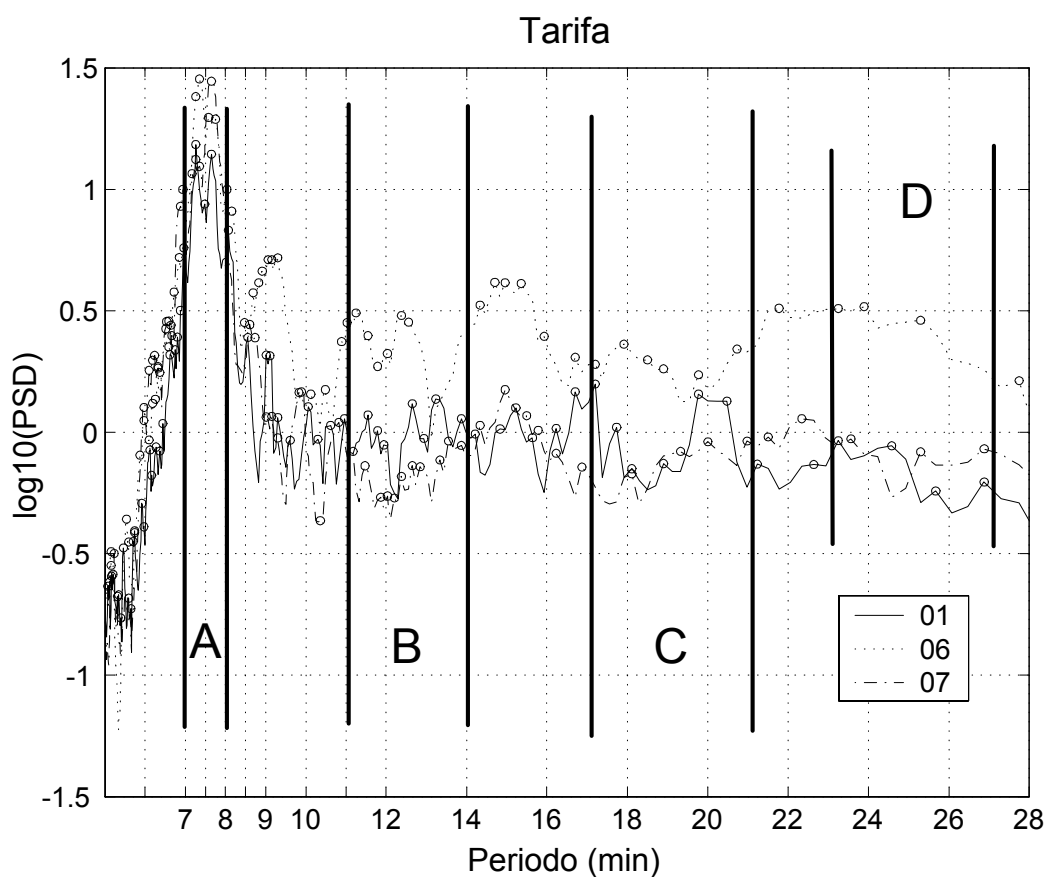


Figura 3-7: Espectro de series largas de nivel del mar en Tarifa, los meses de Abril, serie 01, y Septiembre, series 06 y 07. El espectro se realiza sobre 4096 puntos utilizando 6 ventanas ortogonales. Las duraciones de las series difieren bastante desde las 75 h de la primera, a las 40 h de las otras. La mayor energía se sitúa en la banda A. Fuera de este intervalo la energía detectada para otros máximos se hace muy pequeña. La serie 06 marca oscilaciones apreciables para periodos superiores a los 10 min.

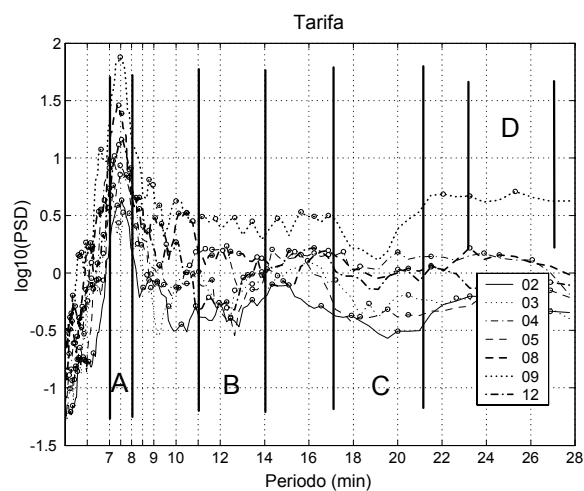


Figura 3-8: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo de las series 02, 03, 04, 05, 08, 09 y 12 en Tarifa (Abril, Septiembre, Octubre y Diciembre) calculadas mediante 6 ventanas ortogonales y sobre 2048 puntos. En todas, la energía se concentra en la banda **A** y hay muy poca energía para otros periodos. Destaca la serie 09 (Octubre) por su mayor energía.

Las series cortas presentan el máximo también en la banda **A**, concentrando hasta el 76 % de la energía total (Figura 3-9). No es posible, por la escasa longitud de estas series que implican una pobre resolución, distinguir detalles como los dos periodos de oscilación. Ahora aparece un único pico que tiende a situarse en los 7,2 – 7,3 min de periodo. Las tres series de la fase de calibración (14, 15, 16, tabla 3.3) presentan las oscilaciones más acusadas de todos los mareogramas consultados, con amplitudes máximas próxima a los 10 cm (serie 16).

Es interesante comentar la similitud de los espectros de series distantes en el tiempo (del año 91 unas, del año 96 otras), en ciertas bandas. Los mecanismos que fuerzan estas OCPs en la banda **A** en Tarifa han de ser estables en el sentido de que se repiten de unas partes del año a otras así como en años distintos. Algo similar podría decirse de la banda **B** en Algeciras y Ceuta, localidades donde, curiosamente, la banda **A** es prácticamente inexistente.

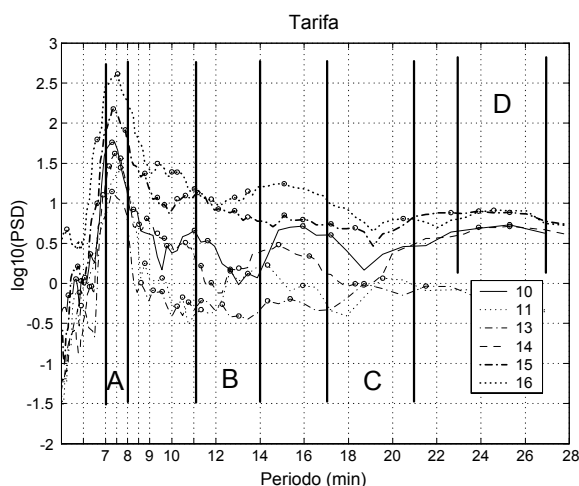


Figura 3-9: Logaritmo decimal de la densidad espectral frente al periodo de las series 10, 11, 13, 14, 15 y 16. Se utilizan 3 ventanas ortogonales sobre 1024 puntos. Pese a su poca definición siguen concentrando la energía en la banda **A**.

3.1.4. Coherencia espacio-temporal de las oscilaciones

A lo largo del apartado anterior se han identificado diferentes frecuencias de oscilación de OCP en las localidades de estudio. Una primera hipótesis trataría de justificar las OCP como oscilaciones propias del puerto excitadas por distintas fuentes, como tormentas, ráfagas intensas de viento, mareas, etc acoplando las oscilaciones dentro del puerto con las oscilaciones fuera del mismo (Takashi, 1998). Estos *forzamientos externos*, que pueden tener escalas espaciales extensas, excitarían OCPs con características dependientes de la geometría de cada puerto y, por tanto, diferirían en frecuencia entre dos puertos a pesar de ser forzadas por el mismo mecanismo.

Para analizar la posibilidad de excitación de modos propios, utilizaremos la generalización de la fórmula (2.45):

$$T_n = \frac{2L}{n (gH)^{\frac{1}{2}}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1)$$

como primera estimación de las frecuencias propias de cada puerto³. Cuanto menor es la profundidad y mayor la longitud del puerto, mayor es el periodo de oscilación, y

³Recordar que esta aproximación presupone geometría rectangular cerrada y profundidad constante.



Figura 3-10: Foto aérea del puerto de Algeciras y parte de la bahía. La flecha indica la ensenada en la que está el mareógrafo, que no es el interior del puerto.



Figura 3-11: Foto aérea del puerto de Ceuta.



Figura 3-12: Plano del puerto de Tarifa, mostrando las dimensiones del puerto y su batimetría.



Figura 3-13: Fotografía aérea del puerto de Tarifa y alrededores. La configuración del puerto con la isla de punta Paloma permite ampliar la longitud total del mismo. De esta forma la onda estacionaria capaz de resonar también amplía su longitud de onda.

viceversa.

La anterior fórmula ha de ser modificada para el caso bahías abiertas (rectángulo abierto) que da una resonancia de cuarto de onda ($L = \frac{\lambda}{4}$). En este caso:

$$T_n = \frac{4L}{n(gH)^{\frac{1}{2}}} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2)$$

es decir, una misma longitud y profundidad permitiría ondas con el doble de periodo.

Las Figuras 3-10, 3-11 y 3-13 son vistas aéreas de los puertos de Algeciras, Tarifa respectivamente. Los puertos de Tarifa, Ceuta y la ensenada donde se encuentra el mareógrafo de Algeciras, tienen longitudes características de unos pocos cientos de metros y unos pocos metros (3 – 20 m) de profundidad (ver, por ejemplo, isóbatas en Figura 3-12). La Figura 3-14 muestra una región sombreada que sitúa los periodos dados por (3.2) en un diagrama longitud-profundidad para valores razonables (incluso sobreestimaciones importantes) de las longitudes y profundidades características de los puertos estudiados. La región está por debajo de los cinco minutos, de modo que no se esperan modos de oscilación propios de cada puerto por encima de este periodo. La hipótesis de oscilaciones propias de los puertos debe ser rechazada.

El análisis espectral anterior no localiza la aparición de OCPs de los niveles del mar en el tiempo. Simplemente deduce que existen, pero no dice cuándo han ocurrido. Dada la intermitencia del fenómeno, la omisión de esta información temporal es incómoda. Por otro lado, las observaciones de las tres localidades se han tratado independientemente. Obviamente, es conveniente observar si las OCPs están relacionadas o son fenómenos aislados. Es, por ejemplo, interesante averiguar si la señal se transmite entre la costa Norte y la Sur del Estrecho o si se restringe a una sola costa.

Para estudiar esa posible correlación se han buscado series de OCP que ocurran simultáneamente (tabla 3.4). Las Figuras 3-15 y 3-16 muestran dos pares de series en las que se ve, en apariencia, poca (Figura 3-15) y bastante más (Figura 3-16) correlación entre OCPs en dos localidades. Conviene cuantificar esta correlación.

La comparación de dos señales simultáneas se puede abordar analizando relaciones entre las distintas series que en forma general podrían escribirse

$$Localidad2 = f(Localidad1) \quad (3.3)$$

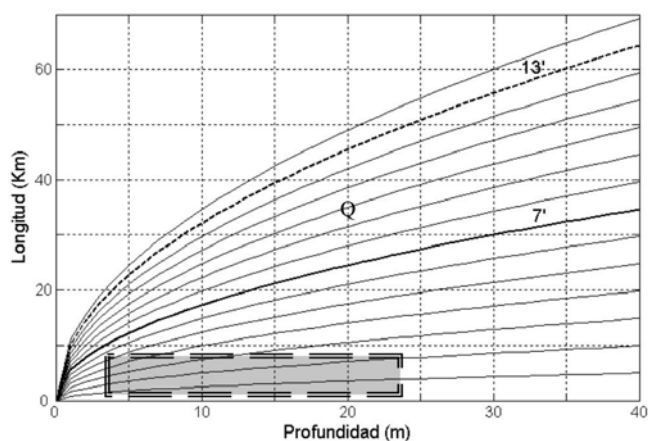


Figura 3-14: Periodos de oscilación de una cuenca cerrada-abierta en función de su longitud de onda y profundidad. Los contornos están separados 1 min. El cálculo se ha hecho para ondas estacionarias uninodales. Q representaría un puerto irreal de 20 m de profundidad y 35 km de anchura, que resonaría con 10 mín de periodo. Se han resaltado las líneas de 7 y 13 mín como referencia. Los modos binodales, trinodales desplazarían las líneas verticalmente en el doble, triple, etc. La zona sombreada recoge de forma generosa distintas posibilidades de oscilación dentro de los tres puertos. A pesar de ello no logra albergar oscilaciones estacionarias con un periodo dentro de alguna de las bandas en las que se está interesado.

Evento	Localidades	Fecha	nº datos	r
1	Algeciras-Ceuta	3/12/92	6812	0,3
2	Algeciras-Ceuta	19/12/92	5732	0,16
3	Ceuta-Tarifa	14/04/91	3957	0,3
4	Ceuta-Tarifa	20/09/91	2815	0,4
5	Ceuta-Tarifa	24/09/91	5922	0,56
6	Ceuta-Tarifa	29/09/91	3961	0,57

Tabla 3.4: Eventos donde se dan series simultáneas en Algeciras-Ceuta y en Ceuta-Tarifa. La última columna proporciona la correlación cruzada entre los trenes de onda en una y otra localidad en el sentido que se especifica en el texto.

con f una forma funcional adecuada. Adicionalmente se le pueden incorporar exigencias sobre la forma de la función, esto es, sobre cómo se relacionan los datos. La comparación entre series se extrae posteriormente de un análisis de las propiedades de f como, por ejemplo, en respuesta en frecuencias. Una forma usual de hacerlo es mediante la correlación espectral. Se define la coherencia al cuadrado entre dos señales como

$$C_{xy}^2(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)} \quad (3.4)$$

con $P_{xx}(f)$ y $P_{yy}(f)$ los espectros de las dos señales y $P_{xy}(f)$ el espectro cruzado.

La Figura 3-17 muestra el resultado aplicado a los eventos de la tabla 3.4. Puede verse que la coherencia espectral es muy baja. Este resultado es esperable dado que cada serie tiene energía en frecuencias distintas. Por ejemplo, si la señal 1 tiene energía sólo en la frecuencia ω_1 , y la 2 en la ω_2 , el espectro cruzado en (3.4) es proporcional al promedio temporal,

$$\overline{\int \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) dt}$$

Tal promedio es próximo a 1 si $\omega_1 = \omega_2$ y próximo a cero si $\omega_1 \neq \omega_2$ siempre que el promedio temporal sea largo frente a ω_1^{-1} y ω_2^{-1} ⁴. Las series a relacionar tienden a estar en la segunda situación.

El que a una frecuencia determinada no exista coherencia espacial no significa que los trenes de ondas (del estilo de los mostrados en la Figura 3-16) considerados en su conjunto, no la tenga. Se quiere decir que cabe la posibilidad de que trenes de onda que coincidan en el tiempo, al ser de frecuencias diferentes, den correlación nula *dato a dato* pero no *tren de onda a tren de onda*. La propia Figura 3-16 ilustra claramente lo que se quiere decir.

Dado que las estimaciones del espectro cruzado entre dos series, o estimaciones de la función de transferencia entre una entrada (una de las señales) y una salida (la otra), no proporcionan resultados adecuados para estudiar la relación entre los fenómenos en una y otra localidad al hacer análisis *dato a dato* (y ello, a pesar de esperarse una correlación aceptable), han de desarrollarse otras técnicas. El primer paso sería emplear alguna técnica que permita cuantificar la intensidad del grupo de ondas. Una herramienta útil a tal efecto es la transformada S (ver epígrafe 2.2.2) que proporciona información

⁴Sería idénticamente nulo si el intervalo promediado fuese múltiplo común de ω_1^{-1} y ω_2^{-1} .

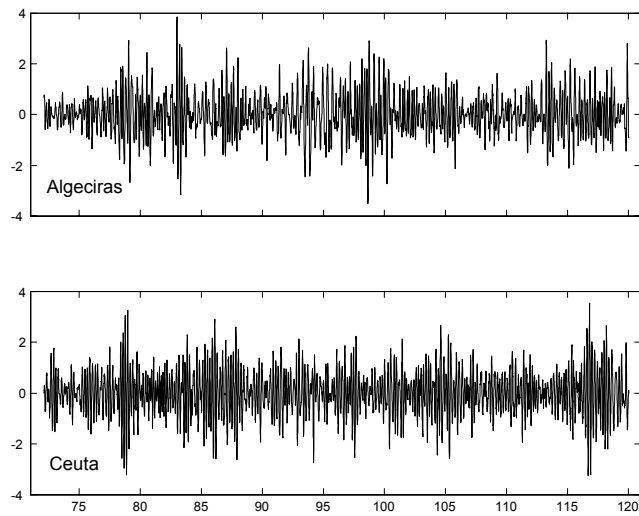


Figura 3-15: Oscilaciones de corto periodo (amplitud en cm) tomando mismo origen de tiempos en Algeciras y Ceuta (evento 1 de la Tabla 3.4). El eje horizontal da el tiempo en horas. Durante esas 48 h, se tiene energía en las dos series. Resulta sin embargo difícil inferir directamente relación entre ambas.

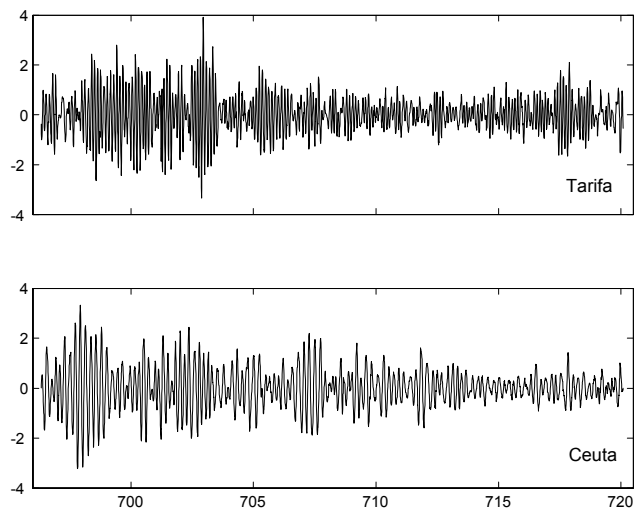


Figura 3-16: Oscilaciones de corto periodo (amplitud en cm) tomando mismo origen de tiempos en Tarifa y Ceuta (evento 6 de la Tabla 3.4). El eje horizontal es tiempo en horas. A simple vista se percibe que las frecuencias que predominan en una y otra son distintas. Durante esas 24 h, se tiene energía, en ambas series con una atenuación importante hacia el final de ambas. Ahora los pulsos de energía en una y otra serie mantienen una mejor coincidencia temporal.

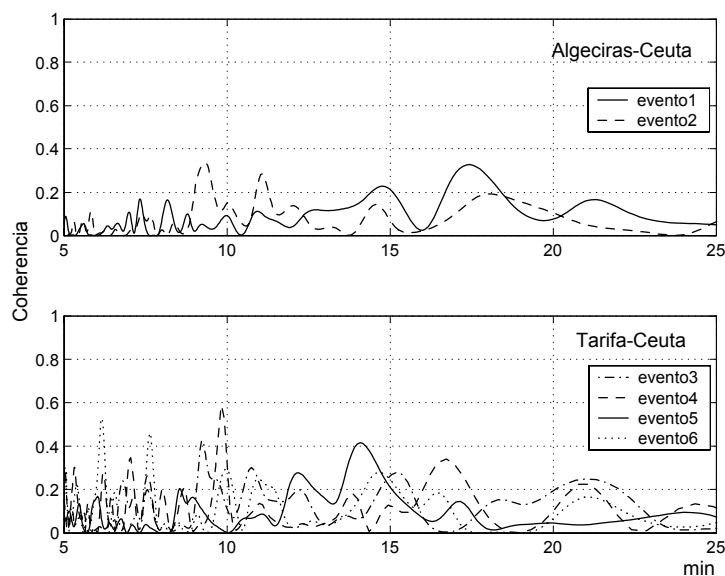


Figura 3-17: Coherencia frente a periodo para los eventos incluidos en la tabla 3.4. Puede verse la escasa coherencia entre cualquier par de serie debido a que, en general, las series individuales muestran energía en frecuencias diferentes.

instantánea sobre la composición en frecuencias de la señal. Obviamente, en aquellos momentos en que exista energía (trenes de onda) en la serie original, la transformada S lo reflejará con claridad. Las Figuras 3-18 y 3-19, que se corresponde con la transformada S de las Figuras 3-15 y 3-16, ilustran este hecho.

El segundo paso es cuantificar la aparición de energía en la transformada S . Para ello sigue la división en bandas energéticas hecha en la Sección 3.1. Dentro de cada banda y para cada instante dado se busca la máxima amplitud que proporciona la transformada S , generándose así nuevas series de tiempo que podríamos identificar con series temporales de amplitud máxima de OCPs excitadas. Las Figuras 3-20 y 3-21 muestran estas series de máxima amplitud extraídas de las transformadas S de las Figuras 3-18 y 3-19 respectivamente.

Finalmente se calcula la correlación entre estas series de máximas amplitudes. El cálculo de la correlación se hace permitiendo desfases entre datos que, físicamente, se corresponderían con retrasos/adelantos locales en la respuesta.

La última columna de la Tabla 3.4 recoge los valores máximos de esta correlación para

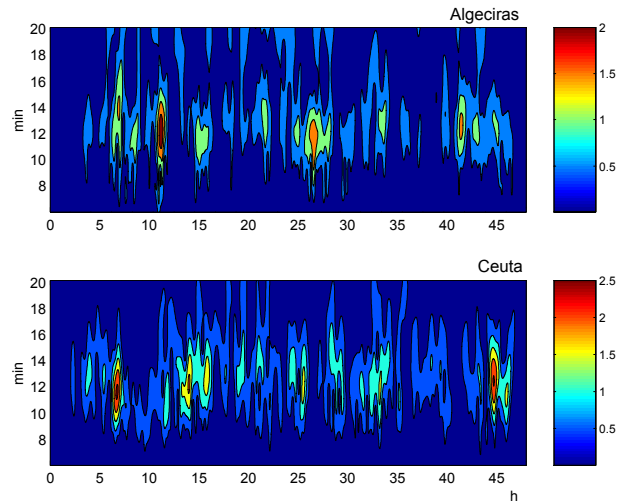


Figura 3-18: Módulo de la *transformada S* para el evento 1 (Algeciras-Ceuta). La escala de colores etiqueta valores similares en una y otra figura.

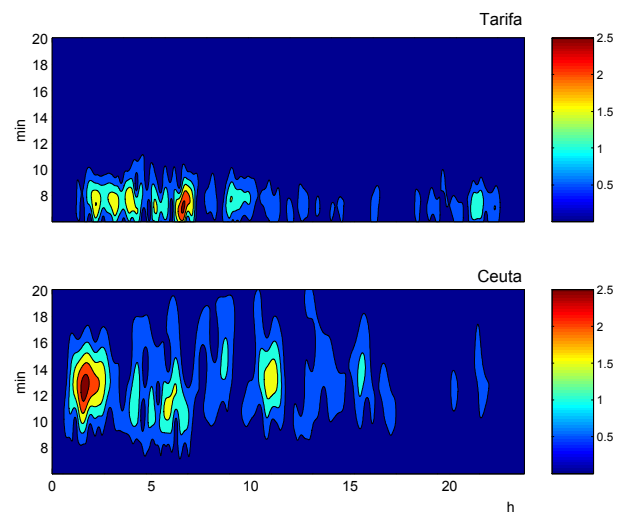


Figura 3-19: Espectro complejo del evento 6 (Tarifa-Ceuta). El código de colores etiqueta valores similares en las dos series. En esta ocasión únicamente se excitan dos bandas bien definidas en las dos localidades: Tarifa por debajo de los 8,5 min (banda **A**) y Ceuta en 10 – 15 min (banda **B**). Estas bandas son características en todas las series analizadas.

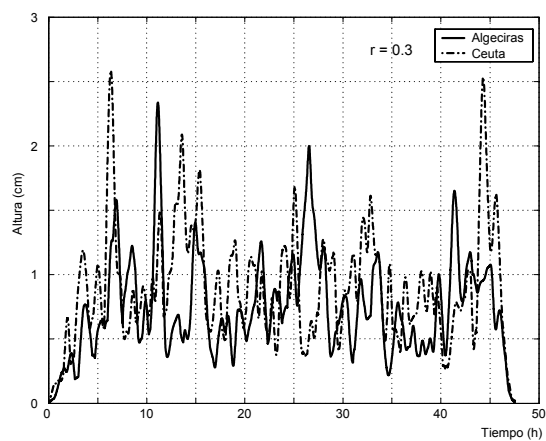


Figura 3-20: Series de amplitudes máximas en Algeciras y Ceuta del evento 1 (Tabla 3.4). Se indica el coeficiente de correlación entre ellas (ver texto para más detalles).

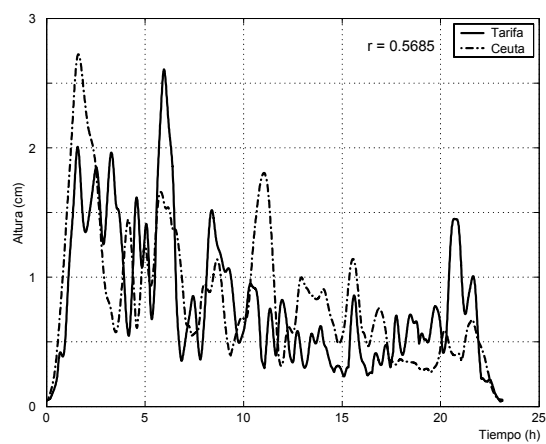


Figura 3-21: Mismo que Figura 3-21 para las series de Tarifa y Ceuta del evento 6 (Tabla 3.4).

todos los eventos seleccionados. Puede verse que entre Algeciras y Ceuta la correlación es más bien pobre, lo que resulta curioso a la vista del hecho de que ambas localidades son sensibles a la misma banda de frecuencias. La correlación mejora bastante entre Tarifa y Ceuta, pese a excitar distintas bandas. Una explicación a esta asimetría podría ser que tanto Tarifa como Ceuta son localidades de mar abierto sujetas a una dinámica similar, en tanto que Algeciras puede ser sensible al hecho de encontrarse en una bahía natural bien configurada. Sobre estos puntos se vuelve en el capítulo 4.

3.1.5. Actividad de las OCP en las distintas épocas del año

Es interesante hacer un análisis que permita conocer si todas las épocas del año son igualmente probables para la ocurrencia de OCPs. A juzgar por los fragmentos escogidos para el análisis llevado a cabo en la sección 3.1 y que están recogidos en las Tablas 2.2, 2.3 y 2.4, parecería que el otoño y la primavera son épocas propicias. Sin embargo, y como se comentó en la sección 2.1.1, la selección de eventos en esas Tablas estaba condicionado (y por ese orden) por: (a), la calidad de los mareogramas sobre los que aplicar el método de digitalización; (b), la posibilidad de recoger eventos simultáneos en las tres localidades; (c), en caso de que (b) no fuese posible, que al menos fuesen simultáneas en 2 de ellas; y (d) que tuviesen una cierta cobertura temporal de las distintas épocas del año.

En este sentido, la falta de mareogramas en Ceuta a partir de 1996 y la mala calidad de muchos de ellos en Algeciras y en la propia Ceuta (exceso de curvas en una misma hoja, agotamiento de la tinta de las plumas (ambos defectos causados por un mal mantenimiento del observador encargado), borrones por un exceso de flujo de tinta, atascos en el tambor y un largo etcétera) ha reducido las posibilidades de búsqueda. Los años 1991 y 92 reunían buenas condiciones, y a ellos se recurrió. Sin embargo, se debe hacer notar que los anteriores condicionantes causaron una cierta desviación de los eventos hacia los meses de primavera y otoño, dando pie a pensar que éstas épocas son más propicias para registrar OCPs.

En los últimos años (a partir de 1998) los mareogramas de Tarifa son de muy buena calidad y demuestran un mantenimiento escrupuloso. Desgraciadamente, no se puede decir lo mismo de Algeciras donde se han encontrado hasta ¡20 días (40 ciclos de marea) en un solo mareograma (Figura 3-23)! Es imposible recuperar información en ese laberinto

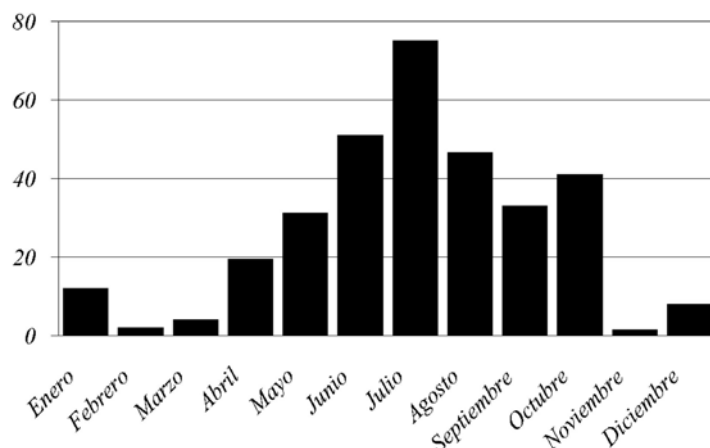


Figura 3-22: Índice temporal de OCP (*amplitud* × *duración*) en a los distintos meses del año. La mayor actividad se centra en los meses estivales.

de curvas⁵. La ausencia de mareograma en Ceuta reduce la posibilidad del análisis de ocurrencia de OCPs a Tarifa. Y esto es lo que se ha hecho revisando los mareogramas de esta localidad entre 1999 y 2002.

Esta inspección visual indica que las OCPs pueden ocurrir todo el año. No lo hacen ni con la misma amplitud (intensidad) ni con la misma repetitividad. En general son más frecuentes entre mediados de Abril y mediados de Octubre, un hecho que sí se refleja (parcialmente) en el catálogo de eventos de las tablas 2.2 a 2.4.

Episodios intensos, como los descritos en las series de Julio de 1996 (tabla 3.3), son raros, detectándose no más de tres o cuatro episodios al año. Se han observado OCPs con amplitudes superiores a los 5 cm y duración de un día o más, durante los meses estivales (finales de Junio, a finales de Septiembre). Es evidente que una caracterización de OCPs adecuado debe hacer intervenir los dos parámetros: amplitud y duración, los cuales se han combinado para definir un índice mensual de ocurrencia:

$$I = \sum_{\text{eventos-mes}} \text{amplitud}(\text{cm}) \times \text{duración}(\text{días}) \quad (3.5)$$

⁵La duplicidad en la obtención de información mediante dispositivos que enviaban en tiempo real el dato a los servicios centrales del IFO en Madrid hace que no sea importante esta imposibilidad de recuperar la información del mareograma en lo que respecta a mareas. Sí lo es para un análisis de OCPs.

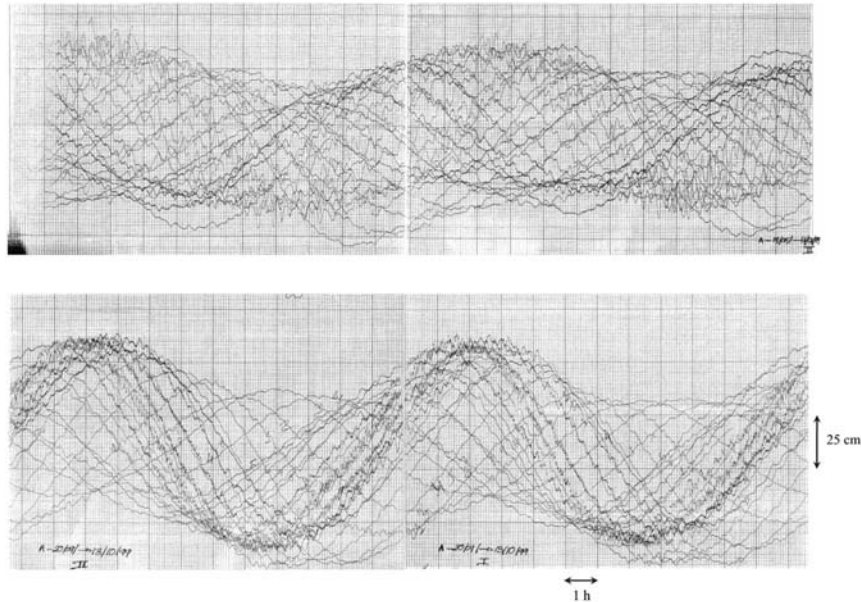


Figura 3-23: Mareogramas de Algeciras en Mayo (superior) y Septiembre (inferior) de 1999. Como puede observarse la información contenida es tan abundante (25 y 23 días de medida respectivamente) que resulta difícil observar las OCPs y prácticamente imposible digitalizarlas.

que aparece representado en la Figura 3-22. La gráfica muestra un máximo en el mes de Julio que, aunque no es el mes que recoge más episodios, sí es el que los recoge más intensos. La forma del diagrama confirma los meses de verano como los más favorables. En los meses de Febrero, Marzo y Noviembre, no se registra una actividad digna de mención, aunque existe el fenómeno. A la vista de estos resultados, las especulaciones sobre el origen atmosférico de estas oscilaciones deberían concentrarse en mecanismos relacionados con la época estival.

3.2. Consideraciones dinámicas sobre el origen de las OCPs

Las OCP, pueden caer dentro de las tradicionales categorías de oscilaciones forzadas u oscilaciones libres:

1. La primera posibilidad es que sean oscilaciones libres que aparecen como conse-

cuencia de una perturbación repentina del estado de equilibrio de la superficie del mar o del cese de algún forzamiento, con la consiguiente redistribución de energía hacia las frecuencias propias del sistema, que se manifestaría como oscilaciones de los modos normales que puedan existir en la zona. La constancia en el valor de las frecuencias asociadas a las OCPs en cada localidad apoya esta posibilidad.

2. La segunda posibilidad necesita de un forzamiento externo de al menos la escala espacial del Estrecho de Gibraltar que afecte a todas las estaciones y de una forma simultánea. Episodios de OCPs como algunos de los reflejados en la Figura 3-15, donde las oscilaciones tienen amplitud considerable en una estación y muy poca en la otra, podrían estar motivados por la distinta respuesta a oscilaciones debido a la topografía-fondo. El desarrollo gradual de las OCP hasta alcanzar su amplitud máxima, sitúan estas oscilaciones como respuesta de la superficie libre a una también gradual entrada de energía (forzamiento).

Ambos aspectos, pueden coexistir en estas oscilaciones: un forzamiento de duración, frecuencia y portador de una energía variable que cuando cesa disipa el exceso de energía transmitida al mar mediante la fricción y radiación a través de los modos propios de la superficie libre. Apuntado este hecho, el paso siguiente es analizar qué agentes externos son capaces de producir perturbaciones repentinas del estado de equilibrio y evaluar también la posibilidad de forzamientos periódicos que conduzcan a oscilaciones forzadas. En la medida en que lo permitan los datos recogidos en este trabajo, se debe decidir que mecanismo de los propuestos es más verosímil.

3.2.1. Oscilaciones libres

El estado de equilibrio en el Estrecho: intercambio estacionario

El sistema de corrientes bicapa, con un flujo de agua Atlántica entrante en el Mediterráneo por superficie y agua Mediterránea saliente por la capa inferior, genera por ajuste geostrófico un desnivel transversal relacionado con las velocidades longitudinales según

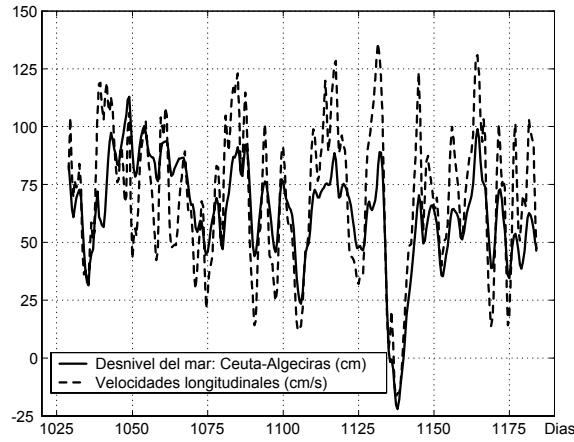


Figura 3-24: Velocidades longitudinales medidas en el centro del Estrecho de Gibraltar en la sección oriental, a mitad de camino entre Ceuta y Algeciras (ver figura 1-2). Las observaciones están tomadas a 30 m de profundidad. Superpuesta a esta aparece una gráfica de desnivel entre las anteriores localidades que representan el término $\eta_S - \eta_N$ en la ecuación (3.7) (los datos de corriente proceden del Proyecto Europeo CANIGO).

$$fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (3.6)$$

donde η es la superficie libre del mar y f el parámetro de Coriolis. Integrando esta expresión para una velocidad u promediada espacialmente se llega a:

$$\eta_S - \eta_N = \frac{f}{g} u B \quad (3.7)$$

donde η_S y η_N son los niveles en la parte Sur y Norte del Estrecho en dos puntos de una misma sección transversal separados una distancia B . La Figura 3-24 pone de manifiesto la validez de la ecuación (3.7). Una regresión lineal de la forma $\eta_S - \eta_N = a u + b$ da una correlación de $r = 0,77$, indicando un buen comportamiento geostrófico. El coeficiente $a = 0,44 \text{ s}$ tendría que ser igual a $f B g^{-1}$ de acuerdo con la ecuación (3.7). Para $f = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ y $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ se obtiene $B = 50 \text{ km}$, valor sobrestimado pero no lejos del real de 30 – 35 km que separa ambas localidades. En el estado estacionario, la superficie del mar en el Estrecho tiene una ligera pendiente ascendente hacia el Sur.

Cambios en el estado de estacionario

Para algunas escalas temporales de variabilidad, la evolución de las variables en el Estrecho puede entenderse como una sucesión de estados estacionarios en donde se mantiene geostrofia (hipótesis cuasi-estacionaria). Son situaciones en las que las condiciones cambian lentamente, de forma que se pueda hablar de un ajuste cuasi-instantáneo entre la superficie y las velocidades longitudinales. La oscilación del nivel del mar a escala de marea es una onda estacionaria modificada ligeramente por la rotación. Ello significa que las velocidades de marea integradas verticalmente y la marea están desfasadas 90° (Candela, 1990; García Lafuente, 1990). Estos trabajos indican también que se mantiene el balance geostrofico a lo largo de todo el ciclo de marea y por tanto, este forzamiento es de los lentamente variables en el sentido mencionado arriba. Sus tiempos característicos son 12 h.

El acople geostrofico es también válido (Garret, 1983; Candela et al., 1989; García Lafuente et al., 2002b) para las fluctuaciones inducidas por la meteorología (variaciones de presión, vientos). De hecho, la variabilidad que se observa en la Figura 3-24 y que, como se ha visto, sigue la geostrofia, tiene básicamente este origen. Aunque son las variaciones de presión las que dominan, los vientos generalizados (aquéllos de mayor escala espacial, ver sección 1.3) también inducen variaciones en el flujo que producen reajuste geostrofico en la superficie libre (Figura 3-26; ver también García Lafuente, 2002c). Los tiempos típicos asociados a estas fluctuaciones son del orden de unos pocos días.

El efecto local del viento en el Estrecho de Gibraltar Los vientos que soplan en el Estrecho son, generalmente, Poniente o Levantes (Figura 3-26) y se acoplan con el desnivel transversal (Figura 3-27). Los Ponientes aumentan el desnivel mientras que los Levantes lo disminuyen debido a la acumulación de agua por transporte Ekman. En zonas de poca profundidad, la acumulación de aguas tiende a ser en la dirección del viento, pero en zonas profundas, donde $H \gg \delta_E$ (δ_E el espesor de la capa Ekman, $\delta_E = \pi \sqrt{\frac{2\nu}{f}}$ con ν el coeficiente de viscosidad turbulenta) la capa superficial se mueve en promedio 90° a la derecha (hemisferio Norte).

El tiempo característico (T *Spin up*) entre el set-up desarrollado y el inicio del for-

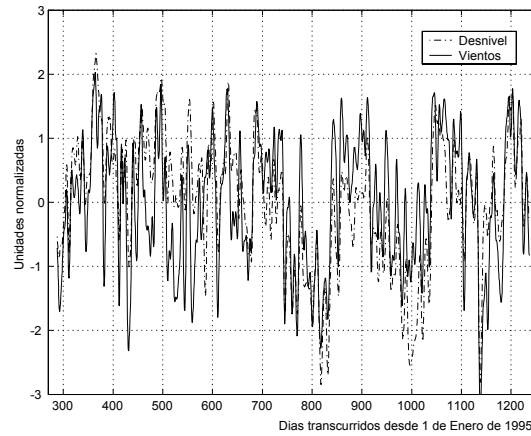


Figura 3-25: Desnivel de la superficie libre entre Ceuta y Algeciras y componente u del viento. A los datos originales de vientos y de desnivel se les ha extraído la media y dividido por la varianza de cada serie para tener una representación equiparable con un mismo eje y . Se observa como las variaciones de viento son acompañados por otras variaciones similares en el desnivel transversal del mar.

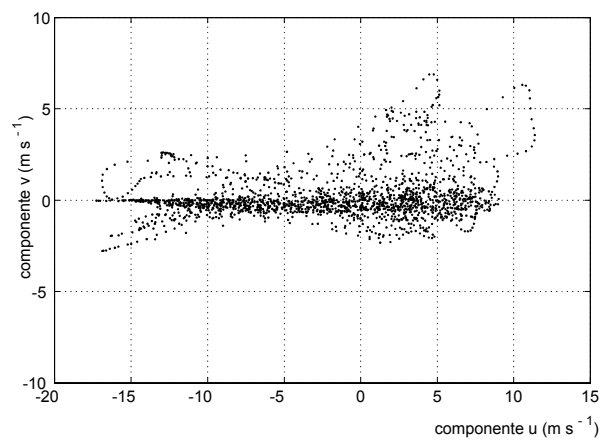


Figura 3-26: Vientos en Tarifa durante el periodo comprendido entre Septiembre de 1995 y Abril de 1998 (datos recogidos en el marco del proyecto CANIGO). Los vientos (Ponientes y Levantes) coincide con el eje del Estrecho en esta localidad. Ese diagrama de dispersión muestra Levantes bastante más intensos que los Ponientes y con una dirección mucho más definida.

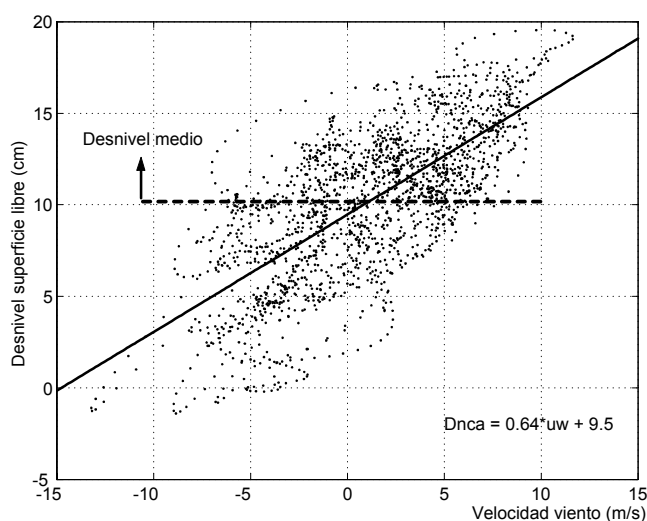


Figura 3-27: Diferencia de nivel entre Ceuta y Algeciras ($Dnca$) frente a la componente a lo largo del Estrecho del viento. Salvo para episodios de Levante severos, el nivel del mar en Ceuta es siempre más alto que en Algeciras. La línea de puntos se corresponde con el desnivel medio (10,1 cm) de este conjunto de datos.

zamiento por arrastre del viento viene dado por (Gill, 1982),

$$T_{Spin} = \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{2}\nu f}} \quad (3.8)$$

donde H es una profundidad característica. Valores de $\nu = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ en la capa superior, $f = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ y $H = 100 \text{ m}$, sugieren $T_{Spin} \approx 3,5 \text{ d}$. Experimentalmente el tiempo de ajuste es algo inferior, entre las 12 h y las 48 h; aún así, este tiempo es muy superior al periodo característico de las OCP (T_{OCP}). Vientos con escalas temporales mayores que esas cifras producirían transitorios suficientemente suaves como para no romper el balance geostrófico. Es decir no perturbarían *el equilibrio* de la superficie libre, aunque ésta evolucione.

Si el viento tiene una componente transversal, esta componente puede generar un set-up en la costa hacia la cual sopla que se añade al desnivel inducido por la componente longitudinal. Si este arrastre directo cesa, se generará un transitorio en el cual, pudieran producirse OCP. La Figura 3-28 explica el mecanismo propuesto. Por tanto, la generación de OCP, vistas como oscilaciones libres, se asociaría a cambios bruscos de la componente transversal del viento (componente Norte-Sur) una vez haya consegui-

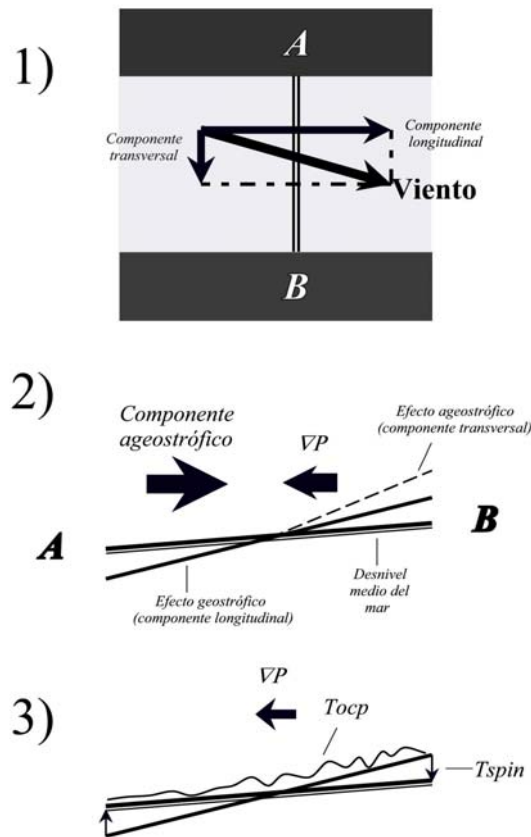


Figura 3-28: 1) Esquema de canal uniforme mostrando un viento no estrictamente longitudinal. Este viento puede descomponerse en su componente longitudinal, que generará un desnivel transversal geostrófico según se desprende de la Figura 3-25, y componente transversal que produce un efecto de arrastre directo (efecto ageostrófico). En 2) se esquematiza la situación en la sección A-B indicado en 1). Al desnivel del estado de equilibrio secular (línea doble) se le superponen los efectos de la componente longitudinal del viento, que produce un set-up geostrófico y de la componente transversal, que acumula agua hasta que el efecto de arrastre directo queda compensada por el sobregradiente de presión que dicho desnivel supone (línea de trazos). En 3) se ilustra un tiempo posterior en el que ha cesado bruscamente el viento: el gradiente de presión ageostrófico (debido a la componente transversal del viento) no se equilibra con fuerza alguna y el sistema podría tender a oscilar con tiempos característicos T_{OCP} , relajando así este sobre-desnivel; el desnivel creado por la componente longitudinal se relaja en un tiempo característico $T_{Spin} \gg T_{OCP}$ y no propiciaría la generación de transitorios vinculados con OCPs.

do acumular suficiente agua en una u otra costa. Las brisas locales⁶ suponen un buen ejemplo de este tipo de forzamiento.

Las oscilaciones de corto periodo en el Estrecho y los vientos

La Figura 3-29 muestra los vientos medidos en $35^{\circ}53'N$ de Latitud y $5^{\circ}19'W$ de Longitud (Ceuta) obtenidos de la red REMPOR de medida de Puertos del Estado en la época en la que se registraron las OCP intensas de Tarifa en 1996 (Tabla 3.3). El registro muestra predominancia de vientos de Levante, con direcciones bien definidas cuando son de cierta intensidad (por ejemplo sobre los días 22 – 23 o 28 – 29 de Julio) y un episodio de Poniente de cierta magnitud los días 26 y 27.

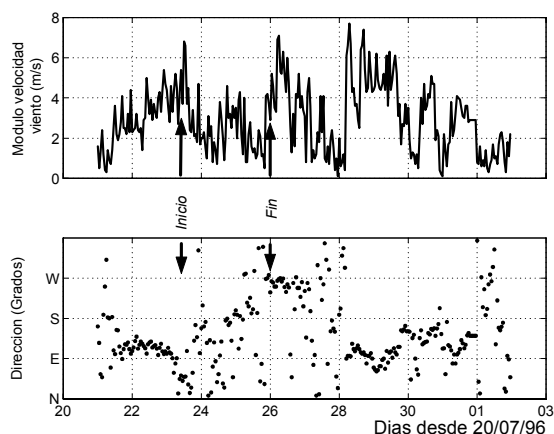


Figura 3-29: Vientos horarios tomados de la estación de Ceuta. En el panel superior se presenta el módulo de la velocidad y en el inferior la dirección de procedencia del viento. (Fuente: www.puertos.es. Puertos del Estado).

Entre el 23 y el 26 de Julio, marcados con *inicio* y *fin* en la Figura 3-29, los vientos son más flojos y con direcciones variables, rolando de *N* a *S* y viceversa con cierta regularidad. Curiosamente, durante ese periodo de más *calma* es cuando aparecen las OCPs observadas en Tarifa y mostradas en la Figura 1-11. Una observación más detallada de los vientos de la Figura 3-29 indica dominancia de vientos de clara componente Norte-Sur, alterando la dirección con cierta regularidad. Son vientos atípicos en el Estrecho,

⁶Se llaman así a vientos que soplan en la dirección normal a costa, tierra-mar y mar-tierra, con periodicidad diaria.

donde la dirección Este-Oeste es absolutamente predominante. Estos vientos son los que, de acuerdo con el esquema de la Figura 3-28, favorecen el apilamiento de agua en las costas (set up) estableciendo un desnivel transversal ageostrófico que, al cesar el viento, puede producir OCPs. Este razonamiento aunque especulativo, da pie a relacionar las OCPs con vientos de componente Norte-Sur, en la línea del argumento presentado en el epígrafe anterior.

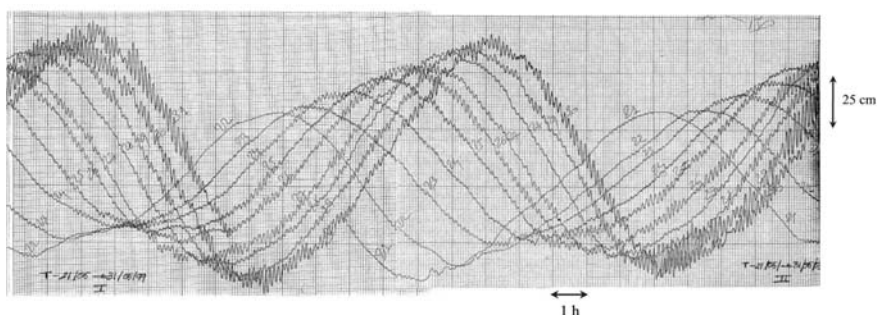


Figura 3-30: Mareograma de Tarifa desde el 21 al 31 de Mayo de 1999. Las oscilaciones se disparan los días 30 y 31 pero ya se observan, desde el 25.

Para contrastar esta posibilidad se amplió el conjunto de observaciones con datos de vientos proporcionados por el Climate Diagnostics Center (CDC) durante las épocas de OCPs digitalizadas (series de las Tablas 2.2 a 2.4). La comparación directa no permitía extraer conclusiones definitivas aunque, cualitativamente, sugiere que las OCPs tienden a aparecer cuando

1. se dan episodios de cambios de viento Levante a Poniente y viceversa.
2. hay oscilación del módulo de la velocidad del viento, con y sin variación en su dirección, particularmente cuando el viento disminuye notoriamente de intensidad (caída del viento).

Para investigar con más detalle estas posibilidades, se recurrió a las observaciones de viento de la REMPOR y RAP de Puertos del Estado que tienen mejor definición temporal y menor preprocesamiento que los datos del CDC. El periodo seleccionado para llevar a cabo el estudio causa-efecto viento-OCPs es el de los meses de Abril-Mayo-Junio de 1999 en las localidades de Algeciras y Tarifa. Concretamente, se ha seleccionado

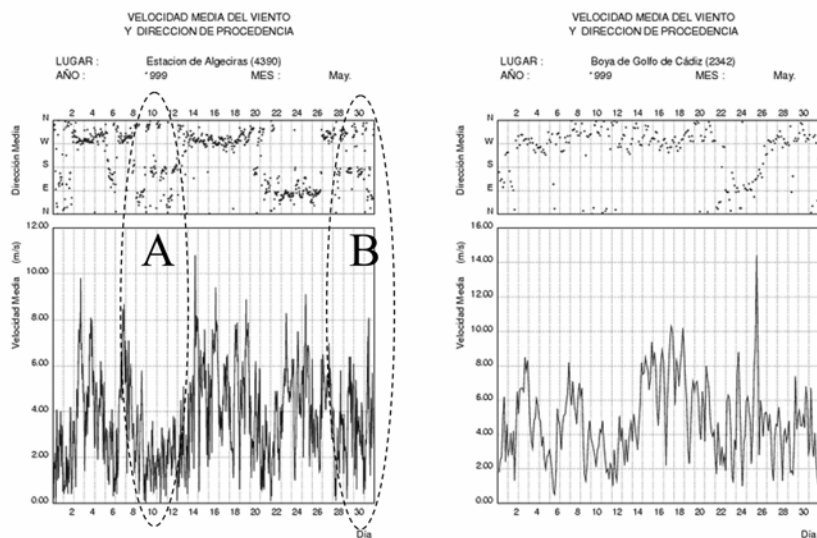


Figura 3-31: Vientos medidos por la Red de Meteorología Portuaria (REMPOR) de Puertos del Estado en Algeciras (panel izquierdo), dentro del Estrecho, y por la boya del Golfo de Cádiz de la Red de Aguas Profundas (RAP) del mismo Ente (panel derecho), fuera del mismo, durante Mayo de 1999. Hay dominancia de vientos con componente de Ponientes y un episodio claro e intenso de Levante entre el 22 y el 26 de Mayo. Se ha destacado dos episodios **A** y **B** en la gráfica de Algeciras en los que tras un viento de dirección bastante estable se pasa a otra situación de vientos variables en dirección N-S. Es interesante notar que esta variabilidad es sólo registrado en la estación de Algeciras (panel izquierdo), sugiriendo una naturaleza local del evento. Estos vientos locales de componente transversal al eje del Estrecho se corresponden con episodios de OCP, especialmente desarrollados el día 30 (ver texto y Figuras 3-30 y 3-33). (Fuente: www.puertos.es. Puertos del Estado).

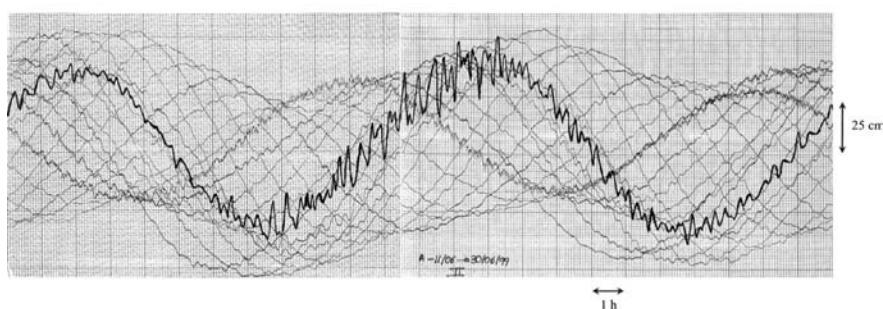


Figura 3-32: Mareograma de Algeciras entre el 11 y el 30 de Junio de 1999. La línea gruesa se corresponde con el día 28 de Junio, día en el que aparecen OCP de considerable amplitud.

el periodo 23/04/99 hasta 30/06/99 (tres mareogramas) en Algeciras y el 21/04/99 hasta 30/06/99 (siete mareogramas) en Tarifa. Existen abundantes episodios distribuidos en los dos meses (Figuras 3-32, 3-30 y 3-33). Dado que los datos resultan más legibles en Tarifa por tener menos días registrados en cada mareograma, se trabajará más ésta localidad.

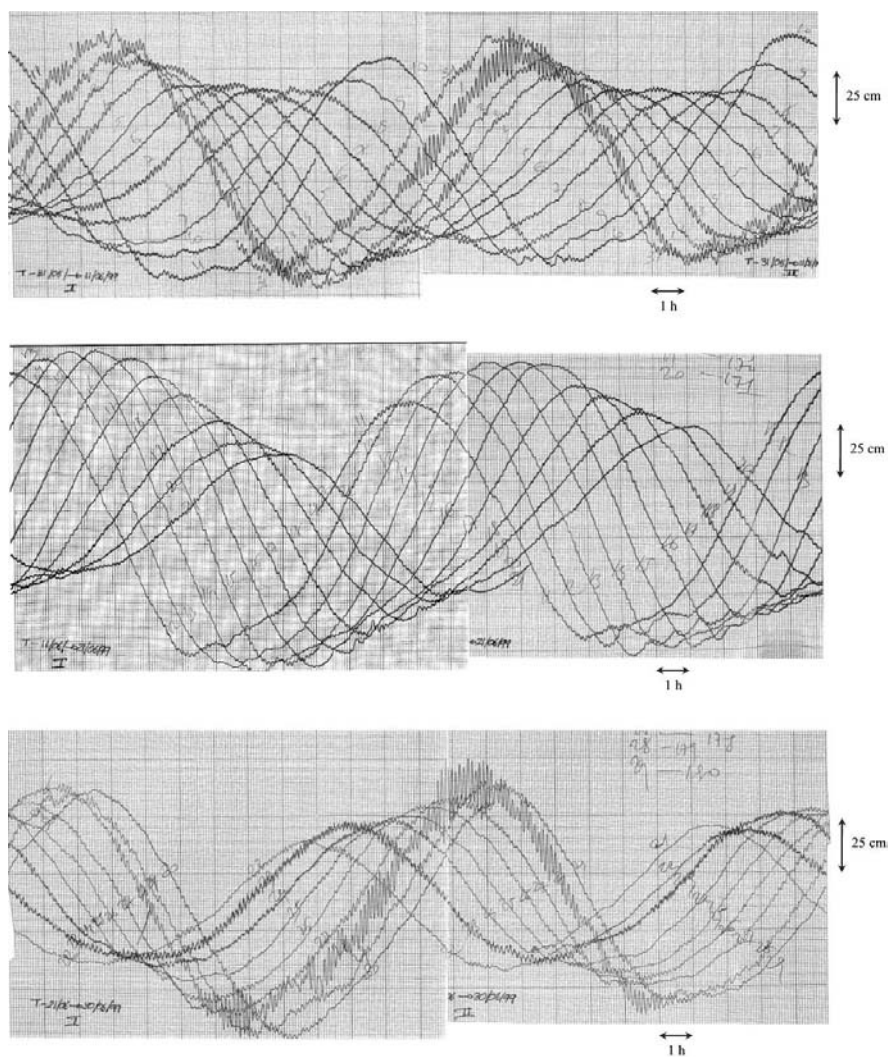


Figura 3-33: Mareogramas en Tarifa entre el 31 de Mayo y 11 de Junio (panel superior), el 11 y 21 de Junio (panel medio) y el 21 y 30 de Junio (panel inferior).

La Figura 3-31 muestra los vientos recogidos en Algeciras y la Boya de Cádiz (ver posición en Tabla 2.5). Los vientos locales (Algeciras) dan componentes Este y Oeste bien

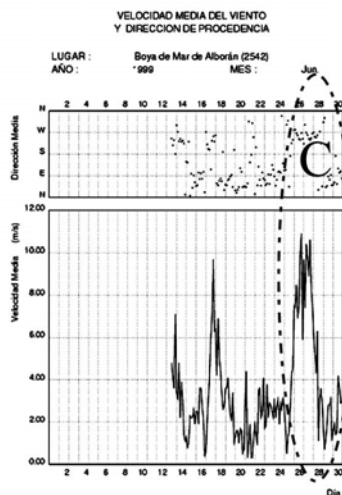


Figura 3-34: Viento en la estación de Alborán. Se toman como representativa de la situación a la entrada y salida del Estrecho. (Fuente: www.puertos.es. Puertos del Estado).

definidas excepto en los episodios etiquetados como **A** y **B** en la Figura de la izquierda. Durante esos períodos los vientos son variables básicamente en la dirección Norte-Sur y viceversa y cambiando de una a otra con bastante frecuencia.

El mareograma de Tarifa muestra excitación de OCPs durante el episodio **B** (Figura 3-30), particularmente hacia el final del mismo. También aparecen OCPs durante el episodio **A**, aunque de bastante menor amplitud (Figura no mostrada). Es de notar que el registro de vientos tomado fuera del Estrecho por la Boya de Cádiz no registra esos episodios de viento fluctuante N-S sino más bien vientos direccionales (aunque débiles) de Poniente. El forzamiento del viento en este caso (si es que es realmente esta la causa de aparición de OCPs esos días) es local.

Otro ejemplo ilustrativo se dió los últimos días de Junio de 1999. Las Figuras 3-32 y 3-33 muestran mareogramas de Algeciras y Tarifa respectivamente durante parte (Algeciras) o todo (Tarifa) el mes. El evento en cuestión es el que aparece remarcado en la Figura 3-32 y sin remarcar en el panel inferior de la 3-33. El día más afectado por OCP es el 28 de Junio y lo es en ambas localidades. Resulta más llamativo en Tarifa porque es prácticamente el único episodio destacable de OCPs durante el mes⁷. La Figura 3-34

⁷Existe otro episodio reflejado en el panel superior que ocurrió entre el 31 de Mayo y el 1 de Junio y

muestra cómo durante esas fechas hubo una disminución drástica de vientos de Poniente (evento **C** en la Figura) que pasó a ser flojo y variable. Es interesante notar que, al menos en este caso, ambas localidades parecen excitar OCPs bajo una misma causa común.

El problema claro a la hora de establecer relaciones causa-efecto entre agentes externos y OCPs que emana de la anterior discusión es que la frecuencia de muestreo de aquéllos es inferior a la de las OCPs por lo que es complicado establecer relaciones de modo irrefutable. Todo indica a que las variaciones bruscas de vientos locales y la subsiguiente aparición de vientos flojos de componente Norte-Sur favorecen la aparición de OCPs. Estas responderían más bien a un *transitorio* entre dos situaciones ‘estacionarias’, lo que, caso de ser este el único mecanismo, situaría estas OCPs como oscilaciones libres.

3.2.2. Oscilaciones forzadas

La teoría anterior de las OCP como respuesta libre a episodios de cambios bruscos en la dirección del viento justifica muy difícilmente la existencia de eventos intensos. Un viento soplando transversalmente a un canal de anchura B es capaz de producir un aumento del nivel en la costa hacia donde sopla dado por

$$\Delta\xi = \frac{\rho_a c_D W^2 B}{\rho g H} \quad (3.9)$$

donde c_D es un coeficiente de arrastre ($c_D \sim 1,5 \cdot 10^{-3}$), W es la intensidad del viento, ρ_a la densidad del aire y H una profundidad representativa del canal. Esta expresión se deduce fácilmente de igualar el gradiente de presión producido por el desnivel transversal a la tensión del viento sobre la superficie. Para dimensiones típicas del Estrecho, con $B \sim 20$ km, $H \sim 100$ m (espesor de la capa superior; el stress del viento afecta directamente a esta capa), tomando velocidades del viento de $W = 10 \text{ m s}^{-1}$ durante los episodios de OCPs intensas y con $\rho_a = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho = 1027 \text{ kg m}^{-3}$, se obtienen $\Delta\xi \sim 0,5$ cm, valor sensiblemente inferior a la amplitud de las oscilaciones observadas en la Figura 1-11.

Las oscilaciones deben responder a un mecanismo que aumente la amplitud y eso hace pensar en fenómenos de oscilaciones forzadas por fuerzas *periódicas* externas. Como es sabido, un forzamiento periódico o pseudoperiódico con periodos próximos a los propios de oscilación del sistema transfiere de forma eficiente energía a éste. Existen evidencias

que se correspondería con el evento de cambio de vientos B discutido en el ejemplo anterior.

que relacionan oscilaciones acusadas del nivel del mar de alta frecuencia con fluctuaciones de frecuencias similares en el campo de presiones atmosféricas (Ramis y Jansà, 1983; Monserrat et al., 1991, Rabinovich y Monserrat, 1998, Candela et al., 1999). Más información relacionada con estas perturbaciones atmosféricas de alta frecuencia puede consultarse en Gedzelman y Rilling (1978), Keliher (1975), Rees y Mobbs (1988), Samah (1990) y Uccellini y Koch (1987) entre otros.

Estas perturbaciones de presión pueden tener distintos orígenes (Wilson, 1972; Rabinovich, 1993):

1. fluctuaciones barométricas, ondas gravitatorias internas atmosféricas, ondas atmosféricas atrapadas.
2. frentes atmosféricos (especialmente frentes fríos), saltos de presión, líneas de chubasco, ráfagas de vientos
3. ciclones, tifones, huracanes y otras oscilaciones de presión atmosféricas.

En los epígrafes siguientes se revisarán dos de ellas por la importancia que puedan tener en la generación de ondas de presión en el Estrecho: paso del viento sobre las montañas (efecto topográfico) ó inestabilidad dinámica por la cizalla del viento (inhomogeneidades en el flujo)

Forzamiento topográfico

El primero de los mecanismos es la generación de ondas por un viento que sopla sobre una(s) colina(s) o montaña(s) (Gossard, 1975; Gill, 1982; Durran, 1986). Estas ondas son no lineales con longitud de decenas de kilómetros y muestran cierta persistencia a pesar de la presencia de la viscosidad. Son importantes en procesos de turbulencia o mezclas químicas en una variedad de situaciones físicas. Siguiendo el análisis de Gill (1982) en un sistema de referencia solidario a las parcelas de aire que viajan con velocidad constante U sobre una topografía sinusoidal, la topografía vendrá dado por

$$h = h_0 \sin(k(x + Ut)) \quad (3.10)$$

donde h_0 representa la altura de las montañas (la mitad de su altura, en términos estrictos) y $L = \frac{2\pi}{k}$ la distancia entre crestas o valles (longitud de onda topográfica). Una posibilidad importante, es que la estratificación permita generar ondas con frecuencia igual a la que un parcela de aire encuentra las crestas, esto es, con una frecuencia

$$\frac{-Uk}{2\pi} \quad (3.11)$$

lo que conduce a una amplificación resonante de las ondas de presión. La componente vertical de la velocidad en la superficie es la que experimentan las partículas que siguen las ondulaciones del contorno (la superficie) en tanto que su movimiento horizontal es el prescrito por el flujo lejos de las ondulaciones del terreno. Para una atmósfera incompresible y continuamente estratificada (frecuencia Brunt-Väisälä N constante), la perturbación de presión a nivel de superficie viene dada

$$p'(z=0) = iU^2 \rho_0 h_0 \sqrt{k^2 - \left(\frac{N}{U}\right)^2} \exp i(kx - \omega t) \quad (3.12)$$

Para $U = 20 \text{ m s}^{-1}$, $\rho_0 = 1,2 - 1,3 \text{ kg m}^{-3}$, $h_0 = 750 \text{ m}$ y $L = 7,5 - 50 \text{ km}$, se obtienen amplitudes de la perturbación de presión de $1,7 - 2,4 \text{ mbar}$.

La realización de este tipo de ondas depende de la estratificación de la atmósfera. Las Figuras 3-35 y 3-36 presentan dos simulaciones con las mismas condiciones del flujo pero diferentes condiciones de estratificación según un modelo debido a Hart (1995). La Figura 3-35 ilustra una situación en la que la energía generada al sobrepasar el obstáculo es irradiada hacia la atmósfera superior, en tanto que la Figura 3-36 muestra otra posibilidad en la que la energía queda atrapada en la capa inferior y genera perturbaciones de presión en ella (ver pie de Figura).

Otros trabajos relacionados con estas ondas topográficas pueden consultarse en Belcher y Hunt (1998) o en Chan (en prensa). En el contexto de resonancias topográficas de estas ondas, ver Akylas (1984) o Grimshaw y Smith (1986).

Forzamiento por inhomogeneidades del flujo

El segundo mecanismo propuesto se describe experimentalmente en los trabajos de Monserrat (Monserrat y Ramis, 1991; Monserrat y Thorpe, 1992; Monserrat et al., 1991),

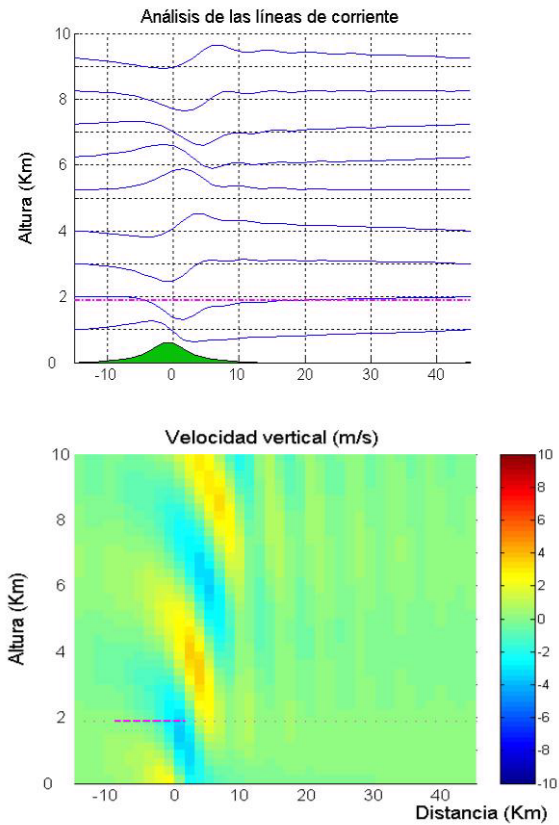


Figura 3-35: Modelo bicapa para vientos soplando sobre una montaña. El modelo es una atmósfera bicapa con propiedades termodinámicas constantes en cada capa pero diferente entre ellas. En el caso de este ejemplo, la velocidad del viento se fijó en 20 m s^{-1} , la altura de la montaña en 750 m y la interfaz de separación entre ambas capas a 2000 m. En este ejemplo, los valores de estratificación son tales que la perturbación generada en la superficie atraviesan la interfaz y la energía es irradiada hacia la atmósfera superior. Se trata de un problema básicamente de refracción a través de la interfaz.

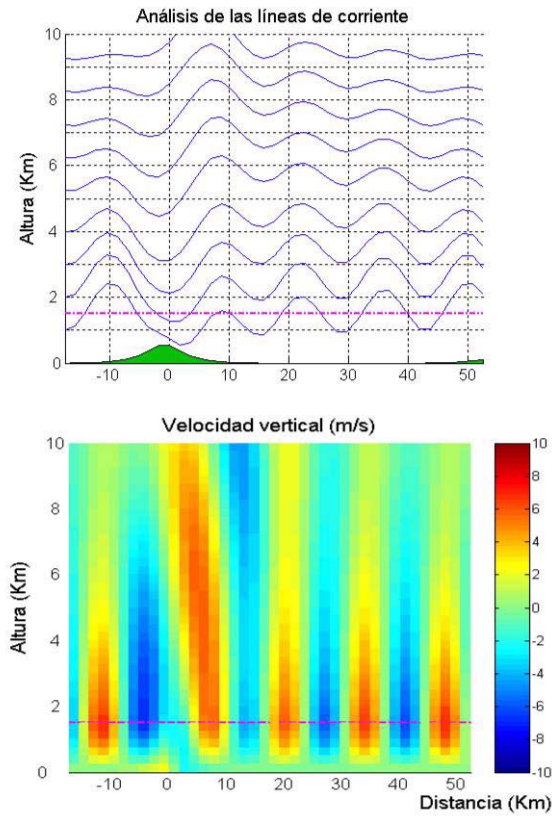


Figura 3-36: Misma simulación que en el ejemplo de la figura 3-35 pero con una estratificación diferente. Se mantienen los mismos valores de la velocidad del viento, altura del obstáculo y ubicación de la interfaz. En este caso, la estratificación es tal que existe una importante reflexión de la energía en la interfaz, generando oscilaciones acusadas de presión en la capa inferior. Este tipo de perturbación es una fuerza externa periódica adecuada para la generación de OCPs.

con aplicación a episodios de oscilación del mar violentos ('Rissaga') observados en Ciutadella (Menorca). En la rissaga, el puerto de Ciutadella se comporta como un oscilador armónico forzado externamente por oscilaciones de nivel del mar creadas en canal de Menorca por perturbaciones atmosféricas de presión.

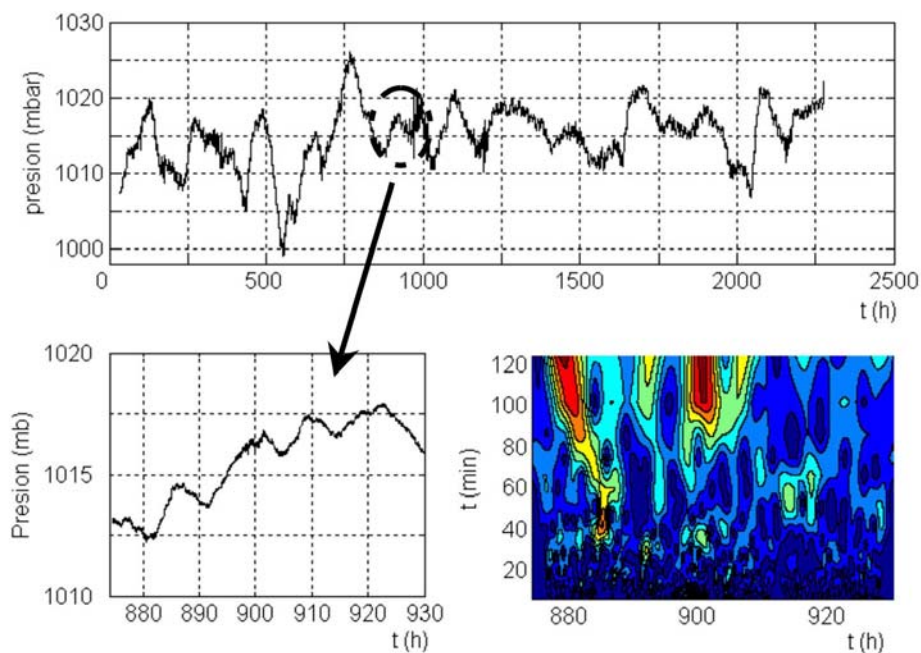


Figura 3-37: Datos de presión tomados en Ciutadella (Menorca) por el Grupo de Oceanografía Física de la Universidad de las Islas Baleares (*IMEDEA*). El origen de tiempo es 0:00 horas del 4 de Junio de 1997. Esta serie tiene una frecuencia de dos datos por minuto, que permite una buena resolución espectral en la región espectral de las OCP. En la parte inferior se ha seleccionado un evento de dos días de duración y se ha descompuesto espectralmente (S-espectro, ver apéndices 8,1,4). Se observa como se excitan perturbaciones de presión afectando a un rango amplio de frecuencias (periodos por encima de la hora). El color rojo (azul) se corresponde con las mayores (menores) amplitudes.

La física de este forzamiento es más complicada que las ondas de montaña. Como mecanismo de generación, los trabajos citados apuntan a inestabilidades de tipo dinámico. La buena correlación encontrada en ocasiones entre perturbaciones de presión similares separadas una distancia relativamente grande (observaciones en Palma de Mallorca y Ciutadella), sugiere que algún mecanismo permite atrapar la energía de las ondas cerca de la superficie.

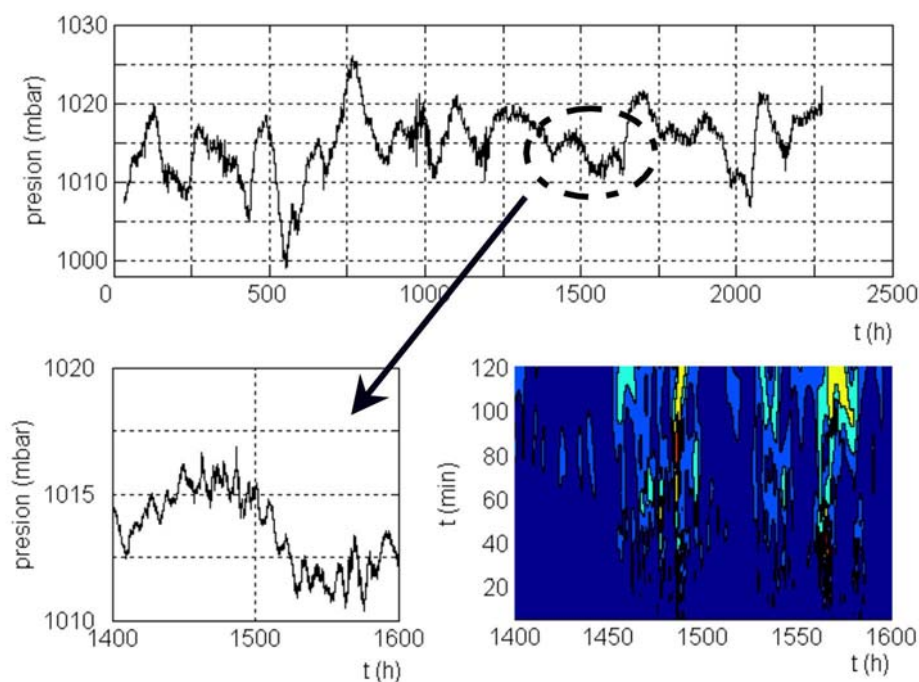


Figura 3-38: Datos de presión tomados en Ciutadella (Menorca), con origen de tiempos en las 0:00 horas del 4 de Junio del año 1997. La duración de este evento y el resaltado en 3-37 pueden forzar una respuesta en la superficie libre con frecuencias similares.

Las Figuras 3-37 y 3-38 recogen dos episodios diferentes de estas ondas gravitatorias descritas anteriormente, registradas por un microbarógrafo en Ciutadella. Las perturbaciones de presión, lejos de ser monocromáticas, contienen energía en toda una gama de periodos como puede verse en los paneles inferiores derechos de las Figuras 3-37 y 3-38. Las mayores amplitudes se corresponden con periodos más altos. Las oscilaciones de presión atmosférica de más alta frecuencia puede ser realmente importantes porque pueden estar en el rango de los modos propios de oscilación de regiones de extensión limitada, posibilitando amplificación resonante, como es el caso en las *rissagas* en Menorca (Monserrat et al., 1992). En el capítulo 4 de esta memoria, se muestra que esa banda espectral de minutos a pocas decenas de minutos de periodo contiene un gran número de modos propios de oscilación de la región del Estrecho de Gibraltar.

Desgraciadamente estas hipótesis sobre oscilaciones forzadas por ondas de presión atmosférica no pueden ser constatadas a partir de las observaciones por carecerse de éstas.

La aproximación al problema de generación y evolución de las OCP se realizará mediante modelado numérico tomando como punto de partida las distintas hipótesis esbozadas tanto para oscilaciones libre como forzadas.

3.3. Resumen y conclusiones

Las OCPs analizadas en este capítulo, está en una región del espectro lejos de las frecuencias de los fenómenos relevantes en la dinámica del Estrecho, muy por encima de las frecuencias de mareas. Resulta complicado imaginar algún mecanismo que permita intercambiar energías entre procesos de frecuencias tan dispares. Descartadas resonancias internas de puertos y constatada una no excesiva aunque tampoco ignorable coherencia espacial y de duración de las oscilaciones, este fenómeno se plantea como algo novedoso que ocurre en una banda de frecuencias altas y desvinculada de la dinámica propia del intercambio a través del Estrecho.

Mediante técnicas de análisis espectral y, en menor medida, con transformada *S*, se ha probado que estas oscilaciones presentan frecuencias características parecidas en Algeciras y Ceuta (Banda **B** en Figuras 3-2 y sucesivas) y distintas entre estas dos localidades y Tarifa, que concentra la energía en la banda de más alta frecuencia (**A** en las Figuras 3-2 y sucesivas). Adicionalmente, Algeciras presenta oscilaciones en una banda de frecuencias (la **D** en las Figuras 3-2 y sucesivas) que no tienen correspondencia en ninguna de las otras dos localidades. La cuarta banda etiquetada en esas Figuras (banda **C**) tiene un comportamiento más irregular en conjunto. Estas oscilaciones de alta frecuencia muestran, por tanto, una dependencia entre la localización geográfica y las frecuencias características excitadas.

La Tabla 3.5 reúne el análisis de caracterización de las frecuencias de las OCPs en las tres localidades. En ella recogen las frecuencias características de oscilación en todas las localidades, deducidas en la sección 3.1. A cada frecuencia y en cada localidad se le ha asignado una valoración de 0 (no existe en esa localidad tal OCP para esa frecuencia) a 2 (OCP intensa en esa localidad para esa frecuencia). Como información adicional se ha incluido en la primera columna las bandas de las frecuencias discutidas en 4.1.

La aplicación de la transformada *S* a series que se extienden sobre el mismo lapso de tiempo pero en distintas localidades tiende a demostrar que los trenes de OCPs

ocurren simultáneamente y con una cierta coherencia espacial (ver Tabla 3.4), lo que permite especular sobre un forzamiento común con una escala espacial, a falta de datos más finos, uniforme en el Estrecho. Tal forzamiento puede ser el campo de vientos y, bajo esta hipótesis, se han hecho ciertos análisis especulativos relacionando propiedades de éste con OCPs, cuyas conclusiones son sólo medianamente satisfactorias para las hipótesis de partida. Resulta digno de mención el hecho de que se dé más coherencia espacial entre Tarifa y Ceuta que entre Algeciras y Ceuta. Este hecho sugiere que las dos primeras localidades son sensibles a una misma dinámica, es decir, responden bien al mismo agente externo. Ello sería compatible con oscilaciones de modos normales del propio Estrecho. La peor correlación entre Algeciras y Ceuta sugiere que la primera localidad respondería a modos normales específicos de la bahía y que pudieran ser poco sensibles a las oscilaciones exteriores del Estrecho. No obstante, la correlación entre ambas localidades puede ser significativa bajo ciertas circunstancias, como indicaría la correlación no ignorable entre ellas durante el evento 1 (ver Tabla 3.4).

Se ha comprobado en algunos eventos de OCPs que vientos variables de componente Norte-Sur (transversales) son simultáneos con la aparición de OCPs, lo que en principio no estaría en desacuerdo con el modelo conceptual explicado en la Figura 3-28. Eventualmente, la súbita desaparición de un viento intenso de Poniente o Levante, tendería a acrecentar este efecto.

Un análisis de la distribución de OCPs a lo largo del año, indica que los meses entre primavera y otoño (Abril a Octubre) son los más propensos para que aparezcan estas oscilaciones. Por ello, habría que buscar un forzamiento que se relacionara con condiciones estivales. Este nuevo dato apoya la hipótesis de los vientos N-S variables como posible causa (en verano es más normal el régimen de brisas, en el cual pueden encajar esos vientos por lo demás atípicos en el Estrecho). Pero abre nuevas posibilidades al ser también la época estival la de mayor estratificación en la atmósfera. Esta estratificación, unida a la topografía montañosa de las costas en las inmediaciones del Estrecho y al régimen de brisas (vientos Norte-sur) propician condiciones buenas para que se generen ondas de presión atmosféricas como las discutidas en la sección 3.2.2. Bajo esta nueva óptica, las OCPs podrían ser respuesta al forzamiento cuasi-periódico de ondas de presión, es decir, oscilaciones forzadas. A falta de datos con los que contrastar estas hipótesis (no se disponen de registros microbarográficos en la zona del Estrecho), se pospone hasta el capítulo 5 la investigación de las mismas, mediante la aplicación del modelo numérico de oscilaciones normales desarrollado en el próximo capítulo.

Banda	Periodo	Algeciras	Ceuta	Tarifa
D	26,3	2	0	0
	23,9	2	0	0
C	17,85	1	1	0
B	13,6	2	1	1
	13,2	0	1	0
	12,9	2	2	0
	12,4	0	2	1
	12,1	2	2	0
	11,4	1	1	1
	10,6	0	2	0
A	9,1	1	0	1
	8,95	1	1	1
	8,35	1	0	2
	7,9	1	1	2
	7,63	1	1	2
	7,5	1	1	2
	7,35	1	0	2
	7,1	1	1	1
	7,0	1	1	1

Tabla 3.5: Resumen de la caracterización en frecuencias de las OCPs deducida de los eventos analizados en la sección 4-2. En la primera columna figura la banda de frecuencia a la cual pertenecen los periodos que se dan en la segunda columna. Las sucesivas columnas recogen, cualitativamente, la relevancia de estas oscilaciones por localidades: 2 indica OCP importantes, 1 que existen, pero con importancia secundaria; 0, que no existen.

Para concluir, mencionar también que la dificultad que conlleva este análisis deriva en buena medida de la deficiente calidad de los datos de partida y de la insuficiente cobertura espacial. Lamentablemente, no existen datos de mejor calidad. Además, uno de los retos de este trabajo era el explotar al máximo esta (deficiente) información histórica al objeto de ilustrar los mecanismos de generación de OCPs en el Estrecho. En los próximos capítulos se *abandonan* los datos y se trabaja con modelos numéricos que arrojan nueva luz sobre el problema.

Capítulo 4

Aproximación numérica a los modos normales gravitacionales en el Estrecho de Gibraltar

En este capítulo y en el siguiente se desarrolla un modelo numérico que permita investigar las OCPs observadas, sus posibles forzamientos y posterior decaimiento. El objetivo del presente capítulo es construir un modelo que analice la estructura espacial y las frecuencias de las oscilaciones libres en el Estrecho de Gibraltar y comparar los resultados con las características de las OCPs descritas en el capítulo anterior. Para este propósito resulta útil desacoplar las soluciones espaciales, estacionarias, de las soluciones dependientes del tiempo. Abordar el modelado en estos términos tiene ventajas, dado que una vez se tenga resuelta la parte espacial, la exploración del problema forzado dependiente del tiempo no supone un coste computacional tan elevado como el planteado por un modelo explícitamente dependiente del tiempo, donde no se realiza separación entre variables temporales y espaciales.

El capítulo comienza describiendo la física del modelo a utilizar. Posteriormente, se describen los métodos para la resolución del problema espacial y se evalúa el modelo con distintos test que permitan calibrar la estabilidad de dichas estructuras espaciales. Una vez superado el test, se computan los modos propios de oscilación y se comparan los resultados numéricos del modelo con las observaciones experimentales.

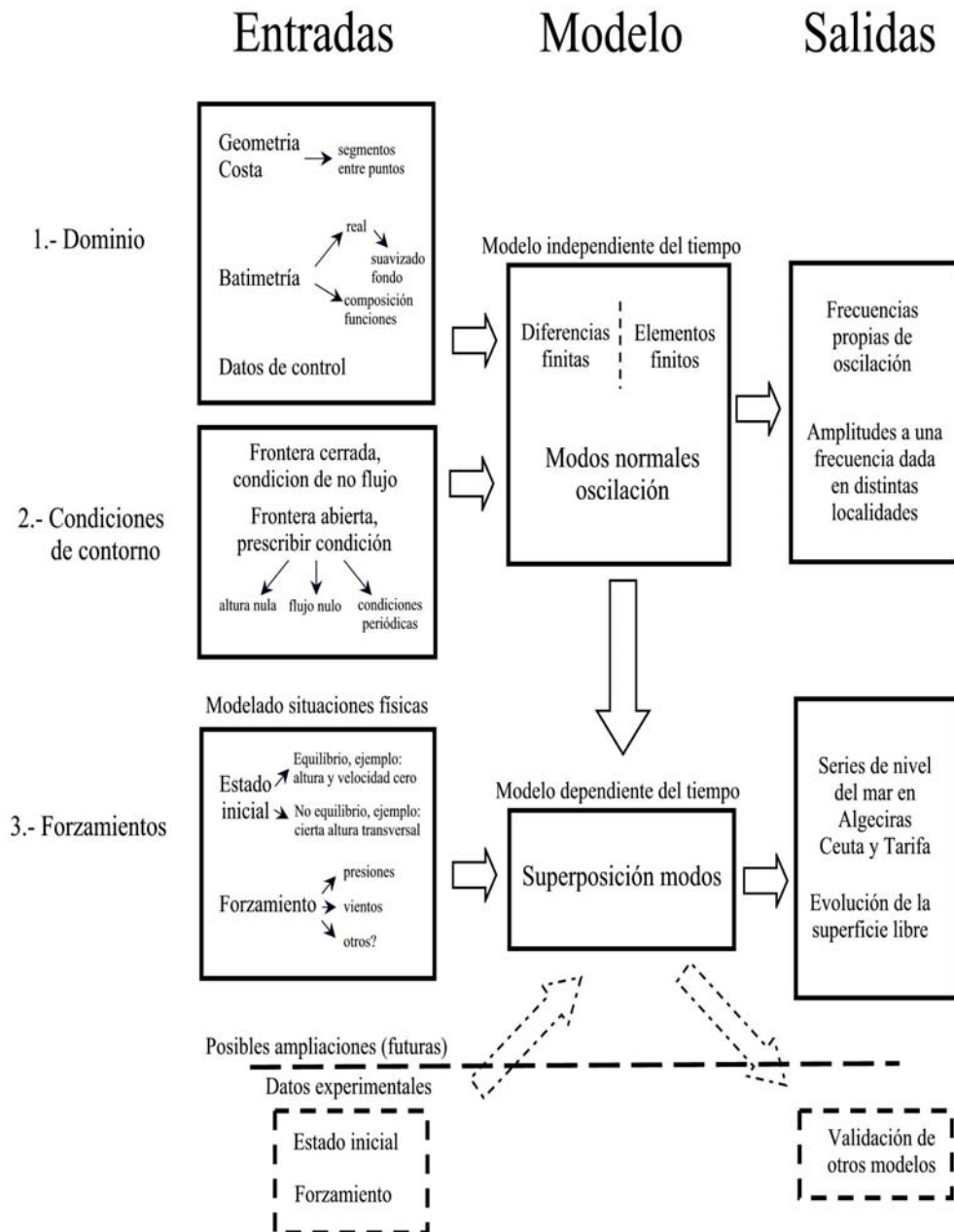


Figura 4-1: Esquema conceptual del modelo numérico propuesto en modos gravitatorios normales de oscilación del nivel del mar. En este capítulo se obtiene una base de modos propios del Estrecho (independiente del tiempo); en el próximo capítulo se completa la dependencia temporal y se aborda la dinámica de OCPs.

En el Capítulo 5 se investiga la respuesta dependiente del tiempo en el modelo, tanto para oscilaciones libres como forzadas. El diagrama de flujo mostrado en la Figura 4-1 esquematiza el proceso global seguido en el procedimiento de modelado.

4.1. Descripción del modelo independiente del tiempo

4.1.1. Ecuaciones del modelo barotrópico 2D

Las ecuaciones del movimiento incorporan las aproximaciones usuales que resumiremos en las siguientes líneas. Supondremos un fluido incompresible, no viscoso e irrotacional. Coherentemente con la idea de ondas largas, se utilizará la aproximación hidrostática. Se consideran los gradientes de presión independientes de la profundidad, con lo cual se emplea un modelo integrado verticalmente (barotrópico), justificado por los argumentos dados en la sección 2.3. Detalles sobre este tipo de modelos pueden verse en Gill (1982), Pedlosky (1986) ó Pickard (1995). Se utilizará el mismo sistema de coordenadas cartesiano introducido en la sección 2.1.5 para describir la topografía.

Para este modelo barotrópico, las ecuaciones de momento y continuidad son:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv \right) = -\frac{\partial p_a}{\partial x} - g \rho_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_x^s}{D} - \frac{\tau_x^b}{D} + \rho_0 N_h \Delta u \quad (4.1)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu \right) = -\frac{\partial p_a}{\partial y} - g \rho_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_y^s}{D} - \frac{\tau_y^b}{D} + \rho_0 N_h \Delta v \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (uD) + \frac{\partial}{\partial y} (vD) + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

donde η representa la perturbación de la superficie del mar (se toma $z = 0$ en la posición de la superficie sin perturbar), N_h es el coeficiente de viscosidad turbulenta horizontal, p_a es la presión atmosférica, u y v son las componentes horizontales barotrópicas de la velocidad, f es el parámetro de Coriolis ($f = 2\Omega \sin \phi$, $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ velocidad angular de rotación de la Tierra, ϕ la latitud; para $\phi = 36^\circ N$ -Estrecho de Gibraltar- $f = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) que consideramos constante, ρ_0 es la densidad del fluido, constante e igual a 1027 Kg/m^3 , τ_x^s y τ_x^b son la componente x de la cizalla del viento en superficie y fricción en el fondo respectivamente (idem para la componente y), Δ el operador

Laplaciano y D es el espesor instantáneo de la columna de agua

$$D = \eta + h \quad (4.4)$$

siendo $h(x, y)$ la profundidad en ausencia de perturbación.

Tanto las variables η , u y v como sus derivadas espaciales son pequeñas de modo que sus productos pueden despreciarse frente a los términos lineales. Prescindiendo también de los términos de fricción en este modelo inicial no viscoso¹ y del forzamiento atmosférico ya que se buscan modos de oscilación libres², el sistema se reduce a las ecuaciones usuales de la teoría lineal de aguas poco profundas (Pedlosky, 1986)

$$\frac{\vec{\partial} u}{\partial t} + f \vec{k} \times \vec{u} + g \vec{\nabla} \eta = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (h \vec{u}) = 0 \quad (4.6)$$

donde \vec{k} representa un vector unitario en la dirección perpendicular al plano donde tiene lugar el movimiento. La condición paramétrica que justifica la aproximación de aguas poco profundas es

$$\delta \equiv \frac{H}{L} \ll 1 \quad (4.7)$$

donde H y L son una profundidad y una escala horizontal característica. Tomando como L la anchura del Estrecho ($L \sim 20$ km) y $H \sim 700$ m, $\delta = 0,035$ muy inferior a la unidad, con lo que está justificada la aproximación anterior.

4.1.2. Condiciones de contorno

La resolución de las ecuaciones hiperbólicas lineales de aguas poco profundas necesita condiciones iniciales en todos los puntos del dominio y condiciones de contorno en los puntos frontera. En Lapidus (1982) o Cooper (1998) pueden verse más detalles sobre las condiciones necesarias en la resolución de estos problemas. Un variado repertorio de condiciones de contorno para un dominio similar al que se necesita en el Estrecho, puede ser consultado el trabajo de Fandry (1981).

¹El hecho de que las OCP observadas (capítulo 4) perduren durante bastantes ciclos es indicativo de que la fricción no domina.

²El forzamiento se incluye en el Capítulo 5.

La condición de contorno en la frontera de tierra es que no exista flujo a través de la costa

$$h \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (4.8)$$

donde \vec{n} es el vector unitario perpendicular a costa.

La prescripción de condiciones de contorno en la frontera abierta es más complicada. En Olinger (1978), se analiza la aplicabilidad de distintas condiciones de contorno. Otras discusiones similares pueden consultarse en Androsov (1995), Jensen (1998), Candela (1999) o Nycander y Döös (2003) entre otros. La condición más sencilla, computacionalmente hablando, es la de $\eta = 0$ en la frontera abierta, que físicamente equivale a una reflexión. Este tipo de condición es empleada por Schiwing (1992), para el estudio de la respuesta de la plataforma escocesa a forzamientos por vientos locales y remotos.

Un tipo muy usado de condición de contorno en fronteras abiertas es la de radiación. Se asume que los procesos que ocurren en el interior del dominio no se ven influenciados por procesos fuera del dominio, o de otra manera, se busca que las ondas generadas se propaguen hacia el exterior sin reflexión alguna.

En el trabajo de Reid (1968), por ejemplo, se impone esta condición para ondas largas mediante la expresión

$$\eta = \pm u \left(\frac{H}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

donde se tiene en cuenta la aproximación de la velocidad para ondas largas $c = \sqrt{gH}$ (velocidad de fase del modo gravitacional externo).

Las condiciones generales de radiación, formuladas por Orlandi (1976) en el caso de advección o cuando el movimiento ondulatorio domina la dinámica, se expresan como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (4.10)$$

con Φ cualquier variable definida en la frontera.

El trabajo de Rajkovic y Mellor (1998), propone condiciones de radiación para la oscilación del nivel del mar del tipo:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial n} = \frac{\eta}{\tau} \quad (4.11)$$

donde τ una constante de tiempo tal que asegura, a escalas de tiempo grandes,

$$\tau \gg \frac{L}{\sqrt{gh}} \quad (4.12)$$

un valor de la elevación en el contorno cercano a cero.

Tinti (1996) toma la igualdad

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \left(\sqrt{g(h + \eta)} - \sqrt{gh} \right) \quad (4.13)$$

como condición de radiación en su modelo, $\sqrt{g(h + \eta)}$ representa la velocidad de fase local y \sqrt{gh} es la velocidad de fase de ondas lineales en la aproximación para ondas con longitud de onda larga. Más adelante se volverá sobre esta ecuación.

Otro tipo de condiciones que suelen usarse cuando se tienen dos fronteras abiertas son las denominadas condiciones de contorno periódicas. Se trata de imponer la misma condición en una y otra frontera (en nuestra caso, la frontera Este y la Oeste) cerrando así el dominio, y son adecuadas para estudios de flujos en canales.

A falta de datos experimentales o argumentos sólidos que permitan cerrar el dominio en la región abierta, se han probado distintas condiciones, buscando resolver el problema razonablemente. Interesa describir ondas estacionarias que, previsiblemente, ocurren entre la costas Norte y Sur del Estrecho. Las condiciones en estos contornos sólidos están bien definidas (ecuación (4.8)) de manera que se buscarán unas condiciones en el contorno abierto Este-Oeste que no modifiquen sustancialmente las oscilaciones estacionarias en la dirección Norte-Sur. El epígrafe 4.4 aborda en detalle este problema de condiciones de frontera en los contornos abiertos de nuestro dominio y la solución que se ha adoptado.

4.2. Resolución numérica de modos normales gravitacionales

Las OCP son un fenómeno de $O(10^{-3}) \text{ s}^{-1}$ (periodos de unos 10 min), mientras que el parámetro f de Coriolis es $O(10^{-4}) \text{ s}^{-1}$. Por tanto los efectos de la rotación en la dinámica de las OCPs deben ser pequeños y, en primera aproximación, pueden ignorarse.

Los efectos de la rotación sobre modos naturales en modelos simples no es complicado de hacer (puede consultarse entre otros en Lozano y Candela (1995) o Godin (2002)). El resultado es la aparición de nuevos modos normales denominados modos rotacionales, cuyos periodos son del orden de f^{-1} , es decir, de horas muy lejos de los periodos de las OCP. Por ello se ha optado por no incluir la rotación (ver también 7.1). Se busca, por tanto, una respuesta independiente del tiempo sin fricción³ ni rotación⁴, y en la aproximación lineal (ondas de muy pequeña amplitud).

Ignorar la rotación significa prescindir del segundo término segundo en (4.5), con lo que las ecuaciones (4.5) y (4.6) quedan:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + g \vec{\nabla} \eta = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (h \vec{u}) = 0 \quad (4.15)$$

Admitamos que la solución general del problema permite una separación en las variables espaciales y temporales

$$\eta(x, y, t) = \sum_j e^{i\omega_j t} \eta_j(x, y) \quad (4.16)$$

$$\vec{u}(x, y, t) = \sum_j e^{i\omega_j t} \vec{u}_j(x, y) \quad (4.17)$$

Introduciendo (4.16) y (4.17) en las ecuaciones (4.14) y (4.15) se obtiene:

$$i\omega_j \vec{u}_j = -g \vec{\nabla} \eta_j \quad (4.18)$$

$$i\omega_j \eta_j + \vec{\nabla} \cdot (h \vec{u}_j) = 0 \quad (4.19)$$

Eliminando \vec{u}_j de las ecuaciones anteriores se llega a la siguiente ecuación para η (Kowalik

³La fricción resulta imprescindible para limitar la respuesta del sistema en el tiempo. Se incluye en el capítulo siguiente.

⁴La posibilidad de incorporar este término se comenta en el apéndice 7.1.

y Murty, 1993; Candela 1999):

$$\vec{\nabla} \cdot (h \vec{\nabla} \eta_j) = -\lambda_j \eta_j \quad (4.20)$$

donde se define el parámetro λ_j (m^{-1}) como

$$\lambda_j \equiv \frac{\omega_j^2}{g} \quad (4.21)$$

La ecuación (4.8), condición de contorno en la frontera que limita con tierra queda entonces como:

$$h \vec{\nabla} \eta \cdot \vec{n} = 0 \quad (4.22)$$

Esta condición de contorno se cumple si $h = 0$ (Kowalik y Murty, 1993) o si $\vec{\nabla} \eta \perp \vec{n}$. Si se asume que $h > 0$ en todo el dominio, incluida la frontera con tierra, la segunda opción es más razonable y es la que se adoptará para nuestro problema.

Quedan aún por prescribir las condiciones de contorno en las fronteras abiertas. De acuerdo con la discusión del epígrafe 4.1.2, no se va a elegir a priori un tipo dado de condición de contorno. Se quiere cerrar el problema con la condición más adecuada para abordar el modelado de las OCP (ver epígrafe 4.4 más adelante).

El problema de autovalores (4.20) y (4.22) planteado proporciona un conjunto completo de funciones bases en los que representar los movimientos irrotacionales en el área de estudio. En este capítulo se pretende obtener las frecuencias y la estructura de los modos propios del problema de autovalores. Las funciones de la base se normalizan según:

$$\int_{\Omega} \eta_j \eta_i d\Omega = \delta_{ij} \quad (4.23)$$

La resolución numérica de la ecuación de autovalores se puede llevar a cabo aplicando la discretización mediante dos técnicas: diferencias finitas y elementos finitos.

4.2.1. Discretización por diferencias finitas

Para usar diferencias finitas se parte de un mallado rectangular bidimensional. Se simplifica el problema si se toma el mismo paso entre puntos de la malla en ambas direcciones (Figura 4-2). En este caso, $\delta \equiv \Delta x = \Delta y$, dejándose como grado de libertad este parámetro en la discretización. Por claridad se omitirá el subíndice de los modos ($\eta \equiv \eta_j$), dejando esta notación para referenciar la coordenada espacial de la variable.

La representación discreta del operador del lado izquierdo en (4.20) mediante diferencias finitas adelantadas (para derivadas respecto a y , por ejemplo) se expresa como:

$$h(j\Delta x, k\Delta y) \frac{\partial \eta(j\Delta x, k\Delta y)}{\partial y} = \left(\frac{h_{j+1,k} + h_{j,k}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{j+1,k} - \eta_{j,k}}{\Delta y} \right) \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(h(j\Delta x, k\Delta y) \frac{\partial \eta(j\Delta x, k\Delta y)}{\partial y} \right) &= \left[\frac{h_{j+1,k} + h_{j,k}}{2} \cdot \frac{\eta_{j+1,k} - \eta_{j,k}}{(\Delta y)^2} \right] + \\ &+ \left[\frac{h_{j-1,k} + h_{j,k}}{2} \cdot \frac{\eta_{j-1,k} - \eta_{j,k}}{(\Delta y)^2} \right] \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde j recorre el dominio en la dirección del eje x y k en la del y . Se obtienen ecuaciones análogas para la derivada en la dirección x . La ecuación de autovalores (4.20) discretizada para una malla rectangular de paso δ en ambas direcciones queda como:

$$a_{j+1,k} \eta_{j+1,k} + a_{j-1,k} \eta_{j-1,k} + a_{j,k+1} \eta_{j,k+1} + a_{j,k-1} \eta_{j,k-1} + a_{j,k} \eta_{j,k} = -2\lambda\delta^2 \eta_{j,k} \quad (4.26)$$

donde los coeficientes $a_{j,k}$ están definidos:

$$a_{j,k} \equiv - (4h_{j,k} + h_{j+1,k} + h_{j-1,k} + h_{j,k+1} + h_{j,k-1}) \quad (4.27)$$

$$a_{j+1,k} \equiv (h_{j+1,k} + h_{j,k}) \quad (4.28)$$

y definiciones similares a esta última para los otros tres puntos de malla que rodean al punto (j, k) .

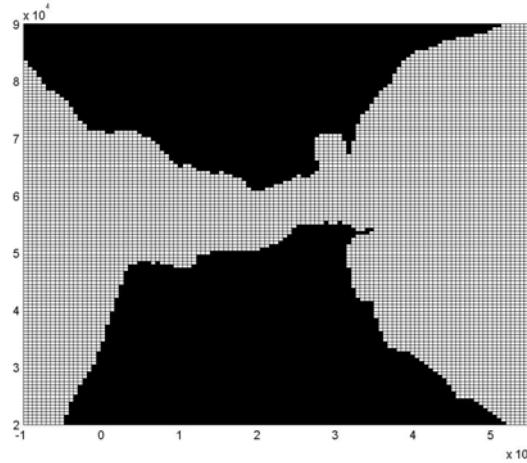


Figura 4-2: Mallado rectangular del Estrecho utilizado para discretizar el dominio con diferencias finitas. Las distancias se miden en metros. El número de nodos en todo el dominio es $N = 14500$. La zona de máximo estrechamiento tiene una anchura menor a 20 nodos.

El sistema de ecuaciones (4.26) planteado para cada punto de la malla puede ser escrito de manera más compacta en forma matricial. Se define un nuevo índice $j + (k - 1) \cdot m$ que sustituye a los dos anteriores y que recorre la malla barriendo primero por filas y después por columnas. La resolución de (4.26) resulta equivalente a

$$A \cdot \eta = -2\lambda\delta^2\eta \quad (4.29)$$

siendo A una matriz formada con los coeficientes dados en (4.27) y (4.28). La matriz A es tridiagonal y tiene además otras dos bandas diagonales desplazadas de la diagonal principal m posiciones superior e inferiormente. Estas bandas son consecuencia de la vinculación que introduce la derivada espacial entre puntos adyacentes. La matriz A es simétrica, y por tanto, sus autovalores son reales. A partir de estos autovalores λ_i las frecuencias propias se obtienen como

$$\omega_i = \sqrt{g\lambda_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.30)$$

y los periodos como

$$T_i = \frac{2\pi}{(g\lambda_i)^{\frac{1}{2}}} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.31)$$

con n número de nodos en la malla base. Matemáticamente se obtienen tantos modos y

frecuencias como nodos haya en la malla; físicamente tendrán sentido bastantes menos.

4.2.2. Discretización con elementos finitos

Otra posibilidad de resolver la ecuación (4.20) es aplicando el método de elementos finitos. En esta sección se comentan algunos aspectos del método sin pretender hacer una descripción exhaustiva. Más detalles pueden verse en Calzada et al. (1989).

Son diversas las posibilidades de discretización del espacio físico con elementos finitos. Aquí se utilizan los clásicos triángulos de tamaño variable que permiten adaptarse con facilidad a los bordes. El algoritmo de triangulación usado es el de Delaunay: partiendo de los segmentos que definen el dominio Ω , se construye una triangulación inicial con los nodos adyacentes. Posteriormente se insertan nodos hasta que el tamaño de cada elemento se reduce por debajo de un valor dado. La ubicación de estos nuevos nodos se toma buscando el centro de las circunferencias que circunscriben los vértices (nodos existentes) de aquellos triángulos demasiado grandes. En un paso posterior se modifica la ubicación concreta de cada nodo para aumentar el factor de calidad Q , definida como

$$Q = \frac{4 a 3^{\frac{1}{2}}}{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2} \quad (4.32)$$

donde a es el área y h_1 , h_2 y h_3 los lados del triángulo. Este factor de calidad mide el parecido de los triángulos a uno equilátero: $Q = 1$ se corresponde con este triángulo, que es el de máxima simetría y el óptimo para trabajar con elementos finitos triangulares. Valores de $Q > 0,6$ se consideran, normalmente, aceptables. Si Q no alcanza este valor aceptable, cada vértice (siempre que no esté situado en el borde del dominio $\partial\Omega$) es movido hacia el centro de masas del polígono formado por los triángulos adyacentes. El proceso se repite hasta obtener la calidad deseada en todos los triángulos (ver más detalles en Henry, 1993).

La Figura 4-3 muestra uno de los dominios construidos, de 160 km de ancho, y una resolución de costa en 224 segmentos. Con el fin de explorar las perturbaciones que introduce el contorno abierto (ver epígrafe 4.4), se han generado otros dominios de 300, 360 y 400 km de anchura (distancia entre los bordes Este y Oeste). Se puede observar cómo la elección de triángulos de tamaño más pequeño en líneas de costa especialmente tortuosas (bahía de Algeciras, Ceuta) reproduce mucho mejor la línea de costa real que el

mallado rectangular. Esto se consigue, además, sin necesidad de aumentar el número de nodos mar adentro como ocurre al aumentar la resolución en el esquema en diferencias finitas.

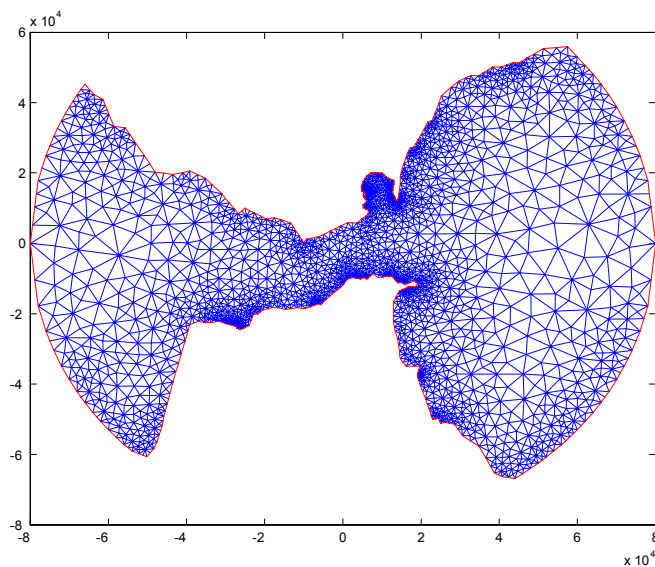


Figura 4-3: Discretización del Estrecho usando el algoritmo de triangulación de Delaunay, con unos 1100 nodos y 2000 triángulos. Las distancias se miden en m. La densidad de estos elementos difiere de unas zonas a otras, dependiendo de los detalles de la frontera. Entre las costas Norte y Sur en la zona de mínima anchura se tienen los mismos 20 nodos que en la Figura 4-2, pero el número total de nodos ahora es un orden de magnitud menor (1100 frente a 14500). Ello supone un considerable ahorro computacional.

Siguiendo el método de Ritz, entre otros métodos variacionales (Galerkin, Petrov-Galerkin, etc), sea η_h la aproximación en la solución η que buscamos, representada como una combinación de funciones bases ξ_i de un espacio finito (subespacio de dimensión finita) adecuado

$$\eta_h(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N C_i \xi_i(\vec{r}) + \xi_0(\vec{r}) \quad (4.33)$$

donde \vec{r} es la coordenada espacial (x,y) , ξ_0 se elige para que η_h satisfaga posibles condiciones de Dirichlet⁵ impuestas y C_i son coeficientes escalares. Uno de los espacios más sencillos a utilizar es el de las funciones lineales a trozos (dentro de cada triángulo) con gradiente constante y derivada segunda nula. Sin embargo, con una base lineal la función

⁵Valor nulo o uno dado constante de la variable en la frontera (ver también 5.3.3).

$h\vec{\nabla}\eta_h$ que aparece multiplicando al operador $\vec{\nabla}$ en (4.20) es, en general, discontinua en los bordes de cada triángulo y su derivada no está por tanto bien definida. Se busca entonces la mejor aproximación η_h a η , solución de (4.20), en la clase de las funciones polinomiales continuas, ya que las funciones polinomiales son fáciles de evaluar y presentan una buena aproximación a las propiedades en pequeños dominios. Para ello se evalúa el residuo $\vec{\nabla} \cdot (h\vec{\nabla}\eta_h) + \lambda\eta_h$ de (4.20) y se buscan funciones base ξ lineales que verifiquen

$$\int_{\Omega} \left(\vec{\nabla} \cdot (h\vec{\nabla}\eta_h) + \lambda\eta_h \right) \xi d\vec{r} = 0 \quad \forall \quad \xi \in C^1 \quad (4.34)$$

La integración parcial de esta expresión mediante la fórmula de Green⁶ conduce a

$$- \int_{\Omega} (h\vec{\nabla}\eta_h) \vec{\nabla}\xi d\vec{r} + \int_{\partial\Omega} \vec{n} \cdot (h\vec{\nabla}\eta_h) \xi d\vec{r} = - \int_{\Omega} \lambda\eta_h \xi d\vec{r} \quad \forall \quad \xi \in C^1 \quad (4.35)$$

donde $\partial\Omega$ es el contorno de Ω y \vec{n} es un vector normal a $\partial\Omega$ apuntando hacia el exterior. Integrar por partes usando la fórmula de Green disminuye en un orden de las derivadas de η_h que aparecen en la nueva formulación del problema, debilitando los requerimientos de regularidad para η_h . Esto significa que η pertenece a un espacio una vez diferenciable y no dos veces diferenciable. Se busca por tanto la solución en un espacio más grande y, en consecuencia, la búsqueda resulta más sencilla. De esta forma las integrales (4.35) en esta formulación están bien definidas aún cuando η_h o ξ sean funciones lineales a trozos.

Introducir en (4.35) las condiciones de contorno delimita sin ambigüedades y de una forma natural el conjunto de funciones test. La condición de contorno de tipo Dirichlet se consigue restringiendo las funciones test a aquellas con valores nulos en dicho conjunto. Denominaremos $\partial\Omega_D$ el subconjunto de los puntos frontera donde se verifiquen estas condiciones tipo Dirichlet. En los demás puntos de la frontera se imponen condiciones tipo Neumann generalizadas⁷:

$$(h\vec{\nabla}\eta_h) \cdot \vec{n} + q\eta_h = g$$

donde q y g son dos funciones para definir esta condición. Denominaremos $\partial\Omega_N$ el sub-

⁶ $-\int_{\Omega} (\Delta F) G d\Omega = \int_{\Omega} \nabla F \nabla G d\Omega - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial F}{\partial n} G d(\partial\Omega)$, en donde F y G hacen referencia a dos funciones cualesquiera, mientras que Ω y $\partial\Omega$ representan el dominio de las funciones y el borde de dicho dominio. La derivada $\frac{\partial F}{\partial n}$ se toma perpendicular a $\partial\Omega$.

⁷Ver epígrafe 4.4.

conjunto de puntos frontera que verifican la condición tipo Neumann. Lógicamente, $\partial\Omega_N = \partial\Omega - \partial\Omega_D$.

La formulación de (4.20) en elementos finitos queda como:

$$-\int_{\Omega} \left(h \vec{\nabla} \eta_h \right) \vec{\nabla} \xi d\vec{r} + \int_{\partial\Omega_N} q \eta_h \xi d\vec{r} = -\int_{\Omega} \lambda \eta_h \xi d\vec{r} + \int_{\partial\Omega_N} g \xi d\vec{r} \quad \forall \xi \in C^1 \quad (4.36)$$

La expresión (4.36), se simplifica enormemente si se escogen funciones ξ_i lineales con valor 1 en el nodo i y valor 0 en todos los demás nodos. Escribiendo η_h en función de estas funciones base ξ_i mediante (4.33), la expresión (4.36) conduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas (una por cada elemento de la base) en las incógnitas C_i . Se obtiene, de nuevo, un problema algebraico de autovalores que puede ser escrito matricialmente como

$$KC = \lambda_h MC \quad (4.37)$$

donde K y M son matrices que contienen las integrales de las funciones test (ξ_i, ξ_j) y C representa los autovectores solución del problema (coeficientes C_i de expansión de η_h ⁸).

Como se ve, tanto el formalismo de diferencias finitas como el de elementos finitos conduce a un problema similar de autovalores. Dado el elevado rango de las matrices a diagonalizar (tantas filas/columnas como nodos), es importante en la práctica desarrollar métodos de diagonalización computacionalmente efectivos. En el apéndice 7.1 se explican las ideas del método seguido.

4.2.3. Comparación del modelo con soluciones analíticas

Test del modelo numérico: caso unidimensional

Las soluciones numéricas obtenidas mediante los esquemas (4.26), diferencias finitas, y (4.36), elementos finitos, deben ser contrastadas con soluciones analíticas exactas que existen para ciertas geometrías muy sencillas. En concreto se compararán para oscilaciones producidas en un estanque rectangular de profundidad constante (solución de la

⁸Se cumple que $\eta_h(\vec{r}_i) = C_i$, con \vec{r}_i coordenada de un nodo, por definición de la base.

ecuación de Helmholtz). Este problema bidimensional conduce a uno unidimensional haciendo que una de las dimensiones sea mucho menor que la otra. Las soluciones en este caso límite tienen la forma de las obtenidas para ondas estacionarias en cuerdas o las obtenidas para ondas de probabilidad cuánticas para una partícula que se mueva en un pozo infinito unidimensional de potencial, o para tantos otros problemas en la Física.

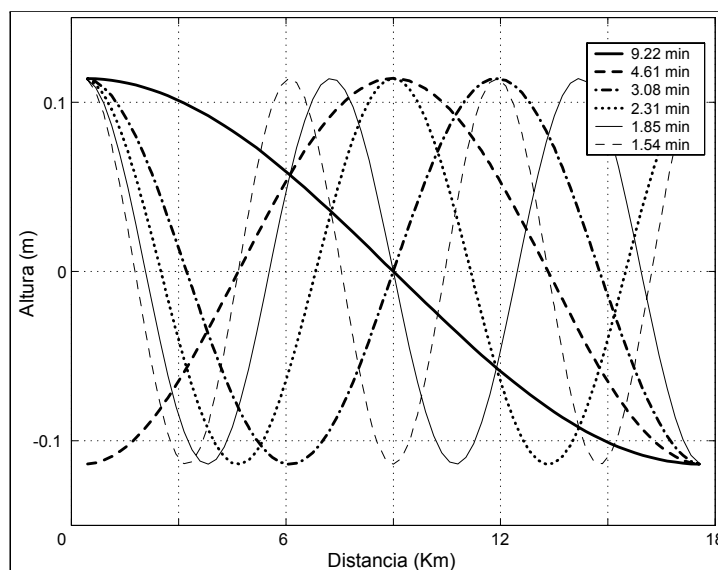


Figura 4-4: Primeros modos normales de oscilación para el canal de $L = 17,5$ km de largo, $L_w = 0,6$ km y $h = 400$ m de profundidad mencionado en el texto. Se presentan los 6 primeros modos de oscilación (autovectores) y los periodos de oscilación obtenidos de los autovalores mediante (4.30) y (4.31). El cálculo se ha realizado tanto para un esquema en diferencias finitas como para otro en elementos finitos. Los resultados dados por uno y otro coinciden entre ellos y con la forma esperada para un problema de oscilaciones estacionarias unidimensional, con los autovectores representando $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ longitudes de onda entre las paredes de la dimensión larga. Los periodos especificados en el recuadro y obtenidos directamente de los problemas numéricos coinciden entre sí y también con los valores teóricos dados en la ecuación (2.45). El primer autovalor asociado con oscilaciones en la dirección corta (ancho del canal) tienen un periodo inferior a 0,15 min y no interfiere con las soluciones mostradas.

En una primera prueba el esquema numérico se ha aplicado a un canal largo ($L = 17,5$ km) y estrecho (0,6 km de ancho) y profundidad constante e igual a 400 m. En la Figura 4-4 se tienen los primeros modos de oscilación resueltos.

Las soluciones son no degeneradas⁹, con los antinodos en los bordes y la forma

⁹Dos soluciones son degeneradas cuando dos autovectores distintos tienen el mismo autovalor. Un cociente no entero entre el largo efectivo y la anchura rompe simetrías entre la dos direcciones del plano definidas en el problema. Las soluciones buscadas deben ser, por tanto, no degeneradas.

sinusoidal usual, con un cero adicional a medida que pasamos de una autofunción a la siguiente de menor periodo. La aparición del primer modo transversal ocurre para periodos 19,48 s de acuerdo con (2.45). Períodos más bajos suponen modos característicos longitudinales, transversales y mezclas de ambas. Dado que las dos dimensiones son diferentes, no existe una posibilidad obvia de degeneración.

Diferencias finitas frente a elementos finitos

A la vista de los resultados recién discutidos y de la propia Figura 4-4, resulta evidente que es una duplicidad de esfuerzos innecesaria resolver el problema numérico por ambos esquemas. Debe decidirse por uno u otro

El mallado rectangular de paso constante (Figura 4-2) no es el más deseable. Por un lado, para incorporar adecuadamente los detalles costeros es necesario utilizar valores del paso de malla δ pequeños. Por otro, el tratamiento de los nodos de tierra o la necesidad de alejar la frontera artificial abierta lejos de la zona de interés (como se tratará más adelante), incrementa enormemente el coste computacional. Adicionalmente, Goto (1981) indica que una descripción de costa mediante segmentos paralelos y perpendiculares entre sí distorsiona irremediabilmente las soluciones¹⁰.

Con objeto de aumentar la eficiencia en la solución de (4.26) se podría utilizar algoritmos para la generación de mallados en coordenadas curvilíneas ortogonales, como el propuesto por Wilkin (1995) o el mejorado por Mellor y Ezer (1998) en programas complementarios del modelo oceanográfico POM (Princeton Ocean Model). Este tipo de mallado permite ajustar mejor los contornos costeros, restando protagonismo a los problemas expuestos. Sin embargo el uso de estas coordenadas curvilíneas supone cambios importantes en las ecuaciones anteriores, así como en la programación necesaria y no se ha llevado a cabo (para más detalles sobre mallado curvilíneo consultar Kowalik y Murty, 1993; Ives, 1987).

La discretización en elementos finitos, por el contrario, permite un ahorro computacional considerable. La malla de esta discretización es adaptable a la geometría del dominio, proporcionando más resolución allí donde se necesita y menos en los lugares donde las variaciones topográficas son pequeñas, como suele ser el caso en las regiones

¹⁰Tomar una malla más fina no mejora este problema.

interiores. Todo ello otorga una indiscutible ventaja al método de los elementos finitos frente al de diferencias finitas. Por ello, y aunque la implementación algorítmica resulta más sencilla y, sobre todo, más intuitiva en diferencias finitas, la ventaja de costo computacional y resolución espacial que proporcionan los elementos finitos hace que, en lo sucesivo, se trabaje exclusivamente con esta técnica de discretización.

Test modelo numérico: cuenca cuadrada

Se toma de nuevo una geometría simple para realizar un segundo test al método de elementos finitos. El dominio que se ha tomado es una cuenca cuadrada de 18 km de lado ($a = b = 18$ km en la Figura 4-5) y profundidad constante $h = 400$ m.

La ecuación (4.20) con profundidad constante se simplifica a

$$h\Delta\eta = -\lambda\eta \quad (4.38)$$

y la condición de contorno (4.22) a

$$\vec{\nabla}\eta \cdot \vec{n} = 0 \quad (4.39)$$

en los contornos $(0, y)$, (a, y) , $(x, 0)$, (x, b) .

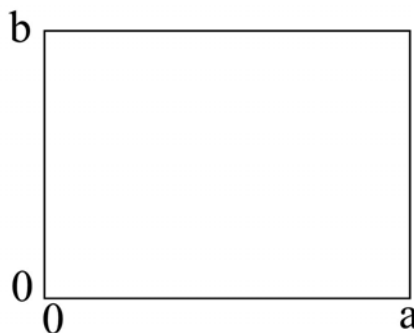


Figura 4-5: Cuenca rectangular usada como test.

Es inmediato comprobar que las soluciones analíticas (autovectores) de (4.38) con

las condiciones (4.39), normalizando a altura unidad¹¹, son de la forma (ver Rao, 1974, y Rueda y Schladow, 2002, para más detalles)

$$\eta(k, l) = \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{l\pi y}{b}\right) \quad (4.40)$$

donde k y l son números naturales. Las frecuencias de oscilación asociadas (autovalores) son

$$\nu_{k,l} = \frac{1}{2} \sqrt{gh} \left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{l^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.41)$$

y los periodos

$$T_{k,l} = \frac{2}{(gh)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{l^2}{b^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.42)$$

La Figuras 4-6a,b muestra los autovectores obtenidos de la resolución numérica de (4.38) y (4.39) correspondiente al primer autovalor ($T = 9,485$ min) que resulta ser degenerado. Es inmediato comprobar que este autovalor se corresponde con los valores $k = 0, l = 1$ ó $k = 1, l = 0$ en la ecuación (4.42). Sin embargo, los autovectores $\eta_{1,0}$ y $\eta_{0,1}$ (Figuras 4-6c y 4-6d) obtenidos directamente de (4.40) no coinciden con los autovectores calculados numéricamente. Es importante remarcar que sí lo hacen los autovalores (periodos).

Se trata sólo de una aparente contradicción: dado el carácter lineal de la ecuación (4.38), si $\eta_{1,0}$ y $\eta_{0,1}$ son soluciones de esa ecuación, también lo serán $\frac{\eta_{1,0} + \eta_{0,1}}{2}$ y $\frac{\eta_{1,0} - \eta_{0,1}}{2}$, que aparecen representados en las Figuras (4-6e) y (4-6f). Estas dos soluciones son las encontradas numéricamente, como se deduce de la comparación directa de la Figuras 4-6a y 4-6e y/o 4-6b y 4-6f.

Aún cuando las soluciones numéricas son correctas, cabe preguntarse la razón de que difieran de las elementales postuladas por la solución simple (4.40). La razón última está en cómo el método numérico aborda el cumplimiento de las condiciones de contorno. Se debe verificar (4.39) y, para ello, hay dos posibilidades

1. que $\vec{\nabla}\eta = 0$ en el contorno

¹¹Nótese que esta normalización no coincide con la dada en (4.23). Para los objetivos de estos test, este hecho carece de importancia puesto que lo que importa es el patrón espacial relativo. Por esta razón, no se incluyen escalas de color en las Figuras 4-6, 4-7, 4-8.

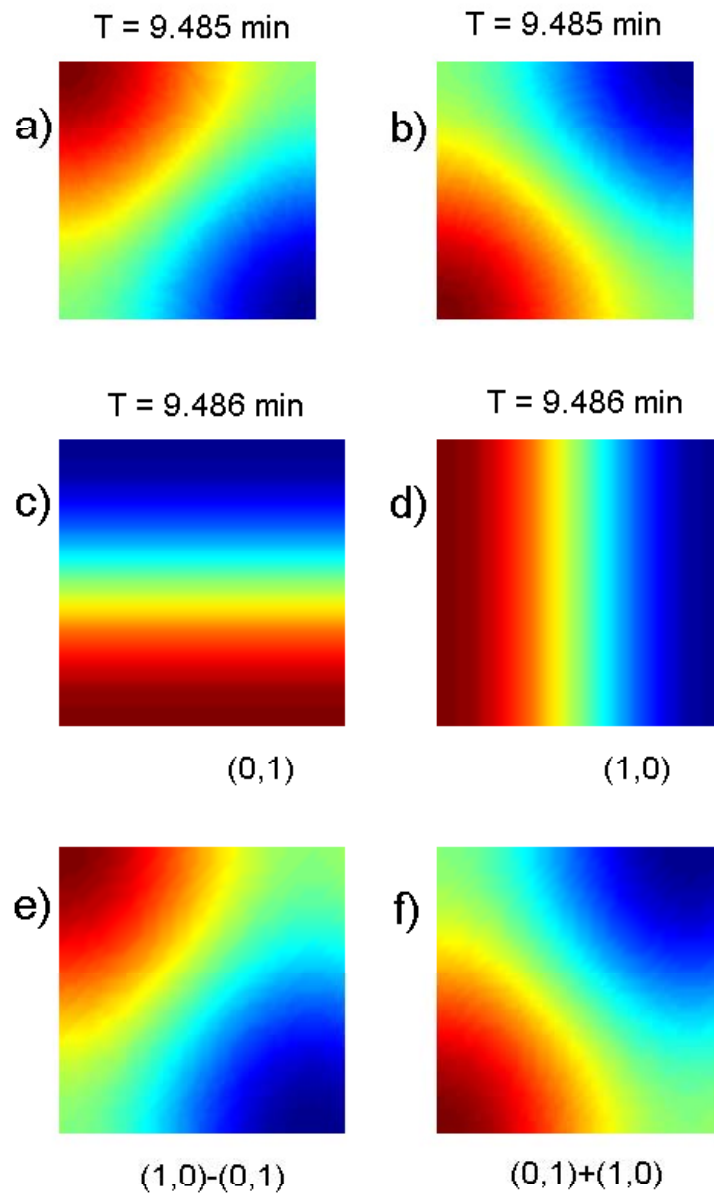


Figura 4-6: a) y b), soluciones numéricas para el modo fundamental del problema de la cuenca rectangular. Se trata de estados *degenerados*, por ser cuadrado el dominio, que dan dos autovectores para el mismo autovalor. En realidad se corresponden con las soluciones analíticas $\eta_{1,0}$ y $\eta_{0,1}$, también degeneradas, de la ecuación (4.40) (paneles c) y d); los paréntesis indican los pares de valores (k, l) , en ese orden). Debido a la manera en que el problema numérico verifica las condiciones de contorno, las soluciones de éste no se corresponden con las analíticas $\eta_{1,0}$ y $\eta_{0,1}$, sino con una combinación lineal de ellas, a saber $\frac{\eta_{0,1}-\eta_{1,0}}{2}$ (panel e)) y $\frac{\eta_{1,0}+\eta_{0,1}}{2}$ (panel f)).

2. que $\vec{\nabla}\eta \perp \vec{n}$ en el contorno

Las soluciones numéricas incorporan esta segunda condición que resulta menos restrictiva.

El término $\vec{\nabla}\eta$ en las ecuaciones de movimiento es proporcional a la aceleración y de ahí que se vincule con la velocidad \vec{u} . El hecho de imponer $\vec{\nabla}\eta = 0$ en el contorno implica que la partícula inicialmente en el contorno jamás se moverá de él. La condición $\vec{\nabla}\eta \perp \vec{n}$ permite la existencia de gradientes horizontales de presión a lo largo del contorno y, por tanto, permite que las partículas pueden deslizarse a lo largo del mismo aunque no puedan separarse de él. Este deslizamiento sería coherente con el modelo no viscoso, tomado como punto de partida. Por esta razón, la segunda posibilidad resulta más adecuada para la condición de contorno en la frontera sólida.

Volviendo al caso concreto de la cuenca cuadrada analizada, los autovectores de la forma $\eta_{0,l}$ (mismo para $\eta_{k,0}$) hacen el problema independiente de la variable x (y), es decir, lo reducen a un problema unidimensional, más fácilmente abordable en el modelo comentado en el epígrafe anterior. A través de este procedimiento se recuperan automáticamente las soluciones (4.40) mostradas en Figura 4-6c y 4-6d¹².

La Figura 4-7 muestra algunos de los autovectores encontrados mediante la resolución numérica por elementos finitos correspondientes a los primeros autovalores (ordenados por período de oscilación). Es interesante notar que sólo cuando los enteros k y l tienen el mismo valor la solución numérica proporciona el mismo autovector que la ecuación (4.40). En los demás casos, la solución numérica es combinación lineal (semi-suma ó semi-diferencia aproximadamente) de los autovectores teóricos (4.40).

Mencionar de nuevo el hecho de que las soluciones encontradas por este modelo verifican la condición de contorno (4.22) haciendo $\vec{\nabla}\eta \perp \vec{n}$, y no que $\vec{\nabla}\eta = 0$. Ya se ha dado una primera razón física por la que se argumenta a favor de la primera. Cuando el dominio tiene un contorno sólido, irregular, como es el caso del Estrecho de Gibraltar, los argumentos a favor del primer punto de vista aumentan, ya que la condición $\vec{\nabla}\eta = 0$ simultáneamente en todo el contorno es poco realista. Por esta razón, se desechan las soluciones (posibles) obtenidas con $\vec{\nabla}\eta = 0$ en el contorno y sólo se trabajan con aquellas en que $\vec{\nabla}\eta \perp \vec{n}$ en sentido estricto.

¹²Notar también que $\eta_{1,0}$ surge como la suma de los autovectores en las Figuras 5.5c y 5.5d y $\eta_{0,1}$ como la diferencia.

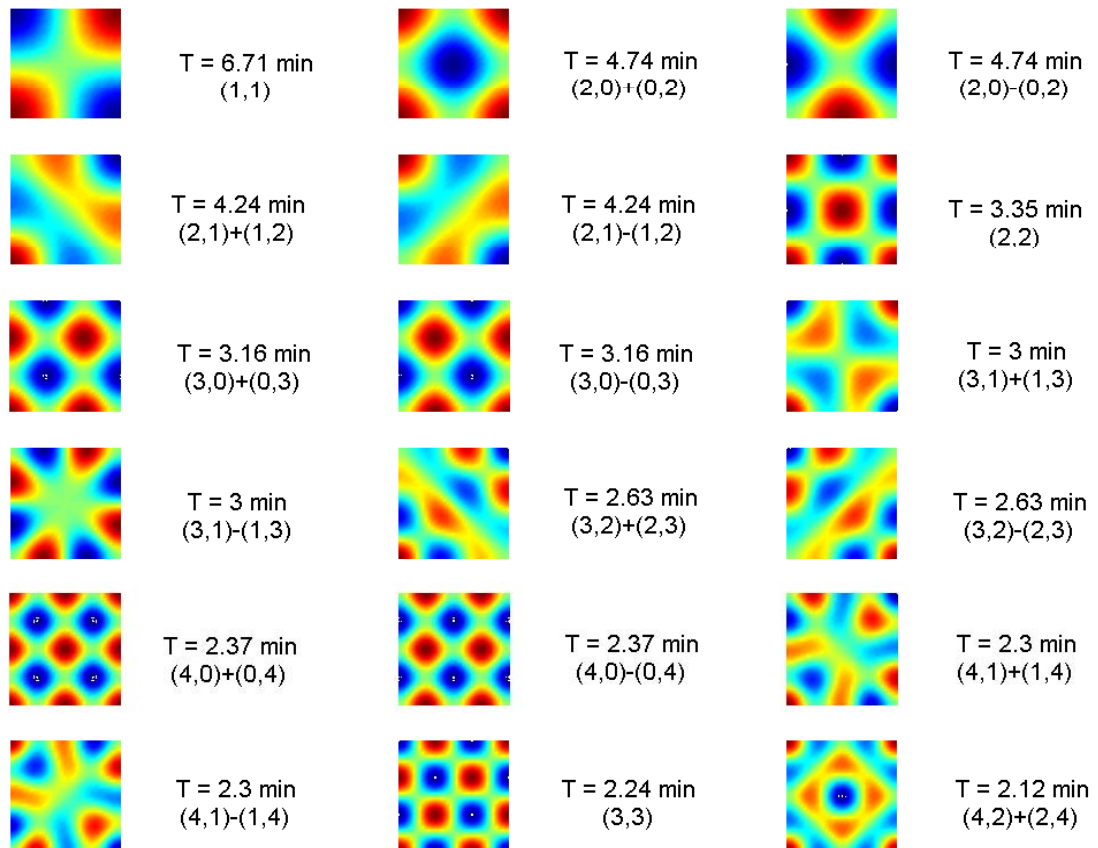


Figura 4-7: Primeros autovectores de la solución numérica del problema de la cuenca cuadrada. Se indica el período y el par de enteros (k, l) que dan el mismo autovalor (período) de la solución analítica (ecuación 4.42). La solución del problema numérico coincide con la analítica (4.40) si $k = l$ (por ejemplo, paneles (1,1), (2,2), y (3,3)) pero si el autovalor numérico se corresponde con valores de k y l en (4.42) tales que $k \neq l$, los autovectores numéricos son combinaciones lineales de $\eta_{k,l}$ y $\eta_{l,k}$ (no lejos de $\frac{\eta_{k,l} \pm \eta_{l,k}}{2}$).

Test modelo numérico: cuenca estrictamente rectangular

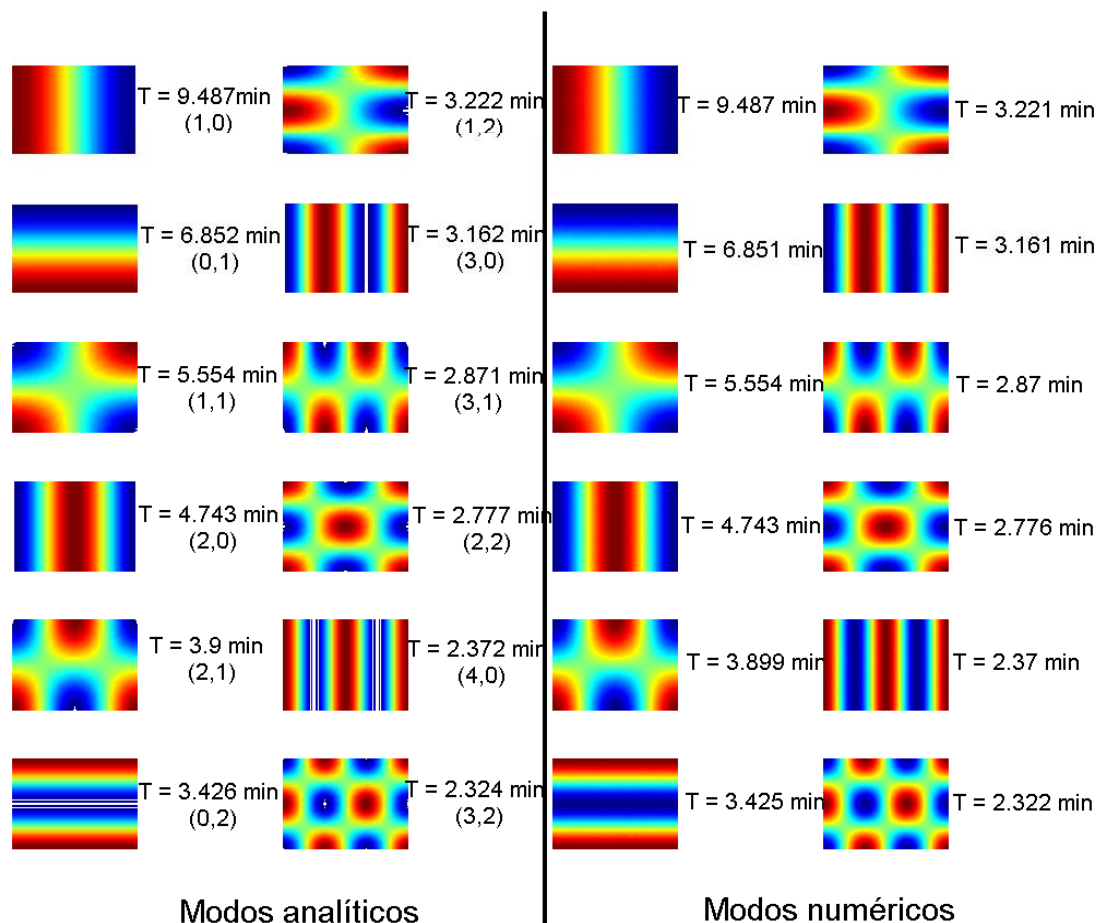


Figura 4-8: Autovalores (periodos) y autovectores para una cuenca rectangular de $a = 18$ km, $b = 13$ km y $h = 400$ m. Las columnas de la izquierda dan las soluciones analíticas, las de la derecha, las numéricas. Los autovalores numéricos y analíticos coinciden hasta la tercera cifra significativa al menos y, siempre, difieren entre sí, menos de un 0,01 %.

El problema de degeneración de autovalores que surge de la geometría cuadrada se evita tomando una cuenca rectangular cuyas dos dimensiones no guarden una relación numérica simple, es decir, que el cociente entre ambas sea un número no entero.

Las Figuras 4-8 muestran los resultados obtenidos para una cuenca rectangular con $a = 18$ km, $b = 13$ km, $h = 400$ m. Se han representado las soluciones analíticas (4.40) y (4.42) (autovectores y autovalores, respectivamente, columna izquierda) y las numéricas

(columna derecha). Puede verse que el acuerdo es totalmente satisfactorio.

Otras soluciones analíticas clásicas a las ecuaciones lineales de aguas someras son: oscilaciones barotrópicas en cuencas circulares con fondo plano (modos clásicos de oscilación de un tambor, Lamb, 1945), oscilaciones barotrópicas en cuencas rectangulares con fondos parabólicos truncados (Chystal, 1904), entre otros. Se han llevado a cabo tests para estas geometrías obteniéndose resultados satisfactorios, aunque no se incluyen aquí los resultados.

4.3. El problema de la batimetría

El modelado de OCP según (4.20) depende de la batimetría $h(x, y)$ que se introduzca. Basta un simple test que repita cálculos con fondo plano ($h = cte$) o con una batimetría de fondo realista para que pueda apreciarse la sensibilidad del modelo frente a $h(x, y)$. Por esta razón, se analiza en esta sección ciertos aspectos referentes a esta función de fondo y su incidencia en las soluciones numéricas y se explica como se ha abordado el problema.

La ecuación (4.20) puede ser re-escrita como

$$h\nabla^2\eta + \vec{\nabla}h \cdot \vec{\nabla}\eta = -\lambda\eta \quad (4.43)$$

y la forma de la solución η va a depender críticamente de la importancia relativa de los término del lado izquierdo de la ecuación.

Para fondo constante el segundo sumando desaparece y se recupera la clásica ecuación diferencial de ondas

$$\nabla^2\eta = -\frac{w^2}{gh}\eta \quad (4.44)$$

donde se ha hecho uso de la definición de λ dada en (4.21).

La Figura 4-9a muestra la solución de la anterior ecuación correspondiente al autovalor $T \simeq 7,69$ min, periodo que se localiza en lo que se denominó banda **A** en el capítulo anterior. Dado lo poco realista de la función fondo con $h = cte$, no es, en principio, de esperar el obtener modos de oscilación representativos de la zona del Estrecho de Gibraltar. Aún así aparecen ciertas estructuras espaciales compatibles con la existencia de

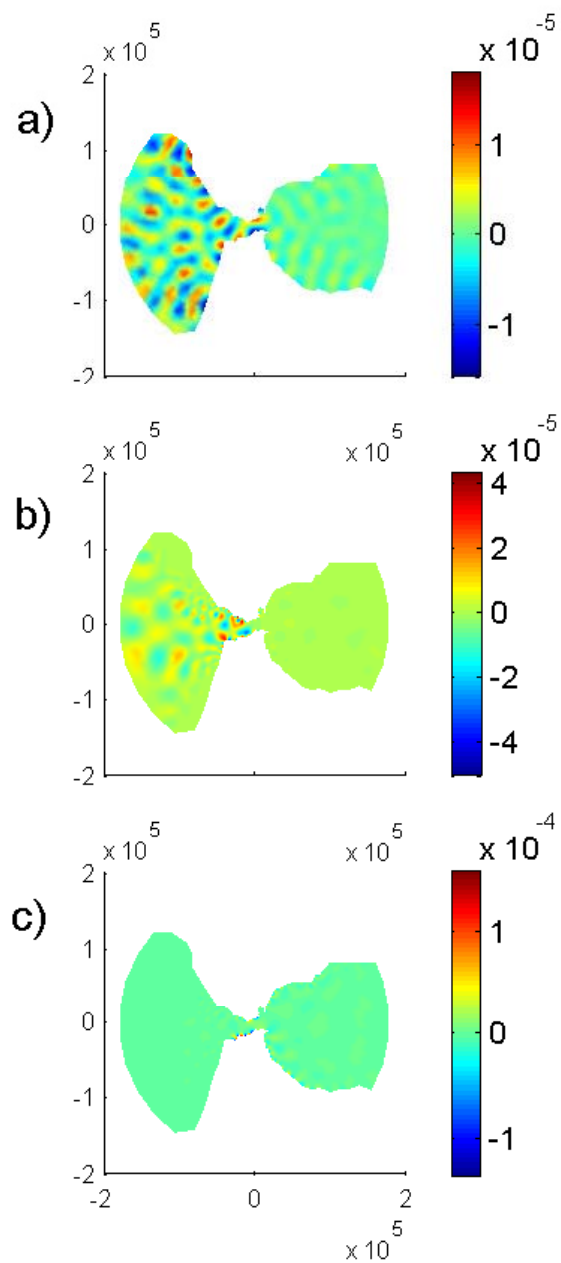


Figura 4-9: Modos propios correspondientes a un valor de $T \simeq 7,69$ min (banda **A**) para un fondo constante de 400 m de profundidad (A), sin el término $\vec{\nabla}h \cdot \vec{\nabla}\eta$, esto es, resolviendo el problema (4.44) (B) y con fondo real (C). Físicamente, y siguiendo la línea planteada en el Capítulo 2, se esperan oscilaciones de media longitud de onda para una sección del Estrecho en su parte estrecha.

oscilaciones en esa banda. Sin embargo la riqueza de estructuras espaciales en la parte occidental del dominio, de difícil justificación física, pone en duda la autenticidad del patrón espacial en el Estrecho.

Una forma de relajar la anterior condición es considerar que el término $\vec{\nabla}h \cdot \vec{\nabla}\eta$ es mucho menor que $h\nabla^2\eta$ en todo el dominio¹³, pero se permite que $h(x, y)$ varíe en el dominio. En otras palabras, se admite que el fondo es variable pero con una batimetría extremadamente suave. En la práctica lo que se hace es suprimir el segundo sumando de (4.43) y dar a $h(x, y)$ los valores obtenidos en la digitalización explicada en el epígrafe 2.1.5. La Figura 4-9b muestra la solución para el autovalor equivalente¹⁴ al de 4-9a. Con referencia a ésta, puede verse una suavización de la estructura espacial en la cuenca occidental del dominio en tanto que se mantiene la estructura espacial (en cuanto a amplitud) en el Estrecho. Este resultado es más coherente con la idea de modos de oscilación transversales en la zona del Estrecho con periodos de oscilación en la banda **A**.

El caso más general sería resolver la ecuación (4.43) completa con la batimetría real. La Figura 4-9c muestra ahora el resultado para el autovalor equivalente a los anteriores. Este autovector muestra ahora un patrón espacial relativamente plano, con excepción de ciertos picos de amplitud¹⁵ localizados en puntos singulares cercanos a costa en la parte Sur del Estrecho. Para el periodo $T = 7,69$ min, estas oscilaciones se dan en distancias demasiado pequeñas, como para que sean compatibles con la idea original de oscilaciones transversales (ver ecuación (2.45)). Estas singularidades en las proximidades de costa son achacables al segundo sumando de la ecuación (4.43). Dado que $h(x, y)$ es estrictamente mayor que cero, la ecuación (4.43) puede formularse como,

$$\nabla^2\eta + \frac{\vec{\nabla}h}{h} \cdot \vec{\nabla}\eta = -\lambda\eta \quad (4.45)$$

Escrita en esta forma, resulta inmediato que en las proximidades de costas (h pequeño) el término $\frac{\vec{\nabla}h}{h}$ tiende a dominar (4.43) si la batimetría es irregular ($\vec{\nabla}h \neq 0$). De

¹³Ello implica que $h > 0$ en todo el dominio también. En la práctica, la h_{min} del modelo ha quedado establecida en $h_{min} = 20$ m.

¹⁴Estrictamente hablando, los autovalores de este nuevo problema no coinciden exactamente con los obtenidos en el problema anterior. Al hablar de “el mismo” se sobreentiende que se trata del más cercano posible al obtenido en el problema anterior. En la práctica los autovalores de las Figuras 4-9a y 4-9b difieren menos del 0,2%.

¹⁵Notar que la normalización según (4.23) de este modo requiere un orden de magnitud más para las amplitudes máximas/mínimas respecto a los modos presentados en 4-9a y 4-9b.

hecho, puede llegar a dominar frente al término $\nabla^2\eta$, con lo que las soluciones periódicas en la variable espacial obtenidas en el caso de la ecuación (4.44) tienden a tomar un carácter exponencial. A esta causa se achaca la naturaleza singular de la solución mostrada en la Figura 4-9c.

Una justificación más formal a esta afirmación provendría de un análisis de la magnitud de ambos términos. Sea L_0 la longitud característica de variación de η , típicamente se correspondería con una semi-longitud de onda en el modelo analítico lineal simple dado por la fórmula (2.45). A partir de la hipótesis de partida de que la banda **A** en Tarifa contiene frecuencias compatibles con oscilaciones estacionarias entre la costa Norte y Sur, se tiene que $L_0 \simeq 15$ km. Por otro lado, sea L_T la escala horizontal topográfica en la cual la batimetría cambia de 0 a H , escala vertical típica de la batimetría. En el océano abierto, L_T es mucho mayor que L_0 , lo que conduce a que el primer término de (4.45) es mucho mayor que el segundo y las soluciones están dominadas por la solución “suave” oscilante. En las inmediaciones de costa, L_T puede ser considerablemente menor que L_0 , lo cual implica que el término $\frac{\vec{\nabla}h}{h} \cdot \vec{\nabla}\eta$ domina la ecuación (4.43), las soluciones exponenciales se ven favorecidas. Ambos hechos se ven reflejados en la Figura 4-9c. En el caso concreto del Estrecho de Gibraltar y en las proximidades de costa, L_T puede ser inferior incluso a 1 km, de modo que $L_T \ll L_0$.

En la práctica, la anterior situación se complica. La razón es que, en el proceso de digitalización y posterior asignación de profundidad a cada nodo de la malla, pueden darse diferencias apreciables de $h(x, y)$ en nodos adyacentes como consecuencia de la abrupta topografía del Estrecho de Gibraltar (Figura 2-15). En las proximidades de costa la distancia entre dos nodos es de apenas unos cientos de metros (Figura 4-3), lo que favorece la aparición de fuertes gradientes horizontales topográficos. Ello, junto con los valores reducidos de h en costa, da lugar a altos valores del término $\frac{\vec{\nabla}h}{h}$ que origina el patrón “picudo” de la Figura 4-9c. Por otro lado, es evidente que para obtener buenas soluciones se debe incluir la batimetría real (o, al menos, una suficientemente realista) del dominio a modelar. La solución adoptada ha sido suavizar el término $\frac{\vec{\nabla}h}{h}$ en (4.45)¹⁶ para limitar en lo posible los crecimientos exponenciales en los puntos cercanos a costa que son los propensos a este efecto.

Para ello se define el cociente

¹⁶El suavizado de las topografías es un procedimiento normal en los modelos numéricos (ver por ejemplo Sannino et al. 2002).

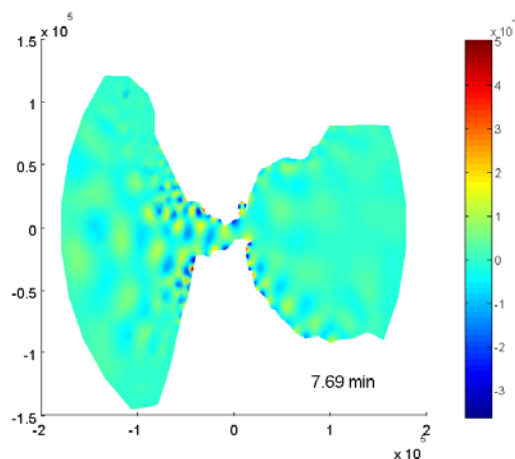


Figura 4-10: Autovector equivalente a los de la Figura 4-9, obtenido con la topografía del fondo real modificado y condición de contorno de no oscilación (Dirichlet) en la frontera abierta. La mayor riqueza de estructuras se concentra en la región del Estrecho, compatible con oscilaciones Norte-Sur y con un periodo similar al predicho en (2.45).

$$\Lambda = 2 \frac{h(i+1, j) - h(i, j)}{h(i+1, j) + h(i, j)} \quad (4.46)$$

que representa la variación porcentual de la función fondo entre dos nodos adyacentes. Cuando Λ supera un valor predeterminado Λ^* , las profundidades h en los nodos son cambiadas aproximándolas hacia el valor medio y así disminuir el numerador de Λ . En caso contrario, se dejan sin modificar. El proceso se repite para todos los pares de nodos tantas veces como sea necesario hasta conseguir valores de Λ inferiores al preseleccionado en todos los pares de nodos. La disminución del numerador de Λ en cada iteración, cuando fuese necesario hacerlo, se efectúa en pequeñas cantidades para producir modificaciones mínimas al final del proceso iterativo. Durante el proceso no se cambian los valores de h en los contornos de costa; mejor dicho, caso de que el proceso los hubiera modificado, se restituye su valor inicial. El proceso mantiene también la profundidad media de las celdas, lo que significa que se suaviza la batimetría pero se mantiene básicamente el aspecto del fondo.

El valor tomado para Λ^* ha sido 0,012 (1,2% de variación relativa), valor al que se ha llegado de forma básicamente empírica, observando las distintas soluciones que se

producían¹⁷. Valores altos introducen cambios mínimos en la función fondo, mientras que valores bajos introducen suavizados importantes del fondo sobre áreas extensas. Ese valor $\Lambda^* = 0,012$ resulta adecuado, dando un buen compromiso entre la necesidad de suavizar (para generar soluciones físicamente aceptables) y la de no modificar demasiado el fondo (mantener la geometría del problema original). El suavizado afecta principalmente a la forma de la autofunción, dejando prácticamente invariado el autovalor.

La Figura 4-10 muestra el autovector equivalente a los de la Figura 4-9. El patrón espacial resulta ser una versión mejorada de la Figura 4-9b, pues realza las estructuras espaciales en la región del Estrecho sin producir las singularidades que se observan en la Figura 4-9c.

4.4. Problema del contorno: frontera abierta

Nuestro modelo, como la mayoría de las aplicaciones de modelado numérico en oceanografía, tiene fronteras abiertas artificiales que limitan el dominio. El problema de dónde cerrar artificialmente un dominio y de qué condiciones imponer en esa frontera no resulta sencillo. En Jensen (1998) se discute con detalle esta cuestión para modelos parabólicos 3D.

No existen en general, unas condiciones de contorno mejores que otras en la frontera abierta. Consecuentemente hay que optar por una aproximación más práctica. Las soluciones del modelo estacionario (4.20), o de la versión aproximada (4.44) comentada en la sección anterior, son sensibles a las condiciones de contorno en esta frontera. Si la hipótesis de que las OCP son el reflejo de oscilaciones de carácter estacionario entre la costa Norte y Sur del Estrecho es correcta, se necesita que las soluciones del problema matemático sean razonablemente independientes del tipo de condición en la frontera abierta o de dónde se encuentra la misma.

¹⁷Es evidente que este suavizado afecta las regiones próximas a costa, donde la profundidad es menor y donde también las variaciones topográficas (tanto reales, como numéricas producidas durante la digitalización de la topografía) son mayores.

4.4.1. Condiciones de contorno en la frontera abierta

Se han analizado distintos tipos de condiciones de contorno en la frontera abierta para cerrar el problemas de autovalores del modelo estacionario (4.20): flujo nulo (condiciones de tipo Neumann), altura nula (condición Dirichlet) o mixtas (condición de Neumann generalizada).

La condición de Neumann

$$\vec{n} \cdot (h\vec{\nabla}\eta) = 0 \quad (4.47)$$

anula el flujo en los segmentos de frontera abierta, esto es, hace equivalentes los contornos abiertos y de costa, cerrando completamente el dominio (contornos impermeables).

Las condiciones de tipo Dirichlet

$$\eta = 0 \quad (4.48)$$

prescriben un valor nulo en la frontera abierta. Este tipo de condición tiende a suavizar las autofunciones en las inmediaciones de los contornos abiertos y, en consecuencia, tienden a preservar la forma de los autovectores lejos de esos contornos. Es también más fácilmente justificable desde el punto de vista físico que la más restrictiva condición de Neumann (4.47). No obstante, ambas condiciones implican una reflectividad del 100% para ondas de gravedad (Jensen, 1998), es decir, reflejan toda la energía que incide en el contorno. Es un punto importante a considerar cuando en el próximo capítulo se investiguen aspectos de generación y evolución temporal de OCPs. La Figura 4-11 permite comparar los modos propios de oscilación con condición tipo Dirichlet (**A**) y tipo Neuman (**B**) para el mismo autovalor¹⁸, con amplitudes prácticamente despreciables en las proximidades de la frontera abierta. En general, las soluciones son similares en la zona de interés.

Un tercer tipo de condición de contorno, son las denominadas mixtas o de Neumann generalizadas, que son combinaciones lineales de las dos anteriores

$$a\vec{\nabla}\eta \cdot \vec{n} + b\eta = c \quad (4.49)$$

El interés de este tipo de condición es que, bajo ciertas circunstancias, equivale a

¹⁸Strictamente hablando, al cambiar el problema (variar las condiciones de contorno es cambiar el problema) los autovalores obtenidos no son idénticos. Como ya se ha mencionado, hablamos del mismo autovalor cuando los periodos difieren en menos de 0,2%. También el número de autovalores y autofunciones que producen uno u otro tipo de condición difieren, pero resultan ser del mismo orden.

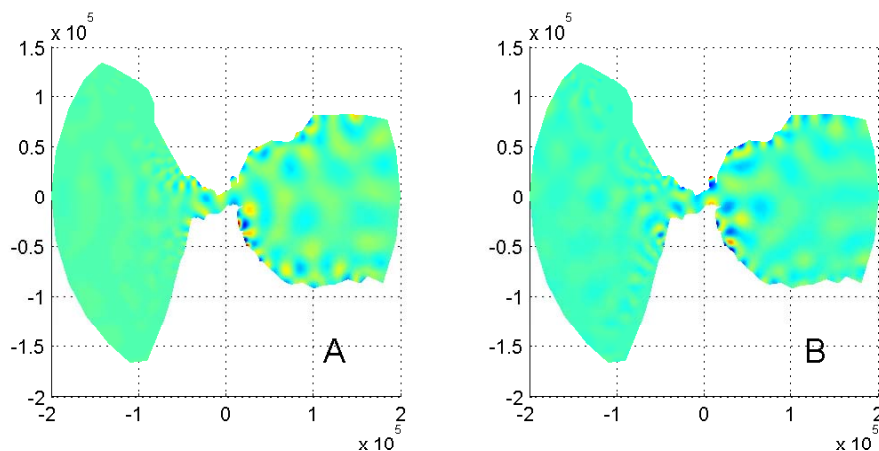


Figura 4-11: Autovectores equivalentes ($T \simeq 7,59$ min), calculado con las condiciones de Neumann (4.47, Figura **A**) y Dirichlet (4.48, Figura **B**) en la frontera abierta. El patrón espacial de ambos es muy similar y muestra mayores amplitudes al Sur de Ceuta. En las inmediaciones de las fronteras abiertas ambas soluciones dan amplitudes pequeñas para estos periodos.

una condición de radiación. Por ejemplo, en el ya mencionado trabajo de Tinti (1996) se postula la condición de radiación (4.13). El término de la derecha de esa expresión, puede desarrollarse en serie de potencias de $\frac{\eta}{h}$ en la forma

$$\sqrt{g(h+\eta)} - \sqrt{gh} = \sqrt{gh} \left(\frac{1}{2} \frac{\eta}{h} - \frac{1}{8} \left(\frac{\eta}{h} \right)^2 + \dots \right) \quad (4.50)$$

Puesto que, en el contorno abierto, $\eta \ll h$, se puede aproximar el desarrollo en serie por el primer sumando del término de la derecha de esta ecuación de modo que (4.13) queda:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \sqrt{gh} \frac{\eta}{h} \quad (4.51)$$

Haciendo uso de (4.18), esta ecuación se reduce a:

$$\frac{i}{\omega} \sqrt{gh} \left(\vec{\nabla} \eta \cdot \vec{n} \right) - \eta = 0 \quad (4.52)$$

donde i es la unidad imaginaria. Esta ecuación ilustra los inconvenientes que presenta introducir condiciones de contorno mixtas: en primer lugar, obliga a trabajar con autofunciones complejas. En segundo lugar, y más importante, la frecuencia ω (autovalor) no es conocida a priori, por lo que la manera de aplicar la condición de contorno debe ser iterativa y con la esperanza de que el proceso iterativo converja.

Por esta razón se ha trabajado con condiciones de Dirichlet (4.48) en la frontera abierta¹⁹. El hecho de que esta condición produzca reflexión de energía hace que, físicamente, las soluciones del problema dependan de dónde se ubique el contorno. La consecuencia inmediata es la necesidad de decidir qué criterios se establecen para seleccionar las mejores soluciones posibles al problema. De ello se habla en los próximos epígrafes.

4.4.2. Extensión del dominio del modelo

La cuestión de dónde cerrar el modelo tiene una respuesta inmediata: tan lejos de la zona de interés como se pueda, ya que la idea subyacente es trabajar con un dominio lo suficientemente grande como para que las condiciones en la frontera abierta (que nunca son plenamente satisfactorias, como acaba de discutirse) no afecten de forma determinante a las soluciones en la región de interés situada lejos de las fronteras abiertas. Pero, por otro lado, a medida que se aumenta el dominio, el número de nodos también aumenta y con ello el coste computacional. Dado que cerrar el modelo colocando la frontera abierta en distintas posiciones genera soluciones matemáticas diferentes, interesa cuantificar la dependencia de los modos en la zona de interés con el tamaño del dominio (Candela, 1999).

Para investigar esta dependencia, se han realizado tres experimentos con las fronteras abiertas, de forma circular, a 150 km, 180 km y 200 km de distancia del centro del Estrecho. En lo que sigue se referencian los autovalores y autovectores de cada experimento con los superíndices ¹, ² y ³ respectivamente. Los experimentos discretizan el dominio con $N^1 = 5468$, $N^2 = 5634$ y $N^3 = 5821$ nodos, manteniendo en la zona común la misma densidad de elementos. Lógicamente el número de autovalores que se permiten en los distintos modelados crece con el número de nodos.

A continuación centramos nuestra atención en la zona definida por el rango

$$\begin{aligned} -40 \text{ km} &< x < 20 \text{ km} \\ -20 \text{ km} &< y < 20 \text{ km} \end{aligned}$$

¹⁹Un modelo de océano tridimensional, por ejemplo el Princeton Ocean Model (POM), resuelve el problema dinámico completo de una vez y permite incorporar esta condición sin mayores dificultades, por tratarse de un modelo evolutivo donde la variable tiempo aparece explícitamente.

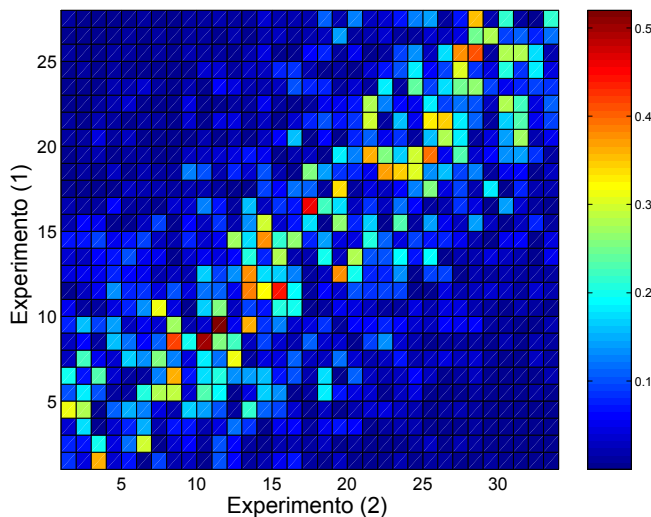


Figura 4-12: Comparación de las soluciones dadas por los experimentos 1 y 2. En el experimento 1 y en el intervalo $7,17 < T < 7,70$ min usado de referencia se obtienen 28 autovalores. En el 2, 34 autovalores. Se representa $\Upsilon_{i,j}^{1,2}$ $i = 1, \dots, 28$ (experimento 1) frente a $j = 1, \dots, 34$ (experimento 2).

que limita la región en la cual estamos interesados y que coincide con la mostrada en la Figura 1-2. La hipótesis a probar es que los modos normales (autovalores/autovectores) obtenidos en esa región para los distintos experimentos tienden a mantener un patrón de comportamiento que no depende críticamente de la posición elegida para ubicar la frontera abierta.

Para realizar este estudio de sensibilidad se ha escogido el intervalo de periodos T (autovalores) $7,17 < T < 7,70$ min, dentro de la banda **A** definida en el capítulo anterior. En dicho intervalo se obtienen 28, 34 y 36 modos de oscilación (autovalores) en los experimentos 1, 2 y 3 respectivamente.

Para cuantificar el parecido de los pares autovalor-autovector entre los distintos experimentos se ha definido la función

$$\chi_{i,j}^{l,k} = e^{-\frac{1}{2\pi}|\omega_i^l - \omega_j^k|T^0} \quad k, l = \{1, 2, 3\} \quad i, j = \{\text{modos}\} \quad (4.53)$$

donde ω son las frecuencias propias obtenidas según (4.30) a partir de los autovalores y T^0 es una constante de adimensionalización. La función $\chi_{i,j}^{l,k}$ cuantifica la similitud de las frecuencias ω_i y ω_j en los distintos experimentos. Si $\omega_i^l = \omega_j^k$, es decir, si el autovalor

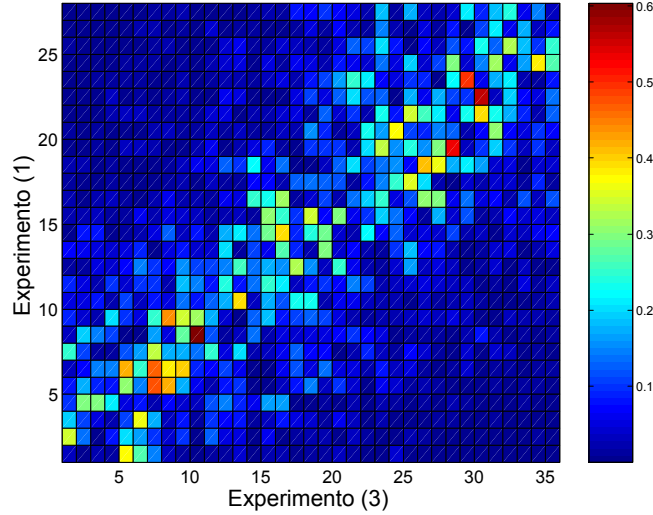


Figura 4-13: Comparación de las soluciones dadas por los experimentos 1 y 3. En el experimento 1 y en el intervalo $7,17 < T < 7,70$ min usado de referencia se obtienen 28 autovalores. En el 3, 36 autovalores. Se representa $\Upsilon_{i,j}^{1,2}$ $i = 1, \dots, 28$ (experimento 1) frente a $j = 1, \dots, 36$ (experimento 3).

i del experimento l coincide con el autovalor j del experimento k , la función $\chi_{i,j}^{l,k}$ alcanza el máximo valor posible ($\chi_{i,j}^{l,k} = 1$).

La constante T^0 es necesaria para adimensionalizar el exponente. Un valor mayor (menor) de T^0 hace que $\chi_{i,j}^{l,k}$ decaiga más rápidamente (lentamente) hacia cero, haciendo que la función sea más (menos) selectiva en cuanto al parecido de frecuencias. Para decidir el valor adecuado de T^0 se ha relacionado esta constante con las observaciones experimentales de la siguiente forma. La resolución frecuencial obtenida en cualquiera de las bandas experimentales definidas en el capítulo 3, es proporcional a la longitud de las series de tiempo analizadas. Para las series más largas y en la banda **A** (entre los 7 y 8 min de periodo aproximadamente) se resuelven 15 periodos distintos. El modelo numérico resuelve, en ese intervalo, más de 60 autovalores distintos, lo que en promedio da una resolución muy superior a la experimental. Ello significa que no es posible identificar una frecuencia experimental de los espectros de la Figura 3-2, por ejemplo, con una única frecuencia modelada. De ahí que la función $\chi_{i,j}^{l,k}$, que mide el parecido de frecuencias entre dos modos en dos experimentos distintos, deba incluir de alguna manera esta limitación experimental. Por esta razón se propone que T^0 sea representativa de la longitud de las series de tiempo utilizadas en la caracterización de OCPs en el capítulo 3. Un valor

representativo de ella es 6 h de modo que se ha tomado este valor para T^0 .

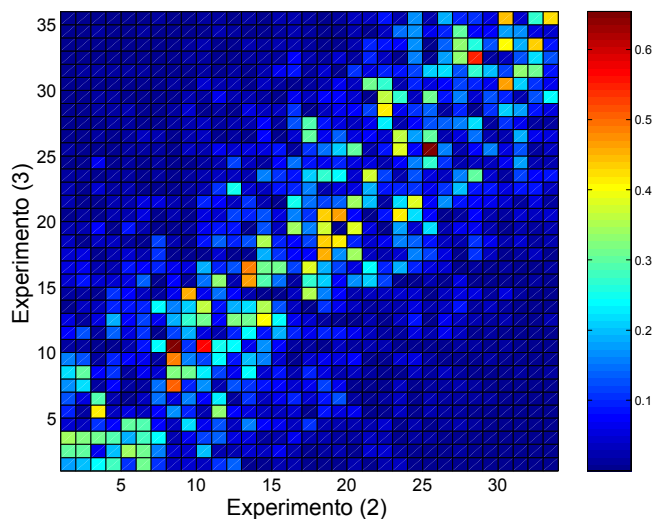


Figura 4-14: Comparación de las soluciones dadas por los experimentos 2 y 3. En el experimento 2 y en el intervalo $7,17 < T < 7,70$ min usado de referencia se obtienen 34 autovalores. En el 3, 36 autovalores. Se representa $\Upsilon_{i,j}^{1,2}$ $i = 1, \dots, 34$ (experimento 2) frente a $j = 1, \dots, 36$ (experimento 3).

Para resaltar el parecido de forma de los autovectores se define

$$\Psi_{i,j}^{l,k} = \left| \frac{\int_{\Omega} \Phi_i^l \Phi_j^k dx}{\sqrt{\int_{\Omega} |\Phi_i^l|^2 dx} \sqrt{\int_{\Omega} |\Phi_j^k|^2 dx}} \right| \quad (4.54)$$

con Φ_i^l , Φ_j^k los autovectores i y j de los experimentos l y k respectivamente y Ω el dominio definido en la Figura 1-2. Se toma valor absoluto para resaltar el parecido de dos funciones con la misma forma relativa pero que tuviera los máximos y mínimos cambiados.

El parecido entre los resultados de experimentos distintos debe incluir información sobre la similitud de autovalores dada por (4.53) y la de autovectores dada por (4.54). El producto

$$\Upsilon_{i,j}^{l,k} = \chi_{i,j}^{l,k} \cdot \Psi_{i,j}^{l,k} \quad (4.55)$$

contiene dicha información. Las Figuras 4-12, 4-13 y 4-14 muestran la función Υ entre

los 3 pares posibles de experimentos. En todos ellos, resalta la diagonal principal²⁰ como consecuencia del factor $\chi_{i,j}^{l,k}$ en (4.55), que mide similitud de frecuencias (autovalores). Dentro de la diagonal principal existen valores bajos debido a la distinta forma de los autovectores obtenidos entre dos experimentos diferentes ($\Psi_{i,j}^{l,k}$ pequeño). Ello indica que esos modos estarían influenciados por la ubicación de la frontera y, por tanto, no deberían ser tenidos en cuenta.

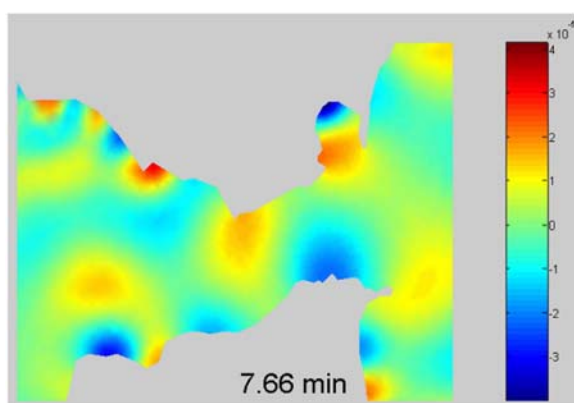


Figura 4-15: Esta solución aparece de claramente en todos los experimentos. Con un período $T = 7,66$ min, se tiene claramente un modo con media oscilación en el estrechamiento de Tarifa. La actividad de este modo se extiende en general a todo el Estrecho y no exclusivamente a la zona anterior: Algeciras, Ceuta, cuenca de Tanger, etc.

El paso siguiente es localizar los pares de puntos en los mosaicos de las Figuras 4-12, 4-13 y 4-14 que estén por encima de un cierto valor umbral y, sobre todo, que lo estén en las tres Figuras. Este valor umbral se ha fijado por ensayo y error; un valor elevado (bajo) elimina(admite) autovectores con (sin) entidad física. Cuando se toma el valor umbral $\Upsilon_{i,j}^{l,k} > 0,5$, se localizan seis pares autovalores/autovectores que cumplen esa condición en el intervalo $7,17 < T < 7,70$ min tomado como referencia en este ejemplo, sugiriendo que dichos autovalores pueden corresponderse con modos normales de oscilación en el Estrecho.

En particular, destacar el autovalor de periodo $T = 7,66$ min que se corresponde

²⁰Los modos están ordenados por períodos, de mayor a menor en los diferentes experimentos. Dado que el número es de un orden similar en las dos simulaciones, se esperan los períodos parecidos en posiciones relativas parecidas.

con $N^1 = 8$, $N^2 = 10$ y $N^3 = 10$ y que queda netamente destacado en los mosaicos de las Figuras 4-12, 4-13 y 4-14. La forma del autovector, que se muestra en la Figura 4-15, resulta claramente compatible con un modo de oscilación Norte-Sur que dejaría una impronta clara en la localidad de Tarifa.

Así pues, la técnica descrita permite seleccionar aquellos autovalores y autovectores que resultan ser poco sensibles a la ubicación de la frontera abierta y que, previsiblemente, representan una respuesta local (¿oscilaciones transversales?) en el Estrecho de Gibraltar. Este proceso de selección de autovalores y autovectores con significado físico se ha llevado a cabo en todas las frecuencias de OCPs encontradas experimentalmente, es decir, en el rango de periodos T de $6 \text{ min} < T < 30 \text{ min}$.

Los modos seleccionados han sido obtenidos del modelo numérico que sitúa la frontera abierta a 180 km del centro del Estrecho (dominio de unos 360 km de longitud horizontal). Esta elección proporciona un buen compromiso entre el coste computacional y el alejamiento de la frontera abierta del dominio de interés.

4.4.3. Algunos comentarios adicionales sobre la frontera abierta

El problema unidimensional cuya solución es la ecuación (2.45) puede recuperarse en este modelo bidimensional. Para ello se define una profundidad media promediada a los autovectores, es decir, pesada con coeficientes que siguen la amplitud espacial de los autovectores, según

$$\bar{h}_i = \frac{\int_{\Omega} h(x, y) \eta_i^2(x, y) dx}{\int_{\Omega} \eta_i^2(x, y) dx} \quad (4.56)$$

donde $h(x, y)$ es la batimetría del fondo, $\eta_i(x, y)$ la amplitud del autovector i y Ω el dominio reducido empleado en la Sección 4.4.2, para minimizar los efectos de la frontera artificial. Esta definición de profundidad media pesada por la energía del autovector, puede tomarse como indicativa de la profundidad donde el autovector muestra las mayores amplitudes espaciales.

Con ayuda de esta definición se puede calcular una longitud de onda característica

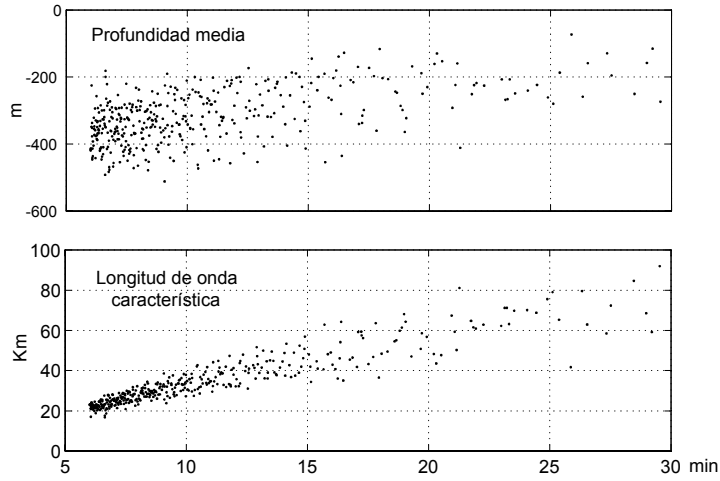


Figura 4-16: En el panel superior Profundidad media \bar{h}_i , según la ecuación (4.56) frente al periodo de oscilación del autovector correspondiente. Esta profundidad media presenta una dispersión importante, modos con períodos próximos tienen profundidades medias distintas; de esta forma modos de período similares quedan asociados a fondos diferentes. En el panel inferior Longitud de onda clásica, (4.57), distancia recorrida por una onda larga en un período (se aproxima la velocidad por $v \approx \sqrt{g\bar{h}}$). El período de las OCP, en Tarifa y Algeciras/Ceuta se corresponde bien con la distancia entre costa y costa, 21 y 32 km.

para cada modo (en la hipótesis de ondas largas):

$$L_i = T_i (g\bar{h}_i)^{\frac{1}{2}} \quad (4.57)$$

El panel superior de la Figura 4-16 muestra que \bar{h}_i oscila alrededor de -320 m con una dispersión de unos 90 m. En general, los modos de mayor periodo de oscilación natural presentan profundidades medias más pequeñas. Son modos característicos de la zona Oeste del dominio reducido que estamos estudiando, donde la topografía del fondo es más somera. Los modos asociados a una señal más fuerte en la cuenca de Alborán o en el Estrecho serán modos con una profundidad característica mayor respecto a la media.

El panel inferior de la Figura 4-16 muestra la dependencia de la longitud de onda característica de cada modo con su periodo. Los modos de mayor longitud de onda, $O(70$ km), tienen periodos de oscilación del orden de 25 min o superiores. Para estas longitudes de onda, las fronteras del dominio no están lejos de la zona central del Estrecho por lo que los resultados del modelo pueden estar contaminados por la presencia de la

frontera. Los periodos asociados a estos modos se ubican en la banda **D** por lo que, de acuerdo con los resultados del capítulo 3, sólo afectarían de forma importante a Algeciras. Más adelante, en la Sección 4.5.2, se propondrá que las frecuencias observadas en la banda **D** en Algeciras parecen ser la respuesta a modos de oscilación de la Bahía y que, por tanto, no tienen que ver con las generales del dominio del modelo.

Para las frecuencias típicas de las bandas **A**, **B**, **C** las longitudes de onda oscilarían entre los 20 – 25 km (banda **A**) hasta los 50 km (banda **C**). Las dimensiones Este-Oeste finalmente aceptadas para el modelo (360 km) son un orden de magnitud superior a las longitudes de onda, lo que sugiere que los efectos de la frontera no serían determinantes en estos casos. Por otro lado, los períodos y longitudes de onda obtenidos con el modelo resultan claramente compatibles con las primeras estimaciones hechas en el capítulo 2.3 al evaluar la posibilidad de ondas estacionarias transversales en el Estrecho. Este resultado continúa apoyando la idea de considerar las OCP como oscilaciones transversales entre las costas Norte y Sur del Estrecho. En el capítulo siguiente se mostrará que esta descripción clásica facilita el entendimiento de las OCPs como resultado de oscilaciones forzadas.

4.5. Resultados

A lo largo de este epígrafe se mostrarán algunos de los autovectores que han superado el test de sensibilidad descrito en el epígrafe anterior y que, por tanto, son considerados como posibles modos reales de oscilación de la región estudiada.

La presentación de resultados se hace siguiendo el esquema de división en bandas de frecuencia establecida en el Capítulo 3 con la siguiente excepción: el hecho de que la Bahía de Algeciras sea una cuenca semicerrada lleva a considerar la posibilidad de que en ella se den ciertos modos de oscilación propios de su geometría que estén desconectados de la dinámica más general de la zona (aunque pudieran estar acoplados a ella). Por esta razón se ha hecho un estudio de la Bahía por separado y se ha comprobado que los periodos más altos de oscilación encontrados en el análisis de datos experimentales en Algeciras, banda **D**, se solapa con el rango de periodos propios de la Bahía. Como la banda **D** sólo tiene una manifestación clara en Algeciras (Tabla 3.5), la presentación de resultados para esta banda se hace en un sub-epígrafe separado. A continuación se muestran los resultados para las bandas **A**, **B** y **C**.

4.5.1. Soluciones en las bandas A, B y C

La Figura 4-17 muestra una selección de modos ubicados en la banda **A** ($7 \text{ min} < T < 8 \text{ min}$) con el correspondiente valor del periodo. No son los únicos modos en esta banda que superan el test de sensibilidad, pero sí son aquellos que lo hacen de una forma más destacada. La mayor parte de ellos tienen una clara estructura Norte-Sur (Figura 4-17) en buen acuerdo con la hipótesis inicial de oscilaciones transversales entre esas costas. Pero existen otros en los que esa estructura transversal no resulta tan evidente, por ejemplo el correspondiente a $T = 7,57 \text{ min}$, sugiriendo otro tipo de respuesta más compleja. En general puede afirmarse que en esta banda de frecuencias los autovectores (modos) numéricos tienden a mostrar una mayor amplitud en la zona de menor anchura del Estrecho (léase, Tarifa), lo que está en buen acuerdo con el hecho experimental de que ésta sea la banda dominante en esta localidad. La Figura 4-18 muestra los resultados del modelo en términos del campo de velocidades asociado, ecuación (4.18), para los modos con $T = 7,66 \text{ min}$ y $7,57 \text{ min}$. En ella se intuye de una forma visual más clara el movimiento de las aguas y la naturaleza de la oscilación. En estas representaciones alternativas se da información sobre la profundidad media y la longitud de onda característica, ecuaciones (4.56) y (4.57) respectivamente.

Las Figuras 4-19 y 4-20 son análogas a las 4-17 y 4-18 pero para la banda **B**. De nuevo se ha realizado una selección de los modos que superan el test de sensibilidad en esta banda y se han representado aquellos que lo hacen de una forma más notable. Se aprecia nuevamente una orientación Norte-Sur en la estructura espacial de los modos (ver paneles correspondientes a los periodos 11,83 min, 12,75 min y 13,86 min en la Figura 4-19) y, en algunos casos, amplitudes notables en el interior de la Bahía de Algeciras.

Las Figuras 4-21 y 4-22 muestran los resultados para la banda **C** en un formato similar a las anteriores. Los modos (autovectores) tienden a mostrar mayores amplitudes relativas en la Bahía de Algeciras y en las partes oriental y occidental del Estrecho, ahí donde su anchura aumenta abruptamente. Esta tendencia, ya insinuada en los paneles correspondientes a la banda **B** (Figura 4-19) se ve acentuada en esta banda.

El modelo numérico también produce modos de oscilación que superan el test de sensibilidad fuera de las bandas de frecuencia anteriores. De hecho la división en bandas efectuada en el Capítulo 3 es un tanto artificial aunque muy conveniente para sistematizar la discusión de resultados experimentales. Esta artificialidad no es reproducida en los modos numéricos producidos por el modelo. Como ejemplo de ello, se muestra en la

Figura 4-23 una serie de modos cuyos periodos los ubica en una banda intermedia entre la **A** y la **B** y cuya estructura espacial es bastante coherente con la hipótesis original de oscilaciones Norte-Sur. La razón por la cual estas oscilaciones no se encuentran de forma clara en los resultados experimentales se discute en el próximo Capítulo. Conviene así mismo recordar que en las localidades de Ceuta (Figuras 3-5, 3-6) y, en menor medida, Tarifa (Figuras 3-7, 3-8, 3-9) esta región del espectro concentra una fracción importante de energía.

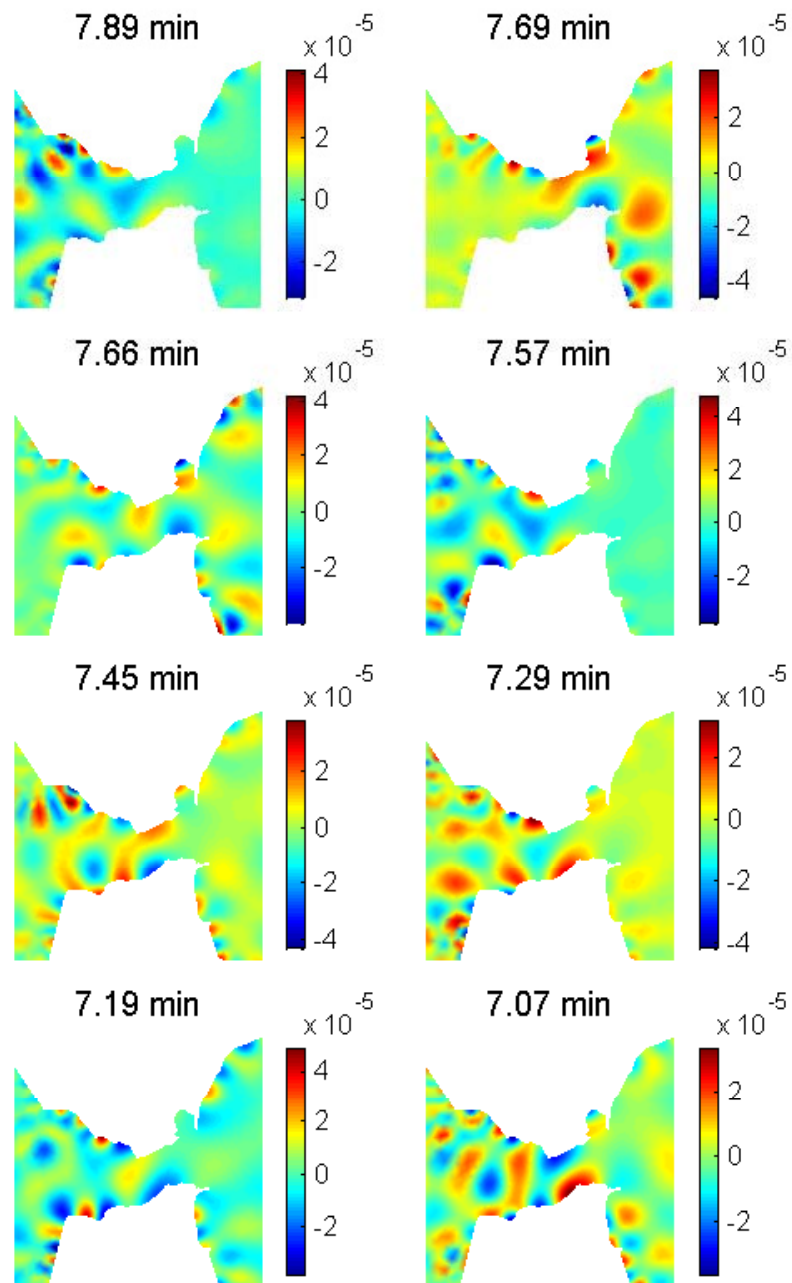


Figura 4-17: Modos seleccionados en la banda **A** que persisten en los distintos experimentos de sensibilidad realizados (ver texto para más detalles).

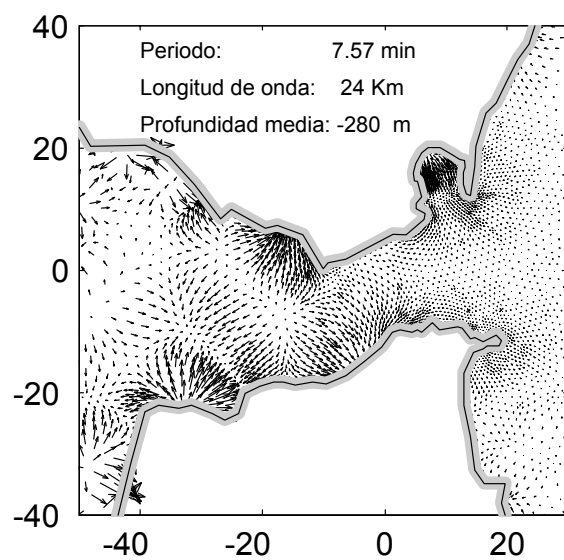
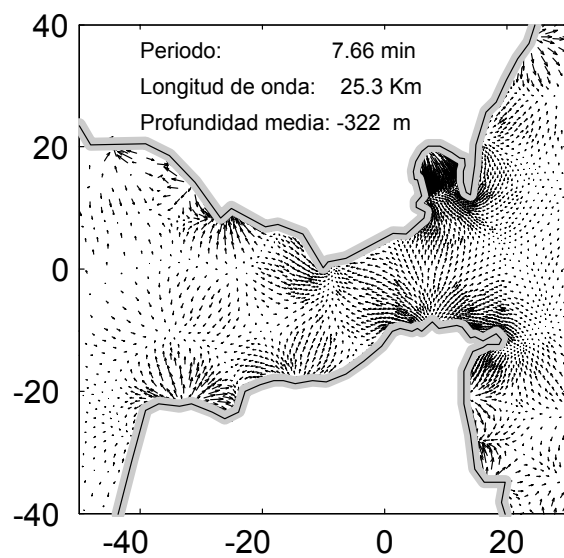


Figura 4-18: Campo de velocidades asociados a los modos de 7,66 min y 7,57 min de periodo de la Figura 4-17.

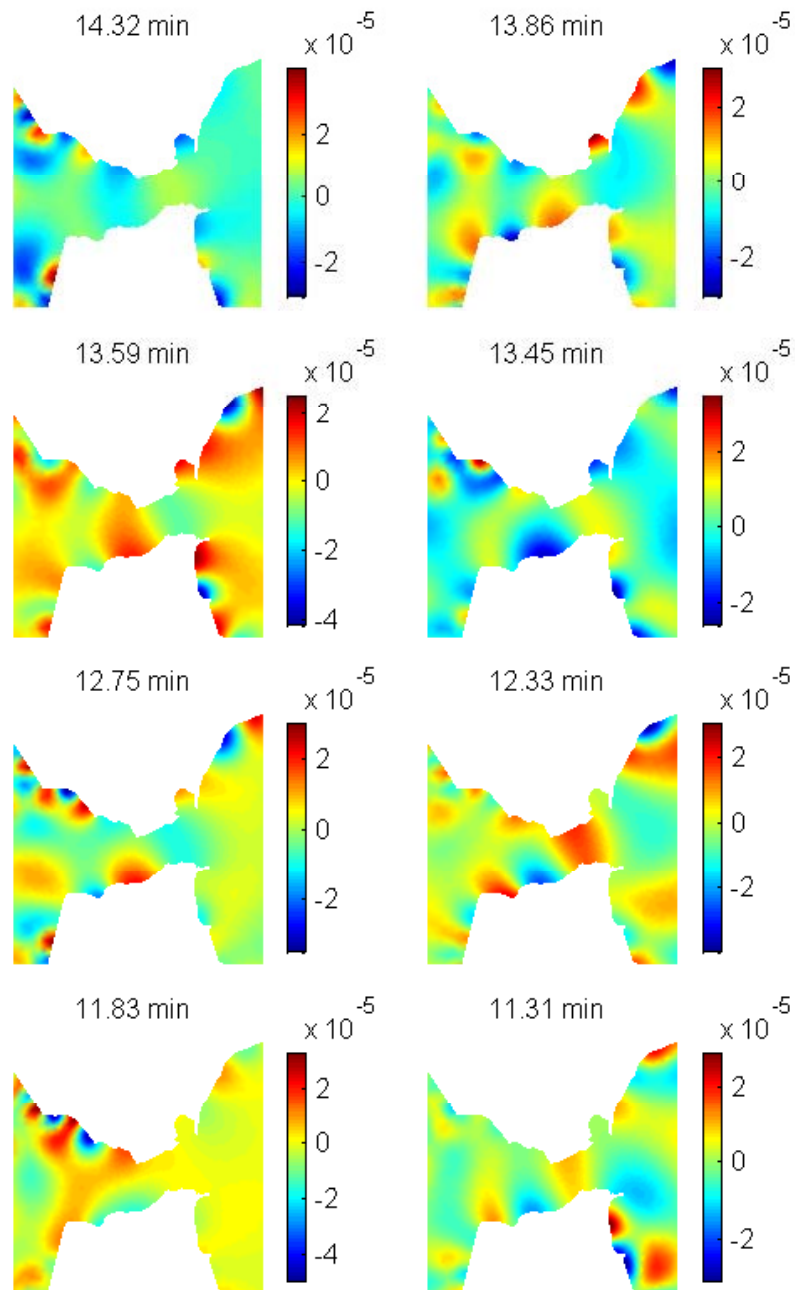


Figura 4-19: Modos seleccionados en la banda **B** que persisten en los distintos experimentos de sensibilidad realizados (ver texto para más detalles).

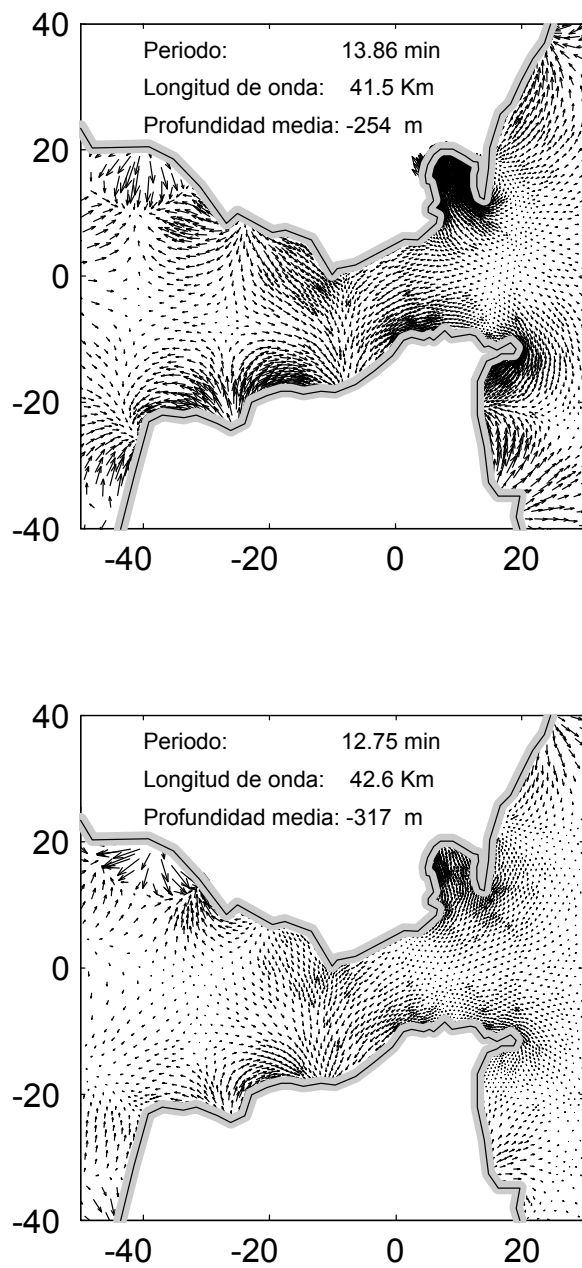


Figura 4-20: Campo de velocidades asociado a los modos de 12,75 min y 13,86 min de periodo de la Figura 4-19.

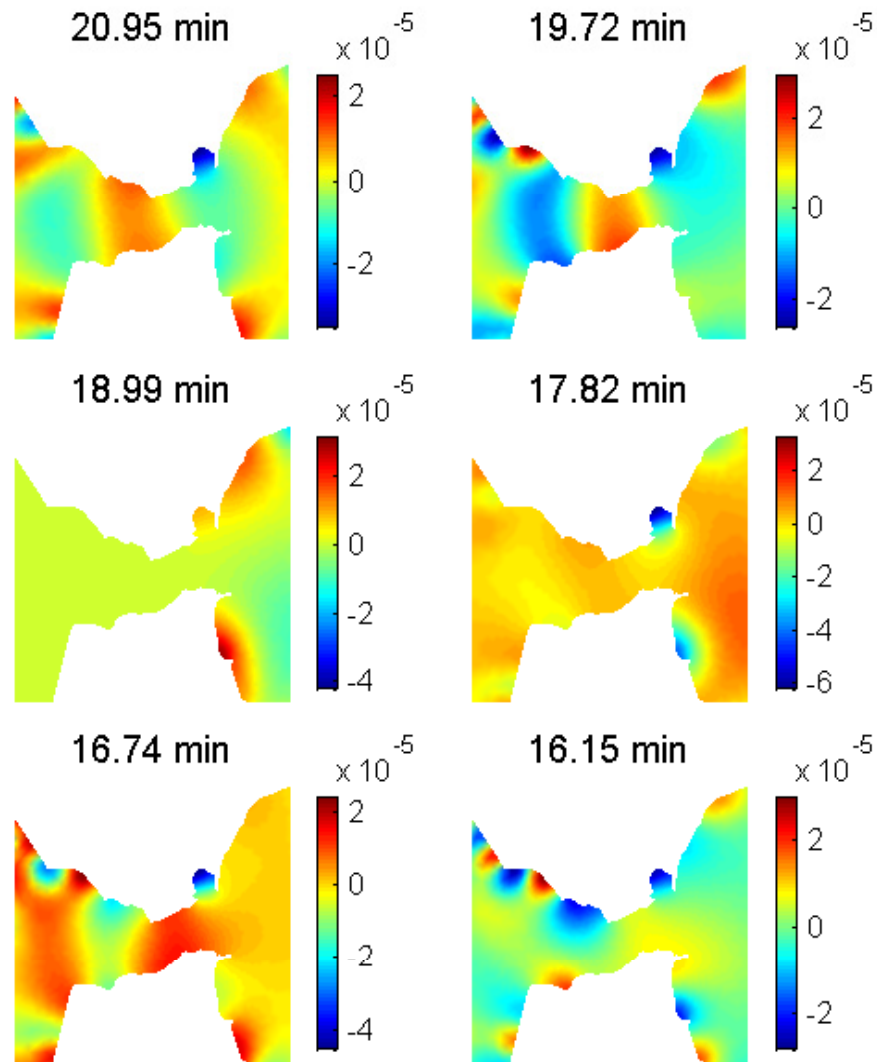


Figura 4-21: Modos seleccionados en la banda **C** que persisten en los distintos experimentos de sensibilidad realizados (ver texto para más detalles).

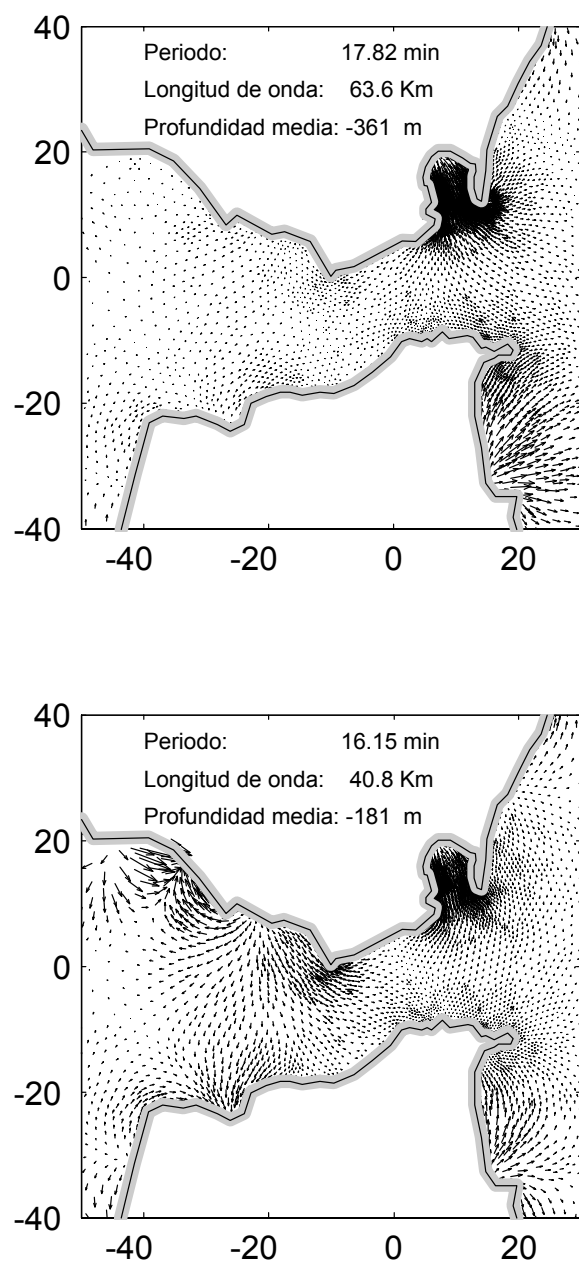


Figura 4-22: Campo de velocidades asociado a los modos de 16,15 min y 17,82 min de periodo de la Figura 4-19.

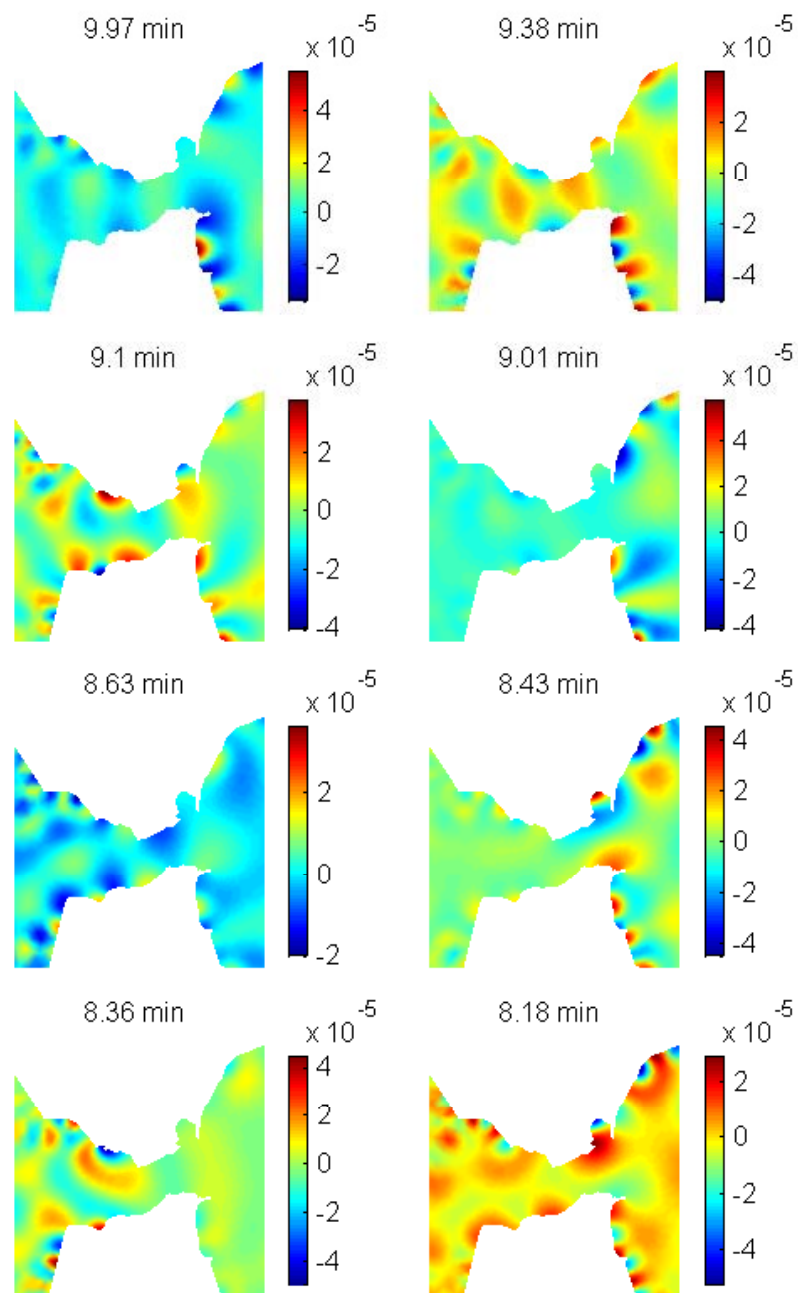


Figura 4-23: Modos de oscilación en el intervalo 8 a 10 min del modelo. Entre estos modos se destacan uno con 8,36 min, similar al propuesto en el capítulo 3. Experimentalmente esta banda tiene poca energía en las distintas series analizadas, los forzamientos no excitan este tipo de oscilaciones especialmente o si lo hacen el modo no presenta la suficiente amplitud en Algeciras, Ceuta o Tarifa.

4.5.2. Modos propios de la Bahía de Algeciras

La naturaleza de cuenca semicerrada que tiene la Bahía de Algeciras, junto con el hecho de que sólo en Algeciras se detecten amplitudes significativas en la banda banda **D**, hace aconsejable el estudio de los modos propios de esta bahía como un dominio independiente del Estrecho. La Figura 4-24 muestra la batimetría y el mallado usados para resolver el problema (4.20). Las condiciones impuestas en la frontera del dominio han sido las de flujo nulo (4.8) para los contornos sólidos y de tipo Dirichlet (4.48) en los contornos abiertos.

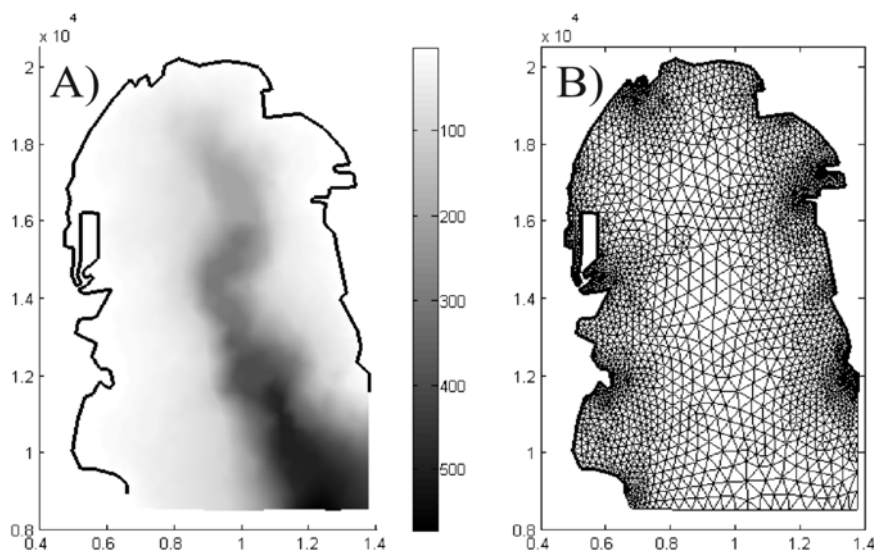


Figura 4-24: A) Batimetría de la bahía de Algeciras usada en el modelo y B) Mallado en elementos finitos empleado.

La profundidad media de la Bahía no es excesiva (unos 150 m en promedio) aunque existe un pronunciado canal, el cañón de Algeciras, que supera los 600 m de profundidad en el límite sur. Al igual que para el dominio general, se aplicó un suavizado de la batimetría según se ha explicado en la sección 4.3).

La Figura 4-25 muestra los primeros autovalores y autovectores numéricos obtenidos. El primero de ellos sugiere claramente una oscilación del tipo cuarto de onda como, que parece ser consecuencia de la condición de contorno de no oscilación impuesta en la fron-

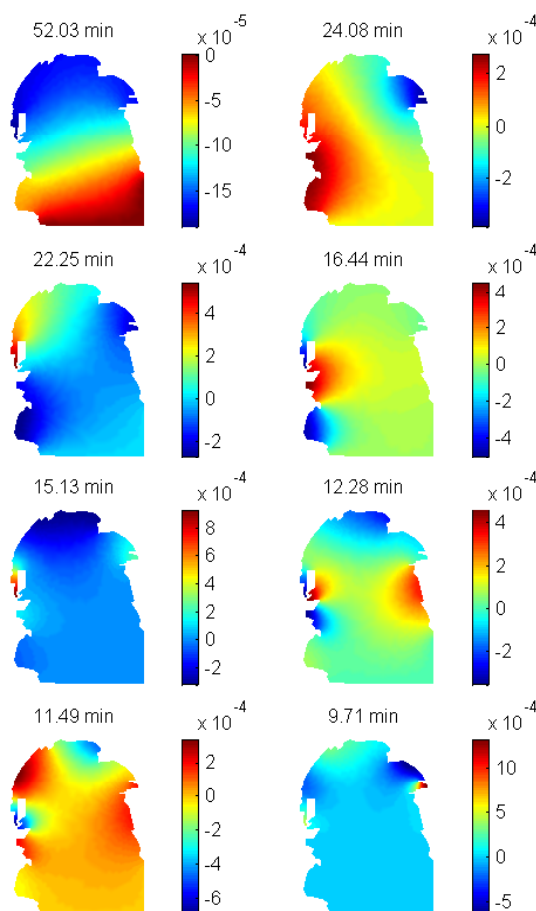


Figura 4-25: Primeros autovectores y autovalores obtenidos para la Bahía de Algeciras.

tera abierta. Dada la dudosa validez de este tipo de condición de contorno, la existencia física de este autovector es también dudosa. Sin embargo, los paneles correspondientes a 12,28 min, 16,44 min y 24,08 min muestran oscilaciones claramente transversales, entre las costas oriental y occidental de la Bahía, las cuales, en principio, no deban depender críticamente de la condición impuesta en el contorno abierto. Dos de ellas (segundo y tercer panel de la Figura 4-25) caen dentro de la banda **D** y muestran amplitudes relativas considerables en el lugar donde se localiza el mareógrafo de Algeciras (ver Figura 4-24A), apoyando claramente la idea de que las oscilaciones en este puerto pueden corresponderse con modos normales de oscilación de la Bahía.

4.6. Consideraciones finales

El muy buen acuerdo existente entre las soluciones numéricas y las analíticas para las geometrías simples usadas como test en el epígrafe 4.2.3 es indicativo de que las soluciones numéricas obtenidas para la zona de estudio han de reflejar una fenomenología real. De hecho, si los dominios usados para integrar numéricamente la ecuación (4.20) fuesen cerrados y las condiciones de no flujo a través de los contornos pudieran aplicarse con total rigor, las soluciones numéricas obtenidas habrían de representar los modos de oscilación físicos del dominio. Sin embargo, la región de interés no es cerrada, ni mucho menos, lo que plantea el problema de imponer condiciones de contorno en esas fronteras abiertas.

Es muy probable que las condiciones de contorno más adecuadas sean las de radiación, condiciones que son de aplicación práctica imposible en el modelo separable que se ha seguido en el planteamiento del problema. Por ello se han impuesto condiciones de contorno tipo Dirichlet en esos contornos y se han llevado las fronteras abiertas lo suficientemente lejos como para poder suponer razonablemente que la presencia de esos contornos no determina las soluciones. Aun así, es lógico encontrar pares autovector-autovalor del problema numérico que sean consecuencia de esos contornos artificiales y por lo tanto no representen modos de oscilación físicos del área estudiada. En un intento de identificación de autovectores y autovalores que representen posibles modos físicos de oscilación, se ha realizado un estudio de sensibilidad ubicando la frontera abierta a diferentes distancias y detectando, a continuación, aquellas soluciones cuya presencia en los distintos experimentos persista. Estas soluciones no están particularmente influenciados por la ubicación de las fronteras abiertas y puede suponerse razonablemente que están asociados a otra geometría diferente de la definida por las fronteras abiertas artificialmente ubicadas. En otras palabras, se puede admitir que representan modos de oscilación *reales* del mar en la zona.

Parece lógico que cuanto más lejos se sitúen las fronteras abiertas de la zona del Estrecho, mejores serán los resultados proporcionados por el modelo numérico. La contrapartida importante a esta ventaja es que se eleva el coste computacional al aumentar el número de elementos necesarios para definir el dominio. En nuestro caso, se han tomado aquellas soluciones obtenidas en el experimento 2 (el que ubica la frontera a 180 km del origen de coordenadas en ambas direcciones) y que también aparecen en los otros dos experimentos. Aunque este mecanismo de selección reduce considerablemente el núme-

Periodo	Algeciras	Ceuta	Tarifa	
26,3	2	0	0	Bahía de Algeciras
23,9	2	0	0	
17,85	1	1	0	
13,6	2	1	1	Estrecho ancho (Algeciras-Ceuta) + Bahía de Algeciras
13,2	0	1	0	
12,9	2	2	0	
12,4	0	2	1	
12,1	2	2	0	
11,4	1	1	1	
10,6	0	2	0	
9,1	1	0	1	Estrecho estrecho (Tarifa)
8,95	1	1	1	
8,35	1	0	2	
7,9	1	1	2	
7,63	1	1	2	
7,5	1	1	2	
7,35	1	0	2	
7,1	1	1	1	
7,0	1	1	1	

Tabla 4.1: Periodos observados en las series de nivel del mar, entendidos bajo la óptica que proporcionan los modos gravitacionales.

ro de frecuencias teóricas de oscilación, éstos son aún mucho más numerosas que las frecuencias resolubles en los datos experimentales dentro de las bandas de frecuencia definidas en el Capítulo 3. A este respecto conviene mencionar que el número de soluciones numéricas que se obtiene coincide con el número de nodos del mallado, lo que indica que éste influye en las soluciones. Al refinar el mallado aparecen nuevos autovalores en el rango de muy altas frecuencias, con longitudes de onda características del tamaño típico del elemento de malla, pero las soluciones para las frecuencias en las bandas **A** a **D** no se ven alteradas.

En general, puede afirmarse que los modos que superan el test tienen una cierta estructura transversal al Estrecho, lo que sugiere que son generados como oscilaciones entre las costas Norte y Sur. Los modos con mayor periodo (banda **D**) parecen corresponderse con oscilaciones propias de la Bahía de Algeciras en tanto que por debajo de los 16 min o 17 min de periodo (bandas **A**, **B** y **C**) parecen corresponderse con oscilaciones propias del Estrecho. A su vez, aquéllos modos cuyos periodos (numéricos) están por debajo de los 10 min parecen tener amplitudes máximas en la región de mínima anchura (Tarifa), en tanto que los que tienen periodos por encima de los 10 min (pero menos de 16 min) muestran mayores gradientes en las partes oriental y occidental del Estrecho, donde éste comienza a aumentar su anchura. La Tabla 4.1, que repite los datos mostrados en la Tabla 3.5, incorpora esta información cualitativa a modo de información complementaria.

Como se ha mencionado, el número de modos numéricos excede en mucho al número de modos experimentales. Para el dominio finalmente usado (el correspondiente al experimento 2), el modelo resuelve más de 400 soluciones en el rango de 6 min a 30 min, rango que incluye sobradamente las bandas de frecuencia experimentales. El análisis de estabilidad frente a variaciones en la ubicación de la frontera abierta rechaza por inconsistentes el 60 % de las soluciones, los cuales se consideran productos espúreos vinculados a la ubicación artificial de la frontera abierta. El 35 % superan claramente el test de estabilidad realizado sobre la función (4.55). Incluso tras esta drástica reducción, el número de soluciones aceptadas supera en mucho el número de frecuencias distinguibles en los espectros de los datos experimentales (Figuras 3-2 a 3-9). Los autovalores numéricos están mucho más próximos entre sí de lo que cualquier análisis espectral es capaz de diferenciar. No es por tanto posible realizar una identificación inequívoca modo-numérico modo-experimental y por ello no se ha hecho el esfuerzo de incorporar esta información a la Tabla 4.1.

Toda la gama de frecuencias experimentales es reproducida por el modelo numérico. Quiere decirse con ello que cualquiera de las frecuencias de OCP encontrada en los datos tiene varias contrapartidas numéricas con las que pudiera ser identificada. Es uno de los resultados más importantes del epígrafe 4.5. La cuestión, de nuevo, es que no hay posibilidad de asignar un modo numérico único a uno experimental. Además, los modos numéricos están tan próximos unos a otros que no es posible pensar en un forzamiento externo tan selectivo que sea capaz de excitar una frecuencia única y no el (las) adyacente(s). Por el contrario ese supuesto mecanismo externo debe excitar un conjunto considerable de modos normales, incluso todos ellos si la energía del forzamiento está contenida en una ancha banda de frecuencias. En el capítulo 5 se estudia la repuesta predicha por el modelo a diferentes forzamientos externos y si la amplitud de esa respuesta en los distintos puertos se corresponde con las observaciones. Para ello es necesario incorporar la variable tiempo al modelo y estudiar la generación, evolución y eventual decaimiento de las OCP.

Capítulo 5

Dinámica de las oscilaciones de corto periodo: Generación y Evolución temporal

Los autovalores y autovectores seleccionados como probables modos normales de oscilación en la región del Estrecho de Gibraltar apoyan la idea postulada al comienzo de este trabajo de que las OCP observadas en los puertos de Tarifa, Ceuta y Algeciras pertenecen a esa categoría de oscilaciones. La riqueza espectral de modos numéricos y la proximidad de los autovalores en las bandas de frecuencia de las OCP hace imposible, como se ha dicho, establecer una relación biunívoca periodo experimental-autovalor numérico. Tal intento de asociación, además de imposible, es irreal puesto que el mar no es un *sintonizador* tan fino que oscile con una única de las posibles frecuencias asociadas a los modos numéricos. Por el contrario, lo hará en la banda de frecuencias más o menos ancha dando a entender que las OCP observadas son el resultado de la excitación de un conjunto más o menos numeroso también de modos propios.

Desde esta óptica, las preguntas pertinentes deberían apuntar al por qué de la afinidad que tienen las distintas localidades a albergar OCP de frecuencias características y, a veces, bien diferentes unas de otras y, en cualquier caso, a cuáles son los mecanismos de generación de estas OCP.

En este capítulo se hace una extensión del modelo de modos normales desarrollado

en el capítulo anterior para incluir los posibles forzamientos externos y los efectos de fricción. Esta ampliación del modelo se explica en la próxima sección. A continuación se aplica el modelo para analizar distintas formas de génesis de OCP y, en la línea de lo comentado en la sección 2.3, se valoran las posibilidades de que estas OCP pertenezcan a la categoría de oscilaciones libres o de oscilaciones forzadas.

En la sección 5.2, se investiga la posibilidad de que estas oscilaciones pudieran aparecer como un transitorio que sigue a una relajación brusca de algún estado inicial de no equilibrio como, por ejemplo, la relajación de un desnivel transversal en el Estrecho que hubiese sido generado por *set-up* de un viento que repentinamente cesa. Este tipo de fenómeno produciría oscilaciones libres asociadas a transitorios entre el estado inicial y el estado estacionario final. El estudio se hace para distintas condiciones iniciales de perturbación físicamente aceptables o, al menos, físicamente justificables. En general, el estado perturbado inicial contendrá energía en todo el espectro de modo que es potencialmente capaz de excitar muchos posibles modos de oscilación. La sección se concluye discutiendo los resultados obtenidos para este hipotético caso de que las OCP fuesen una respuesta transitoria en forma de oscilaciones libres.

En la sección 5.3 se investiga la posibilidad de oscilaciones forzadas por perturbaciones atmosféricas (ondas gravitatorias de presión) que son introducidas en el modelo como ondas planas en una primera aproximación y como perturbaciones atmosféricas con riqueza espectral en las altas frecuencias que viajan por el dominio modelado en un estudio posterior. De nuevo, el principal interés se centra en analizar la respuesta local en los distintos puertos donde se dispone de observaciones experimentales.

5.1. Descripción del modelo dependiente del tiempo

Para estudiar la forma en la que la presión atmosférica, los vientos y la fricción pueden excitar y modular la respuesta de los distintos modos se deben mantener términos de la derecha de las ecuaciones originales (4.1) y (4.2). Se siguen ignorando los términos no lineales y el de rotación pero se conservan los de la presión atmosférica, de cizalla en superficie (stress del viento) y fricción con el fondo. El término de viscosidad turbulenta se sigue considerando despreciable de modo que la única fricción proviene del término τ_b en (4.1)-(4.2).

Teniendo en cuenta que $\eta \ll h$ en (4.4) y, por tanto, que $D \sim h$, las ecuaciones (4.1) y (4.2) pueden ser escritas en una única ecuación vectorial según:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + g \vec{\nabla} \eta = -\frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P_a + \frac{\vec{\tau}_w}{\rho_0 h} - \frac{\vec{\tau}_b}{\rho_0 h} \quad (5.1)$$

La ecuación (5.1) debe sustituir a (4.14) si se quieren incluir los efectos de forzamientos externos y fricción; la ecuación de continuidad (4.15) se mantiene inalterada.

El nuevo problema (5.1) junto con (4.15) se aborda proyectando esas ecuaciones en los modos normales obtenidos en el capítulo anterior. Se trata de un método usual empleado, por ejemplo, en Platzman (1978), Canalejo et al (1990), Kowalik y Murty (1993) ó Candela y Lozano (1994). Para ello, se toma como punto de partida el conjunto de modos propios (autofunciones ϕ_i), base de funciones satisfaciendo la ecuación (4.20) con las condiciones de contorno propuestas. En la práctica, sólo se consideran aquellos autovectores que fueron considerados *estables* en el test de sensibilidad del capítulo anterior, es decir, la fracción del conjunto total que se considera con significado físico.

El campo de velocidades se representa en dicha base como (Kowalik y Murty, 1993):

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{\nabla} \left(\sum_{i \geq 1}^n P_i(t) \phi_i(\vec{x}) \right) = \sum_{i \geq 1}^n P_i \vec{\nabla} \phi_i = \sum_{i \geq 1}^n P_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \vec{j} \right) \quad (5.2)$$

que en realidad no es sino una variante de la ecuación (4.18) si en dicha ecuación se considera únicamente la parte real. Igualmente, la altura del nivel del mar se representa:

$$\eta(\vec{x}, t) = \sum_{i \geq 0}^n N_i(t) \phi_i(\vec{x}) \quad (5.3)$$

siendo n el número de funciones utilizadas en la base. Notar que en (5.2) el sumatorio excluye el valor $i = 0$ que sí está incluido en (5.3). La razón es que el modo ϕ_0 tiene estructura plana pero no tiene por qué ser necesariamente nulo. Ello conduce a $\vec{\nabla} \phi_0 = 0$, $\phi_0 \neq 0$ y, de ahí, el distinto recorrido de los índices. Sin embargo y sin pérdida de generalidad, puede asumirse $\phi_0 = 0$ (cambio del nivel de referencia) en cuyo caso el sumatorio en (5.3) también comenzaría en $i = 1$. En lo sucesivo se adopta este criterio.

Los coeficientes $P_i(t)$ y $N_i(t)$ contienen la información sobre la evolución temporal de \vec{u} y η respectivamente, con unidades de $[\text{m s}^{-1}]$ el primero y adimensional el segundo.

Se define el producto escalar:

$$[a, b] \equiv \int_{\Omega} ab \, d\Omega \quad (5.4)$$

La proyección de las ecuaciones de continuidad (4.15) y momento (5.1) sobre la base (esto es, las operaciones $[\phi_i, (4.15)]$ y $[h\nabla\phi_i, (5.1)]$) incorpora la dependencia temporal en la formulación de modos normales.

5.1.1. Proyección de la ecuación de continuidad en los autovectores

La proyección de la ecuación de continuidad sobre las autofunciones de (4.20), $[\phi_j, (4.15)]$, es

$$\int_{\Omega} \left(\phi_j \frac{\partial \eta}{\partial t} + \phi_j \vec{\nabla} \cdot (h \vec{u}) \right) d\Omega = 0 \quad (5.5)$$

Con ayuda de (5.2) y (5.3) se obtiene

$$\int_{\Omega} \left(\phi_j \frac{\partial \left(\sum_{i \geq 1}^n N_i \phi_i \right)}{\partial t} + \phi_j \vec{\nabla} \cdot \left(h \sum_{i \geq 1}^n P_i \vec{\nabla} \phi_i \right) \right) d\Omega = 0 \quad (5.6)$$

El segundo sumando puede escribirse como

$$\phi_j \sum_{i \geq 1}^n P_i (\vec{\nabla} \cdot h \nabla \phi_i)$$

puesto que P_i no tiene estructura espacial y h puede ser introducido en el interior del sumatorio. La ecuación (4.20) garantiza que, en particular,

$$\vec{\nabla} \cdot (h \vec{\nabla} \phi_i) = -\lambda_i \phi_i \quad (5.7)$$

de modo que el segundo sumando queda como

$$\sum_{i \geq 1}^n \lambda_i \phi_j \phi_i P_i \quad (5.8)$$

y la ecuación (5.6) se escribirá

$$\int_{\Omega} \left(\sum_{i \geq 1}^n \left(\phi_j \phi_i \frac{dN_i}{dt} \right) - \sum_{i \geq 1}^n (\lambda_i \phi_j \phi_i P_i) \right) d\Omega = 0 \quad (5.9)$$

Teniendo en cuenta la ortogonalidad de las autofunciones ϕ_i se llega inmediatamente a

$$\int_{\Omega} \left(\phi_j^2 \frac{dN_j}{dt} - \lambda_j \phi_j^2 P_j \right) d\Omega = 0 \quad (5.10)$$

para $i \geq 1$. Los coeficientes N_i y P_i sólo dependen del tiempo de modo que con ayuda de la condición de normalización (4.23) se llega a

$$\frac{dN_j(t)}{dt} = \lambda_j P_j(t) \quad i \geq 1 \quad (5.11)$$

Esta relación proporciona, para cada autovalor, la dependencia entre los coeficientes temporales de la altura del nivel del mar y los de las velocidades.

5.1.2. Proyección de la ecuación de momento en los autovectores

La proyección de la ecuación de momento sobre las autofunciones de (4.20)

$$\begin{aligned} [h \vec{\nabla} \phi_j, (5.1)] &\implies \int_{\Omega} \left(h \vec{\nabla} \phi_j \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + h \vec{\nabla} \phi_j g \vec{\nabla} \eta \right) d\Omega = \\ &= \int_{\Omega} \left(-h \vec{\nabla} \phi_j \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P_a + h \vec{\nabla} \phi_j \frac{\vec{\tau}_w}{\rho_0 h} - h \vec{\nabla} \phi_j \frac{\vec{\tau}_b}{\rho_0 h} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (5.12)$$

Haciendo uso de nuevo de (5.2) y (5.3), el término de la izquierda se escribe:

$$\int_{\Omega} \left(h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{\partial \left(\vec{\nabla} \sum_{i \geq 1}^n P_i \phi_i \right)}{\partial t} + h \vec{\nabla} \phi_j \cdot g \vec{\nabla} \left(\sum_{i \geq 1}^n N_i \phi_i \right) \right) d\Omega \quad (5.13)$$

Considerando la dependencia temporal de P_i y N_i y la espacial de h y ϕ_i , la expresión

se puede reescribir como

$$\sum_{i \geq 1}^n \left(\frac{dP_i}{dt} + gN_i \right) \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega \quad (5.14)$$

La integral se simplifica apoyándose en las propiedades de los modos ϕ_i . Para ello, reescribiremos la integral como

$$\int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega = \int_{\Omega} \vec{\nabla} (h \phi_j) \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega - \int_{\Omega} \phi_j \vec{\nabla} h \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega \quad (5.15)$$

El primer sumando (5.15) puede manipularse utilizando la fórmula de Green

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} (h \phi_j) \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega = - \int_{\Omega} h \phi_j \nabla^2 \phi_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} h \phi_j \frac{\partial \phi_i}{\partial n} d(\partial\Omega) \quad (5.16)$$

mientras que el segundo sumando, teniendo en cuenta (5.7), se puede reescribir como

$$- \int_{\Omega} \phi_j \vec{\nabla} h \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega = \int_{\Omega} h \phi_j \nabla^2 \phi_i d\Omega + \lambda_i \int_{\Omega} \phi_i \phi_j \quad (5.17)$$

Por tanto (5.15) queda como

$$\int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega = \int_{\partial\Omega} h \phi_j \frac{\partial \phi_i}{\partial n} d(\partial\Omega) + \lambda_i \int_{\Omega} \phi_i \phi_j \quad (5.18)$$

ya que los primeros sumandos de (5.16) y (5.17) se cancelan. La integral sobre el contorno $(\partial\Omega)$ del segundo término es nula tanto para condiciones de Neumann, impuestas en los contornos sólidos, como para condiciones Dirichlet, que se siguen manteniendo en los contornos abiertos, en coherencia con el desarrollo llevado a cabo en el capítulo 4. La expresión (5.14) queda por tanto como:

$$\sum_{i \geq 1}^n \left(\frac{dP_i}{dt} + gN_i \right) \lambda_i \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega \quad (5.19)$$

Teniendo en cuenta la ortonormalización de las autofunciones ϕ_i , (5.19) queda definitivamente como

$$\lambda_j \left(\frac{dP_j}{dt} + gN_j \right) \quad (5.20)$$

El análisis detallado del forzamiento y fricción en la parte de la derecha de la igualdad (5.12) se lleva a cabo en los epígrafes 5.1.3 y 5.1.4. Denominemos aquí genéricamente F_j a la proyección de dicho término sobre el autovector j , en cuyo caso la ecuación inicial (5.12) se reduce a

$$\lambda_j \left(\frac{dP_j}{dt} + gN_j \right) = F_j \quad j \geq 1 \quad (5.21)$$

que relaciona los coeficientes temporales del desarrollo de \vec{u} y η con el forzamiento externo y la fricción.

Los sistemas de ecuaciones (5.11) y (5.21) pueden ser escritos como:

$$\frac{dy}{dt} = My + F \quad (5.22)$$

donde

$$y \equiv \begin{pmatrix} N_j \\ P_j \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

contiene los coeficientes temporales de la expansión de η y \vec{u} , la matriz M

$$M \equiv \begin{pmatrix} 0 & \lambda_j \\ -g & 0 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

contiene los autovalores del problema independiente del tiempo¹ y F queda definida por

$$F \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ F_j \\ \lambda_j \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

como se ha dicho, proyección del forzamiento dependiente del tiempo sobre los elementos de la base pesada por la inversa de su correspondiente autovalor. La integración numérica de (5.22) puede consultarse en el apéndice 7.3.

5.1.3. Efectos de fricción

La amplitud y persistencia de las OCP depende de como se incorpora la energía proporcionada por alguna fuente al sistema, en la banda de alta frecuencia del espectro. En este fenómeno tiene importancia la disipación mediante fricción con las paredes laterales y el fondo y la radiación de energía fuera del dominio.

¹En realidad, contiene los autovalores seleccionados en el Capítulo anterior.

La disipación es necesaria en el estudio de oscilaciones forzadas (sección 5.3) para limitar la amplitud de la respuesta, pero también lo es para el estudio de las oscilaciones libres (sección 5.2) ya que la fricción produce ligeras variaciones en las frecuencias de las OCP con respecto a la situación de no fricción además de, por supuesto, hacer decaer las oscilaciones.

Los efectos de la fricción con el fondo en el modelo barotrópico de océano empleado se formula a través de las ecuaciones de momento promediadas verticalmente, tomando la parametrización lineal

$$\vec{\tau}_b = c_b \rho_0 u^* \vec{u} \quad (5.26)$$

donde c_b es un coeficiente de arrastre constante con valores típicos $(1 - 4) 10^{-3}$ y u^* una velocidad barotrópica característica (Pedlosky, 1986; Blumberg y Mellor, 1987; Egbert y Erofeeva, 2002). Esta parametrización relaciona linealmente la magnitud del coeficiente de fricción con las condiciones de flujo medio. Suele ser costumbre afinar el valor de este parámetro en base a las observaciones (tiempos de *spin-up*, o generación del movimiento, *spin-down*, o decaimiento del movimiento -estos tiempos son simétricos por otra parte-). Las observaciones directas en el Estrecho y otros modelos más locales (Candela, 1991; Gregg, 2004, Garret, 2004) aconsejan un valor de $c_b u^*$ elevado, consecuencia de una mayor actividad disipativa. En adelante se toma $c_b u^* = 4 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$.

La fricción se introduce en el modelo proyectando esta parametrización lineal sobre el modo j (tercer sumando del término de la derecha de (5.12))

$$- \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{\tau_b}{\rho_0 h} d\Omega = - \sum_{i \geq 1}^n c_b u^* P_i \int_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega \quad (5.27)$$

Este término de fricción suma las contribuciones independientes del tiempo (el integrando de (5.27)), contribuciones que serán tanto mayores cuanto más parecidos sean los patrones espaciales de los modos i y j , es decir, cuanto más parecidos sean $\vec{\nabla} \phi_j$ y $\vec{\nabla} \phi_i$.

Conocidos los autovectores, la matriz

$$M_{fr} = \left[\int_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega \right]_{i j} \quad (5.28)$$

en adelante *matriz de fricción*, puede ser calculada de una vez por todas, puesto que los autovectores ϕ_j no dependen del tiempo. La parte dependiente del tiempo es introducida en (5.27) a través de los coeficientes P_i que contiene término de velocidad instantánea (ecuación 5.2).

La matriz M_{fr} permite interaccionar a los distintos modos entre sí: si inicialmente se coloca energía en un determinado modo este término de fricción repartirá la energía entre los otros modos. Ello se ve mejor en la representación gráfica de la matriz de fricción que se ha hecho en la Figura 5-1. En ella, los elementos de M_{fr} están indicados por un código de color proporcional al logaritmo decimal del valor del elemento de la matriz. Se observa una clara dominancia de los elementos de la diagonal principal ($i = j$) frente a los elementos fuera de ella, indicativo de que aunque la posibilidad de transferencia existe, esta transferencia es muy limitada entre autovectores (modos) con frecuencias dispares. Ello significa que se da un acople bajo entre distintos modos, resultado coherente con la hipótesis inicial de ignorar los términos no lineales.

Una consecuencia inmediata es que si, hipotéticamente, se pudiera excitar un único modo inicialmente, el movimiento decaería antes de que se hubiese dado una transferencia de energía apreciable entre los modos. Sin embargo, en oscilaciones forzadas, la fricción, cuyo papel fundamental es limitar la amplitud de la respuesta, también juega un papel importante para llevar energía de unas bandas de energía a otras mientras dure el forzamiento. Si éste se mantiene un tiempo considerable, la transferencia de energía entre modos puede ser significativa. Cuando el forzamiento externo desaparece, se vuelve a la situación de oscilaciones libres y el mecanismo de transferencia de energía se hace de nuevo irrelevante.

5.1.4. Condiciones dinámicas de contorno

La atmósfera interactúa con el sistema a través de la superficie libre de separación por medio del viento y la presión atmosférica. Esta interacción supone unas condiciones dinámicas de contorno que fuerzan el sistema a través de la ecuación de momento (primer y segundo término de la derecha en la ecuación (5.1)) y que se representan y discretizan como siguen:

La fuerza tangencial por unidad de superficie que el viento ejerce sobre el agua,

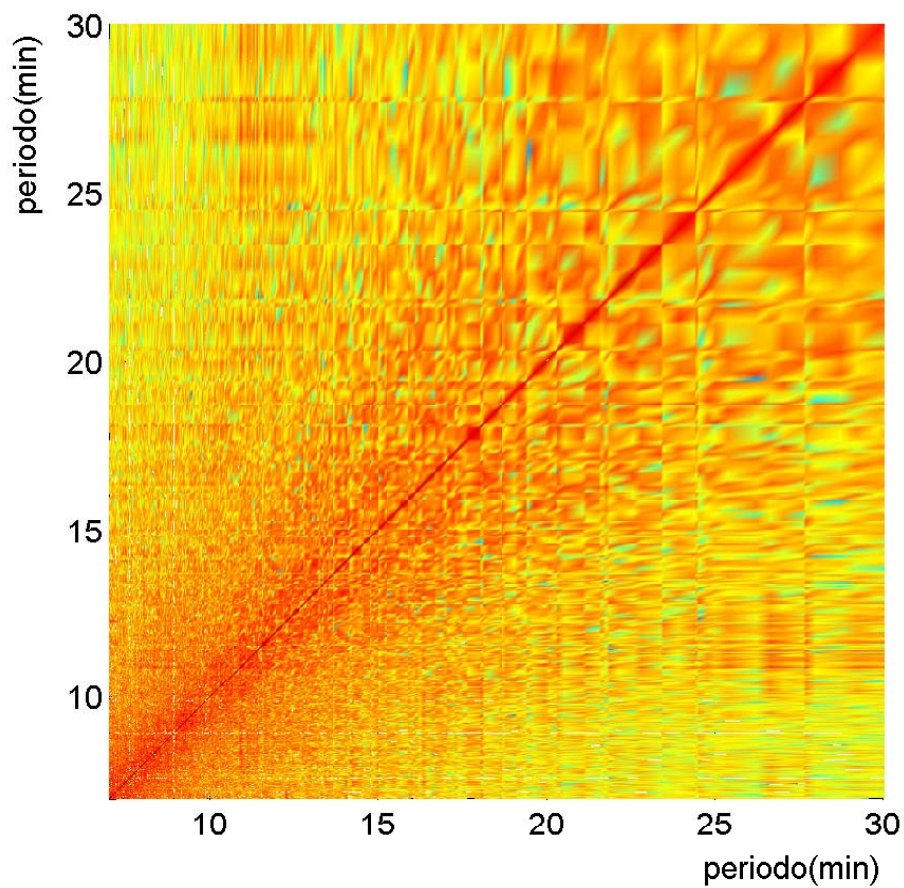


Figura 5-1: Logaritmo decimal de la *matriz de fricción*. Los ejes recogen los periodos de los modos que se relacionan. Los elementos fuera de la diagonal son uno (al menos) o dos (lo usual) órdenes de magnitud más pequeños.

tensión del viento $\vec{\tau}_w = (\tau_{wx}, \tau_{wy})$, experimentalmente es (Kowalik y Murty, 1993)

$$\vec{\tau}_w = \rho_a C_D |\vec{W}| \vec{W} \quad (5.29)$$

donde \vec{W} (m s^{-1}) es la velocidad del viento que, en la práctica, se mide a una altura de 10 m sobre el nivel del mar, $\rho_a (= 1,23 \text{ kg m}^{-3})$ es la densidad del aire y C_D es un coeficiente de arrastre del aire. Este coeficiente admite diversas parametrizaciones, algunas incluyendo factores como la estabilidad de la capa de aire que está en contacto con el agua. Garrett (1977) o Kowalik y Murty (1993) proponen una dependencia lineal de C_D con en la velocidad del viento para una atmósfera con estabilidad neutra según

$$C_D = (0,75 + 0,067 |\vec{W}|) 10^{-3} \quad (5.30)$$

que es la que se utiliza en este trabajo.

La proyección del término de arrastre por vientos sobre los modos normales queda como

$$\frac{\rho_a}{\rho_0} \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{C_D |\vec{W}| \vec{W}}{h} d\Omega \quad (5.31)$$

donde la dependencia espacial está implícitamente incluida en \vec{W} .

Las variaciones de presión atmosférica fuerzan a la superficie de separación aire-agua a ajustarse a una nueva situación de equilibrio. En el caso estacionario (o en el caso de variaciones muy lentas para que el océano tenga el tiempo suficiente para reaccionar a la nueva presión atmosférica) la superficie del mar se hunde 1 cm por cada incremento de 1 mbar de presión atmosférica, la conocida respuesta isostática. Cuando la escala espacial de las perturbaciones atmosféricas es pequeña, este ajuste isostático puede verificarse incluso para frecuencias de variación de presión atmosférica relativamente altas, tal y como se argumenta en Garrett (1996). Son precisamente estas variaciones de presión de alta frecuencia las que nos interesan como posibles forzadores de OCP. Independientemente de que las variaciones de presión atmosférica produzcan ajuste isostático o no, sus gradientes espaciales intervienen como términos forzantes en (5.1). Este forzamiento por presión atmosférica, proyectado sobre las autofunciones base $h \vec{\nabla} \phi_j$, es el primer término de la derecha en (5.12)

$$- \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P_a d\Omega \quad (5.32)$$

que mantiene su formulación.

El término de forzamiento F_j en (5.21) se escribirá, por tanto,

$$F_j = - \sum_{i \geq 1}^n c_b u^* P_i \int_{\Omega} \vec{\nabla} \phi_j \cdot \vec{\nabla} \phi_i d\Omega + \\ + \frac{\rho_a}{\rho_0} \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{C_D |\vec{W}| \vec{W}}{h} d\Omega - \int_{\Omega} h \vec{\nabla} \phi_j \cdot \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P_a d\Omega \quad (5.33)$$

5.2. Respuesta como oscilaciones libres

Ya se ha mencionado que la ocurrencia de oscilaciones libres se puede entender como un estado transitorio entre dos estados estacionarios. Físicamente hay varias posibilidades de generar tales transitorios. Al comienzo del capítulo se puso un posible ejemplo consistente en la relajación brusca de un *set-up* transversal en el Estrecho producido por un viento favorable. Otros ejemplos podrían ser el comienzo más o menos súbito de un viento de intensidad constante, o el paso de un frente de presión que deje altas/bajas presiones tras su paso, etc. La duración de este transitorio (y de las posibles OCP libres) estaría dominado básicamente por la fricción, ya que el modelo no contempla la radiación de energía fuera del dominio. Notar sin embargo que si las OCP en el Estrecho se correspondiesen con oscilaciones transversales, el principal mecanismo de amortiguamiento sería la fricción.

Este tipo de oscilaciones se modela introduciendo la energía de una vez bien a través de unas condiciones iniciales del estilo de las comentadas, bien a través de una discontinuidad en el forzamiento (Suzuki, 1996; Molly, 2001). En ambos casos se produce un estado dinámicamente inestable que, al evolucionar, sería capaz de generar OCPs. Dicha evolución puede ser mostrada gráficamente en mapas sinópticos del estilo de la Figura 5-2 donde la evolución temporal se aprecia difícilmente, aunque los patrones espaciales sí quedan bien definidos, o como series temporales en localidades seleccionadas (paneles superiores en Figura 5-3). Obviamente, esta segunda posibilidad es la mejor para analizar la evolución temporal mediante técnicas espectrales u otras técnicas, y a ella se recurrirá.

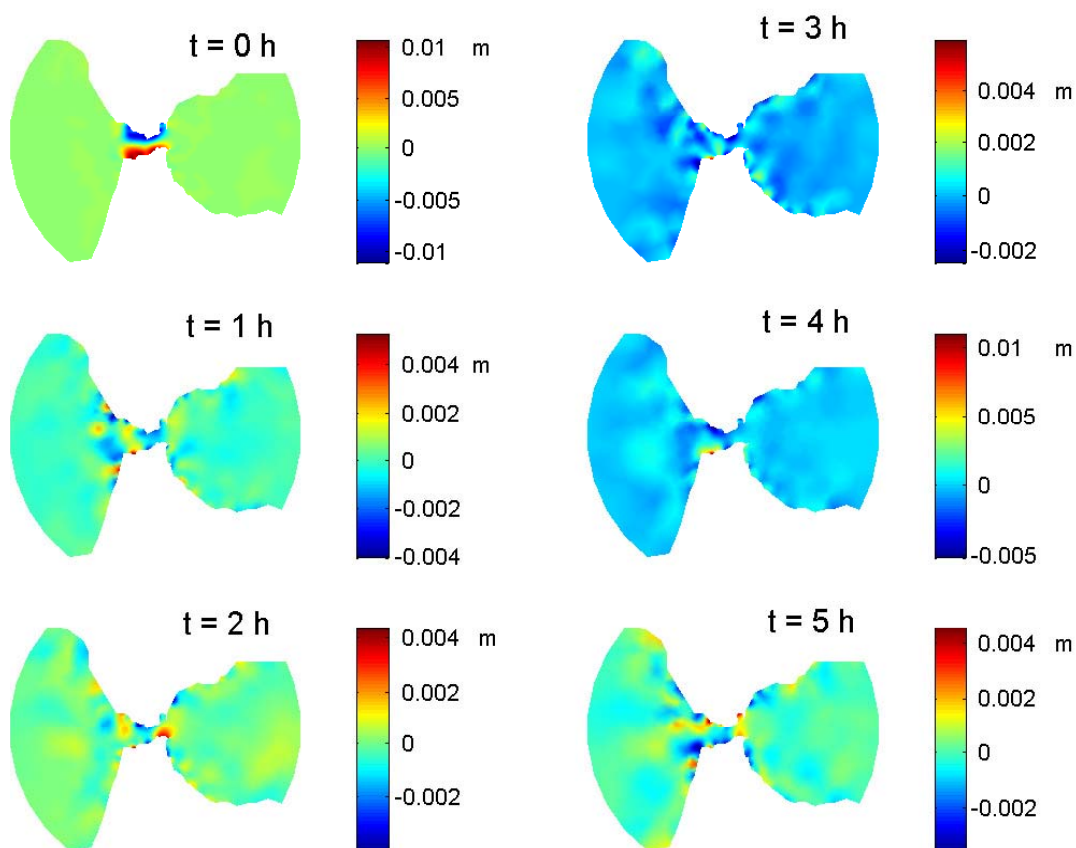


Figura 5-2: Panel superior izquierdo: estado inicial perturbado para la simulación de OCPs libres discutido en este epígrafe. Resto de paneles: superficie del mar tras 1, 2, 3, 4 y 5 h de simulación.

5.2.1. Relajación de un desnivel de la superficie libre

Desnivel transversal uniforme

La idea más simple para producir oscilaciones libres es la relajación de un desnivel transversal en el Estrecho entre las costas de España y Marruecos previamente establecido por un viento (*set-up*) que hubiese estado soplando en dirección adecuada. Si el viento súbitamente cesa, la superficie del mar, claramente de no equilibrio, evolucionará hacia su estado final produciendo previsiblemente OCPs durante el transitorio, tal y como muestra cualitativamente la Figura 3-28.

Esa misma Figura indica que la dirección adecuada en la que debe soplar el viento para producir desnivel transversal *ageostrófico* en el Estrecho es la Norte-Sur. En el modelo (5.1), donde no hay rotación, es la única posibilidad, es decir, el desnivel *geostrófico* discutido en la Figura no puede aparecer. Como ya se comentó, el tamaño de desnivel transversal *ageostrófico* que es capaz de generar tal viento viene dado por el balance entre el gradiente de presión asociado al desnivel y la cizalla del viento (términos segundo de los lados izquierdo y derecho de (5.1) respectivamente), es decir,

$$g \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\tau}{\rho h} \quad (5.34)$$

cuya integración conduce a la ecuación (3.9).

Valores tan exagerados del viento como 25 m s^{-1} en dirección Norte-Sur apenas producen gradientes de nivel de $2 \cdot 10^{-7}$ para $h \sim 450 \text{ m}$ lo que, para $\Delta y \sim 20 \text{ km}$ (anchura del Estrecho) implica $\Delta \eta \sim 1 \text{ cm}$. Asumamos por tanto un estado inicial de no equilibrio como el de la Figura 5-3 (panel superior derecho), consistente en un desnivel de $\sim 1 \text{ cm}$ entre ambas orillas del Estrecho (y con valores truncandos fuera de él).

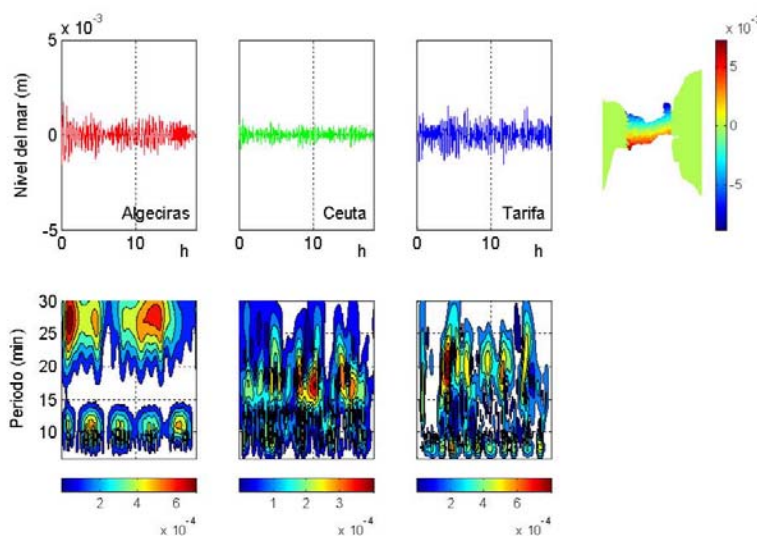


Figura 5-3: Series de niveles del mar (paneles superiores) y el S-espectro (paneles inferiores) producidas tras la relajación del desnivel lineal de 1 cm entre costas esquematizado en el panel superior derecho.

Este desnivel inicial implica condiciones iniciales en las $N_i(t)$ y $P_i(t)$ dadas por la

proyección de la función inicial sobre los modos estacionarios

$$N_i(0) = [\phi_i, \eta(0)] = \int_{\Omega} \eta_0 \phi_i d\Omega \quad (5.35)$$

y por

$$P_i(0) = 0 \quad (5.36)$$

respectivamente, dado que se asume un estado inicial de no movimiento.

La Figura 5-3 muestra las series temporales que se producen en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa, repectivamente, tras la relajación del estado inicial. Las oscilaciones que se generan tienen amplitudes de pocos milímetros, muy inferiores a las observadas. La pequeña amplitud de las oscilaciones es consecuencia directa de la pequeña amplitud de la perturbación inicial. Dado la naturaleza lineal del modelo si se aumenta la perturbación inicial en un orden de magnitud, también lo hace la respuesta (ver Figura 5-2). El problema es justificar físicamente el tamaño de este desnivel. Pese a ello, las amplitudes son mayores en Tarifa y Algeciras que en Ceuta. El S-espectro muestra que la respuesta en frecuencia depende de la localidad. En términos de las bandas de frecuencia definidas en el capítulo 3, Algeciras alberga OCPs en las bandas **B** y **D**, Ceuta en la **B** y en un rango de periodos entre los 8 y 11 min y Tarifa en las bandas **A** y la **C**. Una comparación con los espectros experimentales indica, pues, un acuerdo razonable en lo referente a las frecuencias excitadas y un desacuerdo notable en cuanto a amplitudes.

Perturbaciones localizadas

Otros ejemplos físicamente realizables sería un desnivel generado por el mecanismo anterior pero concentrado en un área geográfica de menor extensión próxima a la costa. En concreto, se analizan dos situaciones correspondientes a una perturbación inicial del nivel del mar concentrada en las inmediaciones de Tarifa (causado por vientos de Levante con una cierta componente Sur, por ejemplo), y una segunda situación donde la perturbación se concentra en la bahía de Algeciras. En el primer caso, se supone un desnivel transversal de 2 cm que se extiende unos 5 km mar afuera (panel superior derecho de la Figura 5-4) en tanto que en el segundo se asume un estado inicial con una sobre elevación de 1 cm en el interior de la bahía de Algeciras.

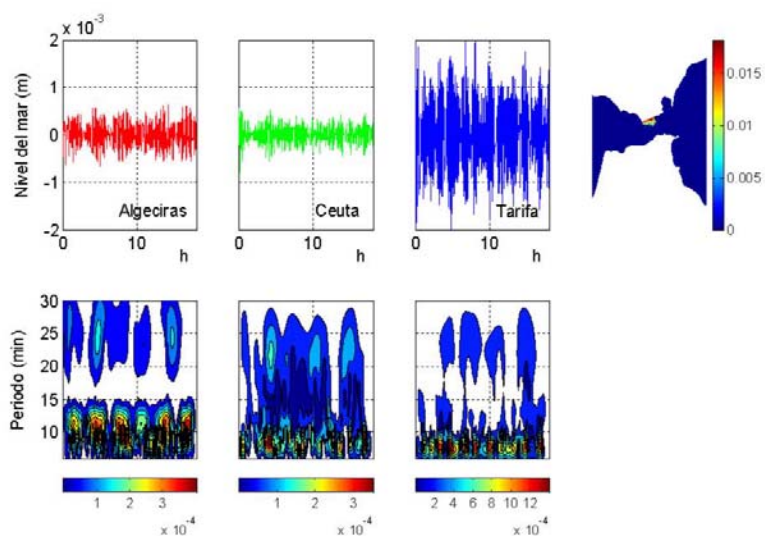


Figura 5-4: Series de niveles del mar (paneles superiores) y el S-espectro (paneles inferiores) consecuencia de la relajación de una perturbación localizada en las inmediaciones de Tarifa (panel superior derecho).

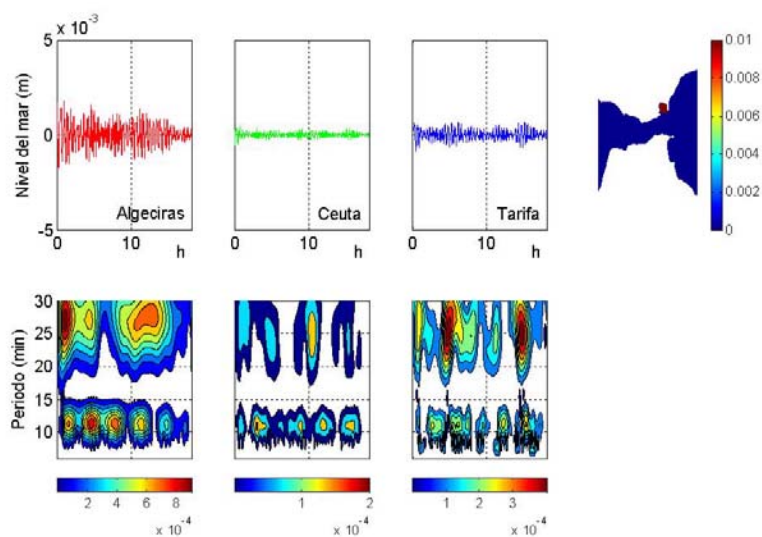


Figura 5-5: Series y S-espectro en las localidades de Algeciras y Ceuta para un estado inicial de acumulación de aguas en la bahía de Algeciras de 5 cm.

Las Figuras 5-4 y 5-5 muestran los resultados de los dos experimentos. Las mayores amplitudes se observan en la localidad donde se concentraba la perturbación inicial, y la respuesta en frecuencias es menos selectiva, teniendo mayor protagonismo la banda **A** en el primer caso y las **B** y **D** en el segundo en todas las localidades. Resulta interesante notar que estas frecuencias se corresponden con las dominantes en la localidad donde se concentraba la perturbación, banda **A** (Tarifa) en el primer ejemplo, bandas **B** y **D** (Algeciras) en el segundo, poniendo de manifiesto la importancia de las condiciones iniciales en la subsiguiente evolución del sistema.

5.2.2. Viento que comienza a soplar repentinamente

Una nueva posibilidad de generar transitorios es el comienzo súbito de un viento que mantenido un tiempo suficientemente largo, conduzca a un nuevo estado estacionario final. Tal estado bien pudiera coincidir con alguno de los tomados en 5.2.1 como perturbación inicial. A otra escala espacio/temporal distinta a la de las OCP, un forzamiento de este estilo es potencialmente capaz de producir el bien conocido y ubicuo transitorio de oscilaciones inerciales (Gill, 1984; Kundu y Thomson, 1985; Fennel, 1989, García Lafuente y Cano, 1994) cuya frecuencia es f , parámetro de Coriolis². Este comportamiento deja abierta la posibilidad de que también puedan surgir OCP de alta frecuencia como consecuencia de esta entrada súbita de energía en el sistema, posibilidad que se analiza a continuación.

Matemáticamente, la modelación más simple de este tipo de forzamiento es mediante una función escalón que represente la cizalla del viento. Se han establecido distintas alturas del escalón ($0 - 30 \text{ m s}^{-1}$) y procedencias del viento. En las Figuras 5-6 y 5-7 se presentan dos de estas modelizaciones para vientos que proceden del Este (Levante) y Norte, respectivamente.

El resultado más interesante a destacar es que tal forzamiento no produce OCP de ningún tipo en ninguna localidad. Ambas figuras muestran como el nivel local responde al forzamiento del viento en la dirección esperada. Así, Tarifa y especialmente Algeciras aumentan el nivel bajo Levante, en tanto que el nivel del mar en Ceuta disminuye

²Es evidente que nuestro modelo no puede reproducir este transitorio ya que no incluye rotación. Las dimensiones transversales del Estrecho son también insuficientes para albergar ondas de inercia, por lo que no es posible su existencia en esta zona.

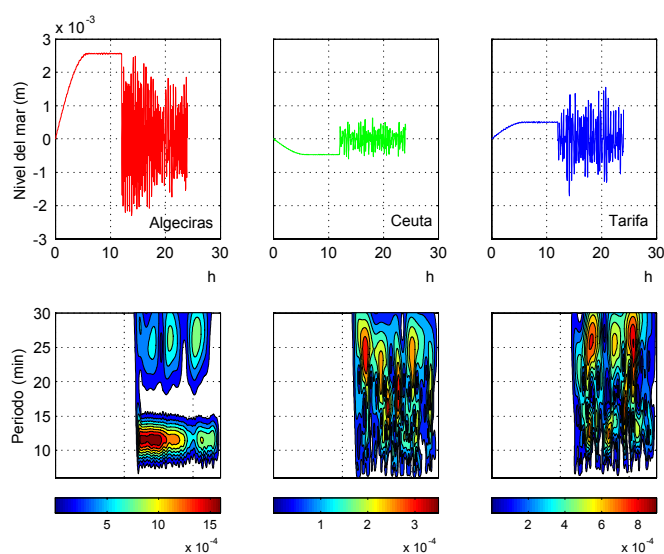


Figura 5-6: Viento de Levante soplando durante 12h a 20 ms^{-1} . Transcurrido este periodo se deja evolucionar el sistema libremente. Es en este momento cuando comienzan a observarse OCP.

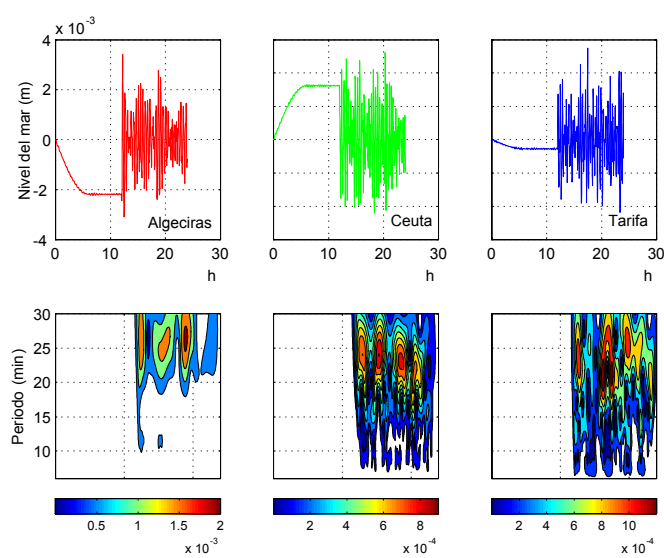


Figura 5-7: Viento del Norte soplando durante 12h a 20 ms^{-1} . Transcurrido este periodo se deja evolucionar el sistema libremente. Es en este momento cuando comienzan a observarse OCP.

ligeramente con este viento. Con el viento del Norte ocurre lo contrario, aumentando considerablemente el nivel en Ceuta y disminuyendo en Algeciras y Tarifa, en ésta última en mucha menor medida. Pero mientras ocurre este transitorio que dura alrededor de unas 5 o 6 h, no hay indicio alguno de generación de OCPs. Sí aparecen cuando el viento cesa repentinamente como consecuencia del relajamiento brusco del desnivel producido por el viento. Esta situación coincide justamente con la analizada en el capítulo anterior y, por tanto, no se discute sobre ella. Mencionar únicamente la muy pequeña amplitud de las OCP excitadas en la línea de lo comentado en 5.2.1.

5.2.3. Frentes de presión

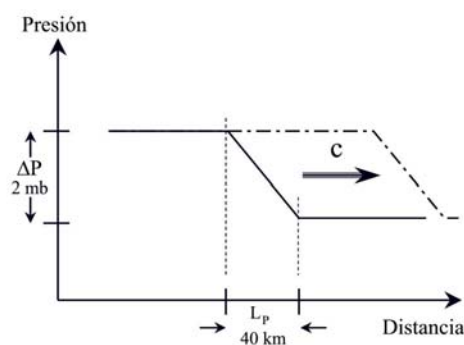


Figura 5-8: Esquema del salto de presión modelado.

Otra posibilidad de perturbar la superficie del mar y generar así transitorios es propagar un frente de presión por el dominio cuando se tiene un estado inicial de reposo. El modelo muy simplificado de frente empleado es el esquematizado en la Figura 5-8 al que se le hace recorrer el dominio a distintas velocidades y para distintos ángulos de procedencia. Los vientos geostróficos que tal diferencia de presión llevan asociados no se han considerado en este ejemplo.

Las Figuras 5-9 y 5-10 presentan dos situaciones en las que se generan OCP por el paso de sendos frentes, uno procedente del Norte (105°) viajando a $c = 5 \text{ m s}^{-1}$, el otro procedente de Poniente (dirección más probable dado el movimiento de las perturbaciones atmosféricas en latitudes medias del hemisferio Norte) viajando a $c = 25 \text{ m s}^{-1}$. Las amplitudes observadas (paneles inferiores) varían considerablemente en uno y otro caso. Puesto que los ángulos de avance del frente y las velocidades de propagación del

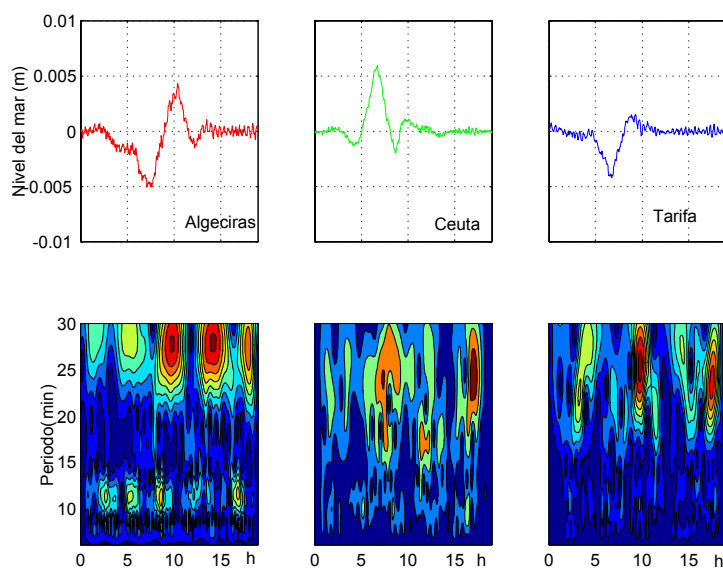


Figura 5-9: Series de tiempo del nivel del mar (paneles superiores) y S-espectros en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa generadas por un frente de presión ($\Delta P = 2$ mbar en $L_p \sim 40$ km) propagándose en dirección Sur desde los 105° a una velocidad de 5 m s^{-1} .

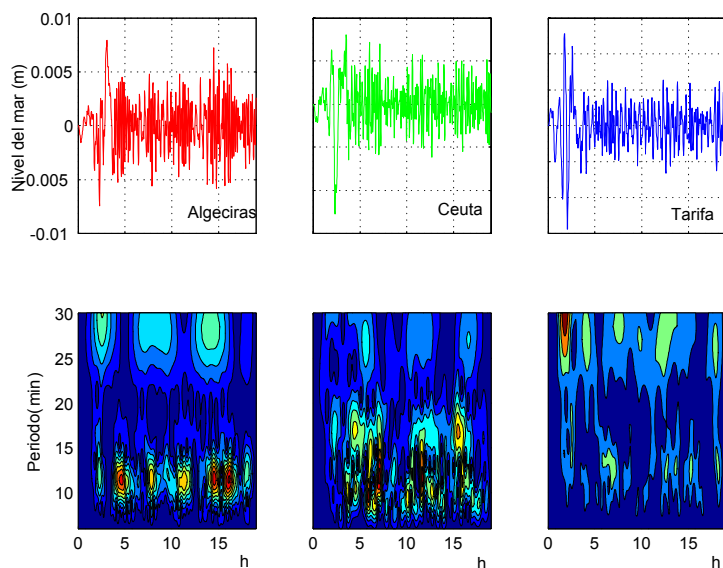


Figura 5-10: Series de tiempo del nivel del mar (paneles superiores) y S-espectros en las localidades de Algeciras, Ceuta y Tarifa generadas por un frente de presión ($\Delta P = 2$ mbar en $L_p \sim 40$ km) propagándose en la dirección Este (desde los 180°) a una velocidad de 25 m s^{-1} .

mismo cambian entre ambos ejemplos, no es posible decidir cuál de las dos variables tiene mayor influencia. Sin embargo, al repetir la simulación manteniendo constante el ángulo de propagación y variando la velocidad, y viceversa, se comprueba que es esta última la que tiene una influencia decisiva en la amplitud de las OCPs generadas en las simulaciones.

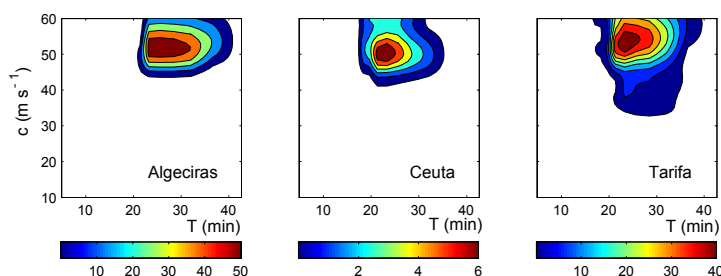


Figura 5-11: Densidad espectral frente a distintas velocidades de propagación del frente de presión.

La Figura 5-11 representa la densidad espectral frente a distintas velocidades de propagación del frente para una dirección fija, en este caso, procedente de Poniente. Los máximos de amplitud en las tres localidades se observan para velocidades del frente entre los $50 - 60 \text{ m s}^{-1}$, las cuales generan OCPs cuyos periodos se encuentran entre los $20 - 30 \text{ min}$. Esta velocidad se corresponde aproximadamente con $c_0 = \sqrt{g\bar{h}}$, siendo \bar{h} la profundidad característica dada por la ecuación (4.56). Para los periodos antes mencionados, esta \bar{h} sería $\bar{h} \sim 250 \text{ m}$ y por tanto $c_0 \sim 50 \text{ m s}^{-1}$, indicando una situación de acople resonante (Rao, 1974; Kowalik, 1993; Pelinovsky et al. 2001).

Finalmente, existe una cierta dependencia de los periodos de las OCPs que se producen con la anchura L_p del frente. Cuanto mayor es L_p , mayores tienden a ser los periodos de las OCPs que se generan y viceversa. Siempre, los periodos que se excitan son siempre superiores a los observados.

5.2.4. Consideraciones finales sobre oscilaciones libres

Las distintas formas en que se ha activado el modelo para generar transitorios en los que apareciesen OCP libres que reprodujesen las observaciones no han producido los resultados deseables. De todos los forzamientos ensayados, el más sólido desde el punto de vista físico es el de la relajación brusca de una pendiente transversal en el Estrecho,

vinculada al *set-up* de vientos favorables. Es también este ejemplo el que produce mejores resultados en cuanto a las frecuencias de las OCP que se registran en los puntos en los que se disponen de observaciones. De hecho consigue resaltar la banda **A** en Tarifa y la banda **B** en Algeciras, en tanto que Ceuta responde con amplitudes mucho menores.

Las funciones escalón para la cizalla del viento ensayados en 5.2.2 no conducen a resultados muy diferentes. En estas simulaciones, la generación de OCP se observa sólo tras la vuelta del escalón a su valor cero. Esta vuelta a cero se corresponde con el caso analizado en el epígrafe 5.2.1 y no merece nuevos comentarios.

Los frentes de presión representados por escalones de presión atmosférica al estilo del esquematizado en la Figura 5-8 excitan OCP cuyas amplitudes son insignificantes salvo que las velocidades de propagación del frente sean irrealmente altas o que los valores del salto sean mucho mayores. La dirección de propagación no resulta ser relevante a la hora de excitar OCP, aunque podría ser útil *a priori* a la hora de explicar los desfases de las OCPs observadas. Los periodos de las OCP generadas son superiores a los observados en las distintas localidades, lo que, junto a la pequeña amplitud ya mencionada, hace desechar este mecanismo como el único responsable de producir OCP.

5.3. Oscilaciones forzadas

Una forma evidente de generar OCP en el área de estudio es forzar el sistema externamente con una fuerza de periodo adecuada. Las fluctuaciones de presión atmosférica de alta frecuencia comentados en la sección 3.2.2 propagándose por el dominio podrían constituir claramente uno de tales forzamientos.

El trabajo de Rabinovich y Monserrat (1998), entre otros, manifiestan una riqueza espectral grande de ciertas fluctuaciones atmosféricas, con un comportamiento suave, monótonamente decreciente en la frecuencia (de acuerdo con la ley $\omega^{-2,3}$), pero con energía suficiente en la región del espectro de las decenas de minuto de periodo como para generar OCPs (ver Figuras 3-37 y 3-38). En una primera aproximación a este forzamiento se analiza la respuesta del mar a ondas de presión planas monocromáticas que avanzan por el dominio. Posteriormente se generarán perturbaciones de presión más realistas en las que se introduce intencionadamente energía en ciertas frecuencias sobre un área determinada para analizar la nueva respuesta del sistema.

5.3.1. Ondas monocromáticas planas

Se consideran ondas planas de la forma

$$p(\vec{r}, t) = p_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (5.37)$$

que avanzan en la dirección horizontal por el dominio, el cual se asume inicialmente en reposo.

Esta función contiene cinco parámetros: la amplitud de la perturbación p_0 , el número de onda \vec{k} (que es doble, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, y θ , dirección de propagación), la frecuencia angular ω e implícitamente, la duración de la perturbación que denominaremos t_t . La amplitud final de las OCPs forzadas dependerá del valor asumido del coeficiente de fricción, c_b , y de la propia amplitud de la perturbación forzante p_0 . En las simulaciones realizadas en este epígrafe se tomará $p_0 = 1$ mbar, que es un valor en el límite alto de las perturbaciones observadas (Monserrat et al., 1991).

Se han tomado como periodos de la oscilación forzante valores representativos de las distintas bandas de frecuencia que se establecieron en el capítulo 3. Fijado T ($\omega = \frac{2\pi}{T}$) los valores de k de la onda de presión vendrían determinados por la relación de dispersión (desconocida).

Para estimar el rango de variación de λ , recordemos que estas ondas de presión tienen usualmente un doble origen: inestabilidades dinámicas y ondas topográficas. Para inestabilidades dinámicas, Monserrat et al. (1992) proponen una expresión empírica entre longitud de onda λ (en km) y frecuencia ν (en min^{-1}) para este tipo de onda atmosférica de la forma

$$\ln \lambda = -1,03 \ln \nu + 0,39 \quad (5.38)$$

Perturbaciones atmosféricas producidas por este mecanismo cuyo periodo esté en la banda **A** definida en el capítulo 3 ($T \sim 7,5$ min) llevan asociadas $\lambda \sim 12$ km según (5.38), distancia algo inferior a la anchura mínima del Estrecho de Gibraltar. Periodos correspondientes a la banda **B** ($T \sim 12,5$ min) dan longitudes de onda de $\lambda \sim 17$ km. Las velocidades de fase $c = \frac{\lambda}{T}$ asociadas serían del orden de 25 m s^{-1} , prácticamente independiente del periodo, tal y como se deduce directamente de la relación empírica (5.38).

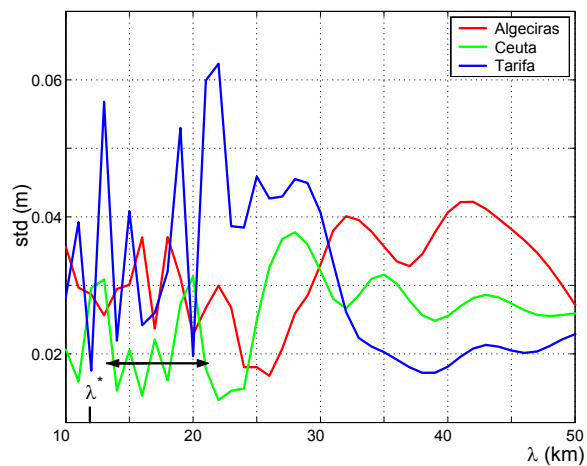


Figura 5-12: Desviación estándar de las diferentes series simuladas (ver leyenda) según el forzamiento indicado en el texto en función de la longitud de onda forzante. λ^* es el valor dado por (5.38) para $T = 7,5$ min. La flecha marca el rango de anchuras en la parte angosta del Estrecho (entre Tarifa y Punta Carnero en la costa española y Punta Malabata y Punta Benzú en la marroquí).

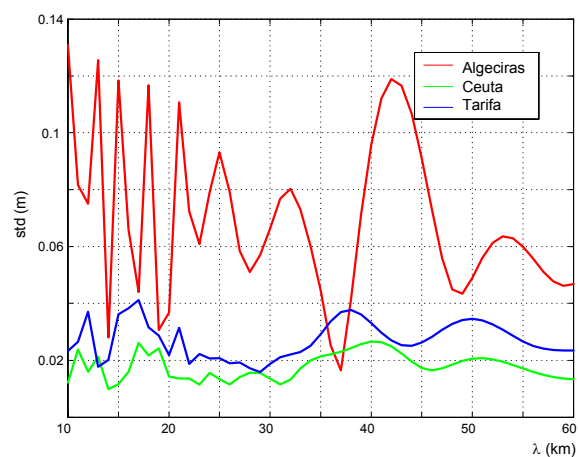


Figura 5-13: Desviación estándar de las diferentes series modeladas (ver leyenda) para un periodo del forzamiento de 12,5 min, $\theta = 0^\circ$ en función de la longitud de onda forzante.

Hacer una estimación de λ para ondas topográficas es algo más complicado; ésta depende, entre otros factores, de la estabilidad de la capa de aire en la que se origina la perturbación. Simulaciones con el modelo atmosférico presentado en la sección 3.2.2 y observaciones de la topografía en la zona, sugieren un rango para λ de 15–40 km. Grims-haw y Yi (1991), trabajan con un rango de λ similar para ondas de presión atmosférica. Para el caso de ondas monocromáticas y para los periodos considerados anteriormente, estos valores de λ dan velocidades de propagación superiores.

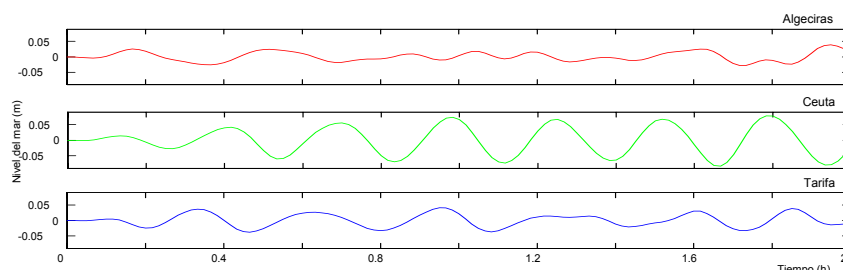


Figura 5-14: Series simuladas para un forzamiento con $T = 18$ min, $\theta = 0^\circ$ y $\lambda = 37$ km.

Los comentarios anteriores sugieren que el rango de λ queda bien incluido en el intervalo 10 a 50 km. Por ello las simulaciones se han llevado a cabo para este intervalo. Las Figuras 5-12 a 5-14 muestran los resultados de las mismas. En todas ellas se representa la desviación estándar durante 1 h de simulación. En todas ellas también, el forzamiento se ha mantenido durante $t_t = 1$ h, transcurrido el cual se suprime aunque el nivel del mar sigue oscilando amortiguadamente hasta detenerse.

La Figura 5-12 muestra la dependencia de la respuesta en los distintos puertos con la longitud de la onda forzante para $T = 7,5$ min, $\theta = 0^\circ$ (propagación desde Poniente hacia Levante). Para esta frecuencia Tarifa presenta una sensibilidad superior a Algeciras y Ceuta y la respuesta alcanza valores importantes para longitudes de onda forzantes en el rango indicado por la flecha en la Figura 5-12, que coincide bien con las longitudes de onda λ^* predichas por (5.38) para este periodo. En Algeciras y Ceuta la respuesta es mejor para valores de λ forzante superiores, 25 – 45 km.

La Figura 5-13 es similar a la (5-12) pero para un periodo forzante de $T = 12,5$ min (banda **B**). Como es de esperar, las series que se obtienen en Algeciras tienen siempre amplitudes superiores al de las otras localidades con independencia del valor de λ . La predominancia de Algeciras ocurre en un conjunto de valores de λ amplio, destacando la

respuesta para λ en torno a 40 km, distancia representativa de la anchura del Estrecho en la entrada Oriental.

Tanto en las anteriores simulaciones como en muchas otras no mostradas se ve que, en general, Ceuta es poco sensible a estos forzamientos. Existen sin embargo, determinadas situaciones que excitan respuestas de mayor amplitud en esta localidad frente a las otras dos. La Figura 5-14 muestra un ejemplo para un periodo forzante en la banda C ($T = 18$ min).

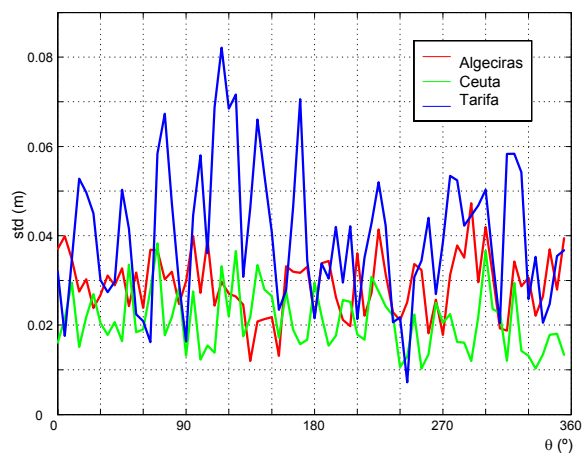


Figura 5-15: Desviación estándar de las diferentes series simuladas (ver leyenda) según el forzamiento indicado en el texto en función del ángulo θ . Dado que el periodo forzante es 7,5 min (banda A) la respuesta mayor se obtiene en Tarifa.

La Figura 5-15 muestra la dependencia de la respuesta en los distintos puertos con el ángulo de progresión de la onda para un valor $T = 7,5$ min y $\lambda = 18$ km. No se observa un patrón regular claro, pudiéndose dar en la práctica cualquier amplitud para cualquier ángulo. Este resultado, junto con otro similar obtenido en 5.2.3 para propagación de frentes de presión donde, de nuevo, la dirección de propagación resultaba ser irrelevante permite analizar el problema prescindiendo del ángulo de progresión como variable significativa.

5.3.2. Pulsos de amplitud

Un hecho curioso es que las OCPs observadas presentan un comportamiento pulsante en las tres localidades de estudio (Figura 5-16). Un resultado bien conocido de la física

de ondas es que esas pulsaciones surgen de la superposición de oscilaciones con distintas frecuencias próximas entre sí. La explicación que ofrece el modelo es inmediata: dada la proximidad en frecuencia entre los modos propios (Capítulo 4) una única frecuencia externa excitará distintos modos los cuales producirán pulsos de ondas.

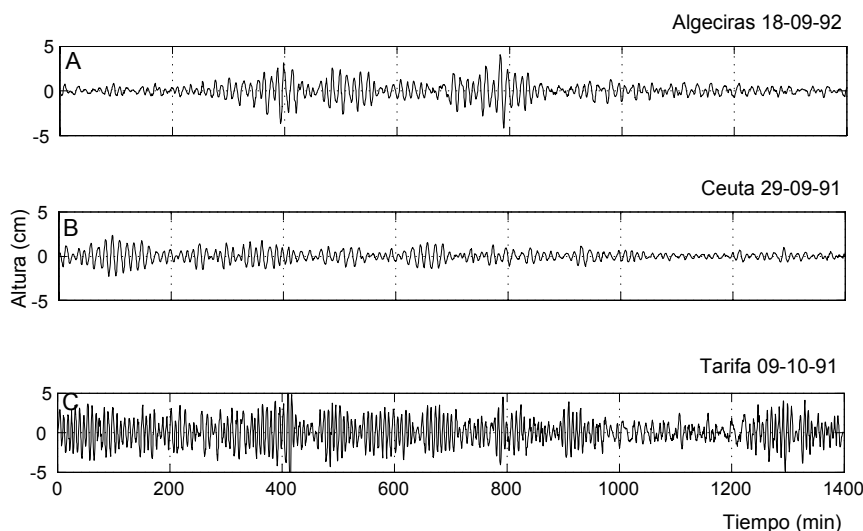


Figura 5-16: Series de alta frecuencia de nivel del mar (cm) medidas en Algeciras (A), Ceuta (B) y Tarifa (C) en los periodos indicados en las respectivas leyendas.

La Figura 5-17 ilustra este comportamiento para una serie simulada en Tarifa. Se ha forzado el dominio con ondas monocromáticas de $\lambda = 36$ km y $T = 7,5$ min actuando durante dos horas. De esa figura puede hacerse una estimación grosera del periodo de la pulsación; $T_{pul} \sim 150$ min lo representa aceptablemente bien. Para este valor, la frecuencia de pulsación correspondiente es $\nu_{pul} = \frac{1}{150} \text{ min}^{-1}$ indicando que están superponiéndose oscilaciones cuya frecuencia difiere en esa cantidad. El modelo encuentra numerosos modos de oscilación con frecuencias próximas a $\frac{1}{7,5} = 0,133 \text{ min}^{-1}$. Concretamente, entre $0,129 \text{ min}^{-1}$ y $0,136 \text{ min}^{-1}$, intervalo de frecuencias cuyo tamaño coincide con la frecuencia de pulsación $\nu_{pul} = 0,007 \text{ min}^{-1}$, el modelo encuentra hasta 7 modos propios. Caso de ser excitados por aquél forzamiento externo de 7,5 min de periodo, lo que físicamente es totalmente esperable, los modos excitados producirían el patrón de pulsación de la Figura 5-17, que reproduce aceptablemente bien las pulsaciones reales observadas de la Figura 5-16.

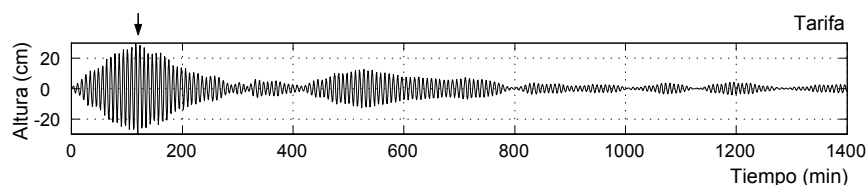


Figura 5-17: OCPs generadas según el forzamiento (5.37) con los parámetros indicados en el texto. La flecha indica la duración del forzamiento que se ha tomado como $t = 2$ h. Para $t > 2$ h se producen oscilaciones libres del sistema (oscilaciones amortiguadas, en realidad).

5.3.3. Perturbaciones de presión atmosférica cuasi-periódicas

El forzamiento con ondas planas monocromáticas investigado en el epígrafe anterior es escasamente realista ya que la naturaleza jamás actúa como un sintonizador perfecto. Por otro lado, este tipo de forzamiento genera fácilmente OCPs cuyas amplitudes resultan ser bastante mayores que las observadas (ver Figura 5-17, por ejemplo).

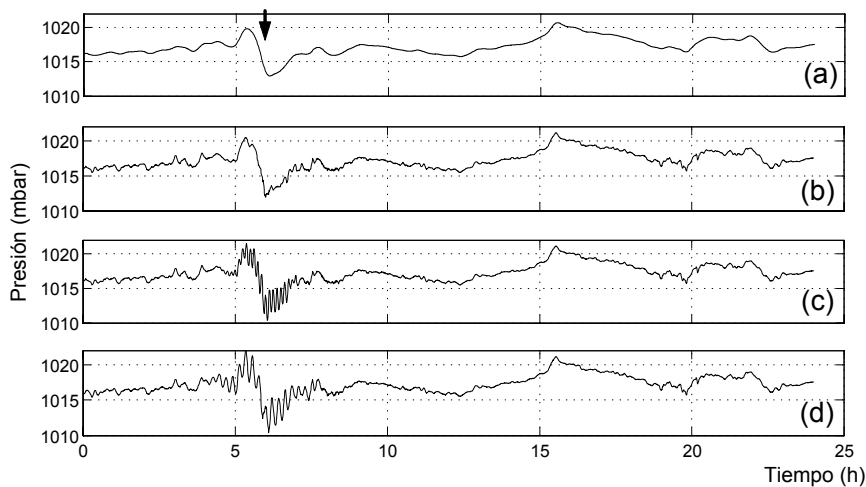


Figura 5-18: Modelo de perturbaciones de presión atmosférica con contenido energético en altas frecuencias (paneles (c) y (d)). Ver texto para detalles.

A falta de observaciones directas de presión atmosférica de alta frecuencia (registros microbarográficos) para forzar el modelo, se ha recurrido a sintetizar ondas atmosféricas de presión de la siguiente forma. Se ha seleccionado un registro de presión atmosférica

cualquiera que contiene una variación de presión atmosférica relativamente intensa, la cual podría corresponder al paso de un frente, por ejemplo (Figura 5-18-a). A continuación se ha generado artificialmente fluctuaciones de presión de pequeña amplitud, en un rango de frecuencias que incluyen las frecuencias de las OCPs y se han superpuesto a la serie original de presión en lugares del registro tomados al azar. También se ha superpuesto un ruido aleatorio de media nula (Figura 5-18-b). Finalmente, y para dar cierta preponderancia a regiones del espectro predeterminadas, se superponen grupos de onda con frecuencias características en alguna de las bandas de interés para ver la respuesta del nivel del mar en los diferentes puertos. Se asume que la región del registro más indicado para superponer estos grupos de ondas es la del salto de presión dado que un mecanismo de producción de estas ondas de presión son inestabilidades atmosféricas (Montserrat et al., 1991), las cuales podrían estar a su vez relacionadas con el paso de frentes. Las Figuras 5-18-c y 5-18-d muestran el resultado final tras superponer grupos de onda con periodos centrales en los 7,5 min (banda **A**) y 13 min (banda **B**) respectivamente. La amplitud máxima de estos grupos es 2 mbar aunque la media es del orden de 1 mbar.

Este *campo* de presión se le hace pasar por encima del dominio a distintas velocidades de propagación y bajo distintos ángulos de incidencia y se modelan las OCPs que su paso excita en los distintos puertos. La Figura 5-19 muestra las OCPs que se generan cuando se utiliza la serie de presión de la Figura 5-18-c (contenido espectral en la banda **A**, 7,5 min de periodo). La Figura 5-20 hace lo propio para la serie de presión 5-18-d (contenido espectral en la banda **B**, 13 min de periodo). En ambas figuras se aprecia como Tarifa es la localidad donde se da la mayor respuesta y Ceuta la de respuesta más reducida. También es cierto que las frecuencias que se excitan en Tarifa siguen las frecuencias forzadoras excitando sólo OCPs de las frecuencias de ésta. Algeciras, por el contrario, tiende a excitar OCPs de otras frecuencias además de la excitadora. El comportamiento en Ceuta tiende a ser intermedio entre los anteriores, algo más similar tal vez al de Tarifa, en lo que a frecuencia se refiere.

Alguna de las características de las observaciones discutidas en el capítulo 3, como la respuesta de relativamente alta amplitud en Tarifa, y menor en Ceuta, o la mayor riqueza frecuencial en Algeciras y Ceuta, son aceptablemente bien reproducidas por el modelo. El tamaño de las amplitudes de las OCPs modeladas (Figuras 5-19 y 5-20), en el rango de 5 a 10 cm, también reproduce el de las observaciones. Sin embargo, hay otras predicciones del modelo que no se corresponden con las observaciones como, por ejemplo, la tendencia que muestra Tarifa a responder mejor que las demás localidades

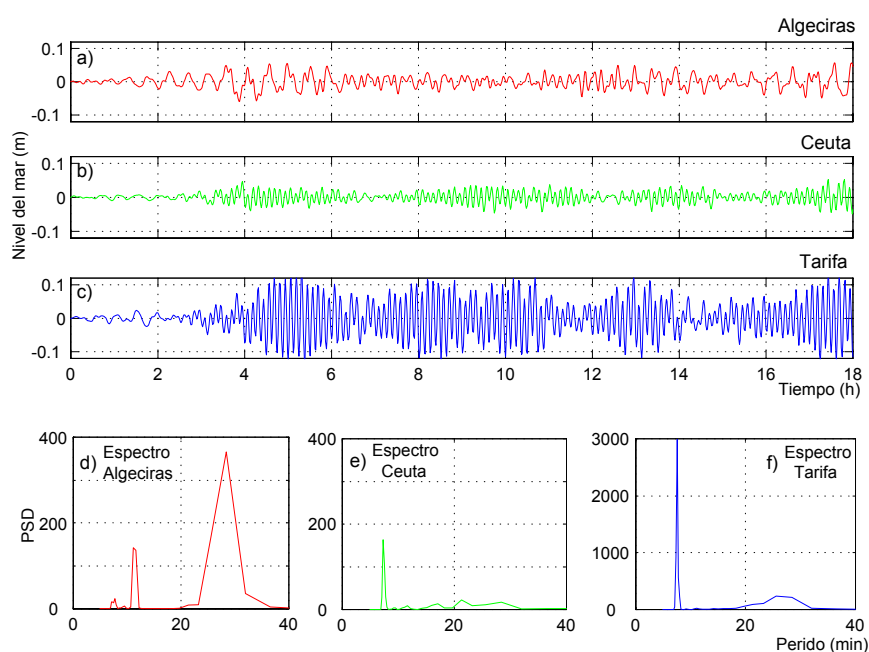


Figura 5-19: El modelo de fluctuación de presión atmosférica 5-18-c se hace pasar por el dominio a velocidad $v = 25 \text{ m s}^{-1}$ y con dirección $\theta = 75^\circ$ produciendo OCPs en a) Algeciras, b) Ceuta y c) Tarifa. En los paneles d), e) y f) se representa el espectro de las respectivas series.

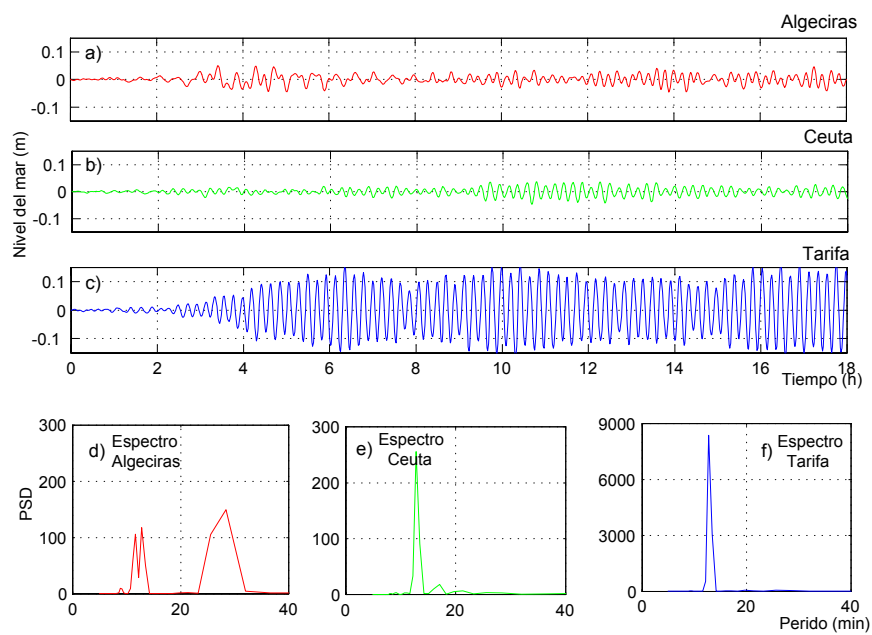


Figura 5-20: El modelo de fluctuación de presión atmosférica 5-18-d se hace pasar por el dominio a velocidad $v = 25 \text{ ms}^{-1}$ y con dirección $\theta = 100^\circ$ produciendo OCPs en a) Algeciras, b) Ceuta y c) Tarifa. En los paneles d), e) y f) se representa el espectro de las respectivas series.

(Figuras 5-19 y 5-20) para cualquier frecuencia de las ondas atmosféricas forzantes.

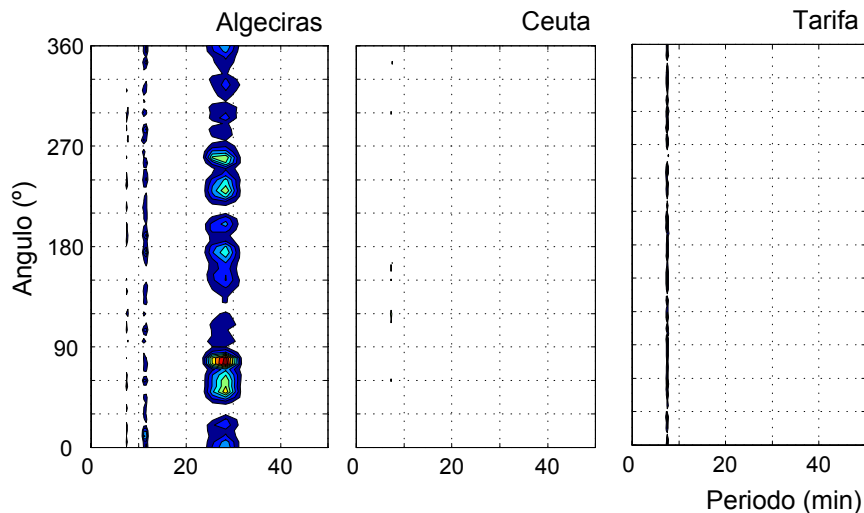


Figura 5-21: Contornos del espectro de las distintas series simuladas para un forzamiento tipo 5-18-c en el que se varía el ángulo de propagación del frente. Algeciras excita OCPs en tres bandas de frecuencia, la **A**, con escasa energía, la **B**, típica de Algeciras, con más energía, y, particularmente la **D**, que como se comentó en el Capítulo 4, contiene los modos propios de la Bahía. Ceuta apenas si muestra energía y sólo en la banda **A** y, finalmente, Tarifa que responde exclusivamente en la banda **A** para cualquier procedencia de la perturbación.

Al igual que se hizo en el epígrafe 5.3.1, se ha hecho incidir la perturbación de presión desde distintos ángulos para analizar la dependencia de la respuesta frente a la procedencia de la perturbación. La Figura 5-21 muestra el resultado para un forzamiento del tipo 5-18-c. Aunque sigue sin darse un claro patrón de la dependencia con el ángulo, sí que merece la pena notar que pueden darse diferencias notables para ángulos próximos en ciertas localidades. Algeciras en la Figura 5-21 es un claro ejemplo donde se ve para ángulos de incidencia del orden de 60° se obtiene una buena respuesta pero para ángulos algo inferiores (30°), la respuesta es mucho más débil. Por el contrario las OCPs excitadas en Tarifa resultan poco sensibles a la dirección de progresión de la perturbación atmosférica.

Para investigar la respuesta de nivel del mar frente a la velocidad de propagación, se ha hecho incidir la perturbación de presión del tipo 5-18-c), variando ésta. En todos los casos, la dirección de propagación se ha mantenido en $\theta = 0^\circ$. La Figura 5-22 muestra alguno de los resultados. Los máximos en las localidades de Algeciras y Tarifa se

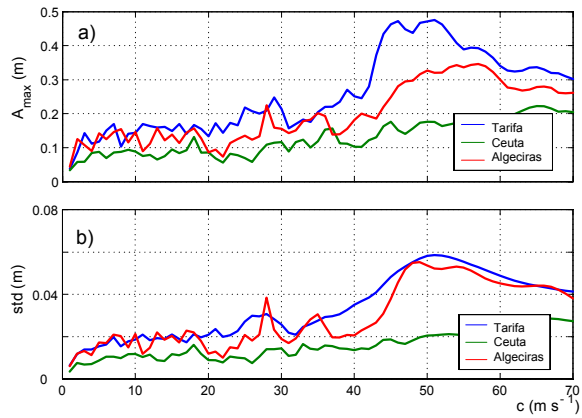


Figura 5-22: a) Amplitud máxima observada en los distintos puertos (ver leyenda) durante el tiempo de simulación, en función de la velocidad de propagación. b) Desviación estándar de las diferentes series simuladas (ver leyenda) durante el tiempo de simulación. En ambas Figuras, se ha forzado el dominio con un *campo* de presión del tipo 5-18-c).

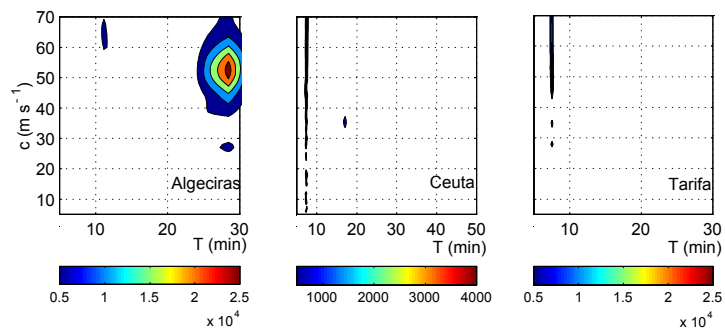


Figura 5-23: Densidad espectral frente a distintas velocidades de propagación del frente de presión 5-18-a).

observan con velocidades del frente entre los $45 - 55 \text{ m s}^{-1}$, aunque muestran una cierta amplificación para velocidades en el intervalo $25 - 28 \text{ m s}^{-1}$. En Ceuta la respuesta es menos intensa, y el máximo se da para velocidades superiores a los 65 m s^{-1} .

Lo reflejado en la Figura 5-22 es, de nuevo, esperable en el marco de acople resonante, ya que las velocidades de propagación del campo de presiones que producen la máxima respuesta son del orden de \sqrt{gh} . En cierta manera, se trata de una variante del mecanismo comentado en el epígrafe 5.2.3. A este respecto es interesante observar la Figura 5-23 que muestra la densidad espectral frente a la velocidad de propagación. En Algeciras, aparece claramente la energía en las frecuencias correspondientes a $25 - 30$ min de periodo, al igual que lo hacía cuando se simulaba únicamente el paso de un frente atmosférico (epígrafe 5.2.3), lo cual hace pensar que esas frecuencias están más asociadas al paso del frente atmosférico que a las oscilaciones de presión atmosférica de alta frecuencia que se le habían superpuesto. Esta sería responsable de la excitación de OCP de alta frecuencia. Curiosamente, en Tarifa y Ceuta, esa concentración de energía en esa región del espectro (banda **D**) no se observa.

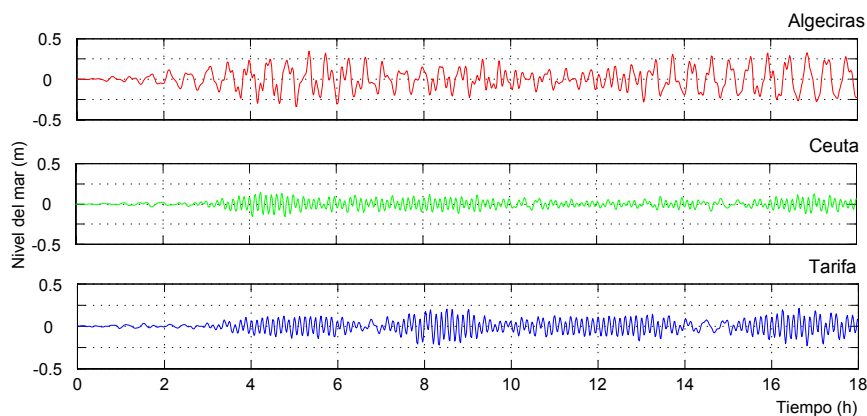


Figura 5-24: OCP producidas por una perturbación procedente del Este viajando a 55 m s^{-1} de velocidad. Las oscilaciones producidas superan el medio metro de amplitud en Algeciras y amplitudes similares en Tarifa.

En cualquier caso, es necesario comentar que las velocidades resonantes están sensiblemente por encima de las velocidades típicas de propagación, lo que significa que el acople resonante es harto improbable. En el hipotético caso de que ocurriese las amplitudes que predice el modelo son apreciables (5-24) llegando a valores próximos a 1 m de pico a valle en lugares como Algeciras, por ejemplo. En un lugar donde el rango de

marea es de este orden tales perturbaciones sería un riesgo evidente. Debe reseñarse, no obstante, que ni los registros de mareógrafos, ni la memoria histórica de los habitantes del lugar hablan de semejante amplitud.

5.3.4. Consideraciones finales sobre oscilaciones forzadas

Las simulaciones realizadas a lo largo de esta sección indican que las OCPs observadas tienen mucha más probabilidad de ser oscilaciones forzadas que libres.

Cuando el dominio se excita con ondas monocromáticas se obtienen ciertos resultados que reproducen las observaciones. En particular se constata que Tarifa muestra una mayor respuesta que Algeciras (2º lugar en el ranking) y Ceuta (la localidad de menor respuesta). Otro hecho que el forzamiento con ondas monocromáticas es capaz de reproducir es el carácter pulsante de las OCPs que se observa en todas las localidades. Sin embargo, este modelo simple falla a la hora de reproducir amplitudes (las sobreestima), aunque su principal deficiencia es su falta de realismo físico como forzamiento.

La introducción de una perturbación de presión con riqueza espectral en la alta frecuencia (perturbaciones que han sido sintetizadas siguiendo criterios más o menos razonables- Figura 5-18-, a falta de observaciones experimentales) soslaya en buena medida la falta de realismo del forzamiento monocromático anterior. En este caso, el modelo forzado sigue reproduciendo igualmente bien la mayor respuesta en Tarifa, seguido de Algeciras y Ceuta (ver Figura 5-20, por ejemplo) con amplitudes de OCP similares a las observadas. Pero ahora, además, el modelo produce OCPs de mayor riqueza espectral en Algeciras y más monocromáticas en Tarifa, algo que también se observa en los datos. El carácter pulsante es asimismo reproducido (Figura 5-19 y, especialmente 5-20), lo que apunta a que, las OCPs observadas responden a este tipo de forzamiento externo.

A modo de experimento se ha analizado la respuesta para acople *resonante* entre ondas gravitatorias de presión atmosféricas y las OCP que excitan, comprobándose que generan amplitudes considerables, particularmente en Algeciras. No obstante, la velocidad a la que debe desplazarse el frente de presión está más allá de lo razonable por lo que también es razonable admitir que esas respuestas amplificadas son altamente improbables.

Capítulo 6

Conclusiones

Este trabajo estudia y modela oscilaciones de corto periodo (OCP) que se observa en los distintos puntos de la zona del Estrecho de Gibraltar donde hay registros mareográficos (mareogramas). Buena parte de la dificultad de este estudio ha estado asociada al formato original de la información: los mareogramas (Figura 1-11). La extracción de la información en formato digital se ha hecho mediante un método de conversión analógico-digital desarrollado expresamente para leer mareogramas y que proporciona una resolución temporal adecuada para abordar el presente trabajo (capítulo 2).

De los registros mareográficos analizados en la región del Estrecho de Gibraltar (Tarifa, Algeciras, Ceuta) se concluye que las OCP se extienden en la región del espectro entre los 7,0 y los 30 min de periodo, con amplitudes en el rango de 1 – 10 cm. Un estudio estadístico para caracterizar la distribución de OCP a lo largo del año, y que combina intensidad y duración de las mismas, indica que los episodios de OCP son más probables en los meses de Abril a Octubre (época estival).

Las OCP tienen frecuencias características (o que tienden a serlo) en cada localidad, lo que sugiere dividir el espectro en regiones (bandas) donde estas oscilaciones concentran su energía.

La coherencia espacial *dato a dato* entre OCPs de distintos puertos es estadísticamente nula, lo que es sorprendente habida cuenta de que las oscilaciones tienen distinta frecuencia. El uso del S-espectro permite identificar ventanas temporales con episodios

relevantes de OCPs en los que ya no aparece la frecuencia explícitamente. La comparación de estos episodios de OCPs en distintas localidades indica que los fenómenos tienen una cierta coherencia espacial que permite postular la hipótesis de un forzamiento común, es decir, de mayor escala espacial que las dimensiones del Estrecho.

La frecuencia característica de las OCP en Tarifa, unos 7 min de periodo, coincide bien con el que tendría una oscilación estacionaria entre ambos lados de la parte angosta del Estrecho, lo que sugiere vincular las OCPs con modos normales de oscilación de la región. A tal efecto, se ha desarrollado un modelo numérico estacionario barotrópico, con contornos abiertos trabajando a distintas distancias que resuelve un conjunto base de modos propios del Estrecho (ligados a la topografía) y aclarara parcialmente la relación experimental entre las bandas de frecuencia excitadas y dónde se localizan: los periodos mas altos (por encima de los 18 min) parecen corresponderse con modos propios de la bahía de Algeciras, mientras que los periodos más bajos (por debajo de los 14 min) se corresponderían con oscilaciones propias del Estrecho. Éstas, a su vez, se podrían subdividir en oscilaciones propias de la parte Oriental (más ancha, con periodos por encima de los 10 min) y oscilaciones propias de la sección de mínima anchura (Tarifa), por debajo de los 10 min.

Una vez comprobado que los modos normales pueden reproducir las frecuencias observadas de las OCPs, el problema se traslada a investigar sus mecanismos de excitación. Básicamente se puede hablar de dos procesos, OCPs que aparecen como transitorios entre estados de equilibrio, lo que encaja en la dinámica de oscilaciones libres amortiguadas, o bien OCPs que se manifiestan como respuestas a forzamientos cuasi-periódicos externos. Para investigar ambas posibilidades, el modelo de modos normales se ha extendido a otro evolutivo que modele las oscilaciones en función del tiempo en distintos puertos.

El análisis de OCP desde las óptica de oscilaciones libres se ha hecho ideando estados perturbados iniciales físicamente compatibles con fenómenos observados en el Estrecho. Entre ellos, se ha prestado atención a la relajación brusca de un set-up producido por un viento favorable. Tal mecanismo viene inspirado por el análisis de datos reales de vientos y desniveles transversales, que sugiere que vientos favorables pueden producir acumulación de pocos centímetros en una costa. Cuando se libera este set-up se generan OCPs durante un cierto tiempo, cuyas características espectrales tienden a reproducir las de las observadas. No así la amplitud. Otros forzamientos iniciales más sofisticados (y, seguramente, menos realistas) no mejoran las predicciones. El mayor desacuerdo entre aquéllas y éstas es en lo concerniente a las amplitudes. Siempre, las modeladas son, al

menos, un orden de magnitud inferior a las observadas.

El hecho anterior indica que la aparición de OCPs requiere un input continuado de energía, lo que conduce al análisis de forzamientos externos cuasiperiódicos, y, por tanto, OCP forzadas. A falta de datos experimentales de microbarógrafos se han simulado perturbaciones de presión con riqueza espectral en la alta frecuencia del estilo de la que pueden observarse en la naturaleza. Tales perturbaciones se la ha hecho recorrer el dominio y las OCPs modeladas ahora sí se ajustan en amplitud a las observadas (para valores realistas del forzamiento).

Tras este análisis, la conclusión que se obtiene es que las OCPs observadas deben ser producidas por forzamientos periódicos que las hagan crecer en amplitud tras lo cual podrían continuar oscilando durante periodos relativamente largos (de horas). No se descartan inputs adicionales de energía que prolongarían el periodo. Los posibles forzamientos periodicos estaría producidos por ondas topográficas o inestabilidades dinámicas en una atmósfera estratificada, situación que es más probable en verano al igual que lo eran los episodios de OCPs.

Capítulo 7

Apéndices

7.1. Modelado de la rotación terrestre

La fuerza de Coriolis mide los efectos de la rotación cuando se trabaja en un sistema de referencia no inercial vinculado a la Tierra. El parámetro de Coriolis f parametriza los efectos de la rotación en las ecuaciones del movimiento (4.1)-(4.2):

$$f = 2\Omega \sin \theta$$

con $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ la velocidad angular de rotación de la Tierra y θ la latitud geográfica. Un criterio para decidir la importancia que juega la rotación terrestre en los procesos que se quieren estudiar es comparar en las ecuaciones del movimiento las derivadas temporales de la velocidad $\frac{\partial u}{\partial t}$, escaladas mediante $\frac{U}{T}$ siendo T la escala temporal de variabilidad del movimiento, y el término de Coriolis fU . El parámetro

$$r_f = Tf \tag{7.1}$$

mide la importancia relativa de cada término. Si $r_f \gg 1$, entonces la escala temporal del movimiento es mucho menor que el periodo de inercia y la rotación es importante. En caso contrario la rotación puede ignorarse. En la zona del Estrecho de Gibraltar, $f \approx 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ y $T \sim 20 \text{ min}$, con lo que $r_f \simeq 0,1 \ll 1$, lo que justifica la omisión de la rotación en el cálculo de los modos normales.

En el modelo evolutivo (5.1) tampoco se incluye en consecuencia la rotación. Sin

embargo no sería difícil hacerlo tratándola como una perturbación y proyectándola sobre los modos gravitacionales siguiendo el proceso descrito en la sección 5.1. Para ello habría que modificar la ecuación (5.1) sumando el término de Coriolis en el lado izquierdo

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + f \vec{k} \times \vec{u} + g \vec{\nabla} \eta = -\frac{\vec{\nabla} P_a}{\rho_0} + \frac{\vec{\tau}_w}{h} - \frac{\vec{\tau}_b}{h} \quad (7.2)$$

y proyectándolo sobre los modos (ver 5.12)

$$\left[h \vec{\nabla} \phi_i, f \vec{k} \times \vec{u} \right] = \int_{\Omega} \begin{pmatrix} fv \\ -fu \end{pmatrix} h \vec{\nabla} \phi_i d\Omega = \int_{\Omega} \left(fvh \frac{\partial \phi_i}{\partial x} - fuh \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (7.3)$$

Esta expresión puede simplificarse sustituyendo las velocidades por su expansión en los modos (5.2)

$$\sum_{j \geq 1}^n P_j f \int_{\Omega} h \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial y} \frac{\partial \phi_i}{\partial x} - \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right) d\Omega \quad (7.4)$$

Al igual que ocurría con el término de fricción (5.28) la integral dentro de la sumatoria se puede realizar de una vez para todas las simulaciones (*matriz de rotaciones*). Se han hecho pruebas del modelo evolutivo incorporando esta corrección y, como era de esperar, los resultados no se veían modificados.

7.2. Resolución de ecuación de autovalores

Sea el problema de autovalores

$$KC = \lambda MC \quad (7.5)$$

con C y λ autovectores y autovalores respectivamente y K y M dos matrices con la física del problema (ver ecuaciones 4.29 ó 4.37). El número de incógnitas es el de nodos de la malla ($O(10^3)$), lo que hace que este problema de diagonalización requiera el uso de técnicas especiales. Un algoritmo empleado para su resolución es el de Arnoldi, que se esboza a continuación.

Computar el autovalor mayor de (7.5) no es difícil dado que la iteración del operador a diagonalizar sobre un vector cualquiera tiende al autovector-autovalor mayor (método iterativo de la potencia). El método se puede extender para calcular cualquier otro autovalor. Para ello se toma un valor μ cercano a un autovalor dado (pero desconocido). Restando μM en ambos términos de (7.5) se obtiene

$$(K - \mu M)C = (\lambda - \mu)MC \quad (7.6)$$

paso que se denomina desplazamiento (del inglés shift) y a continuación se multiplica por la inversa de la matriz desplazada $(K - \mu M)^{-1}$

$$\frac{1}{(\lambda - \mu)}C = (K - \mu M)^{-1}MC \quad (7.7)$$

paso que se denomina inversión. De esta forma se pasa a un nuevo problema de autovalores de la forma

$$AC = \theta C \quad (7.8)$$

con

$$A \equiv (K - \mu M)^{-1}M \quad (7.9)$$

$$\theta_i \equiv \frac{1}{(\lambda_i - \mu)} \quad (7.10)$$

El autovalor más grande de este nuevo problema es el que esté más próximo a μ . Conocido éste, el autovalor original del problema (7.5) es $\lambda_i = \mu + \frac{1}{\theta_i}$.

En lugar de encontrar las soluciones una a una, se puede extender el método de

la potencia a un conjunto de k vectores. Si en cada iteración se ortonormalizan los vectores, el resultado convergerá a una base de un subespacio invariante del operador a diagonalizar, esto es, a los k autovectores con un λ asociado mayor (iteración en subespacios).

En problemas con una matriz A densa (mayoría de los elementos no nulos) y dimensión no demasiada elevada se suele recurrir al método QR. Básicamente, este método consiste en derivar una serie de transformaciones similares $A_{i+1} = Q^T A_i Q$ tales que en cada paso se hagan los elementos de la subdiagonal de A más y más pequeños hasta que sean despreciables. En este punto, la matriz A es triangular y se pueden sacar los autovalores directamente de la diagonal (ver ejemplos de esta técnica en <http://distance-ed.math.tamu.edu/Math640/chapter6/node6.html>).

Una extensión del método de iteración en subespacios y de factorización QR es el algoritmo de Arnoldi de reinicio implícito. La idea descansa en computar una base ortonormal V y representar el operador desplazado e invertido A de (7.9) por una matriz H de Hessenberg¹ y un vector residual

$$AV_j = V_j H_{j,j} + E_j \quad (7.11)$$

en donde el subíndice j representa el número de columnas para E y V y el de columnas o filas para H . La idea central de la factorización de Arnoldi es construir los pares autovalor-autovector de la matriz grande A con los pares de H que pueden ser computados por medios más convencionales (factorización QR). La matriz $H_{j,j}$ proporciona aproximaciones a los autovalores y autovectores de la matriz grande A en el siguiente sentido. Si θ_i , s_i si son autovalores y autovectores del problema

$$H_{j,j} s_i = \theta_i s_i, \quad i = 1, \dots, j \quad (7.12)$$

entonces $y_i = V_j s_i$ es una aproximación al autovector de A con un residuo

$$r_i = Ay_i - \theta_i y_i = AV_j s_i - V_j \theta_i s_i = (AV_j - V_j H_{j,j}) s_i = v_{j+1} h_{j+1,j} s_{i,j} \quad (7.13)$$

La norma $\|r_i\| = |h_{j+1,j} s_{j,i}|$ de este residuo debe ser pequeña si se quiere que θ_i sea una buena aproximación del autovalor del problema original. La norma no es sino el producto de la última subdiagonal de la matriz de Hessenberg y el último elemento de

¹Una matriz de Hessenberg es cero debajo de la primera subdiagonal.

su autovalor. Rara vez ocurre que $h_{j+1,j}$ alcance un valor particularmente pequeño, pero sí ocurre que después de suficientes pasos siempre hay autovectores s_i con el último elemento pequeño consiguiéndose así la condición buscada.

La resolución de (7.5), con las ideas esbozadas en esta sección, se ha realizado con la función de matlab `speig.m`. Más detalles sobre técnicas de diagonalización puede consultarse en la documentación que acompaña a las librerías de Fortran ARPACK (Lehoucq, 1996; Lehoucq, 1998) o en Radke (1996, adaptación a MATLAB de las librerías ARPACK).

7.3. Integración de la ecuación diferencial (5.22)

Un algoritmo numérico eficiente y exacto en la integración de la ecuación (5.22) consiste en desacoplar el sistema mediante la descomposición de la matriz M . Así escribiremos $M'V = V\Lambda$ donde Λ es una matriz diagonal conteniendo los autovalores de M , y V está compuesto por los autovectores de M' (autovectores por la izquierda de M). El símbolo $'$ tiene el significado matricial usual de matriz traspuesta. De lo anterior también es cierto que, $MZ = Z\Lambda'$ donde Z contiene los autovectores por la derecha de M .

Trasponiendo la ecuación (5.22) y multiplicando por la matriz V , se llega al sistema desacoplado de ecuaciones diferenciales

$$\frac{dY'}{dt} = Y'\Lambda + F' \quad (7.14)$$

donde $Y' = y'V$ y $f'V = F'$. El sistema (7.14) permite una integración analítica mediante la función lineal $F(t) = F_j + (F_{j+1} - F_j)(t - t_j)$ en el intervalo $t_j \leq t \leq t_j + \Delta t = t_{j+1}$. Así la integración para un autovalor λ da

$$Y(\Delta t) = Y_j e^{\lambda\Delta t} + \int_0^{\Delta t} [F_j + (F_{j+1} - F_j)s] e^{\lambda(\Delta t - s)} ds$$

Después de una integración exacta se obtiene el siguiente esquema en diferencias finitas

$$Y_{j+1} = e^{\lambda\Delta t} Y_j + \frac{1}{\lambda} (e^{\lambda\Delta t} - 1) F_j + \frac{1}{\lambda} \left((e^{\lambda\Delta t} - 1) - \Delta t \right) (F_{j+1} - F_j)$$

Se puede obtener los valores de y en función de los de Y sin más que deshacer los cambios introducidos. Sea $Z'V = D$, donde D es una matriz diagonal, entonces $Y'D^{-1}Z' = y'$.

Esta forma de integrar la ecuación (5.22) se programó, pero el proceso resultaba lento en comparación con otras integraciones numéricas de matlab. En este problema la función *ode45*, basada en un esquema de Runge-Kutta explícito (Dormand, 1980) da velocidades de integración buenas y una estabilidad probada. Este esquema es de un sólo paso de modo que para computar la función en un instante de tiempo t_j ($y(t_j)$) sólo se

necesita la solución en el instante de tiempo anterior t_{j-1} ($y(t_{j-1})$). Para más detalles sobre la función consultar la ayuda y bibliografía propuesta en Matlab.

Bibliografía

- [1] Adrian. E. Gill. Atmosphere-Ocean Dynamics. *Academic Press*, 1982.
- [2] Airy, G. B. On the tides in Malta. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 169, 123-138, 1878.
- [3] Akylas, T. R. *J. Fluid Mech* 141, 455-466, 1984.
- [4] Androsov, A. A., et al, 1995. Open boundary condition for horizontal 2-D curvilinear-grid long-wave dynamics of a strait. *Advances in Water Research*, vol.18, nº5, 267-276.
- [5] L. Armi, and D.M. Farmer, "The internal hydraulics of the Strait of Gibraltar and associated sills and narrows," *Oceanologica Acta*, vol. 8, pp. 37-46, 1985
- [6] L. Armi, and D.M. Farmer, "The flow of Atlantic water through the Strait of Gibraltar," *Progress in Oceanogr.*, vol. 21 (1), pp.1-105, 1988.
- [7] Bay of Gibraltar, 52043, from Spanish and British Admiralty charts to 1994. Digitized by Maptech, 1 Riverside Drive Andover, MA 01810.
- [8] Belcher, S. E. y Hunt, J.C.R. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 30, 507-538, 1998.
- [9] Blumberg, A. F., and Mellor, G. L. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. *Three-dimensional ocean modes*, S. Heaps, ed., American Geophysical Union, Washington, D.C., pag 1-16, 1987.
- [10] Bormans, M., Garret, C., Thompson. Seasonal variability of the surface inflow through the Strait of Gibraltar, *Oceanol. Acta*, 9, 403-414, 1986.
- [11] Brézis H. Análisis funcional. Teoría y aplicaciones. Alianza editorial, 1983.

- [12] Bror Jönson, et al (2002). Fjord seiches in the Gulf of Finland and their relationship to the global Baltic seiches. In press.
- [13] Bruno et al. The boiling-water phenomena at Camarinal Sill, the Strait of Gibraltar. *Deep-Sea Research II*, vol 49, pp. 4097-4113, 2002.
- [14] Bryden, H. L., Candela, J., y T. Kinder. Exchange through the Strait of Gibraltar. *Progr. Oceanogr.*, 33:201-248, 1994.
- [15] Bryden H. L., and Kinder T. H. Steady two-layer exchange through the Strait of Gibraltar. *Deep-Sea Research*, vol. 38, suppl.1, pp. S445-S463, 1991.
- [16] Bryden, H. L., T. Kinder. Steady two-layer exchange through the Strait of Gibraltar. *Deep-Sea Res.*, 38S: S445-S463, 1991.
- [17] Calzada Canalejo, M. C., Cruz Soto, J. L., Echevarría Líbano, M. R., Fernández Cara, E., Martín Beltrán, M., 1990. Introducción al método de los elementos finitos y a la biblioteca Modulf. Servicio de publicaciones de la Universidad de Córdoba. ISBN: 84-7801-093-9.
- [18] Candela J., C. D. et al. Meteorologically forced subinertial flows through the Strait of Gibraltar. *J. Geophysical Research*, 94, pag. 12667-12674, 1989.
- [19] Candela, J., Winant, C.D. and Ruiz A. Tides in the Strait of Gibraltar. *J. Geophys. Res.*, 95: 7313-7335, 1990.
- [20] Candela, J. The Gibraltar Strait and its role in the dynamics of the Mediterranean sea. *Dynamic of the Atmosphere and Oceans*, vol 15 (3-5), pg. 267-300, 1991.
- [21] Candela, J. and Lozano, C. Barotropic response of the western mediterranean to observed atmospheric pressure forcing. *Coastal and Estuarine Studies*, vol 46, pg. 325-359, 1994.
- [22] Candela, J. et al. The Mad Sea in the Strait of Sicily. *Jornal of Physical Oceanography*. Vol 29, 2210-2231, 1999.
- [23] Castro, M. J., Macías, J. et al. A two layer numerical model for solving exchange flows through channels with irregular geometry. European congress on computational methods in applied sciences and engineering (ECCOMAS), 2001.
- [24] Casulli, V. and Cheng, R. T. Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow. *Int. J. Numer. Methods fluids*, 15, pag. 629-648, 1992.

- [25] Colucci, P. and Michelato, A. An aproach to the study of the Marrubio phenomenon. *Bolletino di Geofisica Teorica ed Applicata*, vol XIII, 60, 3-10, 1976.
- [26] Cooper, J. M. Introduction to Partial Differential Equations with Matlab. *Birkhäuser*, 1998.
- [27] Crépon, M., 1965. Influence de la presion atmosphérique sur le niveau moyén de la Mediterraneé Occidentale el sur le flux á travers le Detroit de Gibraltar. *Cah. Oceanogr.*, 1: 12-32.
- [28] Cressie, Noel (1991), *Statistics for Spatial Data*, John Wiley and Sons, New York, 900 pp., ISBN 0-471-84336-9.
- [29] Crystal, G. On the hydrodinamical theory of seiches. *Trans. R. Soc. Edinburgh*, 41(3), pag 599-649, 1904.
- [30] Cushman-Roisin, B., Willmott, A. J. and Biggs, N. Influence of stratification on decaying surface seiche modes. *Continental Shelf Research*, 25, pág. 227-242, 2005.
- [31] Defant, A., 1961. *Physical oceanography*, vol 2. *Pergamon Press*, 598 pp.
- [32] Delgado, J., García Lafuente, J. y Vargas, J. M., 2001: A simple model for submaximal exchange through the Strait of Gibraltar. *Scientia Marina*, 65 (4), 313-322.
- [33] Daisuke Simizu y Kay I. Ohshima. Barotropic response of the sea of Okhotsk to wind forcing. *Journal of Oceanography*, vol. 58., pp. 851-860, 2002.
- [34] Dormand, J. R. and P. J. Prince. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *J. Comp. Appl. Math.*, Vol. 6, 1980, pp 19-26.
- [35] Durran, D.R. Mountain Waves (Mesoscale Meteorology and Forecasting). *American Meteorological Society*, Boston, pp 472-492, 1986.
- [36] Efimov, V., et al. Waves in the marginal areas of the ocean. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1985.
- [37] Egbert, G. D. y Erofeeva S.Y. Efficient inverse modelling of barotropic Ocean Tides. *American Meteorological Society*, vol 19, 183-204, 2002.
- [38] Emery W. J. and Thomson R. E. *Data analysis methods in physical ocnography*, 1997.

- [39] Fandry, C. B., 1981. Development of a numerical model of tidal and wind-driven circulation in Bass strait. *Aust. J. Mar. Freshwater Res.* 32, 9-29.
- [40] Fennel, W. Inertial waves and inertial oscillations in channels. *Cont. Shelf. Res.*, 9, pag. 403-426, 1989.
- [41] Fujita, T. 1955. Results of detailed synoptic studies of squall lines. *Tellus*, 7, 405-436.
- [42] García Lafuente, J. 1986. Variabilidad del nivel del mar en el Estrecho de Gibraltar: Marea y oscilaciones residuales. *Tesis doctoral*, Universidad de Málaga.
- [43] García Lafuente, J. et al. Sea level in the Strait of Gibraltar: Tides. *International Hydrographic Review*, Mónaco. LXVII(1), 111-130, 1990.
- [44] García Lafuente, J. y Lucaya N. C. Inertial waves in the Ibiza Channel. *Journal of Marine Systems*, vol.5, pag. 445-459, 1994.
- [45] García Lafuente, J., J. M. Vargas, J. Candela, F. Plaza, B. Bascheck, T. Sarhan.. Tide at the eastern section of the Strait of Gibraltar. *J Geophys. Res.*, 105: 14197-14213, 2000a.
- [46] García Lafuente, J. Consideraciones sobre los flujos intercambiados a través del Estrecho de Gibraltar. Variaciones estacionales. in Proceedings of the Second Workshop on exchanged flows through the Strait of Gibraltar, J.J.Alonso and F Ortegon ed., Cadiz (Spain), 2000.
- [47] García Lafuente, J y Criado Aldeanueva, F. 2001. La climatología y la topografía en el Estrecho de Gibraltar determinantes de las propiedades termohalinas del agua del Mar Mediterráneo. *Física de la Tierra*, 13, 43-54.
- [48] García Lafuente, J., J. Delgado, J. M. Vargas, M. Vargas, F. Plaza, T. Sarhan.. Low frequency variability of the exchanged flows through the Strait of Gibraltar during CANIGO. *Deep Sea Res.*, 49, 4051-4067, 2002a.
- [49] García Lafuente, J., Álvarez Fanjul, E., Vargas, J. M., Ratsimandresy, A. W. Subinertial variability in the flow through the Strait of Gibraltar. *J. Geophys. Res.*, 107, C10, 32.1-32.9, 2002b.
- [50] García Lafuente, J., Delgado, J., Francisco Criado. Inflow interruption by meteorological forcing in the Strait of Gibraltar. *Geophysical research letters*, vol. 29, n°19, 20.1-20.4, 2002c.

-
- [51] García Lafuente, J. y Delgado, J. The meandering Path of Drifter around the Western Alboran Gyre. *Journal of Physical Oceanography*, vol. 34, 685-692, 2003.
- [52] Garret, C. J. R. Variable sea level and strait flows in the Mediterranean: a theoretical study of the response to meteorological forcing. *Oceanologica Acta*, vol. 6, n^o1, pag 79-87, 1983.
- [53] Garret, C. et al. Low frequency fluctuations in the Strait of Gibraltar from MEDALPEX sea level data. *Jour. Phys. Ocean.*, 19: 1682-1696, 1989.
- [54] Garret, C. Frictional processes in straits. *Deep-Sea Research II*, 51, 393-410, 2004.
- [55] Gebco (5^o edition). General Bathymetric Chart of the Oceans, Digital Atlas (GDA). Canadian Hydrographic Service, Ottawa, Canada, under the joint authority of the International Hydrographic Organisation (IHO) and the Intergovernmental Oceanographic Commission (IOC), 1978-1982.
- [56] Gedzelman, S. D. y Rilling, R. A. Short period atmospheric gravity waves: a study of their dynamic and synoptic features. *Mon. Weather Rev.*, 106, 196-210, 1978.
- [57] George, P. L., Automatic Mesh Generation – Application to Finite Element Methods, *Wiley*, 1991.
- [58] Gerald V. Middleton, 2000. Data Analysis in the earth sciences using Matlab. ISBN 0-13-393505-1.
- [59] Giese, G. & Chapman, D. 1990. Coastal seiches. *Oceanus* 36 (1), 38-46.
- [60] Gill, A. E. On the behaviour of internal waves in the wakes of storms. *J. Phys. Oceanogr.*, 14, pag. 1129-1151, 1984.
- [61] Godin, G. The effect of rotation on the natural modes of simple model seas. *Deep sea research I*, 49, pag 19-39, 2002.
- [62] Golmen, L., Molvaer, J. & Magnusson, J. 1994. Sea level oscillations with super-tidal frequencies in a coastal embayment of western norway. *Cont. Shelf Res.* 14, 1439-1454.
- [63] González, J. I., Farreras, S. F. y Ochoa, J. Seismic and meteorological Tsunami Contributions in the Manzanillo and Cabo San Lucas seiches of September 14, 1995. *Marine Geodesy*, 24, pág. 219-227, 2001.

- [64] Gossard, E.E., and William H. Hooke. Waves in the Atmosphere. *Elsevier*, New York, 456pp, 1975.
- [65] Goto, C. and Shuto, N. Run-up of Tsunamis by Linear and Nonlinear Theories. Proc. 17 th *Coast. Eng. Conf.*, Vol 1, Sydney, 1981, pp. 695-707.
- [66] Gregg, M. C. Small-processes in Straits. *Deep-Sea Research II*, 51, 489-503, 2004.
- [67] Grimshaw, R.H.J. y Smith, N. *J. Fluid Mech.* 169, 429-464, 1986.
- [68] Grimshaw, R.H.J. y Yi, Z. *J. Fluid Mech.* 229, 603-628, 1991.
- [69] Guido, M. T., et al. A weakly nonlinear approach to coastal resonance. *J. Fluid Mech*, under considerations for publication.
- [70] Harris, F. J. On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform. *Proceedings of the IEEE*. Vol. 66 (January 1978). pp. 51-84.
- [71] Hart R. (1995). <http://www.nerisc.no/neven/matlab/study/mountainwave/mtwave.html>
- [72] Helfrich K., R.- 1995. Time-dependent two-layer hydraulic exchange flows. *J. Phys. Oceanogr.*, 25: 359-373.
- [73] Henry, R. F., 1993. Geometrically based, automatic generator for irregular triangular networks. *Communications in numerical methods in engineering*, Vol 9, pp: 555-566.
- [74] Hibiya, T. & Kajiura, K. 1982. Origin of the Aibiki phenomenon (a kind of seiche) in Nagasaki bay. *J. Oc. Soc. Japan* 38, 172-182.
- [75] Hodžić, M. Exceptional oscillations in the Bay of Vela Luka and meteorological situation in the Adriatic, International School of Meteorology of the Mediterranean, 1 Course, Erice, Italy, 1979.
- [76] Honda, K., Terada, T., Yoshida, Y., and Isitani, D. An investigation of secondary undulations of oceanic tides, *J College Sci.*, Imp. Univ. Tokyo, 108pp, 1908.
- [77] Hopkins, T.S., 1978. Physical processes in the Mediterranean Basin. In: B. Kjerfve (Editor). Estuarine Transport Processes. *University of South Carolina Press. Columbia*, pp. 269-309.

- [78] Hubbard, B.B., 1986. The World according to Wavelets: The Story of a Mathematical Technique in the Making. *Wellesly MA, A.K. Peters*, pp: 221-223.
- [79] Ishida, K., Hasegawa, K., Suzuki, H. and Fujita, M. Characteristic of water surface oscillation in Jozankei Dam reservoir. Proceeding of the first Korea-Japan bilateral seminar on water resource and enviromental research, pp. 73-80.
- [80] Ishida, K., Hasegawa, K., and Suzuki, H. Analysis of water surface oscillation in a dam reservoir using the data of water level from the multiple water gauges. *Annual Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 41, pp. 1017-1022.
- [81] Ives, D. C. and R. M. Zacharias. Conformal mapping and orthogonal grid generation. Paper n°87-2057. AIAA/SAE/ASME/ASEE 23RD Joint propulsion conference, San Diego, California, June 1987.
- [82] Izquierdo, A. et al. Control variability and internal bore evolution in the Strait of Gibraltar: a 2-D two layer model study. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* (2001) 53,637-651.
- [83] Intergovernmental Oceanographic Commission.- UNESCO 1985. Manual on sea level measurement and interpretation: Basic procedures, Volume I.
- [84] Intergovernmental Oceanographic Commission.- UNESCO 1994. Manual on sea level measurement and interpretation: Emerging Technologies, Volume II.
- [85] Isaaks, E. H., and Srivastava, R. M. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, New York, 561 pp.
- [86] Jensen, T. G., 1998. Open boundary condition in stratified ocean models. *Journal of Marine Systems*, 16, 297-322.
- [87] Kelihher, T. E. The ocurrence of microbarograph-detected gravity waves compared with the existence of dynamically unstable wind shear layer. *J. Geophys. Res.*, 80, 2967-2976, 1975.
- [88] Kowalik, Z. and Murty, T. S. Numerical Modelling of Ocean Dynamics. *Advanced Series on Ocean Engineering*-Volume 5, *World Scientific*, 1993.
- [89] Kundu, P. K. and Thomson, R. E. Inertial oscillations due to a moving front. *J. Phys. Oceanogr.*, 15, 1076-1084, 1985.
- [90] Lamb, H. Hydrodynamics, Dover, New York, 1945.

- [91] Lapidus L., Pinder G. F. Numerical solution of partial differential equations in science and engineering. John Wiley & Sons, Inc, 1982.
- [92] Large W. G. y Pond S. Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds. *J. Phys. Oceanogr.*, 11, 324-336, 1981.
- [93] Lehoucq, R.B. and D.C. Sorensen, "Deflation Techniques for an Implicitly Restarted Arnoldi Iteration," *SIAM J. Matrix Analysis and Applications*, Vol. 17, 1996, pp. 789-821.
- [94] Lehoucq, R.B., D.C. Sorensen, and C. Yang, ARPACK Users' Guide: Solution of Large-Scale Eigenvalue Problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods, *SIAM Publications, Philadelphia*, 1998.
- [95] Lisitzin, E. Sea level changes. Elsevier, 286 pp, 1974.
- [96] Lynch, D. R. and Werner, F. E. Three-dimensional hydrodynamics on finite elements. Part II: Non linear time-stepping model. *Int. J. Numer. Methods fluids*, 12, pag 507-533, 1991.
- [97] Maloney W.E. and R.E. Burns, 1958. A reappraisal of the tides of the Mediterranean. *U.S. Navy hydrographic office*, Tech. Rep. TR-61, Washington, D. C., 32 pp.
- [98] Emma J. McCoy, Andrew T. Walden. Multitaper Spectral Estimation of Power Law Processes. *IEEE Transactions on signal processing*, Vol. 46, 3, March 1998.
- [99] Molloy, E. Seiching in Cockburn Sound. Department of environmental engineering. University of Western Australia, November, 2001.
- [100] Monserrat, S. and Ramis Clemente. Large-amplitude pressure oscillations in the western mediterranean. *Geophysical research letters*, vol. 18, n^o2, pages 183-186, 1991.
- [101] Monserrat, S. and Thorpe, A. J. Gravity-wave observations using array of microbarographs in the Balearic Islands. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 118, pp. 259-282, 1992.
- [102] Monserrat, S. and Thorpe, A. J. Study of atmospheric gravity waves over the Balearic Islands using surface pressure observations: their connection with the 'Rissaga' phenomenon. *Eighth conference on Atmospheric and Oceanic Waves and Stability*.

-
- [103] Monserrat, S., Ibbetson, A., and Thorpe, A. J. Atmospheric gravity waves and the 'Rissaga' phenomenon. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 117, pp. 553-570, 1991.
- [104] Nosov, M. A. y Shelkovnikov, N. K. Tsunami generation by moving displacement. *Vestnik of Moscow University*, Ser. 3., 36, 96-101, 1995.
- [105] Nycander, J. y Döös, K. Open boundary conditions for barotropic waves. *Journal of Geophysical research*, vol. 108, n° C5, 3168. 2003.
- [106] Numerical Recipes in Fortran 77: The art of Science computing, 1986-1992. ISBN 0-521-43064
- [107] Okihiro, M. & Guza, R. 1995. Infragravity modulation by tides. *J. Geo. Res.* 100(8), 16143-16148.
- [108] Olinger, J. and Sundström, A. Theoretical and practical aspects of some initial boundary value problems in fluid dynamics. *SIAM J. Appl. Math.*, 35 (1978) 419-446.
- [109] Orlanski, I., 1976. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *J. Comp. Physics*, 21, 251-269.
- [110] Ortega, M. R. 1989. Lecciones de Física: Mecánica 1. *Departamento de Física Aplicada. Universidad de Córdoba.*
- [111] Papadopoulos, G., A. Some exceptional seismic (?) sea-waves in the Greek Archipelago, *Science of Tsunami Hazards* 11, 25-34, 1993.
- [112] Pedlosky, Joseph. *Geophysical Fluid Dynamics*, Second Edition. *Springer-Verlag*, 1987.
- [113] Pelinovsky, E., Talipova, T., Kurkin, A. Kharif, C. Non linear mechanism of tsunami wave generation by atmospheric disturbances. *Natural hazards and Earth system sciences*, 1, 243-250, 2001.
- [114] Percival, D.B., and A.T. Walden. *Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques.* *Cambridge University Press*, 1993.
- [115] Piatanesi A., Tinti S. y Bortolucci E. Finite-element simulation of the 28 December 1908 Messina Straits (Southern Italy) Tsunami. *Phys. Chem. Earth.* Vol. 24, n°2, pp. 145-150, 1999.

-
- [116] Pino Corredera, J. D. Levante en el Estrecho. *www.inm.es/web/sup/ciencia/divulga/tempoweb/main.html*, 1996.
- [117] Platzman, G. W. A numerical computation of the surge of 26 June 1954 on Lake Michigan. *Geophysica*, 6, 407-438, 1958.
- [118] Platzman, G. M., 1978. Normal modes of the world ocean. Part I: Design of a finite-element barotropic model. *J. Phys. Oceanogr.*, 8, 323-343.
- [119] Pond S., Pickard G.L. Introductory Dynamical Oceanography, Second Edition. *Pergamon Press* (1995).
- [120] Price, J. et al. Mediterranean outflows mixing and dynamics. *Science*, 259:1277-1282 (1993).
- [121] Price, J., O'Neill-Baringuer, M. Outflows and deep water productions by marginal seas. *Prog. Oceanog.*, 33: 157-196 (1994).
- [122] Priestley, M. B. Spectral Analysis and Time Series. *Academic Press*, 1981.
- [123] Proudman, J. Dynamical Oceanography. *Methuen, J. Willey*, London, pp. 409, 1953.
- [124] Rabinovich, A. B. Long gravity waves in the ocean: capture, resonance, leaking, St. Petesburg, *Gidrometeoizdat*, 1993.
- [125] Rabinovich, A. B. and Monserrat, S. Generation of meteorological tsunamis (large amplitudes seiches) near the Balearic and Kuril islands. *Natural Hazards* 18: 27-55, 1998.
- [126] Radke, J. R. A matlab implementation of the implicitly restarted Arnoldi method for solving large-scale eigenvalue problems. *Thesis*, Houston, Texas, 1996.
- [127] Rajkovic, B. and Mellor G. L., 1998. Small-scale turbulence and mixing in the ocean. Proceedings of the 19th international liege colloquim on ocean hydrodynamics. *Elsevier Oceanography Series* 46. ISBN 0-444-42987-5.
- [128] Ramis, C. y Jansà, A. Meteorological conditions simultaneous to sea level oscillations to great amplitude in the western Mediterranean. *Rev. Geofís.*, 39, 35-42, 1983.

- [129] Rao, D. B., 1974. Transient Response of shallow enclosed basins using the method of normal modes. Scientific series n°38. Inland directorate, Canada centre for inland waters, Burlington, Ontario 1974.
- [130] Rees, J. M. y Mobbs, S. D. Studies of internal gravity waves at Halley Base, Antarctica, using wind observations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 114, 939-966, 1988.
- [131] Reid. J. L., 1979. On the contribution of Mediterranean Sea outflow to the Norewian-Greenland Sea. *Deep-Sea Res.*, 26A:2299-1223.
- [132] Reid, R. O. and R.O. Bodine, 1968. Numerical model for storm surges in Galveston Bay. *J. Waterway Harbour Div.*, 94 (WWI), 33-57.
- [133] Robert Hart (Penn State University Meteorology) y en <http://www.neresc.no/neven/matlab/study/mountainwave/mtwave.html>, 1995.
- [134] Rueda, F., y Schladow, S. Surface seiches in lakes of complex geometry. *Limnol. Oceanogr.*, 47(3), 2002, 906-910.
- [135] Rueda, F., y Schladow, S. Quantitative comparison of models for barotropic response of homogeneous basins. *Journal of hydraulic engineering*. February, 2002.
- [136] Samah, A. Observations of gravity waves at atmospheric fronts. *Ph. D. thesis*. University of Reading, 1990.
- [137] Sannino, G., Bargagli, A. and Artale, V. Numerical modelling of the mean exchange through the Strait of Gibraltar. *Journal of Geophysical Research*, vol. 107, N°0, 10.1029/2001JC000929, 2002.
- [138] Sanz, J. L., Acosta, J., Esteras M., Herranz P., Palomo C. y Sandoval N. Prospección geofísica del Estrecho de Gibraltar (Resultados del programa Hércules 1980-1983). Publicaciones especiales del Instituto español de oceanografía, n°7, 1991.
- [139] Schwing, F.B., 1992. Subtidal response of Scotian shelf circulation to local and remote forcing. Part II: Barotropic model. *Journal of physical oceanography*, vol. 22, 542-563.
- [140] Stewart, R. H., 1980. Ocean waves measurement techniques. Chap. 24, pp. 447-470 in *Air-Sea Interaction-Instruments and methods*, F. Dobson, L. Hasse and R. Davis (Eds.), *Plenum*.

- [141] Stockwell, R. G., Mansinha, L. and Lowe, R.P. Localization of the complex spectrum: the S transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, April 1996, Vol 44, Num 4, pp 998-1001.
- [142] Stockwell, R. G., Localization of the complex spectrum: the S transform. Master's thesis, University of Western Ontario, 1994.
- [143] Takashi Yanuma and Yoshinobu Tsuji. Observation of edge waves trapped on the continental shelf in the vicinity of Makurazaki harbor, Kyushu, Japan. *Journal of Oceanography*, vol 54, pp. 9 to 18. 1998.
- [144] Takuji Waseda, Yoshinobu Toba and Marshall P. Tulin, 2001. Adjustment of wind waves to sudden changes of wind speed. *Journal of Oceanography*, vol. 57: 519-533.
- [145] Tarek Sarhan et al., 2000. Upwelling mechanisms in the northwestern Alboran Sea. *Journal of Marine Systems* 23, 317-331.
- [146] Tinti S., Piatanesi A., 1996. Finite element simulations of the 5 February 1783 Calabrian Tsunami. *Phys. Chem. Earth*, Vol. 21, n°12: 39-43.
- [147] Thomson, D.J., 1982. Spectrum estimation and harmonic analysis, *IEEE Proc.* 70(9),1055-1096.
- [148] Uccellini, L. W., y Koch, S. E. The synoptic setting and possible energy sources for mesoscale wave disturbances. *Mon. Weather Rev.*, 115, 721-729, 1987.
- [149] Van Dorn, W. G. Some tsunami characteristics deducible from tide records. *J. Phys. Oceanogr.*, 14, 353-363, 1984.
- [150] Vargas, J. M. Fluctuaciones subinerciales y estado hidráulico del intercambio a través del Estrecho de Gibraltar. Tesis doctoral, univ. Sevilla, 2004.
- [151] Wang, X., Li, K., Yu, Z., and Wu, J. Statistical characteristics of seiches in Longkou Harbour, *J. Phys. Oceanogr.* 17, 1063-1065, 1987.
- [152] Wangsness, R. K, 1983. *Electromagnetic Fields*. John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-04103-3.
- [153] Watson G. and Robinson I. S. A study of internal wave propagation in the Strait of Gibraltar using Shore-based Marine radar images. *Journal of Physical Oceanography*, vol. 20. pp. 374-395, 1989.

-
- [154] Wilkin, J.L., J.V. Mansbridge and K. Hedstrom (1995), An Application of the Capacitance Matrix Method to Accommodate Masked Land Areas and Island Circulations in a Primitive Equation Ocean Model, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 20, 675-688.
- [155] Wilson, B. W. Seiches. In Ven Te Chow (ed.), *Advances in hydrosciences*, 8. Academic Press. pag 1-94, 1972.
- [156] Wüber, Ch. y Krauss, W. The two-dimensional seiches of the Baltic Sea. *Ocean. Acta*, 2, 435-446, 1979.
- [157] Yiou P., Baert E., Loutre M. F. Spectral analysis of climate data. *Surveys in Geophysics* 17: 619-663, 1996. *Pergamon Press*.