№ A
21-h l

23

E=20 2=1 w=3

Nº 1
20-4593

3
25-67

Sala A 5
Cuerpo 31
Tabla 4
Número

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
GRANADA

E=20 e=1 n=3

Nº 1
20-4593

Sala A
Estante 31
Tabla 41

3
25-67

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
GRANADA

CHRISTOPHO-RI CLAVII BAM-BERGENSIS E SOCIE-TATE IESV

ASTROLABIVM TRIBVS LIBRIS EXPLICATVM,

ET

IN HAC EDITIONE AB IPSO AVCTORE plurimis locis correctum.

MOGVNTIÆ,
Sumptibus ANTONII HIERAT excudebat
REINHARDVS ELTZ.
Cum gratia & priuilegio ſacræ Cæſ. Maieſt.

ANNO M. DC. XI.

2

QVÆ IN ALIORVM ASTROLABIIS NON traduntur, sed in hoc nunc primum inuenta sunt, ac demonstrata.

I. CViusuis circuli siue maximi, siue nō maximi, proiectio in planum, si modo eius situs in sphæra cognitus sit.

II. Cuiusuis circuli siue maximi, siue non maximi, in planum proiecti diuisio in 360. partes inæquales, quæ gradibus 360. æqualibus eiusdem circuli in sphæra respondeant.

III. Cuilibet puncto, vel arcui in cœlo, vel sphæra dato, respondens punctū, vel arcum in plano Astrolabij assignare: Et contra, dato quolibet puncto, vel arcu in plano Astrolabij, quod punctum, vel arcum in cœlo, seu sphæra referat, inuenire.

IIII. Circulo vtcunque descripto in Astrolabij plano, vel recta vtcunque ducta, quem circulum, aut rectam in cœlo, seu sphæra repræsentet, explorare.

V. Vsus Astrolabij, isq; amplissimus, solius circini, ac regulæ beneficio, sine auxilio Astrolabij materialis.

VI. Omnium triangulorum sphæricorum descriptio in plano, & angulorum, laterumq; eorundem inuentio sine ope numerorum.

VII. Omnium quæstionum, quæ per triangula sphærica adiumento numerorum enodantur, solius beneficio circini, ac regulæ, explicatio.

VIII. Vsus Sinuum, Tangentium, atque Secantium per solam prosthaphæresim, hoc est, per additionem, subtractionemq; solam, sine multiplicatione, ac diuisione numerorum: Et compendium mirificum omnium triangulorum.

IX. Demonstratio, non dari circulos maximos horarum inæqualium, contra omnes fere horologiorum scriptores.

X. Variæ determinationes magnitudinis angulorum in triangulis sphæricis, à nemine hactenus animaduersæ.

PRAETER hæc, innumerabilia alia varijs in locis dispersa occurrent, quæ non passim in aliorum scriptis reperies.

CHRISTO-

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

IN ASTROLABIVM PRAEFATIO.

INTER omnia inſtrumenta, quibus ea, quæ primi mobilis motum ab ortu in occaſum conſequuntur, vel ad eum aliquo modo pertinent, explicari, atque inueſtigari ſolent, ab Aſtronomis magna ſolertia excogitata, nullum mihi vnquam viſum eſt præſtantius eo, quod Claudius Ptolemæus Planiſphærium inſcripſit: vulgo Aſtrolabium dixere, in quo nimirũ omnes circuli cœleſtes primi mobilis rationibus Geometricis ita in planum proijciuntur, vt ſingula eorũ puncta, & arcus dimetiri non minus accurate, & exquiſite liceat, quam in globo aliquo perfecte rotũdo, qui primum mobile referat. Quamuis enim ſphæra ſolida, ſiue globus, de quo proxime diximus, omnibus inſtrumentis, quæ extrui, aut informari cogitatione poſſunt, iure antecellat, quod ſit perfectiſſima totius cœli imago & effigies: quia tamen ob exquiſitiſſimam rotunditatem, quam habere debet, & difficillima eius cõſtructio redditur, vt vix quiſquam perfectum ſe globum aliquando conſecuturum ſperet, & conſeruari diu ſine damno vetuſtatis difficile poteſt: idcirco Aſtronomi induſtria ſane admirabili conati ſunt globum, ſeu ſphæram in planam ſuperficiem traducere, vt commodius, faciliuſque ea omnia obtinerent, quæ per globum, ſiue ſphæram adipiſci poterant. Eſt enim inſtrumentum planum, iter facientibus commodiſſimum, quippe, quod & ſine labore ex vno in alium locum transferri, & facile illæſum cuſtodiri queat. Adde, fieri non poſſe, vt in globo vel diligentiſſime elaborato, omnes neceſſarij circuli, omniaque puncta diſtincte ponantur; quę res non parum negotij ſtudioſo faceſſere poſſit. Quæ difficultas in plano locum non habet, cum in quauis plana ſuperficie, etiam in charta perexigua, tres quatuorue circuli facile deſcribantur, qui nobis maxime ſunt vſui tunc futuri, omiſſis alijs, quibus in præſenti non indigemus: Deinde, vt omnis confuſio vitetur, reiecta hac charta, alia aſſumi poteſt, in qua alij circuli alium in vſum efformentur. Neque enim neceſſe eſt, vt is, qui rationem tenet deſcribendorum in plano omnium circulorum, ſemper Aſtrolabij inſtrumentum in manibus habeat, ſed ſatis eſt, paucos quoſdam circulos in modico aliquo ſpatio, vel certe in charta aliqua non admodum magna deſcribere, eoſq; in gradus diſtribuere, vt ex ijs ea eliciat, atque eruat, quæ inquirit.

Globi imperfectiones. — *Aſtrolabij præſtantia.*

ATQVE hic mihi præcipue eſt ſcopus propoſitus, vt doceã, qua ratione in ſola vna chartula, aut in exiguo ſpatio plano, inueſtigẽtur ea omnia, immo multo plura, quam alij per inſtrumentum Aſtrolabij venantur, ita vt vſum Aſtrolabij adipiſci perfectiſſime quis poſſit, etiamſi factum inſtrumentum nunquam viderit: quod Aſtronomiæ ſtudioſis gratiſſimum fore confido, cum multi eo careant, & vix vllum reperiatur tanto ſtudio, ac diligentia conſtructum, vt omnis in eo perficiẽdo error artificem effugerit. Immo etiamſi Aſtrolabium quis habeat (quod vel raro, vel nunquam accidet) ſumma arte, diligentiaque fabrefactum; tamen quia in eo non ſolum non omnes circuli maximi, ſed neque paralleli omnes vnius ſolius circuli maximi, neque maximi omnes circuli in eiſdem duobus punctis ſe interſecantes, cuiuſmodi ſunt omnes circuli Verticales, vel circuli poſitionum, per ſingulos nimirum gradus, ac minuta deſcribi poſſunt, quod tamen requiritur, ſi exquiſite omnia reperienda ſint; neceſſe eſt, vſum ipſius plerũque eſſe incertum, atque impeditum: ita vt ſæpenumero coniectura potius aſſequi, quod quęritur, quam certa aliqua demonſtratione, cogamur. Quin etiam, quoniam in inſtrumento illorum tantum circulorum vſus percipi poteſt, qui in eo pauci deſcripti cernuntur, fit vt Aſtrolabij materialis vſus paucarum rerum terminis circumſcriptus ſit. Nos autem ſine auxilio inſtrumenti vſum trademus omnium circulorum, qui innumerabiles propemodum in primo mobili concipi poſſunt, vniuerſamque doctrinam primi mobilis, quæ eſt ampliſſima, complectemur; vt ne doctrina quidem triangulorum ſphæricorum ab eius regulis excludatur, ſed tota mira facilitate explicari poſſit. Nam inter cætera, quæ vulgaribus Aſtrolabij vſibus hoc noſtro adiecimus, qua ratione in ipſis triangulis ſphæricis (quod mirum cuipiam videatur) ex lateribus anguli, & latera viciſſim ex angulis exquiſitiſſime explorentur, ſine vllo numerorum, ſiue ſinuum adiumento clariſſime docebimus: quo item pacto inclinationes circulorum variorum ſphæræ inter ſe, atque interſectiones, & alia id genus ſexcenta nullo fere negotio perueſti-

Scopus præcipuus huius operis. — *Aſtrolabij materialis imperfectio.* — *Aſtrolabij vſus ampliſſimus ſine inſtrumento.*

ueſtigentur: quo etiam loco omnia illa problemata complectemur, quæ per ſinuum numeros in noſtra Gnomonica olim, præſertim libro primo, & alibi abſoluimus, & ab alijs auctoribus varijs in locis proponi, & inquiri ſolent.

Partitio huius operis in tres libros.

TOTVM autem opus Aſtrolabij in tres libros tribuimus. In primo varia theoremata, ac problemata demonſtrabimus, quæ omnia Lemmatum nomine complexi ſumus, quippe quę ad demonſtrationes eorum, quæ ad circulorum proiectiones in planum, & ad nouum Aſtrolabij vſum pertinent, ſuis locis aſſumantur. In ſecundo libro non tantum omnes circulos, qui in primo mobili concipi poſſunt, verum etiam omnes lineas rectas, ac puncta in Aſtrolabij plano deſcribemus, circulumque quemlibet deſcriptum in ſuos partiemur gradus, hoc eſt, in certas quaſdam partes inter ſe inæquales, (omnium enim circulorum cœleſtium partes æquales in partes inæquales proijciuntur in Aſtrolabij planum, Æquatore, eiuſque parallelis exceptis, quorum partes æquales in partes æquales proijciuntur, vt ſuo loco perſpicuum fiet) quæ gradibus eorum æqualibus in cœlo reſpōdent: quod ad hanc vſque diem neminem abſolute perfeciſſe comperio. Quicunque enim de Aſtrolabij conſtructione ſcripſerunt, præter Æquatorem, Eclipticam, Horizontem, eorumque parallelos, nullum circulum in Aſtrolabio in gradus diſtribuunt; & Horizontem quidem cum ſuis parallelis, atque parallelos Eclipticæ, ſolum per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur in ſphæra: quæ res difficilis admodum eſt, & immenſi pene laboris. Solus Andreas Schonerus, in libro de compoſitione Aſtrolabij Horizontem, Eclipticamque cum eorum parallelis, alia quadam ratione in gradus partitur, ſed illius nullam nobis demonſtrationem affert, vt merito quis de eius veritate poſſit dubitare. At nos quemcunque maximum circulum in Aſtrolabio deſcriptum, eiuſque parallelos, non vna, ſed pluribus vijs, iiſque facillimis, quæ omnes ſuas habent demonſtrationes, in gradus diuidemus; vbi etiam modum Schoneri Geometricè cōprobabimus, & ad omnes circulos maximos, eorumque parallelos accommodabimus: quod ipſe non docuit. In tertio denique libro Canones proponemus, quibus multiplex Aſtrolabij vſus explicetur per ſolum circinum & regulam in qualibet propoſita charta, vel plano vt paulo ante diximus; extendentes hac ratione Aſtrolabij vſum ad longe plura problemata, quam per vllum materiale inſtrumentum fieri poſſit: quod Lectoris iudicio relinquo. Illa porro problemata, quę in communibus & peruulgatis Aſtrolabijs explicari ſolent, ſoluemus nos etiam per ipſum inſtrumentum, vt & vſum Aſtrolabij peruulgatum non omnino negligere videamur, & ijs hac in parte conſulamus, qui Aſtrolabium materiale habent, & mediocritate quadam contenti ſunt, aut in ducendis lineis non valde exercitati: Sed antequam ad primum librum me conferam, operæ pretium me factur ū puto, ſi quaſi prolegomenorū loco pauca quędam de varijs circulis ſphæræ tam maximis, quam non maximis, de ijs præſertim, qui in Aſtrolabio deſcribendi ſunt, in medium afferam, vel potius in memoriam reducam, vt eorum poſitionem ac ſitum in cœlo, cum ijs vtendum erit, plane perſpectum, ac veluti in promptu habeamus.

DE CIRCVLIS PRIMI MOBILIS.

AEQVATOR, siue circulus æquinoctialis, est circulus maximus, cuius poli ijdem sunt, qui totius mundi, siue primi mobilis. Huic concipiendi sunt circuli non maximi æquidistantes ex vtraq; parte per singula cæli puncta descripti: quorum officium est indicare, quænam stellæ, vel puncta cælestia eandem ab Aequatore declinationem habeant, & quæ maiorem minoremve. Item quæ in eodem Horizontis puncto oriantur, aut occidant, & quorum ortus, occasusve magis in Boream, vel Austrum vergat. Omnia enim astra, atque cæli puncta in eodem parallelo Aequatoris existentia, eandem habent declinationē, idemq; punctum ortus & occasus; illud vero, quod parallelum obtinet minorem, qui videlicet magis ab Aequatore distat, declinationem habet maiorem, punctumque ortus & occasus ab æquinoctiali ortu, occasuque remotius. Præcipui autem paralleli Aequatoris, qui in sphæra considerantur, quatuor sunt, Tropicus ♋, tropicus ♑, circulus arcticus, & circulus antarcticus, quorum situs ac positio in sphæra, ab Eclipticæ, eiusque polorum situ petenda est, vt mox dicemus.

Aequator, eiusque paralleli, quid, & quod sit eorum officium.

Tropicus Cancri, & Capricorni, & circulus arcticus, antarcticusque, qui.

ZODIACVS, Eclipticaue, circulus maximus est, cuius poli à polis mundi, siue Aequatoris recedūt grad. 23. & semis ferme hoc tempore: ex quo fit, Eclipticam intersecare Aequatorem oblique, ita vt ad eum sit inclinata, vnaque eius medietas vergat ad septentrionem, & ad austrum altera: Punctum medium autem vtriusque medietatis tanto interuallo ab Aequatore absit, quanto poli Zodiaci à mundi polis recedunt. Duo quoque puncta, quibus se mutuo intersecant Ecliptica & Aequator, dicuntur æquinoctialia, quod in illis existens Sol æquinoctium vbique efficiat; quorum illud, quod principium dat semicirculo Eclipticæ boreali, ab occasu in ortum progrediendo, Vernum dicitur, alterum vero Autumnale. Duo vero puncta Eclipticæ maxime ab Aequatore distantia, appellantur solstitialia, quia solstitium vbiuis locorum fit, cum primum ad vtrumuis eorum Sol peruenerit. Boreale quidem, dicitur solstitium æstiuum, siue primum punctum Cancri, per quod videlicet parallelus Aequatoris, quem Tropicum ♋, dicunt, describitur; Australe vero punctum, solstitium hybernum, seu primum punctum Capricorni vocatur, per quod nimirum Aequatoris parallelus, quem tropicum ♑, nominant, transit. Polus denique Eclipticæ boreus parallelum Aequatoris, quem arcticum circulum appellauimus, ad motum primi mobilis describit; australis vero polus eiusdem Eclipticæ alterum Aequatoris parallelum designat, qui antarcticus circulus dicitur. Huic etiam Eclipticæ sunt intelligendi circuli non maximi æquidistantes, qui per singula cæli puncta describantur: quorum officium est indicare, quænam stellæ eandem latitudinem, id est, eādem distantiam ab Ecliptica habeant, & quæ maiorem, minoremue. Nam stellæ in eodem parallelo Eclipticæ existentes eandem latitudinem obtinent; quæ vero in minori parallelo reperiuntur, scilicet qui longius ab Ecliptica distant, maiorem habent latitudinem.

Ecliptica, eiusque paralleli quid, & quod eorū officium sit.

COLVRI sunt duo circuli maximi sese in polis mundi ad angulos rectos intersecantes, quorum alter per duo puncta Eclipticæ æquinoctialia ducitur, atque Colurus æquinoctiorum appellatur; alter vero per duo puncta solstitiorum transit, diciturque Colurus solstitiorum. Atque omnes hi circuli, quos hactenus descripsimus, mobiles sunt, quippe qui perpetuo ad motum primi mobilis circumferantur. Alij omnes circuli, qui sequuntur, immobiles sunt concipiendi in cælo, ita vt nunquam situm mutent, aut positionem.

Coluri qui

MERIDIANVS est circulus maximus per polos mundi, & verticem loci, id est, per illud punctum in cælo ducitur, quod directe illi loco suprapositum est, quale est illud, ad quod pertingeret cacumen alicuius turris, si ad cælum vsque extenderetur. Quod quidem punctum Arabes Zenith appellant, oppositum vero punctum per diametrum, Nadir, ad quod videlicet eadem turris pertingeret, si per terræ centrum ad alteram partem cæli excurreret. Habet etiam Meridianus infinitos circulos non maximos parallelos ex vtraq; parte per singula cæli puncta descriptos: qui indicant, quænam stellæ æqualem distantiam à Meridiano habeant, & quæ maiorem, vel minorem.

Meridianus eiusq; paralleli, quid, & quodnam sit illorum officium.

HORIZON maximus circulus est, cuius poli sunt vertex capitis, punctumque oppositum, Zenith nimirum, & Nadir: qui videlicet hemisphærium visum, seu apparens ab occulto, seu non viso separat. Huic describuntur innumerabiles paralleli circuli non maximi ex eisdem polis per omnia cæli puncta, vt monstrent, quænam stellæ eandem distantiam ab Horizonte habeant, & quæ maiorem: quæ quidem distantia in supero hemisphærio, altitudo Solis, stellarumque supra Horizontem, in infero depressio sub eodem appellatur. Ipsi vero paralleli Horizontis, apud Arabes, Almucantarath vocantur.

Horizon, & eius paralleli quid, eorūdemq; officium quod sit.

VERTICALES circuli, quos Arabes Azimuth nominant, sunt maximi, qui per polos Horizontis, hoc est, per Zenith, atque Nadir, ducuntur per singula Horizontis puncta: quorū is, qui per intersectiones Aequatoris cum Horizonte transit, Verticalis primarius, siue proprie dictus, aut Verticalis regionis, appellari consueuit. Inter hos autem annumeratur quoque Meridianus, cum & ipse per verticem loci ducatur. Officium horum, quod non vulgare est, multis in locis ex vsu Astrolabij cognoscetur;

Verticales circuli, qui. Verticalis primarius quid.

HORARII circuli, si quidem horas æquales à meridie & media nocte, quæ Astronomicæ dicuntur, indicent, sunt maximi per polos mundi transeuntes, Aequatoremque & omnes eius parallelos in 24. ho-

Horarij circuli tam à mer. & med. noc.

quam ab ortu. vel occ. qui.

ras æquales distribuentes; quorum vnus est ipse Meridianus, à quo initium huiusmodi horarum sumitur: Si vero horas ab ortu vel occasu significent, sunt maximi tangentes duos parallelos Aequatoris, quorum vnus est semper apparentium maximus, & alter maximus semper latentium, in illis pũctis, in quibus à circulis horarum Astronomicarum secantur; inter quos connumerandus quoque est Horizon, à quo eiusmodi horæ incipiunt: Si denique ad horas inæquales pertineant, definiuntur maximi diuidentes omnes arcus parallelorum Aequatoris tam diurnos, quam nocturnos, in 12. partes æquales. De his omnibus circulis horarijs plura scripsimus libro 1. Gnomonices, propos. 9. & 10. quamuis, vt verum fatear, circuli horarum inæqualium nulli sint, vt infra lib. 1. Lemmate 39. demonstrabimus: quod multis incredibile videri possit.

Circuli horarum inæqualium nulli sunt.

Declinationũ circuli qui, & eorum officiũ quod.

Declinatio stellæ quid.

DECLINATIONVM circuli sunt maximi per mundi polos, (quemadmodum & circuli horarũ à meridie ac media nocte distinctores) & singula puncta Aequatoris ducti; ita dicti, quia declinationem cuiuslibet puncti, vel stellæ ab Aequatore metiuntur. Est enim declinatio stellæ vel puncti cœli, arcus circuli maximi per mundi polos, & stellam, vel punctum cœli transeuntis, inter stellam punctumve cœli, & Aequatorem interceptus. Inter hos circulos ponendi quoque sunt circuli horarum à meridie & media nocte.

Latitudinũ circuli qui, eorũq; officium quod.

Latitudo stellæ quid.

LATITVDINVM circuli sunt maximi per Eclipticæ polos, & singula eius puncta descripti, sic nominati, quod latitudinem, hoc est, distantiam cuiusuis stellæ, vel puncti cœli ab Ecliptica metiantur. Nam latitudo stellæ, vel puncti cœli, est arcus circuli maximi per polos Eclipticæ, & stellam, seu pũctum cœli transeuntis, inter stellam, punctumve cœli, & Eclipticam inclusus.

Domorum cœlestium circuli qui.

DOMORVM cœlestium circuli sunt maximi, numero sex, diuidentes totum cœlum in duodecim domicilia, ducunturque omnes per intersectiones Meridiani cum Horizonte, & ex sententia quidem Ioannis Regiomontani, per duodecimas partes Aequatoris, vt autem Campano placet, per partes duodecimas Verticalis primarij cuiusque loci.

Positionũ circuli qui.

POSITIONVM circuli sunt maximi per intersectiones Meridiani cum Horizonte, (quemadmodum & circuli domiciliorum cœlestium) & singula puncta cœli transeuntes; ita appellati, quod positionẽ cuiusuis stellæ respectu domorum cœlestium indicent, vtrum nimirum proposita stella sit in principio, fine, medio, aut alia parte huius, vel illius domus cœlestis. Atque ex horum numero sunt quoque illi sex domorum cœlestium.

Infinitos alios circulos maximos cum proprijs parallelis in cœlo esse concipiendos.

PRAETER hos omnes circulos maximos, quos enumerauimus, cum suis parallelis, (Omnem enim maximum circulum habere infinitos æquidistantes, seu parallelos non maximos, intelligendum est, vt de Aequatore, Ecliptica, Meridiano, atque Horizonte dictum est.) considerari possunt in cœlo innumerabiles propemodum alij ab omnibus illis differentes. Per quælibet namque duo puncta in superficie conuexa sphæræ cœlestis assignata describi potest circulus maximus, vt Theodosius lib. 1. Elementorum sphæricorum propos. 20. demonstrauit, qui quidem infinitos non maximos sibi æquidistantes ac parallelos habere potest circa eosdem cum illis polos descriptos. Atque omnes hos circulos tam maximos, quam non maximos, qui à nobis declarati sunt, in plano Astrolabij Geometricis, hoc est, firmis atque euidentibus rationibus describemus secundo libro, eosdemque in suos gradus partiemur, seu potius in quolibet eorum propositum gradum assignabimus, cum vsus id exiget, atque necessitas.

ASTRO-

ASTROLABII LIBER PRIMVS.

AVCTORE

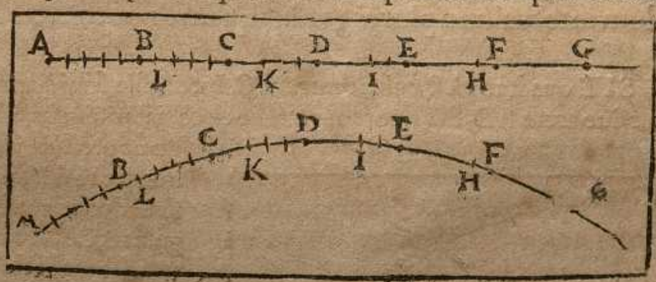
CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

CONTINET primus hic liber problemata varia, atque theoremata, partim Geometrica, partim Sphærica, & partim Conica, quæ omnia ab officio Lemmata appellare libuit, propterea quod frequentissime adhibenda sunt, ac tanquam certissimis confirmata demonstrationibus assumenda, vt facilius ac breuius ea, quæ de multiplici circulorum proiectione in planum, & de eorundem in gradus partitione libro secundo præcepturi sumus, possint demonstrari. Nam nisi seorsum ea in vno libro demonstrarentur, cogeremur proprias Astrolabij demonstrationes longiores, quam par est, ac proinde & obscuriores, efficere. Est & altera causa, cur omnia hæc theoremata, problemataq́; vnum in librum sint congesta: quia videlicet non raro vnum atque idem Lemma ad plures propositiones demonstrandas adhibendum est. Ne igitur eius demonstratio pluribus in locis frustra inculcaretur, sed doctrinæ suus seruaretur ordo, ac nitor, necesse fuit illud separatim Geometrica demonstratione confirmare: quæ causa multis Lemmatibus communis est. His adde, quod cum huiusmodi Lemmata non solum in Astrolabio vsum necessarium habeant, verumetiam eorum pleraque ad alias res Mathematicas non paucas magnum emolumentum afferant, ratio ipsa postulare videbatur, vt proprio libro explicarentur, vt facilius, & expeditius, quando ijs Geometra in suis demonstrationibus indigebit, possint reperiri. *Argumentum primi libri.*

LEMMA PRIMVM.

DATAM lineam rectam, vel circularem, in quotuis partes æquales, etiam minutissimas, diuidere beneficio circini, cuius pedes distantiam inter se habeant data linea maiorem.

SIT linea recta, vel circularis AB, diuidenda in quotuis partes æquales. In linea producta accipiantur datæ lineę AB, tot lineæ æquales beneficio circini, in quot linea AB, diuidenda est, quales sunt BC, CD, DE, EF, FG. Et tota linea AG, in tot æquales partes distribuatur beneficio etiam circini, (Vel si linea quidem AG, recta est, ex scholio propos. 40. lib. 1. Eucl. vel ex scholio propos. 10. libr. 6. eiusdem: Si vero circularis, beneficio quadratricis, per ea, quæ ad finem libr. 6. Eucl. scripsimus.) in quot lineam AB, partiri iubemur, cuiusmodi sunt GH, HI, IK, KL, LA: continebit autem quælibet harum partium datam lineam AB, semel, & insuper vnam earum partium, in quas AB, diuidenda proponitur. Quoniam enim est, vt AG, ad AL, ita AF, ad AB, quod vtrobique sit, ex constructione, eadem proportio multiplex. Toties enim AL, in AG, continetur, quoties AB, in AF: Erit permutando, vt AG, ad AF, ita AL, ad AB. Habet autem AG, ad AF, proportionem superparticularem cognominem numero partium, in quas diuisa est AF, (quippe cum GF, sit vna ex ijs partibus) vel in quas diuidenda est AB. Igitur & AL, ad AB, eandem proportionem habebit: ac proinde BL, erit vna earum partium, in quas AB, diuidenda est, denominata nimirum à numero partium, in quas diuidenda est AB; quemadmodum FG, est vna earum partium, in quas AF, diuisa est, denominata videlicet à numero partiũ rectę AF, qui numerus æqualis est numero partiũ, in quas AB, diuidenda est. Quocirca sicut interuallum GH, quod maius est data linea AB, dat nobis vnam partem FH, ita idem translatum ex duobus punctis F, H, dabit duas partes EI, & ex tribus punctis prope E, translatum exhibebit tres partes DK, & translatum ex quatuor punctis prope D, dabit quatuor partes CL, & ita deinceps vna semper parte amplius, ita vt tandem spatium GH, in ipsam AB, translatum ex quinque punctis, nimirum ex C, L, & tribus intermedijs, exhibeat tot partes, in quot secanda est AB, hoc est, quot sunt partes AB, BC, CD, DE, EF, atque adeo tunc AB, diuisa sit in partes propositas æquales.



ATQVE hic modus diuidendi vtilissimus est, quando linea AB, in particulas adeo minutas secanda est, vt ægre beneficio circini continuari possint sine errore.

IAM, si linea AG, secanda sit, v. g. in 30. partes æquales, diuidenda prius erit in quotuis partes æquales, pauciores quam 30. ita tamen, vt earum numerus sit pars aliquota numeri 30. partium, vt in exemplo diuisa est in sex partes, quarum singulæ quinas partes continent. Diuisa deinde prima parte AB, in quinque partes, vt dictũ est, interuallo AL, vel GH, quo linea AG, ex sex partibus ipsi AB, æqualibus constans in quinque æquales partes diuisa est; Si pes vnus circini in A, statuatur, (interuallo AL non mutato) deinde in proximo pũcto, deinde in sequenti, atque ita deinceps, secta erit altero pede tota linea AG, in 30. partes æquales.

POSSET quoque recta AC secari prius in 5. partes, vt singulæ senas particulas ex 30. continerent: Sed tunc singulæ rursus diuidendæ essent bifariam,& harum semissium prima in tres æquales partes distribuenda eo modo,quo supra est traditum; ac tandem tota AG,beneficio harum tertiarum partium diuidenda in triginta partes. Quod si quintæ partes adeo exiguæ sint vt ægre circino possint bifariam diuidi, secandæ essent in senas partes singulæ, vt initio docuimus; Vel certe linea ex tribus quintis illis partibus composita, secanda bifariam. Ita enim eodem hoc interuallo omnes bifariam diuidentur, ac tandem quælibet semissis in tres partes,vt prius.

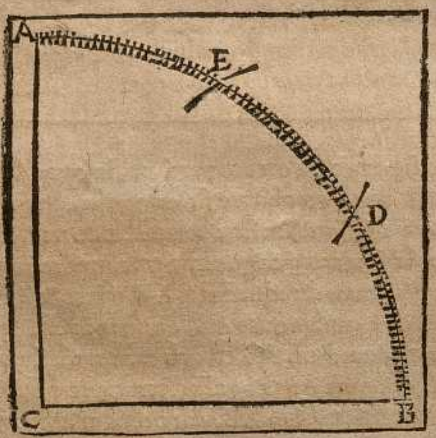
ACCIDIT nonnunquam, vt in linea datæ magnitudinis,accipiendæ sint ordine plurimæ particulæ, sub determinato tamen numero,quæ ægre propter earum paruitatem circino sine errore sumi possunt. Hoc ergo tunc artificium adhibebimus. Si numerus particularum diuidi potest in plures partes, accipiemus circino in data linea tot partes æquales, in quot numerus particularum diuidi potest, ita tamen, vt eæ partes simul fere exhauriant totam datam lineam. Nam si prima harum partium secetur in tot particulas, quot ex proposito numero in ea continentur, idemque fiat in reliquis partibus, habebimus datum particularum numerum. Vt si linea proponatur, in qua sumendæ sint ordine 84. particulæ, secabimus eam primum in duas, vt quælibet contineat 42. Rursus singulas in duas, vt habeantur quatuor partes, quarum singulæ contineant 21. particulas. Harum item singulas in tres partiemur partes, vt habeamus duodecim partes, quarum quælibet 7. particulas contineat. Postremo singulas harum in 7. particulas distribuemus. Si vero numerus particularum propositus diuidi nequeat in plures partes,accipiendus erit numerus paulo maior minorve,qui in plures possit partes diuidi,atque tot particulæ in data linea sumendæ ordine,vt proxime diximus. Si namque superfluæ particulæ abijciantur,vel eæ,quæ desunt, adijciantur, habebimus propositum particularum numerum. Vt si ordine abscindendæ sint 74.particulæ ex aliqua data recta linea,proponemus nobis 80. particulas. Nam si datā lineam secemus bifariam continebit vtraque semissis 40. particulas. Vtraque rursus secta bifariam dabit quatuor partes 20.particularum. Singulæ vero harum bifariam diuisæ offerent octo partes 10. particularum, quarum singulæ quoque bifariam sectæ dabunt sexdecim partes, & in singulis quinque particulæ existent. Si ergo singulæ in quinas particulas distribuantur, vt docuimus, habebimus 80. particulas: reiectis autem sex, reliquæ erunt 74. propositæ. Vel proponemus nobis 72. particulas. Si enim ordine accipiamus 24.partes æquales, ita vt fere datam lineam exhauriant(quæ 24.partes habebuntur etiam,si data linea, vel eius segmentum paulo minus ipsa linea secetur primum bifariam,& vtraque pars rursum bifariam,& harum partium singulæ rursum bifariam, ac tandem singulæ harum partium in ternas partes secentur.) & singulæ partes in tres particulas diuidantur, vt traditum est, habebimus 72. particulas,quibus si adijciantur duæ particulæ,exurget numerus 74.particularum propositus.

HIS recte consideratis,facile intelliges,quomodo in quolibet alio particularum numero te gerere debeas.

LEMMA II.

QVADRANTEM, vel circulum datum in gradus distribuere beneficio circini, cuius pedum interuallum plures gradus quam duos tresve complectatur.

SIT quadrans AB,cuius centrum C. Interuallo semidiametri AC, quo quadrans descriptus est,abscindantur duo arcus AD,BE,quorum vterque ex coroll.propof.15.lib.4.Eucl. sexta pars erit circuli,continens gradus 60.ac proinde vterque reliquorum BD, AE, gradus 30. comprehendet,totidemque idcirco graduum intermedius arcus DE,existet,adeo vt quadrans iam in tres partes æquales diuisus sit, si angulus ACB,in centro rectus fuerit omnino,ideoque vere quadrantem subtenderit.Deinde diuisis singulis arcubus AE,ED,DB,beneficio circini, vel quadratricis in quinas partes æquales,(adhibita praxi antecedentis lemmatis, si quinæ hæ partes fuerint nimis exiguę.)vt quęlibet 6.gradus contineat, totusque quadrans in 15.partes diuisus sit, secentur rursus singulæ hæ per lemma præcedens in senas partes:vel certe prius in binas, & postea singulæ hæ in ternas. Vtroque enim modo quadrans in 90. gradus distributus erit.



SI integer circulus in 360. gradus secandus sit, partiemur eum prius in quatuor quadrantes per duas diametros sese in centro ad angulos rectos intersecantes: Deinde singulos quadrantes vna eademque opera in 90.gradus distribuemus, vt dictum est,sumendo in singulis eodem interuallo circini partes easdem, &c.

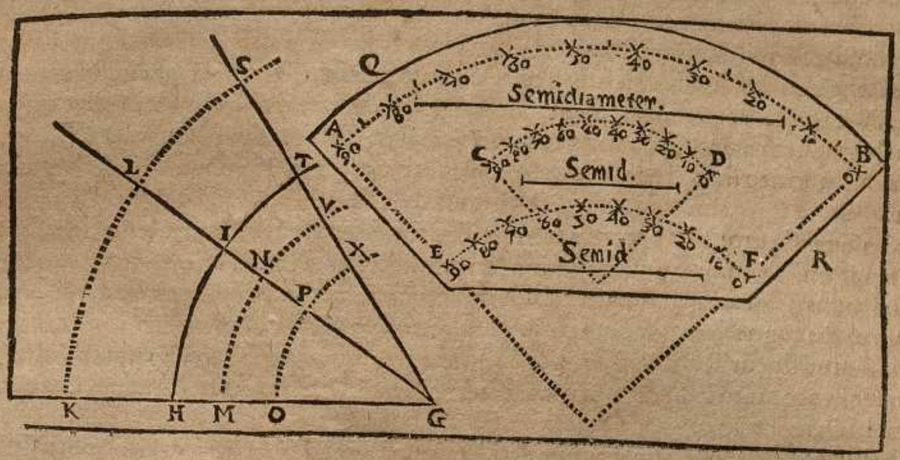
ITAQVE cum tota difficultas diuidendi circulum, quadrantemve in gradus, consistat in vltima ferme operatione,qua arcus æquales in singulos gradus distribuendi sunt,quod propter graduum paruitatem vix circinus reperiri possit,qui commode,& sine errore diuisionem illam in tam minutas partes perficiat, danda erit opera, vt, cum in huiusmodi diuisione ad tam exiguos arcus peruentum fuerit, qui ægre beneficio circini in minutiores particulas secentur,adhibeamus doctrinam præcedentis lemmatis, qua nimirum particulas etiam minutissimas maiore interuallo pedum circini reperimus

LEMMA III.

EX data circumferentia arcum quotlibet gradus integros, vel quotlibet gradus,ac minuta complectentē abscindere: Et contra,quot gradus ac minuta in quouis arcu datę circumferentię contineantur, cognoscere, etiam si data circumferentia in gradus, ac minuta diuisa non sit.

AD initium nostræ Gnomonicæ docuimus, si ex centro alicuius quadrantis in 90. gradus accurate diuisi, rectæ lineæ ad singulos gradus emittantur, instrumentum esse paratum, quo in circumferentia cuiusuis circuli arcus accipiatur quotquot graduum ac minutorum, vsumque huius instrumenti ibidem explicauimus: Sed quia perdifficile est lineas rectas ex centro ita exquisite ducere, vt eæ quadrantes omnes ex eodem centro communi descriptos in 90. gradus æquales partiantur, quod tamen omnino necessarium est, si in vsu instrumenti errare non velimus; construemus hoc loco aliud quasi instrumentum pro eodem vsu, meo iudicio, multo commodius, hoc modo.

DESCRIBANTVR in tabella ænea, vel lignea aliquot quadrantes non multum inter se distantes, qua-



les sunt tres AB, CD, EF, siue ex eodem centro, siue ex diuersis, qui omnes inter se inæquales sint, vt nunc maiore, nunc minore, prout res tulerit, vti possimus; & iuxta quemlibet propria semidiameter ponatur, quamuis hoc non sit omnino necessarium, cum interuallum 60. graduum sit semidiametro æquale, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. Diuisis autem singulis quadrantibus in suos gradus, (in instrumento quadrans CD, propter paruitatem sectus est tantum in 45. partes, vt singulæ binos contineant gradus) si partes tabellę superfluæ resecentur, vt relinquatur figura QR, paratum erit quasi instrumentum; cuius vsus hic est.

SIT ex circumferentia HI, cuius centrum G, abscindendus arcus quotuis graduum, (id quod frequentissime in Astrolabio faciẽdum est) nimirum 35. Describatur ex G, ad interuallum semidiametri maioris quadrãtis AB, si id magnitudo plani, in quo est arcus HI, permittit, arcus KL, vel, si id ob paruitatem plani fieri nequit, ad interuallum minoris alicuius quadrantis pro commoditate plani, arcus MN, vel OP. Si enim ex quadrante, ad cuius semidiametri quantitatem arcus ex G, descriptus est, interuallum 35. graduum transferatur in respondentem arcum ex K, in L, vel ex M, in N; vel ex O, in P; atque ex G, per L, vel N, vel P, recta educatur, secabitur data circumferentia in I, arcusque HI, gradus 35. continebit, cum similis sit tam arcui KL, quam MN, vel OP, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl.

SI circumferentia proposita, verbi gratia KL, habeat semidiametrum æqualem prorsus semidiametro alicuius quadrantis in instrumento, qualis hic est quadrans maior AB, tunc si arcus graduum propositorum transferatur in datam circumferentiam KL, habebitur propositum, vt perspicuum est.

QVOD si quando abscindendus sit arcus continens quotuis gradus, & insuper aliquot minuta, accipienda erunt illa minuta per æstimationem, nimirum semissis gradus vnius pro 30. minutis, tertia autem pars pro 20. & duæ tertiæ partes pro 40. & tres quartæ partes pro 45. & paulo plus quam quarta pars, pro 16. vel 17. minutis, & sic de cæteris, sed certius, & quidem Geometrice, docebimus minuta quotlibet ex quolibet gradu abscindere, paulo inferius in hoc eodem lemmate, etiamsi gradus in minuta diuisus non sit.

RVRSVS sit ad punctum G, cum recta GH, constituendus angulus complectens gra. 57. min. 21. Descripto arcu KL, ex G, ad interuallum semidiametri quadrantis AB, (vel alterius cuiuspiam minoris, si spatium fuerit angustum) transferatur interuallum huius quadrantis continens gr. 57. & paulo amplius quam tertiam partem vnius gradus, ex K, vsque ad S. Ducta namque recta GS, constituet angulum quæsitum KGS.

VICISSIM desideret quis scire, quot gradus, ac minuta arcus HI, ex G, descriptus contineat. Hoc assequetur, si ex G, delineet arcum, cuius semidiameter semidiametro alicuius quadrantis in nostro instrumento ęqualis sit. Si enim recta ex G, per I, educatur, abscindet ea ex arcu descripto arcum similem arcui HI, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Si igitur arcus ille abscissus transferatur in quadrantem respondentem, illico apparebit, quot gradus contineat, ac minuta, sumendo 30. minuta pro semisse gradus; 40. pro duabus tertijs partibus, & sic de cæteris, prout maior pars vnius gradus offeretur. Ita inuenimus in arcu HI, contineri gradus 35. quod totidem gradus contineat arcus KL, in quadrante AB, vel arcus MN, in quadrante EF, vel arcus OP, in quadrante CD. At in arcu HT, reperimus ferme gradus 57. & minuta 21. quia totidem gradus ac minuta arcus KS, in quadrante AB, vel arcus MV, in quadrante EF, vel arcus OX, in quadrante CD, includit.

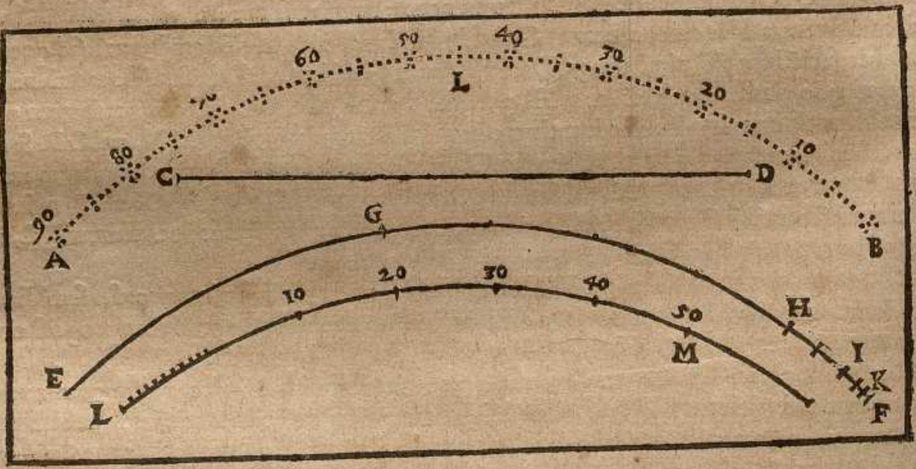
EX his manifestum est, satis esse ad problema hoc efficiendum, si vnus tantum quadrans adsit cuiusuis magnitudinis exquisite in gradus diuisus: nisi quod aliquando planum propositum tantum non est, vt in eo arcus describi possit ad interuallum semidiametri quadrantis. Quod cum accidet, describenda erit data circumferentia, vna cum illo arcu, in alia charta seorsum, &c. Quare commodius erit instrumentum, si plures in eo quadrantes inæquales contineantur.

PRÆFERO autem vsum vnius quadrãtis, vel pluriũ illi instrumento, quod initio nostræ Gnomonices construximus, quia magis æquales sunt gradus in quolibet quadrante seorsum diuiso, quam gradus, quos rectæ ex centro emissę exhibent in alio quadrãte ex eodẽ centro descripto, quod perdifficile sit illas rectas proportionalibus inter se spatijs semper distantes educere.

IAM verò, si huiusmodi instrumentum præ manibus non habeatur, commode quoque ita agemus. Quadrans eius circuli, in cuius circumferentia gradus propositi abscindendi sunt, diuidatur in tres partes, & quælibet tertia pars iterum in tres, vt habeantur 9. quarum singulæ 10. gradus contineant. Postremo vltima pars sola in 10. gradus distribuatur. Nam beneficio huius partis diuisæ & aliarum partium non diuisarum, arcum quotcumque graduum accipiemus, hoc modo. Si graduum numerus non excedat 10. facile in vltima parte 10. graduum gradus propositus sumetur. Si vero numerus graduum maior sit, quam 10. verbi gratia 57. statuemus vnum pedem circini in gradu septimæ partis diuisæ in 10. gradus, numerando hos 7. gradus non ab extremo exteriore, sed interiore, alterum vero circini pedem extendemus vsque ad talem partem quadrantis, vt arcus inter pedes circini complectatur gradus 57. Vel certe duabus operationibus rem exequemur, sumendo primum inter partes quadrantis nõ diuisas, gradus datos à 10. numeratos, & deinde reliquos gradus in extrema parte in 10. gradus diuisa. Vt in proposito exemplo, primum sumemus 5. partes non diuisas, quæ continent gradus 50. deinde accipiemus 7. gradus in parte diuisa, atque ita habebimus 57. gradus. Eademque ratio est de cæteris. Itaque satis foret, si in instrumento singuli quadrantes in 9. partes secarentur, & vltima deinde sola pars in 10. gradus distribueretur.

QVIA vero, quando propositus arcus præter gradus continet etiam aliquot minuta, perfici atque absolui hoc lemma nequit, nisi plus minus per æstimationẽ, vel coniecturam, vt diximus: doceamus, qua ratione Geometrice abscindendus sit arcus, in quo præter gradus, quotcumque etiam minuta proposita comprehendantur: Et viciſsim, quo pacto cognoscendum, quot minuta in quauis particula vnius gradus contineantur. Quamuis enim hoc ipsum ad finem libelli de fabrica & vsu instrumenti horologiorum docuimus, quia tamen libellũ illum non semper in promptu habemus, libuit idem hoc loco breuiter repetere, præsertim cum maximus eius rei vsus in Astrolabio reperiatur.

ARCVS igitur tot graduum, quot minuta desiderantur, secetur in 60. partes æquales. Sexagesima namque particula continebit minutorum numerum propositum. Vt si desiderentur in aliquo gradu quadrantis AB, cuius semidiameter CD, minuta 53. diuidemus arcum 53. graduum, vel potius ei æqualem FG, in circumferentia EF, quæ semidiametrum equalem habeat semidiametro CD, vt confusio euitetur, in 60. partes æquales, (diuidendo eum primum in quinque partes æquales, deinde vnumquamque harum in tres partes; vel prius in tres, deinde vnumquamque in quinque, & harum singulas bifariam, ac deinde singulas harum rursus bifariam. Sed



satis est, si vna tantum particula semper subdiuidatur. Nam in postrema subdiuisione habebitur sexagesima particula. Ita factum hic vides. Quinta enim pars arcus FG, est FH, & huius tertia pars est FI: Hæc autẽ bis subdiuisa bifariam dat FK, sexagesimam particulam totius arcus FG.) Sexagesima enim particula FK, comprehendet 53. min. Itaque si quis velit arcum gr. 45. min. 53. adijciendus erit arcus FK, arcui gr. 45. Ita enim conficiet arcum BL, complectentem grad. 45. min. 53. Quod autem arcus FK, contineat 53. min. ita demonstro. Quoniam est, vt arcus 60. graduum ad arcum 1. grad. ita FG, arcus 53. graduum ad arcum FK, cum vtrobique sit proportio eadem, quæ 60. ad 1. ex constructione; erit permutando, vt arcus 60. graduum ad arcum 53. graduum, ita arcus 1. gradus ad arcum FK, & conuertendo, vt arcus 53. graduum ad arcum 60. graduum, ita arcus FK, ad arcum 1. gradus, Cum ergo arcus 53. graduum contineat 53. sexagesimas partes arcus 60. graduum, continebit quoque arcus FK, 53. sexagesimas partes arcus 1. gradus, hoc est, 53. min. vnius gr. Eademq; ratio est de cæteris.

QVOD si quis velit habere minuta ac secunda vnius gradus, satis erit, si pro secundis pluribus quam 30. adijciatur minutis vnum minutum, & arcus inquiratur, qui omnia illa minuta contineat. Vt si quis optet 53. min. & 45. secunda, inuestigandus erit arcus minutorũ 54. Si vero secunda pauciora sint quam 30. negligenda sunt: si quis tamen secunda omnino requirat, legat quæ hac de re scripsimus cap. 2. libr. 1. Geometriæ nostræ Practicæ.

HÆC res, vt facilis est, ita incommodus eius vsus est in paruo aliquo quadrante, præsertim quando pauca minuta, vt 2. vel 3. vel 5. desiderantur. Quia enim in eo quadrante gradus perpusilli sunt, non facile diuidetur in 60. partes arcus tot graduum, quot minuta desiderantur. Quare vt negocium hoc reddatur facilius, quando arcus in 60. partes distribuendus valde exiguus est, accipiendus erit arcus duplus, vel quadruplus, vel octuplus, &c. vt commode secari possit in 60. partes æquales. Nam eius particula sexagesima comprehendet bis, aut quater, aut octies, &c. (prout arcus sumptus est duplus, vel qudruplus, octuplusve) tot minuta, quod inquiruntur. Quare quando arcus duplus diuisus est, si particula illa sexagesima secetur bifariam: & hæc, si arcus qua-

quadruplus diuiſus eſt, iterum bifariam: & hæc, quando octoplus arcus diuiſus eſt, rurſus bifariam, continebit vna particula vltimæ diuiſionis minuta quæſita. Liquido autem conſtare arbitror, faciliorem eſſe diuiſionem paruuli cuiuſpiam arcus in duas partes æquales, cum hoc æſtimatione, vel coniectura ſine errore poſſit fieri, quã arcus non ſatis magni in 60. partes æquales.

IAM è contrario ſi ex aliquo gradu abſcindatur particula quæpiã, & noſſe quis cupiat, quot minuta & ſecũda complectatur, ſumenda eſt ea particula beneficio circini exquiſitiſſime ſexagies ordine continuato, à principio quadrantis facto initio Nam quot gradus integri in arcu illo, qui datæ particulæ ſexagecuplus eſt, continentur, tot minuta particula data complectetur. Hac ratione, ſi particula, quam vltra 45. gradus continere diximus minuta 53. circino ſexagies ordine continuo repetatur, initio facto à puncto B, incidemus præciſe in gradum 53. finitum. Quare particula illa minuta 53. continebit. Demonſtratio huiuſce rei hæc eſt. Sit arcus FG, ſexagecuplus particulæ datæ, cui æqualis ſit particula FK. Quia igitur eſt, vt arcus graduum 60. ad gradum 1. ita arcus FG, ad arcum FK, erit permutãdo quoque, vt arcus 60. graduum ad arcum FG, ita arcus 1. gradus ad arcũ FK, & conuertendo, vt arcus FG, ad arcũ 60. graduũ, ita arcus FK, ad arcũ 1. grad. Quot ergo ſexageſimæ partes arcus 60. graduum, hoc eſt, quot gradus in arcu FG, continentur, tot ſexageſimæ partes vnius gradus, hoc eſt, tot minuta, in arcu FK, continebuntur.

SI in arcu illo ſexagecuplo continentur aliquot gradus, & inſuper aliqua particula vnius gradus, indicabũt quidem gradus integri in eo arcu contenti minutorum numerum, ſed cum particula illa inueſtigabũtur etiam ſecunda eodem modo. Nam ea ſexagies ſumpta dabit arcum tot graduum, quot ſecundis particula illa æquiualet. Eodemque modo ſi in hoc arcu ſexagecuplo particula quæpiam ſuperfuerit inuenientur Tertia, &c. Sed ſatis eſt, meo iudicio, ſi minuta diligenter inquirãtur. Et ſi quidem particula remãnẽs maior fuerit dimidiato gradu, minutis inuentis adijciatur adhuc vnum minutum; ſi vero ſemiſſe gradus fuerit minor, nihil addatur.

NEQVE etiam hoc prætereundum eſt, non ſemper opus eſſe, vt particula illa gradus ſexagies repetatur, ſed ſatis eſſe, vt ea aliquoties repetita incidat præciſè in aliquem gradum, quod plerumque accidere ſolet. Nam tunc conſtituetur fractio, cuius numerator eſt numerus graduum percurſorum, denominator autem numerus particulæ circino repetitę, verbi gratia, ſi aliqua gradus particula vicies repetita incidat in duodecimum gradum, complectetur illa particula $\frac{12}{20}$. vnius gradus. Quare ſi numerator 12. per 60. multiplicetur, & productus numerus 720 per denominatorẽ 20. diuidatur, indicabit Quotiens 36. particulam illam continere 36. minuta. Sic ſi alia particula ſepties repetita incidat in quartum gradum, comprehẽdet ea $\frac{4}{7}$. Vnius gradus. Si igitur numerator 4 per 60. multiplicetur, & numerus productus 240. per denominatorem 7. diuidatur, reperientur 34. mi. Et quia in diuiſione ſuperſunt 2. multiplicabimus ea rurſum per 60. Nam ſi productum numerum 120. partiemur per 7. dabit Quotiens adhuc 17. ſecunda.

DEMONSTRATIO huius praxis, hęc eſt. Quoniam in priori exemplo ita ſe habent 20. grad. ad 1. gradum, vt particula vicies repetita ad 1. particulã; erit permutando arcus 20. graduũ ad arcũ cõtinentẽ particulã vicies, hoc eſt, ad arcũ 12 graduũ, vt 1. grad. ad 1. particulam: Et cõuertendo 12. grad. ad 20. grad. vt 1. particula ad 1. grad. Cum ergo 12. grad. ſint $\frac{12}{20}$. graduum 20. continebit quoque vna particula $\frac{12}{20}$. vnius grad. In poſteriori vero exẽplo, ita ſe habent 7. gr. ad 1. gradum, vt particula ſepties repetita, hoc eſt, vt 4. grad. ad 1. particulã. Igitur permutando ita ſe habebunt 7. grad. ad 4. gra. vt vnus grad. ad 1. particulam: Et conuertendo 4. gra. ad 7. grad. vt 1 particula ad 1. gradum. Cum ergo 4. gradus ſint $\frac{4}{7}$. ſeptem graduum, complectetur etiam vna particula $\frac{4}{7}$. vnius gradus. Eademque in cæteris ratio eſt.

HÆC res felicius quoque in magnis quadrantibus ſuccedet, quàm in paruis, quod facilius circino comprehendi poſſint particulæ maiorum graduum, quam minorum, ſine errore. Quare ſi gradus ſint perpuſilli, & data particula dimidiato gradu non maior; accipiemus arcum ex particula data, & proximo gradu compoſitum ſexagies, & ex hoc arcu ſexagecuplo abijciemus grad. 60. qui nimirum ſexagies vna cum data particula ſumpti fuerunt. Nam reliquus numerus graduum dabit numerum minutorum, vt prius. Si vero data particula ſemiſſe vnius gradus ſit maior, inueſtigabimus eodem modo minuta reliquæ minoris particulæ, ſumendo videlicet arcum compoſitum ex reliqua illa particula minore, & vno gradu ſexagies, &c. quia ſi maiorem particulam acciperemus, fieret arcus ſexagecuplus maior quadrante: Inuenta deinde minuta minoris illius particulæ reliquæ ex 60. detrahemus, vt reliqua fiant minuta maioris particulæ datæ. Hac ratione, ſi particulam reliquam datæ ſuperioris particulæ, cui æqualis eſt FK, quoniam ſemiſſe vnius gradus maior eſt, cum vno gradu, accipiamus ſexagies, conflabimus arcum conſtantem ex 67. gradibus. Abiectis autem 60. remanent 7. Tot ergo minuta in minore illa particula reliqua exiſtunt: quæ ex 60. dempta relinquunt minuta 53. pro data particula maiore.

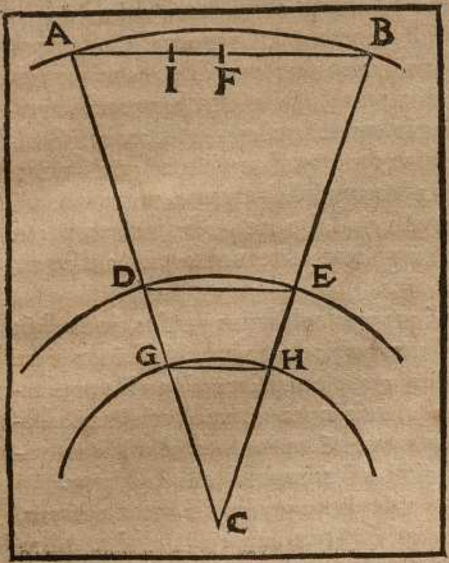
QVIA vero & moleſtũ eſt, huiuſmodi arcũ ſexagies beneficio circini repetere, & facile in ea multiplicatione error cõmitti põt, vtendũ erit hoc cõpẽdio. Arcus ex particula & vno gradu cõpoſitus duplicetur hic duplus iterũ duplicetur, vt habeatur quadruplus arcus. Hic rurſum duplicetur, vt habeatur octuplus, atq; hic iterũ duplicetur, vt habeatur arcus ſedecuplus. & hic bis adhuc duplicetur, vt habeatur ille arcus ſexagies, & quater; ita vt in vniuerſum ſex fiant duplicationes. Ex arcu autem hoc reijciantur gra. 60. & inſuper quadruplũ arcus ex vno gradu, & particula minore compoſiti, quia ſumptus eſt ſexagies & quater, cum ſumi debuiſſet tantummodo ſexagies. Reliqui enim gradus oſtendent numerum minutorum, quibus particula illa minor æquiualet. Hoc modo, ſi eãdem particulam minorẽ, de qua ſupra, cum vno gradu ſexies duplicemus, conficiemus arcum gra. 71. & amplius, ex quo ſi reijciamus grad. 60. & adhuc arcum ex particula & gradu compoſitum, quater ſumptum, relinquentur gradus 7. continet ergo particula illa minor minuta 7. ideoque maior data habebit minuta 53. Quod ſi particula data ſine gradu ſexies duplicaretur, vt habeantur 64. particulæ in arcu compoſito, abijcienda eſſet tantummodo particula illa quater ſumpta ex eo arcu, qui datam particulam continet quater & ſexagies.

SED quoniam grandior aliquis quadrans facilius in gradus diſtribuitur, quàm paruus, abſolui poterit problema hoc per vnicum quadrantem tantæ magnitudinis, vt cõmode eum in 90. gra. partiri queamus, hoc modo. Sit portio quadrãtis in 90. gr. diuiſi AB, & arcui AB, quotlibet graduũ ac minutorũ ex propoſito alio circulo arcus ſimilis abſcindẽdus. Si ergo circulus propoſitus maiorẽ fuerit ſortitus ſemidiametrũ ſemidiametro circuli

AB, de-

AB, deſcribatur ex eius centro circulus ad interuallum ſemidiametri circuli AB, in quem beneficio circini transferatur datus arcus AB. Si enim ex centro per extrema puncta arcus translati duæ rectæ ducantur, intercipient eæ arcum ſimilem in circulo dato maiore, ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Eucl.

SI verò propoſitus circulus minorem ſemidiametrum habuerit ſemidiametro circuli AB, ſi quidem in plano, in quo datus circulus eſt, ex centro dati circuli ad interuallũ ſemidiametri circuli AB, circulus deſcribi poteſt, deſcribatur, & in eum arcus AB, transferatur. Rectæ enim ex centro per extrema puncta arcus translati emiſſæ auferent ex dato circulo minore arcum ſimilem, ex eodem ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid.



AT ſi planum, in quo circulus proponitur, tantum non eſt, vt ex centro circulus ipſi AB, æqualis deſcribi poſſit, ita agemus. Ex centro circuli dati deſcribatur circulus ad interuallũ ſemiſſis ſemidiametri circuli AB, vel ſemiſſis chordæ gr. 60. in quẽ transferatur ſemiſſis chordæ arcus dati AB. Arcus enim abſciſſus ſimilis eſt arcui AB. Quare ſi ex centro rectæ duæ educantur per extrema puncta huius arcus abſciſſi, auferetur quoque ex circulo dato arcus ſimilis. Hoc autem ſic demonſtrabimus. Sit circuli AB, ſemidiameter AC, ſecta bifariam in D, & per D, ex C, deſcriptus arcus DE, in quem transferatur chorda DE, ſemiſſi chordæ, AB, nimirum ipſi AF, æqualis. Dico arcum DE, arcui AB, ſimilem eſſe. Ducta enim ſemidiametro CB, ſecante arcum DE, in E, nectatur recta DE. Quoniam igitur AC, BC, ſectæ ſunt proportionaliter, hoc eſt, in partes equales;[a] erunt AB, DE, rectæ parallelæ, ideoque per coroll. propoſ. 4. libr. 6. Euclid. triangula CAB, CDE, ſimilia erunt; atque erit vt CA, ad AB, ita CD, ad DE: Et permutando, vt CA, ad CD, ita AB, ad DE. Cum ergo CA, ipſius CD, dupla ſit, erit & AB, ipſius DE, dupla. Quare ſemiſſis AF, ipſius AB, translata ex D, in circulum DE, cadet in E: ac propterea cum arcus DE, arcui AB, ſimilis ſit, ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Euclid. auferet ſemiſſis chordæ AB, arcum ſimilem, quod eſt propoſitum.

[a] 2. ſexti

QVOD ſi circulus DE, interuallo ſemiſſis chordæ 60. graduum arcus AB, deſcriptus nimis magnus ſit, ita vt in plano dati circuli deſcribi nequeat deſcribatur interuallo tertiæ partis chordæ 60. graduum arcus AB, circulus GH. Nam ſi AI, tertia pars chordæ AB, transferatur ex G, in H, erit rurſum arcus GH, arcui AB, ſimilis, quod eodem modo demonſtrabitur. Eadem ratione deſcribi poterit circulus interuallo quartæ partis, vel quintæ, &c. pro commoditate plani, in quo datus circulus eſt.

QVANDO interuallo ſemiſſis chordæ 60. graduum circulus deſcriptus eſt, aſſequemur propoſitum dicto fere citius, beneficio circini, cuius crura ſe interſecant, ita vt maiorum interuallum duplum ſemper ſit interualli minorum. Nam ſi longioribus cruribus arcus datorum graduum AB, accipiatur, abſcindent breuiora crura arcum ſimilem DE.

CÆTERVM ſi eiuſmodi circinus in promptu non ſit, accipiemus dictæ chordæ AB, ſemiſſem, vel tertiã partem, quartamue, &c. ſi ducamus plures parallelas, æqualibus interuallis iſſque exiguis, inter ſe diſtantes. Nam ſi chorda AB, beneficio circini in eas inferatur, vt includat duo, vel quatuor, aut ſex ſpatia, diuiſa erit bifariam à linea media. Sic ſi transferatur in eaſdem, vt includat tria, vel ſex, aut nouem ſpatia, diuiſa erit in tres partes æquales à duabus lineis intermedijs ab extremis æqualiter diſtantibus. Et ſic de cæteris. Hoc aũt demõſtrauimus ad finem ſcholij propoſ.40.lib.1.Eucl. in vltimo modo diuidendi rectam lineam in quotuis partes æquales.

CÆTERVM ſi contenti eſſe velimus vnico quadrante in gradus 90. accurate diſtributo, nimirum quadrante ſuperiori AB, cuius ſemidiameter CD, longe expeditius in eo arcum quotlibet graduum, ac minutorum accipiemus, ſi interuallo eiuſdem ſemidiametri CD, arcus deſcribatur, in eoque arcus LM, abſcindatur, cõplectens grad. 61. quadrantis AB: atque hic arcus LM, in 60. partes æquales diſtribuatur, primum in duas, deinde vtraque in tres, ac poſtremo prima earum in 10. æquales particulas diuidatur: ita vt quælibet earum ſit pars ſexageſima arcus LM. Et quoniam vna harum particularum eſt ad arcum LM, vt vnus grad. quadrantis AB, ad arcum grad. 60. cum vtrobique ſit proportio ſubſexagecupla; & permutando vna illarum particularum ad vnum gradum quadrantis AB, vt arcus LM, ad arcum grad. 60. continebit vna particularum vnum gradum ſemel, & inſuper partem ſexageſimam vnius gradus, hoc eſt, vnum minutum, quemadmodum arcus LM, arcum grad. 60. continet ſemel & inſuper vnam eius partem ſexageſimam, id eſt, vnum gradum, ex conſtructione. Ex quo fit, vt duæ particulæ complectãtur duos gradus, & inſuper duo minuta; tres particulæ, tres gradus, & tria minuta, & ſic deinceps.

ITAQVE ſi in quadrante AB, cupiat quis particulam vnius minuti, transferat vnam particulam arcus LM, in quadrantem, initio facto à puncto A, vel à quouis gradu. Nam particula vltra vnum gradum continebit 1. minutum. Eodem modo, ſi duæ particulæ transferantur, complectetur particula vltra duos gradus, 2. minuta; ſi tres particulæ transferantur, continebit particula vltra tres gradus, 3. minuta; ſi 53. particulæ trãsferantur, comprehendet particula vltra 53. gradus, 53. minuta, & ſic deinceps.

PARI ratione, ſi quis deſideret quotlibet gradus, ac minuta, inquirenda erit prius particula minutorum, quæ deſiderantur, eaque ad gradus propoſitos adijcienda.

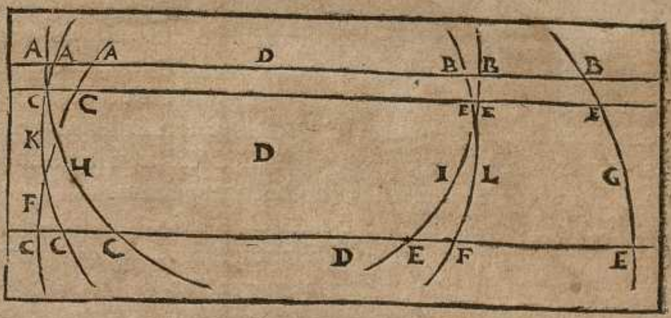
QVOD ſi particula minutorum tã exigua fuerit, vt circino vix accipi poſſit, accipienda ea erit cũ vno gradu, & adijcienda ad numerũ graduũ propoſitorũ minus vno. Vt ſi deſideret quis gr. 89. m. 59. inuenienda prius erũt m. 59. quod fiet, ſi 59. particulæ arcus LM, in quadrantẽ AB, transferantur, perinde ac ſi 59. gradus forent capiẽdi. Nam particula vltra gr. 59. complectetur 59. mi. vt dictum eſt. Deinde arcus ex illa particula & vno gradu compoſitus adijciendus ad arcum gr. 88. Ita enim conficietur arcus grad. 89. min. 59. Eademque ratio eſt de cæteris.

LEM-

LEMMA IV.

PER datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam lineam ducere.

QVAMVIS problema hoc Euclides lib. 1. prop. 31. confecerit, & nos ibidem eiusdem rei varias praxes tradiderimus, occurrit tamen nunc alia praxis meo iudicio longe facilior, siue punctum datum sit propinquum datæ rectæ, siue non, quam hoc loco inserendam esse censui propter frequentem eius vsum tum in Astrolabio, tum in aliis rebus Geometricis. Sit ergo datæ rectæ AB, per punctum C, ducenda parallela. Ex quolibet puncto accepto D, quod à C, distans sit, siue intra datam lineam, siue extra, vt centro, describatur per datum punctum C, circulus secans datam rectam in punctis A, B; (Non est autem necesse, vt totus circulus describatur, sed satis est, si duo eius arcus rectam datam secantes delineentur, ita tamen vt oculorum iudicio arcus B E, arcu A C, minor non sit, veluti in figura apparet) & arcui A C, æqualis beneficio circini abscindatur arcus BE. Recta namque ducta per C, E, parallela erit rectæ A B, vt ex ijs constat, quæ in schol. proposi. 27. lib. 3. Eucl. demonstrauimus, propter arcus AC, BE, æquales. Commodius autem res peragetur, si punctum D, non in linea, sed extra sumatur, ita tamen, vt fere medium locum occupet inter datam lineam, & parallelam ducendam, quod sola æstimatione, plus minus, accipiendum est. Ita enim fiet, vt arcus descripti minus oblique datam rectam, & parallelam ductam intersecent. In figura arcus AFC, BGE, ex centro D, remotissimo à linea data A B, descripti sunt: arcus vero AHC, BIE, ex centro D, in data linea assumpto: arcus denique A K C, B L E, ex centro D, in medio ferme duarum linearum existente, quod omnium ad problema efficiendum est aptissimum.



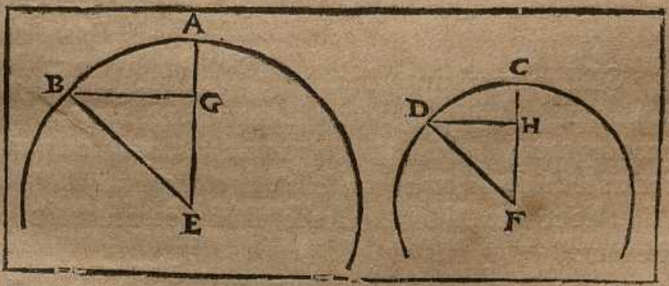
LEMMA V.

QVAM proportionem habent sinus toti, hoc est, semidiametri quorumlibet circulorum, eandem habent sinus tam recti, quam versi arcuum similium. Et contra, arcus quorum sinus tam recti, quam versi, eandem proportionem habent, quam sinus toti, similes sunt.

SINT arcus AB, CD, circulorum, quorum semidiametri AE, CF, similes, & eorum sinus recti BG, DH; versi autem GA, HC. Dico esse, vt AE, ad CF, ita tam BG, ad DH, quam GA, ad HC. Iunctis enim semidiametris EB, FD, erunt ex scholio proposi. 22. lib. 3. Eucl. anguli E, F, æquales, ob arcus similes AB, CD. Cum ergo & anguli recti G, H, æquales sint; [a] æquiangula erunt triangula BEG, DFH. [b] Igitur erit, vt EB, hoc est, vt EA, sinus totus, ad BG, sinum rectum, ita FD, hoc est, ita FC, sinus totus, ad EH, sinum rectum; & permutando, vt EA, ad FC, ita BG, ad DH. a 32. primi. b 4. sexti.

RVRSVS [c] quia ob similitudinem triangulorum est, vt E B, hoc est, vt EA, ad EG, ita FD, hoc est, ita FC, ad FH; erit per conuersionem rationis, vt EA, sinus totus ad GA, sinum versum, ita FC, sinus totus ad HC, sinum versum: Et permutando, vt EA, ad FC, ita GA, ad HC. c 4. sexti.

SED iam sit, vt AE, sinus totus ad CF, sinum totum, ita tam sinus rectus BG, ad sinum rectum D H, quam versus GA, ad versum H C. Dico arcus AB, CD, similes esse. Ductis enim rursum semidiametris EB, FD; quoniam est, vt AE, hoc est, vt EB, ad CF, hoc est, ad FD, ita BG, ad DH: & permutando, vt E B, ad BG, ita FD, ad DH; Sunt autem & alij anguli recti G, H, æquales, & proinde reliquorum angulorũ E, F, vterq; minor recto, ex coroll. 1. proposi. 17. lib. 1. Eucl. [d] Erunt triangula BEG, DFH, æquiangula, æqualesque habebunt angulos E, F. Quamobrem ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus AB, CD, similes sunt. d 7. sexti.



RVRSVS quia est, vt AE, ad CF, ita GA, ad HC; & permutando, vt AE, ad GA, ita CF, ad HC, erit per conuersionem rationis, vt AE, hoc est, vt EB, ad EG, ita CF, hoc est, ita FD, ad FH. Cum ergo & alij anguli recti G, H, sint æquales, ac proinde reliquorum angulorum B, D, vterque recto minor, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. [e] erunt triangula BEG, DFH, æquiangula, angulosq; æquales habebunt E, F. Quocirca ex schol. prop. 22. lib. 3. Eucl. arcus AB, CD, similes sunt. e 7. sexti.

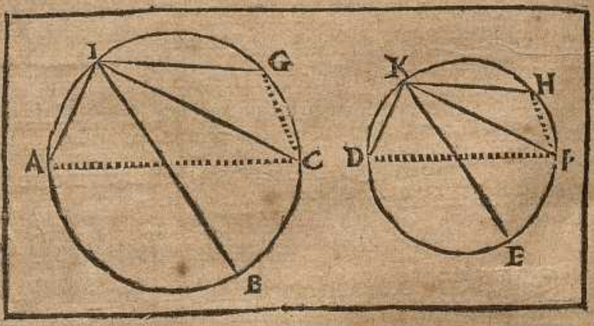
HÆC propositio vera etiam est, quando arcus similes sunt quadrante maiores: cuiusmodi sunt complementa arcuum AB, CD, vsq; ad semicirculum. Nam eorum sinus recti sunt BG, DH, sinus autem complementorum EG, FH: qui eandem proportionem habent, quam sinus toti AE, CF, vt demonstratum est: quia ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus etiam AB, CD, ex semicirculis reliqui similes sunt. Et quia etiam ostensum est, vt AE, ad CF, ita esse AG, ad CH; [f] estq; vt AE, ad CF, ita tota diameter ad totam diametrum, erit vt tota diameter ad totam diametrum; ita ablata AG, ad ablatam CH. [g] Igitur reliqua ex tota diametro, ad reliquam ex tota diametro, id est, sinus versus arcus maioris ad sinum versum arcus maioris, vt diameter ad diametrum, hoc est, vt semidiameter ad semidiametrum, vel sinus totus ad sinum totum, quod est propositum. f 15. quinti. g 19. quinti

CONVERSVM etiam patet. Nam cum sit, vt ostendimus, diameter ad diametrum, hoc est, sinus totus ad sinum totum, vt sinus versus ad sinum versum maiorum arcuum; erit quoq; reliqua AG, ad reliquã CH, vt sinus totus ad sinum totum. Igitur vt ostendimus, arcus AB, CD, similes sunt, ideoq; & reliqui ex semicirculis similes erunt, ex schol. prop. 22. li. 3. Eucl. quod erat demonstrandum.

LEMMA VI.

SI ſegmentis ſimilibus circulorum inæqualium ſimilia ſegmenta adijciantur, vel à ſimilibus ſimilia demantur; tota quoque, vel reliqua ſegmenta ſimilia erunt.

THEOREMA hoc, quod ad detractionem ſimilium ſegmentorum ex ſemicirculis, vel etiam totis circulis attinet, demonſtratum à nobis eſt in ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. Hic autem idem in vniuerſum de quibuſcunque ſegmentis, vt propoſitum eſt, oſtendemus, & quidem facilius. Hoc enim in ijs, quæ ſequuntur, indigebimus. Sint ergo in circulis inæqualibus (Nam in æqualibus ſimilia ſegmenta ſunt æqualia, ac proinde ſi æqualibus æqualia addantur, vel ab æqualib. æqualia detrahantur, tam tota, quã reliqua, æqualia quoq; erunt) ſimiles arcus ABC, DEF, ſiue ſemicirculi ſint, ſiue non, eiſque ſimiles arcus CG, FH, adijciantur. Dico totos quoque arcus ABG, DFH, ſimiles eſſe. Sumptis enim in reliquis ſegmentis AIG, DKH, duobus punctis I, K, vtcunque, iungantur rectæ AI, CI, GI, DK, FK, HK. Quia igitur ſimiles ſunt arcus ABC, DEF, erunt, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. anguli AIC, DKF, æquales: Eademque ratione æquales erunt anguli CIG, FKH, ob ſimiles arcus CG, FH. Toti ergo anguli AIG, DKH, æquales erunt; ideoque ex eodem ſcholio, arcus ACG, DFH, quibus inſiſtunt, ſimiles erunt, quod eſt propoſitum.



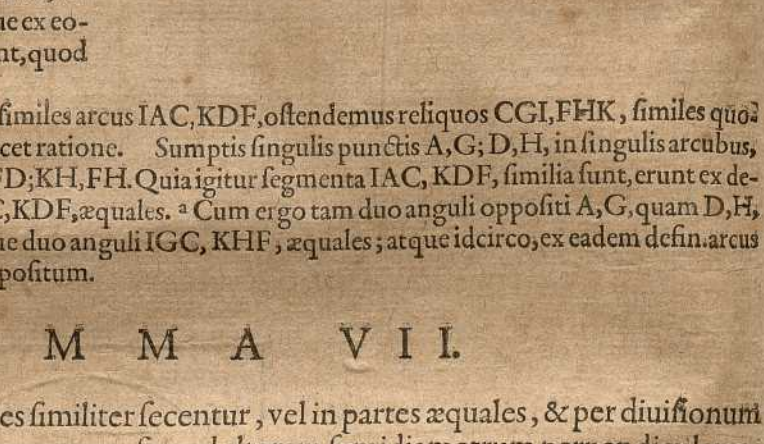
SED iam ex ſimilibus arcubus ABC, DEF, ſiue ſemicirculi ſint, ſiue non, auferantur arcus ſimiles AB, DE. Dico reliquos quoque arcus BC, EF, ſimiles eſſe. Sumptis enim rurſum duobus punctis I, K, vtcunque in peripherijs extra datos arcus, nectantur rectæ AI, BI, CI: DK, EK, FK. Quoniam igitur totus arcus ABC, toti arcui DEF, ſimilis eſt, erit ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. totus angulus AIC, toti angulo DKF, æqualis: Eademque ratione ablatus angulus AIB, ablato angulo DKE, æqualis erit, ob arcus ſimiles AB, DE. Igitur & reliquus angulus BIC, reliquo angulo EKF, æqualis erit, ideoque ex eodem ſcholio, arcus BC, EF, ſimiles erunt, quod eſt propoſitum.

IAM ſi ex totis circulis tollantur ſimiles arcus IAC, KDF, oſtendemus reliquos CGI, FHK, ſimiles quoque eſſe, vt in prædicto ſcholio, hac ſcilicet ratione. Sumptis ſingulis punctis A, G; D, H, in ſingulis arcubus, iungantur rectæ IA, CA; IG, CG; KD, FD; KH, FH. Quia igitur ſegmenta IAC, KDF, ſimilia ſunt, erunt ex de-
a 22. tertij. fin. ſegmentorum ſimilium, anguli IAC, KDF, æquales. [a] Cum ergo tam duo anguli oppoſiti A, G, quam D, H, æquales ſint duobus rectis, erunt quoque duo anguli IGC, KHF, æquales; atque idcirco, ex eadem defin. arcus IGC, KHF, ſimiles erunt, quod eſt propoſitum.

LEMMA VII.

SI duo quadrantes inæquales ſimiliter ſecentur, vel in partes æquales, & per diuiſionum puncta vni ſemidiametro parallelæ agantur, ſiue ad alteram ſemidiametrum perpendiculares; erunt ſegmenta ſemidiametri in vno quadrante à parallelis, vel perpendicularibus facta, ſegmentis ſemidiametri à parallelis, ſiue perpendicularibus in altero quadrante factis proportionalia: Et contra, ſi ſegmenta ſemidiametrorum ſint proportionalia, quadrantes ſimiliter ſecti erunt.

DVO quadrantes inæquales AB, CD, quorum centra E, F, & ſemidiametri AE, EB; CF, FD, ſecentur primum in binas partes ſimiles in punctis G, H, aganturque ſemidiametris AE, CF, parallelæ GI, HK, [a] ac pro-
a 29. primi. inde ad ſemidiametros EB, FD, perpendiculares. Dico ſegmenta ſemidiametri EB, ſegmentis ſemidiametri FD, eſſe proportionalia, hoc eſt, eſſe vt EI, ad IB, ita FK, ad KD. Quoniam n. EI, FK, ſinus ſunt arcuum ſimilium AG, CH, [b] quod æquales ſint per-
b 34. primi. pendicularibus ex G, H, ad AE, CF, ductis, quæ quidem ſinus ſunt arcuum AG, CH; erit ex lemmate 5. vt EB, ſinus totus ad FD, ſinum totum, ita ſinus EI, ad ſinum FK: Et permutando, vt EB, ſinus totus, ad ſinum EI, ita FD, ſinus totus ad ſinum FK: Et diuidendo, vt IB, ad EI, ita KD, ad FK, conuertendoque vt EI, ad IB, ita FK, ad KD.

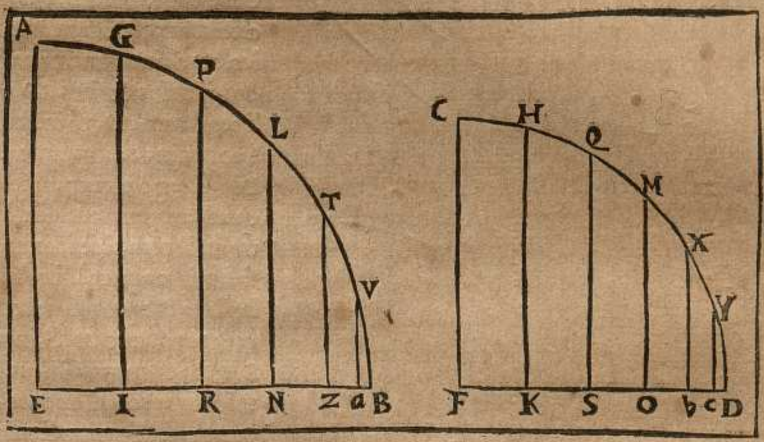


DEINDE ijdem quadrantes ſecentur in ternas partes ſimiles in punctis G, L; H, M, ducanturque ſemidiametris AE, CF, parallelæ GI, LN, HK, MO. Dico ſegmenta EI, IN, NB, eaſ-

dem

dem proportiones habere, quas ſegmenta FK, KO, OD, habent. Erunt enim ex lemmate præcedente, toti quo-
que arcus AL, CM, ſimiles, quorum ſinus ſunt EN, FO. Igitur per lemma 5. erit, vt EB, ſinus totus ad FD, ſinum
totum, ita tam ſinus EI, ad ſinum FK, quam ſinus EN, ad ſinum FO, [a] ac proinde erit quoque vt tota EN, ad to- a 11. quinti.
tam FO, ita ablata EI, ad ablatam FK, [b] ideoque reliqua IN, ad reliquam KO, vt tota EN, ad totam FO, vel vt b 19. quinti
ablata EI, ad ablatam FK. Quia igitur eſt, vt EI, ad FK, ita IN, ad KO, erit permutando quoque vt EI, ad IN, ita
FK, ad KO; atque ita ſegmenta EI, IN, ſegmentis FK, KO, proportionalia ſunt. Rurſus quia eſt, vt tota EB, ad
totam FD, ita ablata EN, ad ablatam FO, ex lemmate 5. vt dictum eſt, [c] erit quoque reliqua NB, ad reliquam c 19. quinti.
OD, vt tota EB, ad totam FD, vel vt ablata EN, ad ablatam FO. Erat autem, vt EN, ad FO, ita IN, ad KO, vt
paulo ante oſtenſum eſt. Igitur erit etiam, vt IN, ad KO, ita NB, ad OD, & permutando, vt IN, ad NB, ita KO,
ad OD. Tria ergo ſegmenta EI, IN, NB, tribus ſegmentis FK, KO, OD, proportionalia ſunt.

PRÆTEREA ijdem quadrantes ſecti ſint in quaternos arcus ſimiles in punctis G, P, L; H, Q, M, & ſe-
midiametris AE, CF, parallelæ agantur GI, PR, LN, HK, QS, MO. Dico rurſus, quatuor ſegmenta EI, IR, RN,
NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia eſſe. Erunt enim ex lemmate præcedente tam toti ar-
cus AP, CQ, quam toti AL, CM, ſimiles quoque, quorum ſinus ſunt ER, EN, FS, FO. Igitur per lemma 5. erit,
vt EB, ſinus totus, ad FD, ſinum totum, ita ſinus EI, ad ſinum FK, & ſinus ER, ad ſinum FS, & ſinus EN, ad ſi-
num FO, [d] atque adeo erit EI, ad FK, vt ER, ad FS, & vt EN, ad FO. Quia igitur eſt, vt tota ER, ad totam FS, ita d 11. quinti.
ablata EI, ad ablatam FK, [e] erit & reliqua IR, ad reliquam KS, vt tota ER, ad totam FS, vel vt ablata EI, ad abla- e 19. quinti
tam FK. Eandem ergo proportionem habet EI, ad FK, quam IR, ad KS. Et permutando eandem EI, ad IR, quã
FK, ad KS; ac proinde duo ſegmenta EI, IR, duobus ſegmentis FK, KS, proportionalia ſunt. Rurſus quia eſt, vt
tota EN, ad totam FO, ita ablata ER,
ad ablatam FS, vt diximus; [f] erit et- f 19. quinti
iam reliqua RN, ad reliquam SO, vt
tota EN, ad totam FO, vel vt ablata
ER, ad ablatam FS. Erat autem vt
ER, ad FS, ita IR, ad KS, vt oſtendi-
mus. Ergo erit quoque vt IR, ad KS,
ita RN, ad SO; Et permutando, vt
IR, ad RN, ita KS, ad SO. Atque ita
tria ſegmenta EI, IR, RN, tribus ſeg-
mentis FK, KS, SO, proportionalia
ſunt. Poſtremo quia eſt, vt tota EB,
ad totam FD, ita ablata EN, ad abla-
tam FO, ex lemmate 5. vt oſtendi-
mus; [g] erit quoque reliqua NB, ad g 19. quinti
reliquam OD, vt tota EB, ad totam
FD, vel vt ablata EN, ad ablatã FO.
Erat autem, vt paulo ante demon-



ſtratum eſt, vt EN, ad FO, ita RN, ad SO. Igitur erit quoque vt NB, ad OD, ita RN, ad SO, hoc eſt, vt RN, ad
SO, ita NB, ad OD: Et permutando vt RN, ad NB, ita SO, ad OD. Quatuor ergo ſegmenta EI, IR, RN, NB,
quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia ſunt. Eademq; ratio eſt de pluribus.

PERSPICVVM autem eſt, demonſtrationem hanc concludere, etiamſi quadrantes in partes æquales
ſint diuiſi. Nam ſi diuidatur vterque quadrans in ſex partes æquales, vt AB, in AG, GP, PL, LT, TV, VB, & CD,
in CH, HQ, QM, MX, XY, YD, erunt ſex priores poſterioribus ſex ſimiles, cum quilibet priorum ſit ſui qua-
drantis eadem pars, quæ ſui quadrantis eſt quilibet poſteriorum. Quare, vt oſtenſum eſt, ſegmenta diametro-
rum proportionalia ſunt.

SINT iam ſegmenta ſemidiametrorum proportionalia. Dico arcus à perpendicularibus abſciſſos ſimiles
eſſe. Ponantur enim primum duo ſegmenta EI, IB, duobus ſegmentis FK, KD, proportionalia, id eſt, ſit vt EI, ad h 12. quinti
IB, ita FK, ad KD. Erit igitur permutando, vt EI, ad FK, ita IB, ad KD. [h] Ergo vt EI, vna ad FK, vnam, ita erunt
EI, IB, ſimul, nimirum ſinus totus EB, ad FK, KD, ſimul, nimirum ad ſinum totum FD. Cum ergo EI, FK, ſint
ſinus arcuum AG, CH; erunt per lemma 5. arcus AG, CH, ſimiles; ideoque & reliqui GB, HD, ſimiles erunt, ex
præcedente lemmate, cum etiam toti arcus AB, CD, ſimiles ſint, vtpote quadrantes.

DEINDE ponantur tria ſegmenta, EI, IR, RB, tribus ſegmentis FK, KS, SD, proportionalia. Erit rur- i 12. quinti
ſus permutando, EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RB, ad SD. [i] Ergo vt EI, vna ad vnam FK, ita erunt omnes EI, IR,
RB, id eſt, ſinus totus EB, ad omnes FK, KS, SD, id eſt, ad ſinum totum FD. Cum ergo EI, FK, ſinus ſint arcuum k 12. quinti
AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, ſimiles. Rurſus cum ſit, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, [k] erit vt EI, ad
FK, ita EI, IR, ſimul, hoc eſt, tota ER, ad FK, KS, ſimul, hoc eſt, ad totam FS. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB, ad
FD. Ergo erit quoque vt ER, ad FS, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Quocirca cum ER, FS, ſinus ſint
arcuum AP, CQ, erunt ex lemmate 5. arcus AP, CQ, ſimiles; ac proinde per antecedens lemma, & reliqui arcus
PB, QD, ſimiles erunt. Et quia oſtenſi ſunt ſimiles arcus AG, CH, ſi hi ex ſimilibus AP, CQ, demantur, erunt et-
iam reliqui arcus GP, HQ, ſimiles, ex eodem antecedente lemmate. Omnes ergo tres arcus AG, GP, PB, omni-
bus tribus arcubus CH, HQ, QD, ſimiles ſunt.

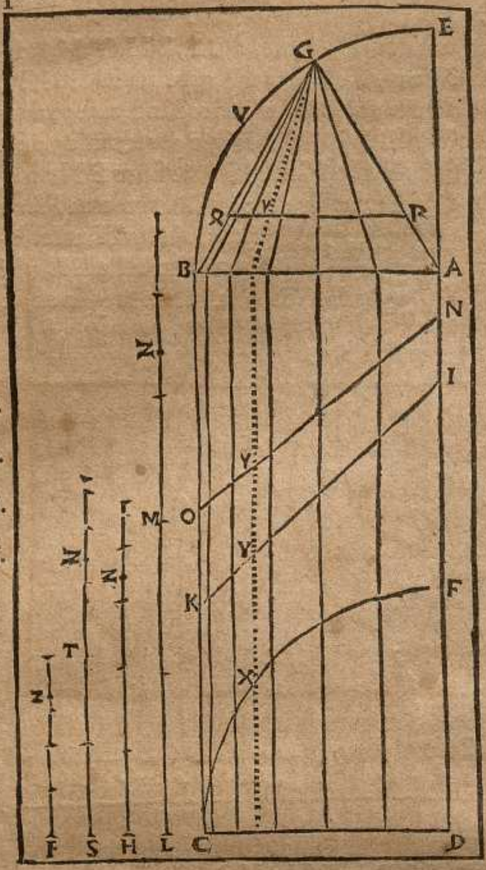
RVRSVS ſint quatuor ſegmenta, EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis, FK, KS, SO, OD, proportionalia. E- l 12. quinti.
ritq; permutãdo, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RN, ad SO, & NB, ad OD. [l] Ergo, vt EI, ad FK, ita ſinus totus EB, ad
ſinum totum FD; Ac propterea, cum EI, FK, ſinus ſint arcuum AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, ſi- m 12. quin.
miles. Rurſus quia eſt, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS; [m] erit vt EI, ad FK, ita tota ER, ad totam FS. Vt autem EI, ad
FK, ita erat ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Igitur erit quoque, vt ER, ſinus arcus AP, ad FS, ſinum arcus
CQ, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD. Ac proinde ex lemmate 5. ſimiles erunt arcus AP, CQ, demptiſque
ſimilibus AG, CH, reliqui GP, HQ, ſimiles quoque erunt, ex antecedente lemmate. Præterea cum ſit, vt EI, ad n 12. quinti
FK, ita IR, ad KS, & RN, ad SO; [n] erit, vt EI, ad FK, ita tota EN, ad totam FO. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB,

 ad FD.

ad FD. Igitur erit quoque, vt EN, ſinus arcus AL, ad FO, ſinum arcus CM, ita ſinus totus EB, ad ſinum totum FD, atque idcirco per lemma 5. arcus AL, CM, ſimiles erunt; ideoque per antecedens lemma, & reliqui arcus LB, MD, ſimiles erunt. Et quia ſimiles oſtenſi ſunt arcus AP, CQ; ſi tollantur ex ſimilibus AL, CM, reliqui etiam arcus PL, QM, ſimiles erunt. Omnes ergo quatuor arcus AG, GP, PL, LB, omnibus quatuor arcubus CH, HQ, QM, MD, ſimiles ſunt. Eademq; de pluribus eſt ratio.

LEMMA VIII.

DATAM rectam lineam ita ſecare, vt ſemidiameter alicuius quadrantis ſecta eſt à perpendicularibus, quæ à quibuſuis punctis quadrantis ad ipſam demittuntur.



QVAMVIS hoc effici poſſit ex propoſ. 10. lib. 6. Eucl. tamen quia huiuſmodi diuiſione in variis lineis frequenter in Aſtrolabio indigemus, conſtruemus hoc loco figuram quandam, per quam multo facilius idem conſequamur. Aſſumatur ergo figura altera parte longior quæcunq; ABCD, & producto latere DA, deſcribantur ex A, D, ad interuallum AB, vel DC, duo quadrantes æquales EB, FC; quibus diuiſis in gradus, (Nos ob paruitatem figuræ in 6. partes partiti ſumus, vt ſingulę quindenos cõplectantur gradus) ducantur per bina puncta à latere AD, æqualiter remota rectæ ſecantes ſemidiametros AB, CD, quæ omnes lateri AD, & inter ſe parallelæ erunt. Si namq; ex duob. quibuſuis punctis quadrantũ EB, FC, æqualiter à latere AD, remotis ad AD, excitentur perpẽdiculares, [a] erunt hæ inter ſe parallelæ: ſed & æquales, cum ſinus ſint æqualium arcuũ. [b] Igitur & recta connectens duo illa puncta ipſi AD, parallela erit. Atq; hac ratione omnes illæ lineæ lateri AD, æquidiſtabunt; [c] ideoq; & inter ſe parallelæ erunt; [d] ac proinde ad vtramq; ſemidiametrũ AB, DC, perpendiculares. Diuiſa ergo eſt vtraq; ſemidiameter AB, DC, à perpendicularibus quadrantum demiſſis. Vt a aliam quamcunq; rectam lineam ſiue maiorem, ſiue minorem ſemidiametro AB, ſimiliter ſeces, ac ſi ſemidiameter eſſet alicuius quadrantis, diuiſaq; à perpendicularibus, &c. conſtruatur ſuper AB, triangulum æquilaterũ ABG; cadetq; punctum G, in gradum 30. quadrantis, numeratione ab E, incepta cum BG, ſextam partẽ circuli ſubtẽdens, æqualis ſit ſemidiametro AB, ex coroll. prop. 15. lib. 4. Eucl. Poſtremo ex G, ad puncta ſectionum ſemidiametri AB, rectæ ducantur, conſtructaq; erit figura, quam deſideramus.

a 28. primi.
b 33. primi.
c 30. primi.
d 29. primi.

SI igitur recta H, ſecanda in partes proportionales partibus ſemidiametri AB, maior fuerit ſemidiametro AB, (ſi æqualis foret, transferenda eſſent ſegmenta ſemidiametri AB, in eam, vt ſimiliter ſecaretur) transferatur beneficio circini à quouis puncto lateris AD, ad latus AB, qualis eſt IK, quæ ſecabitur à parallelis, vt ſecta eſt AB, ex demonſtratione propoſ. 10. lib. 6. Eucl. cum KI, BA, productæ conuenirent, triangulumq; conſtituerent, cuius baſis BK, &c. Quare ſi ſegmenta rectæ IK, transferantur in datam rectam H, erit rectã H, ſecta, vt AB, ſecta eſt, ac ſi à perpendicularib. ex gradibus quadrantis, cuius ſemidiameter H, demiſſis diuideretur: propterea quod hæ perpendiculares ipſam H, ſecarent, ex lemmate præcedenti, in partes proportionales partibus rectæ AB.

QVOD ſi detur recta L, ita longa, vt in parallelas tranſlata nimis oblique ipſas interſecet, ac proinde puncta interſectionum non facile diſcerni queant, transferanda eſt eius ſemiſſis LM, qualis eſt NO. Nam ſi huius ſegmenta duplicata transferantur in datam rectam L, diuiſa erit quoque recta L, vt ipſa AB, vel NO; [e] cum ſegmenta rectæ NO, eaſdem proportiones habeant, quas eorum dupla. Immo ſi ſemiſſis datæ rectæ adhuc nimis longa eſſet, transferenda eſſet eius quarta pars, vel octaua, & ſegmenta inter parallelas quadruplicata, vel octuplicata in datam rectam transferenda.

e 15. quinti.

SI vero data recta P, minor fuerit ſemidiametro AB, transferenda erit in triangulum æquilaterum GBA, ita vt ipſi AB, æquidiſtet: quod fiet, ſi ipſi P, auferemus æquales GQ, GR. Ducta enim recta QR, [f] parallela erit ipſi AB, & æqualis ipſi P, ſiue vtrique GQ, GR, cum ex coroll. propoſ. 4. lib. 6. Eucl. triangulum GQR, triangulo GBA, ſimile ſit, ac proinde & æquilaterum. Segmenta ergo rectæ QR, in datam rectam P, tranſlata ſecabunt eam, vt QR, hoc eſt, vt BA, ſecta eſt; quod ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Eucl. rectæ BA, QR, ſimiliter ſecentur à rectis ex G, emiſſis. Quin etiam ſi quando ſemiſſis, vel quarta pars vel octaua datæ rectæ in figuram transferenda ſit, vt ſupra diximus, eaque minor fuerit, quam AB, transferenda erit in triangulum GBA. Ita vides ST, ſemiſſem datæ rectæ S, tranſlatam eſſe in triangulum, cuiuſmodi eſt QR. Segmenta enim huius rectæ QR, duplicata ſecabunt datam rectam S, vt ſecta eſt AB.

f 2. ſexti.

SED quoniam non ſemper opus habemus omnibus partibus rectæ eo modo diuiſæ, quæ nimirum reſpondent omnibus gradibus quadrantis ex ea recta deſcripti; ſed ſolum interdum indigemus in data recta vno puncto, quod propoſito gradui, vel arcui reſpondeat, hoc eſt, in quod caderet perpendicularis ex dato gradu, vel arcu demiſſa, inueniemus ex eadem figura hoc loco conſtructa illud punctum hoc modo. Sit inueniendum in rectis eiſdem datis punctum reſpondens gradui 52. numeratione à puncto E, incepta. Sumantur ex lemmate 3. duo arcus EV, FX, graduum 52. & recta iungatur VX ſecans rectas IK, NO, in Y: Recta autem ex G, ducta ad punctum, vbi VX, rectam AB, ſecat, interſecet quoque rectam QR, in Y. Punctum enim Y, in reſpondentem rectam tranſlatum, vt ſupra dictum eſt de aliis ſegmentis, dabit in recta punctum Z, quæſitum.

HAC arte ſi recte vtaris, non erit opus circa datam rectam quadrantem deſcribere, eoque in gradus diuiſo,

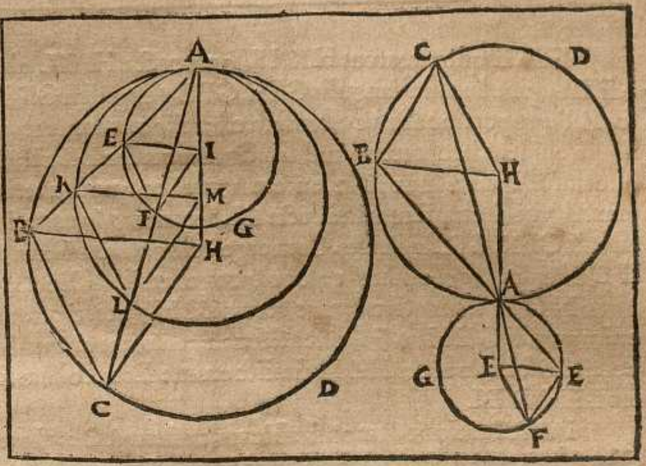
uiſo, ex punctis diuiſionum perpendiculares demittere, vt datam rectam in partes optatas diſtribuas: quæ res quantam habeat vtilitatem, ex noſtro Aſtrolabio cognoſces.

LEMMA IX.

SI duo, pluresue circuli intus, vel duo extra ſe mutuo contingant, rectæ lineæ per contactum ductæ, ſimiles circumferentias abſcindunt: Et rectæ coniungentes bina puncta, in quibus duæ rectæ circulos ſecant, parallelæ ſunt.

IDEM contingit in duobus circulis ſe mutuo non tangentibus, ſi pro contactu ſumatur punctum in recta eorum centra coniungente, per quod tranſit recta connectens puncta alterna extrema diametrorum ad priorem rectam perpendicularium. Sed quando circuli intus ſe non contingunt, ſimiles arcus ſunt alterni, non autem eodem ordine ſumpti, vt in illis.

HOC theorema, quod ad circulos intus ſe tangentes attinet, in ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. demonſtrauimus; quia tamen eo in ijs, quæ ſequuntur, indigemus, placuit idem hoc loco paulo aliter demonſtrare, & quidem generalius, extendentes illud ad circulos extra ſeſe tangentes, & ad circulos non ſe tangentes, qua etiam re in demonſtrationibus ſequentibus vtemur.



SINT ergo primum duo circuli ABCD, AEFG, quorum centra H, I, ſe mutuo tangentes in A, ſiue intus, ſiue extra: ducanturq; per A, contactum rectæ vtcunq; BE, CF, vtrumq; eorum ſecantes. Dico tam arcus ABC, AEF, ſimiles eſſe, quam arcus AB, AE, & BC, EF, &c. Per centra enim H, I, recta HI, educatur, [a] quæ per contactum A, tranſibit; & ex C, & F, ad eadem centra rectæ adiunganturCH, FI. Quoniam igitur in triangulis ACH, AFI, angulus A, communis eſt, quando circuli intus ſe contingunt, vel quando contactus eſt exterior, [b] anguli A, ad verticem æquales ſunt: Latera autem circa alios angulos H, I, proportionalia: quippe quæ proportionem æqualitatis habeant, & reliquorum angulorum C, F, vterq; recto minor, hoc eſt, acutus, ex coroll. 3. propoſ. 17. lib. 1. Eucl. quod vterq; ſit ſupra baſem Iſoſcelis; [c] erunt ipſa triangula æquiangula, æqualeſq; habebunt angulos ad centra H, I. Quod facile hoc etiam modo demonſtrari poteſt. [d] Quoniam in circulis ſeſe tangentibus interius, vterq; angulus AFI, ACH, angulo FAI, æqualis eſt; at in circulis exterius ſe tangentibus, [e] ille æqualis eſt angulo FAI, hic autem angulo CAH: [f] ſuntque anguli FAI, CAH, ad verticem æquales; erunt propterea & anguli, AFI, ACH, inter ſe æquales, externus, & internus, in circulis intus ſe tangentibus, vel alterni in circulis tangentibus ſe exterius. [g] Parallelæ ergo ſunt CH, FI, [h] ac proinde anguli H, I, æquales erunt, internus & externus, quando intus ſe tangunt circuli, vel alterni, quando extra ſe contingunt. Igitur cum vtroque modo oſtenſi ſint anguli H, I, in centris æquales; erunt ſegmenta ABC, AEF, quibus inſiſtunt, ſimilia, ex ſcholio propoſ. 22. lib 3. Eucl. Quibus demptis ex totis circulis, erunt ex eodem ſcholio, vel ex lemmate 6. & reliqua ſegmenta ADC, AGF, ſimilia. Eademque ratione ſimilia erunt ſegmenta AB, AE, (ſi ad centra ducantur rectæ BH, EI, quæ ſimiliter oſtendentur parallelæ, &c.) & ex circulis reliqua ADB, AGE. Eſſe denique & arcus BC, EF, inter duas rectas comprehenſos ſimiles, ex eodem ſcholio liquet, propter eundem angulum BAC, in circulis intus ſe tangentibus, ad circumferentias conſtitutum, at in circulis extra ſe tangentibus, propter angulos BAC, EAF, ad verticem æquales, & ad circumferentias conſtitutos. Quod ſi deſcribatur alius circulus AKL, ex centro M, tangens alios duos interius, demonſtrabimus eodem modo, ducta recta KM, arcus AKL, AK, tam arcubus ABC, AB, quam arcubus AEF, AE, ſimiles eſſe, &c.

a 11. vel 12. tertij.
b 15. primi.
c 7. ſexti.
d 5. primi.
e 5. primi.
f 15. primi.
g 28. vel 27 primi.
h 29. primi

IVNGANTVR quoque rectæ BC, EF, quas dico eſſe parallelas. Quoniam enim arcus AB, AE, oſtenſi ſunt ſimiles; erunt ex ſcholio dicto propoſ. 22. lib. 3. Eucl. anguli ACB, AFE, illis ad circumferentias inſiſtentes (internus & externus in circulis intus ſe tangentibus, vel alterni in circulis extra ſe tangentibus) inter ſe æquales. [i] Igitur BC, EF, parallelæ ſunt, quod eſt propoſitum.

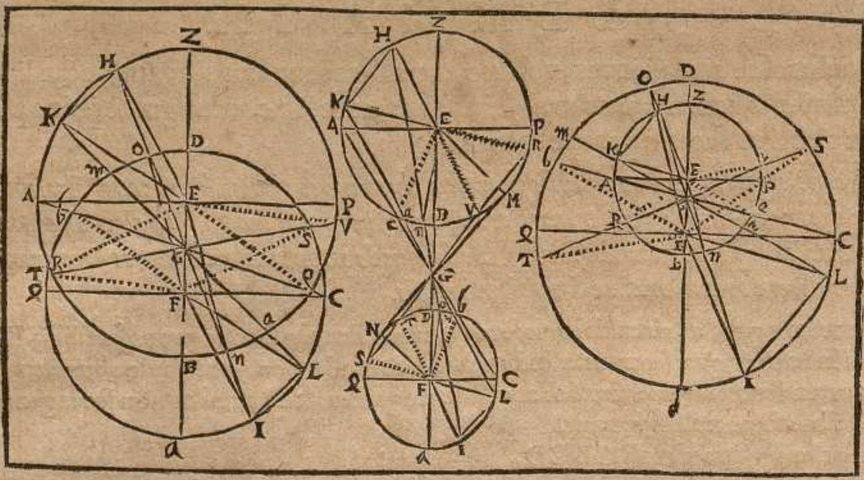
i 28. vel 27 primi.

DEINDE ſint duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, non ſe tangentes, ſed vel ſe interſecantes, vel non interſecantes, ſiue vnus ſit totus extra alterum, ſiue intra poſitus. Ducta recta EF, per eorum centra, excitentur ad eam diametri perpendiculares *A*E, CF. Iuncta autem recta AC, ſecante EF, in G, ducantur per G, rectæ vtcunque HI, KL, vtrumque circulorum ſecantes. Dico tam arcus HAn, ICO, quam arcus HK, IL, &c. ſimiles eſſe. Ductis namque rectis HE, nE; IF, OF, quoniam triangula *A*EG, CFG, æquiangula ſunt; ([k] Nam anguli E, F, ſunt recti, & tam alterni *A*, C, [l] quam ad verticem AGE, CGF, inter ſe æquales) [m] erit vt GE, ad ſemidiametrum E*A*, ita GF, ad ſemidiametrum FC. Rurſus quia in triangulis GEH, GFI, [n] anguli EGH, GFI, ad verticem æquales ſunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, cum oſtenſum ſit eſſe, vt GE, ad EA, hoc eſt, ad EH, ita GF, ad FC, hoc eſt, ad FI; reliquorum autem angulorum H, I, vterque minor eſt recto, ex coroll. 3. propoſ. 17. lib. 1. Eucl. propterea quod ſupra baſes Iſoſcelium EHn, FIO, exiſtunt, [o] erunt anguli quoque GHE, GIF, & GEH, GFI, æquales. [p] Sed GHE, ipſi GnE, in Iſoſcele EHN, & GIF, ipſi GOF, in Iſoſcele FIO, æqualis eſt. Igitur duo H, n, duobus I, O, æquales erunt; ac proinde & reliqui HEn, IFO, æquales erunt. Quocirca ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. arcus HAn, ICO, quibus illi anguli ad centra inſiſtunt, ſimiles erunt: quibus demptis ex totis circulis, reliqui quoque arcus HPn, IQO, ſimiles erunt. Atque hoc quidem in 1. ac 3. figura. At vero in 2. figura, [q] erit angulus GHE, angulo EnH. In Iſoſcele EHn, & angulus GIF, angulo FOI, in Iſoſcele FIO,

k 29. primi.
l 15 primi.
m 4. ſexti.
n 15. primi.
o 7. ſexti.
p 5. primi.
q 5. primi.

 æqua-

æqualis. Quare, vt prius, erunt duo EHn, EnH, duobus FIO, FOI, æquales, & reliquus H E n, reliquo I F O, ac proinde & arcus HAn, ICO, & ex circulis totis reliqui HPn, IQO, similes erunt.



ESSE quoque arcus H K, I L, quas rectæ HI, KL, abscindunt similes, sic demonstrabitur. Iunctis rectis KE, LF, quoniam in triangulis GEK, GFL, [a] anguli EGK, FGL, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt ostensum est; reliquorum autem angulorum K, L, vterque recto minor est, in 1. & 3. figura quidem, propterea quod, si iungantur rectæ BK, zK; DL, dL, [b] anguli ad K, & L, recti fiunt in semicirculis, quorum illi partes sunt; In 2. autem figura, eo quod sunt supra bases Isoscelium, si iungantur rectæ Ea, Fm, ad puncta, vbi circumferentiæ à recta K L, secantur; (quæ ratio locum etiam habet in alijs duabus figuris,) [c] erunt anguli GEK, GFL, æquales. Cum ergo & anguli toti GEH, GFI, ostensi sint æquales; erunt etiam reliqui, HEK, IFL, æquales; ac propterea ex schol. proposf. 22. lib. 4. Eucl. arcus HK, IL, similes erunt.

a 15. primi.
b 31. tertij.
c 7. sexti.

NON secus ostendemus, rectas Zd, HI, intercipere arcus alternos similes HZ, Id, & H B, I D. Quoniam enim anguli G E H, G F I, ostensi sunt æquales; erunt ex duobus rectis reliqui H E Z, IFd, æquales, ideoque ex prædicto scholio arcus HZ, Id, similes erunt: Et ex eodem scholio, similes erunt HB, ID, propter æquales angulos BEH, D F I.

PARI ratione demonstrabimus, rectam AC, auferre arcus alternos ABe, bDC, similes. Iunctis enim rectis eE, bF, [d] quoniam anguli alterni EAe, FCb, æquales sunt, [e] & EAe, ipsi EeA, & FCb, ipsi FbC, æqualis est; erunt EAe, EeA, ipsis FCb, FbC, æquales: ideoque & reliquus AEe, reliquo C F b, æqualis erit. Quocirca ex schol. proposf. 22. lib. 3. Eucl. arcus ABe, bDC, similes erunt. In secunda tamen figura colliguntur arcus Ae, bC, similes, quibus sublatis ex totis circulis, reliqui ABe, bDC, similes quoq; sunt.

d 29. primi
e 5. primi.

SIC etiam; vt alterum adhuc exemplum ponamus, demonstrabimus, rectam R S, auferre arcus alternos similes RBV, SD T. Iunctis n. rectis RE, VE; SF, TF, [f] quoniam in triangulis G E R, GFS, anguli EGR, FGS, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt monstratum est: reliquorum autem angulorum R, S, vterque minor est recto, propterea quod supra bases triangulorum Isoscelium E R V, F S T, existunt; [g] erunt quoque anguli ERG, FSG, æquales. [h] Est autem ille angulo EVG, & hic angulo F T G, æqualis. Igitur duo R, V, duobus S T, æquales erunt; ac proinde & reliqui REV, SFT, in triangulis REV, FST, æquales erunt; ideoque ex scholio proposf. 22. lib. 3. Eucl. in 1. & 3. figura arcus RBV, SDT, similes erunt; in 2. vero figura arcus RV, ST, similes erunt, &c.

f 15. primi.
g 7. sexti.
h 5. primi.

EODEM modo rectæ Zd, RV, intercipient alternos arcus similes RB, SD, & RZ, Sd. Quoniam enim in triangulis EGR, FGS, anguli R, S, ostensi sunt æquales; [i] & sunt quoque anguli ad verticem G, æquales; erunt reliqui anguli æquales REB, SFD. Igitur ex eodem scholio prædicto, similes erunt arcus RB, SD; ac proinde & ex semicirculis reliqui RZ, Sd. Eademque ratio est de omni recta, quæ rectam Zd, per centra eiectam intersecat.

i 15. primi.

DENIQVE ex omnibus his infertur, duas rectas quomodocunque se in G, intersecantes intercipere arcus similes ad contrarias partes. Vt si intersecent sese in G, rectæ HI, KL; dico tam arcus HK, IL, quam Kn, LO, similes esse. De prioribus quidem iam paulo ante demonstratum est, de posterioribus vero ita probatur. Quoniam KB, ipsi LD, & Bn, ipsi Do, similis est, vt proxime ostendimus de rectis ipsam Zd, intersecantibus; erunt per lemma 6. etiam arcus Kn, L O, similes. Eadem ratione arcus HR, IS, similes erunt, propter rectas H I, R S, se intersecantes, &c.

QVOD si per G, ducatur recta G M, tangens in M, circulum A B, in 2. figura, tanget ea producta circulum quoque CD, in N, eruntque rursum arcus abscissi BM, DN, similes. Ducta enim G N, tangente circulum CD, in N, iunctisque rectis EM, FN; [k] erunt anguli M, N, recti. Cum ergo & latera circa angulos E, F, in triangulis GEM, GFN, sint proportionalia, & reliquorum angulorum ad G, vterq; sit minor recto, ex coroll. 1. proposf. 17. lib. 1. Eucl. [l] Erunt quoq; tam anguli E, F, quam anguli ad G, æquales. Igitur ex ijs, quæ ad proposf. 15. lib. 1. Eucl. ex Proclo demonstrauimus, rectæ MG, NG, vnam rectam constituent, ac proinde tangens GM, producta tanget etiam circulum CD, in N; atq; arcus BM, DN, ex scholio proposf. 22. lib. 3. Eucl. similes erunt.

k 18. tertij
l 7. sexti.

IVNGANTVR denique rectæ HK, IL, arcubus similibus à rectis HI, KL, abscissis. Dico eas esse parallelas. Quoniam enim tam arcus HAn, ICO, quam HK, IL, ostensi sunt similes; erunt quoq; per lemma 6. reliqui arcus KAn, LCO, similes. Igitur ex scholio proposf. 22. lib. 3. Eucl. anguli KHn, LIO, illis insistentes ad circumferentias æquales erunt: qui cum sint alterni; [m] erunt HK, IL, parallelæ, quod est propositum.

m 27. prim.

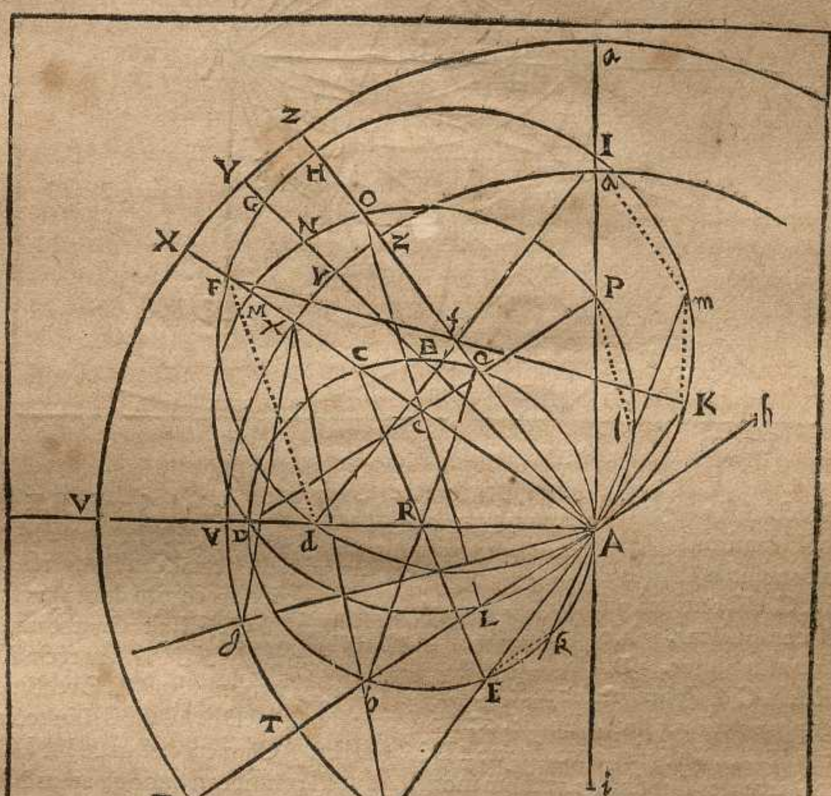
CÆTE-

CÆTERVM quod ad circulos non tangentes attinet, demonſtrabimus Lemma breuius fortaſſe, ac facilius, hoc modo. [a] Quoniam eſt, vt AE, ad EG, ita CF, ad FG, eſtque HE, ipſi AE, & IF, ipſi CF, æqualis; erit quoque, vt HE, ad EG, ita IF, ad FG. [b] Cum ergo anguli ad G, in triangulis HEG, IFG, ad verticem æquales ſint, & reliquorum angulorum H, I, vterque recto minor, ex 3. coroll. propoſ. 17. lib. 1. propter Iſoſcelia HEn, IFO; [c] erunt anguli HEG, IFG, æquales in centris, ideoq; ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. arcus alterni HB, ID, ſimiles erunt; nec non ex ſemicirculis reliqui HZ, Id. Rurſus quia in triangulis nEG, OFG, eſt vt nE, ad EG, ita OF, ad FG: ſuntq; anguli EGn, FGO, ad verticem æquales; & reliquorum angulorum EnG, FOG, vterque recto minor, ex 3. coroll. propoſ. 17. lib. 1. propter Iſoſcelia HEn, IFO: [d] erunt anguli nEG, OFG, in centris æquales; ideoque ex ſcholio propo. 22 lib. 3. arcus Bn, DO, ſimiles erunt; nec non ex ſemicirculis reliqui Zn, dO. Non aliter oſtendemus, quoſcunque arcus alternos initium à recta Zd, per centra tranſeunte ſumentes, ſimiles eſſe: cuiuſmodi ſunt ZK, dL: ZA, dC: ZR, dS, &c. Itaque cum ſimiles ſint arcus HB, ID; ſi addantur ſimiles Bn, DO, erunt ex Lemmate 6. etiam toti HBn, IDO, ſimiles. Item cum ſimiles ſint tam ZK, dL, quam ZH, dI: erunt quoq; ex eodem Lemmate 6. reliqui HK, IL, ſimiles. Et ſic de reliquis. Eſſe denique rectas HK, IL, parallelas, probabitur, vt prius.

a 4. ſexti.
b 15. primi.
c 7. ſexti.
d 7. ſexti.

LEMMA X.

SI duo, pluresue circuli ſe mutuo ſecent; duæ rectæ lineæ per ſectionis punctum ductæ, quæ vel ipſos ſecent; vel vtraque ſit tangens, vel earum altera, intercipiunt circumferentias ſimiles inchoatas ab vna earum rectarum, & verſus eandem partem, atque ad punctum ſectionis, vel contactus alterius rectæ progredientes. Si autem ex eodem ſectionis puncto circulus quicunque deſcribatur, erit eius circumferentia inter duas eaſdem rectas comprehenſa, ſemiſſis illius arcus in eodem circulo ex ſectionis puncto deſcripto, qui arcui cuiuis priorum circulorum inter eaſdem rectas intercepto ſimilis eſt.

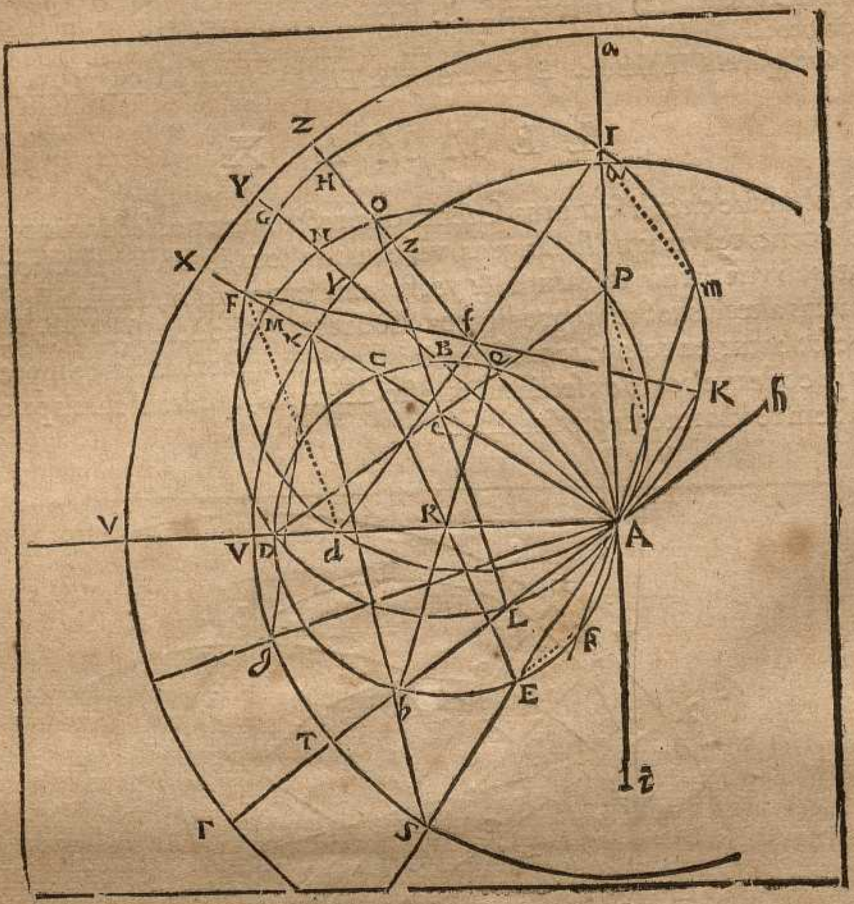


IN puncto A, ſe mutuo ſecent circuli ABCDE, AFGHIK, ALMNOP, ducanturque primum duæ rectæ ipſos ſecantes vtcunque AB, AC, quæ intercipiant arcus BC, GF, NM, quos omnes dico eſſe ſimiles. Cum enim cuilibet illorum inſiſtat angulus communis MAN, ad circumferentiam ſui circuli in puncto A, manifeſtum eſt ex ſchol. propoſ. 22. lib. 3. Eucl. ipſos ſimiles eſſe. Eodem pacto ducta recta AH, omnes tres circulos ſecante, ſimiles oſtendentur, arcus BQ, GH, NO, propter angulum communem NAH, cuilibet illorum inſiſtentem ad circumferentiam proprij circuli in puncto A. Idem dicendum eſt, ducta recta ſecante AD, de arcubus CD, Fd, MD, ob communem angulum DAM: atq; ita cæteri arcus quicunq; inter duas rectas ſecantes interiecti, ſimiles demonſtrabuntur. Id quod etiam in præcedenti lemmate demonſtratum eſt de arcubus inter duas rectas ex puncto contactus duorum circulorum intus ſe tangentium emiſſas interceptis.

DEINDE recta AP, tangat circulum ABCDE, in A, ac proinde alios ſecet in P, I, cum circuli in A, ſe interſecare ponantur, non autem tangere; (ſolum enim cum plures circuli ſe intus tangunt, vel duo exterius, vna eademque recta omnes illos in eodem puncto contactus contingere poteſt) recta autem AN, omnes tres ſecet in B, G, N. Dico ſimiles quoque eſſe arcus BA, GI, NP, quorum prior à puncto ſectionis B, vſq; ad punctum

 conta-

contactus *A*, progreditur, poſteriores vero duo à punctis ſectionum G, N, vſque ad alia puncta ſectionum I, P. De duobus quidem hiſce poſteriobus GI, NP, inter duas rectas ſecantes poſitis liquet ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. eos ſimiles eſſe, propter angulum communem N*A*I, ad eorum circumferuntias: at vero omnes tres B*A*, GI, NP, ſimiles eſſe, ita oſtendemus. Ducta diametro ARD, in circulo ABCDE, quem recta *A*P, tangit, ſecante
a 18. tertij. alios duos circulos in D, d, iungantur rectæ DP, dI. [a] Et quoniam angulus D*A*I, rectus eſt, cadent, ex coroll. propoſ. 5. lib. 4. Euclid. centra circulorum ALMNOP, AFGHIK, in rectas *D*P, dI, ideoque ſemicirculi erunt DMP, dFI, ac proinde ſemicirculo DCA, ſimiles. Cum ergo & arcus ablati DB, DN, dG, inter rectas ſecantes AD, AG, poſiti, ſimiles ſint, vt proxime oſtenſum eſt; erunt & reliqui arcus BA, GI, NP, ſimiles, ex 6. lemmate. Eademque ratione, ducta recta ſecante *A*F, arcus C*A*, FI, MP, ſimiles erunt, & ſic de cæteris.



RVRSVS recta AE, tangat circulum ALMNOP, in A, alioſque proinde ſecet in E, K, recta autem AN, omnes ſecet. Dico adhuc ſimiles eſſe arcus NLA, BDE, GAK, quorum primus NLA, inter N, punctum ſectionis, & A, punctum contactus, poſitus eſt, & ſecundus BDE, inter puncta ſectionum B, *E*, verſus eandem partem arcus NLA, iacet, & GAK, tertius à puncto ſectionis G, ad eaſdem partes priorum duorum vſque ad punctum ſectionis K, vltra A, computatur. Neque enim recta A*E*, circulum AFGHIK, citra punctum A, ſecat, vt alios. Hoc autem ſic demonſtrabimus. Ducta diametro AeM, in circulo ALMNOP, quem recta AE, tangit, ſecan-
b 18. tertij. te duos alios circulos in C, & F; iungantur rectæ C*E*, FK. [b] Et quia tam angulus MAE, rectus eſt, quam M*A*K, cadent, ex corollar. propoſition. 5. libr. 4. Euclid. centra circulorum *A*BCDE, AFGHIK, in rectas C*E*, F*K*, ideoque ſemicirculi erunt *E*DC, K*A*F, ſemicirculoque *A* D M, ſimiles. Cum ergo & arcus MN, CB, FG, inter rectas ſecantes *A*F, *A*G, iacentes, ſint ſimiles, vt ſupra monſtratum eſt; erunt toti quoque arcus NL*A*, BDE, G*A*K, ex lemmate 6. ſimiles. Pari ratione ſimiles erunt arcus DL*A*, Db*E*, d*A*K, quorum primus DL*A*, inter punctum ſectionis D, & punctum contactus *A*, ſecundus vero D b E, inter puncta ſectionum D, *E*, verſus eandem partem arcus D L *A*; Tertius denique d *A* K, inter punctum ſectionis d, citra *A*, & punctum ſectionis K, vltra *A*, exiſtit. Ducta enim rurſus diametro *A*eM, in circulo *A* L M N O P, quem recta *AE*, tangit, ſecante alios duos circulos in C, & F, iunctiſque rectis C*E*, F*K*, oſtendemus, vt proxime factum eſt, *E*DC, K*A*F, ſemicirculos eſſe, ſemicirculoque A D M, ſimiles Cum ergo & arcus ablati DM, DC, dF, ſimiles ſint, inter ſecantes rectas A*D*, AF, vt in initio huius lemmatis demonſtrauimus: erunt reliqui quoque arcus DL*A*, Db*E*, d*A*K, ſimiles ex 6. lemmate. Non aliter probabimus, arcus NPA, GIK, BAE, eſſe ſimiles, quorum primus inter punctum ſectionis N, & punctum contactus A; ſecundus vero inter duo ſectionum puncta G, K, ad eaſdem partes primi arcus intercipitur; tertius denique verſus eandem partem à puncto ſectionis B, vſque ad alteram ſectionem *E*, vltra A, numeratur. Facta namque eadem conſtructione, oſtendemus, vt proxime, ſemicirculos eſſe *K*IF, EAC, ſemicirculoque APM, ſimiles. Quare cum & ablati arcus MN, FG, CB, inter rectas ſecantes AF, AG, ſimiles ſint, vt oſtenſum eſt ad initium huius lemmatis, erunt reliqui quoq; arcus NPA, GIK, B*A*E, per 6. lemma, ſimiles.

PRÆTEREA recta *A*L, tangat circulum *A* F G H I *K*, in *A*, alioſque propterea ſecet in b, L, at recta *A* N, omnes ſecet. Dico rurſum ſimiles eſſe arcus G F *A*, BDb, NDL, quorum primus inter G, punctum ſectionis & *A*, punctum contactus, ſecundus vero inter ſectionum puncta B, b, & denique tertius inter ſectionum puncta

puncta N,L,positus est. Ducta namque diametro AfH,in circulo AFGHIK,quem recta AL, tangit, secante alios duos in Q,O,iungantur rectæ Qb,OL.[a] Et quia angulus HAL,rectus est,cadent,ex coroll.propos.5.lib.4. a 18.tertij.
Eucl.centra circulorum ABCDE, ALMNOP, in rectas bQ, Lo, ac proinde erunt bDQ, LMO, semicirculi, ideoque semicirculo AFH, similes. Sunt autem & arcus GH,BQ,NO, similes inter rectas secantes AH, AN, vt supra ostensum est.Igitur reliqui quoque arcus GFA,BDb,NDL,ex 6.lemmate similes erunt. Sic etiã ducta per A, recta klm, erunt arcus Ek, Al, Km, similes. Cum enim AE,circulum ALMNOP,tangat,erit,vt sæpius iam demonstratum est, arcus Al,inter punctum A, contactus,& punctum l, sectionis, similis arcui Km, inter duo sectionum puncta K, m, ex eadem parte arcus A l. Arcui autem Km, arcus Ek, ex scholio propos.22.lib.3. Eucl.similis est,ob angulos ad verticem æquales KAm, EAk,illis insistentes. Igitur omnes tres arcus Ek, Al, Km, similes sunt.

AD hæc,recta AE,tangat circulum ALMNOP,in A,aliosque secet in E,K: Item recta AL,tangat circulum AFGHIK,in A,aliosque secet in b,L: Denique AI,tangat in A,circulum ABCDE, secetque alios in P,I. Dico similes quoque esse tam arcus bE, LA, AK, quam arcus EDA, ADP, KAFI, & quam arcus bDA, LMP, AFI. Nam quia AE,circulum ALMNOP,tangit,erit, vt iam pridem monstratum est,arcus LA,inter L, punctum sectionis,& contactum A,similis arcui bE,inter sectionum puncta b,E, ex eadem parte arcus LA. Est autem arcui bE,similis arcus AK. (Quoniam enim hA,tangit circulum AFGHIK,in A,& KA,eundem secat, b 32. tertij.
[b] erit angulus hAK, hoc est, bAE, qui ei ad verticem æqualis est, angulo AFK, in alterno segmento æqualis: ac proinde arcus AK,bE,quibus ad circumferentias insistunt,similes erunt.) Igitur omnes tres bE,LA,AK,similes erunt.Deinde ducta in circulo ABCDE; diametro AD,iunctaque recta DP,erit DNP,semicirculus,ob angulum rectum DAP,ideoque semicirculo DCA,similis. Sunt autem & arcus DLA,DE, similes,vt iam non semel est monstratum,quod AE,circulum ALMNOP,tangat,&c. Igitur toti arcus EDA,ADP,similes quoque erunt: Sed arcus ADP,arcui KAFI,similis est.(Nam ducta diametro AM,in circulo ALMNOP,secante circulum AFGHIK,in F,iunctaque recta KF,erit KAF,semicirculus,ob rectum angulum FAK, ideoque semicirculo ADM,similis. Cum ergo & arcus FI,MP,similes sint,ob angulum communem FAI,illis ad circumferentias insistentem; erunt toti arcus KAFI,ADP,similes.) Omnes ergo tres EDA,ADP,KAFI,similes erunt. Postremo ducta diametro AH,in circulo AFGHIK,secante circulum ALMNOP, in O, iunctaque recta LO,erit LMO,propter angulum rectum LAO, semicirculus semicirculo bDQ, similis. Sunt autem & arcus OP,QA, similes, cum AP,circulum ABCDE, tangat, &c. Igitur toti arcus bDA, LMP,similes erunt: Sed arcus bDA, arcui AFI,similis est. (Ducta enim diametro AH,in circulo AFGHIK, secante circulum ABCDE,in Q,iunctaque recta bQ,erit bCQ,semicirculus,ob angulum rectum bAQ,& semicirculo AFH,similis. Cum ergo & arcus QA,HI,similes sint,quod AI,circulum ABCDE, tangat, &c. erunt quoque toti arcus bDA,AFI,similes.) Quamobrem omnes tres arcus bDA, LMP, AFI, similes erunt.

PROPOSVI autem tot casus, ac tam varios huius propositionis, quamuis in omnibus eadem fere sit demonstrandi ratio,vt intelligas, quo pacto in alijs casibus te gerere debeas.

CÆTERVM aliter, & paulo facilius ostendemus, arcum cuiuslibet circuli inter duas rectas comprehensum, quarum vna circulum tangit, & altera secat, similem esse arcui cuiusuis alterius circuli per contactum descripti, inter easdem duas rectas incluso, quarum vel vtraque circulum secat, vel vna tangit, & altera secat. Nam quia AP,circulum ABCDE,tangit,& AQ, eundem secat,& vtraque alios duos circulos secat, [c] erit angu- c 32. tertij.
lus AbQ,in alterno segmento abscisso à recta secante AQ, æqualis angulo PAQ. Ergo ex scholio propos.22. lib.3.Eucl. arcus AQ, inter duas rectas AP,AQ,comprehensus, & cui insistit angulus AbQ, similis est arcubus PO, IH, inter easdem rectas interceptis, & quibus communis angulus IAH,insistit,qui angulo AbQ,ostensus est æqualis.

RVRSVS quia AE,circulum ALMNOP, tangit, eundemque AD,secat,& vtraque circulos ABCDE, AFGHIK,secat in E,D,& K, d, ostendemus arcus ALD, ED, KAd, similes etiam esse. [d] Quia enim angulus d 32.tertij.
EAD,angulo APD,in alterno segmento æqualis est; erunt ex schol.propos.22.lib.3.Eucl.arcus ED,ALD,quibus insistunt, similes. His autem similem quoque esse arcum KAd,ita perspicuum fiet. Tangat recta AL,circulum AFGHIK, secetque circulum ABCDE, in b. Iuncta ergo recta dF, [e] erit angulus bAD,angulo AFd,in se- e 32.tertij.
gmento alterno æqualis, & angulus hAK,angulo AFK,in alterno segmento. [f] Cum ergo angulus hAK,angulo f 15.primi.
bAE,ad verticem æqualis sit; erit quoque angulus bAE, angulo AFK,æqualis, ac proinde, cum ostensus sit angulus bAB,angulo AFD,æqualis,erit totus angulus EAD,toti angulo dFK, æqualis. Atque idcirco ex scholio propos.22.lib.3.Eucl.arcus ED,KAd,similes erunt. Quocirca cum ED, ostensus sit similis arcui ALD; erunt omnes tres,ALD,ED,KAd, similes,inter rectas AE,AD, comprehensi.

PRÆTEREA cum Ab, tangat circulum AFGHIK,& Ad,eundem secet, atque vtraque duos alios cir- g 32.tertij.
los secet; [g] erit angulo AId,in alterno segmento æqualis angulus bAD. Igitur ex scholio propos.22.lib.3.Eucl. arcus Ad,inter duas rectas Ab,Ad,cui angulus AId,insistit, similis est arcubus bD, LD, inter easdem rectas, quibus angulus communis bAD,angulo AId, æqualis ostensus insistit.

AMPLIVS quia AK,circulum ALMNOP,tangit,aliosque secat in K,E. Item Ai,circulum ABCDE,tangit, aliosque secat in P,I,[h] erit angulo ADP,in alterno segmento æqualis angulus KAP,ac proinde & angulus ad ver- h 32. tertij.
ticem iAE. [i] Sed hic æqualis quoque est angulo ACE,in segmento alterno. Igitur tres anguli ACE,ADP,KAI, æ- i 32.tertij.
quales sunt,ac proinde ex scholio propos.22. lib. 3.Eucl.tres arcus AE,AP,KI,quibus insistunt,æquales sunt,inter rectas AK,Ai, comprehensi.

DENIQVE quia AP,circulum ABCDE,tangit,aliosque secat in P,I. Item AE,circulum ALMNOP,tangit, aliosque secat in E,K; iuncta recta kE, [k] erit tam angulo AkE, in alterno segmento angulus PAE, quam angulo k 32. tertij.
ALP,(iuncta recta lP,) in alterno segmento idem angulus EAP,æqualis. [l] Deinde quia iunctis rectis Km,mI,tam l 22.tertij.
duo anguli KmI,KAI,quam duo AkE,ACE,duobus rectis æquales sunt,[m] estque angulo ACE,in alterno segmen- m 32.tertij.
to æqualis angulus iAE,hoc est,KAI,ad verticem, erit quoque reliquus KmI, reliquo AkE,æqualis. Igitur omnes tres anguli AkE,AlP,KmI,æquales sunt; ideoque ex scholio propos.22.lib.3.Eucl.tres arcus ACE,ADP,KAI,similes erunt. Et sic de cæteris.

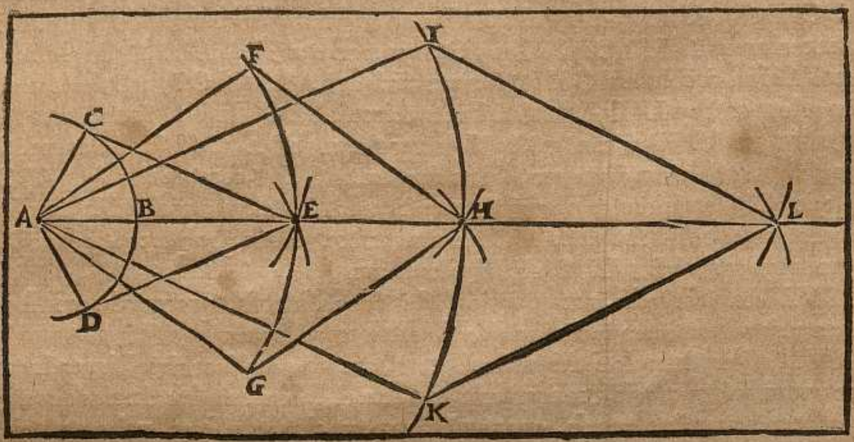
DIF.

DIFFERT autem prima hæc pars lemmatis à prima parte lemmatis antecedentis, quod hic ſolum demonſtrantur illi arcus ſimiles, qui inter duas rectas lineas, ſiue vtraq; ſit tangens, ſiue altera tantum, ſiue neutra, interijciuntur, non autem illi, quos recta aliqua abſcindit: neque enim ſimiles ſunt arcus AQ, APO, AKH, quos recta AH, aufert. At vero in priori parte lemmatis antecedentis ſimiles etiam oſtenduntur arcus à quacunque linea recta abſciſſi.

IAM vero ex ſectionis puncto A, circulus quilibet deſcribatur STV, ad quem vſque rectæ ex A, prodeuntes extendantur ſecantes eum in S, T, V, X, Y, Z, a. Dico arcum, verbi gratia, ST, ſemiſſem eſſe arcus, qui ſimilis ſit in eodem circulo, arcui Eb: adeo vt numerus graduum in arcu ST, comprehenſorum dimidiata pars ſit numeri graduum in arcu Eb, contentorum. Sumatur enim arcui ST, æqualis arcus Tg, ductaque recta gA, ducantur ex S, g, ad quodlibet punctum X, in circumferentia STVXYZ, duæ rectæ SX, gX. Quia igitur arcus ST, Tg,
a 27. tertij. æquales ſunt, [a] æquales quoque erunt anguli SAT, TAg, in centro A; ac proinde angulus SAg, anguli SAT, du-
b 20. tertij. plus erit, [b] Eſt a. idem angulus SAg, ad centrum A, duplus quoque anguli SXg, ad circumferentiam. Igitur anguli SAT, SXg, æquales erunt, ideoque ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. arcus Eb, Sg, ſimiles erunt; ac proinde arcus ST, ſemiſſis erit arcus Sg, qui arcui Eb, ſimilis eſt. Eademque ratio eſt de cæteris, quod conſtat etiam in arcubus Va, DMP, DCA, dFI, quorum prior Va, quadrans eſt continens gradus 90. propter angulum rectum VAa, poſteriores vero tres, ſemicirculi continentes ſinguli gradus 180. exiſtunt.

LEMMA XI.

RECTAM lineam breuiſſimam in continuum extendere, vel (quod idem eſt) per duo puncta parum inter ſe diſtantia lineam rectam quantumlibet producere.

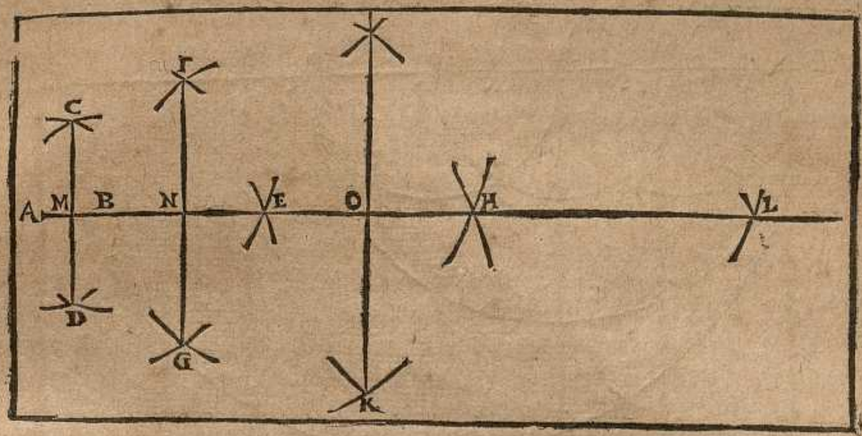


ACCIDIT frequenter, vt vel linea recta breuiſſima, qualis eſt AB, extendenda ſit, vel (quod idem eſt) per duo puncta, quorum alterum ab altero prope abeſt, cuiuſmodi ſunt duo puncta A, B, recta linea quantumlibet extendenda; quæ res non paruam habet difficultatem, propterea quod regula, qua linea ducenda eſt, facile in hanc, illamue partem flecti poteſt: adeo vt quo longius producenda eſt linea, eo maior admitti poſſit error. Ne ergo in ea linea ducenda erremus, vtendum erit hoc artificio. Ex A, per B, arcus circuli deſcribatur, in quo abſciſſis æqualibus arcubus BC, BD, (qui quo maiores erunt, eo felicius res ſuccedet) deſcribantur ex C, D, duo arcus tanto interuallo, vt commode ſe interſecare poſſint in E, hoc eſt, vt non admodum obliqua fiat ſectio, quia tunc non facile diſcerni poſſet interſectionis punctum. Deinde ex A, per E, iterum arcus deſcribatur, in quo abſciſſis duobus arcubus æqualibus EF, EG, deſcribantur ex F, G, tanto quoque interuallo duo arcus, vt commode ſe interſecare queant in H. Rurſus ex A, per H, arcus deſcribatur, in quo abſciſſis duobus arcubus æqualibus HI, HK, deſcribantur quoque ex I, K, tanto interuallo duo arcus, vt commode ſe poſſint interſecare in L: atque in hunc modum progredi licebit, quantum libuerit. Dico rectam AB, productam tranſire per puncta E, H, L, &c. adeo vt applicata regula ad puncta A, L, recta linea ducatur per puncta A, B, exquiſitiſſime, quippe cum iunctæ AB, AE, AH, AL, omnes vnam conficiant rectam lineam. Ductis enim rectis AC, AD, AF, AG, AI, AK, CE, DE, FH, GH; IL, KL; quoniam latera AC, AE, lateribus AD, AE, æqualia ſunt, & baſis quoq; CE,
c 8. primi. baſi DE, æqualis, ex conſtructione, ob æqualia ſumpta interualla ex C, D, vſque ad E; [c] erit angulus CAE, angulo DAE, æqualis, hoc eſt, recta AE, angulum CAD, ſecabit bifariam: ſed & recta BA; eundem angulum CAD,
d 27. tertij. bifariam diuidit, [d] quod anguli BAC, BAD, æquales ſint propter æquales arcus BC, BD. Igitur recta EA, per B, tranſit, ne duæ rectæ dicantur eundem angulum CAD, bifariam partiri. Rurſus quia latera AF, AH, lateribus
e 8. primi. AG, AH, æqualia ſunt, & baſis FH, baſi GH, eadem de cauſa; [e] erunt quoque anguli FAH, GAH, æquales, id
f 27. tertij. eſt, recta HA, angulum FAG, bifariam ſecabit. Cum ergo & eundem angulum bifariam ſecet recta EA, [f] quod anguli EAF, EAG, ob æquales arcus EF, EG, æquales ſint, tranſibit recta HA, per E: ac proinde & per B, cum recta EA, tranſire oſtenſa ſit per B Non aliter demonſtrabimus, rectã LA, tranſire per H, ideoq; & per E, B, &c.

HÆC praxis hoc etiam modo inſtitui poteſt. Ex punctis A, B, datis, vel extremis datæ lineæ AB, ad quoduis interuallum, quod paulo maius ſit data recta AB, bini arcus hinc inde deſcribantur ſecantes ſeſe in C, D. Et ex C, D, alij duo arcus tanto interuallo, vt commode ſe interſecent in E. Rurſus ex B, E, bini alij arcus vtrinque ſecantes ſeſe in F, G. Et ex F, G duo alij arcus ſe interſecent in H. Item ex E, H, vtrinque ſe interſecent bini alij arcus in I, K. Atque ex I, K, alij duo arcus ſeſe interſecent in L. Atque hoc modo quantum libuerit, procedatur. Dico omnia puncta A, B, E, H, L, in vna recta iacere linea. Nam ex ijs, quæ in praxi propoſ. 10. lib. 1. Eucl. diximus, recta AB, rectam iunctã CD, diuidit ad angulos rectos, & bifariam in M, (quod tamen ſic demonſtrabitur

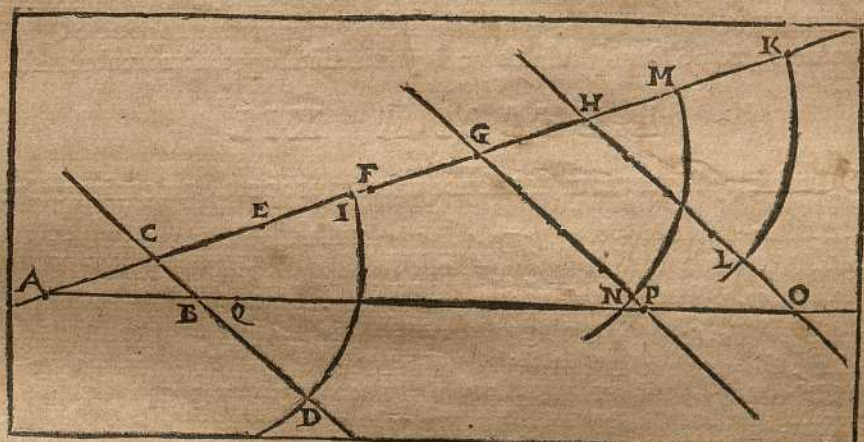
ductis

ductis rectis AC, AD, BC, BD. Quoniã duo latera CA, AB, duobus laterib. DA, AB, æqualia sunt, & basis CB, basi DB,[a] erit angulus CAB, angulo DAB, æqualis. Igitur cũ duo latera CA, AM, duob. laterib. DA, AM, æqualia sint, angulosq; cõtineant æquales, vt proxime ostensum est.[b] erunt & bases CM, DM, æquales, & anguli ad M, ac proinde recti.) Item recta iuncta EM, ad eandẽ CD, perpendicularis est, ac proinde rectæ BM, congruit, h.e. per punctum B, transit, ita vt vna recta sit AE. Rursus eodem modo HN, per E, transibit, vt vna recta sit AH, quod a 8. primi. b 4. primi.



tam recta BE, rectam FG, secet bifariam, & ad angulos rectos, quam recta HN, ad eandem FG, perpendicularis sit. Non aliter ostendes LO, per H, transire, ideoque ABNEOHL, esse vnam rectam lineam, propterea quod recta EH, rectam IK, secat bifariam, & ad rectos angulos, & recta iuncta LO, ad eandem IK, perpendicularis est.

ALITER. Per extremum A, educatur recta vtcunque ACK, faciens cum AB, angulum, nec valde magnum, nec valde acutum. Deinde per alterum extremum B, ducta vtcunque alia recta BD, secante AK, in C, ita tamen vt AB, & AK, non valde oblique secentur, sed ita, vt intersectionum puncta C, B, commode discerni possint, abscindantur ipsi AC, beneficio circini quotcunq; rectæ æquales CE, EF, FG, GH; & ex C, & vlt. puncto H, interuallis æqualibus CI, HK, arcus describantur ID, KL; sumptoque arcu KL, æquali arcui ID, inter rectas CI, CD, intercepto, ducatur recta HL, ex qua vsque ad O, accipiantur tot partes æquales ipsi CB, quot partes æ-

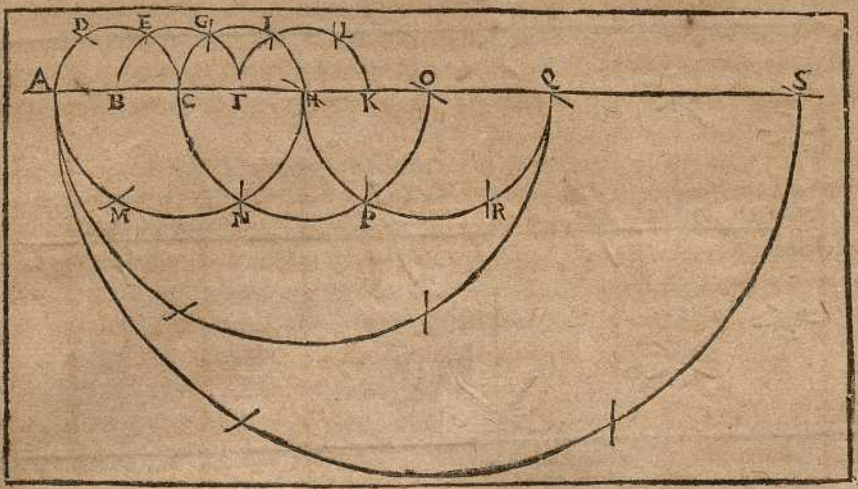


quales ipsi AC, sunt in AH. Nam recta AB, producta cadet in O, vel recta AO, per B, transibit. Quoniam enim arcus ID, KL, æquales sunt;[c] erunt anguli etiam ICD, KHL, internus & externus, æquales,[d] ac proinde CB, HO, parallelæ erunt. Cum ergo sit, vt AC, ad AH; ita CB, ad HO, quod toties contineatur AC, in AH, quoties CB, in HO, ex constructione; transibit ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. recta AO, per B, & recta AB, per O. Quod si ex G, alius arcus describatur MN, ad idem interuallum CI, vel HK, sumaturque arcus MN, eidem arcui ID, æqualis, erit eodem argumento ducta GN, ipsi CD, parallela. Si igitur in GN, accipiantur rursus tot partes vsq; ad P, ipsi CB, æquales, quot partes ipsi AC, æquales sunt in AG, transibit eadẽ recta AO, per punctũ etiam P: quod eadem sit proportio AG, ad AH, quæ GP, ad HO, propterea quod multitudo partium ipsius AG, est æqualis multitudini partium GP: & multitudo partium ipsius AH, æqualis multitudini partium ipsius HO, &c. Atque hac ratione plura puncta inuenientur, per quæ recta AB, extensa transibit, si nimirum ex aliis partibus ipsius AH, parallelæ ipsi CB, agantur, &c. c 27. tertij. d 28. primi.

POTES quoque, si placet, antequam rectam CD, per B, ducas, sumere in AK, quotcunque partes æquales ad libitum AC, CE, &c. & per C, rectam ducere, quæ rectam AB, ductam in puncto aliquo secet. Vt si puncta data essent A, Q, ducta esset per C, recta CD, secans AQ, in B. Nam si reliqua fiant, quæ prius, absoluemus id, quod propositum est, eodem modo. Atque hac posteriori via non opus est circino partem AC, accipere, (quæ si non exquisite accipiatur, necessario efficitur, vt eius multiplex AH, vel AG, sit vel nimis magna, vel nimis parua; qui error vitatur, si ante ductum lineæ CD, sumantur, vt dictum est, quotuis partes æquales AC, CE, &c.) sed satis est, si CB, circino accipiatur, & in rectas HL, GN, toties transferatur, quoties AC, in AH, AG, existit.

LIBET hoc idem tertia adhuc ratione facillima absoluere, & quidem si lubet, vnico circini interuallo. Sint enim rursus data duo puncta A, B, vel recta AB, producenda. Ex B, per A, arcus describatur AC, ex quo ad idem interuallum AB, tres æquales arcus abscindantur AD, DE, EC. Rursus ex C, ad idem interuallum describatur

batur arcus BF, qui per B, centrum prioris transibit, cum eius semidiameter huius semidiametro ponatur æqualis. Abscissis autem eodem interuallo tribus arcubus æqualibus BE, EG, GF; (cadetq; punctum E, in punctum intersectionis arcuum AC, BF, ob semidiametrorum æqualitatem) describatur quoque ex F, arcus CH, ad idem interuallum, qui eadem de causa per C, centrum antecedentis arcus incedet. Sumptis eodem interuallo tribus arcubus æqualibus CG, GI, IH, (cadetque eadem ratione punctum G, in sectionem arcuum BF, CH) describa-



tur rursum per F, eodem interuallo ex H, arcus FK, in quo iterum sumantur eodem interuallo tres æquales arcus FI, IL, LK, atque in hunc modum constructio eadem continuetur, quantum libuerit, aut opus fuerit. Dico rectam AB, extensam transire per omnia puncta inuenta C, F, H, K. Quoniam enim ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. arcus AD, DE, EC, tres sextæ partes circuli sunt; erit ADEC, semicirculus, ideoque diameter AC, per centrum B, transibit. Eadem ratione transibit BF, per C, & CH, per F, & FK, per H, &c.

QVANDO data linea AB, est perexigua, ne praxis longior, quam par est, euadat, inuento puncto C, extensaque recta AB, vsque ad C, si ex C, ad interuallum rectæ CA, arcus describatur AH, in eoque accipiantur eodem interuallo CA, tres arcus æquales AM, MN, NH, inuentum erit punctum H: Ex quo si ad idem interuallum per C, arcus describatur, reperietur eodem modo punctum O: & si ex hoc ad idem interuallum OH, arcus dascribatur, inuenietur eadem ratione punctum Q, & sic deinceps. Imo inuento puncto H, si ex eo arcus AQ, ad interuallum HA, describatur, reperies similiter punctũ Q; atq; ex inuento puncto O, si arcus per A, describatur AS, inuenies punctum S. Deniq; infinitis modis praxin mutare poteris in arcubus describendis, &c.

LEMMA XII.

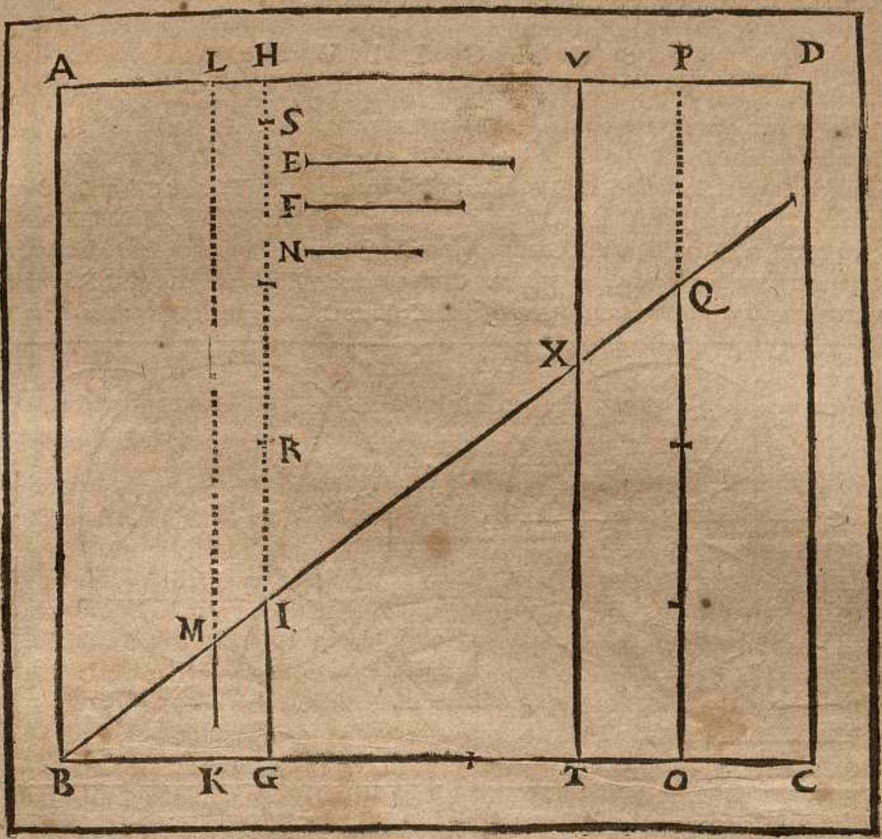
DATIS duabus rectis tertiam, & tribus quartam proportionalem inuenire.

HIC solum propositionem 11. & 12. lib. 6. Eucl. ad faciliorem praxim reuocabimus. Huic autem negotio aptissimum est rectangulum qualecunque ABCD. In hoc enim nullo labore id, quod propositum est, exequemur. Sit ergo duabus rectis E, F, reperienda tertia proportionalis: Primæ E, abscindantur æquales BG, AH, in lateribus rectanguli oppositis, & iuncta recta GH, abscindatur GI, æqualis secundæ F, connectaturq; recta BI,
a 33. primi. & vlterius protendatur, si opus fuerit. Deinde etiam secundæ F, vel GI, æquales auferantur BK, AL, iungaturq;
b 30. primi. KL, secans BI, in M. Dico KM, tertiam esse proportionalem duabus E, F, vel BG, GI.[a] Quoniam enim GH, KL,
c 4. sexti. ipsi AB; parallelæ sunt, [b] atque adeo & inter se; [c] erit vt BG, ad GI, ita BK, ad KM. Cum ergo BG, ipsi E, & GI, BK, ipsi F, æquales sint, erit quoq; vt E, ad F, ita F, ad KM; adeo vt si sumatur N, ipsi KM, æqualis, habeantur tres lineæ continue proportionales E, F, N.

SIT rursus tribus rectis datis BG, GI, BO, inuenienda quarta proportionalis. Prima ac tertia collocentur in latere BC, initio facto à B, eisque in latere opposito æquales abscindantur AH, AP: Iunctis autem rectis GH,
d 4. sexti. OP, & a termino primæ abscissa GI, æquali ipsi secundæ, ducatur recta BI, quæ producta secet OP, in Q. Dico OQ, esse quartam proportionalem quæsitam. [d] Erit enim, vt prius, BG, prima ad GI, secundam, quemadmodum BO, tertia ad OQ, quartam. Sic tribus rectis BO, OQ, BG, reperietur quarta proportionalis GI.

VERVM vt omnia hæc fiant quam exquisitissime, diligenter hæ cautiones adhibendæ sunt. Primum quando duabus rectis tertia inuenienda est proportionalis, si quidem prima æqualis est, vel maior quam secunda, cuiusmodi fuerunt duæ E, F, quibus æquales abscissæ sunt BG, GI, nihil in præcepto dato immutandum est, eo quod tunc recta BI, non admodum oblique rectas GI, KM, secat; ex quo fit, punctum intersectionis M, commode discerni posse, quod secus accideret si GI, obliquius secaretur.

SI vero prima fuerit minor quam secunda, vt si datæ sint duæ BG, GS, quoniam tunc ducta recta BS, & oblique valde ipsam GS, intersecat, & longius produci debet, vt cum TV, (sumpta BT, æquali ipsi secundæ GS) conueniat, secabimus secundam GS, bifariam in R, & GR, rursus bifariam, atque ita deinceps, donec in partem incidamus, quæ vel æqualis sit primæ BG, vel minor, qualis hic est GI, quarta pars secundæ. Et quia ducta recta BI, licet non nimis oblique ipsam GI, secet; tamen quia longius produci debet, vt intersecet ipsam TV; rectius fecerimus, si in latere BC, sumamus aliquot partes primæ lineæ BG, æquales, donec inueniamus rectam BO, ipsius BG, multiplicem, quæ vel æqualis sit rectæ BT, vel maior, (in exemplo est BO, primæ BG, tripla) atque in parallela OP, accipiamus OQ, ita multiplicem ipsius GI, vt est BO, ipsius BG, multiplex. Nam ducta recta BQ, (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclidis, cum sit, vt BG, ad BO, ita GI, ad OQ, ex con-ex constructione) secabit parallelam TV, in X, eritq; TX, (quarta proportionalis ipsis BG, GI, BT,) quarta pars tertiæ proportionalis quæsitæ, eadem nimirum pars, quæ est GI, secundæ lineæ GS, adeo vt TX, quater sumpta conficiat totam tertiam proportionalem. [a] Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BT, secunda ad TX; erit quoque ex scholio prop. 22. lib. 5. Eucl. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad GS, secundam, ita BT, secunda ad quadruplam ipsius TX, atque idcirco quadrupla ipsius TX, erit tertia proportionalis quæsita. a 4. sexti.



QVOD si prima, vel secunda linea data fuerit longior, quam rectangulum, quod quidem vel propter spacij angustiam produci nequit, vel producere non libet, sumendæ erunt earum semisses, & harum semissium iterum dimidiatæ partes, & sic deinceps, donec partes habeantur rectangulo breuiores. Inuenta namque tertia proportionali hisce partibus, si ea toties multiplicetur, quoties illæ partes in totis lineis continentur, conficietur tertia proportionalis quæsita, [b] quod partes cum pariter multiplicibus eandem habeant proportionem. b 15. quinti

DEINDE quando tribus rectis adiungenda est quarta proportionalis, si quidem prima est omnium maxima, seruandum est præceptum supra traditum ad vnguem, sicut patuit in rectis BO, OQ, BG, quibus quarta proportionalis inuenta est GI.

SI vero prima non sit maxima, maior tamen quam secunda, vt si datæ sint tres rectæ BG, GI, BT, multiplicanda erit prima BG, in recta BC, donec habeatur BO, maior quam tertia BT, vel æqualis: Et in ducta parallela OP, multiplicanda secunda GI, vsque ad Q, toties, quoties prima BG, vsque ad O, multiplicata fuit: vt in dato exemplo BO, OQ, triplæ sunt ipsarum BG, GI. Ducta enim recta BQ, (quæ ex scholio propositio. 4. libr. 6. Euclid.* per I, transibit) secante parallelam TV, in X; [c] erit tribus BG, GI, BT, quarta proportionalis TX. c 4. sexti.

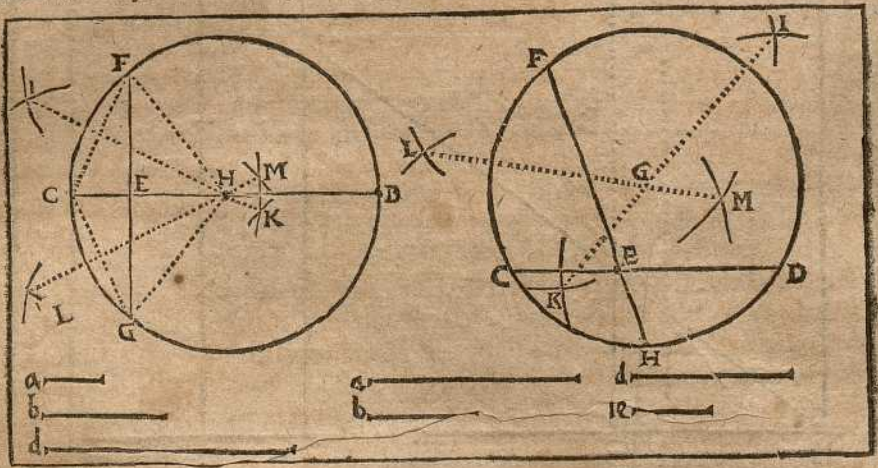
AT si prima maxima non sit, sed minor quidem quam secunda, maior autem quam tertia, vt si datæ sint tres rectæ BG, GS, BK, sumenda erit secundæ GS, pars dimidiata, vel quarta, vel octaua, &c. donec pars occurrat, cuiusmodi est quarta pars GI, minor quam prima linea BG. Nam ducta recta BI, secante parallelam KL, in M, erit KM, quarta pars quartæ proportionalis quæsitæ, eadem pars videlicet, quæ est GI, secundæ GS. [d] Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BK, tertia ad KM; erit quoque ex scholio propos. 22. lib. 5. Euclid. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad secundam GS, ita BK, tertia ad quadruplam ipsius KM; ideoque quadrupla ipsius KM, erit quarta proportionalis, quæ inquiritur. d 4. sexti.

SIC etiam, si prima non sit maxima, sed minor, quam secunda & tertia, vt si tres rectæ datæ sint BG, GR, BT, accipienda erit secundæ GR, dimidiata pars, vel quarta, &c. quæ videlicet minor sit, quam prima BG, qualis est GI, semissis secundæ GR. Quo facto, prima BG, & secundæ accepta pars GI, æqualiter multiplicandæ in BC, OP, donec BO, inueniatur maior, vel æqualis tertiæ BT: vt in dato exemplo BO, OQ, triplæ sunt ipsarum BG, GI. Ducta enim recta BQ, (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl.) secante parallelam TV, in X, erit TX, talis pars quartæ proportionalis inueniendæ, qualis est GI, secundæ lineæ GR, nimirum in dato exemplo pars dimidiata. [e] Quia enim est, vt BG, prima ad GI, ita BT, tertia ad TX, erit etiam, ex scholio propos. 22. lib. 5. Eucl. vt BG, prima ad duplam ipsius GI, id est, ad secundam GR, ita BT, tertia ad duplam ipsius TX, ac proinde dupla ipsius TX, quarta proportionalis erit tribus datis BG, GR, BT. e 4. sexti.

QVOD si prima, ac tertia longiores sint rectangulo, secandæ erunt ambæ bifariam, vel in quatuor partes æquales, &c. secunda intacta relicta. Nam ita erit pars primæ ad secundam, vt eadem pars tertiæ ad quartam inuentam. Si autem sola prima sit longior, diuidendæ erunt pariter prima & secunda, tertia intacta relicta: quia ita erit prima ad secundam, hoc est, vt pars primæ ad eandem partem secundæ, vt tertia ad quartam inuentam. Si denique sola tertia longior fuerit, ea sola diuidenda erit. Ita namque erit prima ad secundam, vt pars tertiæ ad eandem partem quartæ inuentam. Si ergo toties sumatur pars quartæ inuenta, quoties accepta pars tertiæ in tertia continetur, conflabitur tota quarta proportionalis, quæ quæritur.

SCHOLIVM.

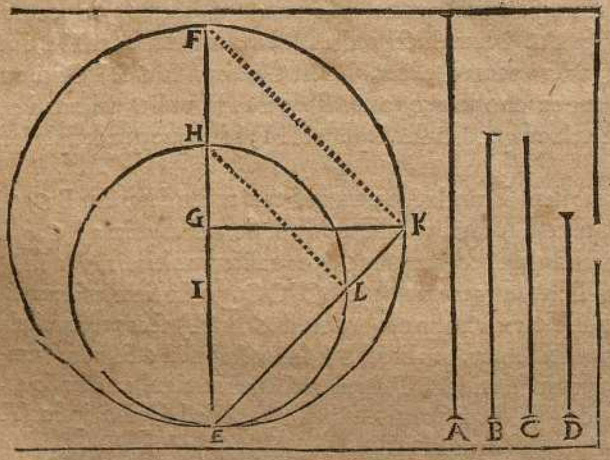
SED totum hoc lemma hac alia ratione absoluemus, quæ quidem in Astrolabio, & plerisq; aliis in rebus commodissima est, præsertim quando duabus rectis tertia proportionalis adinuenienda proponitur. Sit duabus rectis a, b, adiungenda tertia proportionalis. In recta quauis CD, sumatur primæ a, æqualis CE, & per E, ducta ad CD, perpendiculari FG, sumantur EF, EG, secundæ b, æquales: Et per tria puncta F, C, G, circulus describatur ex centro H, secans CD, in D. Dico ED, tertiam esse proportionalem ad duas CE, EF, hoc est, ad duas a, b. Quoniam enim ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. EF, media proportionalis est inter CE, ED; erit vt CE, ad EF, ita EF, ad ED. Sumpta igitur d, ipsi ED, æquali, erit quoque vt a, ad b, ita b, ad d; ac proinde d, ipsis a, b, tertia proportionalis est, quod est propositum. Centrum autem H, inuenietur, si ex C, F, ad idem interuallum ex vtraque parte quatuor arcus describantur interfecantes sese in I, K; Et ex C, G, alij quatuor secantes sese in L, M. Nam rectæ



IK, LM, se interfecabunt in H, centro, quod in scholio propos. 25. lib. 3. Eucl. demonstrauimus: eritque centrum H, in recta CD, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. Quod etiam inuenietur, si ductis rectis CF, CG, angulis FCE, GCE, æquales fiant CFH, CGH. Rectæ namque FH, GH, secabunt CD, in H, centro: propterea quod tres rectæ HF, HC, HG, æquales sunt. Nam HF, HG, [a] *æquales*
a 4.primi. b 6.primi. *sunt, propter duo latera EF, EH, æqualia duobus lateribus EG, EH, & angulos rectos ad E.* [b] *At vtrauis HF, HG, ipsi HC, æqualis est, ob angulos æquales ad C, F, vel C, G.*

SIT rursum tribus rectis a, b, d, reperienda quarta proportionalis. In qualibet recta CD, abscindantur secundæ b, & tertiæ d, æquales CE, ED, & per E, ducta recta FH, vtcunque, siue perpendiculari ad CD, siue non, sumatur primæ a, æqualis EF. Et per tria puncta F, C, D, circulus describatur ex centro G, secans EH, in H. Dico EH, esse ipsis a, b, d, hoc est, ipsis EF, EC, ED, quartam proportionalem: adeo vt e, ipsi EH, æqualis, sit quæsita quarta proportionalis. [c] *Quoniam enim rectangulum sub*
c 35.tertij. d 16.sexti. *EF, prima, & EH, quarta, rectangulo sub EC, secunda, & ED, tertia, æquale est;* [d] *erit vt EF, prima ad EC, secundam, ita ED, tertia ad EH, quartam, quod est propositum. Centrum autem G, reperietur quoque hic, si ex F, D, ad idem interuallum ex vtraq; parte quatuor arcus describantur se interfecantes in I, K: Et ex C, F, alij quatuor sese interfecantes in L, M. Rectæ namque IK, LM, in centro G, se mutuo diuident, vt in dicto scholio propos. 25. lib. 3. demonstratum est à nobis.*

ALITER adhuc, si placet, totum Lemma expediemus hoc modo. Sit duabus rectis A, B, inuenienda tertia proportionalis, sitque primum A, prima maior. Sumpta recta EF, ipsi A, æquali, describatur circa eam ex medio puncto G, circulus EKF, in quo applicetur recta EK, ipsi B, æqualis, eidemque æqualis abscindatur EH, circa quam ex medio puncto I, circulus describatur ELH, secans EK, in L. Dico EL, tertiam proportionalem esse. Quoniam enim iunctæ rectæ FK, HL, per 9. lemma parallelæ sunt, quod circuli se mutuo tangant in E, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid. erunt triangula EFK, EHL, æquiangula. [e] *Igitur erit, vt*
e 4.sexti. *EF, hoc est, vt A, ad EK, id est, ad B, ita EH, vel B, ad EL.*



SIT deinde duabus rectis D, C, inuenienda tertia proportionalis, sitque D, prima minor. Sumpta recta EH, secundæ maiori C, æquali, describatur circa eam ex puncto medio I, circulus ELH, in quo applicetur recta EL, primæ D, æqualis, ex qua producta abscindatur EK, ipsi EH, vel secundæ C, æqualis, anguloque KEH, æqualis fiat EKG,
f 6.primi. [f] *ita vt rectæ GE, GK, æquales sint. Descripto autem ex G, circulo per E, K, secante EH, productam in F; dico EF, esse*
g 4. sexti. *tertiam proportionalem.* [g] *Erit enim vt prius, ita EL, vel prima D, ad EH, vel ad C, secundam, vt EK, vel C, secunda, ad EF.*

RVRSVS tribus rectis A, B, C, quarum prima maior sit, quam secunda & tertia, inuenienda sit quarta proportionalis. Circa rectam EF, primæ A, æqualem circulus describatur EKF. Et circa rectam EH, secundæ B, æqualem circulus EHL, describatur; appliceturque in priori circulo recta EK, tertiæ C, æqualis secans posteriorem circulum in L. Dico
EL, esse

EL, esse quartam proportionalem. [a] *Erit enim vt prius, ita EF, ad EK, vt EH, ad EL. Igitur permutando, vt EF, vel A, prima ad EH, vel ad B, secundam, ita EK, vel C, tertia ad EL.* a 4. sexti.

ITEM tribus rectis C, D, A, quarum prima maior sit, quam secunda, minor autem, quam tertia, sit inuenienda quarta proportionalis. Circa rectam EH, primæ C, æqualem describatur circulus ELH, in quo applicetur EL, secundæ D, æqualis. Et ex EH, producta, abscissa EF, tertiæ A, æquali, describatur circa eam circulus EKF, secans EL, productam in K. Dico EK, esse quartam proportionalem. [b] *Erit enim vt prius, ita EH, vel C, prima, ad EL, vel ad D, secundam, vt EF, vel tertia A, ad EK.* b 4. sexti.

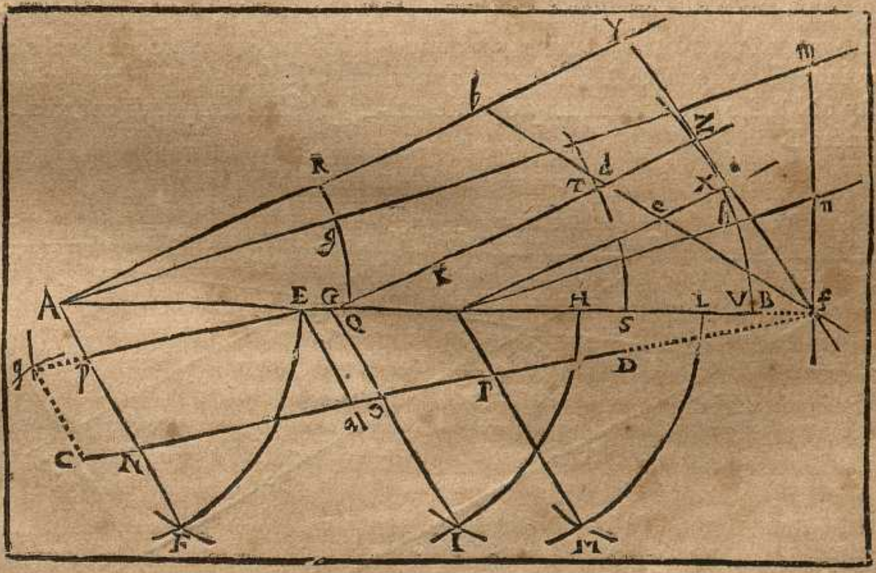
PRÆTEREA tribus rectis B, A, D, quarum prima minor sit, quam secunda, maior autem quam tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa EH, primæ B, æqualem describatur circulus ELH, in quo applicetur EL, tertiæ D, æqualis. Sumptaque in EH, producta, recta EF, secundæ A, æquali describatur circa eam circulus EKF, secans EL, productam in K. Dico EK, esse quartam proportionalem. [c] *Erit enim vt prius, ita EH, ad EL, vt EF, ad EK. Igitur permutando, vt EH, hoc est, vt B, prima, ad EF, vel ad A, secundam, ita EL, vel D, tertia, ad EK.* c 4. sexti.

DENIQVE tribus rectis D, C, B, quarum prima sit minor, quam secunda & tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa EH, secundæ C, æqualem describatur circulus ELH, in quo applicetur EL, primæ D, æqualis, ex qua producta abscindatur EK, tertiæ B, æqualis, anguloque KEH, æqualis, fiat EKG, [d] *ita vt rectæ GE, GK, æquales sint. Descripto autem ex G, per E, K, circulo secante EH, productam in F; dico EF, esse quartam proportionalem.* [e] *Erit enim vt prius, ita EL, vel prima D, ad EH, vel ad secundam C, vt EK, vel tertia B, ad EF.* d 6. primi. e 4. primi.

LEMMA XIII.

DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, inuenire punctum, in quo conueniant, etiamsi neutra producatur.

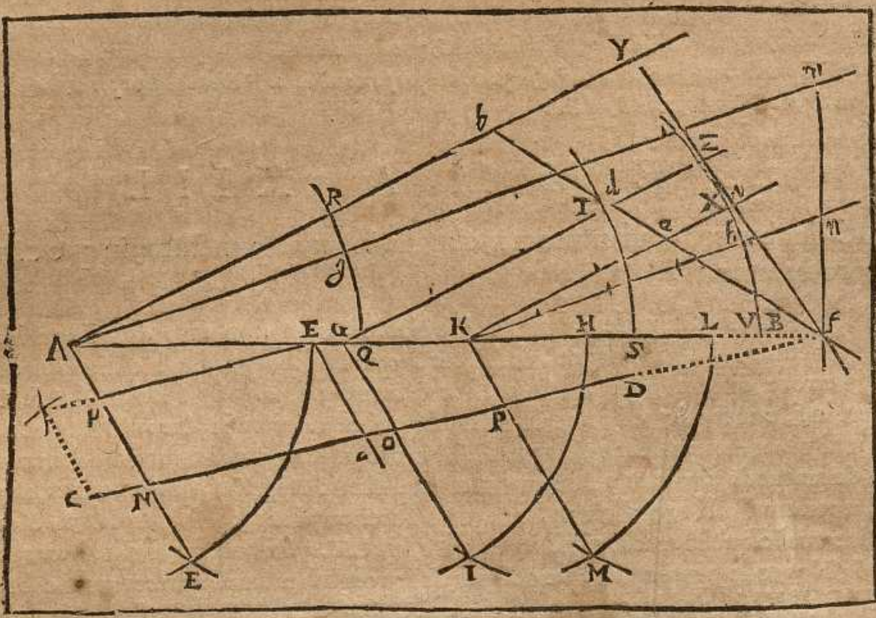
MAGNVS est vsus huius lemmatis in Astrolabio, cum non raro duæ lineæ longius producendæ sint, vt punctum, in quo coeunt, habeatur, quod quidem propter obliquam earum intersectionem vix sine errore discerni potest. Quare hoc vtemur artificio. Sint duæ rectæ AB, CD, quæ productæ coeant vere in f, puncto, quod tamen nos inuestigabimus, etiamsi rectæ AB, CD, non producantur. Si datæ rectæ sint nimis breues, vt si datæ essent AG, CN, producantur, per lemma 11. quantumlibet vsque ad B, D, & inter eas ducantur duæ, vel tres, vel etiam plures parallelæ AF, GI, KM, quo enim fuerint plures, eo certius punctum f, reperietur. Hæ parallelæ nullo negocio ducentur, si ex diuersis centris A, G, K, in recta AB, assumptis eodem interuallo quolibet arcus describantur, EF, HI, LM. Ex his enim si æquales arcus abscindantur in punctis F, I, M. (Nos eodem interuallo, quo descripti sunt, eos abscindimus, ac si constitui deberent æquilatera triangula AEF, GHI, KLM, quod tamen necessarium non est) [f] erunt ductæ AF, GI, KM, ex centris parallelæ, [g] quod anguli A, G, K, æquales sint, ob æquales arcus EF, HI, LM, secabuntque rectam CD, in N, O, P. Rursus per A, G, K, parallelæ ducantur acutos angulos cum AB, efficientes, quæ facile etiam ducentur hoc modo. Descriptis ex A, G, K, arcubus QR, ST, VX, eodem interuallo quantocunque, (quo autem fuerit maius, eo melius) resecentur arcus non valde magni æquales in punctis R, T, X. [h] Ductæ enim rectæ AR, GT, KX, parallelæ erunt, f 28. primi. g 27. tertij. h 28. primi



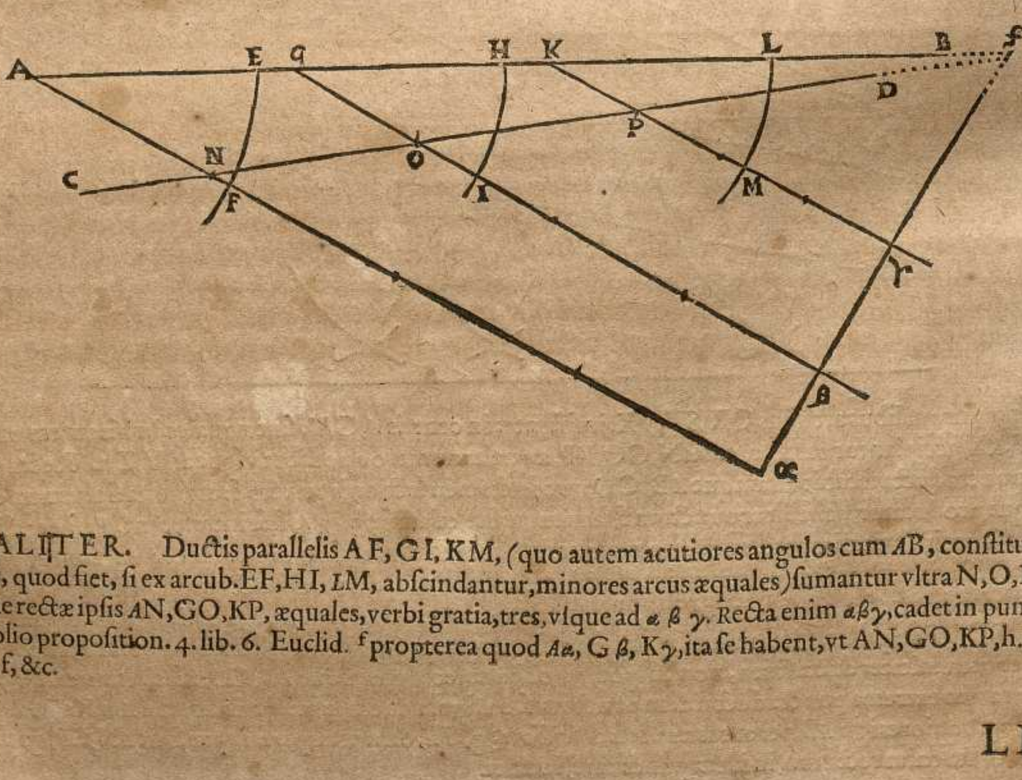
[i] quod anguli æqualibus arcubus QR, ST, VX, insistentes in centris A, G, K, sint æquales. In his autem parallelis AR, GT, KX, accipiantur partes rectis AN, GO, KP, æquales numero quotlibet vsque ad Y, Z, a. Recta etenim per hæc puncta ducta secabit vtramque AB, CD, productam in sectionis puncto f: atque ita si alterutra earum, vel vtraque producatur, habebitur punctum f, satis exquisite, etiamsi oblique sese intersecent. Et si per alia puncta b, d, e, terminantia alias partes numero æquales ducatur recta, transibit ea per idem punctum f, atque ita magis exquisite inuentum erit punctum intersectionis f; Immo hac ratione punctum f, habebitur, in quo conuenire debent datæ rectæ AB, CD, etiamsi productæ non sint. Eadem ratione si vltra Y, Z, a, sumantur aliæ partes ipsis AN, GO, KP, æquales, (Curandum autem est, vt tot numero æquales accipiantur, quot satis esse videbuntur, vt per extremitates ducta linea, non admodum oblique secet vtramque AB, CD, vel alteram earum) dabit recta per earum extrema puncta ducta idem punctum f. In figura ductæ sunt aliæ duæ rectæ Am, Kn, inter se parallelæ propinquiores ipsi AB, per arcus æquales abscissos Qg, Vh, & in vtraque sumptæ sunt AN, KP, quinquies vsq; ad m, n. Ita enim recta mn, in idem punctum f, incidet. i 27. tertij.

QVAMLIBET autem rectarum be, Ya, mn, cadere in punctum f, vbi vere rectæ AB, CD, sese inter-
a 4. sexti. secant, ita demonstrabimus. Quoniam [a] est vt Af, ad AN, ita Gf, ad GO; erit permutando vt Af, ad Gf, ita AN,
b 15. quinti ad GO. [b] Vt autem AN, ad GO, ita quoque est AY, ad Gz, quod hæ sint illarum æque multiplices. Igitur erit etiam, vt Af, ad Gf, ita AY, ad Gz, ac proinde ex schol. propos. 4. lib. 6. Eucl. recta Yf, per Z, transibit; ideoque YZ, producta in f, incidet. Eademq; ratio est de aliis.

QVOD si quando contingat, rectas datas esse tam parum inter se distantes, vt parallelæ inter ipsas sint nimis paruæ, ac propterea incommode id, quod proponitur, effici possit, cuiusmodi sunt duæ AG, pE, ducenda erit vtcunque recta Ap, eaque producta aliquoties sumenda, vt v. g. ter vsque ad N, ac per N, ipsi pE, parallela ducenda NO, inueniendumque punctum f, in quo conueniunt AG, NO, productæ. Nam si, qualis pars est Ap,
c 4 sexti. ipsius AN, talem partem ex Af, abscindas AE, conuenient AG, pE, in E; [c] propterea quod parallela pE, proportionaliter secare debet latera AN, Af, &c.



ALITER. Ducta recta AN, vtcunque ab extremo A, quæ ipsam CD, non valde oblique secet, ducatur ex quouis puncto E, rectæ AB, ipsi CD, parallela secans AN, in p: quæ facile hoc modo ducetur. Ducatur Eα, vtcunque secans CD, in α, & interuallo Eα, ex C, arcus describatur, quem in q. secet alius arcus ex E, ad inter-
d 4. sexti. uallum αC, descriptus. Nam recta Eq, secans AN, in p, parallela erit ipsi CD; quod quadrilaterum EαCq, sit ex scholio propos. 34. lib. 1. Euclid. parallelogrammũ, ob latera opposita æqualia. [d] Quia igitur est, vt pA, ad AE, ita NA, ad Af; si tribus pA, AE, NA, inueniatur, per lemma præcedens, quarta proportionalis, eique æqualis ex
e 2. sexti. AB, abscindatur, initio facto à puncto A, incidemus in punctum f. Vel sic. [e] Quoniam est vt Ap, ad pN, ita AE, ad Ef, si tribus Ap, pN, AE, quarta inueniatur proportionalis Ef, dabit ea idem punctum f, translata in rectã AB, initio facto à puncto E.



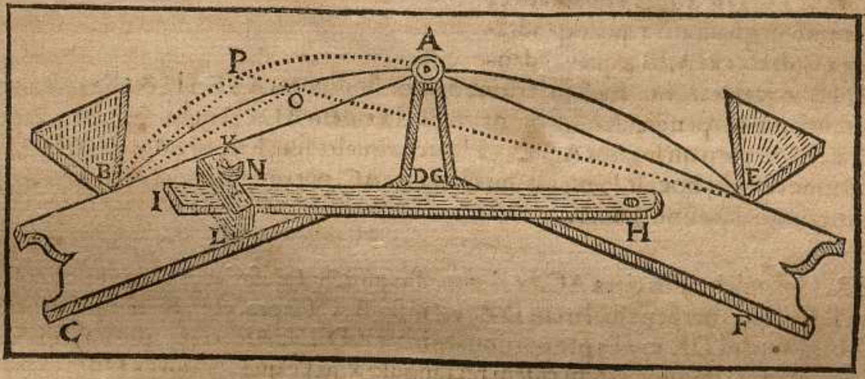
ALITER. Ductis parallelis AF, GI, KM, (quo autem acutiores angulos cum AB, constituent, eo melius, quod fiet, si ex arcub. EF, HI, LM, abscindantur, minores arcus æquales) sumantur vltra N, O, P, quotcunque rectæ ipsis AN, GO, KP, æquales, verbi gratia, tres, vsque ad α β γ. Recta enim αβγ, cadet in punctum f,
f 15. quinti. ex scholio proposition. 4. lib. 6. Euclid. [f] propterea quod Aα, Gβ, Kγ, ita se habent, vt AN, GO, KP, h.e. vt Af, Gf, Kf, &c.

LEM-

LEMMA XIV.

INSTRVMENTVM construere, quo per data tria puncta, etiamsi secundum lineam ferme rectam constituta sint, arcus circuli possit describi, siue auxilio circini.

IN Astrolabij constructione accidit nonnunquam, vt per tria puncta in rectam ferme lineam constituta arcus circuli describendus sit, quod circino vix, aut ægre fieri potest, propterea quod centrum eius circuli nimis procul à datis punctis abest, (quando enim centrum commode haberi potest, docuimus in scholio propos. 25. lib. 3. & in scholio propos. 5. lib. 4. Euclid. qua id ratione inueniendum sit) idcirco hoc loco structuram docebimus cuiusdam instrumenti, quo vel eum arcum describamus, vel certe inter data tria puncta reperiamus quotuis alia puncta, per quæ ille arcus transire debet. Construxit quidem simile instrumentum magna industria Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis in planisphæriorum vniuersalium theorica, sed nos aliud aliquanto simplicius olim excogitaueramus, quod hic describendum censeo: Duæ ergo regulæ eiusdem & latitudinis & crassitiei ABCD, AEFG, quæ sint tantæ longitudinis, quantam fere distantiam inter se habent duo extrema puncta, per quæ arcus est describendus, ita per circellum compingantur, vt latera AB, AE, producta per centrum transeant, ipsæque regulæ circa idem centrum, tanquam cardinem, moueri queant, vt videlicet modo magis, modo minus dilatari possint, aut constringi, prout angulus BAE, debet esse magis aut minus obtusus: cuius rei causa resecandæ sunt particulæ quædam prope centrum A, vt nimirum anguli fiant acuti DAB, GAE. Si enim anguli prope A, essent recti, conficerent latera AB, AE, vnam lineam rectam, & regulæ ipsæ constringi non possent, vt continerent angulum obtusum BAE. Non est autem necesse, vt constringi possint ad angulum acutum efficiendum: quia quando rectæ proxima bina puncta connectentes constituunt acutum angulum, facilius per scholium proposition. 25. libr. 3. vel per scholium proposition. 5. libr. 4. Euclid. quam beneficio huius instrumenti, arcus circuli per ea puncta describitur. In centro autem A, promineat deorsum versus stylus quidam perexiguus & acutus ad arcus delineandos. Deinde in aliquo puncto H, regulæ AEFG, affigatur regula quædam exigua HI, ita vt circa H, circumuerti possit. Postremo in puncto alterius regulæ AC, quod constitutis lateribus AB, AE, in lineam rectam, tantum absit à puncto H, quanta est longitudo regulæ HI, affigatur rectangulum quodpiam solidum paruum æneum KL, vt circa dictum illud punctum possit etiam circumuolui, & regula HI, intra ipsum rectangulum immitti queat, & cochleola aliqua N, ita astringi, vt regulæ duæ AC, AF, immobiles persistant, hoc est angulum BAE, non mutent.



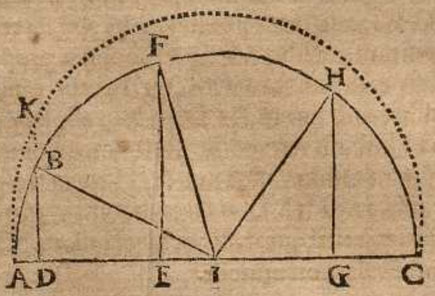
DESCRIPTVRVS igitur hoc instrumento arcum per data tria puncta, B, A, E, immittat regulā HI, in rectangulum KL, & stylum ex centro A, prominentem in puncto intermedio A, statuat, lateraque regularum AB, AE, ita dilatet, constringatue, vt omnino per reliqua duo puncta B, E, transeant: quibus ita constitutis, cochleola N, constringat regulam HI, vt regulæ AC, AF, angulum BAE, mutare nequeant. Nam si instrumentum sic paratum circumducatur, vt latera AB, AE, semper per puncta B, E, transeant, (quod fiet, si in ipsis punctis B, E, firmentur anguli duorum triangulorum solidorum æneorum) describet stylus ex A, centro prominens arcum BAE; aut certe, si instrumentum mutet sæpius situm, ita tamen vt latera transeant per puncta B, E, stylus idem imprimet inter A, & B, & inter A, & E, varia puncta, quæ decenter & congrue connexa arcum efficient BAE. Quod autem ad hunc motum instrumēti stylus ex A, prominens describat arcū circuli, ex eo liquet, quod in eo arcu perpetuo idem angulus BAE, existat: quod quidem proprium est segmēti cuiusuis circuli, [a] vt Euclides demonstrauit. Nam si, verbi gratia, instrumento eum habente situm, vt stylus in O, ponatur, & latera sint OB, OE, dicat quis, arcum circuli per tria puncta B, A, E, descriptum (posse enim per quæuis tria puncta arcum describi, [b] demonstratum est ab Euclide, dummodo ea in recta linea non iaceant, sed rectæ ea coniungentes triangulum constituant) non transire per punctum O, secabit is necessario rectam EO, vel vltra O, productam, vel citra O, secet eam vltra O, in P, iungaturque recta BP. [c] Erit ergo angulus BPE, angulo BAE, æqualis, cum ambo sint in eodem circuli segmento per puncta B, P, A, E, descripto. Cum ergo & angulus BOE, eidem angulo BAE, æqualis sit, immo idem omnino, cum solum situm mutarit; erunt æquales inter se anguli BOE, BPE, externus & internus, quod est absurdum; [d] cum externus sit interno maior. Non ergo arcus secat EO, productam: eademque ratione eam neque citra O, secabit. Quocirca arcus per tria puncta B, A, E, descriptus per O, transibit; atque eadem de causa per omnia alia puncta, quæ per instrumentum inueniuntur, transibit.

a 21. tertij.
b 5. quarti.
c 21. tertij.
d 16. primi.

LEMMA XV.

CVRVA linea, cui ſubtenſa ſit recta linea, & quadrata omnium perpendicularium ex punctis lineæ curuæ ad ſubtenſam rectam demiſſarum æqualia ſint rectangulis contentis ſub ſegmentis eiuſdem ſubtenſæ factis à perpendicularibus, hoc eſt, omnes perpendiculares ſint mediæ proportionales inter ſegmenta ſubtenſæ ab ipſis facta, ſemicirculus eſt, eiuſque diameter recta illa ſubtenſa, hoc eſt, ſemicirculus circa illam rectam ſubtenſam deſcriptus curuæ datæ lineæ congruet, ſiue (quod idem eſt) per extrema puncta omnium perpendicularium tranſibit.

SIT curua quæpiam linea A B C, cui ſubtendatur recta A C, ad quam ex quotuis punctis curuæ B, F, H, deducantur perpendiculares B D, F E, H G, ſitque tam quadratum ex D B, rectangulo ſub A D, DC, æquale, quam quadratum ex EF, rectangulo ſub AE, EC & quadratum ex GH, rectangulo ſub AG, GC, & ſic de omnibus alijs, quotquot perpendiculares ducantur: hoc eſt, cuiuſuis perpendicularis quadratum æquale ſit rectangulo ſub ſegmentis rectæ AC, ab ea perpendiculari factis, ſiue (quod idem eſt) omnes perpendiculares ſint mediæ proportionales inter ſegmenta rectæ A C, ab ipſis facta:[a] quia hac ratione erunt earum quadrata rectangulis ſub ſegmentis æqualia. Dico A B C, eſſe ſemicirculum, eiuſque diametrum A C, hoc eſt, ſemicirculum circa diametrum A C, ex eius puncto medio I, deſcriptum tranſire per omnia puncta extrema perpendicularium, ita vt à curua linea A B C, non differat. Ductis enim rectis I B, IF, IH, ex I, puncto medio ad extrema puncta omnium perpendicularium; [b] quoniam rectangulum ſub AD, D C, vna cum quadrato ex DI, æquale eſt quadrato ex A I, & ponitur ei rectangulo æquale quadratum ex D B; erunt quoque duo quadrata ex DI, DB, æqualia quadrato ex AI. [c] Eſt autem eiſdem quadratis æquale quadratum ex IB. Igitur quadrata ex IA, IB, æqualia, ideoque & rectæ I A, I B, æquales erunt. Eadem ratione demonſtrabuntur & I F, I H & aliæ rectæ omnes ex medio puncto I, ad extremitates perpendicularium omnium ductæ eidem AI, ac proinde & inter ſe, æquales. Quare cum omnes rectæ ex I, in curuam lineam A B C, cadentes æquales ſint, ſemicirculus erit A B C, eiuſque diameter AC, ex definitione circuli; hoc eſt, ſemicirculus diametri AC, per omnia puncta extrema perpendicularium tranſibit, & à curua linea data non differet.



[a] 17. ſexti.
[b] 5. ſecundi
[c] 47. primi

ALITER. Si ſemicirculus circa AC, ex eius medio puncto I, deſcriptus dicatur non tranſire, verbi gratia, per punctum B, ſecabit is perpendicularem D B, vel infra B, vel ſupra, vt in K; eritque propterea ex ſcholio propoſition. 13. libr. 6. Euclid. DK. media proportionalis inter AD, DC,[d] ideoque quadratum ex DK, rectangulo ſub AD, DC æquale erit: Ponitur autem eidem rectangulo æquale quadratum ex DB. Quadrata igitur ex DK, DB, æqualia, ideoque & rectæ ipſæ DK, DB, æquales erunt, totum & pars, quod eſt abſurdum. Tranſit ergo ſemicirculus diametri AC, per punctum B, eademque ratione per puncta F, H, & alia aliarum perpendicularium tranſibit.

[d] 17. ſexti.

LEMMA XVI.

SI conus ſecetur plano, quod baſi coni æquidiſtet, ſectio in conica ſuperficie facta, circumferentia circuli eſt, centrum in axe coni habens.

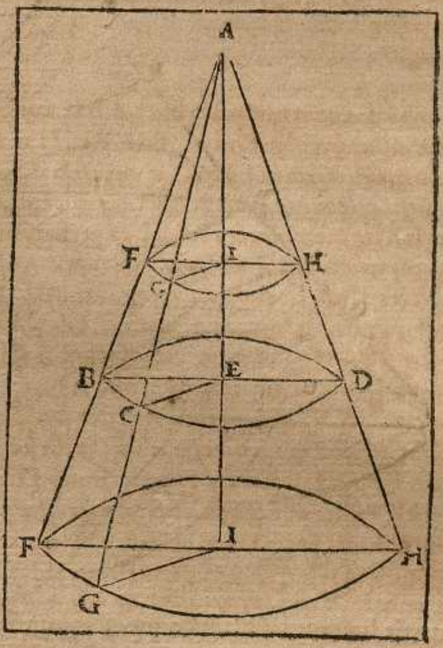
OMNES circulos ſphæræ, qui per polum mundi auſtralem non ducuntur, in Aſtrolabium proijci forma circulari, ex duabus propoſitionibus lib. 1. Apollonij Pergæi, videlicet 4. & 5. demonſtratur, vt ſuo loco dicemus. Quia vero non omnes in Apollonij demonſtrationibus exercitati ſunt, libet vtramque illam propoſitionem hic inſerere, præſertim quod earum demonſtrationes clariſſimæ ſunt, ne cogatur ſtudioſus lector Apollonium ipſum, qui obſcuriſſimus auctor eſt, propter duas tantũmodo propoſitiones, eaſq; faciles, adire. Nam propoſ. 1. & 3. eiuſdem primi libri, quæ ad illas duas aſſumuntur demonſtrandas, ex ipſa coni deſcriptione, quam ad defin. 20. li. 11. Eucl. ex Apollonio attulimus, nullo negotio colliguntur. Nimirũ (*Rectas lineas, quæ à vertice coni ad puncta, quæ in ſuperficie conica ſunt, ducuntur, in ipſa ſuperficie coni exiſtere,*) Item (*Si conus plano per verticem ſecetur, ſectionem triangulum eſſe.*) Quia n. linea recta à vertice ad circumferentiam baſis coni ducta, ſi circumferentiã eiuſdem baſis percurrat, vertice coni manente immoto, deſcribit ex defin. ſuperficiem conicam, ita vt omnia eius puncta tãgat, perſpicuũ eſt, omnes rectas à vertice ad quælibet puncta in ſuperficie ductas eſſe in ipſa ſuperficie, cũ partes aliquando fiant eius rectę, q̃ circa circumferentiã baſis circũducitur in conicæ ſuperficiei deſcriptione.

Atque

Atque hinc alterum sequitur. Nam cum planum per coni verticem ductum [a] secet basem coni per lineam rectam, si ab extremitatibus huius rectæ ad verticem ducantur duæ rectæ, existent hæ in superficie conica, vt diximus, eruntque propterea communes sectiones plani per verticem ducti, & conicæ superficiei. Quare triangulum cum illa recta in basi constituent, quod nimirum à plano secante efficitur. Quod si planum secans per axem coni ducatur, appellatur triangulum illud factum, triangulum per axem. His positis, facile lemma propositum demonstrabitur. [a] 3. vndec.

SIT conus siue rectus siue scalenus, cuius vertex A, & basis circulus BCD, & axis AE, cadens in E, centrum basis. Secetur conus plano, quod basi æquidistet, faciente in conica superficie lineam FGH, siue hoc fiat supra basim, siue infra, cono videlicet producto. Dico lineam FGH, esse circumferentiam circuli, cuius centrum punctum I, in axe, vbi à plano secante diuiditur. Ducto enim per axem AE, plano faciente triangulum per axem ABD, secanteque planũ secans per rectam FH, sumatur in linea facta FGH, quodlibet punctum G, per quod ex vertice A, recta ducatur AG, quæ cum sit in superficie coni, occurret basi in C. Ducatur rursus per rectas AI, AG, planum [b] faciens in basi BCD, & plano FGH, communes sectiones rectas EC; IG. Quoniam igitur plana parallela BCD, FGH, secantur tam plano trianguli ABD, quam plano trianguli AEC; [c] erunt tam communes sectiones factæ BD, FH, quam EC, IG, parallelæ. [d] Igitur erit, vt AE, ad EB, ita AI, ad IF; & permutando, vt AE, ad AI, ita EB, ad IF. Eademque ratione erit, vt AE, ad AI, ita ED, ad IH, & EC, ad IG. [e] ac proinde erunt tres IF, IH, IG, tribus EB, ED, EC, proportionales, hoc est, erit vt EB, ad IF, ita ED, ad IH, & EC, ad IG; & permutando vt EB, ad ED, ita IF, ad IH, & vt ED, ad EC, ita IH, ad IG. Cum ergo tres EB, ED, EC, è centro E, sint æquales; erunt quoque tres IF, IG, IH, æquales; atq; eadem ratione omnes rectæ ex I, ad lineam FGH, ductæ demonstrabuntur æquales ipsis IF, IH. Circulus igitur est figura FGH, cuius centrum I, in axe coni AE.

[b] 3. vndec.
[c] 16. vndec.
[d] 4. sexti.
[e] 11. quinti



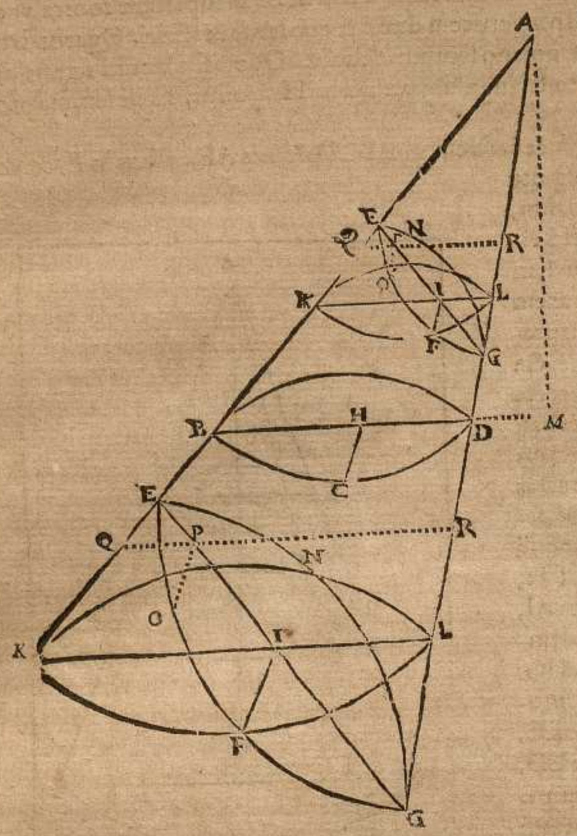
LEMMA XVII.

SI conus scalenus secetur plano per axem, quod ad basem rectum sit, seceturque altero plano ad triangulum per axem à priore plano factum recto, quod triangulum ex triangulo per axem abscindat simile quidem ipsi triangulo per axem, subcontrarie vero positum: sectio circulus est, cuius diameter est communis sectio trianguli per axem, & plani, quod ipsam sectionem in conica superficie effecit. Huiusmodi autem sectio vocetur subcontraria.

SIT conus scalenus, cuius vertex A, & basis circulus BCD, seceturque plano per axem ad basem recto (quod fiet, [f] si ex vertice A, ad planum basis demittatur perpendicularis AM. Planum enim per axem, & perpendicularem AM, ductum, [g] ad basem rectum erit) faciente triangulum per axem ABD. Secetur quoque idem conus altero plano ad triangulum per axem recto, faciente in conica superficie lineam EFG, abscindatque ex triangulo per axem triangulum ei simile AEG, & subcontrarie positum, siue hoc fiat supra basem, siue infra, hoc est, angulus AEG, æqualis sit angulo ADB, & angulus AGE, angulo ABD. Dico lineam EFG, circulum esse, eiusque diametrum EG, communem videlicet sectionem trianguli per axem, & plani facientis sectionem EFG. [h] Si namque ex quibuscunque punctis C, F, in circumferentia BCD, & linea EFG, sumptis ad triangulum per axem ABD, perpendiculares CH, FI, demittantur, [i] cadent hæ in rectas BD, EG, quæ communes sectiones sunt trianguli per axẽ, & planorum BCD, EFG, ad idem triangulum rectorum, [k] atque inter se parallelæ erunt. Ducta autem per I, recta KL, ipsi BD, parallela; quoniam duæ rectæ FI, KL, conuenientes in I, duabus rectis CH, BD, in H, conuenientibus sunt parallelæ; [l] erit quoque planum per FI, KL, ductum plano per CH, BD, ducto, id est, basi coni, parallelum; ac proinde ex præcedente lemmate in superficie coni circulum faciet KFL, qui per punctum F, transibit, cum transire ponatur per rectam FI, punctumque F, in coni superficie existat, eiusque circuli diameter erit recta KL. Et quoniam FI, ad planum AKL, recta posita est; erit eadem ex definitione 3. libr. 11. Euclid. ad rectam *KL*, perpendicularis; ideoque media proportionalis inter segmenta *KI*, IL, ex scholio propositionis 13. libr. 6. Euclid. [m] ac proinde quadratum ex FI, rectangulo sub *KI*, IL, æquale erit. [n] Quoniam vero angulus *EKI*, angulo ABD, æqualis est, eidemque angulo ABD, æqualis ponitur angulus LGI; erunt inter se æquales anguli *EKI*, LGI: [o] Sed & anguli ad verticem I, æquales sunt. Æquiangula ergo sunt triangula EKI, LGI; [p] atque idcirco erit, vt *KI*, prima ad IE, secundam, ita GI, tertia ad IL, quartam; [q] atque ob id rectangulum sub *KI*, IL, prima & quarta, rectangulo sub IE, GI, secunda ac tertia, æquale erit. Ostensum est autem rectangulo sub KI, IL, quadratum ex FI, æquale. Igitur & rectangulo sub IE, GI, idem quadratum ex FI, æquale erit. Similiter

[f] 11. vndec.
[g] 18. vndec.
[h] 11. vndec.
[i] 38. vndec.
[k] 6. vndec.
[l] 15. vndec.
[m] 17. sexti.
[n] 29. primi
[o] 15. primi.
[p] 4. sexti.
[q] 16. sexti.

liter demonstrabimus, quadrata omnium perpendicularium à punctis lineæ EFG, in E G, cadentium æqualia esse rectangulis sub segmentis rectæ, EG, à perpendicularibus factis. Igitur per lemma 15. semicirculus erit E F G, cuius diameter E G: Eademque ratione semicirculus demonstrabitur alia pars sectionis E N G. Tota ergo sectio EFGN, circulus est, cuius diameter EG, quod est propositum.



PERSPICVVM autem est, sectionẽ EFGN, circulum esse, etiamsi eius diameter basis diametrum secet. Vt si coni basis statuatur circulus KFL. & sectio sit E F G. Eadem enim omnino erit demonstratio, nisi quod quando punctum in linea EFG, sumptum est in communi sectione circumferentiæ KFL, & lineæ EFG, quale est F, non est ducendum aliud planum basi æquidistans, vt fiat circulus. Et tunc, quia vtrumque planum KFL, EFG, ad triangulum AKL, rectum est, [a] si ex F, vbi basis circumferẽtia lineam EFG, secat, ad ipsum perpendicularis deducatur, [b] cadet hæc in vtramque sectionem communem, KL, E G; atque adeo in punctum I, vbi communes eæ sectiones se mutuo secant. Eritque, vt prius, quadratum ex FI, rectangulo sub EI, IG, æquale, &c.

a 11. vndec.
b 38. vnde.

QVOD si in linea facta EFG, accipiatur punctum quodlibet O, præter commune punctum sectionis F, demittenda erit perpendicularis OP, ac per P, ducenda QR, parallela ipsi KL, basi trianguli per axem, & denique per OP, QR, quæ ipsis FI, KL, æquidistant, ducendum planum, [c] quod parallelum erit basi coni KFL, ideoque circulum faciet, vt prius, &c.

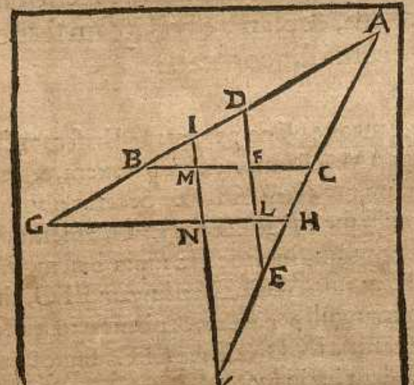
c 15. vndec.

SCHOLIVM.

Quãdo diameter subcontrariæ sectionis diametro basis coni æqualis sit, & quando inæqualis.

DIGNVM *autem obseruatione est, diametrum subcontrariæ sectionis posse æqualẽ esse diametro basis coni, & inæqualẽ*
æqualẽ quidem, quando vnum latus trianguli per axem ad basem recti æquale est vni lateri trianguli subcontrarie positi,
quod æquali angulo opponitur: inæqualem vero, quando eiusmodi latera inæqualia sunt, & cuius latus maius est, illius dia-
metrum esse maiorem: nunquam tamen hasce diametros se mutuo posse diuidere bifariam. Sit enim in cono scaleno triangu-
lum per axem ad basem rectum ABC, sitque latus AB, latere AC, maius, [d] *ideoque & angulus A C B, maior angulo ABC. Sit*
autem triangulum ADE, triangulo ABC, simile, sed subcontrarie positum, & latus A D, lateri A C, æquale ponatur, quæ
quidem æqualibus angulis AED, ABC, opponuntur. Dico diametros BC, DE,
esse æquales. Quoniã enim in triãgulo A CB, duo anguli A, ACB, duobus angu-
lis A, ADE, in triãgulo ADE, æquales sunt, qui quidẽ æqualibus lateribus AC,
AD, adiacent; [e] *erunt quoque tam latera AB, A E, quam BC, DE, æqualia,*
quod est propositum. Eadem ratione, si ponantur æqualia latera A B, A E,
ostendemus tam latera AC, AD, quam BC, DE, æqualia esse.

d 18. primi
e 26. primi



SIT *rursus triangulo per axem AGH, simile, & subcontrarie positum*
ADE, & latus AG, maius latere AE, vel AH, maius quam AD. Dico diame-
trum GH, maiorem esse diametro DE. Sumpta enim recta AB, æquali ipsi
AE, vel AC, æquali ipsi AD, ductaque BC, vel CB, ipsi GH, parallela; erunt
diametri B C, D E, æquales, vt demonstratum est. [f] *Et quia est, vt AG, ad*
GH, ita AB, ad BC; estque A G, maior quam A B; [g] *erit quoque G H, maior*
quam BC, hoc est, quam DE, quæ ostensa est æqualis ipsi BC. Eodem pacto, si
triangulo per axem ABC, simile sit, & subcontrarie positum AIK, & latus
AI, maius latere AC, vel AK, maius quam A B; ostendemus diametrum IK,
maiorem esse diametro BC. Nam sumpta recta A D, æquali ipsi AC, vel AE,
æquali ipsi AB, ductaque DE, vel ED, ipsi IK, parallela; erunt diametri BC, DE, æquales vt ostensum est. [h] *Et quia est, vt AI, ad*
IK, ita AD, ad DE; estque AI, maior quam AD; [i] *erit quoque IK, maior quam DE, hoc est, quam BC, quam ipsi DE, ostendimus*
æqualem.

f 4. sexti.
g 14. quinti.
h 4. sexti.
i 14. quinti

Diametrũ subcontrariæ sectionis, & diametrũ basis coni nũquã se mutuo bifariã secare.

DICO *præterea, diametros BC, DE, siue æquales sint, siue inæquales, nunquam se mutuo secare bifariam, sed vel vtrã-*
que secari non bifariam, vel si altera earum bifariam secetur, alteram non bifariam secari. Secent enim sese in F, & sint
primum æquales diametri BC, DE. Et quoniam tam AB, AE, quam AD, AC, æquales sunt, alioquin non essent æquales BC,
DE, vt demonstrauimus; erunt quoque reliquæ BD, CE, æquales. Quod si neutra ipsarum BC, DE, bifariam secetur, perspi-
cuum est, eas se mutuo bifariam non secare: Si vero altera earum, nimirum B C, dicatur secari bifariam, secabitur altera
DE, non bifariam. Quoniam enim triangula BDF, ECF, æquiangula sunt, [k] *quod anguli ad verticem F, æquales sint, & an-*
guli B, E, æquales ponantur, ob subcontrariã sectionẽ, ac proinde & reliqui D, C, sint æquales; [l] *Erit vt DB, ad BF, ita CE, ad*
EF. Cum ergo BD, ipsi EC, ostensa sit æqualis; [m] *erit & BF, ipsi EF, æqualis; atque idcirco & reliqua CF, reliquæ DF, æqua-*
lis erit. [n] *Est autem BF, maior quam DF, quod angulus BDF, angulo DBF, maior sit,* [o] *quia & BCE, ipsi BDF, æqualis, ma-*
ior est angulo ABC, externus interno. Igitur & EF, ipsi BF, æqualis, maior erit, quam DF. Non ergo DE, in F, bifariam seca-
tur.

k 15. primi.
l 4. sexti.
m 14. quinti.
n 19. primi
o 16. primi

tur. Eodem modo si dicatur DE, secta bifariam in F, ostendemus BC, secari non bifariam in F.[a] *Erit enim vt CE, ad EF, ita DB, ad BF. Cum ergo CE, sit ipsi DB, æqualis;*[b] *erit quoque EF, ipsi BF, æqualis, ac proinde & reliqua FD, reliquæ FC, æqualis erit.*[c] *Est autem EF, maior quam FC, quia & angulus ECF, angulo CEF, maior est,*[d] *quod est angulus BDE, ipsi ECF, æqualis, maior sit angulo AED, externus interno. Igitur & BF, ipsi EF, æqualis, maior erit quam CF. Non ergo BC, in F, secatur bifariam.*

a 4. sexti. b 14. quinti c 19. primi. d 16. primi.

DEINDE *sint inæquales diametri GH, DE, sitque GH, maior. Si igitur neutra earum secetur bifariam, liquet eas se mutuo non bifariam secare. Si vero altera earum, nimirum GH, secta sit bifariam in L secta erit altera DE, non bifariam. Quia enim GH, maior ponitur quam DE,*[e] *erit quoque AG, maior quam AE, & AH, maior quam AD,*[f] *cum sit vt GH, ad AG, ita DE, ad AE; & rursus vt GH, ad AH, ita DE, ad AD. Cum ergo ex maiore AG, auferatur minor AD, & ex minore AE, maior AH, erit reliqua DG, maior quam reliqua HE.*[g] *Et quoniam est vt DG, ad GL, ita HE, ad EL; & rursus vt DG, ad DL, ita HE, ad HL: Est autem DG, ostensa maior quam HE;*[h] *erit quoque GL, maior quam EL, & DL, maior quam LH, hoc est, quam GL, quæ ipsi LH, ponitur æqualis. Igitur cum DL, maior sit quam GL, & GL, maior quam LE, vt ostensum est, erit multo maior DL quam LE. Non ergo bifariam secta est DE, in L. Pari ratione si DE, dicatur secari bifariam in L, secabitur GH, in L, non bifariam. Ostendemus enim, vt prius, GL, maiorem esse quam EL, & DL, maiorem quam LH, hoc est, EL, quæ ipsi DL, ponitur æqualis, maiorem esse quam LH. Igitur cum GL, maior sit quam EL, & EL, maior quam LH, vt ostensum est; multo maior erit GL, quam LH. Non ergo bifariam in L, secta est GH.*

e 14. quinti f 4. sexti. g 4. sexti. h 14. quinti

SED *longe facilius, ac breuius ostendemus, diametros BC, DE, siue sint æquales, siue inæquales, se non posse mutuo secare bifariã. Nam si se secarent mutuo bifariam, ductis rectis DC, BE, fieret perallelogrammũ DCEB, per scholium prop. 34. lib. 1. Eucl. quod est absurdum; cum latera BD, EC, conueniant in A.*

NEQVE *vero prætereundum est, quando diametri æquales sunt, cuiusmodi ponuntur BC, DE, neutram earum diuidi posse in F, bifariam. Cum enim ostensum sit, tunc BF, ipsi EF, & DF, ipsi CF, esse æqualem, si vtrauis rectarum BC, DE, dicatur secta bifariam in F, erunt omnes quatuor partes BF, EF, CF, FD, æquales. Vtraque ergo diuisa est bifariam, quod fieri non posse, supra demonstrauimus.*

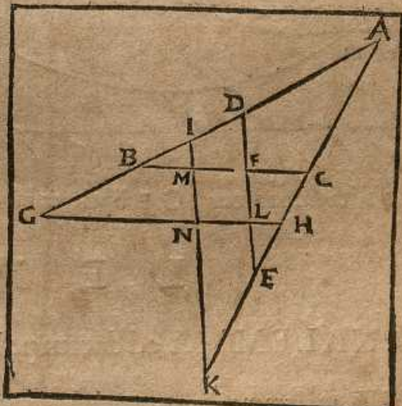
Quãdo diameter subcontrariæ sectionis æqualis est diametro basis coni, neutrã diuidi bifariam.

SED *& hoc sine magno labore demonstrabimus, nimirum quando vna diametrorum diuiditur bifariam, eam esse minorem, alteram vero maiorem. Secta enim sit IK, bifariam in N. Dico GH, maiorem esse quam IK. Si namque maior non est, erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo vt proxime demonstrauimus, neutra diametrorum bifariam diuiditur, quod est contra hypothesim, quippe cum IK, secta ponatur in N, bifariam. Sit deinde si fieri potest GH, minor quam IK.*[i] *Et quia est, vt GH, ad GA, ita IK, ad AK; Item vt GH, ad AH, ita IK, ad AI; & GH, ponitur minor quam IK,*[k] *erit quoque AG, minor quam AK, & AH, minor quam AI. Quare cum ex minore AG, auferatur maior AI, & ex maiore AK, minor AH: erit reliqua GI, minor quam reliqua HK.*[l] *Quoniam vero est, vt GI, ad IN, ita HK, ad HN: Item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; & GI, minor est ostensa, quam HK;*[m] *erit quoque IN, minor quam HN, & GN, maior quam KN. Itaque quia GN, minor est quam KN, hoc est, quam IN, & IN, minor quam HN: erit multo minor GN, quam NH.*[n] *Et quia angulus GIN, maior est angulo AKI, h. e. angulo IGN;*[o] *erit GN, maior quam IN. Ergo NH, quæ maior ostensa est quam GN, multo maior erit quam NK, quæ ipsi IN, æqualis ponitur; atque idcirco tota GH, maior erit quam IK. Posita autem est ab aduersario GH, minor quã IK, Minor ergo est & maior GH, quam IK, quod est absurdum. Est igitur GH, maior quam IK. Vbi vides, rectam GH, hoc ipso, quod minor ponitur quam IK, demonstrari maiorem esse quam IK: quod argumentandi genus etiam adhibuit Euclid. proposition. 12. libr. 9. & Theod. proposition. 12. lib. 1.*

Quãdo diameter sectionis subcontrariæ inæqualis est diametro basis coni, & altera earum secatur bifariam, alteram esse maiorem.

VEL *postquam probatum est, reliquam GI, reliqua HK, minorem esse, ita procedemus.*[p] *Quoniam est vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; est autem GI, ostensa minor quam HK, erit quoque GN, minor quam KN, hoc est, quam IN, quæ ipsi KN, posita est æqualis.*[q] *Ergo angulus GIN, minor erit angulo IGN.*[r] *Sed externus angulus GIN, maior est interno opposito AKI, hoc est, angulo IGN. Idem ergo angulus GIN, & minor, & maior est eodem angulo IGN, quod est absurdum. Non ergo minor est GH, quam IK: sed neque æqualis est ostensa. Igitur maior, quod est propositum.*

i 4. sexti. k 14. quinti l 4. sexti. m 14. quin. n 16. primi. o 19. primi. p 4. sexti. q 18. primi. r 16. primi.



EODEM *pacto, si GH, dicatur bifariam secta esse in N, demonstrabimus IK, esse maiorem. Si enim maior non est, erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, IK, ipsi GH, æqualis. Ergo, vt paulo ante demonstrauimus, neutra diametrorum GH, IK, bifariam diuiditur, quod est absurdum. Ponitur enim GH, diuisa in N, bifariam. Sit deinde, si fieri potest, IK, minor quam GH.*[s] *Quia igitur est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG; Item vt IK, ad AI, ita GH, ad AH: Ponitur autem IK, minor quam GH;*[t] *erit quoque AK, minor quam AG, & AI, minor quam AH. Quocirca cum ex minore AK, detrahatur maior AH, & ex maiore AG, minor AI; erit reliqua HK, minor quam reliqua GI.*[u] *Quoniam autem est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, estque HK, minor ostensa quam GI; erit quoque HN, hoc est, GN, minor quam IN.*[x] *Igitur angulus GIN, minor erit angulo IGN, hoc est, angulo HKN, externus interno opposito, quod est absurdum.*[y] *Est enim externus interno opposito maior. Non ergo minor est IK, quam GH; sed neque æqualis est ostensa, ergo maior est, quod est propositum.*

s 4. sexti. t 14. quinti. u 4. sexti. x 18. primi. y 16. primi.

VEL *sic. Quoniam HK, minor est ostensa quam GI;*[z] *estque vt HK, ad KN, ita IG, ad GN;*[a] *erit quoq; KN, minor quam GN. Igitur quia KN, minor est quam GN, hoc est, quam HN; & HN, minor est quam IN, vt paulo ante ostendimus; erit KN, multo minor quam IN.*[b] *Et quoniam angulus externus KHN, maior est interno opposito AGH, hoc est, angulo HKN,*[c] *erit KN, maior quam HN. Cum ergo IN, maior sit ostensa quam NK; erit IN, multo maior quam HN, hoc est, quam GN. Tota igitur IK, maior est quam tota GH. Posita est autem IK, ab aduersario minor quam GH. Minor ergo est, & maior eadem IK, quam GH, quod fieri non potest. Non est ergo IK, minor quam GH: sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior. Vbi vides eundem modum argumentandi, quo vsus est Eucl. propos. 12. lib. 9. & Theod. lib. 1. propos. 12.*

z 4. sexti. a 14. quinti b 16. primi. c 19. primi.

ITA-

Quãdo diameter subcontrariæ sectionis inæqualis est diametro basis coni, & minor diuiditur bifariam; maiorem partem maioris vergere ad minorem angulum trianguli per axem, quem illa diameter cum latere eiusdẽ trianguli facit.

a 4. sexti.
b 14. quinti
c 4. sexti.
d 14. quinti
e 4. sexti.
f 14. quinti
g 4. sexti.
h 14. quinti

ITAQVE quando diametri sunt æquales, neutra bifariam diuiditur, quando vero inæquales sunt, diuidi potest bifariam minor, maior autem nunquam.

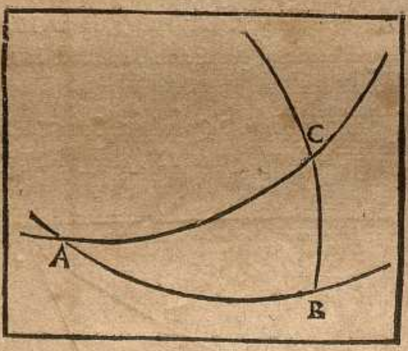
DENIQVE facili negotio demonstrabimus, quando minor diameter bifariam secatur, (quæ sola diuidi potest bifariam, vt ostensum est) maiorem partem maioris diametri semper vergere ad eam partem, vbi cum latere trianguli per axem minorem angulum facit. Secetur enim IK, bifariam in N, ac propterea GH, maior sit. Dico partem GN, maiorem esse parte NH. [a] Erit enim GH, ad AG, vt IK, ad AK. Cum ergo GH, maior sit quam IK; [b] erit etiam AG, maior quam AK. Eodem modo erit AH, maior quam AI. Quocirca cum ex maiore AG, detrahatur minor AI, & ex minore AK, maior AH; erit reliqua GI, maior quam reliqua HK. [c] Est autẽ GI, ad IN, ita KH, ad HN; item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN. Cum ergo GI, maior sit q̃ HK, [d] erit quoque IN, maior quam HN, & GN, maior quam KN, hoc est, quam IN. Quamobrem cum GN, maior sit, quam IN, & IN, maior quam NH; erit multo maior GN, quam NH.

SIC etiam si dicatur GH, secta bifariam in N, erit, vt ostensum est, IK, maior, maiorque erit eius pars NK, quam IN. quod eodem modo demonstrabitur. [e] Quia enim est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG: Item vt IK, ad AI, ita GH, ad AH. Cum ergo IK, maior sit quam GH; [f] erit quoque AK, maior quam AG, & AI, maior quam AH. Quia ergo ex maiore AK, demitur minor AH, & ex minore AG, maior AI, erit reliqua HK, maior q̃ reliqua GI. [g] Quoniã vero est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, & vt HK, ad KN, ita GI, ad GN: Est autem HK, maior quam GI; [h] erit quoque HN, maior quam IN, & KN, maior quam GN, hoc est, quam NH. Itaque cum KN, maior sit quam NH, & NH, maior quam IN; erit multo maior KN, quam IN. Verum ergo est, maiorem partem maioris diametri vergere semper ad angulum minorem, quem cum latere trianguli per axem facit, cuiusmodi sunt anguli G, K.

LEMMA XVIII.

QVAM proportionem habet sinus totus ad sinum maximæ declinationis Eclipticæ ab Æquatore, eandem habet sinus rectus arcus Eclipticæ inter quoduis eius punctum, & proximum punctum æquinoctiale interiectus ad sinum rectum declinationis eiusdem illius puncti Eclipticæ ab Æquatore.

SIT in superficie sphæræ segmentum Æquatoris AB, & aliud Eclipticæ *A*C, secans illud Æquatoris in *A*, vt angulus *A*, sit angulus maximæ declinationis Eclipticæ ab Æquatore, quẽ videl. metitur arcus Coluri solstitiorũ ex polo *A*, descripti interceptus inter primum punctum Cancri, vel Capricorni, & Æquatorem. Per quodcunq; autem punctum Eclipticæ C, intelligatur descendere ex polo mundi siue Æquatoris, circulus maximus declinationis, secans Æquatorẽ in B: eritque angulus B, rectus, ex prop. 15. li. 1. Theo. ac propterea arcus CB, declinationem puncti C, ab Æquatore metietur. Dico ergo, vt est sinus totus ad sinum anguli *A*, maximæ declinationis Eclipticæ, ita esse sinum arcus Eclipticæ *A*C, inter assumptum punctum Eclipticæ C, & punctum æquinoctiale *A*, proximum interiecti, ad sinum arcus CB, qui arcus est declinationis puncti C, ab Æquatore. Quoniam enim ex propositione 41. nostrorum triangulorum sphæricorum est, vt sinus arcus AC, ad sinum anguli recti oppositi B, hoc est, ad sinum totum (recto enim angulo debetur quadrans, vt ad defin. 6. nostrorum triangulorum sphæricorum diximus, ac proinde eius sinus erit sinus toti quadranti respondens) ita sinus arcus CB, ad sinum anguli oppositi *A*; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum arcus AC, ita sinus anguli *A*, ad sinum arcus CB: Et permutando, vt sinus totus ad sinum anguli *A*, maximæ declinationis, ita sinus arcus *A* C, Eclipticæ ad sinum arcus CB, declinationis puncti C, quod est propositum.



LEMMA XIX.

ANALEMMA ad datam poli altitudinem quamcunque describere.

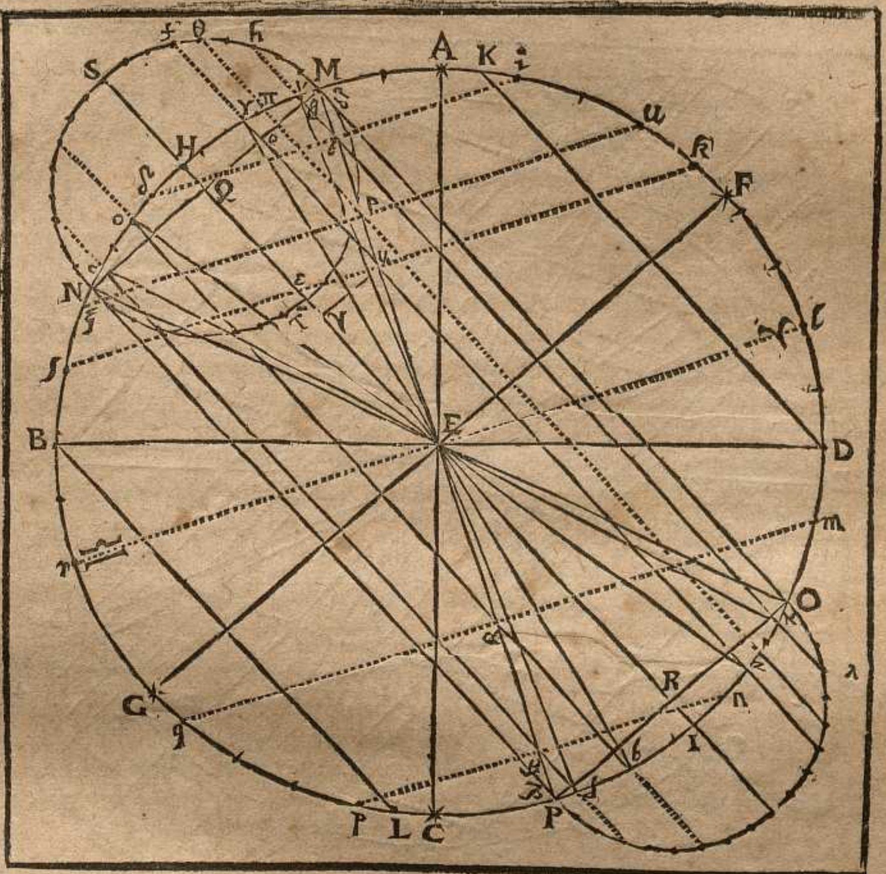
EST *A*nalemma figura quædam circularis, quæ circa centrum mundi intelligitur descripta in plano Meridiani, vel cuiusuis alterius circuli maximi per mundi polos ducti, continens communes sectiones, quas plana aliorum circulorum sphæræ (præcipue vero *Æ*quatoris, eiusque parallelorum, Eclipticæ, Horizontis, *V*erticalis, & paralleli cuiusque eorum, &c.) in Meridiano, vel alio illo circulo maximo faciunt. Huius autem constructionem, quam in Gnomonica propos. 1. lib. 1. tradidimus, libenter hoc loco repetimus, ob insignem eius vtilitatem in circulis sphæræ in *A*strolabio describendis: præsertim quod descriptionem parallelorum Æquatoris per Eclipticæ puncta ductorum longe facilius hic ex præcedenti lemmate demonstrabimus, ea videlicet ratione, quam in scholio propos. 1. lib. 1. Gnomonices insinuauimus.

SIT ergo in plano Meridiani circulus *A*BC*D*, circa centrum mundi *E*, descriptus, cuius & Horizontis sectio commmunis sit recta B*D*. Supputata autem altitudine poli illius loci, pro quo Analemma construitur, à punctis *D*, & B, in diuersas partes vsque ad F, G, ducatur diameter FG, quæ axis mundi erit, cum angulus DEF, in centro sit angulus altitudinis poli, quem axis cum Horizonte constituit. Deinde ducatur diameter AC, ad Horizontem BD, perpendicularis, quæ communis sectio erit *M*eridiani, ac *V*erticalis primarij. Quia enim Meri-

Meridianus, Verticalisque ad Horizontem recti sunt; [a] erit eorum communis sectio ad eundem perpendicularis, ac propterea ex definitione 3. lib. 11. Euclid. perpendicularis quoque erit ad lineam Horizontalem B D, in centro E, per quod omnes hi circuli maximi ducuntur. Igitur AC, ad BD, perpendicularis communis sectio est Meridiani ac Verticalis, & A, vertex capitis, siue polus Horizontis superus, atque C, polus eiusdem inferus. Rursus ducatur ad axem FG, diameter perpendicularis H I, quod fiet, si arcub. DF, BG, æquales sumantur AH, CI: Ita enim, additis communibus arcubus F A, G C, erunt toti quadrantes D A, B C, totis arcubus FH, GI, æquales, ideoque & hi arcus quadrantes erunt, ac proinde anguli FEH, GEI, recti, ex scholio propositio. 27. lib. 3. Euclid. Erit autem H I, communis sectio Meridiani & Æquatoris. Cum enim axis F G, per polos Æquatoris F, G, incedens rectus sit, ex propos. 10. lib. 1. Theod. ad Æquatorem, transeatque per centrum sphæræ E, erit ex definitione 3. lib. 11. Euclid. idem axis F G, ad communem sectionem Meridiani & Æquatoris in centro E, perpendicularis; ac proinde HI, ad FG, perpendicularis, communis erit sectio Meridiani & Æquatoris. Quod si per D, B, Æquatori H I, parallelas agamus DK, BL, erunt hæ communes sectiones Meridiani, & parallelorum, qui sunt omnium semper apparentium, semperque latentium maximi; quandoquidem Meridianus Æquatorem, & dictos parallelos secans, [b] sectiones communes facit parallelas, & parallelus quidem maximus semper apparentium Horizontem in D, tangit, maximus vero semper occultorum eundem Horizontem tangit in B. Atq; hæc lineamenta Analemmatis alia atq; alia fiunt in variis poli altitudinibus, prout videlicet angulus altitudinis poli DEF, variatur.

a 19. undec.

b 16. undec.



VT autem parallelos Æquatoris, siue Solis, qui per initia signorum, & singula Eclipticæ puncta ducuntur, habita ratione declinationis cuiusuis paralleli ab Æquatore, describamus, qua quidem in re totus labor atque industria construendi Analemmatis ponitur, propter declinationes horum parallelorum, quæ vix sine errore supputari possunt ab Æquatore H I, hinc inde, ob minuta & secunda, quæ gradibus declinationum adhærent, (Hæ etenim declinationes, si exquisite computari possent hinc inde à punctis H, I, nulla esset difficultas in diametris parallelorum ducendis) vtemur artificio à veteribus magna industria excogitato, quo ex maxima Solis, siue Eclipticæ declinatione cognita, omnium parallelorum Solis per puncta Eclipticæ transeuntium diametri, eorumque declinationes, Geometricè, & quidem perquam accurate inueniuntur, quod eiusmodi est. Ex punctis H, I, Æquatoris in vtramque partem numeretur maxima Solis, Eclipticæue declinatio, ex doctrina lemmatis 3. vsque ad M, N, & O, P. Nos hic ponimus maximã hanc declinationem continere grad. 23. minut. 30. Iunctis autem rectis MN, OP, quæ ab H I, in Q, R, bifariam secantur, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ob æquales arcus HM, HN, IO, IP, describatur ex Q, circa MN, circulus MSNT. Hoc in 12. partes æquales diuiso, per doctrinam lemmatis 2. ducantur per bina puncta à punctis T, S, æqualiter distantia rectæ VX, YZ, ab, cd, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt inter se, & ipsi HI, quod æquales arcus in circulo MSNT, intercipiant. Magis exquisite hæ ducentur, si ex R, circa O P, semicirculus describatur, & in sex partes æquales secetur. Ita enim habebuntur pro singulis lineis terna puncta, bina quidem in circulo MSNT, & singula in semicirculo circa O P, descripto. Dico has parallelas, diametros esse parallelorum Solis, per signorum initia ductorum, hoc est, arcus H Y, H V, &c. esse declinationes eorum graduum Eclipticæ, qui tot gradib. à principio ♈, & ♎, absunt, quot gradus in arcubus circuli MSNT, inter ST, diametrum, & dictas paral-

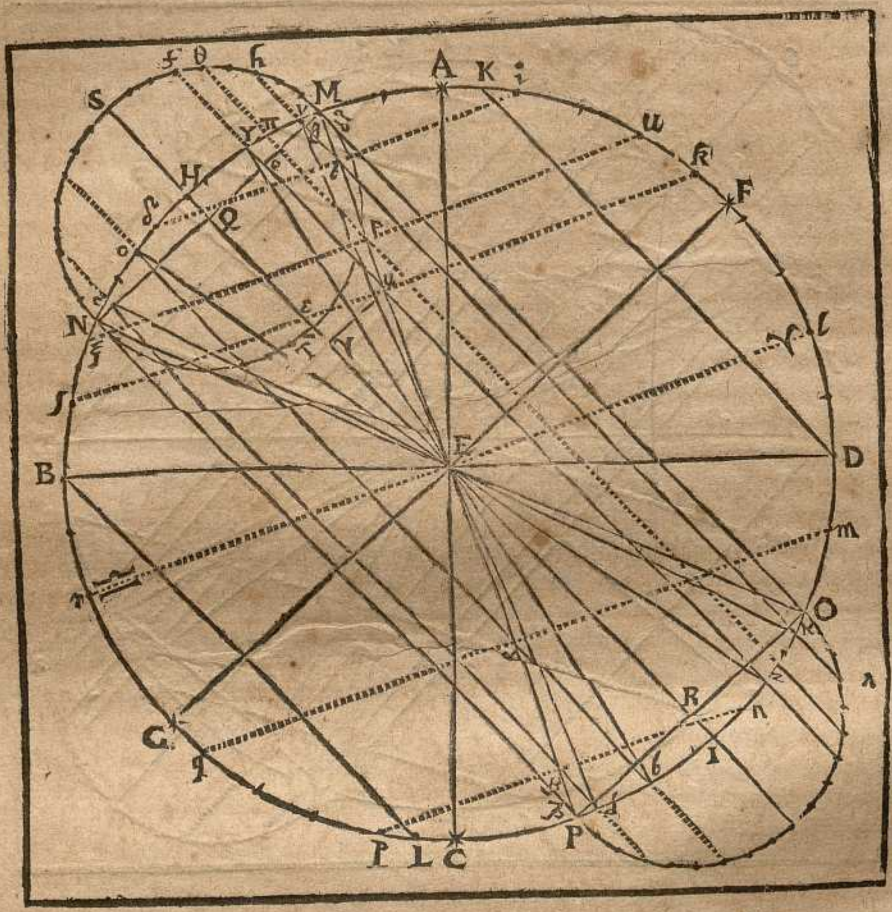
Declinationes omniũ punctorum Eclipticæ quo pacto geometrice reperiãtur.

lelas intercipiuntur,ita vt HY,sit declinatio ♉,& ♍,HV,♊,& ♌: HM,♋; Hα,♏,& ♓: HC,♐,& ♒,&HN,♑:
ac proinde ductæ diametri Vd, Yb,&c. sint diametri Eclipticæ, positis signorum initiis in Meridiano, quemad-
modum MP,NO,eiusdem Eclipticæ diametri sunt,constitutis initiis ♋,& ♑,in Meridiano. Huius autem rei
demonstratio perfacilis est.

QVONIAM enim ex lemmate 5. est vt EM, sinus totus circuli ABCD, ad MQ, sinum totum circuli
MSNT,h.e. ad sinum maximæ declinationis,ita sinus arcus eiusdẽ circuli ABCD,qui,verbi gratia, arcui Sf, cir-
culi MSNT,similis est,ad eQ,sinum arcus Sf: Est autem & ex præcedente lemmate,vt sinus totus EM,ad sinum
maximæ declinationis MQ,ita sinus eiusdem illius arcus Eclipticæ ABCD, qui arcui Sf, similis est, (sumi enim
potest hic circulus pro Ecliptica, cum Meridiano sit æqualis) ad sinum declinationis eiusdem arcus Eclipticæ,
qui arcui Sf,similis est; erit eQ, sinus declinationis illius arcus Eclipticæ, qui arcui Sf,similis est. Cum ergo eQ,
sinus sit arcus Meridiani HY, erit HY, arcus declinationis extremi puncti illius arcus Eclipticæ ab æquinoctio
inchoati, qui arcui Sf, similis est: atque ita de cæteris. Eodem enim prorsus modo demonstrabimus, gQ, si-
num esse declinationis extremi puncti illius arcus Eclipticæ ab æquinoctio numerati, qui arcui Sh, similis
est, &c.

Declinationes omniũ punctorum Eclipticæ quo pacto aliter reperiantur.

VERVM commodissime etiam eosdem arcus declinationum inueniemus, siue parallelos Solis duce-
mus, hac alia ratione. Sumatur circulus ABCD, pro Ecliptica, diuidaturque in 12. signa æqualia in punctis i,k,l,
m,n,P,p,q,r,s,δ,M,ita vt l, sit principiũ ♈; k,♉;i,♊;M,♋;δ,♌;s,♍;r,♎;q,♏;p,♐;P,♑;n,♒;m,♓. Deinde du-
ctis rectis per bina puncta ab M,vel P,æque remota,quæ ex schol.propos.27.lib.3. Eucl. parallelæ sunt,secabitur



diameter Eclipticæ MP, in punctis t,u α, β,per quæ ductæ ipsi HI, parallelæ, (quæ facile ducentur,si segmentis
parallelarum ks, iδ, inter puncta u,t,& diametrum HI, interceptis in aliis parallelis æqualia segmenta accipian-
tur,vt v.g. si segmento uε,parallelæ Ks,in aliis parallelis iδ,lr,mq,np, æqualia segmenta accipiantur,initio semper
facto à recta HI. Ita enim plura puncta habebimus,per quæ parallelæ ipsi HI,ducendæ sunt)dabunt diametros
parallelorum Solis per signorum initia ductorum, veluti prius. Quod facile demonstrabimus in hunc
modum.

QVONIAM est,vt EM,sinus totus ad MQ,sinum maximæ declinationis,ita Eu,sinus arcus Eclipticæ
lk,principium ♉,terminantis ad uγ: (ducta uγ,parallela ipsi MQ,vel perpẽdiculari ad HI,) Est autem & ex lem-
mate præcedente, vt EM, sinus totus ad MQ, sinum maximæ declinationis,ita Eu,sinus arcus Eclipticæ princi-
pium ♉,terminantis ad sinum declinationis principij ♉; erit uγ, sinus declinationis principij ♉; ac proinde ar-
cus HY, cuius sinus est uγ,declinationem metietur principij ♉,&c. Eademque de cæteris est ratio. Hæ autem
declinationes inuentæ in omnibus poli eleuationibus eædem sunt,neque vnquam mutantur,nisi prius maxima
Solis declinatio mutata inueniatur. Habita namque ratione maximæ declinationis HM,inuentæ sunt aliorum
Eclipticæ punctorum declinationes HY,HV,&c.

Declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ quo pacto Geometrice reperiatur.

LIQVET ex his, qua ratione inuenienda sit declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ dati. Nam si datum
punctum sit inter ♈,& ♋,numerabimus eius distantiam ab ♈, in circulo MSNT, à puncto S,versus M: si vero
inter ♎,& ♋,fuerit,numerabimus eius distantiam à ♎, ex puncto T,versus M: si autem inter ♈,& ♑, ab S,ver-
sus N; si deniq; inter ♎,& ♑,ex T,versus N; distantiam eius,quam à proximo puncto æquinoctij, nimirum ab
♎,habet,numerabimus. Parallela enim ipsi HI,ducta ex fine numerationis,erit diameter paralleli illius puncti
dati,

dati, ſecabitque arcum MN, in declinatione quæſita. Vt ſi detur gradus 10.♉, qui 40. gradibus ab ♈, verſus ♋, abeſt, numerabimus gradus 40. à puncto S, verſus M, vſque ad θ, & per θ, ipſi HI, parallelam, agemus θϖ, pro diametro paralleli Æquatoris, qui per 10. gradum ♉, tranſit, eiuſque declinatio erit Hϖ. Hanc eandem alia ratione ſic reperiemus. Quando punctum datum eſt inter ♈, & ♋, ſupputabimus eius diſtantiam, quam ab ♈, habet à puncto l, verſus M: ſi vero inter ♎, & ♋, à puncto r, verſus M, diſtantiam eius, quam à ♎, habet, numerabimus: Si autem inter ♈, & ♑, à puncto l, verſus P: ſi denique inter ♎, & ♑, à puncto r, verſus P, eius diſtantiam à proximo æquinoctij puncto, nimirum à ♎, numerabimus. Nam ſi à fine numerationis ipſi l r, parallelam agemus, ſecabitur MP, diameter Eclipticæ in puncto, per quod parallela ducta ipſi HI, erit diameter paralleli per punctum in Ecliptica datum tranſeuntis, &c. Vt ſi detur idem gradus 10. ♉, numerabimus gradus 40. (Tantum enim punctum datum ab ♈, verſus ♋, abeſt) à puncto l, verſus M, vſque ad μ, & per μ, ipſi l r, parallelam ducemus μξ, (quod facile fiet, ſi arcui l μ, æqualem abſcindemus r ξ.) quæ ipſam MP, ſecet in ϛ. Parallela enim ipſi HI, per ϛ, ducta erit diameter paralleli quæſiti, &c. veluti prius.

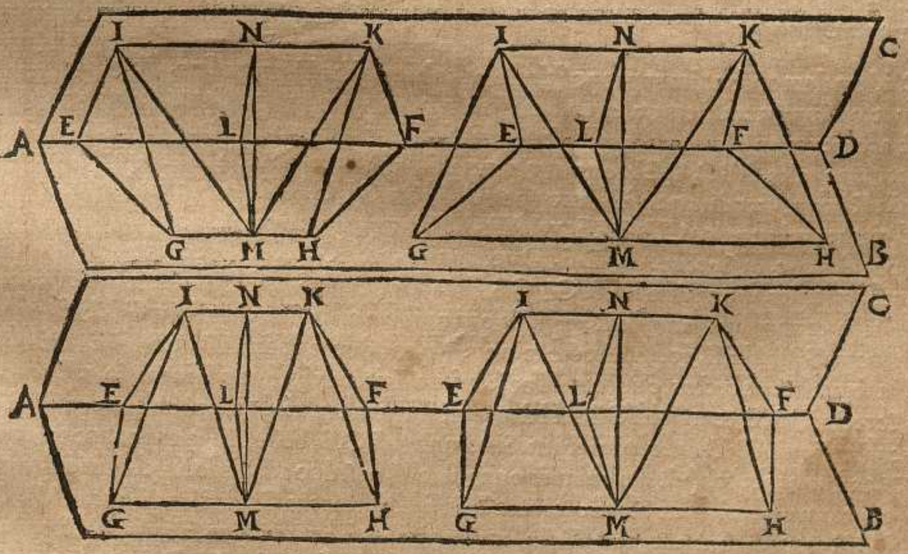
SCIENDVM quoque eſt, ſegmentum diametri Horizontis BD, inter MO, NP, diametros parallelorum ♋, & ♑, poſitum à parallelis intermedijs ita diuidi, vt recta MN, vel OP, ab eiſdem diuiſa eſt. Nam ſegmentum ſemidiametri ED, inter E, & parallelam MO, ſectum eſt, vt recta EM, ſecta eſt; [a] propterea quod parallelæ [a 2. ſexti.] lineæ diuidunt latera trianguli proportionaliter. Cum ergo eandem ob cauſam recta EM, ſecta ſit, vt diuiſa eſt MQ; erit dictum ſegmentum diuiſum, vt MQ, recta diuiſa eſt. Non aliter diuiſum erit ſegmentum diametri EB, inter E, & parallelam NP, vt diuiſa eſt recta NQ; propterea quod ſectum eſt, vt recta EN, & hæc, vt recta NQ. Igitur totum ſegmentum diametri Horizontis BD, inter parallelas MO, NP, ſectum erit, vt recta MN, diuiſa eſt à parallelis. quod eſt propoſitum.

IAM vero, qua ratione aliorum circulorum ſiue maximorum, ſiue non maximorum diametri, ſiue communes cum Meridiano ſectiones in Analemmate deſcribantur; & quomodo Analemma pro quibuſdam circulis interdum in alio circulo maximo, etiam non per mundi polos ducto, conſtruatur, in progreſſu Aſtrolabij, cum id vſus poſtulauerit, proprijs locis docebimus.

LEMMA XX.

SI duo plana ſe mutuo ſecent, & in vno eorum ad duo puncta communis ſectionis duæ rectæ cum ea internos duos angulos qualeſcunque conſtituant æquales, & in altero ad eadem duo puncta duæ aliæ rectæ cum eadem ſectione communi efficiant quoque internos duos angulos æquales qualeſcunque: conſtituent duæ hæ poſteriores rectæ cum duabus prioribus duos angulos æquales.

DVO plana AB, AC, ſecent ſeſe per lineam rectam AD, & in duobus punctis quibuſcunque E, F, communis ſectionis conſtituti ſint in plano AB, duo æquales interni anguli GEF, HFE, qualeſcunque, hoc eſt, ſiue acuti, ſiue recti, ſiue obtuſi; & in iiſdem punctis in plano AC, ſint conſtituti duo alij anguli interni qualeſcunque æquales IEF, KFE. Dico angulos GEI, HFK, æquales eſſe. In prima figura omnes anguli ſunt acuti; in ſe-



cunda obtuſi; in tertia priores duo obtuſi, & duo poſteriores acuti; in quarta denique priores duo recti, & duo poſteriores acuti. In omnibus tamen hiſce caſibus, & alijs eadem ſemper erit demonſtratio. Sint enim æquales inter ſe tam rectæ EG, FH, quam rectæ EI, FK, iunganturque GH, IK, quæ ipſi EF, parallelæ erunt. Quoniam enim duo anguli GEF, HFE, æquales ſunt, ſi vterque ſit acutus, conuenient rectæ EG, FH, productæ ad partes G, H, [b] conſtituentq; triangulum Iſoſceles. Cum ergo recta GH, ſecet latera proportionaliter, quod EG, FH, [b 6. primi.] æquales ſint, ac proinde & reliquæ lineæ vſq; ad concurſum; [c] erunt EF, GH, parallelæ. Si autem anguli GEF, [c 2. ſexti.] HEF, ſint obtuſi, conuenient rectæ GE, HF, productæ ad partes E, F, quod anguli illis deinceps fiant acuti ſupra rectam EF, conſtituentque eodem modo triangulum Iſoſceles, cuius baſis GH. [d] Latera enim ſupra ba- [d 6. primi.] ſim EF, æqualia erunt: Ergo additis æqualibus EG, FH, fient quoque latera ſupra GH, æqualia. Cum igitur

rectaEF, secet ea latera proportionaliter, auferens ex vtraque partes æquales[a] parallelæ erunt EF, GH, Si deni-
a 2. sexti. que vterque angulus GEF, HFE, sit rectus, [b] erunt rectæ EG, FH, parallelæ. Cum ergo sint & æquales, [c] erunt
b 28. primi. quoque EF, GH, æquales ac parallelæ. Eadem ratione ostendemus EF, IK, parallelas esse; [d] ac proinde & GH,
c 33. primi. IK, inter se parallelæ erunt. Diuisa autem EF, bifariam in L, excitentur in planis AB, AC, ad EF, perpendicula-
d 9. vndec. res LM, LN, quæ ipsas GH, IK, secabunt quoque bifariam. Si enim anguli æquales GEF, HFE, sint acuti, ita vt
EG, FH, productæ versus G, H, faciant triangulum Isosceles; erit ex scholio propos. 26. lib. 1. Euclid. recta ex
angulo ducta ad punctum L, medium basis, ad EF, perpendicularis, ideoque cum LM, coincidet. Cum ergo
eadem recta, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit
GH, in M, bifariam. Si vero anguli GEF, HFE, sint obtusi, ita vt GE, HF, productæ vltra EF, constituant tri-
angulum Isosceles, cuius basis EF, vel GH; erit rursus ex schol. propos. 26. lib. 1. Euclid. recta ex angulo ad L,
punctum medium basis EF, ducta, ad EF, perpendicularis; ideoque producta cum LM, coincidet. Cum ergo
ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. eadem recta secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit
GH, bifariam in M. Si denique anguli GEF, HFE, sint recti, erunt EH, EM, FM, parallelogramma rectangula,
e 34. primi. [e] ideoque latera opposita æqualia, hoc est, GM, ipsi, EL, & HM, ipsi FL, æquale, Cum ergo EL, FL, sint æqualia,
erunt quoque GM, HM, æqualia. Non aliter ostendemus rectam IK, in N, sectam esse bifariam.

QVIA vero recta EL, ad duas LM, LN, sese in L, tangentes perpendicularis est; [f] erit eadem EL, (ducta
f 4. vndec. recta MN,) ad planum trianguli LMN, recta. [g] Igitur & vtraque; GM, IN, ad idem planum recta erit; ideoque
g 8. vndec. ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vtraque GM, IN, ad rectam MN, in eodem plano existentem perpendiculares erit. Iun-
h 7. vndec. ctis igitur rectis GI, IM, MK, KH, [h] quæ omnes vna cum MN, in eodem sunt plano parallelarum GH, IK, quo-
niam duo latera IN, MN, duobus lateribus KN, NM, æqualia sunt, angulosque continent æquales, nimirum re-
i 4. primi. ctos, vt ostendimus; [i] erunt & bases IM, KM, & anguli IMN, KMN, æquales, ideoque & ex rectis reliqui GMI,
HMK, æquales erunt. Cum ergo duo latera GM, MI, duobus lateribus HM, MK, sint æqualia, angulosque con-
k 4. primi. tineant æquales, vt demonstratum est; [k] erunt & bases GI, HK, æquales. Denique cum latera EG, EI, lateribus
l 8. primi. FH, FK, æqualia sint, & basis GI, basi HK; [l] erunt quoque anguli GEI, HFK, æquales. quod est propositum.

ATQVE hæc demonstratio vniuersalis est in omnibus casibus, siue angulus inclinationis planorum
MLN, obtusus sit, siue acutus, siue rectus, vt perspicuum est.

QVOD si tam duo anguli GEF, HFE, quam duo IEF, KFE, recti fuerint, facilior erit demonstratio.
Quia enim tunc anguli GEI, HFK, sunt anguli inclinationis plani AC, ad planum AB, ex definitione 6. lib.
11. Euclid. ipsi inter se æquales erunt.

LEMMA. XXI.

SI in diametris circulorum æqualium puncta sumantur æqualiter à centris remota, ab eisque rectæ egrediantur vsque ad circumferentias, constituentes cum diametris ad easdem partes æquales angulos, rectæ illæ & æquales erunt, & arcus abscindent æquales. Et si lineæ sint æquales, constituent rectæ illæ cum diametris æquales angulos ad easdem partes, abscindentque rursus æquales arcus. Si denique arcus æquales abscindantur ad easdem partes, erunt quoque rectæ illæ æquales, constituentque cum diametris ad partes easdem angulos æquales.

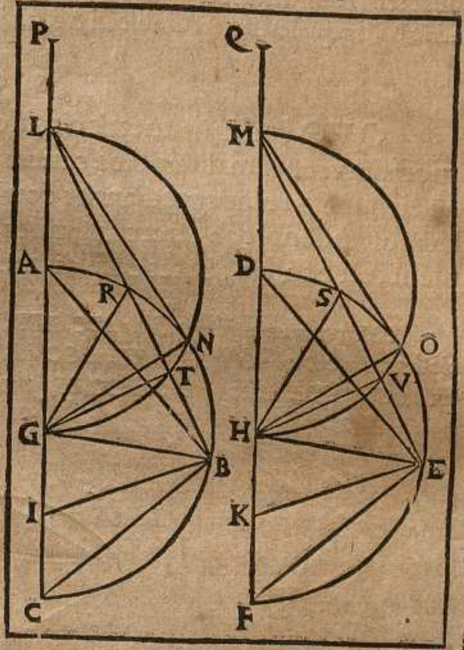
HOC idem demonstrauimus propositione penultima scholij propos. 29. lib. 3. Euclid. quando punctum in diametro assumptum est intra circulum; sed quia eo etiam indigemus in ijs, quæ sequuntur, quando punctum est acceptum in diametro producta extra circulum, libuit id vniuersaliter hoc loco demonstrare. Sint ergo circuli æquales, ABC, DEF, quorum centra G, H; diametri AC, DF; & sumantur primum intra circulos puncta I, K, æqualiter distantia à centro, hoc est, rectæ GI, HK, sint æquales: ducanturque rectæ vtcunque IB, KE, facientes vel angulos CIB, FKE, vel AIB, DKE, æquales. Dico & rectas IB, KE, & tam arcus abscissos CB, FE, æquales esse, quã arcus AB, DE. Ductis enim rectis GB, HE, ex centris, si quidem anguli GIB, HKE, ponantur æquales, erunt duo latera GI, GB, circa angulum IGB, duobus lateribus HK, HE, circa angulum KHE, æqualia, & angulus I, angulo K, æqualis, qui quidem æqualibus lateribus GB, HE, opponuntur. Est
autem reliquorum GBI, HEK, vterque recto minor; [m] quod ductæ rectæ AB, CB, DE, FE, faciant angulos
m 31. tert. ABC, DEF, in semicirculis rectos, quorum illi partes sunt. Igitur ex ijs, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrata
sunt à nobis, & rectæ IB, KE, & anguli IGB, KHE, æquales sunt in centris; [n] ideoque & arcus CB, FE, ac proinde
n 26. tert. & ex semicirculis reliqui AB, DE, æquales erunt. Si vero anguli CIB, FKE, æquales ponantur; erunt etiam reli-
o 13. primi. qui GIB, HKE, ex duobus rectis ([o] Tam enim duo anguli, ad I, quã duo ad K, duobus sunt rectis æquales) inter se
æquales. Quare vt iam ostensum est, erunt & rectæ IB, KE, & tam arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, æquales.

DEINDE accipiantur puncta A, D, in extremitatibus diametrorum, à quibus rectę eductæ AB, DE, angulos æquales efficiant CAB, FDE, vel LAB, MDE. Dico rursus rectas AB, DE, & tam abscissos arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, æquales esse. Si enim anguli CAB, FDE, æquales sint; [p] erunt quoque arcus CB,
FE, ac propterea & ex semicirculis reliqui AB, DE, æquales; [q] ideoque & rectæ AB, DE, æquales inter se
p 26. tert. erunt. Si vero anguli LAB, MDE, ponantur ęquales, erunt quoque ex duobus rectis reliqui CAB, FDE,
q 29. tert. æquales. Quare vt iam demonstratum est, erunt & tam arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, & rectæ AB, DE,
æquales.

POSTREMO accepta sint puncta L, M, in diametris productis extra circulos æqualiter à centris distantia, ita vt rectæ GL, HM, sint æquales: Et ducantur rectæ LN, MO, facientes angulos æquales CLN, FMO, vel PLN, QMO, abscindentesque arcus AN, DO, vel CN, FO. Dico rectas LN, MO, & tam arcus AN, DO, quam arcus CN, FO, esse æquales. Aut enim altera rectarum, nimirum LN, tangit circulum in N, aut non tangit. Si tangit, tanget & recta MO, circulum in O. Nam si anguli CLM, FMO, ponantur æquales;

&MO-

& MO, non tangat circulum, [a] ducatur tangens MS, iunganturq; rectæ GN, HS, [b] quæ facient angulos GNL, a 17. tertij.
HSM, rectos. Quia igitur duo latera GN, GL, circa angulum LGN, duobus lateribus HS, HM, circa angulum b 18. tertij.
MHS, æqualia sunt, & lateribus æqualibus GL, HM, opponuntur anguli æquales GNL, HSM, vtpote recti, re-
liquorum autem GLN, HMS, vterque recto minor est, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. erunt ex ijs, quæ ad
finem lib. 1. Euclid. demonstrauimus, anguli quoque GLN, HMS, æquales: Est autem eidem angulo GLN, per
hypothesim, æqualis angulus HMO. Igitur anguli quoque HMS, H M O, æquales erunt, pars & totum, quod
est absurdum. Tangit ergo recta M O, circulum in O. Iunctis ergo rectis G N, H O; [c] erunt anguli G N L, c 18. tertij.
HOM, recti & æquales. Ponuntur autem & anguli GLN, HMO, æquales. Igitur & reliqui LGN, MHO, æqua-
les erunt, ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1. Eucl. Quare cum duo latera GN, GL, duobus lateribus HO, HM, æqualia
sint, angulosque contineant æquales, vt ostensum est; [d] erunt etiam bases LN, MO, æquales. Item & arcus AN, d 4. primi.
DO, ob æquales angulos AGN, DHO, ad cetra; ideoq; & ex semicirculis reliqui arcus CN, FO, æquales erunt. e 26. tertij.
Quod si æquales ponatur anguli PLN, QMO, erunt etiã ex duobus rectis reliqui CLN, FMO, æquales. Quare,
vt iam demonstratũ est; & tam arcus AN DO, quã arcus CN, FO, & rectæ LN, MO, tangentes æquales erunt.



SI vero duæ rectæ LR, MS, vel LB, ME, faciant vel angulos
CLR, FMS, vel PLR, QMS; aut CLB, FME, vel PLB, QME, æ-
quales, nõ tangat autem LR, vel LB, circulum, sed secet in R, vel
B, ducta tangente LN, cadet LR, vel LB, citra tangentem LN, fa-
cietque angulum CLR, vel CLB, minorem angulo CLN. Quia
vero ducta tangente MO, anguli GLN, HMO, æquales sunt, vt
proxime demonstratum est, angulus autem FMS, angulo CLR,
vel angulus FME, angulo CLB, ponitur æqualis; erit quoq; an-
gulus FMS, vel FME, minor angulo FMO, ac proinde recta MS,
vel ME, citra tangentẽ MO, cadet. Secabit ergo vtraq; LR, MS,
vel vtraque L B, M E, circulum proprium duobus punctis R, B,
& S, E, inter quæ posita sunt puncta contactuum N, O. Suman-
tur ergo primum puncta R, S, citra contactus, & anguli GLR,
HMS, ponantur æquales. Dico & rectas LR, MS, & tã arcus AR,
DS, quam arcus C R, F S, æquales esse. Iunctis enim rectis GR,
HS; quoniam duo latera GR, GL, circa angulum LGR, duobus
lateribus HS, HM, circa angulum MHS, æqualia sunt, & anguli
GLR, HMS, æqualibus lateribus GR, HS, oppositi, æquales po-
nuntur, reliquorum autem angulorum GRL, HSM, vterque re-
cto maior est, [f] quod tam G R L, maior sit recto angulo GNL, f 21. primi.
quam HSM, angulo recto HOM; erunt ex ijs, quæ demonstra-
uimus ad finẽ lib. 1. Eucl. & rectæ LR, MS, & anguli LGR, MHS, g 26. tertij.
æquales. [g] Igitur & arcus AR, D S, ideoque & ex semicirculis reliqui CR, FS, æquales erunt. Quod si æquales
ponantur anguli PLR, QMS, erunt quoque ex duobus rectis reliqui GLR, HMS, æquales. Quare, vt iam est o-
stensum, erunt & rectæ LR, MS, & tam arcus AR, DS, quam arcus CR, FS, æquales.

SVMANTVR deinde puncta BE, vltra contactus, & anguli GLB, HME, ponantur æquales. Dico
rursus & rectas LB, ME, & tam arcus AB, DE, quam arcus CB, FE, æquales esse. Iunctis enim rectis GB, HE, e-
rit vterque angulus GBL, HEM, recto minor. Descriptis namque circa æquales rectas GL, HM, semicirculis,
qui per contactus N, O, transibunt ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. ob rectos angulos ad N, O, secabuntque re-
ctas LB, ME, in T, V; si iungantur rectæ GT, HV, [h] fient anguli GTL, HVM, in semicirculis recti. [i] Cum er- h 31. tertij.
go tam GTL, angulo GBL, quam HVM, angulo HEM, maior sit, externus interno; erit tam GBL, quã HEM, i 16. primi.
recto minor: quod etiam ex eo constat, quod rectæ in B, E, cum GB, HE, rectos angulos constituentes, circu-
los tangant in B, E, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, vt secantes rectæ LB, ME, cum eisdem G B,
HE, acutos angulos efficiant. Quoniam igitur duo latera GB, GL, circa angulum LGB, duobus lateribus HE,
HM, circa angulum MHE, æqualia sunt, & anguli GLB, HME, lateribus æqualibus GB, HE, oppositi, ponun-
tur æquales, reliquorum autem angulorum GBL, HEM, vterque recto minor est ostensus; erunt ex demon-
stratis à nobis ad finem lib. 1. Euclid. & rectæ L B, M E, & anguli LGB, MHE, æquales; [k] Igitur & arcus AB, k 26. tert.
D E, atque idcirco & ex semicirculis reliqui C B, F E, æquales erunt. Quod si ponantur æquales anguli P L B,
QME, erunt etiam ex duobus rectis reliqui CLB, FME, æquales. Quare vt demonstratum iam est, erunt & re-
ctæ LB, ME, & tam arcus AB, DE, quam arcus CB, FE, æquales.

DEINDE æquales sint rectæ IB, KE, vel AB, DE, vel LN, MO, vel LR, MS, vel denique LB, ME. Dico
& angulos ad I, K, vel ad A, D, vel ad L, M, & tam arcus CB, FE, vel ON, FO, vel CR, FS, quam arcus AB, DE,
vel AN, DO; vel AR, DS, esse æquales. Quia enim duo latera GI, GB, duobus lateribus HK, HE, æqualia sunt,
& basis IB, basi KE, æqualis ponitur; [l] erunt quoq; anguli IGB, KHE, æquales. [m] Igitur & arcus CB, FE, ideoq; l 8. primi.
& semicirculorum reliqui AB, DE, æquales erunt. Item quia duo latera IG, IB, duobus lateribus KH, KE, æqua- m 26. tert.
lia ponuntur, & basis G B, basi H E, æqualis est; [n] erunt quoque anguli GIB, HKE, ideoque & duorum recto- n 8. primi.
rum reliqui CIB, FKE, æquales erunt. Rursus quia rectæ AB, DE, ponũtur æquales, [o] erũt arcus quoq; AB, DE, o 28. tert.
ac proinde & semicirculorum reliqui CB, FE, æquales. [p] Igitur & anguli CAB, FDE, & propterea duorũ recto- p 27. tert.
rum quoque reliqui L A B, MDE, æquales erunt. Denique quia tria latera GB, GL, LB, tribus lateribus HE,
HM, ME, æqualia sunt, erunt ex coroll. propos. 8. lib. 1. Eucl. anguli quoque GLB, BGL, angulis HME, EHM,
æquales. [q] Igitur & arcus AB, DE, ob angulos æquales BGL, EHM, ad centra æquales erunt, ac propterea re- q 26. tert.
ctorum quoque reliqui anguli PLB, QME, & semicirculorum reliqui arcus CB, FE, æquales erunt. Non aliter
ostendemus & angulos ad L, M, & arcus AN, DO, & CN, FO, & AR, DS, & CR, FS, & AB, DE, & deniq; C B,
FE, esse æquales.

TERTIO sint æquales arcus CB, F E, à rectis IB, KE, abscissi. Dico rectas etiam *IB, KE*, & angulos ad I,

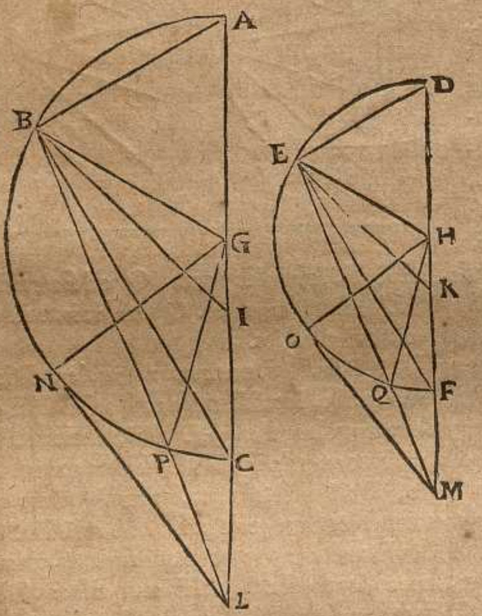
 K, æqua-

a 27. tertij. K,æquales eſſe. [a] Erunt n. anguli CGB, FHE,æquales,ob arcus æquales CB,FE. Quia igitur duo latera GI,GB,
b 4. primi. duobus lateribus HK,HE, ſunt æqualia, angulosque continent æquales; [b] erunt quoq; baſes IB, KE,æquales, nec non & anguli GIB, HKE; ideoq; & ex duobus rectis reliqui CIB, FKE. Quod ſi æquales ſint arcus AB, DE,ab eiſdem rectis IB,KE, abſciſſi, erunt quoque ex ſemicirculis reliqui CB,FE,æquales. Ergo,vt iam eſt oſtenſum,& rectę IB,KE,& anguli ad I,K,æquales erunt.Sint rurſus arcus æquales CB, FE, à rectis AB, DE, abſciſſi.Dico rectas quoque AB,DE,& angulos ad A,D,æquales eſſe. Erunt enim reliqui etiam arcus AB,DE,ex
c 29. tertij. ſemicirculis æquales, [c] ideoque & rectæ AB,DE,æquales erunt. Item ob arcus æquales CB,FE,[d] anguli CAB,
d 27. tertij. FDE,ideoque & ex duobus rectis reliqui LAB, MDE, æquales erunt. Quod ſi æquales ſint arcus AB, DE,ab eiſdem rectis AB,DE,abſciſſi,erunt etiam ex ſemicirculis reliqui CB, FE, æquales. Ergo,vt proxime demonſtrauimus,erunt rurſus rectæ AB,DE,& anguli ad A,D,æquales. Præterea ſint arcus AN,DO, æquales abſciſſi
e 27. tertij. à rectis LN,MO. Dico has rectas,& angulos ad L,M,æquales eſſe. [e] Erunt enim anguli NGL, OHM, æquales,propter æquales arcus AN,DO. Igitur quia duo latera GN,GL,duobus lateribus HO,HM, æqualia ſunt,
f 4. primi. angulosq; complectuntur æquales, [f] erunt & baſes LN, MO, & anguli GLN, HMO,atque idcirco & ex duobus rectis reliqui PLN,QMO,æquales erunt. Eadem ratione oſtendes rectas LR,MS, æquales eſſe,& angulos ad L,M,ſi æquales ſint arcus abſciſſi AR,DS,& ſic de cæteris.

SCHOLIVM.

QVOD ſi in diametris circulorum inæqualium puncta ſumantur ſimiliter à centris remota,ita vt eorum diſtantiæ à centris eandem proportionem habeant, quam ſemidiametri, & ab eis punctis rectæ egrediantur conſtituentes cum diametris ad eaſdem partes angulos æquales; abſcindentur ab eis arcus ſimiles. Et ſi arcus abſciſſi ſint ſimiles ad eaſdem partes, conſtituent rectæ abſcindentes cum diametris ad partes eaſdem angulos æquales.

IN circulis enim inæqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, ſumantur in diametris duo puncta I,K.ſimiliter diſtantia à centris,hoc eſt,ita ſit IG,ad KH,vt GC,ad HF, & permutando, ita IG,ad GC, vt KH, ad HF; conſtituanturque anguli æquales GIB,HKE. Dico tam arcus BC,EF,quam AB,DE,ſimiles eſſe. Iunctis enim rectis GB,HE; quoniam anguli I, K,æquales ſunt,& latera circa angulos G,H,in triangulis BGI, EHK, proportionalia, & reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor, quod partes ſint rectorum, quos rectæ CB, AB; FE, DE,in ſemicirculis efficiunt; [g] *erunt anguli BGI, EHK, in centris æquales. Igitur ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Euclid. arcus BC, EF, ſimiles ſunt; ideoque & ex ſemicirculis reliqui AB,DE,ſimiles erunt,ex lemmate 6.*



g 7. ſexti.

EADEM ratione,ſi ad puncta C, F,ſimiliter à centris diſtantia,cum per ſemidiametros diſtent,fiant anguli æquales GCB, HFE, oſtendemus tam arcus BC,EF,quam AB, DE,ſimiles eſſe. Iunctis enim rectis GB.HE; erunt rurſum in triangulis BCG, EFH, anguli C, F, æquales, & latera circa angulos G, H, proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor ſit, quod partes ſint rectorum,quos rectæ CB, AB; FE, DE,conſtituunt in ſemicirculis; [h] *erunt anguli G,H,in centris æquales. Igitur ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Euclid. arcus BC, EF, ſimiles ſunt, &c. Quod breuius ſic demonſtrabitur. Quoniam æquales ſunt anguli ACB, DFE, erunt ex prædicto ſcholio, arcus AB,DE, ſimiles; ideoque & ex ſemicirculis reliqui BC, EF, per lemma 6.ſimiles erunt.*

h 7. ſexti.

NON aliter,ſi puncta L,M, ſimiliter diſtent à centris, fiantque æquales anguli GLB, HME, demonſtrabimus ſimiles eſſe & arcus BC, EF, & AB, DE, & CP, FQ, & AP, DQ, & BP, EQ. Iunctis enim rectis GB, HE, erunt rurſum in triangulis BGL, EHM, anguli L, M, æquales,& circa G, H, latera proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque ſit minor recto; (Nam iunctis rectis GP, HQ; erunt anguli B, P; E, Q, in Iſoſcelibus
i 7. ſexti. *BGP,EHQ, acuti,ex coroll.3.propoſ.17.lib.1.Euclid.)* [i] *erunt tam anguli G,H, quam B,E, æquales. Igitur ex ſcholio propoſ. 22. lib.3.Euclid.arcus BC, EF, ideoque per lemma 6. & ex ſemicirculis reliqui AB,DE,ſimiles erunt. Et quia anguli B, E, æquales*
k 5. primi. *ſunt oſtenſi,erunt quoque P, Q,in Iſoſcelibus BGP,EHQ. (*[k] *cum illis æquales ſint) æquales; ac proinde & reliqui anguli BGP, EHQ,æquales erunt,quibus demptis ex æqualibus BGL,EHM, reliqui etiam PGL, QHM, æquales erunt, ac propterea ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Euclid.arcus CP,FQ, ideoque per lemma 6.& ex ſemicirculis reliqui AP,DQ, ſimiles erunt,à quibus ſi demantur ſimiles AB,DE, reliqui BP,EQ, per lemma 6. ſimiles quoque erunt.*

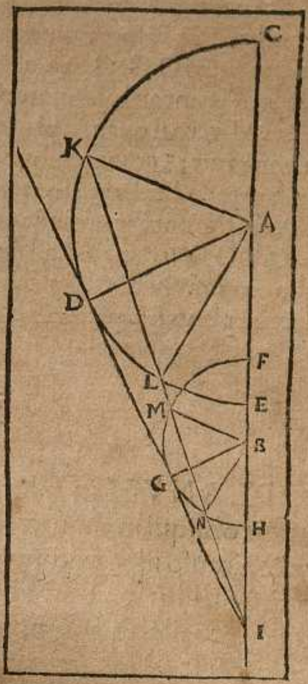
QVOD ſi quando contingat,rectarũ angulos æquales conſtituentium vnã, verbigratia, LN, circulum tangere, tanget & altera MO, circulum. Nam tangente LN, circulum ABC, ſi ducatur MO, tangens circulum DEF, erit angulus GLN,
l 18. tertij. *angulo HMO, æqualis. Iunctis enim rectis NG, OH;* [l] *erunt anguli N,O,recti,& æquales. Cum ergo circa angulos NGL, OHM, latera ſint proportionalia, & reliquorum angulorum L, M, vterque recto minor, ex coroll. 1. propoſ. 17. lib.1. Euclid.*
m 7. ſexti. [m] *erunt & anguli G, H, & L, M, æquales. Ex quo fit, ſi LN, circulum tangat, nullam ex M, duci poſſe, præter tangentem MO, quæ angulum ad M, angulo ad L, æqualem conſtituat, cum omnis talis angulus vel maior foret angulo HMO, vel minor.*

SED ſint iam arcus ſimiles BC,EF,& puncta I,K,ſimiliter diſtantia à centris. Dico ductis rectis BI, EK, angulos I, K, æquales eſſe. Iunctis namque rectis BG,EH; erunt ex ſcholio propoſ.22.lib.3.Euclid. anguli G,H,æquales. Cum ergo & latera
n 6. ſexti. *circa eoſdem ſint proportionalia;* [n] *æquiangula erunt triangula BGI,EHK,& anguli I,K,æquales.*

EODEM pacto æquales quoque erunt anguli C, F, & L, M, etiam, ſiue ſimiles ponantur arcus BC, EF, ſiue CP, FQ, quod eſt propoſitum.

COROL-

COROLLARIVM.

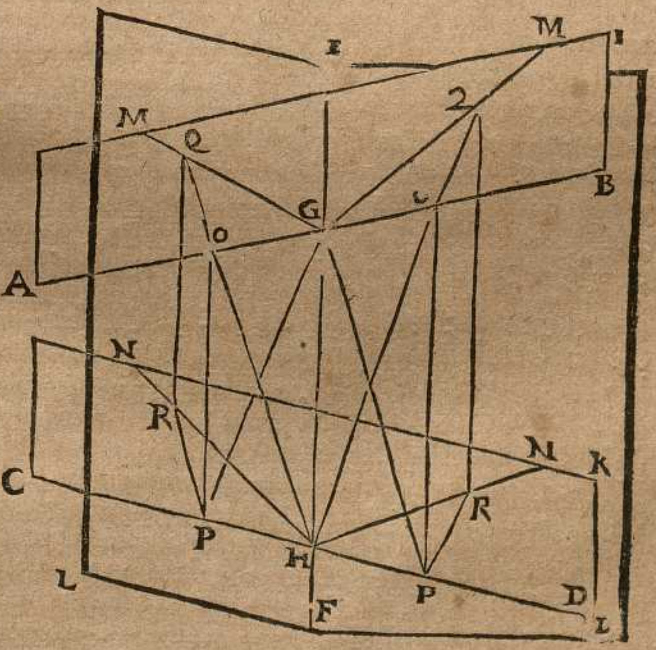


EX his inferre licet & hoc Theorema. Si ex duobus centris A, B, in eadem recta existentibus describantur duo circuli C D E, F G H, ea conditione, vt extra vtrumque accipi possit punctum I, similiter à centris distans, id est, vt eadem sit proportio IA, ad IB, quæ semidiametri AE, ad semidiametrum BH, & permutando eadem IA, ad AE, quæ IB, ad BH; Recta linea ID, tangens vnum circulorum, tanget & alterum, & recta IK, vtrumque secans abscindet arcus similes EK, HM, CK, FM, &c. Quia enim circuli inæquales sunt, & punctum I, instar duorum similiter à centris abest, fit vt ducta recta ID, tangente circulum C D E, recta I G, faciens angulum B I G, æqualem angulo A I D, hoc est, eundem, tangat quoque circulum FGH, similesque sint arcus D E, GH. Sic etiam ducta recta IK, si ducatur recta I M, faciens angulum FIM, æqualem angulo C I K, hoc est, eundem, efficitur vt arcus KE, MH, &c. similes sint, vt in scholio proximo demonstratum est. Hoc tamen corollarium demonstrari poterit iisdem viis, quibus scholium demonstratum est, vt constat, si rectæ iungantur, vt in figura apparet.

LEMMA XXII.

SI in plano subiecto inter duas rectas cadat transuersa recta linea faciens cum illis angulos internos ex vtraque parte inter se æquales, siue omnes recti sint, siue duo obtusi, & duo acuti; in rectis autem illis duabus plano subiecto insistant duo plana ad angulos rectos: planum per transuersam lineam ductum vtcunque faciat cum planis rectis communes sectiones, lineas rectas, quæ cum datis duabus rectis in plano subiecto angulos continebunt æquales.

IN subiecto plano sint duæ rectæ A B, C D, inter quas in transuersum cadat recta EF, faciens tam internos angulos HGB, GHD, quã internos HGA, GHC, inter se æquales, siue rectos, siue duos obtusos, & acutos duos. Sint autem primum HGB, GHD, obtusi, & HGA, GHC, acuti, & in rectis AB, CD, insistant ad planum subiectum duo plana recta AI, CK: Per rectam quoque EF, transuersam ducatur planum EL, vtcunque inclinatum ad planũ subiectum, siue ad partes B, D, siue ad partes A, C, secans plana recta AI, CK, per rectas GM, HN. Dico tã angulos BGM, DHN, quã angulos AGM, CHN, inter se æquales esse. Sũptis namq; rectis æqualibus GO, HP, versus eam partem, in quam planum EL, ad subiectum planum est inclinatum, ita tamen, vt ex parte acutorum angulorum AGH, CHG, abscindantur ante concursum linearum GA, HC, vt vtrobique eadem semper sit demonstratio; iungantur rectæ OP, GP, OH. Quia igitur duo latera GH, GO, duobus lateribus HG, HP, æqualia sunt, angulosque continent æquales ex hypothesi, [a] erunt triangula GHO, HGP, æqualia. [b] Igitur rectæ GH, OP, parallelæ sunt. In plano deinde AI, ducatur ex O, ad AB, communem sectionem plani AI, & plani subiecti perpendicularis OQ, quæ ex definitione 4. lib. 11. Euclid. recta erit ad planum subiectum. Producatur autem OQ, donec in Q, secet GM, communem sectionem plani EL, & plani AI. Secabit autem eam omnino cum in eodem plano AI, existant, & anguli QOG, OGQ, sint duobus rectis minores, quippe cum planum EL, ponatur inclinatum ad planum subiectum, ac proinde angulus OGQ, acutus sit. Nam si rectus foret, esset GQ, ex defin. 4. lib. 11. Euclid. ad planum subiectum recta; [c] ac proinde & planum EL, per rectam GQ, ductum ad subiectum planum esset rectum. quod nõ ponitur. In plano quoque CK, ducatur ex P, ad CD, communem sectionem plani CK, & plani subiecti perpendicularis PR, quæ similiter ad planum subiectum recta erit, & producta cum HN, communi sectione plani EL, & plani CK, conueniet in R. Iuncta autem recta QR, in plano EL, in quo puncta Q, R, existunt; si per GH, concipiatur duci planum æquidistans plano OR, (potest autem duci, cum GH, ipsi OP, ostensa sit parallela. Ita enim fit, vt planum per GH, ductum tamdiu circumuolui possit circa rectam GH, donec parallelum sit plano OR, per rectam OP, ducto) erunt communes sectiones GH, QR, factæ in



a 4. primi.
b 39. primi.
c 18. vndec.

planis illis parallelis à plano EL, per rectas GH, QR, ducto parallelæ. Cum ergo eidem GH, sit ostensa parallela OP; [a] erunt quoque OP, QR, inter se parallelæ. [b] Sed & OQ, PR, ad planum subiectum rectæ inter se parallelæ sunt. Parallelogrammum ergo est OR; [c] ac proinde latera opposita OQ, PR, æqualia erunt. Quoniam igitur duo latera OG, OQ, duobus lateribus PH, PR, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vtpote rectos; [d] erunt anguli quoque OGQ, PHR, æquales. quod est propositum.

a 9. vndec. b 6. vndec. c 34. pri. d 4. primi.

IAM vero si quando planum EL, ad subiectum planum fuerit rectum, cum etiam plana AI, CK, ad idem recta ponantur; [e] erunt quoque communes sectiones horum & illius, nimirum rectæ GM, HN, ad subiectum planum perpendiculares, atque idcirco per defin. 3. lib. 11. Euclid. tam anguli MGA, MGB, quam anguli NHC, NHD, recti erunt, ac proinde omnes quatuor inter se æquales.

e 19. vndec.

QVOD si recta EF, ad duas AB, CD, fuerit perpendicularis; [f] erunt AB, CD, parallelæ; ac proinde ex scholio propos. 18. lib. 11. Euclid. plana recta AI, CK, parallela quoque erunt. [g] Igitur sectiones GM, HN, in illis factæ à plano EL, parallelæ erunt. [h] Quare anguli BGM, DHN, æquales erunt.

f 28. primi. g 16. vndec. h 10. vndeci.

LEMMA XXIII.

PLANVM in sphæra per alterutrum polorum mundi, & alterutrum polorum circuli cuiusuis obliqui maximi, vel ad Æquatorem recti, vtcunque ductum, abscindit tam ex Æquatore & circulo illo maximo obliquo, vel recto, quam ex quolibet parallelo Æquatoris, & parallelo circuli illius maximi obliqui, vel recti, (qui tamen æqualis sit parallelo Æquatoris, & qui tanto interuallo ab assumpto suo polo absit, quanto parallelus Æquatoris ab assumpto mundi polo distat) duos arcus æquales, inter planum secans, & circulum maximum per assumptos duos polos descriptum interceptos.

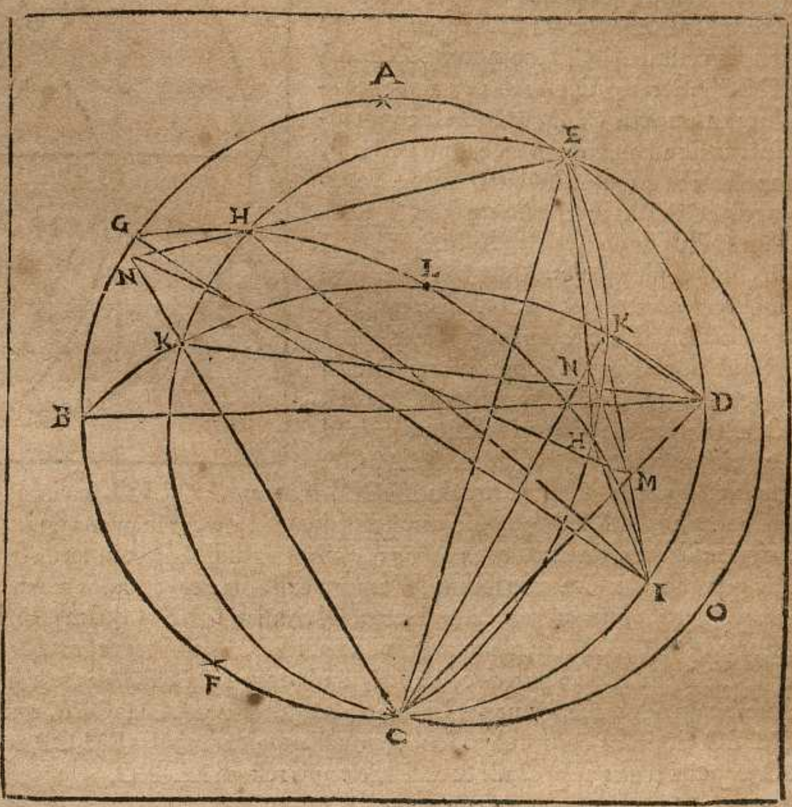
SED quia circulus ille maximus per mundi polos, & polos alterius circuli maximi descriptus binis in locis singulos circulos ex assumptis duobus polis descriptos secat; vt sciamus, à quibusnam duabus sectionibus arcus æquales abscissi incipiant, consideranda hæc sunt. Quando planum secans ducitur per polum mundi australem, & polum circuli alterius maximi superiorem, (Quia enim alter hic circulus maximus, quando obliquus est, pro Horizonte alicuius regionis sumi potest, erit eius polus ab australi polo remotior, superior, instar verticis siue Zenith, & alter inferior, instar Nadir, qui nimirum polo australi propior est: quando autem alter hic circulus ad Aequatorem rectus est, ita vt sit Horizon quidam rectus, alteruter polorum eius accipi potest pro superiore, siue pro Zenith. Ex quo etiam fit, vt semicirculus maximi circuli per polos mundi, & polos alterius circuli transeuntis, inter polos mundi conclusus, in quo superior polus, siue Zenith continetur, dicatur superior, alter vero, in quo inferior polus existit, siue Nadir, inferior vocetur:) & arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo incipit à semicirculo superiore, inchoãdus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione eius cum maximo circulo per polos ducto australi: si vero arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo, incipiat à semicirculo inferiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali. Quando autem planum secans ducitur per polum mundi australem, & polum alterius circuli maximi inferiorem, & arcus abscissus in Aequatore, vel eius parallelo, incipit à semicirculo superiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali: ab australi vero, si arcus Aequatoris, vel eius paralleli, incipiet à semicirculo inferiore. Sectio porro borealis, australisue sumenda est respectu polorum alterius circuli maximi obliqui vel recti.

IN sphæra sit circulus maximus ABCD, per mundi polos A, C, & polos E, F, circuli maximi obliqui cuiuscunq; GHI, ductus, sitq; ex polo alterutro mundi descriptus Æquator BKD, secans obliquum in L, eruntq; quadrãtes LB, LD, LG, LI. Quoniam enim circulus maximus ABCD, per polos maximorũ circulorum BLD, GLI, ducitur, [a] transibit vicissim eorum vterq; per ipsius polos, ac proinde L, polus erit circuli ABCD; [b] ideoq; LB, LD, LG, LI, quadrantes erunt. Primum autem per polum australem mundi C, & E, polum circuli obliqui remotiorem, (quia enim circulus maximus GHI, obliquus ponitur ad Æquatorem, non distabunt eius poli ab huius polis quadrante, ita vt eius poli sint B, D: [c] alioquin circulus obliquus transiret per polos Æquatoris A, C; [d] ideoq; rectus esset ad Æquatorem, quod pugnat cum hypothesi. Igitur vnus polus, nimirum F, vicinior erit polo mundi C, alter vero E, remotior) ducatur planum quodpiã, [e] faciens in sphæræ superficie circulum CHE, [f] & cum plano circuli maximi ABCD, communem sectionem rectam CE: Secetq; hic circulus CHE, primum Æquatorem & circulũ maximum obliquum in punctis K, H, quæ vel existant in quadrãtibus LD, LI, vel in quadrantibus LB, LG, hoc est, arcus abscissi DK, IH, sint vel quadrante minores, vel maiores. Dico arcus DK, IH: Item BK, GH (Nã DK, in Æquatore incipit à semicirculo superiore CDA & IH; in circulo obliquo à sectione australi I: At vero BK, initiũ sumit in Æquatore à semicirculo inferiore CBA, & GH, in obliquo circulo à sectione Boreali G,) æquales esse. Ductis enim rectis CD, EI, quæ se intersecabunt in M, cum sint in plano maximi circuli ABCD, punctumq; I, inter C, & D, existat; [g] Quoniam CD, EI, quadrãtes sunt; ablatoq; propterea arcu cõmuni DI, reliqui arcus CI, ED, æquales; [h] erũt anguli CEI, ECD, æquales; [i] ideoq; & rectæ EM, CM, æquales erunt. Rursus ducãtur in plano circuli CHE, rectæ CK, EH, quæ æquales erunt, [k] cũ sint latera quadratorum in circulis maximis descriptorũ; [l] ideoq; & arcus CK, EH, æquales, & ablato cõmuni arcu HK, quãdo circul9 CHE,

a schol. 15. 1. Theod. b coroll. 16. 1. Theod. c coroll. 16. 1. Theod. d 15. 1. Theodos. e 1. 1. Theo. f 3. vndec. g coroll. 16. 1. Theod. h 27 tert. i 6. primi. k 16. 1. Theodos. l 28. tertij.

ſecat quadrãtes LD, LI, quod tũc punctũ H, ſit inter C, & Æquatorẽ, vel addito cõmuni arcu HK, quando circulus CHE, ſecat quadrantes LB, LG, quod tunc punctũ H, ſit vltra Æquatorẽ, æquales fient quoq; vel reliqui arcus, vel conflati CH, EK, [a] ac proinde & anguli CEH, ECK, æquales erunt; atq; hinc rectæ CN, EN. (Nam rectæ CK, EH, neceſſario coibunt, quod vterque angulorum æqualium CEH, ECK, recto minor ſit, vt probabimus) [a] æquales etiam erunt. Rectas autem CK, EH, coire, quando circulus CHE, quadrantes LD, LI, ſecat, perſpicuum eſt, cum ſe mutuo in plano eius circuli ſecent, propterea quod punctum H, eſt inter puncta C, & K. At vero eaſdem rectas CK, EH, quando circulus CHE, quadrantes LB, LG, ſecat; coire, hoc eſt, angulos æquales CEH, ECK, eſſe minores duobus rectis, ita manifeſtum erit. Quoniam Circulus CHEO, non maximus eſt, cum puncta K, H, per quæ ducitur, non ſint in circulo maximo ABCD, qui ſolus maximus eſt inter omnes circulos per puncta C, E, non per diametrum oppoſita deſcriptos, (Per duo namque puncta in ſphæra non per diametrum oppoſita vnus tantum circulus maximus deſcribi poteſt [b] vt ex Theodoſio conſtat) Vel certe ſi maximus eſſet, [c] ſecaret circulum ABCD, bifariam in E, C, quod eſt abſurdum, cum bifariam ſecetur in A, C; [d] auferet vtraque recta CK, EH, ex circulo CHEO, maiorem arcum, quam vt ſimilis ſit arcui, quam vtraque earum ex maximo circulo aufert: Aufert autem vtraque ex maximo circulo quadrantem, [e] quod vtraque lateri quadrati in maximo circulo deſcripti ſit æqualis. Igitur vterque arcus CK, EH, quadrante maior erit. [f] Rurſus quia recta CE, ex circulo eodem CHEO, maiorem arcum aufert, quam vt ſimilis ſit arcui CDE, quem ex maximo circulo ABCD, eadem recta CE, abſcindit: Eſt autem arcus CDE, quadrante maior, [g] quod CD, quadrans ſit. Igitur arcus COE, multo maior erit quadrãte, ac proinde ſi adiiciantur duo arcus CK, EH, quadrante etiam maiores oſtenſi; erunt toti arcus EOCK, COEH, ſemicirculo maiores ſinguli; [h] atque idcirco vterque angulus ECK, CEH, cum in illis ſegmentis maioribus exiſtant, recto minor erit. Quocirca duæ rectæ CK, EH, extra ſphæram coibunt in N, propter duos angulos ECK, CEH, duobus rectis minores.

a 27. tertij.
a 6. primi.
b 20. 1. Theodoſ.
c 11. 1 Theo.
d lemma 6. 3. Theod.
e 16. 1. Theod.
f lemma 6. 3. Theod.
g coroll. 16. 1. Theod.
h 31. tert.



ITAQVE ductis rectis MN, DK, IH: quia latera CM, CN, lateribus EM, EN, oſtenſa ſunt æqualia, baſiſque communis eſt MN; [i] erunt anguli MCN, MEN, æquales in triangulis CMN, EMN, quæ quidem extra plana circulorum CHE, ABCD, exiſtunt. Quocirca in triangulis CDK, EIH, quoniam latera CD, CK lateribus EI, EH, ſunt æqualia, [k] quod omnia latera ſint quadratorum in maximis circulis deſcriptorum; anguloſque æquales comprehendunt, DCK, IEH, vt oſtendimus; [l] erunt baſes quoque DK, IH, æquales; [m] atq; idcirco & arcus DK, IH, æquales erunt, ſiue ij minores ſint quandrante, ſiue maiores, hoc eſt, ſiue circulus CHE, exiſtat citra punctũ L, ſiue vltra. Reliqui igitur ex ſemicirculis BK, GH, æquales quoque erunt.

i 8. primi.
k 16. 1. Theod.
l 4 primi.
m 28. tert.

CÆTERVM angulos MCN, MEN, ex quibus quidẽ tota vis demonſtrationis pendet, probabimus eſſe æquales, etiãſi non conſtet rectas CK, EH, productas conuenire in puncto N, hoc modo. Quoniã planum circuli CHE, planum circuli ABCD, ſecat per rectam CE, ſuntq; tam in hoc æquales oſtenſi duo interni anguli CEI, ECD, quam in illo duo interni CEH, ECK: erunt per lemma 20 anguli quoque DCK, IEN, æquales. Quare vt prius, [n] oſtendentur æquales baſes DK, IH; [o] ac proinde & arcus DK, IH, ideoque & ex ſemicirculis reliqui BK, GH æquales erunt.

n 4. primi.
o 28. tertij.

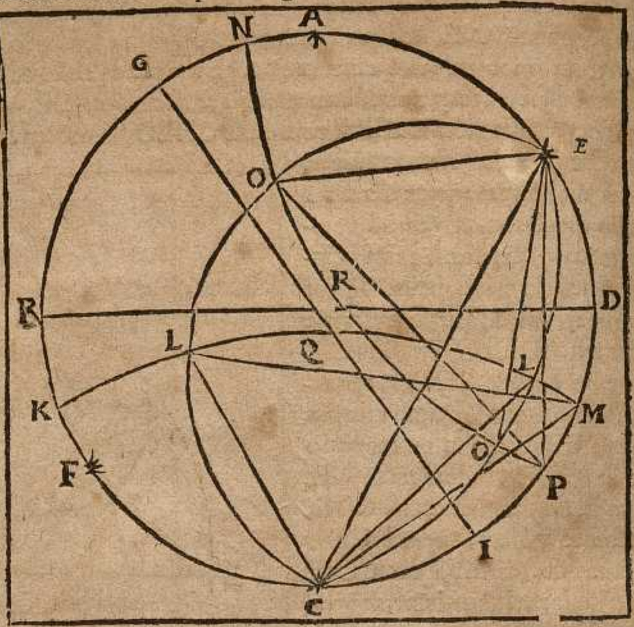
ET quia oſtenſi ſunt quadrantes LD, LI, ſi demantur æquales arcus DK, IH, vel ab his quadrantes tollantur LD, LI, erunt quoque arcus LK, LH, intercepti inter planum ſecans & punctum K, interſectionis Æquatoris cum circulo obliquo æquales.

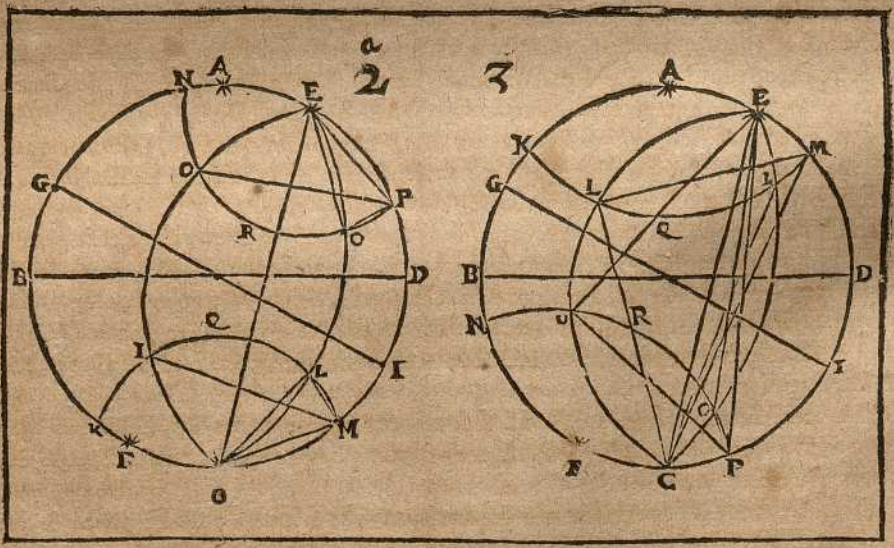
QVOD ſi circulus CHE, tranſeat per L, punctum, vbi ſe interſecant Æquator & circulus obliquus GHI, perſpicuum eſt, arcus abſciſſos DL, IL, æquales eſſe, cum ſint oſtenſi quadrantes. Sic etiam ſi idem circulus CHE, tranſeat per alterum etiam polum mundi. A, liquido conſtat, & arcus DLB, ILG, & LB, LG, æquales eſſe. Erit enim tunc circulus CHE, idem qui ABCD, maximus, ac proinde ſemicirculi erunt DLB, ILG, & LB, LG, quadrantes.

SEQVITVR etiam ex his, quoſcunq; duos circulos per C, E, ductos, intercipere in Æquatore, & circulo maximo obliquo arcus æquales. Cum enim quilibet abſcindat arcus æquales vſque ad puncta D, I, vel vſque ad puncta B, G; ſi minores ex maioribus auferantur, reliqui arcus inter duos circulos intercepti erunt quoque æquales. Ita erunt arcus KLK, HLH, æquales inter duos circulos CHKE, CKHE. Nam arcus æquales DK, IH, ex æqualibus DKLK, IHLH, ablati relinquunt æquales KLK, HLH, atque ita de cæteris.

EADEM prorsus demonstratio adhibebitur in aliis duobus semicirculis Æquatoris, & circuli maximi obliqui, ex altera parte maximi circuli ABCD. Nam ex illis quoque planum quodcunque per polos C,E, ductum abscindet arcus æquales inter planum ipsum, & circulum maximum ABCD, vel alterum punctum sectionis Æquatoris, & circuli obliqui interceptos.

RVRSVS in sphæra sit circulus maximus ABCD, per polos mund A,C, & polos E,F, circuli cuiusuis maximi obliqui ductus, sitque diameter ÆquatorisBD, circuli obliqui GI, vt supra. Ex polis autem C,E, supra a 2. 2. Theod. assumptis describātur eodē interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, [a] quorū ille Æquatori, hic vero circulo obliquo parallelus erit: qui duo paralleli vel se mutuo secabūt, vt in prima figura, vel nullo modo se intersecabūt, quod duobus modis fieri potest. Aut enim circuli ex polis C, E, descripti sunt citra maximos circulos, quibus æquidistant, vt in 2. figura, aut vltra, vt in 3. figura. Iā per polos C,E, b 1.1. Theo. ducatur planū quodpiam vtcunq;, [b] faciés in sphæræ superficie circulū CLE, & cum plano circuli maximi ABCD, communē sectionē, rectā CE: Secetq; hic circulus vtrumq; parallelum in punctis L, O, quomodocunq; inclinatus sit ad maximum circulum ABCD, hoc est, siue angulus inclinationis versus segmentū CDE, sit acutus, siue rectus, siue obtusus. Dico tam arcus abscissos ML, PO, quā KL, NO, esse æquales. Nam ML, incipit à semicirculo superiore, & PO, sectione australi At vero KL, à semicirculo inferiore, & NO, à sectione boreali, vt in propositione dictum est, fieri debere. Ductis enim rectis CL, CM, EO, EP, [c] quæ omnes æquales sunt ex polis ad c schol. 11. 1. Theod. parallelos æquales, iunctisque rectis LM OP; [d] erunt tā arcus CM, EP, in circulo ABCD, quam arcus CL, EO, in circulo CLE, æquales; ablatisque commu- d 28. tertij. nibus arcubus MP, LO, quando paralleli se intersecant, vt in prima figura, vel quando non se intersecant, sed tamen existunt vltra circulos maximos, quibus æquidistant, vt in tertia figura: vel iisdem arcubus MP, LO, additis, quando non se mutuo secant, sed tamen existunt citra circulos maximos, quibus æquidistant, vt in secun- e 27. tertij. da figura, erunt quoque tam reliqui arcus, vel conflati CP, EM, quam CO, EL, æquales; [e] ac proinde tam inter- f schol. 11. 1. Theod. ni anguli CEP, ECM, in plano maximi circuli ABCD, insistente arcubus æqualibus CP, EM, quam anguli in- g 4. primi. h 28. tertij. terni CEO, ECL, in plano circuli CLE, illud per rectam CE, secante insistentes æqualibus arcubus CO, EL, inter se æquales erunt. Igitur per lemma 20. anguli quoq; LCM, OEP, erunt æquales: [f] Sunt autē & latera CL, CM, EO, EP, ipsos comprehendentia, æqualia: [g] Igitur & bases LM, OP, æquales erunt; [h] ideoque & arcus ML, PO, æquales erunt, ac proinde & ex semicirculis reliqui KL, NO.





QVOD si semicirculi parallelorum KLM, NOP, secentur bifariam in quadrantes in punctis Q, R, erunt quoque arcus LQ, OR, inter planum secans CLE, & terminos quadrantum Q, R, intercepti æquales cum sint complementa æqualium arcuum ML, PO, vel arcuum æqualium KL, NO.

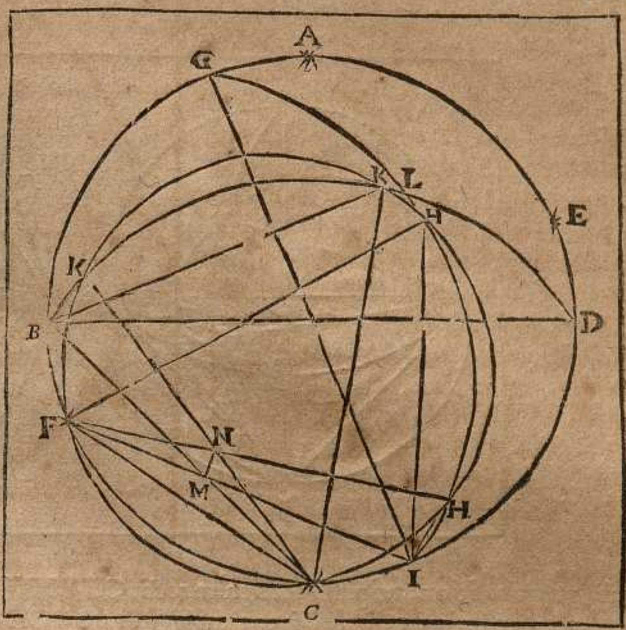
PERSPICVVM etiam est, si circulus CLE, transeat per alterum etiam mundi polum A, ita vt cum i 15. 1. Theod. maximo circulo ABCD, coincidat, arcus abscissos MLK, PON, æquales esse; [i] quippe qui semicirculi sint. Sic etiam si idem circulus auferat ex vno parallelo quadrantem, auferet quoque ex altero quadrantem, cum necessario æqualem arcum auferat. vt demonstratum est. Item duo quicunque circuli per C, E, ducti intercipient arcus æquales parallelorum, vt paulo ante de Æquatore, & circulo maximo obliquo dictum est.

IDEM

IDEM prorſus continget in reliquis duobus ſemicirculis parallelorum ex altera parte circuli maximi ABCD. Eadem enim omnino eſt demonſtratio in illis, atque in his. vt patet.

DEINDE per eundem mundi polum C, & polum F, circuli obliqui GHI, propinquiorem ducatur planum aliquod, [a] faciens in ſuperficie ſphæræ circulum CHF, [b] & cum plano maximi circuli ABCD, communem ſectionem, rectam CF, ſecetque hic circulus CHF, primum Æquatorem, & circulum obliquum maximum in punctis K, H, vbicunque hoc contingat. Dico arcus abſciſſos BK, IH; Item DK, GH, (Nam BK, incipit à ſemicirculo inferiore, & IH, à ſectione auſtrali; at vero DK, à ſemicirculo ſuperiore, & GH, à ſectione boreali, vt in propoſitione præcipitur.) eſſe æquales. Ductis enim rectis CB, CK, FI, FH, BK, IH: [c] Quoniam CB, FI, quadrantes ſunt, ideoque æquales: ablato communi arcu CF, reliqui arcus BF, IC, æquales quoque erunt. [d] Igitur anguli BCF, IFC, æquales erũt.

a 1. 1. Theodoſ.
b 3. vndec.
c coroll. 16. 1. Theod.
d 27. tertij.



Rurſus quia in circulo CHF, rectæ CK, FH, æquales ſunt, [e] cum ſint latera quadratorum in maximis circulis BKD, GHI, deſcriptorum; [f] erunt arcus quoque CFK, FCH, æquales, ablatoque communi arcu CF, reliqui arcus FK, CH, æquales etiam erunt. [g] Igitur anguli quoque KCF, HFC, æquales erunt. Itaque quia planum circuli CHF, ſecat planum circuli ABCD, per rectam CF, ſuntque tam in hoc æquales interni duo anguli BCF, IFC, quam in illo duo interni anguli KCF, HFC, æquales, vt demonſtratum eſt; erunt quoque per lemma 20. anguli BCK, HFI, æquales. Quod etiam hoc modo, quãdo tam rectæ CB, FI, ſe in M, ſecant, quam rectæ CK, FH, in N, oſtendes. Quia tam anguli BCF, IFC, quam anguli KCF, HFC, oſtenſi ſunt æquales; [h] erunt tam rectæ CM, FM, quam rectæ CN, FN, inter ſe æquales. Ducta ergo recta MN, cum duo latera CM, CN, duobus lateribus FM, FN, æqualia ſint, baſiſque MN, communis, [i] erunt quoque anguli MCN, MFN, æquales. Itaque in triangulis CBK, FIH, quoniam latera CB, CK, lateribus FI, FH, æqualia ſunt, [k] quod omnia ſunt latera quadratorum in maximis circulis deſcriptorum; angulosque comprehendunt æquales, BCK, IFH, vt oſtendimus; [l] erunt quoque baſes BK, IH, æquales: [m] atque idcirco & arcus BK, IH, æquales erunt; ac proinde & ex ſemicirculis reliqui DK, GH, æquales erunt. &c.

e 16. 1. Theodoſ.
f 28. tertij.
g 27. tert.
h 6. primi.
i 8. primi.
k 16. 1. Theodoſ.
l 4. primi.
m 28. tert.

RVRSVS ex eiſdem polis aſſumptis C, F, vicinis deſcripti ſint vno eodemque interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, ſiue citra Æquatorem, & circulum maximum obliquum, ſiue vltra: Et per eoſdem polos C, F, planum ducatur, [n] faciens in ſuperficie ſphæræ circulum CLOF, & cum maximo circulo ABCD, communem ſectionem, rectam CF. Secet autem hic circulus factus circulos ex polis C, F, deſcriptos in L, O. Dico tam arcus KL, NO, quam ML, PO, æquales eſſe; quorum KL, incipit à ſemicirculo ſuperiore: & NO, à ſectione boreali in parallelis citra maximos circulos; in alijs autem prior à ſemicirculo inferiore, & poſterior à ſectione auſtrali incipit. Itẽ ML, incipit à ſemicirculo inferiore, & PO, à ſectione auſtrali, in parallelis citra maximos circulos; in alijs autem incipit ML, à ſuperiore ſemicirculo, & PO, à ſectione boreali; vt in propoſitione pręcipitur. Ductis enim rectis CK, CL, FN, FO, [o] quæ omnes inter ſe æquales ſunt ex polis proprijs ad circulos æquales: Quoniam tam arcus CK, FN, in circulo ABCD, ob rectas æquales CK, FN, quam arcus CL, FO, in circulo CLOF, ob æquales rectas CL, FO, æquales ſunt; [p] addito communi arcu CF, in vtroque circulo, quando circuli KLM, NOP, ſunt citra maximos circulos, vel quando ſunt vltra eoſdem, ablato eodem arcu CF, erunt quoque tam conflati, vel reliqui arcus FK, CN, in circulo ABCD, quam FL, CO, in circulo CLOF, æquales; ideoque & tam reliqui ex circulis totis FAK, CAN, in circulo ABCD, quam FOL, CLO, in circulo CLOF, æquales erunt. [q] Igitur tam interni anguli KCF, NFC, inſiſtentes arcubus æqualibus FAK, CAN, circuli ABCD, quam interni LCF, OFC, inſiſtẽtes æqualibus arcubus FOL, CLO, circuli CLOF, æquales erũt; ac proinde per lem. 20. anguli quoq; KCL, NFO, æquales erunt. Quod hoc etiã modo oſtendes, quando tam rectæ CK, FN, quã CL, FO, ſe interſecant in Q, R, vt accidit, quando circuli KLM, NOP, vltra maximos circulos exiſtunt. Quoniã tam anguli KCF, NFC, quã LCF, OFC, ſunt oſtenſi æquales; [r] erunt tã rectæ CQ, FQ, quã CR, FR, æquales inter ſe. Ducta ergo recta QR, cum duo latera CQ, CR, duobus lateribus FQ, FR, æqualia ſint, baſiſq; QR, communis; [s] erũt quoq; anguli QCR, QFR, æquales. Itaq; in triãgulis CKL, FNO, [t] quia latera CK, CL, lateribus FN, FO, æqualia ſunt, anguloſq; continẽt æquales KCL, NFO, vt oſtenſum eſt, [u] erunt baſes etiã KL, NO, æquales, [x] atq; idcirco & arcus KL, NO, abſciſſi æquales erũt, ideoq; & ex ſemicirculis reliqui ML, PO, æquales erunt, &c.

n 1. 1. Theo.
o ſchol. 21. 1. Theod.
p 28. tert.
q 27. tert.
r 6. primi.
s 8. primi.
t ſchol. 21. 1. Theod.
u 4. primi.
x 28. tert.

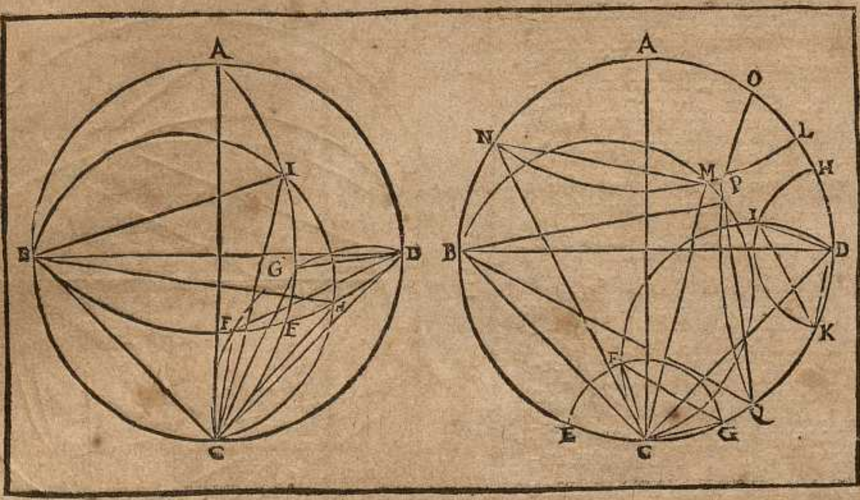
SED demonſtremus iam hoc idem Lemma, quando alter circulorum ad Æquatorem rectus eſt. Sit circulus maximus ABCD, per A, C, polos mundi, ſiue Æquatoris BED, & per B, D polos circuli maximi AEC, ad Æquatorem recti deſcriptus, vt in hac priori figura; ducaturque primum per polum auſtralem mundi C, & per polum circuli AEC, ſuperiorem D, planũ, faciens in circulo ABCD, rectam CD, & in ſphæra circulũ CFGD, qui æquatorem ſecet in F, & circulum AEC, in G. Dico arcus abſciſſos DF, CG, vel BF, AG, æquales eſſe; quorum DF, initium ſumit à ſemicirculo ſuperiore, & CG, à ſectione auſtrali: At vero B, à ſemicirculo inferiore, & AG, à ſectione boreali, vt faciendum eſſe in propoſ. præcepimus. Ductis enim rectis CF, DG, FD, GC, [y] erunt CF, DG, æquales, [y] cum ſint latera quadratorũ in circulis maximis deſcriptorum, [z] ideoque & arcus CF, DG, æquales erunt, additoque communi arcu FG, vel ablato, ſi circulus CFGD, citra punctum E, maximos circulos ſecaret, erunt quoq; arcus CFG, DGF, æquales; [a] ac propterea & anguli CDG, DCF, æquales erunt in

y 16. 1. Theod.
z 28. tert.
a 27. tert.

plano

a 16. 1. Theodos. b 4. primi. c 29. tertij. d 28. tert. plano circuli CFGD. Quapropter cum duo latera CF, CD, duobus lateribus DG, DC, æqualia sint, ([a] quod CF, DG, latera sint quadratorum in circulis maximis descriptorum, latus autem CD, commune) angulosque contineant æquales DCF, CDG, vt demonstratum est [b], erunt quoque bases DF, CG, æquales [c] Immo rectæ DF, CG, æquales sunt, propter arcus DGF, CFG, æquales circuli CFGD, [d] Igitur & arcus DF, in Æquatore, & CG, in circulo AEC; ac propterea & ex semicirculis reliqui BF, AG, æquales erunt. quod est propositum.

DVCATVR deinde per eundem polum australem mundi C, & per polum circuli AEC, inferiorem B, planum, faciens in circulo ABCD, rectam CB, & in sphæra circulum CHIB, qui secet Æquatorem in H, & circulum AEC, in I. Dico rursum arcus abscissos BH, CI, vel DH, AI, æquales esse; quorum BH, in Æquatore incipit à semicirculo inferiore, & CI, à sectione australi: At vero DH, à semicirculo superiore, & AI, à sectione



e 16. 1. Theodos. f 28. tertij. g 27. tert. h 16. 1. Theodos. i 4. primi. k 26. tert. l 28. tert. boreali, vt propositio præcipit. Ductis enim rectis CH, BI, BH, CI, erunt CH, BI, æquales [e] cum sint latera quadratorum in maximis circulis descriptorum. [f] Igitur arcus CH, BI, equales erunt; additoque communi arcu HI, vel ablato, quando nimirum circulus CHIB, circulos secat citra E; toti quoque, vel reliqui arcus CHI, BIH, æquales erunt; [g] ac propterea & anguli CBI, BCH, ipsis insistentes ad peripheriam æquales erunt in plano circuli CHIB. Quocirca cum duo latera CH, CB, duobus lateribus BI, BC, æqualia sint. [h] Nam CH, BI, latera sunt quadratorum in circulis maximis descriptorum, & latus BC, commune) complectanturque angulos æquales BCH, CBI, vt ostendimus, [i] erunt quoque bases BH, CI, æquales: [k] Immo rectæ BH, CI, æquales sunt, propter æquales arcus BIH, CHI, circuli CHIB. [l] Igitur & arcus BH, CI, in Æquatore, & circulo AEC; atque idcirco & ex semicirculis reliqui DH, AI, æquales erunt. quod est propositum.

RVRSVS ex C, polo australi, & D, polo superiori alterius circuli maximi sint descripti paralleli æquales EFG, HIK, ac per eosdē polos ductum planum faciat in circulo ABCD, rectam CD, in sphæra autem circulum CFID, qui parallelos secet in F, I, vt in posteriori figura. Dico iterum arcus abscissos GF, KI, vel EF, HI, esse æquales; quorum GF, incipit à superiore semicirculo, & KI, à sectione australi: At vero EF, à semicirculo inferiore, & HI, à sectione boreali, vt vult propositio. Ductis n. rectis CF, CG, GF, DI, DK, KI, [m] erunt CF, CG, DI, DK, inter se æquales [n] Igitur & arcus CF, DI, æquales erunt; additoque communi arcu, FI, vel ablato, si opus sit, arcus quoque CI, DF, æquales fient; [o] ideoq; & anguli CDI, DCF, ipsis insistentes æquales erunt in plano circuli CFID, [p] Eodem modo æquales erunt arcus CG, DK; ac proinde & ex quadrante CD, reliqui DG, CK, æquales erunt [q] atque idcirco æquales etiam erunt anguli DCG, CDK, in plano circuli ABCD. Igitur per lemma 20, anguli quoque FCG, IDK, æquales erunt: Sunt autem & latera ipsos comprehendentia inter se æqualia ostensa. [r] Igitur & bases FG, IK, [s] ac proinde & arcus FG, IK, vna cum residuis EF, HI, ex semicirculis, æquales erunt.

m schol. 21. 1. Theod. n 28. tert. o 27. tert. p 28. tert. q 27. tert. r 4. primi. s 28. tertij.

AD extremum ex polo australi C, & B, polo inferiore alterius circuli maximi ad Æquatorem recti, describantur paralleli æquales LMN, OPQ, & per eosdem polos planum ductum faciat in circulo ABCD, rectam CB, in sphæra autem circulum CPMB, parallelos secantem in M, P. Dico arcus quoque abscissos NM, QP, vel LM, OP, esse æquales; quorum NM, à semicirculo inferiore, & QP, à sectione australi incipit: At vero LM, à semicirculo superiore, & OP, à sectione boreali, vti res postulat, quemadmodum in propositione dictum est. Ductis namque rectis CM, CN, BP, BQ, MN, PQ, [t] quarum priores quatuor inter se æquales sunt; [u] erunt arcus CM, BP, æquales, ablatoque communi arcu MP, vel addito, si quando res postulauerit; reliqui quoque æquales erunt CP, BM, [x] Igitur æquales erunt anguli ipsis insistentes CBP, BCM, in plano circuli CPMB. [y] Eadem ratione æquales erunt arcus CN, BQ & ablato communi quadrāte BC, vel addito, si opus fuerit, arcus quoq; BN, CQ, æquales erunt; [z] ac propterea & anguli BCN, CBQ, æquales inter se erunt in plano circuli ABCD. Quocirca cum in planis circulorum CPMB, ABCD, sese in recta BC, secantibus duo anguli CBP, CBQ, duobus angulis BCM, BCN, æquales existant; erunt per lemma 20. æquales quoque anguli PBQ, MCN. Cum ergo comprehendātur lateribus æqualibus, vt ostendimus; [a] erunt etiam bases æquales MN, PQ. [b] Igitur & arcus MN, PQ, ideoque & ex semicirculis reliqui LM, OP, æquales erunt. quod est propositum.

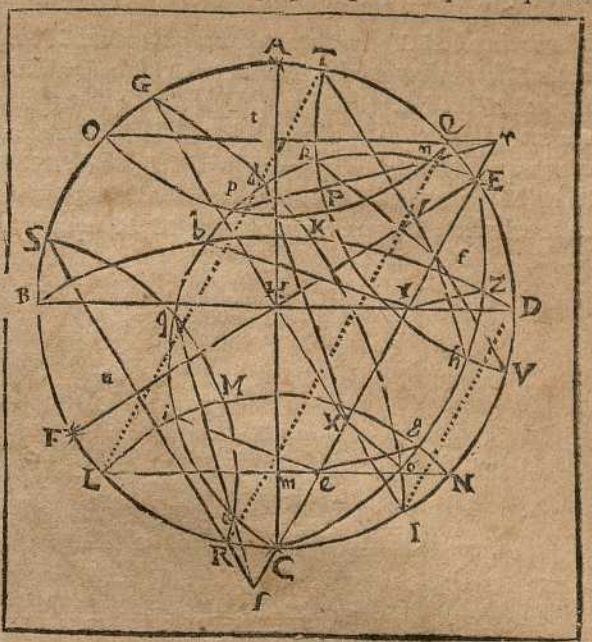
t schol. 21. 1. Theod. u 28. tert. x 27. tert. y 28. tert. z 27. tert. a 4. primi. b 28. tert.

SCHOLIVM.

Alia demõstratio totius lemmatis.

CAETERVM quia lemma hoc ex præcipuis vnum est, cum mirificum vsum habeat in diuidendis circulis Astrolabii in gradus, libet illud alia ratione demonstrare, vt eius veritas magis perspicua fiat. Sit igitur rursum in sphæra circulus maxi-

maximus ABCD, per A, C, polos mundi, vel Æquatoris PKD, & E, F, polos cuiusuis circuli maximi obliqui GKI, descriptus; Cen- a 10. 1.
trum sphæræ, & omnium maximorum circulorum H; Axis Æquatoris AC; circuli obliqui axis EF, qui axes, [a] cum ad suos cir- Theod.
culos recti sint, perpendiculares erunt, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad diametros propriorum circulorum BD, GI, ita vt ex scholio
propos. 27. lib. 3. Euclid. quadrantes sint AB, BC, CD, DA; EG, GF, FI, IE. Describantur quoque ex polis C, F, quatuor paralle-
li, ex singulis bini, LMN, OPQ, RMS, TPV, qui æquales sint. Intelligatur autem primum duci planum per C, polum Æquatoris, & E, polum circuli obliqui à C, remotiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem sectionem, rectam CE, in superficie autem sphæræ circulum CahE, quando ad partes D, I, vergit, vel circulum Cbd, quando vergit ad partes B, G. Prior autem circulus secet Æquatorem, & maximum circulum GKI, in z a; parallelos autem LMN, TPV, in g, h: At posterior circulus eosdem circulos secet in b, d; i, k. Et parallelos OPQ, SMR, in n, o; p, q. Dico arcus abscissos Dz, Ia, & Bz, Ga, æquales esse; quorum Dz, incipit à semicirculo superiore, & Ia, à sectione australi; At vero Bz, à semicirculo inferiore, & Ga, à sectione boreali. Item eadem de causa æquales esse arcus Db, Id, vel Bb, Gd, in Æquatore, & maximo circulo obliquo. Similem ob causam dico in parallelis LMN, TPV, æquales esse arcus Ng, Vh, vel Lg, Th: Itemque Ni, Vk, vel Li, Tk: Ac denique in parallelis OPQ, SMR, arcus Qn, RO, vel On, SO: Item Qp, Rq, vel Op, Sq. Iuncta enim recta DI, quoniam quadrantes EI, CD, æquales sunt; dempto com-



muni arcu DI, reliqui DE, IC, æquales quoque erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt CE, ID; angu- b 29. primi.
lique propterea HXY, HYX, angulis HID, HDI, externi internis, æquales erunt. [c] Cum ergo hi æquales sint in Isoscele HDI; e- c 5. primi.
runt quoq; illi æquales; [d] ideoque & rectæ XH, YH, æquales erunt, hoc est, puncta Y, X, à centro H, æqualiter distabunt. Faciant d 6. primi.
quoque plana circulorum CahE, CbdE, in Æquatore sectiones rectas YZ, Yb: in circulo vero maximo obliquo GKI, rectas
Xa, Xd: & in parallelis LMN, TPV, OPQ, SMR, rectas eg, ei; fh, fk; rnp, soq.

ITAQVE quoniam in rectas BD, GI, in plano circuli ABCD, existentes incidit recta CE, faciens angulos HXY, HYX,
æquales, & in rectis BD, GI, insistunt plana circulorum BKD, GKI, [e] quæ sunt ad planum circuli ABCD, rectæ: communes e 15. 1.
sectiones YZ, Xa; Yb, Xd, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum Æquatore, & circulo maximo obliquo, facient cum Theodos.
diametris BD, GI, in punctis Y, X, æquales angulos DYZ, IXa; DYb, IXd, ex præcedenti lemmate 22. Cum ergo puncta Y, X, à
centro H, æqualiter distent, vt ostensum est, abscindent ex lemmate 21. eædem communes illæ sectiones Yz, Xa; Yb, Xd, ex circulis BKD, GKI, arcus æquales DZ, Ia; Db, Id: Item BZ, Ga, Bb, Gd.

RVRSVS iuncta recta LT; [f] quoniam rectæ ex polis C, E, ad puncta L, T, circulorũ æqualium æquales sunt; [g] æquales e- f schol. 21.
runt arcus CL, ET; ac propterea ex schol, propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt TL, CE; [h] ideoque anguli Nef, Vfe, angu- 1. Theod.
lis NLT, VTL, externi internis, æquales erunt. [i] Sunt autem anguli NLT, VTL, æquales, quod arcus NT, LV, quibus insistunt, g 28. tert.
æquales sint. [k] (Quoniam enim arcus TV, LN, quos diametri TV, LN, circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; addi- h 29. primi.
to communi arcu NV, toti arcus NT, LV, æquales fient.) Igitur & anguli Nef, Vfe, æquales inter se erunt. [l] Præterea i 27. tert.
quia in triangulis Elf, Cme, anguli E, C, æquales sunt, ob Isosceles CHE, & anguli l, m, recti, ([m] quod axes EF, CA, recti k 28. tert.
sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros ex defin. 3. lib. 11. Euclid.) & rectæ quoque El, Cm, sinus versi ar- l 5. primi.
cuum æqualium ET, CL, æquales, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus; [n] erunt etiam lf, me, æquales, ideoque puncta m 10. 1. Theodos.
f, e, à centris l, m, æqualiter distabunt. n 26. primi.

ITAQVE quoniam in rectas LN, TV, in plano circuli ABCD, existentes, incidit recta CE, faciens angulos Nef, Vfe, æ-
quales; & in rectis LN, TV, insistunt plana circulorum LMN, TPV, [o] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt; communes se- o 15. 1.
ctiones eg, fh; ei, fk, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum parallelis LMN, TPV, faciunt cum diametris LN, TV, Theodos.
in punctis e, f, angulos æquales Neg, Vfh; Nei, Vfk, ex antecedente lemmate 22. Cum ergo puncta e, f, à centris m, l, æqualiter distent, vt ostensum est; communes illæ sectiones eg, fh; ei, fk, abscindent ex circulis LMN, TPV, æquales arcus Ng, Vh;
Ni, Vk: Item Lg, Th; Li, Tk, ex lemmate 21.

DENIQVE iuncta recta QR, [p] quoniam & toti arcus AE, FC, ob angulos AHE, FHC, in centro æquales, cum sint p 26. tertij.
ad verticem, æquales sunt, [q] & AQ, FR, ablati æquales quoque, [r] quod rectæ AQ, FR, ex polis A, F, ad circulos æquales q 28. tertij.
cadentes ad Q, R, sint æquales; erunt etiam reliqui arcus EQ, CR, æquales; ac propterea ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. r schol. 21.
parallelæ erunt CE, QR. Igitur rectæ OQ, SR, productæ, cum secent ipsam QR, in Q, R, secabunt quoque eius parallelam 1. Theod.
CE, productam in r, s; [s] angulique OQR, SRQ, angulis Ors, Ssr, externi internis, æquales erunt. [t] Sunt autem anguli
OQR, SRQ, æquales, quod arcus OR, SQ, quibus insistunt, æquales sint. [u] (Quoniam enim arcus RS, QO, quos diametri RS, s 29. primi.
QO, æqualium circulorum subtendunt, æquales sunt; addito arcu communi OS, toti arcus OR, SQ, æquales fient.) Igitur & t 27. tertij.
anguli Ors, Ssr, æquales erũt. Præterea quia in triãgulis rtC, suE, anguli r, s, æquales sunt ostẽsi, & anguli t, u, recti, ([x] quod u 28. tertij.
axes AC, FE, recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros, ex defin 3. lib. 11. Eucl.) & latera quoque Ct, Eu, x 10. 1. Theod.
æqualia; (Nam cum, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus, sinus versi At, Fu, arcuum æqualium AQ, FR, æquales
sint, erunt quoque reliquæ partes Ct, Eu, diametrorum AC, FE, æquales.) [y] erunt quoque rectæ rt, su, æquales, ideoque puncta y 26. primi.
r, s, à centris t, u, æqualiter distabunt.

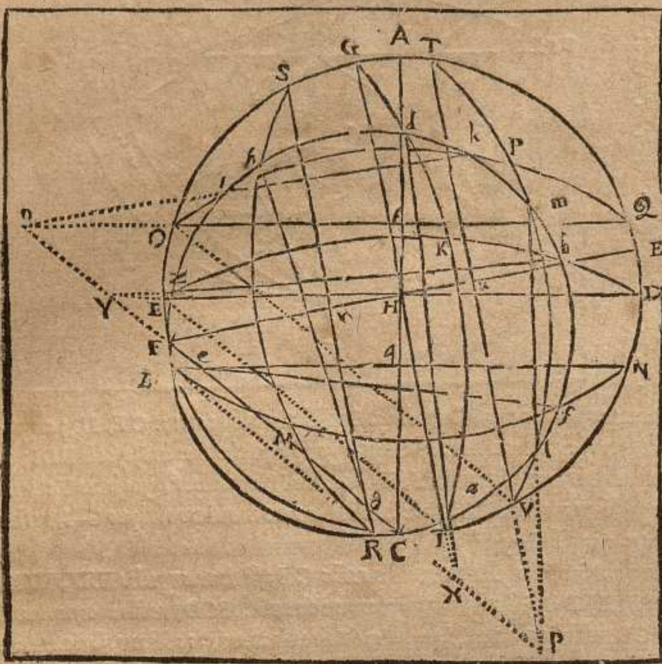
ITAQVE quoniam in rectas Or, Ss, in plano circuli ABCD, existentes incidit recta rs, hoc est, CE, producta, faciens angulos Ors, Ssr, æqules; & in rectis Or, Ss, insistunt plana circulorũ OPQ, SMR, [z] quæ ad planũ circuli ABCD, recta sunt; com- z 15. 1.
munes sectiones rnp, soq, plani CbdE, per CE, ducti cum planis circulorum OPQ, SMR, facient, per præcedens lemma 22. cum Theodos.
diametris OQ, SR, productis in punctis r, s, angulos æquales Orn, Sso, vel Orp, Ssq. Cũ ergo puncta r, s, à centris t, u, æqualiter distent, vt ostendimus; communes illæ sectiones rnp, soq, abscindent ex circulis OPQ, SMR, æquales arcus Qn, Ro; Qp, Rq:
Item On, So; Op, Sq, ex lemmate 21.

QVOD

QVOD si quando contingat, communem sectionem r n, quam planum per CE, ductum cum circulo OPQ, facit, tangere circulum OPQ, tanget quoque altera sectio communis s o, circulum SMR, vt in lemmate 21. demonstrauimus. Quocirca planum illud per CE, ductum tanget vtrumque circulorum OPQ, SMR. Puncta autem contactuum inuenientur, si circa diametros OQ, SR, circuli describantur, & ex r, s, ad eos ducantur tangentes lineæ.

INTELLIGATVR *deinde duci planum per C, polum Æquatoris & F, polum circuli obliqui ei propinquiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem sectionem, rectam CF, in superficie autem sphæræ circulum C a b d ZF, qui Æquatorem secet in Z, b; circulum maximum obliquum GKI, in a, d; parallelum LMN, in f; SMR, in h; parallelum OPQ, in i, k; parallelum denique TPV, in l, m. Dico arcus abscissos (initio semper facto in Æquatore, eiusque parallelis, à superiore semicirculo, & in maximo circulo obliquo, eiusque parallelis, à sectione boreali; Aut in illis à semicirculo inferiore, & in his à sectione australi, veluti propositio faciendũ esse præscripsit.) BZ, Ia, Bb, Id; DZ, Ga; Db; Gd, in Æquatore, & circulo obliquo maximo GKI. Itẽ Lf, Rh, Nf, Sh, in parallelis LMN, SMR: Ac tandem Oi, Vl; Ok, Vm; Qi, Tl; Qk, Tm in parallelis OPQ, TPV, inter se esse æquales. Iuncta enim recta BI, quoniam quadrantes BC, FI, æquales sunt; dempto arcu communi CF, reliqui quoque arcus BF, CI, æquales erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. perallelæ erunt BI, CF; ac propterea rectæ HB, HI, secantes ipsam BI, secabunt quoque productæ eius parallelam CF, productam in Y, X, [a] anguliq; propterea HBI, HIB, angulis HYX, HXY, externi internis, æquales erunt. [b] Sunt autem HBI, HIB, in Isoscele HBI, æquales. Igitur & HYX, HXY, æquales erunt; [c] atque idcirco & rectæ HY, HX, æquales erunt, hoc est, puncta Y, X, à centro H, æqualiter distabunt. Faciat quoque planum circuli C a b d ZF, in Æquatore sectionem communem rectam Y z b; in circulo GKI, rectam X a d; in parallelis LMN, SMR, rectas ef, gh; & in parallelis OPQ, TPV, rectas nik, plm.*

a 29. primi.
b 5. primi.
c 6. primi.



ITAQVE *quoniam in rectas DY, GX, in plano circuli ABCD, existentes incidens recta XY, hoc est, CF, producta, facit angulos æquales HYX, HXY: Et in rectis DY, GX, insistunt plana circulorum BKD, GKI, [d] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones Y zb, Xad, plani circuli CabdzF, per CF, ducti cum planis circulorum BKD, GKI, facient cum diametris DB, GI, productis in punctis Y, X, æquales angulos DYb, GXd, ex lemmate 22. præcedenti. Cum ergo puncta Y, X, à centro H, æqualiter distent, vt ostendimus, abscindent eædem communes sectiones Y zb, Xad, per lemma 21. ex circulis BKD, GKI, æquales arcus Bz, Ia, Bb, Id. Item Dz, Ga; Db, Gd,*

d 15. 1. Theod.

e schol. 21. 1. Theod.
f 28. tertij.
g 29. pri.
h 27. tert.
i 28. tert.
k 10. 1. Theod.

RVRSVS *iuncta recta LR, [e] quoniam rectæ ex polis C, F, ad puncta L, R, circulorum æqualium cadentes, sunt æquales; [f] erunt quoq; arcus CL, FR, æquales; demptoq; communi arcu LR, reliqui CR, FL, æquales erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. parallelæ erunt CF, RL; [g] propter eaque anguli Neg, Sge, angulis NLR, SRL, externi internis, æquales erunt. [h] Sunt autem NLR, SRL, æquales, quod arcus NR, SL, quibus insistunt, æquales sint. ([i] Quoniam enim arcus NL, SR, quos diametri NL, SR, circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; ablato arcu communi LR, reliqui arcus NR, SL, æquales quoque erunt.) Igitur & anguli N e g, S g e, æquales inter se erunt. Præterea quia in triangulis eqC, grF, anguli q, r, recti sunt, ([k] quod axes CA, FE, recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros ex definitione 3. libri 11. Euclid.) & anguli e, g, ostensi æquales atque rectæ Cq, Fr, sinus versi arcuum æqualium CL, FR, æquales quoque, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus, [l] erunt quoque rectæ eq, gr, æquales; ideoque puncta e, g, à centris q, r, æqualiter distabunt.*

l 26. primi.

m 15. 1. Theod.

ITAQVE *quia in rectas LN, RS, in plano circuli ABCD, existentes, incidens recta CF, facit æquales angulos geN, egS: Et in rectis LN, RS, insistunt plana circulorum LMN, RMS, [m] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones ef, gh, quas planum circuli CabdZF, per CF, ductum in planis circulorum LMN, RMS, facit, constituent cum diametris LN, RS, in punctis e, g, angulos æquales feN, hgS, ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta e, g, à centris q, r, æqualiter distent, vt ostendimus; abscindent eædem communes sectiones ef, gh, per lemma 21. ex circulis LMN, RMS, arcus æquales Lf, Rh: Item Nf, Sh.*

n 28. tert.
o schol. 21. 1. Teod.
p 27. tert.
q 29. pri.
r 27. tert.
s 28. tert.
t 10. 1. Theod.

DENIQVE *iuncta recta OV, quoniam quadrantes CDFG, æquales sunt; & arcus quoque ablati DV, GO, æquales; [n] Nam arcus EV, AO, toti æquales sunt, [o] quod rectæ ex polis E, A, ad puncta V, O, circulorum æqualium cadentes, sint æquales. [p] Sunt autem & arcus ED, AG, æquales, ob angulos EHD, GHA, qui æquales remanent, dempto communi AHE, ex duobus rectis EHG, AHD. Igitur & reliqui arcus DV, GO, æquales erunt.) erunt quoque reliqui arcus CV, FO, æquales; atque idcirco ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt CF, OV: ac propterea rectæ QO, TV, secantes ipsam OV, secabunt quoque productæ eius parallelam productã CF, in n, p; [q] ac proinde anguli QOV, TVO, angulis Qnp, Tpn, externi internis, æquales erunt. [r] Sunt autem anguli Q O V, TVO, æquales, quod arcus QV, TO, quibus insistunt, æquales sint. ([s] Quoniam enim arcus TV, QO, quos diametri TV, QO, circulorum æqualiũ subtendunt, æquales sunt; dempto communi arcu QT, reliqui arcus QV, TO, æquales erunt.) Igitur & anguli Q n p, Tpn, æquales erũt. Præterea quia in triangulis ntC, puF, anguli t, u, recti sunt, ([t] quod axes CA, FE, recti sint ad eorum circulos, atque idcirco & ad eorundem diametros, ex defin. 3. lib. 11. Euclid.) & anguli n, p, ostensi æquales, atque insuper rectæ C t, F u, æquales; (Nam cum, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus, sinus versi At, Eu, arcuum æqualium AO, ET, æquales sint; erunt quoque reliquæ partes C t, Fu, diametrorum AC, FE, æquales.) [u] erunt quoque rectæ n t, p u, æquales; ideoque puncta n p, à centris t u, æqualiter distabunt.*

u 26. pri.

x 15. 1. Theod.

ITAQVE *cum in rectas Qn, TP, in plano circuli ABCD, existentes incidens recta n p, hoc est, CF, producta faciat angulos Qnp, Tpn, æquales: In rectis autem Qn, Tp, insistant plana circulorum OPQ, TPV, [x] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt; cõmunes sectiones n ik, p l m, quas planũ circuli CabdzF, per CF, ductũ in planis circulorũ OPQ, TPV facit, constituẽt cum diametris QO, TV, productis in punctis n p, æquales angulos Qnk, Tpm, ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta n, p, à cen-*

à centris t, u, æqualiter distare sit demonstratum; abscindent eædem communes sectiones n i k, p l m, per lemma 21. ex circulis OPQ, TPV, arcus æquales O i, V l; o k, V m; Item Q i, T l; Q k, T m.

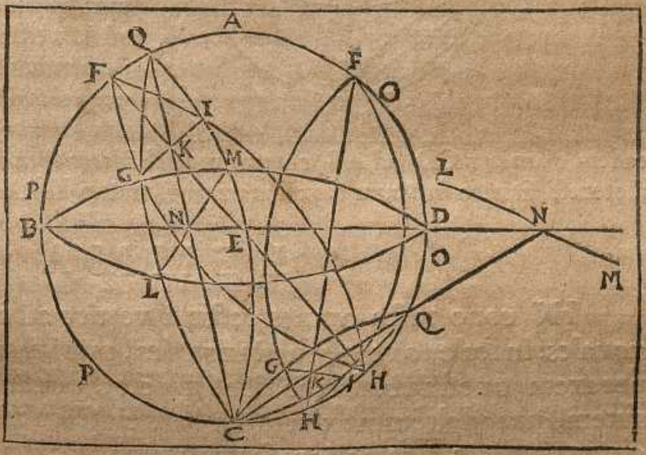
QVOD si quando contingat, sectionem communem Y Zb, quam planum per CF, ductum cum Æquatore facit tangere Æquatorem BKD, tanget quoque altera sectio communis X a d, circulum obliquum GKI, vt in lemmate 21. demonstrauimus. Quocirca tunc planum per CF, ductum tanget vtrumque circulorum maximorum BKD, GKI. Puncta autem contactuum reperientur, si circa diametros BD, GI, circuli describantur, & ad eos ex Y, X, lineæ tangentes ducantur. Pari ratione, si quando communis sectio n i k, quam idem planum per CF, ductum cum circulo OPQ facit, contingat ipsum circulum OPQ, tanget quoque altera sectio communis p l m, circulum TPV, vt in lemmate 21. ostensum est. Quare tunc planum per CF, ductum continget vtrumq; circulorum OPQ, TPV. Puncta vero contactuum inuenientur eodem modo, si circa diametros OQ, TV, circuli describantur, & ex punctis n, p, rectæ lineæ ducantur, quæ eos tangant.

HÆC posterior porro demonstratio facile, si libuerit, accommodabitur etiam ad circulum maximum, qui ad Æquatorem rectus sit, eiusque parallelos: Sed nos breuitatis causa priore demonstratione contenti simus, quæ locum etiam habet in circulis ad Æquatorem rectis, vt ostensum est.

LEMMA XXIV.

SI in sphæra sit circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, & per quoduis punctum diametri ipsius, quam circulus maximus per eius polos, & polos mundi ductus facit, ad ipsam diametrum perpendicularis linea ducatur: Planum per vtrumuis polorum mundi & illam perpendicularem ductum faciet in plano Æquatoris communem sectionem, rectam lineam perpendicularem ad Æquatoris diametrum, quam idem ille circulus maximus per dictos polos ductus facit.

IN sphæra ABCD, cuius centrum E, sit circulus obliquus quicunque, hoc est, non per mundi polos ductus siue maximus, siue non maximus FGHI: Et per A, C, polos mundi, & O, P, polos circuli obliqui, ducatur circulus maximus ABCD, qui [a] quoniam obliquum circulum secat bifariam, & ad angulos rectos, faciet communem sectionem, diametrum circuli obliqui FH, ad quam per punctum quodlibet K, perpendicularis ducatur GKI: Per hanc autem, & polum mundi C, ducatur planum faciens in superficie sphæræ circulum CGQI, in Æquatoris vero plano BLDM, etiam producto extra sphæram, si opus fuerit, rectam LM, quę diametrum eius BD, etiam productam, si necesse sit, ab eodem circulo maximo ABCD, factam secet in N. Dico LM, esse ad BD, etiam productam, si fuerit opus, in N, perpendicularem. [b] Quoniam enim circulus obliquus FGHI, ad circulum ABCD, rectus est, erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. recta GKI, quæ ad FH, communem sectionem horum circulorum ducta est perpendicularis, ad planum eiusdem circuli ABCD, perpēdicularis. [c] Igitur & planum, in quo circulus CGQI, existit per GI, ductum ad eundē circulum ABCD, rectum erit. [d] Quoniam igitur planum Æquatoris BLDM, ad planum circuli ABCD, rectum est, cum per eius polos ducatur; (Quoniam n. ABCD, per Æquatoris polos A, C, ducitur, transibit vicissim Æquator per illius polos, ex schol. propos. 15. lib. 1. Theod.) & est ostensum quoq; planū circuli CGQI, rectum ad eiusdē circuli ABCD, planum; [e] erit quoque LM, communis sectio plani Æquatoris, & plani circuli CGQI, ad eiusdem circuli ABCD, planum recta; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Eucl. eadem recta LM, ad diametrum Æquatoris BD, etiam productam, si opus sit, in N, perpendicularis erit. quod est propositum.



a 15. 1. Theod.
b 15. 1. Theod.
c 18. vnde.
d 15. 1. Theodos.
e 19. vnde.

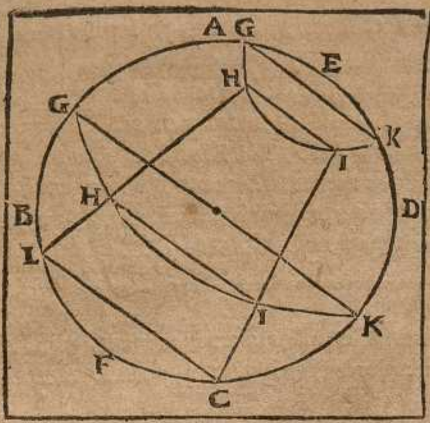
LEMMA. XXV

SI in sphæra per polos mundi & polos cuiusuis circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum, maximus circulus ducatur, in quo ex alterutro mundi polo agatur diametro circuli obliqui parallela, & per hanc, planum vt cunque extendatur: Erunt duo arcus tam circuli maximi obliqui quam cuiuslibet parallelorum ipsius inter circulum maximum per polos mundi & circuli obliqui ductum, & planum secans intercepti æquales inter se.

IN sphæra sit circulus maximus ABCD, per mundi polos A, C, & polos E, F, circuli maximi obliqui GHIK, & eius paralleli cuiuscunque GHIK, ductus; [f] ac proinde vtrumque bifariam secans, ita vt in vtroque semicirculus sit GHIK, & diameter GK, cui in eodem circulo maximo parallela per polum mundi C, agatur CL, per quam planum vtcunque ductum sit CLHI, secans vel circulum maximum obliquum, vel eius parallelum per rectam HI. Dico tam in illo, quam in hoc, æquales esse arcus GH, KI, inter planum secans, & maximum circulum ABCD, interceptos. Si enim per rectā CL, cogitetur ductum planum circulo GHIK, paral-

f 15. 1. Theodos.

a 10. vnde.
b 9. vnde.



lelum; [a] erunt ſectiones factæ à plano CLHI, videlicet rectæ CL, HI, parallelæ: Ponitur autem & diameter GK, eidem CL, parallela. Igitur & GK, HI, parallelæ inter ſe erunt; ac propterea ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3. Eucl. arcus intercepti GH, KI, æquales erunt.

EX quo fit, arcus etiã inter quæcunq; duo plana per CL, ducta interceptos, æquales eſſe. Nam quodlibet abſcindit arcus ęquales inter ipſum & circulum maximum ABCD, interceptos. Si ergo minores ex maioribus demãtur, reliqui inter duo plana intercepti æquales erunt.

EADLM hæc demonſtratio in reliquos quoque ſemicirculos ex altera parte circuli maximi ABCD, quadrat, vt perſpicuum eſt.

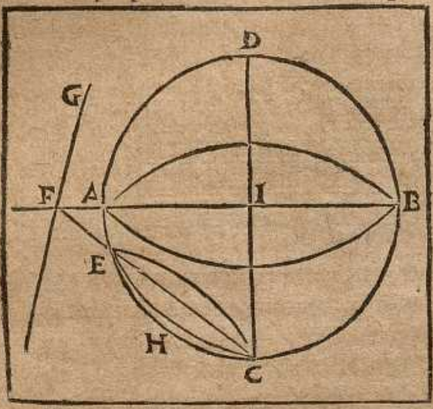
LEMMA. XXVI.

SI circulus in ſphæra per alterutrum polorum mundi tranſeat, erit eius diameter ex illo polo ducta perpendicularis ad communem ſectionem plani eius circuli, & plani Æquatoris.

IN ſphæra ſit Æquator AB, cuius poli C, D, & circulus quicunque CE, per polum C, ductus, cuius planum in plano Æquatoris faciat communem ſectionem rectam FG, (concurret enim cum Æquatore, cum ei non ſit parellelum) ducaturque ex polo C, diameter circuli CE, occurrens communi ſectioni FG, in F. Dico

c 20. 1. Theodoſ.
CF, ad FG, perpendicularem eſſe. [c] Per polum enim H, circuli CE, & C, polum Æquatoris ducatur circulus

d 15. 1. Theodoſ.
e 19. vnde.



maximus CHEADB, [d] qui vtrumque ſecabit bifariam, & ad angulos rectos; ac proinde per diametrum CE, hoc eſt, per rectam CF, tranſibit. Vtrumque ergo planum, tam circuli CE, quam Æquatoris, viciſſim rectum erit ad planum maximi circuli CHEADB; [e] ac propterea & eorum communis ſectio FG, ad idem planum perpendicularis erit, hoc eſt, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam CF, quod eſt propoſitum.

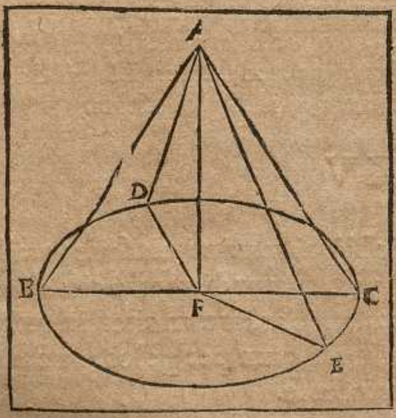
f 10. 1. Theod.
QVANDO circulus per polum C, ductus, eſt maximus, qualis eſt ABCD, perſpicuum eſt eius diametrum CD, ad AB, communem ſectionem dati circuli, & Æquatoris eſſe perpendicularem. Cum enim diameter CD, circuli maximi per polos ducti, ſit axis; [f] axis autem ad Æquatorem ſit rectus, tranſeatque per centrum ſphæræ I, erit ex defin 3. lib. 11. Euclid.

g 11. 1. Theod.
eadem diameter CD, ad AB, commnuem ſectionem circuli CADB, & Æquatoris. (Hæc enim ſectio diameter eſt Æquatoris, [g] cum circuli maximi ſe mutuo bifariam ſecent) perpendicularis.

LEMMA XXVII.

IN cono recto omnes rectæ à vertice ad circumferentiam baſis ductæ ſunt inter ſe æquales: In ſcaleno vero cono inæquales, minima quidem, quæ ad extremum baſis trianguli per axem, quod ad baſem coni rectum eſt, ducitur ex parte anguli inclinationis axis, maxima autem, quæ ad alterum extremum baſis eiuſdem trianguli per axem ducitur: Et quæ propinquior eſt minimæ, remotiore ſemper minor eſt. Duæ vero tantum æquales erunt ad vtramque partem minimæ, vel maximæ.

h 4. primi.
i 38. vnde.



SIT primum conus rectus ABC, cuius baſis circulus BDCE, & axis ad baſem rectus AF, in centro F; ducanturque quotuis rectæ ex vertice A, ad circumferentiam baſis AB, AC, AD, AE. Dico eas omnes eſſe æquales. Ductis enim ex F, centro rectis FB, FC, FD, FE; quoniam latera AF, FB, lateribus AF, FD, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales, quod omnes anguli ad F, quos facit axis AF, recti ſint, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [h] erunt quoque baſes AB, AD, æquales. Non aliter oſtendetur AD, vel AB, ipſi AC, vel AE, æqualis. Eademque de cæteris eſt ratio.

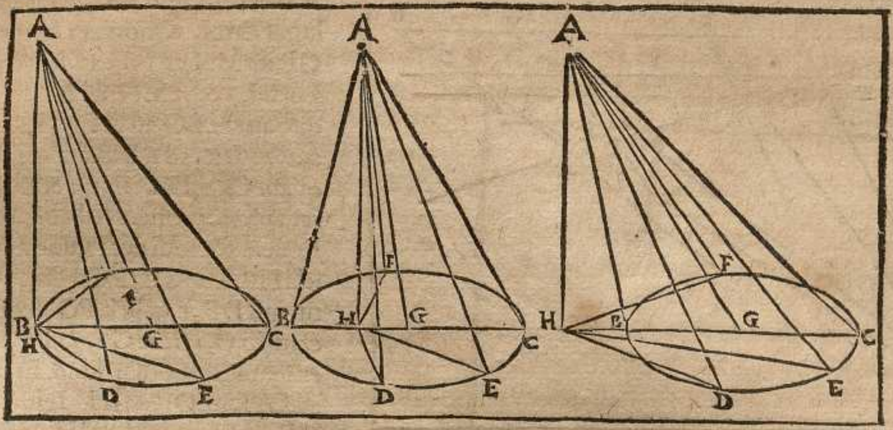
DEINDE ſit conus ſcalenus ABC, cuius baſis circulus BDECF; axis AG, obliquus ad baſem verſus B, ſitq; triangulũ per axem ABC, ad baſem rectũ, & à vertice A, demittatur perpẽdicularis HA; q in BC, cadet, hoc eſt, vel in punctũ B, vel inter B, G, vel extra baſem. [i] Demittãtur autẽ à vertice A, quotuis rectę AB, AD, AE, AC, quarũ AB, AC, in extrema B, C, diametri baſis BC, cadant. Dico omniũ minimam eſſe AB, maximam AC, & AD, minorẽ quam AE, &c. Iunctis n. rectis HD, HE, erunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos

k 19. primi.
perpendicularis AH, cũ rectis HD, HE, HC, & cũ alijs per H, ductis facit, recti. In prima ergo figura perſpicuum eſt, perpendicularẽ AH, vel AB, minimam eſſe omniũ, quæ ex A, in circumferentiã baſis ducũtur, [k] cum minor

l 7. vel 8. tertij.
ſit quam AD, & quam AE, & quam AC, & quam quæuis alia, quippe quæ in rectangulis triangulis opponatur acutis angulis, aliæ vero recto angulo. In alijs autem duabus figuris, [l] quoniã HB, minima eſt rectarum ex H, in

circum-

circumferentiam cadentium, erunt duo quadrata rectarum HB, HA, minora duobus quadratis tam rectarum HD, HA, quam rectarum HE, HA, & quam rectarum HC, HA. [a] Est autem quadratum rectæ AB, æquale duobus quadratis rectarum HB, HA; & quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA; & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA; & quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC, HA. Igitur & quadratum rectæ AC, minus erit tam quadrato rectæ AD, quam quadrato rectæ AE, & quam quadrato rectæ AC; ac proinde & recta AB, minor erit qualibet rectarum AD, AE, AC, & sic de cæteris. Minima ergo omnium est AB. a 47. pri.



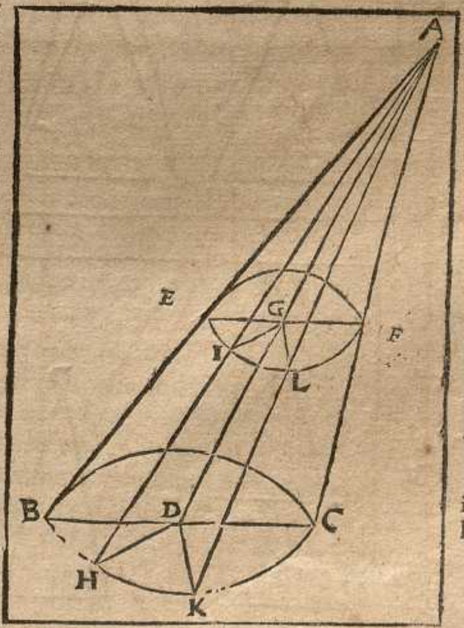
DEINDE, [b] quia in omnibus figuris recta HC, est omnium ex H, in circumferentiam cadentium maxima; erunt duo quadrata rectarum HC, HA, maiora duobus quadratis tam rectarũ HE, HA, quam rectarum HD, HA: [c] Est autem quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC, HA, & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA, & quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AC, maius erit tam quadrato rectæ AE, quam quadrato rectæ AD; ac proinde & recta AC, maior erit quam AE, & quam AD. Et quia maior etiam est, quam AB, quod AB, ostensa sit minima omnium. Igitur AC, est omnium maxima. b 15. vel 7. vel 8. tert. c 47. pri.

RVRSVS, [d] cum HD, minor sit quam HE, erunt duo quadrata rectarum HD, HA, minora duobus quadratis rectarum HE, HA. [e] Est autem quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AD, quadrato rectæ AE, minus erit; ideoque recta AD, minimæ AB, propinquior, minor erit remotiore AE, & sic de cæteris. d 15. vel 7. vel 8. tert. e 47. pri.

POSTREMO sumatur arcus BF, arcui BD, æqualis, iungaturque recta HF, quæ rectæ HD, æqualis erit; in prima quidem figura, ex propos. 29. lib. 3. Eucl. in 2. vero ex vltima propos. scholij eiusdem propos. vel ex lemmate 21. supra demonstrato; in tertia denique ex eodem lemmate 21. Ducta ergo recta AF, quoniam latera AH, HF, lateribus AH, HD, æqualia sunt, angulosq; continent rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. [f] erunt quoq; bases AF, AD, æquales. Quod autem nulla alia hisce possit esse æqualis, perspicuum est, cum omnis recta ex A, ducta inter D, & C, vel inter F, & C, maior sit quam AD, vel AF; inter B, autem & D, vel F, minor, vt demonstratum est. f 4. primi.

LEMMA XXVIII.

SI in cono sit circulus basi æquidistans, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ auferent ex base, & circulo æquidistante arcus similes.



IN cono ABC, siue recto siue scaleno, circulus EF, æquidistet basi BC, & ex vertice A, ducantur duæ rectæ vtcunque AH, AK, ad circumferentiam basis, secantes circumferentiam circuli EF, in I, L. Dico arcus HK, IL, similes esse. Ducto enim axe, AD, secãte planum circuli EF, in puncto G, quod per lemma 16. centrum erit circuli EF, ducatur per rectas AD, AH, planum secans circulos BC, EF, parallelos per rectas DH, GI; Item per rectas AD, AK, ducatur aliud planũ secans eosdem circulos per rectas DK, GL. [g] Eruntque rectæ DH, DK, rectis GI, GL, parallelæ. [h] Igitur anguli HDK, IGL, ad centra æquales erunt; ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus HK, IL, similes erunt. Eadem ratione similes quoque erunt tam arcus BH, EI, quã arcus CK, FL, [i] quod tam rectæ DB, DH, rectis GE, GI, quam rectæ DC, DK, rectis GF, GL, parallelæ sint; [k] ac proinde tam anguli BDH, EGI, quam CDK, FGL, ad centra æquales sint. g 16. vnde. h 10. vnde. i 16. vndec. k 10. vnde.

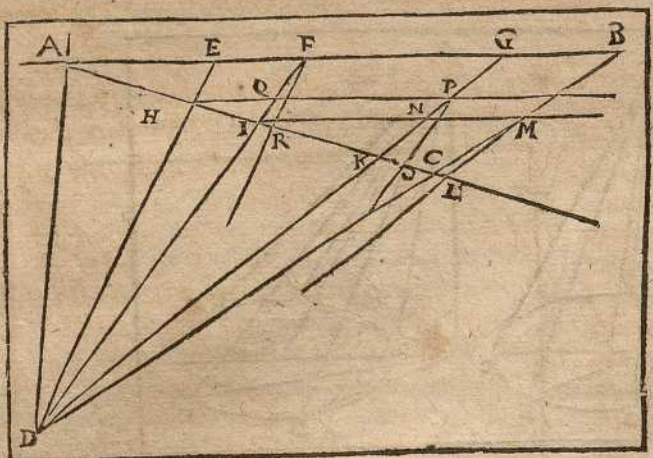
IDEM sequitur, si basis coni statuatur circulus EF, & infra eam circulus illi parallelus BC, vt ex demonstratione constat.

ITAQVE si alteruter circulorũ EF, BC, in partes æquales diuidatur, & ex vertice A, per diuisionũ puncta rectę emittantur, secabitur alter quoq; circulus in partes æquales.

LEMMA XXIX.

SI duæ rectæ lineæ se mutuo contingant in vno puncto, & à quouis puncto extra ipsas in eodem plano plures rectæ ducantur, quæ eas secent; Habebunt segmenta remotioris lineæ ab aſſumpto puncto, verſus punctum ſectionis linearum propoſitarum progrediendo, maiorem proportionem, quam ſegmenta lineæ propioris.

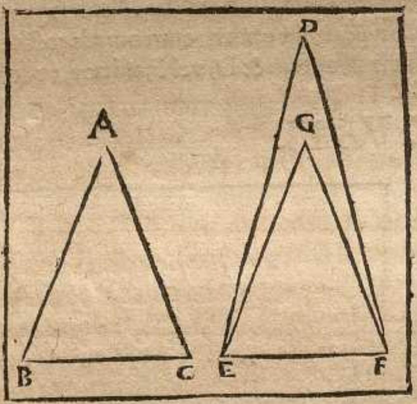
DVÆ rectæ AB, AC, ſeſe contingant, vel ſecent in A, & ex puncto D, quotuis rectæ ducantur, DA, DE, DF, DG, DB, vtramque ſecantes. Dico maiorem proportionem eſſe BG, ad GF, quam CK, ad KI, & maiorem GF, ad FE, quam KI, ad IH, & maiorem FE, ad EA, quam IH, ad HA. Ducta enim per I, ipſi AB, parallela IM, ſecante rectas DB, DG, in M, N, ducatur per M, ipſi DG, parallela ML, quæ rectam AC, productam ſecabit in L. Cum enim MD, cum ND, conueniat in A, cadet ML, ipſi ND, parallela extra triangulum DMN. Quoniam igitur eſt, vt BG, ad GF, ita MN, ad NI, ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Euclid. [a] & vt MN, ad NI, ita LK, ad KI; erit quoque vt BG, ad GF, ita LK, ad KI. [b] Habet autem LK, ad KI, maiorem proportionem, quam CK, ad KI. Igitur & BG, ad GF, maiorem proportionem habebit, quam CK, ad KI. Eodem pacto, ſi per H, ducatur ipſi AB, parallela HP, ſecans DG, DF, in P, Q, & per P, agatur ipſi DF, parallela PO, ſecans AK, productam in O, erit vt GF, ad FE, ita PQ, ad QH, ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Euclid. [c] Et vt PQ, ad QH, ita OI, ad IH. Igitur erit quoque vt GF, ad FE, ita OI, ad IH. [d] Habet autem OI, ad IH, maiorem proportionem, quam KI, ad IH. Maiorem ergo proportionem habebit quoque GF, ad FE, quam KI, ad IH. Atque ita agendum erit in cæteris ſegmentis, ſi plura fuerint, donec ad vltima duo FE, EA, ventum fuerit. Tunc enim non ducenda eſt per A, ipſi AB, parallela, ſed ſolum per F, ducenda FR, ipſi DE, parallela, ſecans AI, productam in R, [e] Erit enim rurſus vt FE, ad EA, ita RH, ad HA. [f] Habet autem RH, ad HA, maiorem proportionem, quam IH, ad HA. Igitur & FE, ad EA, maiorem proportionem habebit, quam IH, ad HA. quod eſt propoſitum.



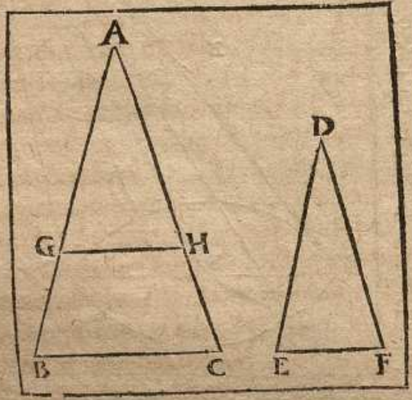
a 2. ſexti.
b 8. quin.
c 2. ſexti.
d 8. quin.
e 2. ſexti.
f 8. quinti.

LEMMA. XXX.

SI duo triangula Iſoſcelia baſes habeant æquales, latera vero vnius maiora ſint lateribus alterius: minora latera maiorem angulum continebunt. Et ſi vnius latera lateribus alterius maiora ſint, angulumque contineant maiorem: illius baſis baſe huius maior erit.



DVO triangula Iſoſcelia ABC, DEF, habeant baſes BC, EF, æquales, ſed latera DE, DF, maiora ſint lateribus AB, AC. Dico angulum A, angulo D, maiorem eſſe. [g] Deſcribatur enim ſupra baſem EF, triangulum EGF, triangulo ABC, æquilaterum, & æquiangulum, cadetque punctum G, intra triangulum DEF. Nam ſi extra caderet, vel rectæ EG, FG, includerent rectas ED, FD; [h] atque ita eſſent latera GE, GF, hoc eſt, AB, AC, maiora lateribus DE, DF, quod eſt contra hypotheſim; vel altera earum ſecaret alteram ipſarum DE, DF, atque ita vnus angulorum GEF, GFE, eſſet maior vno angulorum DEF, DFE, & alter minor. [i] Cum ergo DEF, DFE, ſint æquales, eſſent anguli GEF, GFE, inæquales, quod eſt abſurdum, [k] cum inter ſe ſint æquales. Idem ſequeretur ſi punctum G, diceretur cadere in alterutram rectarum DE, DF. Neque vero dici poteſt, ipſum cadere in D. Eſſent enim tunc latera DE, DF, lateribus AB, AC, æqualia, quod cum hypotheſi pugnat. Cadit ergo punctum G, intra triangulum DEF; [l] ideoque angulus G, hoc eſt, angulus A, angulo D, maior erit. quod eſt propoſitum.



SINT rurſus Iſoſcelis ABC, duo latera AB, AC, maiora duobus lateribus DE, DF, angulusque A, maior angulo D. Dico baſem BC, baſe EF, maiorem eſſe. Abſciſſis enim rectis AG, AH, æqualibus ipſis DE, DF; [m] erit ducta GH, ipſi BC, parallela. [n] Ergo vt AB, ad BC, ita AG, ad GH: Eſt autem AB, maior, quam AG. [o] Igitur & BC, maior erit quam GH. Item cum latera AG, AH, lateribus DE, DF, ſint æqualia, anguluſque A, maior angulo D; [p] erit baſis GH, maior baſe EF. Eſt autem BC, oſtenſa maior, quam GH. Multo ergo maior erit BC, quam EF. quod eſt propoſitum.

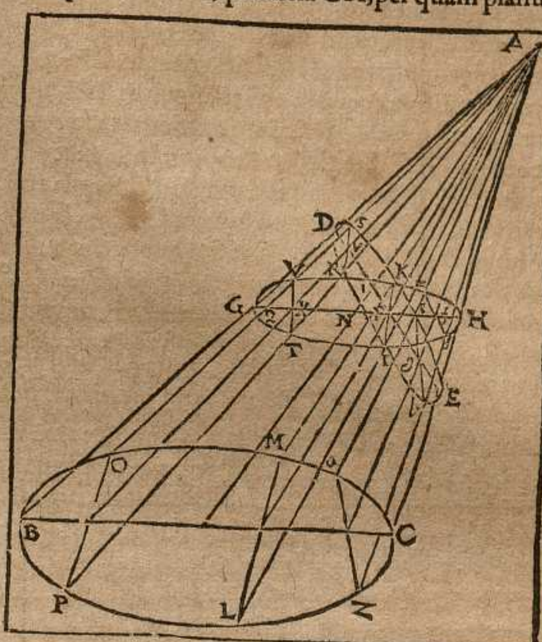
g 23. primi.
h 21. primi.
i 5. primi.
k 5. primi.
l 21. primi.
m 2. ſexti.
n 4. ſexti.
o 14. quin.
p 24 pri.

LEM-

LEMMA XXXI.

SI in cono scaleno circulus sit basi subcontrarie positus, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ, quarum vna sit latus trianguli per axem ad basem recti, auferent ex base, & circulo illo arcus dissimiles. Et si in vno auferantur duo arcus oppositi æquales, auferentur in altero duo arcus inæquales, maior quidem versus angulum minorem trianguli per axem, minor vero versus angulum maiorem.

IN cono A B C, scaleno triangulum per axem sit A B C, ad basem BC, rectum, & circulus subcontrariæ sectionis DE, cuius diametro DE, diuisa bifariam in F, ducatur per F, basi BC, parallela GH, per quam planum ducatur ad triangulum per axem rectum, vel basi coni



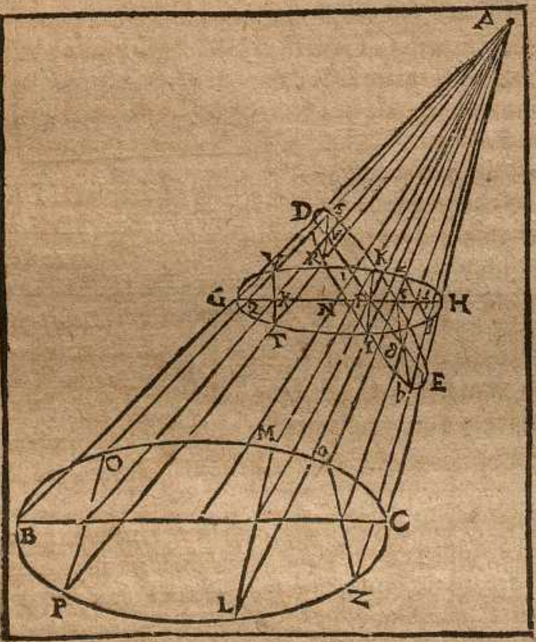
parallelũ, faciens per lemma 17. circulum G I H K, qui circulum subcontrariæ sectionis secet in I, K; ducanturque primum duæ rectæ AL, AM, per I, K, communes sectiones circulorum DIE, GIH, secantes basem in L, M. Dico tam arcus BL, DI, quam BM, DK, & quã CL EI, & quam CM, EK, dissimiles esse. Secent enim plana circulorum DE, GH, sese per rectã IK. Et quoniam vterque circulus ad triangulum ABC, rectus est; [a] erit quoq; communis eorum sectio IK, ad idem triangulum recta; [b] cadetq; propterea tam in DE, communem sectionem circuli DIEK, & trianguli ABC, quam in GH, communem sectionem circuli GIHK, & eiusdem trianguli ABC, ac propterea per punctum F, vbi communes hæ sectiones se mutuo diuidunt, transibit; facietq; ex defin. 3. lib. 11. Euclid. angulos DFI, GFI, rectos. Quia vero diameter DE, secta est bifariam in F, erit diameter GH, maior, eiusque pars maior FG, versus minorem angulum AGH, verget, vt in scholio lemmatis 17. demonstrauimus, propterea que centrum circuli GIHK, in recta FG, existet. quod sit N. Igitur segmentum I G K, maius erit semicirculo. Est autem I D K, semicirculus, quod F, centrum sit circuli D I E K. Igitur tam arcus IGK, IDK, quam IHK, IEK, dissimiles sunt; & IGK, maior, quam vt similis sit arcui I D K, at IHK, minor, quam vt arcui IEK, similis sit. Et quia semicirculi I D K, I E K, bifariam secantur in D, E, quod ex penultima propositione scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. ob angulos rectos ad F, quatuor arcus DI, IE, EK, KD, quadrantes sint; Item arcus IGK, IHK, secti sunt bifariam in G, H. Nam recta NF, diuidens rectam IK, ex centro N, ad angulos rectos, [c] secat eandem bifariã. Igitur & arcus IHK, bifariam secabitur ex propos. vltima scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. ac proinde & reliqui arcus GI, GK, ex semicirculis æquales erunt. Igitur & arcus GI, GK, semisses arcus IGK, maiores sunt, quam vt similes sint arcubus DI, DK, qui semisses sunt arcus IDK; at HI, HK, semisses arcus IHK, minores, quam vt similes sint arcubus EI, EK, qui semisses sunt arcus IEK. Et quoniam arcus BL, BM, C L, CM, arcubus GI, GK, HI, HK, similes sunt, ex lemmate 28. erunt eodem modo arcus BL, BM, CL, CM, arcubus DI, DK, EI, EK, dissimiles.

a 19. vnde.
b 38. vnde.
c 3. tertij.

DVCATVR deinde alia recta AP, ad circumferentiam basis secans subcontrariam sectionem in R, & circulum GH, in T: & ex R, demittatur ad diametrum DE, perpendicularis RY, quæ producta secet circumferentiam ex altera parte in S, ducaturque ex A, per S, recta AS, secans circumferentiam basis in O, & circulum GH, in V. Dico arcus quoque BP, BO, arcubus DR, DS, & arcus CP, CO, arcubus ER, ES, dissimiles esse. Quoniam enim RS, per defin. 4. lib. 11 Euclid. perpendicularis est ad triangulum ABC, quod perpendicularis sit ducta ad D E, communem sectionem trianguli A B C, & circuli D R E, qui ad illud triangulum rectus est; [d] erit quoque triangulum ARS, per RS, ductum ad idem triangulum ABC, rectum, facietque in circulo G H, communem sectionem TV, secantem GH, diametrum in X. Quia ergo tam planum circuli G H, quam trianguli ARS, rectum est ad triangulum A B C; [e] erit etiam communis eorum sectio TXV, ad idem perpendicularis; ideoque ex defin. 3 lib. 11. Euclid. anguli ad X, recti erunt; [f] atque adeo vtraque RS, TV, secta erit bifariam in Y, X, propterea que vterque arcus RDS, TGV, ex vltima propos. scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. sectus quoque erit bifariam; ac proinde & tam reliqui arcus ER, ES, quam HT, HV, ex semicirculis æquales erunt. Iam vero si ducatur recta ex A, ad X, ipsa transibit per Y. Cum enim ea recta in plano trianguli ABC, existens rectam DE, in eodem triangulo existentem, & existens in triangulo quoque ATV, rectam RS, in eodem existentem secet, solum vero punctum Y, rectæ RS, in triangulo ABC, existat, (quia RS, ad illud triangulum perpendicularis est) per punctum Y, transibit omnino. Quare ducta recta AN, ad N, centrum circuli GH, secante semidiametrũ DF, in i; erit ex lemmate 29. maior proportio GX, ad X N, quam DY, ad Y i; [g] Habet autem DY, ad Y i, maiorem proportionem, quam ad YF. Igitur multo maiorem habebit GX, ad XN, quam DY, ad YF. [h] Si ergo secetur GN, in Q, vt sit GQ, ad QN, sicut DY, ad YF; cadet punctum Q, inter G, & X. Nam si caderet vltra X, esset multo maior proportio GQ ad QN, quam GX, ad XN; quod tunc GQ, maior foret, quam GX, & QN, minor quam XN. Et quoniam per lemma 7. si per Q, duceretur ad GH, perpendicularis, vel ipsi TV, parallela, abscinderetur arcus arcui RDS, similis; erit arcus TGV, maior, quam vt similis sit arcui R DS; ideoq; & semisses GT, GV, maiores sunt, quam vt similes sint semissibus DR, DS, atque idcirco reliqui arcus ex semicirculis HT, HV, minores erunt, quam vt similes sint reliquis arcubus, ER, ES, ex semicirculis. Quia vero ex lemmate 28. arcus BP, BO, CP, CO, arcubus GT, GV, HT, HV, similes sunt; erunt arcus BP, BO, CP, CO, eodem modo arcubus

d 18. vnde.
e 19. vnde.
f 3. tertij.
g 8. quin.
h 10. sexti.

DR, DS, ER, ES, dissimiles. Eodem pacto ostendemus, vbicunque perpendicularis TV, semidiametrum GN, secet, & perpendicularis RS, rectā Di, arcum à perpendiculari TV, abscissum esse maiorem quam vt similis sit arcui, quem tunc perpendicularis RS, abscindit, &c. Quod si perpendicularis TV, transeat per centrum N, ac proinde perpendicularis RS, per punctum i, manifestum est, arcum per illam abscissum, maiorem esse, quam vt similis sit arcui per hanc abscisso, cum illa semicirculus sit, hic vero semicirculo minor. Eademque ratione, si perpendicularis TV, secet GF, vltra N, centrum & citra F, ac propterea perpendicularis RS, semidiametrum DF, vltra i, & citra F, auferetur ex circulo GH, arcus semicirculo maior, & ex circulo DE, minor, atque idcirco ille maior erit, quam vt huic similis sit. Contrarium accidet, si ex parte alterius semicirculi IEK, recta quæcunque ex vertice A, ducatur Ab, secans circulum GH, in d, & demittatur bg, ad DE, perpendicularis, secans circumferentiam ex altera parte in c, puncto, per quod ex vertice A, recta emittatur secans circulum GH, in e.
a 18. vnde. [a] Erit enim hoc triangulum Abc, rectum ad triangulum ABC, quia nimirum ducitur per rectam bg, ad triangulum ABC, perpendicularem; facietque cum circulo GH, sectionem rectam de, quæ secet GH, in f. Quia ergo tam planum circuli GH, quam trianguli Abc rectum est ad triangulum ABC; [b] erit eorum communis sectio
b 19. vnde. d e, perpendicularis quoque ad triangulum ABC; ideoque ex defin. 3. lib. 11. Euclid. & ad rectam GH, in f. [c] Secatur ergo vtraq; b c, d e, bifariam in g, f, atque idcirco ex vltima propositione scholii propos. 27. lib. 3. Euclid. vterque arcus bEc, dHe, bifariam secabitur in E, H: & ducta recta Ag, transibit per punctum f. Eadem enim prorsus hic est demonstratio, quæ in triangulo ARS; quia recta Ag, existens in vtroque plano tam trianguli ABC, quam trianguli Abc, secat vtramque rectam GH, de, in illis planis existentem; ac propterea in earum communi sectione f, quod solum punctum f, rectæ de, ad triangulum ABC, perpendicularis, sit in triangulo ABC. Quamobrē
c 3. tertij.
d 8. quin. per lemma 29. maior erit proportio Eg, ad gF, quā Hf, ad fF: [d] Sed proportio Hf, ad fF, maior est, quam ad fN. Igitur multo maior erit proportio Eg, ad gF, quam Hf, ad fN, atq; idcirco arcus bEc, maior erit, quā vt similis sit arcui dHe; quod ostendetur, quemadmodū probatum est arcū TGV, esse maiorem, quam vt arcui RDS, similis sit, propterea ꝙ maior erat proportio GX, ad XN, quā DY, ad YF. Igitur & semisses Eb, Ec, maiores erunt, quam vt similes sint semissibus, Hd, He; ideoq; reliqui arcus Db, Dc, ex semicirculis minores erunt, quā vt reliquis arcubus Gd, Ge, ex semicirculis similes sint. Quoniā autem productis rectis Ab, Ac, ad basem, arcus Cz, Ca, Bz, Ba, arcubus Hd, He, Gd, Ge, ex lem. 28. similes sunt; erunt illi eodē modo arcubus Eb, Ec, Db, Dc, dissimiles.



CÆTERVM ex parte semicirculi IEK, à rectis ex vertice A, eductis auferri maiores arcus ex eo, quam vt similes sint arcubus ex base BC, abscissis, hoc est, arcubus ex circulo GH, abscissis, cum hi ex lemmate 28. similes sint arcubus basis; facile hoc etiam modo demonstrabimus. Ducta vtcunque rectā bc, ad diametrū DE, perpendiculari, demittantur ex vertice A, rectæ Ab, Ac, secantes circulum GH, in d, e, iungaturque recta d, e, [e] Et quoniam IK, bc, parallelæ sunt, ob angulos
c 28. pri. rectos ad F, g; duci poterunt per ipsas duo plana parallela. Intelligatur ergo per IK, ductum planum triangulo Abc, parallelum; [f] facietque in hisce planis parallelis pla-
f 16. vnde. num circuli GIHK, sectiones parallelas IK, de. Cum ergo bc, eidem IK, sit parallela ostensa; [g] erunt etiam bc, de,
g 9. vndec. parallelæ. Igitur triangulum Ade, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. triangulo Abc, simile erit, [h] Quare erit vt Ab,
h 4. sexti. ad bc, ita Ad, ad de. Cum ergo Ab, maior sit, quam Ad;
i 14. quin. [i] erit quoq; b c, maior quam de. Quocirca cum circulus DE, minor sit circulo GH, quod diameter DE, minor sit ostensa, quam diameter GH; auferet bc, maior linea ex minore circulo DE, maiorem arcum bEc, quam vt similis sit arcui dHe, quem minor linea de, ex maiore circulo GH, aufert; ex iis, quæ in lemmate propos. 6 lib. 3. Theod. demonstrauimus. Igitur & semisses Eb, Ec, maiores erunt, quam vt similes sint semissibus Hd, HE. Vterque enim arcus bEc, dHe, bifariam sectus est in E, H, ex vltima propos. scholii propos. 27. lib. 3. Euclid. Nam diameter DE, secat rectam bc, per constructionem ad angulos rectos; Item diameter GH, secat de, ad an-
k 29 primi. gulos rectos, ob parallelas IK, de, quarum IK, ad angulos rectos secatur, a GH, vt supra ostendimus, propterea quod IK, communis sectio Circulorum DE GH, ad triangulum ABC, rectorum, recta est ad idem triangulum; ac proinde & ad rectam GH, perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [l] ac proinde & bifariam vtraque bc, de,
l 3. tertij. secabitur. Quocirca cum arcubus Hd, He, similes sint arcus Cz, Ca, ex lemmate 28. erunt quoque arcus Eb, Ec maiores, quam vt similes sint arcubus Cz, Ca, & ex semicirculis reliqui Db, Dc, minores, quam vt sint reliquis Bz, Ba, ex semicirculis similes.

EX his omnibus constat, quemlibet arcum vtriusuis circuli interceptum inter latus trianguli per axem longius, & rectam quamcunque ex vertice demissam, maiorem esse, quam vt similis sit arcui alterius circuli inter easdem rectas intercepto, vsque ad finem semicirculi. Ita enim demonstratum est, arcus BP, BL, BZ, maiores esse, quam vt arcubus, DR, DI, Db, similes sint: Item arcus Eb, EI, ER, maiores, quam vt similes sint arcubus CZ, CL, CP, eademque ratio est de cæteris. Itaque si semicirculus DIE, secetur in singulos gradus, complectetur arcus semicirculi BLC, respondens vni gradui semicirculi DIE, plus quam vnum gradum: Et arcus respondens duobus gradibus, maior erit duobus gradibus: Et arcus respondens tribus gradibus, maior erit tribus gradibus; atque ita deinceps vsque ad finem vtriusque semicirculi DIE, BLC, initio semper facto à punctis D, B, in arcubus. Sic etiam, si semicirculus CLB, in suos gradus secetur, erunt ordine singuli arcus semicirculi EID, initio semper facto à punctis E, C, maiores quam 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. gradus.

POSTREMO sint arcus oppositi æquales DR, Ec, ducanturq; rectæ ARP, Aca, secantes circulum GH, in

GH,in T,e. Dico arcus BP,Ca,inæquales esse,maiorem quidem BP,minorem vero Ca. Sumptis n. alijs duobus arcubus DS,Eb,æqualibus ipsis DR,Ec,iungantur rectæ RS,b c,& per S,b,ducantur duæ rectæ AS, A b,secantes basim in O,Z, & circulum GH,in V,d, iunganturque rectæ TV,d e. Eruntque, vt paulo ante demonstrauimus,b c,d e,parallelæ. Nam cum arcus Eb, Ec, æquales sint; erunt & reliqui b I,c K, ex quadrantibus æquales. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. IK, b c, parallelæ sunt. Quocirca si per IK intelligatur duci planum triangulo A b c,per b c, ducto parallelum, [a] faciet in his planis parallelis planum circuli G H, sectiones parallelas IK,d e. Cum ergo b c,eidem IK,ostensa sit parallela; [b] erunt etiam b c,d e,parallelæ. Eodem modo parallelæ erunt RS,TV,ac proinde tam triangula A b c,A d e, quam ARS,ATV, similia erunt, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. Sunt autẽ A b c,ARS,Isoscelia,quod ex lemm. 27. tam A b, A c, æqualiter distantes à maxima AE,quam AR,AS,æqualiter distãtes à minima AD,æquales sint. Igitur & A d e,ATV,Isoscelia sunt. Et quoniã latera AR, AS,minora sunt lateribus A b, A c,ex lem. 27. [c] basis autẽ RS,basi bc,æqualis; ob arcus æquales RDS,b E c; erit per lem. 30. præcedens,angulus RAS, maior angulo b A c. Cũ ergo per lem. 27. latera A T, A V, maiora sint lateribus A d, A e; erit per præcedens lem. 30. basis TV, base d e, maior; ac propterea ex scholio propos. 28. lib. 3. Eucl. arcus TGV,maior erit arcu d H e. Quia vero TV, ostẽsa est parallela ipsi IK,& GH, secat ipsam IK,ad angulos rectos; [d] secabitur quoq; TV,ad angulos rectos, & bifariã in X: ac proinde ex vlt. propos. scholij propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus quoq; TGV,bifariam secabitur in G. Eademq; ratione & arcus d H e,erit in H,sectus bifariam. Cum ergo arcus TGV,sit ostensus maior arcu d H e; erunt & semisses GT, GV,semissibus H d,He, maiores. Sed his quatuor arcubus similes sunt,ex lem. 28. quatuor arcus BP, BO, CZ, Ca. Igitur & BP,BO,maiores sunt,quam Cz,Ca. Pari ratione,si arcus BP,C a, æquales ponantur, ostendemus E c, maiorem quam DR. Nam facta eadem constructione, erit angulus d A e,maior angulo TAV,& basis Bc,maior base RS,&c.

IMMO posterior hæc pars ex priori demonstrata facile deduci potest hoc modo. Sint enim rursum arcus oppositi æquales DR,EC. Dico arcum GT,maiorem esse arcu H e. Nam cum GT,maior sit,quam vt similis sit arcui DR; erit idem arcus GT,maior,quam vt similis sit arcui E C: hoc est, plures gradus in G T, continebuntur, quam in E c. Sed in E c,plures gradus continentur,quam in H e, quod Ec,maior sit, quam vt similis sit arcui H e. Igitur multo plures gradus continebuntur in GT,quam in H e, ac proinde in eodem circulo maior erit arcus GT,arcu H e; ideoque cum G T, H e, arcubus BP,C a,ex Lemmate 28. similes sint; erit quoque BP, maior, quam C a.

SIT rursus GT,ipsi H e,æqualis. Dico E c,maiorem esse arcu DR. Eodem modo enim erunt plures gradus in E c,quam in H e,hoc est,quam in GT. Sed adhuc plures sunt in GT,quam in DR. Ergo multo plures erunt in E c,quam in DR: ideoque E c,in eodem circulo maior erit, quam D R, &c.

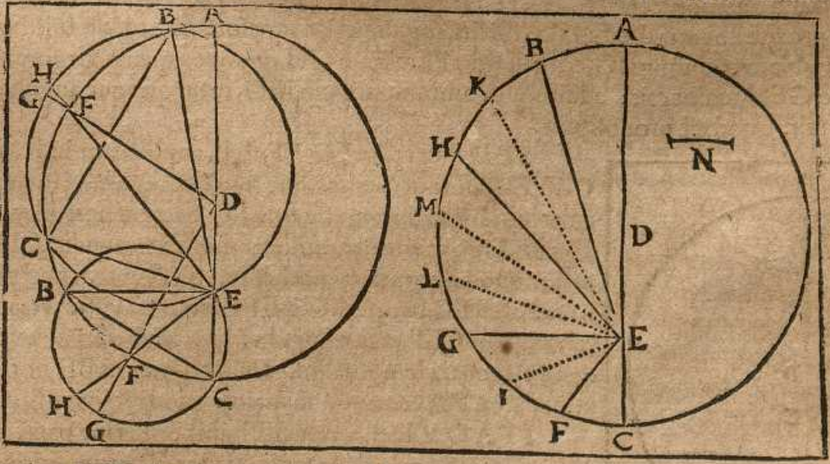
ITAQVE singuli arcus semicirculi BLC, à B, vsque ad L,quod punctum respondet puncto I, in quadrante DI,maiores sunt singulis arcubus æqualibus respondentibus à C, vsque ad L. Nam arcus circumferentiæ CL,æquales sunt arcubus circumferentiæ C M, qui arcubus circumferentiæ BL, opponuntur, minoresque sunt ostensi arcubus circumferentiæ BL. Sic etiam singuli arcus semicirculi EID,ab E,vsque ad punctum, quod medio puncto semicirculi CLB,respondet,maiores sunt singulis arcubus respondentibus æqualibus à D, vsque ad idem punctum, quod medio puncto semicirculi C B, respondet.

a 16. vndec.
b 9. vndec.
c 29. tertij.
d 29. pri.

LEMMA XXXII.

SI in diametro circuli, præter centrum, punctum quodpiam sumatur, & ex eo rectæ educantur, quæ in circumferentia circuli duos arcus æquales intercipiant: Erunt anguli ab ipsis comprehensi inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ à centro longius absunt. Et si rectæ ductæ contineant angulos æquales, erunt arcus intercepti inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt.

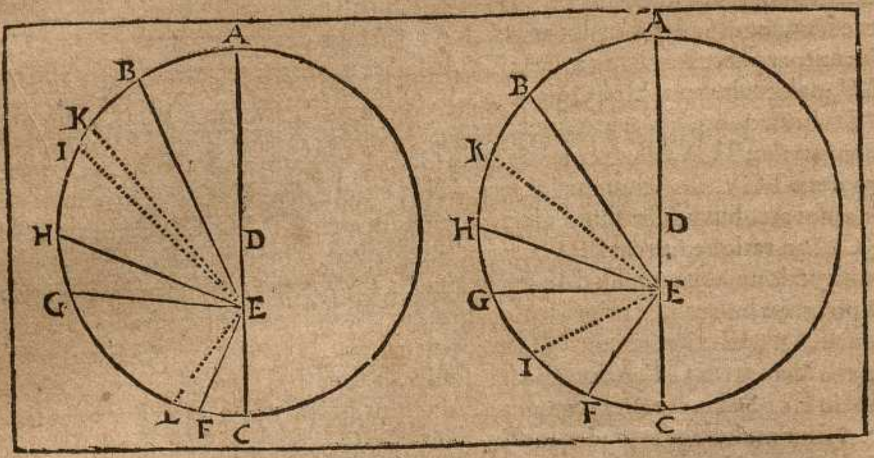
IN circulo A B C, cuius centrum D, in diametro A C, ex puncto E, præter centrum, primum tres rectæ EC,EF,EB, egrediantur intercipientes duos arcus continuos æquales C F, F B, siue eorum initium C, sit in extremo diametri, siue non. Dico angulum CEF,angulo FEB,esse maiorem. Ducta enim chorda C B, [e] descri-



batur circa triangulum BCE, circulus, qui circulũ ABC, secabit in B,C, [f] cum eum in duobus illis punctis tangere nequeat. Ducta iam recta DF,& producta, donec circulum BCE, secet in G; quoniam arcus BFC, sectus est bifariam in F, secabitur quoque recta BC, bifariam ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ideoque per propos. 3. lib. 3. ad angulos rectos: ac proinde per coroll. propos. 1. lib. 3. per centrum circuli BGC, transibit. Igitur & arcus BGC, per idem scholium, in G, sectus erit bifariam. Producta ergo recta EF, donec arcum BGC, secet in H; erit arcus BG, hoc est, CG, maior arcu BH. Multo ergo maior erit arcus CH, arcu BH. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. angulus CEH, angulo BEH, maior erit. quod est propositum.

e 5. quarti.
f 13. tertij.

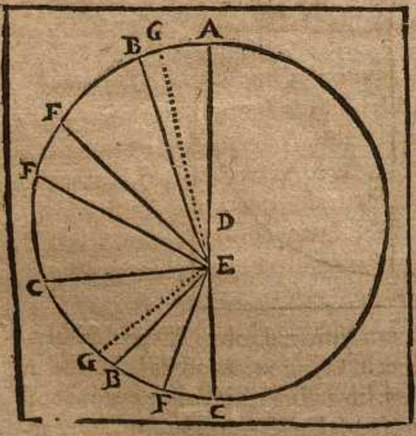
DEINDE quatuor rectæ EF, EG, EH, EB, intercipiant duos arcus æquales non continuos FG, HB, quorum alter totus sit extra alterum, vt in secunda figura. Dico rursus, angulum FEG, maiorem esse angulo HEB. Aut enim intermedius arcus GH, vtrique arcui FG, HB, commensurabilis est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis, & sit eorum maxima mensura communis N, singulique arcus FG, GH, HB, diuidantur in partes ipsi N, æquales, nimirum FG, HB, in binas FI, IG, HK, KB; & GH, in tres GL, LM, MH. Ductis igitur rectis EI, EL, EM, EK; erit, vt iam demonstratum est, angulus FEI, maior angulo IEG, quod arcus FI, IG, æquales sint continui; & eadem de causa angulus IEG, maior quam GEL, & hic maior quam LEM, & hic maior quam MEH, & hic maior quam HEK, & hic maior quã KEB, & sic deinceps, si fuerint plures arcus æquales. Multo ergo maior erit angulus FEI, angulo HEK, & IEG, maior quam KEB; ac proinde & totus angulus FEG, toto angulo HEB, maior erit. quod est propositum.



SED iam sit arcus intermedius GH, vtrique arcui FG, HB, incommensurabilis, vt in tertia figura. Si igitur angulus FEG, maior non est angulo HEB, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, si fieri potest, minor; & ex maiore angulo HEB, auferatur angulus; HEI, angulo FEG, æqualis: atque ex lemmate 2. propos. 8. lib. 3. Theodos. inueniatur arcus HK, maior quidem quam HI, minor vero quam HB, & arcui intermedio GH, commensurabilis. Et quia arcus FG, arcui HB, ponitur æqualis, erit arcus FG, maior quam HK. Abscisso ergo arcu GL, æquali ipsi HK, ductaque recta EL; quoniam arcus LG, HK, non continui sunt æquales, & intermedius arcus GH, est vtrique commensurabilis, ex constructione, erit, vt proxime demonstratum est, angulus LEG, maior angulo HEK. Ergo multo maior angulo HEI. Cum ergo ex constructione, angulus HEI, ablatus sit angulo FEG æqualis; erit quoque angulus LEG, maior angulo FEG, pars toto, quod est absurdum. Non ergo minor est angulus FEG, angulo HEB.

SIT deinde, si fieri potest, angulus FEG, angulo HEB, æqualis, vt in quarta figura; sectisque arcubus FG, HB, æqualibus bifariam in I, K, ducantur rectę EI, EK. Quoniam ergo tam continui arcus HK, KB, semisses arcus HB, quam arcus continui FI, IG, semissis arcus FG, æquales sunt; erit, vt supra demonstrauimus, angulus HEK, maior semisse anguli HEB. Eadem ratione angulus FEI, maior erit angulo IEG, ideoque angulus IEG, minor semisse anguli FEG. Cum ergo anguli FEG, HEB, ponantur æquales; erit IEG, minor quam HEK, quod est absurdum. Cum enim arcus IG, HK, semisses arcuum æqualium FG, HB, æquales sint, & non continui, si quidem intermedius, GH, est illis commensurabilis, erit angulus IEG, maior angulo HEK, vt demonstratum est; si vero incommensurabilis, non poterit angulus IEG, minor esse angulo HEK, vt paulo ante demonstratum etiã est. Non ergo angulus FEG, angulo HEB, æqualis est: sed neque minor est ostensus. Maior ergo est. quod est propositum.

AD extremum quatuor rectæ EF, EG, EI, EH, intercipiant arcus æquales FG, IH, habentes partem communem IG, vt in proxima quarta figura. Dico rursus, angulum FEG, maiorẽ esse angulo IEH. Nam cum ęquales sint arcus FG, IH; ablato communi IG, erit reliquus FI, reliquo GH, quoque æqualis. Ergo, vt ostendimus, angulus FEI, angulo GEH, maior erit: additoque communi angulo IEG, totus quoque angulus FEG, toto angulo IEH, maior erit. quod est propositum.



SED iam rectæ EC, EF, EB, constituant in E, angulos æquales CEF, FEB, siue continuos, siue non continuos, vt in quinta figura. Dico arcum BF, maiorem esse arcu FC. Si enim non est maior, sit primum æqualis. Ergo vt iam demonstratum est, erit angulus CEF, angulo FEB, maior. quod est contra hypothesim. Sit deinde, si fieri potest, arcus BF, minor arcu FC, fiatque FG, ipsi FC, æqualis. Igitur, vt iam ostensum est, erit angulus CEF, maior angulo FEG. Multo ergo maior angulo FEB. quod est contra hypothesim. Cum ergo arcus BF, non sit æqualis, nec minor arcu FC; erit omnino maior. quod est propositum.

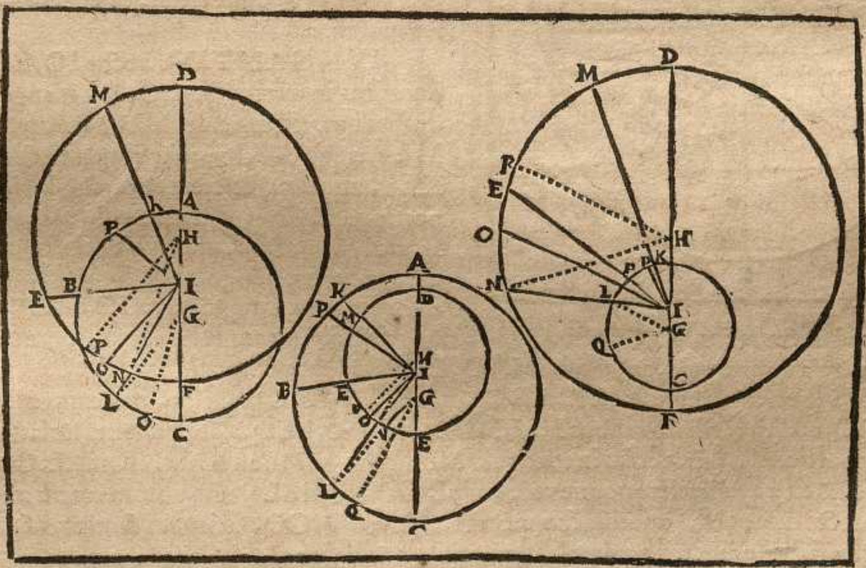
ITAQVE theorematis huius posterior pars, quam proxime demonstrauimus, multo vniuersalior est propositione vltima scholij propos. 29. lib. 3. Eucl. vbi solum probatum est, si duo anguli CEF, FEB, sint æquales, initio facto à puncto diametri C, arcum BF, arcu FC, maiorem esse: quod tamen hic demonstratum est de quotlibet angulis, & arcubus siue continuis, siue non continuis, & siue vnus eorum initium sumat à diametro, siue non.

LEMMA XXXIII.

SI in circulis se mutuo secantibus, vel non secantibus, diuersa tamen centra habentibus punctum quodpiam in communi eorum diametro per vtrumque centrum ducta, præter centra sumatur, quod & inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum existat: Rectæ lineæ ab eo puncto eductæ secantes vtriuslibet circulorum circumferentiam in arcus æquales, secabunt alterius circumferentiam in arcus inæquales, maiorque semper erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt: Arcus item quilibet illius circuli, cuius centrũ est inter assumptum punctum, eiusque circumferentiam, interceptus inter communem diametrum, & quamlibet rectam, ex eodem puncto eductam, si minor est semicirculo, maior est, quam vt similis sit arcui alterius circuli inter easdem rectas intercepto.

DVO circuli ABC, DEF, se mutuo secent, vel si non se intersecant, habeant centra diuersa, & G, sit centrum circuli ABC, at H, centrum circuli DEF. Diameter communis sit DC, per centra G, H, transiens. Ex puncto autem I, inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum, cadant quotuis lineæ IK, IB, IL, intercipientes in circulo ABC, arcus æquales KB, BL, producta autem, si opus est, secent circulum DEF, in M, E, N. Dico arcus ME, EN, inæquales esse, maiorem quidem ME, & minorẽ EN. Si namque arcus ME, maior non est arcu EN; erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo per lemma præcedens, angulus NIE, maior erit angulo EIM. Sed per idem lemma, propter arcus æquales KB, BL, angulus KIB, hoc est, EIM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Idem ergo angulus NIE, maior est angulo EIM, & minor, quod est absurdum. Non ergo arcus ME, arcui EN, æqualis est. Sit deinde, si fieri potest, arcus ME, minor arcu EN, Abscisso ergo arcu EO, æquali ipsi ME, ductaque recta OI; erit per idem lemma præcedens augulus OIE, maior angulo EIM. Multo ergo maior erit angulus NIE, angulo EIM. Sed per idem lemma, ob arcus æquales KB, BL, angulus KIB, hoc est EIM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo EIM. quod est absurdum. Non ergo arcus ME, arcu EN, minor est: Sed neque æqualis, vt ostensum est. Igitur maior.

EADEM ratione, si æquales ponantur arcus ME, EN, erit arcus LB, maior arcu BK. Si enim non est maior, sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo per lemma præcedens, angulus KIB, hoc est, EIM, maior erit angulo BIL, hoc est, angulo, NIE. Sed per idem lemma, ob arcus æquales ME, EN, angulus NIE, maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo EIM, quod est absurdum. Non ergo arcus LB, arcui BK, æqualis erit. Sit deinde, si fieri potest, arcus BL, minor arcu BK. Abscisso ergo arcu BP, æquali ipsi LB, ductaque recta PI; erit per idem lemma præcedens, angulus PIB, maior angulo BIL. Multo ergo maior erit angulus KIB, hoc est EIM, angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Sed per idem lemma, ob æquales arcus ME, EN,



angulus NIE, maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor eodem angulo, EIM, quod est absurdum. Non ergo arcus LB, minor est arcu BK: Sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior.

DICO rursus arcus DM, DE, DN, maiores esse, quam vt similes sint arcubus AK, AB, AL. Item arcus CL, CB, CK, maiores, quam vt similes sint arcubus FN, FE, FM. Ducta enim recta HN, ex centro H, agatur ei parallela GQ, ex centro G. [a] Quoniam igitur anguli DHN, AGQ, ad centra æquales sunt, externus & internus; erunt ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus DN, AQ, similes. Maior ergo est DN, quam vt similis sit arcui AL, qui pars est arcus similis AQ. Eodemque modo ostendes DE, DM, maiores esse, quam vt similes sint arcubus AB, AK. a 29. primi.

RVRSVS ducta recta GL, ex centro G, agatur ei parallela HR, ex centro H. [b] Quia igitur anguli CGL, FHR, ad centra æquales sunt, externus & internus; erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus CL, FR, similes. Maior ergo est CL, quam vt arcui FN, qui ipsius FR, pars est, similis sit. Eademq; ratione erunt CB, CK, maiores, quam vt ipsis FE, FM, similes sint. b 29. primi.

PERSPICVVM autem est, propositionem hanc veram esse, siue arcus in vtroque circulo continui sint, siue non continui. Id quod ex antecedenti lemmate apparere potest.

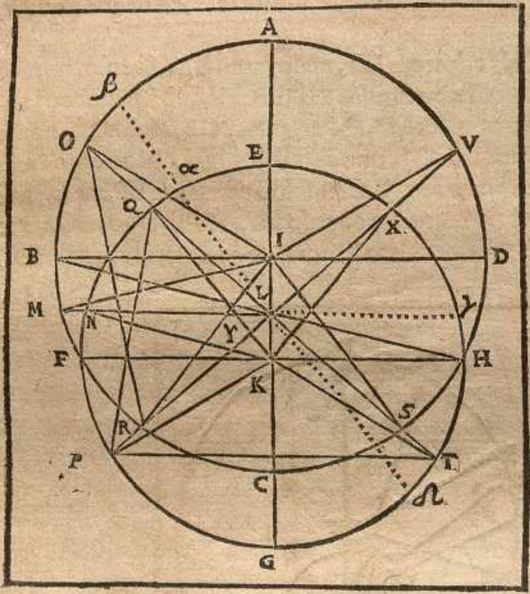
LEM-

LEMMA XXXIV.

SI circulus circulum bifariam ſecet, vel non bifariam, aut nullo modo ſecet, & per centra ad rectam per eadem centra eiectam ducantur duæ diametri perpẽdiculares: Rectæ duæ lineæ egredientes ex puncto rectæ per centra eiectæ, per quod tranſit recta, quæ extrema duarum diametrorum ductarum coniungit, & quod in vtroque circulo exiſtit, facienteſque cum recta vtrique diametro æquidiſtante ex vtraque parte, vel cum recta per centra tranſeunte, angulos æquales, intercipient in vtroque circulo arcus ſimiles: Ipſa quoque recta vtrique diametro æquidiſtans ex vtroque circulo alternos arcus ſimiles abſcindet. Et contra ſi duæ rectæ arcus ſimiles intercipiant, conſtituent cum eadem recta æquidiſtante ad vtraſque partes angulos æquales.

SECET circulus ABCD, circulum EFGH, bifariam, vel non bifariam, aut nullo modo ſecet, ſintque eorum centra IK, per que recta eijciatur AIKG, & per eadem ad AG, perpendiculares educantur BID, FKH, quarum poſterior cadet in communes ſectiones circulorum F, H, quando vnus alterum bifariam ſecat, vt contingit in prima & ſecunda figura, cũ hæc diameter FH, ſit omnino ad AG, perpendicularis. Quia enim tunc recta IK, ex centro I, ſecans rectam FH, in circulo ABCD, bifariam in K, (quod K, centrum ſit circuli EFGH,
a 3. tert. (a ſecat eandem ad angulos rectos; erit diameter FH, ad eandem AG, perpendicularis. Ducta autem recta BH, ſecet eandem AG, in L, puncto exiſtente in vtroque circulo, ex quo ad eandem AG, perpendicularis erigatur LM, ſecans circulum EF, GH, in N: ac tandem ad L, fiant duo anguli æquales MLO, MLP, ac proinde ex rectis reliquos OLA, PLG, ſecetque recta LO, circulum EFGH, in Q, recta vero LP, circulum ABCD, in R. Dico & arcus alternos CM, EN, vel AM, GN, quos perpendicularis LMN, abſcindit, & arcus OR, QP, inter duas re-
b 28. pri. ctas LO, LP, eſſe ſimiles.[b] Quoniam enim BD, FH, ad AG, perpendiculares parallelæ ſunt,[c] erunt anguli alter-
c 29. pri. d 15. primi. ni IBL, KHL, æquales: Sunt autem & recti BIL, HKL, [d] & anguli BLI, HLK, ad verticem æquales. Æquiangula
e 4. ſexti. igitur ſunt triangula BIL, HKL.[e] Erit igitur vt BI, ad IL, ita HK, ad KL. Eſt autem MI, ipſi BI, & NK, ipſi HK, æqualis. Igitur erit quoque vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Quoniam igitur in triangulis MIL, NKL, anguli recti, ILM, KLN, æquales ſunt, & latera circa angulos MIL, NKL, proportionalia, vt oſtendimus, reliquorum autem angulorum M, N, vterque minor eſt recto, ex coroll. 1. propoſ. 17. lib. 1. Euclid.[f] erunt ipſa triangula æquiangula, anguloſque MIL, NKL, ad centra æquales habebunt. Igitur ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. arcus CM, EN, ſimiles ſunt; ac proinde ex ſemicirculis reliqui AM, GN, ſimiles quoque erunt, ex eodem ſcholio. quod eſt ſecundum.

f 7. ſexti.



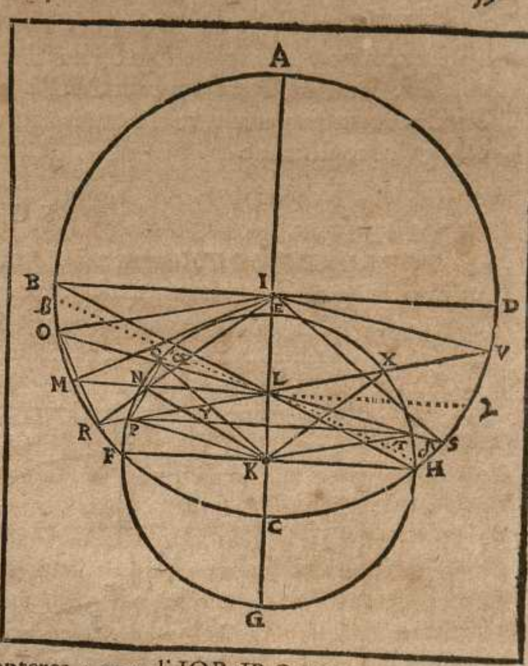
IVNGANTVR rectæ IO, KP, IR, KQ. Et quoniam in triangulis ILO, KLP, anguli ILO, KLP, æquales ſunt. (Cum enim MLI, MLK, recti ſint, & MLO, MLP, æquales, ex hypotheſi; erunt etiam reliqui ILO, KLP, æquales.) & latera circa angulos LIO, LKP, proportionalia. (Erat n. in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo OI, ipſi MI, & PK, ipſi NK, ſit æqualis; erit quoque, vt OI, ad IL, ita PK, ad KL,) reliquorum autem angulorum IOL, KPL, vterque recto
g 31. tert. minor eſt,[g] quod ductæ rectæ AO, CO, EP, GP, in ſemicirculis faciant angulos rectos, quorum illi partes ſunt;
h 7. ſexti. [h] erunt ipſa triangula æquiangula, anguloſque LIO, LKP, habebunt æquales.

RVRSVS quia in triangulis ILR, KLQ, anguli ILR, KLQ, æquales ſunt, (cum enim æquales poſiti ſint MLR, MLQ, additis rectis æqualibus MLI, MLK, toti ILR, KLQ, æquales fiunt,) & latera circa angulos LIR, LKQ, proportionalia, (Erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo RI, ipſi MI, & QK, ipſi NK, ſit æqualis; erit quoque vt RI, ad IL, ita QK, ad KL.) reliquorum autem angulorum IRL,
i 31. tert. KQL, vterque recto minor eſt,[i] quod ductæ rectæ AR, CR; EQ, GQ, faciant in ſemicirculis angulos rectos
k 7. ſexti. quorum illi partes ſunt;[k] erunt triangula ipſa æquiangula, anguloſque LIR, LKQ, æquales habebunt: Oſtenſi ſunt autem & æquales toti anguli LIO, LKP. Ablatis igitur æqualibus LIR, LKQ; reliqui OIR, QKP, æquales etiam erunt in centris I, K; ac proinde ex ſcholio prop. 22. lib. 3. Eucl. arcus OR, QP, ſimiles erũt. quod eſt primũ.

VTRVMQVE porro ex lemmate 9. facilime demonſtrabitur hoc modo; Producta NL, ad γ, erit per lemma 9. arcus RM, ſimilis alterno arcui γG. Sed hic æqualis eſt arcui NG, (Recta namque LG, per centrum K, tranſiens, ſecanſque rectam Nγ, bifariam, & ad angulos rectos, ſecat quoque ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3. arcum NGγ, bifariam.) Igitur AM, arcui quoque GN, ſimilis eſt, quod eſt ſecundum.

DEINDE per idem Lemma 9. arcus OR, alterno arcui XT, ſimilis eſt, ſed hic æqualis eſt arcui QP. (propterea quod per lemma 21. tam arcus EX, arcui EQ, quam arcus TG, arcui PG, æqualis eſt, ob æquales angulos ELX, ELQ, & GLT, GLP. (Igitur arcus OR, arcui quoque QP, ſimilis eſt quod eſt primum.

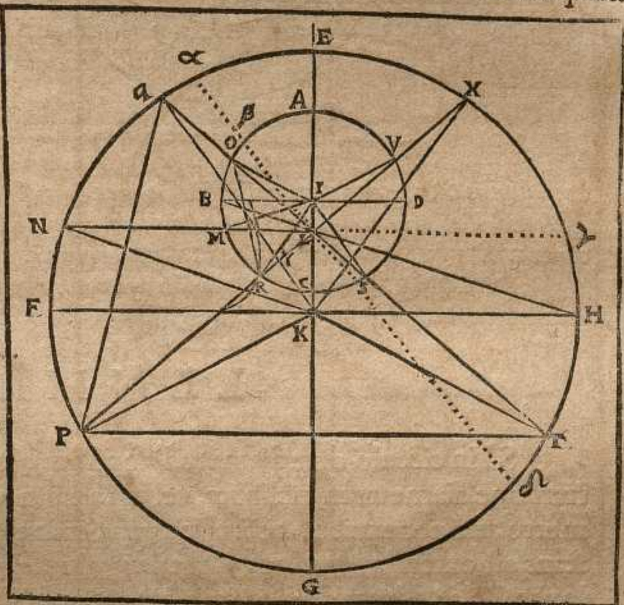
VERVM intercipiant iam rectæ LO, LP, arcus ſimiles OR, QP. Dico angulos OLM, PLM, æquales
l 5. primi. eſſe. Productis enim OL, PL, vſque ad T, V, iungantur rectæ OR, QP; IS, KT,; IV, KX. Et quia triangula qua-
m 15. pri. tuor IOS, IRV, KQT, KPX, Iſoſcelia ſunt;[l] erunt bini anguli in ſingulis æquales. Quoniam vero in triangulis OIL, TKL,[m] anguli ad verticem L, æquales ſunt, & latera circa angulos OIL, TKL, proportionalia, (erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo OI, ipſi MI, & TK, ipſi NK, ſit æqualis; erit quo-
n 31. tert. que vt OI, ad IL, ita TK, ad KL,) reliquorum autem angulorum IOL, KTL, vterque minor recto eſt,[n] quod ductæ re-



ctæ rectæ AO, CO, ET, GI, angulos in semicirculis faciāt rectos, quorū illi partes sunt; [a] erunt triangula ipsa æquiangula, æqualesq; habebūt angulos LIO, LKT, & IOL, KTL. Erat autem angulo IOL, æqualis angulus ISL, & angulo KTL, angulus KQL, propter Isoscelia IOS, KQT. Quatuor ergo anguli IOL, ISL, KQL, KTL, æquales inter se sunt. Eadē prorsus ratione ostēdem⁹ quatuor angulos IVL, IRL, KXL, KPL, æquales esse inter se. a 7. sex.

IAM vero, [b] quoniā angulus PKT, in centro K, vel certe spaciū ad centrū K, insistens arcui PGT, vt in secūda figura, duplū est anguli PQT, ad circumferentiā; estq; angulus PKT, vel spatiū ad K, arcui PGT, insistens, æquale tribus angulis PLT, LPK, LTK, ([c] quod tā PKG, duobus PLK, LPK, quā TKG, duobus TLK, LTK, æqualis sit.) erunt quoque tres hi anguli simul PLT, LPK, LTK, dupli anguli PQT. [d] Sed rursus angulus PLT, æqualis est duobus LOR, LRO. Igitur quatuor anguli LOR, LRO, LPK, LTK, simul dupli quoq; erunt eidē anguli PQT. Cum ergo paulo ante ostensus sit angulo LTK, æqualis angulus IOL; erit totus angulus IOR, vna cum LRO, LPK, (sumpto IOL, pro LTK) duplus eiusdem anguli PQT. b 20 ter. c 32 pri. d 32 pri.

PRÆTEREA quoniā triangula Isoscelia OIR, QKP, angulos habēt æquales I, K, in centris, ob positos similes arcus OR, QP; [e] erūt reliqui duo vni⁹ æquales reliquis duobus alterius, ac propterea 4. anguli IOR, IRO, KQP, KQP, æquales inter se erūt; ideoq; duo IOR, IRO, dupli erūt anguli KQP. Quare cū tres anguli IOR, LRO, LPK, proxime ostēsi sint dupli anguli PQT: sint aūt nunc quoq; duo IOR, IRO, ablati ex trib⁹ IOR, LRO, LPK, ostēsi dupli anguli KQP, ablati ex PQT, [f] erūt quoq; reliqui IRL, LPK, simul dupli reliqui KQL. Sūt aūt supra ostensi ęquales IRL, LPK. Igitur LPK, solus ipsi AQL, æqualis erit. Cum ergo ipsi KQL, æqualis sit ostensus KTL, erunt quoq; KPL, KTL, inter se æquales. e 32. pri. f 5. qu.



AD extremum iuncta recta PT, [g] erunt anguli KPT, KTP, æquales. Si igitur addātur ad æquales KPL, KTL, vel certe auferātur, vt in secunda figura, æquales quoq; erunt vel toti, vel reliqui LPT, LTP; [h] ideoq; & rectæ LP, LT, æquales erūt, ac proinde, cum duo latera LP, LK, duobus lateribus LT, LK, sint æqualia, & basis KP, basi KT, æqualis; [i] erit angulus quoq; PLK, angulo TLK, æqualis. [k] Cū ergo angulus TLK, angulo OLI, ad verticem æqualis sit; æquales inter se erunt anguli OLI, PLK, ac propterea & ex rectis reliqui OLM, PLN, æquales erunt. quod est propositum. g 5. pri. h 6. pri. i 8. pri. k 15. pri.

CÆTERUM non est prætereundū hoc loco, cū anguli OIR, QKP, ad cētra I, K, æquales sint, ob positos arcus similes OR, QP, vtrilibet eorum æqualē esse angulum OLP, quē rectæ OL, PL, arcus similes abscindentes constituūt. Secet n. sese PL, QK, in Y. Et quoniam angulus LPK, angulo KQL, ostēsus est æqualis: [l] sunt autem & anguli PKI, QYL, ad verticem æquales, erunt ex coroll. 1. prop. 32. lib. 1. Eucl. reliqui etiā anguli PKQ PLO, in triangulis PKY, QLY, æquales. Eodem modo ostendetur idem angulus PLO, angulo OIR, æqualis. l 15. pri.

Breuius porro si arcus OR, QP, similes ponantur, demonstrabimus angulos OLM, PLN, æquales esse, hac ratione. Si non sunt æquales, sit OLM, minor, fiatque βLM, angulo PLM, æqualis. Ergo, vt demonstratum est, arcus βR, ex P, similes sunt. Si ergo demātur similes OR, QP, erunt ex lem. 6. reliqui βO, αQ, quoq; similes, quod est absurdum. Nam producta βL, vsque ad ♌, arcus ♌T, arcui βO, similis est, ex lem. 9. si ergo eidem arcui βO, similis esset arcus αQ, essent inter se similes quoq; ♌T, αQ, quod fieri non potest. Cum enim ex Theor. 8. ad vltimā propos. lib. 6. Sit, (vt L♌, ad LQ, ita LQ, ad Lα; [m] sintque anguli ad verticē, L, æquales, [n] erunt triangulo, L♌T, LQα, (ductis chordis ♌T, Qα,) æquiangula. Igitur erit vt L♌, ad ♌T, ita LQ, ad Qα. [o] Cum ergo L♌, sit vel maior, quam LQ, vel minor, ꝙ L♌, LQ, nō æqualiter distāt à minima LE, erit quoq; ♌T, maior, vel minor, quā Qα, ac proinde ex schol. prop. 28. lib. 3. arcus ♌T, maior erit, vel minor arcu Qα. Non ergo similis, cū similes arcus eiusdē circuli sint æquales. m 15. pri. n 6. sex. o 4. sex. p 7. ter.

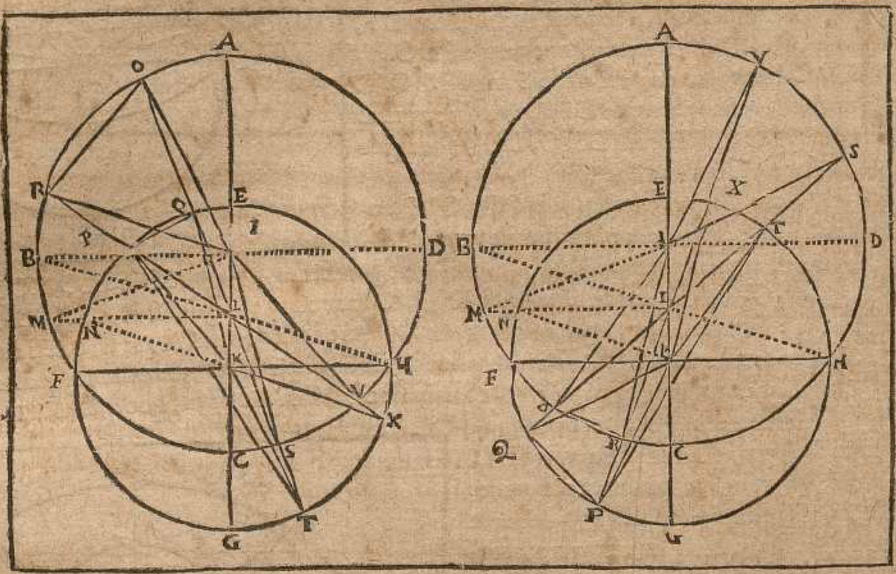
Vtrumq; autem angulū OIR, PKQ, æqualem esse angulo OLP, ita concludemus. Producta ML, vsq; ad γ, quoniā angulo OLM, æqualis est tam angulus MLR, ex hypothesi, [q] quā angulus ad verticem γLT; erunt anguli MLR, γLT, inter se æquales: ideoq; ex rectis reliqui PLK, TLK, æquales etiā erunt. Quare cum duo latera quoq; PK, KL, duobus lateribus TK, KL, æqualia sint, & reliquorum angulorū KPL, KTL, vterq; recto minor, pars videlicet recti in semicirculo EPG, vel ETG, erunt ex schol. ad fin. lib. 1. Eucl. Anguli KPL, KTL, æquales. Cum ergo KTL, ipsi KQL, in Isoscele QKT, sit æqualis, erit quoq; KPL, æqualis eidē KQL. Quocirca cū duo anguli Y, Q, triāguli LYQ, duob⁹ angulis Y, P, triāguli KYL, æquales sint; erit & reliquus QLY, reliquo PKY, æqualis: ac proinde & OIR (q. angulo QKP, vel PKY, æqualis est, ob similes arc⁹ OR, QP) eidē QLY, vel OLP, ęqualis erit; ꝙ est ꝓpositū. q 15. pri.

QVOCIRCA si vterq; angulorū æqualiū OLM, PLM, insistat arcui semissis vnius gradus in circulo, qui ex centro L, describeretur, ita vt totus angulus OLP, arcui vnius gradus insistat; insistēt quoq; anguli illi æquales OIR, QKP, arcubus vni⁹ gradus: Et si angulus OLP, insistat duob⁹ gradibus; erūt arcus OR, QP, binorū graduū, &c. Itaq; duci possunt ex L, duę rectæ abscindētes arcus similes OR, QP, q. gradus contineāt, quotquot quis iusserit: si nimirū constituātur anguli OLM, PLM, quorū quilibet complectatur dimidiatum numerum graduum, qui imperantur.

HÆC autem demonſtratio, vt vides, locum habet in omnibus caſibus, ſiue centrum maioris circuli ſit intra minorem, vt in prima figura, ſiue extra, vt in ſecunda, & tertia, ſiue etiam in ipſa circumferentia minoris. Item ſiue altera linearum OL, PL, cadat infra diametrum FH, vt in prima figura, & tertia, ſiue vtraque ſupra eam diametrum, vt in ſecunda figura, dummodo ex vtraque parte perpendicularis LM, æquales cum ea angulos conſtituant.

SCHOLIVM.

QVEMADMODVM autem recta LA, cum qualibet alia ex L, egrediente auſert arcus diſſimiles ex vtroque circulo, vt in antecedente lemmate demonſtratum eſt, ita quoque duæ rectæ quæcunque ex L, ſupra perpendicularem LM, vel infra cadentes auferunt ex eiſdem duobus circulis arcus diſſimiles, vt facile ex his, quæ hoc lemmate demonſtrata ſunt, colligi poteſt, vt in his duabus figuris apparet. Si namque duæ rectæ OL, PL, ſiue ſupra perpendicularem LM, ſiue infra, abſcindere dicantur



arcus ſimiles OR, QP, & eadem conſtructio fiat quæ prius; oſtendemus eodem prorſus modo, angulos OLI, PLK, æquales inter ſe eſſe. quod eſt abſurdum, cum vnus acutus ſit, & alter obtuſus. Solum igitur arcus ſimiles inter duas rectas intercipi poſſunt inter duas rectas, quæ æquales angulos cum LM, vtrinque faciunt, hoc eſt, quarum vna ſupra LM, & altera infra cadit.

IMMO QP, OR, non poſſe eſſe ſimiles, oſtenſum eſt in poſteriori demonſtratione Lemmatis: propterea quod arcus QP, arcui alterno VS, ſimilis eſt, ex Lemmate 9.

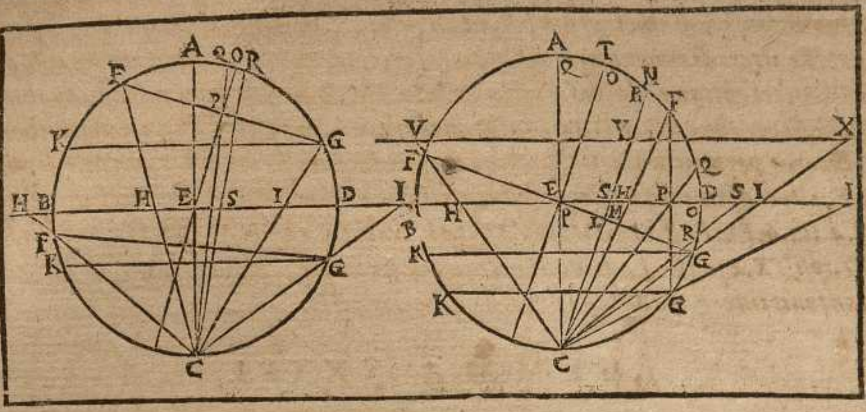
LEMMA XXXV.

SI in circulo duæ diametri ſeſe ad angulos rectos ſecent, & in eodem recta ducatur ad vtramque diametrum inclinata, vel vni earum parallela; ab vno autem extremo alterutrius diametrorum per extrema rectæ lineæ inclinatæ, vel ab extremo diametri illius, cui recta æquidiſtans eſt, extendantur duæ rectæ triangulum conſtituentes, cuius baſis eſt recta inclinata, vel illa parallela: Altera diameter abſcindet ex huius trianguli lateribus triangulum ſimile, ſed ſubcontrarie poſitum. Et ſi recta inclinata per centrum tranſeat, recta ex eodem diametri extremo ad eam ducta perpendicularis baſem trianguli ab altera illa diametro abſciſſi bifariam ſecabit, ipſaque perpendicularis ſemiſſi eiuſdem baſis æqualis erit. Si vero recta per centrum non tranſeat, ſiue inclinata ſit, ſiue vni diametrorum parallela, & ad eam ducatur diameter perpendicularis, atque per punctum vbi rectam illam ſecat, ex eodem illo extremo diametri recta ducatur vſque ad circumferentiam, ac tandem arcui inter hoc punctum circumferentiæ, & diametrum perpendicularem poſtremo loco ductam, arcus ex altera parte æqualis abſcindatur: Recta ex dicto illo extremo diametri ad terminum huius arcus ducta, ſecabit quoque baſim trianguli ab altera illa diametro abſciſſi bifariam.

SECENT ſeſe in circulo ABCD, cuius centrum E, duæ diametri AC, BD, ad rectos angulos, ſitq; ad vtramq; inclinata recta FG, ſiue citra centrum, vel vltra exiſtat, vt in prima figura, ſiue per centrum tranſeat, vt in ſecunda figura; ſiue non ſit inclinata, ſed vni diametrorum, verbi gratia, ipſi AC, parallela, vt in eadem ſecunda figura; ſiue denique tota inclinata ſit ex vna parte diametri AC, vt in tertia & quarta figura: quod duobus modis fieri poteſt. Aut enim ea alteram diametrum BD, ſecat, vt in tertia, aut non ſecat, vt in quarta figura. Atque ex puncto C, per extrema F, G, duæ rectæ extendantur CF, CG, conſtituentes triangulum CFG, ſecanteſque diametrum BD, in H, I. Dico triangulũ abſciſſum CHI, triangulo CFG, ſimile eſſe, ſed ſubcontrarie poſitum, hoc eſt, angulum CHI, angulo CGF, & angulum CIH, angulo CFG, eſſe æqualem, &c. Ducta enim GK, diametro BD, parallela, erunt arcus BK, DG, æquales, ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3 Euclid. Si igitur ex quadrantibus æqualibus BC, DC, demantur, vel quando GK, eſt vltra diametrum BD, addantur; erunt quoq; reliqui arcus, vel conflati CK, CG, æquales. [a] Ideoque, & anguli CGK, CFG, illis inſiſtentes ad circumferentiam æquales erunt.

a 27. tert.

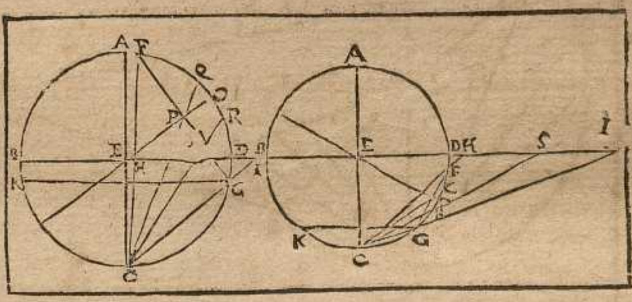
erunt.[a] Est autem angulo CGK, angulus CIH, internus externo, æqualis. Igitur & anguli CIH, CFG, æquales [a] 29. primi
erunt. Cum ergo angulus FCG, vtrique triangulo sit communis; erunt ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1. Eucl. triangula CHI, CFG, æquiangula; [b] ac propterea latera circa æquales angulos habebunt proportionalia, ideoque [b] 4. sexti.
similia erunt, sed subcontrarie posita.



DVCATVR iam ex eodem puncto C, ad rectam inclinatam FG, per centrum transeuntem (vt in secunda figura) perpendicularis C L, secans basem H I, in M, quod facile fiet hoc modo. Sumatur arcui CG, arcus GN, æqualis, ducaturque recta CN. Hæc enim ad FG, in L, perpendicularis erit. Recta namque EL, ex centro secans arcum CN, bifariam in G, secabit quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. rectam CN, bifariam. [c] Igitur & ad angulos rectos. Dico basem HI, trianguli abscissi CHI, sectam esse in M, bifariam, rectamque CM, vtrique semissi MI, MH, æqualem esse. [d] Quoniam enim angulus FCG, in semicirculo rectus est, & ex eo ad FG, basem trianguli rectanguli CFG, demissa est perpendicularis CL, [e] erit angulus GCL, angulo CFG, & angulus FCL, angulo CGF, æqualis. Sed angulo CFG, angulus CIH, & angulo CGE, angulus CHI, ostensus est æqualis. Igitur tam anguli GCL, CIH, quam anguli FCL, CHI, æquales erunt, [f] Quare tam latus IM, lateri CM, in triangulo MCI, quam latus HM, eidē lateri CM, in triangulo MCH, ęquale erit; ac proinde & rectę MI, MH, æquales erunt, & vtrique earum æqualis CM, quod est propositum.

[c] 3. tertij. [d] 31. tertij. [e] 8. sexti. [f] 6. primi.

RVRSVM ducatur ad FG, (in alijs etiam figuris) non per centrum transeuntem diameter perpendicularis EO, [g] quæ ipsam FG, bifariam secabit in P, puncto, per quod ex eodem puncto C, recta emittatur secans circumferentiam in Q, & arcui OQ, æqualis sumatur arcus OR, ac tandem ex eodem puncto C, per R, recta ducatur secans HI, basem trianguli abscissi in S. Dico basem HI, in S, sectam esse bifariam. Quoniam enim triangula CFG, CIH, similia ostensa sunt, sed subcontrarie posita, habentia angulos æquales F, I; Sunt autem in triangulis CFP, CIS, [h] anguli quoque FCP, ICS, æquales, ob arcus æquales FQ, GR. (Nam cum æquales sint arcus OF, OG, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. quod recta FG, secta sit bifariam in P; si demantur æquales OQ, OR, reliqui etiam FQ, GR, æquales erunt. Igitur & triangula CFP, CIS, æquiangula erunt.[i] Quocirca erit, vt FG, ad FC, ita IH, ad IC, & vt FC, ad FP, ita IC, ad IS. Igitur ex æqualitate, (vt in apposita formula apparet) erit quoque, vt FG, ad FP, ita IH, ad IS. Est autem FG, ipsius FP, dupla. Igitur & IH, ipsius IS, dupla erit, ac proinde IH, in S, bifariam secabitur, quod est propositum. Imo si ad rectam FG, per centrum transeuntem ducatur diameter ET, perpendicularis, & arcui TA, æqualis sumatur TN, (Ducta enim est etiam CA, per E, punctum intersectionis diametri perpendicularis ET, cum FG,) secabit recta CN, basem HI, bifariam quoque in M, quod eadem ratione probabitur, vt patet, si pro A, sumatur litera Q, & O, pro T, & R, pro N, & S, pro M, & P, pro E, vt in secunda figura apparet. Diligenter autem attendendum est, (ne confusio fiat in triangulis priorum duarum figurarum, quæ assumuntur, propter easdem literas repetitas) vt eæ semper literæ accipiantur, quæ proprijs triangulis debentur. In duabus figuris posterioribus non est hoc periculum. Hoc idem, quod posterius dixi de recta FG, per centrum ducta, nullo negotio colligi potest ex superiore demonstratione, quando probatum est, perpendicularem CL, bifariam secare HI, in M. Quoniam enim totus arcus CDA, totius arcus DA, & ex toto CDA, ablatus AN, ex toto DA, ablati AT, duplus est, ex constructione; [k] erit quoque totius CDA, reliquus CN, ex toto DA, reliqui DT, duplus. Cum ergo DT, ipsi CG, æqualis sit; (Nam ex quadrantibus GT, CD, dempto communi arcu GD, reliqui arcus DT, CG, æquales erunt) erit quoque arcus CN, arcus CG, duplus: sed quando arcus CG, duplicatur vsque ad N, recta CN, ad FG, perpendicularis est, diuiditque HI, bifariam, vt supra demonstratum est. Igitur quando arcui TA, æqualis sumitur TN, recta quoque CN, bifariam secabit HI, in M, cum ex hoc sequatur reliquum arcum CN, sectum esse bifariam in G, vt demonstratũ est.



[g] 3. tertij. [h] 27. tertij. [i] 4. sexti. [k] 5. quinti.

FG,	IH,
FC,	IC,
FP,	IS,

QVANDO recta inclinata FG, per centrum transit, vt in secunda figura, demonstrabimus triangulum CHI, abscissum triangulo CFG, esse simile, sed subcontrarie positum, etiamsi parallela GK, ducta non sit, hoc modo.[l] Quoniam angulus FCG, in semicirculo rectus est, atque ex eo demissa perpendicularis CE, ad basem trianguli CHI; [m] erit angulus HCE, angulo CIH, & angulus ICE, angulo CHI, æqualis. [n] Est autē angulo HCE, æqualis angulus CFG, [o] & angulo ICE angulus CGF, æqualis. Igitur & anguli CIH, CFG, & CHI, CGF, æquales erunt; estq; angulus FCG, communis. Igitur æquiangula sunt triangula CHI, CFG, & subcontrarie posita.

[l] 31. tertij. [m] 8. sexti. [n] 5. primi. [o] 5. primi.

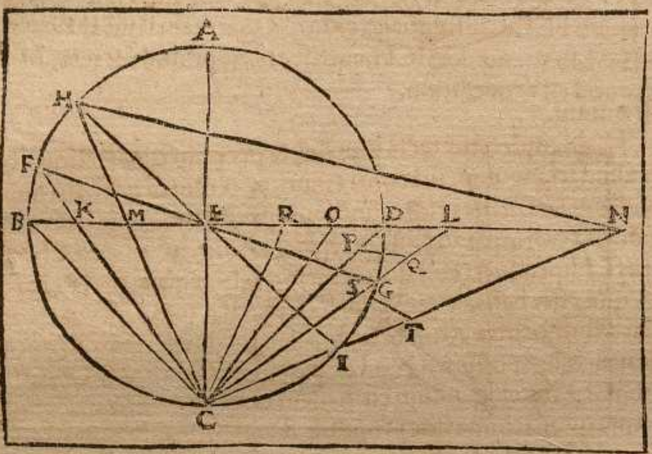
F COROL-

COROLLARIVM.

EX ijs quæ hoc loco demonſtrata ſunt, colligitur, ſi in quouis circulo duæ diametri ſeſe ad rectos angulos ſecantes ducantur, rectam lineam, quæ ad aliquam aliam diametrum obliquam perpendicularis ducitur ab extremo vtriuſuis diametrorum ſeſe ad angulos rectos ſecantium, diuidere bifariam ſegmentũ cuiuſuis lineæ rectæ alteri diametro æquidiſtantis interceptum inter rectas ex eodem illo puncto extremo per terminos diametri obliquæ eductos. Vt ſi in circulo ABCD, ſecũdæ figuræ ductis duabus diametris ſeſe ad rectos angulos ſecantibus AC, BD, ex puncto extremo CL, diametri AC, ad quamlibet obliquam diametrum FG, ducatur perpendicularis CL: dico eam productam ſecare bifariam in Y, ſegmentum VX, cuiuſvis rectæ VX, alteri diametro BD, æquidiſtantis, inter rectas CF, CG, interiectum. Quoniam enim ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Eucl. eſt vt HM, ad MI, ita VY, ad YX, eſtq́; HM, ipſi MI, æqualis, vt oſtenſum eſt; erit quoque VY, ipſi YX, æqualis. Eademque ratio eſt de quacunque alia linea æquidiſtante ipſi BD, ſiue ea vltra BD, quantouis interuallo diſtans ducatur, ſiue citra BD.

LEMMA XXXVI.

SI in circulo duæ diametri ſeſe ad rectos angulos ſecent, & in eodem aliæ duæ diametri ad illas inclinatæ ducantur, ab vno autem extremo alterutrius diametrorum priorum per extrema poſteriorum binæ rectæ extendantur: Erunt rectæ ex altera priorum diametrorum à binis rectis abſciſſæ maiores diametro circuli, ipſæque inter ſe erunt quoque inæquales, maior videlicet illa, cuius diameter inclinata maiorem angulum cum altera illa diametrorum priorum conſtituit.



IN circulo A B C D, cuius centrum E, ſecent ſeſe ad rectos angulos duę diametri AC, BD, & in eodem ſint duæ diametri ad illas inclinatę FG, HI, atque ex puncto extremo C, tam per extrema F, G, rectæ CF, CG, extendantur ſecantes BD, in K, L, quam per extrema H, I, rectæ CH, CI, ſecantes eandem BD, in M, N. Dico vtramque rectam abſciſſam KL, MN, maiorem eſſe diametro BD, ipſaſque inter ſe inæquales, & MN, maiorem, quam KL. Iunctis enim rectis CB, CD, & ſumpta recta EO, æquali ipſi EK, iũgatur recta CO. Et quoniam duo latera E B, E C, duobus lateribus E D, EC, æqualia ſunt, angulóſque continẽt æquales, vtpote rectos; [a] erunt etiam

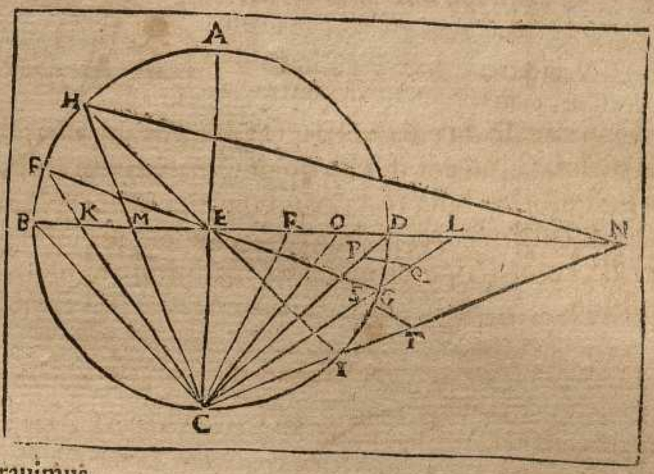
a 4. primi. baſes CB, CD, æquales. Eadem ratione æquales erunt rectæ CK, CO, propterea quod & duo latera EK, EC,
b 16. primi duobus lateribus EO, EC, æqualia ſunt, anguloſque æquales, rectos videlicet, continent. [b] Quia vero in trian-
c 17. primi. gulo ECO, externus angulus DOC, interno recto OEC, maior eſt, & propterea in triangulo C O D, angulus
d 19. primi ODC, recto minor, quod [c] ambo COD, ODC, duobus rectis minores ſint; [d] Erit recta C D, maior, quam recta CO. Eademque ratione CL, maior erit quam C D; propterea quod in triangulo ECD, angulus quoque externus LDC, interno recto DEC, maior eſt, ideoque in triangulo CDL, angulus DLC, recto minor, cum ambo CDL, DLC, ſint duobus rectis minores. Abſcindatur recta CP, ipſi CO, hoc eſt, ipſi CK, & CQ, ipſi CD, hoc eſt, ipſi CB, æqualis, iungaturque recta PQ. Quoniam igitur duo latera CP, CQ, duobus lateribus CK, CB,
e 27. tertij æqualia ſunt, [e] anguloſque continent æquales PCQ, KCB, quod æqualibus arcubus DG, BF, inſiſtant; ([f] Sunt
f 26. tertij enim hi arcus æquales, cum eis inſiſtant in centro anguli ad verticem æquales.) [g] erunt triangula PCQ, KCB,
g 4. primi. æqualia; ac proinde triangulum DCL, cuius triangulum PCQ, pars eſt, maius erit triangulo KCB. [h] Eſt autem,
h 1. ſexti. vt triangulum DCL, ad triangulum KCB, ita baſis DL, ad baſem BK. Igitur & baſis DL baſe BK, maior erit: additaque communi recta KD, tota KL, maior fiet, quam tota BD. Non aliter demonſtrabimus MN, maiorem eſſe eadem BD.

DEINDE rectæ EM, accipiatur æqualis ER, iungaturque recta CR, quæ oſtendetur ipſi CM, æqualis, quẽadmodum CO, ipſi CK, oſtenſa eſt ęqualis. Cum enim duo latera EC, EM, duobus lateribus EC, ER, ſint æqua-
i 4. primi. lia, contineantq; angulos rectos æquales; [i] erunt baſes CM, CR, æquales. [k] Quia vero in triangulo ERC, angu-
k 16. primi lus externus LRC, interno recto REC, maior eſt, ideoq; in triangulo LRC, angulus RLC, minor recto, [l] cum
l 17. primi. ambo LRC, RLC, duobus rectis minores ſint; [m] erit recta CL, maior quam CR. Eademq; ratione maior oſten-
m 19. primi detur CN, quam CO, propterea quod in triangulo EOC, externus angulus NOC, interno recto OEC, maior quoque erit, ideoq; in triangulo CON, angulus CNO, minor recto. Abſcindatur CS, ipſi CR, hoc eſt, ipſi CM, & CT, ipſi CO, hoc eſt ipſi CK, æqualis, iungaturque ST. Quoniam igitur duo latera CS, CT, duobus lateribus
n 27. tertij CM, CK, æqualia ſunt, [n] anguloſq; continent æquales SCT, MCK, cum inſiſtant arcubus GI, FH, [o] qui æquales
o 26. tertij ſunt ob angulos ad verticem in centro æquales; [p] erunt triangula SCT, MCK, æqualia: atque idcirco triangulũ
p 4. primi. LCN, cuius triangulum SCT, pars eſt, maius erit triangulo MCK. [q] Eſt autem vt triangulum LCN, ad triangu-
q 1. ſexti. lum MCK, ita baſis LN, ad baſem KM. Igitur & baſis LN, baſe KM, maior erit; additaque communi recta ML, tota MN, maior fiet, quam tota KL, quod eſt propoſitum.

PORRO

LEMMA XXXVI.

PORRO tam rectam KL, quàm MN, maiorem esse diametro BD, vel FG, vel HI, hac etiam ratione demonstrari poterit. Concipiatur animo conus scalenus, cuius vertex C, & basis circulus circa diametrum FG, ad planum trianguli CFG, rectus, quem conum secet aliud planum ad idem triangulum per axem CFG, rectum abscindens triangulum CKL, quod per præcedens lemma subcontrarie positū est, sed simile triangulo per axé CFG: ac proinde hoc posterius planum per lemma 17. in cono circulum faciet, cuius diameter KL. Et quia diameter FG, diuisa est bifariam in centro E; erit diameter KL, maior, secabiturq; in E, nō bifariam, & maior eius portio erit EL, versus eam partem, vbi diameter KL, cum latere CG, trianguli per axem facit minorem angulum L, vt in scholio eiusdem lemmatis 17. demonstrauimus. Esse autem angulum L, minorem angulo K, perspicuum est. Quia enim angulus L, æqualis est angulo F, & angulus K, angulo CGF, ob subcontrariam sectionem; [a] Est autem angulus F, minor angulo CGF, quod & latus CG, minus sit latere CF, ex scholio propos. 29. lib. 3. Eucl. Erit quoque angulus CLK, minor angulo CKL. Eodem modo ostendemus rectam MN, maiorem esse diametro HI. [a] 18. primi.



HOC idem demonstrabimus hoc modo. Iuncta recta HN; quoniam EN, maior est semidiametro ED, vel EH; [b] erit angul' EHN, maior angulo ENH. Est autem angulus CHI, æqualis angulo CNM, ob subcontrariam sectionem, vt in præcedenti lemmate demonstratū est. Igitur totus quoque angulus CHN, maior erit toto angulo CNH; [c] ac proinde latus CN, latere CH, maius erit: quæ cum in subcontrarijs triangulis similibus CMN, CIH, opponantur æqualibus angulis CMN, CIH, vt in lemmate præcedente ostensum est; erit diameter subcontrariæ sectionis MN, maior diametro basis HI, coni scaleni ex ijs, quæ ad initium scholij lemmatis 17. demonstrauimus.

[b] 18 primi [c] 10. primi.

QVOD si ex maiore latere CN, minori CH, abscinderetur recta æqualis, & per punctum sectionis ipsi rectæ MN, parallela ageretur, vt abscinderetur aliud triangulum subcontrarium, esset tum demū basis huius trianguli basi HI, ęqualis, vt ad initium scholij eiusdem lemmatis 17. demonstrauimus: sed tunc neq; basis HI, neq; basis subcontrarię sectionis bifariam diuideretur, vt ex ijs, quæ in scholio eiusdem lemmatis 17. demōstrata sunt à nobis, liquido constat. Sic etiam si minus latus CH, produceretur donec maiori CN, æquale fieret, & per extremum punctum basi HI, parallela ageretur, quæ esset basis alterius coni scaleni, esset tum demum etiam hæc basis æqualis basi trianguli subcontrarij MN: sed tunc neutra etiam basium bifariam diuideretur. Quæ omnia ex ijs, quæ in scholio lemmatis 17. demōstrauimus, colligi possunt. Quod de triangulis subcōtrarijs CHI, CNM, diximus, idem de subcontrarijs triangulis CFG, CLK, intelligendum est. Eadem enim demonstratio adhibebitur, si recta FL, iungatur, vt manifestum est. Itaque quod lemma hoc proponit, diametrum subcontrarię sectionis KL, vel MN, semper esse maiorem base FG, vel HI, non est contrarium ei, quod in scholio lemmatis 17. demonstrauimus, nimirum fieri posse, vt interdum bases triangulorum subcontrariorum æquales sint: quia cum hic semper basis coni FG, vel HI, bifariam secetur, fit vt basis subcontrarij trianguli necessario maior fiat, nunquam autem æqualis, vt demonstratum est.

LEMMA XXXVII.

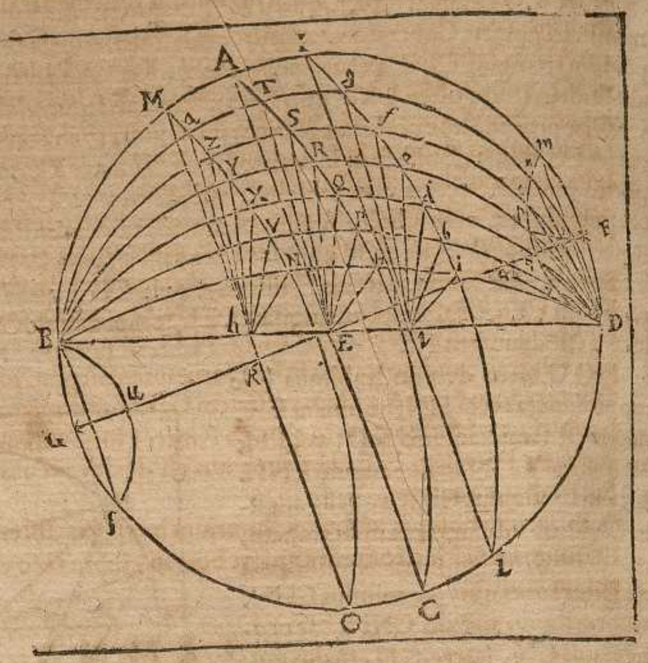
CIRCVLI positionum in sphæra obliqua boreali secantes arcum semidiurnum Æquatoris in partes æquales, secant arcus semidiurnos parallelorum in partes inæquales: Et in parallelis quidem australibus quęlibet pars inter Meridianum & quemlibet circulum positionis minor est respectu proprij arcus semidiurni, quàm eadem pars in Æquatore respectu arcus semidiurni Æquatoris; In borealibus vero maior. Ijdem tamen circuli positionum parallelos Horizontem tangentes secant quoque in partes æquales.

IN sphæra ABCD, obliqua boreali, cuius centrum E; Horizon obliquus BHD; axis mundi FG; Æquator AHC; parallelus borealis IKL; australis MNO; Meridianus ABCD, per polos mundi, & Horizontis ductus. Diuiso autem quadrante Æquatoris AH, Orientali, vel Occidentali, in sex partes æquales in P, Q, R, S, T, [d] ducantur per diuisionū pūcta, & pūcta B, D, vbi Meridianus Horizontē secat, circuli maximi positionū secātes parallelos in V, X, Y, Z, a, b, d, e, f, g. Dico parallelos in partes inæquales esse diuisos, & arcus Ma, MZ, MY, MX, MV, minores partes esse respectu arcus semidiurni MN, quā arcus AT, AS, AR, AQ, AP, respectu arcus semidiurni Æquatoris AH: at arcus Ig, If, Ie, Id, Ib, maiores respectu arcus semidiurni IK. Sint enim BD, MO, AC, IL, cōmunes sectiones Horizontis, parallelorum, ac Meridiani. [e] Et quoniam Meridianus Horizontem omnesq; parallelos secat bifariam; erunt BD, MO, AC, IL, Horizontis, ac parallelorum diametri, [f] axisque FG per parallelorum centra k, E, l, transibit, eruntque MN, AH, IK, inter Meridianum & Horizontem, arcus semidiurni. Ductis autem ex h, E, i, punctis, vbi parallelorum diametri Horizontis diametrum secant rectis hN, EH, iK, hV, EP, ib, & ad reliqua diuisionum puncta; erūt hN, EH, iK, communes sectiones Horizontis ac parallelorum; [g] ac proinde parallelæ: At vero hV, EP, ib, communes sectiones circuli positionis BPD, & parallelorum; [h] ideoq; & inter se parallelæ, atque ita de cæteris dicendum est. [i] Erunt igitur tam sex anguli ad h, quam sex ad i, constituti

[d] 20. 1. Th. [e] 15. 1. The. [f] 10. 1. The. [g] 16. vnde. [h] 16. vnde. [i] 10. vndec.

æqua-

[a] 27. tertij æquales sex ad E, constitutis.[a] Sunt autem o-
mnes sex ad E, inter se æquales, cum in centro
E, insistãt sex arcubus æqualibus HP, PQ. &c.
Igitur & omnes anguli tam ad h, quam ad i, æ-
quales erũt: ac proinde ex lemmate 32. tam ar-
cus Ma, aZ, &c. quam arcus Ig, gf, &c. inæqua-
les erunt, minor quidem Ma, quam, aZ, & aZ,
minor quam ZY, &c. at vero Ig, maior quam
gf, & gf maior quam fe, &c. Est ergo Ma, mi-
nor, quam sexta pars arcus semidiurni MN,
cum quælibet sequentium quinque partium
aZ, ZY, &c. maior sit, quam Ma. Sic erit MZ,
minor quam tertia pars eiusdem arcus MN,
quod vnaquæque duarum ZX, XN, maior sit
quã MZ. Nam & tres anguli MhZ, ZhX, XhN,
æquales sunt, cum eorum semisses sint æqua-
les. Item arcus MY, minor erit semisse eiusdẽ
arcus MN, cum YN, maior sit quam MY, pro-
pterea quod & duo anguli MhY, YhN, æqua-
les sunt quippe quorum tertiæ partes æquales
sunt. Pari ratione arcus MX, erit minor quam



duæ tertiæ partes eiusdẽ arcus MN, quod XN,
sit maior quam tertia pars, cum maior sit vtroque arcuum XZ, ZM. Denique MV, minor erit quam quinque
sextæ partes eiusdem arcus MN quod NV, maior sit quam sexta pars. propterea quod maior est qualibet reli-
quarum quinque partium VX XY, &c. E contrario erit Ig, maior quam sexta pars arcus IK, cum maior sit qua-
libet sequentium quinque partium gf, fe &c. Item If, maior erit quam tertia pars eiusdem arcus IK, cum maior
sit qualibet duarum partium fd, dK. Nam & tres anguli Ilf, fld, dlk, æquales sunt, cum eorum semisses æquales
sint. Rursus Ie, erit maior quam semissis eiusdem arcus Iκ, quia maior est quam eκ, quod & duo anguli Ile, elκ æ-
quales sint, cum eorum tertiæ partes sint æquales. Præterea Id, maior erit quam duæ tertiæ partes eiusdem arcus
Iκ, propterea quod dκ, minor est tertia parte, cũ minor sit vtroq; arcuum df, fI. Denique Ib, erit maior quã quinq;
sextę eiusdẽ arcus Iκ, quod κb, minor sit quã sexta pars, quippe cũ minor sit qualibet aliarũ quinq; partiũ bd, de, &c.

CONTRARIVM accidet in sphæra obliqua australi Arcus enim abscissi à Meridiano, & circulus posi-
tionum, maiores erunt in parallelis australibus, & in borealibus minores, respectu arcuum semidiurnorũ, quam
ijdem arcus in Æquatore, respectu arcus semidiurni Æquatoris.

SED iam ijdem circuli positionum secent parallelum Dpm, qui Horizontem tangit in D, & cuius diameter
Dm, in pũctis n, o, p, q, r. Dico arcus mn, no, op, pq, qr, rD, æquales inter se esse, sicut in Æquatore. Ductis enim
[b] 26. vnde. rectis Dn, Do, Dp, Dq, Dr,[b] quæ rectis ET, ES, ER, EQ, EP parallelæ sunt;[c] erunt rursus quinq; anguli mDn,
[c] 10. vndec. nDo, oDp, pDq, qDr, quinque angulis æqualibus AET, TES, SER, REQ, QEP, æquales; ideoq; & inter se æ-
[d] 26. tertij quales erunt:[d] Quinque ergo arcus mn, no, op, pq, qr, æquales inter se erunt. Et quia ducta semidiametro tp,[e]
[e] 20. tertij angulus mtp, in centro duplus est anguli mDp, in circumferentia: Est autẽ angulus mDp, æqualis angulo AER,
[f] 33. sexti. quod corũ tertię partes sint æquales ostensi. Igitur angulus mtp, duplus quoq; erit anguli AER.[f] Cum ergo an-
gulus AEH, duplus quoque sit eiusdẽ anguli AER, quod & arcus AH, duplus sit arcus AR; æquales erũt anguli
mtp, AEH; ideoque arcus mp, AH, similes, ex scholio propo. 22. lib. 3. Eucl. Cum ergo AH, sit quadrans, erit &
mp, quadrans, ac proinde & pD, reliquus ex semicirculo quadrans erit. Est autẽ arcus op, tertia pars quadran-
tis mp, quod tres arcus mn, no, op, ostensi sint æquales. Igitur & arcus pq, qr, qui illis æquales sunt, tertiæ partes
erunt quadrantis pD, ac proinde & reliquus rD, tertia pars erit eiusdem quadrantis pD; atque idcirco omnes
sex arcus semicirculi mpD, æquales inter se erunt, quod est propositum.

VERVM postquam probatum est, quinque arcus mn, no, op, pq, qr, æquales esse, ostendemus etiam rD, illis
esse æqualem, hoc modo. Sit Dα, communis sectio Horizontis & paralleli mpD, quæ ex defin. lib. 2. Theod. v-
[g] 16. vnde. trumque circulum tanget,[g] eritque ipsi EH, parallela,[h] ac proinde angulus αDr, angulo HEP, ideoque & reli-
[h] 10. vnde. quis ad punctum D, æqualis erit.[i] Est autem angulus αDr, æqualis angulo in alterno segmento, qui arcui Dr,
[i] 32. tertij. insistit. Igitur idem angulus arcui Dr, insistens quinq; angulis rDq, qDp, pDo, oDn, nDm, ęqualis erit,[k] ac pro-
[k] 26. tertij inde omnes sex arcus quadrantis mpD, æquales inter se erunt.

EADEM ratione demonstrabimus eosdem positionum circulos productos oppositum semicirculum tã-
gentem Bus, secare in sex partes æquales.

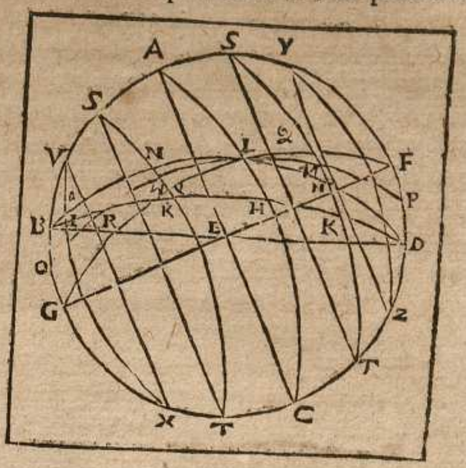
LEMMA XXXVIII.

IN sphæra obliqua boreali circuli per horas inæquales Æquatoris, & cuiusuis paralleli trans-
euntes, secant Meridianum, ex parte australi infra Horizontem, inter eundem Horizontem,
& polum australem; ex parte vero boreali supra Horizontem, inter eundem Horizontem, &
polum Septentrionalem:

IN sphæra obliqua boreali, cuius centrum E, Meridianus ABCD; axis mundi FG; Horizon BHD, Æqua-
[l] 20. 1. The. tor AC; parallelus siue australis, siue borealis SKT; arcus semidiurni AH, SK.[l] Ducatur per aliquam horam Æ-
quatoris inæqualem L, & respondentem horam inæqualem paralleli, M, circulus maximus LM. Dico eum se-
care Meridianum ex parte australi inter B, & polum australem G, infra Horizontem, nimirum in O; ex parte
[m] 20. 1. Th. vero boreali inter D, & polum borealem F supra Horizontem, nimirum in P.[m] Ducatur enim per idem pun-
ctum L Æquatoris circulus positionis BLD, secans parallelum in N, & maximus circulus per polos mundi
FLG, secans parallelum in Q. Quoniam igitur per lemma præcedens, arcus SN, in australi parallelo minor
est respectu arcus semidiurni SK, quàm arcus AL, respectu arcus semidiurni AH, hoc est, quã arcus SM, respectu
arcus

arcus semidiurni eiusdem SK; in boreali autem parallelo maior; cadet punctum M, in parallelo australi infra N, in boreali vero supra.[a] Rursus quoniam arcus AL, SQ, similes sunt, continebuntur tot horæ æquales in SQ, quot in AL: Continentur autem totidem horæ inæquales in SM, quot in AL, suntque horæ inæquales in parallelo australi minores horis æqualibus, & boreali maiores. Igitur in parallelo australi punctum horæ inæqualis M, cadet supra punctum horæ æqualis, Q, in boreali vero infra. Ostensum autem est idem punctum M, cadere infra N, in parallelo australi, & in boreali supra. Igitur circulus LM, maximus horæ inæqualis, cum inter puncta N, Q, cadat, secabit Meridianum inter circulos BLD, FLG; ac proinde ex parte australi eundem secabit infra Horizontem in puncto O, inter Horizõtem & polum australem G; ex parte autem boreali supra Horizontem in puncto P, inter Horizontem & polum borealem F. Eademque ratio est de alijs circulis horarum inæqualium.

[a] 10. 2. Th.



IN sphæra obliqua australi contrarium intelligas. Ibi enim circulus cuiuscunq; horæ inæqualis secabit Meridianum infra Horizontem ex parte boreali, supra vero ex parte australi, semper tamen inter Horizontem & polum mundi.

LEMMA XXXIX.

CIRCVLI maximi transeuntes per horas inæquales Æquatoris, & duorum parallelorũ oppositorum, non necessario per horas inæquales parallelorum intermediorum transeunt in sphæra obliqua.

REPETATVR figura antecedentis lemmatis. Et quoniam circulus maximus LM, trãsiens per inæqualem horam eandem Æquatoris & paralleli SKT, secat Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, vt in lemmate antecedente demonstratum est; secabit idem Horizontem ex eadem parte, in quam arcus semidiurni vergunt, in puncto R, ante punctum B. Describatur ergo parallelus australis VIX, cuius arcus semidiurnus VI, secet Horizontem inter B, & R, & ei æqualis oppositus describatur YZ. Sumatur autem in arcu semidiurno VI, arcus Va, tot horarum inæqualium, quot in arcubus AL, SM, continentur. Quia vero circulus maximus per puncta a, L, descriptus transit per eandem horam inæqualem in parallelo opposito boreali YZ, vt in scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices demonstrauimus, non transibit idem circulus per eandem horã inæqualem M, in parallelo intermedio ST, quandoquidem maximus circulus per L, M, ductus non transit per a, sed Horizontem secat in R, nulloque modo parallelum VX, supra Horizontem secat; ac proinde à circulo per a, & L, ducto diuersus est.

QVOD si describantur circuli maximi per omnes sex horas arcus semidiurni Æquatoris & paralleli ST, secabunt ijdem omnes Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, ac proinde Horizontem citra punctum B. Si igitur parallelus australis describatur, cuius arcum semidiurnum nullus eorum circulorum maximorum secet, & per 6 horas inæquales huius arcus semidiurni, & Æquatoris, describantur maximi circuli, transibunt quidem ij, ex scholio propos. 10. li. 1. Gnomonices, per sex horas inæquales paralleli borealis oppositi, sed nullo modo intermedium parallelum ST, in horis inæqualibus intersecabunt, quippe qui differant à circulis maximis, quos per horas inæquales Æquatoris, & paralleli ST, duci diximus, cum hi parallelum australem non secent supra Horizontem, ex constructione.

IDEM liquido constat in eleuatione poli grad. 66½. vbi Tropici Horizontem tangunt, & tropicus ♋, totus est supra Horizontem, & tropicus ♑, infra. Quoniam enim, vt in lemmate 37. demonstrauimus, circuli positionum transeunt in ea sphæra per horas inæquales Æquatoris, & parallelorum tangentium, ijdemque circuli positionum, ex eodem lemmate diuidunt aliorum parallelorum secantium intermediorum arcus semidiurnos inæqualiter, perspicuum est, ea in sphæra circulos maximos transeuntes per horas inæquales Æquatoris, & vtriusque tropici, (in vno quidem per horas diurnas, & in altero per nocturnas) non transire per horas inæquales aliorum parallelorum intermediorum; quippe cum horæ inæquales diuidant arcus semidiurnos in partes æquales, quod non faciunt circuli positionum in parallelis intermedijs, vt dictum est.

RVRSVS in eadem sphæræ obliquitate, si per horas inæquales Æquatoris, & alicuius paralleli inter Æquatorem, & tropicum ♑, positi describantur circuli maximi, cadent omnes hi, ex lemmate 37. infra Horizontem, antequam Meridianum secent. Si igitur parallelus australis inter tropicum ♑, & Æquatorem describatur, qui Horizontẽ secet citra omnia illa puncta, per quæ circuli illi maximi incedunt, & eius arcus semidiurnus in sex partes æquales diuidatur, transibunt maximi circuli per eas partes & horas inæquales Æquatoris ducti, per horas quoque inæquales oppositi paralleli borealis. Certum autem est, eosdem non transire per horas inæquales assumpti paralleli intermedij, cum circuli maximi per horas inæquales Æquatoris, & assumpti paralleli descripti, ab illis omnino differant, quippe qui arcum semidiurnum illius paralleli australis non secare positi sint.

SCHOLIVM.

Non dari circulos maximos, qui per horas inæquales omniũ parallelorũ transeant.

PERSPICVVM est ex omnibus his, in sphæra obliqua non posse dari circulos maximos, qui per horas inæquales omniũ parallelorum transeant, hoc est, qui singulorum arcus diurnos in duodenas partes æquales partiantur: quod tamen omnes qui de horologiorum descriptione egerunt, pro certo accipiunt. Diuidunt enim omnes scriptores arcum diurnum ♋, vel ♑, in 12.

partes æquales, aut certe inueniunt, in vtroque tropico puncta horarum inæqualium, per quæ puncta, & per horas in æquino-ctiali linea rectas ducunt pro lineis horarum inæqualium, perinde ac si huiusmodi lineæ horas inæquales indicarent toto anni tempore, instar communium sectionum plani horologij, & circulorum maximorum per horas inæquales omnium parallelorũ transeũtium. Et certe, vt verum fatear, res hæc, cum eius demonstrationẽ non inuenirem, non paucos annos acriter me torsit, rogauiq; per literas complures Mathematicos tam in Italia, quam extra Italiam, vt me docerent, quanam ratione demonstrari posset, eosdem circulos maximos, qui per horas inæquales Æquatoris, & vtriusq; tropici ducuntur, (Hoc namque fieri posse, demonstratum à nobis est in scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices) per horas inæquales aliorum parallelorum inter tropicos existentium transire, sed nunquam id, quod desiderabam, impetrare potui, quamuis ex illis non defuerit, qui illud se demonstraturum mihi pollicetur: Verum necesse est, eum hallucinatum esse, quandoquidem à nobis, cum denuo eius rei demonstrationem inquireremus, hoc loco demonstratum est, id fieri nulla ratione posse.

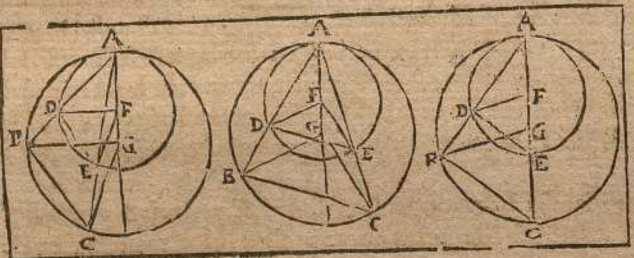
Lineæ horarũ inæqualium in horologijs quid referant. *ITAQVE lineæ horarum inæqualium in horologijs, qualia etiam in Gnomonica nostra descripsimus, sunt tantummodo communes sectiones plani horologij, & maximorum circulorum, qui per horas inæquales Æquatoris, & vtriusque tropici, vel certe Æquatoris, & paralleli, cuius arcus diurnus 18 horas æquales, vel 6. continet. Atque ita si geometrice velimus loqui, non indicabunt vere horas inæquales, nisi cum Sol extiterit in Æquatore, vel in illis parallelis extremis, quorum beneficio descriptæ sunt. Verum est, in ea sphæra, in qua poli altitudo gradus 45. non excedit, tam exiguum esse discrimen inter veras horas inæquales, & eas, quas dictæ lineæ indicant intra latitudinem tropicorum, vt eæ lineæ pro veris assumi possint sine errore, qui sub sensum cadere possit. At vbi altitudo poli maior est, quam grad. 45. non item: quia ibi maius discrimen apparet, & quo maior fuerit altitudo poli, eo maior differentia existet inter veras horas inæquales, & illas lineas: quemadmodum etiam eo minor diuersitas inter easdem erit, quo minor altitudo poli fuerit. Quæ omnia ex ijs, quæ demonstrata hoc loco à nobis sunt, colligi possunt. Quapropter vt verius horæ inæquales indicentur in horologijs, inuenienda erunt earum puncta in pluribus parallelis inter duos tropicos, ea arte, qua eadem in tropico vtroque inuestigauimus, eaque deinde puncta, quæ in linea recta non iacent, congruenter lineolis inflexis coniungenda, vt in hyperbolis, & alijs sectionibus conicis describendis fieri solet.*

LEMMA XXXX.

SI in triangulo parallela vni lateri agatur, vel si productis duobus lateribus versus angulum ab eis comprehensum, tertio lateri ducatur parallela, vt duo fiant triangula: Circuli circum ea descripti se mutuo in angulo, vel puncto communi tangunt.

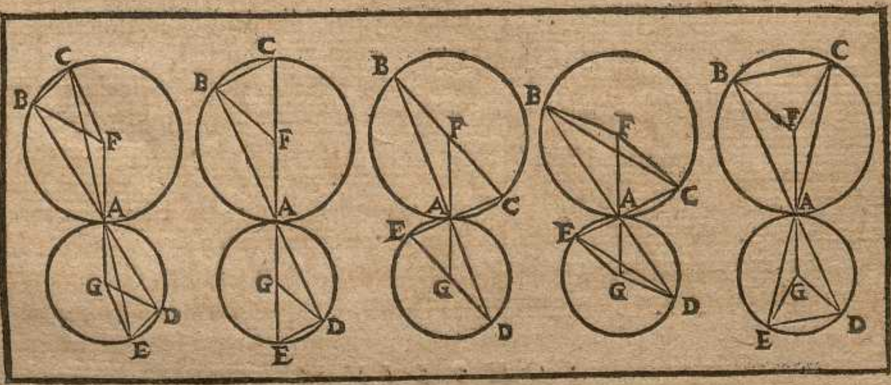
SIT primum in triangulo ABC, recta DE, lateri BC, parallela, describanturque circa triangula ABC, ADE, circuli, ABC, ADE, quos dico mutuo se tangere in A, angulo communi. Ductis enim ex centris F, G, ad bases triangulorum binis rectis FD, FE; GB, GC, [a] quoniam tam angulus DFE, quam BGC, anguli BAC, duplus est; erunt ipsi inter se æquales. Ergo & reliqui duo FDE, FED, reliquis duobus GBC, GCB, æquales erunt; ac propterea, [b] cum tam illi, quam hi inter se æquales sint; erit quilibet illorũ cuilibet horũ æqualis, ac proinde angulus FDE, angulo GBC, æqualis erit. [c] Est autem & totus angulus ADE, toti angulo ABC, externus interno, æqualis. Igitur & reliquus ADF, reliquo ABG, æqualis erit. [d] est autem (ductis rectis FA, GA,) angulo ADF, angulus DAF, & angulo ABG, angulus BAG, in Isoscelibus ADF, ABG, æqualis. Igitur & anguli DAF, BAG inter se æquales erunt; ac propterea recta AF, eadem erit, quæ AG, cum eundem angulum faciant cum AB. Quare circuli habentes centra in eadem recta AG, & per idem punctum A, descripti, sese contingent in A, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid.

[a] *20. tertij*
[b] *5. primi.*
[c] *29. primi*
[d] *5. primi.*



DEINDE productis lateribus BA, CA, versus angulum A, sit recta DE, basi BC, parallela, & circa triangula ABC, ADE, circuli describantur, quos dico se mutuo in A, tangere. Ductis enim ex centris F, G, ad bases triangulorum binis rectis FB, FC; GD, GE, [e] quoniam rursum tam angulus BFC, anguli BAC, quam angulus DGE, anguli DAE, duplus est; [f] suntque anguli BAC, DAE, ad verticem æquales; erunt quoque anguli BFC, DGE, inter se æquales, ac proinde & reliqui duo FBC, FCB, simul reliquis duobus GDE, GED, simul æquales

[e] *20. tertij*
[f] *15. primi*



erũt. [g] Cum ergo tã illi, quam hi sint inter se æquales; erit quilibet illorũ cuilibet horũ ęqualis, ac proinde angulus FBC, angulo GDE, ęqualis erit. [h] Est aũt (ductis rectis FA, GA,) & angulus ABC, angulo ADE, alternus alterno æqualis. Igitur & reliquus ABF, reliquo ADG, in 1. 2. & 5. figura, vel totus toti, in 4. figura, æqualis erit. In 3. figura opus

[g] *5. primi.*
[h] *29. primi*

opus non est hoc discursu, vbi rectæ FB, FC; GD, GE, angulos non constituunt, sed in rectum sunt continuatæ: [a] anguli tamen ABF, ADG, æquales quoque erunt, cum sint alterni inter parallelas BC, DE. Itaque cum anguli ABF, ADG, æquales sint; [b] & ille angulo BAF, hic vero angulo DAG, æqualis; erunt quoque anguli BAF, DAG, inter se æquales; ac propterea cum BD, sit linea recta ex hypothesi, efficient quoque AF, AG, lineam vnam rectam, per ea, quæ ex Proclo ad propos. 15. lib. 1. Euclid. demonstrauimus. Igitur circuli habentes centra in eadem recta FG, & per idem punctum A, descripti, sese in A, contingent, propterea quod recta per A, ducta ad FG, perpendicularis vtrumq; circulum tangit, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, circulos se non mutuo secare, cum neq; illam perpendicularem secent, sed tangant. a 29. primi. b 5. primi.

COROLLARIVM.

EX his, quæ ad calcem huius propos. demonstrata sunt, colligitur, duos circulos, qui ex duobus centris in eadem recta existentibus per idem punctum describuntur, se mutuo in eo puncto tangere exterius. Huiusmodi sunt duo circuli ABC, ADE.

LEMMA XLI.

PER data duo puncta circulum describere, qui datum circulum tangat, oportet autem duo puncta data vel extra circulum datum existere, vel intra; aut si vnum est in circumferentia, alterum esse extra, vel intra circulum, non autem in circumferentia.

SIT datus circulus ABC, & primum extra eum data duo puncta D, E, per quæ circulum oporteat describere, qui circulum ABC tangat. Iuncta recta DE, transeat primum per F, centrum dati circuli, seceturque bifariam in G, puncto, è quo perpendicularis excitetur HGI, ad DE, in qua omnino erit circuli describendi centrũ, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. quod sic reperiemus. Descripto ex G, semicirculo DKE, secet eum in K, recta FK, ex centro F, ad DE, ducta perpendicularis, ductaque ex K, ad alterutrum extremorum diametri AC, vt ad A, recta KA, fiat angulo KAC, æqualis angulus AKL, secetque KL, rectam DE, in puncto L, eritque necessario FL, maior quam FG, inter centrum, & punctum medium intercepta. Nam iuncta recta GK, cum æqualis sit ipsi GD, maior est, quam GA. [c] Igitur in triangulo AKG, angulus GAK, maior est angulo AKG; ac proinde & angulus AKL, qui ipsi KAL, factus est æqualis, maior est angulo AKG; ideoque recta KL, vltra G, cadet inter G, & E, hoc est, FL, maior erit quam FG. Descripto ergo ex F, per L, arcu circuli secante perpendicularem HI, in H, & I; erit I, centrum circuli per D, E, transeuntis, & circulum ABC, tangentis supra rectam DE, at H, erit centrum circuli tangentis eundem infra rectam DE. Ducta enim per F, I, recta BFPM, describatur ex I, ad interuallum IB, circulus, qui ex scholio prop. 13. li. 3. Eucl. circulum ABC, in B, tanget. Dico eundem per data puncta D, E, transire. Iunctis n. rectis ID, IE, quoniam FI, FL, æquales sunt; additis æqualib. FB, FA, totæ æquales erunt IB, LA, ideoq; [d] cum LK, ipsi LA, æqualis sit, ob æquales angulos LAK, LKA; erunt quoq; rectę LK, IB, æquales, atq; earũ quadrata æqualia. [e] Est a. quadratum rectæ LK, quadratis rectarum FK, FL, æquale, [f] & quadratũ rectæ IB, æquale rectangulo sub BF, FM, vna cum quadrato rectæ FI, vel FL. Igitur & duo quadrata rectarũ FK, FL, æqualia sunt rectangulo sub BF, FM, vna cum quadrato rectæ FL; ablatoq; cõmuni quadrato rectæ FL, erit reliquum quadratũ rectæ FK, reliquo rectangulo sub BF, FM, æquale. [g] Sed quadratum rectæ FK, æquale quoque est rectangulo sub DF, FE, quod FK, media proportionalis sit inter DF, FE, ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. Igitur & rectangulum sub BF, FM, rectangulo sub DF, FE, æquale erit. [h] Cum ergo rectangulum sub BF, FM, vna cum quadrato rectæ FI, hoc est, cum quadratis rectarum FG, GI, ([i] cum hæc illi sint æqualia) æquale sit quadrato rectæ IB; erit quoque rectangulum sub DF, FE, vna cum quadratis rectarum FG, GI, quadrato rectæ IB, æquale. [k] Atqui rectangulum sub DF, FE, vna cum quadrato rectæ FG, æquale est quadrato rectæ DG. Igitur & quadratum rectæ DG, (quod iam pro rectangulo sub DF, FE, vna cum quadrato rectæ FG, sumatur,) vna cum quadrato rectæ GI, h. e. quadratũ rectæ ID, [l] (quod quadratis rectarum DG, GI, æquale est,) quadrato rectæ IB, æquale erit; ac proinde & rectæ ID, IB, æquales erunt. [m] Cum ergo ID, IE, æquales quoque sint, quod duo latera DG, GI, duobus lateribus EG, GI, æqualia sint, angulosque contineant rectos æquales; erunt tres rectæ IB, ID, IE, æquales. Quare circulus ex I, per B, descriptus, tangensq; circulum ABC, in B, vt dictum est, transibit per data puncta D, E, quod est propositum.

c 18. primi.

d 8. primi. e 47. primi. f 5. secundi. g 17. sexti. h 5. secundi. i 47. primi. k 5. secundi. l 47. primi. m 4. primi.

QVOD si ex K, ad alterum extremum C, diametri circuli dati recta ducatur KC, anguloq; DCK, æqualis fiat angulus CKO, secante recta KO, rectam DE, in O; erit FO, ipsi FL, æqualis, vt monstrabitur, atq; idcirco, descripto ex F, per O, circulo, secabitur HI, in eodem centro I, atque idem propterea centrum semper inuenietur, siue ex K, ad A, siue ad C, recta ducatur, &c. Rectam autem FO, ipsi FL, æqualem esse, sic demonstrabitur. Quoniam duo latera AF, FK, duobus laterib. CF, FK, æqualia sunt, angulosq; continent æquales, & rectos; [n] erunt & bases KA, KC, & tam anguli FAK, FCK, quam FKA, FKC, æquales. Est a. angulo FAK, angulus AKL, & angulo FCK, angulus CKO, per constructionẽ, æqualis. Igitur & anguli AKL, CKO, æquales erunt; ac demptis n 4 primi.

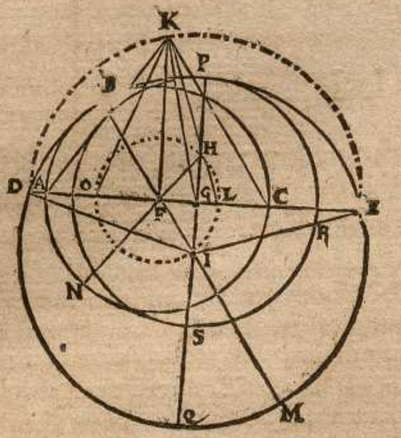
æqualibus FKA, FKC, reliqui FKL, FKO, æquales erunt. Itaque cum duo anguli F, K, trianguli FKL, duobus angulis F, K, trianguli FKO, æquales sint, quibus commune latus FK, adiacet, [a] erunt latera FL, FO, æqualia, quod est propositum.

a 26.primi.

EODEM modo demonstrabimus, circulum ex H, descriptum ad interuallum rectæ ductæ HFN, tangere circulum datum ABC, in N, transireq; per data puncta D, E.

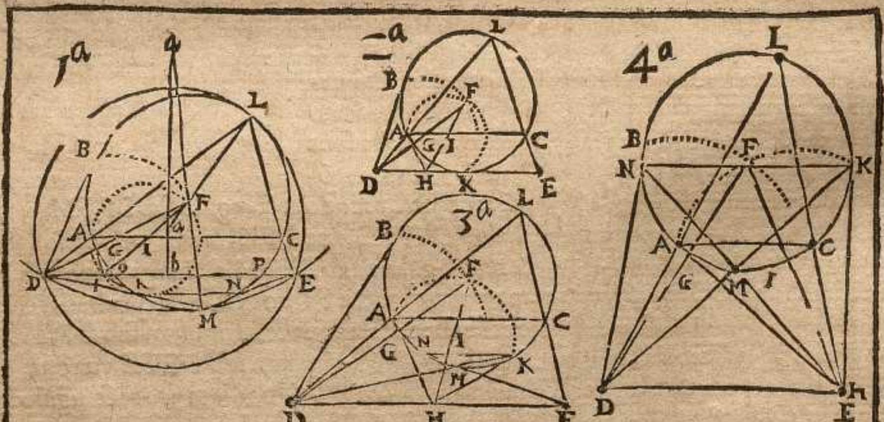
SI quando contingat, centrum circuli dati, & punctum medium rectæ data duo puncta coniungentis, coincidere, vt si G, esset centrum dati circuli PRS, facillimo negotio describemus circulum per duo puncta D, E, qui datum circulum contingat. Circulus enim per tria puncta D, P, E, (excitata prius ad DE, perpendiculari PQ) descriptus tanget circulū datum in P, vbi à perpendiculari GP, secatur, eundemq; tanget circulus per tria puncta D, S, E, descriptus in S, vbi ab eadem perpendiculari PQ, secatur, atq; vtriusq; centrum in perpendiculari PQ, existet, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl.

TRANSEAT deinde recta DE, non per F, centrum circuli dati ABC, sed vel eum secet vtcunque, vt in prima figura, vel tangat, vt in 2. vel tota sit extra, ita vt producta eum neque secet, neque tangat, vt in 3. 4. & 5. figura, vel deniq; ita sit extra, vt producta eum secet, aut tangat, vt in 6 & 7. figura. Iuncta recta DF, sectaq; bifariam in G, describatur ex G, circa DF, circulus secans datum circulum in B, iungaturq; recta DB, quæ ex schol. propos. 31. li. 3 Eucl. datum circulum tanget in B. Inuenta autem ipsis DE, DB, tertia proportionali DH, cadet punctum H, in prima figura extra circulum datum versus punctum D, ex quo tangens DB, ducta est. [b] Quoniam enim quadratum rectæ DB, rectangulo sub DE, DH, æquale est; [c] nec non & rectangulo sub DP, DO; erit rectangulum sub DE, DH, rectangulo sub DP, DO, æquale. [d] Igitur erit vt DE, ad DP, ita DO, ad DH. Cum ergo DE, maior sit quam DP, erit quoq; DO, maior quam DH, ideoq; punctum H, inter D, & O, erit. Pari ratione in secunda figura punctum H, inter D, & punctum contactus K, existet. Cum enim sit vt DE, ad DB, hoc est, ad DK, (est namq; DK, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36. lib. 3. Eucl. ita DB, vel DK, ad DH; sit autem DE, maior quam DK; erit quoq; DK, maior quam DH. In tertia autem figura idem punctum H, est inter D, E, puncta: In 4. idem, quod E, ac proinde DB, DE, æquales: Et in 5. vltra punctum E. Denique in 6. & 7. figura idem punctum H, vltra circulum existet: quod in 6. ita probatur. [e] Quoniam quadratum rectæ DB, æquale est tam rectangulo sub DE, DH, [f] quam rectangulo sub DO, DP; erunt rectangula sub DE, DH, & sub DO, DP, æqualia; [g] ac proinde erit vt DE, ad DO, ita DP, ad DH. Cum ergo DE, minor ponatur quam DO; erit quoque DP, minor quam DH, ideoque H, vltra P, erit. In 7. autem hæc erit demonstratio. Quoniam est vt DE, ad DB, hoc est, ad DA. (Est namque DA, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36. lib. 3. Eucl.) ita DB, vel DA, ad DH; Est autem DE, minor quam DA; erit quoq; DA, minor quam DH.



b 17.sexti.
c 36. tertij.
d 16.sexti.
e 17.sexti.
f 36. tertii.
g 16.sexti.

DEINDE iuncta recta HF, eaque secta bifariam in I, describatur ex I, circa FH, circulus secans datum circulum in A, K, punctis, per quæ si ex D, puncto dato, à quo tangens linea DB, ducta est, rectæ ducantur DA, DK, secantes circumferentiam dati circuli in L, M; tanget circulus per tria puncta D, E, L, descriptus datum circulum in L, vt in prima figura, in qua circulus DL, descriptus est, apparet: Et circulus per tria puncta D, E, M, descriptus eundem continget in M, vt in 1. & 5. figura patet, vbi descripsimus circulum DEM, centrum autem



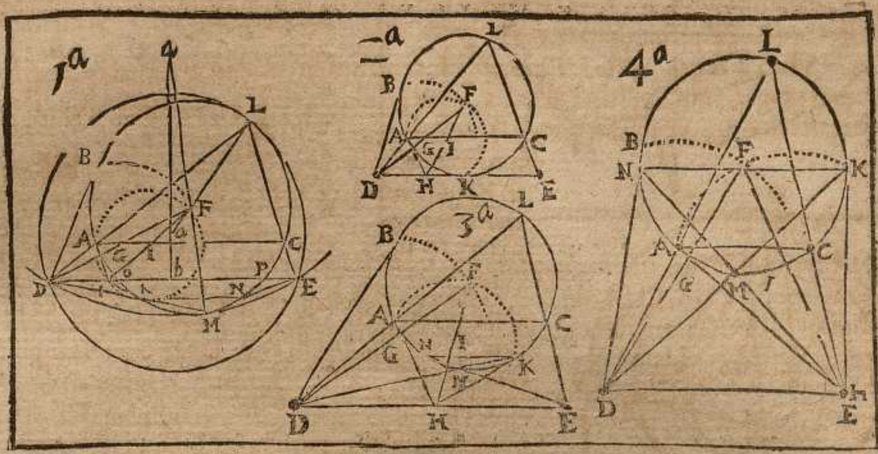
circuli tangentis est punctum a, in quo perpendicularis ba, rectam DE, bifariam secans rectam FL, vel FM, per F, centrum dati circuli, & punctum L, vel M, eiectam intersecat. Nam per coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. perpendicularis ba, transit per centrum cuiusuis circuli per D, E, descripti, & in FL, necessario centrū circuli tangentis circulum datum ABC, in L, existit, [h] cum recta per duo centra circulorum tangentium emissa cadat in contactum. Si namque centrum circuli tangentis circulum ABC, in L, non dicatur existere in recta FL, secabit recta ex centro illius ducta per F, centrum dati circuli rectam FL, in F. Quare producta cadere non poterit in contactum L, quod est absurdum. Si ergo circulus per tria puncta D, E, L, descriptus tangere debet datum circulum in L, vt infra demonstrabitur, existet eius centrum in recta FL. Eademque ratione centrum circuli per tria puncta D, E, M, descripti, tangentisque datum circulum in M, vt in eadem prima figura apparet, existit in a, communi sectione perpendicularis ba, & rectæ MF. Contactus porro in L, est interior, at in M, exterior, exceptis figuris 1. & 6. In prima enim contactus in M, interior quoq; est, & in 6. contactus in L, exterior. In 2. figura a. vnus tantū sit contactus,

h 11. vel 12. tertii.

tactus, iſque interior in L: Similiterque in 7. figura vnus duntaxat contactus ſit, iſque exterior in M. Non deſcripſimus tamen omnes circulos tangentes, vt confuſio vitaretur, arbitrantes ſatis eſſe exemplum in 1. figura de circulis intus ſeſe tangentibus in L, & alterum exemplum in 5. figura de circulo tangente exterius.

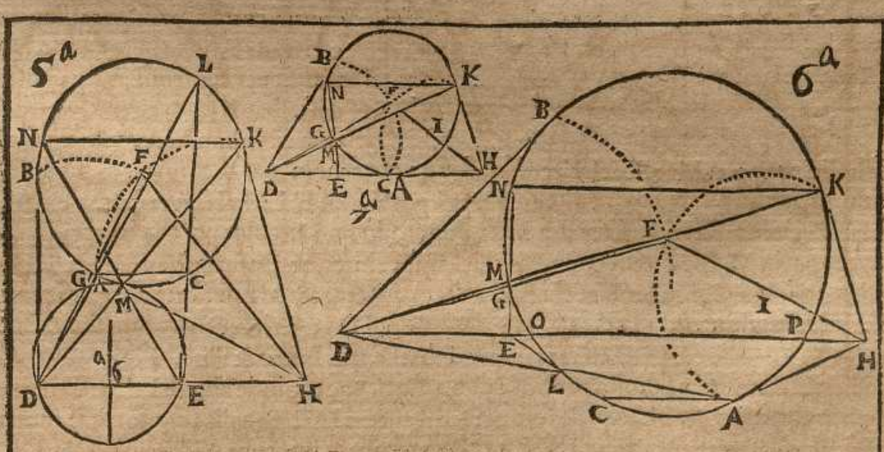
CÆTERVM circulum per tria puncta D, E, L, deſcriptum tangere datum circulum in L, ſic demonſtrabimus. Quoniam quadratum rectæ DB, [a] tam rectangulo ſub DE, DH, [b] quam rectangulo ſub DL, DA, æquale eſt; erunt hæc duo rectangula inter ſe æqualia. Igitur ex ſcholio propoſ. 36. lib. 3 Euclid. per quatuor puncta A, L, E, H, circulus deſcribi poterit; ac proinde, ducta recta LE, ſecante circumferentiam in C, (quod enim circulum neceſſario ſecet, ad finem in ſcholio demonſtrabimus) iunctaq; recta AC, [c] duo anguli oppoſiti ALE,

a 17. ſexti.
b 36. tertij.
c 22. tertij.



AHE, in quadrilatero ALEH, duobus rectis æquales erunt in prioribus tribus figuris: [d] Sunt autem & duo anguli AHD, AHE, duobus rectis æquales. Igitur duo illi hiſce duobus æquales erunt, ablatoque communi AHE, reliqui ALE, AHD, æquales erunt. [e] Eſt autem & angulus HAC, angulo ALE, in alterno ſegmento æqualis; Nam rectæ HA, HK, circulum ABC, tangunt in A, K, ex ſcholio propoſ. 31. lib. 3. Euclid. Igitur idem angulus HAC, angulo AHD, alterno æqualis erit; [f] ideoque parallelæ erunt AC, DE. Cum ergo circulus datus circa triangulum LAC, deſcriptus ſit, tanget circulus circa triangulum LDE, deſcriptus datum circulum in L, ex præcedenti lemmate. Atque hæc demonſtratio conuenit in priores tres figuras. In quarta figura hæc erit demonſtratio. [g] Quoniam quadratum rectæ DB ac proinde & quadratum rectæ DE, ipſi DB, æqualis, æquale eſt rectangulo ſub DL, DA ſi circa triangulum LAE, circulus deſcribatur, [h] tanget eum recta DE, in E, quandoquidem eundem recta DL, ſecat. [i] Igitur angulus DEA, angulo ALE, in alterno ſegmento æqualis erit. [k] Cum ergo & angulus EAC, eidem angulo ALE, in alterno ſegmento circuli dati ſit æqualis, æquales erunt alterni anguli DEA, EAC; [l] atque idcirco DE, AC, parallelæ erunt. Quare vt prius, ex lemmate antecedente, circulus circa triangulum LDE, deſcriptus, circulum ABC, datum, & circa triangulum LAC, deſcriptum, tanget in L. In quinta figura demonſtratio ſic inſtituetur. Quoniam quadratum rectæ DB, [m] tam rectangulo ſub DE, DH, [n] quam rectangulo ſub DA, DL, æquale eſt, erunt duo hæc rectangula inter ſe æqualia. Igitur ex ſcholio propoſ. 36. lib. 3. Euclid. per quatuor puncta A, L, H, E, circulus deſcribi poterit, [o] in quo anguli L, H, in eodem ſegmento, cuius chorda AE, æquales erunt: [p] Sed eſt & angulus HAC, angulo L, in alterno ſegmento dati circuli æqualis. Igitur alterni anguli HAC, AHD, æquales erunt, [q] ideoque parallelæ erunt DE, AC, &c. In ſexta denique fi-

d 13. primi.
e 32. tertij.
f 27. primi.
g 36. tertij.
h 37. tertij.
i 32. tertij.
k 32. tertij.
l 27. primi.
m 17 ſexti.
n 36 tertij.
o 21. tertij.
p 32. tertij.
q 27. primi.

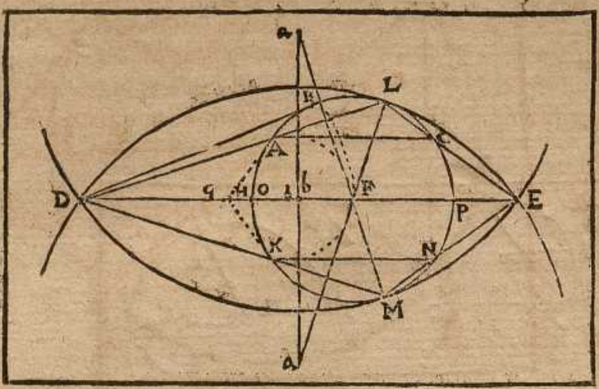


gura hoc modo idem concludemus. Quoniam quadratum rectæ DB, [r] tam rectangulo ſub DE, DH, [s] quam rectangulo ſub DL, DA, æquale eſt, erunt duo hæc rectangula æqualia inter ſe, ac proinde circa quatuor puncta E, H, A, L, per ſcholium propoſ. 36. lib. 3. Eucl. circulus poterit deſcribi. [t] Igitur duo anguli oppoſiti HAL HEL, in quadrilatero EHAL, duobus rectis æquales erunt. [u] Cum ergo & duo anguli HEL, DEL, duobus ſint rectis æquales, erunt his duobus duo illi æquales, ablatoque communi HEL, reliqui HAL, DEL, æquales erunt: [x] Eſt autem angulus HAL, angulo ACL, in alterno ſegmento dati circuli æqualis. Igitur & angulus DEL, eidem angulo ACL, alterno æqualis erit, [y] atq; idcirco DE, AC, parallelæ erunt, &c.

r 17. ſexti.
s 36 tertij.
t 22. tertij.
u 13 primi.
x 32. tertij.
y 27. primi.

In 7.

In 7. figura punctum L, non habetur, cum *DE*, circulum tangat in *A*, ac proinde L, cum *A*, coincidat. Certum autem est per tria puncta *D*, *E*, A, in linea recta non posse describi circulum. Fiet ergo solum contactus in M, vt demonstrabimus.

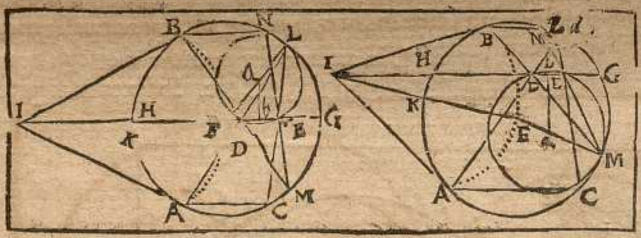


In hac autē 8. figura recta D*E*, transit per centrum F, eadem tamen fit constructio, & demonstratio, quæ in aliis, præsertim in 1. figura. Verum hunc casum aliter etiam expediuimus ad initium huius Lemmat.

EODEM fere modo ostendemus, circulum per tria puncta *D*, E, M, descriptum datum circulum tangere in M. In prima enim figura, quoniam quadratum rectæ D B, [a] tam rectangulo sub DE, DH, [b] quam rectangulo sub *D*K, *D*M, æquale est, erunt hæc duo rectangula inter se æqualia; ideoque circa quatuor puncta H, E, M, K, circulus poterit describi. Igitur in quadrilatero HEMK, ducta recta M *E*, secante circumferentiam in N, (quod enim necessario circulum secet, ad finem in scholio demonstrabimus) iunctaque recta KN, [c] duo anguli oppositi EMK, EHK, duabus rectis æquales erunt: [d] Sunt autem & duo EHK, DHK, duobus rectis æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoq; communi EHK, reliqui EMK, DHK, æquales erunt; [e] Sed & angulus HKN, eidem angulo *E*MK, æqualis est in alterno segmento circuli dati. Igitur alterni anguli *D*HK, HKN, æquales erunt; [f] ideoque rectæ *D*E, KN, parallelæ. Circulus ergo per D, E, M, descriptus datum circulum per K, N, M, descriptum tanget in M, ex præcedenti lemmate. In tertia autem figura. (Nam in secunda, vnicus fit contactus in L, cum recta DE, circulum datum tangat) ita propositum ostendemus. Quoniam per quatuor puncta *M*, K, E, H, circulus describi potest, quod probabitur, vt in prima figura; [g] erunt in eodem segmento, cuius chorda recta MH, anguli MKH, MEH, æquales: [h] Est autem angulus HKM, angulo K N *E*, in alterno segmento æqualis. Igitur anguli alterni MEH, KNE, æquales erunt, [i] ideoque rectæ *D*E, KN, parallelæ. Circuli igitur triangulis KMN, DME, circumscripti se mutuo in M, contingent, ex lemmate præcedente. In quarta figura sic. [k] Quoniam quadratum rectæ DB, hoc est, rectæ DE, rectangulo sub D*K*, *D*M, æquale est, si triangulo *KME*, circulus circumscribatur, [l] tanget eum recta DE; [m] ideoq; angulus *D*EM, angulo E*K*M, in alterno segmento eiusdem illius circuli æqualis erit. [n] Cum ergo angulus *EK*M, angulo *K*NM, in alterno segmento dati circuli sit æqualis; erunt alterni anguli *D*EM, *K*NM, æquales, ideoque rectæ DE, *K*N, parallelæ, &c. In 5. 6. & 7. deniq; figuris hoc modo. Quoniam per quatuor puncta M, K, H, E, circulus describi potest, vt in prima figura monstratum est; [o] erunt in quadrilatero M *K* H E, duo oppositi anguli *K*, E, duobus rectis æquales: [p] Sunt autem & duo anguli DEM, MEH, duobus rectis æquales. Igitur illi duo his duobus æquales erunt, demptoq; cōmuni MEH, reliqui DEM, H*K*M, æquales erunt. [q] At H*K*M, angulus angulo *K*NM, in alterno segmento dati circuli æqualis est. Igitur anguli alterni DEM, *K*NM, æquales erunt, [r] ideoq; rectæ DE, KN, parallelæ, &c.

a 17. sexti.
b 36. tertij.
c 22. tertij.
d 13. primi.
e 32. tertij.
f 27. primi.
g 21. tertij.
h 32. tertij.
i 27. primi.
k 36. tertii.
l 37. tertij.
m 32. tertij.
n 32 tertij.
o 22. tertij.
p 13. primi.
q 32. tertii.
r 27. primi.

IAM vero data sint duo puncta *D*, *E*, intra circulum, per quæ traiiciatur recta quantacunq; DE, siue ea per centrum dati circuli transeat, siue non. Tribus rectis DE, DG, DH, inuenta sit quarta proportionalis DI. Et quoniam est, vt DE, ad DG, ita DH, ad DI; estque DE, minor quam DG, erit quoq; DH, minor quam DI, ac proinde punctum I, extra circulum existet. Ducta ex I, ad centrum F, recta I F, quando DE, extensa non transit per centrum, eaq; diuisa bifariam in *K*, describatur ex *K*, circa I F, circulus secans datum circulum in A, & B, iunganturque rectæ IA, IB, quæ ex scholio propo. 31. lib. 3. Eucl. circulum datum tangent in *A*, & B. Si igitur ex *A*, per D, recta ducatur *A*D, secans circumferentiam in L, tanget circulus per tria puncta *D*, E, L, descriptus datum circulum in L. Sic etiam recta ducta BD, circumferentiam secabit in M, puncto, in quo circulus per tria puncta D, E, M, descriptus datum circulum tanget in M. Est autem contactus hic semper interior. Demonstratio hæc est. Ducta recta LE, secante circumferentiam in C, iungatur recta A C: Item ducta recta ME, secante circumferentiam in N, iungatur recta B N. Quia igitur est, vt D E, ad D G, ita D H, ad D I; [s] erit rectangulum sub *D*E, DI, rectangulo sub DG, DH, æquale: [t] Sed hoc æquale est rectangulo sub AD, DL. Igitur & illud. Per quatuor ergo puncta A, I, L, E, circulus describi poterit, ex scholio propos. 35. lib. 3. Eucl. [u] ac proinde anguli I*A*L, LEI, in eodem segmento illius circuli, cuius chorda recta I L, æquales erunt: [x] Est autem IAL, æqualis angulo *A*CL, in alterno segmento dati circuli. Igitur æquales erunt anguli L E I, *A* C L, externus & internus, [y] ideoque rectæ DE, *A*C, parallelæ erunt. Per lemma ergo antecedens circulus triangulo DEL, circumscriptus circulum datum triangulo ACL, circumscriptum tanget in L, vt in priori figura apparet; estque rursus centrum in a, communi sectione perpendicularis ba, rectam DE, bifariam secantis, & rectæ L F, ex puncto L, per centrum F, dati circuli ductæ.



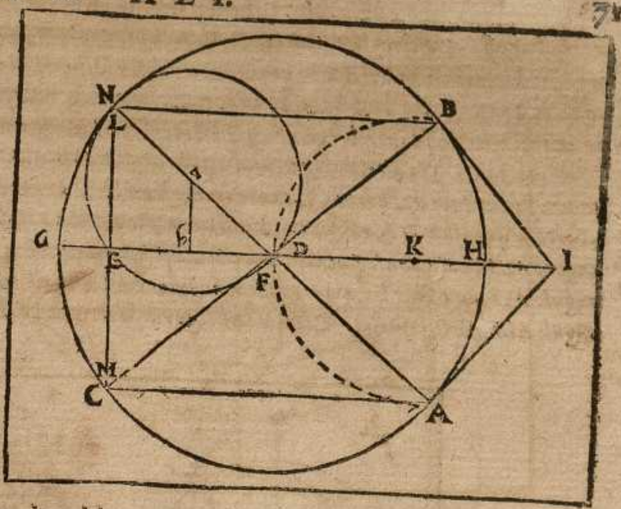
s 16. sexti.
t 35. tertii.
u 21. tertii.
x 32. tertii.
y 28. primi.

EODEM modo ostendemus circulum per *D*, E, M, descriptum tangere datum circulum in M. Erit enim rursus rectangulum sub D E, D I, rectangulo sub B D, DM, æquale. Igitur per quatuor puncta I, B, E, M, circulus describi poterit, ex scholio propos. 35. lib. 3. Euclid. [z] ac proinde anguli IBM, MEI, in eodem segmento illius circuli, cuius chorda recta IM, æquales erunt. [a] Est autem IBM, æqualis angulo BNM, in alterno segmento dati circuli. Igitur anguli MEI, BNM, externus & internus, æquales erunt, ideoque rectæ DE, BN, parallelæ

z 21. tertii.
a 28. primi.

Pe

Per lemma ergo præcedens, circulus triangulo DEM, circumſcriptus circulum datum tanget in M, vt in poſteriori figura vides; vbi etiam centrum eſt in a, communi ſectione perpendicularis ba, & rectæ MF. In hac figura alterum punctorum datorum, nimirum D, idem eſt quod centrum F, &c.

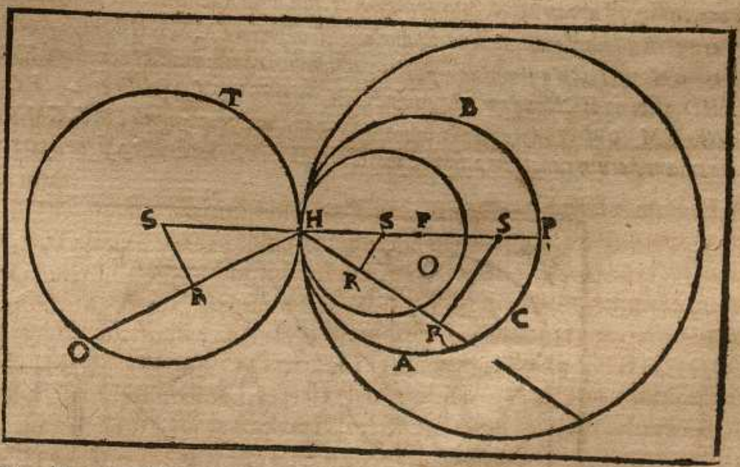


QVOD ſi à puncto E, ſolutio problematis initium ſumat, inuenietur idem omnino punctum L, vel M. Nullum enim aliud abſoluere poteſt problema. Nam ſi fieri poteſt, inueniatur aliud punctum d, in poſteriori figura. Recta ergo dE, ſecabit circumferentiam infra punctum C, & recta dD, eandem ſecabit ſupra punctum A; ac proinde recta connectens puncta ſectionum ſecabit rectam AC, ideoque & eius parallelam DE, productam. Non ergo ei parallela erit, quod tamen requiritur ad problema, vt patuit, & liquido conſtat ex præcedente lemmate. Idem abſurdum conſpicietur in alijs figuris, ſi aliud punctum quam L, vel M, dicatur inueniri, ſi à puncto E, ſolutio problematis incipiat. Idem abſurdum ſequetur, ſi vtraque dE, dD, circumferentiam ſecet ſupra A: quia linea coniungens duo puncta ſectionum parallela eſſe nequit rectæ DE, vt patet.

ITAQVE vt problema propoſitum perficiatur, neceſſe eſt à duobus datis punctis duas rectas ducere ad aliquod vnum punctum circumferentiæ circuli dati, ita vt recta coniungens duo puncta, in quibus duæ illæ rectæ circumferentiam ſecant, parallela ſit rectæ data duo puncta connectenti. Ita enim vides, v. g à punctis D, E, ad punctum L, duas rectas DL, EL, ductas ſecare circumferentiam in A, C, rectamque AC, rectæ DE, parallelam eſſe, Item ex D, E, per punctum M, ductas duas rectas DM, EM, ſecare circumferentiam in B, N, in poſterioribus duabus figuris proximis, in prioribus autẽ K, N, & tam rectam BN, quam KN, rectæ DE, parallelam eſſe. Et quamquam punctum hoc L, vel M, inueſtigauerimus ad finem lib. 6. Eucl. ex Pappo, viſum tamen eſt, idem hoc loco docere, præſertim cum praxis hic tradita, quando duo puncta intra circulum data ſunt, nõnihil diſcrepet ab illa, quam in Euclide præſcripſimus.

POSTREMO ſi vnum punctum datur in circumferentia, & alterum intra, vel extra circulum, ita vt recta per vtrumq; extenſa, per centrum circuli tranſeat, perſpicuum eſt, ſi ex puncto medio rectæ duo data puncta connectentis circa illa circulus deſcribatur, eum tangere datum circulum in dato puncto. Vt ſi in prima poſteriorum duarum figurarum detur vnum punctum H, in circumferentia dati circuli ABC, & alterum D, intra circulum, ita vt recta DH, per centrum F, tranſeat, circulus ex medio puncto rectæ DH, per D, H, deſcriptus tanget datum circulum in H, ex ſcholio propoſ. 13. lib. 3. Eucl. Item ſi detur punctum G, in circumferentia, & I, extra circulum, ita vt rurſus recta IG, tranſeat per E, centrum, circulus ex medio puncto rectæ GI, per G, I, deſcriptus tanget datum circulum in G, ex eodem ſcholio. Denique ſi punctum H, in circumferentia datum ſit, & I, extra, ita vt recta IH, tranſeat quoq; extenſa per centrũ F, circulus ex medio puncto rectæ HI, per H, I, deſcriptus tanget datum circulum in H. Nam recta per H, ducta perpendicularis ad IF, vtrumq; circulũ tanget, ex corol prop. 16. li. 3. Eucl. ac proinde ijdem circuli in eodem puncto H, communi ſe contingent, quandoquidem neuter alterum interſecat, cum neuter rectam tangentem ſecet.

At vero ſi vnum punctum H, detur in circumferentia, & alterum O, ſiue intra circulum, ſiue extra vtcunque, vt in hac figura, ita problema abſoluetur. Ducta ex H, per centrum F, diametro HFP, iungatur recta HO, quæ ſi ſecetur bifariam in R, atque ad eam perpendicularis excitetur RS, ſecans diametrum in S, circulus ex S, per H, deſcriptus tranſibit per O, circulumque datum tanget in H, vt ex ſchol. propoſ. 13 lib. 3. Euclid. conſtat. Oportet autem punctum O, extra circulum in tali eſſe ſitu, vt recta HO, circumferentiã dati circuli nõ tangat, quia alias perpendicularis RS, diametrum productam non ſecaret. Quod ſi recta HO, circumferentiam ſecet, tanget circulus deſcriptus ex S, datum circulum interius. Si vero punctum O, eſt extra circulum, & recta HO, circulum non ſecat, fiet contactus exterior.

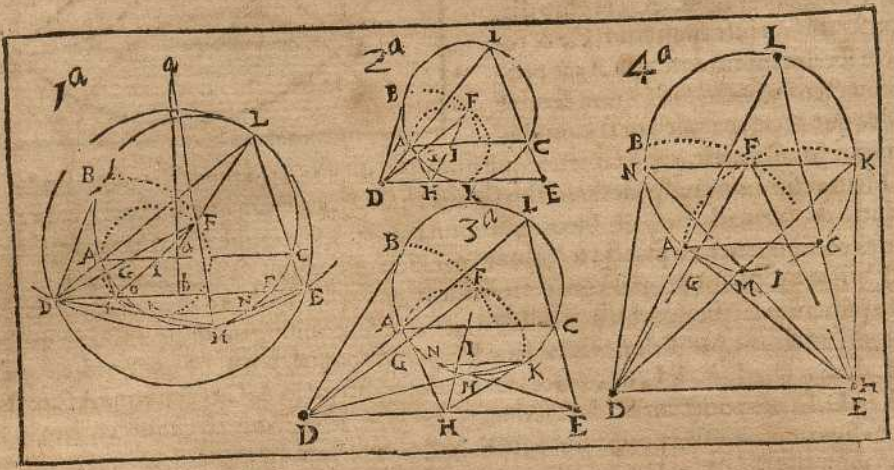


SCHOLIVM.

AT vero poſtquam in prioribus 7. figuris ex D, per A, ducta eſt linea DA, quæ neceſſario datum circulum ABC, ſecat, cum HA, eundem tangat in A; demonſtrabimus rectam LE, eundem circulum ſecare, hoc eſt, intra circulum ABC, cadere: quod in demonſtratione aſſumebatur, hoc modo. Quoniam ſi problematis ſolutio à puncto E, incipiat, idem prorſus punctum L, inuenitur, vt ad calcem lemmatis oſtenſum eſt, linea autem recta à puncto aſſumpto, quod ſolutionis initium eſt, educta, quæ punctum L, offert, datum circulum ſecat, vt proxime de recta DA, diximus; liquido conſtat, rectam LE, eundem circulum ſecare, quandoquidem ab ea non differt, quæ ex E, duceretur, ſi ab E, operationis initium fieret. Idemq; dicendũ eſt de recta ME, quæ ſi ab E, initiũ fiat, reperitur idem punctũM, &c. Quod tamẽ alio modo ita demonſtrabimus. Ex puncto A, ipſi DE, parallela ducatur AC, ſecans circumferentiã dati circuli in C. Dico rectam LE, omnino per C, tranſire, proindeq; in L, & C, circulũ

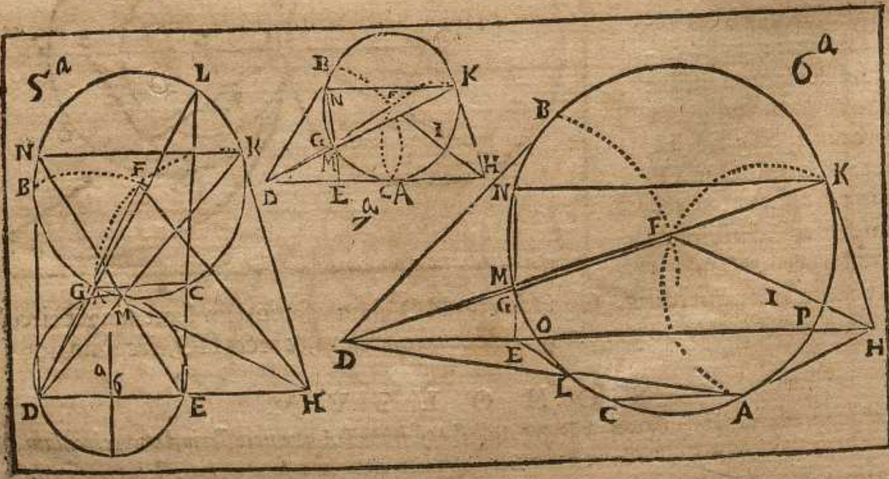
ſecare,

a 22. tertij. *secare, hoc est, intra circulum cadere. Nam quia per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi potest, vt ostendimus;* [a] *erunt*
b 13. primi. *oppositi duo anguli ALE, EHA, in quadrilatero A L E H, æquales duobus rectis:* [b] *Sunt autem & duo EHA, AHD, duobus rectis*
c 29. primi. *æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoq; communi EHA, reliqui ALE, AHD, æquales erunt:* [c] *At AHD, alter-*
d 32. tertij. *no angulo HAC, æqualis est. Igitur & HAC, angulo ALE, æqualis erit,* [d] *Idem autem angulus HAC, æqualis est angulo A L C,*
(ducta recta CL.) in alterno segmento. Igitur anguli ALE, ALC, æquales sunt, ideoque recta LE, per C, transit, vt eundem an-
gulum faciat cum AL, quem CL, cum eadem efficit, &c. Atque demonstratio hæc propria est primarum trium figurarum. In
e 32. tertij. *4. autem, quoniam D E, tangit circulum circa tria puncta A, L, E, descriptum, vt probatum est;* [e] *erit angulus D E A, æqualis*
f 29. primi. *angulo ALE, in alterno segmento illius circuli.* [f] *Est autem idem angulus DEA, alterno EAC, æqualis. Igitur erit quoque EAC,*
g 32. tertij. *angulo ALE, æqualis.* [g] *Cum ergo idem angulus EAC, æqualis sit angulo A L C, (ducta recta CL,) in alterno segmento, erunt*
anguli ALE, ALC, æquales. Coincidunt ergo rursum rectæ LE, LC, &c. In quinta vero figura, quoniam, vt ostensum est, circa



h 21. tertij. *quatuor puncta A, L, H, E, circulus describi potest;* [h] *erunt anguli ALE, AHE, in eodem segmento, cuius chorda A E, æquales:*
i 29 primi. [i] *Est autem angulo A H E, æqualis alternus H A C. Igitur angulus HAC, angulo quoque ALE, æqualis erit.* [k] *Cum ergo idem*
k 32. tertij. *angulus H A C, æqualis sit angulo A L C, (ducta recta C L,) in segmento alterno, æquales erunt anguli ALE, ALC; atque id-*
circo rectæ L E, L C, sibi mutuo congruent, &c. Denique in 6. figura, (Nam in 7. punctum L, non habetur,) quoniam, vt
l 21. tertij. *monstratum est, per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi potest,* [l] *erunt duo oppositi anguli H A L, L E H, duobus re-*
m 13. primi *ctis æquales, ideoque duobus L E H, L E D,* [m] *qui æquales etiam sunt duobus rectis, æquales, demptoque communi LEH, reliqui*
n 32. tertij. *HAL, LED, æquales erunt.* [n] *Est autem angulus HAL, angulo ACL, in alterno segmento æqualis. Igitur & angulus LED, ei-*
o 29. primi. *dem angulo ACL, in eo segmento æqualis erit.* [o] *Cum ergo angulus LED, æqualis quoque sit alterno angulo, quem EL, producta*
cum AC, facit, cadet EL, producta in C, punctum. Nam si caderet inter A, & C, vel vltra C, fieret semper externus angulus
interno æqualis in triangulo, quod constituitur à recta CL, & segmento rectæ EL, productæ, & segmento rectæ AC, intercepto
p 16. primi. *inter punctum C, & illud, in quod E L, producta incidere dicitur: quod est absurdum.* [p] *Est enim externus interno opposito*
maior. Cum ergo EL, producta cadat in C, perspicuum est, LE, circulum secare in L, hoc est, intra circulum cadere.

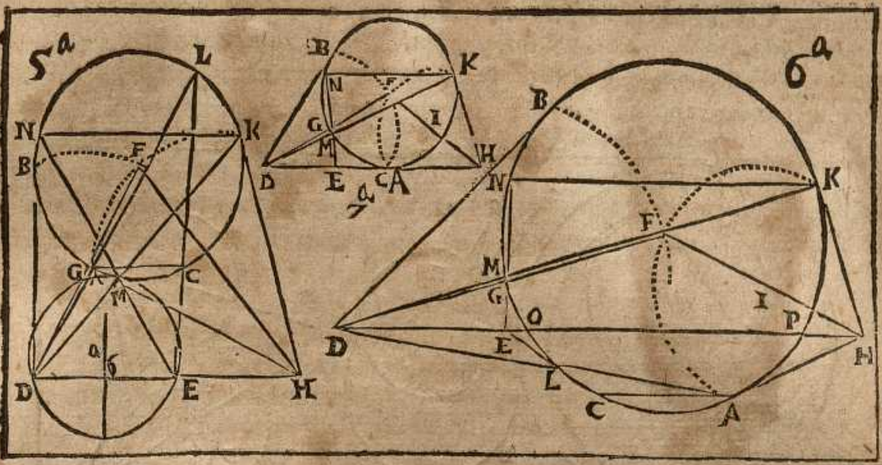
EADEM *fere ratione demonstrabitur, rectam ME, circulum secare in M, hoc est, intra circulum cadere. Ducta enim*
KN, ipsi DE, parallela, quæ secet datum circulum in N, ostendemus rectam ME, transire per N, ac proinde intra circulum ca-
dere, eumq; secare in M, N. Quia enim in prima figura per quatuor puncta H, K, M, E, circulus describi potest, vt ostensum est;
q 22. tertij. [q] *erunt in quadrilatero H K M E, duo anguli oppositi EMK, KHE, duobus rectis æquales, ideoque & duobus KHE, KHD,* [r] *qui*
r 13 primi. *duobus etiam rectis æquantur æquales; ac dempto communi KHE, reliqui EMK, KHD, æquales quoque erunt.* [s] *Est autem*
s 29 primi. *KHD, alterno HKN, æqualis. Ergo & HKN, angulo EMK, æqualis erit.* [t] *Cum ergo & angulus HKN, angulo KMN, (ducta*
t 32. tertij. *recta NM) in alterno segmento æqualis sit, æquales erunt anguli EMK, KMN; atq; idcirco recta ME, per N, transibit, intraq;*
circulum datum cadet. In 2. figura punctum M, non habetur. In 3. figura sic rem demonstrabimus. Quoniam, vt ostensum est,



u 21. tertij. *per quatuor puncta H E K, M, circulus describi potest,* [u] *erunt anguli HEM, HKM, in eodem segmento illius circuli, cuius chor-*
x 32. tertij. *da H M, æquales.* [x] *Est autem angulus H K M, angulo K N M, in segmento alterno æqualis. Igitur & angulus H E M,*
y 29. primi. *eidem angulo KNM æqualis erit.* [y] *Cum ergo angulus HEM, angulo alterno, quem facit recta EM, producta cum KN, æqualis*
sit; erunt æquales anguli KNM, & angulus, quem EM, producta facit cum KN. Igitur EM, producta cadet in N, si enim ca-
deret inter K, N, vel vltra N, fieret semper angulus externus interno opposito æqualis in triangulo constituto à recta MN, &
segmen-

ſegmento rectæ EM, productæ, & ſegmento rectæ KN, intercepto inter N, & punctum, in quod cadere dicitur EM, producta, quod eſt abſurdum. [a] *Externus enim angulus interno oppoſito maior eſt. Cadit ergo EM, producta in N, ideoq; intra circulum cadit auferens arcum MN. In 4. figura, quia, vt oſtenſum eſt, recta DE, tangit circulum circa E, K, M, deſcriptum,* [b] *erit angulus DEM, angulo EKM, in alterno ſegmento æqualis:* [c] *ſed angulus EKM, angulo KNM, in alterno ſegmento æqualis eſt. Igitur & angulus DEM, angulo KNM, æqualis eſt:* [d] *Eſt a. idem angulus DEM, æqualis alterno angulo, quem cum KN, facit EM, producta. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo, quem EM, producta facit cum KN, ac proinde, vt paulo ante oſtendimus, EM, producta in N, cadet. Denique in 5. 6. & 7. figura, quoniam circulus deſcribi poteſt circa quatuor puncta H, E, M, K,* [e] *erunt oppoſiti duo anguli HEM, HKM, duobus rectis æquales, ideoque æquales duobus HEM, MED;* [f] *quod hi etiam duo-*

a 16. primi.
b 32. tertij.
c 32. tertij.
d 29. primi.
e 22. tertij.
f 13. primi.



bus rectis æquales ſint. Dempto ergo communi HEM, reliqui HKM, MED, æquales erunt: [g] *Eſt autem angulus HKM, angulo KNM, in ſegmento alterno,* [h] *& angulus MED, angulo alterno æqualis, quem EM, producta facit cum KN. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo huic alterno, atque idcirco, vt paulo ante monſtratum eſt, EM, producta cadit in punctum N, &c.*

g 32. tertij.
h 29. primi.

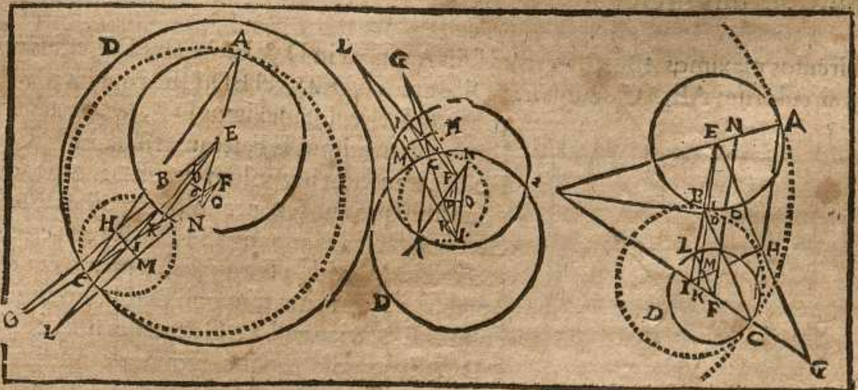
EX his patet, aliter demonſtrari poſſe, circulum per tria puncta D, E, L, vel D, E, M, deſcriptum, tangere datum circulum ABC, in L, vel M. Ducta enim AC, vel KN, ipſi DE, parallela, oſtendemus, vt in hoc ſcholio, rectã LE, vel ME, cadere in punctum C, vel N. Igitur per lemma præcedens, circulus per D, E, L, vel D, E, M, deſcriptus datum circulum ABC, tanget in L, vel M, quod eſt propoſitum.

LEMMA XLII.

DATIS duobus circulis, per punctum in vnius circumferentia datum deſcribere circulum, qui vtrumque datum tangat.

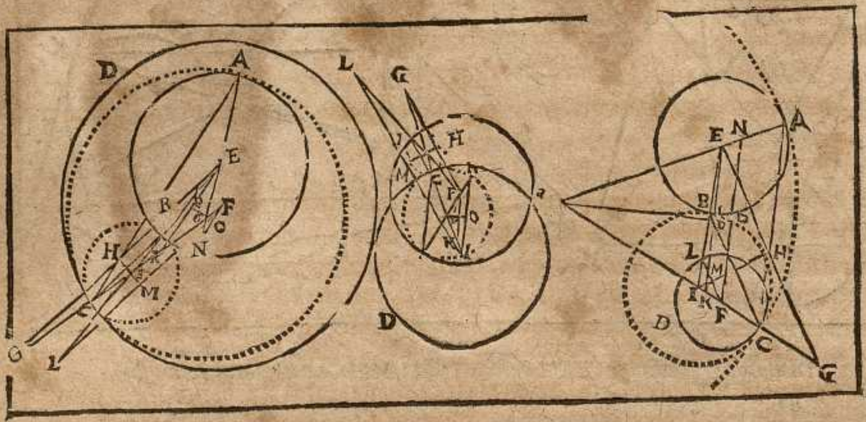
SINT duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, ſiue vnus alterum includat, ſecetue, ſiue alter extra alterum totus ſit poſitus: ſitque primum per punctum C, in circumferentia CD, datum deſcribendus circulus circulos AB, CD, tangens, quod duobus modis fieri poteſt. Primum ſic. Ex F, centro circuli, in quo datum eſt punctum, ducta ſemidiametro FC, ad punctum datum, in ea producta accipiatur CG, æqualis ſemidiametro alterius circuli, ad cuius centrum E, recta ducatur GE, quam bifariam & ad angulos rectos ſecet HI, ſecans FC, in I, & per I, ad E, centrum poſterioris circuli recta ducatur ſecans circumferentiam eiuſdem in B. Dico circulum ex I, per C, deſcriptum tranſire per B, ac proinde vtrumque circulum tangere in C, B, cum IC, IB, per eorum centra ducantur. Quoniam enim duo latera HE, HI, duobus lateribus HG, HI, æqualia ſunt, anguloſque continent rectos æquales; [i] erunt & baſes IE, IG, & anguli HEI, HGI, æquales. Ablatis igitur æqualibus BE, CG, vt in prima, & tertia figura, vel ex æqualibus BE, CG, ablatis ipſis IE, IG, vt in 2. figura, reliquæ erunt æquales IB, IC. Igi-

i 4. primi.



tur circulus ex I, per C, deſcriptus tranſibit per B, ac proinde vel ex ſcholio prop. 13. lib. 3. Eucl. datos circulos ibidem tanget, ſi cum illis in eandem partem curuetur, vel quando in diuerſas, ex coroll. ſuperioris lemmatis 40. Et quia oſtenſi ſunt anguli HEI, HGI, æquales, inuenietur centrum I, & punctum B, ſi ducta recta GE, angulo FGE, angulus GEI, fiat æqualis. Recta namque EI, ſecabit FG, in I, centro, & circulum in B, puncto contactus. Rurſus quia ducta recta BC, triangula IGE, IBC, circa eundem, vel æquales angulos ad verticem I, a 6 sexti. b 28. vel 27. primi. latera proportionalia habent, cum proportionem habeant æqualitatis: [a] ipsa æquiangula erunt; æqualesque habebunt angulos I C B, I G E. [b] Rectæ ergo CB, GE, parallelæ erunt. Quapropter si ductæ rectæ GE, per C, punctum datum agatur parallela CB, reperietur quoq; punctum B, contactus.

DEINDE ita, quod propositum est, absoluetur. Ducta semidiametro FC, ad datum punctum, abscindatur ex ea versus centrum recta CK, semidiametro posterioris circuli æqualis; & iuncta recta KE, secetur bifariam & ad angulos rectos in b, per rectam ba, secantem FC, in a; ac tandem per a, & E, recta ducatur secans posteriorem circulum in A. Dico circulum ex a, per datum punctum C, descriptum transire per A, ac proinde datos circulos in C, & A, contingere. c 4. primi. Nam rursum [c] æquales erunt & rectæ aE, aK, & anguli aKE, aEK. Additis ergo æqualibus EA, KC, vt in prima & tertia figura, vel ipsis aE, aK, ablatis ex æqualibus EA, KC, vt in secunda figura, totæ, vel reliquæ aA, aC, æquales quoque erunt. Igitur; vt prius, circulus ex a, per C, descriptus transibit per A, datosque circulos in A, C, continget. Idemque centrum a, & punctum contactus A, reperietur, si ducta recta KE, angulo FKE, æqualis fiat angulus KEN. Imo & CA, ductæ rectæ KE, parallela dabit idem punctum contactus A, quod demonstrabitur, vt prius.



NON aliter res peragetur, si in circulo AB, datum sit punctum B, vel A. Nam ducta semidiametro EB, sumatur in ea producta recta BL, semidiametro alterius circuli æqualis, ductaque recta LF, secetur bifariam & ad angulos rectos in M, per rectam MI, secantem EL, in I. Ducta enim per I, & centrum F, recta dabit C, punctum contactus, & I, erit centrum circuli describendi, vt prius. d 4. primi. Rursus namque [d] æquales erunt & rectæ IF, IL, & anguli IFL, ILF. Ablatis ergo IF, IL, ex æqualibus CF, BL, vt in prima figura, vel ex ipsis IF, IL, ablatis æqualibus CF, BL, vt in secunda figura, vel denique eisdem IF, IL, additis ad æquales CF, BL, vt in tertia figura, reliquæ quoq; IB, IC, vel totæ, æquales erunt, &c.

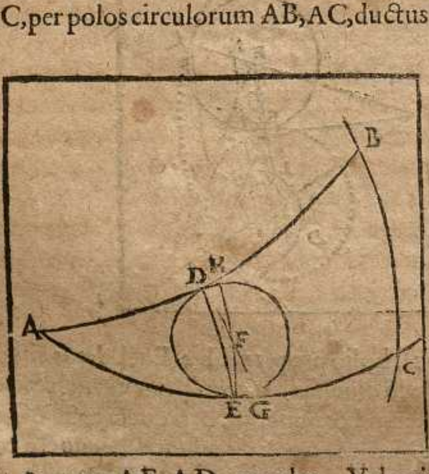
SIC etiam, si ducatur semidiameter EA, & versus centrum E, abscindatur AN, semidiametro alterius circuli æqualis iungaturq; NF, quam ad rectos angulos, bifariamq; secet in O, recta Oa, secans AN, in a; erit a, centrum circuli describendi, recta autem Fa, producta dabit punctum contactus C, &c.

ITAQVE problema soluitur, si ducta semidiametro ex dato puncto ad proprium centrum, abscindatur ex ea, siue extra, siue intra circulum, recta æqualis semidiametro alterius circuli, & ad huius circuli centrum à termino rectæ abscissæ recta iungatur, quam alia recta secet bifariam, & ad angulos rectos, &c. quamuis non idem punctum contactus reperiatur, sed duo inter se diuersa, vt ex figuris manifestum est.

LEMMA XLIII.

SI in sphæra circulus duos maximos circulos ad easdem partes inter punctum sectionis, & circulum maximum per eorum polos ductum tangat, arcus duorum illorum circulorũ maximorum inter puncta contactuum, & intersectionem circulorum, vel circulum maximum per eorum polos ductum intercepti, æquales sunt.

DVOS circulos maximos AB, AC, secantes se in A, tangat in D, & E, circulus DE, cuius polus F, & circulus BC, per polos circulorum AB, AC, ductus sit. Dico arcus AD, AE, vel BD, CE. æquales esse. Ducatur enim per D, & F, circulus maximus DF, secans AC, in G, & per E, & F, circulus maximus EF, secans AB, in H. Quia igitur arcus FD, FE, transeunt per polum circuli DE, & per contactus D, E, e 5. 2. Theo. f 15. 1. Theo. [e] transibit quoque FD, per polos circuli AB, & FE, per polos circuli AC; [f] ideoque anguli ad D, E, recti erunt: Sunt autem & anguli ad verticem F, æquales, ex propo. 6. nostrorum triangul. sphær. Igitur cum trianguli DFH, duo anguli D, F, duobus angulis E, F, trianguli EFG, æquales sint, & adiacentes arcus FD, FE, ex polo æquales quoque; erunt per propos. 20. nostrorum triang. sphær. & arcus FH, FG, & anguli H, G, æquales: ac propterea & toti arcus EH, DG, æquales erunt. Quocirca cum trianguli AEH, duo anguli E, H, duobus angulis, D, G, trianguli ADG, æquales sint, arcusque EH, DG, illis adiacentes æquales; erunt per eandem propos. 20. nostrorum triang. sphær. & arcus AE, AD, æquales. Vel quia tres anguli in triangulo AEH, tribus angulis in triangulo ADG, æquales sunt, erunt per propos. 19 nostrorum triangulor. sphær. arcus etiam AD, AE, æquales: quibus ablatis ex



quadran-

quadrantibus AB, AC, (quoniam enim BC, per polos circulorum AB, AC, ducitur, transibunt vicissim hi per eius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde A, polus erit circuli BC, ideoque ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. AB, AC, quadrantes erunt) reliqui arcus quoque CE, BD, æquales erunt, quod est propositum.

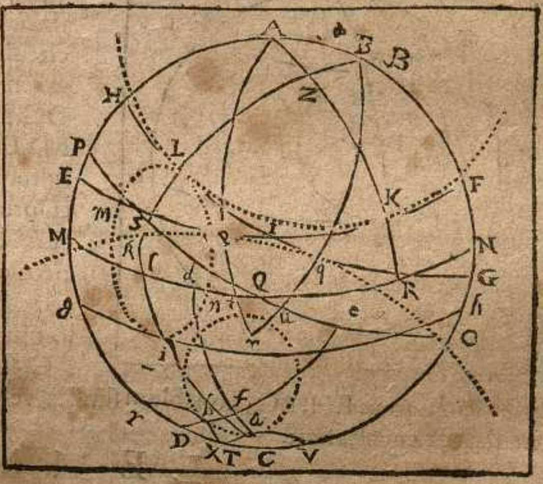
ALITER. Descripto per *D*, E, circulo maximo DE; erunt per propos. 8. nostrorum triangulor. sphær. anguli F*D*E, FE*D*, æquales in Isoscele DEF; quibus demptis ex rectis A*D*F, AEF, reliqui ADE, AED, æquales erunt. Igitur per propos. 9. nostrorum triang. sphær. arcus quoq; DA, EA, æquales erunt, &c.

LEMMA XLIV.

SI in sphæra circulus duos circulos non maximos æquales tangat, arcus duorum illorum circulorum non maximorum inter puncta contactuum, & circulum maximum per eorum polos ductum, vel punctum sectionis (quando se intersecant) interiecti, sunt æquales.

PVNCTA autem contactuum vergere debent in contrarias partes, si circuli æquales ad idem hemisphærium spectent, ad easdem vero, si ad diuersa hemisphæria pertineant. Ad idem autem hemisphærium spectare dico illos, qui ex polis propinquioribus citra maximos circulos ex eisdem polis descriptos describuntur: ad diuersa vero hemisphæria eos, qui ex polis remotioribus citra eosdem circulos maximos describuntur.

IN sphæra ABC*D*, sint primum ex polis vicinioribus A, B, descripti duo circuli æquales non maximi EF, GH, secantes sese in I, quos tangat circulus *K*L, in *K*, L, punctis in contrarias partes vergentibus à puncto sectionis I, cum circuli ad idem hemisphærium spectent, quippe qui inter polos propinquiores *A* B & maximos circulos MN, OP, interijciantur. Dico arcus IK, IL, vel FK, HL, æquales esse. Per polos enim A, B, descripto circulo maximo ABCD, describatur per A, polum circuli EF, & Z, polum circuli tangentis KL, circulus maximus AZ, secans maximum MN, ex eodem polo A, descriptum in R, [a] qui per contactum K, transibit. Item per B, polum circuli GH, & Z, polum circuli tangentis describatur circulus maximus BZ, secans maximum OP, ex eodem polo B, descriptum in S, [b] qui etiam per contactum L, transibit. Quia igitur & arcus A*K*, BL, ex polis A, B, ad proprios circulos æquales, & arcus Z*K*, ZL, ex polo Z, ad circulum proprium KL, æquales sunt; erunt quoque reliqui arcus *A*Z, BZ, æquales; ac proinde per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli Z*A*B, ZB*A*; æquales erunt. Quocirca cum latera *A* N, A R, lateribus B P, B S, æqualia sint, (quippe quæ omnia quadrantes sint, ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod.) angulosque contineant æquales, vt ostensum est; erunt per propos. 7. nostrorum triangulor. sphær. & bases NR, PS, æquales: [c] *Est* autem arcui N R, arcus FK, & arcui PS, arcus HL, similis. Igitur & arcus FK, HL, similes inter se, ideoque æquales erunt, cum similes arcus æqualium circulorum æquales sint: quibus demptis ex æqualibus I F, I H, (quod autem hi arcus æquales sint, in scholio demonstrabimus,) reliqui quoque arcus I*K*, IL, æquales erunt.



SIMILI ratione, si circulus pq, eosdem EF, tangat in p, q, punctis, in partes quoque contrarias vergentibus, ostendemus & arcus Ep, Gq, & Ip, Iq, esse æquales. Descripto enim rursum per A, polum circuli EF, & r, polum circuli tangentis pq, circulo maximo Ar, secante maximum MN, in t, [d] transeunteque per contactum p: Item descripto per B, polum circuli GH, & r, polum circuli tangentis pq, maximo circulo Br, [e] per contactum q, transeunte, secanteque maximum OP, in u: quoniam & arcus Ap, Bq, ex polis A, B, ad circulos æquales, & arcus rp, & rq, ex polo r, ad circulum pq, æquales sunt; erunt quoq; toti arcus Ar, Br, æquales. Ergo per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli rAB, rBA; ac proinde & ex duobus rectis reliqui rA*M*, rBN, æquales erunt. Quare cum duo latera AM, At, duobus lateribus BO, Bu, æqualia sint, angulosque comprehendant æquales, erunt per propos. 7. nostrorum triangul. sphær. & bases Mt, Ou, æquales. Igitur, vt prius, arcus quoq; tam Ep, Gq, quam Ip, Iq, æquales erunt.

IDEM concludetur, si duos circulos æquales TV, XY, ad idem hemisphærium spectantes tangat circulus ab, in punctis a, b, à punctis T, X, in contrarias etiam partes vergentibus. Descriptis enim rursum ex polis C, D, circulorum TV, XY, per f, polum tangentis circuli ab, maximis circulis Cf, Df, secantibus maximos MN, OP, in d, e, [f] transeuntibus per contactus a, b, erunt arcus Cf, Df, æquales, quod & Ca, Db, & fa, fb, æquales sint. Igitur, vt supra, & anguli fCD, fDC, & arcus Md, Oe, atq; idcirco & Ta, Xb, æquales erunt, &c.

SINT iam ex polis remotioribus B, C, descripti duo circuli æquales GH, gh, ad diuersa hemisphæria spectantes, quos tangat circulus Lmin, in *L*, i, punctis ad easdem partes vergentibus à maximo circulo ABC*D*, per eorum polos ducto. Dico rursum arcus HL, gi, æquales esse. *D*escriptis enim ex polis B, C, per k, polum circuli tangentis Lmin, maximis circulis Bk, Ck, secantibus maximos OP, MN, in S, l, [g] transeuntibusque per contactus L, i; erunt arcus toti Bk, Ck, æquales; quod & BL, Ci, kL, ki, æquales sint. Ergo per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli kBC, kCB, ac propterea & ex duobus rectis reliqui kBP, kCM, æquales erunt. *I*gitur, vt supra, arcus PS, MI, æquales erunt, ideoq; & illis similes HL, gi, æquales erunt, &c.

a 4. 2. Theo.
b 4. 2. Theo.
c 10. 2. Theo.
d 4. 2. Theo.
e 4. 2. Theo.
f 4. 2. Theo.
g 4. 2. Theo.

SCHOLIVM.

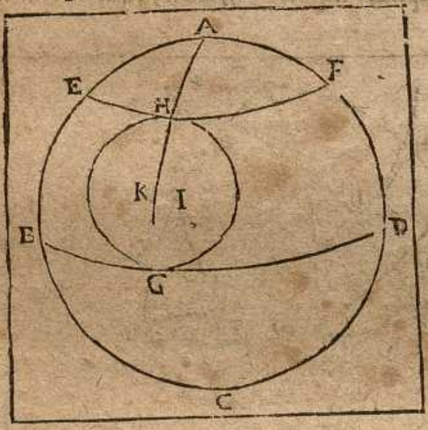
ARCVS autem IF, IH, æquales esse, vt in demonstratione assumebatur, sic demonstrabimus. Arcus circulorum æqualium EF, GH, à sectione I, per F, H, vsque ad alteram sectionem, minora segmenta sunt ipsorum circulorum, & segmenta reliqua ab I, per E, G, vsque ad alteram sectionem, maiora, vt mox ostendemus. [a] *Igitur tam minora, quam maiora segmenta, æ-*
a 28. tertij. *qualia erunt, cum eandem habeant chordam ex I, ad alteram sectionem ductam.* [b] *Cum ergo segmenta hæc bifariam secentur*
b 9.2. The. *in F, H; E, G, à maximo circulo AB CD, per eorum polos ducto; erunt quoque tam arcus IF, IH, quam IE, IG, æquales. Quod autem segmenta inter I, per F, H, vsque ad alteram sectionem sint minora, ita planum faciemus. Concipiatur diameter sphæræ, seu circuli maximi ABCD, ducta per punctum, in quod cadit perpendicularis ex I, in planum circuli ABCD, demissa, quæ diameter secet circumferentiam in α: Et per hanc diametrum, & perpendicularem ex I, demissam intelligatur duci planum,* [c] *quod ad circulum ABCD, rectum erit, facietque in sphæra semicirculum, qui per Q, transibit. Cum enim circulus ABCD,*
c 18. vndec. *transeat per A, B, polos maximorum circulorum MN, OP, transibunt hi vicissim per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theo. atq; idcirco Q illius polus erit.* [d] *Cum ergo semicirculus ille ducatur per eiusdem polos, transibit per Q, polum circuli ABCD,*
d 13.1. The. *ibiq; bifariam secabitur, cum ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. eius arcus aQ, vsq; ad α, quadrans sit: ac propterea idem semicirculus in I, diuidetur non bifariam. Igitur per theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. recta ducta Iα erit omnium minima ex I, in circumferentiam ABCD, cadentium, & IF, minor quam IG; ac propterea ex scholio propos. 28. lib. 3. Euclid. minor erit arcus IF, arcu IG; ideoq; totus arcus ab I, per F, vsq; ad alteram intersectionem, minor erit toto arcu ab I, per G, vsq; ad alteram illam intersectionem, cum horum illi sint semisses, vt ostensum est.*

SED arcus IF, IH, æquales esse hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam rectæ cadentes ex I, in polos A, B, æquales sunt, æqualiter distabunt A, & B, à puncto α ita vt æquales sint arcus αA, αB. Nam si alius arcus, quam αB nimirum αβ, æqualis esset arcui αA, esset quoq; recta Iβ, rectæ IA, æqualis, ex dicto theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. quod est absurdum. Nam per illud theorema IB, minor est, quam Iβ, ideoq; minor quam IA. Et quoniam æquales quoq; sunt arcus AF, BH, si auferantur æquales Aα, Bα, reliqui α α H, æquales etiam erunt. Igitur per dictum theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. rectæ IF, IH, æquales erunt, [d] *ideoq; æquales quoq; erunt arcus IF, IH, quod est propositum.*

e 28. tertij.

LEMMA XLV.

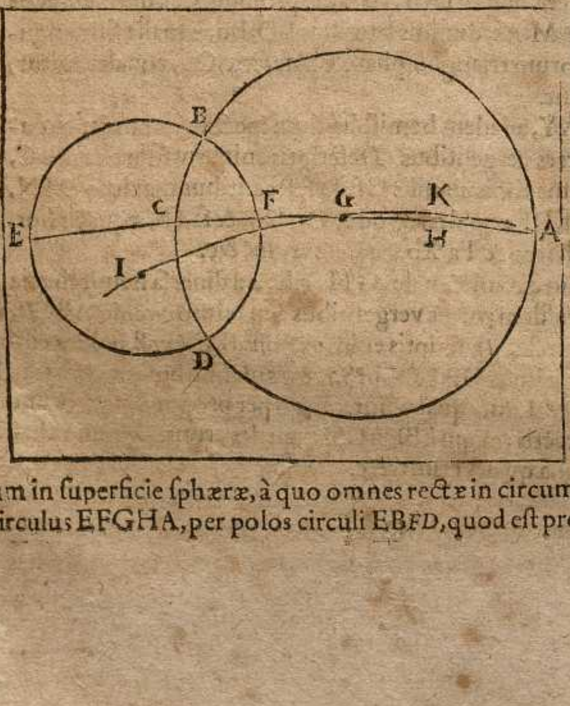
SI in sphæra circulus duos circulos parallelos ad easdem partes circuli maximi per eorum polos ducti tangat, arcus eorum inter puncta contactuum, & circulum quemlibet maximum per eorum polos ductum intercepti, similes sunt.



IN sphæra ABCD, sint duo circuli paralleli BD, EF, siue alter eorum sit maximus, siue neuter, & siue ad idem hemisphæriũ pertineant, siue ad diuersa, per quorum polos A, C, incedat maximus circulus ABCD, & ipsos tangat circulus GIH, in punctis G, H, ex eadem parte maximi circuli ABCD. Dico tam arcus BG, EH, quã DG, FH, esse similes. Describatur enim per A, polum circulorum BD, EF, & K, polum tangentis circuli GIH, circulus maximus AK. Igitur maximus circulus AK, qui descriptus est per A, K, polos circulorum EF, GIH, sese contingentium in H, [f] transibit per contactum H: Sic etiam idem maximus circulus AK, qui per A, K, polos
f 4.2. The. circulorum BD, GIH, se mutuo tangentium ducitur, transibit per contactum G. Quia vero maximi circuli AB, AG, per polos circulorum parallelorum EF, BD, ducuntur, erunt arcus intercepti EH, BG, similes, quod est propositum. Quod si paralleli sint æquales, erunt quoq; arcus EH, BG, non solum similes, verum etiam æquales, propterea quod similes arcus æqualium circulorum æquales sunt.

LEMMA XLVI.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus secans bifariam vnius segmẽtum, incedensq; per eius circuli polos; transit quoq; per alterius circuli polos.



IN sphæra duo circuli ABCD, EBFD, siue maximi, aut non maximi, siue vnus maximus, & alter non maximus, se mutuo secent in B, D, & maximus circulus EFGHA, transiens per G, polum circuli ABCD, secet eius segmentum BAD, bifariam in A. Dico eundem circulum maximum transire quoq; per polum circuli EBFD. Si enim nõ transit, ducatur per eius polum I, & per G, polum circuli ABCD, circulus maximus IGK. [g] Igitur hic circulus seca-
g 9.2. The. bit omnia segmenta datorum circulorum bifariam, ideoque per A, transibit. [h] Cum ergo maximi circuli se mutuo
h 11.1. The. secent bifariam, erunt GHA, GKA, semicirculi: atq; idcirco punctum A, in circumferentia, erit alter polus circuli ABCD, cum per coroll. theor. 1. scholij propos. 10. lib. 1. Theod. poli eiusdem circuli per diametrum opponantur, hoc est, per semicirculum maximi circuli distent inter se, quod est absurdum. Polus enim punctum est intra circulum in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ in circumferentiam cadentes, æquales sunt. Transit ergo maximus circulus EFGHA, per polos circuli EBFD, quod est propositum.

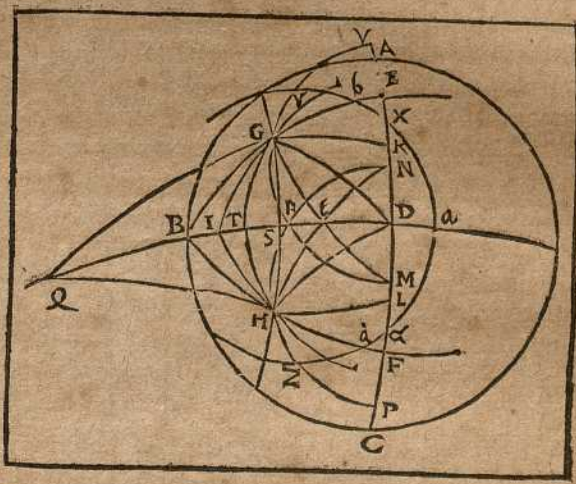
LEM-

LEMMA XLVII.

SI in sphæra per polum cuiusuis circuli maximi ducantur tres maximi circuli constituentes duos angulos in polo æquales; circulus quicunque ex quolibet puncto medij circuli, vt polo, descriptus abscindit tam ex alijs duobus maximis circulis, quam ex duobus circulis siue maximis, siue non maximis æqualibus, qui polos habent in primo circulo maximo à medio illo circulo maximo æqualibus interuallis distantes, arcus æquales ad easdem partes ab eodem primo circulo maximo inchoatos, in circulis tamen maximis vel non maximis æqualibus polos in primo illo circulo maximo habentibus, à punctis, quæ citra vel vltra polos eorum existunt.

IN sphæra ABC, per B, polum maximi circuli ADC, ducantur tres maximi circuli BD, BE, BF, facientes in B, angulos æquales EBD, FBD: Et primũ ex assumpto polo B, in medio circulo BD, descriptus sit circulus nõ maximus GSH, secans circulos maximos BE, BF, in G, H. Dico arcus EG, FH, esse æquales. Quoniam n. ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theo. arcus BE, BF, quadrantes sunt, ideoque æquales; si demantur arcus BG, BH, [a] qui æquales inter se sunt, quod ductæ chordæ BG, BH, æquales etiam sint, ex defin. poli, reliqui arcus EG, FG, æquales quoq; erunt, quod est propositum. a 28. tertij.

DEINDE ex alio polo I, assumpto in eodem medio circulo BD, descriptus sit circulus non maximus GSH, secans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rursum, æquales esse arcus EG, FH. Ductis enim maximis circulis IG, IH, DG, DH, describatur ex D, polo, per G, circulus GTH, secans circulum GSH, in H, puncto, quod dico esse illud, in quo circulus BF, à circulo GSH, secatur. Concipiantur enim per H, punctum intersectionis circulorum GSH, GTH, & per B, I, ducti circuli maximi HB, HI. Quoniam igitur duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, æqualia sunt, & basis IG, basi IH, æqualis; (sunt enim tam arcus DG, DH, quam IG, IH, æquales, cum cadant ex polis ad proprios circulos, erunt anguli GDI, HDI, æquales, ex propos. 18. nostrorum triang. sphær. Rursus quia duo latera BD, DG, duobus lateribus BD, DH, æqualia sunt, angulosque æquales continent, vt ostendimus; erunt per prop. 7. nostrorum triang. sphær. & bases BG, BH, & anguli ad B, æquales; sed ex hypothesi, arcus BH, ductus ad intersectionẽ ipsius cum circulo GSH, facit angulum HBD, angulo eidem GBD, æqualem. Igitur hic arcus ab eo, qui per B, & intersectionem circulorum GSH, GTH, ducitur, non differt, ne pars sit æqualis toti; ac proinde circuli GSH, GTH, in arcu BF, se intersecant. Quocirca ostendemus, vt proxime factum est, in triangulis IGD, IHD, angulos IDG, IDH, æquales esse, cum tria latera tribus lateribus sint æqualia: atq; hinc in triangulis BGD, BHD, bases BG, BH, æquales esse, ex prop. 7. nostrorum triang. sphær. Reliqui ergo arcus EG, FH, æquales quoque erunt, quod est propositum.



TERTIO ex alio polo Q, assumpto in eodem medio circulo BD, descriptus sit circulus maximus GSH, secans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rursum, arcus EG, FH, æquales esse. Descriptis n. per Q, G, & per Q, H, circulis maximis QG, QH, qui ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. quadrantes sunt, erunt per prop. 25. nostror. trian. sphær. anguli QGH, QHG, recti, ideoq; QGB, QHB, acuti. Et quia anguli DBE, DBF, æquales ponuntur, erant etiam ex duob. rectis reliqui GBQ, HBQ, æquales in triangulis QBG, QBH. Cum ergo & duo latera BQ, QG, duobus lateribus BQ, QH, æqualia sint, & reliquorum angulorum BGQ, BHQ, vterque recto minor, vt ostensum est; erunt per propos. 24. nostrorum triang. sphær. & latera BG, BH, ideoq; & reliqui arcus EG, FH, æquales, quod est propositum.

IAM vero ex polis K, L, vtcunque in maximo circulo ADC, assumptis, æqualiter tamen à puncto D, distantibus, describantur duo æquales circuli siue maximi, siue non maximi, MGV, NHP. Primum autem ex polo B, circulus non maximus describatur GSH, hoc est, parallelus circuli maximi ADC, secans, vel tangens duos circulos in G, H. Dico tam duos arcus MG, NH, quam duos VG, PH, esse æquales. Describatur enim ex polo D, per G, circulus GTH, secans circulum GSH, in H, puncto, quod dico esse illud, in quo GSH, circulum NHP, secat. Ductis enim arcubus circulorum maximorum DG, DH, KG, LH, & BH: quoniam duo latera DG, DB, duobus lateribus DH, DB, æqualia sunt, & basis BG, basi BH, æqualis: (Nam tam DG, DH, quam BG, BH, ex polis ad circumferentias propriorum circulorum æquales sunt) erunt per propos. 18. nostrorum triang. sphær. & anguli GDB, HDB, ac proinde & ex rectis reliqui GDK, HDL, æquales erunt. Igitur quia duo latera GD, DK, duobus lateribus HD, DL, æqualia sunt, cum poli K, L, ponantur æqualiter distare à D; angulosq; continent æquales, vt ostendimus; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases KG, LH, æquales. Cum ergo KG, sit ex polo K, ad circumferentiam VGM, erit quoque LH, ex polo L, ad circumferentiam PHN, cum hæc circumferentia illi sit æqualis; ideoque punctum H, erit in circumferentia NHP, hoc est, in puncto, vbi à circulo GSH, secatur. Quapropter ostendemus, vt proxime factum est, in triangulis BDG, BDH, angulos D, æquales esse, ac proinde & ex rectis reliquos GDK, HDL: Atque hinc ex propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases KG, LH, & angulos K, L, æquales esse. Quoniã igitur, ductis maximis circulis MtG, NtH, duo latera KG, KM, duobus lateribus LH, LN, æqualia sunt, cum sint ex polis ad æquales circulos; angulosq; continent æquales, vt ostensum est: erunt quoq; bases MG, NH, æquales, ex propos. 7. nostrorum triang. sphær. [b] atq; idcirco & chordæ ductæ MG, NH, æquales erunt; [c] atq; hinc & arcus MRG, NRH, æquales erunt. Cum ergo MGV, NHP, semicirculi sint, [d] quod maximus circulus ADC, per eorum polos ductus secet circulos bifariam; erunt quoq; reliqui arcus VG, PH, æquales, quod est propositum. b 29 tertij. c 28. tertij. d 15.1. The.

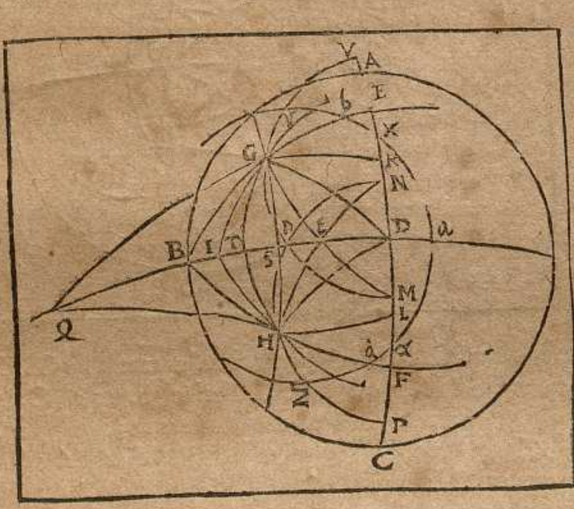
EODEM prorsus modo propositum concludemus, si ex alio quouis polo I, vel Q, assumpto in circulo BD, circulus describatur GSH, etiamsi descriptus ex Q, maximus sit, ita vt QG, QH, quadrantes sint.

NON diuersa ratio fere erit, si ex D polo circulus quilibet describatur G T H, secans maximos BE, BF, vel circulos ex polis K, L, descriptos in G, H. Descripto enim ex polo B, per G, circulo GSH, secante circulum GTH, in H, puncto, similiter ostendemus, illud esse in circulo BF. Ductis namque circulis maximis DG, DH, B H, erunt duo latera BD, B G, duobus lateribus BD, BH, æqualia, & basis D G, basi D H, æqualis, cum B D, arcus sit communis, & alij ex polis ad proprias circumferentias ducti. Igitur per propos. 18. nostrorum triangul. sphær. anguli ad B, æquales erunt: Sed arcus BF, ex hypothesi facit etiam angulum FBD, angulo EBD, æqualem. Igitur arcus per B, & punctum H, intersectionis circulorum GTH, GSH, ab arcu B F, non differt. Ergo arcus BG, BH, ex polo ad circumferentiam GSH, æquales erunt, quibus demptis ex quadrantibus BE, BF, reliqui arcus EG, FH æquales quoq; erunt, quod est propositum.

RVRSVS ductis maximis circulis MtG, NtH, KG, LH; & descripto ex quouis polo I, in BD, assumpto circulo GSH, per G, secante circulum GTH, in H, monstrabimus, vt prius, punctum H, esse in circulo NHP. Nam ductis maximis circulis IG, IH, duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, æqualia sunt, & basis IG, basi IH, æqualis, quod I D, sit arcus communis, & alij ex polis ad proprias circumferentias ducti. Igitur per propos. 18. nostrorum triang. sphær. anguli IDG, IDH, ideoque & ex rectis reliqui GDK, HDL, æquales erunt. Sunt autem & duo latera DG, DK, duobus lateribus DH, DL, æqualia. Nam D G, D H, arcus sunt ex polis circulorum æqualium ad circumferentias, & DK, DL, sunt arcus positi æquales, nimirum distantiæ polorum K, L, à puncto D. Igitur per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases KG, LH, æquales erunt. Cum ergo KG, ducatur ex polo K, ad suam circumferentiam, ducetur quoque LH, ex polo L, ad suam circumferentiaam, cum hæc illi sit æqualis, hoc est, punctum H, intersectionis circulorum GTH, GSH, in circulo NHP, existet. Quo posito, probamus ex propos. 18. nostrorum triang. sphær. angulos DKG, DLH, æquales esse, quod tria latera KG, KD, DG, tribus lateribus LH, LD, DH, æqualia sint. Quamobrem cum duo quoq; latera GK, KM, duobus lateribus HL, LN, sint æqualia circa illos angulos, cum arcus sint ex polis K, L, ad circumferentias æquales; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases MtG, NtH, æquales,[a] ideoq; & ductæ chordæ MG, NH, æquales erunt,[b] ac proinde & arcus MRG, NRH, æquales erunt, &c. quod est propositum.

a 29. tertij. b 28. tertij.

DEMONSTRATIO hæc locum habet, vt constat, siue circuli M G V, N H P, se mutuo secent, siue tangant in D, siue deniq; vnus totus extra alterum existat. Sed quando se tangunt in D, tam arcus DH, NH, quam DG, MG, coincidunt, atq; ita breuior efficitur demonstratio.



QVOD si quando accidat, circulum ex polo vtcunque assumpto in circulo BD, descriptum secare circulum ADC, qualis est circulus YXaZ, secans ADC, in X, a, erunt semper puncta sectionum X, a, à puncto D, æqualiter remota;[c] propterea quod circulus maximus B D, per polos circulorum ADC, YaZ, descriptus secat eorum segmenta XDa, Xa a, bifariam in D, & a. Erunt autem rursum, vt demonstratum est, tam arcus Eb, Fd, quam arcus MGY, NHZ, & VY, PZ, æquales. Itaq; si eiusmodi circulus polum habens in B D, circulo maximo, transeat per alterum polorum K, vel per quodcunque punctum à polo K, remotum, transibit quoque per alterum polum L, vel per punctum, quod tanto interuallo absit à polo L, quanto illud alterum à polo K, abest, siue ea puncta à polis recedant versus D, siue versus A, C: quia hac ratione eiusmodi puncta à puncto D, semper sunt æque remota, vt patet.

c 9. 2. The.

VICISSIM circulus quicunque YaZ, secans circulum maximum A D C, in punctis X, a, æqualiter distantibus à puncto D, ac proinde & à polis K, L; polos habet necessario in maximo circulo D B, per D, & polos circuli ADC, ducto. Quoniam enim circulus maximus DB, secat segmentum Xa, bifariam in D, transitque per eius polos, ex hypothesi, transibit idem quoq; D B, per polos circuli YaZ, priorem secantis in X, a, ex præcedenti lemmate 46.

CÆTERVM quando circa polum B, parallelus maximi circuli A D C, describitur, abscindet is arcus æquales ex omnibus maximis circulis per B, ductis, etiamsi in B, angulos non constituant æquales; Itemque ex omnibus non maximis æqualibus polos habentibus in maximo circulo ADC, etiamsi poli non æqualiter distent à medio circulo BD. In maximis propositum facile sic concludemus. Cum n. omnes ducantur per polos parallelorum ADC, GSH,[d] erunt eorum arcus inter dictos parallelos, æquales. In non maximis vero hæc erit demonstratio. Si ex punctis, in quibus à parallelo maximi circuli ADC, secantur, ad maximum circulum ADC, perpendiculares demittantur,[e] cadent eæ in communes eorum sectiones cum maximo circulo ADC, hoc est, in eorum diametros:[f] (Cum enim maximus circulus A D C, per eorum polos ductus secet eos bifariam, erunt illæ communes sectiones eorum diametri) ac proinde sinus recti erunt arcuum abscissorum. Cum ergo perpendiculares illæ omnes sint inter se æquales.[g] (Quoniam enim omnes parallelæ sunt, si per quaslibet duas planum ducatur,[h] fient communes eius cum planis parallelis ADC, GSH, sectiones parallelæ;[i] ac proinde in parallelogrammo latera opposita æqualia erunt, nimirum duæ illæ perpendiculares: & sic de cæteris) erunt quoq; arcus, quorum sinus sunt, æquales. quippe cum in circulis æqualibus æquales sinus habeant arcus æquales, vt in definitionibus sinuum demonstrauimus.

d 10. 1. The. e 38. vndec. f 15. 1. The. g 6. vndec. h 16. vnde. i 34. primi.

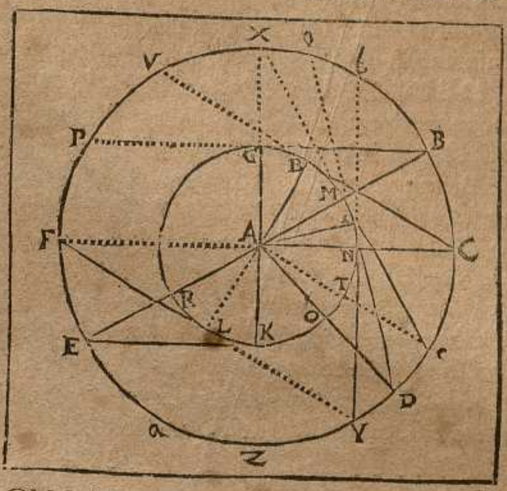
LEMMA XLVIII.

SI ex eodem centro duo circuli descripti sint, & ex quotlibet punctis circumferentiæ interio-

terioris ad exterioris circumferentiam rectæ æquales ducantur; vna autem earum interiorem
circulum tangere ponatur, tangent eundem & reliquæ. Et si plures lineæ interiorem circulum
tangentes versus eandem partem ducantur, versus sinistram videlicet, aut dextram, ipsæ inter
se æquales, & arcus inter binas comprehensi, similes erunt.

EX eodem centro A, descripti sint duo circuli BCDEF, GHIKL, & ex punctis G, H, I, rectæ æquales
ducantur GB, HC, ID, quarum GB, circulum GHIKL, tangere ponatur. Dico & HC, ID, eundem tangere.
Iunctis enim semidiametris GA, HA, IA, & BA, CA, DA; quoniam duo latera BG, GA, duobus lateribus CH,
HA, æqualia sunt, & basis BA, basi CA; [a] erunt & anguli AGB, AHC, æquales: [b] Est autem AGB, rectus Igi- [a] 8. primi.
tur & AHC, rectus erit; ac proinde, per coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. recta HC, circulum GHI, tanget in H, at- [b] 18. tertij.
que ita de cæteris.

DVCTÆ iam sint ad easdem partes quotuis tangentes BG, CH, DI, SM. Dico eas & æquales esse, & tam
arcus GH, BC, quam GI, BD, & GM, BS, similes esse. Iunctis enim eisdem semidiametris, secetur interior cir-
culus in M, N, O, T, à semidiametris AB, AC, AD, AS. Et
quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus AC, AH,
æqualia sunt; & anguli AGB, AHC, æqualibus lateribus
AB, AC, oppositi æquales, [c] quod recti sint, reliquorum [c] 18. tertij.
quoque angulorum B, C, reliquis lateribus æqualibus
AG, AH, oppositorũ vterq; recto minor. [d] quod tã duo [d] 17. primi
G, B, quam duo H, C, duobus rectis sint minores. Igitur
per ea, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrauimus, erunt
etiam latera BG, CH, æqualia, & anguli BAG, CAH, æ- [e] 26. tertij
quales. Ex quo fit, [e] arcus quoque GM, HN, æquales es-
se, & ablato cõmuni HM, reliquos quoque GH, MN, esse
æquales: Cum ergo ex schol. prop. 22. li. 3. Eucl. arcus MN,
arcui BC, similis sit; erit quoque arcus GH, eidem arcui
BC, similis. Eodem pacto ostendes arcus GM, IO, esse æ-
quales, ideoq; addito communi MI, totos etiam GI MO,
æquales esse; ac proinde cum MO, ipsi BD, similis sit, erit



quoque GI, eidem BD, similis. Non secus monstrabis arcus GM, MT, æquales esse. Cum ergo MT, similis sit
ipsi BS, erit quoque GM, eidem BS, similis.

CÆTERVM tangentes esse ęquales, ita facile etiam ostendemus. Productis tangentibus BG, DI, ad P, Q,
erunt ex schol. propos. 18. lib. 3. Eucl. ipsæ inter se æquales, bifariamque in G, I, punctis contactuum secabuntur.
Igitur semisses BG, DI, æquales erunt; & sic de alijs. Hinc facile concludemus, [f] angulos GAB, IAD, æquales es- [f] 8. primi.
se, propterea quod latera AB, AG, lateribus AD, AI, æqualia sunt, & basis BG, basi DI, æqualis, &c.

QVOD si puncta contactuum G, K, per diametrum opponantur, vt semicirculus sit GIK, erit quoq; BDE,
semicirculus, hoc est, ipsi GIK, similis. Erit enim tam BD, ipsi GI, quam DE, ipsi IK, similis, vt monstratum est;
ac propterea per lemma 6. & totus BDE, toti GIK, similis erit. Quod tamen hac etiam ratione demonstrare li-
cet. Iunctis rectis AB, AE, quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus AE, AK, æqualia sunt, & basis BG, ba-
si EK, æqualis, vt ostensum est; [g] erunt anguli BAG, EAK, æquales. Igitur ex ijs, quæ ex Proclo ad propos. 15. libr. [g] 8. primi.
1. Eucl. demonstrauimus, rectæ AB, AE, vnam rectam conficient; ac proinde diameter erit BE, & arcus BDE,
semicirculus. Vel sic. Propter angulos BAG, EAK, æquales, [h] erunt arcus GM, KR, æquales, additoque cõmuni [h] 26. tertij
MK, toti arcus GMK, MKR, æquales erunt: Sed ille est semicirculus, ergo & hic; atque idcirco diameter erit
MAR, ideoque BDE, semicirculus.

EADEM ratione, si puncta contactuum G, L, distent per arcum GKL, semicirculo maiorem; quoniam
arcus KL, EF, ostensi sunt similes; si adijciantur semicirculi KIG, EDB, erunt per lemma 6. similes quoque toti
arçus GKL, BDF.

SCHOLIVM.

*EFFICITVR ex hoc, si puncta contactuum circulum interiorem in partes æquales secent, exteriorem à tangentibus in
partes quoque distribui æquales. Ita vides tam arcus GH, HM, MN, quam BC, CS, ST, æquales esse.*

*ITAQVE si ducendæ sint plurimæ lineæ tangentes circulum GHIK, in punctis ipsum in partes æquales diuidentibus, vt
in G, H, M, N, T, &c. ducenda erit vna, vt GB. Si namque ex A, quicunque circulus describatur secans GB, in B, diuidaturq; in
æquales partes BC, CS, ST, &c. initio facto à puncto B, transibit tangens in H, per C; in M, per S; in N, per Y; in T, per Z, &c.*

*SED vt habeas bina puncta in exteriori circulo, per quæ tangentes sunt ducendæ, ducenda erit ex centro A, per vnam par-
tium æqualium circuli GHIK, vt per M, secundam partem, recta AM, secans primam tangentẽ in B, & per B, ex A, circulus de-
scribendus, atque in totidem partes æquales distribuendus, (initio facto à B,) in quot partes circulus GHIK, sectus est; vt in pro-
posita figura, in 12. partes æquales BC, CS, SY, YZ, Za, aE, EF, FP, PV, VX, Xb, bB. Nam cum ex scholio propos. 27. libr. 3. Eucl.
recta AX, secet arcum BXP, bifariam in X, continebuntur in toto arcu BXP, bis tot partes æquales, quot in BX, hoc est, in simili
GM, continentur. Tangens igitur BP, ducitur per duo puncta B, P, terminantia quatuor partes æquales. Sic tangens CV, trãs-
ibit per similia duo puncta C, V, cum tot partes in arcu BXP, quot in arcu CBV, contineantur, & C, terminet vnam partem;
quod arcus BC, GH, similes sint ostensi. Idem dicendum est de tangentibus SX, Yb, FY, &c. Itaque singulæ tangentes per terna
puncta hac ratione ducentur. Verum bina puncta cuiusuis tangentis in exteriori circulo vtcunque descripto inuenientur quo-
que, si ad interuallum rectæ GB; ex puncto contactus duo puncta in exteriori circulo notentur. Nam omnes tangentes æquales
sunt, vt demonstratum est. Hac ratione interuallo GB, ex puncto contactus H, reperientur duo puncta C, V, & ex M, duo pun-
cta S, X, &c.*

LEMMA XLIX.

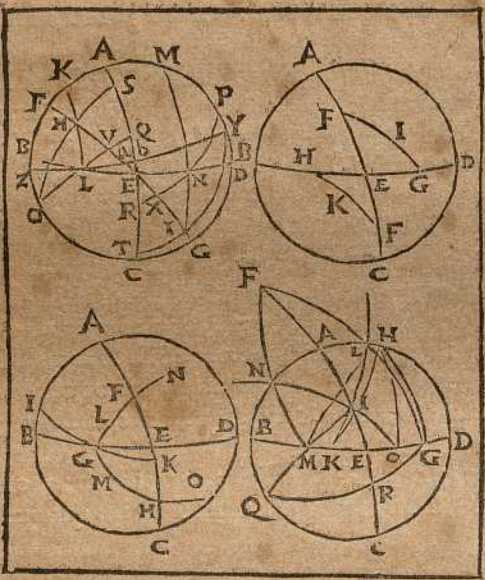
PAVCA quædam de declinationibus, latitudinibus ortiuis, aſcenſionibuſque rectis & obliquis demonſtrare.

Parallelus quilibet per duo pũcta ab alterutro pũcto tropico æqualiter diſtantia tranſit.
[a] 9.2. The.

1. SIT in prima figura Meridianus ABCD, Æquator AC; Horizon obliquus BD, ſecans Æquatorem in E, & per E, tranſeat Ecliptica FG, vt E, ſit principium ♈, vel ♎; F, ♑; & G, ♋: ſintque arcus Eclipticæ EH, EI, æquales, & per H, I, paralleli ducantur KL, MI, ſecantes Horizontem in L, & N; ac denique per L, N, H, I, & polos mundi O, P, circuli maximi declinationum ducantur OL, PN, OH, PI, ſecantes Æquatorem in Q, R, S, T. Dico parallelum KL, tranſire per duo puncta Eclipticę æque remota à tropico pũcto F. Quod idem de parallelo MI, dicendum eſt. Quoniam enim maximus circulus ABCD, per polos ſecat circulos FE, KL, ſeſe in H, & in altero puncto ex alia parte Meridiani ABCD, ſecantes; [a] ſecabit idem eorum ſegmenta bifariam. Igitur alterum punctum ſectionis ex alia parte Meridiani, in quo parallelus KL, Eclipticam ſecat, tantum abeſt à tropico puncto F: in Ecliptica, quantum ab eodem punctum H, abeſt; ac proinde parallelus KL, per duo puncta Eclipticæ æqualiter à tropico puncto F, remota tranſit. Eademque ratione parallelus per I, & per aliud pũctum ex alia parte Meridiani tranſit, quod æqualem cum puncto I, diſtantiam habet à puncto tropico G.

Duo paralleli per duo puncta Eclipticæ æqualiter ab alterutro puncto æquinoctiali, vel à duobus aut etiam à duobus pũctis tropicis diſtantia ducti declinationes habent æquales.
[b] 15.1. The.
[c] 10. 2. Th.

2. DEINDE dico, duos parallelos KL, MI, ab alterutro æquinoctiali puncto, vel à duobus, aut etiam à duobus punctis tropicis F, G, æqualiter diſtantes, declinationes habere æquales HS, IT,. Quoniam enim in triangulis HES, IET, [b] anguli S, T, recti ſunt, & anguli ad verticem E, æquales, ex propoſ. 6. noſtrorum triang. ſphær. Ponuntur autem & arcus Eclipticæ EH, EI, rectis angulis oppoſiti, æquales: erunt per propoſ. 21. noſtrorum triang. ſphær arcus etiam HS, IT, declinationum punctorum H, I, æquales. Atque ita duo puncta H, I, Eclipticæ, ab eodem Æquinoctij puncto E. æque remota, vel paralleli per ea puncta ducti KL, MI, æquales habent declinationes. Quod ſi dentur puncta H, I, æqualiter diſtantia à tropicis punctis F, G, verſus eandem ſectionẽ E, vernalem, vel autumnalem, diſtabunt eadem ab E, æqualiter. Igitur, vt proxime oſtendimus, paralleli per ea ducti habent ęquales declinationes. Si denique vnum punctum, v.g. H ponatur diſtare à tropico puncto F, verſus autumnale punctum E, alterum vero punctum eadem diſtantia remoueri à tropico puncto G, verſus punctum vernale, ita vt priori per diametrum ſit oppoſitum, ſumemus aliud punctum I, verſus prius punctum E, autumnale, in eadem diſtantia à puncto G: habebuntque rurſum puncta H.I, vt proxime oſtendimus, æquales declinationes HS, IT. Et quia idem parallelus trãſit per I, & punctum reſpondens ex altera parte datum vt Nu. 1. demonſtratum eſt, habentque omnia puncta eiuſdem paralleli æquales declinationes, [c] quod omnes arcus maximorum circulorum per polos mundi ductorum, cuiuſmodi ſunt declinationum circuli, inter quemuis parallelum & Æquatorem, ſint æquales; habebunt quoq; paralleli per H, & alterum illud punctum Eclipticæ pũcto I, ex altera parte reſpondens, quod ipſi H, opponitur, declinationes æquales.



Iidem duo paralleli habent latitudines ortiuas æquales.

3. TERTIO dico, eoſdem duos parallelos habere latitudines ortiuas EL, EN, æquales. Quoniam enim in triangulis ELQ, ENR, anguli Q, R, recti ſunt, & anguli ad E, verticem ex propoſ. 6. noſtrorum triang. ſphær. æquales; Item & arcus declinationum LQ, NR, angulis æqualibus ad E, oppoſiti, oſtenſi ſunt æquales; denique arcus EL, EN, rectis angulis æqualibus Q, R, oppoſiti ſemicirculum non conficiunt, cum quilibet ſit quadrãte minor, vtpote latitudo ortiua, quę ſemper quadrante minor eſt; erunt per propoſ. 22. noſtrorum triãg. ſphær. arcus quoq; EL, EN, hoc eſt, latitudines ortiuę ęquales.

Iidem duo paralleli æquales sũt.
[d] 17. 2. Th.

4. QVARTO dico eoſdem duos parallelos eſſe æquales. Cum enim arcus EL, EN, inter ipſos, & Æquatorem interiecti, oſtenſi ſint æquales, [d] erunt ipſi paralleli KL, MI, æquales.

Quaterna puncta Eclipticæ æquales habere declinationes, & latitudines ortiuas; & quanã illa ſint. Satis eſſe, vt declinationes, latitudineſque ortiuæ omnium punctorũ vnius quadrãtis Eclipticæ inueniantur.
[e] 13.2. Th.

5. SEQVITVR ex his, quaterna ſemper puncta Eclipticæ, quorum bina oppoſita ſint per diametrum, & bina à duobus punctis æquinoctialibus aut tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico, æqualiter diſtantia, habere æquales declinationes, latitudineſque ortiuas. Huiuſmodi puncta ſunt initium ♉, initium ♍, initium ♒, & initium ♓, quorum priora duo à principio ♋, poſteriora duo à principio ♑, æqualiter diſtant: item primum ac vltimum æquali interuallo abſunt à principio ♈, & intermedia duo à principio ♎. Et quoniam per priora duo idem parallelus tranſit, & per poſteriora duo vnus alius & idem parallelus, vt Nume. 1. eſt demonſtratum, habebunt tam illa duo, quàm hæc, declinationes, latitudineſque ortiuas æquales, vt oſtendimus Num. 2. & 3. Sed vt ibidem demonſtratum eſt, etiam primum & vltimum declinationes, latitudineſque ortiuas æquales habent, cum æqualiter à principio ♈, diſtent. Igitur omnia quatuor æquales declinationes, ac latitudines ortiuas habent, quorum primum ac tertium, nec non ſecundum ac quartum, per diametrum opponuntur, cum tam illa, quàm hæc, æquali interuallo diſtent à principijs ♈, & ♎, ſecundum ſucceſſionem ſignorum. Itaque ſatis eſt, ſi inueniantur declinationes, latitudineſque ortiuæ punctorum vnius quadrantis Eclipticæ, cum hæ punctis quoque aliorum trium quadrantum conueniant, ſi puncta ſumantur, vt dictum eſt.

POSSVNT omnia hæc facilius, ac breuius ex Theodoſio, demonſtrari hoc modo. Quoniam Ecliptica EF, tangit vnum parallelorum, nimirum tropicum ♋, vel ♑, [e] erunt duo eius arcus inter Æquatorem, ac parallelum KL, quorum vnus eſt EH, inter ſe æquales. Igitur & ex quadrantibus reliqui vſque ad Meridianum, quo-

rum

tum vnus eſt HF, æquales erunt: atque idcirco idem parallelus KL, per duo puncta à tropico puncto F, æquali-
ter remota tranſibit. Eademque ratio eſt de parallelo MI.

DEINDE quia arcus Eclipticæ EH, EI, ponuntur æquales, cum paralleli KL, MI, ab æquinoctiali puncto
E, aut à duobis punctis tropicis F, G, æqualiter ponantur diſtare; [a] erunt ipſi paralleli KL, MI, æquales. [b] Igitur [a] 17.2. Th.
tam duo arcus circuli maximi per mundi polos ducti inter Æquatorem, & dictos parallelos intercepti, qui eo- [b] 18.2. Th.
rum declinationes metiuntur, quam duo arcus EL, EN, Horizontis, qui eorundem parallelorum latitudines
ortiuas determinant, æquales inter ſe erunt. Ex quo rurſum ſequitur, quaterna Eclipticæ puncta ęquales habe-
re & declinationes, & latitudines ortiuas.

6. DICO ſexto, quaternos arcus Eclipticæ æquales, quorum bini per diametrum ſint oppoſiti, & bini à
duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico æqualiter remoti, *Qui arcus*
æquales habere aſcenſiones in ſphæra recta. Dico autem, duos illos arcus eſſe oppoſitos, quorum puncta extre- *Eclipticæ*
ma per diametrum opponuntur: æqualiter vero diſtare à punctis æquinoctialibus, vel tropicis, quorum extre- *dicãtur op*
ma puncta ab eiſdem æqualiter abſunt, ita vt propinquiora duo habeant æquales diſtantias, & remotiora item *poſiti, &*
æquales. Sint ergo primum duo arcus Eclipticæ EH, EI, æquales ab eodem puncto æquinoctiali E, inchoa- *qui æquali*
ti, ac proinde & reliqui HF, IG, ęquales à tropicis punctis F, G, inchoati: eruntque ES, ET, aſcenſiones rectę ar- *ter diſtan-*
cuum EH, EI, & AS, CT, aſcenſiones rectæ arcuum FH, GI: probandum autem eſt, tam ES, ET, quam AS, CT, *tes ab ali-*
æquales eſſe, quod ſic fiet. Quoniam in triangulis EHS, EIT, [c] anguli S, T, recti ſunt, & anguli ad verticem E, *quo puncto*
æquales, ex propoſ. 6. noſtrorum triang. ſphær. Ponũtur autem & arcus EH, EI, rectis angulis oppoſiti, æquales, *Eclipticæ.*
erunt per propoſ. 21. noſtrorum triang. ſphær. arcus etiã ES, ET, æquales, ideoq; & ex quadrantibus reliqui AS, [c] 15.1. The.
CT. Et quoniam, vt Num. 1. oſtenſum eſt, parallelus KL, tranſit ex altera parte Meridiani per aliud punctũ Ecli-
pticæ, quod æqualiter cum puncto H, à puncto tropico F, diſtat, atque adeo tantum ab altero puncto æquino-
ctiali, quantum H, ab E, abeſt: ſi per illud ex polo O, circulus ducatur maximus, abſcindetur ab Æquatore arcus
omnino æqualis arcui ES; propterea quod triangulum triangulo EHS, æquale conſtituitur. Nam angulus, quẽ
Ecliptica cum Æquatore in illa ſectione facit, æqualis eſt angulo HES, cum tam ille, quam hic ſit angulus maxi-
mæ declinationis; & anguli ad Æquatorem, quibus arcus Eclipticæ æquales opponuntur, nimirum S, & in alio
triangulo ei reſpondens, recti ſunt. Igitur per propoſ. 21. noſtrorum triang. ſphær. arcus ES, arcui reſpondenti in
alio illo triangulo æqualis eſt; ac proinde & ex quadrantibus reliqui, videlicet AS, & ei reſpondens ex altera par-
te, æquales ſunt. Eodemque modo oſtendentur ET, CT, æquales arcubus reſpondentibus ex altera parte, quos
idem parallelus MI, dirimit. Quocirca tam quatuor arcus EH, EI, & eis reſpondentes à duobus punctis æquino-
ctialibus inchoati, quorum bini ſunt oppoſiti, (nimirum EH, & reſpondens arcus arcui EI, & EI, atq; arcus ar-
cui EH, reſpondens) & bini æqualiter à duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis remoti, quam quatuor ar-
cus à punctis tropicis inchoati, nimirum FH, GI, & eis ex altera parte reſpondentes, quorum bini etiam oppo-
ſiti ſunt, &c. æquales habent aſcenſiones rectas.

SED ſint iam quatuor arcus æquales HV, IX, eiſq; ex altera parte reſpondentes duo, neq; à punctis æquino-
ctialibus, neq; à tropicis inchoati, ſed ab eis æqualiter remoti. Dico eorũ quoq; aſcenſiones rectas, arcus ſcilicet
QS, RT, & duos, ipſis altera ex parte reſpõdẽtes, ęquales eſſe. Nã vt proxime mõſtratũ eſt, tã quatuor arcus EH,
EI, & eis reſpõdẽtes altera ex parte, ab æquinoctialibus pũctis inchoati, quã quatuor arcus EV, EX, eiſque altera
ex parte reſpõdẽtes, à pũctis etiã æquinoctialibus inchoati, aſcenſiones habẽte ęquales, arcus videlicet ES, ET,
eiſq; ex altera parte reſpõdẽtes, & arcus EQ, ER, eiſq; reſpõdẽtes altera ex parte. Igitur & reliqui arcus quatuor
QS, RT, eiſq; altera ex parte reſpõdẽtes, ęquales erũt. Manifeſtũ aũt eſt, & hic binos eſſe oppoſitos, nimirũ HV,
& eũ, qui altera ex parte arcui IX, reſpõdet; Itẽ IX, & eum, qui altera ex parte arcui HV, reſpõdet; binos aũt vel à
duobus pũctis æquinoctialibus, & tropicis, vel ab vno eodemq; ęqualiter diſtantes. Nã HV, eique reſpõdens al-
tera ex parte, ęqualiter diſtãt à duobus pũctis æquinoctialibus. Et ab vno eodẽq; puncto tropico F, vel G; ꝙ et-
iã de arcu IX, eiq; reſpõdente ex altera parte dicendũ eſt: At tã duo arcus HV, IX, quã duo eis altera ex parte re-
ſpõdentes, æqualiter recedũt ab eodẽ pũcto ęquinoctiali E, vel alio oppoſito, & à duobus pũctis tropicis F, & G.

ITAQVE ſatis eſt, ſi aſcẽſiones rectæ omniũ arcuũ primi quadrãtis Eclipticæ ab ♈, inchoatorũ inquirãtur. *Satis eſſe*
Ex his .n. tota tabula rectarũ aſcenſionũ cõſtruetur. Nã illis inuẽtis, ſi maiores primũ, deinde minores ex ſemi- *vt aſcẽſio-*
circulo auferãtur, relinquẽtur aſcẽſiones arcuũ quadrãte maiorũ, & ab ♈, inchoatorum. Vt aſcẽſio recta primi *nes rectæ*
quadrãtis ab ♈, vſq; ad ♋, eſt quadrans. Et ſi aſcẽſio arcus gr. 89. ex ſemicirculo detrahatur, reliqua fiet aſcenſio *omniũ ar-*
arcus gr. 91. Sic ex aſcenſione gr. 88. colligemus aſcenſionẽ gr. 92. &c. quia aſcẽſio gra. 89. ab ♈, verſus ♋, æqualis *cuum pri-*
eſt aſcẽſioni gr. 89. à ♎, verſus ♋, vt hic demonſtratũ eſt. Quare ſi ex ſemicirculo tollatur, remanebit aſcẽſio re- *mi quadrã*
liqui arcus gr. 91. cum ſemicirculi aſcẽſio ſit ſemicirculus. Sic aſcenſio gr. 88. ab ♈, verſus ♋, æqualis eſt aſcẽſioni *tis Eclipti-*
grad. 88. à ♎, verſus ♋, &c. Deinde ſi aſcenſiones omnium arcuum ab ♈, inchoatorum, vſque ad ♎, adijciantur *cæ reperiã-*
ſemicirculo, fient aſcenſiones omnium arcuum ſemicirculo maiorum ab ♈, vſque ad ♈, ſeu finem ♓. *tur.*

7. ARCVS Eclipticæ quadrãte minores ab æquinoctialibus pũctis inchoati, maiores ſunt ſuis aſcẽſionibus
rectis à tropicis vero pũctis inchoati, minores. Quoniã .n. in triãgulo OFH, duo latera OF, OH, ſemicirculo sũt *Qui arcus*
ſimul minora; cũ ſingula ſint minora quadrãte, quippe cũ quadrãtes ſint OA, OS; erit angulus externus OHE, *Eclipticæ*
maior interno recto OFH, hoc eſt, obtuſus, ex prop. 14. noſtrorũ triãg. ſphær, ideoq; ex duobus rectis reliquus *maiores*
EHS, acutus minorq; recto ESH. Igitur per prop. 11. noſtror. triãg. ſphęr. arcus Eclipticę EH, maior erit arcu Æ *ſint ſuis aſ-*
quatoris ES, qui eſt illius aſcenſio recta; atque idcirco reliquus HF, ex quadrãte EF, minor reliquo SA, ex qua- *cẽſionibus*
drante EA. Conſimiliſque demonſtratio fiet in arcubus EI, IG, & in alijs qui ab alio puncto æquinoctiali ſu- *rectis, &*
munt initium, reſpondentque arcubus EH, HF, EI, IG. *qui mino-*
res.

EX hoc colligitur, arcus Eclipticę à principio ♈, inchoatos, & minores quadrãte, maiores eſſe ſuis aſcẽſioni-
bus rectis; maiores vero quadrãte, & ſemicirculo minores, minores aſcẽſionibus ſuis rectis, quia aſcenſio primi
quadrãtis eſt quadrãs, deinde vero arcus Eclipticę adiecti vſq; ad finẽ ♍, ſemper minores ſunt ſuis aſcẽſionibus
rectis; Arcus aũt ſemicirculo maiores, & tribus quadrantibus minores, rurſum maiores eſſe ſuis rectis aſcẽſioni-
bus; propterea ꝙ ſemicirculus ab ♈, vſq; ad ♎, habet aſcenſionẽ ſemicirculũ poſt, quẽ iterũ arcus adiecti maio-
res ſunt ſuis aſcẽſionibus rectis: Arcus deniq; tribus quadrãtibus maiores, iterum eſſe minores aſcẽſionibus ſuis
rectis, eo quod tres quadrãtes Eclipticę aſcenſionẽ habẽt tres quadrãtes, deinde vero arcꝰ adiecti ſuis rectis aſcẽ-
ſionibus ſunt minores, quæ omnia hic demonſtrata ſunt.

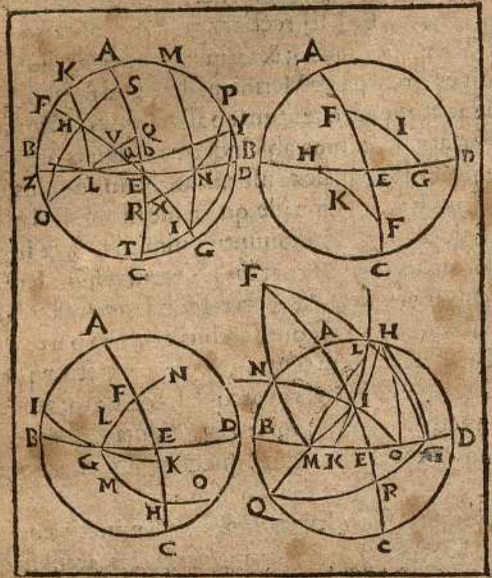
SED

Ascensio recta cuiusuis arcus, vel puncti, æqualis est descensioni rectæ eiusdem arcus.

SED & hoc compertum est, in sphæra recta ascensionem cuiusuis arcus, seu puncti Eclipticæ esse æqualem descensioni eiusdem. Quia nimirum descensio est ascensio supra Horizontem rectum antipodum, quibus tunc arcus ille, vel punctum oritur. Cum ergo ascensiones rectæ in omni Horizonte recto eodem modo se habeant, liquet id, quod proponitur. Vel sic. Quoniam arcus oppositi æquales eandem habent ascensionem, vt Num. 6. ostensum est, estq; eadem ascensio cuiusuis arcus, quæ descensio arcus æqualis oppositi, cum semper semicirculus Eclipticæ sit supra Horizontem: fit vt ascensio & descẽsio illius arcus, qui arcui cuipiam oppositus est, æquales sint, quandoquidem æquales sunt ascensioni huius arcus cui opponitur. Verbi gratia, Ascensioni ♈, æquales sunt ascensio & descensio ♎. Igitur ascensio & descensio ♎, æquales sunt. Et sic de cæteris.

Circulus maximus ex polo mũdi per intersectionem paralleli cuiuslibet puncti Eclipticæ cum Horizonte obliquo ductus, intercipit cum Horizonte in Aequatore differentiam ascensionalẽ illius puncti Eclipticæ: cum circulo vero alio maximo per illud punctũ Eclipticæ ducto, ascẽsionem obliquam arcus inter illud punctum, & Horizontẽ positi.

8. IN omni Horizonte obliquo maximus circulus ductus ex polo mundi per punctum Horizontis, vbi à parallelo per quodlibet punctum Eclipticæ descripto secatur, intercipit cum Horizonte in Æquatore arcum differentiæ ascensionalis illius puncti Eclipticæ, siue arcus Eclipticæ ab alterutro puncto æquinoctiali ad illud punctum numerati, siue numeratio hæc fiat secundum successionem signorum, siue contra: Idem autem circulus maximus cum alio per illud punctum Eclipticæ ducto intercipit in Æquatore ascensionem obliquam arcus Eclipticæ inter Horizontem, & punctum illud, per quod parallelus ductus est, positi. Vt quia parallelus KL, per punctum Eclipticæ H, ductus secat Horizontẽ in L, erit EQ, differentia ascensionalis puncti, H siue arcus EH, à puncto æquinoctiali E, vsque ad H, contra successionem signorum numerati. Quoniam enim posito pũcto H, in Horizonte, nimirum in puncto L, (cum punctum H, ad primum motum describat parallelum KL,) cum arcu HE, cooritur arcus HL; & supra quemuis Horizõtem similes arcus parallelorum cooriuntur; erit arcus Æquatoris SQ.[a] qui arcui HL, similis est, ascensio obliqua arcus HE. Cum ergo ES, ascensio recta sit eiusdem arcus EH, quod hi arcus SE, HE, simul supra Horizontem rectum OS, ascendant; erit EQ, differentia ascensionalis. Dico EQ, esse quoque differentiam ascensionalem arcus Eclipticæ, qui ab altero puncto æquinoctiali secundum successionem signorum vsque ad H, protenditur. Nam collocato puncto H, in L, statuetur punctum S, in Q. quod tunc arcus OS, arcui OQ, congruat omnino, Erit ergo tunc arcus Æquatoris ab illo puncto æquinoctiali vsque ad Horizontem obliquum in puncto E (secante tunc Ecliptica Horizontem in L,) ascensio obliqua dicti arcus Eclipticæ vsque ad H, numerati, seu puncti H, in L, tunc positi. At vero arcus Æquatoris ab eodem illo puncto æquinoctiali vsque ad punctum S, in Q, tunc collocatum, ascensio recta est eiusdem arcus, seu puncti. Igitur E Q, differentia est ascensionalis. Non solum autem QS, ascensio obliqua est arcus HE, cuius alterum extremum est punctum æquinoctiale E, verum etiam cuiusuis alterius arcus, nimirum arcus Ha, si per L, ducatur alius Horizon obliquus ZY, secans Eclipticam in a, extra punctum æquinoctiale E. Nam supra hunc Horizontem arcus paralleli HL, cooritur cum arcu Eclipticæ Ha. Ergo ei similis QS, ascensio obliqua est arcus Ha. Sed arcus bQ, non est tunc differentia ascensionalis arcus Ha, quia bS, non est ipsius ascẽsio recta, quod puncta a, b, non simul ad Horizontem rectum ex O, per a, vel b, ductum perueniant, quod tamẽ requiritur, vt bS, possit esse ascensio recta prædicti arcus Ha. Est tamen bQ, differentia ascensionalis arcus Eclipticæ ab alterutro puncto æquinoctiali vsque ad H, numerati in Horizonte ZY, quemadmodum EQ, differẽtia ascensionalis est arcus EH, in Horizonte BD. Constat ergo circulum maximum OQ, per L, ductum intercipere cum Horizonte obliquo BD, differentiam ascensionalem E Q, puncti H, siue arcus Eclipticæ à puncto æquinoctiali vsque ad H, intercepti: & eundem cum maximo circulo OS, per idem punctum H, ducti, intercipere ascensionem obliquam QS, tam arcus HE, ab æquinoctiali puncto E, inchoati, respectu Horizontis BD, quam arcus Ha, non à puncto æquinoctiali E, inchoati, respectu Horizontis. ZY Eademque de cæteris ratio est.



[a] 10. 2. Th.

Duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro pũcto æquinoctiali inchoati, vel æqualiter distantes, ascensiones obliquas habent æquales.

9. IN quouis Horizonte obliquo duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro æquinoctiali puncto æqualiter distantes, siue ab eo initiũ sumant, siue non, æquales habent ascensiones. Sit enim in secunda figura Meridianus ABCD; Æquator AC; Horizon obliquus BD, secans Æquatorem in E, & quicunque arcus Eclipticæ FG, ab ęquinoctiali puncto F, vsque ad Horizontem, ita vt eius ascensio obliqua sit Æquatoris arcus F E; cum, posito puncto F, in puncto Horizontis E, & mota sphæra versus A, puncta E, & G, simul ad Horizontem perueniant. Sit quoque alius arcus Eclipticæ FH, ipsi FG, æqualis, ab eodem puncto æquinoctiali F, vsque ad Horizontem, ad partes alterius poli, ita vt eius ascensio obliqua sit etiam EF; propterea quod, mota sphæra, cum primum F, ad Horizontem in E, peruenerit ambo arcus EF, HF, perorti conspiciuntur. Dico has ascensiones FE, EF, esse æquales. Quoniam enim in triangulis FEG, FEH, tam anguli ad verticem E, quam ad verticem F, (Arcus namque Eclipticę FG, FH, cõcipiendi sunt continuati in F, ita vt angulos ad verticem F, constituant, sicut in sphęra; qui quidem sunt anguli maximæ declinationis, quos Ecliptica cum Æquatore facit.) æquales sunt; & arcus FG, FH, æqualibus angulis ad E, oppositi æquales ponuntur; arcusque GE, HE, reliquis angulis æqualibus ad F, oppositi semicirculum non conficiunt, cum minores sint quadrantibus E D, E B; erunt per propos. 22. nostrorum triang. sphær. arcus quoque FE, EF, æquales, quod est propositum. Vel sic. Quoniam duo anguli EFG, GEF, duobus angulis EFH, HEF, æquales sunt, vt diximus, & duo arcus FG, GE, circa reliquum angulum G, æquales sunt duobus arcubus FH, HE, circa reliquum angulũ H; (Cum enim puncta G, H, æqualiter ab eodem puncto ęquinoctiali F, recedant, habebunt latitudines ortiuas EG, EH, ęquales, vt Num. 3. ostendimus: at FG, FH, positi sunt ęquales,) & in hisce angulis reliquis G, H, poli reliquorũ arcuum

FE, EF,

FL,EF,hoc est, Æquatoris,non existunt,cum Æquatoris poli sint in Meridiano; erunt per propos.23. nostrorũ triang.sphær.reliqui arcus FE,EF,æquales: Atque hæc demonstratio vtraque propositum colligit, etiamsi vterque arcus FG,FH,quadrante maior sit,semicirculo tamen minor.

SED sint iam æquales duo Eclipticæ arcus GI,HK, æqualiterque ab eodem puncto æquinoctiali F,distantes,sed non ab eo inchoati. Dico eorum quoque ascensiones obliquas esse æquales. Cum enim æqualiter distent ab æquinoctiali puncto F,erunt quoque tam arcus GF, HF, quam IF, KF, à puncto æquinoctiali F; inchoati, æquales. Ergo, vt proxime monstrauimus, tam illi, quam hi,æquales habebunt ascensiones. Ablatis igitur æqualibus ascensionibus arcuum æqualium FI, FK,ex ascensionibus æqualibus arcuum æqualium FG, FH,reliquæ fient ascensiones æquales æqualium arcuum IG,KH.

10. IN Horizonte quolibet obliquo duo arcus Eclipticæ æquales ab alterutro puncto tropico æqualiter distantes,itemque duo arcus oppositi, siue à punctis æquinoctialibus initium sumant, siue aliunde, habent ascensiones suas simul sumptas ascensionibus suis in sphæra recta simul sumptis æquales. In tertia enim figura Meridianus sit ABCD; Æquator AC; Horizon obliquus BD, Æquatorem secans in E: sitque arcus Eclipticæ FG, ab ♈, inchoatus quicunque, semicirculo tamen minor, & ei æqualis HG, à ♎, inchoatus: quo posito, puncta eorum extrema æqualiter ab eodem puncto tropico distabunt. Ponimus enim vtrumque versus idem punctum tropicum tendere. Collocentur autem eorum puncta extrema in Horizonte, quæ in vnum G, coibunt,cum habeant latitudines ortiuas æquales, vt Num.3 demonstrauimus. Eruntigitur eorum ascensiones obliquæ arcus Æquatoris FE,HE. Ducto autem ex mundi polo I, per G, circulo maximo IK; erũt eorundem ascensiones rectæ FK,HK; constat autem arcus FE,HE, simul sumptos,arcubus FK,HK, simul sumptis æquales esse. Atque hoc verum etiam est de æqualibus arcubus semicirculo maioribus. Vt si sumatur arcus ab ♈,per ♋, vsque ad principium ♒,complectens decem signa,eique æqualis à ♎, per ♋, vsque ad principium ♐, complectens quoque decem signa: quoniam semicirculi ab ♈,per ♋,vsque ad ♎, & à ♎, per ♋, vsque ad ♈,ascensiones obliquas habent æquales ascensionibus rectis,nimirum semicirculos; si addantur ascensiones obliquæ arcuum à ♎,per ♑,vsque ad initium ♒,& ab ♈, per ♑,vsque ad initium ♐,quæ simul sumptæ æquales sunt ascensionibus rectis eorundem arcuum,vt proxime demonstrauimus, fient ascensiones obliquæ arcuum ab ♈, per ♋,vsque ad principium ♒,& à ♎,per ♋,vsque ad principium ♐, simul sumptæ æquales ascensionibus rectis arcuum eorundem.Et sic de cæteris.

Duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem tropico puncto æqualiter remoti, itẽ duo oppositi, habent suas ascensiones obliquas simul sumptas ascensionibus suis rectis simul sumptis æquales.

SINT deinde duo arcus æquales GL,GM, ab eodem tropico puncto æqualiter distantes,sed non ab æquinoctialibus punctis F,H,inchoati. Et quoniam æquales sunt arcus GL, GM, æqualiterque ab eodem puncto tropico distant; æqualiter quoque eorum puncta extrema G,L,G,M, ab ♈,& ♎, distabunt, ideoque æquales erunt & toti arcus GF,GH,& reliqui FL,HM. Cum ergo proxime ostensum sit, ascensiones obliquas tam arcuum FG,HG, quam arcuum FL,HM, ab ♈,& ♎, inchoatorum simul sumptas, æquales esse ascensionibus rectis eorundem simul sumptis,si posteriores à prioribus demantur,erunt quoque reliquę ascensiones obliquę arcuum GL,GM, simul sumptæ reliquis ascensionibus rectis eorundem arcuum simul sumptis æquales. Hæc autem demonstratio congruit quoque arcubus æqualibus ab eodem tropico puncto æqualiter distantibus, qui intra se puncta æquinoctialia contineant. Vt in eadem tertia figura,si sumantur arcus æquales NL, OM, quorum extrema æqualiter ab eodem puncto tropico absint; æquales erunt tam arcus FL,HM, quam FN,HO, ab æquinoctialibus punctis inchoati. Igitur,vt demonstratum est,tam illi,quam hi habẽt ascẽsiones suas obliquas simul sumptas ascensionibus suis rectis simul sumptis æquales,ac proinde si priores posterioribus addãtur, efficiẽtur ascẽsiones obliquę simul sumptę totorũ arcuũ NL,OM,ęquales rectis eorũdẽ ascẽcionib.simul sumptis.

DENIQVE si sint duo arcus æquales oppositi quicunque,distantiæ eorum à punctis æquinoctialibus tã secundum successionem signorum,quam contra,numeratæ,ęquales erunt: Et si inter ipsos accipiatur alius arcus ęqualis,cum altero ipsorum æqualiter ab eodem puncto ęquinoctiali distans,distabit idem cum reliquo ab eodem puncto tropico æqualiter.Igitur cum arcus æquales ab eodem puncto æquinoctiali remoti habeant ascensiones æquales,vt Num.9.ostendimus; arcus autem æquales ab eodem puncto tropico recedentes habeãt, vt proxime demonstrauimus, ascensiones suas obliquas simul sumptas ascensionibus suis rectis simul sumptis æquales;habebunt quoque arcus oppositi ęquales(sumpto altero eorum pro eo, qui cum reliquo eandem distantiam ab eodem tropico puncto habet) ascensiones suas obliquas simul sumptas rectis suis ascensionibus simul sumptis ęquales. Verbi gratia. Signa ♉,& ♏,sunt opposita: & quia ♏,& ♌, ęqualiter distant à principio ♎;distabunt quoque ♉,& ♌,ęqualiter à principio ♋. Cum ergo ♉, & ♌, ascensiones suas obliquas simul sumptas,habeant æquales ascensionibus suis rectis simul sumptis,vt proxime monstratum est,& eadem sit ascensio obliqua ♌,quę ♏,vt Nu.9 ostendimus; erunt quoque ascensiones obliquę ♉, & ♏, simul sumptę ascensionibus rectis eorundem simul sumptis ęquales. Eademque ratio est de alijs quibuscunque arcubus,siue à punctis ęquinoctialibus initium sumant,siue non.

11. IN omni regione obliqua arcus Eclipticę ab ♈,inchoati,& semicirculo minores, maiores sunt suis ascẽsionibus obliquis; à ♎, vero inchoati,minores: dummodo latitudo loci neque maior sit complemento maximę declinationis.(Non enim omnia signa oriuntur,aut occidunt in ea regione,vbi altitudo poli complementum maximę declinationis superat, hoc est,maior est, quam gra.66½.) neque minor declinatione illius puncti, quod tunc in Meridiano reperitur,si tamen boreale est,quando extremum punctum propositi arcus in Horizonte existit. Sit enim in quarta figura Meridianus ABCD; Æquator A C; Horizon obliquus B D, secans Æquatorem in E; polus Horizontis H, vt latitudo regionis sit A H; arcus Eclipticę FG, quantuscunque à principio ♈,in puncto F,inchoatus,sed semicirculo minor. Item arcus Eclipticę IK, quantuscunque à principio ♎, in I,inchoatus,& minor semicirculo. Dico arcum F G, maiorem esse sua ascensione obliqua F E, at arcum IK, sua obliqua ascensione IE, minorem. Ducto enim per H,polum Horizontis,& punctum G,vbi Ecliptica Horizontem secat, circulo maximo HG. quoniam latitudo loci AH,non ponitur minor declinatione A L. puncti borealis L, quod tunc in Meridiano existit,(quod quidem semper boreale est,quando principium ♈, nimirum punctum F, est vltra punctum A, in Æquatore. Nam quando est citra punctum A,vt in I,punctum Eclipticę N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac proinde latitudo loci potest esse quantumuis parua) erit

Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati,& semicirculo minores, maiores sunt suis ascensionibus in obliqua sphæra; inchoati vero à Libra, maiores.

angulus

[a] *15.1.The.* angulus HGE, vel maior, vel æqualis angulo LGE.[a] Cum ergo HGE, rectus sit, erit LGE, vel minor recto, vel rectus, ac proinde minor angulo AEG, qui obtusus est, propter eius arcum DA, quadrante DH, maiorem. Igitur per propos. 11. nostrorum triang. sphær. arcus FG, maior erit arcu FE. Eodem modo concludemus, arcum IO, maiorem esse arcu IE, quod ducto circulo maximo HO, [b] angulus HOE, rectus sit, ideoque IOE, acutus, & minor obtuso IEO, &c. [b] *15.1.The.*

RVRSVS ducto per H, K, circulo maximo HK, erit angulus HKE, vel minor, vel æqualis angulo LKE, quod latitudo loci AH, ponatur non minor declinatione AL, puncti borealis L, in Meridiano tunc existentis: quod semper boreale erit, quando initium ♎, hoc est, punctum I, est citra punctum A, in Æquatore. Nam quādo est vltra punctum A, vt in F, punctum Eclipticæ N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac proinde latitudo loci quantumuis exigua esse potest. Igitur[c] cum angulus HKE, rectus sit, erit IKE, vel maior recto, vel rectus, ac proinde maior angulo IEK, qui acutus est, propter eius arcum BA, quadrante BH, minorem. Erit ergo per propos. 11. nostrorum triang. sphær. arcus IK, minor arcu IE. Eademque ratione ostendemus arcum FM, minorē esse arcu FE, propterea quod, ducto circulo maximo HM, [d] angulus HME, rectus est, atq; idcirco FME, obtusus, ac maior acuto angulo FEM, &c. [c] *15.1. The.* [d] *15.1. The.*

Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati habent ascensiones obliquas tāto rectis ascensionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuū æqualiū à Libra inchoatorum.

12. IN omni regione obliqua, cuius latitudo maior nō sit cōplemēto maximæ declinationis, arcus Eclipticæ ab ♈, inchoati, & semicirculo minores, ascēsiones obliquas habēt tāto rectis ascēsionibus minores, quāto maiores rectis sunt ascēsiones obliquę arcuū oppositorū, & ęqualiū à ♎, inchoatorū. Ponātur. n. in eadē figura quarta duo arcus FG, FM, æquales, arcus quidē FG, ab ♈, at FM, à ♎, inchoatus, ducāturq; ex mūdi polo Q, per G, M, vbi dicti duo arcus Horizōtē secāt, circuli maximi QG, QM, Æquatorē secātes in R, I, vt rectæ ascēsiones arcuū, FG, FM, sint FR, FI. Vbi liquido cōstat, obliquā ascēsionē FE, arcus FG, ab ♈, inchoati minorē esse ascensione recta FR, ascensionem vero obliquam FE, arcus FM, à ♎, inchoati, maiorem esse ascensione recta FI, differentiasque ascensionales illorum arcuum esse ER, EI; quas dico esse æquales: adeo vt tanto minor sit ascensio obliqua FE, ascensione recta FR, quanto obliqua ascensio FE, recta ascensione FI, maior est. Quoniam enim puncta Eclipticæ G, M, per diametrum opposita sunt, propter æquales arcus FG, FM, ab ♈, & ♎, inchoatos, & secundum successionem signorum numeratos; erunt eorum latitudines ortiuæ EG, EM, æquales, vt Num. 3. collegimus. Igitur cum in triangulis EGR, EMI, anguli ad verticem E, æquales sint, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær.[e] & anguli R, I, recti, quibus oppositi sunt arcus ostensi æquales EG, EM, erunt per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus ER, EI, æquales.

Pūcta Ecliptica opposita, differentias habere ascensionales inter se æquales.

NIHIL autem refert, quod posuerimus oppositos arcus FG, FM, æquales, cum tamen ascensiones rectas FR, FI, habeant inæquales: quia idem prorsus cōcludetur, si, vt res postulat, principium ♎, vltra F, acciperetur, vt arcus Eclipticæ ab eo vsque ad M, fieret æqualis arcui FG, eiusque ascensio recta ab eodem principio ♎, vsque ad I, æqualis ascensioni rectæ FR, propterea quod differentiæ ascensionales ER, EI, eædem semper permanent.

[e] *25.1.The.*

Duorū Arcuum Eclipticæ æqualiū ab eodē puncto tropico æqualiter distantium, vel oppositorū, vnius ascēsio obliqua tanto minor est, quā recta, quāto alterius maior est.

QVOD si duo arcus Eclipticæ æquales ab ♈, & ♎, non incipiant, sed tamen vel ab eodem puncto tropico æqualiter distent, vel sint oppositi, erit adhuc ascensio obliqua vnius tanto minor ascensione recta eiusdem, quanto alterius obliqua ascensio maior est: & arcus quidem in semicirculo Eclipticæ ascendente, hoc est, à ♑, per ♈, vsque ad ♋, cōprehensi, minores habent ascensiones, & arcus in semicirculo descendente, id est, à ♋, per ♎, vsque ad ♑, contenti, maiores, vt libr. 3. Can. 5. Num. 15. demonstrabitur. Ex quo fit, vt arcus ab ♈, vsque ad ♋, minores habeant ascensiones, quam arcus à ♎, vsque ad ♋, cum arcus à ♎, vsque ad ♋, habeant, vt Nume. 9. monstratum est, ascensiones æquales ijs, quas arcus à ♎, vsque ad ♑; habent. Eadem de causa habebunt arcus à ♎, vsque ad ♑, maiores ascensiones, quam arcus ab ♈, vsque ad ♑, cum hi posteriores arcus habeant ascēsiones æquales ijs, quas arcus ab ♈, vsque ad ♋, habent, vt ex Num. 9. liquet. Itaque arcus à ♑, per ♈, vsque ad ♋, tanto minores habent ascensiones obliquas ascensionibus rectis, quanto arcus à ♋, per ♎, vsque ad ♑, illis æquales, habent maiores. Hoc autem ita ostendi poterit. Quoniam, vt Nume. 6. ostensum est, ♑, & ♋, habent ascensiones rectas æquales, sint illę ascensiones FK, HK, vt in tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquæ eorundem arcuum simul sumptæ, vt Num. 10. demonstratum est, estque ascensio obliqua ♑, minor ascensione obliqua ♋; si FE, sit ascensio obliqua ♑, ac proinde reliquus arcus EH, ascensio obliqua ♋; perspicuum est, arcum FE, tanto minorem esse arcu FK, quanto maior est arcus EH, arcu KH, vel eodem FK, cum vtrobique excessus sit arcus EK. Atque ita de cæteris arcubus æqualibus oppositis. Rursus quia ♉, & ♌, ascensiones rectas habent æquales, vt Num. 6. dictum est, sint illæ ascensiones FK, HK, in eadem tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquæ eorundem arcuū simul sumptæ, vt ex Num. 10. patet, si diuidatur FH, in arcus inæquales in E, vt EH, sit ascensio obliqua ♌, & EF, ♉, liquido constabit, tantō maiorem esse arcum EH, arcu HK, quanto arcus EF, minor est arcu eodem FK, vel HK. Eademque ratio est de alijs arcubus æqualibus ab eodem puncto tropico æqualiter distantibus. Quod si ascensio ♋, minor esset ascensione ♑, colligeretur eodem modo, tanto minorem esse illam recta ascensione, quanto hæc maior est; ita vt certissimum sit, si accipiantur duo arcus Eclipticæ æquales vel æqualiter distantes ab eodem puncto tropico, vel oppositi, vnius ascensionem obliquam esse tanto maiorem recta ascensione eiusdem, quanto ascensio obliqua alterius maior est.

Duo arcus Ecliptica æquales ab eodem puncto tropico vel æquinoctiali æqualiter distātes, aut oppositi, eandem habēt differentiā ascensionalem.

13. IN omni regione obliqua duo arcus Eclipticę æquales ab eodem puncto tropico, aut æquinoctiali, æqualiter distantes, vel oppositi, eandem habent differentiam ascensionalem. Quoniā enim arcus æquales ęqualiter recedentes ab eodem tropico puncto, vel oppositi, habent ascensiones obliquas simul sumptas, æquales ascensionibus rectis simul sumptis, vt Num. 10. docuimus, suntque ascensiones eorum rectę ęquales, vt ex Num. 6. liquet, fit vt vnius ascensio obliqua sit tanto minor, quam recta, quanto alterius ascensio maior est, vt Num. 12. diximus. Igitur eandem habent ascensionalem differentiam. De arcubus autem ęqualibus ab eodem pūcto ęquinoctiali ęqualiter distantibus res perspicua est, cum æquales habeant ascensiones obliquas, vt Nu. 9. ostensum est, ac proinde vtriusque ascensio, vel eodem excessu superet ascensionem rectam, vel ab ea deficiat.

14. IN omni regione obliqua arcus quilibet Eclipticæ, cuius extrema puncta ab eodem puncto tropico ęqualiter distant, cuiusmodi sunt arcus inter principia ♊, & ♌, inter initia ♉, & ♍, inter initia ♈, & ♎, inter initia

initia ♓,& ♏,atque inter principia ♒,& ♐, eandem habent ascensionem,quam in sphæra recta;quia vt Num. 10. demonstratū est,semisses illius arcus habent ascensiones suas simul sumptas, ęquales ascensionibus rectis simul sumptis. Vnde quamuis vna semissium habeat minorem ascensionem obliquam, & altera maiorem, ambæ tamen simul sumptæ efficiunt ascensionem rectam totius arcus.

Arcus Ecliptica quicunque ab eodem pūcto tropico bifariam diuisus, habet vbiuis locorum ascensionem obliquam æqualem ascēsioni eius rectæ.

EX quo efficitur,eundem arcum prædictum in omnibus regionibus, vel altitudinibus poli,eandem habere ascensionem,licet partes diuersimode oriantur:quia videlicet in omnibus eleuationibus poli ascensio eius æqualis est ascensioni rectæ.

DESCENSIO porro cuiusuis arcus Eclipticæ æqualis est ascensioni arcus oppositi; quia eodem tempore,quo arcus aliquis descendit,oritur eius arcus oppositus, vt semper semicirculus Eclipticę supra Horizontem conspiciatur,vt ratio postulat,[a] cum Horizon,& Ecliptica se mutuo bifariam secent.

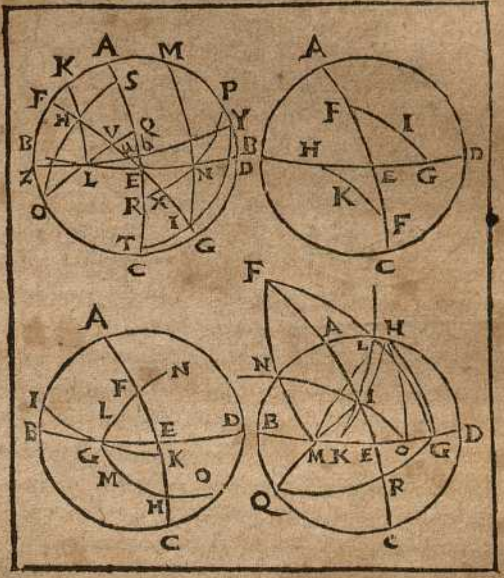
Descensio cuiusuis arcus Ecliptica æqualis est ascensioni arcus oppositi.

a 11.1. The.

ITAQVE satis est,vt tabula ascensionum obliquarum extruatur, si ascensiones obliquæ supputentur pro arcubus quadrantis Eclipticæ ab ♈, vsque ad ♋. Nam vt Num.9. demonstrauimus horum arcuum ascensiones æquales sunt ascensionibus arcuū quadrantis ab ♈, vsq; ♑, sumendo semper binos æqualiter à principio ♈, distantes:atque ita habebuntur ascensiones arcuum in vno semicirculo contentorum. Et quia,vt Num.10. ostensum fuit,horum arcuum ascensiones, & oppositorum ascensiones simul sumptæ æquales sunt ascensionibus rectis eorundem,habentque oppositi arcus ascensiones rectas æquales,vt Num. 6. patuit;fit, vt ascensiones arcuū semicirculi à ♑, vsque ad ♋, ex ascensionibus rectis eorundem duplicatis ablatæ relinquant ascensiones obliquas oppositorum arcuum.

Satis est, si supputentur ascensiones obliquæ arcuū quadrantis primi Eclipticæ.

EX his autem sic tabula ascensionum obliquarum construetur. Supputatis ascensionibus arcuum ab ♈, inchoatorum,vsque ad finem ♊, si eæ subtrahantur ab ascensionibus rectis duplicatis eorundem arcuum, reliquæ fient ascensiones obliquæ arcuum,à ♎,inchoatorum,vsque ad finem: Et quia hæ æquales sunt ascensionibus obliquis arcuum ęqualium à ♎, vsque ad initium ♋; si hæ, initio facto à maioribus, ex semicirculo detrahantur, habebuntur ascensiones obliquæ arcuum quadrante maiorum ab ♈, inchoatorum, vsque ad finē ♍. Quod si ascensionibus arcuum à ♎, inchoatorum, vsq; ad finem ♐, adijciatur semicirculus, exurgent ascēsiones arcuum semicirculo maiorum ab ♈, inchoatorum, vsque ad finem ♐. Denique quia ascensiones arcuum ab ♈, vsque ad ♋, æquales sunt ascensionibus arcuum ab ♈, vsque ad ♑; si hæ,initio à maioribus facto, subtrahantur ex integro circulo,remanebunt ascensiones obliquæ arcuum tribus quadrantibus maiorum, & ab ♈,inchoatorum,vsque ad finem ♓.



15. IAM vero ex ijs,quæ dicta sunt,liquido etiā constare arbitror,eandem esse differentiam ascensionalem cuiuslibet puncti Eclipticę,& differentiam inter arcum semidiurnum paralleli per illud punctum descripti, & arcum semidiurnum Æquatoris,quadrantemue. Nam in prima figura huius lemmatis arcus semidiurnus paralleli MI, borealis per punctum Eclipticæ I, descripti, est arcus MN, hoc est, ei similis arcus Æquatoris AR, ita vt ER, differentia sit inter arcum semidiurnum AR, paralleli borealis MI,seu puncti borealis Eclipticæ I,& arcum semidiurnum Æquatoris AE. Dico ER, esse quoque differentiam ascensionalem eiusdem puncti Eclipticæ I. Mota enim sphæra donec punctum I, ad Horizōtem in puncto N,perueniat,erit arcus Æquatoris à principio ♈, vbicunque tunc extiterit,secundum successionem signorum vsque ad E,computatus,ascensio obliqua puncti I,in N, tunc existentis, cum punctum Æquatoris E,cum puncto Eclipticæ I,in N,existentis,oriatur supra Horizontem : Arcus vero Æquatoris ab eodem principio ♈; vsque ad R, computatus, ascensio recta erit eiusdem puncti I, in N, tunc existentis; quippe cum punctum Æquatoris R,& punctum Eclipticæ N,quod tunc ab I, non differt,simul supra Horizontem rectum PR,ascendant. Est ergo ER, differentia ascensionalis. Eadem ratione erit EQ, differentia ascensionalis puncti australis Eclipticæ H,& differentia inter arcum semidiurnum eiusdem puncti H, vel paralleli KL, & arcum semidiurnum Æquatoris;cum ascensio obliqua terminetur in E,& recta in Q, atque AQ, sit arcus semidiurnus puncti H,hoc est,similis arcui semidiurno KL,& AE,arcus semidiurnus Æquatoris.

Differētia ascensionalis cuiuslibet puncti Ecliptica, est etiam differentia inter arcū semidiurnū eiusdem puncti, & arcum semidiurnū Aequatoris,qui semper quadrans est.

Quomodo ex differentia ascēsionali cuiuslibet pūcti Ecliptica arcus semidiurnus eiusdē pūcti eliciatur.

IGITVR vt arcus semidiurnus cuiuslibet puncti Eclipticæ supputetur, inquirenda erit differentia ascensionalis illius puncti. Hæc namque,si punctum boreale est,adiecta ad arcum semidiurnum Æquatoris,qui perpetuo Quadrans est,conficiet quæsitum arcum semidiurnum: Eadē vero ex arcu semidiurno Æquatoris dempta,si punctum Eclipticæ datum australe est,relinquet arcum semidiurnum quæsitum.

ATQVE ex hoc manifestum est, quando punctum boreale est,cuiusmodi est I,differentiam ascensionalem ER,addendam esse ad semidiurnum arcum Æquatoris AE,hoc est,ad quadrantem,vt semidiurnus AR,puncti dati prodeat;eandem vero ex ascensione recta in R,terminata auferendā esse, vt ascensio obliqua in E, terminata reliquatur. Contra vero,quando punctum datum H, australe est,differentiam ascensionalem EQ, auferendam esse ex quadrante, siue ex arcu semidiurno Æquatoris AE, vt semidiurnus arcus AQ, dati puncti relinquatur;eandem vero ad rectam ascensionem in Q,terminatam esse adijciendam, vt obliqua ascensio in E, terminata conficiatur,

HOC idem,quod de puncto Eclipticæ boreali,australiue diximus, intelligendum quoque est de stella quauis boreali,vel australi, vt patet, si stella aliqua borealis collocetur in parallelo MI, & australis in parallelo KL. Erunt enim earum differentiæ ascensionales ER, EQ,&c.

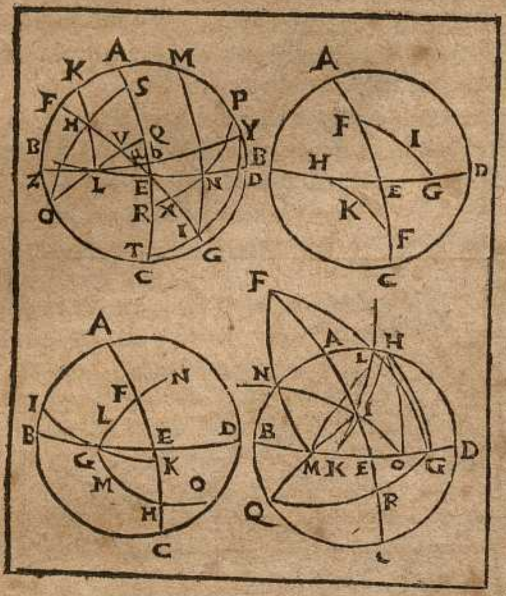
Differētia ascēsionalis quando addenda, vel auferēda, vt habeatur arcus semidiurnus,vel ascensio obliqua dati puncti, vel stella.

Quaterna puncta Eclipticæ habere eandē differentiā ascensionalem.

QVIA vero puncta Eclipticæ opposita æquales habent ascensionales differentias, vt Num.12. ostendimus; habet autem quodlibet eorum cum puncto, quod æqualem cum eo à proximo puncto tropico distantiam habet, eandem differentiam ascensionalem, cum per ea duo puncta idem parallelus transeat, vt Num.1. demõstrauimus; efficitur, quaterna puncta Eclipticæ eandem habere differentiam ascensionalem.

Sinus totus ad sinū cõplementi declinationis cuiusuis puncti Eclipticæ eandē proportionem habet, quā secãs arcus inter illud punctum, & punctum æquinoctiale proximū ad secantē ascensionis rectæ eiusdem arcus.

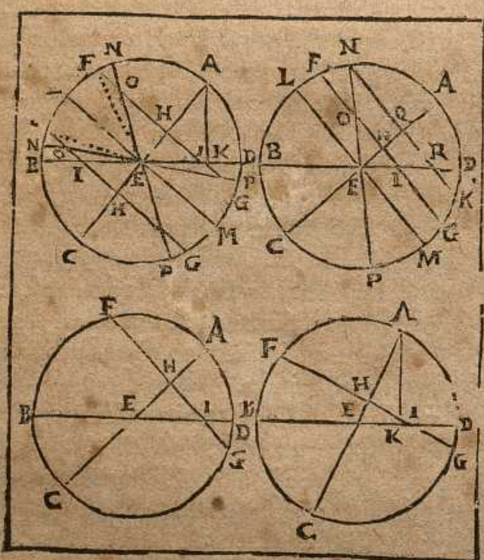
16. EANDEM habet proportionem sinus totus ad sinum complementi declinationis dati puncti Eclipticæ, quam secans arcus inter datum punctum, & proximum punctum æquinoctiale comprehensi ad secantem ascensionis rectæ eiusdem arcus, seu puncti dati à proximo puncto æquinoctiali numerandæ. Nam in sphærico triangulo FGK, rectangulo, cuius angulus K, rectus quod in tertia præcedente figura habetur, ita se habet sinus totus ad sinum complementi arcus GK. declinationis puncti Eclipticæ G, circa angulum rectum K, vt secans arcus FG, Eclipticæ inter datum punctum G, & proximum punctum æquinoctiale F, recto angulo K, oppositi, ad secantem tertij arcus FK, ascensionis rectæ, qui est alter arcus circa angulum rectum K, vt propo.53. nostrorum triang. sphær. demonstrauimus, quod est propositum. Atque ita inuentis hoc modo ascensionibus rectis omnium punctorum primi quadrantis Eclipticæ, eruentur ex illis ascensiones rectæ omnium aliorum punctorum, vt supra Num.6. diximus.



Sinus totus ad tangentem altitudinis poli eādem proportionemhabet, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti.

17. EANDEM proportionem habet sinus totus ad tãgentem altitudinis poli, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem pũcti. In triangulo namq; sphærico rectãgulo EGK, cuius angulus K, rectus, quod in eadem tertia figura præcedente habetur, ita se habet per propos. 49. nostrorum triang sphær. sinus totus ad tangentem arcus GK, declinationis puncti Eclipticæ G, circa rectum angulum K, vt tangens complementi anguli E, dicto arcui GK, oppositi, hoc est, vt tangens altitudinis poli, (cum angulus E, sit angulus complementi altitudinis poli, quem nimirum Æquator AC, cum Horizonte facit) ad sinum arcus EK, differentię ascensionalis, qui alter arcus est circa angulum rectum K. Igitur permutando erit quoque, vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem pũcti. Sed hoc sine triangulis sphæricis ita quoq; demonstrabimus.

SIT in prima sequente figura Meridianus ABCD; Horizontis diameter BD; Æquatoris LM; axis mundi AC; diameter paralleli FG, siue borealis, siue australis, axem secans in H, ad angulos rectos, & Horizontis diametrum in I, diameter Eclipticæ NP, secans FG in O: Et demittatur ad BD, ex polo A, perpendicularis AK. Quod si circa diametros NP, FG, intelligantur semicirculi earum ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, excitatæ perpendiculares ad eundem Meridianum, cadet perpendicularis ex O, in punctum Eclipticę datum, per quod parallelus diametri FG, transit, cum in extremo illius perpendicularis in superficie sphæræ se intersecent Ecliptica, & parallelus. Arcus aũt paralleli inter perpendiculares ex O, H, erit ascensio recta dati puncti, cũ cooriatur cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, supra Horizontem rectum per AC, ductum, ideq; arcus paralleli similis erit arcui Æquatoris coorienti, cum semper similes arcus parallelorum eodẽ tempore periantur in omni Horizonte. At arcus paralleli inter perpendiculares ex O, I, erit ascensio obliqua eiusdẽ arcus Eclipticæ, cum vna cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, perorìatur supra Horizontem obliquum per BD, ductum. Arcus denique paralleli inter perpendiculares ex H, I, differentia erit ascẽsionalis. Rursus HE, sinus est declinationis LF, & FH, sinus cõplementi AF, eiusdẽ declinationis. Iã ergo fiat, vt FH, sinus cõplemẽti declinationis ad HE, sinũ declinationis, ita FH, sinus totus ad aliud, inuenieturque HE, in partibus semidiametri FH. ceu sinus totius. Sed quoniã per prop.18. tract. sinuũ, est vt FH, sinus cõplementi declinationis ad HE, sinũ declinationis, ita sinus totus ad tãgentẽ declinationis. Igitur recta HE, inuẽta in partibus semidiametri FH,[a] est ęqualis Tangẽti declinationis respectu sin⁹ totius EA: hoc est, quot partes sunt in HE, respectu sinus totius FH, tot cõtinẽtur in Tangẽte declinationis respectu sin⁹ totius EA; adeo, vt idẽ sit accipere HE, in partibus sin⁹ totius FH, atque Tãgentẽ declinationis paralleli propositi, respectu sin⁹ totius EA. Deinde quia triãgula AEK, IEH, æquiangula sunt, ob angulos rectos K, H, & cõmunẽ angulũ E, vel ad verticẽ E, ęquales;[b] erit vt EK, sinus cõplementi altitudinis poli ad AK, sinũ altitudinis poli, ita HE, inuenta in partibus sinus totius FH, hoc est, Ita tãgẽs declinationis, ad HI, sinũ differẽtiæ ascẽsionalis in partibus eiusdem sinus totius FH. Est aũt per propo.18. tract. sinuum, vt sinus complementi altitudinis poli ad sinũ altitudinis poli, ita sinus totus ad Tãgentẽ altitudinis poli. Igitur erit quoq;, vt sinus totus ad Tãgentẽ altitudinis poli, (quæ Tangens in eadẽ regione nunquã mutatur) ita Tangẽs declinationis ad sinũ differẽtiæ ascẽsionalis, quod est propositũ.



a 9. quinti.

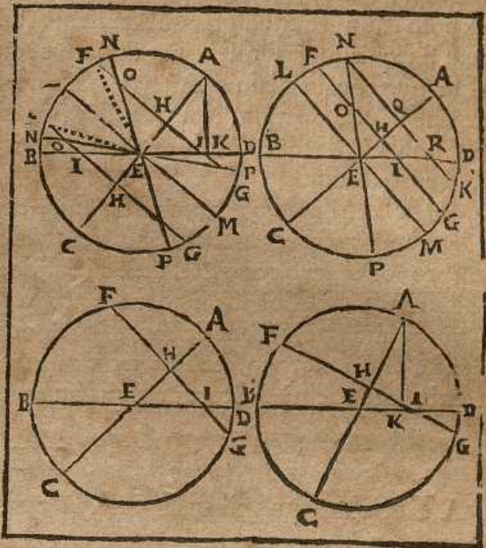
b 4. sexti.

CÆTERVM quando diximus, arcum paralleli inter perpendiculares ex O, I, erectas esse ascensionem obliquam arcus Eclipticæ, cuius sinus est EO, intelligendum est de arcu, qui à proximo puncto æquinoctiali E, contra successionem signorum numeratur. Vt vergente Ecliptica EN, ad polum borealem A, arcus

numeran-

numerandus est à ♎, versus ♍, ♌, & ♋. Et quia arcus à ♎, versus ♋, habent æquales ascensiones cum arcubus æqualibus, æqualiterque à principio ♎, versus ♑, recedentibus, vt Num. 9. ostendimus; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt ascensiones omnium arcuum in semicirculo descendente à principio ♎, inchoatorum cognitæ tunc sint: Vergente autem Ecliptica EN, ad polum australem, arcus idem, cuius sinus EO, numerandus est ab ♈, versus ♓, ♒, & ♑. Et quia arcus ab ♈, versus ♑, habent easdem ascensiones cum arcubus æqualibus, æqualiterque à principio ♈, versus ♋, recedentibus, vt Num. 9. ostensum est; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt omnium arcuum in semicirculo ascendente à principio ♈, inchoatorum cognitæ tunc sint. Quo pacto autem ex hisce ascensionibus cognitis cognoscantur & ascensiones arcuum ab ♈, inchoatorum, & secũdum signorum successionem numeratorum, paulo ante ad finem Num. 14. declarauimus, & rursum dicemus li. 3. in scholio Canonis 5. Num. 1.

QVOD autem arcus Eclipticæ prædicti ab ♈, & ♎, numerandi sint contra successionem signorum, ex eo liquet, quod punctum Eclipticæ parallelo commune, in quod perpendicularis ex O, erecta cadit, Horizõtem obliquum ad motum sphæræ secat in puncto, in quod perpendicularis ex I, erecta incidit, ac deinde arcus paralleli inter perpendiculares ex O, I, & arcus Eclipticæ, inter perpendiculares ex O, E, ab O, vsque ad æquinoctiale punctum E, secũdum successionem signorum numeratus, simul peroriuntur, cum eorum extrema simul ad Horizontem obliquum perueniant. Idem dicendum est de ascensionibus rectis supra Horizontem rectum per AC, ductum: sed quia arcus æquales ab ♈, & ♎, versus ♋, numerati habent rectas ascensiones æquales, vt, Numer. 6. diximus, nihil interest, vtrum arcus Eclipticæ numeretur à ♎; contra successionem signorum, an ab ♈, secundum successionẽ signorum, &c.



ET quoniam inuenta differentia ascensionali principij ♋, vel ♑, hoc est, differentia maximi, vel minimi arcus semidiurni, & semidiurni arcus Æquatoris, ad quamcunque altitudinem poli, (Eadem enim differentia ascensionalis, est differentia inter arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Æquatoris, vt Num. 15. ostendimus) facili negotio differentiæ ascensionales omnium aliorum punctorum Eclipticæ reperiuntur in eadem poli eleuatione, vt Numer. 18. dicemus, inuenietur differentia ascensionalis principij ♋, vel ♑, si fiat, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli propositæ, ita Tangens maximæ declinationis, quam principium ♋, vel ♑, habet, (quæ Tangens eadem permanet in omnibus eleuationibus poli) ad aliud. Ita enim inuenietur differentia quæsita inter longissimum, vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Æquatoris, vt hoc loco demonstratum est, si FG, sit diameter paralleli ♋, vel ♑, & EF, semidiameter Eclipticæ, vt F, sit punctum Eclipticæ datum quadrante distans à puncto æquinoctiali E.

18. SINVS totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ eandem proportionem habet, quam sinus differentiæ inter longissimum, vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Æquatoris, hoc est sinus differentiæ ascensionalis principij ♋, vel ♑, ad sinum differentiæ ascensionalis, seu differentiæ inter arcum semidiurnum eiusdem puncti dati Eclipticæ, & arcum semidiurnum Æquatoris. Sit enim rursum in secũda figura Meridianus ABCD, Horizontis diameter BD; Æquatoris LM, axis mundi AC; diameter paralleli borealis FG, axem ad rectos angulos in H, secans, & Horizontis diametrum in I; diameter paralleli ♋, NK, secans axem in Q, & Horizontis diametrum in R; diameter denique Eclipticæ NP, secans FG, in O. Quod si circa diametros NP, NK, FG, intelligantur earum semicirculi ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, Q, R, excitatæ rectæ ad eundem Meridianum perpendiculares, cadet perpendicularis ex O, in pũctum Eclipticæ datum; & arcus paralleli inter perpendiculares ex O, H, erit ascensio recta dati puncti, & OH, eius sinus; arcus vero eiusdem paralleli inter perpendiculares ex O, I, ascensio obliqua erit, vt Nu. 17. declarauimus, & arcus inter perpendiculares ex HI, differentia ascensionalis, eiusque sinus HI, denique QR, sinus erit differentiæ ascensionalis ♋, hoc est, differentia inter lõgissimum arcum semidiurnum, &c. Et quoniam, ex schol. propos. 4. libr. 6. Eucl. est, vt NQ, sinus totus paralleli ♋, ad QR, sinum differentiæ inter longissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Æquatoris, ita OH, sinus ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ ad HI, sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti, erit permutando, vt sinus totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti, ita sinus differentiæ ascensionalis ♋, ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem dati puncti, quod est propositum. Quod aũt hic accepimus parallelos boreales, non refert, cum eædem sint ascensiones rectæ, eædemque differentiæ ascẽsionales parallelorum australium, quæ borealium, vt supra demonstratum est Num. 6. & 13. Itaque si supputata sit in qualibet regione differentia ascensionalis initij ♋, vel ♑, & adsit tabula ascensionum rectarum, facili negotio reperientur differentiæ ascensionales omnium aliorum punctorum Eclipticæ in eadem regione.

19. In latitudine grad. 45. ita se habet sinus complementi declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem puncti, vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. Nam in tertia figura Meridianus sit ABCD; diameter Horizontis BD; altitudo poli DA, grad. 45. & axis mundi AC; & paralleli cuiusuis diameter FG, secans axem in H, & diametrum Horizontis in I. [a] Et quia in triangulo HEI, omnes anguli æquales sunt duobus rectis, & H, rectus est, & E, semirectus, propter arcum DA, grad. 45. erit quoque I, semirectus, ipsique E, æqualis; [b] ideoque & latera HE, HI, æqualia erunt. Et quoniam est, vt FH, sinus comple-

Differẽtia inter longissimũ vel breuissimũ arcum semidiurnũ, & arcum semidiurnũ Aequatoris, quo pacto in quauis eleuatione poli supputetur.

Sinus totus se habet ad sinũ ascensionis rectæ cuiusuis puncti Eclipticæ, vt sinus differentiæ ascẽsionalis initij Cãcri vel Capricorni ad sinum differentiæ ascẽsionalis eiusdem puncti.

Sinus complemẽti declinationis cuiuslibet puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem pũcti est vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti, in latitudine grad. 45.

[a] 32. primi
[b] 6. primi.

menti declinationis ad HE, sinum declinationis, ita FH, sinus totus ad HE, sinum respectu sinus totius FH, hoc est, ad HI, ipsi HE, æqualem; estque HI, sinus differentiæ ascensionalis, vt ex precedentibus patuit, in partibus sinus totius FH, liquet id, quod proponitur.

QVIA vero, per propos. 18. tractatus sinuum, vt sinus complementi declinationis ad sinum declinationis, ita est quoque sinus totus ad Tangentem declinationis; efficitur, [a] sinum differentiæ ascensionalis in latitudine grad. 45. cuiusuis puncti Eclipticæ æqualem esse Tangenti declinationis eiusdem puncti: adeo vt arcus Tangenti declinationis cuiusuis puncti Eclipticæ, tanquam sinui, in tabula sinuum debitus, sit differentia ascensionalis eiusdem puncti in regione, in qua poli eleuatio grad. 45. complectitur. Vt Tangens maximæ declinationis, id est, Tangens grad. 23 min. 30. est 4348124. cui tanquam sinui in sinuum tabula congruunt gr. 25. min. 46. pro differentia ascensionali principij ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45.

20. In omni regione, quæ altitudinem poli habet maiorem, vel minorem quam gra. 45. sinus complementi altitudinis poli ad sinum altitudinis poli est, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in altitudine poli proposita. Sit enim rursum in quarto circulo Meridianus A B C D; Horizontis diameter BD; altitudo poli DA, maior, vel minor, quam gr. 45. axis mundi AC; diameter paralleli FG, secans axem in H, & Horizōtis diametrum in I: demittaturque ex polo A, sinus altitudinis poli AK. Et quia triangula AEK, IHE, cum angulos habeant rectos K, H, & communem E, æquiangula sunt; [b] erit vt EK, sinus complementi altitudinis poli datæ ad KA, sinum altitudinis poli, ita HE, quæ æqualis est sinui differentiæ ascensionalis in partibus sinus totius FH, in altitudine poli gra. 45. vt in præcedenti Num. patuit, (Nam ibi ostensum est, ob angulum semirectum E, sinum declinationis HE, æqualem esse sinui HI, differentiæ ascensionalis) ad HI, sinum differentiæ ascensionalis in altitudine poli D A, data, quod est propositum.

QVONIAM autem per propos. 18. tractatus sinuum, est vt sinus complementi altitudinis poli ad sinum altitudinis poli, ita sinus totus ad Tangentē altitudinis poli; Erit quoque, vt sinus totus ad Tangentē altitudinis poli propositæ, ita sinus differentiæ ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45 ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in altitudine poli proposita. Itaque inuentis differentijs ascensionalibus omnium punctorum Eclipticæ in regione, in qua poli altitudo grad. 45. continet, quas quidem dabunt Tangentes declinationum, vt ad finem Numer. 19. monstratum est, reperientur earum beneficio ascensionales differentiæ eorundem punctorum in quacumque alia regione.

[a] *9. quinti. Arcus Tangenti declinationis cuiuslibet puncti, tanquam sinui, congruens, est differentia ascensionalis eiusdem pūcti in altitudine poli grad. 45.*

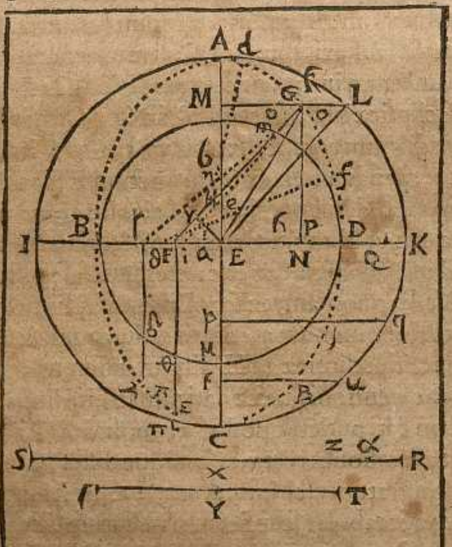
Ita se habet sinus complementi altitudinis poli datæ ad sinū altitudinis poli, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticæ in altitudine poli gra. 45. ad sinū differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in priore altitudine poli data.

[b] *4. sexti. Eadem est proportio sinus totius ad tāgentem altitudinis poli datæ, quæ sinus differentiæ ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli gra. 45. ad sinū differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in data altitudine poli*

LEMMA L.

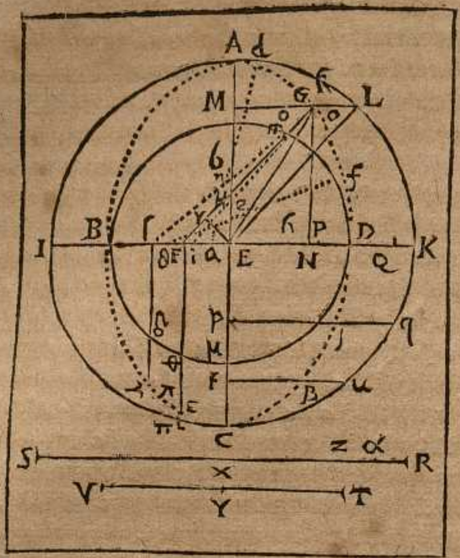
DATIS duobus axibus Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus, si ex quolibet puncto minoris axis, etiam producti, si opus est, recta dimidio maioris axis æqualis educatur secans ipsum axem maiorem, ita vt segmentum eius vltra eundem axem maiorem dimidio minoris axis æquale sit, cadet eius extremum in Ellipsim. Et si ex quolibet puncto Ellipsis recta dimidio maioris axis æqualis ducatur vsque ad maiorem axem, etiam productum, si opus est, secans tamen ipsum maiorem axem, erit eius segmentum inter datum punctum, & axem maiorem, dimidio minoris axis æqualis.

SECENT se mutuo ad angulos rectos in E, duo axes AC, BD, Ellipsis ABCD; & primum ex quouis puncto F, in minori axe BD, etiam producto si opus est ducta sit recta FG, ipsi AE, dimidio maioris axis AC, æqualis, secans maiorem axem in H, ita vt segmentum HG, ipsi ED, dimidio minoris axis æquale sit. Dico extremū punctum G, in Ellipsim cadere. Describatur enim ex centro E, circa maiorem axem A C, circulus AICK, ducaturque per G, minori axi BD, parallela GM, secans circulum in L, & maiori axi AC, parallela GN, & denique recta nectatur E L. Et quoniā in parallelogrammo MN, [c] latera opposita æqualia sunt, & anguli M, N, recti, [d] quod tam M, MEN, quam N, NEM, duobus rectis æquales sint. Sunt autem & rectæ FG, EL, æquales, quod vtraque ipsi AE, sit æqualis: erunt duo latera FG, GN, duobus lateribus LE, EM, æqualia & anguli N, M, æqualibus lateribus FG, LE, oppositi, æquales. Cum ergo reliquorum angulorum F, L, [e] vterque recto minor sit; erunt ex vltimo scholio lib. 1. Euclid. & bases FN, LM, & tam anguli F, L, quam FGN, LEM, æquales. [f] Igitur cum FGN, alterno GHM, sit æqualis; erunt quoque anguli GHM, LEM, æquales: [g] ideoque parallelæ erunt F G, E L, & triangula ELM, HGM, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. similia. Igitur erit, vt EL, ad LM, ita HG, ad GM, [h] ac proinde etiam, vt quadratum ex E L, ad quadratum ex LM, ita quadratū ex HG, ad quadratum ex GM. Est autem quadratum ex EL, quadrato ex AE, hoc est, rectangulo sub AE, EC, [i] & quadratum ex LM, rectāgulo sub AM, MC, æquale, quod ex schol. prop. 13. li. 6. Eucl. LM, sit inter A M, MC, media proportionalis; Item quadratum ex HG, quadrato ex ED, æquale est, quod eorum latera sint posita æqualia.



Erit igitur quoque, vt rectangulum sub AE, EC, ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MG. Quocirca cum ED, M G, sint ad axem A C, ordinatim applicatæ, transibit Ellipsis ABCD, per punctum G. Si enim dicatur transire per aliud punctum rectæ L M, vt per O; [k] erit quoque, vt rectangulum sub AE, E C, ad rectangulum sub A M, M C, ita quadratum ex E D, ad quadratum ex M O; ac pro-

[c] *34. primi* [d] *29. primi.* [e] *17. primi.* [f] *29. primi* [g] *28. primi* [h] *22. sexti.* [i] *17. sexti.* [k] *21. 1. Apollonij.*



[a] ac propterea quadrata ex MG,MQ,æqualia erunt,ipsæque rectæ æquales,pars,& totum,quod est absurdũ. Transibit ergo Ellipsis per G,ideoque punctum G, in Ellipsim cadet,quod est propositum. [a] 9.quinti.

DEINDE ex quouis puncto Ellipsis G, vsq; ad minorem axem BD,siue extra puncta B,D, siue intra,applicata sit recta GF, æqualis ipsi AE, dimidio axis maioris, secans axem maiorem in H. Dico segmentum GH, ipsi ED, dimidio axis minoris æquale esse. Facta namq; eadẽ constructione ostẽdemus,vt prius triãgula ELM, HGM, similia esse;&vt quadratum ex EL,ad quadratum ex LM, hoc est,vt rectangulum sub AE, EC, (quod quadrato ex AE,siue ex EL,equale est)ad rectangulum sub AM,MC, (quod quadrato ex LM,fuit æquale,) ita esse quadratum ex HG,ad quadratum ex GM.[b] Sed est quoque, vt rectãgulum sub AE,EC,ad rectãgulum sub AM,MC,ita quadratum ex ED,ad quadratum ex MG. Igitur quadrata ex HG,ED, ad quadratum ex MG, eandem proportionem habent, [c] atque idcirco inter se æqualia,ipsæq; lineæ HG, ED,inter se æquales sunt,quod erat demonstrandum.

[b] 21.1.Apollonij.

[c] 9.quinti.

SCHOLIVM.

THEOREMATIS huius prior pars alio modo, & quidem longiore, demonstrata fuit ab eruditissimo viro Guido Vbaldo è Marchionibus Montis, ad finem libri 2. Planisphæriorum vniuersalium: cum quo hæc, quæ sequuntur, colligenda sunt. Primum, quo pacto datis duobus axibus Ellipsis circa eas describenda sit. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad angulos rectos in E, secantes, sumaturq; Eh, dimidio maioris axis æqualis, hoc est, ipsi AE, vt Eh, sit excessus, quod dimidium maioris axis dimidiũ minoris BE, superat. Deinde ex quotlibet punctis a, F, g, in recta EI, beneficio circini ad AE, applicantur rectæ ab FH, ge, excessui Eh, æquales, & productis rectis ab, FH, ge, abscindantur bd, HG, ef, ipsi BE, dimidio axis minoris æquales, vt rectæ ad, FG, gf, dimidio axis maioris AE, vel Bh, sint æquales. Vel abscindantur ad, FG, gf, ipsi AE, vel Bh, dimidio maioris axis æquales, vt segmenta bd, HG, ef, dimidio axis minoris BE, æquales sint. Nam vt demonstratum est, puncta d, G, f, in Ellipsim cadent. Quare si plurima puncta hoc artificio reperiantur, non solum inter A, & D, verum etiam inter D, & C, atq; inter C, & B, necnon inter B, & A, & per ea congruenter linea inflexa ducatur, descripta erit Ellipsis.

Datis axibus, Ellipsim describere.

DEINDE qua ratione dato quolibet puncto Ellipsis nondum descriptæ, cum alterutro axium, alter axis inueniatur. Sit ergo primum datus axis maior AC, & punctum G, in Ellipsi existens. Diuiso axe AC, bifariam in E, per rectam perpendicularem BD; applicetur beneficio circini ex dato puncto G, recta GF, vsque ad rectã BD, æqualis ipsi AE, dimidio axis maioris secans AE, in H. Nam, vt demonstratum est, GH, æqualis erit dimidio axis minoris, ideoque si EB, ED, ipsi GH, æquales abscindantur, erit BD, axis. Nam cum FG, ipsi AE, & HG, ipsi ED, æqualis sit, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

QVOD si detur minor axis BD, cum puncto G, in Ellipsi existente, reperiemus maiorem axem hoc modo. Secto minore axe BD, bifariam in E, per lineam perpendicularem AC, applicetur beneficio circini ex dato puncto recta GH, vsque ad rectam AC, æqualis ipsi BE, dimidio axis minoris, producaturq; donec in F, secet minorem axẽ, etiam productum, si opus sit. Si namq; rectæ GF, æquales abscindantur EA, EC, erit AC, maior axis, vt ex ijs, quæ demonstrata sunt, liquet. Cum enim FG ipsi AE, sit æqualis, & HG, ipsi BE, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

Dato alterutro axiũ, & puncto in Ellipsi circa eum axem descripta alterum axẽ reperire.

TERTIO, datis duobus axibus Ellipsis nondum descriptæ, cum quolibet puncto extra ipsos, qua via cognoscatur, num punctum datum existat in ipsa Ellipsi, an extra, an vero intra. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad rectos angulos in E, secantes, & punctum G, datum. Applicetur circini beneficio ex dato puncto G, recta GF, ad minorem axem BD, etiam productum, si opus sit, æqualis ipsi AE, dimidio maioris axis secans AE, in H. Si igitur GH, dimidio minoris axis ED, æqualis fuerit, cadet punctum G, datum in Ellipsim, vt demonstratum est; cum tota GF, dimidio maioris axis AE, posita sit æqualis. Sed sit iam datum punctum k; & applicata recta ki, æquali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in e, sit ke, maior, quam ED. Dico punctum k, datum extra Ellipsim cadere. Quoniam enim ki, ipsi AE, vel Bh, æqualis est, & ke, maior, quam BE, erit reliqua ei, minor quam reliqua Eh. Ducatur ex k, recta kF, ita vt intercepta HF, excessui Eh, æqualis sit. Hoc enim fieri potest per lineam conchoideos, quam Nicomedes descripsit, vt habetur apud Pappum lib. 4. propos. 22. & apud Eutocium in prop. 1. lib. 2. Archimedis de sphæra, & cylindro, & quam nos etiam in lib. de Dimensionibus magnitudinum descripsimus.[d] Et quia recta kF, maior est quam ki, quod angulus kiF, obtusus sit; est autem ki, posita ipsi Bh, æqualis; erit quoq; kF, maior quã Bh: Ablatis ergo æqualibus HF, Eh, reliqua kH, maior erit, quam reliqua BE. Abscissa ergo HG, æquali ipsi BE, erit tota GF, ipsi Bh, vel AE, æqualis; ideoq;, vt demonstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, ac proinde datum punctum k, extra eandem cadet, cum recta FG, in G, Ellipsim secet. Postremo sit datum punctum m, & applicata recta ml, æquali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in n, sit mn, minor quam BE, vel ED. Dico punctum m, datum intra Ellipsim cadere. Quia enim ml, ipsi Bh, æqualis est, & mn, minor quã BE, erit reliqua nl, maior quam reliqua Eh. Ducatur rursum beneficio lineæ conchoideos, ex m, recta mF, ita vt intercepta HF, excessui Eh, sit æqualis.[e] Et quia recta mF, minor est, quam ml, quod angulus mlF, acutus sit, & mFl, obtusus; est autem ml, posita æqualis ipsi Bh; erit quoq; mF, minor quam Bh. Ablatis ergo æqualibus HE, Eh, reliqua mH, minor erit, quam reliqua BE. Producta igitur Fm, vt HG, æqualis sit ipsi BE, erit tota FG, ipsi Bh, vel AE, æqualis. Igitur, vt monstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, & idcirco m, intra eandem, quod est propositum.

Datis duobus axibus Ellipsis, cũ quolibet puncto, an datum pũctũ in Ellipsi, vel extra vel intra existat, cognoscere.

[d] 19.primi

[e] 19.primi

CÆTERVM datum punctum k, cadere extra Ellipsim, si ke, maior sit, quam ED, punctum vero m, intra, si mn, minor sit quam ED, hac etiam ratione, sine auxilio lineæ conchoideos, demonstrari potest. Sumatur EQ, ipsi ke æqualis, cadetq; Q, vltra D. Quia igitur ex k, ad minorem axẽ applicata est ki, dimidio maioris axis AE, æqualis; si EQ, statuatur semissis minoris axis, quæ æqualis fuit sumpta ipsi ke, cadet k, in Ellipsim per A, Q, C, descriptam vt demõstratum est. Ergo Ellipsis per A, D, C,

[a] 27. 4. Apollonij. *descripta citra punctum k, transibit;* [a] *cum hæc illam solum in punctis A, C, contingat, ac proinde k, extra Ellipsim per A, D C, descriptam cadet. Accipiatur rursum EP, ipsi mn, æqualis, cadetque P, citra D. Quia igitur ex m, ad minorē axē applicata est ml, semissi maioris axis AE, æqualis; si EP, quæ æqualis sumpta fuit ipsi m n, fiat semissis minoris axis; cadet m, in Ellipsim per A, P, C, descriptam, vt monstratum est. Ergo Ellipsis per A, D, C, descripta, vltra punctum m, transibit;* [b] *cum hæc illam in solis punctis A, C, contingat; ac proinde datum punctum m, intra Ellipsim per A, D, C, descriptam cadet, quod est propositum.*

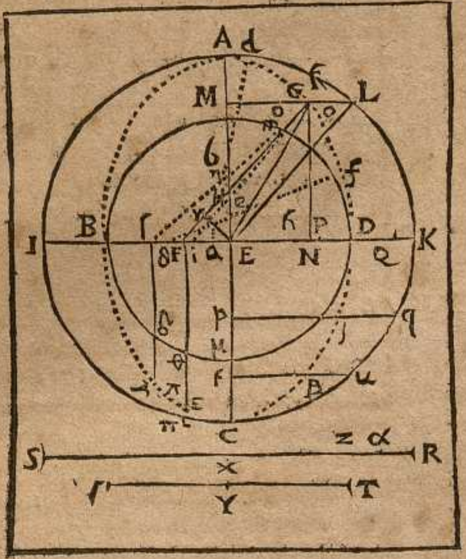
[b] 27. 4. Apollonij.

Datis duabus rectis inæqualibus, & puncto quolibet, describere Ellipsim per datum punctū, cuius centrum sit quoque datum, & axes datis rectis æquales.

PRÆTER *hæc colligere licebit, quo pacto datis duabus rectis inæqualibus RS, TV, & puncto G, describi possit Ellipsis per G, cuius centrum datum sit E, quæ habeat axes datis rectis RS, TV, æquales, si id fieri possit. Diuisis RS TV, bifariam in XY sumatur ipsi YT semissi minoris, æqualis XZ; & excessus RZ, bifariam secetur in α. Ex dato deinde puncto G, ad datum centrum E, vbi axes se ad rectos angulos secare debent, ducatur recta GE, quæ si minor fuerit quam RX, & maior quam ZX, vel YT, absoluetur id, quod propositum est, hac ratione. Quoniam GE, minor est, quā RX, & maior quam ZX; erunt triū rectarū GE, Xα, Rα, quælibet duæ simul maiores reliqua. Nam Xα, Rα, maiores sunt, quam GE: Item Rα, vel Zα, & GE, maiores quā Xα; Et deniq; GE, Xα, maiores, quam Rα, vt constat.* [c] *Fiat ergo ex tribus rectis GE, Xα Rα, triangulum GEr, in vtramuis partē: Et rectæ XZ, æqualis sumatur GH, & rectæ Rα. ex Gr, producta accipiatur æqualis rF, ita vt tota GF, toti RX, æqualis fit. Ductis autem per HE, & per F, E, rectis, sumantur EA, EC, ipsis XR, XS, & EB, ED, ipsis YT, YV, æquales. Dico AC, BD, quæ ipsis RS, TV, æquales sunt esse axes sese in E, ad rectos angulos secantes, ita vt Ellipsis circa ipsos descripta transeat per datum punctū G. Quia enim Er, æqualis est ipsi Rα. vel Zα, hoc est, ipsis rH, rF, quæ ipsi Rα, vel Zα. æquales sunt; (Sumpta namque est rF, æqualis ipsi Rα; at Gr, ipsi Xα, & GH, ipsi XZ, ex quo sequitur reliquam Hr, reliquæ Zα. æqualem esse) transibit circulus ex r, per E, descriptus, per puncta F, H;* [d] *ac proinde angulus FEH, in semicirculo rectus erit. Quia igitur semissi maioris axis AE, æqualis GE, applicata est ad minorem axem, & segmentum GH, semissi minoris axis ED, vel YT, æquale; cadet punctum G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstratum est.*

[c] 22. primi

[d] 31. tertij.



QVOD *si ducta recta GE, maior sit quam semissis maioris axis, vel minor semisse minoris, problema redditur impossibile: quia cum AE, semissis maioris axis sit maxima omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiam Ellipsis ductarum, vt constat ex circulo circa maiorem axem AC, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse maioris axis maior sit, extra Ellipsim. Item quia ED, semissis minoris axis, minima est omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiam Ellipsis ductarum, vt constat ex circulo circa minorem axem BD, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse minoris axis minor sit, intra Ellipsim.*

IAM *vero, si quando accidat, rectam AE, ex dato puncto A, ductam ad centrum esse æqualem semissi maioris datæ lineæ, ducenda erit ex dato puncto A, per E, centrum recta AC. Nam EA, EC, ipsis XR, XS, æquales dabunt maiorem axem, quem si recta BD, ad angulos rectos secet, dabunt EB, ED, ipsis YT, YV, æquales, axem minorem. Manifestum autem est, Ellipsim circa axes AC, BD, descriptam per datum punctum A, transire. Si autem datum sit punctum D, è quo ad centrū E, ducta recta DE, semissi minoris datæ lineæ sit æqualis, ducenda erit ex dato puncto D, per centrū E, recta BD. Nam EB, ED, ipsis YT, YV, æquales dabunt minorem axem, quem si recta AC, ad rectos angulos secet, dabunt EA, EC, ipsis XR, XS, æquales, maiorem axem. Vbi iterum liquido constat, Ellipsim circa axes AC, BD, descriptam per datum punctum D, transire.*

LEMMA LI.

SI circa axes Ellipsis circuli describantur, & ad eosdem ordinatim rectæ applicentur vsq; ad Ellipsis & circulorum peripherias; erunt applicatæ vsque ad Ellipsim, applicatis vsque ad circulum proprium, ad cuius videlicet diametrum applicatę sunt, proportionales.

IN figura præcedentis lemmatis descripti sint circa axes circuli, & rectæ pq, t u, ad maiorem axem AC, ordinatim applicatæ secantes Ellipsim in s, β: Item rectæ F𝔰 lγ, ordinatim applicatæ ad minorem axem B D, secantes circulum in θ δ. Dico esse, vt ps, ad t β, ita pq, ad t u. Itē vt F𝔰, ad lγ, ita Fθ, ad l δ. [e] Quoniam enim est, vt quadratum ex ps, ad quadratum ex t β, ita rectangulum sub Ap, pC, ad rectangulum sub At, tC. [f] Est autem rectangulum sub Ap, pC, quadrato ex pq, & rectangulum sub At, tC, quadrato ex t u, æquale; quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. pq, t u, medię sint proportionales inter Ap, pC, & inter At, tC, erit quoque vt quadratum ex p s, ad quadratum ex t β, ita quadratum ex pq, ad quadratum ex t u. [g] Quapropter erit quoque, vt recta ps, ad rectam t β ita recta pq, ad rectam t u.

[e] 21. 1. Apollonij.
[f] 17. sexti.
[g] 22. sexti.

RVRSVS [h] quia est, vt quadratum ex F𝔰, ad quadratum ex lγ, ita rectangulum sub D F, FB, ad rectangulum sub Dl, lB. [i] Est autem rectangulo sub DF, FB, quadratum ex Fθ & rectangulo sub DL, l B, quadratum ex l δ æquale; quod ex scholio propo. 13. lib. 6. Eucl. Fθ, l δ, sint inter DF, FB, inter Dl, lB, medię proportionales; erit quoque, vt quadratum ex F𝔰, ad quadratum ex lγ, ita quadratum ex Fθ, ad quadratum ex l δ. [k] Quocirca erit etiam, vt recta F𝔰, ad rectam lγ, ita recta Fθ, ad rectam l δ, quod erat demonstrandum.

[h] 21. 1. Apollonij.
[i] 17. sexti.
[k] 22. sexti.

Ordinatim applicatas proportionaliter secari ab Ellipsi, & circulis circa axes descriptis.

SCHOLIVM.

ITAQVE *tam Ellipsis rectas ad maiorem axem ordinatim applicatas, & ad circulum vsque circa eundem maiorem axem descriptum protractas, quam circulus circa minorem axem descriptus rectas ad eundem axem minorē ordinatim applicatas, proportionaliter diuidit. Cum enim sit, vt p s, ad t β, ita pq, ad t u, erit quoque permutando vt p s, ad pq, ita t β, ad t u:*

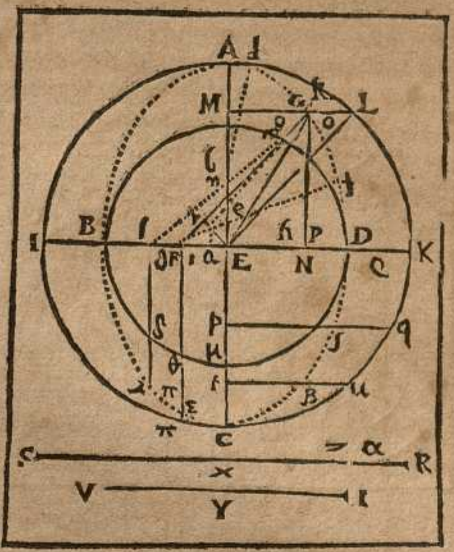
Et per

Et per diuiſionem rationis contrariam, quam in ſcholio propoſ.17.lib.5.Euclid.demonſtrauimus, vt pſ, ad ſq, ita β, ad β ζ. Item cum ſit, vt Fε, ad Iγ, ita Iθ, ad δ, erit quoque permutando, vt Fε, ad Fθ, ita γ, ad δ. Et per diuiſionem rationis conuerſam, quam in ſchol.eodem prop.17.lib.5.Euclid.demonſtrauimus, vt Iθ, ad θε, ita δ, ad δγ, quod eſt propoſitum.

CONVERSVM *quoque huius facile demonſtrabimus, videlicet. Si perpendiculares ad diametrum circuli proportionaliter ſecentur; Ellipſis cuius maior axis, diameter circuli tranſiens per vnius perpendicularis ſectionem, tranſibit quoque per omnium aliarum ſectiones. Item ſi perpendiculares ad diametrum circuli producantur, ita vt à circulo proportionaliter ſecentur; Ellipſis, cuius minor axis diameter circuli, tranſiens per vnius perpendicularis extremum, tranſibit quoque per omnium aliarum extrema. Sint enim primum ML, EK, pq, tu, ad diametrum AC, circuli ABCD, perpendiculares: & ſectæ proportionaliter in G, D, ſ, β. Dico Ellipſim, cuius maior axis AC, quæ per G tranſit, tranſire quoque per D, ſ, β. Si enim non tranſit per D, tranſeat per P, vel Q; eritque, vt demonſtrauimus, vt MG, ad GL, ita EP, ad PK, vel EQ, ad QK. Cum ergo ſit quoq; vt MG, ad GL, ita ED, ad DK, ex hypotheſi, erit vt EP, ad PK, ita ED, ad DK. Eſt autem EP, minor quam ED.[a] Igitur & PK, minor erit, quam DK, totum quam pars: quod eſt abſurdum. Non ergo Ellipſis tranſit per P, ſed neque per Q, tranſibit. Nam eadem ratione erit, vt EQ, ad QK, ita ED, ad DK. Eſt autem EQ, maior quam ED.[b] Igitur & QK, maior erit quam DK, pars quam totum, quod eſt abſurdum. Tranſit ergo Ellipſis per D. Atque eandem ob cauſam per ſ, & β, tranſibit.*

a 14. quinti.

b 14. quinti.



SINT deinde Fμ, Iθ, δ, ad diametrum BD, circuli BμD, perpendiculares, & productæ ad C, ε, γ, ita proportionaliter à circulo ſecentur in μ, θ, δ. Dico Ellipſim, cuius minor axis BD, quæ per C tranſit, tranſire quoque per ε, γ. Si enim non tranſit per ε, tranſeat per π; eritque vt monſtratum eſt, vt Eμ, ad μC, ita Iθ, ad θπ: Sed vt Fμ, ad μC, ita ponitur eſſe Iθ, ad θε. Igitur erit vt Iθ, ad θπ, ita Fθ, ad θε, [c] *atque idcirco θπ, θε, æquales erunt, pars & totum, quod eſt abſurdum. Tranſit ergo Ellipſis per ε. Eademque de cauſa per δ, tranſibit, quod eſt propoſitum.*

c 9. quinti.

LEMMA LII.

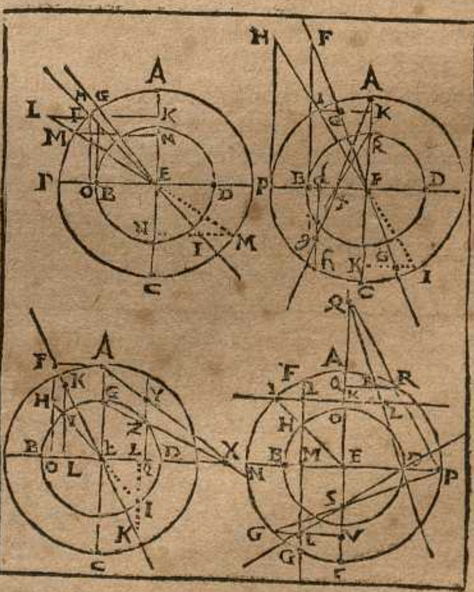
DATIS axibus alicuius Ellipſis ſeſe ad angulos rectos ſecantibus, in data recta qualibet puncta reperire, per quæ Ellipſis, ſi deſcribatur, tranſire debet.

SINT dati axes AC, BD, Ellipſis cuiuſpiam ſe in centro E, ſecantes ad angulos rectos, circa quos circuli deſcripti ſint; ſitq; primum data recta EF, per centrũ ducta, ſecans circulũ circa maiorem axem deſcriptũ in F. & per F, axibus parallelæ agantur FO, FK. Erigatur quoque ad minorem axem ex eius extremo B, perpendicularis BG, ſecans maioris axis circulum in G; & per G, ex E, recta ducatur ſecans parallelam maioris axis in H, ſumpta deinde in parallela minoris axis recta KL, æquali ipſi EH, ducatur EL, ſecans maioris axis circulum in M, puncto ex vtraque parte, ac tandem per M, minori axi parallela agatur MN, ſecans datam rectam in I. Dico Ellipſim, cuius axes AC, BD, deſcriptam tranſire per punctum I. [d] Quoniam enim eſt, vt EG, ad EB, ita EH, ad EO; eſtque EG ipſi EP, & EH, ipſi KL, & EO, ipſi KF, æqualis: erit quoque, vt EP, ad EB, ita KL, ad KF: Et per diuiſionem rationis conuerſam, quam in ſcholio propoſ.17. lib 5. Eucl. demonſtrauimus, vt EB, ad BP, ita KF, ad FL. [e] Eſt autem vt KF, ad FL, ita NI, ad IM. Igitur erit quoque, vt EB, ad BP, ita NI, ad IM; ac proinde ex ijs, quæ in ſcholio præcedentis lemmatis oſtendimus, Ellipſis per A, B, C, D, deſcripta, per punctum vtrumque I, tranſibit.

Quando data recta per centrũ Ellipſis tranſit.

d 4. ſexti.

e 4. ſexti.



ALITER, vt in ſecunda figura. Erigantur ex B, extremo minoris axis, & ex P, extremo ſemidiametri, ad minoris axis lineam perpendiculares BF, PH, ſecetq; BF, datam rectam EF, in F, & ipſi BF, æqualis ſumatur PH. Ducta autem recta EH, ſecante maiorem circulum ex vtraque parte in puncto I, ducatur per d, minori axi parallela IK, rectam datam ſecans in G. Dico G, cadere in Ellipſim datam. [f] Quia enim eſt vt EP, ad PH, ita IK, ad KE; Et vt BF, hoc eſt, vt æqualis PH, ad EB ita KE, ad KG; erit ex æqualitate, vt EP, ad EB, ita IK, ad KG. Quare, vt prius, punctum G, ex vtraq; parte in Ellipſim datam cadet.

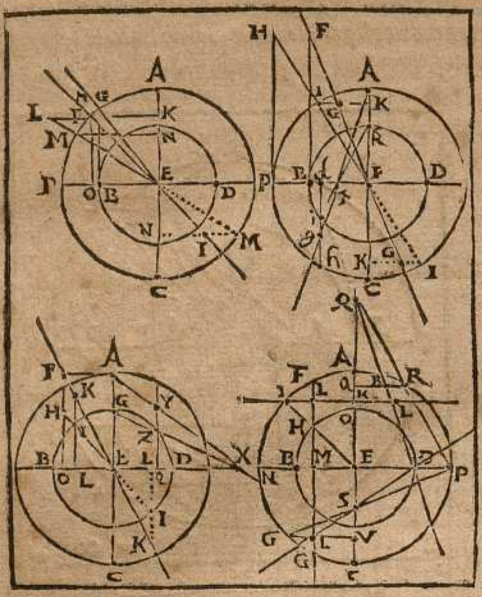
f 4. ſexti.

ALITER, vt in tertia figura. Erigantur ad maiorem axem ex punctis A, G, perpendiculares AF, GH, ſecetque AF, datam rectam in F & ex F, demittatur ad minorem axem perpendicularis FO, ſecans GH, in H. Ducta autem EH, ſecante minoris axis circulum ex vtraq; parte in puncto I, agatur per I maiori axi parallela KL, ſecans datam rectam in K. Dico K, in datam Ellipſim cadere. [g] Quoniam enim eſt, vt OH, ad HF, hoc eſt, vt EG, ad GA, ita LI, ad IK, cadet punctum K, in vtraq; parte in Ellipſim, vt in ſcholio antecedentis lemmatis demonſtratum eſt.

g 4. ſexti.

SATIS autem eſt, ſi vnum punctum, nimirum ſuperius, vno horum modorum inueniatur. Nam ſi rectæ EI, vel EG, vel EK, ſumatur æqualis infra centrum, erit quoq; inferius punctum F, vel G, vel K, in Ellipſi; [a] propterea quod recta per centrum ducta in centro bifariam diuiditur in Ellipſi.

a 30.1. Apollonij. *Quando data recta alteri axiũ parallela eſt.* b 32.1. Apollonij c 2. ſexti. d 4. ſexti.



DEINDE data ſit recta alterutri axium parallela, vt in quarta figura; & primum maiori axi parallela FG, ſecans minorem axem in M, & eius circulum in H. Si enim non ſecaret, caderet tota extra Ellipſim; ſi autem tranſiret per B, [b] tangeret Ellipſim in B. Ducta a. recta EH, ſecante maiorẽ circulũ in I, ducatur p I, minori axi parallela IK, ſecans datã rectam FG, in L. Dico L, in datam Ellipſim cadere. [c] Quoniam enim eſt, vt EH, ad HI, hoc eſt, vt EB, ad BN, ita KL, ad LI; [d] vel vt EH, ad HI, hoc eſt, vt EO, ad OA, ita MH, ad HL, cadet L, in Ellipſim, vt in ſcholio præcedentis lemmatis demonſtratum eſt.

SECVNDO minori axi parallela ſit IL, ſecans maiorem circulum in I, ſiue ſecet minorem, ſiue non. Ducta recta EI, ſecante minorem circulum in H, ducatur per H, maiori axi parallela LM, ſecans datam rectam IL, in L. Dico L, in data Ellipſi exiſtere. Quod demonſtrabitur, vt prius. Iam ſi rectæ ML, vel KL, ex altera parte æqualis abſcindatur ML, vel KL, tranſibit eadem Ellipſis per punctum quoque L, inferius, & dextrum; propterea quod ordinatim applicatæ bifariam à diametris diuiduntur.

Quando data recta per extremũ alterutrius axis tranſit. e 4. ſexti.

RVRSVS ſit data recta DL, per extremum D, minoris axis incedens, vt in quarta figura, & ſecet primum axem maiorem intra Ellipſim in S. Ex S, ducatur recta SP, ad extremum diametri maioris circuli, quod iuxta datum extremum D, exiſtit, ſecans maiorem circulum in T, & per T, minor axi parallela agatur TV, ſecans datam rectam in L. Dico L, in Ellipſim cadere. [e] Quoniam enim eſt, vt ED, ad DP, ita VL ad LT; erit ex ſcholio lemmatis antecedentis punctũ L, intra Ellipſim. Eodem modo res demonſtrabitur, ſi data recta DQ, per extremum D, minoris axis tranſiens ſecet maiorem axem extra Ellipſim in Q, vt in eadem quarta figura. Nam ducta ex Q, ad P, extremum diametri maioris circuli prope extremum D, datum recta QP, ſecante maiorem circulum in R, ſecabit minori axi parallela Ra, datam rectam in b, puncto, quod erit in Ellipſi; [f] cum ſit vt ED, ad DP, ita ab, ad bR.

f 4. ſexti.

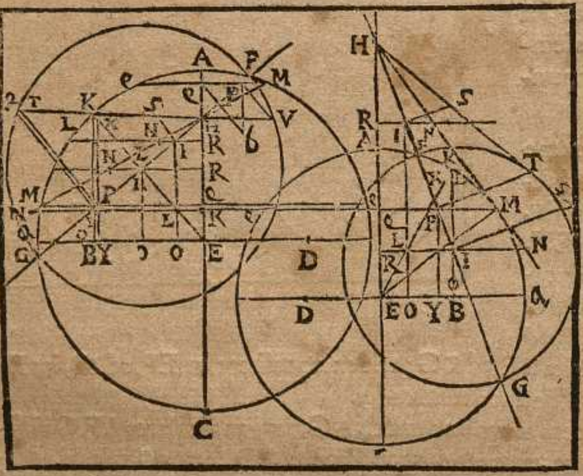
SED tranſeat iam data recta AX, per extremum maioris axis, ſecetque primum axem minorem extra Ellipſim, in X, vt in tertia figura. Ducatur ex puncto X, ad G, extremum diametri minoris prope datum extremum A, recta XG, ſecans minorem circulum in Z, & per Z, maiori axi parallela agatur eY, ſecans datam rectam in Y. Dico Y, in Ellipſim cadere, quod conſtat ex ſcholio præcedentis lemmatis, [g] cum ſit vt EG, ad GA, ita eZ, ad ZY. Non aliter progrediemur, ſi data recta Ag, per extremum A, maioris axis incedens, ſecet in f, minorem axem intra Ellipſim, vt in ſecunda figura. Nam ducta ex f, ad k, extremum diametri minoris circuli prope datum extremum A, recta fk, ſecante minorem circulum in i, ſecabit maiori axi parallela dg, per i, ducta datam rectam in g, puncto, quod erit in Ellipſi, [h] cum ſit, vt Ek, ad kA, ita di, ad ig.

g 4. ſexti. h 4. ſexti.

PERSPICVVM autem eſt, in huiuſmodi linea vnum ſolum punctum reperiri, quod ſit in Ellipſi; quippe cum Ellipſim eandem ſecet quoque in extremo D, minoris axis, vel in A, extremo axis maioris. Liquido etiam conſtat rectam per extremum minoris axis, & per extremum axis maioris præter illa duo extrema nullum aliud punctum habere in Ellipſi.

Quando data recta neque per centrũ aut per extremum alterius axis tranſit, neque vlli axi parallela eſt.

POSTREMO ſit data recta FG, neque per centrum Ellipſis, aut per extremũ alterutrius axis ducta, neq; vlli axi parallela, ſecetque maiorem axem in H, ſiue intra Ellipſim, vt in priori figura, ſiue extra, vt in poſteriori. Per quoduis punctum I, in data recta aſſumptum, vtique axi parallelæ agantur IO, RN; & ex B, extremo minoris axis erecta perpendiculari BK, circulum maiorem ſecante in K, iungatur EK, ſecans parallelam IO, in L: rectæ autem EL, in altera parallela RN, æqualis ſumatur RN, & per H, N, recta eijciatur ſecans circulum maioris axis in M, ac denique per M, minori axi parallela agatur MQ, ſecans datam rectã in P. Dico punctum P, in data Ellipſi exiſtere. Et ſi quidem recta HN, duobus in punctis circulum ſecet, reperientur duo puncta P, vt in priori figura, ſi vero in vno eum puncto tangat, vt in figura poſteriori, vnum quoque tantum punctum inuenietur P, in quo Ellipſis datam rectam tanget. Vt autem demonſtratio reddatur magis vniuerſalis, aſſumpſimus in priori figura tria puncta I, in data recta, & in poſteriori duo, per quæ vtriq; axi parallelæ ſunt ductæ; præſertim quia hac ratione puncto H, extra Ellipſim in ſecunda figura non indigemus, quod interdum difficulter haberi poteſt, propter obliquam interſectionem rectarum HC, HG;

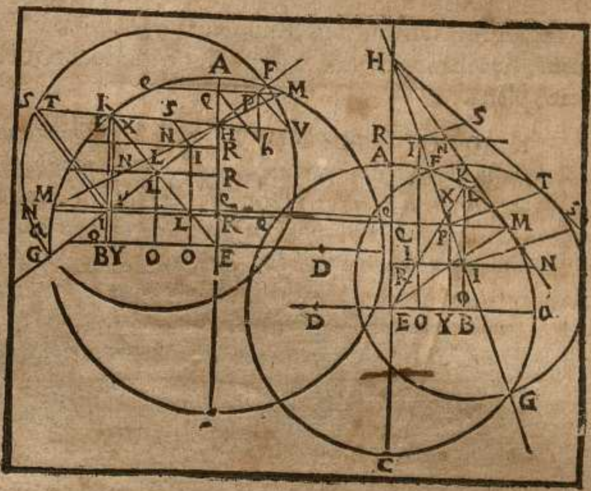


i 4. ſexti. k 34. primi. l 4. ſexti.

ſed ſatis eſt, vt per duo puncta inuenta N, recta ducatur ſecans, vel tangens circulum maioris axis. Quæ omnia ſic demonſtrabimus. [i] Quoniam eſt, vt EK, ad EB, ita EL, ad EO: Poſita autem fuit EL, ipſi RN, æqualis, [k] & EO, ipſi RI, æqualis eſt; erit quoque vt EK, ad EB, ita RN, ad RI. [l] Eſt autem vt RN, ad RI, ita QM, ad QP. Igitur erit

tũr erit quoque, vt EK, hoc eſt, vt Ea, ad AB, ita QM, ad QP. Et per diuiſionem rationis conuerſam, vt EB, ad
Ba, ita QP, ad PM: ac proinde P, in Ellipſim cadet, ex ſcholio lemmatis præcedentis. Atque hæc demonſtratio
locum habet in vtroq; puncto P, prioris figuræ ad ſiniſtram maioris axis.

RECTAM porro datam FG, Ellipſim tangere in inuento puncto P, quando recta HN, circulum tan-
git in M, ita perſpicuum faciemus. [a] Quoniam angulus HME, rectus eſt, & MQ, ad HE, perpendicularis, erit ex
coroll. propoſ. 8. lib. 6 Euclidis EM, media proportionalis inter HE, EQ. [b] Igitur quadratum ex EM, vel EA, æ- a 18. tertij. b 17. ſexti.
quale erit rectangulo ſub HE, EQ; ideoque erit, vt HE, ad EA, ita EA, ad EQ. Per conuerſionem ergo rationis,
vt HE, ad HA, ita EA, ad AQ. Cum ergo CH, HA, duplæ ſint ipſius HE, & CQ, QA, duplæ ipſius AE; [c] erit
quoque, vt compoſita ex CH, HA, ad HA, ita compoſita ex CQ, QA, ad AQ: Et diuidendo, vt CH, ad HA, c 15. quinti.
ita CQ, ad AQ. [d] Igitur HG, Ellipſim continget in puncto P, quod in Ellipſi demonſtrauimus exiſtere. d 24. 1. Apollonij.



ALITER. Excitata BK, ad BD, perpendiculari in B, extremo minoris axis, & iuncta recta EK, ducatur ex quolibet puncto I, aſſumpto maiori axi parallela IO, ſecans EK, in L. Nos in vtraque figura duo puncta I, aſſumpſimus propter cauſam paulo ante allatam. Deinde ex I, ad datam rectam perpendicularis erigatur IS, ipſi OL, æqualis, & per H, S, recta eijciatur HS, ſecans circulum circa chordam FG, deſcriptum in T, V, punctis, è quibus ad datam rectam perpendiculares demittantur TP, VP. Dico punctum vtrumque P, in Ellipſi data exiſtere. Quod ſi recta HS, tangat circulum circa FG, deſcriptum, vt in poſteriori figura, reperietur vnum tantum punctum P, in quo recta data Ellipſim continget. Quæ omnia hac ratione demonſtrabimus. Et primum de puncto P, ad ſiniſtram maioris axis prioris figuræ. Ducta per P, maiori axi parallela XY, & minori axi parallela MPQe; [e] quoniam
eſt, vt PT, ad IS, ita HP, ad HI; eſtque vt HP, ad e 4. ſexti.
HI, ita QP, ad RI; erit etiam, vt PT, ad IS, ita QP, ad RI; hoc eſt, ita EY, ad EO. [f] Vt autem EY, ad EO, ita eſt YX,
ad OL. Igitur erit quoque, vt PT, ad IS, ita YX, ad OL. Cum ergo IS, OL, per hypotheſim æquales ſint, [g] erunt f 4. ſexti.
quoque PT, YX, æquales. Quia vero PT, ex ſcholio propoſ. 13. lib. 6 Euclid. media proportionalis eſt inter FP, g 14. quint.
PG; [h] erit quadratum ex PT, æquale rectangulo ſub FP, PG, hoc eſt, rectangulo ſub MP, Pe, [i] cum hoc illi ſit h 17. ſexti.
æquale: ideoque & quadratum ex YX, eidem rectangulo ſub MP, Pe, æquale erit. Addito communi quadrato i 35. tertij.
ex PQ, erunt quadrata ex YX, PQ, hoc eſt, ex YX, EY, æqualia rectangulo ſub MP, Pe, vna cum quadrato ex k 47. primi
PQ: [k] ſed quadratis ex YX, EY, æquale eſt quadratum ex EX & rectangulo ſub MP, Pe, vna cum quadrato ex
PQ, [l] æquale eſt quadratum ex MQ. Igitur quadrata ex EX, MQ, ideoque & eorum latera EX, MQ, æqualia l 5. ſecundi.
erunt. [m] Cum ergo etiam EY, QP, æquales ſint, erit vt EX, ad EY, ita QM, ad QP: [n] Vt autem EX, ad EY, ita eſt m 34. prim.
EK, hoc eſt, Ea, ad EB. Igitur erit quoque, vt Ea, ad EB, ita QM, ad QP. Ergo, vt prius, punctum P, in Ellipſim n 4. ſexti.
datam cadet. Quæ quidem demonſtratio locum etiam habet in poſteriori figura,

PVNCTVM autem P, ad dextram maioris axis cadere quoque in eandem Ellipſim, ita planum fiet.
Ducta Pb, ad MQ, perpendiculari, ipſique PV, æquali, & iuncta recta bQ; [o] quoniam eſt, vt QP, ad PH, in in-
feriori triangulo HPQ, ita QP, ad PH, in triangulo ſuperiori; Item vt PH, ad PT, ita PH, ad PV, erit ex æquali- o 4. ſexti.
tate, vt QP, ad PT, hoc eſt, vt EY, ad YX, quæ illis æquales ſunt, ita QP, ad PV, id eſt, ad Pb. Cum ergo anguli ad
Y, P, recti ſint; [p] erunt triangula EYX, bPQ, æquiangula, & vt EX, ad EY, ita bQ, ad QP. Deinde quia per ſcho-
lium propoſ. 13. lib. 6. Euclid. VP, ideoque & bP, media proportionalis eſt inter FP, PG, [q] erit quadratum ex bP, p 6. ſexti.
æquale rectangulo ſub FP, PG: [r] ſed hoc æquale eſt rectangulo ſub MP, Pe, quod rectæ FG, Me, in circulo ma- q 17. ſexti.
ioris axis ſe in P, interſecent. Igitur quadratum ex bP, æquale etiam erit rectangulo ſub MP, Pe: & addito com- r 35. tertij.
muni quadrato ex QP, erunt duobus quadratis ex bP, QP, hoc eſt, quadrato ex bQ, [s] quod illis æquale eſt, æqua- s 47. primi.
le rectangulum ſub MP, Pe, vna cum quadrato ex QP. [t] Eſt autem rectangulo ſub MP, Pe, vna cum quadrato ex t 5. ſexti.
QP, æquale quadratum ex QM. Igitur & quadrato ex bQ, quadratum ex QM, æquale erit, ideoq; & rectæ bQ,
QM, æquales erunt. Quocirca cum oſtenſum ſit paulo ante, eſſe vt EX, ad EY, ita bQ, ad QP, erit quoque, vt
EX, ad EY, ita QM, ad QP. [u] Cum ergo ſit vt EX, ad EY, ita EK, vel Ea, ad EB; erit quoque vt Ea, ad EB, ita QM,
ad QP; atq; idcirco, vt prius, punctum P, in datam Ellipſim cadet. u 4. ſexti.

DENIQVE rectam datam FG, Ellipſim tangere in puncto P, inuento quando recta HS, circulum FT,
tangit in T, demonſtrabimus hoc modo. Ductis rectis HM, EM ad extremum punctum parallelæ QM; quoni-
am oſtenſum eſt eſſe, vt Ea, hoc eſt, EK, ad EB, ita QM, ad QP; [x] Eſt autem, vt EK, ad EB, ita EX, ad EY; erit quo-
que, vt EX, ad EY, ita QM, ad QP. [y] Cum ergo EY, ipſi QP, æqualis ſit, erit & EX, ipſi QM, æqualis. Et quia qua- x 4. ſexti.
dratum ex PT, quadrato ex YX, æquale eſt, quod rectæ PT, YX, oſtenſæ ſint æquales; ſi addantur æqualia qua- y 34. primi.
drata ex PQ, EY, fient duo quadrata ex PT, PQ duobus quadratis ex YX, EY, æqualia: [z] Sed his æquale eſt qua-
dratum ex EX, hoc eſt, ex QM. Igitur & duo quadrata ex PT, PQ, quadrato ex QM, æqualia erunt: additoq; com- z 47. primi
muni quadrato ex QH, fient tria quadrata ex PT, PQ, QH, duob. quadratis ex QM, QH, æqualia: [a] Sed quadratis
ex PQ, QH, æquale eſt quadratum ex PH. Igitur duo quadrata ex PT, PH, duobus quadratis ex QM, QH, æqualia a 47. primi.
erunt. [b] Cum ergo illis duobus quadratum ex HT, & his duobus quadratum ex HM, ſit æquale; erunt quoque
quadrata ex HT, HM, ꝑindeq; & ipſa latera æqualia. [c] Igitur cum quadratũ ex HT, æquale ſit rectangulo ſub b 47. primi
HG, HF, erit eidem rectangulo æquale etiam quadratum ex HM, [d] ac proinde HM, circulum FM, continget, c 36. tertij.
in M. Quamobrem, vt antea demonſtratum eſt, recta FG, Ellipſim in P, continget, quod eſt propoſitum. d 37. tertij.

LEM-

LEMMA LIII.

QVÆSTIONES omnes, quæ per ſinus, Tangentes, atque ſecantes abſolui ſolent, per ſolam proſthaphæreſim, id eſt, per ſolam additionem, ſubtractionemq́; ſine laborioſa numerorum multiplicatione, diuiſioneque expedire.

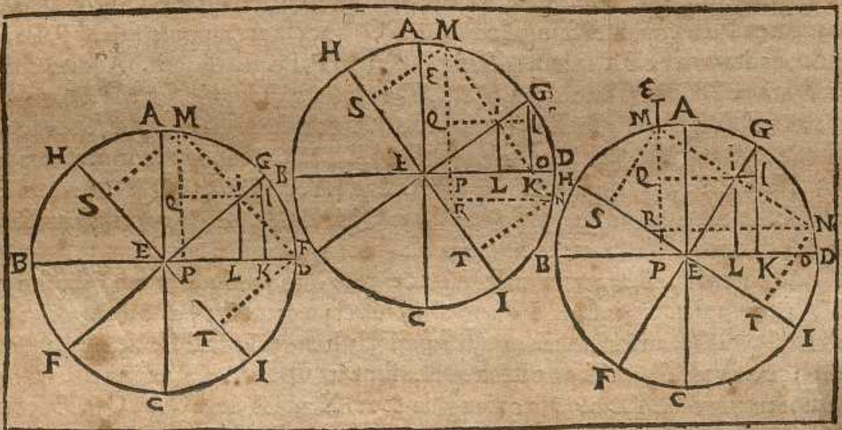
EDIDIT ante tres, quatuorue annos Nicolaus Raymarus Vrſus Dithmarſus libellum quendam, in quo præter alia proponit inuentum ſane acutum, & ingenioſum, quo per ſolam proſthaphæreſim pleraq; triangula ſphærica ſoluit. Sed quoniam id ſolum putat fieri poſſe, quando ſinus in regula proportionum aſſumuntur, & ſinus totus primum locum obtinet, conabimur nos eam doctrinam magis generalem efficere, ita vt non ſolum locum habeat in ſinibus, & quando ſinus totus primum locum in regula proportionum obtinet, verum etiam in tangentibus, ſecantibus, ſinibus verſis, & alijs numeris, & ſiue ſinus totus ſit in principio regulæ proportionum, ſiue in medio, ſiue denique nullo modo interueniat: quæ res noua omnino eſt, & iucunditatis ac voluptatis plena.

Quando ſinus totus primũ obtinet locũ in regula proportionum, & alij numeri ſunt ſinus; quo pacto fiat proſthaphæreſis.

1. QVOTIESCVNQVE igitur eſt, vt ſinus totus ad ſinum alicuius arcus, ita ſinus alterius cuiuſpiam arcus ad aliud, ſeponantur duo illi arcus tanquam dati, qui ad proſthaphæreſim requirantur: Minor addatur complemento maioris, & conflati arcus ſeruetur ſinus; Et ſi quidem minor arcus complemento maioris fuerit æqualis, (quod fiet, quando duo arcus ſepoſiti ac dati quadrantem conficiunt) ſemiſsis ſeruati ſinus, erit quartus numerus proportionalis quæſitus. Si vero minor arcus fuerit minor complemento maioris, (quod accidet, quando duo arcus ſepoſiti ac dati ſunt ſimul quadrante minores) detracto minore arcu ex complemento maioris, vt habeatur eorum arcuum differentia, qui ſimul addditi fuerunt, tollatur huius differentiæ ſinus ex ſuperioris conflati arcus ſinu ſeruato. Huius enim relicti numeri ſemiſsis, erit quartus numerus proportionalis, qui quæritur. Si denique minor arcus fuerit maior complemento maioris, (quod eueniet, quando duo arcus ſepoſiti, ac dati ſunt ſimul quadrante maiores) detracto complemento maioris ex minore arcu, vt eorum arcuum differentia habeatur, qui ſimul additi fuerunt, adijciatur huius differentiæ ſinus ad ſinum ſeruatum ſuperioris arcus conflati. Huius enim ſummæ ſemiſsis, erit numerus quartus proportionalis, qui deſideratur.

a 4. ſexti. ATQVE hæc eſt regula ſupradicti auctoris, quæ ſic demonſtrabitur. In prima harum figurarum [a] eſt, vt ſinus totus EG, ad GK, ſinum arcus GD, ita Ei, ſinus arcus ID, vel HM, ad quæſitum ſinum iL. Et quia minor arcus GD, æqualis eſt ipſi DG, complemento maioris arcus ID. (vel ſi forte GD, maior eſſet, & ID, minor; minor

b 2. ſexti. ID, æqualis eſt ipſi DI, complemento maioris arcus GD,) fit vt PQ, [b] quæ ſemiſſis eſt ſinus MP, arcus MD, con-



c 34. primi. flati ex DG, minore arcu, & GM, complemẽto maioris HM, [c] æqualis ſit ſinui quarto quæſito iL. Quod ſi forte arcus GD, ſit maior, & ID, minor, erit nihilominus MP, ſinus arcus MB, conflati tunc ex HM, minore, & HB, complemento maioris GD.

d 4. ſexti. IN ſecunda autem, & tertia figura [d] eſt quoque, vt ſinus totus EG, ad GK, ſinum arcus GD, ita Ei, ſinus arcus IN, vel HM, ad quæſitum ſinum iL. Et quia in ſecunda figura minor arcus GD, minor eſt ipſo GN, complemento maioris arcus IN, (vel ſi forte GD, maior eſſet, & IN, minor; minor IN, minor eſt ipſo ID, complemento maioris arcus GD) fit, vt detracto ſinu RP, differentiæ DN, hoc eſt, dempta Ms, ipſi RP, æquali, ex MP, ſinu arcus MD, conflati ex DG, minore arcu, & GM, complemento maioris HM, recta PQ, quæ ſemiſſis eſt relicti

e 2. ſexti. sP, [e] cum totius MR, tota QR, ſemiſſis ſit, [f] æqualis ſit ſinui quæſito iL. Quod ſi forte arcus GD, ſit maior, & IN,

f 34. primi. minor, erit nihilominus MP, ſinus arcus MB, conflati ex minore tunc arcu MH, & HB, complemento maioris arcus GD.

AT in tertia figura quia minor arcus IN, maior eſt ipſo ID, complemento maioris arcus GD, (vel ſi forte GD, minor foret, & IN, maior; minor GD, excedit ipſum GN, complementum maioris arcus IN,) fit, vt addito ſinu RP, differentiæ DN, hoc eſt, addita Ms, æquali ipſi RP, ad MP, ſinum arcus MB, conflati ex minore

g 2. ſexti. arcu HM, & ex HB, complemento maioris; recta PQ, quæ ſemiſſis eſt totius rectæ compoſitæ sP, [g] cum ipſius

h 34. primi. MR, ſemiſſis ſit QR, [h] æqualis ſit ſinui quæſito iL. Quod ſi forte arcus GD, minor ſit, & IN, maior, erit nihilominus MP, ſinus arcus MD, conflati tunc ex minore arcu GD, & GM, complemento maioris HM.

QVOD ſi ſepoſiti duo arcus fuerint æquales, accipiendum eſt alterutrius complementum; & alter pro minore aſſumendus.

2. IAM vero obtinente ſinu toto primum locum in regula proportionum, quando alij duo numeri non ſunt ſinus, ac-

cipien-

cipiendi sunt illorum numerorum, instar sinuum, arcus ex tabula sinuum, & seorsum seponendi. Deinde regula supradicta adhibenda. Idem faciendum est, quando sinus complementi alicuius arcus vsurpatur. Tunc enim non seponendus est ille arcus, sed loco illius assumendus, qui illi sinui, quatenus rectus est, respondet. Denique quandocunque secundus numerus, ac tertius non sunt sinus, vel alter eorum sinus, & alter non, accipiendus est arcus cuilibet numero, tanquam sinui, respondens: ita tamen, vt quando numerus sinu toto maior est, abijciantur à parte dextra tot figuræ, quot satis sunt, vt reliquus numerus minor fiat sinu toto; & ad inuentum quartum numerum per prosthaphæresim, siue is sinus sit, siue Tangens, siue secans, siue aliquis alius numerus, adijciantur ad partem dextram tot Ziphræ, quot figuræ abiectæ fuerunt. Nam quando vna figura abijcitur, sumitur pars decima numeri; quando duæ, centesima: atque ita inuenitur quoque sola pars decima, aut centesima quarti numeri. Quare multiplicanda est pars illa inuenta per 10. vel 100. quod fit per appositionem 0. vel 00. vt totus numerus habeatur. Sed rem hanc totam nonnullis exemplis planiorem faciamus.

Quando sinus totus primum locum obtinet in regula proportionum, & alij numeri non sunt sinus vel partim sinus, partim alij numeri, quo pacto prosthaphæresis fiat.

SIT verbi gratia, inuestiganda declinatio grad. 17. min. 45. ♊. Quoniam est, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ dati puncti Eclipticæ à viciniori puncto æquinoctij ad sinum declinationis eiusdem dati puncti, vt in lemmate 18. demonstrauimus, sic stabit exemplum ad prosthaphæresim.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus max. decl.	*23.*	*30.*	*Compl. maioris*	*12.*	*15.*	*Minor numerus maior est quam*
Distantia ab æquin.	*77.*	*45.*	*Minor*	*23.*	*30.*	*compl. ideo fiet additio.*

Summa complem. & minoris.	*35.*	*45.*	*sinus.*	*5842497.*
Diff. inter compl. & minorem.	*11.*	*15.*	*sinus.*	*1950903.*

Sinui inuento	*3896700.*	*Summa sinuum*	*7793400.*
Respondet declinatio G. 22. M. 56.		*Semissis, vel sin. declin.*	*3896700.*

RVRSVS sit inquirenda differentia ascensionalis grad. 6. ♊, ad altitudinem poli grad. 42. Quoniam est, vt sinus totus ad tangentem declinationis, ita tangens altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis, vt in lemmate 49. Num. 17. demonstrauimus; ita progrediemur. Declinatio grad. 6. ♊, est grad. 21. Min. 22. eius tangens 3912247. at tangens grad. 42. altitudinis poli 9004040. Priori tangenti in tabula sinuum respondent grad. 23. min. 2. Posteriori vero grad. 64. min. 13. atque hi duo arcus pro datis accipiendi sunt loco declinationis, & altitudinis poli. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	*23.*	*2.*	*Compl. maioris.*	*25.*	*47.*	*Minor numerus minor est complemento,*
dati.	*64.*	*13.*	*Minor.*	*23.*	*2.*	*ideo fiet subtractio.*

Summa compl. & minoris	*48.*	*49.*	*Sinus.*	*7526065.*
Diff. inter compl. & minorem	*2.*	*45.*	*Sinus.*	*479781.*
			Relictum	*7046284.*
Semissis, vel sinus diff. ascens.				*3523142.*

Sinui inuento 3523142. respondet differentia ascensionalis grad. 20. min. 38. hoc est, Hor. 1. Min. 23. Additis ergo horis 6. continebit arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 23. Et eadem differt, ex ascensione recta grad. 64. min. 6. (quæ gradui 6. ♊, debetur,) ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 43. min. 28.

SIT rursus inuestiganda differt. ascens. grad. 6. ♊, ad eleuationem poli gra. 60. Tangens declinationis est, vt prius, 3912247. cui in sinibus respondent grad. 23. min. 2. Tangens vero grad. 60. altitudinis poli est 17320508. cui in sinibus (abiecta vltima figura 8. pro qua reliquo numero addi potest 1. cum $\frac{8}{10}$ superent $\frac{1}{2}$) respondent gr. 9. min. 58. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	*23.*	*2.*	*Compl. maioris*	*66.*	*58.*	*Minor numerus minor est complemento,*
dati	*9.*	*58.*	*Minor.*	*9.*	*58.*	*ideo fiet subtractio.*

Summa compl. & minoris,	*76.*	*56.*	*Sinus*	*9741076.*
Diff. inter compl. & minorem.	*57.*	*0.*	*Sinus*	*8386706.*
			Relictum.	*1354370.*
Semissis, vel sinus diff. ascens.				*677185.*

Sinui inuento 6771850. (Nam propter figuram 8. abiectam addenda est 0.) respondet differentia ascens. gr. 42. m. 38. hoc est, Hor. 2. min. 51. Eademq; diff. ex ascensione recta gr. 64. min. 6. (quæ gradui 6. ♊, debetur) ablata relinquit ascensionem obliquam gr. 21. min. 28.

SIT præterea exploranda altitudo Solis in principio ♋, hora 4. post mer. vel hor. 8. post med. noct. ad altitudinem poli gr. 42. Quoniã, vt lib. 1. Gnomonices prop. 36. demonstrauimus, est vt sinus totus ad sinũ versum distantiæ

stantiæ Solis à mer. ita medietas rectæ conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & sinu depressionis meridianæ ad
differentiam inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis quæsitæ, ita agemus. Sinus versus distantiæ
Solis à mer. est 5000000. cui in sinibus respondent grad. 30. min. 0. Sinus altitudinis meridianæ grad. 71. min. 30.
est 9483237. Depressionis grad. 24. min. 30. sinus est 4146932. Medietas summæ ipsorum 6815084$\frac{1}{2}$. cui in sinibus respondent gr. 42. min. 58. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus dati.	30.	0.	*Compl. maioris.*	47.	2.	*Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.*
	42.	58.	*Minor.*	30.	0.	

	G.	M.		
Summa compl. & minoris	77.	2.	*Sinus.*	9745008.
Diff. inter compl. & minorem	17.	2.	*Sinus.*	2929280.

Relictum	6815728.
Semissis, vel diff. inter sin. alt. mer. & sin. alt. quæsitæ.	3407864.

Detracto numero inuento 3407864. qui est diff. inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum q̃sitæ altit. mer.
9483237, relinquitur sinus altitudinis quæsitæ 6075373. cui respondent grad. 37. mi. 25. Tanta est altitudo Solis.

Quando sinus totus est in principio regulæ aureæ, sed vel tertius, vel secundus numerus est minor sinu toto, quo pacto aliter prosthaphæresis fiat.

3. QVANDO *sinus totus est ad aliquem numerum sinu toto minorem, vt numerus sinu toto maior ad aliud, instituti quoq; potest operatio hoc modo. Numerus hic tertius maior sinu toto diuidatur per sinum totum, eritq; Quotiens numerus reliquus, si septem figuræ ad dexteram abijciantur, & septem figuræ abiectæ dabunt diuisionis residuum. Fiat ergo, vt sinus totus ad datum numerum minorem, ita residuum diuisionis ad aliud: quod per prosthaphæresim fiet, si numeri minoris, & residui, tanquam si sinus essent, arcus ex tabula sinuum accipiantur, &c. Ad inuentum quartum numerum adijciatur minor datus per Quotientem superioris diuisionis multiplicatus, vt totus quartus numerus quæsitus prodeat.*

EXEMPLI gratia. Sit inuenienda differentia ascensionalis grad. 6. ♊, ad altitudinem poli grad. 50. Quoniam est, vt sinus totus ad 3912247. tangentem declinationis; ita 11917537. tangens datæ altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis: vides secundum numerum minorem esse sinu toto, tertium vero maiorem, quo diuiso per 10000000. sinum totum, quotiens est 1. & residuum 1917537. Cum minore ergo illo numero, & hoc residuo, ex tabula sinuum excerpe hos arcus: Grad. 23. min. 2. & Grad. 11. Min. 3. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus dati	23.	2.	*Compl. maioris*	66.	58.	*Minor numerus complemẽto minor est, ideo facienda erit subtractio.*
	11.	3.	*Minor.*	11.	3.	

	G.	M.		
Summa compl. & minoris numeri	78.	1.	*Sinus*	9782080.
Diff. inter compl. & minorem num.	55.	55.	*Sinus*	8282234.

Relictum.	1499846.
Semissis, vel quartus numerus inuentus.	749923.

Huic semissi si addatur minor numerus 3912247. semel, quia Quotiens superior fuit 1. conflabitur sinus diff. ascens. 4662170. cui debetur arcus diff. ascens. grad. 27. min. 47. hoc est, Hor. 1. Min. 51. Additis ergo horis 6. fiet arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 51. Eadem autem diff. ex ascensione recta grad. 6. ♊, quæ complectitur gr. 64. min. 6. ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 36. min. 19. ad altitudinem poli grad. 50.

HVIVS regulæ demonstratio ex superioribus figuris elicitur. Posito enim sinu toto Ei, quoniam est, vt Ei, sinus totus ad iL, minorem numerum, ita EG, maior numerus ad GK; si ex EG, dematur sinus totus Ei, erit quoque, vt sinus totus Ei, ad iL, ita iG, residuum ad Gl, numerum, ad quem si adijciatur minor iL, vel lK, conflabitur totus quartus numerus quæsitus GK. Et si sæpius detractus fuisset sinus totus Ei, vt relinqueretur iG, minor sinu toto, adijci debuisset minor iL, toties, quoties abiectus fuisset sinus totus, cum cuilibet sinui toti respondeat recta æqualis ipsi iL, quemadmodum iL, sinui toti Ei, respondet.

Quando sinus totus secundum, vel tertiũ locum regulæ aureæ occupat, quo pacto prosthaphæresis fiat.

EADEM ratio est, quando secundus numerus maior est sinu toto, & tertius minor. Nam si est, vt sinus totus ad numerum maiorem, ita numerus minor ad quartum quæsitum; erit quoque permutando, vt sinus totus ad minorem, ita maior ad quartum: atq; ita rursum obtinebit maior tertium locum in regula.

SED quando vterq; numerus maior est sinu toto, tenenda est superior regula Num. 2. explicata, hoc est, abijcienda vna, aut altera figura ex vtroq; ad dexteram, vt minores numeri habeantur: Ad inuentum tamen numerum quartum apponendæ erunt tot ziphræ, quot figuræ abiectæ fuerunt, vt supra Num. 2. diximus.

ATQVE hoc quidem modo prosthaphæresis fit, sinu toto primum locum in proportionem regula obtinente: doceamus iam, quo pacto eadem prosthaphæresis instituenda sit, quando sinus totus in secundo vel tertio loco dictæ regulæ collocatus est. Sic ergo agemus.

Quando primus numerus est maior, sed minor sinu toto.

4. QVANDO *primus numerus maior est secundo, vel tertio, tamen minor sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui maiori numero in tabula sinuum, tanquam sinui respondet, ita minor numerus ad aliud: hoc est, duo arcus, qui illi secanti, & minori numero in sinuum tabula debentur, seponantur, tanquam dati, & cætera fiant, vt in prosthaphæresi dictum est. Quod si primus numerus maior, maior etiam sit sinu toto, agendum erit, vt paulo infra Numer. 6. dicemus.*

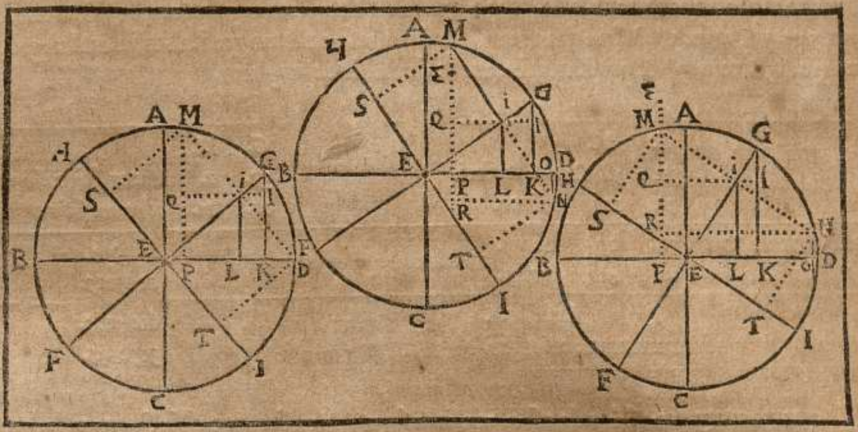
Quando primus numerus minor est, & minor etiam sinu toto.

5. QVANDO *autem primus numerus minor est, & minor sinu toto, tunc si quidem maior minor est sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori numero, tanquam sinui, in tabula sinuum respondet, ita maior numerus ad aliud: hoc est, duo arcus, qui illi Secanti, & maiori numero in sinibus respondent, seponantur, vt dati, & cætera fiant; quæ in regula prosthaphæresis Numer. 1. & 2. præcepimus. Si*

vero

vero maior numerus maior est sinu toto, detrahatur ex eo minor aliquoties, donec numerus reliquus sinu toto minor sit, vel si mauis, detrahe minorem, quoties fieri potest: Et fiat rursum; vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori dato numero, tanquam sinui, respondet, ita reliquus numerus maioris ad aliud, vt dictum est; inuentoque quarto numero adijciatur sinus totus toties, quoties minor numerus ex maiore ablatus est, vt totus quartus numerus quæsitus conficiatur.

6. DVPLEX hoc præceptum ex eisdem figuris superioribus demonstrabitur hoc modo. Quoniam si est, vt GK, ad EG, sinum totum, ita minor numerus iL, ad Ei, erit vt GK, sinus totus ad EG, secantem anguli G, qui complementum est anguli E, cuius GK, sinus est, (nam posito sinu toto GK, erit GE, secans



anguli G, & EK, tangens, vt in tractatu Tangentium & Secantium diximus; ita iL, ad Ei. Atque ita demonstratum est primum præceptum, si tamen primus numerus maior, minor sit sinu toto, vt per ipsum, veluti sinum.) angulus E, in tabula sinuum possit accipi, ac proinde eius complementum G, haberi.

Quando primus numerus est maior, & maior etiã sinu toto.

NAM si primus numerus maior, maior fuerit sinu toto, accipienda erit eius pars decima, vel centesima, &c. quod fit per ablationem vnius figuræ ad dexterã, vel duarum, &c. sed ex numero inuento sumenda deinde est pars etiam decima, vel centesima, &c. pro quarto numero quæsito: nisi forte eadem pars decima, vel centesima, &c. minoris numeri accepta sit. Tunc enim numerus inuentus esset quartus quæsitus: quod ita se habeat pars quælibet primi numeri ad secundum, vt eadem pars tertij ad quartum. Ex quo fit, si ex tertio numero, hoc est, ex minore, sumpta non sit decima, vel centesima pars, &c. numerum inuentum esse decies, centiesue, &c. maiorem, quam esse debeat, ideoque eius partem decimam, centesimamue, &c. accipiendam esse pro quarto numero, vt diximus.

7. DEINDE si sit vt iL, ad Ei, sinũ totum, (posito sinu toto EI,) ita maior numerus GK, ad EG; erit vt iL, sinus totus ad Ei, secantem anguli i, qui complementum est anguli E, quem numerus minor iL, vt sinus, offert, ita GK, ad EG. Si igitur maior numerus GK, minor fuerit sinu toto Ei, vt per eum, veluti sinum, arcus respondens in tabula sinuum, accipi possit, recte se res habet. Si autem GK, maior fuerit sinu toto Ei, vt in tertia figura, detrahendus ex eo est minor iL, semel, bis, terue, &c, donec relinquatur numerus GI, minor sinu toto: Et, ad inuentum numerum Gi, adiiciendus est sinus totus Ei, toties, quoties iL, ex GK, subtractus fuit, vt totus quartus numerus quæsitus EG, componatur.

Quando primus numerus minor, maior est sinu toto.

SI primus etiam numerus minor, maior sit sinu toto, auferendæ sunt ex primo, & altero aliquot figuræ vltimæ, vt numeri relinquantur sinu toto minores: & siquidem reliquus maioris numeri minor fuerit reliquo minoris primi numeri, seruetur regula Num 4. explicata: Si vero maior, prior pars regulæ Num 5. exposita. Ad quartum deinde numerum eo modo inuentum apponantur tot ziphræ, quot figuræ ex maiore numero fuerint ablatæ; quia propter vnam figuram ablatam inuenitur tantum eius pars decima, & propter duas, pars centesima, &c. Vnde per appositionẽ 0, vel 00. &c. multiplicandus erit numerus inuentus per 10. aut 100. &c. vt totus quartus numerus prodeat. Ex hoc vero iterum auferendæ erunt tot ziphræ, quot figuræ ex minore numero, quæ primum locum obtinet in regula, sunt ablatæ: quia propter vnam figuram ablatam inuenitur numerus decies maior; propter duas, centies, &c. propterea, quod diuisio fit per decies aut centies, &c. minorem numerum. Quare per ablationem 0. vel 00. &c. diuidendus erit numerus per 10. vel 100. &c. vt verus quartus numerus habeatur. Quod si ab initio tot figuræ demptæ sint ex primo minore, quot ex dato maiore, ad quartum primo loco inuentum neque addendum est aliquid, neque ex eo auferendum.

Exemplũ quando primus numerus maior est, minor tamen sinu toto.

EXEMPLI gratia. Sit inuestiganda latitudo ortiua principij ♋, ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam igitur est, vt sinus complementi altitudinis poli 7431448. ad sinum declinationis puncti Eclipticæ 3987491. ita sinus totus ad sinum latitudinis ortiuæ, vt lib. 1. Gnomonices propos. 34. demonstrauimus, ita procedemus. Cum primus numerus maior sit secundo, minor tamẽ sinu toto, accipiemus ex tabula sinuum arcum grad. 48. maiori numero respondentem, hoc est, ipsum complementum altitudinis poli, & secantem complementi huius arcus 13456326. cui (abiecta vltima figura 6.) in tabula sinuum respondet arcus grad. 7. min. 44. Minori autem numero 3987491. respondet declinatio grad. 23. min 30. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.		
Arcus	7.	44	*Compl. maioris.*	66.	30.	*Minor numerus minor est com-*	
dati.	23.	30	*Minor*	7.	44	*plemento, ideo fiet subtractio.*	
			Summa comple. & minoris,	74.	14.	*Sinus*	*9623762.*
			Diff. inter compl. & minorem.	58.	46.	*Sinus.*	*8520628.*
					Relictum.		*1075134.*
					Semissis, vel quartus numerus inuentus.		*536567.*

I Huic

Huic ſemiſſi apponatur o. propter figuram abiectam ex ſecante, fiet ſinus latitudinis ortiuæ 5365670. cui reſpondet gr. 32. min. 27. pro latitudine ortiua. Nam quarti numeri per appoſitionem ziphræ inuenti 5365670. non eſt accipienda pars decima, vel centeſima, quia primus numerus maior 7431448. minor eſt ſinu toto.

Exemplum quando primus numerus maior eſt, & maior etiam ſinu toto, ſed alter minor.

RVRSVS in triangulo ſphærico rectangulo, cuius vnus angulorum non rectorum contineat grad. 50. & arcus oppoſitus circa angulum rectum grad. 20. inueſtigandus ſit alter arcus circa angulum rectum, ſi modo conſtet ſpecies alterius anguli non recti. Quoniam per propoſ. 44. noſtrorum triang. ſphær. eſt, vt 11917537. tangens anguli dati grad. 50. ad 3639702. tangentem dati arcus grad. 20. ita ſinus totus ad ſinum alterius arcus circa rectum angulum; ſic agemus. Cum primus numerus ſit maior ſinu toto & alter minor; reijciemus ex illo figurã vltimam 7. vt habeamus numerum 1191753. ſinu toto minorem, cui reſpondet in tabula ſinuum arcus grad. 6. min. 51. Huius complementi ſecans, eſt 83843097. Abiecta vltima figura 7. reliquo numero in tabula ſinuum reſpondet arcus gr. 56. min. 58. Minori numero, vt ſinui, reſpondent grad. 21. min. 21. Itaque duo arcus proſthaphæreſis ſunt grad. 56. min. 58. & grad. 21. min. 21. Et ſic ſtabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	56.	58.	*Compl. maioris*	33.	2.	*Minor ſubtrahi poteſt à compl.*
dati.	21.	21.	*Minor.*	21.	21.	*ideo fiet ſubtractio.*
Summa complem. & minoris.	54.	23.	*Sinus.*			8129314.
Diff. compl. & minorem.	11.	41.	*Sinus.*			2025025.
			Relictum.			6104289.
Semiſſis, vel quartus numerus inuentus.						3052145.

HVIC quarto numero addenda eſt o. propter figuram ex ſecante abiectam, vt habeatur totus quartus numerus 30521450. cuius pars decima 3052145. erit ſinus arcus quæſiti, propter figuram ex primo numero abiectam. Arcus ergo quæſitus erit grad. 17. min. 46. paulo amplius, ſi conſtet eum debere eſſe quadrãte minorem.

Exemplum quando & maior primus numerus, & alter minor, maior eſt, ſinu toto.

ITEM in eodem triangulo, poſito angulo grad. 50 & arcu oppoſito grad. 48. inueſtigandus ſit rurſum alter arcus circa rectum angulum. Tangens anguli eſt, vt prius 11917537. Et tangens arcus eſt 17106124. Vbi tam primus maior, quàm alter minor, maior eſt ſinu toto. Reiecta ergo ex vtroque vltima figura, cum reliquo primi reperiemus arcum grad 6. min. 51. Huius complementi ſecans eſt 83843097. Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt ſinui, debetur arcus grad. 56. min. 58. qui eſt vnus arcuum, qui requiruntur. Reliquo numero ſecundi minoris, vt ſinui, debetur arcus grad. 6. min. 23. qui eſt alter requiſitus. Sic ergo ſtabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	56.	58.	*Compl. maioris*	33.	2.	*Minor ſubtrahi poteſt, idcirco facienda*
dati.	6.	23.	*Minor.*	6.	23.	*eſt ſubtractio.*
			Summa compl. & minoris	39.	25.	*Sinus.* 6349553.
			Diff. inter compl. & minorem.	26.	39.	*Sinus* 4485392.
			Relictum.			1864161.
			Semiſſis, ſiue quartus numerus inuentus.			932081.

HVIC quarto numero apponenda eſt o. propter figuram ex ſecante abiectam, vt totus quartus numerus prodeat 9320810. hoc eſt, ſinus quæſiti arcus. Hic enim nihil demendum eſt, cum & ex primo maiore, & ſecundo minore abiecta ſit vna figura. Igitur arcus quæſitus erit grad. 68. min. 46. fere, ſi conſtet, eum debere eſſe minorem quadrante.

Exemplum quando primus numerus eſt minor, & alter maior, ſed minor ſinu toto.

RVRSVS ſit inueſtigandus arcus ſemidiurnus in principio ♋, ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam, vt in ſcholio propoſ. 35. lib. 1. Gnomonices oſtendimus, ſic ſe habet medietas aggregati ex ſinu altitudinis meridianæ, & ex ſinu deſcriptionis meridianæ ad ſinum altitudinis merid. vt ſinus totus ad ſinum verſum arcus ſemidiurni. Eſt autem prædicta medietas 6815085. ſinus vero altitudinis meridianæ 9483237. vbi vides primum numerum eſſe minorem ſecundo, & hunc minorem ſinu toto. Minori qui primus eſt, vt ſinui debentur grad. 42. min. 58. ſecans complementi huius arcus eſt 14671946. cui, abiecta vltima figura, reſpondet arcus in ſinibus grad 8. min. 26. qui eſt vnus ex requiſitis. Maiori numero, vt ſinui, congruit arcus grad. 71. min. 30. qui eſt alter requiſitus. Sic ergo ſtabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	8.	26.	*Compl. maioris.*	18.	30.	*Minor deficit a compl. ideo facienda*
dati.	71.	30.	*Minor.*	8.	26.	*eſt ſubtractio.*
				G.	M.	
			Summa compl. & minoris	26.	56.	*Sinus.* 4529535.
			Diff. intercompl. & minorem	10.	4.	*Sinus.* 1747939.
			Relictum			2781596.
			Semiſſis, vel quartus numerus inuentus			1390798.

Quart

QVARTO huic numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt fiat totus sinus versus 13907980. cui debentur grad. 113. paulo amplius, hoc est, Hor.7.min. 32.pro arcu semidiurno.

PRÆTEREA in triangulo sphærico ex lateribus circa angulum rectum, quæ sint grad. 30. grad. 50. inquirendus sit angulus posteriori lateri oppositus. Quoniam enim est, vt 5000000. sinus grad. 30. ad sinum totum, ita 11917537. tangens grad. 50. ad tangentem quæsiti anguli, vt in scholio propos. 44. triang. sphær. demonstrauimus; vides primum numerum esse sinu toto minorem, alterū vero maiorem. Minor bis detractus ex maiore relinquit 1917537. Fiat ergo vt sinus totus ad 20000000. secantē complementi anguli, qui minori numero, dato, vt sinui, congruit, ita reliquus numerus maioris ad aliud. Secanti, abiecta vltima figura, respondent in sinibus grad. 11. min. 32. qui est vnus ex arcubus requisitis. Reliquo numero maioris, vt sinui, congruunt grad. 11. min. 3. pro altero arcu requisito. Sic ergo stabit exemplum. *Exemplum quādo primus numerus minor est sinu toto, sed alter maior.*

	G.	M.		C.	M.	
Arcus	*11.*	*32.*	*Compl. maioris.*	*78.*	*28.*	*Minor à compl. deficit, idcircò*
dati	*11.*	*3.*	*Minor.*	*11.*	*3.*	*fiet subtractio.*
			Summa complementi & minoris.	*89.*	*31.*	*Sinus 9999644.*
			Diff. inter compl. & minorem.	*67.*	*25.*	*Sinus 9233220.*
			Relictum			*766424.*
			Semissis, siue quartus numerus inuentus			*383212.*

HVIC numero quarto apponatur o. propter figuram ex secante abiectā, & toti numero 3832120. addatur sinus totus bis, quod bis minor numerus ex maiore fuerit subtractus, fietque tangens anguli quæsiti 23832120. Est ergo angulus grad. 67. min. 14. paulo amplius. Si minorem numerum 5000000. ex maiore 11917537. semel tantummodo detraxisses, relictus quoque fuisset numerus minor sinu toto, cum quo eundem angulum reperisses.

DENIQVE in triangulo sphærico rectangulo ex arcu circa angulum rectum grad. 50. & arcu, qui recto angulo opponitur, grad. 60. inuestigandus sit angulus à dictis arcubus comprehensus. Quoniam per propos. 45. triang. sphær. ita se habet tangens arcus recto angulo oppositi, ad tangentem arcus circa angulum rectum, vt sinus totus ad sinum complementi anguli quæsiti: Et per propos. 18. sinuum, ita est secans anguli quæsiti ad sinum totum, vt sinus totus ad sinum complementi eiusdem anguli; erit quoque, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus circa angulum rectum; ita secans quæsiti anguli ad sinum totum. Et conuertendo, 11917537. tangens arcus circa rectum angulum grad. 50. ad 17320508. tangentem arcus angulo recto oppositi grad. 60. ita sinus totus ad secantē anguli quæsiti. Habemus ergo primum numerum minorem quidem sed maiorem sinu toto. Ablata ergo vltima figura 7. reliquo numero respondēt in sinibus grad. 6. min. 51. Secans complemēti huius arcus est 83843097. Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt sinui, debentur grad. 56. min. 58. qui est ex requisitis vnus. Alter vero sic reperietur. Abiecta vltima figura ex maiore numero, remanet numerus 1732051. minor sinu toto, sed maior reliquo numero minoris. Ideoque prior pars regulæ Num. 5. expositæ adhibenda. Arcus ergo alter requisitus erit grad. 9. min. 58. congruens numero 1732051. Sic igitur stabit exemplum *Exemplū, quādo primus numerus minor est, sed sinu toto maior.*

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	*56.*	*58.*	*Compl. maioris.*	*33.*	*2.*	*Fieri debet subtractio, cum*
dati	*9.*	*58.*	*Minor*	*9.*	*58*	*minor detrahi possit à compl.*
			Summa compl. & minoris	*43.*	*0.*	*sinus 6819984.*
			Diff. inter compl. & minorem.	*23.*	*4.*	*sinus 3918020*
			Relictum.			*2901964*
			Semissis, siue quartus inuentus numerus			*1450982.*

Huic quarto numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt totus quartus numerus fiat 14509820. Propter abiectionem vero vnius figuræ ex vtroq; numero factam nihil fit, cum ex vtroq; ablatæ sint figuræ numero pares nimirum vna. Secanti autem inuentæ congruunt grad. 46. min. 26. pro angulo quæsito & paulo plus.

8. *QVANDO sinus totus neq; in principio, neq; in medio regulæ proportionum reperitur, reducendi erunt primi duo numeri ad alios duos per prosthaphæresim, quorū primus sit sinus totus, hac ratione. Fiat, vt primus numerus ad sinum totum, ita secundus ad aliud, per prosthaphæresim Num. 4. 5. & 6. declaratam. Tunc enim erit quoque sinus totus ad numerum inuentum, vt tertius ad inueniendum, atque ita vsurpanda erit posthaphæresis Num. 1. & 2. explicata.* *Quando sinus totus in regula aurea non reperitur, quo pacto prosthaphæresis fiat.*

CÆTERVM prosthaphæresis, quamuis demonstrationibus Geometricis nitatur, vt ostendimus, accurata tamen & exquisita esse non potest, nisi quando per solos sinus operatio fit, & sinus totus in principio regulæ ponitur, vt Num. 1. expositum fuit. Nam quando adhibentur alij numeri præter sinus, non paruus error committi potest, propterea quod raro eiusmodi numeri in tabula sinuum præcise reperiuntur, vt arcus illi congruentes accipi possint sine errore. Quocirca vt exquisitius res per prosthaphæresim fiat, adhibenda erit semper pars proportionalis, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum exposuimus, hoc est, cum numero, qui in tabula sinuum non præcise reperitur, excerpendus arcus cum gradibus, minutis, & secundis: quod fiet, si differentia capiatur inter sinum proxime minorem dato numero, & proxime maiorem, & differentia inter eundem sinum proxime minorem, & datum numerum, atque dicatur. Si prior differentia requirit secunda 60. (Nam *Prosthaphæresis quādo accurata sit, & quo pacto fieri possit accuratior per partis proportionalis inuentionē.*

inter duo proxima minuta interiiciuntur 60. secunda.) posterior quot secunda postulat atque hæc secunda inuenta arcui, qui minori sinui assumpto congruit, addenda erunt. Eodem modo, si cum gradibus, minutis, & secundis excerpendus sit sinus, sumenda erit differentia inter sinum gradibus, ac minutis respondentem, & sinum proxime maiorem, atque dicendum. Si 60. secunda postulant tantam differentiam, quantam proposita secunda requirunt? atque differentia inuenta sinui proxime minori assumpto adiicienda erit. Idem faciendum est in tabula Tangentium, secantiumque, quando id res exiget. Sed facilius in sinuum tabula pars proportionalis eruitur eo modo, quem paulo post explicabimus, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem, eamque per exiguos numeros. Non debet autem molesta videri partis proportionalis inuentio in prosthaphæresi, cum ea fiat per exiguas multiplicationes, diuisionesque, prosthaphæresis autem longis, ac permolestis multiplicationibus, diuisionibusque nos liberat. Quod si quis malit operari per sinuum aliorumque numerorum multiplicationem, ac diuisionem, quam per prosthaphæresim cum parte proportionali, id ei per nos licebit. Nō enim negamus, quin res interdum citius absoluatur sine prosthaphæresi, propter partes proportionales, quæ opus aliquantum retardant: sed tamen fatemur etiam, minorem esse molestiam in prosthaphæresi, quam in tam longis ac difficilibus numerorum multiplicationibus, diuisionibusque præsertim quia in sinuum tabula sine vllo fere labore pars proportionalis eruitur eo modo, quem post tabulam sinuum paulo post exponemus. Sed ponamus exemplum aliquod, vbi prosthaphæresis cum proportionali parte absoluatur.

Exemplū prosthaphæresis cum parte proportionali. SIT ergo, vt in postremo exemplo, inuestigandus rursum angulus ab arcu, qui recto angulo opponitur, & ab arcu circa rectum angulum comprehensus, quorum ille sit grad. 60. & hic grad. 50. Et quia, vt dictum est, ita se habet 11917537. tangens arcus grad. 50. ad 17320508. tangentem arcus grad. 60. vt sinus totus ad secantem quæsiti anguli: si abiiciantur vltimæ figuræ 7 & 8. pro quibus vnitates assumantur, quod tam $\frac{7}{10}$. quam $\frac{8}{10}$. semissem superent, habebuntur numeri sinu toto minores 1191754. & 1732051. in eadem fere proportione. Fiat ergo, vt sinus totus ad secantem complementi anguli, qui sinui 1191754. debetur, ita sinus 1732051, ad aliud, veluti in prima parte regulæ Num. 5. explicatę traditum est. Cum priori sinu inuenitur arcus grad. 6. min. 50. Sec. 40. cuius complementi secans est 83910940. Cui abiecta vltima figura, vt sinui, congruit arcus grad. 57. min. 2. sec. 46. atque hic est vnus ex arcubus requisitis. Alter arcus posteriori numero debitus est grad. 9. min. 58. sec. 27. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.	S.		G.	M.	S.	
Arcus	*57.*	*2.*	*46.*	*Compl. maioris.*	*32.*	*57.*	*14.*	*Minor est minor quam*
dati	*9.*	*58.*	*27.*	*Minor*	*9.*	*58.*	*27.*	*compl. ideo fiet subtractio.*
				Summa compl. & minoris	*42.*	*55.*	*41.*	*sinus 6810795.*
				Diff. inter compl. & minorem.	*22.*	*58.*	*47.*	*sinus 3904053.*
							Relictum.	*2906742.*
							Semissis, siue quartus numerus.	*1453371.*

Apposita figura 0. ad quartum numerum inuentum, propter figuram ex secante abiectā, fiet tota secans 14533710. cui respondet arcus grad. 46. min. 31. pro angulo quæsito, qui à superiori minutis ferme 5. differt, vbi vides quanti intersit, adhibere partes proportionales. In aliis exemplis negleximus dedita opera partes proportionales, tum quia in illis tantus error non apparet, tum vero maxime, vt regulæ prosthaphæresis clarius explicarentur.

IN gratiam porro studiosorum, & vt prosthaphæresis vsus planior fiat, subijciemus hoc loco calculum omnium triangulorum in nostris triangulis, & tractatione sinuum demonstratum, & nunc ad commodiorē formam ac methodum reuocatum, proponemusque idem numero quæsitum pluribus vijs soluendum, vt quilibet eam, quæ magis placuerit, sibi deligat. Appellabimus autem in rectangulo quouis triangulo siue sphærico, siue rectilineo latus recto angulo oppositum, BASEM. In non rectangulo vero, quando duo latera nominantur, tertium, siue maius illud sit, siue non, basem dicemus.

Basis triāguli quæ.

TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM rectangulorum calculus.

QVONIAM in quouis triangulo sphærico rectangulo quæritur ex duobus datis, vel cognitis, aut ANGVLVS, non rectus, aut LATVS, circa angulum rectum, aut BASIS: fieri hoc poterit pluribus modis ac vijs, vt ex ijs, quæ sequuntur, perspicuū fiet. Semper autem primo loco seorsum proponemus id, quod inquiritur: Deinde duo, quæ cognita sunt, vel data. Tertio vias varias, ac modos, quibus quæsitum erui potest, demonstrabimus: quibus etiam numeros præfigemus, vt facilius cognosci, & ab alijs argumentationibus secerni possint. Ita ergo prædicta inueniuntur.

I. ANGVLVS.

Ex base, & latere, quod angulo quæsito opponitur.

41. tr. sph.	1. vt sinus basis	ad sinum totum:	Ita sinus lateris	ad sinum anguli.
22. sinuū.	*Sed vt sinus lateris.*	*ad sinum anguli:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem compl. lateris.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus basis*	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. anguli.*	*ad secantem compl. lateris*
Conuert.	2. Ergo vt sinus totus.	ad sinum basis:	Ita secans compl. lateris.	ad secantē compl. anguli.

Vt si

Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum anguli.*	*41. tr. sph.*
Ergo vt sinus basis	*ad sinum lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum anguli.*	*Permut.*
Sed vt sinus basis	*ad sinum lateris:*	*Ita secans compl. lateris:*	*ad secantem compl. basis.*	*22. sinuū.*
Ergo vt secans compl. lateris	*ad secantem compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum anguli.*	*11. quinti.*
3. Ergo vt secans compl. lateris	ad sinum totum:	Ita secans compl. basis	ad sinum anguli.	*Permutando.*
Sed vt secans compl. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris.*	*18. sinuū.*
4. Ergo vt sinus totus	ad sinum lateris:	Ita secans compl. basis	ad sinum anguli.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. lateris*	*ad secantem compl. anguli.*	*2. modus.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
5. Ergo vt secans compl. basis	ad sinum totum:	Ita secans compl. lateris	ad secantem compl. anguli.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. lateris*	*ad secantem compl. anguli.*	*2. modus.*
Ergo vt sinus totus	*ad secantem complem. lateris:*	*Ita sinus basis*	*ad secantem compl. anguli.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad secantem compl. lateris:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
6. Ergo vt sinus lateris	ad sinum totum:	Ita sinus basis	ad secantem comple. anguli.	*11. quinti.*
Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum anguli.*	*41. tr. sph.*
Sed vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tangentem compl. basis.*	*18. sinuū.*
7. Ergo vt sinus compl. basis	ad tangentem complem. basis:	Ita sinus lateris	ad sinum anguli.	*11. quinti.*
Sed vt sinus lateris	*ad sinum anguli:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem compl. lateris.*	*22. sinuū.*
Ergo vt sinus compl. basis	*ad tangentem compl. basis:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem compl. lateris.*	*11. quinti.*
8. Ergo vt tangens complem. basis	ad sinum compl. basis:	Ita secans compl. lateris	ad secantē compl. anguli	*Conuertendo.*
Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum anguli.*	*41. tr. sph.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem lateris*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum lateris.*	*18. sinuū.*
9. Ergo vt sinus basis	ad tangentem lateris:	Ita sinus complem. lateris	ad sinum anguli.	*Ex æqual. perturb.*
Sed vt sinus compl. lateris	*ad sinum anguli:*	*Ita secans complem. anguli*	*ad secantem lateris.*	*22. sinuū.*
Ergo vt sinus basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem lateris.*	*11. quinti.*
10. Ergo vt tangens lateris	ad sinum basis:	Ia secans lateris	ad secantem compl. anguli.	*Conuertendo.*
Vt sinus basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum anguli.*	*9. modus.*
Ergo vt sinus basis	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum anguli.*	*Permut.*
Sed vt sinus basis	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita secans lateris*	*ad secantem compl. basis.*	*22. sinuū.*
11. Ergo vt secans lateris	ad secantem compl. basis:	Ita tangens lateris	ad sinum anguli.	*11. quinti.*
Vt sinus lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus basis*	*ad secantem complem. anguli.*	*6. modus.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem basis.*	*Ita sinus compl. basis*	*ad sinum basis.*	*18. sinuū.*
12. Ergo vt sinus lateris	ad tangentem basis:	Ita sinus compl. basis	ad secantem comple. anguli.	*Ex æqual. perturb.*

VIDES ergo duodecim modis angulum inuestigari posse ex data base, & latere, cui angulus quæsitus opponitur, quorum quidem sex adhibent sinum totum, nimirum 2. & 4. in primo loco regulæ proportionum, & 1.3.5. & 6. in secundo loco: alij vero sex nullibi sinum totum habent. Eadem ratione in ijs, quæ sequuntur, possent plures viæ reperiri, sed nos breuitati consulentes contenti erimus sex tantum modos demonstrare in quolibet quæsito inueniendo ex eisdem datis, in quibus videlicet semper sinus totus interuenit.

II. ANGVLVS.

Ex base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

Vt tangens basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. anguli.*	*45. tr. sph.*
1. Ergo vt tangens basis	ad sinum totum:	Ita tangens lateris	ad sinum compl. anguli	*Permut.*

47. tr. ſph.	Vt tangens baſis	ad tangentem lateris:	Ita ſinus totus	ad ſinum compl. anguli.
21. ſinuū.	Sed vt tangens baſis	ad tangentem lateris:	Ita tangens compl. lateris	ad tangentem compl. baſis.
11. quinti.	Ergo vt tangens comple. lateris	ad tangentem compl. baſis:	Ita ſinus totus	ad ſinum compl. anguli.
Permutando.	2. Ergo vt tangens complem. lateris	ad ſinum totum:	Ita tangens compl. baſis	ad ſinum compl. anguli.

Permutando.	Ergo vt tangens compl. lateris	ad tangentem compl. baſis:	Ita ſinus totus	ad ſinum compl. anguli.
18. ſinuū.	Sed vt ſinus totus	ad ſinum compl. anguli:	Ita ſecans anguli	ad ſinum totum.
11. quinti.	Ergo vt tangens compl. lateris	ad tangentem compl. baſis:	Ita ſecans anguli	ad ſinum totum.
Conuertendo.	Ergo vt tangens compl. baſis	ad tangentem complem. lateris:	Ita ſinus totus	ad ſecantem anguli.
Permutando.	3. Ergo vt tangens complem. baſis	ad ſinum totum:	Ita tangens compl. lateris	ad ſecantem anguli.

Permutando.	Ergo vt tangens complem. baſis	ad tangentem compl. lateris:	Ita ſinus totus	ad ſecantem anguli.
21. ſinuū.	Sed vt tangens compl. baſis	ad tangentem complem. lateris:	Ita tangens lateris	ad tangentem baſis
11. quin.	Ergo vt tangens lateris	ad tangentem baſis:	Ita ſinus totus	ad ſecantem anguli.
Permutando.	4. Ergo vt tangens lateris	ad ſinum totum:	Ita tangens baſis	ad ſecantem ang.

1. modus.	Vt tangens baſis	ad ſinum totum:	Ita tangens lateris	ad ſinum compl. anguli.
18. ſinuū.	Sed vt tangens baſis	ad ſinum totum.	Ita ſinus totus	ad tangentem compl. baſis.
11. quinti.	5. Ergo vt ſinus totus	ad tangentem compl. baſis:	Ita tangens lateris	ad ſinum compl. anguli.

4. modus.	Vt tangens lateris	ad ſinum totum:	Ita tangens baſis	ad ſecantem anguli.
18. ſinuū.	Sed vt tangens lateris	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad tangentem compl. lateris.
11. quinti.	6. Ergo vt ſinus totus	ad tangentem compl. lat.	Ita tangens baſis	ad ſecantem anguli.

III. ANGVLVS.

Ex baſe, & altero angulo non recto.

47. triāg. ſphær.	1. Vt ſinus totus	ad ſinum compl. baſis:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem compl. anguli quæſiti.

18. ſinuū.	Sed vt ſinus totus	ad ſinum compl. baſis:	Ita ſecans baſis	ad ſinum totum.
11. quinti.	2. Ergo vt ſecans baſis	ad ſinum totum:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem compl. anguli quæſiti.

21. ſinuū.	Sed vt tangens anguli dati	ad tangentem compl. anguli quæſiti:	Ita tangens anguli quæſiti	ad tangentem compl. anguli dati.
11. quinti.	Ergo vt ſecans baſis	ad ſinum totum:	Ita tangens anguli quæſiti	ad tangentem compl. anguli dati
Conuertendo.	3. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem baſis:	Ita tangens compl. anguli dati	ad tangentem ang. quæſiti.

1. modus.	Vt ſinus totus	ad ſinum compl. baſis:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem compl. anguli quæſiti.
Permutando.	Ergo vt ſinus totus	ad tangentem anguli dati:	Ita ſinus compl. baſis	ad tangentem compl. anguli quæſiti.
18. ſinuū.	Sed vt ſinus totus	ad tangentem anguli dati:	Ita tangens complem. anguli dati	ad ſinum totum.
11. quinti.	4. Ergo vt tangens complem. anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. baſis	ad tangentem compl. anguli quæſiti.

3. modus.	Vt ſinus totus	ad ſecantem baſis:	Ita tangens compl. ang. dati	ad tangentem anguli quæſiti
Permutando.	Ergo vt ſinus totus	ad tangentem compl. anguli dati:	Ita ſecans baſis	ad tangentem anguli quæſiti.
11. ſinuū.	Sed vt ſinus totus	ad tang. compl. anguli dati:	Ita tangens anguli dati	ad ſinum totum.
11. quinti.	5. Ergo vt tangens anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſecans baſis	ad tangentem ang. quæſiti.

Vt tangens complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*	*4. modus.*
Ergo vt tangens compl. anguli dati	*ad sinum compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem complem. anguli quæsiti.*	*Ita tang. anguli quæsiti*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
Ergo vt tangens compl. anguli dati	*ad sinum compl. basis:*	*Ita tangens ang. quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt sinus compl. basis	*ad tang. compl. ang. dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tang. anguli quæsiti.*	*Conuert.*
6. Ergo vt sinus comple. basis	ad sinum totum:	Ita tangens compl. anguli dati	ad tangentẽ anguli quæsiti.	*Permutando.*

IV. ANGVLVS.

Ex latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

1. Vt sinus totus	ad sinum anguli dati:	Ita sinus compl. lateris	ad sinum comple. anguli quæsiti.	*42. triāg. sphær.*
Sed vt sinus comple. lateris	*ad sinum complem. anguli quæsiti:*	*Ita secans ang. quæsiti*	*ad secantem lateris.*	*22. sinuū.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum anguli dati:*	*Ita secans anguli quæsiti*	*ad secantem lateris.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt sinus anguli dati	ad sinum totum:	Ita secans lateris	ad secantem anguli quæsiti.	*Conuertendo.*
Vt sinus totus	*ad sinum ang. dati:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. ang. quæsiti.*	*42. tr. sph.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum compl. ang quæsiti.*	*Permut.*
Sed vt sinus anguli dati	*ad sinum complem. anguli quæsiti.*	*Ita secans anguli quæsiti*	*ad secantem complem. anguli dati.*	*22. sinuū.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita secans anguli quæsiti*	*ad secantem comple. anguli dati.*	*11. quinti.*
3. Ergo vt sinus comple. lateris	ad sinum totum:	Ita secans compl. anguli dati	ad secantem anguli quæsiti.	*Conuertendo.*
Vt sinus totus	*ad sinum anguli dati:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. ang. quæsiti.*	*42. tr. sph.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum ang. dati:*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
4. Ergo vt secans compl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita sinus compl. lateris	ad sinum comple. anguli quæsiti.	*11. quinti.*
Sed vt sinus complem. lateris	*ad sinum complem. anguli quæsiti*	*Ita secans anguli quæsiti*	*ad secantem lateris.*	*22. sinuū.*
Ergo vt secans complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans anguli quæsiti*	*ad secantem lateris.*	*11. quinti.*
5. Ergo vt sinus totus	ad secantem comple. anguli dati	Ita secans lateris	ad secantem anguli quæsiti.	*Conuertendo.*
Vt sinus totus	*ad sinum anguli dati:*	*Ita sinus complem. lateris*	*ad sinum compl. ang. quæsiti.*	*42. tr. sph.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum compl. anguli quæsiti.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita secans lateris*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
6. Ergo vt secans lateris	ad sinum totum:	Ita sinus anguli dati	ad sinum comple. anguli quæsiti.	*11. quinti.*

V. ANGVLVS.

Ex latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: *Dummodo constet, num maior sit recto, an minor, vel an basis, aut latus alterum non datum quadrante maius sit minusue.*

Vt sinus comple. lateris	*ad sinum complem. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum anguli quæsiti.*	*42. triāg. sphær.*
1. Ergo vt sinus comple. lateris	ad sinum totum:	Ita sinus complem. anguli dati	ad sinum anguli quæsiti.	*Permutando.*

42. triãg. ſphær.	Vt ſinus comple. lateris	ad ſinum complem. anguli dati:	Ita ſinus totus	ad ſinum anguli quæſiti.
18. ſinuũ.	Sed vt ſinus totus	ad ſinum anguli quæſiti:	Ita ſecans complem. anguli quæſiti	ad ſinum totum.
11. quinti.	Ergo vt ſinus compl. lateris	ad ſinum complem. anguli dati:	Ita ſecans complem. anguli quæſiti	ad ſinum totum.
Conuertendo.	Ergo vt ſinus comple. anguli dati	ad ſinum complem. lateris:	Ita ſinus totus	ad ſecantem compl. anguli quæſiti.
Permutando.	2. Ergo vt ſinus compl. anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. lateris	ad ſecantem compl. anguli quæſiti.
1. modus.	Vt ſinus compl. lateris	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. anguli dati	ad ſinum ang. quæſiti.
18. ſinuũ.	Sed vt ſinus comple. lateris	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad ſecantem lateris.
11. quinti.	3. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem lateris:	Ita ſinus comple. anguli dati	ad ſinum anguli quæſiti.
22. ſinuũ.	Sed vt ſinus complem. anguli dati	ad ſinum anguli quæſiti:	Ita ſecans complem. anguli quæſiti	ad ſecantem anguli dati.
11. quin.	Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem lateris:	Ita ſecans complem. anguli quæſiti	ad ſecantem anguli dati.
Conuertendo.	4 Ergo vt ſecans lateris	ad ſinum totum:	Ita ſecans anguli dati	ad ſecantem comple. anguli quæſiti.
42. tr. ſph.	Vt ſinus compl. lateris	ad ſinum compl. anguli dati:	Ita ſinus totus	ad ſinum anguli quæſiti.
22. ſinuũ.	Sed vt ſinus complem. lateris	ad ſinum complem. anguli dati:	Ita ſecans anguli dati	ad ſecantem lateris
11. quinti.	Ergo vt ſecans anguli dati	ad ſecantem lateris:	Ita ſinus totus	ad ſinum anguli quæſiti.
Permutando.	5. Ergo vt ſecans anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſecans lateris	ad ſinum anguli quæſiti.
2. modus.	Vt ſinus compl. anguli dati	ad ſinum totum.	Ita ſinus compl. lateris	ad ſecantem comple. anguli quæſiti.
18. ſinuũ.	Sed vt ſinus complem. anguli dati	ad ſinum totum.	Ita ſinus totus	ad ſecantem anguli dati.
11. quinti.	6. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem anguli dati:	Ita ſinus compl. lateris	ad ſecantem comple. anguli quæſiti.

VI. ANGVLVS.

Ex vtroque latere.

44. triãg. ſphær.	1. Vt ſinus lat. adiac. ang. quæſito	ad ſinum totum:	Ita tangens lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangentem ang. quæſiti.
21. ſinuũ.	Sed vt tang. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangentem anguli quæſiti:	Ita tangens complem. anguli quæſiti	ad tang. complem. lat. oppoſ. ang. quæſito.
11. quinti.	Ergo vt ſinus lateris adiac. ang. quæſito	ad ſinum totum.	Ita tang. compl. anguli quæſiti	ad tang. compl. lateris oppoſ. ang. quæſito.
Conuertendo.	2. Ergo vt ſinus totus	ad ſinum lat. adiac. angulo quæſito:	Ita tangens complem. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangentem compl. anguli quæſiti.
44. triãg. ſphær.	Vt ſinus lateris adiac. angulo quæſito	ad ſinum totum:	Ita tangens lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangentem anguli quæſiti.
18. ſinuũ.	Sed vt ſinus lateris adiac. ang. quæſito	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad ſecantem comple. lat. adiac. ang. quæſito.
11. quinti.	3. Ergo vt ſinus totus	ad ſec. comple. lat. adiac. ang. quæſito	Ita tang. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangẽtem anguli quæſiti.
44. triãg. ſphær.	Vt ſinus lateris adiac. angulo quæſito	ad ſinum totum:	Ita tangens lateris oppoſ. angulo quæſito	ad tangentem anguli quæſiti.
Permutando.	Ergo vt ſinus lat. adiac. angulo quæſito.	ad tang. lateris oppoſ. angulo quæſito:	Ita ſinus totus	ad tangentem anguli quæſiti.
18. ſinuũ.	Sed vt ſinus totus	ad tangentem anguli quæſiti:	Ita tangens complem. anguli quæſiti	ad ſinum totum.
11. quinti.	Ergo vt ſinus lat. adiac. ang. quæſito	ad tang. lat. oppoſ. ang. quæſito:	Ita tangens complem. anguli quæſiti	ad ſinum totum.

Erge

Ergo vt tangens lat. oppoſ. angulo quæſito	*ad ſinum lat. adiac. angulo quæſito:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem compl. anguli quæſiti.*	*Conuertendo.*
4. Ergo vt tang. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad ſinum totum:	Ita ſinus lateris adiac. ang. quæſito	ad tangentem compl. anguli quæſiti.	*Permutando.*
Vt ſinus totus	*ad ſinum lat. adiac. ang. quæſito*	*Ita tangens compl. lat. oppoſ. ang. quæſito*	*ad tangentem compl. anguli quæſiti.*	*2. modus.*
Sed vt ſinus totus	*ad ſinum lateris adiac. ang. quæſito:*	*Ita ſecans compl. lat. adiac. ang. quæſito*	*ad ſinum totum.*	*18. ſinuū.*
5. Ergo vt ſecans compl. lat. adiac. ang. quæſito	ad ſinum totum:	Ita tangens compl. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad tangentem compl. anguli quæſiti.	*11. quinti.*
Ergo vt ſecans compl. lat. adiac. ang. quæſito.	*ad tang. complem. lat. oppoſ. ang. quæſito:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem compl. anguli quæſiti.*	*Permutando.*
Sed vt ſinus totus	*ad tangentem compl. anguli quæſiti:*	*Ita tangens anguli quæſiti*	*ad ſinum totum.*	*18. ſinuū.*
Ergo vt ſecans compl. lat. adiac. ang. quæſito	*ad tang. complem. lat. oppoſ. ang. quæſito:*	*Ita tangens ang. quæſiti*	*ad ſinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tang. compl. lat. oppoſ. ang. quæſito	*ad ſec. complem. lat. adiac. ang. quæſito:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem anguli quæſiti.*	*Conuertendo.*
6. Ergo vt tang. compl. lat. oppoſ. ang. quæſito	ad ſinum totum:	Ita ſecans compl. lat. adiac. ang. quæſito	ad tangētem anguli quæſiti.	*Permutando.*

VII. LATVS.

Ex baſe, & altero latere.

Vt ſinus compl. lateris dati	*ad ſinum compl. baſis:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſinum compl. lateris quæſiti.*	*43. triāg. ſphær.*
1. Ergo vt ſinus compl. lateris dati	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. baſis	ad ſinum complem. lateris quæſiti.	*Permutando.*
Vt ſinus compl. lateris dati	*ad ſinum compl. baſis:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſinum complem. lateris quæſiti.*	*43. triāg. ſphær.*
Sed vt ſinus totus	*ad ſinum compl. lateris quæſiti:*	*Ita ſecans lateris quæſiti*	*ad ſinum totum:*	*18. ſinuū.*
Ergo vt ſinus comple. lateris dati	*ad ſinum compl. baſis:*	*Ita ſecans lateris quæſiti*	*ad ſinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt ſinus compl. baſis	*ad ſinum compl. lateris dati*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem lateris quæſiti.*	*Conuert.*
2. Ergo vt ſinus compl. baſis	ad ſinum totum:	Ita ſinus complem. lateris dati	ad ſecantem lateris quæſiti.	*Permutando.*
Vt ſinus compl. lat. dati	*ad ſinum compl. baſis:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſinum compl. lat. quæſiti.*	*43. tr. ſph.*
Sed vt ſinus comple. lateris dati	*ad ſinum complem. baſis:*	*Ita ſecans baſis*	*ad ſecantem lateris dati.*	*22. ſinuū.*
Ergo vt ſecans baſis.	*ad ſecantem lateris dati:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſinum compl. lat. quæſiti.*	*11. quinti.*
3. Ergo vt ſecans baſis	ad ſinum totum:	Ita ſecans lateris dati	ad ſinum compl. lateris quæſiti.	*Permutando.*
Vt ſinus compl. baſis	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus complem. lateris dati*	*ad ſecantem lateris quæſiti.*	*2. modus.*
Ergo vt compl. baſis	*ad ſinum complem. lateris dati:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem lateris quæſiti.*	*Permutando.*
Sed vt ſinus comple. baſis	*ad ſinum complem. lateris dati:*	*Ita ſecans lateris dati*	*ad ſecantem baſis.*	*22. ſinuū.*
Ergo vt ſecans lateris dati	*ad ſecantem baſis:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem lateris quæſiti.*	*11. quin.*
4. Ergo vt ſecans lateris dati	ad ſinum totum:	Ita ſecans baſis	ad ſecantem lateris quæſiti.	*Permutando.*
Vt ſinus compl. lateris dati	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus compl. baſis*	*ad ſinum compl. lateris quæſiti.*	*1. modus.*
Sed vt ſinus complem. lateris dati	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem lateris dati.*	*18. ſinuū.*
5. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem lateris dati:	Ita ſinus compl. baſis	ad ſinum comple. lateris quæſiti.	*11. quinti.*

Vt ſinus

2. modus.	*Vt sinus compl. basis*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. lateris dati*	*ad secantem lateris quæsiti.*
18. sinuū.	*Sed vt sinus compl. basis*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem basis.*
11. quinti.	6. Ergo vt sinus totus	ad secantem basis:	Ita sinus complem. lateris dati	ad secantem lateris quæsiti.

VIII. LATVS.

Ex base & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

41. triāg. sphær.	1. Vt sinus totus	ad sinum basis:	Ita sinus anguli dati	ad sinum lateris quæsiti.
21. sinuū.	*Sed vt sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti:*	*Ita secans complem. lateris quæsiti*	*ad secantem compl. anguli dati.*
11. quinti.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita secans complem. lateris quæsiti*	*ad secantem comple. anguli dati.*
Conuertendo.	2. Ergo vt sinus basis	ad sinum totum:	Ita secans complem. anguli dati	ad secantem compl. lateris quæsiti.
41. triāg. sphær.	*Vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
18. sinuū.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita secans complem. basis*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	3. Ergo vt secans compl. basis	ad sinum totum:	Ita sinus anguli dati	ad sinum lateris quæsiti.
22. sinuū.	*Sed vt sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti:*	*Ita secans complem. lateris quæsiti*	*ad secantem comple. anguli dati.*
11. quinti.	*Ergo vt secans complem. basis*	*ad sinum totum:*	*Ita secans complem. lateris quæsiti*	*ad secantem comple. anguli dati.*
Conuertendo.	4. Ergo vt sinus totus	ad secantem compl. basis:	Ita secans compl. anguli dati	ad secantem compl. lateris quęsiti.
41. tr. sph.	*Vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
Permut.	*Ergo vt sinus totus*	*ad sinum anguli dati:*	*Ita sinus basis*	*ad sinum lateris quæsiti.*
18. sinuū.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum anguli dati:*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	5. Ergo vt secans compl. anguli dati	ad sinum totum:	Ita sinus basis	ad sinum lateris quæsiti.
4. modus.	*Vt sinus totus*	*ad secantem compl. basis:*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad secantem comple. lateris quæsiti.*
Permutando.	*Ergo vt sinus totus*	*ad secantem complem. anguli dati*	*Ita secans compl. basis*	*ad secantem comple. lateris quæsiti.*
18. sinuū.	*Sed vt sinus totus*	*ad secantem comple. anguli dati:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quin.	6. Ergo vt sinus anguli dati	ad sinum totum:	Ita secans compl. basis	ad secantem compl. lateris quæsiti.

IX. LATVS.

Ex base & angulo, qui lateri quæsito adiacet.

45. triāg. sphær.	1. Vt sinus totus	ad sinum compl. anguli dati:	Ita tangens basis	ad tangentem lateris quęsiti.
18. sinuū.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum compl. anguli dati*	*Ita secans anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	2. Ergo vt secans anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens basis	ad tangentem lateris quęsiti.
21. sinuū.	*Sed vt tangens basis*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	*Ita tangens complem. lateris quæsiti*	*ad tangentem compl. basis.*
11. quinti.	*Ergo vt secans anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. lateris quæsiti:*	*ad tangentem compl. basis.*
Conuertendo.	3. Ergo vt sinus totus	ad secantem anguli dati:	Ita tangens compl. basis	ad tangentem compl. lateris quæsiti.

Sed vt sinus totus	*ad secantem anguli dati:*	*Ita sinus complem. anguli dati*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
4. Ergo vt sinus compl. anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens compl. basis	ad tangens compl. lateris quæsiti.	*11. quinti.*

Vt secans anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	*2. modus.*
Ergo vt secans anguli dati	*ad tangentem basis:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem lateris quæsiti:*	*Ita tangens complem. lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
Ergo vt secans anguli dati	*ad tangentem basis:*	*Ita tang. compl. lateris quæsiti.*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tangens basis	*ad secantem anguli dati.*	*Ita sinus totus.*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*Conuertendo.*
5. Ergo vt tangens basis	ad sinum totum:	Ita secans anguli dati	ad tangentem compl. lateris quæsiti.	*Permutando.*

Vt sinus compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*4. modus.*
Ergo vt sinus compl. anguli dati	*ad tangentem compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem compl. lateris quæsiti:*	*Ita tangens lat. quæsiti.*	*ad sinum totnm.*	*18. sinuū.*
Ergo vt sinus compl. anguli dati	*ad tangentem compl. basis*	*Ita tangens lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tangens compl. basis	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	*Conuertendo.*
6. Ergo vt tangens complem. basis	ad sinum totum:	Ita sinus complem. anguli dati	ad tangentem lateris quesiti.	*Permutando.*

X.

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito adiacet; *si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususue; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

Vt tangens anguli dati	*ad tangentem lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*44. tr. sph.*
1. Ergo vt tangens anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens lateris dati	ad sinum lateris quæsiti.	*Permutando.*

Vt tangens anguli dati	*ad tangentem lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*44. tr. sph.*
Sed vt tangens anguli dati	*ad tangentem lateris dati:*	*Ita tangens complem. lateris dati*	*ad tangentem compl. anguli dati.*	*21. sinuū.*
Ergo vt tangens compl. lateris dati	*ad tangentem compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt tangens complem. lat. dati	ad sinum totum:	Ita tangens compl. anguli dati	ad sinum lateris quæsiti.	*Permutando.*

Vt tangens anguli dati	*ad tangentem lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*44. tr. sph.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum lateris quæsiti:*	*Ita secans compl. lat. quæsiti.*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
Ergo vt tangens anguli dati	*ad tangentem lateris dati:*	*Ita secans compl. lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tangens lateris dati	*ad tangentem anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem comple. lateris quæsiti.*	*Conuertendo.*
3. Ergo vt tangens lateris dati	ad sinum totum:	Ita tangens anguli dati	ad secantem compl. lateris quæsit.	*Permutando.*

Vt tangens compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens cōpl. anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*2. modus.*
Ergo vt tangens compl. lateris dati	*ad tangentem compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum lateris quæsiti:*	*Ita secans compl. lat. quæsiti*	*ad sinum totum.*	*18. sinuū.*
Ergo vt tangens compl. lateris dati	*ad tangentem compl. anguli dati:*	*Ita secans compl. lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tangens comple. anguli dati	*ad tangentem compl. lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem comple. lateris quæsiti.*	*Conuertendo.*

4. Ergo

Permutando.	4. Ergo vt tangēs compl. ang. dati	ad ſinum totum:	Ita tang. complem. lateris dati	ad ſecantem compl. lateris quæſiti.
1. modus.	*Vt tangens anguli dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita tangens lateris dati*	*ad ſinum lateris quæſiti.*
18. ſinuū.	*Sed vt tangens anguli dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem compl. anguli dati*
11. quinti.	5. Ergo vt ſinus totus	ad tangentem compl. anguli dati:	Ita tangens lateris dati	ad ſinum lateris quæſiti.
3. modus.	*Vt tangens lateris dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad ſecantem complem. lateris quæſiti.*
18. ſinuū.	*Sed vt tangens lateris dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem compl. lateris dati.*
11. quinti.	6. Ergo vt ſinus totus	ad tangentem complem. lateris dati:	Ita tangens anguli dati	ad ſecantem compl. lateris quæſiti.

XI. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæſito opponitur.

44. triāg. ſphær.	1. Vt ſinus totus	ad ſinum lateris dati:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem lateris quæſiti.
21. ſinuū.	*Sed vt tangens anguli dati*	*ad tangentem lateris quæſiti:*	*Ita tangens complem. lateris quæſiti*	*ad tangentem compl. anguli dati.*
11. quinti.	*Ergo vt ſinus totus*	*ad ſinum lateris dati:*	*Ita tangens complem. lateris quæſiti*	*ad tangentem compl. anguli dati.*
Conuertendo.	2. Ergo vt ſinus lateris dati	ad ſinum totum:	Ita tangens compl. anguli dati	ad tangentem compl. lateris quæſiti.
18. ſinuū.	*Sed vt ſinus lateris dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem compl. lateris dati.*
11. quinti.	3. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem compl. lateris dati:	Ita tangens compl. anguli dati	ad tangentem compl. lateris quæſiti.
44. triāg. ſphær.	*Vt ſinus totus*	*ad ſinum lateris dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tangentē lateris quæſiti.*
18. ſinuū.	*Sed vt ſinus totus*	*ad ſinum lateris dati:*	*Ita ſecans compl. lateris dati*	*ad ſinum totum:*
11. quinti.	4. Ergo vt ſecans compl. lateris dati	ad ſinum totum:	Ita tangens anguli dati	ad tangētem lateris quæſiti.
2. modus.	*Vt ſinus lateris dati*	*ad ſinum totum:*	*Ita tangens complem. anguli dati*	*ad tangentem compl. lateris quæſiti.*
Permutādo.	*Ergo vt ſinus lateris dati*	*ad tangentem compl. anguli dati*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem compl. lateris quæſiti.*
18. ſinuū.	*Sed vt ſinus totus*	*ad tangentem compl. lateris quæſiti:*	*Ita tangens lateris quæſiti*	*ad ſinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt ſinus lateris dati*	*ad tangentem compl. anguli dati*	*Ita tangens lateris quæſiti*	*ad ſinum totum.*
Conuertendo.	*Ergo vt tangens compl. anguli dati*	*ad ſinum lateris dati:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem lateris quæſiti.*
Permutando.	5. Ergo vt tangens complem. anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſinus lateris dati	ad tangētem lateris quæſiti.
3. modus.	*Vt ſinus totus*	*ad ſecantem complem. lateris dati:*	*Ita tangens complem. anguli dati*	*ad tangentem compl. lateris quæſiti.*
Permutando.	*Ergo vt ſinus totus*	*ad tangentem compl. anguli dati:*	*Ita ſecans complem. lateris dati*	*ad tangentem compl. lateris quæſiti.*
18. ſinuū.	*Sed vt ſinus totus*	*ad tangentem compl. anguli dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad ſinum totum.*
11. quin.	6. Ergo vt tangens anguli dati	ad ſinum totum:	Ita ſecans comple. lateris dati	ad tangentem compl. lateris quæſiti.

XII. LATVS.

Ex vtroque angulo non recto.

42. triāg. ſphær.	1. Vt ſinus ang. adiac. lat. quæſito	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito	ad ſinum comple. lateris quæſiti.

Sed vt

Sed vt ſinus anguli adiac. lat. quæſito	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad ſec. compl. anguli adiac. lat. quæſito.	18. ſinuum
2. Ergo vt ſinus totus	ad ſec. compl. ang. adiac. lat. quæſito.	Ita ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſinum compl. lateris quæſiti.	11. quinti.

Vt ſinus ang. adiac. lateri quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. ang. oppoſ. lateri quæſito.	ad ſinum complem. lateris quæſiti.	42. triãg. ſphær.
Ergo vt ſinus anguli adiac. lat. quæſito.	ad ſinum compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	Ita ſinus totus	ad ſinum comp. lateris quæſiti	Permutando.
Sed vt ſinus totus	ad ſinum comp. lateris quæſiti:	Ita ſecans lateris quæſiti	ad ſinum totum.	18. ſinuum
Ergo vt ſinus ang. adiac. lat. quæſito	ad ſinum comple. ang. oppoſ. lat. quæſito:	Ita ſecans lateris quæſiti	ad ſinum totum.	11. quinti.
Ergo vt ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſinum ang. adiac. lateri quæſito.	Ita ſinus totus	ad ſecantem lateris quæſiti.	Conuertendo.
3. Ergo vt ſinus compl. angul. oppoſ. lateri quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſinus anguli adiac. lateri quæſito.	ad ſecantem lateris quæſiti.	Permutando.

Sed vt ſinus compl. ang. oppoſit. lat. quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad ſecantem ang. oppoſ. lat. quæſito.	18. ſinuum
4. Ergo vt ſinus totus.	ad ſecantem angul. oppoſ. lateri quæſito:	Ita ſinus anguli adiac. lateri quæſito.	ad ſecantem lateris quæſiti.	11. quinti.

Vt ſinus ang. adiac. lateri quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſinum comp. lateris quæſiti.	42. triãg. ſphær.
Ergo vt ſinus angul. adiac. lat. quæſito.	ad ſinum compl. ang. oppoſ. lat. quæſito:	Ita ſinus totus	ad ſinum comp. lateris quæſiti.	Permutando.
Sed vt ſinus angul. adiac. lateri quæſito.	ad ſinum compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	Ita ſecans angul. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſec. compl. anguli adiac. lat. quæſito.	22. ſinuum
Ergo vt ſecans ang. oppoſ. lateri quæſito.	ad ſec. compl. ang. adiac. lat. quæſito:	Ita ſinus totus.	ad ſinum comp. lateris quæſiti.	11. quinti.
5. Ergo vt ſecans ang. oppoſ. lateri quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſec. compl. angul. adiac. lateri quæſito.	ad ſinum compl. lateris quæſiti.	Permutando.

Vt ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſinus angul. adiac. lateri quæſito.	ad ſecantem lateris quæſiti.	3. modus.
Ergo vt ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito	ad ſinum angul. adiac. lat. quæſito:	Ita ſinus totus.	ad ſecantem lateris quæſiti.	Permutando.
Sed vt ſinus compl. ang. oppoſ. lat. quæſito.	ad ſinum angul. adiac. lat. quæſito:	Ita ſec. compl. angul. adiac. lat. quæſito.	ad ſecantem anguli oppoſ. lat. quæſito.	22. ſinuum
Ergo vt ſec. compl. angul. adiac. lat. quæſito.	ad ſecantem ang. oppoſ. lat. quæſito.	Ita ſinus totus.	ad ſecantem lateris quæſiti.	11. quinti.
6. Ergo vt ſecans compl. angul. adiac. lateri quæſito.	ad ſinum totum:	Ita ſecans angul. oppoſ. lateri quæſito.	ad ſecantem lateris quæſiti.	Permutando.

XIII. BASIS.

Ex latere, & angulo ei adiacente.

1. Vt ſinus compl. anguli dati.	ad ſinum totum:	Ita tangens lateris dati.	ad tangentem baſis.	45. triãg. ſphær.

Sed vt ſinus complem. anguli dati.	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus.	ad ſecantem anguli dati.	18. quinti.
2. Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem anguli dati.	Ita tangens lateris dati.	ad tangentem baſis.	11. quinti.

Sed vt tangens lateris dati.	ad tangentem baſis:	Ita tangens compl. baſis.	ad tangent. comple. lateris dati.	21. ſinuum
Ergo vt ſinus totus.	ad ſecantem anguli dati:	Ita tangens compl. baſis.	ad tangen. complem. lateris dati.	11. quinti.
3. Ergo vt ſecans angul. dati.	ad ſinum totum:	Ita tangens compl. lateris dati	ad tangentem complem. baſis.	Conuertendo.

18. sinuum	Sed vt secans ang. dati	ad sinum totum:	Ita sinus totus	ad sinum complem. anguli dati.
11. quinti.	4. Ergo vt sinus totus	ad sinum compl. anguli dati:	Ita tangens compl. lateris dati	ad tangentem complem. basis.
45. triãg. sphær.	Vt sinus complemen. anguli dati	ad sinum totum:	Ita tang. lat. dati	ad tangentem basis.
Permutando.	Ergo vt sinus complem. angul. dati	ad tangentem lat. dati:	Ita sinus totus	ad tangentem basis.
18. sinuum	Sed vt sinus totus	ad tangentem basis:	Ita tangens compl. basis	ad sinum totum.
11. quinti.	Ergo vt sinus complem. angul. dati	ad tangentem lat. dati:	Ita tangens compl. basis	ad sinum totum.
Conuertendo.	Ergo vt tang. lat. dati	ad sinum compl. ang. dati:	Ita sinus totus	ad tangen. compl. basis.
Permutando.	5. Ergo vt tangens later. dati	ad sinum totum:	Ita sinus comple. angul. dati	ad tangentem complem. basis.
2. modus.	Vt sinus totus	ad secantem anguli dati:	Ita tangens lat. dati	ad tangentem basis.
Permutando.	Ergo vt sinus totus	ad tangentem lat. dati.	Ita secans anguli dati	ad tangentem basis.
18. sinuum	Sed vt sinus totus	ad tangentem lat. dati:	Ita tangens complem. later. dati	ad sinum totum.
11. quinti.	6. Ergo vt tang. compl. lat. dati.	ad sinum totum:	Ita secans anguli dati	ad tangentem basis.

XIV. BASIS.

Ex latere, & angulo ei oppposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

41. triãg. sphær.	Vt sinus ang. dati	ad sinum lateris dati:	Ita sinus totus	ad sinum basis.
Permutando.	1. Ergo vt sinus anguli dati	ad sinum totum:	Ita sinus lat. dati	ad sinum basis.
18. sinuum	Sed vt sinus anguli dati	ad sinum totum:	Ita sinus totus	ad secantem compl. anguli dati.
11. quinti.	2. Ergo vt sinus totus.	ad secantem compl. ang. dati:	Ita sinus lat. dati	ad sinum basis.
41. triãg. sphær.	Vt sinus ang. dati	ad sinum lateris dati:	Ita sinus totus.	ad sinum basis.
18. sinuũ.	Sed vt sinus totus	ad sinum basis:	Ita secans compl. basis	ad sinum totum.
11. quinti.	Ergo vt sinus ang. dati	ad sinum lat. dati:	Ita secans compl. basis	ad sinum totum.
Conuertendo.	Ergo vt sinus lat. dati	ad sinum ang. dati:	Ita sinus totus.	ad secantem complemen. basis.
Permutando.	3. Ergo vt sinus lat. dati	ad sinum totum:	Ita sinus anguli dati	ad secantem complem. basis.
18. sinuum	Sed vt sinus lat. dati	ad sinum totum:	Ita sinus totus.	ad secantem complem. lat. dati.
11. quinti.	4. Ergo vt sinus totus	ad secantem compl. lat. dati:	Ita sinus ang. dati	ad secantem complem. basis.
41. triãg. sphær.	Vt sinus ang. dati	ad sinum lat. dati:	Ita sinus totus	ad sinum basis.
22. sinuũ.	Sed vt sinus anguli dati	ad sinum lat. dati:	Ita secans complem. later. dati	ad secantem compl. anguli dati.
11. quinti.	Ergo vt secans complem. later. dati	ad secantem compl. anguli dati:	Ita sinus totus	ad sinum basis.
Permutando.	5. Ergo vt secans compl. lat. dati	ad sinum totum:	Ita secans compl. anguli dati.	ad sinum basis.

Vt sinus lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad secantem complemen. basis.*	*3. modus.*
Ergo vt sinus lat. dati	*ad sinum ang. dati*	*Ita sinus totus*	*ad secantem complemen. basis.*	*Permutando.*
Sed vt sinus lat. dati	*ad sinum ang. dati:*	*Ita secans complem. ang. dati*	*ad secantem complem. lat. dati.*	*22. sinuum*
Ergo vt secans complem. ang. dati	*ad secantem compl. lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem complemen. basis.*	*11. quinti.*
6. Ergo vt secans compl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita secans compl. lateris dati.	ad secantem complem. basis.	*Permutando.*

XV. BASIS.

Ex vtroque latere, *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum.*

1. Vt sinus totus	ad sinum complem. 1. lateris:	Ita sinus complem. 2. lateris	ad sinum complem. basis.	*43. triãg. sphær.*

Sed vt sinus totus	*ad sinum complemen. 1. lateris:*	*Ita secans 1. lat.*	*ad sinum totum:*	*18. sinuum*
2. Ergo vt secans 1. lateris	ad sinum totum:	Ita sinus complem. 2. lateris	ad sinum complem. basis.	*11. quinti.*

Vt sinus totus	*ad sinum complem. 1. lateris:*	*Ita sinus 2. complemen. lateris*	*ad sinum complem. basis.*	*43. triãg. sphær.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum complem. 2. lateris:*	*Ita sinus complem. 1. lateris.*	*ad sinum compl. basis.*	*Permutando.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum complem. 2. lateris*	*Ita secans 2. lat.*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum*
3. Ergo vt secans 2. lateris	ad sinum totum:	Ita sinus complem. 1. lateris	ad sinum complem. basis.	*11. quinti.*

Vt sinus totus	*ad sinum complem. 1. lateris:*	*Ita sinus complem. 2. lateris*	*ad sinum complem. basis.*	*43. triãg. sphær.*
Sed vt sinus complem. 2. lateris	*ad sinum compl. basis.*	*Ita secans basis*	*ad secantem 2. lat.*	*22. sinuum*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum complem. 1. lateris:*	*Ita secans basis.*	*ad secantem 2. lat.*	*11. quinti.*
4. Ergo vt sinus compl. 1. lat.	ad sinum totum:	Ita secans 2. lat.	ad secantem basis.	*Conuertendo.*

Sed vt sinus complemen. 1. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem 1. lateris.*	*18. sinuũ.*
5. Ergo vt sinus totus	ad secantem 1. lateris:	Ita secans 2. lat.	ad secantem basis.	*11. quinti.*

Vt sinus totus	*ad sinum complem. 1. lateris:*	*Ita sinus complem. 2. lateris*	*ad sinum compl. basis.*	*43. triãg. sphær.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum complem. 2. lateris:*	*Ita sinus complem. 1. lateris*	*ad sinum compl. basis.*	*Permutando.*
Sed vt sinus complemen. 1. lateris	*ad sinum complemen. basis.*	*Ita secans basis*	*ad secantem 1. lat.*	*22. sinuum*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum complem. 2. lateris:*	*Ita secans basis*	*ad secantem 1. lat.*	*11. quinti.*
Ergo vt sinus compl. 2. lateris	ad sinum totum:	Ita secans 1. lat.	ad secantem basis.	*Conuertendo.*

XVI. BASIS.

Ex vtroque angulo non recto, *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

1. Vt sinus totus	ad tangentem compl. 1. anguli.	Ita tangens compl. 2. anguli	ad sinum compl. basis.	*50. triang. sphær.*

18. sinuum		*Sed vt sinus totus*	*ad tangen. complem. 1. anguli:*	*Ita tangens 1. ang.*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	2.	Ergo vt tangens 1. anguli	ad sinum totum:	Ita tangens compl. 2. anguli	ad sinum complem. basis.
50. triang. sphær.		*Vt sinus totus*	*ad tangen. complem. 1. anguli:*	*Ita tangens complem. 2. ang.*	*ad sinum complem. basis.*
Permutando.		*Ergo vt sinus totus*	*ad tang. complem. 2. anguli:*	*Ita tangens complem. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
18. sinuum		*Sed vt sinus totus*	*ad tang. complem. 2. anguli:*	*Ita tangens 2. ang.*	*ad sinum totum:*
11. quinti.	3.	Ergo vt tangens 2. anguli	ad sinum totum:	Ita tangens compl. 1. anguli	ad sinum complem. basis.
2. modus.		*Vt tangens 1. ang.*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. 2. anguli*	*ad sinum complem. basis.*
Permutando.		*Ergo vt tangens 1. ang.*	*ad tang. complem. 2. anguli:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. basis.*
18. sinuum		*Sed vt sinus totus*	*ad sinum complemen. basis:*	*Ita secans basis.*	*ad sinum totum:*
11. quinti.		*Ergo vt tangens 1. anguli*	*ad tang. complem. 2. anguli:*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum:*
Conuertendo.		*Ergo vt tangens compl. 2. anguli*	*ad tangentem 1. ang.*	*Ita sinus totus*	*ad secantem basis.*
Permutando.	4.	Ergo vt tangẽs compl. 2. ang.	ad sinum totum:	Ita tangens 1. ang.	ad secantem basis.
3. modus.		*Vt tangens 2. ang.*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Permutando.		*Ergo vt tangens 2. ang.*	*ad tang. complem. 1. anguli:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum complem. basis.*
18. sinuum		*Sed vt sinus totus*	*ad sinum complemen. basis:*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum.*
11. quinti.		*Ergo vt tangens 2. ang.*	*ad tang. complem. 1. anguli.*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum.*
Conuertendo.		*Ergo vt tang. compl. 1. ang.*	*ad tangentem 2. anguli:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem basis.*
Permutando.	5.	Ergo vt tang. compl. 1. anguli	ad sinum totum:	Ita tangens 2. ang.	ad secantem basis.
4. modus.		*Vt tang. compl. 2. ang.*	*ad sinum totum:*	*Ita tang. 1. ang.*	*ad secantem basis.*
18. sinuũ.		*Sed vt tang. complem. 2. anguli*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem 2. ang.*
11. quinti.	6.	Ergo vt sinus totus	ad tangentem 2. anguli:	Ita tangens 1. anguli	ad secantem basis.

HIS ita demonstratis, vt expeditius in triangulo sphærico rectangulo inueniatur, quod quæritur, & ante oculos tota operatio regulæ proportionum posita sit, digessimus hoc loco in ordinem sexdecim problemata proxime demonstrata, ita vt quodlibet eorum sex modis p ssit absolui, in quibus quidem omnibus sinus totus reperitur vel in primo loco regulæ, vel in secundo. Ordo ergo hic est.

IN TRIANGVLO SPHÆRICO RECTANGVLO hisce omnibus modis inuestigari potest.

1. Problema.

I. ANGVLVS.

Ex base, & latere, quod angulo quæsito opponitur.

Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. lat.*	*ad secantem complem. anguli.*
Vt sinus totus	*ad sinum lateris:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum anguli.*
Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum anguli.*
Vt secans compl. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum anguli.*
Vt secans compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. lat.*	*ad secantem compl. ang.*
Vt sinus lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus basis*	*ad secan. compl. ang.*

Inuen-

Inuentus angulus erit acutus, si datum latus fuerit quadrante minus: obtusus autem, si maius.

II. ANGVLVS.

Ex base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

II. Problema.

Vt sinus totus	*ad tangent. complem. basis:*	*Ita tangens lat.*	*ad sinum complem. anguli.*
Vt sinus totus	*ad tangen. complem. lateris:*	*Ita tangens basis.*	*ad secantem ang.*
Vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum compl. ang.*
Vt tangens complem. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. basis*	*ad sinum complem. ang.*
Vt tang. compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. lateris*	*ad secantem ang.*
Vt tangens lat.	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis.*	*ad secantem anguli.*

Inuentus angulus erit acutus, si tam basis, quam latus datum quadrante maius fuerit, aut minus: obtusus vero, si alterutrum datorum fuerit quadrante maius, & alterum minus.

III ANGVLVS.

Ex base, & altero angulo non recto.

III. Problema.

Vt sinus totus	*ad sinum complemen. basis:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem basis:*	*Ita tangens compl. anguli dati*	*ad tangentem anguli quæsiti.*
Vt secans basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens ang dati*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt tangens complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt tangens anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans basis*	*ad tangentem anguli quæsiti.*
Vt sinus compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. anguli dati*	*ad tangentem anguli quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si basis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut si basis fuerit quadrante maior, & angulus datus obtusus: Idem vero angulus erit obtusus, si basis quadrante minor fuerit, & angulus datus obtusus, aut si basis fuerit maior quadrante, & datus angulus acutus.

IV. ANGVLVS.

Ex latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

IV. Problema.

Vt sinus totus	*ad sinum ang. dati:*	*Ita sinus compl. lat.*	*ad sinum complem. anguli quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem complem. ang. dati:*	*Ita secans lateris*	*ad secantem anguli quæsiti.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum.*	*Ita secans lat.*	*ad secantem anguli quæsiti.*
Vt sinus compl. lat.	*ad sinum totum.*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad secantem anguli quæsiti.*
Vt secans complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum complem. anguli quæsiti.*
Vt secans lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad sinum complem. anguli quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si latus datum fuerit quadrante minus: obtusus vero, si maius.

V. ANGVLVS.

V. Problema.

Ex latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: *dummodo constet, num quæsitus angulus maior sit recto, an minor: vel an basis, aut latus alterum non datum quadrante maius sit, minusue.*

Vt sinus totus	*ad secantem lat.*	*Ita sinus complem. anguli dati*	*ad sinum anguli quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem ang. dati:*	*Ita sinus complemen. lateris*	*ad secant. compl. ang. quæsiti*
Vt sinus compl. lat.	*ad sinum totum.*	*Ita sinus complem. anguli dati*	*ad sinum ang. quæsiti.*
Vt sinus complem. anguli dati	*ad sinum totum.*	*Ita sinus complement. lateris.*	*ad secantem compl. anguli quæsiti.*
Vt secans lat.	*ad sinum totum:*	*Ita secans anguli dati*	*ad secantem complem. ang. quæsiti.*
Vt secans anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans lat.*	*ad sinum ang. quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, (nisi aliunde constet,) si alterum latus non datum fuerit quadrante minus; obtusus vero, si maius. Pari ratione, si basis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; vel si basis maior fuerit quadrante, & datus angulus obtusus; inuentus angulus acutus erit: Si vero basis fuerit quadrante minor, & datus angulus obtusus; vel si basis quadrante maior fuerit, & datus angulus acutus; inuentus angulus obtusus erit.

VI. ANGVLVS.

VI. Problema.

Ex vtroque latere circa angulum rectum.

Vt sinus totus	*ad sinum lat. adiac. angulo quæsito:*	*Ita tangens compl. lat. opp. angulo quæsito*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad sec. compl. lat. adiac. ang. quæsito:*	*Ita tang. lat. oppos. angulo quæsito*	*ad tangentem anguli quæsiti.*
Vt sinus lat. adiac. angulo quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lat. oppo. ang. quæsito*	*ad tangentem anguli quæsiti.*
Vt tang. lat. oppos. angulo quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lat. adiac. ang. quæsito*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt secans compl. lat. adiac. angulo quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. lat. opp. angulo quæsito*	*ad tangen. complem. anguli quæsiti.*
Vt tang. compl. lat. oppos. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sec. compl. lat. adiac. angulo quæsito*	*ad tangentem anguli quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si datum latus quæsito angulo oppositum fuerit minus quadrante: obtusus vero, si maius.

VII. ANGVLVS.

VII. Problema.

Ex base, & altero latere.

Vt sinus totus	*ad secan. lateris dati:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad sinum complem. lateris quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem basis:*	*Ita sinus complem. lateris dati*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Vt sinus compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. basis*	*ad sinum complem. lateris quæsiti.*
Vt sinus complem. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. lateris dati*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Vt secans basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans lat. dati*	*ad sinum complem. lateris quæsiti*
Vt secans lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans basis*	*ad secantem lateris quæsiti.*

Inuentum latus erit minus quadrante, si tam basis, quam latus datum quadrante minus fuerit: maius vero quadrante, si vel basis fuerit maior, & latus datum minus quadrante, vel basis minor, & datum latus quadrante maius.

VIII. LATVS

Ex base,& angulo, qui lateri quæsito opponitur.

VIII. Problema

Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secant. complem. basis:*	*Ita secans complem. ang. dati*	*ad secant. complem. lat. quæsiti.*
Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad secant. complem. lat. quæsiti.*
Vt secans complem. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
Vt secans complem. anguli dati	*ad sinum totum;*	*Ita sinus basis*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans comple. basis*	*ad secan. complem. lat. quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

IX. LATVS

Ex base,& angulo qui lateri quæsito adiacet.

IX. Problema

Vt sinus totus	*ad sinum complem. anguli dati:*	*Ita tangens basis*	*ad tang. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secan. anguli dati:*	*Ita tangens complem. basis*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*
Vt secans ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad tangentem lat. quæsiti.*
Vt sinus complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. basis*	*ad tangen. comple. lat. quæsiti.*
Vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans ang. dati*	*ad tangen. comple. lat. quæsiti.*
Vt tang. complem. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. anguli dati*	*ad tangentem lat. quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si basis minor fuerit quadrãte,& datus angulus acutus; aut si basis fuerit quadrante maior,& datus angulus obtusus: maius vero quadrante, si basis quadrante minor fuerit, & datus angulus obtusus; aut si basis fuerit maior quadrante,& datus angulus acutus.

X. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui quæsito lateri adiacet: *Si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususue; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

X. Problema

Vt sinus totus	*ad tangentem compl. ang. dati:*	*Ita tang. lateris dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad tang. comple. lat. dati:*	*Ita tangens ang. dati*	*ad secantem comple. lateris quæsiti.*
Vt tang. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lateris dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt tang. complem. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. ang. dati*	*ad sinum lat. quæsiti*
Vt tang. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. ang. dati*	*ad secantem complem. lat. quæsiti.*
Vt tangens complem. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. complem. lateris dati*	*ad secantem complem. lat. quæsiti.*

Inuentum latus quadrante erit minus, (nisi aliunde constet) si angulus ei oppositus,& non datus fuerit acutus; maius vero, si obtusus. Pari ratione minus erit, si basis minor fuerit quadrãte, & latus datum minus quoque quadrante at si basis fuerit minor quadrante & datum latus maius, inuentum latus erit quadrante maius. Denique si tam basis, quam latus datum fuerit quadrante maius, erit inuentum latus minus quadrante, maius autem, si basis maior fuerit quadrante,& datum latus, minus.

XI. Problema

XI. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

Vt sinus totus	*ad sinum lateris dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tangen. lateris quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secant. complem. lat. dati:*	*Ita tang. complem. ang. dati*	*ad tang. complem. lat. quæsiti.*
Vt sinus lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. complem. anguli dati*	*ad tang. complem. lat. quæsiti.*
Vt secans compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. ang. dati*	*ad tangentem lateris quæsiti.*
Vt tangens complem. anguli dati	*ad sinum totum;*	*Ita sinus lateris dati*	*ad tang. lat. quæsiti.*
Vt tang. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans complem. lateris dati.*	*ad tang. complem. lat. quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

XII. Problema

XII. LATVS

Ex vtroque angulo non recto.

Vt sinus totus	*ad secan. complem. ang. adiac. lat. quæsito.*	*Ita sinus complem. ang. opp. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secan. ang. opp. lateri quæsito:*	*Ita sinus ang. adiacentis lat. quæsito*	*ad secantem lat. quæsiti.*
Vt sinus ang. adiacentis lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. ang. opp. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus compl. ang. opp. lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad secantem lat. quæsiti.*
Vt secans ang. opp. lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt secans compl. ang. adiac. lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sec. ang. opp. lat. quæsito.*	*ad secantem lat. quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

XIII. Problema

XIII. BASIS

Ex latere & angulo ei adiacente.

Vt sinus totus	*ad sinum complem. anguli dati:*	*Ita tangens complem. lateris dati*	*ad tang. compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad secan. anguli dati:*	*Ita tangens lateris dati*	*ad tangentem basis.*
Vt sinus complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lat. dati*	*ad tangentem basis.*
Vt secans ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. complem. lateris dati*	*ad tangentem compl. basis.*
Vt tangens lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. anguli dati*	*ad tang. compl. basis.*
Vt tang. complem. lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans ang. dati*	*ad tangentem basis.*

Inuenta basis minor erit quadrante, si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacẽs, obtusus: maior vero quadrante, si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus, obtusus.

XIV. Problema

XIV. BASIS

Ex latere, & angulo ei opposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

Vt sinus totus	*ad secantem complem. ang. dati:*	*Ita sinus lateris dati*	*ad sinum basis.*

Vt

Vt sinus totus	*ad secant. complem. lat. dati:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad secan. compl. basis.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lat. dati*	*ad sinum basis.*
Vt sinus lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad secantem complem. basis.*
Vt secans compl. lat. dati	*ad sinum totum;*	*Ita secans complem. anguli dati*	*ad sinum basis.*
Vt secans complem. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. lat. dati.*	*ad secan. compl. basis.*

Inuenta basis quadrante minor erit (nisi aliunde constet) si vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtusus: vel si vtrumque laterum fuerit quadrante minus, vel maius: Eadem vero basis inuenta maior erit quadrante, si alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtusus; vel alterutrum laterum fuerit quadrante minus, & alterum maius.

XV. BASIS *XV. Problema*

Ex vtroque latere: *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum.*

Vt sinus totus	*ad sinum complem. 1. lateris:*	*Ita sinus complem. 2. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad secantem 1. lateris:*	*Ita secans 2. lat.*	*ad secantem basis.*
Vt secans 1. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. 2. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt secans 2. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus complem. 1. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus complem. 1. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita secans 2. lateris*	*ad secantem basis.*
Vt sinus complem. 2. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita secans 1. lat.*	*ad secantem basis.*

Inuenta basis erit quadrante minor, si vtrumque latus fuerit quadrante minus, vel maius: maior vero, si alterutrum laterum fuerit minus quadrante, & alterum maius.

XVI. BASIS *XVI. Problema*

Ex vtroque angulo non recto: *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

Vt sinus totus	*ad tang. complem. 1. anguli:*	*Ita tangens complem. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad tang. 2. anguli:*	*Ita tangens 1. anguli.*	*ad secantem basis.*
Vt tangens 1. ang.	*ad sinum totum:*	*Ita tangens complem. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt tangens 2. ang.	*ad sinum totum:*	*Ita tang. complem. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt tang. complem. 2. anguli	*ad sinum totum:*	*Ita tang. 1. anguli*	*ad secantem basis.*
Vt tang. complem. 1. anguli	*ad sinum totum:*	*Ita tangens 2. anguli*	*ad secantem basis.*

Inuenta basis quadrante minor erit, si vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtusus: maior vero, si alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtusus.

TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM obliquangulorum calculus.

17. DATO aggregato duorum arcuum vel angulorum, quod semicirculo minus sit, vna cũ proportione, quam eorundem sinus habent, vtrumque illorum efficere notum. *XVII. Problema*

TERMINI *proportionis datæ, si sinus non sunt, ad sinus reducantur per vtriusque multiplicationem per 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000. ita vt maior terminus habeat tot figuras, quot continentur in maioribus sinibus in tabula Sinuum.* [a] *Ita enim hi sinus eandem proportionem habebunt quam termini priores proportionis datæ. Deinde hi termini ad sinus reducti in vnam summam colligantur, eiusque semissis, atque differentiæ inter eam semissem, & alterutrum terminorum, arcus ex tabula sinuum accipiantur, non secus, ac si semissis illa, ac differentia, sinus essent, & seorsum ambo reseruentur: Eritque.*

[a] 17. vel 18. septimi.

Vt

Vt sinus totus	ad secant. complementi maioris arcus seruati, qui nimirum semissi summę terminorum respondet:	Ita differentia prædicta, hoc est, sinus minoris arcus seruati.	ad quartum.

Deinde

Vt sinus totus	ad tangen. semissis aggregati arcuum vel angulorum:	Ita quartus inuentus	ad tangentem differentię inter semissem aggregati arcuum, vel angulorum, & alterutrum arcuum quæsitorum.

HVIVS tangentis inuentæ arcus ad semissem aggregati arcuum, vel angulorum additus conficit maiorem arcum, vel angulum quæsitum: ex eadem vero semisse subductus minorem arcum, vel angulum quæsitum relinquit. Duplici autem illa operatione reperiri tangentem dictæ differentiæ, ita perspicuum fiet. Quoniam vt propos. 6. triang. rectil. demonstrauimus, est vt semissis aggregati terminorum datæ proportionis (ad sinus reuocatorum) ad tangentem semissis aggregati arcuum, ita differentia inter semissem summæ terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad tangentē differentiæ inter semissem aggregati arcuum, & alterutrum arcuum quæsitorũ; erit quoq; permutando, vt semissis aggr. term. ad diff. dictā, ita tangens semissis aggr. arcuum ad tang. diff. arcuum. Sed vt semissis aggr. term. ad sinum totum, ita est diff. dicta ad aliũ quartum numerum: Et permutando, vt semissis aggr. term. ad dictam diff. ita sinus totus ad quartum illum numerum. Igitur erit etiam, vt sinus totus ad quartum, ita tangens semissis aggr. arcuum ad tangentem diff. arcuum: Et permutando, vt sinus totus ad tangentem semissis aggr. arcuum, ita quartus ad tāgentem diff. arcuum, vt in secundo exemplo regulæ proportionē dicebamus. Produci autem quartum illum numerum eo modo, qui in primo exemplo expressus est, ita manifestum erit. Quoniā est,

[a] 18. sinuū *vt semissis aggr. term. ad sinum totum, ita diff. supradicta ad illum quartum, vt paulo ante diximus; [a] Est autem vt semissis aggr. term. ceu sinus, ad sinum totum, ita sinus totus ad secantem complementi arcus, qui illi semissi, vt sinui debetur: id quod etiam supra ostendimus in Prosthaphæresi Num. 6. Erit quoq;, vt sinus totus ad secantem complementi arcus, qui semissi aggr. term. vt sinui, debetur, ita diff. prædicta ad quartum, vt in primo exemplo regulæ aureæ positum est.*

VERVM tangens diff. inter semissem aggr. arcuum, & alterutrum arcuum quæsitorum, inuenietur quoque per vnam
[b] 6. triāg. rectil. *operationem sine tamen sinu toto. [b] Est enim.*

Vt semissis aggregati terminorũ datæ proportionis	ad tangentem semissis aggregati arcuum:	Ita diff. inter semissem aggregati terminorum, & alterutrum terminorum	ad tangentem diff. inter semissem aggregati arcuum, & alterutrum arcuum.

XVIII. Problema 18. DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum, quod semicirculo maius sit, vna cum proportione sinuum eorum, vtrumque notum efficere.

DETRACTO hoc aggregato ex toto circulo, supererit aliud aggregatum arcuum, semicirculo minus, cum eadem proportione data vt propos. 6. triang. rectil. dictum est. Si igitur huius aggregati vterq; arcus, vel angulus inuestigetur, vt in præcedenti problemate 17. tradidimus, & inuentus vterq; ex semicirculo tollatur, noti relinquentur quæsiti duo arcus, vel anguli aggregatum semicirculo maius datum conflantes.

QVOD si quando accidat, datam proportionem esse æqualitatis, erunt quoq; duo arcus, vel anguli datum aggregatum cōficientes æquales. Quare semissis dati aggregati vtrumq; arcum, vel angulum quæsitum dabit.

SI vero datum aggregatum semicirculo fuerit æquale, problema solui non poterit, vt in scho. prop. 6. triāg. rect. ostēdimus.

XIX. Problema 19. DATA differētia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorũ angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habēt, vtrumque seorsum cognoscere.

SVBTRACTA differentia data ex semicirculo, sumatur reliquus arcus tanquam aggregatum duorum arcuum, & eius vterq; arcus per datam proportionem (hæc enim eadem permanet, vt prop. 7. triang. rect. dictũ est,) eruatur ex problemate 17. Minor enim inuentus, si data proportio est maioris inæqualitatis, hoc est, si sinus maioris arcus maior est, & minoris minor (quod quidem accidit, quando duo arcus semicirculo minores sunt,) erit quæsitorum minor arcus; maior vero inuentus ex semicirculo subductus maiorem arcum quæsitum relinquet. Si vero data proportio est minoris inæqualitatis, hoc est, si sinus maioris arcus minor est sinu arcus minoris, (quod accidit, quando duo arcus semicirculum superant,) minor arcus inuentus ex semicirculo demptus relinquet maiorem arcum quæsitum; maior vero ex semicirculo ablatus minorem arcum quæsitum relinquet.

QVOD si data proportio fuerit æqualitatis, quod quidem euenit, quando duo arcus semicirculum conficiunt, detrahemus differentiam ex semicirculo. Reliqui enim numeri semissis dabit minorem arcum quæsitum, eadem vero semissis, si datæ differentiæ adijciatur, maiorem arcum quæsitum conficiet.

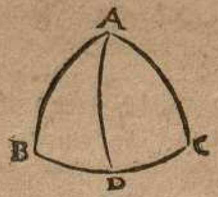
QVANDO datur aggregatum vel differentia duorum angulorum vnum angulum sphæricum constituentium, vel in aliquo triangulo rectilineo existentium, conficient arcus illorum angulorum semper aggregatum semicirculo minus, ac proinde adhibendum erit solum problema 17. præcedens, vel prima pars huius problematis 18.

XX. Problema 20. DATIS tribus angulis trianguli sphærici obliquanguli, tria latera inuestigare.

AVT

AVT in triangulo ABC, omnes tres anguli sunt æquales, aut duo tantum, aut omnes tres inæquales. Sint primum omnes tres anguli, vel duo B, C, duntaxat æquales, [a] eruntque idcirco & latera AB, AC, eis opposita æqualia, anguliqué B, C, vel acuti, vel obtusi: Si igitur ex tertio angulo A, in latus oppositum BC, duobus æqualibus angulis adiacens, arcus perpendicularis intelligatur demissus AD, [b] cadet is intra triangulum, diuidetque & latus BC, & angulum BAC, bifariam. Quoniam enim triangula ABD, ACD, rectangula habent angulos B, C, æquales, & latera AB, AC, rectis angulis ad D, opposita, æqualia; [c] erunt quoq; tam latera BD, CD, quam anguli ad A, æquales: ac proinde cũ totus angulus ad A, datus sit, dabũtur etiã eius semisses BAD, CAD. Quia igitur in triangulo rectangulo ABD, duo anguli non recti cogniti sunt B, & BAD, nota fiet quoq; basis AB, [d] Est enim,

[a] 9. triãg. sphær.
[b] 57. triãg. sphær.
[c] 21. triãg. sphær.
[d] 16. probl.



Vt sinus totus	ad tangentem compl. anguli B:	Ita tangens compl. anguli BAD,	ad sinum complem. basis AB, &c.

Hinc etiam cognitum erit latus AC, ipsi AB, æquale. Immo & tertium latus BC, si omnes tres anguli in triangulo ABC, dati sint æquales, datum erit; quod tunc omnia tria latera sint æqualia, vt diximus, ac proinde vno inuento, reliqua nota etiam erunt. Si vero solum duo anguli B, & C, æquales sint, reperietur BD, semissis lateris BC, ex eisdem angulis non rectis B, BAD, cognitis. [e] Est enim,

[e] 12. probl.

Vt sinus totus	ad secantem compl. ang. B, lat. quæsito BD, adiac.	Ita sinus cõpl. ang. BAD, lat. quæsito BD, oppositi	ad sinum compl. lat. BD, quæsiti, &c.

Si ergo latus BD, duplicetur, notum fiet totum latus BC.

SINT deinde omnes tres anguli inæquales, atque adeo duo saltem acuti vel obtusi, cuiusmodi v.g. sint B, & C. [f] Demissus igitur ex tertio angulo A; in latus BC, duobus acutis, vel obtusis angulis adiacens arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadet: [g] Eritque,

[f] 57. triãg. sphær.
[g] 61. triãg. sphær.

Vt sinus complem. anguli B,	ad sinum compl. ang. C:	Ita sinus anguli BAD,	ad sinum ang. DCA,

Igitur proportio, quam sinus angulorum BAD, CAD, habent, nota erit, cuius termini erunt sinus compl. angulorum B, & C, Sumatur semissis aggregati horum sinuum, & differentia inter eam semissem, & alterutrum sinuum compl. ang. B, C. Erit ergo, vt in problemate 17. demonstrauimus;

Vt sinus totus	ad secan. complem. arcus, qui dictæ semissi debetur, vt sinui:	Ita prædicta diff. inter illam semissem, & alterutrum sinuum compl. ang. B, C.	ad quartum alium numerum.
		Deinde	
Vt sinus totus	ad tangen. semissis anguli BAC, tamquam aggregati angulorum BAD, CAD:	Ita quartus inuentus	ad tang. differentiæ inter semissem anguli BAC, & alterutrũ ang. BAD, CAD.

Arcus igitur huius tangẽtis inuẽtæ additus semissi anguli BAC, cõficiet angulum maiorem A, & ablatus ex eadem semisse relinquet minorem. Ille autẽ angulus A, maior erit, qui respõdet maiori sinui cõpl. ang. B, & C: adeo vt si sinus complem. ang. B, maior fuerit sinu compl. ang. C, angulus BAD, maior sit angulo CAD, &c.

IAM ex duobus angulis non rectis A, B, trianguli rectanguli ABD, cognitis, cognoscetur basis AB, ex problemate 16. & latus BD, ex problemate 12. Eadem ratione ex angulis non rectis A, C, trianguli CAD, rectanguli cognoscetur & basis AC, & latus CD: summa autem laterum BD, CD, totum latus BC, exhibebit. Atque ita nota facta sunt omnia tria latera.

21. DATIS tribus lateribus trianguli sphærici obliquanguli, quemlibet angulorũ indagare. XXI. Problema

SIT in superiore triangulo notorum laterum inuestigandus angulus BAC, sintq; primum duo latera AB, AC, cum ambientia, inæqualia. Ita ergo angulum BAC, inuestigabimus.

schol. 2. 58. triang. sphær.

Vt sinus totus	ad sinum maioris lateris dati:	Ita sinus minoris lateris dati	ad quartum.
		Deinde	
Vt quartus inuentus	ad sinum totum:	Ita diff. inter sinum versum arcus quæsito angu. oppos. & sinum versum arcus, quo duo latera angulum quæsitum ambiẽtia inter se differunt.	ad sinum versum anguli quæsiti.

SINT

SINT deinde duo latera AB, AC, quæsitum angulum ambientia, æqualia. Demissus ergo ex angulo quæsito arcus perpendi-
[a] 21. triāg. sphær. *cularis AD, secabit & angulum quæsitum, & latus oppositum BC, bifariam,* [a] *vt in præcedenti problemate ostēdimus. Et quia*
in triangulo rectangulo BAD, basis AB, nota est, cum latere BD, (Est enim semissis lateris BC, noti) quod angulo BAD, opponi-
tur, cognoscetur angulus BAD, ex problemate 1. ac proinde & totus angulus quæsitus BAC, cum illius duplus sit, cognitus erit.

XXII. Problema

22. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo ab ipsis comprehenso reliquum latus cum reliquis duobus angulis, inquirere.

SINT in eodem superiori triangulo data duo latera AB, AC, cum angulo BAC, primum inæqualia: ex quibus ita reliqua venabimur.

schol. 2. 58 triang. sphær.

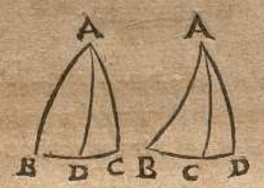
Vt sinus totus	ad sinum maioris lateris dati:	Ita sinus minoris lateris dati	ad quartum.
		Deinde	
Vt sinus totus	ad quartum:	Ita sinus versus anguli dati	ad diff. inter sinum versum tertij lateris quæsiti, & sinum versum arcus, quo duo latera data inter se differunt.

Hæc differentia ad sinum versum arcus, quo duo latera data inter se differunt, adiecta, conficit sinum versum tertij late-
ris quæsiti, ex quo ipsum latus tertium cognoscetur. Atq; ita cognita iam erunt omnia tria latera trianguli ABC; ideoq; vter-
que reliquorum angulorum B, C, notus fiet, vt in antecedente problemate traditum est.
angulum BAC, & quæsitum latus BC, bifariam, vt dictum est. Et quia in triangulo rectangulo BAD, basis AB, cum angulo
SINT deinde duo latera AB, AC, æqualia. Demissus ergo ex angulo dato BAC, arcus perpendicularis AD, secabit & datum
BAD, qui quæsito lateri BD, opponitur, data est, dabitur quoq; ex problemate 8. latus BD, ac proinde & totum latus BC, datū
erit. Rursus ex data base AB, & angulo BAD, reliquus angulus ABD, ex problemate 3. notus fiet. Eodemq; modo in triangulo
CAD, notus efficietur angulus ACD, ex data base AC, & angulo CAD.

XXIII. Problema

23. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere illis adiacēte, reliqua duo latera, cum reliquo angulo peruestigare.

IN triangulo ABC, dati sint duo anguli B, BAC, cum latere AB, sintque primum illi anguli inæquales & latus AB, non
quadrans: Ex alterno angulorum, vt ex A, demittatur ad latus BC, protractum etiam, si opus sit, arcus perpendicularis, qui
quando intra triangulum, & quando extra cadat, operatio ipsa docebit. Nā in triangulo rectangulo ABD, cum basis AB, data sit, cum angulo B; inuenietur per problema 8. latus AD, angulo B, oppositum: & per problema 3. alter angulus non rectus BAD: qui si minor repertus fuerit angulo BAC, cadet arcus AD, intra triangulum; si vero maior, extra. Detracto ergo angulo BAD, ex dato angulo BAC, vel hoc ex illo, datus quoque erit angulus CAD, reliquus.



IAM cum in triangulo rectangulo ABD, basis AB, data sit, & angulus B; dabitur quoque per problema 9. latus BD, dato angulo B, adiacens.

RVRSVS in triangulo rectangulo CAD, cum inuentum sit latus AD, & angulus CAD; dabitur per problema 11. etiam latus CD. Igitur cadente arcu AD, intra triangulum, summa laterum BD, CD, totum latus BC, notum efficiet: cadente vero extra, latus CD, ex BD, subtractum reliquum faciet latus BC, notum. Atque ita inuētum iam est alterum reliquorum laterum BC.

POSTREMO quia in triangulo rectangulo CAD, datum est latus AD, cum angulo adiacente CAD; dabitur per proble-
ma 13. basis AC, quæ est tertium latus: at per problema 4. reperietur angulus C, dato lateri AD, oppositus, qui in priori casu est
tertius, qui quæritur: in posteriori autem complementum eius ad semicirculum dabit tertium quæsitum.

[b] 25. triāg. sphær. *QVOD si quando angulus CAD, inuentus fuerit rectus, (angulus BAD, nūquam erit rectus: alioquin, cū & D, rectus sit,* [b]
essent AB, DB, quadrantes, cum tamen AB, ponatur non quadrans) quoniam & D, rectus est; [c] *erunt CA, CD, quadrantes: &*
[c] 25. triāg. sphær. *latus AD, inuentum, erit arcus anguli quæsiti C: latus denique inuentum BD, cum quadrante CD, in priore casu efficiet totū*
latus BC, notum; in posteriore autem casu quadrans CD, ex inuento latere BD, subductus relinquet quæsitum latus BC.
[d] 38. triāg. sphær. *SINT deinde ijdem dati anguli B, BAC, inæquales, & latus AB, quadrans recto angulo D, oppositum.* [d] *Erit igitur saltem*
alterum reliquorum laterum etiam quadrans. Cum ergo AD, non possit esse quadrans; (Nam alias ob duos quadrantes AB,
[e] 25. triāg. sphær. *AD,* [e] *essent anguli B, D, recti; atq; ita triangulum ABC, foret rectangulum, quod non ponitur) erit BD, quadrans; ideoq; an-*
gulus BAD, rectus, propter quadrātes BA, BD: Et B, polus erit arcus AD, hoc est, AD, arcus erit dati anguli B, atq; idcirco notus.
Quibus inuentis, reperientur reliqua, vt prius, nimirum CD, per 10. problema, & AC, per 13. & angulus C, per 4. ex dato late-
re AD, & angulo CAD.
[f] 9. triang. sphær. *TERTIO sint in priori triangulo dati duo anguli æquales B, C, cum latere BC;* [f] *eruntq; propterea latera AB, AC, æqua-*
lia. Demissus ergo ex tertio angulo A, arcus perpendicularis diuidet tam latus BC, quam angulum A, bifariam, vt supra osten-
dimus: ac propterea cum in triangulo rectangulo ABD, latus BD, datum sit cum angulo B; reperietur per problema 13. basis
AB, ideoq; & AC, latus notum erit: at per problema 4. inuenietur angulus BAD, semissis totius BAC.

XXIIII. Problema

24. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere alteri eorum opposito, reliqua latera, cum reliquo angulo explorare: si modo constet species alterius lateris alteri dati angulo oppositi.

IN triang. ABC, dati sint primum duo anguli B C, inæquales, cum arcu AB, non quadrante, & specie arcus AC. Ex tertio angulo A, demittatur ad BC, arcus perpendicularis AD. [a] *qui intra triangulum cadet, si vterq; angulorum B, C, datorum acutus est, aut obtusus, extra vero, si vnus acutus est, & obtusus alter. Cum ergo in triangulo rectangulo ABD, data sit basis AB, cum angulo B; dabitur per problema 8. latus AD: Et per problema 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD,* [a] 57. triãg. sphær.

RVRSVS quia in rectangulo triangulo ACD, datum est latus AD, cum angulo C, opposito, & specie basis AC; dabitur per probl. 14. basis AC: Et per problema 10. latus CD: Et ex latere CD, dato, & angulo D, dabitur per proble. 4. angulus CAD. Si igitur inuentus angulus CAD: inuento angulo BAD, addatur, vel ex eo demătur, notus fiet angulus quæsitus BAC. Sic etiã inuentum latus CD, inuento lateri BD, additum, vel ex eo detractum, notum efficiet quæsitum latus BC.

QVOD si quando accidat, latus AC, esse quadrantem, erit quoq; CD, quadrans, & angulus CAD, rectus, &c.

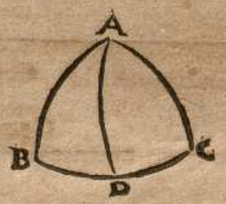
SIT deinde datum latus AB, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Erit igitur & BD, quadrans, & angulus BAD, rectus; & AD, arcus dati anguli B. proindeq; notus, &c.

DENIQVE in priori triangulo sint dati duo anguli B, C, æquales; [b] *eruntq; propterea & latera AB, AC, æqualia. Cum ergo AB, datum sit, erit quoq; AC, datum. Demisso arcu perpendiculari AD, qui & latus BC, & angulum BAC, bifariam secabit; cum in triangulo rectangulo ABD, detur basis AB, cum angulo B, dabitur per probl. 9. latus BD; ideoq; & eius duplum BC, quod quæritur, datum erit: Et per problema 3. dabitur angulus BAD, ideoq; & eius duplus BAC, quæsitus.* [b] 9. triãg. sphær.

25. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo alteri eorum opposito, reliquos angulos, cum reliquo latere inuenire: si modo constet species alterius anguli alteri lateri oppositi. *XXV. Problema*

IN triangulo ABC, data sint primum duo latera inæqualia AB, AC, quorum neutrum quadrans, cum angulo B, & specie alterius anguli C. Demittatur ex tertio angulo A, arcus perpendicularis AD, [c] *qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, est acutus, vel obtusus, extra vero, si vnus est acutus, & alter obtusus. Et quoniam in rectangulo triangulo ABD, datur basis AB, cum angulo B, dabitur per problema 8. & latus AD, angulo dato oppositum: Et ex problemate 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD.* [c] 57. triãg. sphær.

RVRSVS quia in triangulo rectangulo CAD, data est basis AC, cum latere AD, inuento, dabitur per probl. 6. latus CD: Et per problema 1. angulus C: Et per problema 2. angulus CAD. Si igitur arcus AD, intra triangulum existit, dabunt ambo anguli BAD, CAD, inuenti totum angulum BAC, quæsitum: Et ambo latera BD, CD, inuenta totum latus BC, quæsitum. Si vero arcus AD, cadit extra triangulum, angulus CAD, ex angulo BAD, subtractus notum relinquet angulum quæsitum BAC. Et latus CD, ex latere BD, ablatum relinquet quæsitum latus BC.



DEINDE sit alterum datorum laterum quadrans. Si igitur AB, quadrans est, erit & BD, quadrans: & angulus BAD, rectus: & AD, arcus anguli dati B, ideoque notus, &c.

SI vero AC, quadrans est, erit & CD, quadrans: & angulus CAD, rectus: & AD, arcus anguli C; ac proinde inuentus arcus AD, notum exhibebit angulum C, &c.

SINT deniq; in priori triangulo data duo latera AB, AC, æqualia, [d] *eruntq; propterea & anguli B, C, æquales. Cum ergo B, datus sit, dabitur & angulus C. Solum ergo inquirendum erit latus BC, cum angulo BAC. Demissus arcus perpendicularis AD, diuidet & latus BC, & angulum BAC, bifariam. In triangulo autem rectangulo ABD, cum data sit basis AB; cum angulo B, dabitur per problema 9. latus BD; ideoq; & eius duplum BC, quæsitum: Et per problema 3. inuenietur angulus BAD, atq; idcirco eius duplus BAC, quæsitus notus erit.* [d] 8. triang. sphær.

TRIANGVLORVM RECTILINEOrum rectangulorum calculus.

I. PROPORTIONES LATERVM EX DATIS OMNIBVS angulis cuiusuis trianguli.

Singulis lateribus adscribantur sinus angulorum oppositorum. Latera enim easdem proportiones habent, quæ inter sinus angulorum lateribus oppositis adscriptos reperiuntur. 1. triang. rectil.

II. LATVS

Ex basi, & alterutro angulorum acutorum, ac proinde & altero.

Vt sinus totus	*ad basem:*	*Ita sinus ang. lat. quæsito oppositi.*	*ad latus quæsitum in partibus basis.*	2. triang. rectil.

III. LATVS

Ex basi, & altero latere.

Vt basis	*ad sinum totum:*	*Ita datum latus*	*ad sinum ang. dato lateri oppositi.*	3. triang. rectil.

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:

Vt sinus totus	*ad basem:*	*Ita sinus anguli inuenti, qui lateri quæsito opponitur.*	*ad latus quæsitũ in partibus basis, & alterius lateris.*

IV. LATVS

Ex altero latere, & angulo acuto, ac proinde & altero.

1. triang. rectil.	*Vt sinus totus*	*ad latus datum:*	*Ita tang. ang. quæsito lat. oppositi*	*ad latus quæsitum.*
		Vel		
	Vt sinus anguli dato lat. oppositi	*ad latus datum:*	*Ita sinus alterius ang.*	*ad latus quæsitum.*

V. BASIS

Ex vno latere, & vno angulo acuto, ac proinde & altero.

1. triang. rectil.	*Vt sinus totus*	*ad latus datum:*	*Ita secans ang. dato lat. adiacen.*	*ad basem.*
		Vel		
	Vt sinus anguli dato lateri oppositi	*ad sinum totum:*	*Ita latus datum*	*ad basem.*

VI. BASIS

Ex vtroque latere.

3. triang. rectil.	*Vt latus alterutrum datum*	*ad sinum totum:*	*Ita alterum latus datum*	*ad tangẽtem anguli huic alteri lateri oppositi.*
	Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:			
	Vt sinus totus	*ad latus alterutrum datum:*	*Ita secans ang. accepto lateri adiacentis*	*ad basem.*

VII. ANGVLVS

Ex base & vno latere.

3. triang. rectil.	*Vt basis*	*ad sinum totum:*	*Ita latus datum*	*ad sinum anguli dato lateri oppositi.*
	Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.			

VIII. ANGVLVS

Ex vtroque latere.

3. triang. rectil.	*Vt latus alterutrum datum*	*ad sinum totum:*	*Ita alterum latus datum*	*ad tang. anguli huic alteri lat. oppositi.*
	Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.			

TRIANGVLORVM RECTILINEO-rum obliquangulorum calculus.

IX. SEGMENTA LATERIS

à perpendiculari facta

Ex datis tribus lateribus.

9. triang. rectil.	*Vt latus, in quod cadit perpendicularis*	*ad summam aliorum duorũ laterum:*	*Ita differentia eorundem laterum*	*ad quartum alium numerũ.*

Si quartus numerus inuentus minor est latere, in quod cadit perpendicularis, auferendus erit ex eo latere. Semissis enim reliqui numeri dabit minus segmentum: quod ex toto latere subductum relinquet segmentum maius.

Si vero quartus numerus inuentus maior est latere, in quod cadit perpendicularis, auferendum est illud latus ex eo. Semissis enim reliqui numeri dabit segmentum minus exterius inter perpendicularẽ, & angulum obtusum: quod additum eidem lateri conflabit aliud segmentum maius inter perpẽdicularem, & angulum acutũ.

X. LATERA DVO

Ex tertio latere, & duobus quibusuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit complementum aliorum ad semicirculum.

10. triang. rectil.	*Vt sinus anguli dato lateri oppositi*	*ad latus datum:*	*Ita sinus alterutrius reliquorum angulorum*	*ad latus huic ang. oppositũ.*
		Rursus		
	Vt sinus ang. dato lat. oppositi	*ad latus datum:*	*Ita sinus tertij ang.*	*ad latus huic tertio angulo oppositum.*

IN

IN Iſoſcele vnius tantum lateris inuentione opus eſt, cum vnum datum ſit cum angulis. In æquilatero vero triangulo, ſi vnum latus datum ſit, erunt & reliqua illi æqualia, data.

XI. LATVS

Ex duobus lateribus, & duobus quibuſuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius ſit complementum aliorum ad ſemicirculum.

Vt ſinus anguli alterutri lateri dato oppoſiti	*ad latus oppoſitum datum:*	*Ita ſinus ang. quæſito lat. oppoſiti*	*ad latus quæſitum.*	*10. triang. rectil.*

XII. LATVS

Ex duobus lateribus, & angulo ab ipſis comprehenſo.

Vt ſinus totus	*ad ſecãtem complem. arcus, qui ſemiſſi aggregati datorũ laterum ad ſinus reuocatorum, vt ſinui, debetur:*	*Ita differentia inter eam ſemiſſem, & alterutrum datorum laterum ad ſinus reuocatorum*	*ad quartum.*	*Proble. 17. triang. ſphær.*

Deinde

Vt ſinus totus	*ad tangentem ſemiſſis arcus, qui detracto dato ang. ex ſemicirculo relinquitur:*	*Ita quartus inuentus*	*ad tangentem differ. inter ſemiſſem eiuſdem arcus, & alterutrum angulorũ non datorum.*	

Hæc tangens hoc etiam modo inuenietur.

Vt ſemiſſis aggregati duorũ laterum datorum.	*ad tangentem ſemiſſis arcus, qui detracto dato ang. ex ſemicirculo, relinquitur:*	*Ita differentia inter ſemiſſem aggregati duorum laterum datorum, & vtrumlibet laterum*	*ad tangentem differẽtiæ inter ſemiſſem arcus prædicti, & alterutrum angulorum non datorum.*	*6. triang. rectil.*

Arcus huius tangentis inuentæ additus ad ſemiſſem eiuſdem arcus, (eſt autem hic arcus ſumma duorum angulorum non datorum, nimirum complementum dati anguli ad ſemicirculum) dabit maiorem angulum non datum, qui videlicet maiori lateri dato opponitur: ex eadem vero ſemiſſe detractus reliquum faciet minorem angulum non datum, qui nimirum lateri minori dato opponitur. Poſt hæc,

Vt ſinus vtriuslibet anguli inuenti	*ad latus oppoſitum:*	*Ita angulus datus*	*ad latus oppoſitũ, quod quæritur.*	*1. triang. rectil.*

SI data duo latera ſint æqualia, [a] erunt reliqui duo anguli æquales. Semiſſis ergo arcus, qui detracto angulo ex ſemicirculo, relinquitur, dabit vtrumque, &c. [a] *5. primi.*

XIII. LATVS

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum oppoſito: ſi modo conſtet ſpecies anguli alteri dato oppoſiti, quando datus angulus acutus eſt.

Vt latus datum dato angulo oppoſitum	*ad ſinum ang. dati:*	*Ita alterum latus datum*	*ad ſinum ang. huic alteri lateri oppoſiti.*	*13. triang. rectil.*

Hic ſinus inuentus dabit angulum alteri dato lateri oppoſitum, ſi acutus fuerit: (Erit autem ſemper acutus, quando datus angulus eſt obtuſus.) Si vero fuerit obtuſus, arcus ſinus inuenti ex ſemicirculo demptus reliquũ faciet eum angulum: propterea quando datus angulus eſt acutus, oportet dari huius alterius ſpeciem, vt ſciamus, num acutus ſit, vel obtuſus. Summa autem horum angulorũ ex ſemicirculo ſubtracta relinquet tertium angulum quæſito lateri oppoſitum. Ergo,

Vt ſinus dati anguli	*ad datum latus ei oppoſitum:*	*Ita ſinus anguli inuenti quæſito lateri oppoſiti*	*ad latus quæſitum.*	*1. triang. rectil.*

Si duo latera data ſint æqualia: [b] erit angulus alteri dato lateri oppoſitus, dato angulo æqualis, &c. [b] *5. primi.*

XIV. ANGVLI DVO

Ex duobus lateribus, & angulo ab ipſis comprehenſo.

Inuenientur ex datis duo anguli, vt in priori parte problematis 12. dictum eſt, ſi nimirum inquiratur tangens differentiæ inter ſemiſſem arcus, qui, detracto angulo dato ex ſemicirculo, relinquitur, & alterutrum angulorum, qui quæruntur, &c. quę tangens duobus modis inuenta eſt in priori parte problematis 12. in quo latus proponitur inueſtigandum ex duobus lateribus, & angulo ab ipſis comprehenſo; quod vt fieret, inuenti prius fuerunt alii duo angeli, qui in hoc probl. 14. quæruntur.

XV. ANGVLI DVO

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito: si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est.

Hic etiam adhibenda est prior operatio problematis 13. in quo latus proponitur inquirendum ex eisdem datis, quod vt fieret, inuenti prius fuere reliqui duo anguli, qui in hoc probl. 15. indagandi proponuntur.

XVI. ANGVLI TRES

Ex tribus lateribus.

11. triang. rectil. Ducta ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito, (vt nimirum perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniantur per problema 9. segmenta duo maximi lateris facta à perpendiculari. Deinde,

Vt minimum latus	*ad sinum totum:*	*Ita minus segmentum maximi lateris*	*ad sinum complem. anguli medio lateri oppositi.*

Rursus

Vt medium latus	*ad sinum totum:*	*Ita maius segmentum maximi lateris*	*ad sinum comple. anguli minimo lateri oppositi.*

Inuentis duobus angulis ad maximum latus, qui medio lateri, & minimo opponuntur, si eorum summa ex semicirculo dematur, reliquus fiet tertius angulus lateri maximo oppositus.

IN Isoscele ducta perpendiculari ad basem, quam bifariam secabit,

Vt alterutrum laterum æqualium	*ad sinum totum:*	*Ita semissis basis*	*ad sinum compl. vnius angulorum æqualiũ ad basem.*

Summa duorum angulorum æqualium inuentorum ex semicirculo detracta, reliquum faciet tertium angulum.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet grad. 60. tertiam videlicet partem duorum rectorum, vel duas tertias partes vnius recti, complectatur.

FINIS LIBRI PRIMI.

ASTROLABII LIBER SECVNDVS.

AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

Sphæram varijs modis posse in plano describi.

1. *SVPERIORE libro ea demonstrauimus, quæ ad Planisphærij, siue Astrolabij constructionem, hoc est, ad proiectionem sphæræ in planum demonstrandam necessaria esse iudicauimus: Nunc ad rem ipsam aggrediamur. Sphæra igitur cœlestis multis modis in planum proijci potest, pro arbitrio ac voluntate eius, qui eam in plano describere conatur, prout videlicet hac vel illa figura eam exprimere desiderat. Quoniam enim fieri non potest, vt omnia puncta, omnesque circuli, qui in sphæra concipiuntur, ita describantur in plano, vt eundem situm, easdemque prorsus distantias inter se habeant, quas in eius superficie concaua, conuexaue obtinent, coacti sunt Astronomi omnia ipsius lineamenta, ac partes ea effigie ac forma in datam planam superficiem proijcere, qua in ea apparent, oculo in certo aliquo loco constituto, vel quam perpendiculares ex omnibus circulorum punctis in eam demissæ efficiunt: quod tribus potissimum vijs factum ab ipsis esse obseruauimus.*

Astrolabiũ Catholicũ Gẽmæ Frisij quo fundamẽto describatur.

2. *QVIDAM enim, inter quos est Gemma Frisius non ignobilis scriptor in Astrolabio suo vniuersali, quod Catholicum appellat, oculum collocant in communi sectione Aequatoris atque Eclipticæ, omnesque circulos cœlestes in plano Coluri solstitiorum, qui Meridianum circulum refert, ea forma describũt, qua eos oculus intuetur.*

Planisphærium vniuersale Ioan. de Roias quo fundamento describatur.

3. *ALII vero non constituunt oculum in fixo aliquo & certo loco, sed omnes sphæræ circulos ea figura in Coluri solstitiorum, siue Meridiani plano designant, quam perpendiculares lineæ ex omnibus punctis circumferentiæ cuiusuis circuli ad planum Coluri solstitiorũ, vel Meridiani circuli demissæ efficiunt: qua ratione fit, vt omnes circuli, qui neque Aequatori æquidistant, neq; ad colurũ solstitiorum recti sunt, efficiant in plano illius Coluri Ellipses, Aequator vero cum suis parallelis omnibus, & alij circuli ad eundem Colurum recti, proijciantur in eius planum per lineas rectas. Atque hanc rationem secutus est Ioannes de Roias in Planisphærio suo vniuersali. Vtriusque autem Planisphærij constructionem, tam Gemmæ Frisij, quam Ioannis de Roias, acute eleganterq; Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, vir in rebus Mathematicis eruditissimus, demonstrauit.*

Astrolabiũ ad datam poli altitudinem quo fundamento à Ptolemæo describatur.

Iordanus qua in re à Ptolemæo in Astrolabij descriptione differat.

4. *PTOLEMAEVS denique Astronomorum princeps constituit oculum in polo australi, circulosque omnes primi Mobilis, lineas ac puncta in plano Aequatoris in infinitum extenso ea figura depingit, qua ex polo australi eo in plano cernuntur. Atque hac ratione Astrolabia vulgaria, quæ ad datam poli altitudinem construuntur, ab artificibus describi solent. Iordanus tamen, quem secutus est Franciscus Maurolycus Abbas Siculus celeberrimus Mathematicus in doctissima sua Astrolabij theoria & fabrica pro Aequatoris plano aliud assumit illi æquidistans, & quod sphæram in opposito polo boreali tangit: quia sub ijsdem figuris in eo apparẽt omnes circuli ac lineæ, sub quibus in Aequatoris plano conspiciuntur. Sed nos Ptolemæum potius, quam Iordanum, in Astrolabij, siue Planisphærij constructione imitabimur: quia cum Aequator in Ptolemæi ratione eandem retineat magnitudinem, qua Analemma, ex quo tota Astrolabij structura pendet, describitur; fit vt pleraque multo facilius in Astrolabio delineentur, quam si planum Aequatori æquidistans, sphæramq; in opposito polo boreali tangens assumatur, vt ex ijs, quæ sequuntur, manifestum erit.*

Quæ potissimũ in Astrolabio describantur.

Partes inter puncta, lineas, & circulos sphæræ non egent peculiari descriptione in Astrolabio.

Partes singulæ Astrolabij, quibus cœli partibus respondeant.

5. *OMNIA porro, quæ in sphæra cœlesti existunt, & in Astrolabio potissimum describi solent, vel sunt puncta, vel lineæ rectæ, vel circuli, quorum circumferentiæ in conuexa superficie sphæræ considerantur. Omnia enim alia, cuiusmodi sunt portiones ipsius superficiei sphæricæ figuræ rectilineæ tam planæ in circulis, quam solidæ in sphæra descriptæ, & id genus alia; peculiari ac propria in Astrolabij plano descriptione non indigent, cum inter puncta, lineas, & circulos Astrolabij contineantur, non secus atq; in ipsa sphæra contingit. Nam, vt vnum, aut alterum huiusce rei exemplum proferamus, ea pars sphæræ cœlestis, quæ ad partes, poli borealis ab Aequatore abscinditur, hoc est, totũ hemisphærium boreale, repræsentatur in plano Aequatoris, vel Astrolabij, per eam superficiem planam, quæ inter circumferentiam Aequatoris, & polũ borealem, siue centrum Astrolabij quaqua versus includitur: Reliqua vero Astrolabij*

 portio

portio extra Aequatorem versus tropicum Capricorni in infinitum extensa pertinet ad hemisphærium australe, quod Aequator in sphæra cœlesti versus polum australem aufert. Sic etiam hemisphærium, quod Ecliptica in cœlo versus polum borealem abscindit, est in plano Astrolabij pars illa, quæ inter Eclipticam, & eundem polum borealem, siue cẽtrum vndique intercipitur: Pars vero reliqua Astrolabij extra Eclipticam infinite excurrens illi parti sphæræ cœlestis respõdet, quam versus polum australem Ecliptica abscindit. Pari ratione pars illa Astrolabij, quæ inter duos tropicos existit, exprimit Zonam torridam, id est, superficiem illam sphæræ cœlestis, quam duo tropici includunt: Pars vero extra tropicum Capricorni in Astrolabio in infinitum extenso, refert illam cœli partem, quam tropicus Capricorni versus austrum dirimit; quæ autem intra tropicum Cancri iacet, est illa, quæ in cœlo inter polum arcticum, & tropicum Cancri existit. Denique quilibet circulus in Astrolabio descriptus, & centrum ambiens, includit eam cœli partem, quæ in cœlo intra eius circuli circumferentiam versus polum arcticum continetur: Portio autem reliqua cœli continetur extra illum circulum in Astrolabio. Ratio huiusce rei est, quia omnia puncta illius partis cœli, quam versus polum arcticum circulus quiuis alterutrum polorum ambiens abscindit, proijciuntur in planum eiusdem circuli in Astrolabio descripti, puncta vero omnia reliquæ partis cœli extra planum illius circuli cadunt, vt ex ijs, quæ sequuntur, perspicuum fiet.

Punctum quodlibet sphæræ vbi appareat in Astrolabio.

6. PVNCTVM quodlibet sphæræ cœlestis per lineam rectam videtur, apparetque in eo puncto Astrolabij, siue plani Aequatoris, per quod recta linea ex polo australi per ipsum punctum assumptum ducta incedit.

Recta linea in sphæra, quando appareat punctum in Astrolabio, & quando recta linea.

7. LINEA autem quæuis recta, si quidem per polum australem ducitur, apparet tota in vno puncto Astrolabij, in eo scilicet, per quod extensa transit; propterea quod omnia eius puncta in eo solo puncto cernuntur, cum vnicus radius visualis per omnia illius puncta feratur: Si vero per polum australem non traijcitur, aspicitur per triangulum, cuius vertex est in oculo, siue polo australi, basis autem est ipsamet linea visa, ita vt radij visuales, qui per omnia illius puncta feruntur, iaceãt omnes in plano illius trianguli: Ex quo fit, vt quælibet recta linea per polum australem non transiens proijciatur in Astrolabium per lineam rectam, quæ communis sectio est, plani Astrolabij Aequatorisue, & dicti trianguli, si tamen eius latera intelligantur esse producta, vt Astrolabij planum secare possint, quando recta linea visa vel tota est citra planum Aequatoris, aut Astrolabij, vel pars eius citra, & pars vltra: quia videlicet radij visuales per omnia puncta lineæ rectæ visæ circumducti à communi illa sectione plani Astrolabij, & dicti trianguli non recedunt. Itaque omnes diametri maximorum circulorum sphæræ proijcientur per centrum Astrolabij in lineas rectas, quippe cum omnes per centrum sphæræ, quod a centro Astrolabij non differt, vt infra patebit, traijciantur; adeo vt recta linea à quouis puncto circumferentiæ alicuius circuli maximi in Astrolabio descripti per centrum ducta, referat illius circuli maximi diametrum, quæ in cœlo ducitur per punctum illud, quod assumpto puncto in Astrolabio respondet: Diametri vero circulorũ in sphæra non maximorum proijcientur quidem in Astrolabium per lineas rectas, sed non per centrum, cum neque in sphæra per centrum ducantur.

Circulus quiuis sphæræ quo modo inspiciatur in Astrolabio.

8. CIRCVLVS denique quicunque, cuius circumferentia in superficie sphæræ existit, si quidem per australem polum descriptus est, inspicitur per radios visuales, qui per omnia puncta eius circumferentiæ circumlati ab eius plano non recedunt, ac proinde omnes in cõmuni sectione plani circuli & plani Astrolabij, siue Aquatoris terminantur, vt infra demonstrabitur propos. 1. Num. 1. adeo vt omnia illius pũcta in recta linea, id est, in communi illa sectione appareant; Si vero per polum australem non ducitur, siue Aequatori æquidistet, siue non, & siue maximus sit, siue non maximus, cernitur per conum, cuius vertex est oculus ipse, siue polus australis, basis vero ipse circulus visus, vt ex definitionibus Apollonij patet si radius visualis ex polo australi per quodlibet punctum circumferentiæ circuli ductus, intelligatur circa circumferentiam circumduci, vt conum describat, per quem circulus inspicitur ex polo eodem australi, cum radius ille visualis cum omnibus alijs radijs ex polo australi emissis coniungatur in illa circumlatione: Ex quo fit, vt circulus quilibet sphæræ, qui per polum australem non ducitur, in Astrolabium proijciatur ea forma, ac figura, quam communis sectio plani Aequatoris, Astrolabijve, & dicti coni efficit, dummodo conus ille intelligatur esse productus, vt à plano Astrolabij secari possit, quando circulus visus vel totus est citra planum Aequatoris, vel partim citra, partim vltra existit. Hæc autem communis sectio coni & plani cuiuspiam, quamuis possit esse circulus, Parabola, Hyperbola, vel Ellipsis, vt Appollonius demonstrat, tamen in Astrolabij plano, siue Aequatoris, semper circulus est, vt suo loco demonstrabimus.

Astrolabiũ describere quid sit.

9. EX his liquet, nihil aliud esse Astrolabium, siue Planisphærium construere, hoc est, sphæram, seu Primum mobile in plano describere, quã singula illius puncta, lineas, ac circulos in plano Aequatoris siue Astrolabij, eo situ disponere, quo ab oculo in polo australi constituto in eo plano conspiciuntur: Adeo vt Astrolabium, Planispherium ve sit figura plana continens omnes sectiones plani Aequatoris, Astrolabijve in infinitum extensi, & tam rectarum ex australi polo emissarum, quam triangulorum, conorumque, quorum vertices in polo australi existunt, bases vero sunt rectæ lineæ, & circuli sphæræ, qui in Astrolabio describuntur. Quod qua ratione fiat, ordine per sequentes propositiones demonstrabimus.

Astrolabiũ quid.

THEO-

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

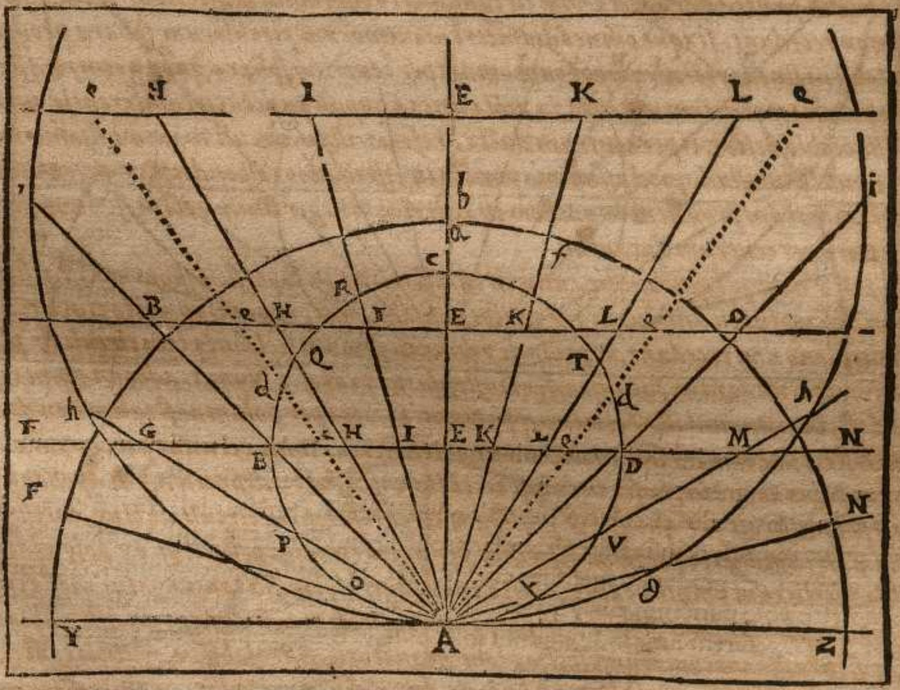
Circulus per polum auſtralem ductus projcitur in Aſtrolabiũ per lineam rectam, & arcus æquales in partes rectæ lineæ inæquales

CIRCVLVS quilibet ſphæræ per polum auſtralem ductus proijcitur cum omnibus punctis, & lineis in eo ductis, in Aſtrolabium per lineam rectam infinitam, quæ communis ſectio eſt ipſius circuli, & plani Aſtrolabij, Æquatoriſue; Partes autem illius rectæ arcubus æqualibus reſpondentes inæquales ſunt, eoque maiores, qup à radio viſuali per circuli centrum ducto ſunt remotiores: binæ tamen partes hinc inde ab eodem radio æqualiter diſtantes, æqualibuſq; arcubus reſpondentes, æquales ſunt.

1. DVCTVS ſit circulus ABCD, per polum auſtralem A, ſecans Æquatoris planum per rectam HL, quæ vel per centrum E, circuli propoſiti tranſibit, quando nimirum circulus ABCD, eſt maximus; [a] (Cum enim Æquator & circulus maximus ABCD, ſe mutuo ſecent bifaariam, tranſibit eorum communis ſectio HL, per vtriuſque centrum, ac propterea & per centrum E, circuli maximi propoſiti) vel vltra centrum E, exiſtet, quando videlicet circulus ABCD, non eſt maximus. Tunc enim eius centrum neceſſario citra Æquatoris planum erit, cum eius ſemidiameter AE, minor ſit ſemidiametro ſphæræ, quæ omnium rectarum ex polo auſtrali A, in planum Æquatoris cadentium eſt minima; [b] quippe quæ in centrum Æquatoris cadens ſit ad eius planum perpendicularis. Atque hæc recta HL, vel circulum ABCD, ſecabit, vel tota vltra eum erit, prout videlicet circulus ipſe Æquatorem ſecat, vel totus citra ipſum exiſtit. Dico hunc circulum totum ABCD, cum omnibus punctis, & lineis in eo ductis, proijci in lineam rectam HL, in infinitum extenſam, &c. Quoniam enim radius viſualis ex polo A, per omnia puncta circumferentiæ circuli ABCD, & per omnia puncta in eius plano exiſtentia circumductus, à plano ipſius circuli non recedit; cadet neceſſario in communem ſectionem HL. Omnia ergo puncta circuli in eadem recta HL, apparebunt. Et quia radij viſuales, quo obliquius rectam HL, ſecant, eo longius excurrunt, adeo vt radius AY, vel AZ, circulum tangens in A, in infinitum extenſus cum ea non conueniat, [c] ſed ei æquidiſtet, [d] cum angulus YAE, rectus ſit, & angulus AEH, quoq; rectus ex lemmate 26 ſit vt ſi omnia puncta circuli (polo A, excepto, qui ſolus, vt propoſ. 4. oſtendemus, in planum proijci non poteſt, ob radium YZ, rectæ HL, parallelum,) in planum Aſtrolabij proijcienda ſint, totus in rectam quodammodo infinitam proijciatur: propterea quod puncta prope punctum A, exiſtentia, proijciantur per rectas ipſi HL, ferme parallelas, ac proinde infinito quodammodo interuallo cum eadem recta HL, concurrentes.

a 11. 1. Theo.
b ſchol. 8. 2. Theod.
c 8. promi.
d 28. tertij.

2. DIVISIO iam circulo ABCD, in partes quotlibet æquales AO OP, PB, &c. emiſſiſque per diuiſionum puncta radijs AOF, APG, AB, &c. reſpondebunt arcus æquales proiectis rectis EI, IH, HB, BG, &c. cum



in has rectas cadant omnes radij viſuales ex A, per omnia puncta arcuum reſpondentium emiſſi. Dico rectas EI, IH &c. inæquales eſſe, maioremque IH, quam EI, & HB, maiorem quam IH, &c. Quoniam enim diameter AC, ex lemmate 26. ad HL, communem ſectionem Æquatoris & circuli ABCD, perpendicularis eſt, erunt anguli ad E, recti; ac propterea, ex coroll. 1. propoſ. 17. lib. 1. Eucl. anguli G, B, H, I, K, L. D, M, vergentes ad E, acuti, ideoq; reliqui ex duobus rectis obtuſi. [e] Igitur recta AI, maior erit quam AE, & AH, maior quam AI, & AB, maior quam AH, &c. hoc eſt, quælibet rectarum ex A, egredientium remotior propinquiore maior erit. Et quia arcus CR, RQ æquales ſunt, [f] erunt etiam anguli CAR, RAQ, æquales, h. e. angulus EAH, in triangulo AEH, ſectus erit bifariam. [g] Igitur erit, vt AH, ad AE, ita HI, ad IE. Cum ergo AH, maior ſit oſtenſa, quam AE; erit quoq; HI maior, quam IE. Eademq; ratione maior erit BH, quam HI, & ſic de cæteris.

e 19. primi.
f 27. tertij.
g 3. ſexti.

3. POSTREMO quia in triangulis AEI, AEK, anguli ad E, recti ſunt, ideoq; æquales, ex lemmate 26. & [h] anguli quoq; EAI, EAK, arcubus æqualibus CR, CS, inſiſtentes, æquales, latuſq; illis adiacens AE, commune; [i] erunt latera quoq; EI, EK, æqualia, quæ quidem à radio AE, per cẽtrum ducto æqualiter diſtant. Item quia in triangulis AEH, AEL anguli ad E, recti ſunt, ideoque æquales, vt dictum eſt, [k] & anguli quoq; EAH, EAL, æqualibus arcubus CQ CT, inſiſtentes, æquales, latuſq; illis adiacens AE, commune; [l] erunt etiam latera EH,

h 27. tertij.
i 26. primi.
k 27. tertij.
l 26. primi.

EL, ab eodem radio AE, æqualiter distantia, æqualia. Ablatis ergo æqualibus EI, EK, ab æqualibus EH, EL, reliquæ quoque rectæ IH, KL, ab eodem radio AE, æqualiter remotæ, respondentesq; arcubus æqualib. RQ. ST, æquales erunt. Eodem modo ostendemus rectas EB. ED, æquales esse, ideoque, ablatis æqualibus EH, EL, & reliquas HB, LD. Atque ita de cæteris rectis à radio AE, æqualiter distantibus, respondentibusq; arcubus æqualibus à puncto C, æqualiter remotis, quod erat demonstrandum.

Polus borealis, & axis mundi idem est in Astrolabio, quod eius centrũ, vel centrum sphæræ.

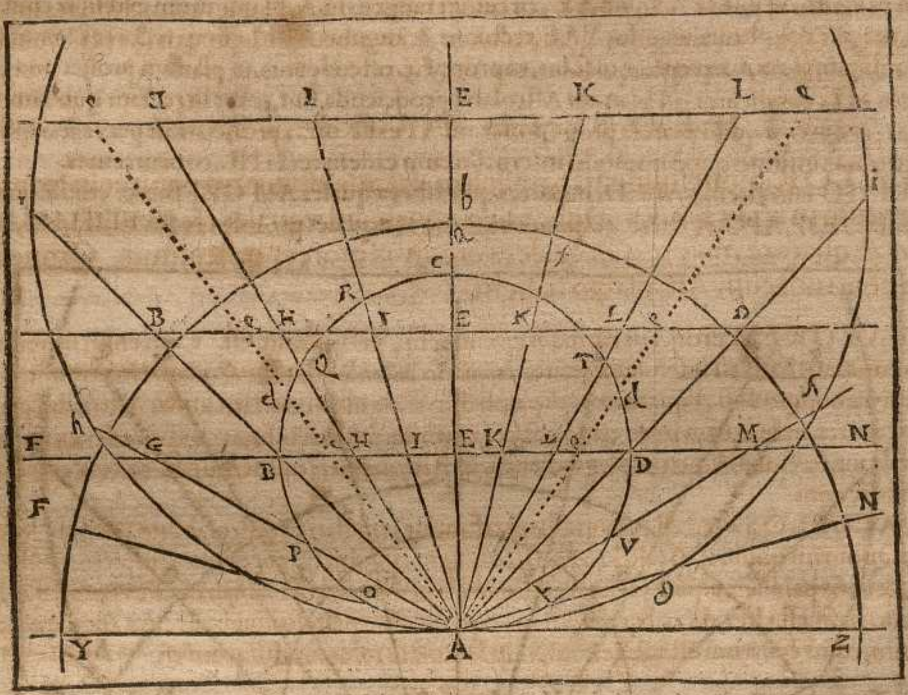
4. QVONIAM vero & polus borealis, & totus axis mundanus apparet ex polo australi in centro Astrolabij, siue Æquatoris, seu sphæræ; quod axis, qui & recta est ex polo australi ad borealem polum ducta, [a] Æquatorem in centro sphæræ, vel Æquatoris, secet, adeo vt centrum Astrolabij repræsentet & centrum sphæræ, & polum mundi septentrionalem, & axem mundi: fit, vt Meridianus, Horizon rectus, duo Coluri, circuli declinationum, circuli horarum à meridie ac media nocte, omnes denique circuli maximi sphæræ per mundi polos ducti, proijciantur in Astrolabium per lineas rectas sese in centro Astrolabij intersecantes, quandoquidem & axis mundi, & polus borealis, vbi omnes illi circuli maximi se intersecant, in centro Astrolabij, vel Æquatoris ex polo australi inspectus apparet, vt diximus. Necesse enim est, vt in Astrolabio eiusmodi circuli maximi sese intersecent in eo puncto, quod repræsentat punctum illud in sphæra, vel lineam rectam, vbi omnes sese intersecant. Nam quemadmodum in cœlo omnes illi circuli transeunt per aliquod vnum punctum, vel lineam rectam, ita ijdem conspiciuntur in Astrolabio transire per punctum, quod illud in sphæra repræsentat, vel per rectam lineam, in quam illa proijcitur.

a 19. 1. Theod.

Omnes circuli maximi per mũdi polos ducti proijciũtur in rectas sese in centro Astrolabij intersecantes.

Circuli per polũ mundi australem transeũtes, quo pacto in Astrolabio, vbi rectæ lineæ sunt, in gradus diuidantur.

5. COLLIGITVR quoq; ex his, qua ratione circulus quilibet per polum australem ductus, qui quidem in Astrolabio est linea recta, vt demonstratum est, in gradus sit diuidendus, & quo pacto propositum punctum eiusmodi circuli in linea illa recta, quæ eum circulum repræsentat, exhiberi possit in Astrolabio. Nam cognito, quantum recta HL, quæ communis sectio est Æquatoris, vel plani Astrolabij & dati circuli, à polo australi abest, si per centrum E, non transeat, (quo pacto autem distantia hæc cognoscatur, suo loco dicemus, quando



diuisione eiusmodi circulorum indigebimus, cuius quidem rei exemplum clarissimum ponemus prop. 8. Numer. 2.) si rectæ ex A, per singulos gradus circuli ABCD, ducantur, secabitur recta HL, in partes inæquales, vt ostensum est, quæ singulos gradus circuli referunt. Vt quia recta AE, communis sectio est circuli ABCD, & circuli maximi per polos mundi, & ipsius circuli, instar proprij cuiusdam Meridiani, transeuntis, fit, vt quemadmodum tam Q quam T, est gradus sexagesimus circuli ABCD, initio numerationis facto à puncto C, illius Meridiani, ita in Astrolabio punctum tam H, quam L, referat gradum 60. ab eodem Meridiano numerandum. Pari ratione puncta I, K, referent hinc inde gradum 30. & puncta B, D, gradum 90. & puncta G, M, gradum 120. & sic de cæteris.

Gradus quilibet quo pacto reperiatur in eadem recta circulum per polos mundi ductum referente: & quot gradus continentur in dato segmẽto eiusdem rectæ, quo pacto cognoscatur.

6. ITAQVE si in recta HL, siue versus H, siue versus L, inuestigandus sit quilibet arcus, vel gradus propositus, supputandus erit arcus vel gradus ille in circulo à puncto C, versus illam partem, in qua arcus, vel gradus propositus desideratur. Nam per rectas ex A, per extrema puncta illius arcus ductas, vel per rectam per gradum illum ductam, exhibebitur in recta HL, arcus, vel gradus propositus. Vt si ex vtraque parte desideretur gradus 70. accipiendus erit vtrinque arcus Cd, graduum 70. vt in lemmate 3. docuimus. Recta enim ex A, per d, eiecta, dabit in recta HL, punctum e, quod gradibus 70. vtrinque à puncto E, abest. Eademque est ratio de cæteris gradibus. Quod si proponatur gradus cum quotlibet minutis, accipiendus erit secundum doctrinam lemmatis 3. arcus continens tot gradus, ac minuta, quot proponuntur. Sic è contrario, si scire quis cupiat, quot gradibus datum quoduis segmentum eiusdem rectæ respondeat, ducendæ sunt à duobus eius extremis duæ rectæ ad polum A. Hæ etenim (productæ tamen, si opus fuerit) in dato circulo, quem recta illa repræsentat, intercipient gradus, quibus segmentum propositum respondet. Vt si datum sit segmentum GH, ducendæ sunt duæ rectæ GA, HA, secantes circulum in P, Q. Nam quot gradus in arcu PQ, continentur, tot in segmento dato GH, includi dicentur, atq; ita de cæteris.

Rectæ ex A, per gradus circuli quo pacto accuratius ducantur.

7. VERVM vt accuratius rectæ ex A, per singula puncta circuli ABCD, ducantur, præsertim per ea, quæ non procul absunt à puncto A, vbi facile regula à recto situ deflectere potest, propter pusillum illud spacium in-

ter A,

ter A,& illud punctum,vtemur hoc artificio. Ex A, describatur semicirculus YbZ,ad quoduis interuallum, diuidaturque in 360. partes æquales,vterq; videlicet quadrantum b Y, b Z, in 180. ita vt quælibet particula semissem vnius gradus complectatur. Nam rectæ ex A,per has graduum semisses in semicirculo YbZ,emissæ transeunt per integros gradus circuli A B C D, cum ex lemmate 10.quælibet particula sit semissis eius arcus in eodem semicirculo Y b Z, qui similis est arcui in circulo A B C D,qui inter duas rectas particulam illam ex semicirculo auferentes includitur.

8. ITAQVE si quicunque gradus in recta HL,desideretur,hoc est,punctum complectens quotcunq; gradus ac minuta,initio numerationis facto à puncto E,accipiẽdus est in semicirculo à puncto a, arcus cõtinens dimidiatum numerum graduũ,vel certe tot semigradus,quot gradus proponuntur. Vt si inueniendum sit punctum in recta HL,grad.70.accipiemus arcum grad.35. vel semigraduum 70. Recta namque A,ed,ex A,per terminum eius arcus ducta dabit in recta HL,punctum E,quod quæritur. Sic si quæratur punctum grad.25.m.40. sumemus in semicirculo arcum grad.12. min.50 . vel arcum semigraduum 25. & semiminutorum 40. atq; ita de cæteris. Vel certe per lemma 3.accipiemus arcum grad.25.min.40. Eius enim dimidium dabit arcum similem semissi arcus gr.25.min.40 in circulo ABCD.Atq; ita semper numerari poterit in semicirculo YaZ,totus arcus propositus,deinde eius semissis accipi,præsertim si minuta gradibus adhæreant, ne cogamur & gradus & minuta partiri bifariam,quod molestum est,quando numerus graduum ac minutorum est impar.

Gradus quilibet quo pacto accuratius inueniatur in eadem recta,quæ circulũ per mundi polos ductum referat. Quando gradibus minuta adhæret quid agẽdum in hac secunda via.

9. IDEM efficiemus hoc modo. Ex quolibet puncto b,in recta A E, producta describatur per A, alius circulus Aghi, tangens rectam YZ,vel circulum ABCD,in A,diuidaturque in gradus. Nam rectæ ex A, per gradus huius circuli emissæ transeunt quoq; per gradus singulos circuli A B C D , eo quod per lemma 9. rectæ ex puncto contactus egredientes abscindunt arcus similes ex circulis sese tangentibus,&c.

10. AVT certe sine circulis idem assequemur per lemma 11. si rectam v.g. AO, in continuum producamus, vt in eo lemmate præcepimus, eodemq; pacto alias rectas, quarum extrema puncta parum inter se distant, per idem lemma, in rectum & continuum producamus.

11. QVIN etiam, vt puncta,in quibus rectæ ex A, emissæ nimis oblique rectam H L, secant; qualia sunt puncta G,&M,magis exquisite habeamus,adhibendum erit documentum lemmatis 13.vbi docuimus,quanam arte inueniri possit punctum,in quo duæ rectæ conuenire debeant,si producantur.

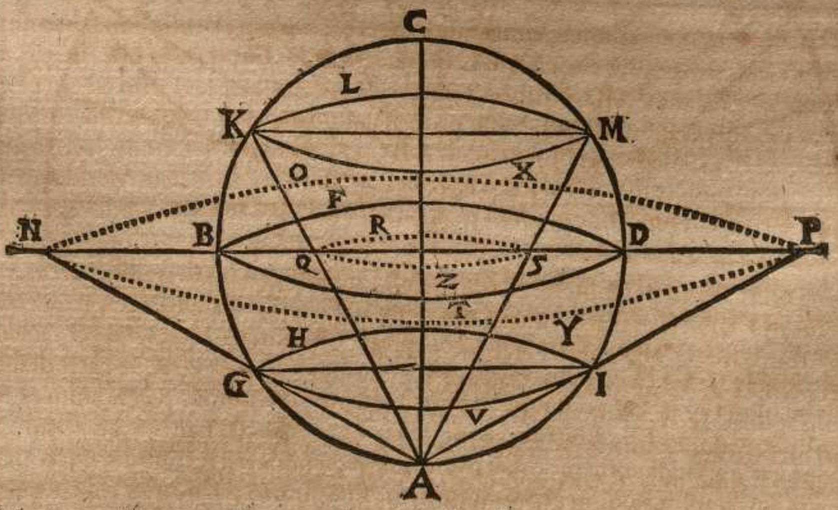
THEOR. II. PROPOS. II.

ÆQVATOR,omnesque eius paralleli in Astrolabium proijciuntur in formas circulares, & arcus eorum in arcus similes, atque adeo æquales in æquales; & paralleli quidem australes in circulos Æquatore maiores, boreales vero in minores proijciuntur. Omnes tamen vnum & idem centrum cum Astrolabio habent.

Æquator cum suis parallelis proijcitur in formam circularẽ, & partes æquales in partes æquales,&c.

1. ÆQVATOREM proijci in formam circularem, perspicuum est. Cum enim inspiciatur ex polo australi per conum, cuius basis est ipsemet Æquator in plano Astrolabij, ita vt Æquator sit communis sectio eius coni,& plani Astrolabij,quod ab Æquatoris plano non differt,liquido constat,cum in Astrolabij plano eandem formam circularem retinere, quam in eo cono habet: quandoquidem omnes radij visuales ex polo australi per omnia puncta circumferentiæ Æquatoris egredientes in Astrolabio terminentur in eadem eius circumferentia, nimirum in base coni.

2. PARALLELOS vero Æquatoris forma quoque circulari in Astrolabium proijci, hoc modo demonstrabimus. Quoniam quilibet parallelus Æquatoris, cum circulus sit, per conum inspicitur, cuius vertex polus australis est, & basis parallelus ipse; faciet planum Æquatoris vel Astrolabij basi illius coni æquidistans in eo cono, quando eius basis est vltra Æquatorem, aut in eo producto, quando eius basis citra Æquatorem existit, sectionem circulum, cuius centrum est in axe coni, vt in lemmate 16. demonstratum est.



3. QVIA vero radij omnes visuales per lemma 28. auferunt ex quouis parallelo, cum basis sit coni, & ex circulo , quem in cono illo planum Æquatoris vel Astrolabij facit , arcus similes ; efficitur, vt arcus cuiuslibet paralleli proijciantur in arcus similes, atq; adeo æquales in æquales, cum soli arcus æquales vnius circuli arcubus æqualibus alterius circuli possint esse similes. Nam si v.g duo arcus vnius circuli sint similes duobus arcubus æqualibus alterius circuli, erunt ijdem illi duo similes vni & eidem ex his. Quare duo illi æquales erunt: Alias duo arcus inæquales eiusdem circuli essent similes vni & eidem arcui alterius circuli, quod est absurdum.

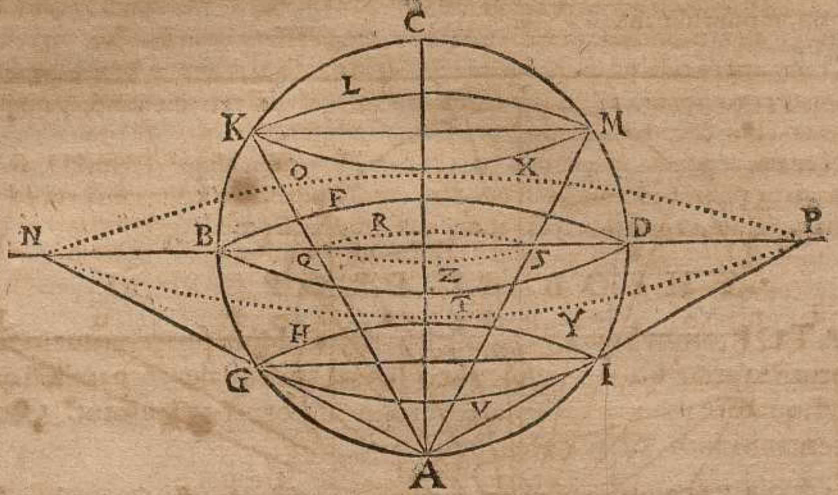
4. ITA-

Æquator, eiusq; paralleli in Astrolabio diuidendi sunt in 360. partes æquales, vt eorũ gradus habeantur, instar circulorum in sphæra.

4. ITAQVE quadrantes proijcientur in quadrantes, gradus in gradus, minuta in minuta, &c. hoc est, sicut quadrans cuiusuis paralleli in cœlo est quarta pars sui circuli, & gradus pars trecentesima sexagesima, ita quoque arcus in plano Astrolabij respondens illi quadranti, quarta pars est totius circuli, & pars respondens vni gradui, pars est trecentesima sexagesima eiusdem circuli, & sic de cæteris. Ex quo fit, vt quemadmodum in cœlo Æquator, & quilibet parallelus in 360. gradus diuiditur æquales, ita quoque Æquator, & circulus in Astrolabio eum parallelum referens, diuidendus sit in 360. partes æquales, vt eius gradus habeantur.

Paralleli australes in Astrolabio sunt maiores Aequatore, & boreales, minores.

5. DEINDE sit Analemma, in quo Meridianus ABCD; Æquator BFDT, eiusque diameter BD; parallelus quicunque australis GHIV, eiusque diameter GI; parallelus borealis quilibet KLMX, eiusque diameter KM, & axis mundi AC. Quia igitur radij visuales AG, AI, per extrema puncta diametri paralleli australis ducti, cadunt in planum Æquatoris productum extra sphæram in puncta N, P, communis sectionis plani Æquatoris, & Meridiani, (cum sphæram secent in G, I,) radij vero visuales AK, AM, per puncta extrema diametri paralleli borealis ducti, occurrunt eidem plano Æquatoris intra sphæram in punctis Q, S, eiusdem communis sectionis plani Æquatoris ac Meridiani, idemque contingit in radijs per extrema puncta aliarum diametrorum vtriusq; paralleli emissis, liquido constat, parallelum australem in circulum proiici maiorem Æquatore, borealem vero in minorem: quippe cum illius diameter visa NP, maior sit diametro BD, Æquatoris, huius vero diameter visa QS, minor, ac proinde & illius circulus visus NOPY, maior, huius vero circulus visus QRSZ, minor circulo Æquatoris BFDT. Eademque ratio est de alijs parallelis australibus, ac borealibus.



Aequator, eiusq; paralleli in Astrolabio idem cum Astrolabio centrũ habent.

6. POSTREMO quia ex lemmate 16 circuli, quos plana basibus conorum parallela abscindunt, centra habent in axe, axis autem mundanus AC, proijcitur in centrum Astrolabij siue Æquatoris E. vt supra dictum est; perspicuum est, omnes circulos in Astrolabio, in quos Æquator, eiusque paralleli proijciuntur, esse concentricos, idemq; cum Astrolabio centrum habere. Quod erat demonstrandum.

THEOR. III. PROPOS. III.

Obliquus circulus quicunque, vel etiam ad Aequatorẽ rectus non maximus, proijcitur in formam circularẽ, & partes æquales in partes inæquales, &c.

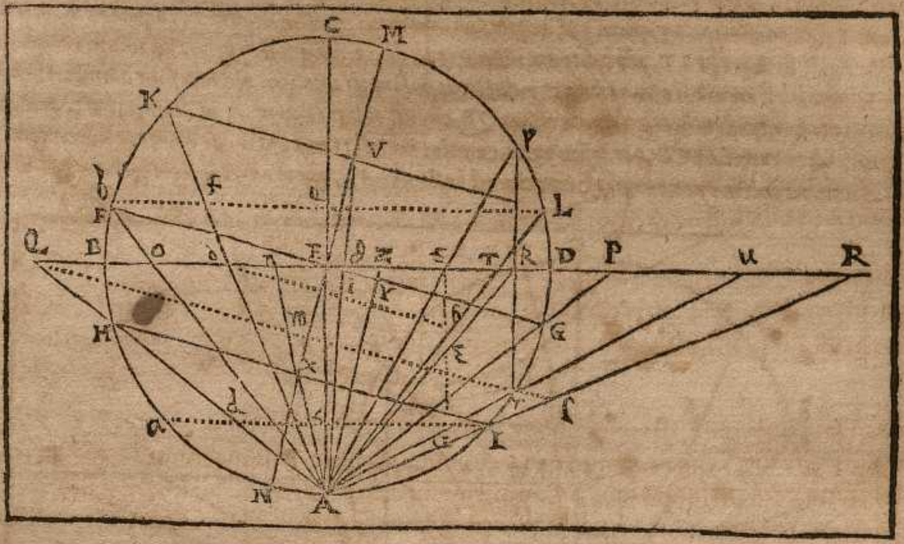
CIRCVLVS quilibet sphæræ ad Æquatorem obliquus, vel etiam rectus non maximus, in Astrolabium proijcitur in circularem figuram; sed arcus eius à certo quodam puncto inchoati in arcus dissimiles, atq; adeo æquales in inæquales proijciuntur: centrum denique eius in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum est.

a 15.1.The. b 15.1.The. c 15.1.The. d 15.1.The. e 10.1.The. f 13. vndec.

1. IN sphæra ABCD, cuius centrum E, & poli mundi A, C, sit circulus tam maximus, cuius diameter FG, quam non maximus, cuius diameter HI, vel KL, ad Æquatorem obliquus, hoc est, cuius poli M, N, à polis mundi C, A, diuersi sint. Vel etiam circulus non maximus ad Æquatorem rectus, cuius diameter p r, hoc est, per cuius polos Æquator incedat. Dico eum in Astrolabium proijci in figuram circularem, &c. Describatur enim per eius polos, & polos mundi circulus maximus ABCD, sitque ipsius & Æquatoris communis sectio recta BD, in infinitum extensa; & ex A, polo australi per extremitates diametrorũ extendantur radij visuales secantes rectam BD, per quam planum Astrolabij Æquatorisue ducitur, [a] ad quod circulus ABCD, rectus est in punctis O, P; Q, R, S, T, t, u. Et quoniam coni scaleni, quorum vertex A, & bases circuli diametrorum FG, HI, KL, p r, secantur plano circuli ABCD, [b] ad bases recto, facienteq; triangula per axem AFG, AHI, AKL, A p r: (Axes n. horum conorum in plano circuli ABCD, sunt, cum basium centra, ad quæ axes ducuntur, in eodem plano sint, [c] quippe cum eas circulus bifariam, hoc est, per centra secet) secantur autem & alio plano per rectam BD, ducto, nimirum plano Æquatoris vel Astrolabij, quod ad triangula per axem, hoc est, ad planum circuli ABCD, rectum est, [d] quod hic circulus per polos Æquatoris ductus eum ad angulos rectos secet; atque hoc planum per BD, ductum abscindit triangulum AOP, triangulo AFG, & triangulum AQR, triangulo AHI, & triangulum AST, triangulo AKL, & triangulum Atu, triangulo Apr, simile, & subcontrarie positum, vt in lemmate 35. demonstrauimus, quemcunque situm habeat diameter circuli inclinati, faciet per lemma 17. idem hoc planum per BD, ductum, hoc est, planum Astrolabij, Æquatorisue, in conis prædictis scalenis sectiones, circulos, quorum diametri OP, QR, ST, t u. Esse autem conos istos scalenos, hac ratione demonstrabitur. Ducto axe basium priorum trium conorum MN, [e] transibit is per E, X, V, centra circulorum, qui bases sunt, rectusq; ad ipsos circulos erit. Quilibet enim circulus in sphæra suum axem habet, qui ad planum ipsius rectus est, transitque per eius centrum ac polos. [f] Cum ergo ex punctis E, X, V, ad eosdem circulos non possint educi aliæ lineæ perpendicula-

diculares, erunt axes conorum A E, A X, A V, ad eos circulos, hoc eſt, ad baſes conorum obliqui, ideoque conſcaleni erunt. In cono autem poſteriore, cum B D, axis circuli, cuius diameter p r, rectus etiam ſit ad p r, & per eius centrum k, tranſeat, liquet axem eius coni A k, obliquum eſſe ad baſem coni, ac proinde conum quoque, cuius baſis eſt circulus diametri p r, ſcalenum eſſe.

2. DEINDE arcus circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, pr, ſi à certo quodam puncto incipiant omnes, proijci in arcus diſſimiles, atque adeo arcus in circulis diametrorum OP, QR, ST, t u, reſpondentes æqualibus arcubus in circulis diametrorum F G, HI, KL, p r, eſſe inæquales; manifeſtum eſt ex lemmate 31. vbi demonſtratum eſt, ſi in circulo diametri F G, ſumantur duo arcus oppoſiti æquales incipientes à punctis F, G, arcus in circulo diametri OP, reſpondentes, quos videlicet in cono, cuius baſis eſt circulus diametri FG, eædem rectæ lineæ ex A, egredientes auferunt, inæquales eſſe, maiorem quidem eum, qui prope minorem angulum P, exiſtit, minorem vero eum, qui eſt prope maiorem angulum O. Eſſe autem angulum O, maiorem in triangulo AOP, & P, minorem, liquet, cum ille ſit æqualis angulo G, & hic angulo F, in triangulo AFG, ob ſubcontrariam ſectionem. [a] Conſtat autem angulum G, maiorem eſſe angulo F, quod & latus AF, latere AG, maius ſit, quippe cum illud maius ſit latere quadrati AB, & hoc minus latere quadrati AD, ſi ea latera ducerentur, vt conſtat ex ſcholio propoſ. 29. lib. 3. Eucl. Vel certe, quia angulus G, maior eſt interno P, erit quoque O, qui æqualis eſt ipſi G, maior quam P. Eadem ratione arcubus æqualibus in circulis diametrorum HI, KL, pr, incipientibus à punctis H, I, K, L, p, r, reſpondebunt arcus inæquales in circulis diametrorum QR, ST, t u. Arcus ergo circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, p r, in arcus diſſimiles proijciuntur, & æquales in inæquales, ſi ab ijs punctis, quæ diximus, initium ſumant. *a 18. primi.*



3. IN eodem lemmate 31. demonſtratum eſt, ſi in cono, cuius baſis eſt circulus diametri FG, educantur rectæ ex vertice A, arcus in circulo diametri OP, inter P, & illas rectas interceptos, maiores eſſe, quam vt ſimiles ſint arcubus reſpondentibus in circulo diametri FG, quos videlicet eædem rectæ abſcindunt, &c. Conſtat ergo rurſus, arcus circuli diametri F G, proijci in arcus diſſimiles in circulo diametri O P, ſi à puncto P, incipiant. Idemque dicendum eſt de arcubus circulorum, quorum diametri HI, KL, pr. Hi enim ex eodem lemmate proijcientur in arcus diſſimiles in circulis diametrorum QR, ST, t u. At vero arcus æquales circulorum maximorum obliquorum proijci in arcus inæquales ordine continuato, euidenter demonſtrabimus in ſcholio propo. 5. Num. 12. & ſequentibus. Idemque deinde in ſcholijs prop. 6. & 7. de circulis obliquis non maximis demonſtrabimus. Ita vt veriſſimum ſit, arcus æquales cuiuſuis circuli obliqui, non ſolum proijci in arcus diſſimiles, ſi à certo quodam puncto omnes initium ſumant, verum etiam in inæquales, vt in theoremate propoſitum fuit. Ex quo fit, vt circulus obliquus ſiue maximus, ſiue non maximus, in Aſtrolabio diuidendus non ſit in partes æquales, vt eius gradus habeantur reſpondentes gradibus eiuſdem circuli in ſphæra, ſed in partes inæquales, vt propoſ. 5. 6. & 7. trademus.

4. DENIQVE centrum cuiuſuis circuli obliqui in Aſtrolabio differre ab Aſtrolabij centro, hoc eſt, diametros viſas OP, QR, ST, t u, non diuidi bifariam in E, centro ſphæræ, quod & Aſtrolabij centrum eſt, vt diximus, facile oſtendemus hoc modo. Quoniam E B, E D, æquales ſunt, erit E D, maior quam EO. Multo ergo maior erit EP, quam EO. Non ergo diameter OP, in E, diuiditur bifariam. Quod in circulo maximo patet etiam ex lemmate 35. vbi oſtenſum eſt, perpendicularem A Y, ad diametrum F G, diuidere bifariam diametrum OP, in Z. Non igitur in E. bifariam ſecatur. Rurſus ductis Ia, Lb, ipſi BD, parallelis ſecantibus axem mundi AC, & rectas AH, AK, in c, d, e, f; quoniam ex ſcholio prop. 4. lib. 6. Euclid. eſt vt I c, ad cd, ita RE, ad EQ; & vt Le, ad ef, ita T E, ad ES: Eſt autem I c, maior quam c d, & L e, maior quam ef, [b] quod Ia, Lb, bifariam ſecentur in c, e, [c] cum anguli ad c, e, recti ſint, ob parallelas BD, aI, bL. Igitur & RE, maior eſt quam EQ & TE, maior quam ES. Neq; ergo diameter QR, neq; diameter S T, in E, ſecatur bifariam; ac proinde cum centrum diuidat diametrū bifariam, nō erit E, centrum diametrorum OP, QR, ST. Deniq; diametrum quoq; viſam t u, non diuidi bifariam in centro E, luce clarius eſt, cum tota ea vltra centrum E, exiſtat, vt perſpicuum eſt, propter radios A p, A r.

Circulū obliquum in Aſtrolabio habere cētrum diuerſum à cētro Aſtrolabij.

b 3. tertij.
c 29. primi.

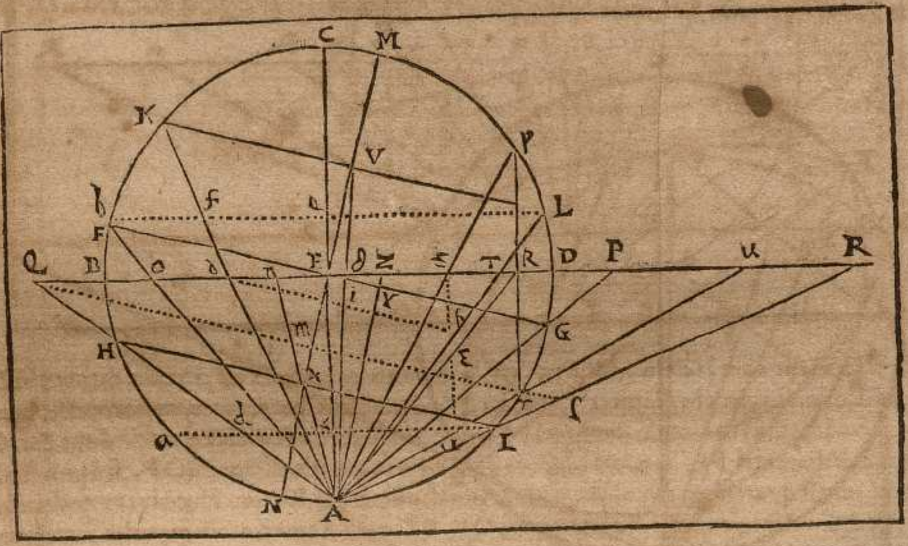
S C H O L I V M.

1. OPORTET autem quemuis circulum obliquum maximum, eiuſq; parallelos, vel circulum non maximum ad Æquatorem rectum, ex polo auſtrali inſpicere in communi ſectione Æquatoris vel plani Aſtrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui vel recti, ducti, tum vt demonſtremus, eos proijci in formam circularem, tum vt maximas

Circuli obliqui in quo circulo maximo inſpiciendi ſint, vt habeantur eorum diametri maximæ.

ximas eorum diametros visas, circa quas describendi sunt, habeamus. Nam vt in cono scaleno subcontraria sectio sit circulus,
necesse est, triangulum per axem ad basem coni esse rectum, vt ex lemmate 17. constat: Huiusmodi autem est triangulum per
axem in plano circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, transeuntis, [a] cum hic circulus ad basem co-
ni, hoc est, ad circulum obliquum, vel rectum, per cuius polos ducitur, rectus sit, & aliorum nullus, qui per eius polos non in-
cedit. Deinde quia circulus hic maximus metitur maximam declinationem maximi circuli obliqui ab Aequatore, cum eius
arcus inter maximum circulum obliquum, & Aequatorem, sit arcus anguli, quem obliquus circulus cum Aequatore facit, ex
defin. 6. nostrorum triang. sphæric. constituet diameter maximi circuli obliqui, quæ communis sectio est ipsius, & illius circuli
maximi, (qualis in præcedenti figura est diameter FG,) cum diametro Aequatoris, quæ eiusdem circuli maximi, & Aequato-
ris communis sectio est, (cuiusmodi est in eadem figura diameter BD,) maiorem angulum, quam vlla alia eius diameter, quæ
communis sectio sit circuli obliqui, & alterius maximi circuli per polos mundi, sed non per polos obliqui circuli, incedentis,
cum hic circulus non metiatur maximam declinationem circuli obliqui ab Aequatore: ac proinde omnes aliæ diametri circuli
maximi obliqui inter puncta B. & F, atq; D. & G, cadent. Igitur per lemma 36. diameter OP, visa est omnium maxima, &
BD, omnium minima, propterea quod rectæ per extrema puncta aliarum diametrorum minores angulos, cum BD, in centro E,
constituentium ductæ abscindunt minores rectas ex BD, recta OP, & maiores quam BD, vt ibi demonstrauimus.

2. QVOD autem diameter visa ST, circuli obliqui non maximi, cuius diameter KL, communis sectio ipsius, & circuli
maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mundi ducti, sit quoq; omnium maxima, ita confirmabimus. Ducatur ex A, ad V,
centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axis AV, secans rectam BD, in g. Omnes ergo diametri circuli ob-
liqui in sphæra per centrum V, transeuntes, conspicientur in Astrolabij plano per rectam BD, ducto transire per punctum g.
Ducta quoque Sh, ipsi KL, parallela, quæ secet axem coni AV, in i; erit ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt hi, ad iS, ita LV, ad
VK. Est autem per lemma 29. maior proportio Tg, ad gS, quam hi, ad iS, hoc est, quam LV, ad VK. Cum ergo LV, VK, sint æqua-
les, inæquales erunt Tg, gS, maiorque Tg, quam gS; ac proinde centrum circuli diametri ST, diuidens diametrum ST, bifari-
am, existet in recta Tg. [b] Recta ergo ST, per centrum illius circuli ducta, qui quidem refert circulum obliquum diametri KL,
vt demonstrauimus, maior est omnibus aliis rectis per g, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli obliqui,
vt dictum est. Eodem modo ostendemus diametrum visam QR, circuli obliqui non maximi diametri HI, quæ communis etiam
sectio est ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mundi transeuntis, esse omnium maximam. Ducto enim ex
A, ad X, centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axe AX, qui productus secet rectam BD, in n, conspicientur



omnes diametri circuli obliqui in sphæra per centrum X, ductæ transire in plano Astrolabij per rectam BD, ducto per punctum
n. Et quia ducta Ql, ipsi HI, parallela, quæ axem coni productum secet in m; est vt lm, ad mQ, ita IX, ad XH, ex scholio prop. 4.
lib. 6. Euclid. Est autem per lemma 29. maior proportio Rn, ad nQ, quam lm, ad mQ; erit quoque maior proportio Rn, nQ,
quam IX, ad XH. Cum ergo IX, XH, æquales sint, inæquales erunt Rn, nQ, maiorque Rn, quam nQ; ac proinde centrum circuli
diametri QR, qui refert obliquum circulum diametri HI, vt demonstrauimus, diuidens diametrum QR, bifariam, in recta Rn,
existet. [c] Recta igitur QR, per centrum illius circuli ducta, maior est omnibus aliis rectis per n, ductis in eodem circulo, quæ qui-
dem sunt diametri visæ circuli obliqui diametri HI, vt diximus. Denique non aliter probabimus diametrum visam tu, circuli
ad Aequatorem recti, cuius diameter pr, esse omnium maximam. Ducto enim axe Ak, in cono, cuius basis est circulus diametri
pr, agatur per t, ipsi pr, parallela tæ, secans Ak, in ꝭ. Erit igitur ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt æꝭ, ad ꝭt, ita rk, ad kp. At
per lemma 29. maior est proportio uk, ad kt, quam æꝭ, ad ꝭt. Igitur maior quoq; erit proportio uk, ad kt, quam rk, ad kp. Cum
ergo æquales sint rk, kp, inæquales erunt uk, kt, maiorque erit uk; ac proinde centrum circuli diametri tu, in recta uk, existet.
Ergo recta ut, per illud centrum ducta erit maior omnibus aliis rectis per k, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri
visæ circuli, cuius diameter pr, in sphæra, quod est propositum.

3. IMMO & hæc demonstratio in circulos maximos conuenit. Quoniam enim in eadem præcedenti figura omnes dia-
metri circuli maximi obliqui, cuius diameter FG, communis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos
mundi ducti, conspiciuntur transire per E, centrum, sphæræ, vel Astrolabij, estque centrum diametri visæ OP, cuius circulus cir-
culum maximum obliquum diametri FG, in Astrolabio repræsentat, vt demonstratum est in recta PE, quod hæc maior sit,
quam EO, vt supra ostendimus; erit recta OP, per centrum illius circuli ducta, maior omnibus aliis rectis per E, eductis, quæ
quidem, vt dictum est, sunt diametri visæ circuli obliqui diametri FG.

4. EX his perspicuum est, centrum cuiusque circuli obliqui siue maximi siue non maximi, vel etiam recti non maxi-
mi, in Astrolabio sumendum esse in communi sectione plani Astrolabij Æquatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & po-
los circuli obliqui, vel recti, transeuntis, quandoquidē, vt demonstratū est, in hac communi sectione apparet eius diameter maxi-
ma, atq; adeo circulus ipse obliquus, vel rectus describitur circa eam diametrū ea magnitudine, qua cernitur, cum in eo omnes
diame-

[a] 21. 1. Theo.

Circulorū obliquorū, vel etiam rectorū non maximorū, diametros visas in cōmuni sectione Aequatoris, & circuli maximi per polos mundi, & polos obliquorū circulorū, vel rectorū ducti, esse omnium maximas.

[b] 1. 3. tertij.

[c] 1. 3. tertij.

Centra obliquorū circulorū, vel etiā rectorum nō maximorū in Astrolabio sumēda esse in cōmuni sectione plani Astrolabij Aequatorisue & circuli maximi per polos mundi, & polos circulorū obliquorū, vel rectorum ducti.

diametri visæ, etiam maxima, includantur. Quod si secundum diametrum aliquam minorem visam describeretur, minor fieret in Astrolabio, quam apparet, cum maxima eius diameter visa eum excederet, quod est absurdum.

EX quo illud etiam efficitur, rectam per centrum Astrolabij, & centrum cuiusque circuli obliqui tam maximi, quam non maximi, vel etiam recti non maximi, traiectam, esse communem sectionem plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos obliqui circuli, vel recti, incedit in sphæra. Nam si alia quæuis linea recta diceretur esse hæc communis sectio, appareret in ea maxima diameter visa, atque adeo in eadem centrum obliqui circuli, vel recti describendi existeret, vt diximus, quod est absurdum, cum eius centrum in priori illa recta linea positum sit.

Rectam lineam per centrum Astrolabij, & centrũ cuiusuis circuli in Astrolabio descripti ductam, esse cõmunem sectionem plani Astrolabij, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi & polos descripti circuli ducitur.

5. ITAQVE Horizon obliquus, Ecliptica, (positis principiis ♋, & ♑, in Meridiano) & Verticalis primarius inspiciendi sunt in communi sectione Meridiani, & Aequatoris siue Astrolabij, vt eorum diametri visæ habeantur maximæ, atque in eadem sectione eorum centra existunt: quia nimirum Meridianus per illorum circulorum polos ductus, [a] ad eosdem rectus est.

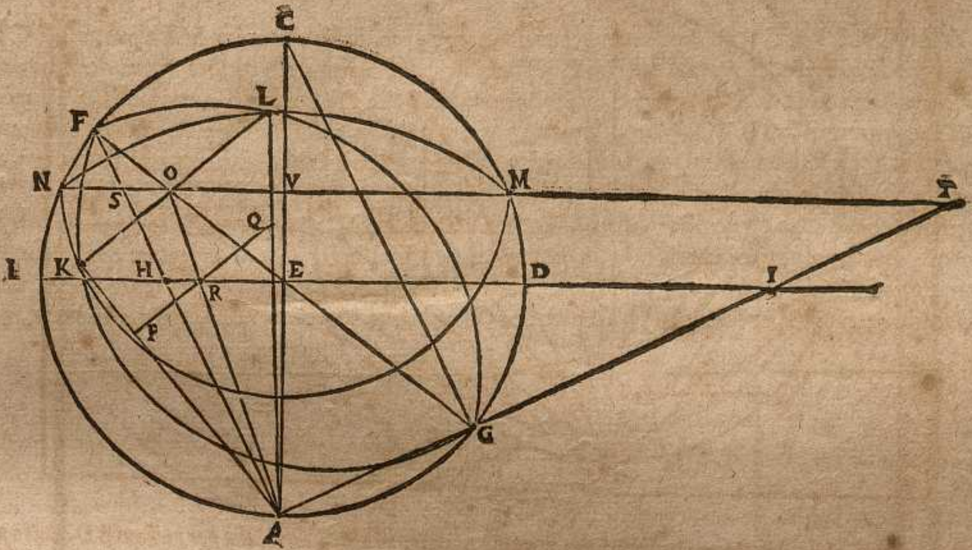
6. IORDANVS in suo planisphærio, quod est instar commentarioli cuiusdam in planisphærium Ptolemæi, alia demonstratione, quæ ex conis non pendet, concludit circulos obliquos omnes proijci in figuram circularem, hoc est, omnia puncta circumferentiæ cuiusuis circuli obliqui per radios ex polo australi emissos cadere in circuli circumferentiam, quam demonstrationem, quod acuta sit & elegans, hic censui apponendam.

7. SIT ergo circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, vel etiam rectus non maximus FKGI, cuius & circuli maximi ABCD, per eius, & mundi polos ducti, communis sectio sit F, G, eius diameter, cuius extrema puncta per radios AF, AG, appareant in BD, communi sectione eiusdem circuli maximi ABCD, & Aequatoris, vel Astrolabij, in punctis H, I. Per quodlibet punctum O, diametri FG, ducatur planum Aequatori parallelum, hoc est, ad circulum ABCD, rectum, cum hic circulus Aequatorem eiusque parallelos secet per polos A, C, [b] ideoque ad angulos rectos, [c] faciens in circulo ABCD, sectionem MN, ipsi BD, parallelam, [d] & in sphæræ superficie circulum NKML; sitque KOL, communis sectio circulorum FKGL, NKML, [e] quæ ad circulum ABCD, recta erit, quod vterque circulus ad eundem sit rectus; ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad FG, rectam perpendicularis, [f] ideoque diameter FG, secans KL, ad angulos rectos, eandem bifariam in O, secabit. Extensa a. ex A, per O, recta AO, secet HI, in R, & per R, in plano trianguli AKL, (ductis rectis AL, AK,) rectæ KL, parallela agatur PRQ, occurrens radiis visualibus AK, AL, in P, Q, [g] quæ etiam ad planũ eiusdem circuli ABCD, recta erit, ac proinde in plano Aequatoris per HI, ducto, & ad eundem circulum ABCD, recto existet. Puncta igitur K, L, circuli FKGL, in plano Aequatoris, Astrolabijue, apparebunt in punctis P, Q, & recta KL, in recta PQ. Dico quatuor puncta H, I, P, Q, in circumferentiam circuli cadere in plano Astrolabij siue Aequatoris. Iungatur enim recta GC, & recta MN, secet radium visualem AF, in S, & axem AC, in V, eademque recta NM, extendatur vsque ad T. [h] Quoniam igitur angulus AGC, rectus est, [i] nec non & an-

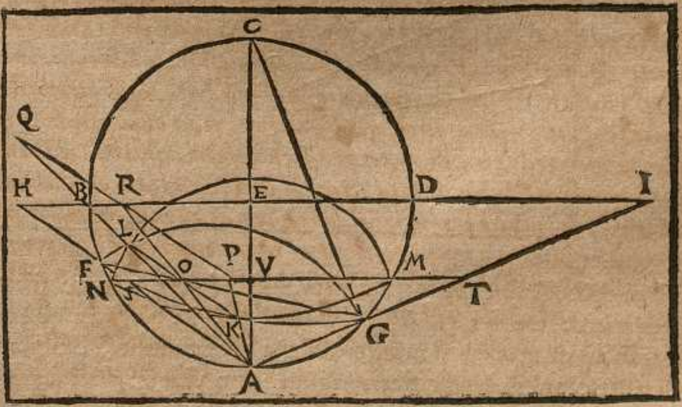
a 15. 1. Theo.

Postilla. Iordani demonstratio circulos obliquos, vel etiam rectos nõ maximos proijci in figuras circulares.

b 15. 1. Theo. c 16. vndec. d 1. 1. Theo. e 19. vndec. f 3. tertij. g 8. vndec. h 31. tertij. i 29. primi.



gulus AVT, ob parallelas BD, NM: Habent autem & triangula AGC, AVT, angulum A, communem; erit per coroll. 1. propos. 32. lib. Euclid. reliquus angulus ACG, reliquo angulo ATV, æqualis: [k] Est autem eidem angulo ACG, angulus AFG, æqualis. Igitur & anguli T, F, in triangulis GOT, SOF, æquales erunt. [l] Cum ergo & anguli ad verticem O, sint æquales; æquiangula erunt triangula GOT, SOF. [m] Igitur erit vt GO, ad OT, ita SO, ad OF: [n] ac proinde rectangulum sub GO, OF, rectangulo sub TO, OS, æquale erit. [o] Est autem rectangulum sub GO, OF, æquale rectangulo sub KO, OL. Igitur & rectangulum sub TO, OS, eidem rectangulo sub KO, OL, æquale erit, hoc est, quadrato rectæ KO, quod KO, OL, æquales sint ostensæ: [p] atque idcirco tres TO, KO, OS, continue sunt proportionales. Quia vero, cum triangulum TOA, triangulo IRA, sit simile, & triangulum AOK, triangulo ARP, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. [q] est vt TO, ad OA, ita IR, ad RA, & vt OA, ad KO, ita RA; ad PR; erit ex æquo, vt TO, ad KO, ita IR, ad PR. Rursus quoniam est ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid.



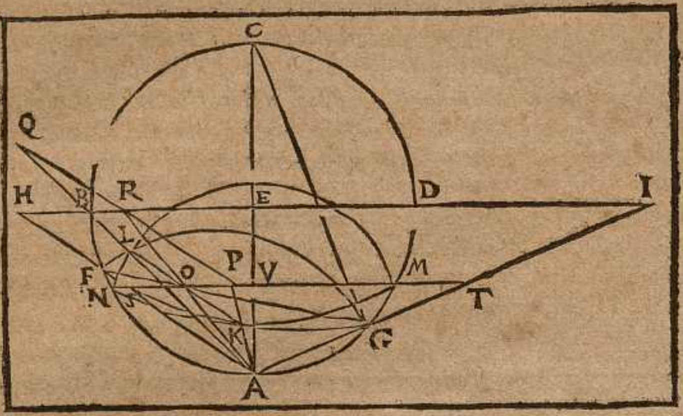
TO.	IR.
OA.	RA.
KO.	PR.

k 21. tertij. l 15. primi. m 4. sexti. n 16. sexti. o 35. tertij. p 17. sexti. q 4. sexti.

SO.	HR.
OT.	RI.
OK.	RP.

vt SO, ad OT, ita HR, ad RI: Ostensum autem est proxime, esse vt OT, ad OK, ita RI, ad RP; erit quoque ex æquo, vt SO, ad OK, ita HR, ad RP: Et conuertendo, vt OK, ad SO, ita RP, ad HR. Quocirca cum sit, vt TO, ad OK, ita IR, ad RP; & vt OK, ad OS, ita RP, ad HR; sint autem tres TO, OK, OS, ostensæ continue proportionales; erunt quoque tres IR, RP, HR, continue proportionales. [a] *Igitur rectangulum sub IR, RH, quadrato rectæ RP, æquale erit, hoc est, rectangulo sub PR, RQ, cum hæ rectæ æquales sint, quippe quæ ex scholio proposit. 4. libr. 6. Euclid. eandem proportionem habent, quam æquales rectæ KO, LO. Igitur per scholium propos. 35. lib. 3. Euclid. Circulus circa puncta H, I, descriptus per puncta P, Q, transibit. Erit autem semper HI, diameter circuli quatuor punctorum H, I, P, Q, propterea quod secans rectam P, Q, bifariam & ad angulos rectos (cum enim P, Q, sit ad planum circuli ABCD, recta, recta quoque erit ad rectam HI,) transit per centrum eius circuli, ex coroll. propo. sit. 1. lib. 3. Euclid. Non aliter ostendemus, eundem transire per alia puncta, in quæ cadunt in plano Astrolabij Aequatoris ue, rectæ ex polo australi A, per alia puncta circuli obliqui FKGL, emissæ, si nimirum per alia puncta diametri FG, ducantur plana Aequatori parallela, &c. Circulus igitur obliquus, vel etiam rectus non maximus FKGL, in circularem figuram proijcitur, quod erat demonstrandum.*

a 17. sexti.



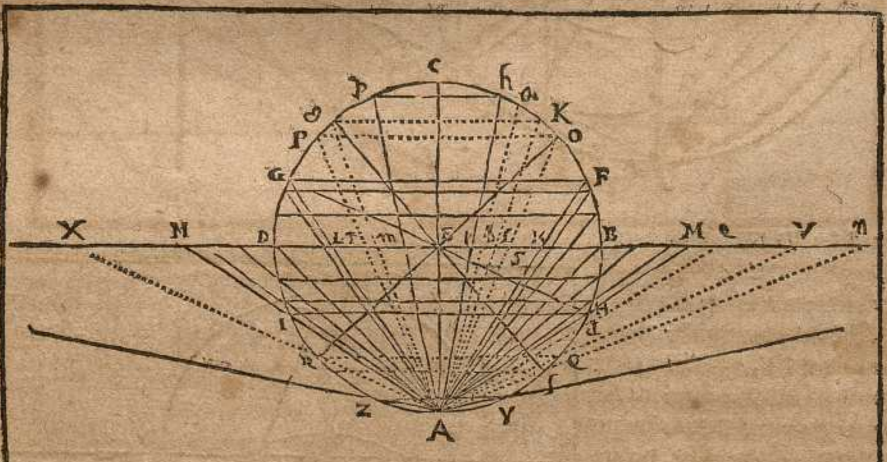
PROBLEMA I. PROPOS. IV.

ÆQVATOREM, & quemlibet eius parallelum, cuius datus sit arcus declinationis, in planum Astrolabij proijcere, atq; in gradus distribuere.

1. DESCRIBATVR Analemma, vt lemmate 19. traditum est, cuius Meridianus ABCD, ex centro E, descriptus sit æqualis Æquatori in futuro Astrolabio, (accipi enim potest magnitudo Æquatoris ad cuiusque arbitrium) axis mundi AC; polus australis A, & borealis C; Diameter Æquatoris BD; Tropici ♋, FG; tropici ♑, HI, ita vt arcus BF, BH, DG, DI, metiantur maximam Solis, vel Eclipticæ declinationem; atque inter has diametros FG, HI, diametri aliorum parallelorum per signorum initia ductorum contineantur, vt in Analemmate lemmatis 19. & extra easdem, diametri circulorum arctici & antarctici h p, YZ; Diameter Horizontis ad eleuationem poli grad. 42. f g; eius axis, siue diameter Verticalis OR; Diameter Eclipticæ GH. Si igitur ex australi polo A, per extrema diametrorum puncta emittantur radij visuales, secabunt ij diametrum Æquatoris BD, in infinitum extensam (per quam quidem ducitur planum Æquatoris vel Astrolabij, [b] ad quod Meridianus faciens in eo sectionem BD, rectus est.) in punctis, in quibus extrema illa puncta apparent, ac proinde

Aequatoris, parallelorumq; ipsius in Astrolabio descriptio ex Analemmate, si magnitudo Aequatoris data sit.

b 15. 1. Theo.



ex eadem recta BD, diametros visas abscindent; eritque diameter visa Æquatoris BD, eadem quæ Analemmatis; tropici ♋, KL; tropici ♑, MN. Et quoniam per proposition. 2. Æquator, eiusque paralleli omnes in figuras circulares proijciuntur, centrum commune habentes E, in axe conorum, erunt omnes aliæ diametri parallelorum visæ æquales diametris BD, KL, MN, cum omnes per E, transeant, terminenturque in circumferentiis circulorum ex E, ad interualla EB, EK, EM, descriptorum. Quocirca si in plano, in quo Astrolabium construendum est, ex assumpto quouis centro E, ad interualla semidiametrorum EB, EK, EM, circuli describantur, erit ABCD, Æquator; FKGL, tropicus ♋; & HMIN, tropicus ♑. Eodem prorsus modo alij paralleli per signorum initia incedentes describentur, & alij etiam paralleli tam intra tropicos, quam extra, si eorum declinationes, siue distantiæ à punctis B, D, cognitæ fuerint. In proposito Analemmate radij visuales AY, AZ, per puncta extrema diametri circuli antarctici YZ, emissi, tam procul cum recta BD, concur-

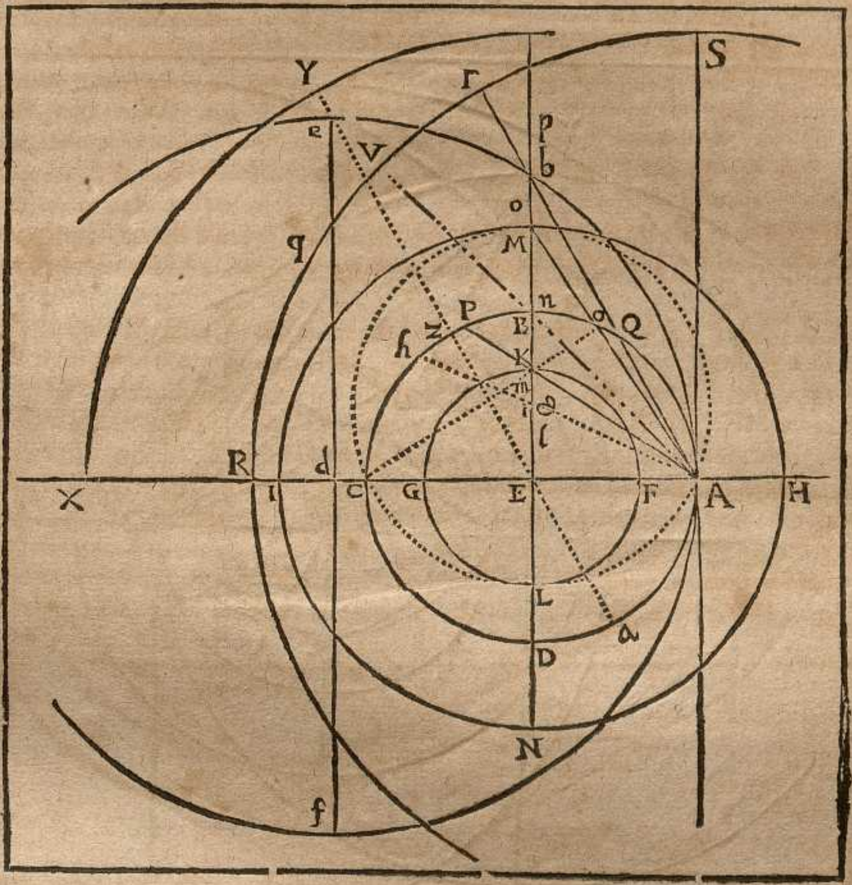
concurrunt, vt eius diameter visa in plano notari non potuerit. In eodem Analemmate, si ducatur diameter OP, paralleli borealis gradibus 42. ab Æquatore recedentis, atq; per verticem, siue polum *Horizontis* Romani transeuntis, & alia diameter paralleli australis oppositi QR, per Nadir, siue alterum polum eiusdem *Horizontis* incedentis, emittanturq; per puncta extrema radij visuales, reperientur eorum parallelorum diametri apparentes in plano Astrolabij ST, VX. Satis autem est, vt vides, si ex vna tantum parte axis AC, dextra, vel sinistra, inueniantur semidiametri apparentes ES, EK, EB, EM, EV, vel ET, *E*L, ED, EN, EX, &c. Polus quoque arcticus C, apparet in plano Æquatoris vel Astrolabij per rectum BD, ducti, & ad Meridianum ABCD, recti in ipso centro E, Astrolabij, vel Æquatoris. Immo & totus axis AC, in centro *E*, conspicitur, adeo vt E, centrum Astrolabij, & parallelorum, repræsentet & polum borealem, & axem mundanum, quod supra quoque propos. 1. num. 4. monuimus. Quemadmodum denique, descriptis parallelis in plano Astrolabij, vt diximus, diameter, vel recta MN, est communis sectio plani Astrolabij vel Æquatoris, & Meridiani circuli, repræsentans in Astrolabio ipsum circulum Meridianum, ita diameter, vel recta *H*I, illam secans ad angulos rectos, est sectio cõmunis eiusdem plani Astrolabij, Æquatorisue, & *H*orizontis recti, siue Coluri Æquinoctiorum, congruente Solstitiorum Coluro cum Meridiano. Cum enim Meridianus, & *H*orizon rectus, per propos. 1. Num. 4. proijciantur in lineas rectas per centrum E, transeuntes, sitque tam *H*orizon rectus, quam Æquator, ad Meridianum rectus, [a] erit quoque eorum communis sectio ad eundem recta, ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Euclid. cum MN, in Meridiano existente rectos angulos constituet. Quare *H*I, ad MN, perpendicularis communis sectio erit *H*orizontis recti, & Æquatoris, si MN, statuatur eiusdem Æquatoris, & Meridiani sectio communis.

Satis est, si semidiametri duntaxat inueniantur.

Polus arcticus, & axis mundi repræsentantur in Astrolabio per centrũ.

Meridianus, & Horizon rectus in Astrolabio qui.

a 19. vndec.



2. IAM vero quia per propos. 2. Num. 4. Æquator in Astrolabio, eiusq; paralleli, diuidendi sunt in partes 360. æquales, vt eorum gradus habeantur; facile cuiusuis paralleli gradus habebuntur, si is in 360. partes æquales secetur. Ex quo fit, rectas per centrum E, traiectas, secantesque circulos ex *E*, descriptos in 360. partes æquales, communes sectiones esse plani Astrolabij Æquatorisue, & maximorum circulorum per mundi polos, & singulos gradus Æquatoris ductorum, cum hi in sphæra omnes parallelos partiantur in gradus, [b] in partes videlicet similes partibus Æquatoris, proijciantur que per propositionem. 1. Numer. 1. in lineas rectas in Astrolabium.

Diuisio parallelorum Aequatoris in gradus.

b 10. 2 The.

Circulos maximos per polos mundi & gradus singulos Aequatoris ductos in Astrolabio repræsentari per lineas rectas per centrũ Astrolabij ductas diuidentesque quemlibet circulum ex eodem centro descriptum in 360. partes æquales.

3. ITAQVE vt quilibet parallelus propositus per quemcunq; gradum Meridiani, siue Coluri solstitiorum transiens, in Astrolabio describatur, numeranda est in Analemmate eius declinatio, seu distantia ab Æquatore, ex puncto B, versus polum arcticum C, aut versus antarcticum A, prout datus parallelus borealis est, aut australis. Recta enim per finem numerationis ex A, ducta abscindet ex *E*V, semidiametrum, ad cuius interuallũ datus parallelus ex centro E, in Astrolabio describendus est. Vt si describendus sit parallelus ab Æquatore in gradibus 60. in Boream declinans, numerabimus à B, versus C, grad. 60 vsque punctum a. Nam recta Aa, auferet eius semidiametrum apparentem Eb. Sic etiam si describendus sit parallelus in austrum ab Æquatore declinans grad. 30. numerabimus à B, versus A, grad. 30. vsque ad punctum d. Recta namque Ad, producta abscindet eius semidiametrum visam Ee; atq; ita de cæteris.

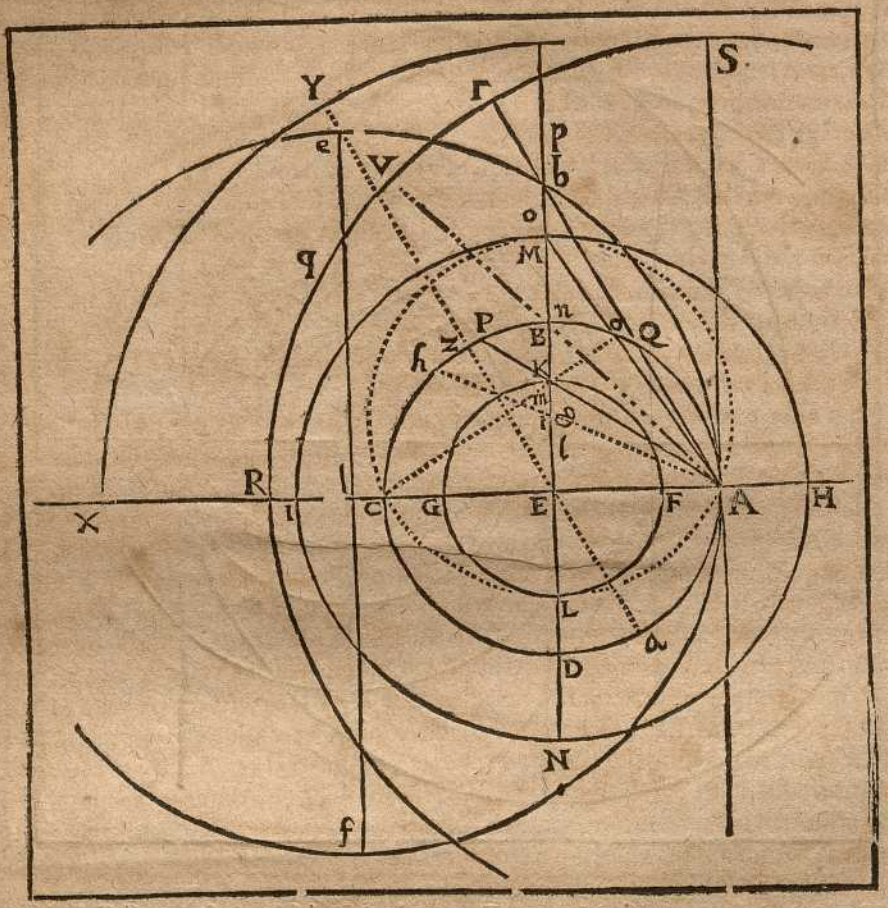
Parallelum quemlibet Aequatoris datæ declinationis, in Astrolabio ex Analemmate describere.

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationẽ ex Analẽmate cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.

4. VICISSIM descripto quouis parallelo ex centro E, in Astrolabio, cognoscemus eius declinationem ab Æquatore siue in boream, siue in austrũ, hac ratione. Eius semidiameter in Astrolabio sumpta transferatur in rectam EV, ex E, in Analemmate. Ex termino enim ipsius rectæ ad A, ducta transibit in Meridiano ABCD, per punctum, per quod parallelus datus in sphæra ducitur. Et si quidem recta illa secet quadrantem BA, parallelus australis erit, borealis vero, si quadrantem BC, secet. Vt si cognoscere velis, num parallelus HMIN, in Astrolabio sit australis, borealisue, & quantam habeat declinationem, transfer eius semidiametrum EM, beneficio circini in Analemma ex E, in M. Et quia recta ducta AM secat quadrantem BA, in H, puncto, quod à B, abest gr. 23. m. 30. erit parallelus HMIN, australis, ac proinde tropicus ♑. Sic diameter EK, paralleli FKGL, dabit in Analemmate arcum declinationis borealis BF, grad. 23. min. 30. ideoq; parallelus erit tropicus ♋. Quia deniq; semidiameter EB, paralleli ABCD, in Analemmate coincidit cum semidiametro EB, erit ipse parallelus in Astrolabio Æquator. Et sic de cæteris.

Aequatorẽ eiusque parallelos in Astrolabio, sine cõstructione Analẽmatis describere, si data sit Aequatoris magnitudo

5. CÆTERVM eosdem parallelos Æquatoris in plano Astrolabij, vna cum Æquatore describemus, etiamsi Analemma seorsum non sit constructum, hoc modo. Descripto Æquatore cuiusuis magnitudinis ABCD, in plano Astrolabij ex E, centro (Huius enim circuli magnitudo arbitrio cuiusque determinari potest) ductisque duabus diametris AC, BD, sese ad angulos rectos in centro secantibus, sumatur circulus hic A B C D, pro Meridiano Analemmatis, quandoquidem Æquator Astrolabij, & Meridianus Analemmatis æquales sunt, vt dictum est; & AC, pro axe mundi, atque A, sit polus australis, & C, borealis; denique B D, in vtramq; partem extensa accipiatur pro communi sectione Æquatoris, ac Meridiani, vt in Analemmate, perinde ac si semicirculus B A D, ad rectos angulos insistat plano Æquatoris, vel Astrolabij, in recta BD, & alter semicirculus BCD, eidem plano ex altera parte insistat ad rectos angulos, ita vt totus circulus ABCD, situm Meridiani obtineat. Itaque si à puncto B, supputetur versus C, declinatio borealis paralleli dati, declinatio vero paralleli australis versus A, & ex A, per finem supputationis recta egrediatur, secabitur recta E B, in puncto, per quod parallelus datæ declinationis ex E, centro describendus est. In iisdem enim punctis rectæ ex A, egredientes rectam B D, in infinitum productam secabunt, in quibus eandem secarent, si circulus A B C D, ad rectos angulos plano Astrolabij insisteret in recta BD, vt perspicuum est. Ita vides supputatas esse ex vtraque parte maximas Solis declinationes BP, BO, gr. 23. min. 30. rectasq; AP, AO, rectam EB, secare in K, M, punctis, per quæ tropicus ♋, & tropicus ♑, descripti sunt.



Parallelum quemlibet Aequatoris, cuius declinatio data sit, in Astrolabio sine cõstructione Analemmatis describere.

Ex vno arcu declinationis in Aequatore describere tam australem, quam borealem parallelum illius declinationis.

6. ATQVE eadem arte quemcunq; parallelum datæ declinationis describemus, si eius declinationem à puncto B, numeremus versus C, si ea fuerit borealis, versus A, vero, si Australis. Ratio hic eadem est, quæ in Analemmate. Nam per fines, v. g. declinationum P, O, ducendæ sunt diametri parallelorum illarum declinationum in Analemmate. Igitur earum extrema puncta P, O, apparebunt in K, M, ac proinde semidiametri eorum apparentes erunt EK, EM, &c.

CÆTERVM satis est, si declinatio data ex B, in vnam partem numeretur, vt ex ea describamus parallelũ tam borealem, quam australem illius declinationis. Nam si declinatio sit B O, abscindet radius A O, ex A, polo propinquiore emissus semidiametrum E M, paralleli australis: at radius CO, ex C, polo remotiore ductus auferet semidiametrum EK, paralleli borealis, &c.

7. E contrario declinationem cuiuslibet paralleli in Astrolabio descripti cognoscemus, si ex puncto, vbi

rectam EB,secat,ad A,rectam ducamus. Hæc namque semicirculum ABC,in puncto declinationis secabit,& si quidem secet quadrantem BC,declinatio erit borealis,si vero quadrantem BA,australis. Vt ducta recta AK,dat in quadrante BC,declinationem borealem BP,recta vero AM,declinationem BO, australem in quadrante BA.

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem sine constructione Analematis cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.

8. QVONIAM vero cum declinatio australis dati paralleli, qualis est declinatio BQ,tanta est,vt puncta A,Q,parum inter se distent, difficile admodum radius visualis A Q, citra errorem producitur,propterea quod ob propinquitatem punctorum A, Q, regula, qua in lineis rectis ducendis vtimur facillime à proprio situ hinc inde dimoueri potest,ideoque punctum, quod in recta E B, semidiametrum paralleli apparentem terminat,exquisite inueniri nequit; vsurpandum tunc erit lemma 11. vbi docuimus per duo puncta parum inter se distantia, cuiusmodi sunt A,Q, in dato exemplo,lineam rectam quantumlibet producere. Et si forte recta hæc tam oblique rectam E B, intersecaret, vt vix punctum intersectionis sine errore possit discerni, adhibendum quoq; erit lemma 13. vbi punctum illud,quantumuis oblique sese rectæ AQ,EB,intersecent,docuimus inuenire exquisitissime.

Semidiametros parallelorum Aequatoris, præsertim australiũ, accuratius,atq; exquisitius inuenire.

9. EANDEM rectam A Q, in continuum producemus valde accurate hoc modo. Ex A, descripto arcu R S, ad quoduis interuallum A R, quem in S,secet recta AS,ad AR,perpendicularis,vt sit quadrans RS,ex scholio propos.27.lib.3.Eucl.sumatur arcus ST,dimidio arcus A Q, similis, hoc est, qui dimidiatum numerum graduum arcus AQ contineat. (Hoc autem fiet,si per lemma 3.arcus sumatur Sq,arcui AQ, similis,bifariamq; secetur in T.Nam ST,similis erit semissi arcus AQ.)Recta enim AT,per punctum Q,transibit,cum per lemma 10. rectæ A S,AQ, arcum auferant ex circulo RS, qui similis sit dimidio arcus AQ,cuiusmodi est sumptus arcus ST. Quod si perpendicularis AS,arcum RS,in plano non secet,ducenda erit ex A,per B,recta secans arcum RS, in V,& accipiendus arcus VT, similis semissi arcus BQ. Recta enim AY,rursus per Q,transibit,cum per lemma 10. rectæ AV, AT, auferant arcum V T, similem semissi arcus B Q. Est autem arcus R V, quadrantis semissis,cum ei insistat in centro A,angulus semirectus BAE,vt patet.Sed commodissime ita quoque agemus. Ex E, descripto arcu XY,cuius semidiameter EX,semidiametro AR æqualis sit,diuisoque arcu CQ,bifariam in Z,ducemus rectam EZ,(sumpto prius arcu Da,arcui BZ,æquali,vt accuratius per tria puncta a, E, Z, recta ducatur) quæ arcum XY,secet in Y:eritque arcus XY,arcui CZ,id est,semissi arcus CQ,similis,ex scholio propos.22.lib.3. vel propos.33.lib.6.Euclid. Si igitur arcui XY,beneficio circini æqualem arcum resecemus RT,(cum hi circuli sint æquales)erit quoque arcus RT,arcui CZ,similis,ac proinde rursum ducta recta AT,per Q,transibit. Quin etiam,[a] quoniam rectæ EZY,AQT,parallelæ sunt,[b] quod angulus externus XEY,in centro æqualis sit interno angulo RAT,in centro,ob æquales circulos RS,XY; si rectæ aEZ, per A, parallelam agamus A T, ex lemmate 4.transibit ea omnino per Q. Immo rectas aEZ,AQ,esse parallelas,demonstrabimus etiam hoc modo,etiamsi circuli RS,XY,descripti non sint.[c] Quoniam arcus Aa, CZ, æquales sunt,ob angulos in centro æquales ad verticem AEa,CEZ; estque arcus CZ,arcui ZQ,æqualis; erit quoque arcus Aa,arcui ZQ,æqualis,atque idcirco ex schol.propos.27.lib.3.Eucl. rectæ aEZ,AQ, parallelæ erunt.

a 28.primi.
b 27. tertij.
c 26. tertij.

Semidiametros parallelorum Aequatoris alia ratione, & exquisite satis inuenire.

10. POTES quoq;, si placet,ex quouis puncto d,in recta AC,accepto per A,describere circulum Abe, qui circulum ABCD,tangat in A. Nam diuiso eius quadrante Ae,in grad.90.si sumatur arcus Ab,arcui AQ,similis,transibit recta Ab,per Q,cum ex lemmate 9.quælibet recta ex A, ducta abscindat ex circulis AB,Ae, tangentibus arcus similes. Has ergo cautiones,ac remedia,si adhibeas,fieri vix potest,vt error in ducendis radijs visualibus per declinationes australes,quamuis maximas, committatur. Quod si quadrans R S, secetur in partes 180.æquales,vt singulæ singulis gradibus semicirculi CBA,respondeant,ac proinde ipsæ instar graduum haberi possint; si ex V,puncto medio quadrantis RS,versus R,supputentur declinationes boreales,& versus S,australes,sumendo v.g. pro maxima declinatione Solis particulas $23\frac{1}{2}$ ex 180.in quas diuisus fuit quadrans RS,ac si forent grad.23.min.30.& pro declinatione grad.45. min.36. sumendo particulas 45.& min.36. vnius particulæ, (quæ quanam ratione accipi possint,in lemmate 3.traditum est)& sic de cæteris,reperientur parallelorum semidiametri in rectaEB,per rectas exA,ad quadrantẽ RS,ductas,multo accuratius,quam si eædem declinationes in semicirculo ABC,ex puncto B,vtrinq; supputentur: propterea quod rectæ ex A,ad puncta quadrantis RS,magis exquisite ducuntur, quam per puncta semicirculi ABC,cum illa sint his remotiora à puncto A.

Semidiametrum Aequatoris inter semidiametros duorum parallelorum Aequatoris oppositorum in Astrolabio descriptorum esse medio loco proportionalem.

11. NON est autem prætereundum hoc loco,semidiametrum Æquatoris in Astrolabio esse medio loco proportionalem inter semidiametros duorum parallelorum æqualium & oppositorum.Sint enim duo paralleli in Astrolabio FKGL, HMIN, respondentes quibuscunq; duobus parallelis in sphæra æqualibus inter se & oppositis. Dico EB, semidiametrum Æquatoris esse mediam proportionalem inter eorum semidiametros EK, EM,hoc est, ita esse EK,ad EB,vt EB,ad EM,vel ita esse EM,ad EB,vt EB,ad EK.Ductis enim rectis AK,AM,secabitur semicirculus ABC, in punctis declinationum P,O,vt demonstratum est Num.4.& 7. eruntq; arcus declinationum BP, BO, æquales,cum parallelis oppositis & æqualibus debeantur; ideoq; & eorum complementa CP,AO,æqualia erunt;[d] ac proinde anguli PAC,OCA, (ducta prius recta CO,) æquales erunt. Cum ergo & angulus COA,[e] qui in semicirculo rectus est,æqualis sit angulo recto AEK; erunt triangula COA,AEK,æquiangula. Eademque de causa æquiangula erunt triangula COA, MEA, cum rectus angulus COA,recto angulo MEA,æqualis sit,& angulus EAM,communis.[f] Igitur erit vt CO,ad OA,ita ME,ad EA; atque ita EA, ad EK:[g] atq; idcirco erit,vt ME,ad EA,hoc est,ad EB,ita EA,hoc est,EB,ad EK: ac proinde & conuertendo, vt EK, ad EB, ita EB,ad EM,quod est propositum. Et quoniam arcus CO,conflatus est ex quadrante CB,& arcu declinationis BO,ipse notus erit, & est quoq; arcus AO,notus,cum sit complementum declinationis. Igitur & chordæ CO,OA,notæ erunt,ideoq; & earum proportio erit nota. Cum ergo semidiametri EM,EB,EK,proportionales sint continue in proportione CO,ad OA,vt demonstrauimus,erit quoq; proportio semidiametrorum continua, nota. Nam semper earum proportio, maioris ad minorem,est eadem,quæ chordæ arcus ex quadrante,& declinatione conflati, ad chordam complementi declinationis,nimirum CO,ad OA.

d 27. tertij.
e 31. tertij.
f 4 sexti.
g 11. quinti.

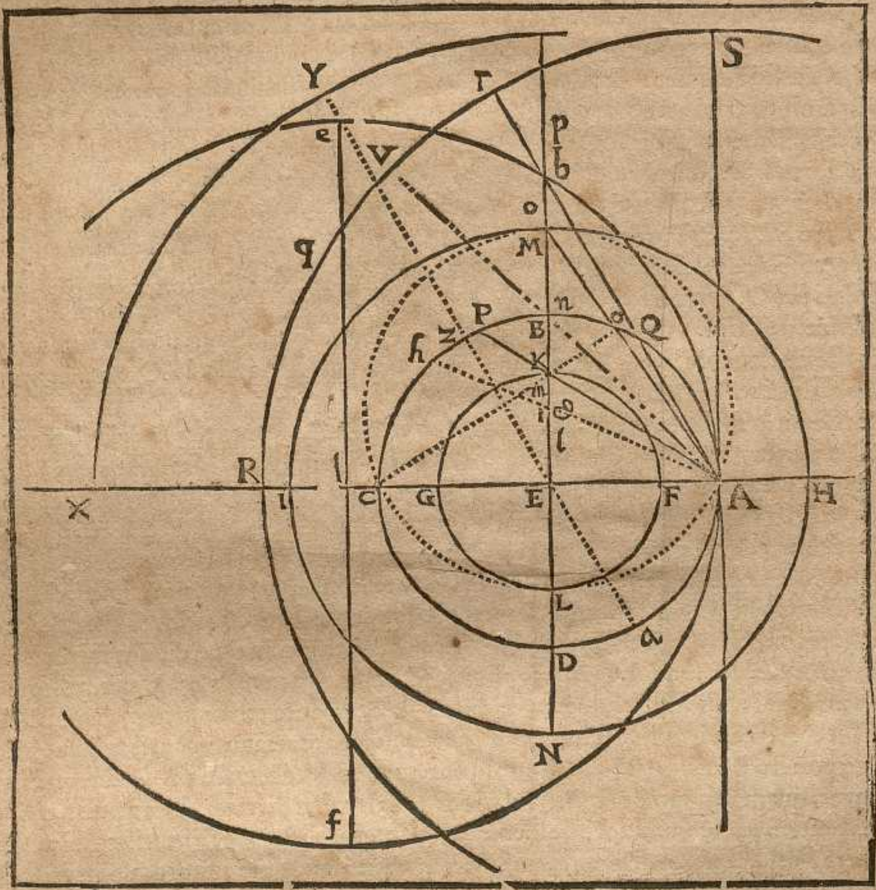
Quã proportionem continuam habeant semidiameter Aequatoris,& semidiametri duorum parallelorũ oppositorũ in Astrolabio.

12. QVÆ cum ita sint,satis erit in recta EB,per rectas ex A,per puncta declinationum in quadrante BC, emissas inuenire semidiametros apparentes parallelorum borealium; quod difficile non est, cum radij visuales ex A,per puncta quadrantis borealis BC,ducti,nõ admodum oblique semidiametrum EB,intersecent. Si enim per lemma 12. semidiametro apparenti cuiusuis paralleli borealis, & semidiametro Æquatoris, reperiatur tertia propor-

Semidiametrũ cuius-

uis paralleli Aequatoris australis ex semidiametro paralleli borealis oppositi eruere in Astrolabio.

proportionalis, erit hæc semidiameter apparens oppositi paralleli australis. Adhibenda tamen hic omnino est cautio, quam in eo lemmate pro tertia proportionali inuenienda præscripsimus: Hoc est, quando semidiameter paralleli borealis multo minor est semidiametro Æquatoris, diuidenda est hæc continue bifariam, donec vltima particula (quæ vel erit semissis, vel quarta pars, vel octaua, vel sextadecima, &c. progrediẽdo semper per proportionem duplam) inueniatur, quæ sit vel æqualis, vel minor semidiametro paralleli borealis. Per hanc enim inuenietur quarta quædam proportionalis ad semidiametrum paralleli borealis, particulam vltimã semidiametri Æquatoris, & semidiametrum Æquatoris, quæ talis pars erit tertiæ proportionalis, h. e. semidiametri paralleli australis, quæ desideratur, qualis est particula illa vltima semidiametri Æquatoris. Quare ea duplicata, vel quadruplicata, vel octuplicata, &c. dabit semidiametrum australis paralleli quæsitam. Atq; hac ratione vitabitur omnis linearum rectarum obliqua sectio, ac proinde valde exquisite semidiametri parallelorum australium inuenientur. Exempli causa. Inuenta semidiametro EK, tropici ♋, si ex ea reperire velimus semidiametrum tropici ♑, secabimus semidiametrum Æquatoris EB, in g, bifariam. Et quia semissis Eg, minor iam est semidiametro EK, inueniemus ipsis EK, Eg, EB, quartam proportionalem, quæ, vt in lemmate 12. diximus, longe accuratius iam inuenietur, cum prima linea, qualis hic est EK, maior sit quam secunda Eg. Erit enim hæc quarta proportionalis, semissis quoque semidiametri paralleli australis. Quare ea duplicata dabit semidiametrum quæsitam. Rursus si inuenienda sit semidiameter paralleli australis gradibus 41. m. 30. ab Æquatore in austrum recedentis, accipiemus in quadrante BC, boreali arcum Bh, grad. 41. min. 30. rectamque ducemus Ah, quæ auferat Ei, semidiametrum paralleli borealis grad. 41. min. 30. Et quia Eg, semissis semidiametri Æquatoris EB, maior est, quam Ei, subdiuidemus Eg, bifariam in l. Cum ergo iam El, quarta pars semidiametri Æquatoris EB, minor sit quam Ei,



inueniemus tribus Ei, El, EB, quartam proportionalem Em, cui alias tres æquales accipiemus mn, no, op, vt tota Ep, quadrupla sit inuentæ Em, quemadmodum EB, quadrupla fuit ipsius El. Nã Ep, erit semidiameter paralleli australis grad. 41. min. 30. ab Æquatore recedentis in austrum.

VERVM facilius inueniemus tertiam proportionalem duplici ea ratione, quam ad finem lemmatis 12. attulimus. Nam si semidiameter paralleli borealis accipiatur versus D, vsque ad L, & per tria puncta A, L, C, circulus describatur, secabit is rectam BD, in M, eritque EM, tertia proportionalis ipsis EL, EB, vt ibi demonstratum est. &c. Eademq; ratio in cæteris teneatur. Aliam quoque rationem inueniendi semidiametrum paralleli oppositi inuenies in sequenti prop. Num. 11. vbi rationem etiam inuenies, qua duorum parallelorum oppositorum semidiametros reperias, ex sola declinatione australi.

Polũ mundi australẽ solum ex omnibus punctis sphæræ in Astrolabiũ non posse proyci.

13. AD extremum, ex his, quæ diximus, facile etiam demonstrabimus, ex omnibus punctis sphæræ solum polum australem, vbi oculus constituitur, in planum Astrolabij proijci non posse, id quod ad propos. 1. innuimus. Quoniam enim E, polum boreum repræsentat, & recta EB, in infinitum extensa Meridianum circulum, ita vt EB, ED, referant duos eius quadrantes boreales inter polum & Æquatorem, & tota BD, totum semicirculum eius borealem; reliquæ vero partes à B, versus M, & D, versus N, excurrentes ad reliquum semicirculum Meridiani australem, in quo polus australis continetur, pertineant; si polus australis in plano Astrolabij extare posset, transiret vtraque BM, DN, per eum polum, ac proinde in eodem coirent, quod est absurdum. Rursus si polus australis in Astrolabio contineretur, proijceretur per rectam AS, quæ Meridianum tangit in A, polo austra-

australi; (Nam aliæ rectæ ex A, egredientes, secantesque circulum ABCD, proijciunt in planum Astrolabij illa puncta, per quæ ducuntur, vt ex demonstratis liquet) ac proinde recta A S, cum recta EB, conueniret, quod est absurdum,[a] cum sint parallelæ, ob rectos angulos E, A.[b] Angulus enim EAS, rectus est à tangente AS, constitutus, & E, rectus est, ex constructione. Deniq; si polus antarcticus in Astrolabio locum haberet, cum rectæ A C, BD, & omnes aliæ per centrum E, traiectæ, referant circulos maximos, qui per polos mundi ducuntur, quorum arcticus est E, vt diximus, transirent omnes illæ rectæ necessario quoque per polum antarcticum, sicuti per arcticum E, transeunt: Quare omnes in polo antarctico conuenirent, quod fieri non potest. Non ergo polus antarcticus in Astrolabium proijci potest. Immo neque alia omnia puncta semicirculi Meridiani australis BAD, (excluso etiam polo australi A,) in Astrolabiū commode possunt proijci, propterea quod rectæ ex A, per puncta proxima eductæ in infinitum quodammodo excurrunt, antequam rectam B D, secare possint.

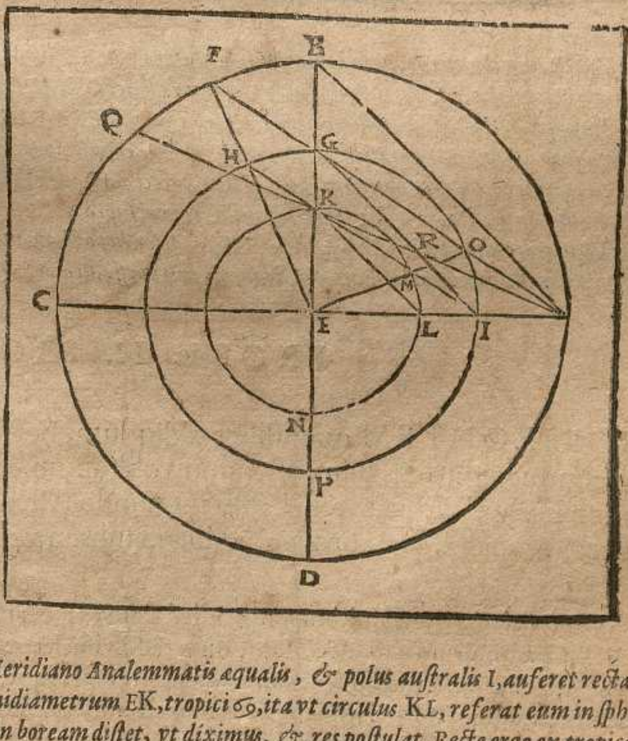
[a] 28. primi.
[b] 18. tertij.
Non omnia puncta sphæræ australia (etiā polo australi excluso) commode posse proijci in Astrolabium.

SCHOLIVM.

1. RATIO *describendi Æquatorem cum suis parallelis in plano Astrolabij, quam hactenus explicauimus, ponit Æquatorem certam, ac determinatam habere quantitatem. Cum ergo Astrolabia vulgaria, atque vsitata, maximum circulum habeant tropicum ♑, non abs re erit, si breuiter cum alijs Astronomis doceamus, quo pacto ex tropico ♑, dato, in Astrolabij plano Æquator, & tropicus ♋, cum reliquis parallelis describendus sit. Sit igitur tropicus ♑, datus ABCD, pro magnitudine tabularum Astrolabij, cuius centrum E; linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta igitur maxima declinatione Solis BF, ducatur recta AF, secans EB, in G, puncto, per quod ex E, circulus describatur GI: In quo sumpta quoq; Solis maxima declinatione GH, (quam dabit recta ducta EF, cum arcus BF, GH, similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid.) ducatur recta IH, secans EB, in K, puncto, per quod ex E, circulus quoq; describatur KL. Dico GI, esse Æquatorem, & KL, tropicum ♋, si ABCD, est tropicus ♑. Ductis enim rectis AB, GI,[c] quæ parallelæ sunt, cum latera EA, EB; secta sint proportionaliter in I, G, quippe cum ex æqualibus æqualia ablata sint.[d] Igitur alterni anguli BAF, IGO, æquales sunt: ideoq; ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BF, IO similes erunt. Cum ergo BF, sit maxima Solis declinatio, etiam IO, maxima Solis declinatio erit. Si igitur GI, statuatur Æquator, atque idcirco Meridiana Analemmatis æqualis, & polus australis G, auferet recta GO, ex polo G, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EA, tropici ♑, ita vt circulus ABCD, referat eum in sphæra, qui per maximam declinationem Solis ab Æquatore in austrum abest, vt demonstratum est. Posito igitur ABCD, tropico ♑, erit GI, Æquator, cum ille ab hoc per maximam Solis declinationē versus austrum distet, vt diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♑, Æquator inuentus est, quando quidem idem Æquator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♑, propositum. Perspicuū est EK, esse semidiametrū tropici ♋, cum per Æquatorem GI, inuenta sit, vt supra docuimus, per rectam videlicet I H, ex I, polo australi per maximam declinationem Solis GH, ductam. Atq; eadem ratione, inuento Æquatore G I, alios omnes parallelos ipsius describemus, in Astrolabio, vt supra traditum est.*

Aequatorē, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici Capricorni magnitudo data sit.
[c] 2. sexti.
[d] 29. primi.

2. SED *quid oberit, si hoc loco etiam doceamus, qua ratione ex tropico ♋, descripto in Astrolabio, Æquator cum tropico ♑, & reliquis parallelis describatur? Sit igitur tropicus ♋, datus KL, cuiuscunque magnitudinis circa centrum E; linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta ergo maxima Solis declinatione LM, ducatur recta KM, secans EA, in I, puncto, per quod ex E, circulus describatur IG: Atque in hoc sumpta quoque maxima declinatione Solis IO, (quam dabit recta ducta EM, quod arcus LM, IO, ablati similes sint, ex scholio propo. 22. lib. 3. Eucl.) ducatur recta GO, secans EA, in A, puncto, per quod ex E, circulus quoque describatur ABCD. Dico GI, Æquatorem esse, & ABCD, tropicum ♑, si KL, est tropicus ♋. Producta enim IK, ad H, quoniam arcus LM, IO, similes sunt, si addantur similes quadrātes LN, IP, erunt per lemma 6. toti quoque arcus NM, PO, similes. Igitur ex scholio propos. 22. li. 3. Euclid. anguli NKM, PGO, æquales erunt;[c] ac propterea rectæ HI, GO, parallelæ erunt; ideoq; ex scholio propos. 27. eiusdem lib. 3. arcus IO, GH, æquales erunt. Cum ergo IO, sit maxima Solis declinatio, erit quoque maxima declinatio Solis GH. Si igitur GI, statuatur Æquator, ideoque Meridiano Analemmatis æqualis, & polus australis I, auferet recta IH, ex polo I, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EK, tropici ♋, ita vt circulus KL, referat eum in sphæra, qui per maximam Solis declinationem ab Æquatore in boream distet, vt diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♋, Æquator inuentus est; quandoquidem idem Æquator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♋, propositum. Hinc liquido constat EA, esse semidiametrum tropici ♑, cum per Æquatorem GI, inuenta sit, vt supra docuimus, nimirum per rectam GO, ex polo australi per maximam declinationem Solis IO, ductam. Eademque ratione inuento Æquatore GI, alios omnes eius parallelos in Astrolabio describemus, vt supra traditum est.*



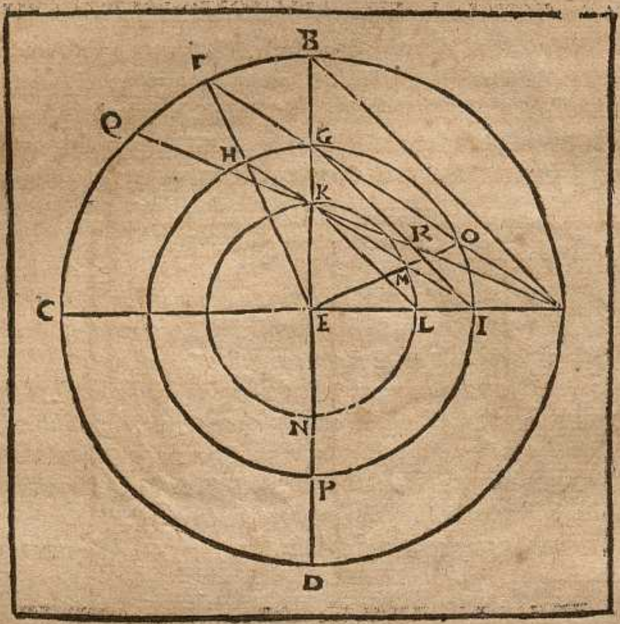
Aequatorem, eiusque paralle los in Astrolabio describere, si tropici Cācri magnitudo data sit.
[c] 28. primi
Aequatorē eiusque parallelos in Astrolabio describere, ex data cuiusuis paralleli magnitudine.

3. QVOD *autem de tropico tam ♑, quam ♋, diximus, intelligendum quoq; est de quocunq; parallelo alio siue australi, siue boreali. Nā si in Astrolabio descriptus sit quicū q; parallelus, si in eo numeretur eius declinatio ab Æquatore, loco maximæ*

declinationis Solis BF, vel LM, reperietur ex eo Æquator, atq; ex hoc omnes alij paralleli. Eadem enim demonstratio in eo erit, quæ in tropico ♑, & tropico ♋.

Nullum parallelum Aequatoris in Astrolabio describi posse ex data paralleli oppositi magnitudine, nisi prius Aequator describatur.

4. QVAMVIS autem per datum Æquatorem in plano Astrolabij omnes eius paralleli tam boreales, quam australes, & per quemuis parallelum in eodem plano descriptum Æquator, atque per hunc deinde omnes alij quoque paralleli describi possint, vt in hac propos. eiusque scholio demonstrauimus: per nullum tamen parallelum alius oppositus describi potest, etiam si in illo supputetur distantia vnius ab altero, nisi prius Æquator describatur: quod operæ pretium fuerit aduertere, ne quis hac in re hallucinetur. Sint enim v.g. tres paralleli descripti in proxima figura, tropicus ♑, ABCD; Æquator GIP, tropicus ♋, KLN. Et quia si datus sit tropicus ♑, ABCD, inuenitur semidiameter Æquatoris EG, si sumatur maxima declinatio Solis BF, quam ab Æquatore tropicus ♑, habet, & recta ducatur AF, vt demonstratum est: Dico hoc modo reperiri nō posse semidiametrū EK, tropici ♋, si nimirum à B, numeretur duplicata maxima Solis declinatio, & ad finem ex A, recta ducatur. Nam recta hæc nō transibit per punctum K, sed vel supra, vel infra. Quod in hūc modum demonstrabimus. Sit si fieri pōt, arcus BQ, duplicatæ maximæ Solis declinationi æqualis, hoc est, FQ. sit maxima declinatio, cū BF, sit altera maxima declinatio, ex qua semidiameter Æquatoris EG, inuenta est, & recta AQ, per punctum K, transeat. Ducta ergo recta KL, quoniam FQ, est maxima declinatio, vt vult aduersarius, est autem & LM, maxima declinatio, vt supra patuit, quando ex tropico ♋, semidiametrum Æquatoris EI, inuenimus; erunt arcus FQ, LM, similes ac proinde ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli FAQ, IKL, æquales erunt. [a] Sed & totus angulus BAQ, toti angulo AKL, æqualis est, alternus alterno, [b] quod AB, KL paralleæ sint, propterea quod latera EA, EB, in L, K, proportionaliter secta sunt; quippe cum æqualia ex æqualibus abscissa sint. Igitur demptis illis, reliqui BAF, AKI, æquales quoq; erunt. [c] Sed BAF, angulo AGI, æqualis est, alternus alterno, [d] quod etiam AB, GI, parallelæ sint, propterea quod latera EB, EA proportionaliter secta sunt in G, I; quippe cum ab æqualibus ablata sint æqualia, [e] & angulus AKI, angulo GAK, æqualis est, alternus alterno, [f] quod & AG, IK, parallelæ sint, propterea quod angulus EKI, angulo EGA, externus interno, æqualis est, ex scholio propo. 22. lib. 3. Eucl. cum insistant arcubus MN, OP, qui similes sunt. Nam cum similes sint arcus LM, IO, quod vterq; sit maxima declinatio Solis, vt supra patuit, additis similibus quadrantibus LN, IP, toti quoq; arcus MN, OP, ex lemmate 6. similes fient. Igitur & anguli AGI, GAK, æquales inter se erunt; [g] ideoq; rectæ GR, AR, æquales erunt. Rursus [h] quia anguli AKI, GIK, angulis æqualibus GAK, AGI, æquales sunt, alterni alternis, ipsi inter se æquales erunt; [i] ac propterea rectæ quoque IR, KR, æquales erunt. Quoniam igitur duo latera GR, RK, duobus lateribus AR, RI, æqualia sunt, continentq; angulos ad verticem R, æquales, [k] erunt anguli KGR, IAR, supra bases GK, AI, & lateribus æqualibus KR, IR, oppositi æquales. Fuerūt autem & anguli AGI, GAK, æquales. Igitur toti quoq; anguli EGA, EAG, æquales erunt; [l] ideoq; & latera EG, EA, æqualia erunt. Cum ergo EG, ipsi EI, æqualis sit, erunt quoq; EI EA æquales, pars & totum, quod est absurdum. Quocirca arcus BQ, non est duplicata Solis declinatio maxima: ac proinde cum recta AQ, per K, transeat, non transibit recta ex A, ad finem maximæ Solis declinationis duplicatæ ducta per punctum K, sed vel supra, vel infra, quod erat demonstrandum. Ex quibus omnibus liquet, ex Æquatore quidem in plano Astrolabij dato, describi posse quemcunque parallelum, ex quouis parallelo Æquatorem, sed ex nullo parallelo eius parallelum oppositum reperiri posse, nisi prius Æquator inuentus sit.



[a] 29. primi
[b] 2. sexti.
[c] 29. primi
[d] 2. sexti.
[e] 29. primi
[f] 28. primi
[g] 6. primi.
[h] 29. primi
[i] 6. primi.
[k] 4. primi.
[l] 6. primi.

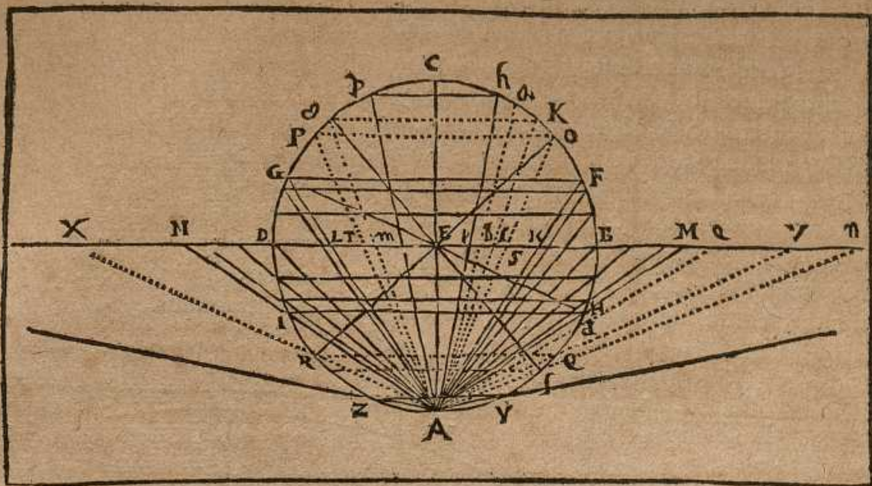
PROBL. II. PROPOS. V.

HORIZONTEM quemlibet obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemq; ad Æquatorem habeat notam, in Astrolabio describere, atq; in gradus, hoc est, in partes inæquales, quæ eorum gradibus in sphæra æqualibus respondent, distribuere.

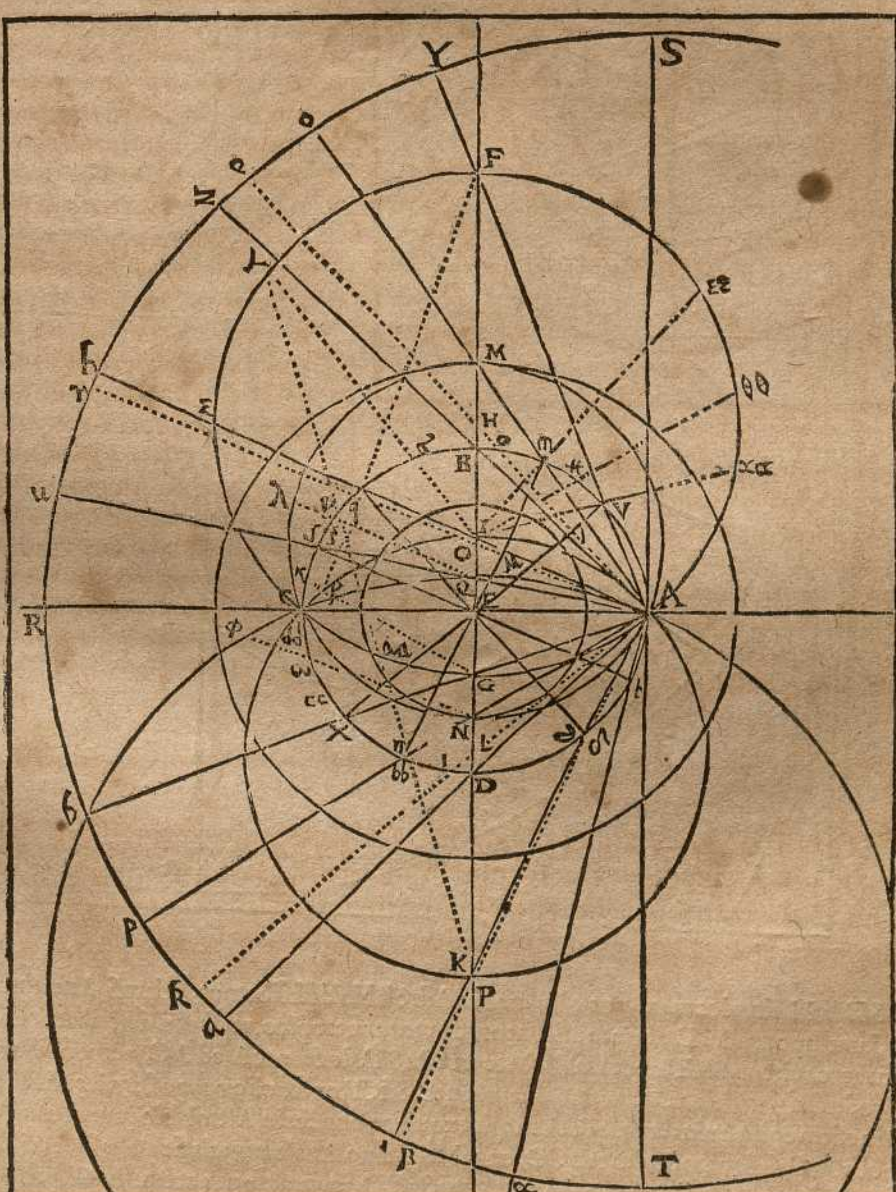
Horizō obliquus Verticalis eius primarius, Ecliptica, & quiuis alius circulus maximus obliquus, ad Meridianū tamen rectus, quo pacto in Astrolabio ex Analemmate describantur

1. SI in Analemmate ad initium prop. 4. descripto ex recta nX, diametri visæ Horizontis, Verticalis primarij & Eclipticæ nimirum n m, SX, LM, quas radij visuales ex A, per extrema puncta diametrorum fg, OR, GH, eorundem circulorum in Analemmate emissi abscindunt, & quæ omnium maximæ sunt, vt in scholio propos. 3. ostendimus, cum Meridianus, in cuius communi sectione cum Æquatore apparent, ad hos circulos rectus sit: si inquam, hæ diametri visæ ex recta nX, in Astrolabium in rectam B D, quæ rectæ n X, in Analemmate respondet, transferantur eo ordine ac situ, quem in Analemmate habent, & circa eas ex medijs earum punctis circuli describantur, descripti erunt in Astrolabio prædicti circuli maximi. Vt quoniam diameter visa Horizontis est nm, in Analemmate, transferemus partem eius maiorem En, in Astrolabium ex E, centro vsque ad F, & partem minorem Em, vsque ad G, rectaque FG, diuisa bifariam in H, describemus ex H, ad interuallum HF, vel HG, Horizontem AGCF. Sic etiam diametri apparentis vel visæ Verticalis SX, partem minorem ES, transferemus ex Analemmate in Astrolabium ex E, vsque ad I, & maiorem partem EX, vsque ad K, diuisaque recta IK, bifariam in L, describemus ex L, per I, & K, Verticalem primarium AICK. Rursus ex Analemmate

mate apparentis diametri Eclipticæ ML, maiorem partem EM, transferemus in Astrolabium ex E, vsque ad M, & minorem partem EL, vsque ad N, sectaque diametro MN, bifariam in O, describemus ex O, per M, & N,



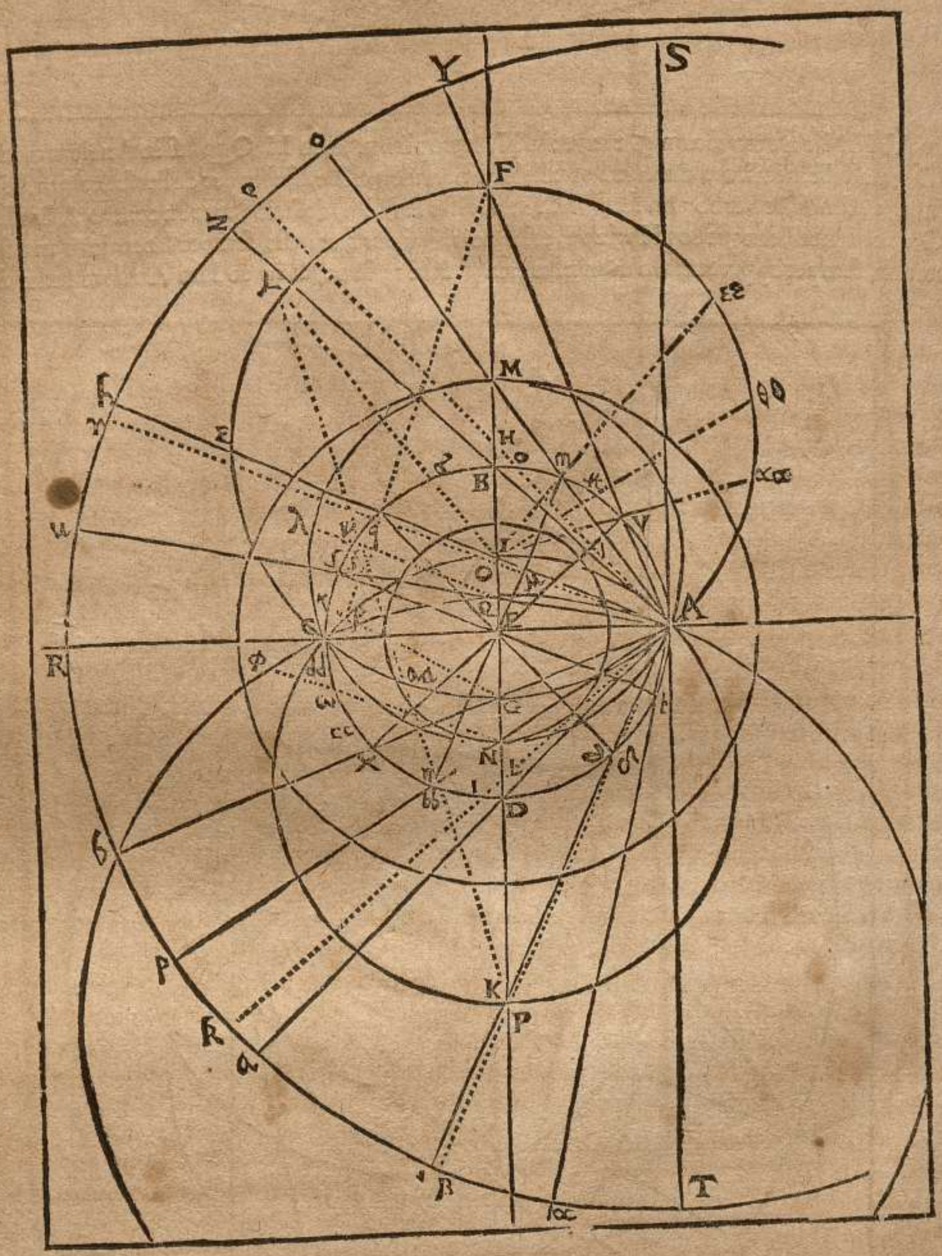
Eclipticam AMCN, quæ tropicum ♋, tanget in N, & tropicum ♑, in M. Quod si in Analemmate ducantur f i, g K, ipsi BD, parallelæ, nimirum diametri parallelorum, quorum ille est semper delitescentium, hic vero semper apparentium maximus, & per eorum semidiametros visas En, Em, describantur ex centro Astrolabij E, circuli per F, & G, incedentes, tanget eos Horizon, eritque is, qui per f, transit, semper latentium maximus, qui vero per g, transit, semper apparentium maximus erit. Pari ratione, si in eodem Analem mate ducantur OP, *Quos parallelos Ecliptica, Horizon, & Verticalis tangant.*



QR, eidem BD, parallelæ, diametri videlicet parallelorum, quos Verticalis primarius tangit, & vnus quidem per O, polum Horizontis siue Zenith, alter vero per R, alterum polum Horizontis, siue Nadir, ducitur, & per eorum semidiametros apparentes ES, EX, describantur ex E, centro Astrolabij circuli per I, K, tanget eos Verticalis primarius AICK, & is, qui per I, transit, referet eum, qui in sphæra per superiorem polum Horizontis

qui

a 8.2. The. qui vero per K,incedit,eum,qui per inferiorem polum Horizontis ducitur.[a] Omnis enim circulus maximus obliquus ad Æquatorem tangit duos parallelos Æquatoris æquales. Eadem prorsus ratione quilibet circulus maximus obliquus,qui ad Meridianum rectus sit,notãque habeat inclinationem ad Æquatorem,in Astrolabio describetur,qua prædicti tres maximi circuli descripti sunt. Vt si describendus sit maximus circulus per polos Zodiaci ductus,&ad Meridianum rectus,qualis est ille, qui etiam per communes sectiones Æquatoris & Horizontis ducitur,posito principio ♋,in Meridiano,& ad Æquatorem inclinatus est grad.66.min.30.ducemus in Analemmate eius diametrum hZ,(Hanc,vt confusio vitaretur,non duximus) per puncta h,Z, quæ ab Æquatoris diametro BD,gr.66.m.30.absunt,& beneficio radiorum visualium ex A,per extrema puncta h,Z, ductorum diametrum apparentem in recta BD,inuestigabimus,&c. Ita vides in Astrolabio dictum circulum descriptum esse ex P,centro(quod qua ratione inquirendum sit,etiamsi totam diametrũ visam non habeamus,paulo infra Nu.4.docebimus) per punctum Q,quod in Analemmate respondet puncto p,per quod radius visualis Ah,ducitur.Eademque ratio est in cæteris. Omnes autem eiusmodi circuli maximi obliqui per puncta A,C, necessario transibunt,vt infra in scholio huius proposit.Num.1. demonstrabimus.



Horizontē quēuis obliquum, verticalem eius primariū, Eclipticā, & quēcunque aliū circulū maximum obliquum, qui ad Meridianū tamen rectus sit, inclinationēq; ad Aequatorē habeat notam, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere.

2. EOSDEM circulos maximos obliquos in Astrolabio describemus, etiamsi Analemma seorsum non sit constructum,hoc modo. Descripto Æquatore cũ vtroque tropico, vti supra,describatur ex A,ad quodlibet interuallum arcus circuli SRT,quem in S,T, secet recta ST, ducta per A,ad AC, perpendicularis, vel ipsi BD, vtrinque productæ parallela,vt duo quadrantes fiant RS,RT,ex scholio propos.27.li.3. Eucl. ob rectos angulos ad A. Beneficio enim huius arcus SRT, magis exquisite puncta in Astrolabio inueniemus, quàm sine illo. Deinde à polis A,C,(Æquator enim ABCD, cum Meridiano Analemmatis sit æqualis, accipi potest pro Meridiano, & A,pro polo australi,& C,pro boreali, & recta BD, in vtramque partem extesa pro communi sectione plani, in quo Æquator & alterius plani, in quo Meridianus ABCD, vt in propos.4.Num.5. dictum est; perinde ac si circulus ABCD, instar Meridiani, plano Astrolabij insisteret ad angulos rectos in recta BD,) numeretur in diuersas partes latitudo loci, pro quo Astrolabium construitur, siue(quod idem est) altitudo poli vsque ad V,& X, ducaturque diameter Horizontis VX. Ductis deinde rectis ex A, per B, & D, secabuntur quadrantes RS,RT,in Z,a, bifariam, si erratum non est. Cum enim angulus AEB, rectus sit,[b] & anguli EAB, EBA, æquales,

b 5. primi.

æquales,erit vterque semirectus;[a] quod omnes tres duobus rectis sint æquales. Igitur & reliquus angulus SAZ, ex recto semirectus erit,ideoque angulo RAZ,semirecto æqualis;[b] ac proinde arcus ZR, ZS, quibus insistunt, æquales erunt. Eodemque modo ostendes,æquales esse arcus aR, aT. Diuiso quoque vtroque quadrante RS, RT,in 180. partes æquales,numeretur in eis,ac si essent gradus,ex S,& R,versus R,& T,altitudo poli,vel(quod idem est) ex Z,& a,versus S,& R, complementum altitudinis poli,vsque ad Y,& b: vel certe per lemma 3. accipiantur arcus SY,Rb,semissi arcus AV, vel CX, altitudinis poli similes; vel arcus ZY, a b, semissi complementi altitudinis poli, hoc est, semissi arcus BV, vel DX, similes. Nam radij visuales AY, Ab, auferent diametrum Horizontis visam FG, quippe qui transeant per extrema puncta V, X, diametri Horizontis, propterea quod per lemma 10. tam rectæ AS, AV,& AR, Ab auferunt ex circulo SRT, arcus semissibus arcuum AV, CX, altitudinis poli similes,quales ex constructione sunt arcus SY, Rb, quam rectæ AZ, AY, & Aa, Ab, ex eodem circulo SRT,intercipiunt arcus semissibus arcuum BV,DX, complementi altitudinis poli similes,quales accepti sunt arcus ZY,a b. Si igitur diameter inuenta FG,secetur bifariam in H,describetur ex H, per F, & G, Horizon AFCG. Recte autem inuentam esse visam diametrum FG, ex eo patet, quod radij AV, AX, in iisdem prorsus punctis rectam BD, secant, in quibus eandem secarent, si circulus ABCD, plano Astrolabij, vel Æquatoris,ad rectos insisteret angulos in recta BD, ita vt situm Meridiani obtineret,vt constat. Vides igitur, arcum SRT, solum esse descriptum,vt radij ex A,per puncta circuli ABCD (quæ alioquin sufficerent) rectius possint educi.

[a] 32. primi *[b] 26. tertij*

3. CENTRUM autem Horizontis apparentis, id est,punctum H,secans diametrum visam FG, bifariã, facile hoc modo inuenietur,etiamsi neutrum punctorum extremorum F, G, inuentum foret. Ducatur ex A, ad VX,diametrum Horizontis perpendicularis Ace. Hæc enim, vt in lemmate 35.demonstratum est,bifariam secabit basem FG,trianguli AFG,à radijs AV,AX,emissis abscissi: adeo vt recta ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Æquatore Astrolabij descriptam perpendicularis ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui. Ita vero perpendicularis Ace, facile ducetur. Arcus AV,quo Horizon in sphæra à polo australi abest,hoc est, altitudo poli,duplicetur vsque ad c; Et vt res sit magis accurata, arcui quoque SY, qui semissi arcus AV, similis est,æqualis sumatur Ye. Nam recta Ace, perpendicularis erit ad diametrũ Horizontis VX in sphera. Cum enim arcus Ac,secetur bifariam in V,secabitur quoque ex scholio propo.27.lib.3. Eucl.recta Ac,bifariã in d;[c] ac proinde & ad angulos rectos, quod est propositum. Iam vero si ducatur axis Horizontis fg,ad VX,diametrum Horizontis perpendicularis,erit Cf, arcui VB, hoc est, complemento arcus AV,æqualis. Cum enim quadrantes æquales sint CB, fV, ablato communi arcu fB, reliqui arcus Cf, BV,æquales erunt. Ergo AV, Cf, quadrantem conflabunt; ac proinde & arcus Vc,fc,reliquum quadrantem semicirculi ABC,conficient. Quare & arcus fc,complementum erit arcus cV,hoc est,arcus AV, ideoque ipsi Cf,æqualis. Quamobrẽ si complementum arcus AV,distantiæ Horizontis à polo, hoc est, si arcus VB, vel Cf,duplicetur ex altero polo C,inuenietur idem punctum c,per quod eiecta recta Ac,in H,centrum Horizontis apparẽtis cadit. Hoc autem posterius alio quoque modo demonstrauimus in lemmate 35.

Centrum Horizõtis in Astrolabio inuenire, etiãsi diameter eius visa inuenta non sit.

Rectam ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Aequatore descriptã, ad angulos rectos ductam cadere in cẽtrũ eiusdẽ circuli obliqui in Astrolabio.

4. HAC eadem ratione centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio reperietur, si nimirũ ex polo australi A, ad eius diametrũ perpẽdicularis linea ducatur: quod quidem fiet,si eius distãtia à polo ex polo australi A,vel complementum eius distantiæ ex polo boreali C,duplicetur,&c. vt in Horizonte factum est.

5. EX his constat,centrum obliqui circuli maximi in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse: quod & propos.3. Num.4. demonstratum est;quia cum perpendicularis ex A,ad diametrum circuli obliqui ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui apparentis,vt ostendimus,non transibit ea perpendicularis per E,centrum Astrolabij,cum AE,rectos angulos faciens cum BD, oblique secet diametrum circuli obliqui, non autem ad angulos rectos. Idem hac ratione perspicuum fiet. Quoniam circulus maximus obliquus secat Æquatorem in duobus punctis,cum vnum extremum eius diametri sit intra Æquatorem, & alterum extra, vt patet ex inuentione eius diametri,perspicuumque est in diametro FG,erit eius centrum omnino diuersum ab E, centro Æquatoris,[d] cum duo circuli se mutuo secantes non possint idem centrum habere.

[c] 3. tertij.

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio inuenire, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit.

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio à cẽtro Astrolaby diuersum esse.

6. NON aliter alios circulos maximos obliquos ad Meridianum rectos describemus. Sit enim diameter Verticalis primarij fg,secans Horizontis diametrum VX,ad angulos rectos, transiensque per f,g,polos Horizõtis. Si igitur ex A,per f,g,radij visuales ducantur,secabunt ij rectam BD in I,K,polis Horizontis, per quos ex L, puncto medio diametri visæ IK, Verticalis primarius AICK, describendus est. Sed vt extrema puncta diametri visæ IK,magis exquisite reperiantur, præsertim remotius K, accipiendus est arcus Zh, similis semissi arcus Bf, vel arcus Rh, similis semissi arcus Cf. Item arcus a i, similis semissi arcus Dg, vel arcus Ti, similis semissi arcus Ag. Centrum quoque L, inuentum est per rectam Ak, ad diametrum fg, perpendicularem, quæ videlicet ducitur per l, terminum arcus Al, qui duplus est arcus Ag,nec non per k, terminum arcus Tk,qui arcus Ti, duplus est,&c.

7. SIT rursus diameter Eclipticæ mn,distans à BD, diametro Æquatoris per maximam declinationem Solis. Si igitur ex A,per m,n,radij visuales ducantur secantes BD,in M,N,erit MN, diameter Eclipticæ apparens;[d] quę accuratius inuenietur,si semissibus arcuum Bm,Dn, similes arcus sumantur Zo,a p. Centrũ etiam O,repertum est per rectam Ar, ad mn,perpendicularem,quæ nimirum ducitur per q, terminum arcus Aq, qui duplus est arcus Am,complementi maximæ declinationis,nec non per r, terminum arcus Sr, qui duplus est arcus So: quæ puncta q,r,habentur etiam per arcus Cq,Rr,quorum ille maximę declinationis duplus est, hic vero semissi arcus Cq,similis.

[d] 5. tertij.

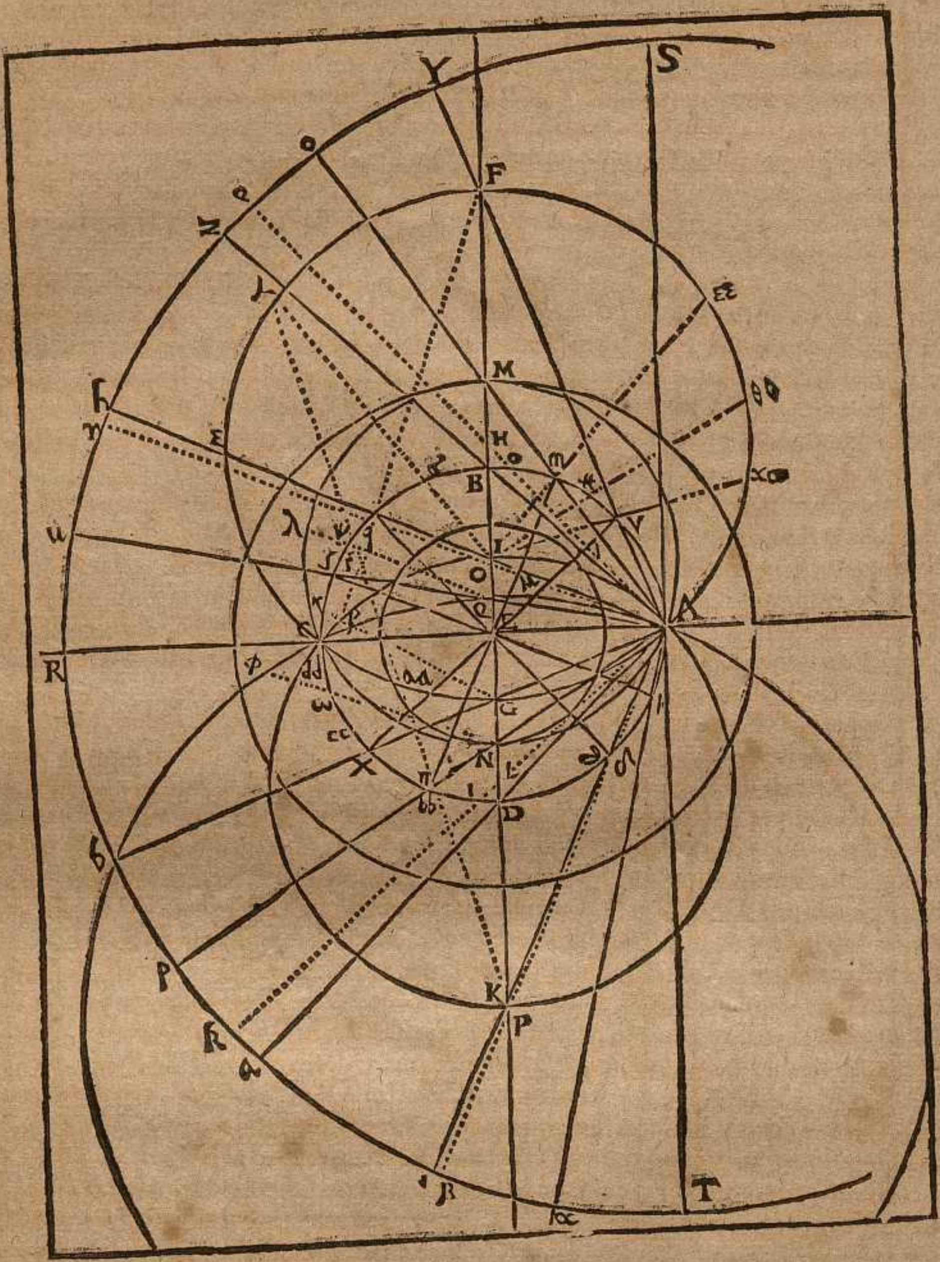
QVAMVIS autem Ecliptica vna cum Coluris in sphæra motu diurno circumferatur, non tamen idcirco in Astrolabio eius circularis figura impeditur. Nam quemcunque situm Colurus Solstitiorum occupet,semper rectus est ad Eclipticam,ac proinde in eius communi sectione cũ plano Æquatoris siue Astrolabij,(quæ ad motum diurnum cum omnibus rectis per centrum Astrolabij ductis cõgruit) diameter visa Eclipticæ semper maxima erit,semperq; planum Astrolabij Æquatorisve,in cono, cuius basis est Ecliptica, subcontrariam sectionẽ faciet,hoc est, circulum,vt demonstratum est propo.3. Ex quo fit,Eclipticam semper proijci in circulum eiusdẽ magnitudinis in Astrolabium,quemcunque illa situm in sphæra obtineat.

Eclipticã semper apparere circulum in Astrolabio eiusdemq; magnitudinis,etiamsi ad motum diurnũ in sphæra continuo circumferatur.

8. SIT

8. SIT denique diameter ſt, circuli cuiuſuis obliqui, ad Meridianum tamen recti, nimirum eius, qui per
polos Zodiaci ſ,t,ducitur,& per communes ſectiones Æquatoris & Horizontis, conſtitutis eiſdem polis in
Meridiano. Si igitur ex A,per ſ,t, ducantur radij viſuales, ſecabit Aſ, rectam BD, in Q, polo Eclipticæ, per quẽ
propoſitus circulus deſcribendus eſt. Sed vt exquiſitius hi radij educantur,accipiendi ſunt arcus Ru, Tα, ſemiſ-
ſibus arcuum Cſ, At, ſimiles. Et quia radius Aα,nimis procul cum BD, concurrit, ita vt alter polus Eclipticæ
in plano ægre haberi poſſit,deſcripta eſt circuli propoſiti portio tantummodo AQC,ex centro P,quod inueni-
tur per rectam Aβ, ad diametrum ſt, perpendicularem, ductam videlicet per δ, terminum arcus Aδ, qui arcus
At,duplus eſt,& per β,terminum Tβ, qui arcus Tα, duplus quoque eſt.

QVO modo autem maximus circulus obliquus ad Meridianum non rectus, ſed rectus quidẽ ad Horizon-
tem,in Aſtrolabio deſcribẽdus ſit,docebimus propoſ. 8.rectus vero ad Verticalem primarium, propoſ.10.neq;
rectus denique ad Horizontem,aut Verticalem,propoſ.12.



Diameter dati circuli maximi obliqui, & ad Meridianum recti, qua ratione in Aequatore Aſtrolabij ducẽda ſit, vt per eam circulus obliquus deſcribatur in Aſtrolabio.

9. VT autem ſciamus, quam in partem diameter cuiuſuis circuli obliqui, ſed ad Meridianum recti,ducen-
da ſit,diligenter obſeruanda eſt eius interſectio cum Meridiano in ſphæra. Eodem enim modo eius diameter
ſecare debet circulum ABCD,in Aſtrolabio,qui pro Meridiano ſumitur, ita vt A, ſit polus auſtralis; C, borea-
lis;& B,interſectio eius cum Æquatore in ſupero hemiſphærio. Itaque quoniam Horizon ſecat in ſphæra Meri-
dianum inter Æquatorem in ſupero hemiſphærio & polum antarcticum, ducenda eſt eius diameter inter B, &
A; qualis eſt diameter VX. Quia vero verticalis primarius in ſupero hemiſphærio ſecat Meridianum inter Æ-
quatorem, & polum arcticum,ducenda eſt eius diameter inter B, & C, vt factum eſt in diametro Verticalis fg,
ſic etiam quoniam Ecliptica (poſito principio ♑, in Meridiano ſuperi hemiſphærij) ſecat Meridianum inter
Æquatorem,& polum antarcticum, ducenda eſt eius diameter mn, inter B, & A, veluti Horizontis diameter.
Denique quia circulus maximus per polos Eclipticæ in eo ſitu, & polos Meridiani ductus ſecat Meridianum
inter Æquatorem,& polum arcticum,ducẽda eſt eius diameter ſt,inter B,& C,quemadmodum diameter Ver-
ticalis. Atque ita de cæteris, habita ſemper ratione diſtantiæ circuli obliqui à polo A, vel polo C, aut certe ab
Æquatoris interſectione B.

10. PORRO,[a] quoniam quilibet circulus maximus obliquus tangit duos parallelos Æquatoris æquales &
oppoſi-

[a] 8.2. The.

oppositos, inuento puncto illo extremo diametri visæ cuiuscunque circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij E, propius abest, (quod quidem commode haberi potest, cum radius visualis illud exhibens secet semper diametrum BD, intra Aequatorem) reperietur aliud extremum punctum remotius longe accuratius, si duabus rectis, quarũ vna est portio rectæ BD, inter E, centrum Astrolabij, & extremum punctum propinquius, (hoc est, semidiameter paralleli borealis, quem maximus circulus obliquus eo in extremo tangit.) altera vero semidiameter Æquatoris, tertia proportionalis inueniatur, vt in lemmate 12. docuimus. Hæc enim dabit alterum extremũ diametri visæ propositi circuli maximi obliqui, cum sit semidiameter paralleli australis, quem idem circulus maximus tangit, vt propos. 4. Num 11. demonstrauimus. Vt in Horizonte, inuento puncto G, si duabus EG, EB, inueniatur tertia proportionalis EF, inuentum erit alterum punctum extremum F. Sic in Verticali, postquam inuentum fuerit punctum I, si duabus EI, EB, adiungatur tertia proportionalis Eκ, habebitur extremum alterum K. Item in Ecliptica, inuento puncto N, si duabus EN, EB, tertia proportionalis adiungatur EM, datum erit alterum extremum M. Deniq; in circulo AQC, inuento puncto Q, si duabus EQ, EB, reperiatur tertia proportionalis, offeret ea alterum punctum extremum remotius diametri visæ eiusdem circuli. Et sic de cæteris. Verum inuentio huius puncti extremi remotioris non est omnino necessaria. Nam si exquisite centrum dati circuli obliqui reperiatur per lineam ex australi polo A, ad eius diametrum in Meridiano Analemmatis (qui in Astrolabio est ipse Æquator.) perpendicularem, vt supra Num. 3. diximus, describetur circulus obliquus in Astrolabio ex eo centro, ad interuallum semidiametri inter centrum, & punctum extremum propinquius inuentum intercepto, exhibebitque simul alterum extremum remotius: Immo neque vicinius extremum erit necessariũ omnino. Nam, vt in scholio Num. 1. ostendemus, circulus obliquus per punctum A, necessario transit. Si ergo ex centro inuento per A, circulus describatur, erit is maximus quæsitus, & simul vtrumque extremum exhibebit.

Extremũ punctũ diametri visæ circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij remotius est, accuratius inuenire.

Circulum maximum obliquũ in Astrolabio describere, etiãsi eius diameter visa inuenta non sit.

11. IMMO eadem hac arte semidiametrum cuiusuis paralleli Æquatoris australis nullo fere negotio eruemus. Nam si V. g. semidiameter paralleli, cuius declinatio australis sit BV, desideretur, ducemus diametrum circuli maximi VEX, & ad eam ducemus perpendicularem A d, quę rectam DB, productam secet in H. Si namque rectam HG, inter H, & punctum G, terminans semidiametrum paralleli borealis oppositi, (quod per rectam AX, indicatur, cum declinatio borealis DX, declinationi australi BV, æqualis sit) transferemus vsque ad F, erit EF, semidiameter quæsita, propterea quod H, est centrum circuli maximi tangentis in G & F, duos parallelos oppositos & æquales, quorum declinationes sunt DX, BV, vt ex dictis patet.

Semidiametrum cuiusuis paralleli Æquatoris australis alio modo, quã supra, & valde exquisite inuenire.

VERVM neque diameter VX, necessaria est, vt centrum H, inueniatur. Si namque arcui AV, æqualis sumatur Vc, dabit recta Ac, centrum H: propterea quod perpendicularis est ad diametrũ VX, si duceretur. Itaq; vt duo paralleli Æquatoris oppositi describantur, satis est, eorum declinationem ex B, versus A, supputare, vt ad V, si enim arcui AV, æqualis sumatur Vc, ducaturq; recta Ac, secans meridianam lineam in H & ex H, ad interuallum HA, vel Hc, meridiana secetur in G, F, erit EG, semidiameter paralleli borealis, cuius declinatio BV, & EF, semidiameter paralleli australis eiusdẽ declinationis: Propterea quod H, centrum est maximi circuli tangentis duos illos parallelos in in G & F.

12. POLVS quoque circuli cuiusuis maximi obliqui ad Meridianum recti, qui in sphæra à polo australi remotior est, indicatur in BD, linea meridiana Astrolabij per radium visualem, qui ex A, ad medium punctum illius semicirculi ducitur, quem eius circuli diameter aufert, siue (quod idem est) qui tam eum angulum, quem radij per extrema puncta diametri ipsius circuli ducti, quam eum, quem radij per centrum Astrolabij, hoc est, centrum circuli obliqui in sphæra, & centrum eiusdem in Astrolabio ducti comprehendunt, bifariam diuidit. Verbi gratia radius Af, cadens in f, punctum medium semicirculi VfX, quem diameter Horizontis VX, abscindit, vel diuidens tam angulum VAX, quam HAE, bifariam, exhibet I, polũ Horizontis respondentem in sphæra polo f, qui à polo australi A, longius abest. Nam f, punctum æqualiter distans ab Horizonte per VX, ducto polus est Horizontis, ac propterea in I, apparebit. Rectam autem Af, diuidere bifariam tam angulum VAX, contentum sub radijs AV, AX, per extrema puncta diametri VX, ductis, quam angulum HAE, quem radij AE, AH, per centrũ Astrolabij, vel Horizontis in sphæra E, & centrũ Horizontis H, in Astrolabio ducti constituunt, ita ostendemus. Quoniam arcus fV, fX, æquales sunt, [a] æquales quoque erunt anguli fAV, fAX. Deinde, [b] quia arcus CX, arcui AV, æqualis est, ob angulos in centro ad verticem æquales, & eidem arcui AV, sumptus fuit æqualis arcus Vc; erunt quoque arcus CX, Vc, æquales: quibus demptis ex quadrantibus fX, fV, reliqui arcus fC, fc, æquales etiam erunt; [c] ac proinde anguli EAf, HAf, illis arcubus insistentes, æquales erunt. Et quoniam poli per diametrum sunt oppositi in sphæra, cadet recta ducta fE, in alterum polum g; ac proinde radius Ag, ad Af, perpendicularis [d] (quod angulus fAg, in semicirculo fAg rectus sit,) indicabit in Astrolabio alterum polum K; respondentem in sphæra polo g, qui à polo australi A propius abest. Eademque ratio omnino est in aliis circulis obliquis maximis. Nam G, F, sunt poli Verticalis: Q, Eclipticæ, alter vero per radium At α, indicaretur, si id plani angustia permitteret, & N, M, circuli AQC.

Pol. cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio p quas rectas indicentur in linea meridiana.

Radius ex polo australi per polũ circuli obliqui maximi remotiorem ductus, quos angulos secet bifariã.

a 27. tertij.
b 26. tertij.
c 27. tertij.
d 31. tertij.

13. EX his liquet, in Astrolabio polum cuiuslibet circuli obliqui maximi à centro Astrolabij diuersum esse. Nam cum radius ex polo australi per polum circuli obliqui ductus non transeat per centrum Astrolabij, quod C, polus mundi non possit esse polus circuli obliqui, perspicuum est, polum circuli obliqui apparere extra centrum Astrolabij, ac proinde ab eo diuersum esse.

Polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à centro Astrolabii diuersum esse.

14. ITAQVE ducto radio ex A, per f, polum Horizontis, secante arcum RS, in h, si arcui Rh, sumatur æqualis arcus he, vel arcui Cf, æqualis arcus fc, cadet recta Ace, in H, centrum Horizontis in Astrolabio: [e] propterea quod anguli RAh, eAh, fiunt æquales; ac proinde angulus RAe, comprehensus duabus rectis, quarum AR, per E, centrum Astrolabij, vel centrum Horizontis in sphæra, at vero Ae, per H, centrum Horizontis in Astrolabio ducitur, bifariam secatur. Idemque contingit in alijs circulis maximis obliquis.

Centrum circuli maximi obliqui aliter reperire in Astrolabio.

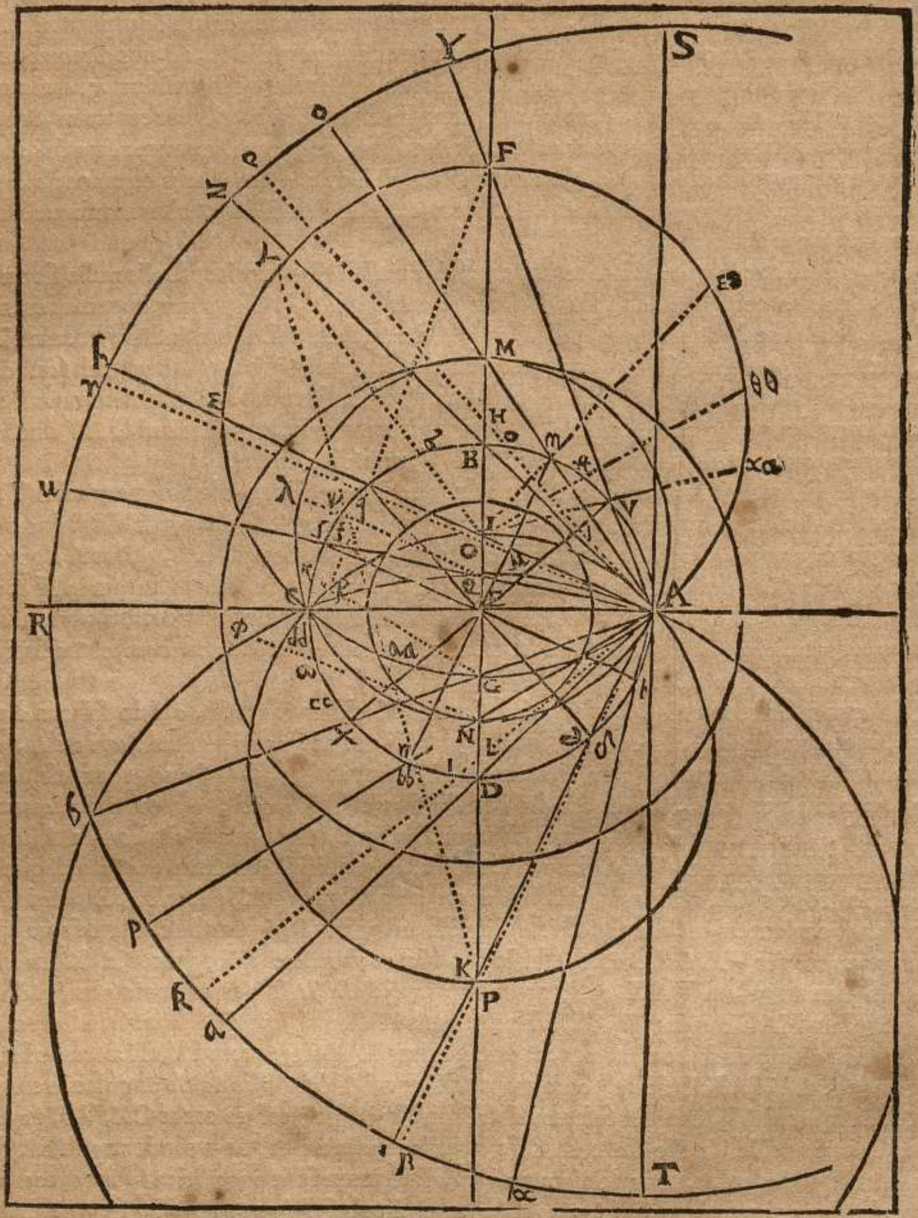
e 27. tert.

EST quoque obiter hic notandum, radium Af, ex polo Australi in polum circuli obliqui maximi cadentem abscindere ex linea meridiana, & diametro eiusdem circuli maximi obliqui, duas lineas æquales vsq; ad E, centrum

Quas rectas æquales abſcindat radius ex polo auſtrali ad polum maximi circuli obliqui ductus.

centrum Aſtrolabij, hoc eſt, rectam EI, vſque ad I, polum viſum, æqualem eſſe ſegmento rectæ EV, vſque ad radium A f: Eademque ratione rectam EK, vſque ad alterum polum viſum K, æqualem eſſe ſegmento rectæ EV, productæ vſque ad radium viſualem KA, verſus A, productum. [a] Quoniam enim tres anguli in triangulo AEI, æquales ſunt tribus angulis trianguli à rectis Ef, fA, EV, conſtituti vſq; ad interſectionẽ rectarũ fA, EV; ſuntq; tam ablati anguli recti AEI, fEV, æquales, [b] quam anguli EAf, EfA, in Iſoſcele AEf: erit quoque reliquus EIA, trianguli AEI, reliquo in alio triangulo, quem rectæ EV, fA, in communi earum ſectione conſtituunt æqualis. [c] Igitur recta EI, æqualis eſt ſegmẽto rectæ EV, vſque ad radium Af, [d] Rurſus quia tres anguli in triangulo AEK, æquales ſunt tribus angulis trianguli à rectis Eg, gA, EV, conſtituti vſq; ad interſectionẽ rectarum gA, EV, ſuntque tam ablati anguli recti AEK, gEV, æquales [e] quam anguli EAg, AgE, in Iſoſcele AEg: erit quoque reliquus EKA, trianguli AEK, reliquo in alio triangulo, quem rectæ gA, EV, in earum concurſu efficiunt, æqualis. [f] Igitur recta EK, æqualis eſt ſegmento rectæ EV, productæ vſque ad radium gA, productum verſus A, quod eſt propoſitum.

[a] 32. pri.
[b] 5. primi.
[c] 6. primi.
[d] 32. pri.
[e] 5. primi.
[f] 6. primi.



Polum circuli maximi obliqui ab eius centro differre in Aſtrolabio.

15. EX his etiam conſtat, polum cuiuſuis circuli obliqui in Aſtrolabio à ſuo centro eſſe diuerſum. Id quod in datis exemplis vel facile videri poteſt. Quod tamen breuiter ſic demonſtrari poterit. Sit ſ, polus V. g. Eclipticæ apparens per radium Aſ, in Q. Dico Q, non eſſe centrum Eclipticæ. Quoniam enim centrum indicatur per radium perpendicularem ad diametrum Eclipticę, vt Num 3. demonſtratum eſt; ſi Q, dicatur eſſe centrum Eclipticæ, erunt anguli ad θ, recti, & æquales: Sunt autem & anguli m A θ, n A θ, æquales quod radius Aθ, per polum ductus ſecet angulum m A n, bifariam, vt Num. 12, oſtenſum eſt. Igitur duo anguli m θ A, m A θ, trianguli A θ m, æquales ſunt duobus angulis n θ A, n A θ, trianguli A θ n. Cum ergo illis adiaceat latus commune A θ, [g] erunt quoque latera m θ, n θ, æqualia; ac proinde cum n θ, recta maior ſit, quam n E, hoc eſt, quam m E, erit quoq; m θ, maior quã m E, pars quam totũ, quod eſt abſurdum. Non ergo Q, polus Eclipticæ centrum eſt eiuſdem. Pari ratione ſit O, centrũ Eclipticæ, quod exhibet A μ, ad mn, perpendicularis. Dico O, non eſſe polum Eclipticæ. Quoniam n. polus indicatur per radiũ, qui angulũ m A n, diuidit bifariam, vt Num. 12. oſtendimus; ſi O, dicatur eſſe polus Eclipticæ erũt anguli m A μ, n A μ, æquales: ſunt aũt & anguli ad μ, æquales, quia recti. Igitur duo anguli m μ A, m A μ, trianguli A μ m, duobus angulis n μ A, n A μ, triãguli A μ n, æquales ſunt. Cũ ergo illis adiaceat latus cõmune A μ, [h] erunt quoq; rectæ m μ, n μ, æquales; ac proinde cum n μ, maior ſit, quã n E, hoc eſt, quam m E, erit quoque m μ, pars maior, quam totũ m E, quod eſt abſurdum. Nõ ergo O, centrũ Eclipticę, polus

[g] 26. pri.
[h] 26. pri.

polus est eiusdem. Eademque ratio est in alijs circulis maximis. Quod tamen ita quoque potest confirmari. Quoniam demonstratum supra est Nu. 12. radium per polum ductum secare bifariam angulum contentum radiis duobus per centrum Astrolabij & centrum circuli obliqui ductis, necessario differet radius per polum ductus à radio per centrum circuli obliqui ducto, ideoque duo hi radij diuersa puncta in Astrolabio indicabunt.

16. SED iã, quomodo quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio descriptus in gradus distribuatur, doceamus. Quoniam enim eorum arcus non semper in arcus similes proiiciuntur, vt propos. 3. Num. 2. & 3. demonstrauimus, non erunt eorum arcus singulis gradibus eorundem in sphæra respondentes, inter se æquales: alias similes essent arcus in Astrolabium proiecti arcubus in sphæra, qui proiiciuntur. Aliam ergo viam ac rationem inire oportet, qua gradus circulorum maximorum obliquorum in Astrolabio descriptorum habere possimus. Quamuis autem in gradus diuidi possint per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur, vt Horizon per circulos Verticales, & Ecliptica per maximos circulos, qui per eius polos ducuntur, & circuli latitudinum dici solent & sic de cæteris: quia tamen nondum docuimus, qua ratione huiusmodi circuli maximi describantur in Astrolabio, & eorum nonnulli in immensam ferme quantitatem excrescunt, vt vix sine errore delineari possint, diuidemus eosdem commodissime per lineas rectas, idque pluribus viis, quarum prima omnium est pulcherrima ac facillima, ac proinde eam inter alias eligendam censeo, cuius prior pars (quoniam duas continet, hoc est, duobus modis fieri potest) sic se habet.

17. INVENTO polo Horizontis, vel cuiusuis circuli obliqui maximi, (Eadem enim in omnibus est ratio, vt Num. 23. dicetur,) qui intra Æquatorem existit, (qui quidem eum exprimit, qui in sphæra à polo australi remotior est) si ex eo per singulos gradus Æquatoris rectæ lineæ ducantur vsque ad circulum obliquum, distributus erit obliquus circulus in gradus, hoc est, in arcus, qui quamuis inter se inæquales sint, respondent tamen gradibus æqualibus illorum circulorum maximorum obliquorum, quos in sphæra referunt. Verbi gratia, si ex I, polo Horizontis per quodcunque punctum σ, Æquatoris recta ducatur Iσ, secans Horizontem in γ. respondebit arcus Fγ, tot gradibus Horizontis in sphæra, quot gradus in arcu Æquatoris Bσ, continentur, hoc est, arcus Fγ, repræsentabit arcũ Horizontis in sphæra arcui Æquatoris Bσ, æqualem, adeo vt si Bσ, arcus fuerit grad. 1. etiam arcus Fγ, sit grad. 1. si arcus Bσ, fuerit 2. grad. etiam arcus Fγ, sit 2. grad. &c. Quod sic demonstrabimus. Planum, quod in sphera per polum antarcticũ, & polum Horizontis ab eo remotiorem, nimirum per Zenith, ducitur, abscindit ex Æquatore & Horizonte arcus æquales, initio facto in Æquatore quidem à semicirculo Meridiani superiore, in quo Zenith existit, in Horizonte vero à sectione australi, quam cum Meridiano facit; vel in Æquatore à Meridiani semicirculo inferiori, in Horizonte vero à sectione boreali, vt in lemmate 23. demonstrauimus. Igitur illud idem planum ([a] quod quidem in sphæra circulum facit) in Astrolabium proiectũ auferre conspicietur ex polo australi eosdẽ illos arcus æquales ex Æquatore, & Horizonte in Astrolabio conspectis, illos videlicet, qui abscissis arcubus in sphæra respondent. Cum ergo planum seu potius circulus, quem in sphæra efficit, per polum australem transiens faciat in Astrolabio per propos. 1. Num. 1. lineam rectã per polum I, transeuntem referet recta Iσ, circulum illum per polum Horizontis I, & punctum Æquatoris σ, ductum. Hæc igitur producta secabit Horizontem in puncto γ, quod illi in sphæra respondet, per quod circulus ille ducitur; adeo vt in puncto γ, circulus ille Horizontem secare conspiciatur ex polo australi, Æquatorẽ vero in puncto σ, cum radius visualis in illius circuli plano per omnia puncta circumductus ab eo non recedat, ideoque in Iγ, communi eius sectione cum plano Astrolabij semper existat. Arcus ergo Horizontis Fγ, illum in sphæra repræsentat, qui arcui Æquatoris Bσ, æqualis est. Idem dicendũ est de omnibus alijs rectis lineis ex Horizontis polo I, egredientibus, & tam Æquatorem, quam Horizontem secantibus. Nam & recta I fε, aufert ex Horizonte arcuum Fε, tot graduum, quot in arcu Æquatoris B f, continentur; & recta IA, abscindit arcum Horizontis FA, tot graduum, quot quadrans Æquatoris BA, complectitur, nimirum 90. ita vt FA, referat quadrantem Horizontis in sphæra. Denique quælibet recta ex I, polo Horizontis educta, & meridiana linea BD, in vtramque partem extensa, si opus sit, intercipient semper in Æquatore & Horizonte duos arcus æquales, hoc est, qui gradus numero æquales complectatur; initio semper sumpto vel à duobus punctis B, F, vel à duobus D, G, quorum priorum duorum punctum B, in Æquatore est superius, & F, in Horizonte australe; posteriorũ vero duorum punctum D, in Æquatore est inferius, & G, in Horizonte boreale. Id quod seruandum esse in maximis circulis præcepimus in lemmate 23. quando polus Horizontis à polo australi remotior assumitur, qualis est polus assumptus I. Eademque ratione duæ quælibet rectæ ex I, emissæ includant in Æquatore, Horizonteque duos arcus æquales, cuiusmodi sunt duo arcus γε, σ f, inter duas rectas Iγ, Iε. Item duo arcus γC, σC, inter duas rectas Iγ, & IC, (si duceretur) interiecti. Itaq; si ex I, per singulos gradus Æquatoris rectæ lineæ ducerentur, distribueretur Horizon in 360. arcus, qui singulis gradibus Horizontis in sphæra responderent.

SED quoniam accidit interdum, polum I, esse valde propinquum puncto B, ac proinde vix posse ex eo per gradus Æquatoris prope B, rectas sine errore educi, quæ gradus in circulo obliquo nobis exhibeant; afferemus huic incommodo remedium facillimum propos. 6. ad fin. Num. 25. vbi docebimus, quo pacto alius circulus cuiusuis magnitudinis ex certo quodam centro describi possit, ita vt rectæ ex I, per eius gradus emissæ indicent gradus respondentes in circulo obliquo, non secus ac rectæ ex I, per gradus Æquatoris egredientes, vt demonstratum est.

18. ITAQVE si desideretur in Horizonte gradus quicunque, hoc est, arcus quotuis graduum, cuius initium sit vel in altera sectionum eius cum Meridiano, vt in F, vel G, vel in altera eius intersectione cum Æquatore, vt in A, vel C, numerandi sunt illi gradus à puncto Æquatoris correspondente, nimirum à B, vel D, aut ab A, vel C, in illam partem, in qua arcus abscindendus est. Recta enim ex I, polo Horizontis per finem numerationis in Æquatore emissa secabit Horizontem in gradu, qui desideratur. Vt si quis cupiat arcum grad 25. initium sumentem ab intersectione Horizontis cum Æquatore orientali, qualis in Astrolabio solet esse punctum C, (quamquam & A, accipi possit pro orientali, & C, pro occidentali.) & tendentem versus boream, supputandi sunt gradus 25. à C, versus D, in Æquatore. (Punctum enim G, Horizontis est boreale, cum referat extremum punctum X, diametri Horizontis, quod remotius est à polo australi A: at punctum F, australe est, cum respon-

Horizontem in Astrolabio ex eius polo superiore in gradus distribuere.

[a] 1. 1. Theo.

Quo pacto exquisitus obliquus circulus in gradus distribuatur, quando polus I, valde propinquus est Æquatoris circumferentiæ.

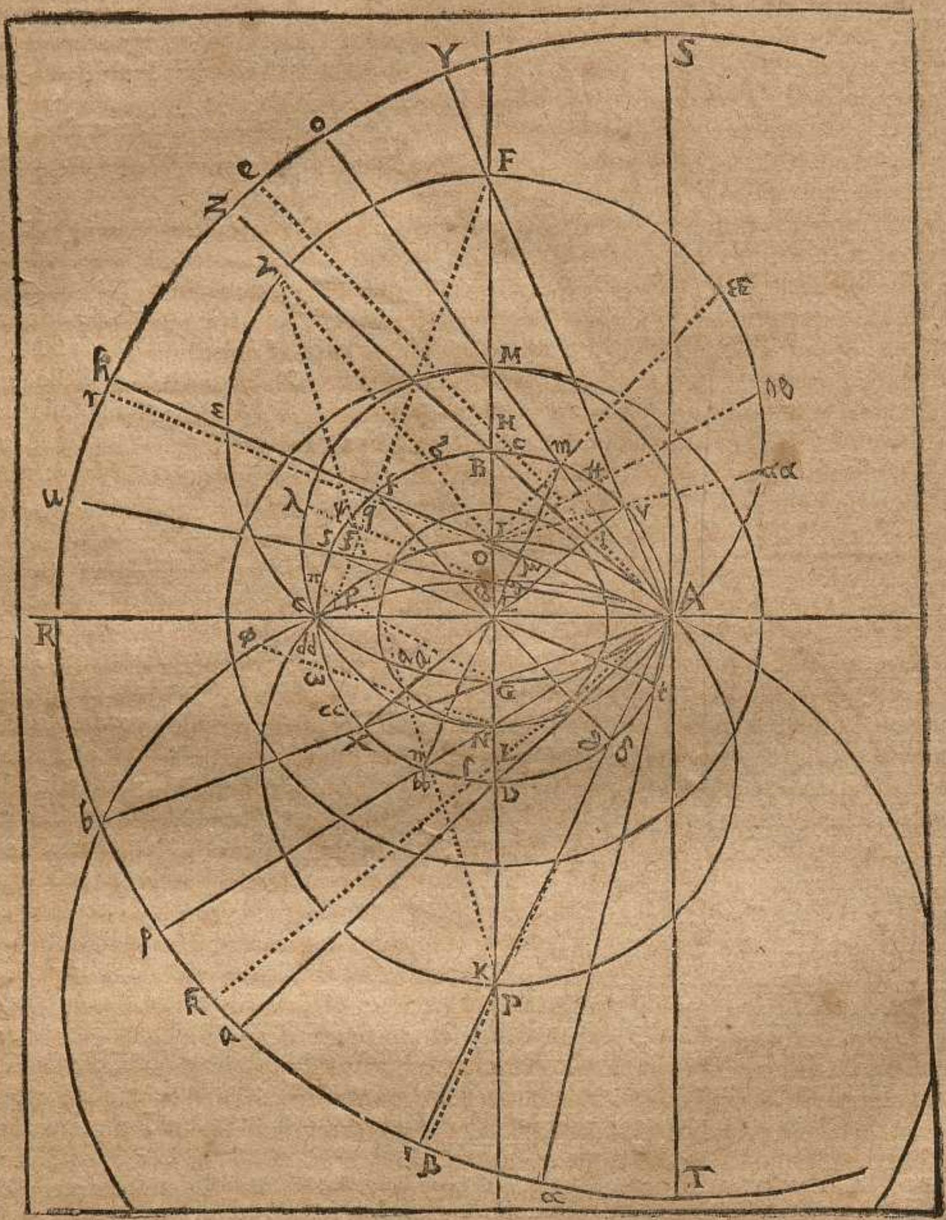
Grad⁹ quilibet propositus quo pacto in Horizonte ex eius polo superiore inueniatur in Astrolabio.

Pars orientalis, occidentalis, borealis, & australis in Horizonte Astrolabij qua.

deat puncto extremo V, eiusdem diametri, quod propius ab eodem polo australi abest.) Recta namque ex I, per finem grad. 25. ducta offeret punctum in Horizonte gradui 25. respondens, atque ita de cæteris. Sic etiam, si quis velit in Horizonte arcum grad. 15. cuius principium sit in quadrãte orientali australi, & in grad. 22. ab eius intersectione australi cum Meridiano; numerandi sunt primum grad. 22. à B, vsque ad σ, ducendaque recta I σ, secans Horizontem in γ, puncto, quod gradibus 22. ab australi sectione F, distat. Deinde à puncto σ, numerandi sunt propositi grad. 15. vel versus B, vel versus C, prout arcus Horizontis abscindendus vergere debet in austrum vel in boream. Nam recta ex I, per finem grad. 15. ducta transibit in Horizonte per grad. 15 &c.

Datũ arcũ maximi circuli obliqui in Astrolabio diuidere bifariam.

IMMO eadem prorsus ratione datum quemcunque arcum circuli maximi obliqui bifariam secabimus. Sit enim datus arcus, verbi gratia Horizontis αα εε, diuidendus bifariam. Ductis ex eius polo I, rectis I αα, I εε, secantibus Æquatorem in V m, partiemur arcum V m, bifariam in t t. Nam recta I t t, secabit arcum datum in θθ, bifariam, id est, arcus αα θθ θθ εε, continebunt gradus numero æquales. Id quod ex demonstratis liquet, cum hi arcus arcubus æqualibus V t t, t t m, in Æquatore respondeãt. Idem effici poterit alijs vijs, quibus circulos maximos obliquos in gradus partiri in iis quæ sequuntur, docebimus, quod semel monuisse satis sit.



Quot gradus in dato arcu Horizõtis Astrolabij cõtineantur, ex eius polo superiore cognoscere.

19. VICISSIM si scire quis cupiat, quot gradus in quolibet arcu Horizontis proposito contineantur, ducendæ sunt ab extremis punctis dati arcus duæ rectæ ad I, polum Horizontis, secantes Æquatorem versus eandem partem Horizontis, in qua datus arcus existit. Hæ etenim in Æquatore intercipient tot gradus, quot in dato arcu continentur. Si ergo per lemma 3. inquiratur, quot gradus in illo arcu Æquatoris includantur, numerus graduum in dato arcu Horizontis contentorum ignorari non poterit. Posterior autem pars huius primæ viæ hæc est.

Horizontẽ in Astrolabio ex eius polo inferiore in gradus distribuere.

20. INVENTO altero polo circuli obliqui extra Æquatorem, (qui nimirum illum in sphæra repræsentat, quia polo australi propius abest,) si ex eo per singulos gradus Æquatoris rectæ lineæ ducantur, secantes circulum obliquum, erit iterum obliquus circulus in gradus distinctus: sed ordo graduum in Æquatore, & circulo obliquo aliter nunc sumendus est, quam prius. Nam si in Æquatore incipiunt à puncto superiore B, iidem in Horizonte inchoandi sunt à puncto boreali G: si vero in Æquatore incipiunt ab inferiore puncto D, inchoandi sunt in Horizonte à sectione eius australi F, cum Meridiano, vt in lemmate 23. faciendum esse monuimus. Exempli causa, si ex K, polo Horizontis extra Æquatorem existente per quodcunque punctum b b, quadrantis Æquatoris DC, recta K b b, ducatur, abscindet ea ex Horizonte arcum F γ, à puncto F, inchoatum

tot

tot graduum, quot in arcu Æquatoris inter punctum D, & punctum b b, assumptum, per quod linea recta Kbb, ducta est, continentur: quia punctum D, Æquatoris in Meridiano est inferius, & punctum F, Horizontis australe. Sic etiam arcus Horizontis à puncto G, boreali per C, vsque ad punctum aa, vbi à dicta recta K bb, secatur, æqualis est (quod ad numerū graduū attinet) arcui Æquatoris à puncto B, superiore Æquatoris vsq; ad punctum ↓, in quadrãte CB, per quod recta linea Abb, ducta fuit. Quod si arcus æquales abscissi incipere debeãt à puncto A, vel C, sumendi semper erunt in contrarias partes, ita vt arcus Æquatoris à C, versus B, æqualis sit arcui Horizontis à C, versus G, si vterque inter eandem rectam ex K, emissam, & punctum C, intercipiatur. Nam hac ratione arcus ex æquatore abscissus tendit versus punctum superius B, arcus vero ex Horizonte abscissus versus punctum boreale G. Sic etiam eadem recta abscindet duos arcus æquales à puncto A, vel C, inchoatos, quorum s, qui in Æquatore sumitur, versus D, punctum inferius, qui vero in Horizonte versus F, punctum australe tendit, vt ratio postulat. Sed quoniam eadem recta cadens extra puncta A, C, secat tam Æquatorem quam Horizontem in duobus punctis, (nisi quando vtrumque circulum tangit, vt in scholio Num. 15. 16. & 17. dicetur) respondebunt inter sese illa puncta, quæ sunt puncto A, vel C, propinquiora, vel remotiora ab eodem. Hæc autem omnia ex eodem lemmate 23. demonstrabuntur hoc modo. Planum in sphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ei propinquiorem, qualis est, quem refert polus K, ductum abscindit ex Æquatore, & Horizonte arcus æquales inchoatos à punctis prædictis, nimirum in Æquatore à superiore, in Horizonte vero à boreali; vel in Æquatore ab inferiore, & in Horizonte ab australi, vt ibi demonstratum est. Igitur illud idem planum in Astrolabio descriptum eosdem arcus auferet, illos videlicet, qui arcubus abscissis in sphæra respondent. Cum ergo per prop. 1. n. 1. planum illud per polum australem transiens in Astrolabium projiciatur in lineam rectam per polum K, transeuntem, referet quælibet recta ex polo K, egrediens planum illud, ac propterea æquales arcus abscindet ex Æquatore, & Horizonte, vt diximus.

ITAQVE quemadmodum recta I σ, dedit punctum γ, in Horizonte, ita recta ex polo K, educta per terminum arcus Æquatoris à puncto D, inchoati, qui arcui B σ, æqualis sit, exhibebit necessario idem punctum Horizontis γ, si circuli recte descripti sint. Atque ita idem semper punctum optatum in Horizonte reperire licebit per duas rectas, quarum vna ex polo I, altera vero ex polo K, egreditur, si modo ea obseruentur, quæ de initijs arcuum abscissorum ex Æquatore, & Horizonte consideranda præcepimus.

Eclipticā, Verticalē primariū, & quemuis alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in Astrolabio ex vtrouis eius polo in gradus partiri.

21. OMNIA hæc intelligenda etiam sunt in Ecliptica AMCN, Verticali AICK, & circulo AQC, cum eadem in his circulis demonstratio sit, quæ in Horizonte. Nam recta Qξ, è polo Eclipticæ Q, intra æquatorem emissa auferet arcum Eclipticæ M λ, arcui Æquatoris Bξ, æqualem. Idemq; punctum λ, reperietur, si ex altero polo Eclipticæ (nimirum ex puncto illo rectæ EK, in quod cadit recta Atα, vel in quo à circulo AQC, secatur) recta ducatur per terminum arcus Æquatoris Dcc, à D, inchoati, qui arcui Bξ, æqualis sit, vel per terminum arcus Æquatoris Bcc, à B, inchoati, qui arcui Dξ, æqualis sit: quia posteriori hac ratione abscindetur arcus Eclipticæ N λ, respondens arcui Aequatoris Bcc. Pari ratione recta Gϖ, ex polo Verticalis G, intra Æquatorem auferet arcum Verticalis I ρ, æqualem arcui Aequatoris Bϖ; quia si Verticalis cōcipiatur esse Horizon, supra quem polus borealis attollitur, punctum Aequatoris B, est inferius, & punctū I, Verticalis boreale: At punctum D, Æquatoris est superius, hoc est, in semicirculo Meridiani superiore, in quo videlicet existit polus Verticalis C, à polo australi remotior, qui nimirum intra Æquatorem existit, & pnnctum K, Verticalis est australe. Idemq; punctum ϱ, inuenietur per rectam ex F, altero polo Verticalis ductam per terminum arcus Æquatoris D d d, à puncto D, superiore inchoati, qui arcui Bϖ, sit æqualis, vel per terminū arcus Æquatoris Bdd, à puncto B, inferiore inchoati, qui arcui D ϖ, æqualis sit: quia hac posteriori via abscindetur arcus Verticalis K ϱ, à puncto australi K, inchoatus, respondens arcui Æquatoris Bdd. Deniq; recta quoq; N ω, ex N, polo circuli A Q C, intra Æquatorem abscindit arcum Qφ, æqualem arcui Æquatoris Bω, Idemq; punctum φ, habebitur, si ex M, altero polo circuli AQC, recta ducatur per terminum arcus Æquatoris à D, inchoati, qui arcui Bω, sit æqualis, &c.

22. ECLIPTICA igitur in gradus distribuetur per rectas ex eius polo Q; Verticalis vero per rectas ex eius polo G; & circulus AQC, per rectas ex eius polo N, per singulos Æquatoris gradus eductas, quemadmodū de Horizonte diximus.

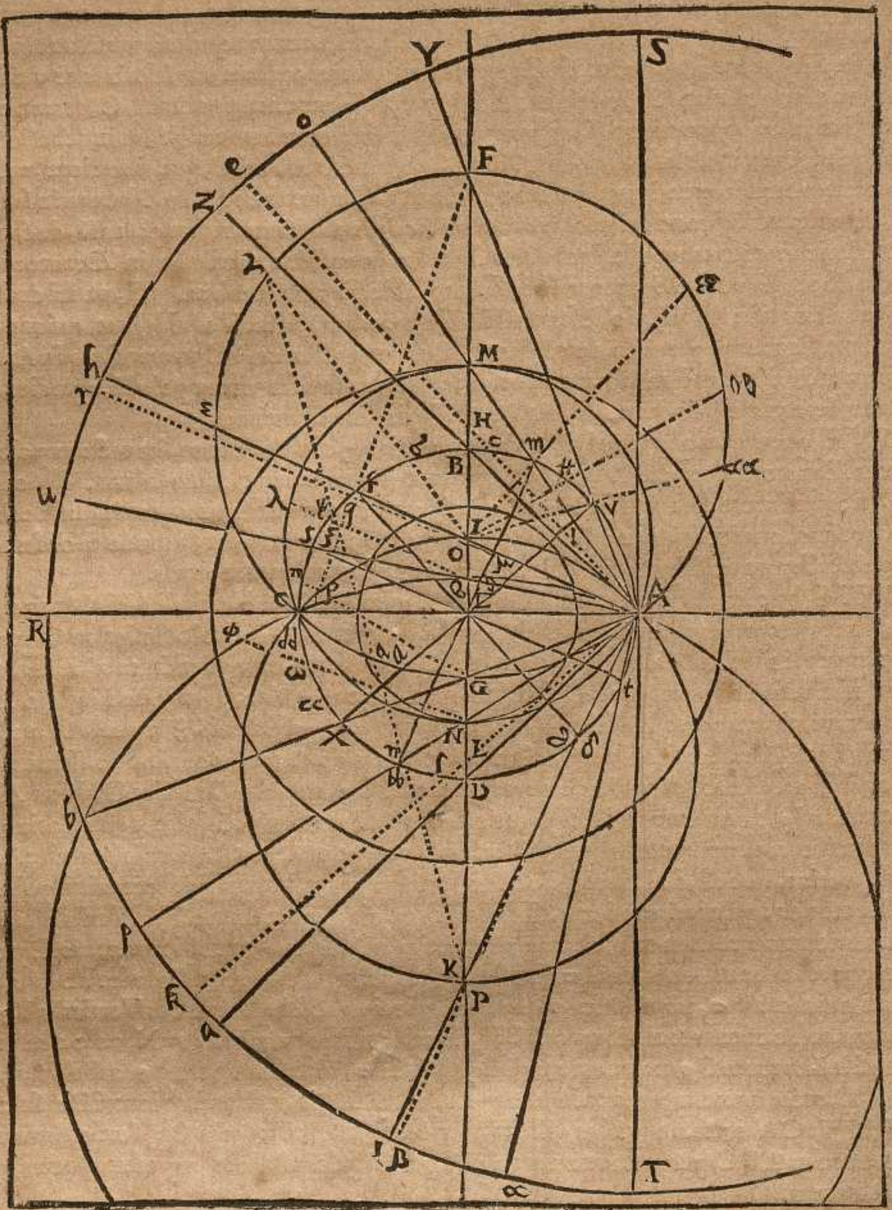
Circulum quemlibet maximum obliquum, qui ad Meridianum rect⁹ nō est, ex vtrouis eius polo in gradus distribuere in Astrolabio.

23. EODEM prorsus modo quilibet alius circulus maximus obliquus in Astrolabio descriptus, qui ad Meridianum rectus non est, in gradus distribuetur, si eius poli reperiantur, sed loco meridianæ lineæ BD, accipienda est linea alia recta, quæ per centrum circuli obliqui, & centrum Astrolabii ducitur, communisque sectio est Æquatoris, vel plani Astrolabii, & circuli maximi per polos mundi & polos circuli obliqui transeuntis, instar proprii cuiusdam Meridiani propositi circuli obliqui. Quo pacto autem poli cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio inueniantur, infra propos. 8. Num. 17. ostendemus.

Regula facilis pro initiis arcuū abscissorū determinādis in diuisionibus circulorum maximorū in gradus, per rectas ex alterutro polorū cuiusuis circuli obliqui emissas.

PORRO in maximis circulis in gradus distribuendis, non est, quod solliciti simus, & anxii, vtrum punctorum in Æquatore superius sit, inferiusue, & vtra sectionum circuli maximi obliqui australis sit vel borealis Nam quoniam polus circuli obliqui intra Æquatorem existens, est quoque intra ipsum circulum maximum obliquum; si ex eo polo instituatur diuisio, initium sument arcus in Æquatore, & circulo obliquo, à rectis ex eo polo eductis abscissi, à punctis ad easdem partes ipsius poli assumpti in Astrolabio existentibus, hoc est, superioribus inferioribusue; vel certe ab alterutro punctorum, in quibus Æquator & circulus maximus obliquus se intersecant. Ita vides factum esse in superioribus circulis maximis diuidendis in gradus. Nam arcus Æquatoris & Horizontis à rectis ex polo I, emissis abscissi, initium sumpserunt à punctis B, F, vel D, G, vel certe à puncto C, vel A. Sic etiam, vt Verticalis diuideretur, assumpta sunt pro initijs arcuū puncta B, I, vel D, K, vel certe alterū ipsorum A, C, quando diuisio facta est per rectas ex G, polo Verticalis intra vtrumque circulum existente emissas. Eodem modo, cum diuideretur Ecliptica per rectas ex eius polo Q, eductas, arcus abscissi initium habuerunt à punctis B, M, vel D, N, vel certe à C, vel A. Denique in diuisione circuli AQC, ex eius polo N, initium faciendum est, a punctis B, Q, vel à puncto D, & altero, in quo idem circulus rectam BD, extensam secaret, vel certe ab alterutro punctorum A, C.

QVANDO autem diuisio per rectas ex altero polo, qui extra vtrumque circulum existit, egredientes facienda est, danda est opera, vt initium sumatur à duobus punctis ad diuersas partes alterius poli in Astrolabio existentibus, ita vt quando punctum æquatoris superius assumitur, accipiatur in circulo maximo obliquo inferius, & contra; vel si ab alterutro punctorum A, C, libeat incipere, vt arcus in diuersas partes tendant. Appello autem hic punctum inferius & superius Æquatoris, ac circuli maximi obliqui illud, quod in figura superiorem, vel inferiorem locum occupat respectu centri Astrolabij, non autem illud, quod in cœlo superius est aut inferius. Hac ratione in Æquatore, Horizõte, Verticali, Ecliptica, & circulo AQC, superiora puncta sunt B, F, I, M, Q, inferiora vero D, G, K, N, & alterum, in quo circulus AQC, totus descriptus rectam BD, extensam secaret.



Regula facilis ad cognoscẽdum, vtrũ punctorum Æquatoris in cœlo sit superius, vel inferius: Et vtrũ punctorum circuli maximi obliqui sit boreale, vel australe.

VT tamen facile cognoscamus, vtrum punctorum Æquatoris vere dici possit superius, inferiusue in cœlo, hoc est, ad Meridiani semicirculum superiorem spectet, vel inferiorem; Item vtrum punctorum circuli maximi obliqui, in quibus à recta per centrum Astrolabij, & centrum circuli obliqui, ducta secatur, sit boreale, vel australe, hæc regula tenẽda est. In Æquatore punctum illud, quod polo circuli obliqui intra Æquatorem existenti propinquius est, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabij per dictũ polũ ducta transit, superius dicitur, quia vere in semicirculo Meridiani superiori existit, si circulus obliquus pro Horizonte sumatur, supra quem polus arcticus eleuetur: alterum vero punctum ab eodem polo magis distans, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabii per alterum polum extra Æquatorem ducta transit, appellatur inferius, ob contrariam causam. Itaque respectu Horizontis, & Eclipticæ, in superiori figura, punctum Æquatoris B, superius est, & D, inferius, respectu vero Verticalis, & circuli AQC, punctum D, superius est, & B, inferius. Item in circulo obliquo punctum centro Astrolabij propinquius, est boreale, remotius autem, australe. Quæ res si attente consideretur, nulla difficultas erit in arcuum initijs præfigendis, ex vtro polorum circuli obliqui diuisio instituatur, dummodo seruentur ea, quæ in lemm. 23. de eisdem initijs præscripsimus.

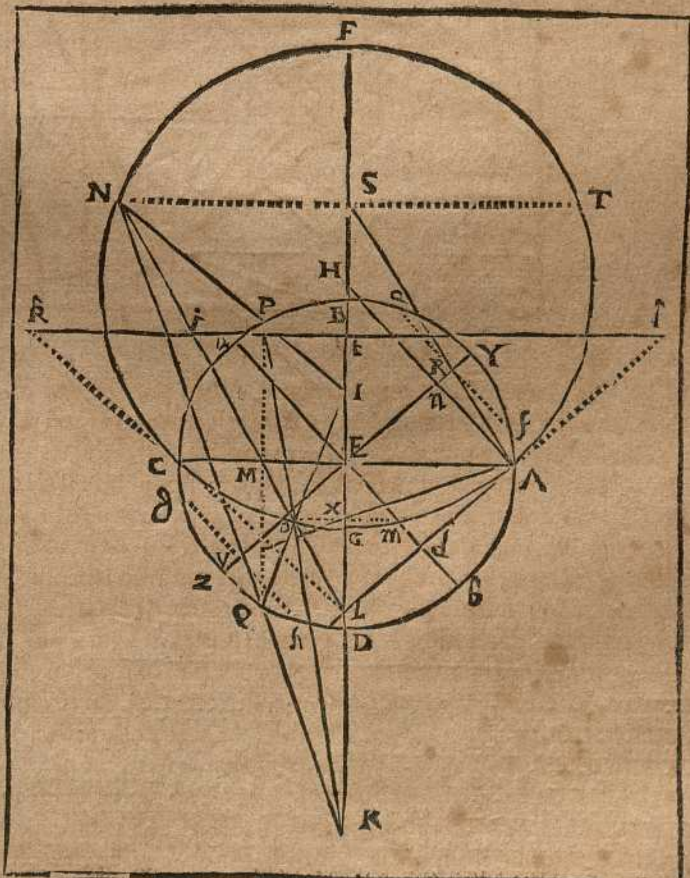
Regula facilior pro initijs arcuum præficiendis.

ET quoniam in diuisione circuli obliqui per rectas ex polo intra Æquatorem existente nulla est omnino difficultas, cum quælibet huiusmodi rectarũ abscindat ex Æquatore, & circulo obliquo arcus respondentes, qui initiũ sumunt vel à cõi sectione Æquatoris cum circulo obliquo, vt à puncto C, vel A: vel à duobus punctis proximis, in quibus recta per centrum Astrolabii, & centrum obliqui circuli ducta, Æquatorẽ circulumq; obliquũ intersecat, vt à punctis B, & F, vel D, & G, vt ex ijs, quæ diximus, liquet: facili negotio intelligemus, quonam modo gerere nos debeamus in diuisione per rectas ex altero polo egredientes, cũ arcus in Æquatore incipere debeat, vel ab opposito puncto rectæ per centra ductæ, ita vt, si prius incipiebat à superiori puncto, nunc ab inferi-

inferiori incipiat, versus eandem tamen sectionẽ circulorum progrediendo, & contra; vel ab eadẽ intersectione circulorũ in contrarias partes, ita vt, si in Æquatore arcus ab ea sectione descẽdat, in circulo obliquo ascendat, & contra; Quæ omnia obseruata esse vides in superiori figura, & in sequenti. Nam recta IN, in sequẽti figura auferet arcus æqualium numero graduum CP, CN, ab eadem sectione C, inchoatos, versus eandem partem, vel arcus BP, FN, à proximis punctis BF, inchoatos: At vero recta KN, abscindit arcus æqualium num. graduum DQ, FN, à punctis D, F, inchoatos, quorum illud in ęquatore inferius est, & hoc in Horizonte superius, vel arcus CQ, CN, ab eadem sectione C, inchoatos, tendentes tamen in partes contrarias.

24. ALTERA via, qua circulus quilibet obliquus maximus in Astrolabio descriptus in gradus distribuatur, est eiusmodi. Sit Æquator ABCD, circa centrum E, Horizon obliquus AFCG, vel quiuis alius circulus maximus obliquus, sed ad Meridianum rectus, hoc est, habens tam centrum, quam polos I, K, in linea meridiana B, D, vtrinque extensa. Deinde semidiameter EC, per lem. 8. secetur in partes inæquales, quas efficiunt perpendiculares ex singulis gradibus quadrantis BC, ad CE, demissæ. Inuento autem L, centro circuli maximi, qui in sphæra per polos circuli obliqui AFCG, & communes sectiones Æquatoris cum circulo obliquo ducitur, (qualis est Verticalis primarius, si circulus obliquus AFCG, sit Horizon; aut maximus circulus per polos Zodiaci, & communes sectiones Eclipticę cum Æquatore ductus, positis principiis ♋, & ♑, in Meridiano, si circulus obliquus AFCG, sit Ecliptica.) quod inuenitur per lineam Ad, ad eius diametrum ab, perpendicularem, vel diametro YZ, circuli obliqui dati in sphæra, quem circulus AFCG, repræsentat, parallelam: Inuento, inquam, centro hoc L, si ex eo per omnia puncta semidiametri EC, rectæ ducantur, secabunt singulæ obliquum circulum in binis punctis, quæ respondent illis gradibus circuli obliqui, quibus puncta semidiametri EC, respondent, ita vt partes arcus CNF, respondeant gradibus quadrantis CB, partes vero arcus COG, gradibus quadrantis CD. Singula enim puncta semidiametri EC, binis gradibus debentur, illis videlicet, in quos perpendiculares per dicta puncta eductæ cadunt. V. g. Si ex L, per punctum M, quod gradui 60. à C, in vtramque partem numerato vsque ad P, Q, respondet, recta ducatur LM, secans circulum obliquum in N, O, erit vterque arcus CN, CO, graduum 60. & sic de cæteris. Quoniam vero rectæ ex L, per A, C, emissæ circulum AFCG, tangunt in A, C, vt paulo inferius Num. 28. probabitur, instituti poterit hæc diuisio commodius, præsertim quãdo recta EC, exigua est, vt non facile admittat tot puncta diuisionum, hac ratione. Agatur kl, ipsi AC, parallela, secans LA, LC, in lk, & à recta AC, quantumlibet distans, vt kl, fiat multo maior, quam AC. Nam si vtraque semissis eius tk, tl, secetur, vt in lemmate 8. traditum est, (quod etiam fiet, si circa diametrum kl, circulus describatur, & ab eius gradibus ad kl, perpendiculares demittantur, vt in lemmate 7. factum est) habebuntur in kl, puncta, per quæ si rectæ emittantur ex L, secabitur circulus AFCG, vt prius per rectas ex L, per puncta rectę AC, emissas. Nam per lemma 7. rectæ AC, kl, similiter secantur illis punctis. Cum ergo & rectę ex L, similiter secent rectas easdem AC, kl, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. fit, vt ex recta ex L, per quodlibet punctum vnius earum ducta transeat per punctum respondens, & simile alterius. Ita vides rectam LN, transire per puncta respondentia Mi, cum eadem sit proportio CM, ad ME, quę ki, ad it, ex prædicto scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. Idem hoc remedium adhibendum erit in diuisionibus parallellorum in gradus, vt propos. 6. Num. 26. dicetur.

Circulum quemuis maximum obliquum qui ad Meridianum rectus est, in Astrolabio diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar verticalis primary.



RECTE autem hoc modo circulum obliquum distribui in gradus, sic demonstrabitur. Per lemma 25. planum in sphæra per rectam AL, ductum vtcunq; aufert ex circulo obliquo diametri YZ, cui AL, æquidistat, duos arcus æquales à punctis Y, Z, inchoatos. Igitur idem illud planum in Astrolabium proiectum abscindere conspicietur ex polo australi eosdem illos arcus æquales ex Horizonte in Astrolabium proiecto, illos videlicet, qui abscissis arcubus in sphæra respondent. Cum ergo planum illud per polum australem incedens faciat, per propos. 1. in Astrolabio rectam lineam per centrum L, transeuntem; recta linea LM, ducta per centrum L, & punctum M, diametri AC, (quæ communis sectio est circuli obliqui, & Æquatoris, vt constat, si Meridianus ABCD, concipiatur circa BD, verti, donec rectus sit ad Æquatorem, seu planum Astrolabij. Erit enim tunc, & Æquator, & circulus obliquus ad Meridianum rectus, [a] ideoque & eorum communis sectio ad eundem recta erit, ac proinde & ad rectam BD, in Meridiano existentem perpendicularis erit in centro sphæræ E. Cum ergo AC, ad BD, sit perpendicularis, erit ipsa AC, communis sectio circuli obliqui, & Æquatoris, siue plani Astrolabij.) referet planum illud per eadem puncta, L, M, ductum: ideoque producta secabit obliquum circulum in punctis N, O, quæ illis respondent, quæ à plano illo ex circulo obliquo in sphæra abscinduntur; adeo vt planum illud ex polo australi conspiciatur secare circulum obliquum in punctis N, O, cum ra-

a 19. vnde.

 dius

dius viſualis per omnia puncta illius plani circumductus ab eo non recedat, ac propterea perpetuo in LN, communi eius ſectione cum plano Aſtrolabij Æquatoriſue, exiſtat. Arcus ergo circuli obliqui CN, illum in ſphæra repræſentat qui arcui Æquatoris CP, arcus vero CO, illũ, qui arcui CQ, æqualis eſt, & reliqui arcus FN, GO, reliquis arcubus BP, DQ, æquales ſunt. Eadẽq; eſt ratio de omnibus alijs rectis ex L, emiſſis. Quælibet enim duos arcus ex circulo obliquo abſcindit, quorũ is, qui à C, verſus F, tendit, tot gradus complectitur, quot ſunt in arcu Æquatoris à C, verſus B, vſq; ad perpendicularem per punctũ diametri AC, ductam; ille autem qui à C, verſus G vergit, tot continet gradus, quot in arcu Æquatoris à C, verſus D, vſq; ad eandẽ perpendicularem continentur: adeo vt ſi ex ſingulis gradibus Æquatoris ad diametrum AC, perpendiculares ducantur, & per earum puncta ex L, rectæ traijciantur, totus circulus obliquus in ſingulos gradus diſtributus ſit. Sed ſatis eſt vnum ſemicirculum hoc modo diuidere. Puncta enim diuiſionum in alterum ſemicirculum tranſlata dabunt gradus in altero illo ſemicirculo.

Gradus q̃libet propoſitus, quo pacto in circulo obliquo maximo inueniatur in Aſtrolabio ex centro alterius circuli maximi, qui reſpectu illius eſt inſtar Verticalis primarij.

25. ITAQVE ſi abſcindendus ſit ex circulo obliquo arcus ab F, verſus C, vel A, aut à G, verſus C, vel A; aut à C, verſus F, vel G, aut denique ab A, verſus F, vel G, quotquot graduum numerandi ſunt illi gradus à B, verſus C, vel A, in Æquatore; aut a D, verſus C, vel A; aut à C, verſus B, vel D; aut denique ab A, verſus B, vel D; & à termino numerationis ad AC, perpendicularis ducenda. Nam recta ex L, per punctum huius perpendicularis in AC, eiecta dabit arcum qui quæritur.

Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui in Aſtrolabio contineantur, ex centro alterius circuli maximi, qui reſpectu illius eſt inſtar Verticalis primarij cognoſcere.

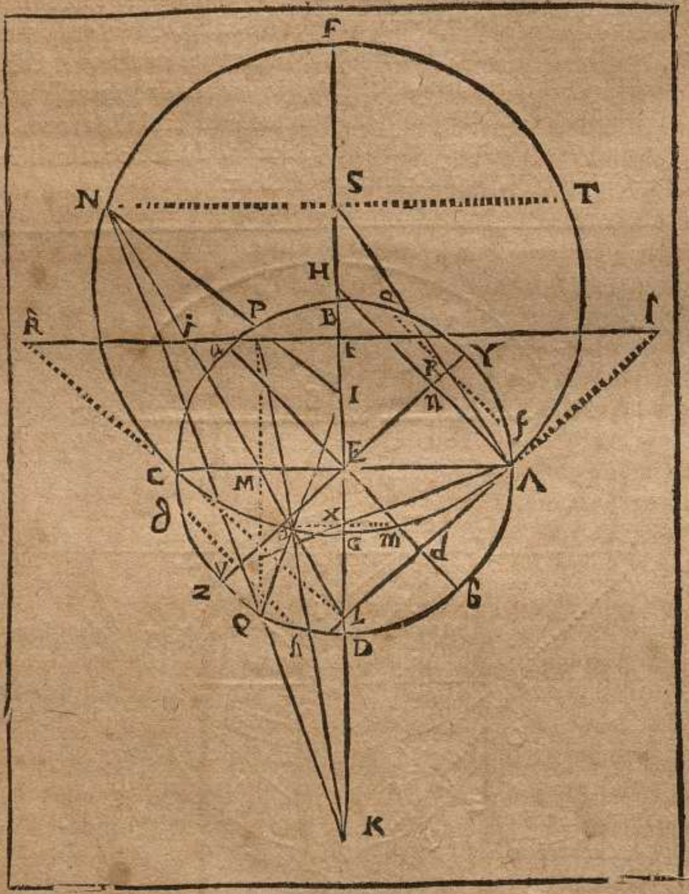
26. E contrario ſi de propoſito arcu circuli obliqui, quot contineat gradus, quæratur, ducendæ ſunt ex terminis eius ad L, duæ rectæ, & ex punctis, vbi diametrum AC, ſecant ad AC, duæ perpendiculares excitandæ. Arcus namque Æquatoris inter eas perpendiculares dabit graduum numerum, qui deſideratur.

Circulum quemuis obliquum maximum qui ad Merid. rectus non ſit, diuidere in gradus ex centro alterius circuli max. qui reſpectu illius eſt inſtar Verticalis primarij.

27. HÆC eadem intelligenda etiam ſunt de quouis circulo obliquo, qui ad Meridianm non ſit rectus, ſi pro Meridiana linea BD, accipiatur recta per eius centrum, & centrum Aſtrolabij ducta, & pro centro L, centrum alterius circuli maximi, qui ſit inſtar Verticalis circuli primarij reſpectu circuli obliqui, tanquam Horizontis cuiuſdam obliqui, &c.

Conſenſus ſecũdæ viæ diuidendi circulos maximos obliquos, cum prima.

VIDE autem in figura pulchram conuenientiam & quaſi conſenſum huiuſmodi cum altero illo priore: Quemadmodum n. recta LM, in hoc modo exhibet nobis in circulo obliquo arcus FN, GO, reſpondentes arcubus Æquatoris BP, DQ, ita eoſdem nobis præbent rectæ IP, IQ, ex polo I, per eoſdem gradus Æquatoris ductæ, vt prior pars primæ viæ præcepit: Item eoſdem omnino ſubminiſtrant rectæ KQ, KP, ex altero polo K, per eoſdem Æquatoris gradus contrario modo emiſſæ, vt primę viæ pars poſterior exigit.



Quæ lineæ circulũ obliquũ maximũ tangant in Aſtrolabio.

28. NEQVE vero ſtudioſum lectorem latere volo, rectas ex L, per A, & C, emiſſas tangere circulum obliquũ in punctis A, C. Quoniam enim planum per AL, tranſiens, & circumductũ per omnia puncta diametri AC, (poſito circulo ABCD, ad planum Aſtrolabij, Æquatoriſue, recto.) quæ communis ſectio eſt circuli obliqui, & Æquatoris, ſecat ſemper circulũ obliquum per lineas ad diametrum AC, perpendiculares, quæ vtrinque à punctis A, & C, arcus æquales abſcindunt, vt conſtat ex lemmate 25. fit, vt cum primum ad puncta A, & C, peruenerit, nõ amplius ſecet circulum obliquum, ſed in illis punctis illum contingat, quod tamen Geometrice etiam mox probabitur. Cum ergo recta LA, vel LC, communis ſectio ſit eiuſdem plani cum plano Aſtrolabij, ac proinde ab eo nunquã recedat, ſed perpetuo in illo exiſtat, efficitur, vt eadem recta LC, vel LA, eundẽ circulum obliquum in Aſtrolabio tangat in puncto C, vel A. Si enim ſecaret, ſecaret quoque planum illud per eam ductum, circulum obliquũ in ſphæra in duobus punctis, quæ illis, in quibus à recta LC, vel LA, ſecaretur, reſpondent. quod eſt abſurdum; cum ipſum contingat tantummodo in C, vel A, vt diximus, & quod Geometrice ita quoque demonſtrabimus. Poſito circulo ABCD, ad planum Aſtrolabij Æquatoriſue, recto, vt diameter YZ, ſit Meridiani, & circuli obliqui communis ſectio, ſi per AC, in Aſtrolabio iacentem concipiatur circulus maximus duci ad circulum obliquum diametri YZ, in proprio ſitu rectus;[a] erit idem ad Meridianum rectus, cum tranſeat per A, C, polos Meridiani hoc eſt, per interſectiones Æquatoris cum circulo obliquo in ſphæra. Igitur cum & Meridianus, & circulus obliquus ad illum maximum circulum per A, C, ductum rectus ſit,[b] erit quoque eorum communis ſectio YZ, ad eundẽ rectus,[c] ac proinde & AL, in plano Meridiani exiſtens & ipſi YZ, parallela, ad eundem circulum maximum recta erit;[d] Igitur planum per AL, in eodem Meridiani plano exiſtentem, & per punctum C, vel A, in ſphera exiſtens ductum, hoc eſt, circulus ab eo in ſphæra factus cum eodem circulo maximo rectos faciet angulos. Quocirca cum & hic circulus per AL, & punctum C, vel A, ductus, & circulus obliquus per AC, ductus, (ſi omnia in proprio ſitu concipiantur in ſphæra,) ad circulum illum maximum rectus ſit;[e] erit quoque communi

a 15. 1. The.
b 19. vnde.
c 8. vndec.
d 18. vnde.
e 19. vnde.

munis eorum ſectio ad eundem recta;ac proinde & ad diametrum AC,circuli obliqui , & ad diametrum circuli per AL,& C,vel A,ducti, quam circulus ille maximus facit. (Quoniam enim maximus ille circulus ſecans circulum per AL,& C,vel A,ductum ad angulos rectos,vt probatū eſt, [a] ſecat eum bifariam,& per polos;tranſibit per eius centrum,& in eo diametrum efficiet.) perpendicularis erit cum vtraque diameter in eo maximo circulo exiſtat.Igitur eadem illa communis ſectio circuli obliqui , & circuli per AL, & per C, vel A,ducti vtrumq; circulum continget in C,vel A, ex coroll.prop.16.lib 3.Eucl. atque idcirco iidem duo circuli in C,vel A, ſe mutuo tangent, & nullo modo ſecabunt,ex definitione lib.2.Theodoſij. a 13.1. Th.

29. VERVM rectas ex L,per A,& C, ductas tangere circulum obliquum AFCG , facilius ſic probabimus.Quoniam ducta recta A n,ad YZ,diametrum circuli obliqui in ſphæra perpendicularis cadit in H,centrum circuli obliqui in Aſtrolabio , vt ſupra demonſtratum eſt Num.3.huius propoſitionis, eſtque AL,ipſi YZ,parallela; [b] erit angulus LAH,rectus. Igitur ex coroll.propoſ.16.lib.3. Eucl.recta LA,circulum AFCG,in A, continget,&c. b 29. pri.

SED ſoluenda videtur hoc loco difficultas quædam, quæ alicui negotium poſſet faceſſere. Cum n.rectæ FG,NO,auferant ex Horizonte arcus FN,GO, æquales,quod ad numerum graduum ſpectat,hoc eſt,referant in Horizonte ſphæræ duas parallelas, quarum vna eſt communis ſectio Horizontis, ac Meridiani, altera vero communis ſectio eiuſdem Horizontis, & plani ducti per polum auſtralem , & punctum L,(quod nimirum circumduci diximus circa rectam A L, Horizonti parallelam in proprio ſitu, per omnes lineas,quæ in Horizonte meridianæ lineæ ducuntur parallelæ) mirum alicui videri poſſit,rectas FG,NO,coire in L,cum tñ parallelæ illæ quas referunt,non coeant.Hinc n.ſequi videtur,vt quemadmodum ſingula puncta rectarum FG,NO,reſpondent certis quibuſdam punctis earum parallelarum , ita quoque punctum L, reſpondeat vni puncto communi in vtraque parallela , quod tamen habere non poſſunt , cum nunquam concurrant. Huic dubio occurrendum eſt, omnia puncta rectarum FL, NL, ſupra punctum L, reſpondere punctis illarum parallelarum , ſed ipſum punctum L, nullum in illis reſpondens habere. Nam quia AL, inter polum auſtralem & punctum L, in plano Aſtrolabij Æquatoris ſiue , æquidiſtat plano Horizontis, in quo ſunt illæ parallelæ, non poterit vnquam radius AL, etiā in infinitum productus, cū illis conuenire, ac proinde nullū earum punctum in L, apparebit.At vero, quia radius ex polo auſtrali per quodcunque punctum vel rectæ FL, vel rectæ NL, quantumlibet propinquum ipſi L,ſecat parallelam in Horizonte exiſtentem,cum eius æquidiſtantem AL,ſecet in A,exiſtatque in plano per A L, & illam parallelam ducto, fit, vt quodlibet punctū ſupra L, habeat punctum reſpondens in parallela, illud nimirum,in quod radius ex auſtrali polo per illud punctum rectæ FL, vel NL, tranſiens cadit.Itaque ſi circulus ABCD,intelligatur eſſe Horizon in proprio ſitu,vergēte puncto B,in auſtrū,& D,in ſeptentrionē,C,in ortum, & A, in occaſum omnia puncta parallelarū BD, PQ,quæ continentur in ſemiſſibus borealibus ED, MQ,habebūt reſpondentia puncta in rectis EL,ML,vſq; ad punctū I,excluſiue,comprehenſa vero in ſemiſſibus auſtralibus EB,MP,habebunt puncta reſpondentia in rectis EF,MN,in infinitum extenſis,vt in ſphæra materiali perſpicuum eſt.Non eſt ergo mirū, rectas FL,NO, etiamſi parallelas repræſentent, concurrere in L, quia non ſolum illas parallelas referunt,ſed tota etiam plana,quæ per AL, in proprio ſitu,& per parallelas illas ducuntur,repræſentant. Sicut igitur parallelæ illæ non exiſtunt in omnibus partibus illorum planorum , ita neque omnia puncta rectarum F L, NL ; plana illa repreſentantium reſpondere poſſunt aliquibus punctis parallelarum , ſed puncta illa planorum , quæ in recta A L, exiſtunt, vel infra eam , neceſſario extra parallelas apparebunt in Aſtrolabio, ita vt ad illas nullo modo pertineant.

Lineas quaſdam in Aſtrolabio concurrentes repræſentare in cœlo lineas parallelas, & non concurrentes.

30. TERTIA via circulum quemlibet maximum obliquum in gradus partiemur in Aſtrolabio hac ratione. Vtraque ſemidiameter circuli obliqui in ſphæra EY, EZ, ſecetur, per lem. 8. in partes inæquales, quas efficiunt perpendiculares ex ſingulis gradibus quadrantum a Y, a Z,ad YZ,demiſſæ. Satis autem eſt vnam diuidere , cum puncta illius in alteram tranſlata eam eodem modo diuidant. Deinde ex A, polo auſtrali per omnia puncta ſectionum diametri YZ, rectæ ducantur ſecantes diametrū FG,circuli dati obliqui in punctis,per quæ ſi ad eandem diametrum FG, perpendiculares excitentur, diuiſus erit circulus obliquus AFCG, in gradus. Exempli cauſa. Si ex A,per punctum R,quod gradui 30.ab Y,in vtramque partem numerato vſque ad e,f,reſpondet,recta ducatur AR, ſecans FG,in S,& per S,ad FG,perpendicularis excitetur NT,continebit vterque arcus FN,FT,gr.30,hoc eſt, referet arcum illum circuli obliqui in ſphæra, qui vtrique arcui Ye, Yf, æqualis eſt,& ita de cæteris. Demonſtratio huius rei hæc eſt. Poſito circulo ABCD,ad planum Aſtrolabij recto,vt YZ,diameter circuli obliqui communis ſectio ſit Meridiani,& circuli obliqui, circuluſque tunc per YZ,& AC,ducatur: quoniam planum in ſphæra per auſtralem polum A , in eo ſitu circuli ABCD , & per rectam,quæ per R, ad diametrum YZ, in plano circuli obliqui perpendicularis eſt, ductum occurrit plano Aſtrolabij in S, facitque per lem. 24.rectā ad FG, (quæ communis ſectio eſt Meridiani, ſiue circuli per polos Mundi , & polos circuli obliqui incedentis) perpendicularem tranſibit idem illud planum per rectam NT,conſpicieturque in Aſtrolabio eoſdem gradus abſcindere ex circulo obliquo AFCG , quos in ſphæra ex eodem abſcindit cum radius viſualis per omnia puncta illius plani circumductus ab eo non recedat. ac propterea perpendicularem per R,ductam auferentemque hinc inde g r.30.ab Y,incipiendo, in rectam NT, proijciat in Aſtrolabium. Arcus igitur circuli obliqui FN,FT, repræſentant in ſphæra illos,qui arcubus Ye, Yf,æquales ſunt;at vero arcus CN, AT,illos,qui æquales ſunt arcubus a e, b f, & ſic de alijs rectis ex A,emiſſis: Ita vt ſi ex ſingulis gradibus Æquatoris ad diametrū YZ,perpendiculares demittantur, & per earum puncta ex A,rectæ egrediantur, recta FG,ſecta conſpiciatur in punctis,per quæ perpendiculares ad FG, ductæ dabunt ſingulos gradus circuli obliqui.

Circulum quemlibet maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus ſit, in gradus diſtribuere ex polo auſtrali Analemmatis.

31. ITAQVE ſi ex circulo obliquo abſcindendus ſit arcus quotlibet graduum ab F,incipiendo vel à G; numerandi ſunt gradus propoſiti ab Y,vel Z, in vtramque partem. v.g. vſque ad e,f, vel g,h,& recta ducenda eſt, ſecans EY, in R, vel g h, ſecans EZ, in V. Recta enim AR, vel AV,occurret rectæ FG,in S,vel X,puncto, per quod perpendicularis ad FG, ducta NT,vel O m, auferet vtrumque arcum FN, FT, vel G O,G m,continentem datum numerum graduum, qui in arcubus Y e, Y f,vel Z g, Z h,continentur.

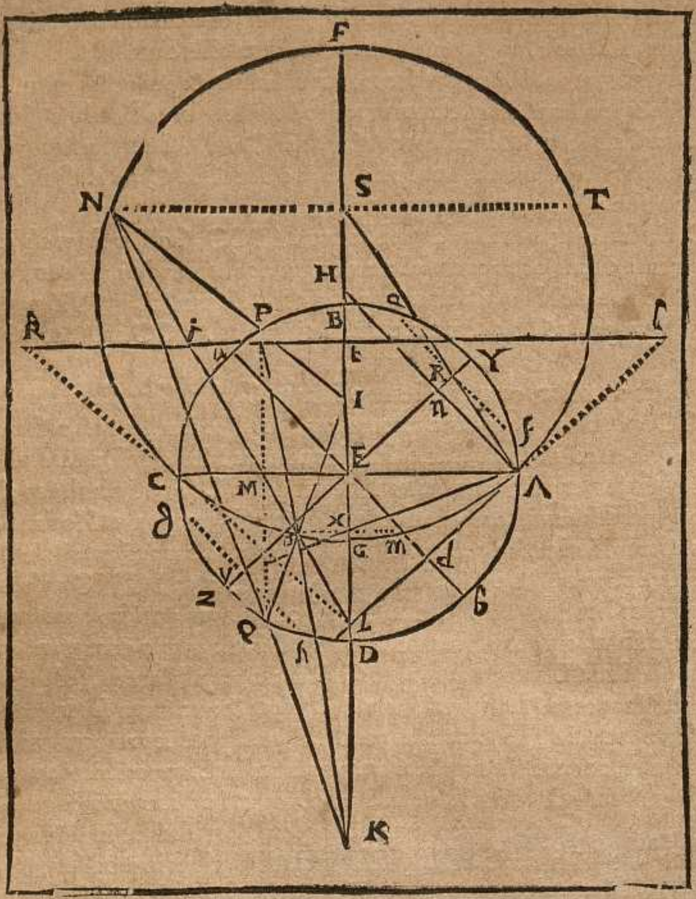
Gradum quemlibet propoſitum in circulo maximo obliquo ad Merid. recto inuenire ex polo auſtrali Analēmatis.

32. CON-

Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianũ recti contineantur, ex polo Australi Analemmatis cognoscere.

Circulum quemlibet maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus nõ sit, partiri in gradus ex polo Australi Analemmatis.

Consensus tertiæ viæ diuidendi circulos maximos obliquos, cũ primis duabus.

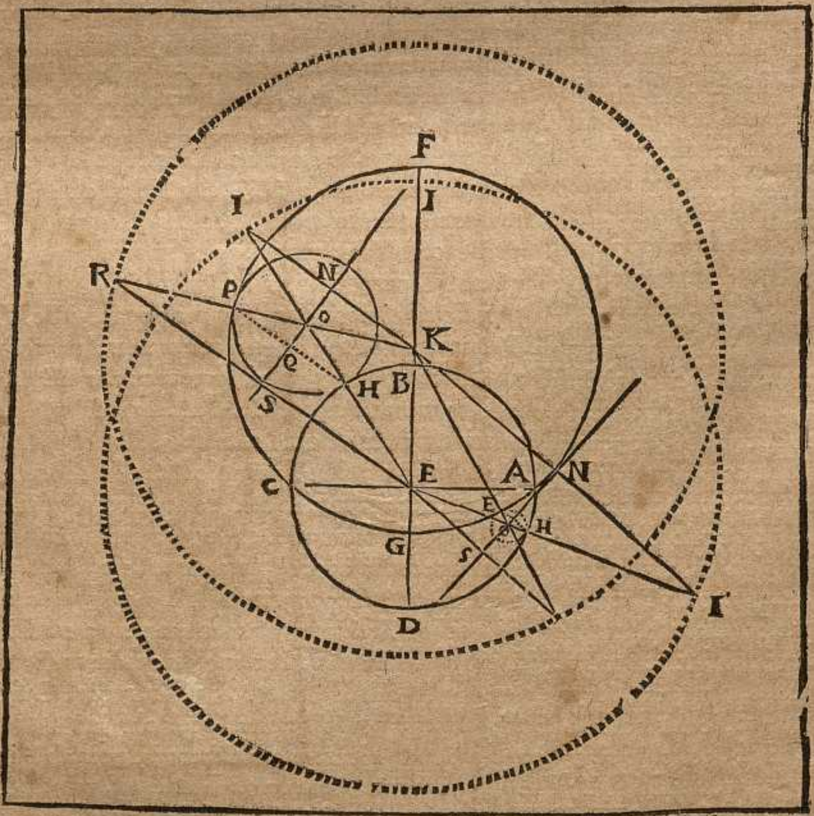


32. CONTRA si scire quis velit, quot gradus in dato arcu circuli obliqui contineantur, ducendæ sunt ex terminis illius ad FG, duæ perpendiculares, & ex earum punctis, vbi FG, secatur, ad A, duæ rectæ ducendæ, quæ secent YZ, in duobus punctis, atque ex ijs ad YZ, duæ perpendiculares erigendæ. Arcus n. Æquatoris inter illas perpendiculares indicabit numerum graduum, qui quæritur.

33. PERSPICVVM autem est, rationem hanc quadrare etiam in omnem alium circulũ obliquum, qui ad Meridianum rectus non sit, si pro meridiana linea BD, accipiatur recta per eius centrum, & centrum Astrolabij ducta, quæ nimirum communis sectio sit plani Astrolabij Æquatorisue, & circuli maximi per mundi polos, & polos circuli obliqui ducti, &c.

HIC etiam videre licet conuenientiam huius tertiæ viæ cum prioribus duabus. Nam ijdem prorsus arcus FN, GO, vel CN, CO, per hanc inuenti sunt quos per illas inuenimus.

34. LIBET hoc loco explicare aliam adhuc viam distribuendi maximũ quemuis circulum obliquum in gradus, quæ licet vsum videatur habere aliquanto magis impeditum, quam aliæ, quas explicauimus, præsertim si totus circulus in gradus sit distribuendus, commodissima tamen est, si vnus interdum, aut alter gradus duntaxat inuestigandus sit: quia in ea neque poli circuli obliqui requiruntur, vt in primo modo, quem Num. 17. & 20. explicauimus; neque centrum maximi circuli, qui instar est Verticalis primarij respectu dati circuli obliqui, vna cum sectionibus diametri AC, vt in secunda ratione Num. 24. explicata; neq; denique diameter circuli obliqui diuisa in Analemmate, vt tertius modus postulabat; sed solum per rectas lineas ex centro Æquatoris, & proprio centro eductas perficitur, hoc videlicet modo. Sit æquator ABCD, cuius centrum E, & circulus obliquus quicunque AFCG, cuius centrum K; sitque gradui Æquatoris H, inueniendum punctum respondens in circulo obli-



Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio distribuere in gradus ex proprio cẽtro, & centro Astrolabij.

quo. Ducatur ex E, centro æquatoris per H, punctum datum recta EH, in qua producta sumatur HI, æqualis semidiametro circuli obliqui, in quo punctum respondens inueniendum est; (quando totus circulus in gradus diuidendus sit, vel plura puncta inuenienda, expedit vt sumpta recta BL, æquali semidiametro FK, ex E, per L, circulus LI, describatur. Ita enim omnes rectæ ex E, eductæ vsque ad circulum istum habebunt inter eundem

& Æ

&Æquatorem adiectas portiones ſemidametro F K, æquales. Cum enim tam EL, EI, ex centro, quam EB,
EH, æquales ſint, erunt quoque reliquæ BL, HI, ęquales, & ſic de cæteris.)& iungatur ad centrum K, circuli
diuidendi recta IK, quam bifariam,& ad angulos rectos ſecet NO,ſecans EI,in O, puncto,per quod ex K,cen-
tro recta ducatur KO,ſecans circulum diuidendum in P. Dico punctũ P, puncto dato H, reſpondere,hoc eſt,
arcus BH,FP,æquales eſſe in numero graduum. Quoniam enim duo latera KN,NO,duobus lateribus IN,NO
æqualia ſunt, anguloſque continent æquales rectos; [a] erunt & baſes OK, OI,æquales.Sunt autem & KP,IH,æ- [a] 4.primi.
quales, quod illa ſit ſemidiameter obliqui circuli: hæc vero eidem ſemidiametro ponatur æqualis. Ablatis igitur
æqualibus ex æqualibus, reliquæ OP, OH,æquales quoque erunt. Quocirca circulus ex O, per H,P, deſcriptus
vtrumque circulum tanget,(eo quod rectæ OH,OP,ad centra E,K,pertineant,)vt in lemmate 42.oſtendimus,
circulumque ſphæræ referet eoſdem tangentem in punctis,quæ punctis H,P, reſpondent: ac proinde per lem-
ma 43.arcus BH, FP, æquales numero gradus complectentur. Punctum porro P, inuenietur quoque per re-
ctam KP,conſtituentem in centro K, angulum angulo I, æqualem.[b] Nam ſic rurſum æquales erunt rectæ OK, [b] 6. primi.
OI,&c. Immo ſi per punctum H,datum in Æquatore agatur HP, parallela rectæ KI, inuentum erit idem pun-
ctum P. Quia enim Iſoſcelia ſunt triangula IOK, HOP, [c] anguloſq; ad O, habent æquales; erunt reliqui reli-
quis æquales.[d] Cum ergo tam I, K, quam H, P, inter ſe æquales ſint,erunt quoque OIK,OHP,æquales:[e] ac pro- [c] 15.primi.
inde IK,HP,parallelæ erunt. [d] 5.primi.

RVRSVS puncto P, circuli obliqui reperiendum ſit punctum in Æquatore reſpondens.Ducta ex K, [e] 27.vel 28 primi.
centro obliqui circuli per datum in eo punctum P, recta,accipiatur PR, æqualis ſemidiametro Æquatoris,in
quo punctum reſpondens inueniendum eſt: (Hic quoque, ſi plura puncta inuenienda ſint,deſcribendus erit
circulus ex K,per R,vt omnes rectæ ex K, ad eum circulum eductæ habeant ſegmenta inter eundem, & circulũ
obliquum ſemidiametro PR,æqualia.) Ducta autem ex R,ad E,centrũ Æquatoris recta RE,ſecetur bifariam,
& ad angulos rectos per rectam SO,quæ ſecet KR,in O. Nam rurſus recta ex E,centro per O,ducta dabit in Æ-
quatore punctum H, quæſitum. Nam rurſum tam OE, OR, quam HE, PR, æquales ſunt.Igitur æqualibus
demptis ex æqualibus reliquę O H, O P, æquales erunt. Quapropter circulus ex O, per H, P, deſcriptus v-
trumque circulum tanget, &c. eo quod rectæ OH,OP,ad centra E,K,pertineant. Idem quoque punctum H,
reperietur,ſi in E,centro fiat angulo R, ęqualis angulus E: vel ſi ex dato puncto P, in obliquo circulo parallela
ducatur ipſi R E, &c.

ATQVE hæc ratio in omnes circulos maximos quadrat, etiam ſi neuter duorum circulorum ſit
Æquator.

35. ITAQVE datis duobus circulis maximis in Aſtrolabio,ſi in vno eorum detur arcus quantuſcunque
à communi eorum ſectione inchoatus, facili negotio ei æqualem in numero graduum ex altero reſecabimus.
Nam ſi datus ſit arcus CP,in circulo AFCG, (ſecantibus ſeſe duobus maximis circulis ABCD,AFCG,in A,&
C,)ſi ex eius centro K, ducatur per punctum extremum P, recta,& in ea producta ſumatur PR, ſemidiametro
alterius circuli æqualis.ducaturque ex R,ad eiuſdem centrum E,recta,quam ad angulos rectos,& bifariam ſecet
SO,ſecans KR,in O,dabit recta ex O,ad centrum E,eiuſdem circuli arcum CH,arcui CP,æqualem,& ſic de cæ-
teris.Poteſt quidem, & hoc fieri per primum modum diuidendi circulos obliquos in gradus, ſed opus eſt prius
inueniſſe datorum circulorum polos. Nam ſi ex termino dati arcus ad eius polum recta ducatur, ab-
ſcindetur ex Æquatore arcus æqualis: Per cuius terminũ ſi ex polo alterius circuli recta ducatur,abſciſſus erit ex
eo arcus æqualis quæſitus. Sed ratio hoc loco explicata commodior videtur,cum polis circulorum nõ indigeat.

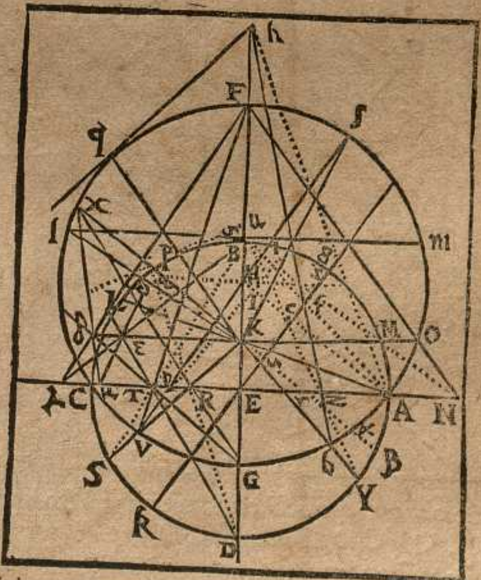
Circulum quemuis maximum Aſtrolabij partiri in gradus per alium circulum maximum diuiſum.

Dato arcu in circulo quouis maximo abſcindere arcum æqualem in numero graduum ex quouis alio circulo maximo.

36. ALIVM quoque modum diſtribuendi maximos circulos in gradus perfacilem, atque iucundum
reperies in ſequenti propoſ. Num.36. Hic autem negotium hoc concludemus alio quodam modo pulcherri-
mo per lineas rectas, quippe quo vnum idemque punctum in circulo maximo inueniri poſſit per plurimas re-
ctas lineas. Eſt autem eiuſmodi.

Alius modus pulcherrimus diuidendi circulũ quem uis maximum obliquum in gradus.

SIT Æquator ABCD, cuius centrum E; circulus
maximus obliquus quicunque AFCG, cuius centrum H; &
diameter vera i k; recta DF, per eius centrum, & centrum
Aſtrolabij ducta, referens circulum maximum per polos
mundi, & polos ipſius ductum, inſtar Meridiani cuiuſdam
proprij; polos eiuſdem obliqui circuli K. Et quia recta AC,
communem ſectionem Æquatoris & dati circuli obliqui in
ſphæra reprę ſentat, vt in ſcholio ſequenti Num.1.demonſtra-
bitur;apparebunt omnia puncta communis illius ſectionis in
ſphæra exiſtentis in hac cõmuni ſectione AC, quæ in Aſtro-
labio apapret, in eiſdem prorſus diſtantijs, & ſitu, quem in
ſphæra obtinent,cum eadem ſint puncta vera in ſphęra,& vi-
ſa in Aſtrolabio; propterea quod radij viſuales ex polo auſtrali
procidentes in ijſdẽ punctis terminantur,& non vlterius pro-
tenduntur: quippe cũ communis illa ſectio ſit eadem prorſus
quæ viſa. Concipiatur circulus ABCD,circa BD,moueri,do-
nec rectus ſit ad Æquatorẽ,& ik,diameter circuli obliqui pro-
priũ ſitum habeat, vergẽte ſemicirculo BAD, verſus auſtrum
infra planum Aſtrolabij,hoc eſt, à tergo ipſius,& ſemicirculo



BCD, boream verſus ſupra planum Aſtrolabij:quo poſito, proijcientur omnia puncta diametri i k, in lineam
FD, per radios viſuales ex A, emiſſos, cum tres rectæ AC, i k, FD, in ea poſitione ſint in eodem circulo ad obli-
quum circulum recto,qui videlicet inſtar Meridiani eſt circuli obliqui per diametrum i k, ducti. Quoniam
vero planum, in quo obliquus circulus maximus diametri i k, exiſtit, circa AC, circumductum congruet ali-
quando cũ Æquatore, fit vt rectæ ex quolibet puncto Aſtrolabij in recta FD, vel etiã extra ipsã poſito, per gradus
circumferentiæ ABCD, emiſſæ ſecent rectã AC, in eiſdẽ punctis, in quibus eandẽ ſecarent, ſi ex reſpondentibus
punctis

punctis plani,in quo circulus obliquus diametri i k, propriũ ſitum habentis, per gradus circuli obliqui educe-
rentur. Verbi gratia. Rectæ B S,per extremum punctum S,arcus CS, grad 30.ducta ſecat AC,in T,puncto,in
quo eandem ſecat recta ex puncto i,proprium ſitum habente,quod puncto B, reſpondet,cum ambo puncta æ-
qualiter abſint à centro E,& in eodem Meridiano dati circuli exiſtant)educta per grad.30.circuli obliqui à pun-
cto C,numeratum:propterea quod,vt dictum eſt,circulus obliquus diametri i k,circa AC,circumuolutus con-
gruit neceſſario cum Æquatore vel plano Aſtrolabii,& viciſſim planum Æquatoris,vel Aſtrolabii circa AC, cir-
cumuolutum neceſſario cum circulo obliquo proprium ſitum habente congruit; & punctum i,cum B, & k, cũ
D. Conſtat autem rectam BS, in eodem ſemper puncto T, ſecare rectam AC, quantumuis planum circuli
ABCD,circa AC, circumducatur. Eadem de cauſa recta, quæ ex k, in plano circuli obliqui proprium ſitum ha-
bente,duceretur per punctum Q,reſpondẽs, ſecaret eandem AC,in R,vbi a recta DQ ſecatur. Sic recta IS,ean-
dem ſecat in e,puncto in quo à recta ſecaretur,quæ ex puncto c,æqualem cum puncto I, diſtantiam habente,in
diametro i k,à centro E, duceretur in plano circuli obliqui proprium ſitum habente, ad punctum reſpondens
puncto S. Et ſic de cæteris.

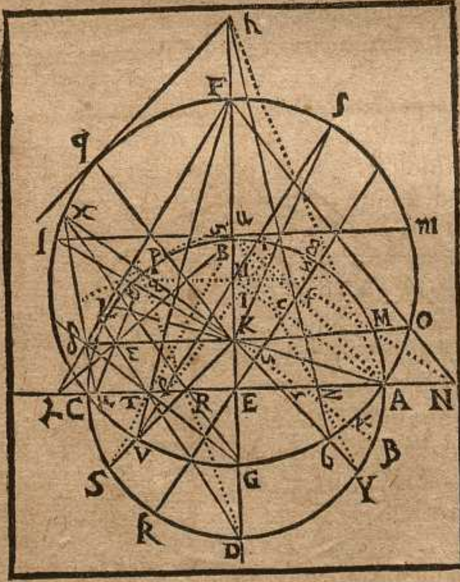
HIS poſitis, ſi arcui AM, æqualis arcus abſcindendus ſit, ducemus ex aliquo puncto rectæ F D, vt ex B,
per M,rectam,quæ ipſam AC,ſecet in N. Et quia punctum i, circuli obliqui, quod reſpondet puncto B, appa-
ret ex polo auſtrali in F, apparebit tota recta BN, tranſire per duo puncta F, N; quandoquidem eius punctum
B,vel i,conſpicitur in F,& N,in N. Ducta ergo recta FN,ſecabit obliquum circulum in puncto O, quod pun-
cto M,reſpondebit, propterea quod punctum M, circuli obliqui, ABCD, propriam oppoſitionem habentis
apparet in O,puncto,per quod recta BN,per datum punctum M, tranſiens, conſpicitur tranſire vt dictum eſt.
Eodem pacto ducta recta BS, ſecante AC, in T, cadet ducta recta F T, in V, punctum reſpondens puncto S.
Rurſus quia punctum k, quod reſpondet puncto D,apparet in G; ſi ducatur recta DQ, ſecans AC, in R, cadet
ducta recta GR, in punctum X, ipſi Q, reſpondens.

Bina puncta obliqui circuli ad diuiſionem aptiſſima quæ ſint.

SED quoniam rectæ ex punctis B,& D,per propinqua puncta circumferentiæ ADC, eductæ ſecant re-
ctam AC, productam extra circulum valde oblique; vt omnia puncta intra circulum habeamus, ducemus
per puncta ſemicirculi ABC, rectas ex D. Nam rectæ ex G, per interſectionem puncta in recta AC, dabunt in
ſemicirculo obliquo AFC, puncta reſpondentia. Per puncta autem ſemicirculi ACD, ducemus rectas ex B.
Rectæ enim ex F,per puncta interſectionum in recta AC, indicabunt in ſemicirculo obliquo AGC, puncta re-
ſpondentia. Atque hæc per tria puncta F, G, binis punctis B, D, reſpondentia commodiſſime totus circulus
in gradus diſtribuetur.

Ex quolibet puncto meridianæ lineæ circuli obliqui rectas educere ſecantes circulum maximum in gradus.

HAC eadem ratione ex quolibet puncto rectæ BD, præter centrum Aſtrolabii E, (ſi tamen radius ex A,
ad illud emiſſis,diametrum i k, etiam productam,ſi opus ſit, & lineam DF, ſecet) rectas educere poterimus,ſe-
cantes obliquum circulum in gradus,ſi nimirum ex A,ad illud punctum radium emittamus & punctum inter-
ſectionis illius cum diametro i k,in rectam FD,ex E,transferamus. Nam ſi ex hoc puncto in lineam FD, trans-
lato per quemlibet gradum circuli ABCD, rectam ducamus ſecantem AC, cadet recta ex aſſumpto puncto
per punctum interſectionis emiſſa in gradum circuli obliqui oppoſitum. Verbi gratia, Si ex H, centro obliqui
circuli ducenda ſit recta cadens in grad.30.à C,verſus G, numeratum, ducemus radium AH, ſecantem i k,in c,
puncto,in quo centrum H,apparet, & rectæ E c,æqualem abſcindemus E I, vt punctum translatum habeamus
I. Deinde ex I,puncto translato ad S,punctum terminans grad. 30. rectam emittemus ſecantem AC, in e. Recta
enim ex H,per e, eiecta cadet in V,grad. 30.quæſitum;cum recta IS, proiiciatur in rectam H e; quandoquidem
eius punctum c, cui reſpondet punctum I,apparet in H,& recta I e,per punctum e,tranſire conſpicitur. Quem-



admodum autem recta IS, producta ſecat Æquatorem altera
ex parte in t, ita recta He, producta exhibet in circulo obli-
quo aliud punctum ſ, puncto t, reſpondens, ita vt arcus Bt,
Fſ, æquales ſint: propterea quod recta t S, in circulo obliquo
vero exiſtens (poſito circulo ABCD, in proprio ſitu, hoc eſt,
circumuoluto circa A C, donec diameter BD, diametro i k,in
proprio Meridiano poſitæ congruat, atque idcirco & punctũ
I, puncto c,) proiicitur, vt dictum eſt,in rectam ſV; quando-
quidem tranſire conſpicitur per puncta H,e, punctum quidẽ
c,per H, & e, per ipſummet punctum e,quod eſt in communi
ſectione plani Æquatoris, & circuli obliqui.

RVRSVS ſi ex puncto h,in linea meridiana dato ex-
tra datum circulum maximum obliquum ducenda ſit recta,
quæ abſcindat ex quadrante AG, arcum arcui AY,æqualem,
ducemus radium A h, ſecantem k i, productam in g, & pun-
ctum g,transferemus ex E,in u,vt punctum u,translatum ha-
beamus. Deinde ex u, ad Y, rectam iungemus ſecantem AC,
in Z. Recta namque h Z, offeret punctum b, puncto Y, re-
ſpondens. Punctum autem interſectionis rectæ h Y,cum cir-
culo obliquo prope F,reſpondebit puncto interſectionis rectæ u, Y, cum circulo ABCD,prope B.

QVOD ſi quando accidat, rectam ex aliquo puncto translato extra circulum A B C D, vt ex u, quod
ipſi g, reſpondet, per datum u,g. punctum p, ductam circulum ABCD, tangere in dato puncto p, ducenda erit
ex h, puncto viſo, recta hq, tangens obliquum circulum. Punctum enim contractus q, reſpondebit dato pun-
cto contactus p. Nam ſicut u p, tangit circulum obliquum in ſphæra, ita conſpicietur tangere in Aſtrolabio
eundem circulum viſum. Cum ergo punctum g, cui reſpondet u, appareat in h, proiicietur tangens u p, in
tangentem h q.

SIC etiam ſi quando contingat, rectam ex aliquo puncto translato intra circulum ABCD, vt ex H,
quod puncto f, reſpondet ductam per datum v.g. punctum P, efficere cum recta FD, angulum rectum, ducen-
da erit

da erit per punctum n, in quo apparet punctum f, perpendicularis m n l. Punctum enim l, respondebit dato puncto P,& punctum m, alteri puncto, in quo recta PH, producta circulum A B C D, secat. Id quod supra Num.30. demonstrauimus: propterea quod recta H P, respondet rectæ, quæ per f, circulo obliquo duceretur in sphæra perpendicularis ad diametrum i k, auferetque arcus æquales arcui B P,&c.

POSTREMO si ex K, polo viso circuli obliqui diuisio facienda sit, hoc est, abscindendus. v.g. ex obliquo circulo arcus arcui BQ, æqualis, transferemus punctum a in rectam FD, vsque ad K, quod rectæ E a, E K, æquales sint, vt supra Num. 14. demonstrauimus (quod tamen clarius demonstratum reperies circa finem Num.21. propos.6.) ita vt punctum translatum à viso non differat: Deinde ex K, puncto translato, quod puncto a, respondet per Q, rectam traiiciemus secantem AC, in r. Nam recta ex K, puncto viso, in quo videlicet apparet punctum sectionis r, ducta, quæ à priori non differt, propter eadem puncta K, r, indicabit punctum X, puncto P, respondens, & producta dabit alterum punctum α, puncto β, respondens. Ex quo liquido etiam constat, rectam ex polo viso per quodcunque punctum Æquatoris ductam offerre in circulo obliquo punctum illi puncto respondens: id quod supra Num.17. ex lemmate 23. lib.1. ostendimus.

AD maiorem euidentiam huius modi, inuenimus eadem puncta O, V, b, f, q, l, X, α, punctis M, S, Y, t, p, P, Q, β, respondentia per rectas ex viso polo K, emissas, vt Num.17. traditum est.

NON erit autem difficile, vicissim ex dato puncto in circulo obliquo inuestigare punctum respondens in Æquatore, vel circulo obliquo in sphæra, cuius vices Æquator gerit. Sit enim datum punctum O. Ex puncto F, quod respondet puncto B, per O, rectam emittemus secantem AC. in N. Recta namque BN, secabit Æquatorem in puncto M, quod dato puncto O, respondet, vt ex dictis liquet. Idem efficiemus ex quocunque alio puncto in meridiana linea dato, vt ex H. Ducto enim radio AH, secante diametrum i k, in c, transferatur punctum c, in rectam FD, vsque ad I: sitque propositum inuestigare punctum Æquatoris respondens puncto V. Ducta recta HV, secante AC, in e, cadet recta I e, ex translato puncto I, egrediens in quæsitum punctum S, & sic de cæteris. *Dato puncto in circulo maximo obliquo punctū respondens in Æquatore reperire.*

IAM si ex centro circuli, qui instar proprii Verticalis est dati circuli obliqui, quale est punctum L, in superiori figura Num.24. diuisio instituenda sit, quoniam illud non habet punctum verum respondens in diametro YZ, quod transferri possit in rectam FD; quod recta AL, cadens in dictum centrum L, parallela sit diametro YZ, ac proinde tota extra planum dati circuli obliqui, vt ex Num.4. patet, ducenda erit per datum in Æquatore punctum ipsi FD, parallela, & per punctum sectionis in AC, ex eo centro recta ducenda, &c. vt Num. 24. traditum est.

IAM vero per ea, quæ hoc loco declarata sunt, reperiemus cuiuscunque puncti in dato circulo quouis maximo, vel in eius plano producto, extra ipsum circulum assignato, situm in Astrolabio, hoc est, locum, vbi in eodem plano circuli visi appareat ex polo australi inspectum. Sit enim datum punctum ε, quod si fuerit in Æquatore, eius situs erit in ε, cum in ε, appareat: Si vero intelligatur esse in quouis circulo maximo, vt in eo, quem refert circulus AFCG, ita vt in eo talem situm ac positionem habeat, qualem in Æquatore Astrolabii, inueniemus eius locum visum hoc modo. Ducta ex quouis puncto nimirum ex B, rectæ FD, recta B ε, secante AC, in γ ducatur ex puncto F, quod ipsi B, respondet, recta F γ; apparebitq, punctum ε, in recta Fγ, cũ tota Fγ, in recta Fγ, proijciatur, vt ex dictis liquet. Ducta rursum ex quolibet alio puncto D, recta Dε, secante AC, in D, ducatur ex puncto G, quod ipsi D, respondet, recta GT; apparebitq; rursus idem punctũ ε, in recta GD, cum tota D ε, in rectam GT, proiiciatur, vt ex iis, quæ dicta sunt, perspicuum est. Erit ergo punctum δ, vbi coeunt rectæ Fγ, GT, situs puncti ε. Quod si altera rectarum ex B, & D, per assignatum punctum ε, ductarum nimis procul & oblique secet rectam AC, accipi potest pro eo puncto, à quo recta per ε, ducta extra circulum ABCD, cadit, cuiusmodi est punctum B, quodcunque aliud punctum Q. Ducta enim recta Qε secante AC, in μ, si inueniatur punctum X, in circulo obliquo respondens assumpto puncto Q, & ducatur Xμ, secabitur GT, in eodem puncto δ, quæsito. Immo inuenta vna duntaxat linearum Fγ, GT, Xμ, in qua punctum datum ε, apparet, si ex K, polo viso circuli obliqui per ε recta ducatur, secabit ea illam rectam in eodem puncto δ, quæsito. Nam cum punctum ε, in circulo vero eum situm habeat, quem punctum δ, in viso; si parallelo obliquo per δ, descripto æqualis describatur parallelus Æquatoris per ε; abscindit recta Kε, ex polo ducta ex illo parallelo obliquo punctum respondens, nimirum δ, vt propos.6. Num. 21. demonstrabitur. Quod etiam ex eo constare potest, quod cum polo viso K, respondeat in diametro i k, punctum a, sintque æquales Ea, EK, non differet punctum translatum à viso, Quare in eadem recta Kε, existet idem punctum δ, apparens; quemamodum in KQ, producta existit punctum visum X, puncto Q, respondens quod linea KQ, à linea r K, non differat, vt supra dictum est. Si punctum datum sit in recta FD, hoc est, in diametro circuli obliqui, cui recta FD, (circumducto circa AC, plano Astrolabij) congruit, vt v.g. punctum I, abscindemus rectæ E I, æqualem EC, ex diametro i k, vt habeamus punctum verum c. Nam radius A c, indicabit punctum c, visum in H. *Dato quouis puncto in plano alicuius circuli maximi in sphæra etiā extra circulū inuenire eius sitū in Astrolabio.* *Quæ pūcta vera in plano dati circuli obliqui in sphæra, non habeant respondentia puncta visa in Astrolabio.*

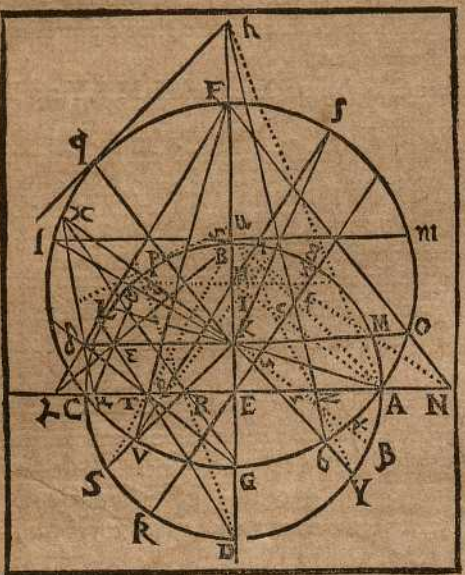
EXCIPIENDA autem sunt puncta in communi sectione cuiusuis circuli obliqui in sphæra, & plani, quod per polum australem Æquatori ducitur parallelum, existentia. Hæc enim nulla habent puncta visa respondentia in Astrolabio; cum tota illa communis sectio in Astrolabio euanescat, & nullum eius punctum in Astrolabio appareat: quippe cum omnes radij visuales in illo plano parallelo existentes, plano Æquatoris, Astrolabiiue æquidistent. Qua de re plura scribemus propos.6. Num 37. *Dato quouis pūcto in Astrolabio, inuenire eius situm in plano cuiusuis circuli maximi.*

VICISSIM dato quouis puncto δ viso in Astrolabio, inueniemus eius situm verum in sphæra, hoc est, in circulo illo sphæræ, quem circulus Astrolabij, in quo punctum δ, visum intelligitur, repræsentat. Ductis enim ex F, G, punctis circuli obliqui per datum punctum δ, rectis secantibus AC, in γ, T, ducantur ex γ, T, ad puncta B, D, punctis F, G, respondentia rectæ intersecantes sese in ε, puncto, quod erit quæsitum; cum rectæ Bγ, DT, proiiciantur in rectas Fγ, GT, &c. Eodem modo si per δ, ducatur alia recta δX, secans AC, in μ, & puncto X, respondens punctum Q, reperiatur, transibit ducta recta μ Q, per idem punctum ε.

SOLVM punctis, quæ in recta ad FD, perpendiculari ducta per centrum circuli, qui instar est proprij Verticalis dati circuli obliqui, cuiusmodi est punctum L, in superiori figura Num.24. assignari non possunt vera puncta respondentia in plano veri circuli obliqui. Cum enim ea recta referat planum, quod per polum australẽ *Quæ puncta visa Astrolabij nō habeãt vera respondentia in plano dati circuli obliqui in sphæra.*

ducitur circulo obliquo in sphæra parallelum, vt prop. 6. Num. 3. ostendemus, existent vera puncta, quæ punctis in dicta recta existentibus respondent, in illo plano parallelo, non autem in illo circulo obliquo. Quod si quis eo modo quem explicauimus, tentet inuenire in Horizonte verum punctum respondens puncto viso L, in figura Num. 24. ducendo videlicet rectas ex L, per duo apparentia puncta in Horizontis circumferentia, reperiet duas rectas, quæ per sectionum puncta rectæ AC, cum illis duabus rectis, & per puncta circuli ABCD, apparentibus illis punctis Horizontis respondentia ducuntur, parallelas esse rectæ FD, non autem sese intersecare. Si autem cuiuis alii puncto prædictæ rectæ perpendicularis ad FD, per L, ductæ respondens verum punctum in eodem Horizonte vero inuenire velit, reperiet duas rectas etiam inter se parallelas per intersectionum puncta in recta AC, ductas, quamuis ipsi FD, non æquidistent, &c.

Ex quolibet puncto extra meridianam lineam dato in Astrolabio datum circulum maximum in gradus distribuere.



EX hoc colligitur, ex quocunque puncto in Astrolabio extra meridianam lineam, & rectam AC, dato maximũ circulum posse diuidi. Nam si ex puncto ♂, inueniendũ sit v. g. punctum respondens dato puncto Q, inuestigandum prius erit, vt proxime ostensum est, punctum verum ε, puncto ♂, respondens. Deinde per ε, punctum verum inuentum ad Q, ducenda recta secans AC, in μ. Recta enim ex ♂, per μ, ducta cadet in X, punctum puncto dato Q, respondens, quod tota recta Qμ, in rectam Xμ, proijciatur, vt ex dictis constat: quandoquidem ε. punctum verum est in circulo ABCD, quẽ obliquus AECG, repræsentat, quod quidem apparet in ♂, &c. Hic etiam excipienda sunt puncta in recta ad FD, ducta perpendiculari per cẽtrum proprij verticalis dati circuli obliqui. Cum enim, vt dictum est, illa puncta non habeant vera puncta respondentia in circulo illo obliquo in sphæra, non poterit ex illis punctis visus circulus in gradus distribui eo modo, quem explicauimus.

Aliæ tres viæ distribuendi circulos obliquos in gradus tũ per lineas meridianæ lineæ paralle las, tum ex centro Astrolabij, tũ denique ex quolibet puncto in communi sectione circuli dati, & plani Æquatoris, vel Astrolabij, extra lineã Meridianã dato.

QVO autem pacto diuisio fieri possit, & quidem per lineas parallelas ex puncto illo, quod in sphæra respondet puncto, in quo diametrum ki, circuli obliqui productam secat recta ad AC, perpendicularis in A, polo australi trademus, propos. 6. Num. 37. Vbi etiam alium modum reperies, qui circulus obliquus visus per rectas per centrum E, Astrolabij emissas in gradus distribuatur, ita vt quælibet recta offerat duo puncta per diametrum opposita. Postremo ibidem Num. 38. eosdem circulos tam maximos, quam non maximos in gradus partiemur commodissime ex quolibet puncto dato in communi sectione plani Astrolabij, & circuli propositi in sphæra. Hos enim tres modos eum in locum distulimus, ne figura hic proposita nimis tanta linearum multitudine confunderetur.

SCHOLIVM

Circuli maximi obliqui, & ad Meridianũ recti, per quã puncta Æquatoris ducantur in Astrolabio

1. IAM vero quilibet circulus maximus obliquus, qui ad Meridianum rectus sit, ac proinde centrum in linea meridiana Astrolabii habeat, necessario in Astrolabio, si erratum non sit, per puncta A, & C, vbi Æquator ab Horizonte recto AC, secatur, transibit. Quoniam enim puncta A, C, sunt illa, in quibus Horizon, Verticalis primarius, Ecliptica, (positis principiis ♋, & ♑, in Meridiano,) & quicunque alius circulus maximus polos habens in Meridiano, [a] ac proinde ad eum rectus existens, Æquatorem intersecat; propterea quod recta AC, refert Horizontem rectum, vel Colurum æquinoctiorum, congruente solstitiorum Coluro cum Meridiano, vt propos. 4. Num. 1. demonstrauimus: fit vt in plano Astrolabii circulus huiusmodi maximus obliquus conspiciatur necessario transire per duo illa puncta AC, quandoquidem per ea repræsentantur illa puncta sphæræ, per quæ idem ille circulus ducitur, adeo vt recta AC, illam diametrũ obliqui circuli exhibeat in Astrolabio, quæ in sphæra communis sectio est ipsius cum Æquatore. Necesse enim est, vt in Astrolabio circuli per eandem lineam & per eadem illa puncta conspiciantur incedere, per quæ in sphæra ducuntur. Quod tamen Geometrice etiam ex ipsa proiectione eiusmodi circulorum maximorum obliquorum in planum Astrolabii facile demonstrabimus hoc modo. Sit Æquator ABCD, cuius centrum E; linea meridiana, hoc est, communis sectio Meridiani, & plani Æquatoris, Astrolabiiue BD, quam ad rectos angulos secet AC; diameter circuli obliqui ad Æquatorem, & ad Meridianum recti FG, ita vt arcus AF, sit altitudo poli supra illum circulum obliquũ. Sumitur enim, vt dictũ est supra in hac prop. Num. 2. & in prop. 4. Num. 5. circulus ABCD, pro Meridiano Analemmatis. Ex radiis visualibus AG, AF, inuenta sit diameter visa HI, qua diuisa bifariã in K, per rectã AK, ad FG, in V, perpendicularem, vt demonstratum est, describatur ex K, per H, I, circulus. Dico eum transire per A, & C. [b] Quoniã enim angulus FAG, in semicirculo rectus est, erit triangulum HAI, rectangulum. Cum ergo latus HI, recto angulo oppositum bifariam sectum sit in K, transibit necessario, ex scholio propos. 31. lib. 3. Euclid. circulus ex K, per H, I, descriptus, per angulum rectum A. Eadem de causa per punctum C, transibit. Nam ductis rectis CH, CI, angulus HCI, est etiam rectus. quod sic probatur. Quoniam duo latera EH, EA, duobus lateribus EH, EC, æqualia sunt, angulosque continent æquales, nimirum rectos; [c] erunt bases AH, CH, æquales. Non aliter ostendes, æquales esse bases IA, IC, in triangulis AEI, CEI. Quia igitur duo latera AH, AI, duobus lateribus CH, CI, æqualia sunt, & basis HI, communis; [d] æquales erunt anguli HAI, HCI, ideoque cum HAI, rectus sit, & HCI, rectus erit; ac proinde circulus circa HI, descriptus per C, transibit, ex eodem scholio propos. 31. lib. 3. Euclid.

Quod tamen facilius ita potest ostendi. Ducta recta CK, cum duo latera EK, EA, duobus lateribus EK, EC, æqualia sint, angulosque complectantur æquales, nimirum recto; [e] erunt quoque bases KA, KC, æquales. Igitur circulus HMI, ex centro K, per A, descriptus per punctum C, transibit. quod est propositum.

[a] 15. 1. The.
[b] 31. primi.
[c] 4. primi.
[d] 8. primi.
[e] 4. primi.

2. HINC

2. HINC etiam liquet, circulum quemlibet maximum in Astrolabio descriptum maiorem esse Æquatore. Ductis enim ex centro K, obliqui circuli maximi, (quod diuersum esse ab E, centro Astrolabii supra Num.5. huius propos. demonstrauimus) duabus semidiametris KA, KC, erunt eæ toti diametro HI, æquales simul sumptæ. [a] Cum ergo maiores sint, quam AC; erit quoque diameter HI, maior diametro AC, ideoque & circulus obliquus AHCI, maior erit Æquatore ABCD: eademque ratio est de cæteris.

Circulum maximum obliquum quemlibet in Astrolabio esse maiorem Æquatore.

[a] 20. primi.

[b] 15.1. The.

3. EADEM prorsus ratione, descripto quouis alio circulo maximo obliquo in Astrolabio, qui ad Meridianũ rectus non sit, si per eius centrum, & centrum Astrolabii recta ducatur. (communis videlicet sectio plani Astrolabii Æquatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui ducti, [b] ac proinde ad eundem recti; in quam nimirum, maximam circuli obliqui diametrũ visam proiici demonstrauimus in scholio propos 3. Num.1. & 3.) quam ad rectos angulos diameter Æquatoris secet, demonstrabimus, circulũ illum obliquum transire per extrema puncta huius diametri, quæ quidem communem sectionem circuli obliqui, & Æquatoris in sphæra representat, vt mox ostendemus. Vt si circulus AHCI, in Astrolabio ponatur maximus quicunque obliquus ad Æquatorem, & Meridianum, & per eius centrum K, & centrum Astrolabii E, recta ducatur HI, quæ communis sectio est plani Astrolabii, vel Æquatoris, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui transeuntis cum in ea sectione centrum circuli obliqui in Astrolabio existat, vt in scholio propos 3. Num.4. demonstratum est, quippe cum in ea existat maxima eius diameter apparens, & ad HI ducatur diameter Æquatoris AC, perpendicularis, demonstrabimus, eum necessario transire per puncta A, C, quemadmodum ostendimus, eundem, quando ad Meridianum rectus est, cuiusmodi est Horizon, Verticalis primarius, Ecliptica (posito principio ♋, in Meridiano) & alii, per puncta A, C, transire. Id quod etiam de Verticalibus demonstrabitur propos. 8. Num 16. Ex quo fit, quemlibet circulum maximum, in Astrolabio diuidere Æquatorẽ bifariam, cum transeat per duo eius puncta per diametrum opposita. Recta quoque AC, referet communem sectionem Æquatoris, & illius circuli obliqui in sphæra: quod non secus ostendemus, ac monstratum est, eandem AC, communem sectionem referre Æquatoris, & Horizontis, vel verticalis primarii, vel Eclipticæ, si circulus AHCI, ex his circulis vnus statuatur. [c] Quoniam enim Æquator & circulus obliquus ad maximum circulum per mundi polos, & polos obliqui circuli ductum, rectus est; [d] erit ad eundem communis eorum sectio recta; ac proinde eadem ad HI, in illo circulo maximo existentem perpendicularis erit in centro Æquatoris, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Ergo AC, ad HI, perpendicularis, communis illa sectio erit.

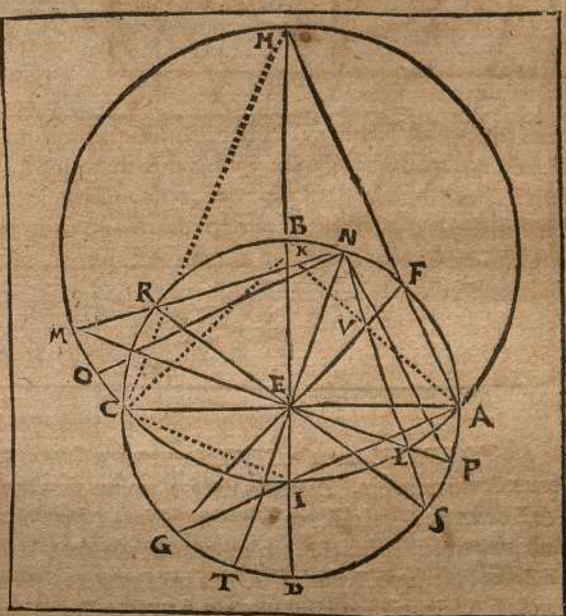
Circuli maximi obliqui, & ad Meridianũ non recti, per quæ pũcta Æquatoris in Astrolabio ducantur.

Quemlibet circulũ maximum in Astrolabio diuidere Æquatorẽ bifariam, hoc est, transire per eius duo puncta per diametrum opposita.

Communis sectio Æquatoris, & cuiusuis circuli maximi obliqui in sphæra, per quam rectam repræsentetur in Astrolabio.

[c] 15.1. The.

[d] 19. vnde.



4. ITAQVE quemadmodum in sphæra quilibet circulus maximus Æquatorem diuidit bifariam, ita quoque in Astrolabio Æquator à quolibet circulo maximo obliquo, siue is ad Meridianum rectus sit, siue non, bifariam secatur, cum ab eo secetur, in extremis punctis diametri AC, quæ ad HI, communem sectionem plani Astrolabii, & maximi circuli per mundi polos, & polos circuli obliqui transeuntis, instar proprii cuiusdam Meridiani, perpendicularis est, vt demonstrauimus. Et quoniam Æquator vicissim in sphæra quemuis circulum maximum bifariam diuidit, [e] (quod circuli maximi omnes in sphæra se mutuo secent bifariam) fit vt in Astrolabio quoque cernatur diuidere quemlibet circulũ maximum obliquũ bifariam, adeo vt arcus AHC, vnum semicirculum & arcus AIC, alterum repræsentet, licet hi arcus valde inter se inæquales sint. Hoc enim necessario in Astrolabio ita contingere, ratio euidens demonstrat.

Aequator, & quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio se mutuo secant bifariam, licet segmenta circuli obliqui inter se valde sint æqualia.

[e] 11. 1. The.

5. QVIA enim cuiusuis circuli maximi obliqui vnus semicirculorũ, quos communis eius sectio cum Æquatore facit, ab Æquatore versus polum Australẽ, & alter versus borealem declinat, apparebit is qui propius ab oculo, vel polo australi abest, maior, quã ille, qui longius abest, vt ex Perspectiuis liquet. [f] Item quia omnis circulus maximus obliquus tangit duos parallelos oppositos, & æquales, borealem vnum, & alterũ australem; australis autem proiicitur in circulum Æquatore maiorem, & borealis in minorem, ex propos. 2. proiicietur necessario, semicirculus borealis circuli obliqui intra Æquatorem, qualis est AIC, australis vero extra Æquatorem, qualis est AHC, ac proinde hic illo maior erit, cum longius excurrat semicirculus AHC, à recta AC, quam semicirculus AIC.

Semicirculi cuiusuis obliqui circuli maximi ab Æquatore facti cur sint inæqua es in Astrolabio.

[f] 8.3. Theo.

6. AT vero quoniam vterque semicirculus Æquatoris, quomodocunque secetur per diametrum, æqualiter abest ab oculo, vel polo australi, æquales ambo apparebunt: quod etiam ex propos. 2. liquido constat, vbi demonstratum est, Æquatorem, ac parallelos ipsius ita in Astrolabium proiici, vt arcus eorum æquales in arcus æquales proiiciantur. Hinc enim fit, vt semicirculi æquales proiiciantur in semicirculos æquales ac propterea quilibet circulus obliquus maximus, cum Æquatorem bifariam in sphæra diuidat, necessario in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita transibit, vt duos ex eo semicirculos æquales auferat, quos ex eodem in sphæra abscindit.

Æquator in Astrolabio cur à quouis circulo maximo obliquo secetur in duos semicirculos æquales in duobus pũctis per diametrũ oppositis.

7. PARI ratione quilibet circulus siue maximus, siue non maximus, diuidens aliquem ex parallelis Æquatoris in sphæra bifariam, necessario per duo puncta per diametrum opposita in parallelo illo descripto in Astrolabio transibit, vt illum bifariam quoque secet.

Quilibet circulus siue maxim' siue nõ maximus, diuidens in sphæra aliquem Æquatoris parallelum bifariam, transit in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in eo parallelo.

8. NVLLVS autem circulus non maximus in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in Æquatore describetur, cum eum in sphæra bifariam diuidere nequeat. Esset enim maximus, quippe qui per diametrum Æquatoris, ideoque & per centrum sphæræ, siue Æquatoris transiret. quod cum hypothesi pugnat.

Circulus non maximus non potest Aequatorem in Astrolabio secare bifariam.

9. EX his manifestum etiam relinquitur, circulum in Astrolabio, qui Æquatorem duobus in punctis per diametrum oppositis secat, repræsentare circulum maximum in sphæra: quandoquidem non maximus Æquatorem bifariam secare non

 potest,

Circulus in Astrolabio secans Æquatorem bifariam repræsentat

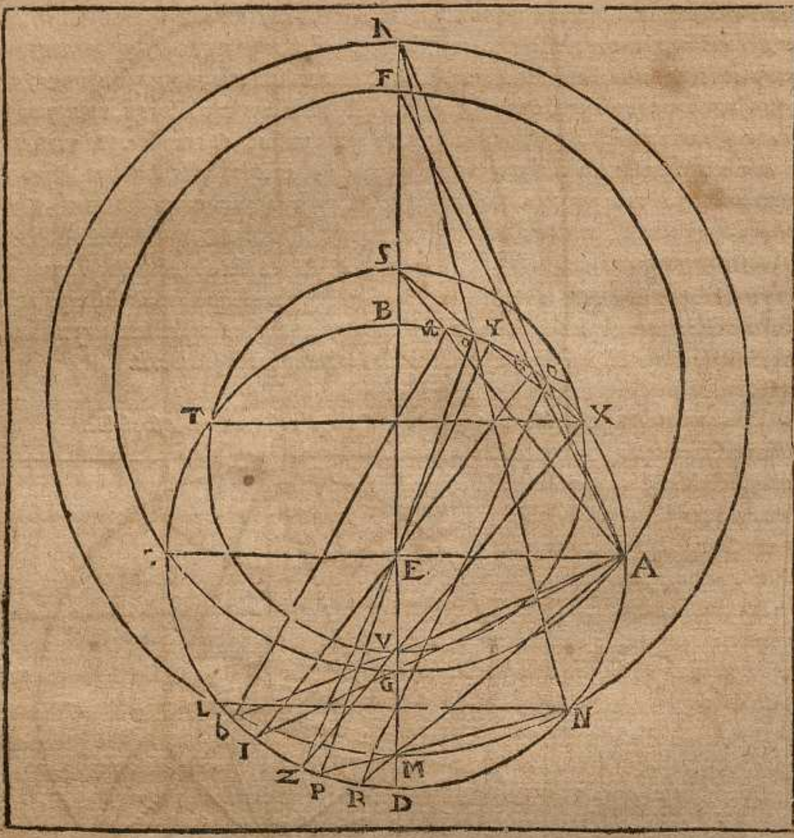
In sphæra circulum maximũ: qui vero non bifariam diuidit, refert non maximum.

[a] *3. tert.*

[b] *31. tert.*

potest, vt proxime dictum est; qui vero Aequatorem in duobus punctis non per diametrum oppositis secat, referre circulum non maximum. Nam si maximum referret, diuideret Aequatorem bifariam, vt monstratum est. quod non ponitur.

HOC *ipsum Geometrice quoque hac ratione demonstrabimus. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E, eumque bifariam secet circulus FCGA, in punctis A, C, per diametrum oppositis. Dico eum repræsentare circulũ maximum in sphæra. Ducta enim diametro AC, ducatur per E, centrum Aequatoris, & centrum circuli FCGA, recta FD, quæ ad AC, quam bifariam in centro E, diuidit,* [a] *perpendicularis erit, referetque maximum circulum per polos mundi, & polos circuli FCGA, ductum, vt in scholio propos. 3. Num. 4. demonstratum est; ideoque recta AE, perpendicularis axis mundi erit, & A, C, poli mundi, (si circulus ABCD, intelligatur esse rectus ad Aequatorem, siue planum Astrolabij.) cum quadrante absint ab Aequatore per BD, ducto. Egrediantur iam radij AF, AG, per extrema maximæ diametri visæ secantes Aequatorem in H, I, iungaturque HI, quæ diameter erit eius circuli, quẽ repræsentat FCGA, quandoquidẽ eius extrema apparent in F, G, extremis diametri maximæ visæ FG.* [b] *Et quoniã angulus FAG, hoc est, HAI, rectus est; erit ex scholio prop. 31. lib. 3. Eucl. HAI, semicirculus, & propterea HI, per centrũ E, transibit, diameterq; erit maximi circuli, quem quidẽ FCGA, refert.*



[c] *31. tert.*

DEINDE *circulus KLMN, secet Aequatorẽ in L, N, non bifariam infra puncta A, C, ita vt ducta recta LN, per centrum E, non transeat. Dico eum referre circulum non maximum. Ducta enim rursus KM, per centrum eius, & centrum E, Astrolabij, pro communi sectione Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli KLMN, ducti, ducatur ad eam perpendicularis AC. pro axe mundi, vt prius. Emittãtur deinde ex N, per extrema diametri visæ KM, rectæ NK, NM, secantes Aequatorem in O, P, iungaturque OP.* [c] *Et quia angulus KNM, hoc est, ONP, rectus est; erit, ex scholio propos. 31. lib. 3. Euclid. ONP, semicirculus, eiusq; diameter OP. Quare cum radij ex polo A, emissi ad eadem extrema K, M, diametri visæ KM, secent Aequatorem citra puncta O, P, in Q, R; (nam AK, est citra KN, & AM, secat NM, in M.) erit QAR, segmentum semicirculo minus; ac proinde iuncta recta QR, quæ diameter est circuli, quem KLMN, repræsentat, per centrum non transibit, diameterque idcirco erit circuli non maximi.*

[d] *31. tert.*

POSTREMO *circulus STVX, Aequatorem secet in T, X, non bifariam supra puncta A, C, ita vt ducta recta TX, per centrum E, non transeat. Dico eum referre quoque circulum non maximum. Ducta enim rursus recta SV, per eius centrum & E, centrum Astrolabii, pro communi sectione Astrolabii, & circuli maximi per polos mundi & polos circuli STVX, ducti, & ad eam, perpendiculari AC, pro axe mundi; educantur rectæ XS, XV, per extrema diametri visæ SV, secantes Aequatorem in YZ, siue Y, sit supra X, siue infra, (fieri enim potest, vt quando S, procul distat. recta XS, secet Aequatorem infra X,) iungatur recta YZ.* [d] *Et quia angulus SXV, hoc est, YXZ, rectus est, erit ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. YXZ, semicirculus, eiusque diameter YZ. Quare cum radii ex A, polo emissi per eadem extrema S, V, diametri visæ SV, secent Aequatorem in a, b, vltra puncta Y, Z. (Nam AS, cadit infra XS, & AV, secat XV, in V.) erit A b, segmentum semicirculo maius: ac propterea iuncta recta a b, quæ diameter est circuli, quem STVX, repræsentat, per centrum non transibit, diameterq; idcirco erit circuli non maximi. quod erat demonstrandum.*

Omnem lineã rectam per centrũ Astrolabij ductã indicare in circulo maximo obliquo duo puncta per diametrum opposita, ita vt ipsa vices gerat diametri cuiusdam.

10. RVRSVS *quoniam omnes diametri cuiuslibet circuli maximi obliqui in sphæra per centrum sphæræ ducuntur, ac per idem in Astrolabio transire conspiciuntur; fit, vt omnis linea recta per centrum Astrolabij ducta in vtramque partem ad circuli obliqui circumferentiam vsq; exprimat illam diametrum circuli obliqui in sphæra, quæ per illa puncta ducitur, quæ repræsentantur per illa in circulo obliquo Astrolabij, ad quæ extenditur recta illa per centrum Astrolabij traiecta: adeo vt quælibet linea eiusmodi in Astrolabio sit instar alicuius diametri circuli obliqui incedens per duo puncta, quæ duo referunt in sphæra per diametrum opposita. Verbi gratia, in figura prima huius scholij recta LM, per E, centrum Astrolabij eiecta refert in sphæra diametrum illam circuli obliqui, quem AHCI, repræsentat, quæ tot gradibus à communi sectione circuli obliqui cum Æquatore in austrum recedit, quot gradus exhibet arcus CM, in Astrolabio; (quo vero pacto cognoscatur, quot gradus continentur in arcu CM, in hac prop. 5. Num. 19. traditum est) ita vt puncta L, M, exprimant duo puncta in sphæra per diametrum opposita.*

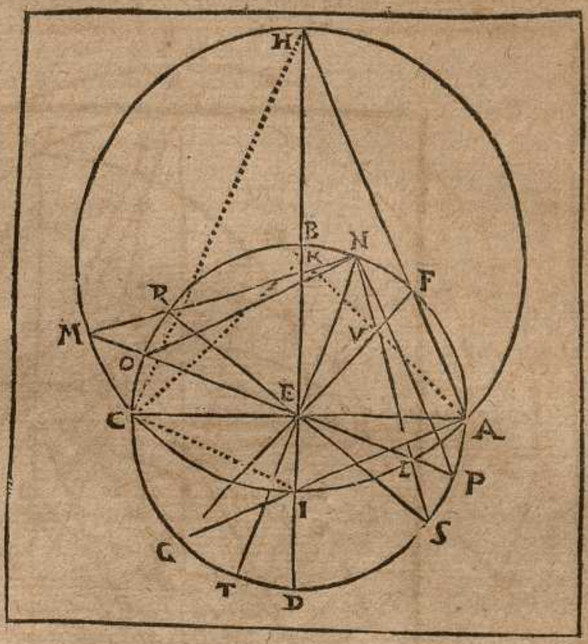
[e] *35. tert.*
[f] *17. sexti.*

11. QVOD *autem quælibet linea per centrum Astrolabij extensa, videlicet LM, repræsentet, vt diximus, diametrum aliquam circuli maximi obliqui, (licet eum in partes inæquales secet,) indicetq; in circulo obliquo duo puncta L, M, per diametrum opposita, non secus ac recta linea AC, quam ostendimus referre communem sectionem circuli obliqui, & Aequatoris in sphæra, hac alia ratione cum Ptolemæo Geometrice demonstrabimus. Repetita 1 figura huius scholij, excitetur in E, ad LM, perpendicularis EN, producaturq; vsq; ad T. Producta quoq; ML, vsque ad P, iungantur rectæ MN, ON, LN, PN, seceturq; Æquator ab MN, LN, in R, S. Quia igitur in circulo AHCI, duæ rectæ AC, LM, se intersecant in E,* [e] *erit rectangulum sub LE, EM, rectangulo sub AE, EC, æquale, hoc est, quadrato rectæ AE, ac proinde & quadrato rectæ EN, vel ET.* [f] *Igitur vtraque EN, ET, media proportionalis est inter EM, EL; ideoque circulus circa diametrum LM, descriptus per puncta N, T, transibit.*

Nam

Nam si vltra punctum N, verbi gratia, transiret, vel circa N, abscinderet ex perpendiculari EN, vel maiorem lineam, vel minorem lineam EN, quæ ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. media quoque proportionalis esset inter eadem segmenta LE, EM, ac proinde æquales forent, abscissa illa linea, & EN, pars, & totum. quod est absurdum. Quod etiam ex lemmate 15. demonstrari potest. Transibit ergo circulus ille per N, ac proinde & per T, eandem ob causam; ideoque circulum aliquem maximum in sphæra repræsentabit, vt paulo ante Num. 6. & 9. ostendimus, quandoquidem Æquatorem bifariam diuidit in N, T. [a] Et quoniam circulus maximus obliquus tangit duos parallelos oppositos, & æquales; erunt circuli, qui ex E, centro, & interuallo semidiametrorum EL, EM, describerentur, circulumque illum, cuius diameter LM, ex scholio propos. 13. lib 3. Eucl. tangerent in L, M, duo paralleli oppositi, & æquales. [b] Quocirca, cum puncta contactuum per diametrum opponantur in sphæra, repræsentabunt L, & M, duo puncta in sphæra per diametrum opposita, ac propterea recta LM, diametrum aliquam circuli maximi obliqui referet. quod est propositum. Vt autem intelligamus, quænam puncta sphæræ à punctis L, M, repræsententur, & quam diametrum recta LM, referat, respectu polorum mundi. (Iam enim paulo ante diximus, quænam puncta referant in Horizonte vero, illa nimirum, quæ tot gradibus à communibus sectionibus æquatoris cùm Horizonte distant, quot in arcubus CM, AL, apparentes continentur.) ita progrediemur. Quoniam circulus circa diametrum LM, descriptus transit per N, vt demonstrauimus, [c] erit angulus MNL, in semicirculo rectus, atque idcirco angulo ONP, [d] qui in semicirculo ONP, rectus etiã est; æqualis; [e] ideoq; arcus RTS, OTP, æquales erunt. Cũ ergo OTP, sit semicirculus, quod recta LM, per E, centrum transire posite sit, erit RTS, semicirculus; ac proinde recta ducta RS, diameter erit circuli ABCD. Quamobrem si circulus ABCD, concipiatur esse maximus per polos mundi, & diametrum RS, ductus, faciens in plano Astrolabij, Æquatorisue sectionem PLEOM, (qui quidem ad circulũ diametri FG, in sphæra, quem in Astrolabio circulus AHCI, refert, obliquus erit, cũ per eius polos non transeat; quod maximus circulus per mũdi polos, & per polos circuli obliqui diametri FG, ductus faciat in Astrolabio siue Æquatore, sectionẽ DEH, non autem PEM.) erunt N, T, poli mundi, & NT, axis, quandoquidem in circulo maximo ABCD, per mundi polos ducto puncta NT, quadrante absunt ab Æquatore per rectam OP, ducto.

[a] 8. 2. The.
[b] Coroll. 6. 2. Theod.
[c] 31. tertij.
[d] 31. tert.
[e] 26. tert.



Posito ergo polo antarctico N, apparebunt puncta extrema R, S, diametri RS, in plano Astrolabii in punctis ML, per radios visuales NR, NS, ex polo australi N, inspecta. Igitur puncta M, L, referunt puncta RS, in sphæra per diametrum opposita, & quorum distantiæ à polis mundi sunt arcus NR, TS; recta autem ML, diametrum RS, repræsentabit, quæ communis sectio est circuli obliqui, quem in sphæra exprimit circulus AHCI, & circuli maximi ABCD, per mundi polos ducti, & qui ad circulum obliquum eundem obliquus est. Quod si in sphæra per diametrum RS, concipiatur duci circulus maximus ad circulum ABCD, rectus in eo situ, quem eum diximus habere, erit ML, maxima diameter visa circuli illius per RS, ducti, ac proinde circulus circa ML, descriptus repræsentabit circulum illum per RS, ductum, & qui ad circulum ABCD, rectus est. Et vt res tota fiat adhuc planior, ponamus circulum AHCI, esse Horizontem aliquem obliquum. Si igitur Colurus v.g. solstitiorum circumducatur in sphæra, donec eius segmentum inter polum australem, & Horizontem simile sit arcui NR, segmentum vero eiusdem inter polum borealem, & Horizontem simile arcui TS; referet circulus ABCD, Colurum solstitiorum in eo situ & RS, erit diameter Horizontis, quæ communis sectio est Coluri solstitiorum in eo situ, atque Horizontis, proiiciturque in rectam ML, in communi sectione Astrolabii Æquatorisue, & eiusdem Coluri in eodem illo situ, quam diximus esse rectam PLEOM, Denique paralleli Æquatoris oppositi, & æquales, quos circulus circa ML, descriptus tangit, vt diximus, sunt illi, quorum declinationes ab Æquatore sunt arcus OR, PS: quæ res intellectu difficilis non est; si sphæra materialis adhibeatur; eademque ad alios circulos maximos obliquos non difficulter transferri potest.

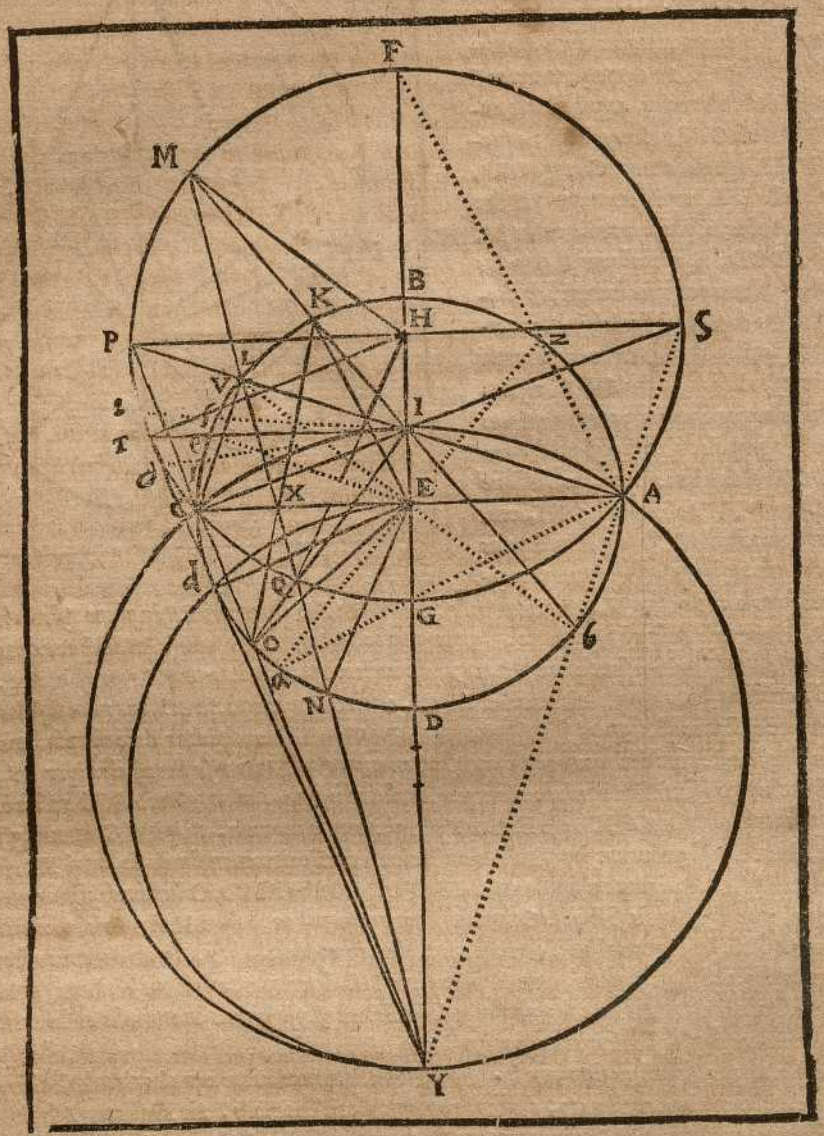
12. QVIA vero prop. 3. Num. 3. pollicitus sum, me hoc loco demonstraturum, arcus æquales circulorũ obliquorum proiici in Astrolabium in arcus inæquales ordine continuato, demonstrandum id erit hoc modo. Sit Æquator Astrolabii ABCD, cuius centrum E; circulus obliquus maximus AFCG, cuius centrum H, & vnus polorum I, & alter Y. Sumptis autem in Æquatore arcubus æqualibus BK, KL, ducantur ex I, polo rectæ IK, IL, secantes obliquum circulum in M, P. Respondebunt arcus FM, MP, arcubus circuli obliqui in sphæra æqualibus, qui arcubus BK, KL, æquales sunt, cum (vt in hac propos. Num. 17. demonstratum est, in primo modo diuidendi circulos obliquos in gradus,) tot gradus complectantur, quot in arcubus BK, KL, continentur. Et quoniam per lemma 33. FM, maior est, quam MP; & MP, maior, quam arcus insequens, qui arcui Æquatoris respondet, qui æqualis sit arcui KL, & ita deinceps, vsq; ad finem semicirculi FCG; perspicuum est, arcus æquales circuli maximi obliqui proiici in arcus inæquales ordine continuato, cum is qui puncto F, propinquior est, sit semper remotiore maior, si æqualibus arcubus Æquatoris respondeant, vt lemmate 33. demonstratum est. Itaque si circulus obliquus AFCG, in 360. gradus distribuatur, vt supra docuimus, decrescent ij gradus continue ab F, vsque ad G, in vtroque semicirculo FCG, FAG; ita vt gradus sint maximi prope punctum F; at iuxta punctum G, minimi. Ex quo fit, partes circuli obliqui in Astrolabio non esse similes partibus respondentibus eiusdem circuli in sphæra.

Arcus æquales circuli maximi obliqui proiici in arcus inæquales, ordine continuato.

13. FIERI nihilominus potest, vt vna aliqua pars quotuis graduum, pauciorum tamen, quam 180. similis sit vni parti: quod alicui fortassis incredibile videri possit. Ducta namque ex I, polo ad FG, perpendiculari IT, si ad vtramque eius partem constituantur duo anguli TIM, TIQ, æquales, erunt per lemma 34. arcus MQ, KO. similes. Nam ducta PS, diametro circuli obliqui ad FG, perpendiculari, iacebunt tria puncta ATP, in vna recta linea vt Num. 14. monstrabitur. Et quoniam, vt in eodem lemmate demonstrauimus, totus angulus MIQ, vtrique angulorum MHQ, KEO, æqualis est, si totus angulus MIQ, ex duobus æqualibus TIM, TIQ, constans insistat arcui grad. 1. vel 2. vel 3. vel 4. vel 20. vel 100. &c. in circulo qui ex I, describeretur,

Arcũ vnũ quempiam maximi circuli obliqui in sphæra proiici posse in Astrolabio in arcum similem.

hoc est, si tam angulus TIM, *quam* TIQ, *insistat in semicirculo ex* I, *descripto, arcui grad.* ½. *vel* 1. *vel* 1½. *vel* 2. *vel* 10. *vel* 50. *&c. ita vt totus angulus* MIQ, *insistat arcui grad.* 1. *vel* 2. *vel* 3. *vel* 4. *vel* 20. *vel* 100. *&c. insistent quoque anguli* MHQ, KEO, *arcubus* MQ, KO *totidem graduum in proprijs circulis; quod hi illi similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. Ex quo efficitur, arcum quotlibet graduum in circulo obliquo maximo quocunque in arcum similem, totidem videlicet graduum, proiici posse, illum nimirum, qui arcui* MQ, *respondet. Nam ille arcus in sphæra, æqualis erit arcui* KO, *quem similem ostendimus arcui* MQ, *quotcunque tandem graduum fuerit assumptus. Quoniam enim ex lemmate 23. plana per polum australem, & rectas* IK, IO, *ducta auferunt ex Horizonte sphæræ arcum arcui* KO, *æqualem; est autem arcus* KO, *ostensus similis arcui Horizontis* MQ, *in Astrolabio: erit quoque arcus ille Horizontis in sphæra, qui quidem proiicitur in arcum* MQ, *per duo illa plana per rectas* IK, IO, *& polum australem ducta, similis arcui eidem* MQ. *Atque eodem modo quæcunque aliæ duæ rectæ ex* I, *egredientes, constituentesque angulum vel maiorem, vel minorem angulo* MIQ, *diuisum à recta* IT, *bifariam, abscindent ex circulo obliquo, & Æquatore arcus similes: nunquam tamen dabuntur duo arcus, aut plures, in circulo obliquo, quorum vnus sit totus extra alium, qui similes sint duobus arcubus, aut pluribus, in Æquatore, quorum vnus sit etiam totus extra*



Proprietates variæ circulorũ maximorum obliquorum in Astrolabio.

alium, sed solum plures pluribus similes esse possunt, singuli singulis, quando vnus intra alium includitur: propterea quod rectæ auferentes arcus similes debent cum IT, *angulos æquales ex vtraque parte constituere, vt dictum est. Nunquam ergo duo, vel plures æquales arcus circuli obliqui in sphæra in duos, aut plures arcus æquales in Astrolabiũ proiici possunt: quæ omnia in lemmate 34. demonstrata sunt.*

Circulum in Astrolabio per duo puncta per diametrũ opposita descriptum, esse maximum

14. SED *libet hoc loco ad maiorem doctrinam nonnulla alia, quæ ad circulos maximos obliquos in Astrolabium proiectos pertinent, neque iniucunda, neque inutilia demonstrare. Primum ergo per* I, Y, *polos circuli obliqui* AFCG, *descripto circulo* AICY, *circa diametrum* IY, *qui maximus erit, cum per puncta* I, Y, *in sphæra per diametrum opposita describatur, referetque eum in sphæra, qui per polos circuli obliqui, quem* AFCG, *repræsentat, ducitur, ad eumque rectus est, instar Verticalis primarii respectu Horizontis, vt ex ijs, quæ in hac propositione dicta sunt, perspicuum est. Nam si puncta* I, Y, *per diametrum sunt opposita, erunt duo paralleli Æquatoris ex* E, *per* I, *&* Y, *descripti æquales & oppositi, tangentque circulum* AICY, *in* I, *&* Y, *ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl.* [a] *Cũ ergo maximus circulus in sphæra tangat duos parallelos oppositos & æquales; referet circulus* AICY, *illũ maximũ tangentẽ. Igitur maximus circulus* AICY, *per puncta* A, C, *transibit, vt demonstrauimus: ductaq; per* H, *centrum obliqui circuli ad* FG, *diametro perpendiculari* PS; *iacebunt tã tria puncta* A, I, P, *quã tria* C, I, S, *in vna linea recta, hoc est, recta per quæcunque duo ducta transibit etiam per reliquũ: quod idem dicendum est tam de tribus punctis* P, C, Y, *quam*

a 8. 2. The

quam de tribus S, A, Y. Sit n. Z a, diameter circuli obliqui in sphæra, per cuius extrema Z, a, radii visuales ducti AZ, Aa, diametrum eius visam abscindunt FG: Item diameter Lb, diametrũ Za, ad angulos rectos secet, vt L, b, poli sint circuli diametri Za, ac proinde radij visuales AL, Ab, in polos I, Y, cadant, abscindantque visam diametrum IY, circuli diametri Lb. Quoniam igitur per lemma 10. rectæ AL, Aa, auferũt ex circulis ABCD, AFCG, arcus similes. Est autem abscissus arcus La, quadrans, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ob angulum rectum LEa. Igitur producta AL, erit quoque ex circulo AFCG, arcus abscissus quadrans. Cum ergo arcus PG, ex eodem scholio quadrans sit, ob angulum rectum PHG, transibit AIL, per punctum P, vt quadrantem GP, auferre possit. Et quia duo latera EI, EC, duobus lateribus EI, EA, æqualia sunt, angulosque continent rectos æquales, [a] erunt quoque anguli ICE, IAE, æquales, [b] ac proinde arcus, cui angulus ICE, insistit in circulo AFCG, arcui CP, cui angulus IAE, in eodem insistit, æqualis erit. Cum ergo, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus CP, AS, inter parallelas AC, PS, æquales sint, cadet recta CI, producta in punctum S, vt arcum arcui CP, auferre possit æqualem. Tam ergo tria puncta A, I, P, quam tria C, I, S, in recta linea iacent. Rursus iunctis rectis CP, CY, [c] quoniam anguli PCS, YCS, in semicirculis PCS, ICY, recti sunt; [d] erunt rectæ CP, CY, in continuum & directum coniunctæ; idemque dicendum est de rectis AS, AY. Iacent ergo tam tria puncta P, C, Y, quam tria S, A, Y, in linea recta. Ex quo fit, radium A b, ad inueniendum alterum polum Y, duci posse per tria puncta S, A, b; quandoquidem tam recta SA, quam recta PC, producta in polum Y, cadit, vt ostendimus.

a 4. primi.
b 26. tertij.
c 31. tertij.
d 14. primi.

EST autem obseruatione quoque dignum, quadrantem cuiusuis circuli obliqui maximi in Astrolabio australem, quem eius linea meridiana, & perpendicularis diameter ad eandem lineam meridianam includunt, æqualem esse, quod ad numerum graduum attinet, arcui altitudinis poli mundani supra illum circulum in sphæra; arcum vero eiusdem inter diametrũ perpendicularem ad eius lineam propriam meridianam, & intersectionem ipsius cum Æquatore, non solum æqualem esse, quod spectat ad numerum graduum, complemento altitudinis poli mundi supra circulum illum in sphæra, verum etiam similem omnino. Nam quadrans FP, tot gradus continet, quot in arcu BL, continentur, vt constat ex ijs, quæ in hac propos. 5. Num. 17. demonstrata sunt; cum recta AIL, cadat in P, vt demonstratum est. Perspicuum autem est, arcum BL, æqualem esse arcui AZ, altitudinis poli supra circulum maximum, quem circulus AFCG, refert, & cuius diameter vera est aZ, propter quadrantes æquales LZ, BA & arcum communem BZ. Ex quo sequitur, reliquum arcum LC, esse complemento altitudinis poli æqualem, quem repræsentat arcus PC, vt ex eadem hac propos. Num. 17. liquet: ac proinde æquales esse arcus PC, LC, quod ad numerum graduum attinet. Eosdem autem esse quoque similes, manifestum est ex lemmate 10. vbi demonstratum est, rectas AP, AC, abscindere similes arcus PC, VC. Quod etiam constat ex lemmate 34. [e] Cum enim anguli ICA, IAC, æquales sint, [f] sit autem ICE, alterno CIY, & IAE, externo PIY, æqualis, erunt quoque anguli CIY, PIY, æquales, ideoque arcus PC LC, similes, vt in dicto lemmate 34. demonstratum est.

e 5. primi.
f 29. primi.

Quæ recta Æquatorẽ & circulũ maximum obliquum in Astrolabio tangat, & vbi.

15. DEINDE quia in posteriori parte primi modi diuidendi circulũ obliquum maximum AFCG, in gradus, recta quælibet ex Y, emissa resecat a circulo obliquo arcum inter F, & rectam illam comprehensum tot gradibus respondentem, quot in arcu Æquatoris inter D, & eandem illam rectam incluso continentur; fit, vt recta ex Y, egrediens, & vnum circulorum tangens, tangat & alterum, vt videlicet arcus inter F, & punctum contactus positus respondeat arcui inter D, & punctum contactus comprehenso. quod tamen Geometrice demonstrabimus, & simul puncta contactuum inueniemus, hoc modo. Secta recta EY, bifariam, describatur ex puncto diuisionis per E, & Y, semicirculus secans Æquatorem in d. Dico rectam Y d, tangere Æquatorem in d, eandemque productam tangere obliquum circulum in T, puncto, in quod cadit recta IT, ducta ex I, polo circuli obliqui ad FG, perpendicularis. [g] Iuncta enim recta E d, erit angulus EdY, in semicirculo EdY, rectus; ac proinde, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. recta Y d, ad semidiametrum d E, perpendicularis tanget Æquatorem in d.

Recta ex polo inferiore circuli maximi obliqui ducta si tangat Æquatorẽ tanget & circulum obliquum Et si tangat circulum obliquũ, tanget & Æquatorem.

g 31. tert.

16. VT autem demonstremus, eandem productam tangere circulum obliquum in T, ostendendum prius est, perpendicularem IT, auferre arcum Æquatoris eB, similem arcui circuli obliqui TG & quamcunque aliam rectam ex polo I eductam, qualis est I g; abscindere arcum f B, arcui g G dissimilem: quorum vtrumque ita conficiemus. Iunctis rectis Ee, HT; quoniam triangula PHI. AEI, æquiangula sunt, cum anguli ad H, E, recti sint, [h] & anguli ad verticem I, æquales; (Nam recta AI, producta cadit in P, vt demonstrauimus,) [i] nec non & alterni P, A; [k] erit vt PH, hoc est, vt TH, ad HI, ita AE, hoc est, ita, e E, ad EI. Igitur cum in triangulis THI, eEI, anguli recti ad I, æquales sint, & latera circa angulos H, E, proportionalia, vt ostendimus. ac reliquorum angulorum T, e, vterque minor sit recto; ([l] quod rectæ FT, GT, Be, De, in semicirculis rectos angulos efficiant, quorum illi partes sunt.) [m] erunt triangula THI, e E I, æquiangula angulosque THI, e EI, habebunt æquales in centris H, E: ac propterea, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus eB, TG, similes erunt. quod est primum. Quod autem alia recta quæcunque Ig, auferat arcus non similes fB, gG, sic concludemus. Si I g, cadat supra perpendicularem IT, erit arcus f B, minor, quam eB, ac proinde minor, quam vt similis sit arcui TG, cum huic similis ostensus sit arcus eB. Multo ergo minor erit arcus f B, quam vt similis sit arcui gG. cum hic maior sit quam TG. Si vero Ig, cadat infra perpendicularem IT, erit arcus fB, maior quã eB: ac proinde maior, quam vt similis sit arcui TG, cui similis ostensus est eB. Multo ergo maior erit arcus fB, quam vt similis sit arcui gG, qui minor est, quam TG; ac proinde sola perpendicularis IT, arcus similes abscindit Be, TG.

Recta ad meridianã lineam ex polo circuli maximi obliqui perpẽdicularis, quos arcus similes abscindat ex Æquatore & circulo maximo obliquo.

17. HIS demonstratis, facile ostendemus rectam Y d, productam tangere obliquum circulum in T. Nam ducta recta HT, ipsi E d, parallela, probabimus rectam Y d, productam tangere obliquum circulum in T, & perpendicularem ad FG, ex I, eductam cadere in T, punctum contactus, ac proinde eandem Y d, productam tangere circulum obliquum in T, puncto extremo perpendicularis IT, [n] Quoniam enim parallelæ sunt PH, CE, ob rectos angulos ad H, E, rectaq; YC, producta cadit in P, vt ostendimus; æquiãgula erunt ex coroll. prop. 4. lib. 6. Eucl. triangula YHP, YEC, [o] Igitur erit, vt YH, ad HP, ita YE, ad EC, & permutando, vt YH, ad YE, ita HP, hoc est, HT, ad EC, hoc est, ad Ed. Cu ergo HT, Ed, parallelæ sint, transibit recta Y d. producta per T, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. [p] Et quia angulus YdE, in semicirculo rectus est, [q] & angulo YTH, æqualis externus interno; erit quoq; YTH, rectus, ac proinde YT, circulum AFCG, in T, continget. Iuncta autem recta IT, secante Æquatorem in e, quoniam punctum T, inuenitur quoque per rectam ex altero polo Y, emissam, quæ abscindat ex Æquatore arcum à D inchoatum æqualem arcui Be, vt patet ex primo modo diuidendi circulum obliquum in gradus; erit arcus Dd, arcui Be, æqualis. Ita enim vtraque recta Ie, Y d, abscindit arcum eundem FT. tot graduum, quot in arcu Be, vel Dd, continentur. Est autem arcus Dd, arcui TG, similis, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. ob angulos D E d, G H T, in centro, [r] qui æquales sunt, externus, & internus in parallelis E d, H T. Igitur & arcus Be, eidem arcui TG, similis erit. Cum ergo sola perpendicularis ex I, ad FG, educta abscindat arcum à B, inchoatum, similem arcui à G, inchoato, vt demonstratum est; erit I T, ad F G, perpendicularis, atque idcirco recta Y d, producta tangit obliquum circulum in puncto T, in quod perpendicularis ex I, ad FG, excitata cadit. quod est propositum.

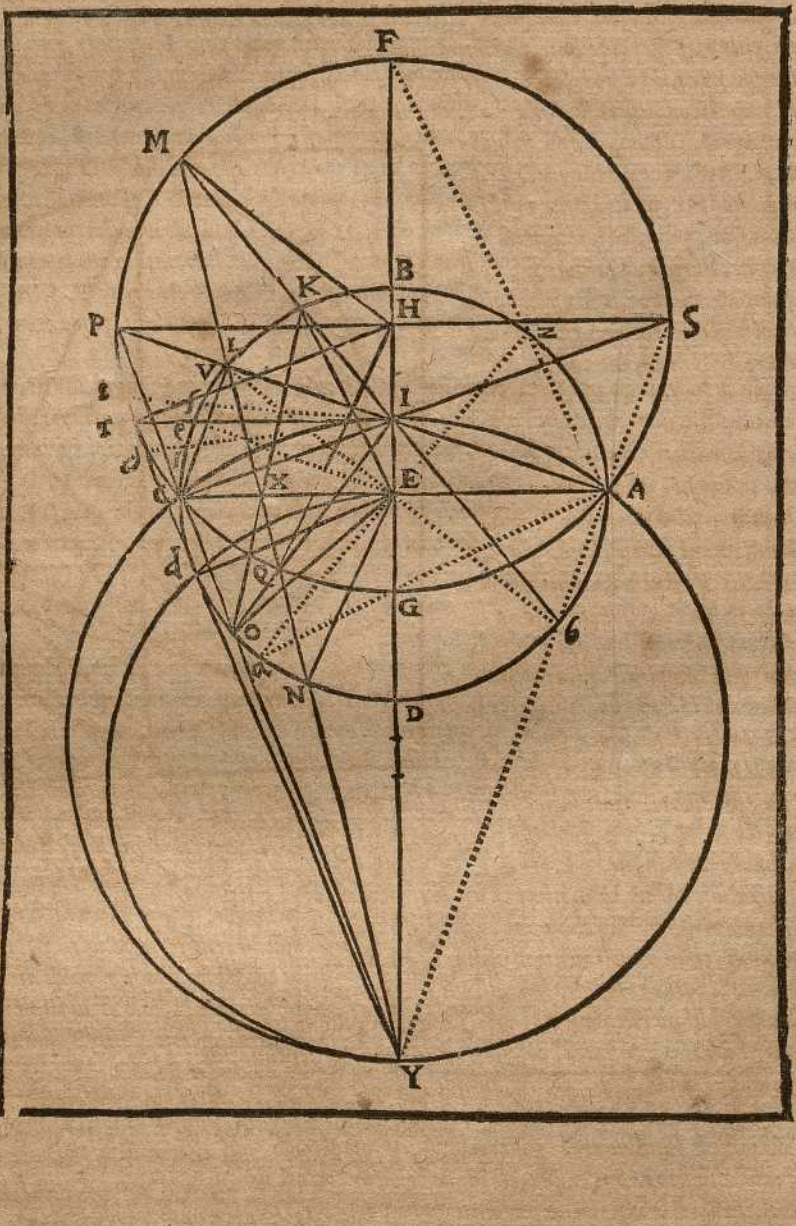
h 13. primi.
i 29. primi.
k 4. sexti.
l 31. tertij.
m 7. sexti.
n 28. primi.
o 4. sexti.
p 31. tertij.
q 29. primi.
r 29. primi.

18. TER-

Quos arc⁹ similes ex Æquatore & circulo maximo obl quo auferant rectæ ex polis eiusdem circuli obliqui eductæ.

[a] 4. sexti. [b] 21. primi. [c] 7. sexti. [d] 4. sexti. [e] 31. sexti. [f] 6. sexti.

18. TERTIO ducta ex Y, vtcunque recta Y M, secante Æquatorem in V, N, (casu autem factum est, vt punctum V, cum puncto L, coincidat in figura.) & circulum obliquum in M, Q, ductisq́; rectis IM, IQ, secantibus Æquatorem in K, O; erunt arcus VCM, MCQ; Item BV, FM, & GQ, DN, similes: Arcus item VCN, KCO, æquales: ac tandem anguli MIF, OID, æquales quoque erunt. Iunctis enim rectis HM, HQ, & EV, EN:[a] quoniam est vt Y H, ad HP, ita YE, ad EC; estque HQ, ipsi HP & EN, ipsi EC, æqualis; erit quoque vt Y H, ad HQ, ita YE, ad EN. Quare triangula YHQ, YEN, angulum Y, habent communem & latera circa angulos H, E. proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum Q, N, vterque sit recto maior; ([b] Nam tam angulus HQY, maior est recto angulo HTY, quam angulus ENY, angulo recto. EdY,) [c] erunt triangula YHQ, YEN, æquiangula; æqualesque habebunt angulos ad H, E. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus GQ, DN, similes sunt. Eodem modo, [d] quoniam est, vt Y H, ad HP, hoc est, ad HM, ita Y E, ad EC, hoc est, ad EV, habebunt triangula YHM, YEV, angulum Y, communem, & latera circa angulos H, E proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum M, V, vterque minor sit recto, (quia cum ambo ad circumferentias insistant tantummodo semidiametris HQ, EN, acuti sunt.[e] Recti enim fierent, si semidiametris QH, NE, productis, ad earum extrema puncta ex M, V, rectæ ducerentur.) [f] erunt triangula YHM, YEV, æquiangula,



angulosque æquales habebunt YHM, YEV; ac proinde & ex duobus rectis reliqui æquales erunt FHM, BEV. Igitur ex scholio prop. 22. lib. 3. Eucl. arcus FM, BV, similes sunt: ac proinde, ex eodē scholio, vel ex lem. 6. & ex semicirculis reliqui VD, MG similes erunt: Fuerunt autem & DN, GQ similes. Igitur ex lem. 6. & reliqui arcus VN, MQ similes erunt. Constat ergo, rectam YM, vndiq́; arcus similes auferre, nimirū tam superiores FM, BV, quam inferiores GQ, DN, & tam ad sinistram positos MQ, VN, quam ad dexteram MAQ, VAN, reliquos videlicet ex totis circulis, si similes MQ, VN, tollantur. Deinde quia idem punctum M, reperitur per rectas IK, YN; erunt arcus BK, DN æquales, vt constat ex primo modo diuidendi circulū obliquum in gradus. Item quia idē punctum Q, inuenitur per rectas IO, YV; erunt eandem ob causam arcus DO, BV, æquales. Igitur erunt arcus BK, DO, simul duobus arcubus DN, BV, simul æquales: ac proinde & ex semicirculis reliqui KO, VN, æquales erunt. Et quia VN, similis fuit arcui MQ, erit eidem arcui MQ, similis etiam arcus KO. Igitur & rectæ IM, IQ, ductæ per puncta circuli obliqui, in quibus à recta YM, secatur, abscindunt ex Æquatore arcum KO, arcui MQ simile. Ex quo denique sequitur ex lemmate 34. angulos MIT, OIT, atque idcirco & ex duobus rectis reliquos MIF, OID, æquales esse. Quod sine

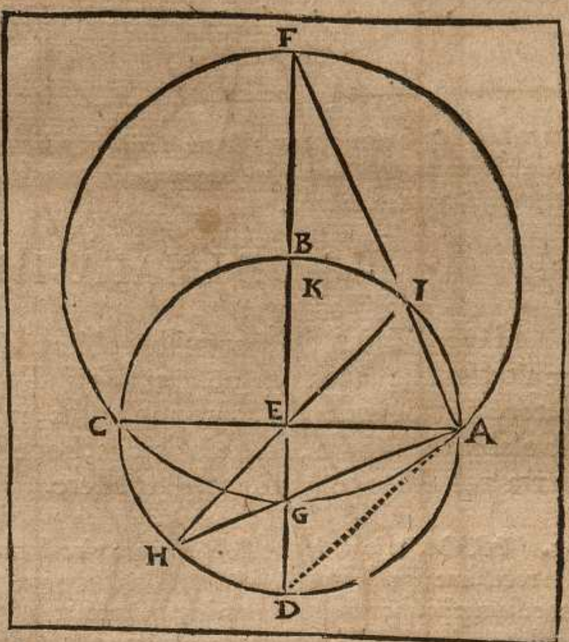
lemmate

lemmate 34. ita quoq; ostendi potest. [a] Quoniã est vt PH, ad HI, ita AE, ad EI, ob triangula PHI, AEI, æquiangula; erit quoq; vt MH, ad HI, ita OE, ad EI. Et quia anguli hisce laterib⁹ contẽti MHI, OEI, æquales sunt, quod ex duob⁹ rectis reliqui MHF, OED, æquales quoq; sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. ob arcus FM, DO, qui similes sunt. (Cum enim similes sint ostensi FM, BV, erit quoque DO, ipsi BV, æqualis, eidem FM, similis.) [b] erunt triangula MHI, OEI, æquiangula, æqualesque habebunt angulos MIF, OID, quod est propositum. Vbi etiam obiter notandum videtur, rectas KO, VN, sese mutuo intersecare in diametro Æquatoris AC, in puncto X, hoc est, diametrum AC, per earum intersectionem X, transire. Ducta enim recta CV; quoniam tam arcus BK, DN, quam arcus BV, DO, æquales sunt, vt dictum est; erunt quoque tam reliqui CK, CN, quam reliqui CV, CO, æquales, [c] ac proinde tam anguli COK, CVN, insistẽtes arcubus æqualibus CK, CN, quam anguli ACO, ACV, insistentes arcubus æqualibus AO, AV. (Nam si æqualibus arcubus DO, BV, æquales quadrantes AD, AB, adiiciantur, toti arcus AO, AV, æquales fiunt) inter se etiã æquales. Itaq; cum in triangulis COX, CVX, quæ a recta AC, abscindũtur, (quamuis nondũ constet, eã per idem punctũ X, transire) duo anguli COX, OCX, duobus angulis CVX, VCX, æquales sint, [d] sint autẽ & latera adiacentia CO, CV, æqualia, ob æquales arcus CO, CV, [e] erunt quoq; ltera CX, CX, æqualia, hoc est segmenta rectæ AC, inter C, & rectas KO, VN. Transit ergo AC, per X. Nam si duobus in punctis secaret rectas KO, VN, esset vnum segmentũ altero maius, propterea quod vnum punctum propinquius foret puncto C, quam alterum. Denique ex iis, quæ dicta sunt, inferre quoque licebit, si ad polũ I, circuli obliqui constituantur duo anguli æquales MIF, OID, rectam per puncta M, Q, vbi rectæ IM, IO, obliquum circulum secant, traiectam cadere in alterum polum Y, hoc est, tria puncta M, Q, Y, iacere in vna linea recta. Nam si ducta recta MY, non dicatur transire per punctum Q, sed secare obliquum circulum in alio puncto, constituet recta ex hoc puncto ad I, ducta cum ID, angulum æqualem angulo MIF, vt paulo ante demonstrauimus; ac proinde & angulo OID; atque ita pars ac totum æqualia erunt. quod est absurdum. Transit ergo recta MY, per punctum Q, quod est propositum. Atque hæc de proprietatibus varijs circulorum obliquorum maximorum dicta sint, nunc ad institutum reuertamur:

[a] 4. sexti. [b] 6. sexti. [c] 27. tert. [d] 29. tert. [e] 26. pri.

Aequatorem in Astrolabio ex circulo maximo obliquo, qui ad Meridianum rectus sit, inclinationemque ad Aequatorẽ habeat notam, describere.

19. CVM in scholio prop. 4. Num. 1. & 2. ex dato tropico ♑, vel ♋, in plano Astrolabij Æquatorem descripserimus, doceamus quoque hoc loco, qua ratione ex dato quouis circulo obliquo maximo, qui ad Meridianum rectus sit, (qualis est Horizon, Verticalis primarius; Ecliptica, posito principio ♋, in Meridiano; & denique omnis circulus maximus per polos Meridiani, hoc est, per communes sectiones Æquatoris, Horizontisque ductus.) inclinationemque ad Æquatorem habeat notam, Æquatorẽ in plano Astrolabij describere liceat. Nam non raro res hæc magnam affert commoditatem, cum quilibet circulus obliquus in Astrolabio maior sit, quam Æquator, vt supra Num. 2. demonstrauimus, accuratiusque ex maiore circulo minor describatur, quam maior ex minore. Sit ergo in Astrolabij plano datus circulus maximus obliquus AFCG, & ad Meridianum rectus, cuius inclinatio ad Æquatorem contineat gradus 30. hoc est, altitudo poli Borealis supra illum circulum, siue complementum inclinationis eius ad Æquatorem, complectatur grad. 60. oporteatque in eodem plano Æquatorem describere. Ducta diametro circuli FG, per eius centrum K, numeretur à puncto G, in vtramque partem complementum inclinationis siue altitudo poli, hoc est, in dato exemplo grad. 60. vsque ad A, & C, ducaturque recta AC, quæ in E, secabitur bifariam, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. propterea quod diameter FG, arcum AGC. bifariam diuidit: ac tandem ex E, per A, & C, circulus describatur ABCD. Dico hunc esse Æquatorem. Ducta enim recta AG, secante circulum ABCD, in H, erunt ex lemmate 10. arcus CG, CH, similes. Cum ergo CG, metiatur altitudinem poli supra datum circulum maximum obliquum, metietur eandem arcus CH. Ducta igitur recta ex H, per centrum E, diameter erit circuli maximi, cuius complementum inclinationis, vel altitudo poli sit CH. Et quia ducta recta AI, [f] angulus HAI, rectus sit in semicirculo, cadet ea producta in punctum F. Si enim citra F, vel vltra caderet, efficeret ducta recta FA, in semicirculo FAG, alterum angulum rectum FAG, priori æqualem, atque ita pars & totum æqualia forent. quod est absurdum. Itaque si AB C D, statuatur Æquator, describetur circulus datæ inclinationis A F C G, cum radij visuales A H, A I, per extrema puncta eius diametri ducantur, abscindantque diametrum apparentem FG, vt ex ijs, quæ in hac propos. Num. 2. demonstrata sunt, perspicuum est. Est enim HI, diameter eius circuli in sphæra, cum arcus CH, AI, metiantur altitudinem poli supra ipsum, vt diximus. Vicissim ergo, posito AFCG, circulo obliquo, qui altitudinem poli habeat AI, vel CH, erit ABCD, Æquator: quandoquidem ex hoc Æquatore ille describitur, veluti demonstrauimus. Quod si maior pars obliqui circuli dati vergere debeat in partem inferiorem, vt contingit in Verticali primario, numerandũ erit complementum eius inclinationis ad Æquatorem, vel altitudo poli ab F, in vtramque partem, &c. Nam eius diameter cadere debet inter B, & C, vt ex ijs patet, quæ in hac propositione Num. 9. descripsimus, quando declarauimus, quam in partem ducenda sit diameter cuiusuis circuli obliqui, qui tamẽ ad Meridianum rectus sit. Hac eadem ratione ex quouis alio circulo maximo, qui ad Meridianum rectus non sit, Æquatorem describemus in Astrolabio, vt propos. 8. Num. 23. describemus.



[f] 31. tertij.

Quæ puncta in Astrolabio per diametrum opponantur.

20. CONSTAT ex his, si in quouis puncto A, circumferentiæ Æquatoris angulus rectus constituatur FAG, à quo per centrum E, recta ducatur AC, & ad hanc in eodem centro E, perpendicularis excitetur FG secans rectas AF, AG, angulum rectum constituentes in F, G; puncta F, G, repræsentare duo puncta in sphæra per diametrum opposita, hoc est, rectam interceptã FG, esse diametrũ maximi circuli. Quia n. ex scholio prop. 31. lib. 3. Eucl, IAH, semicirculus est, abscindẽt radii AI, AH, per extremitates diametri H I, educti, diametrũ visam FG, circuli maximi, cuius diameter HI, per ea, quæ Num. 2. huius propos. demonstrata sunt; ac proinde puncta F, G, per diametrum sunt opposita in circulo maximo circa diametrum visam FG, descripto, cum puncta I, H, per diametrum opposita referant.

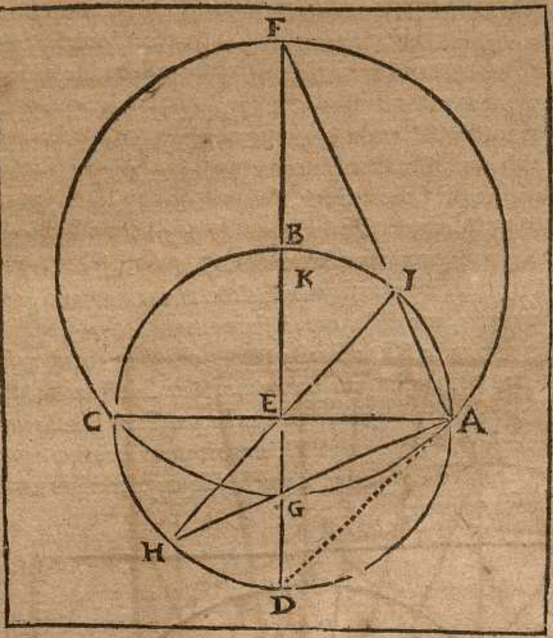
Altitudinẽ poli supra circulum

21. DENIQVE descripto quouis circulo obliquo maximo in Astrolabio, qui tamẽ ad Meridianum rectus sit, hoc est, per puncta A, C, transeat, cognoscemus eius inclinationem ad Aequatorem, altitudinem poli supra ipsum, & situm eiusdem in sphæra,

hac

maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianũ rectus sit, & eius inclinationẽ, ad Æquatorem, sitũque in sphæra, cognoscere.

hac ratione. Ex A, polo australi per G, punctum, vbi circulus obliquus AFCG, meridianam lineam BD, intersecat, centro Astrolabij E, propinquius, recta ducatur AG, secans Æquatorem in H. Nam CH, erit arcus altitudinis poli, & eius complementum DH, inclinatio ad Æquatorem; propterea quod recta AH, cadit in H, extremum diametri circuli obliqui, cum radius AH, indicet extremum G, diametri visæ, vt ex ijs, quæ dicta sunt, perspicuũ est. Ratio altera huius operationis perspicua hæc est. Quoniam arcus circuli maximi per mundi polos, & polos obliqui circuli maximi in sphæra ducti, inter polum mundi, & circulum obliquum positus, metitur altitudinem poli supra ipsum circulum obliquum, arcus vero inter eundem obliquum circulum, & Æquatorem interceptus metitur eiusdem inclinationem ad Æquatorem, fit, vt cum recta BD, referat illum circulum maximum, vt propos. 1. Num. 1. ostensum est, portio EG, inter E, polum mundi, & circulum obliquum interiecta repræsentet arcum altitudinis poli, & portio GD, inter eundem obliquum circulum, & Æquatorem, exprimat arcum inclinationis eiusdem circuli obliqui ad Æquatorem: Quocirca cum portio EG, arcum CH, & portio GD, arcum HD, referat, vt propos. 1. Num. 6. ostendimus, erit CH, arcus altitudinis poli, at vero HD, arcus inclinationis ad Æquatorem. Quod si punctum G, vicinius centro Astrolabij, fuerit infra rectam AC, secabit in sphæra circulus maximus, quem AFCG, repræsentat, Meridianum inter A, polum australem, & B, punctum Æquatoris in supero hemisphærio: si vero puuctum G, foret supra rectam AC, secaret circulus obliquus Meridianum inter C, polum borealem, & B, punctum Æquatoris in eodem hemisphærio. Atque hæc eadem ratio quadrat quoque in quemuis circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus non sit, vt propos. 8. Num. 22. dicemus.



PROBLEMA III. PROPOS. VI.

HORIZONTIS cuiuslibet obliqui, Verticalis eius primarij, Eclipticæ, & cuiuscunque alterius circuli maximi obliqui, siue is ad Meridianum rectus sit, inclinationemque ad Æquatorem habeat notam, siue non rectus, in Astrolabio tamen descriptus, Parallelos in Astrolabio describere, atque in gradus, hoc est, in partes inæquales, quæ eorum gradibus in sphæra æqualibus respondent, distribuere.

Horizontis, & cuiusuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianũ tamẽ recti, parallelos in Astrolabio ex Analemmate describere.

1. PRIMO loco de parallelis illorum circulorum maximorum obliquorum agemus, qui ad Meridianum recti sunt; quamuis eadem sit ratio in illis, qui ad Meridianum recti non sunt, vt Num. 25. dicemus. Si igitur diametris horum circulorum in Analemmate ad initium propos. 4. descripto ducãtur parallelæ rectæ per singulos gradus circuli Analemmatis, erunt eæ diametri parallelorum per singulos gradus ductorum. Quare si ex polo australi A, per extrema puncta harum diametrorum radij visuales emittantur, abscindentur ex recta n X, diametri apparentes, seu visæ parallelorum: quæ si transferantur in lineam meridianam Astrolabij BD, eo ordine ac situ, quem in Analemmate habent, & circa eas ex medijs earum punctis circuli describantur, descripti erunt paralleli circuli Horizontis, & aliorum circulorum maximorum, quos in propos. nominauimus.

Horizõtis, & cuiusuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, parallelos in Astrolabio per Æquatorẽ, etiamsi Analemma seorsum cõstructũ non sit, describere.

2 EOSDEM parallelos commodissime in Astrolabio describemus, etiamsi seorsum Analemma constructum non sit, si diametris dictorum circulorum maximorum in Æquatore Astrolabij inuentis, vt in præcedenti propos. traditum est, parallelæ rectæ per singulos gradus Æquatoris agantur. Hæ namque erunt rursus diametri parallelorum. Quamobrem si per eorum puncta extrema ex A, polo australi radij visuales emittantur, abscindentur ab ijs in meridiana linea BD, vtrinque producta diametri parallelorum apparentes maximæ, vt in scholio propos. 3. ostensum est, quippe cum Meridianus, in cuius communi sectione cum Æquatore apparent, ad hosce parallelos rectus sit. Si igitur ex medijs punctis diametrorum visarum circa easdem circuli describantur, descripti erunt prædicti paralleli in Astrolabio. Quod vt planius fiat, sit exempli gratia, in Astrolabio Æquator ABCD; centrum E; diameter Horizontis HI; Verticalis primarij KL; Horizon AFCG; Verticalis primarius AiCk; centrum Horizontis O; Verticalis P; Polus Horizontis superior, hoc est, vertex capitis, siue Zenith, punctum i; Polus inferior, siue Nadir, punctum k. Si ergo paralleli ug. Horizontis, quos Almucantarath Arabes dicunt, describendi sint, diuidendus erit Æquator, initio sumpto ab Horizontis diametro HI, in 360. gradus, si paralleli omnes Horizontis, per singulos nimirum gradus Verticalis primarij transeuntes, desiderentur. Nos ad vitandam confusionem contẽti fuimus diuisione in 12. partes æquales, ita vt singulæ tricenos gradus complectantur. Deinde quælibet bina puncta à punctis H, I, æqualiter distantia lineis rectis iungenda, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ipsi HI, parallelæ erunt, cuiusmodi sunt rectæ ST, VX, YZ, a b, ac proinde diametri erunt parallelorum Horizontis per tricenos gradus ductorum, hoc est, communes sectiones Meridiani, (pro quo nunc circulus ABCD, sumitur) & parallelorum Horizontis, [a] cum omnes hæ sectiones inter se parallelæ sint, factæ videlicet à plano Meridiani in planis parallelis. Igitur si ex A, polo australi per S, T, radij emittantur, abscindetur paralleli ST, diameter visa c d, qua bifariam diuisa in e, describatur ex e, circulus per c, d, qui parallelũ Horizontis, cuius diameter ST, repræsentabit pari ratione radii AV, AX, abscindent diametrum visam f g, paralleli Horizontis, cuius in sphæra diameter VX. Sic extremum Z, diametri YZ, apparebit per radium AZ, in puncto ω, alterum autem extremum Y, cernetur

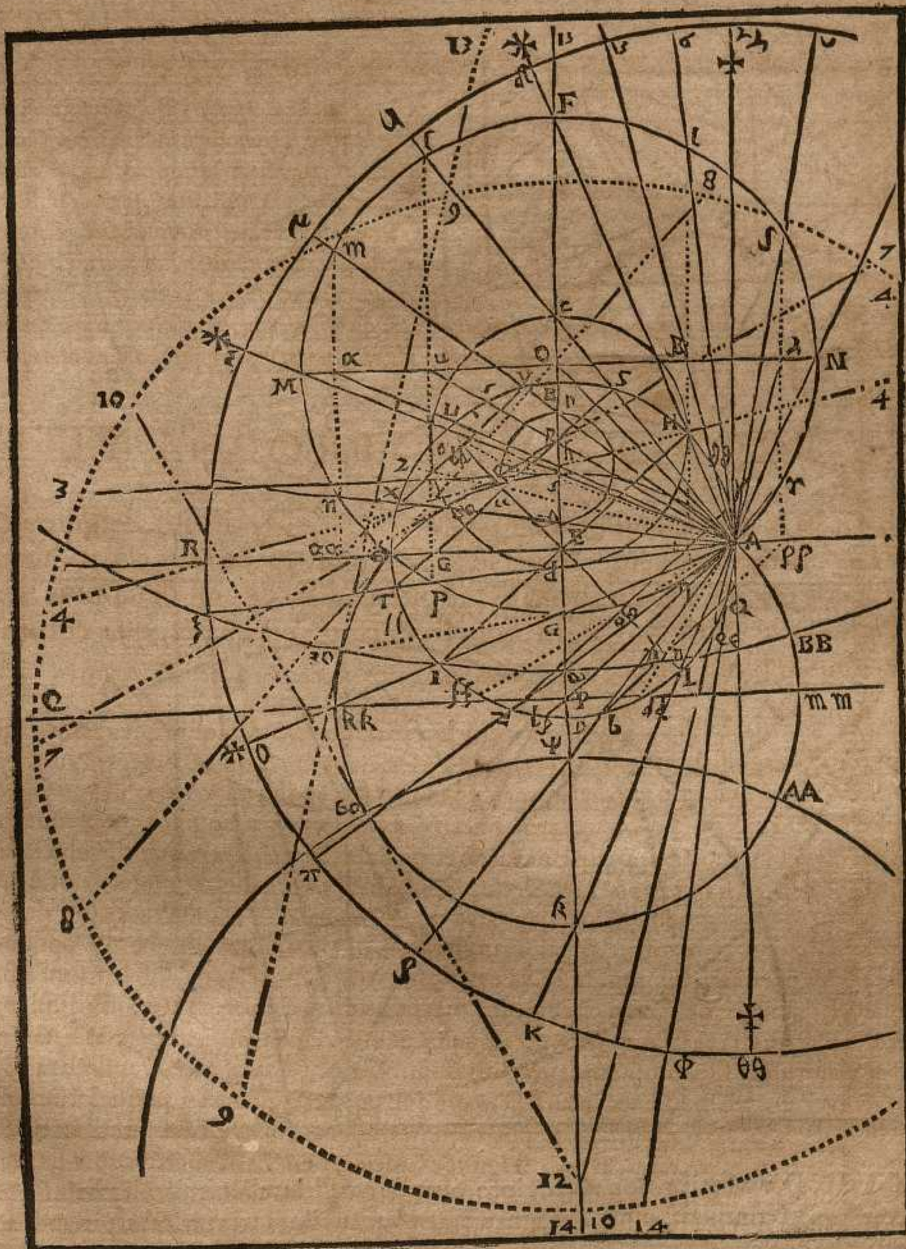
[a] 16. vnde.

per ra-per radium AY ♂, in concursu huius radij cum meridiana linea DBF, qui in puncto admodum procul distante contingit, vt in plano notari non possit. Quare vt portio eius paralleli per ω, transeuntis describi queat, inueniendum est eius centrum, etiamsi alterum extremum non habeatur, vt paulo infra Num 9 docebimus. Atque omnes hi paralleli, quorum diametros in Æquatore Astrolabij recta AK, ex polo australi A, ad polum Horizontis K, educta intersecat, hoc est, qui in sphæra inter polum australem, & zenith Meridianum intersecant, habent sua centra in Astrolabio supra Zenith i, versus F, describunturque circa i, Zenith, siue polum Horizontis superiorem.

Parellelos Horizõtis, qui in sphæra inter polum australem, & zenith Meridianum intersecant, describi in Astrolabio circa Zenith.

3. AT parallelus Horizontis, cuius diameter per polum A, australem transit, qualis est recta Ab ρ, ad axem Horizontis KL, perpendicularis, cadens in P, centrum Verticalis, vt supra demonstratum est propos. 5. Num. 3. proiicitur in lineam rectam PQ, ad BD, perpendicularem in P. Quod enim lineam rectam efficiat in Astrolabio, constat ex propos. 1. Num. 1. cum per polum australem ducatur. Quod autem faciat rectam PQ, ad BD, perpendicularem in P, sic probatur. Quoniam tam planum Æquatoris, Astrolabiiue, quam planum pa-

Parallelũ Horizõtis qui in sphæra per polũ australẽ ducitur, proiici in Astrolabio in lineam rectam, quæ ad meridianam perpendicularis est in centro Verticalis primarii.



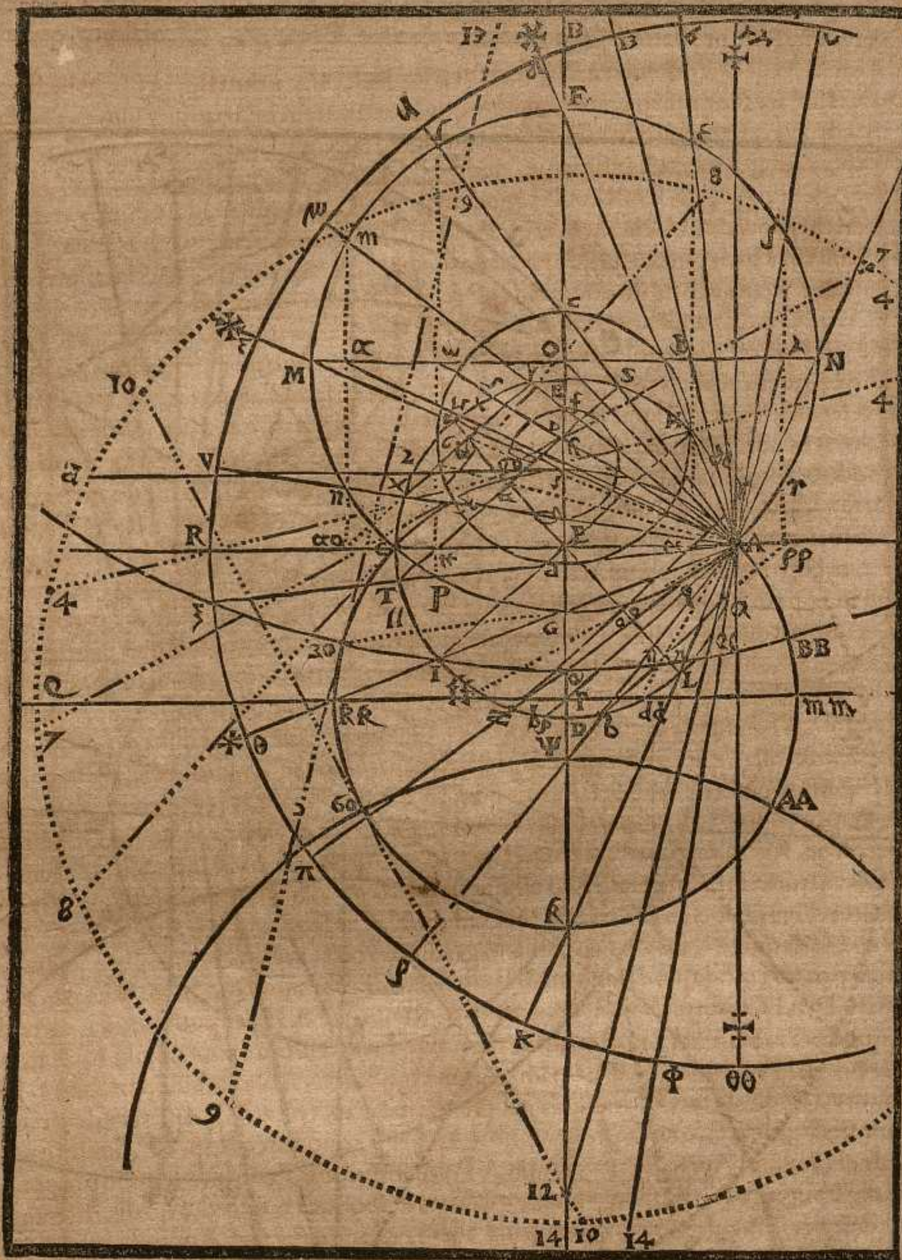
ralleli diametri AP, ad Meridianum rectum est; ([a] Meridianus enim per ipsorum polos ductus ad vtrumque rectus est, ac proinde viciſſim ipsa plana ad Meridianum recta erunt) [b] erit & eorum communis sectio ad eundem recta, atque idcirco ex defin. 3. lib. 11. Eucl. & ad rectam BD in Meridiano existentem perpendicularis erit in puncto P, vbi plano Astrolabij parallelus occurrit. Igitur perpendicularis PQ, erit communis illa sectio referens parallelum Horizontis per A, polum australem ductum.

4. ALII denique paralleli, quorum diametros in Æquatore Astrolabij recta AK, ex polo Australi A, ad K, polum Horizontis ductum non secat, hoc est, qui in sphæra inter polum australem, & Nadir Meridianum intersecant, centra sua habent in Astrolabio infra Nadir k, describunturque circa idem Nadir k, ita vt eorum circumferentiæ à recta PQ, deorsum versus curuentur, quemadmodum priorum circumferentiæ ab eadem recta PQ, sursum versus tendunt ita vides radium Ab, per b, extremum diametri a b, indicare vnum punctum extremum illius paralleli visum ♃; alterum vero extremum indicabitur per radiũ Aaφ, qui per alterum extre-

[a] 15. 1. Theo.
[b] 19. vnde.

Parallelos Horizontis qui in sphæra inter polum australem, & Nadir Meridianũ intersecant, describi in Astrolabio circa Nadir.

extremum a, ducitur, infra Nadir k, in concursu 14. si in plano notari posset; ita vt tota diameter visa infra rectam PQ, existat, inter cuius extrema ipsum Nadir k, reperitur. Sed quia hoc alterum extremum nimis procul excurrit, præstat inuenire centrum paralleli, quod est punctum 12. (quod paulo post Num. 9. inuenire docebimus) licet alterum extremum diametri visæ non habeatur. Circulus igitur ♃ 60. ex centro 12. descriptus circa Nadir k, repræsentabit parallelum diametri ab. Atque hoc eodem artificio omnes paralleli Horizontis describentur, tam ij qui sunt in supero hemisphærio supra Horizontem, quos illi repræsentant, qui infra Horizontem descripti sunt, quam illi, qui infra Horizontem existunt, quos videlicet referunt ij, qui extra Horizontem designantur. Maior tamen vsus illorum, quam horum est in rebus Astronomicis: Ex quo factum est, vt in Astrolabijs extra Horizontem nullus parallelus ipsius describi soleat, præter eum, qui grad. 18. infra Horizontem existit, diciturque linea crepusculina, de qua propos. 10. agemus.



Sectionem communẽ Æquatoris, & paralleli, obliqui esse ad meridianã lineã in Astrolabio perpendicularem.

OMITTENDVM etiam non est hoc loco, quando parallelus aliquis circuli maximi obliqui Æquatorem intersecat, (quod contingit, cum eius diameter meridianam lineam intra Æquatorem secat, cuiusmodi est diameter ST.) duo puncta intersectionum Æquatoris cum parallelo, & punctum intersectionis lineæ meridianæ cum eiusdem paralleli diametro, in vna recta iacere linea, nimirum in communi sectione plani Æquatoris, & plani paralleli in sphæra, quæ ad lineam meridianam perpendicularis est in Astrolabio. Quoniam enim tam parallelus diametri ST, in propria positione, quam Æquator ad Meridianum rectus est; [a] erit quoque communis eorum sectio ad eundem Meridianum recta, ideoque & ad meridianam lineam BD, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. perpendicularis. Si ergo per punctum intersectionis diametri ST, cum meridiana linea, ad eandem lineam meridianam perpendicularis ducatur, erit ea, communis sectio paralleli, & Æquatoris. Cũ ergo ex polo australi conspiciatur parallelus per illam communem sectionem transire, secabit necessario parallelus visus in Astrolabio descriptus Æquatorem in punctis extremis illius communis sectionis: ac proinde duo puncta sectionum Æquatoris, & paralleli, & punctum intersectionis diametri ST, cum linea meridiana iacebunt in vna linea recta, in communi videlicet sectione paralleli, & Æquatoris. Hac ratione experieris, intersectiones duas paralleli c 30 d, cum Æquatore, & intersectionem diametri ST, cum meridiana linea, in vna iacere linea recta: quod etiam de duabus intersectionibus paralleli BB ω 30. cum Æquatore, & intersectione diame-

[a] 19. vndec.

diametri YZ, cum linea meridiana dicendum est. Voco autem Meridianum cuiusuis obliqui circuli maximi, eiusque parallelorum, circulum maximum, qui per polos mundi, & polos circuli maximi ducitur; & meridianam lineam communem sectionem plani Astrolabij, & illius circuli maximi per polos mundi, & circuli obliqui transeuntis.

Meridianus, & linea meridiana cuiusuis circuli obliqui, quo modo intelligatur.

ADVERTENDVM quoque est, parallelum obliquum per E, centrum Astrolabij transeuntem, æqualem esse parallelo obliquo, qui in sphæra per polum australem ducitur, proijciturque in Astrolabio in rectã PQ, quia vterq; in sphæra æqualiter à proprio polo distat, ille quidem à superiore, hic vero ab inferiore; cum vtriusque distantiam metiatur arcus Meridiani proprij inter polum mundi, & proprium polum interiectus: Vtrique vero æqualem esse tam parallelum Æquatoris per i, polum circuli obliqui, quam parallelum Æquatoris per k, alterum polum obliqui circuli descriptum: quia horum vterque recedit in sphæra à polo mundi per arcum inter polum mundi, & polum circuli obliqui interiectum; quemadmodum & vterque illorum à proprio polo per eundem arcum distat.

5. QVEMADMODVM autem in sphæra verticalis circulus primarius per polos Horizontis, eiusque parallelorum ductus [a] secat omnes parallelos, ipsumque Horizontem bifariam, ita quoque in Astrolabio idem fieri necesse est: adeo vt quemadmodum in Horizonte arcus AFC, AGC, referunt duos semicirculos ipsius, vt supra in scholio præcedentis propos. Numer. 4. diximus, ita quoque in parallelis Horizontis arcus, quos Verticalis primarius AiCk, abscindit, semicirculos repræsentent. Rursus quemadmodum Verticalis, ac Meridianus diuidunt eosdem parallelos Horizontis, atque ipsum etiam Horizontem in sphæra, in quadrantes, ita quoque in Astrolabio arcus Horizontis, eiusque parallelorum inter Verticalem, & Meridianum, quem recta BD, in vtramque partem extensa exprimit, comprehensi referunt eorum quadrantes: cuiusmodi sunt arcus Horizontis AF, FC, CG, GA, & parallelorum arcus c30, 30d; f60, 60g; ω30; ✝60. &c. Immo & diameter Verticalis primarij secans in P, ad rectos angulos meridianam lineam BD, exhibet semicirculum paralleli, cuius diameter in sphæra est Abβ, quem per rectam PQ, repræsentari diximus; semidiametri autẽ Pkk, Pmm, eiusdem paralleli quadrantes referunt; semicirculum, inquam, & quadrantes eiusdem, qui à polo australi A, longius absunt, cum radij borealium quadrantum in rectam kkmm, australium vero extra rectam eandem cadant.

[a] 15. 1. The.

Semicirculi, & quadrantes Horizontis, eiusque parallelorũ, à Verticali primario, ac Meridiano effecti in Astrolabio, qui.

6. ALIO modo & fortasse accuratius reperiemus in meridiana linea BD, vtrinque extẽsa diametros apparentes parallelorum Horizontis, eorumque centra simul, hoc est, diametrorum puncta media, si Horizonte descripto AFCG, per eius centrum O, diameter MN, ducatur ad FG, perpendicularis, ipseque Horizon in 360. gradus distribuatur, facto principio à puncto F, vel G, si omnes paralleli desiderentur, (Nos confusionis euitandæ causa cum in 12. partes æquales, quarum singulæ tricenos gradus complectũtur, partiti sumus) tandem per bina quæuis puncta à diametro FG, æquè remota rectæ occultæ ducantur secantes diametrum, MN, in u, α, β, γ, quæ omnes ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ipsi FG, & inter se parallelæ erunt, diuidenturque omnes bifariam à diametro MN, ex eodem scholio propos. 29. libr. 3. Euclid. His namque peractis radij ex A, per extrema puncta cuiusuis parallelæ emissi abscindent ex FG, diametrum visam illius paralleli, qui in sphæra tot gradibus ab Horizonte distat, quot gradibus ipsa parallela à diametro FG, remouetur, atque parallelus ipse supra quidem Horizontem existet, si parallela versus punctum M, verget, infra vero eundem, si versus punctum N, tendat, ita vt semicirculus FCG, ad parallelos supra Horizontem, & semicirculus FAG, ad parallelos infra Horizontem pertineat. Recta vero ex A, per punctum, in quo diameter MN, à parallela secatur, emissa indicabit in recta FG, centrum eiusdem paralleli, id est, diametrum eius visam diuidet bifariam. Verbi gratia, quoniam parallela lp, recedit à diametro FG, versus M, grad. 30. abscindent radij Al, Ap, diametrum apparentem cd. paralleli, qui ab Horizonte versus Zenith totidem gradibus abest; recta vero Au, diametrum cd, secabit bifariam in e, centro paralleli c30d. quod hunc in modum demonstrabimus. Quoniam rectæ AF, Al, per 10. lemma, in circulis ABCD, AFCG, intercipiunt arcus similes, transitque AF, per punctum H, extremum diametri Horizontis, quod per radium AH, inuentum sit punctum F, extremum diametri visæ Horizontis; transibit Al, per S, quod arcus Fl, HS, similes sint. Quemadmodum ergo radius, AS, exhibuit punctum c, ita idem punctum c, per radium Al, indicabitur. Rursus quia per idem lemma 10. rectæ AG, Ap, in eisdem circulis arcus similes intercipiunt, rectaque AG, transit per I, transibit Ap, per T, quod arcus Gp, IT, similes sint. Igitur punctum d, reperietur per radium Ap, sicuti per radium AT, inuentum est. Et quia ex scholio propos. 4. libr. 6. Euclid. est, vt lu, ad up, ita ce, ad ed; estque lu, ipsi up, æqualis; erit quoque ce, ipsi ed, æqualis. Est ergo e, centrum paralleli circa cd, descripti inuentum per rectam Au. Eadem ratione radij Am, An, auferent visam diametrum fg, eamque bifariam secabit recta Aα: quia ex eodem lemmate 10. tam rectæ AF, Am, quam rectæ AG, An, similes arcus intercipiunt in circulis eisdem. Cum ergo arcus HV, arcui Fm, & arcus IX, arcui Gn, per constructionem similis sit, transibit recta Am, per V, & An per X, &c. Sic etiam radij At, Aq, per Y, Z, transibunt, & recta Aβ, in centrum paralleli per ω, descripti incidet; cum ex eodem lemmate 10. arcus similes intercipiant in eisdem circulis rectæ AF, At, &c. Denique radij quoque As, Ar, per puncta; a, b, transibunt. Quoniam enim rectæ AN, As, versus A, productæ intercipiunt, ex eodem lemmate 10. similes arcus, propter æquales angulos ad verticem A; transit autem NA, per L; Nam vt in scholio præcedentis propos. Numer. 4. ostendimus, quatuor puncta N, A, L, k, in vna recta linea iacent. Igitur sA, producta transibit per a, cum arcus Ns, La, similes sint. Rursus rectæ AN, Ar, productæ versus A, ex eodem lemmate 10. similes arcus abscindunt. Cum ergo NA, transeat per L, vt dictum est, arcusque Lb, arcui Nr, similis sit, transibit rA, producta per b. Recta quoque Aγ, versus A, producta cadet in punctum 12. quod centrum erit paralleli circa diametrum visam ✝14. descripti. Nam rursus recta sr, & diameter visa ✝ 14. secantur proportionaliter in γ, 12. cum parallelæ sint sr, ✝, 14. hoc est, ita se habet rγ, ad γs, vt ✝, 12. ad 1214. (sumendo 14. pro concursu rectarum BD, Aa.) quod eodem modo demonstrabitur, quo scholium propos. 4. lib. 6. Eucl. probatum fuit. Cum ergo sr, in γ, secta sit bifariam, secabitur quoque ✝, 14. in 12. bifariam.

Diametros apparentes parallelorũ Horizõtis, vna cum eorundem centris, per ipsummet Horizontẽ inuenire in Astrolabio.

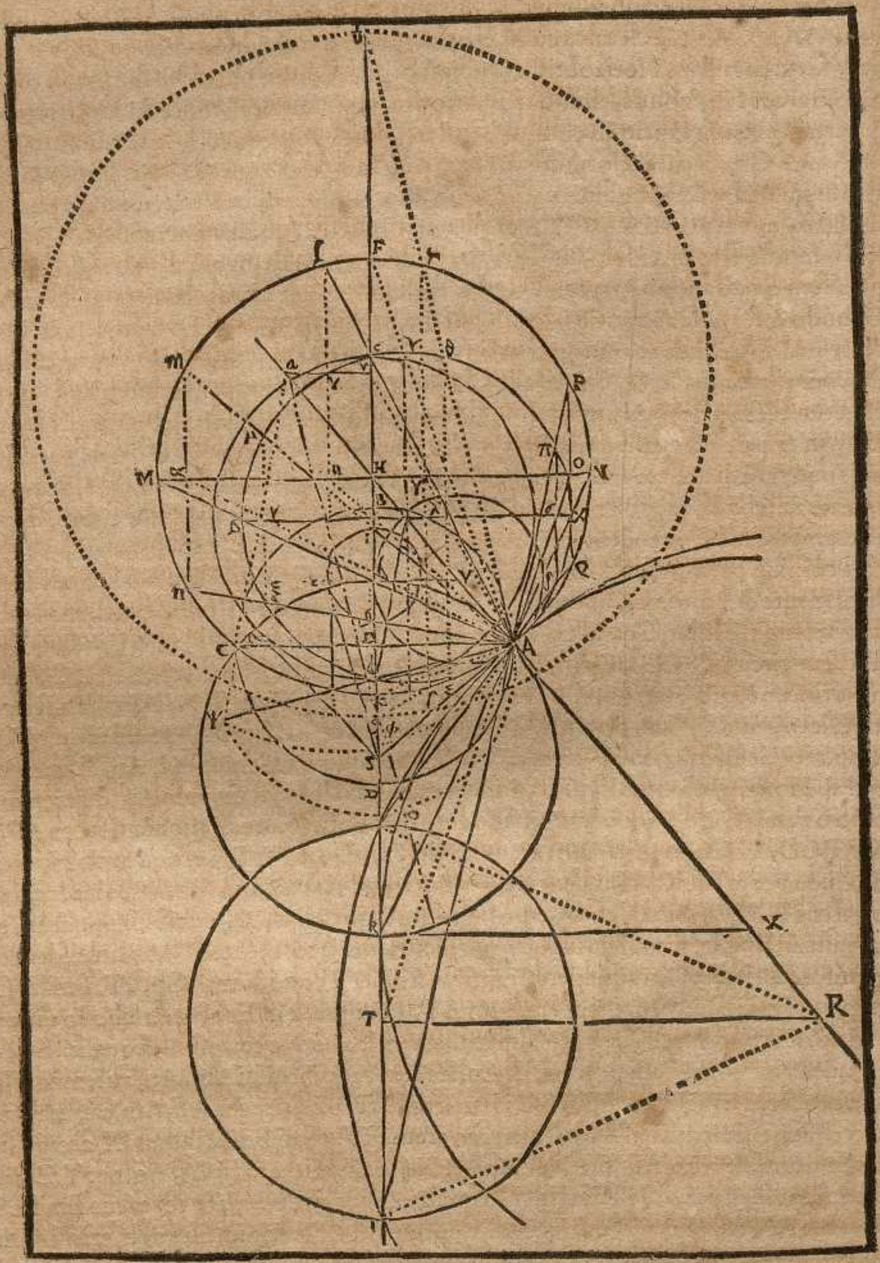
7. ACCIDIT autem in vtroque modo exposito, parallelas in Æquatore, & Horizonte ductas, eiusdem ordinis sese intersecare in diametro AC, vel in ea producta. Ita vides parallelas ST, lp, sese intersecare in puncto tt, dia-

Diametri parallelorũ Horizõtis

ducta in Aequato-re, & Hori zonte, vbi se interse-cent.

a 28. primi
b 29. primi
c 4. sexti.

tt, diametri AC. Item parallelas VX, mn, productas secare AC, productam in vno eodemque puncto aa: parallelas vero YZ, tq in puncto ee; & parallelas denique a b, sr, productas conuenire in eodem puncto gg, rectæ CA, productæ. Ratio huius rei hæc est. Quoniam recta AO, cadens ex A, polo australi in O, cētrum Horizontis, ad HI, diametrum Horizontis est perpendicularis, (si enim non credatur esse perpendicularis, si ex A, duceretur perpendicularis, caderet ea, vt demonstratum est in præcedenti propos. Num. 3. in centrum Horizontis, atque ita haberet Horizon duo centra, quod est absurdum,) [a] erunt AO, KL, parallelæ, [b] ideoque angulus externus cc E tt, interno OAE, æqualis. Cum ergo & recti E cc tt, AEO, æquales sint; æquiangula erunt triangula AEO, E cc tt. [c] Igitur erit, vt AE, semidiameter Æquatoris ad AO, semidiametrum Horizontis, ita cc E, sinus arcus HS, ad E tt. Sed per lemma 5. semidiametri eandem proportionem habent, quam sinus arcuum similium. Igitur erit E tt, sinus arcus, qui similis sit arcui HS, hoc est, sinus arcus Fl, qui ostensus est similis arcui HS: ac proinde recta lp, abscindens ex EC, sinum arcus Fl, cadet in punctum tt, vbi recta ST, rectam EC, secat. Eadem quoque in cæteris demonstratio est, cum triangulum E bb aa, triangulo AEO, sit æquiangulum: nec non & triangula E oo ee, E nn gg, eidem triangulo AEO, æquiangula, propter alternos angulos EAO, nn EA, æquales, &c.



Circulum per extrema puncta diametri visæ cuiusuis paralleli Horizontis, & per polum australem descriptū tangere Horizontē in polo australi.

QVONIAM vero ratio hæc secunda inueniendi diametros parallelorū Horizontis percommoda est, ac facilis, libet in ea paulo diutius insistere, varias proprietates, quę illā cōsequūtur, demonstrādo. Quod vt cōmodius, & sine cōfusione linearum fiat, describemus figuram seorsum, in qua rursum Æquator sit ABCD, cuius centrum E: Horizon AFCG, cuius centrum H. Paralleli Horizontis cum eorum diametris in ipso Horizonte, vt supra, nisi quod arcus, Fl, lm, mM, &c. hic non sunt æquales, vt ibi. Primum igitur circulus circa tria puncta, quorum vnum est polus australis A, è quo omnes radij exeunt, alia vero duo in extremitatibus diametri visæ cuiusuis paralleli existunt, tangit Horizontem in australi polo A. Ita vides circulum Acd. Horizontem contingere in A. Cum enim diameter visa cd, reperiatur per radios ex A, ad extremitates rectæ lp, ipsi FG, parallelæ eductos, vt hic ostensum est Num. 6. erit in triangulo Alp, basi lp, parallela recta cd. Igitur per lemma 40. circuli AFCG, Acd, descripti circa triangula Alp, Acd, mutuo se tangent in A: & I, centrum circuli Acd,

Acd, existet in recta AH, ex A, per centrum Horizontis emissa: quod inuenitur per rectam dI, facientem cum radio Ad, per d, extremitatem diametri visæ paralleli ducto angulum IdA, angulo IAd, æqualem; [a] quod tunc rectæ IA, Id, æquales sint, ac proinde circulus ex I, per A, descriptus transeat per d; ideoque & per c, cum per duo puncta A, d, vnus tantum circulus describi possit circulum AFCG, tangens, qualem ostendimus esse eum, qui per tria puncta A, c, d, describitur. Nam si per puncta A, d, alius circulus circulum AFCG, tangens describi posset; tangeret is quoque circulum Acd, cum centrum haberet in recta AH, quod est absurdum, cum eundem vel secaret, vel tangeret quoque in d, Eademque ratione, si in c, altero extremo diametri visæ paralleli, constituatur angulus angulo cAI, æqualis, cadet recta cum angulum constituens in I, centrum. Idem contingit in parallelis, quorum diametri visæ infra S, centrum Verticalis existunt, & circa alterum polum Horizontis k, describuntur. Sit enim KL, diameter visa, quam exhibent radij AP, AQ, ad extremitates rectæ PQ, ipsi FG, parallelæ ducti, ac per A, extensi. Dico circulum quoque circa tria puncta A, K, L, descriptum tangere Horizontē in A. Quia nāq; in triangulis APQ, ALK, latera PQ, LK, parallela sunt circuli AFCG, AKL, circa ea triangula descripti, se mutuo per lemma 40. in A, contingent: atque R, centrum circuli AKL, in recta HA, extensa reperietur per rectam LR, quæ angulum ALR, angulo LAR, vel per rectam KR, quæ angulum AKR, angulo KAR, æqualem constituit. Denique si ex polis Horizontis i, k, ad rectam Fk, excitentur perpendiculares iV, kX, erunt etiam V, X, centra circulorum per i, k, transeuntium, Horizontemque tangentium in A. [b] Nam rectæ iV, kX, erunt parallelæ ipsi MN, ob angulos rectos ad H, i, k, ideoque tam triangula AHM, AVi, quam AHN, AXk, similia erunt. [c] Igitur erit vt AH, ad HM, ita AV, ad Vi; & vt AH, ad HN, ita AX, ad Xk. Cum ergo semidiametri AH, HM, HN, sint æquales, erunt quoque tam VA, Vi, quam XA, Xk, æquales. Circuli igitur ex V, X, per i, k, descripti transibunt per A, punctum, in eoque Horizontem tangent. Vbi etiam vides, rectas iV, kX, facientes angulos ViA, XkA, angulis VAi, XAk, æquales, cadere in centra VX. [d] Nam tam illi duo, quàm hi anguli æquales sunt.

[a] *6. primi.* [b] *28. primi* [c] *4. sexti.* [d] *5. primi.*

Ex meridiana linea Astrolabij rectā abscindere, quæ sit diameter visa alicuius paralleli Horizontis.

EX hoc sequitur, si desideretur diameter visa alicuius paralleli Horizontis, non determinando eius distantiā ab Horizonte, vel ab eius polo, id dicto citius fieri posse, si à quouis puncto I, in recta AH, assumpto, ad interuallum rectæ IA, beneficio circini duo puncta c, d, abscindantur. Nam cd, diameter erit visa alicuius paralleli, illius videlicet, cuius distantiam ab Horizonte radij Ac, Ad, determinant in punctis l, p. Cum enim circulus per A, c, d, descriptus Horizontem in A, tangat, erunt per lemma 9 rectæ cd, lp, parallelæ. Igitur vt supra Num. 6. ostensum est, recta cd, diameter erit visa paralleli distantis ab Horizonte per arcum Fl, vel Gp. Sic etiam, si ex assumpto puncto a, ad interuallum aA, duo puncta b, q, abscindantur, erit bq, diameter visa paralleli, cuius distantia ab Horizonte est arcus Fr, vel Gs. Item si ex puncto R, assumpto ad interuallum RA, abscindantur duo puncta K, L, erit KL, diameter visa paralleli, cuius distantia ab Horizonte est arcus FP, vel GQ.

Dato vno extremo diametri visæ cuiuslibet paralleli Horizontis, reperire alterū extremum per circulū, qui Horizōtem tāgat, inuētamq; diametrū per lineam perpendicularē secare bifariam.

HINC rursus facillima via elicitur, quà ex dato vno extremo diametri visę cuiuslibet paralleli Horizontis, alterum extremum eruatur: quæ res magnam habet vtilitatem in punctis, quæ supra centrum Horizontis longius excurrunt, inuestigandis, quod ibi radij valde oblique meridianam lineam intersecent. Ita ergo faciemus. Sit data distantia paralleli sub Horizonte arcus Fr, vel Gs, cuius visa diameter inuestiganda est. Ducto radio As, secante meridianam lineam in q; (omnes autem hæ sectiones inter i, polum & S, centrum Verticalis minus obliquæ sunt, ac proinde magis commodæ,) fiat angulus Aqa, angulo qAa, æqualis, secetque recta qa, rectam AH, in a; ac tandem ex a, ad interuallum a A, vel a q, sumatur in linea meridiana punctum b, quod dico esse alterum extremum diametri visæ, in quod scilicet radius Ar, incurrit: propterea quod circulus ex a, per A, q, b, descriptus Horizontem tangit in A; ac proinde, vt demonstrauimus, resecat diametrum paralleli Horizontis. Cum ergo q, sit vnum extremorum, erit b, alterum. Quod si forte recta q a, nimis oblique rectam AH, secet, vtemur hoc artificio. Ex quolibet puncto rectæ qa, facientis angulum aqA, angulo qAa, æqualem describemus per A, arcum circuli Aφψ, secantem rectam aq, productam in φ; & arcui φA, arcum φψ, æqualem sumemus. Si namque ducta recta Aψ, angulo HAψ, æqualis fiat angulus Aψι, cadet rursum recta ψ a, in a, sectioque eius cum AH, minus erit obliqua. Quod autem ψι, incidat in a, vbi Aa, qa, conueniunt, constat. Ducta enim ex a, recta aψ; quoniam latera ψω, ωι, lateribus Aω, ωa, æqualia sunt, angulosque continent ad ω, rectos; (Nam recta qa, transiens per centrum arcus a φψ, secansq; eum bifariam in φ, secat quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. rectam Aψ, bifariam, [e] ideoque ad angulos rectos) [f] erunt & bases aA, aψ, & anguli aAψ, aψA, æquales: ac proinde recta faciens in ψ, cum recta Aψ, angulum angulo HAψ, æqualem cadet in a. Sic etiam, si diametri KL, extremum K, inuentum sit per radium QAK; (quod facilius reperitur, quam alterum L, propter sectionē obliquiorē) & angulo RAK, æqualis fiat angulus RKA; ac tādem ex R, vbi recta KR, rectam HAR, secat, ad interuallum RK, meridiana linea secetur in L, erit L, alterum extremum. Inuento hac ratione altero extremo, dabit ducta perpendicularis ad lineam meridianam ex puncto rectæ AH, ex quo illud extremum inuentum est, centrum paralleli, hoc est, secabit diametrum visam bifariam. Ita vides perpendicularem Ie, cadere in centrum e, paralleli cd; & perpendicularem a t, in centrum t, paralleli bq; & perpendicularem RT, in centrum T, paralleli KL. Quia enim rectæ RK, RL, æquales sunt, cum ex R, ad interuallum RK, sumptum sit punctum L; [g] erunt anguli K, L, æquales: Ponuntur autem & anguli T, recti. Igitur cum latera RK, RL, illis opposita sint æqualia; [h] erunt & latera KT, LT, æqualia. Eademque ratio est in alijs, cum & Id, Ic, & aq, a b, sint æquales, &c.

[e] *3. tertij.* [f] *4. primi.* [g] *5. primi.* [h] *26. primi*

Diametros visas parallelorū Horizontis per circulum, qui Horizōtem in polo australi tangit inuenire.

QVOD si Horizon tantæ interdum magnitudinis existat, vt vix in eo ob angustiam plani parallelæ lp, mn, &c. duci queant, vti poterimus commodissime quouis circulo Aγβδ, ex aliquo puncto rectæ AH, per A, descripto, ideoque Horizontem tangente in A. Nam si ducamus diametrum βκ, diametro MN, vel AC, parallelam, eamque ad angulos rectos secemus alia diametro γδ, accipiendi sunt arcus γc, cμ; δd, dξ γθ, θπ, δε, ες, arcubus Horizontis Fl, lm; Gp, pn; Fr, rP; Gs, sQ, similes, hoc est, circulus Aγβδ, diuidendus, vt Horizon diuidebatur, & rectæ ducendæ cd, μξ θε, πς, &c. quia radij Aγ, Ac, Aμ, &c. cadunt in F, l, m, &c. propterea quod per lemma 9. similes arcus intercipiunt γc, Fl, cμ, lm, &c. Vt igitur in Horizonte, sic in hoc circulo radij Aμ, Aξ, dabunt diametrum apparentem paralleli fg, & radius Aν, in centrum h, incidet, &c. Itaque si circulus Aγβδ, in partes

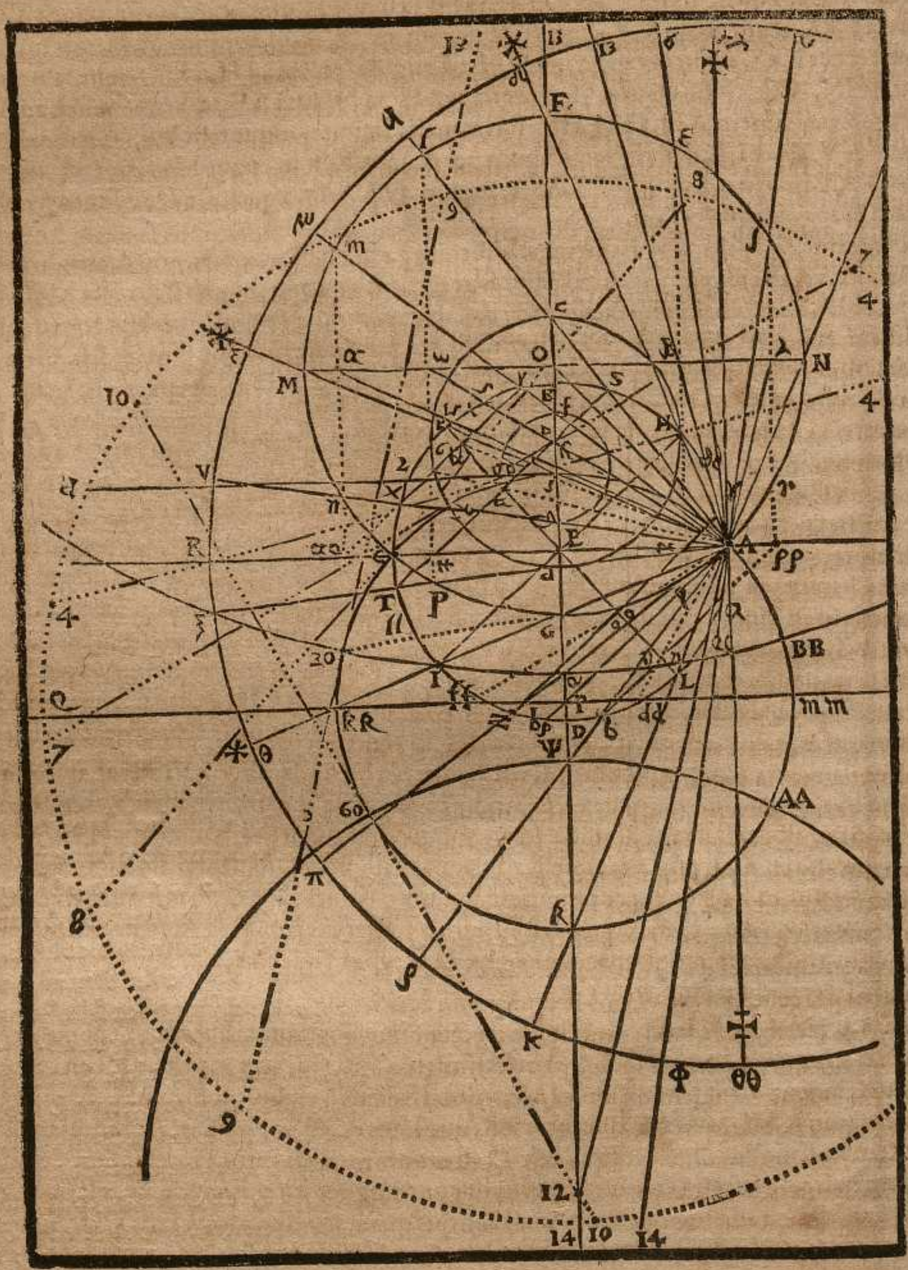
æqua-

æquales diuidatur,(quod in figura factum non eſt,)deſcribentur ijdem prorſus paralleli, qui ſupra Num. 6. per Horizontem deſcripti ſunt.

Rectas ex centro Verticalis ad interſectiones parallelorum Horizontis cũ Verticali ductas, tangere parallelos in eiſdem interſectionibus.

FACILE quoque ex his demonſtrabimus, rectas ex S, centro Verticalis ad interſectiones eiuſdem Verticalis cum parallelis ductas, parallelos ibidem tangere; quales ſunt See, Scc. Iuncta enim recta SA, tanget Horizontem in A, vt propoſ.5. Num.28. oſtendimus. Si igitur deſcribatur circulus Acd, Horizontem tangens in A, tranſienſque per cd, extrema puncta diametri paralleli, vt paulo ante monſtratum eſt, tanget eadem recta SA, hunc circulum in A. [a] Quapropter rectangulum ſub cS, Sd, quadrato rectæ SA, vel See, (quæ ipſi SA, æqualis eſt) æquale erit; ac proinde recta See, parallelum ceed, tanget in ee, & ſic de cæteris parallelis circa Zenith i, deſcriptis. Neque diuerſa ratio eſt in parallelis circa Nadir k, deſcriptis.[b] Nam deſcripto circulo AKL, Horizontem tangente in A, tranſeunteque per K, L, extrema puncta diametri paralleli KL, tanget SA, hunc circulum in A,[c] cum perpendicularis ſit ad HAR.[d] igitur rectangulum ſub LS, SK, æquale erit quadrato rectæ SA, hoc eſt, quadrato rectæ ex S, ad interſectionem Verticalis cum parallelo KL, ductæ,[e] ac proinde hæc recta parallelum in eadem interſectione tanget. Eademque ratio eſt de cæteris parallelis circa Nadir k, deſcriptis.

[a] 36. tertij
[b] 37. tertij
[c] 18. tertij.
[d] 36. tertij
[e] 37. tertij



Dato vno extremo diametri Horizõtis, vel eius paralleli, inuenire alterum extremum, per tertiã proportionalẽ ad rectam, inter datũ extremũ, & centrũ Verticalis, & ad ſemidiametrũ Verticalis.

ATQVE ex hoc rurſus infertur, ſi inuentum fuerit vnum extremorum diametri Horizontis, vel eius paralleli, & duabus rectis, quarum prima eſt inter centrum Verticalis S, & extremum inuentum, ſecunda vero ſemidiameter Verticalis, inueniatur tertia proportionalis, extremum huius punctum eſſe alterum extremum diametri. Quia enim SA, tangit Horizontem,[f] erit rectangulum ſub SG, SF, quadrato rectæ SA, æquale.[g] Igitur erit, vt SG, ad SA, ita SA, ad sF. Eadem ratione, quia See, tangit parallelum cd, in ee;[h] erit eius quadratum rectangulo ſub Sd, Sc, æquale.[i] Igitur erit, vt Sd, ad See, ita See, ad Sc. Quamobrem inuento extremo d, inuenietur alterum c, ſi duabus Sd, See, inueniatur tertia proportionalis Sc, & ſic de cæteris.

8. EORVNDEM parallelorum Horizontis diametros viſas, etiamſi neque in Æquatore, neque in Horizonte diametri eorum ductæ ſint, reperiemus hoc etiam tertio modo. Ex puncto A, in priori figura, deſcripto circulo cuiuſcunque magnitudinis γγ R θθ. ductaque γγθθ, ad AR, perpendiculari, vt quadrantes fiant R γγ, R θθ, ſit arcus R*, ſemiſſis complementi altitudinis poli, hoc eſt, ſemiſſis illius arcus, qui arcui CK, ſimilis ſit,

[f] 36. tertij
[g] 16. ſexti.
[h] 36. tertij
[i] 16. ſexti.

ſit, tranſibitque ducta recta Aε, per K, cum per lemma 10. rectæ AR, AK, auferant arcum Rε, ſemiſſem arcus, qui arcui CK, ſimilis ſit. Eadem de cauſa, ſi arcus εδ εθ. ſint quadrantum ſemiſſes, tranſibunt ductæ rectæ Aϑ, Aθ, per H, I, quod KH, KI, quadrantes ſint. Diuiſo iam quadrante ϑθ, qui ſemicirculo HKI, reſpondet, in 180. partes æquales, hoc eſt, vtroque arcu εϑ εθ in 90. ſi omnes Almucantarath deſiderentur, (Nos vtrumque in tres partes diſtribuimus, vt ſingulæ tricenas partes contineant, hoc eſt quindenos gradus) abſcindent quilibet duo radij ex A, per duo puncta æqualiter diſtantia à puncto ε quod vertici capitis reſpondet, emiſſi, ex BD, diametrum apparentem illius paralleli Horizontis, qui tot gradibus à Zenith in ſphæra abeſt, quot ſemigradibus puncta illa duo à puncto ε, diſtant, vel qui tot gradibus ab Horizonte diſtat, quot ſemiſſibus graduum duo illa puncta à punctis ϑ θ abſunt verſus Zenith, ſi puncta aſſumpta ſint in quadrante ϑθ aut verſus Nadir, quando puncta aſſumpta ſunt à punctis ϑ θ verſus γγ & θθ Ita vt quadrans ϑθ. reſpondeat parallelis Horizontis ſupra Horizontem, partes vero à δ, & θ, verſus γγ & θθ, parallelis infra Horizontem. Verbi gratia. Radij Aλ, Aξ, abſcindent diametrum cd, paralleli, qui 60. grad. à Zenith diſtat: quia cum rectæ Aε. Aλ, in circulo Rϑ, intercipiant 60. ſemigradus, auferent eædem ex Æquatore grad. 60. per Lemma 10. ac proinde radius Aλ, per S, tranſibit; eademque ratione radius Aξ per T, tranſibit: Ideoque ambo per puncta c, d, quemadmodum prius radii AS, AT, tranſibunt. Simili modo radii Aμ, Aν, per V, X, tranſibunt, diametrumque viſam fg, abſcindet. Atque hi quidem radij inter ε & puncta δ, θ, exiſtentes auferent diametros parallelorum ſupra Horizontem. Alij vero radij vltra puncta ϑ, θ, diametros parallelorum infra Horizontem abſcindent. Vt radij Aσ, Aπ, dabunt diametrum viſam paralleli, qui per ω, infra Horizontem deſcribitur. Ambo tamen radij à puncto ε, æqualiter diſtantes, vel à punctis δ, θ, ſi rectam BD, ſecent infra punctum P, exhibebunt diametrum paralleli infra polum antarcticum exiſtentis, quique in Aſtrolabio infra rectam PQ, circa Nadir k, deſcribitur. Huiuſmodi ſunt radii Aυ, Aϱ, abſcindentes diametrum viſam ↓ 14. Itaque ſi omnes tres modi, quos tradidimus, adhibeantur, exquiſitiſſime inuenientur diametri viſæ parallelorum Horizontis, cum pro ſingulis radijs ex A, ducendis habeantur præter punctum A, terna alia puncta, per quæ duci debeant, vnum videlicet in Æquatore, alterum in Horizonte, & tertium in circulo γγ. R θθ, vt ex dictis perſpicuum eſt.

9. CÆTERVM quemadmodum ſi angulo CAK, quem cum radio AK, in Zenith cadente, recta AC, per E, punctum, vbi axem Horizontis KL, diameter Horizontis HI, ſecat, emiſſa conſtituit, fiat ex altera parte eius radii angulus æqualis OAK, hoc eſt, ſi arcui CK, ſumatur à K, verſus B, arcus æqualis, & per finem recta AO, ducatur; recta AO, in centrum Horizontis in Aſtrolabio cadit, id eſt, diametrum viſam Horizontis FG, diuidit bifariam, vt in præcedenti propoſ. Numer. 3. oſtendimus: ita quoque, ſi ducta ex A, recta A 2. per punctum cc, vbi ST, diameter paralleli Horizontis eundem axem KL, ſecat, angulo 2AK, fiat æqualis angulus 5AK, hoc eſt, ſi arcui 2K, æqualis arcus K5, ſumatur; recta ducta A5, incidet in e, centrum paralleli in Aſtrolabio, cuius diameter in ſphæra eſt ST, hoc eſt, viſam diametrum cd, eiuſdem paralleli bifariam diuidet, per ea, quæ à nobis in lemmate 35. demonſtrata ſunt.[a] Nam axis KL, ad diametrum ST, perpendicularis eſt, cum perpendicularis ſit ad Horizontis diametrum HI, cui ST, æquidiſtat. Pari ratione, ſi ex A, per punctum bb, vbi diameter VX, eundem axem KL, interſecat, recta ducatur Abbσ, & arcui Kσ, æqualis accipiatur K15, cadet ducta recta A15, in h, centrum paralleli, cuius diameter VX. Item ſi ex A, per punctum oo, vbi diameter YZ, axem eundem KL, diuidit, ducatur recta Aooff, & arcui Kff, ſumatur Kgg, æqualis, vel (quod idem eſt) arcui Lff, ſumatur æqualis, Lgg, cadet ducta recta Agg, in centrum paralleli, cuius diameter YZ. Denique eandem ob cauſam, ſi ex A, per punctum nn, vbi diameter ab, eundem axem KL, ſecat, ducatur Anndd, recta, & arcui Ldd, æqualis ſumatur Lee, cadet recta producta Aee, in 12. centrum paralleli, cuius diameter ab, &c. Eadem enim in omnibus eſt demonſtratio. Idem hoc quadrat etiam in circulum γγ R θθ. Nam ſi, verbi gratia, recta Acc, produceretur ſecans circulum Rε, in puncto aliquo, & arcui inter hoc punctum, & punctum ε, æqualis abſcinderetur, caderet recta per terminum huius arcus ducta in e, centrum paralleli, cuius diameter ST. Nam propter arcus æquales ad vtramque partem puncti ε,[b] fierent anguli ad A, centrum illis inſiſtentes æquales;[c] ac propterea inſiſterent quoque in circulo ABCD, arcubus æqualibus Kz, K5. Quare, vt demonſtratum eſt, recta A5, caderet in centrum e, &c.

10. PRÆTER tres modos expoſitos excogitauimus quartam adhuc rationem pulcherrimam, atque facillimam deſcribendi parallelos Horizontis in Aſtrolabio, qua videlicet per vnam ſolam rectam lineam, quæ Verticalem tangat, inuenitur ſemidiameter paralleli deſcribendi, eiuſque centrum. Ea autem eſt eiuſmodi. Deſcripto Verticali primario Ai CK, diuidatur eius quadrans iC, in 90. gradus, ſi omnes paralleli ſupra Horizontem deſcribendi ſint, ſimiliterque quadrãs Ck, ſi omnes paralleli infra Horizontem deſiderentur. Nos vtrumque quadrantem in ternas partes partiti ſumus, vt ſingulæ tricenis gradibus reſpondeant: quæ diuiſio ex ijs, quæ tradita ſunt, difficilis non eſt. Nam ſi vterque quadrans Æquatoris CB, CD, in tot partes æquales ſecetur, in quot quadrantes Verticalis diuidendi ſunt, & ex G, polo Verticalis (quemadmodum enim KL, poli veri ſunt Horizontis, ita HI, poli veri ſunt Verticalis, qui in punctis F, & G, apparent,) per diuiſionum puncta in Æquatore rectæ occultæ ducantur, diuidetur vterq; quadrans Verticalis Ci, Ck, in punctis 30. 60. quæ illis in Æquatore reſpondent, vt in præcedenti propoſ. Numer. 17. demonſtratum eſt in primo modo diſtribuẽdi circulos maximos obliquos in gradus exemplumque poſuimus hic in recta G 30. quæ per ll, gradum 30. Æquatoris à C, verſus D, numeratum tranſiens aufert arcum C 30. graduum 30. ex Verticali circulo. Deinde per puncta diuiſionum vtriuſque quadrantis in Verticali ducantur rectæ tangentes Verticalem. Hæ namque in meridiana linea BD, indicabunt centra parallelorum per eadem illa puncta Verticalis deſcribendorum, ita vt portiones tangentium inter puncta contactuum, & rectam BD, ſint parallelorum ſemidiametri. Exempli gratia. Per C, ſi ducatur recta CO8. tangens Verticalem in C, cadet in O, centrum Horizontis, qui eſt omnium illorum parallelorum maximus, ſemidiameter autem erit OC. Igitur circulus ex O, per C, deſcriptus dabit Horizontem. Sic recta 30 e 7, tangens Verticalem in puncto 30. quadrantis Ci, cadet in e, punctum, ex quo per punctum illud 30. circulus deſcriptus dabit parallelum Horizontis, qui 30. gradibus ab

Semidiametrũ Verticalis medio loco proportionalẽ eſſe inter rectã, quæ inter centrum Verticalis, & alterutrũ extremorũ diametri Horizõtis vel eius paralleli interijcitur, & rectam inter idem centrũ Verticalis & alterũ extremũ diametri Horizontis, vel eius paralleli poſitã.

Diametros viſas parallelorũ Horizontis reperire per arcum quẽcunque ex polo auſtrali deſcriptum.

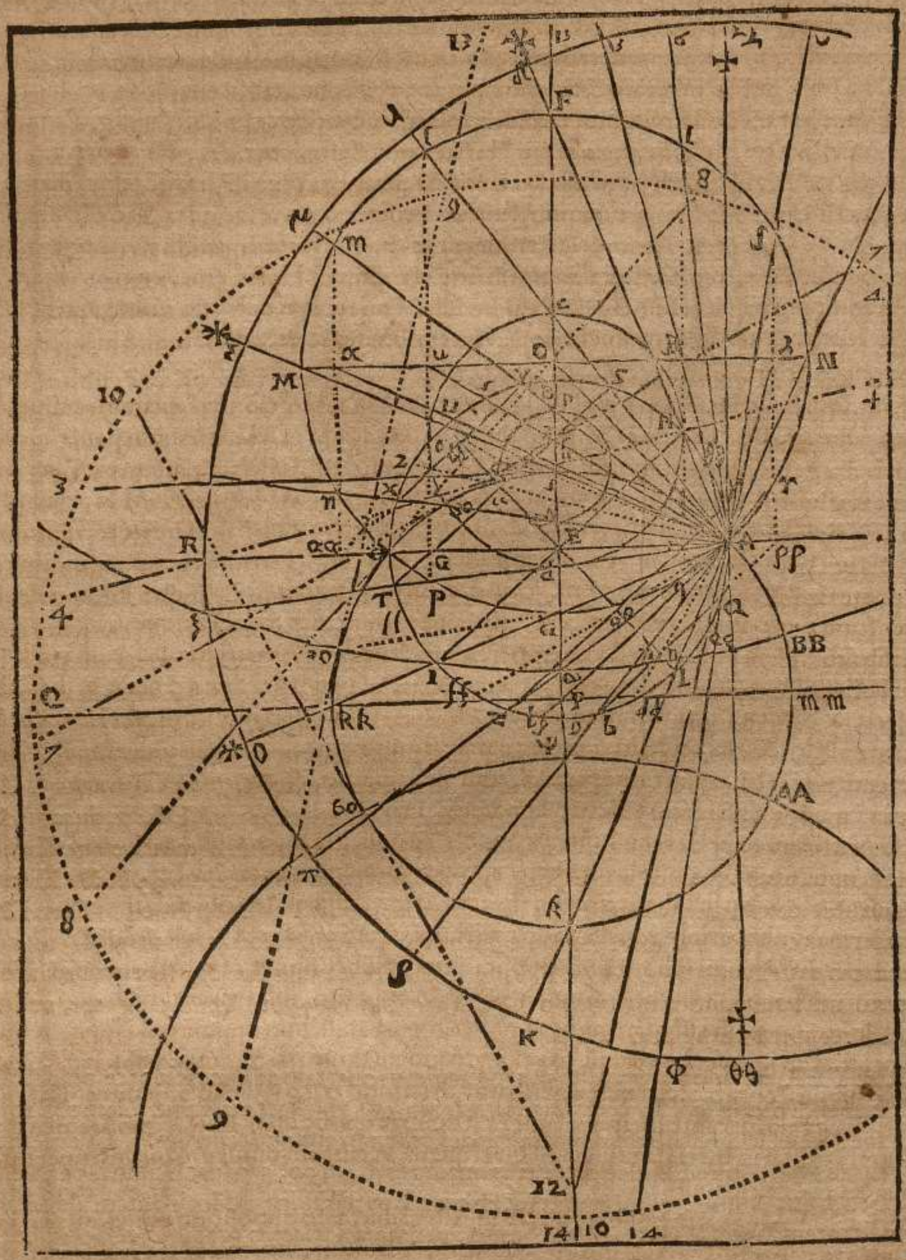
Quæ linea ex polo auſtrali emiſſa ſecẽt diametros viſas parallelorum Horizontis in primo & tertio modo inuẽtas bifariam, hoc eſt, in centra parallelorum cadant.

[a] 29. primi
[b] 27. tertij
[c] 26. tertij

Semidiametrũ, & centrum cuiuſuis paralleli Horizontis, per vnam ſolam lineam, quæ Verticalẽ tangat inuenire.

eo vereo versus Zenith distat: Recta autem 60h4, tangens Verticalem in puncto 60. eiusdem quadrantis Ci, praebebit h, centrum paralleli per punctum 60. describendi, qui 60. grad. ab Horizonte versus Zenith distat. Simili modo recta 30913. Verticalem tangens in puncto 30. quadrantis Ck, secabit DB, protractam in centro paralleli per punctum 30. eiusdem quadrantis Ck, describendi, qui 30. gradus sub Horizonte latet. Denique recta 60 12. tangens Verticalem in puncto 60. eiusdem quadrantis Ck, transibit per 12. centrum paralleli per illud punctum 60. describendi, qui 60. gradibus ab Horizonte versus Nadir recedit. Eademque ratio est de caeteris. Demonstratio huius descriptionis, quae inter omnes magis mihi placet, haec est. Paralleli transeunt necessario per puncta in Verticali hoc modo inuenta, cum haec referant illa puncta Verticalis primarij in sphaera, per quae paralleli, quos hi in Astrolabio descripti referunt, ducuntur. Quoniam vero, vt supra Num. 7. demonstrauimus, rectae lineae ex P, centro Verticalis ad puncta, vbi Verticalis parallelos secat, emissae tangunt parallelos in eisdem illis punctis, [a] erunt rectae ex illis punctis ad centra parallelorum ductae, perpendi-

[a] 18. tertij.



culares ad praedictas rectas ex P, centro Verticalis ad puncta intersectionum Verticalis cum parallelis ductas. Igitur eaedem illae rectae ex centris parallelorum ductae, cum sint ad semidiametros Verticalis, hoc est, ad rectas ex centro P, eductas, perpendiculares, Verticalem ijsdem in punctis tangent, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. Quare lineae rectae Verticalem tangentes per centra parallelorum transibunt, quandoquidem rectae ex his centris ad puncta sectionum Verticalis ductae, Verticalem tangunt, vt ostendimus alioquin duae rectae Verticalem in eodem puncto tangerent, illa videlicet, quae ex puncto sectionis ducitur tangens Verticalem, & illa, quae ex centro paralleli ad idem sectionis punctum ducitur, quod est absurdum.

Praxis facilis ad plures lineas ducendas, quadrantum circulum in datis punctis tangant.

11. HOC autem artificio, si plures paralleli proponantur describendi, lineas Verticalem tangentes sine magno labore ducemus. Descripto ex P, centro circuli Verticalis, circulo cuiuscunque magnitudinis, occulto tamen, ne confusio gignatur, qualis est Q 4 3 9. ducatur ex il, ad ik, perpendicularis i 3. secans circulum descriptum in 3. Nam si beneficio circini interuallum i3. acceptum transferas ex quolibet puncto circuli

Vertica-

Verticalis in circumferentiam Q 4 3 9. ex P, descriptam, siue in vtramque partem, siue in alteram tantum, recta linea ex inuento puncto in dicta circumferentia descripta, per illud punctum Verticalis ducta tanget Verticalem in eodem illo puncto. Vt quia ad interuallum i 3. ex puncto Verticalis 60. in quadrante i C, circinus secat vtrinque circumferentiam in punctis 4. 4. tanget recta 4 60 4. Verticalem in puncto 60. Eadem ratione, quia circinus eodem interuallo ex puncto 30. eiusdem quadrantis secat circumferentiam vtrinque in punctis 7. 7. tanget recta 7 30 7. Verticalem in 30. Rursus idem interuallum ex C, dat vtrinque in circumferentia puncta 8. 8. Igitur recta 8 C 8 tanget Verticalem in C. Item quia interuallum idem ex puncto 30. quadrantis Ck, secat circumferentiam ex vtraque parte in 9. 9. tanget recta 9 30 9. Verticalem in 30. Denique quoniam idem interuallum exhibet vtrinque in circumferentia puncta 10. 10. ex puncto 60. eiusdem quadrantis, recta 10 60 10. Verticalem in 60. continget. Atque ita de cæteris. Ratio huius operationis est, quod omnes tangentes inter Verticalem iCk, & circulum 347. æquales sunt per lemma 48. Quin etiam quia, vt in eodem lemmate demonstratum est, arcus inter binas tangentes positi, similes sunt; si arcui i 60. similis accipiatur 34; & arcui i 30. arcus 37; & arcui iC, arcus 38; & arcui iC30. arcus 39. & arcui iC 60. arcus 310. (q; facile fiet, si ex P, centro Verticalis p puncta Verticalis i, 60, 30 C, &c. rectæ emittantur. Hæ namq; ex circulo descripto 347. arcus similes abscindent, qui ex puncto 3. in circumferentiam 347. transferendi sunt) habebuntur eadem puncta 4. 7. 8. 9. 10. per quæ tangentes lineæ ducendæ sunt. Atq; hoc modo certius puncta in circulo ex P, descripto reperientur cum priori modo circinus nimis oblique dictum circulum intersecet. Et quoniam arcus similes transferendi sunt ex puncto 3. deorsum, inueniemus alia puncta hac arte. Quoniam recta ex P, per punctum 30. Verticalis infra C, secat dictum circulum in ☾, ac proinde arcus ☾✵, translatus ex 3. deorsum dabit punctum 9. arcus vero ☾9. sursum translatum exhibebit alterum punctum 9. Propterea quod recta P ☾, secat rectam 9. 30. 9. bifariam in 30. ex lemmate 48. ideoque & arcum 9. ☾, 9. atque ita de cæteris. Immo quando arcus ☾✵, nimis magnus est, poterit sumi eius semissis & transferri ex 3. deorsum bis, vt omnis obliqua sectio vitetur. Hoc continget si parallelus infra Horizontem per grad 60. describendus sit. Nam recta P, 60 ♀, secat circulum in ♀, si ergo semissis arcus ♀✵, transferatur ex 3. deorsum bis reperietur punctum 10. &c. Hoc multo magis continget, si parallelus describendus sub Horizonte per gr. 80.

EX his omnibus facile colligere licebit, nullum parallelum Horizontis, quamuis minimum, centrum habere in ipso polo i. Quia enim recta Ai, per polum i, extensa cadit in M, extremum punctum diametri Horizontis, vt in scholio præcedentis propositionis Num. 14. monstratum est, recta autem ex A, per centrum cuiusuis paralleli ducta cadit in aliquod punctum interius eiusdem diametri Horizontis MN, in illud videlicet, per quod transit recta ipsi FG, æquidistans, respondensque diametro paralleli in Æquatore, vt paulo ante Num 6. ostendimus, perspicuum est, centrum cuiusuis paralleli à polo i, esse diuersum, quandoquidem rectæ ex A, per centrum, & polum i, emissæ inter se differunt. Quod etiam probari potest ex ijs, quæ Num. 9. demonstrauimus. Nam cum centrum reperiatur per rectam ex A, eductam ad punctum Æquatoris tanto spatio distans à polo K, versus B, quanto ab eodem polo K, recta ex A, per intersectionem diametri paralleli cum axe KL, emissa abest versus C, vt ibi ostendimus; manifestum est, rectam ex A, per centrum ductam à recta AK, diuersam esse. Idem denique ex ijs etiam constat, quæ Numero 10. demonstrata sunt: quia nimirum recta tangens Verticalem in puncto, vbi à parallelo secatur, cadit in centrum paralleli; quæ quidem tangens nullo modo in punctum i, cadere potest, [a] cum recta ab intersectione paralleli cum Verticali ad i, ducta, intra Verticalem cadat, non autem tangat, vt patet: quippe cum recta 13. Verticalem tangat in i.

Centrũ cuiusuis paralleli Horizõtis ab eius polo diuersum esse.

a 2. tertij.

12. NON est autem prætereundum, ex quolibet parallelo Horizontis descripto in Astrolabio describi posse parallelum oppositum, etiamsi eius diameter apparens non sit inuenta. [b] Quoniam enim per quodlibet punctum circuli non maximi in sphæra circulus maximus eum tangens describi potest, [c] tanget circulus ille maximus alium non maximum priori æqualem ac parallelum. Cum ergo per Coroll. propos. 6. lib. 2. Theod. puncta contactuum per diametrum sphæræ sint opposita, erit cuilibet puncto assignato in quouis parallelo Horizontis aliud per diametrum sphæræ oppositum in parallelo opposito, illud nimirum, in quo circulus maximus priorem parallelum tangens in assignato puncto, posteriorem parallelum oppositum tangit. Quamobrem si tribus punctis quibusuis in descripto parallelo assignatis inueniantur tria puncta per sphæræ diametrum opposita, vt mox docebimus, & per hæc circulus describatur, descriptus erit parallelus oppositus. Describetur autem per tria illa puncta circulus, si centrum inueniatur ex scholio propos. 5. lib. 4 Eucl. (quod tamen hic facile inuenietur, cum semper existat in meridiana linea BD) vel quando centrum nimis procul distat, per instrumentum, quod in lemmate 14. construximus.

b 14. 2. Th.
c 6. 2. Theo.

Ex quouis parallelo Horizontis in Astrolabio descripto, parallelum oppositum describere, etiamsi eius diameter inuenta non sit.

13. CÆTERUM hac arte cuilibet puncto in Astrolabio dato oppositum punctum per diametrum reperietur. Ducta ex dato puncto recta linea per centrum Astrolabij, inueniatur per Lemma 12. duabus lineis, quarum prior sit recta inter datum punctum, & centrum Astrolabij interiecta, posterior vero Æquatoris semidiameter, tertia proportionalis, cui æqualis abscindatur ex illa recta per centrum Astrolabij ducta, initio facto ab eodem centro. Nam terminus erit punctum oppositum. Quoniam enim, vt supra ostendimus propos. 4. Num. 11. semidiameter Æquatoris medio loco proportionalis est inter duas semidiametros parallelorum Æquatoris oppositorum, fit, vt posita linea inter centrum Astrolabij, & datum punctum semidiametro vnius paralleli Æquatoris, altera linea inter idem centrum Astrolabij, & inuentum punctum, sit semidiameter paralleli Æquatoris oppositi, ac proinde inuentum punctum dato puncto sit oppositum per diametrum. Inuenietur autem tertia proportionalis facili negocio ea ratione, quam ad finem Lemmatis 12. explicauimus. Nam si ad rectam ex dato puncto per centrum Astrolabij eiectam excitetur diameter Æquatoris ad angulos rectos, & per extrema puncta huius diametri, & punctum datum circulus describatur, abscindet is tertiam proportionalem, vt ibi demonstrauimus, &c.

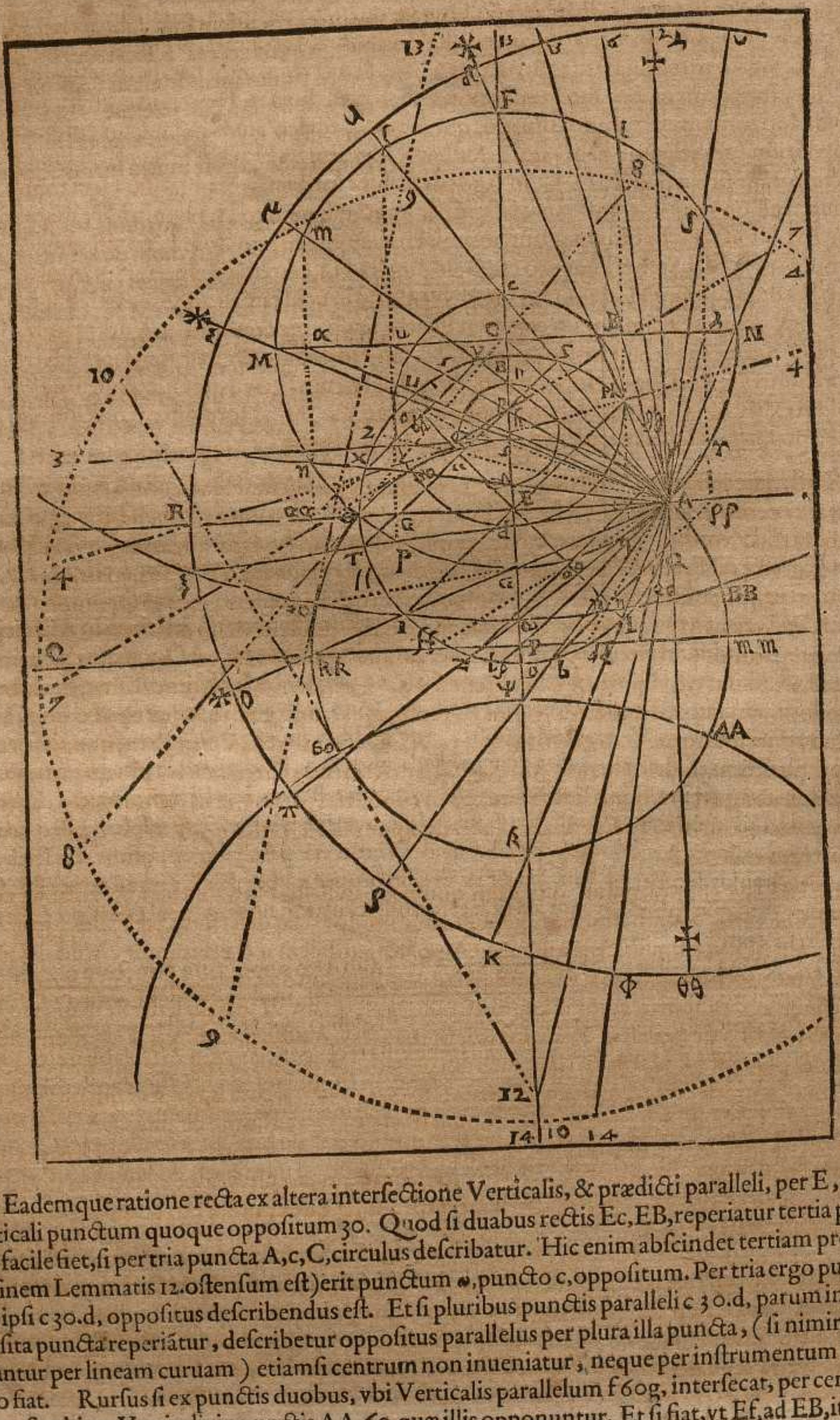
Dato puncto in Astrolabio punctũ per diametrũ sphæræ oppositũ reperire.

FACILIVS inueniemus cuiuis puncto dato punctum oppositum hac ratione. Detur in superiori figura punctum F, extra Æquatorem, à quo per centrum E, ducta recta FG, excitetur ad eam in E, perpendicularis EA, & adiunctam AF, perpendicularis erigatur AG, secans FG, in G: quod fiet, si arcui Æquatoris BH æqualis sumatur oppositus DI. [a] Nam recta AI, ad AF, perpendicularis erit, hoc est, angulus HAI, in semicirculo HAI, rectus erit: Nam punctum G, per diametrum erit puncto F, oppositum, per ea, quæ in scholio propos. 5. Num. 20. demonstrata sunt. Rursus detur punctum i, intra Æquatorem, à quo per centrum E, ducta recta ik, excitetur ad eam in E, perpendicularis EA, & adiunctam iA, perpendicularis erigatur Ak; eritque rursum k, punctum per diametrum puncto i, oppositum. Quod si quando contingat, perpendicularem Ak, valde oblique secare rectam ik, commode ita agemus. Producta AE, vsque ad C, describemus per tria puncta A, i, C, circulum. Hic enim secabit ik, in k, puncto per diametrum puncto i, opposito, [b] cum angulus iAk, in semicirculo rectus sit. Quo pacto autem dato puncto paralleli inueniatur punctum in eodem per eius diametrum oppositum, docebimus propos. 14. Num. 4. Quando datum punctum fuerit in circumferentia alicuius maximi circuli, dabit recta ex eo per centrum Astrolabij ducta, in circumferentia eiusdem circuli punctum per diametrum oppositum.

a 31. tertij.

b 31. tertij.

14. QVIA vero, vt in scholio antecedentis propos. Num. 10. demonstrauimus, quælibet recta linea per centrum Astrolabij traiecta indicat in quouis circulo maximo obliquo duo puncta per diametrum opposita, fit, vt rectæ lineæ ex punctis, in quibus Verticalis datum parallelum secat, per centrum Astrolabij extensæ, indicent in eodem Verticali duo puncta illis opposita. Verbi gratia. Descripto parallelo Horizontis c 30 d, si ex puncto 30. vbi à Verticali secatur, per E, centrum Astrolabij ducatur recta linea, secabitur Verticalis in BB, puncto



opposito: Eademque ratione recta ex altera intersectione Verticalis, & prædicti paralleli, per E, ducta exhibebit in Verticali punctum quoque oppositum 30. Quod si duabus rectis Ec, EB, reperiatur tertia proportionalis Eω (quod facile fiet, si per tria puncta A, c, C, circulus describatur. Hic enim abscindet tertiam proportionalem Eω, vt ad finem Lemmatis 12. ostensum est) erit punctum ω, puncto c, oppositum. Per tria ergo puncta 30. ω, BB, parallelus ipsi c 30. d, oppositus describendus est. Et si pluribus punctis paralleli c 30. d, parum inter se distantibus opposita puncta reperiatur, describetur oppositus parallelus per plura illa puncta, (si nimirum puncta illa coniungantur per lineam curuam) etiamsi centrum non inueniatur, neque per instrumentum Lemmatis 14. descriptio fiat. Rursus si ex punctis duobus, vbi Verticalis parallelum f 60 g, intersecat, per centrum E, rectæ emittantur, secabitur Verticalis in punctis AA, 60. quæ illis opponuntur. Et si fiat, vt Ef, ad EB, ita EB, ad aliud, inuenie-

inuenietur punctum ⸸, puncto f, oppositum; (Id quod facile etiam fiet, si per tria puncta A, f, c, circulus describatur. Hic enim abscindet tertiam proportionalem E⸸, vt ad finem Lemmatis 12. demonstratum est) ac propterea parallelus ipsi f 60 g, oppositus, per puncta 60 ⸸, AA, describendus erit.

15. QVOD si cuicunque alij puncto, nimirum puncto α, in recta MN, inueniendum sit punctum oppositum, ducenda erit recta ex α per E. Nam si fiat, vt Eα ad EB, ita EB, ad aliud, inuenietur tertia linea, cuius terminus à puncto E, incipiendo est punctum ipsi α, oppositum. Et sic de cæteris: quæ quidem tertia linea reperietur facili negotio, per ea, quæ ad finem Num. 13. paulo ante scripsimus.

16. EX hoc rursum inueniemus in dato parallelo Æquatoris quocunque punctum, in quo secetur à parallelo Horizontis, qui quotlibet gradibus ab Horizonte distet versus Nadir, etiamsi parallelus hic non describatur: quæ res commodissima est, quando parallelus parum à recta PQ. distat, hoc est, cuius distantia ab Horizonte ferme æqualis est altitudini poli AH: huiusmodi n. paralleli descriptio difficillima est, quod eius centrum nimis procul distet, & parallelus ipse in Astrolabio recta quasi linea existat. Ita ergo progrediemur. Sit v. g. inuestigandum punctum, in quo parallelus Horizontis distans ab ipso Horizonte versus Nadir grad. 40. parallelum Æquatoris, cuius declinatio australis sit grad. 20. intersecet. Descripto parallelo Æquatoris opposito, cuius scilicet declinatio borealis sit grad. 20. & insuper parallelo Horizontis opposito, qui videlicet grad. 40. ab Horizonte versus Zenith recedat; si à punctis, vbi hi duo paralleli se intersecant, per centrum E, rectæ ducantur, secabitur datus parallelus Æquatoris in duobus punctis, quæ illis duobus opposita sunt; ac proinde in quibus parallelus Horizontis propositus parallelum Æquatoris datum secaret, si descriptus esset, propterea quod oppositi paralleli ducuntur per opposita puncta in sphæra. Quod si quando contingat, parallelum borealem Æquatoris dato parallelo australi oppositum à descripto parallelo Horizontis non secari, argumento est, neque australem propositum à nominato parallelo Horizontis secari posse. Sed vt res planior fiat, sit inuestigandum punctum, in quo parallelus Horizontis gr. 30. sub Horizonte Æquatorem diuidat. Descripto ergo parallelo Horizontis grad. 30. supra Horizontem circa diametrum çd, qui Æquatorem secet in H, (Æquator enim, cum sit circulus maximus, oppositum parallelũ non habet, qui describatur) ducatur ex H, per E recta HE, secans Æquatorẽ in I; eritq; I, punctum oppositum puncto H. Cum ergo parallelus Horizontis grad 30. sub Horizonte, qui videlicet parallelo diametri cd, opponitur, transeat necessario per punctum puncto H, oppositũ, secabit omnino Æquatorem in puncto I, quod puncto H, opponitur, atque ita inuentum est punctum I, etiamsi parallelus Horizontis BB ω 30. descriptus non esset. Sumpsimus pro exemplo puncta H, I, extrema diametri Horizontis, quia licet non omnino in his prædicti paralleli Horizontem intersecent, non procul tamen ab illis intersectiones fiunt, vt satis apte per illa res explicetur, ne aliam lineam cogamur ducere, maiorque confusio in figura oriatur. Quod si quis peteret punctum, in quo parallelus Horizontis grad. 60. sub Horizonte Æquatorem secet; describendus foret parallelus Horizontis grad. 60. supra Horizontem, circa diametrum fg. Sed quia hic Æquatorem non secat; sed totus intra ipsum existit, dicemus parallelum Horizontis grad. 60. infra Horizontem nullo modo Æquatorem secare. Id quod perspicuum est in parallelo AA ⸸ 60. Et sic de cæteris.

Punctũ in parallelo Æquatoris australi dato inuenire, in quo à parallelo Horizõtis infra Horizõtê proposito secetur, quãdo secatur, etiamsi descriptus non sit.

17. EX his, quæ dicta sunt, nullo negotio quemcunque parallelum Horizontis, cuius ab Horizonte distantia data sit, siue versus Zenith, siue versus Nadir, describemus. Sit enim describendus v. g. parallelus Horizontis grad. 30. versus Zenith. In primo modo, numerabimus in Æquatore à diametro vera Horizontis HI, versus Zenith K, grad. 30. vsque ad S, T, vt habeatur eius diameter in sphæra ST, Radij, enim AS, AT, resecabunt diametrum visam cd, propositi paralleli. In secundo autem modo, eosdem 30. grad. supputabimus à diametro visa Horizontis FG, versus M, vsque ad I, p. Nam radij AI, Ap, eandem visam diametrum cd, dati paralleli abscindent. At in tertio modo, in circulo γγ R θθ numerabimus à punctis δ θ, versus ε, partes 30 ex ijs 90. in quas vterque arcus εδ, εθ, diuisus est, vsque ad λ ξ Radij enim Aλ, Aξ eandem diametrum visam cd, exhibebunt. Denique in 4. modo, in Æquatore à puncto C, versus B, sumemus arcum grad. 30. & per eius terminum ex G, polo Verticalis rectam ducemus, quæ Verticalem secet in 30. Nam recta tangens Verticalem in 30. offeret e, centrum dati paralleli per punctum 30. describendi, &c. Quod si describendus sit parallelus Horizontis grad. 30. versus Nadir, numeratio ab eisdem terminis instituenda est in contrarias partes: vt in primo modo, à diametro HI, versus L; In secundo à diametro FG, versus N; In tertio à punctis δ, θ, versus γγ, & θθ; In quarto deniq;, à puncto C, in Æquatore versus D, &c.

Parallelum Horizontis in sphæra datum, in Astrolabio describere.

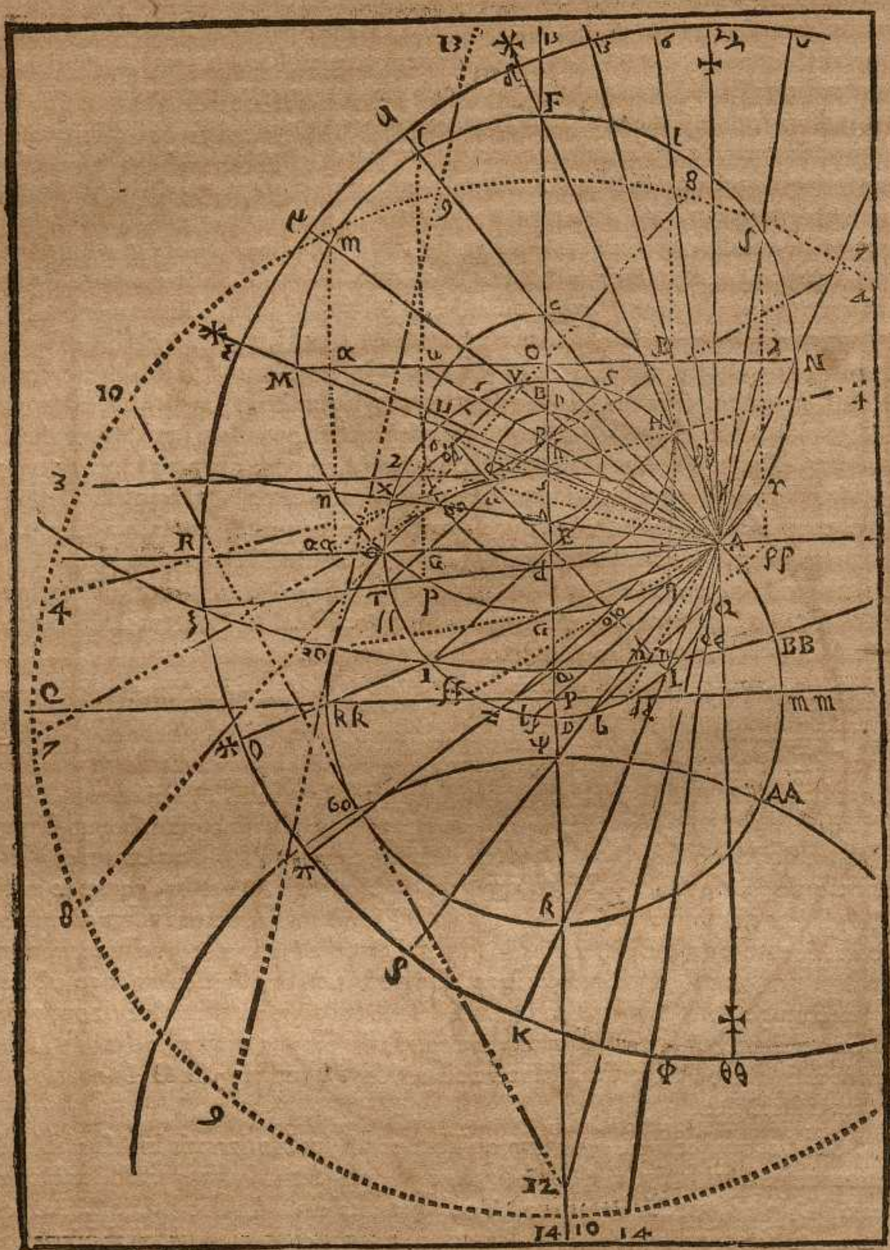
18. VICISSIM cognoscemus, quantum quilibet parallelus Horizontis in Astrolabio descriptus ab Horizonte absit siue versus Zenith, siue versus Nadir, hoc modo. Sit descriptus parallelus Horizontis secans meridianam lineam BD, in c, d, punctis, à quibus ad A, polum australem rectæ ducantur cA, dA, Æquatorem secantes in S, T. Vterque enim arcus HS, IT, complectitur distantiam descripti paralleli ab Horizonte, versus K, Zenith. Necesse est autem, si error commissus non sit, ductam rectam ST, parallelam esse diametro Horizontis HI, hoc est, arcus HS, IT, esse æquales. Sit rursus descriptus parallelus Horizonis AA ⸸ 60. secans lineam meridianam BD, in ⸸, puncto, quod satis est, licet alterum punctum sectionis, propter nimis magnam distantiam, nequeat haberi, ducaturque recta ⸸ A, secans Æquatorem in b. Nam arcus Ib, metitur distantiam eius paralleli ab Horizonte versus L, Nadir, & sic de cæteris. Quod si certus esse velis, num circulus AA ⸸ 60. sit vere parallelus Horizontis, ita ages, Arcui inuento Ib, æqualem abscinde in Æquatore a C, versus D, & per finem ex G, polo Verticalis rectam emitte, si enim hæc cadat in intersectionem circuli AA ⸸ 60 cum Verticali, ac proinde arcus Verticalis inter C, & illam intersectionem habeat tot gradus quot in arcu Ib, continentur, erit datus circulus Horizontis parallelus, alias non.

Dato parallelo Horizontis in Astrolabio, quanta sit eius ab Horizonte distantia, cognoscere.

IDEM assequemur hoc etiam modo. Ex G, polo Verticalis ducatur per punctum sectionis paralleli dati cum Verticali recta linea secans Æquatorem. Nam arcus Æquatoris inter hanc rectam, & punctum B, indicabit distantiam paralleli à Zenith i; ac proinde eius complementum erit distantia eiusdem ab Horizonte. Vt recta G, 30. per sectionẽ paralleli 30 ω BB, cum Verticali secat Æquatorem in ll. Igitur Bll, arcus est distantiæ paralleli à Zenith i; arcus vero Dll, monstrat distantiam eiusdem à Nadir k. Denique Cll, arcus est distantiæ eiuſdem infra Horizontem. Atque ita de cæteris. Ratio eſt, quia rectæ ex G, polo Verticalis emiſſæ auferunt ex Æquatore, & Verticali arcus æqualium numero graduum, vt in præcedenti propoſitione Num. 17. demonſtratum eſt. Quando tamen non conſtat, propoſitum circulum eſſe vnum ex parallelis Horizontis, vtendum eſt priori ratione. Nam per eam ſimul cognoſcimus, num datus circulus ſit vnus ex parallelis Horizontis, necne, prout ſcilicet inuenta fuerit eius diameter diametro Horizontis parallela, aut non. Quem autem circulum in ſphæra referat, quando eius diameter inuenta non æquidiſtat diametro Horizontis, propoſition. 17. explicabimus.

Quo pacto omnia quæ de parallelis Horizõtis deſcribendis dicta ſunt, ad deſcribendos parallelos aliquorũ circulorũ, maximorũ obliquorum, ad Meridianũ tamen rectorum accommodentur.

19. OMNIA, quæ de parallelis Horizontis in Aſtrolabio deſcribendis præcepimus, nullo negotio ad alios circulos obliquos, qui ad Meridianum recti ſunt, transferentur, ſi in primo modo deſcriptionis parallelorum, diametro circuli maximi obliqui, cui circuli deſcribendi æquidiſtant, parallelæ rectæ ducantur in Æquatore per gradus eiuſdem Æquatoris, quemadmodum Horizontis diametro HI, parallelæ ductæ fuerunt ST, VX, &c. In ſecundo autem modo, pro Horizonte AFCG, accipiatur proprius circulus maximus obliquus, atq;



in gradus diſtribuatur, facto initio à meridiana linea Aſtrolabij BD, &c. Vt ſi paralleli Verticalis primarij deſcribendi forent, ducendæ eſſent in primo modo, diametro KL, parallelæ; & in ſecundo, Verticalis AiCk, in gradus diſtribuendus, principio ſumpto à punctis i, & k: In tertio vero modo pro puncto ε, quod ipſi Zenith, ſiue polo Horizontis ſuperiori reſpondet, aſſumatur in eodem circulo ex A, deſcripto punctum reſpondens alterutri polorum circuli maximi, cui paralleli deſcribendi æquidiſtant in ſphæra, & pro punctis δ, θ, quæ extremis punctis diametri Horizontis HI, reſpondent, recipiantur puncta extremis punctis diametri aſſumpti circuli maximi obliqui reſpondentia: Vt in parallelis Verticalis circuli deſcribendis accipiendum eſt pro ε, alterutrum punctorum θ, δ: Hæc enim polis Verticalis reſpondent: Deinde puncta ε, κ, pro punctis δ θ, accipienda, &c. In quarto denique modo pro Verticali primario ad Meridianum recto, & per polos Horizontis ducto, adhibeatur circulus maximus ad Meridianum rectus, & per polos circuli maximi aſſumpti ductus; pro polo autem Verticalis G, ſumatur polus circuli maximi, qui vices Verticalis gerit. Vt in eiſdem parallelis Verticalis deſcribendis, adhibendus eſt Horizon, eiuſq; polus i, &c.

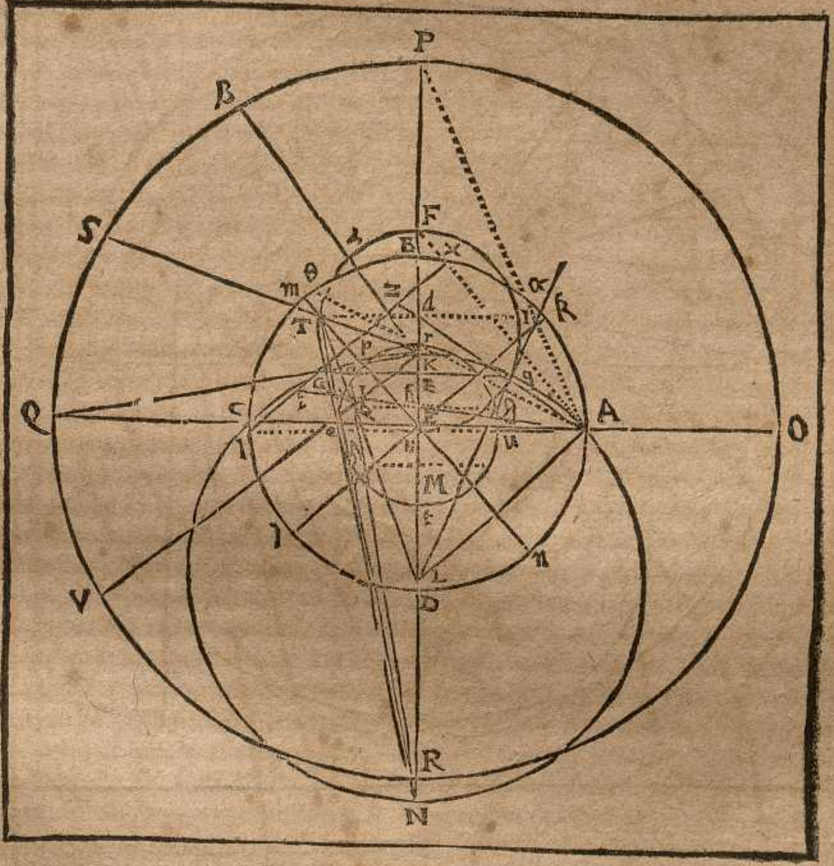
20. IMMO

20. IMMO eiſdem prorſus viis parallelos cuiuſuis circuli maximi obliqui in Aſtrolabio deſcripti, qui ad Meridianum rectus non ſit, deſcribere licebit, ſi pro meridiana linea B D, accipiatur recta per centrum circuli obliqui, & centrum Aſtrolabii extenſa, id eſt, communis ſectio Æquatoris, ſiue plani Aſtrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos propoſiti circuli obliqui ducti, inſtar proprij Meridiani eiuſdem circuli obliqui. Exemplum huius rei inuenies propoſ. 8. Num. 19.

Quo pacto omnia, quæ de parallelis Horizontis deſcribendis dicta ſunt, ad deſcribẽdos parallelos cuiuſuis alterius circuli maximi obliqui, & qui ad Meridianum quoque obliquus ſit, accommodentur.

21. IAM vero parallelos cuiuſuis circuli maximi obliqui in gradus diſtribuemus, hoc eſt, in partes inæquales, in quas gradus eorum in ſphæra proijciuntur in Aſtrolabium, iiſdem modis, quibus in antecedenti propoſ. Num. 17. vſque ad finem circulos maximos obliquos in gradus partiti ſumus. In priore ergo parte primi modi ita rem exequemur. Sit Æquator Aſtrolabij A B C D, cuius centrum E; circuli maximi cuiuſuis obliqui, v. g. Horizontis, diameter kl; diameter cuiuslibet eius paralleli X Y, & parallelus idem in Aſtrolabio deſcriptus FGHq, Verticalis primarij diameter mn, & Verticalis ipſe deſcriptus AKCN, cuius centrum L, K, polus Horizontis ſuperior; N, inferior; M, polus Verticalis à polo auſtrali in ſphæra remotior, hoc eſt, punctum interſectionis Meridiani & Horizontis ex parte boreali, per quod videlicet Horizon deſcriptus tranſiret. Et quia Horizontis parallelus FGHq, in priore hac parte primi modi diſtribuendus eſt in gradus ex K, polo Horizontis intra Æquatorem reperto, quique in ſphæra à polo auſtrali remotior eſt, deſcribendus erit parallelus Æquatoris O P Q R, tanto interuallo diſtans à polo auſtrali, quanto datus parallelus Horizontis à polo m, qui remotior eſt in ſphæra à polo auſtrali, abeſt, ita vt arcus A α metiẽs diſtantiã paralleli Æquatoris à polo auſtrali A, æqualis ſit arcui m X, qui diſtantiam paralleli Horizontis à polo remotiore m, metitur; adeo vt quando diameter paralleli Horizontis X Y, recedit à diametro Horizontis k l, verſus m, polum eius à polo auſtrali remotiorem, diameter paralleli Æquatoris recedat à diametro Æquatoris BD, verſus polũ auſtralẽ A, h. e. parallelus Æquatoris ſit auſtralis: quando vero illa diameter ab Horizontis diametro verſus polum Horizontis n, polo auſtrali propinquiorem vergit, hæc à diametro Æquatoris vergat verſus borealem polum C, id eſt, parallelus Æquatoris ſit borealis: qui quidem parallelus Æquatoris ex E, deſcribi poteſt, etiamſi eius diameter viſa inuenta non ſit, per punctum

Parallelos cuiuſuis circuli maximi obliqui in gradus diſtribuere ex eorum polo ſuperiore.



Q, vbi recta KG, ex polo circuli obliqui K, per G, interſectionẽ paralleli obliqui cum circulo maximo AKCN, ducta diametrum Æquatoris AC, interſecat. Nam, vt mox oſtendemus, ſicut FG, repræſentat quadrantem paralleli, ita recta KG, auferre debet ex parallelo Æquatoris quadrantem. Deſcripto autem hoc parallelo Æquatoris, eodemque per duas diametros O Q, P R, perpendiculares in quatuor quadrantes diuiſo, ſi ex K, polo Horizontis per ſingulos gradus paralleli O P Q R, rectæ lineæ ducantur, ſectus erit parallelus Horizontis FGH, in gradus, hoc eſt, in arcus quidem inæquales, ſed qui repræſentent gradus æquales eiuſdem paralleli in ſphæra. Exempli gratia, ſi ex K, recta ducatur K S, abſcindens arcum PS, grad. 60. auferet eadem ex parallelo Horizontis arcum FT; reſpondentem arcui grad. 60. eiuſdem paralleli in ſphæra. Sic ſi recta KV, reſecet arcum RV, gr. 60. abſcindetur quoque ex parallelo Horizontis arcus Hb, grad. 60. Denique recta KQ, auferens quadrantem PQ, auferet quoque quadrantem F G, ex parallelo Horizontis, hoc eſt, tranſibit per G, punctum, vbi Verticalis parallelum Horizontis interſecat. Nam quemadmodum in ſphæra Meridianus ac Verticalis diuidunt ipſum Horizontem eiuſque parallelos in quadrantes, ita quoque in Aſtrolabio contingat neceſſe eſt, adeo vt arcus F G, GH, Hq, q F, referant quadrantes eiuſdem paralleli in ſphæra: id quod ſupra Num. 5. huius propoſ. declarauimus. Sumendum autem eſt initium arcuum in vtroque parallelo, à duobus punctis eiuſdem ordinis, hoc eſt, vel à ſuperioribus P, F, vel inferioribus R, H, & verſus eandem partem progrediendum vel deſcen-

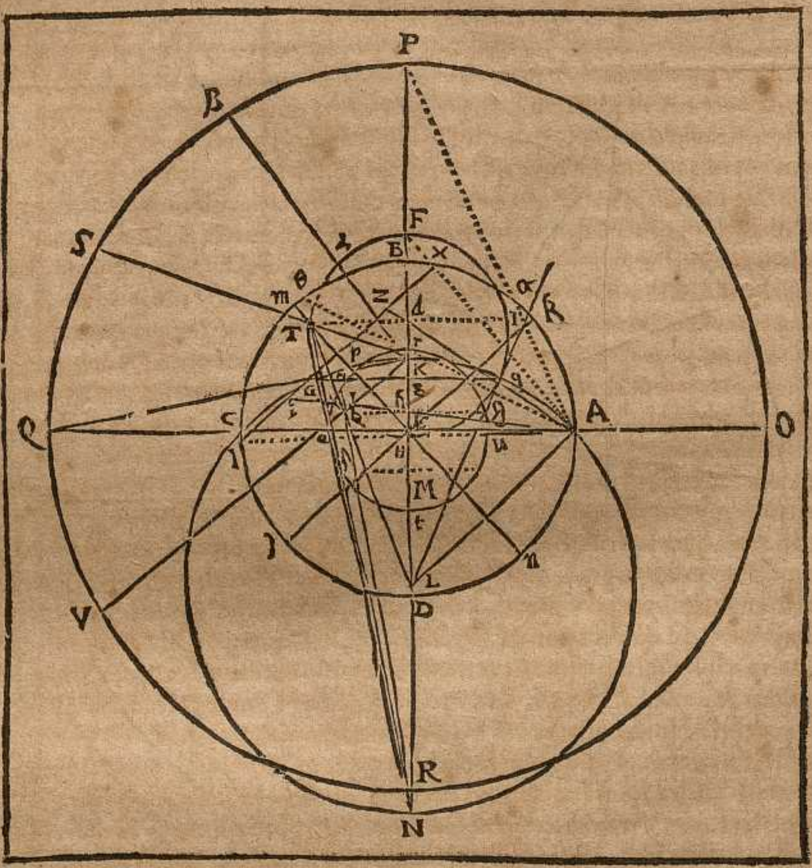
Parallelum Æquatoris auſtrali in Aſtrolabio deſcribere ex parallelo æquali circuli maximi obliqui circa eius polũ ab auſtrali polo remotiorem deſcripti.

Initium arcuũ respondentium in parallelis, vnde sumẽdum in hac priore parte primi modi, ex eorũ polo superiore.

descendendo in vtroque parallelo, vel ascendendo. Nam punctum P, paralleli Æquatoris est in semicirculo Meridiani superiore, in quo nimirum Zenith continetur, punctum autem F, paralleli Horizontis est australe: Item punctum R, paralleli Æquatoris est in semicirculo Meridiani inferiore, & punctum H, paralleli Horizontis est boreale. Quare per ea, quæ in Lemmate 23. dicta sunt, recte initium sumendum esse diximus, vel à punctis P, F, superioribus, vel ab inferioribus R, H. Appello autem hic puncta superiora illa, quæ superiorem locum in figura tenent respectu partium Astrolabij, inferiora vero, quæ inferiorem; non autem illa, quæ in cœlo superiora sunt, vel inferiora. Idem initium sumi potest à recta K Q, quæ ex parallelis quadrantes abscindit, vt à punctis Q, G, versus eandem semper partem progrediendo: quia hac ratione semper tenditur versus puncta, à quibus incipiendum esse diximus. Ita vides arcus respondentes PS, FT, incipere à superiorib. punctis P, F, & descendere versus eandem partem sinistram; arcus vero respondentes RV, Hb, incipere à punctis inferioribus R, H, & versus eandem partem descendere, &c. Hoc autem intelligendum est, quando polus circuli obliqui intra Æquatorem existens, reperitur quoque intra parallelum obliquum. Nam quando extra ipsum est, vt contingit in parallelo per polum australem ducto, & in aliis parallelis infra eum existentibus, quorum circumferentiæ in Astrolabio in contrarias partes describuntur, non autem versus maximum circulum obliquum, non possunt hoc modo sumi puncta superiora, & inferiora. Quare seruanda tunc sunt ea, quæ in Lemmate 23 de initiis arcuum abscissorum scripsimus.

Regula facilis ad cognoscendũ, vtrũ punctorum paralleli Aequatoris in Astrolabio, dicatur superius in cœlo, inferiusue, respectu dati circuli maximi obliqui. Item vtrũ punctorum paralleli obliqui boreale sit, vel australe.

VT autem in Astrolabio facile cognoscamus, vtrum punctorum paralleli Æquatoris sit in cœlo superius, vel inferius, hoc est, contineatur in Meridiani semicirculo superiore, vel inferiore, si circulus maximus obliquus, cui paralleli obliqui æquidistant, pro Horizonte sumatur, supra quem eleuetur polus arcticus; Item vtrum punctorum paralleli obliqui sit boreale, australe, hæc regula tenenda est. Punctum paralleli Æquatoris, quod polo circuli obliqui intra Æquatorem contento propinquius est, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabij per di-



ctum polum ducta transit, repræsentat in cœlo punctum superius, alterutrum vero, quod ab eodem polo magis distat, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabij per alterum polum eiecta transit, inferius est. Item punctum paralleli obliqui centro Astrolabij (quod quidem à polo boreali non differt) propinquius, boreale est; remotius vero australe. Quæ res si vna cum iis, quæ in Lemmate 23. de initiis arcuum præfigendis scripsimus, attente consideretur, nullus erit labor in principijs arcuum abscissorum præfiniendis, siue ex polo circuli obliqui intra Æquatorem existente diuisio paralleli facienda sit, siue ex altero polo.

HVIVS autem diuisionis parallelorum obliquorum in gradus hanc accipe demonstrationem. Planum, quod in sphæra per polum antarcticum, & polum Horizontem ab eo remotiorem ducitur, abscindit per Lemma 23. ex parallelo Æquatoris, & ex parallelo Horizontis æquali, (ita vt illa tanto spatio absit à polo australi, quanto hic à polo suo, qui à polo australi remotior est,) arcus æquales, initio facto à punctis, quæ diximus. Igitur idem planum, [a] quod in sphæra circulum efficit, in Astrolabium proiectum conspicietur ex polo australi auferre eosdem illos arcus æquales ex duobus illis parallelis in Astrolabio descriptis. Cum ergo planum illud, vel potius circulus, quem in sphæra per polum australem transiens efficit, faciat per propos. 1. Numer. 1. in Astrolabio lineam rectam per polum K, transeuntem, referet recta KS, circulum illum per polum Horizontis K, & punctum paralleli Æquatoris S, ductum. Hæc ergo secabit parallelum Horizontis in T, puncto, quod illi in sphæra respondet, per quod circulus ille ducitur: adeo vt circulus ille parallelum Horizontis ex polo australi conspiciatur secare in T, Æquatoris vero parallelum in S, propterea quod radius visualis in illius circuli plano

a 1.1. Theo.

per

per omnia eius puncta circumductus ab eo nuſquam recedit, ſed ſemper in KS, communi eius ſectione cum plano Aſtrolabij exiſtit. Arcus igitur FT, paralleli Horizontis repræſentat illum in ſphæra, qui arcui PS, paralleli Æquatoris æqualis eſt. Idemque dicendum eſt de recta KV, & omnibus alijs, quæ ex K, polo Horizontis egredientes vtrumque parallelum ſecant. Quapropter ſi ex K, per ſingulos gradus paralleli Æquatoris rectæ ducantur, ſecabitur parallelus Horizontis in 360. arcus, qui gradibus 360. eiuſdem paralleli in ſphæra reſpondent: ita vt quælibet duæ rectæ ex K, emiſſæ intercipiant in duobus illis parallelis duos arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet, hoc eſt, duos arcus, qui in ſphæra duobus arcubus omnino æqualibus in eiſdem parallelis reſpondent. Huiuſmodi ſunt duo arcus SQ, TG. Item duo SV, Tb; & QV, Gb, &c.

22. EX his colligitur modus inueniendi quemcunque gradum propoſitum in parallelo Horizontis, cuius videlicet diſtantia ſumatur vel ab alterutra ſectionum F, H, paralleli cum Meridiano, vel ab alterutra ſectionum G, q, eiuſdem paralleli Horizontis cum Verticali circulo primario. Si enim gradus propoſitus numeretur in parallello Æquatoris ab aliquo quatuor punctorum P, Q, R, O, quatuor punctis F, G, H, q, paralleli Horizontis reſpondentium, & per finem numerationis ex K, recta ducatur, ſecabit ea parallelum in gradu propoſito. Vt ſi à puncto F, verſus G, abſcindendus ſit arcus gradus 60. vel a G, verſus F, arcus grad. 30 numerabimus a P, verſus Q grad 60. vel a Q verſus P, grad 30. vſque ad S. Nam recta KS, ſecabit parallelum Horizontis in T, gradu 60. ab F, vel gradu 30 à G; atq; ita de cæteris. Punctum porro F, ſpectat ad meridiem; H, ad ſeptentrionem; G, ad ortum & q, ad occaſum, quemadmodum de Horizonte diximus.

Gradum quemlibet propoſitũ in parallelo Horizõtis ex eius polo ſuperiore inuenire in Aſtrolabio.

23. E CONTRARIO facile etiam cognoſcemus, quot gradibus quilibet arcus in dato Horizontis parallelo propoſitus reſpondeat, ſi ab extremis duobus punctis dati arcus ad K, polum Horizontis, eiuſque parallelorum rectæ lineæ ducantur. Arcus namque paralleli Æquatoris inter eas comprehenſus tot gradus complectetur, quot in dato arcu continentur, vt ex ijs, quæ dicta ſunt, perſpicuum eſt. Igitur ſi per Lemma 3. inquiratur, quot gradus in illo arcu paralleli Æquatoris contineantur, cognitus fiet numerus graduum in propoſito arcu paralleli Horizontis contentorũ. Exempli cauſa. Si datus ſit arcus γT, in parallelo Horizontis, ductis ex K, rectis Kγ, KT, ſecantibus parallelum Æquatoris in β S, erunt tot gradus in arcu γT, quot in arcu βS, continẽtur.

Quot gradus in dato arcu paralleli Horizõtis contineantur in Aſtrolabio, ex polo eius ſuperiore cognoſcere.

24. IN poſteriore autem parte eiuſdem primi modi ita agendum erit. Deſcribatur parallelus Æquatoris uret, æqualis quoq; parallelo dato Horizontis FGHq, ſed priori parallelo Æquatoris OPQR, oppoſitus, hoc eſt, tanto interuallo à polo auſtrali diſtans, quanto datus parallelus Horizontis à ſuo polo n, qui polo auſtrali propior eſt recedit, ita vt arcus Aθ, nX, qui parallelorũ dictas diſtãtias metiuntur, æquales ſint, ſiue, quod idem eſt, diameter paralleli Horizontis à diametro Horizontis kl, & diameter paralleli Æquatoris à diametro Æquatoris verſus eandem partem vergant non verſus oppoſitas, vt prius. Deſcripto namque hoc parallelo Æquatoris, eoque in quadrantes diuiſo à diametris rt, eu, ſeſe ad rectos angulos ſecantibus, ſi ex N, altero polo Horizontis, qui extra Æquatorem exiſtit, propinquiorque eſt in ſphæra polo auſtrali, per omnes gradus ipſius rectæ lineę ducantur, ſecabitur parallelus Horizontis in ſuos gradus, vt prius: ſed ordo graduum in vtroque parallelo ſumendus non eſt à duobus punctis eiuſdem ordinis, nimirum à ſuperioribus r, F, vel inferioribus t, H, ſed à contrarijs, hoc eſt, à ſuperiore vnius, & inferiore alterius, ita vt in vno fiat deſcenſus, & in altero aſcenſus, verſus eandem tamen partem ſiniſtram, vel dextram. Idemque initium fieri poteſt à recta NG, quæ ex parallelis quadrantes abſcindit, vt à punctis e, G, in diuerſas tamen partes progrediendo, ita vt in vno parallelo fiat aſcenſus, & in altero deſcenſus. Sed quoniam non ſemper diſcerni queunt duo puncta ſuperiora, vel inferiora, in figura, propter parallelos obliquos, quorum circumferentiæ nõ vergunt ad partes maximi circuli obliqui, cui æquidiſtant, ſed in contrarias, præſtat ordinem graduum præfinire ex ijs, quæ in Lemmate 23. ſcripſimus, nimirum vt in parallelo Æquatoris ſumatur punctum ſuperius, & in parallelo obliquo punctum boreale, vel in illo punctum inferius, & in hoc auſtrale. Quo modo a. punctũ ſuperius, aut inferius in parallelo Æquatoris, & boreale, auſtraleue in parallelo obliquo accipiendũ ſit reſpectu partium cœli, paulo ante in priore parte huius primi modi diuidendi parallelos in gradus Nu. 21. explicatũ eſt. Exempli gratia, ſi ex N, ducatur recta Nδ, abſcindens arcũ tδ, gr. 60. auferet eadem ex parallelo Horizontis arcum FT, reſpondentem arcui grad. 60. eiuſdem paralleli in ſphæra. Sic ſi recta Na, auferat arcum ra, grad. 60. abſcindetur quoque ex Horizontis parallelo arcus Hb, grad. 60. Denique recta Ne, auferens quadrantem te, reſecabit etiam ex parallelo Horizontis quadrantem FG, hoc eſt, tranſibit per G. punctum ſectionis Verticalis primarij cum parallelo Horizontis. Nam vt ſupra dictum eſt, arcus FG, GH, Hq, qF, quadrantes ſunt. Vbi vides, initium arcuum æqualium, quod ad numerum graduum attinet, fieri ſemper à punctis contrarijs, vt expoſitum eſt. Hoc autem demonſtrabitur hoc modo. Planum in ſphæra ductum per polum antarcticum, & polum Horizontis ei propinquiorem, quem refert polus N, abſcindit, per Lemma 23. ex parallelo Æquatoris, & ex parallelo Horizontis æquali, (ita tamen, vt ille tanto interuallo abſit à polo auſtrali, quanto hic à ſuo polo, qui à polo auſtrali propius abeſt) arcus æquales, initio facto à punctis, à quibus initium faciendum eſſe, paulo ante, & in dicto Lemmate præcepimus, qualia ſunt puncta r, H: Item t, F. Igitur idem illud planum in Aſtrolabio deſcriptum eoſdem arcus auferre conſpicietur, illos videl. qui in ſphæra arcubus abſciſſis reſpondent. Cum ergo propoſ. 1. Num. 1. planum illud per auſtralem polum tranſiens in Aſtrolabio efficiat lineam rectam per polum N, tranſeuntem, referet quælibet recta ex polo N, emiſſa planum illud; ac propterea ex vtroq; parallelo æquales arcus abſcindet, vt dictum eſt.

Parallelos cuiuſuis circuli maximi obliqui in gradus diſtribuere ex eorum polo inferiore.

Initium arcuum reſpondentiũ in parallelis, vnde ſumendum in hoc modo diuidendi parallelos obliquos in gradus ex eorum polo inferiore.

ITAQVE eadem puncta T, b, G, inuenta ſunt per rectas lineas ex vtroque polo K, N, egredientes, ſingula ſcilicet per binas. Atque eadem arte quodlibet punctum in Horizontis parallelo reperire licebit per duas rectas, quarum vna ex polo K, & altera ex polo N, egreditur, ſi modo poſterior hæc per arcum paralleli Æquatoris ducatur, qui initium ſumat à puncto meridianæ lineæ BD, contrario illi, à quo arcus paralleli Horizontis incipit, vt expoſitum eſt.

EX ijs autem, quæ dicta ſunt, facile intelliges, quid agere debeas, vt arcum ex parallelo Horizontis abſcindas quotlibet graduum, & vt cognoſcas, quot gradus in propoſito arcu contineantur.

25. EODEM prorſus modo parallelus cuiuſcunq; alterius maximi circuli obliqui in gradus diſtribuetur, ſi eius poli reperiantur, & quando obliquus circulus ad Meridianum rectus nõ eſt, pro meridiana linea BD,

Quo pacto omnia, quæ de diuiſione parallelorũ Horizõtis dicta ſunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.

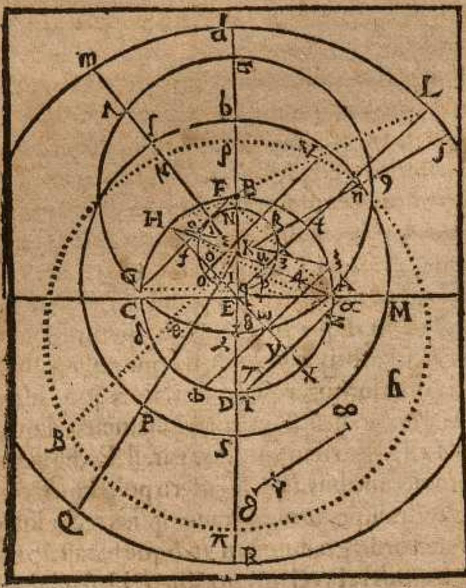
Q accipia-

accipiatur communis ſectio Æquatoris, planiue Aſtrolabij, & maximi circuli per mundi polos, & polos circuli obliqui transeuntis, hoc eſt, recta linea per centrum Aſtrolabij, & centrum circuli obliqui traiecta.

Parallelum obliquũ per circulũ cuiuſuis magnitudinis in gradus æquales diuiſum, in gradus diſtribuere, ita vt opus non ſit deſcribere paralleli auſtralem immodicæ quãtitatis, aut boreale perexiguæ magnitudinis.

SED quoniam quando parallelus obliquus prope abeſt à polo ſuperiore m, parallelus Æquatoris auſtralis ei æqualis deſcribendus in immenſam propemodum magnitudinem excreſcit: contra vero, cum ille non procul diſtat à polo inferiore n, parallelus Æquatoris borealis ei æqualis deſcribendus valde exiguus eſt; fit, vt non facile parallelus obliquus hoc modo in gradus beneficio paralleli Æquatoris diſtribui poſſit: idcirco adhibendum erit ſequens artificium, quo quidem ſine parallelo Æquatoris parallelum obliquum per circulum cuiuſuis magnitudinis in gradus diſtribuemus, hoc modo. Sit Æquator ABCD, cuius centrum E; ſemidiameter maximi circuli obliqui Et, & eius axis HX, diameter paralleli obliqui FG, ſecans eius axem in f; radius AH, exhibens K, polum obliqui circuli viſum, ſecet FG, in e; radij AF, AG, abſcindentes diametrum paralleli obliqui viſam Nq, circa quam deſcriptus ſit ipſe parallelus viſus Niaqk. Producta recta Et, ſi ex H, per F, recta emittatur ſecans Et, in L, erit EL, ſemidiameter paralleli Æquatoris auſtralis, cuius diameter in ſphæra diametro FG, æqualis eſt. Nam ſi concipiatur H, polus mundi auſtralis, & axis mundi HX, referet EL, lineam meridianam, id eſt, communem ſectionem plani Aſtrolabij, vel Æquatoris, ac Meridiani. Igitur radius HF, abſcindet ſemidiametrum viſam EL, paralleli, cuius diameter FG, vt ex ijs conſtat, quæ propoſ. 4. Num. 5. demonſtrata ſunt. Si igitur ex E, per L, commode in plano Aſtrolabij parallelus deſcribi poterit LdmQR, patiemur eius beneficio parallelum obliquũ Niaqk, vt dictum eſt, ducendo ex K, rectas per omnes gradus paralleli Ldm. Si vero propter immodicam quantitatem dictus parallelus deſcribi nequeat, perficiemus eandem diuiſionem per circulum cuiuſuis magnitudinis, qui commode deſcribi poſſit, & in gradus æquales diuidi, hoc modo. Si data circuli ſemidiameter gh, beneficio cuius parallelus obliquus in gradus eſt diſtribuendus. [a] Seccetur gh, in r, vt fF, ſemidiameter vera paralleli obliqui ſecta eſt in e, à radio AH, vel vt Ed, ſemidiameter paralleli Æquatoris (quando ea commode haberi poteſt) ſecta eſt in K, polo viſo circuli obliqui. Nam vt mox oſtendemus, ita ſecatur Ed, in K, vt fF, in e. Iam vero ſumpta recta KI, æquali ipſi gr, deſcribatur ex I, ad datum interuallum gh, circulus blPSMn. Dico rectas ex polo K, per gradus huius circuli emiſſas ſecare parallelum Niaqk, in gradus; ita vt v.g. arcus Nk, tot gradibus reſpondeat, quot in arcu bn, continentur, & in Ni, tot, quot in bl, & in qa, tot, quot in SP. Quoniam enim eſt, ex conſtructione, vt dK, ad KE, ita bK, ad KI; erit

a 10 ſexti.



quoq; componendo, vt dE, ad KE, ita bI, ad KI: Et permutando, vt dE, ſemidiameter ad bI, ſemidiametrum, ita KE, ad KI. Similiter ergo punctum K, (quod inſtar duorum eſt) à centris E, I, remotum eſt. Igitur ex ſcholio Lemmatis 21. rectæ ex puncto K, egredientes (quarum ſingulæ inſtar binarum ſunt angulos æquales ad K, conſtituentium, ſi circuli LdmQR, blPSMn, ſeorſum deſcripti eſſent) ex circulis LdmQR, blPSMn, arcus ſimiles abſcindent; ita vt tam arcus dm, bl, quam dſ, bn, & RQ, SP, ſimiles ſint. Cum ergo, vt paulo ante Num. 21. ex lemmate 23. demonſtrauimus, recta Kſ, auferat arcũ Nk, arcui dſ, æqualem, quod ad numerum graduum ſpectat, auferet quoq; recta Kn, (ſumpto arcu bn, ſimili arcui dſ,) eundem arcum Nk: quandoquidem in ſ, cadit; quippe quæ arcus ſimiles abſcindat bn, dſ, vt demonſtratum eſt. Eadem de cauſa continebit arcus Ni, tot gradus, quot in arcu bl, continentur: eodemque modo arcus qa, arcui SP, ſimilis erit in numero graduum.

ESSE autem ſemidiametrum Ed, ita ſectam in K, polo, vt fF, ſecta eſt in e, quod vt verum aſſumpſimus, facile oſtendemus. Quoniam enim ex ſchol. prop. 4. lib. 6. Eucl. eſt vt fe, ad eF, ita Eu, ad uL: Eſt autem Eu, ipſi EK, æqualis, (Nam cũ triangula AEK, HEu, rectangula, [b] habeant angulos EAK, EHu, in Iſoſcele AEH, æquales; erunt & reliqui anguli EKA, EuH, æquales; [c] ideoque & latera EK, Eu, æqualia erunt. Atque ita ſemper radius ex polo auſtrali ad polum circuli obliqui ductus abſcindet ex meridiana linea, & diametro obliqui circuli maximi rectas vſq; ad centrum Aſtrolabij æquales: quod ſupra etiam probauimus propoſ. 5. ad finem Num. 14.) & EL, ipſi Ed; erit quoq; vt fe, ad eF, ita EK, ad Kd.

b 5. primi.
c 6. primi.
Quia rectas æquales abſcindat radius in polũ circuli obliqui cadens.

QVOD ſi ex quolibet puncto ſemidiametri EH, vt ex O, rectæ EL, parallela agatur OV, ſecans AH, in ε, & HL, in V; erit quoq; ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Eucl. recta OV, ſecta in ε vt ſecta eſt fF, in e. Quare ſi rectæ εO, æqualis ſumatur KI, & ex I, ad interuallum OV, circulus deſcribatur blPSMn, reperiemus in dato parallelo gradus reſpondentes gradibus huius circuli.

Quãdo parallelus obliquus iuxta polum inferiorem exiſtit.

NON diſſimilis ratio erit, quando parallelus obliquus iuxta polum inferiorem exiſtit, ac proinde parallelus Æquatoris borealis deſcribendus eſt. Vt ſi diameter paralleli obliqui ſit φξ, abſcindet radius Hξ, ex Et, ſemidiametrum paralleli Æquatoris viſam E3: Eritq; rurſus ex ſchol. propoſ. 4. lib. 6. Eucl. ſemidiameter E3, ſecta in u, puncto, quod polo viſo K, reſpondet, propter æqualitatem rectarum Eu, EK, vt ſecta eſt ſemidiameter ωξ, in 4. Si igitur data ſemidiameter gh, ſecetur in cc, vt ωξ ſecta eſt in 4. vel E3. in u; & rectæ ccg, æqualis abſcindatur K7, erit 7. centrum circuli interuallo gh, deſcribendi, beneficio cuius parallelus obliquus diametri φξ in Aſtrolabio deſcriptus in gradus diſtribuetur. Rurſus ſi diameter paralleli obliqui ſit TZ, abſcindet radius HZ, ex Et, ſemidiametrum paralleli Æquatoris viſam Ep: Eritq; rurſum ex ſchol prop. 4. lib. 6. Eucl. vt ſemidiameter Ep, ad Eu, ita ſemidiameter YZ, ad Yα. Si igitur data ſit ſemidiameter YZ, abſcindenda eſt K8, æqualis ipſi αY, & ex 8, interuallo YZ, circulus deſcribendus, &c. Quod ſi alia ſemidiameter detur, adiungenda erit ei recta, ita vt eam proportionem habeat data illa ſemidiameter ad adiunctam, quam YZ, ad Zα, vel Ep, ad pu, &c. Atq; in hoc caſu, quando ſemidiameter paralleli obliqui tota eſt infra AC, qualis eſt TZ, erit polus viſus K, extra parallelum Æquatoris ſemidiametri Ep, & extra circulum ex puncto 8. deſcriptum.

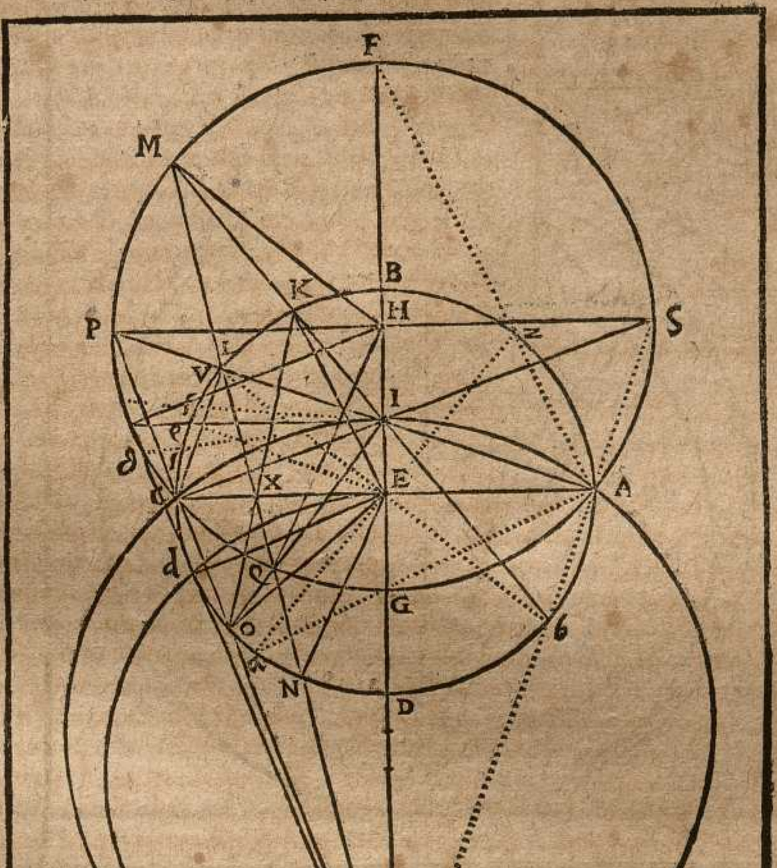
IAM vero vt facilius centrum, & semidiameter circuli describendi, ex quo parallelus diuidendus est, ad libitum inueniatur, poterit segmentum fe, bis, ter, quater, aut quinquies, &c. sumptum ex K, deorsum transferri in rectam KD, & termino huius translatæ lineæ circulus describi ad interuallum, quod semidiametri fF, duplum quoq; sit, triplum, quadruplum, vel quintuplum, &c.

IDEM prorsus artificium in circulis maximis obliquis diuidendis adhibendum erit, quando eius polus superior parum abest ab Æquatoris circũferentia. Vt si circulus maximus obliqus AσCγ diuidendus sit in gradus beneficio circuli maioris Æquatore, accipienda est semidiameter cuiusuis magnitudinis, & diuidenda, vt BE, semidiameter Æquatoris diuisa est in K, & eius segmentum segmento KE, respondens ex K, deorsum transferendum, vt centrum habeatur circuli interuallo assumptæ semidiametri describendi. Nos in figura segmentum KE, duplicauimus vsq; ad γ. & ex γ interuallo γρ. quod duplum etiam est semidiametri EB, (Ita enim erit vt BK, ad KE, ita ρK, ad Kγ.) circulum ρμβπ descripsimus: qui si in 360. gradus secetur, diuident rectæ ex K, per eius gradus emissæ circulum obliquum AσCγ, in gradus: propterea quod punctum K, similiter abest à centro Æquatoris E, & γ, centro illius circuli, ac proinde rectæ ex K, egredientes Æquatorem, & circulum AσCγ in arcus similes partiuntur, vt in scholio Lemmatis 21 demonstratum est. Ita vides rectam Kβ, abscindere arcum γθ, respondentem arcui πβ vel arcui Æquatoris DΛ. qui arcui πβ similis est. Sic etiam recta Kμ, auferet arcum σλ, arcui ρμ, & recta Kn, arcum σ9, arcui ρn, similem, quod ad numerum graduum attinet. Idem fieret, si recta KE, triplicaretur, vel quadruplicaretur, &c. atque ex termino rectæ KE, triplicatæ, vel quadruplicatæ, &c. ad interuallum ipsius EB, triplum, vel quadruplum, &c. circulus describeretur, &c.

Maximum circulum obliquum in gradus partiri per circulum Æquatore maiorem cuiusuis magnitudinis.

CVM hæc scriberem, ecce Christophorus Gruenbergerus Mathematicarum disciplinarum in nostro Collegio Romano Professor, in nouis demonstrationib. inueniendis perspicacissimus, & cuius opera, ac diligentia non pauca huic meo Astrolabio accesserunt, aduertit circulos obliquos tam maximos, quam non maximos per lineas rectas ex gradibus æqualibus eorundemmet circulorum per alterutrum polorum visorum ductas in gradus apparentes diuidi posse. Quæ res quoniam egregia est atq; præclara, licet fortasse incredibilis prorsus cuipiam videri possit, nullo modo prætermittenda hoc loco videtur. Ita ergo agendum erit. Repetatur figura in schol. prop. 5. Nu. 12. descripta, in qua Æquator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus AFCG, cuius centrum H, & poli apparentes I, Y; diametri Æquatoris, & circuli obliqui AC, PS, secantes FG, ad angulos rectos. Et quoniam in eodem schol. Nu. 14. demonstrauimus, tam tria puncta A, I, P, quam tria C, I, S, in vna iacere linea recta, ita vt vtraq; recta, AP, CS, per polum I, transeat; si per I, ducatur recta vtcunq; MIb, secans Æquatorem, & circulum obliquum in K, i: erit per lemma 9. tam arcus BK, Æquatoris arcui Gi, circuli obliqui, quam arcus Db, Æquatoris arcui FM, circuli obliqui similis. Igitur si à puncto F, versus C, abscindendus sit arcus quotuis graduum, numerandi erunt illi gradus in parte opposita circuli obliqui à puncto G, vsq; ad i. Recta

Circulum maximum quemuis visum in gradus apparentes diuidere beneficio graduum æqualium eiusdem circuli maximi visi ex eius polo superiore, quæ ratio omnium præstantissima est, & expeditissima.

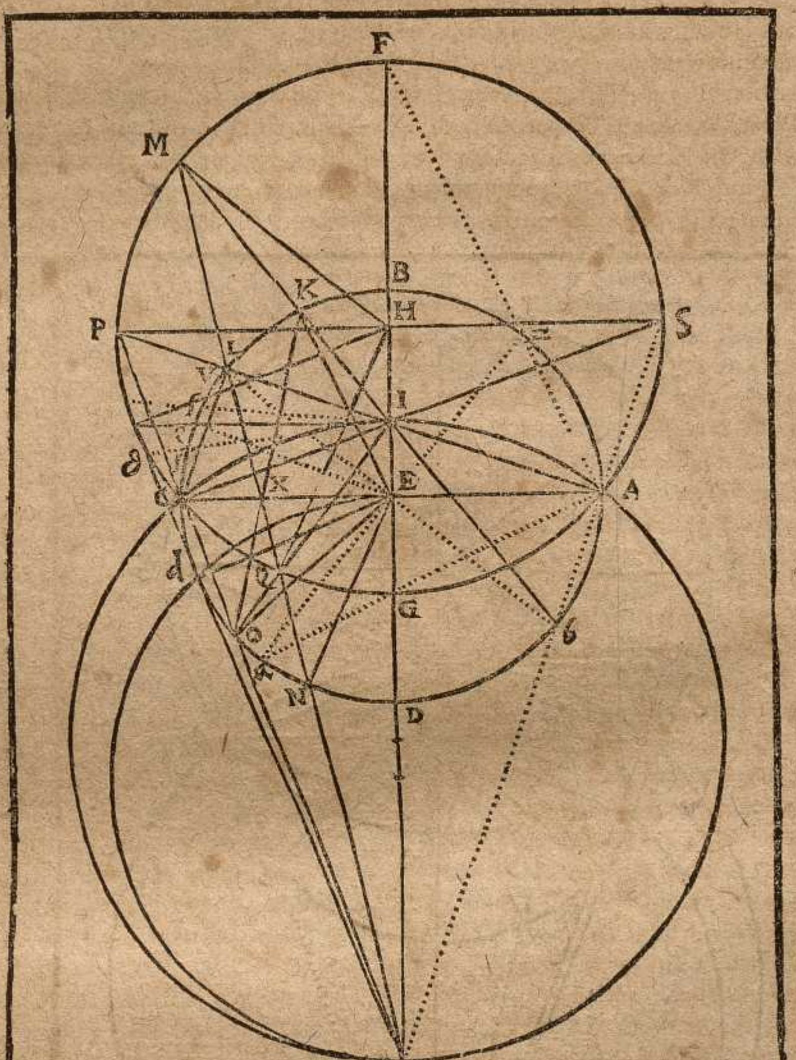


enim

enim ex i, per I, eiecta abſcindet arcum FM, tot gradibus reſpondentẽ, quot in arcu Gi, continentur. Cum n. arcus Gi, arcui BK, ſit ſimilis; auferat autẽ recta IK arcum FM, tot graduũ, quot in arcu BK, continentur, vt prop. 5. Nu. 17. demonſtrauimus, auferet eadem recta iIK, eundem arcum FM, tot graduũ, quot in arcu Gi, continẽtur. Eadem ratione recta MI, auferet ex circulo obliquo arcũ Gi, tot gradib. in cœlo reſpondentẽ, quot vere in arcu FM, continẽtur. Item ducta recta CIS, abſcindet arcũ FC, tot gradib. in cœlo reſpondentẽ, quot re ipſa in arcu GS, continentur, nimirũ 90. Et viciſſim eadem recta auferet arcum GS, tot gradib. reſpondentẽ in cœlo, quot in arcu oppoſito FC, cõtinentur, qui quidem plures ſunt, quam 90. cum GA, quadrantẽ referat, ac proinde GS, arcũ quadrante maiorẽ, quemadmodũ & FC, quadrante ſui circuli maior eſt, licet quadrantem viſum referat. Et ſic de cæteris. Itaq; ſi totus circulus AFCG, in 360. gr. æquales diſtribuatur, ex quib. per I, polum viſum rectæ traijciantur, ſectus erit circulus obliquus AFCG in gradus viſos, ſiue apparentes, ita tamẽ, vt quilibet gradus apparens reſpondeat gradui vero in parte oppoſita inter eaſdem duas rectas incluſo, inter quas apparens continetur.

Idẽ efficere ex polo inferiore.

RVRSVS quia in prædicto ſchol. prop. 5. Nu. 18. demonſtrauimus, ſi ducatur ex Y, polo inferiore recta vtcunq; YM, tam arcum Æquatoris BL, arcui circuli obliqui FM, quam arcum Æquatoris DN, arcui obliqui circuli GQ, ſimilem eſſe: ſi à puncto F, verſus C, abſcindendus ſit arcus quotuis gradibus reſpondens, numerandi erunt gradus propoſiti in eodem ſemicirculo ex puncto G, oppoſito vſque ad Q. Nam recta ex Y, polo



inferiore per Q, emiſſa abſcindet arcum FM, tot gradibus in cœlo reſpondentem, quot vere in arcu GQ, continentur. Cum enim arcus GQ, arcui DN, ſimilis ſit, auferat autem recta YN, arcum FM, tot graduum, quot in arcu DN, continentur, vt prop. 5. Nu. 20. oſtenſum eſt; auferet eadem recta YNQ, eundem arcum FM, tot graduum, quot continentur in arcu GQ. Eadem ratione e contrario recta YM, abſcindet arcum GQ, tot gradibus viſis reſpondentem, quot re ipſa in arcu FM, continentur. Sic recta YC, auferet arcum FP, tot gradibus reſpondentẽ, quot in arcu GC, cõtinentur: Et viciſſim eadem recta YP, auferet arcum FC, quadrãti GP, reſpondentẽ. Deniq; tangens recta YT, abſcindet arcum FT, tot gradibus reſpondentẽ, quot in arcu GT, continentur: Item arcum GT, tot gradibus reſpondentem, quot in arcu FT, continentur. Itaq; ſi ex Y, per omnes gradus circuli AFCG, rectæ ducantur, ſectus erit ipſe circulus in omnes gradus apparentes, ita tamen, vt cuilibet gradui æquali reſpondeat gradus apparens ex eadem parte inter eaſdem duas lineas ex Y, egredientes.

Parallelum obliquum quemuis viſum in gradus apparentes diſtribuere beneficio graduum æqualium eiuſdem paralleli, ex vno polo exteriore.

SIT rurſum parallelus obliquus KnLC, cuius centrum O, & poli viſi P, Q, parallelus Æquatoris auſtralis illi æqualis VXY, & borealis bke, daturque per E, diameter XE, ad VY, perpendicularis. Et quoniam, vt infra in ſcholio huius prop. Nu. 3. demonſtrabimus, recta ex X, per P, ducta cadit in exetrmum diametri paralleli obliqui per O, ductæ ad VY, perpendicularis; ſi per P, ducatur recta vtcunque ſ A, ſecans parallelum obliquum in ſ, C, Erit per lemma 9. arcus Vſ, arcui LC, & arcus YA, arcui Kſ, ſimilis. Igitur ſi à puncto K, verſus n, abſcindendus

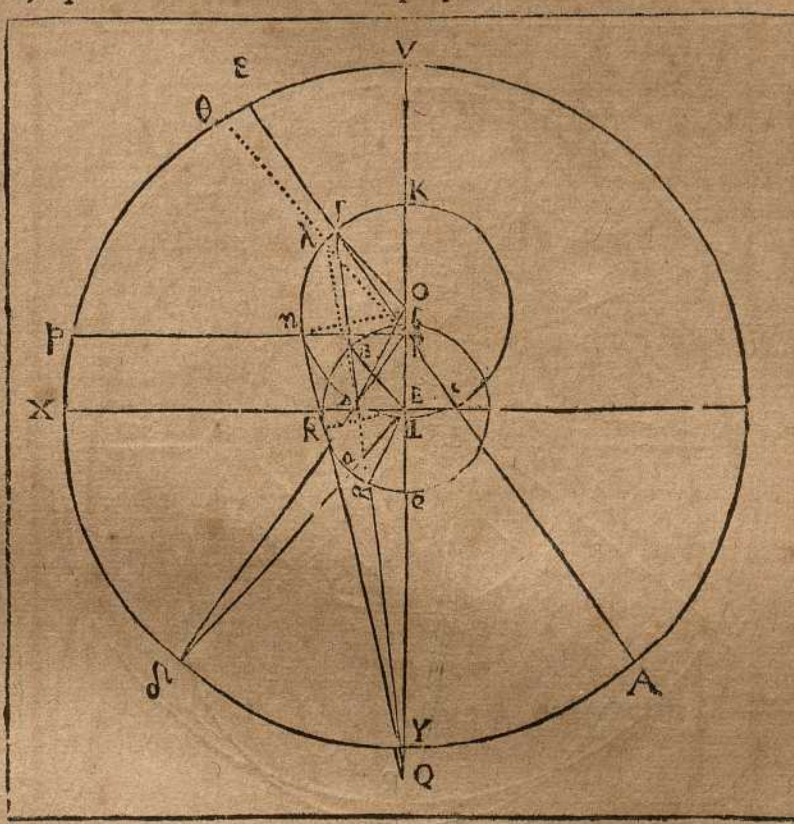
dendus ſit arcus quotuis graduum, numerandi erunt gradus illi à puncto L, oppoſito in contrariam partem vſque ad C. Recta namque ex C, per P, educta abſcindet arcum quæſitum Kſ, cum producta auferat arcum Vε, arcui LC, ſimilem, vt dictum eſt; demonſtratum autem ſupra ſit Numero 21. rectam Pε, auferre arcum Kſ, arcui Vε, reſpondentem. Simili modo eadem recta reſecabit arcum LC, tot gradibus in cœlo reſpondentem, quot in arcu Kſ, vere includuntur. Et ſic de cæteris. Itaque ſi totus parallelus in gradus apparentes ſit diſtribuendus, diuidendus prius erit in 360. gradus æquales. Rectæ enim ex hiſce gradibus per P, traiectæ indicabunt gradus oppoſitos apparentes, vt de circulo maximo dictum eſt.

Idem efficere ex polo inferiore.

DEINDE quia in ſcholio huius propoſ. Num. 5 demonſtrabimus, ſi ducatur ex Q, polo inferiore vtcunq; recta Qſ, tam arcum Kſ, arcui bβ quam arcum Lγ arcui cα ſimilem eſſe: ſi à puncto K, verſus n, auferendus ſit arcus quotuis graduum, numerandi erunt dati gradus à puncto L, oppoſito in eandem partem vſq; ad γ. Nam rectæ ex Q, inferiore polo per γ, traiecta abſcindet arcum Kſ, quæſitum, qui videlicet in cœlo tot gradibus reſpondet, quot in arcu Lγ, comprehenduntur. Cum n. arcus Lγ arcui cα, ſimilis ſit, recta autem Qα, per γ, tranſiens auferat arcum Kſ, tot graduum apparentiũ, quot æquales in arcu cα, continentur, vt ſupra Nu. 24. oſtenſum eſt; auferet eadem recta Qγ, per α incedens eundem arcum Kſ. Viciſſim eadem recta Qſ, auferet arcum Lγ, tot gradib. reſpondentem, quot in arcu Kſ, continentur. Itaq; ſi totum parallelum in gradus apparentes partiri iubeamur, diſtribuemus eum in 360. grad. æquales. Rectæ namque ex hiſce gradibus per Q, tranſeuntes monſtrabunt arcus apparentes, vt de circulo maximo dictum eſt.

Quot gradus in dato arcu circuli obliqui contineantur, facillima ratione cognoſcere.

HINC facillimo negotio intelligemus, quotnam gradus quilibet arcus circuli obliqui in Aſtrolabio ſiue maximi, ſiue non maximi complectatur. Nam duæ rectæ à terminis dati arcus per vtrumlibet polorum apparentium eductæ, abſcindunt ex altera parte circuli arcum tot graduum æqualium, quot gradibus datus arcus reſpondet. Vt ſi in circulo KnL, ſiue maximus is ſit, ſiue non, detur arcus Kſ, includent tam rectæ KP, ſP, arcum LC, quam rectæ KQ, ſQ, arcum Lγ tot graduum æqualium circuli eiuſdem KnL, quot gradibus datus arcus Kſ, æquiualet, vt ex ijs, quæ demonſtrata ſunt hoc loco, perſpicuum eſt. Sic ſi datus ſit arcus Lγ, auferent rectæ



QL, Qγ, arcum Kſ, verum, cui apparens Lγ, æquiualet. Et ſi recta γP, produceretur, auferet ea eodem modo arcum vſq; ad K, cui arcus datus Lγ reſpondet.

Arcum datum circuli obliqui in quotuis partes æquales facillima ratione ſecare.

ITA etiam, ſi datus arcus Kſ, circuli obliqui diuidendus ſit in duas, vel plures partes æquales, fiet id, ſi ductis rectis KP, ſP, vel KQ, ſQ, arcus LC, vel Lγ, in duas partes æquales, vel in plures ſecetur, & per P, vel Q, ex hiſce partibus rectæ traijciantur, &c.

VERVM præclaram hanc, & inſignem rationem diſtribuendi circulos obliquos in gradus apparentes per rectas lineas ex eorundem gradibus æqualibus per proprios polos viſos traiectas, facile quoq; demonſtrabimus ex ijs, quæ paulo ante ſcripſimus quaſi ad initium huius Nu. 25. in artificio, quo obliqui circuli in gradus diſtribuuntur per alios circulos, quam per Æquatorem, eiuſq; parallelos. Quoniã enim in ſuperiori figura ſcholij prop. 5. Nu. 12. quæ eſt ſecunda huius Nu. 25. *a* eſt vt AE, ſemidiameter Æquatoris ad EI, ita PH, ſemidiameter circuli maximi obliqui ad HI, (Demonſtratum n. eſt in eodem ſchol. Nu. 14. tria puncta A, I, P, iacere in vna linea recta) diſtabit ſuperior polus I, ſimiliter à centris E, H. Igitur quælibet recta Mb, ex I, egrediens auferet ex Æquatore, & circulo obliquo, per ſcholiũ lemmatis 21. arcus ſimiles Db, FM, ꝓpter angulos DIb, FIM, æquales verſus propria centra cõſtitutos. Cum n. centra E, H, in diuerſas partes à puncto I, recedãt, abſcindentur arcus ſimiles in oppoſitis partibus, quemadmodũ in figura Corollarij lẽmatis 21. quia centra A, B à puncto I, verſus eandem partem recedunt abſcinduntur arcus ſimiles CK, FM, vel EL, HN ad eaſdem partes. ꝙ etiam in figura prima huius Nu. 25. obſeruatũ eſt. Quia n. centra E γ à polo K, verſus eandem partẽ recedunt, abſciſſi ſunt à recta Kβ, arcus ſimiles

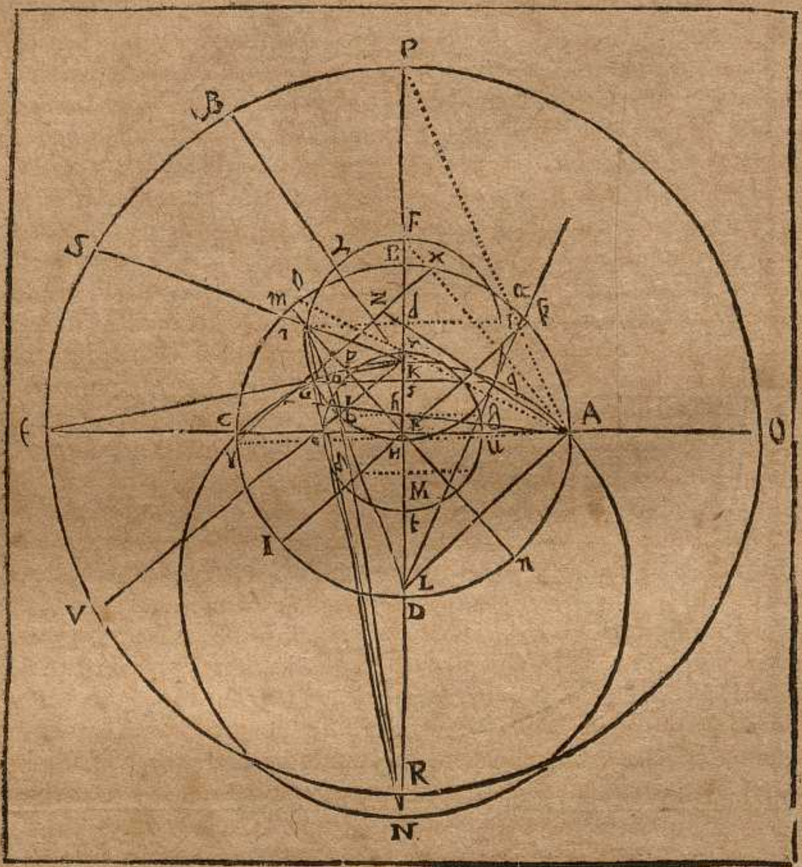
a 4. ſexti.

miles Dϑ, πβ, ad easdem partes: Et si centrũ γ, sumptum fuisset à polo K, sursum versus, h.e. non ad eandem partẽ cum cẽtro E, sed ad diuersam, abstulisset eadem recta Kϐ, arcus similes ad oppositas partes. Igitur cum arcus Db, FM, in figura scholij prop. 5. Nu. 12. quæ est secunda huius Nu. 25. similes sint; recta autẽ Ib, resecet arcum Gi, tot graduum apparentium, quot gradus æquales in arcu D b, continentur, vt prop. 5. Nu. 17. ostendimus: resecabit eadem recta bIM, eundem arcum G i, tot graduum apparentium, quot gradus æquales in arcu F M, includuntur. Atq; hæc est causa, cur, si diuisio circuli maximi obliqui instituenda sit ex polo I, superiore, numerandi sint gradus æquales in parte quæ opposita est gradibus apparentibus abscindendis.

a 4. sexti. EADEM ratio est in parallelis. Nam, vt in figura prima scholij huius prop. Nu. 2. apparet,[a] est vt XE, semidiameter paralleli Æquatoris ad EP, ita NO, semidiameter paralleli obliqui ad OP. Vt enim in eodem schol. Nu. 3. demonstrabimus, tria puncta X. P, N. in vna linea recta iacent. Igitur polus P, superior proportionaliter à centris E, O, distat. Cum ergo centra E, O, à puncto P, in diuersas partes recedant, liquet id, quod propositũ est.

RVRSVS quia est in prædicta figura Nu. 12. scholij prop. 5. h.e. in secunda figura huius Nu. 25. vt CE, semidiameter Æquatoris ad EY, ita P H, semidiameter circuli maximi obliqui ad H Y; (demonstratũ n. est in prædicto schol. Nu 14. tria puncta Y, C, P, in vna linea recta esse collocata) distabit polus Y, inferior similiter à cẽtris E, H. Igitur ex schol. lẽmatis 21. (cũ centra in eandem partẽ à puncto Y, recedãt) quælibet recta YM, ex Y, educta abscindet tam arcus FM, BL, quã arcus GQ, DN, ex eadẽ parte similes. Quare cũ recta YN, auferat arcũ FM, tot graduũ apparẽtiũ, quot gradus æquales in arcu DN, cõtinẽtur, vt prop. 5. n. 20. demõstrauimus; abscindet eadẽ recta YQ, pN, incedẽs eundẽ arcũ FM, tot graduũ apparentiũ, quot gradus æquales in arcu GQ, cõtinentur. Itaq; quando diuisio circuli maximi obliqui ex polo Y, inferiore instituenda est, numerandi sunt gradus æquales ex eadẽ parte.

b 4. sexti. NON alia ratio est in parallelis. Nam vt in figura prima scholij huius prop. Nu. 2. manifestum est,[b] ita se habet d e, semidiameter paralleli Æquatoris ad EQ, vt MO, semidiameter paralleli obliqui ad OQ. Vt enim in eodem schol. Nu. 4. demonstrabitur, tria puncta Q, d, M in vna recta linea iacent. Igitur polus Q, inferior proportionaliter à centris E, O, abest, centraq; E, O, à puncto Q, versus eandem partem recedunt, &c.



VIDES ergo circulum ipsum obliquum esse vnum ex illis, quos paulo ante describendos esse diximus, vt per illos ipse obliquus siue maximus, siue non maximus, diuidatur, quandoquidem eadem est proportio semidiametri circuli obliqui ad rectam inter eiusdem centrum, & alterutrum polorum, quæ semidiametri Æquatoris, vel eius paralleli, ad rectam inter centrum Astrolabij, & eundem polum obliqui circuli. Solum hoc interest, quod centrum obliqui circuli à polo superiore non tendit versus centrum Astrolabij, sed in diuersam partem, ac proinde gradus æquales numerandi sunt in contrariam partem, non autem in eandem, ex qua gradus apparentes abscindendi sunt. Id quod etiam in prima figura huius Num. 25. faciendum esset, si centra I, & γ, supra polum K, transferrentur, & ex illis circuli ad interualla semidiametrorum Ib, γϱ describerentur. Denique quando polus obliqui circuli, ex quo facienda est diuisio circuli obliqui, existit inter centrum Astrolabij, & centrum circuli descripti, per cuius gradus lineæ ducendæ sunt, quæ obliquum circulum diuidant, gradus æquales numerandi sunt in contrariam partem apparentium graduum, quæ illis respondent: in eandem vero partem, qando inter duo illa centra idem polus non reperitur. Semper autem rectæ lineæ per gradus æquales incedentes secant obliquum circulum in gradus apparentes, vt dictum est. Ex qua autem parte gradus apparentes numerandi sint, quando diuisio fit per circulum à circulo obliquo diuersum, facile intelligi potest ex scholio Lemmatis 21. aut ex ijs, quæ hoc loco scripsimus, colligendum erit.

Parallelos cuiusuis maximi circuli obliqui in gradus distribuere, ex centro circuli maximi, qui instar est Verticalis ipsorum primarij.

26. SECVNDA via partiemur parallelum circuli obliqui maximi in gradus hoc pacto. Quoniam Verticalis

ticalis primarius, cū per polos parallelorū Horizontis ducatur, diuidit parallelū FGHq bifariā in G, q, erit recta Gq, repræſentans diametrum paralleli, id eſt, communem ſectionem Verticalis, & paralleli in ſphæra. Secetur ergo per Lemma 8. ſemidiameter ɛG, in partes inæquales, quas efficiunt perpendiculares ex ſingulis gradibus quadrātis circuli circa Gq, deſcripti ad ɛG, demiſſæ: Atque ex L, centro Verticalis primarij (quod reperitur per rectam ex A, ad mn, diametrum Verticalis perpendicularem eductam, vt ſupra propo. 5. Nume. 3. oſtendimus) per omnia puncta ſemidiametri ɛG, rectæ lineæ ducantur, ſingulæ enim parallelum in binis punctis ſecabunt, quæ reſpondent illis punctis paralleli Horizontis, quibus puncta ſemidiametri ɛG, reſpondent. Singula enim puncta ſemidiametri ɛG, binis punctis circuli circa Gq, deſcripti reſpondent. Quocirca ſi vtraq; ſemidiameter ɛG ɛq, ſecetur in punctis, quæ omnibus gradibus eius circuli circa Gq, deſcripti reſpondeant, ſecabitur parallelus in omnes 360. gr. Sed ſatis eſt, ſi hoc modo ſemicirculus FGH, in 180 gr. diſtribuatur. Huius enim gradus in alterum ſemicirculum FqH, tranſlati exhibebunt gradus alterius illius ſemicirculi. Verbi gr. ſi ex L, cētro Verticalis per punctum a, quod gradui 60. à meridiana linea vtrinque in circulo circa Gq, deſcripto, numerato reſpondet, recta traiiciatur La, ſecabitur parallelus Horizontis in T, b, punctis, quæ 60. gr. à punctis F, H. abſunt: quæ ſi transferantur in alterum ſemicirculum FqH, vſq; ad Ig, diſtabunt quoq; pūcta I, g. gr. 60. ab eiſdem punctis F, H. Hic etiam quoniam rectæ Lq, LG, parallelū tangunt, vt Nu. 7. huius prop. oſtendimus, & infra Nu. 30. iterū demōſtrabitur, ſi producātur, & inter eas ducatur ipſi qG, parallela, habebitur maior linea, quā qG. quę ſimiliter ſecāda eſt, vt diuiſa eſt qG; quēadmodū in ſuperiori propo. de circulo maximo obliquo nu. 24. dictū eſt.

RECTE autem hoc modo diuidi parallelos in gradus, demonſtrabitur hac ratione. Quoniam recta AL, in circulo maximo ABCD, per polos mundi, & polos Horizontis ducto, (ſumimus enim nunc circulum ABCD, pro Meridiano) æquidiſtat diametro Horizontis kl; ſi per AL, intelligātur duci plana, auferēt ſingula per Lēma 25. ex parallelo diametri XY, binos arcus ęquales à punctis X, Y, inchoatos in ſphæra. Igitur eadem illa plana cernētur quoq; ex polo auſtrali abſcindere eoſdem arcus æquales ex parallelo eodem Horizontis in Aſtrolabium proiecto. Cum ergo illa plana per polum auſtralē ducta faciāt per prop. 1. Num. 1. lineas rectas in Aſtrolabio per centrum L. Verticalis circuli, vbi omnia plana illa conueniunt, trāſeuntes, neceſſario rectæ lineæ in Aſtrolabio per L. ductæ plana illa referent. Quia vero eadem plana in ſphæra per ſingulos gradus paralleli Horizōtis ducta diuidunt vtramq; ſemidiametrum eiuſdē, hoc eſt, cōmunem ſectionem Verticalis & paralleli, vt diuidi ſolet cuiuſuis quadrātis ſemidiameter à perpēdicularibus ad ipſam ex ſingulis gradibus quadrātis demiſſis, quod communes ſectiones ipſorum cum parallelo ſint parallelæ cōmuni ſectioni Meridiani cum eodē parallelo, vt ex demonſtratione Lemmatis 25. liquido conſtat,[a] ac proinde ad vtramq; ſemidiametrum paralleli prædictam perpendiculares quemadmodum ad eundem perpendicularis eſt communis ſectio Meridiani, & eiuſdem paralleli; (Cum enim tā Meridianus, quam parallelus ad Verticalē rectus ſit,[b] erit quoq; eorum ſectio cōmunis ad eundem recta; ac proinde & ad cōmmunem ſectionem Verticalis, & paralleli perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Euc.) diuiditurq; diameter viſa Gq, eodem modo, vt vera paralleli diameter, vt mox demonſtrabitur, perſpicue cōſtat, rectas ex L, centro Verticalis per dicta ſectionum pūcta ſemidiametri viſæ ɛG, (ſi diuidatur, vt diximus) ductas tranſire per puncta paralleli, quæ gradibus eiuſdem paralleli in ſphæra reſpondent; quādoquidem hæ rectæ in Aſtrolabio repræſentant illa plana per ſingulos gradus paralleli in ſphæra trāſeuntia, vt dictum eſt. Quod autem viſa diameter Gq, à planis illis ſecetur, vt vera diameter paralleli in ſphæra ab eiſdem diuiditur, hunc in modum demonſtrabimus. Quoniā vera paralleli diameter (veram diametrum paralleli voco cōmunem ſectionem paralleli, & Verticalis in ſphæra) aſpicitur ex polo auſtrali per triangulum, cuius baſis eſt ipſa diameter vera, & vertex in oculo, ita vt diameter viſa Gq, ſit cōmunis ſectio plani Aſtrolabii, Æquatoriſve, ac trianguli prędicti;[c] eſtque diameter viſa diametro veræ parallela, quod vtraque communi ſectioni Verticalis, Æquatoriſque, & Horizontis parallela ſit: (Diameter enim vera paralleli, & communis illa ſectio Verticalis atque Horizontis, cū ſint ſectiones in planis parallelis à plano Verticalis, effectæ,[d] parallelæ inter ſe ſunt. Quod ſi per eandē illam ſectionem Verticalis, Horizontiſq; intelligatur duci planum triangulo prædicto, quod per veram diametrū ducitur, parallelum;[e] erunt quoque eadem cōmunis illa ſectio, & viſa diameter parallelæ, cum ſint communes ſectiones in planis parallelis à plano Æquatoris factæ,) ſecabuntur ex ſcholio propo. 4. lib. 6. Eucl. diameter vera, & viſa proportionaliter ab illis planis per rectam AL, & ſingulos gradus paralleli in ſphæra ductis, hoc eſt, à radiis viſualibus, qui communes ſectiones ſunt illorum planorum, & prædicti trianguli. Cum ergo vera diameter ab ipſis planis ſecetur, vt ſemidiameter cuiuſuis quadrantis à perpendicularibus ad ipſam ex gradibus demiſſis diuiditur, vt oſtenſum eſt, diuidetur eodem modo diameter viſa, quod eſt propoſitum.

[a] 29. primi
[b] 19. vnde.
[c] 9. vndec.
[d] 16. vnde.
[e] 16. vnde.

Gradū quēlibet propoſitum in parallelo obliquo Aſtrolabij reperire ex centro maximi circuli, qui illius eſt veluti Verticalis primarius.

Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui contineantur, ex centro maximi circuli, qui illius eſt veluti Verticalis primarius.

Quo pacto omnia, quæ de diuiſione parallelorum Horizontis, ex centro Verticalis dicta ſunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.

27. IGITVR ſi quis v. g. deſideret grad. 30. in parallelo FGHq, initio facto à puncto G, & ſiue verſus F, ſiue verſus H, progrediendo, ducenda erit recta ex L, per a, punctum diametri viſæ Gq, quod reſpondet gradui 30. circuli circa Gq, deſcripti, hoc eſt, per quod perpendicularis ex grad. 30. eius circuli demiſſa tranſit, initio etiam facto in eo circulo à puncto G.

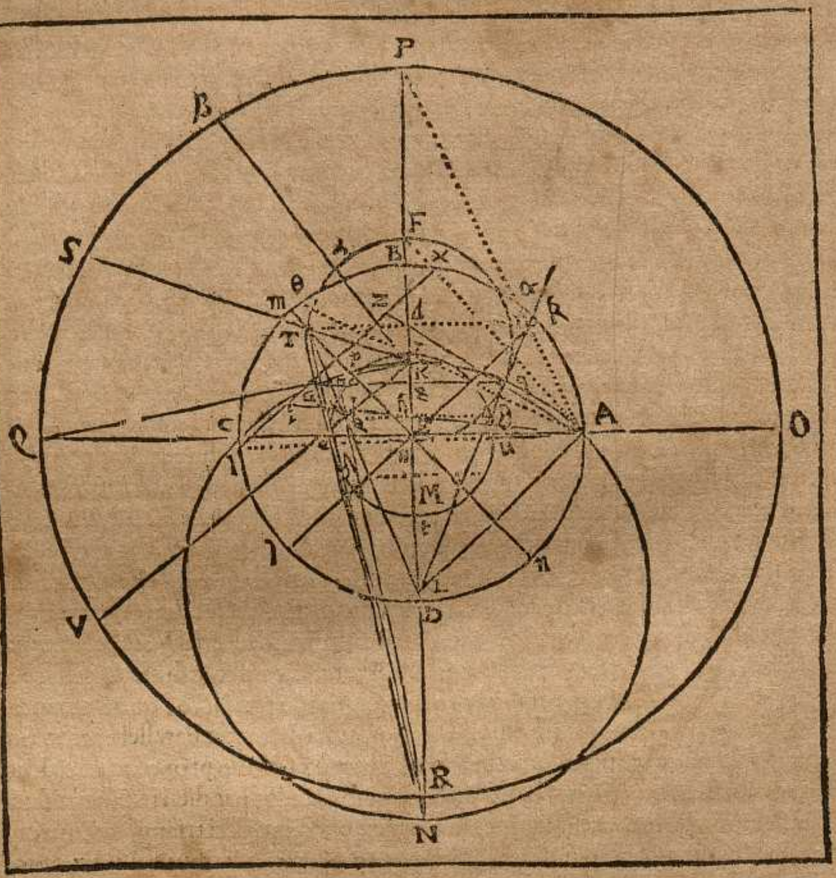
28. CONTRA quoque cognoſcemus, quot gradus quilibet arcus paralleli Horizontis cōmplectatur, ſi initium habeat à puncto G, vel q. Ducta enim ex termino T, arcus dati GT, recta ad L, ſecante Gq, in a, abſcindet perpendicularis per a, ad Gq, educta ex circulo circa Gq, deſcripto, arcum tot graduum, quot in GT, comprehenduntur. Si vero arcus à G, vel q, non incipiat, aſſequemur propoſitum, vt Numer. 26. propoſ. 5. ſcripſimus.

29. NON diſſimilis ratio eſt in parallelo cuiuſuis alterius circuli maximi obliqui in gradus diſtribuendo, ſi pro L, accipiatur cētrum illius circuli maximi, qui inſtar Verticalis primarij eſt reſpectu circuli maximi, cui parallelus æquidiſtat, ac proinde per polos paralleli ducitur, &c.

Rectas ex centro cuiuſuis circuli maximi in Aſtrolabio ductas ad interſectiones eius cum parallelis alterius maximi circuli, qui ad illū ſe habet, vt Horizon ad Verticalē, parallelos ibi tangere.

30. EX his, quæ diximus, nullo fere negotio colligi poterit, rectas ex L, centro ad G, & q, ductas tangere parallelum in G, & q. (in figura recta tangens ducta eſt Lq.) quod etiam ſupra Num. 7. demonſtrauimus. Cum enim rectæ illæ referant in Aſtrolabio plana, quæ per AL, & extrema puncta veræ diametri paralleli ducuntur, plana autem illa verum parallelum in ſphæra nullo modo ſecent, ſed in illis punctis extremis ſolum attingant, vt mox oſtendemus; efficitur, vt rectæ illæ contingant quoque parallelum in punctis G, q, quæ repræſentant puncta illa extrema diametri veræ. Si enim ſecarent, ſecarent quoque plana per eas ducta parallelum verum in

ſphæra in binis punctis, quæ illis reſpondent, in quibus à rectis LG, Lq, ſecaretur quod eſt abſurdum, cum plana illa tangant parallelum verũ in ſphæra in punctis extremis diametri, quod ſic probatur. Quoniam planum per AL, tranſiens, & per omnia puncta diametri veræ paralleli circumductum ſecat ſemper parallelum per lineas ad ipſum diametrum perpendiculares, vel communi ſectioni paralleli, & circuli maximi per eius polos, & mundi polos ducti parallelas, vt ex Lemmate 25. conſtat, fit, vt cum prima ad extrema puncta peruenerit, non amplius ſecet parallelum, ſed in illis punctis extremis eum contingat, quod etiam aliter, & Geometrice ita demonſtrari poterit. Poſito circulo ABCD, ad planum Aſtrolabii, Æquatoriſve recto, vt kl, ſit communis ſectio circuli maximi obliqui, & eius circuli maximi, qui per eius polos, & polos mundi, inſtar proprij Meridiani ducitur, ſi per rectam AC, in plano Æquatoris, Aſtrolabiive, concipiatur duci maximus circulus ad obliquum maximum circulum diametri kl, rectus, (cuiuſmodi eſt Verticalis primarius reſpectu Horizontis, reſpectu vero cuiuſcunque alterius circuli obliqui maximi, circulus maximus per eius polos, communeſque ſectiones eiuſ-
[a] 15.1. The. dem cum Æquatore ductus) [a] erit idem ad maximum circulum ABCD, in eo ſitu; quem diximus rectus, cum tranſeat per A, C, polos circuli maximi ABCD, hoc eſt, per communes ſectiones obliqui circuli, & Æquatoris; in his enim poli ſunt circuli ABCD, dictum ſitum habentis. (Nam cum circulus maximus ABCD, rectus ſit
[b] 13.1. The. ad circulum obliquum, & Æquatorem [b] trãſibit per eorum polos; ac propterea ij viciſſim per eius polos tranſibunt, ex ſcholio propo. 15. lib. 1. Theod. ideoque communes eorum ſectiones, poli erunt circuli ABCD.) Igitur cum & circulus maximus ABCD, & circulus obliquus diametri kl, ad illum circulum maximum per AC, ductũ,
[c] 19. vndec. & rectum ad obliquum, rectus ſit; [c] erit quoque eorum communis ſectio kl, ad eundem illum circulum maxi-
[d] 8. vndec. mum per AC, ductum recta; [d] ac proinde & AL, ipſi kl, parallela ad eũdem circulum maximũ recta erit. [e] Igitur
[e] 18. vnde. planum per AL, & alterutrum extremorum punctorum diametri paralleli, quæ communis ſectio eſt eiuſdem



circuli maximi ac paralleli, ductum, hoc eſt, circulus ab eo in ſphæra factus, cum eodẽ circulo maximo per AC, ducto rectos angulos efficiet. Quocirca cum & hic circulus per AL, & aſſumptum extremum punctum diame-
[f] 19. vndec. tri paralleli in ſphæra ductus, & parallelus ipſe ad circulum illum maximum per AC, ductũ, rectus ſit; [f] erit quoque eorum planorum communis ſectio ad eundem recta; ac proinde & ad diametrum paralleli, quę communis ſectio eſt paralleli, & illius circuli maximi per AC, ducti, & ad diametrum circuli per AL, & aſſumptum extremum punctum diametri paralleli tranſeuntis, quam in hoc circulo maximus ille circulus per AC, ductus facit, (quoniam enim maximus ille circulus ſecans circulum per AL, & aſſumptum extremum punctum diametri
[g] 13.1. The. paralleli ductum ad angulos rectos, vt oſtendimus, [g] ſecat eum bifariam, ac per polos; tranſibit per eius centrũ, ideoque in eo diametrum efficiet,) perpendicularis erit in extremis earum punctis, cum vtraque hæc diameter in eo maximo circulo exiſtat. Igitur eadem illa communis ſectio paralleli, & circuli per AL, aſſumptumque extremum punctum diametri paralleli tranſeuntis, vtrumque circulum, tam parallelum, quã circulum AL, & extremũ punctũ diametri paralleli ductũ, cõtinget in aſſumpto extremo pũcto diametri paralleli ex coroll. prop. 16. li. 3. Eucl. Ex quo ſequitur ex defin. li. 1. Theo. hoſce duos circulos in extremo pũcto diametri paralleli ſe mutuo tangere, & nullo modo ſecare, ꝙ eſt propoſitũ. Verũ rectas in L, per G, & q, ductas tãgere parallelũ FGHq, aliter adhuc in ſcholio ſequẽti Nu. 3. demõſtrabim': ſed facilior eſt demõſtratio quã in hac prop. Nu. 7. attulim'.

Semidiametrũ Verticalis eſſe medio loco

EX hoc infertur, quamlibet rectam ex centro Verticalis ductam vſque ad concauam circumferentiã parallelі ita à parallelo diuidi, vt ſemidiameter Verticalis ſit medio loco proportionalis inter totam illam rectam, & eius ſegmentum exterius. Vt ſi ducatur ex L, centro Verticalis recta LT, ſecans parallelum FGHq, in b: Dico ſemi-

ſemidiametrum LK, vel Lq, medio loco proportionalem eſſe inter LT, & Lb. Quoniam enim ſemidiameter Lq, tangit parallelum, vt oſtenſum eſt,[a] erit quadratum rectæ Lq, æquale rectangulo ſub LT, Lb.[b] Igitur erit vt LT, ad Lq, ita Lq ad Lb, quod eſt propoſitum. Eadem ratio eſt de alijs omnibus rectis ex L, ductis.

proportionalē inter rectā, quæ ex centro eiuſdem ſecat Horizōtis parallelum quemcunque, & eius ſegmētū exterius

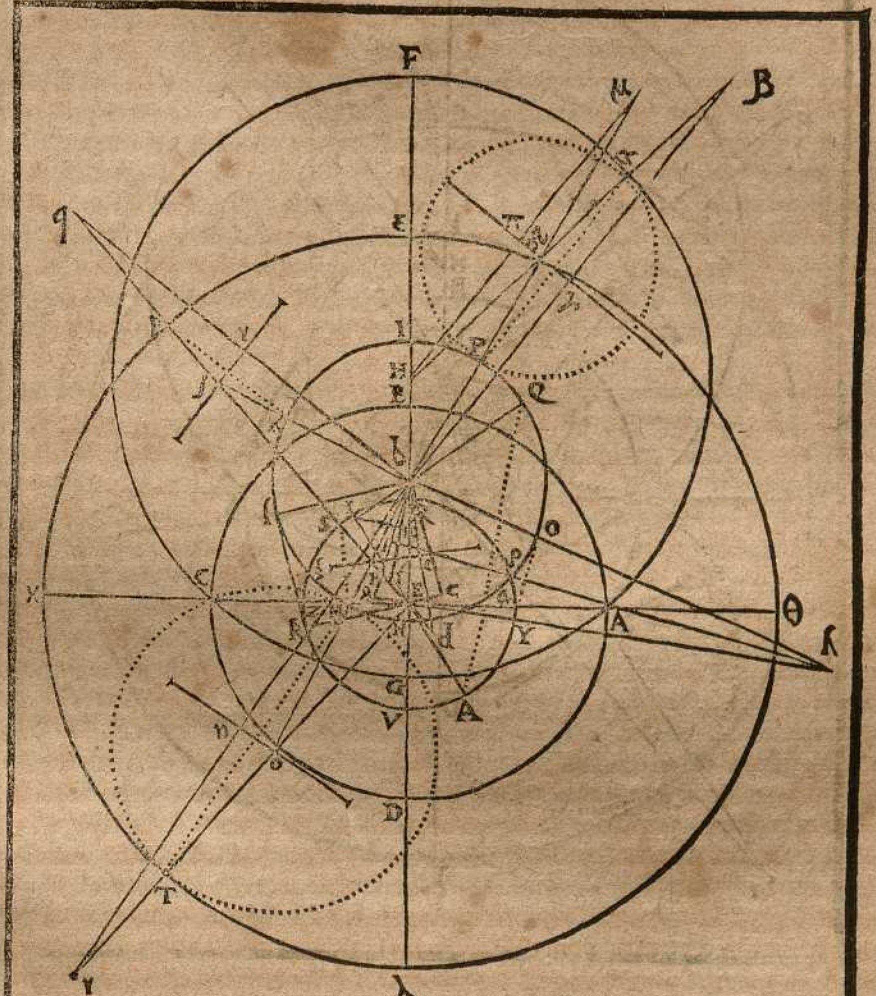
[a] *36. tertij*
[b] *17. ſexti.*

HINC etiam elicitur ratio inueniēdæ alterius extremitatis diametri paralleli viſæ ex vna extremitate cognita. Si enim rectæ inter centrum Verticalis primarij, & extremitatē cognitam interceptæ, & ſemidiametro Verticalis primarij reperiatur tertia proportionalis, cui æqualis abſcindatur, initio facto ab eodem centro, inuentū erit alterum extremum Vt ſi cognitum ſit extremum F, paralleli FGHq, ſi duabus rectis LF, LA, abſcindatur tertia proportionalis LH, erit H, alterum extremum diametri viſæ FH Sic ſi detur extremum H, & duabus rectis LH LA, abſcindatur tertia proportionalis LF, erit F, alterum extremum, &c. Atque hoc demonſtrauimus etiam Num. 7. huius propoſ.

Dato vno extremo diametri viſæ alicuius paralleli obliqui, inuenire alterum extremū per tertiā quādā proportionalem.

31. TERTIO modo parallelum cuiuſuis circuli maximi obliqui in gradus diuidemus hac ratione. Vtraque ſemidiameter paralleli in ſphæra pX, pY, ſecetur per Lemma 8. in partes inæquales, quas perpendiculares ex gradibus circuli circa XY, deſcripti demiſſæ efficiunt Satis autem eſt, ſi vna eo modo diuidatur, cum puncta eius in alteram tranſlatæ eam ſimili modo diuidant. Deinde ex A, polo auſtrali per omnia pūcta ſectionum diametri XY, rectæ ducantur ſecantes paralleli diametrum FH, in punctis, per quæ ſi ad eandem diametrū FH, perpēdiculares excitentur, diuiſus erit parallelus FGHq, in gradus V. g. Si ex A, per punctum Z, quod gradui 60. ab X, numerato in circulo circa XY, deſcripto reſpondet, recta ducatur AZ, ſecans FH, in d, & per d, ad FH, perpēdicularis educatur TI, complectetur arcus vterq; FT, FI gr. 60. hoc eſt, repræſentabit arcum paralleli gra. 60. à puncto auſtrali numeratum in vtramque partem tam orientalem, quam occidentalem, quod ad hunc modum demonſtrabimus. Poſito circulo ABCD, ad planū Aſtrolabij recto, vt XY, diameter paralleli, ſit cōmunis ſectio ipſius, & circuli maximi ABCD, per polos mundi, & per polos paralleli tranſeuntis: quoniam planum in ſphæra

Parallelos obliquos Aſtrolabij in gradus diſtribuere, ex auſtrali polo Analemmatis.



per polū auſtralē A, ſiue rectā AZ, in eo ſitu circuli ABCD, & per rectā, quæ diametrū XY, ad angulos rectos ſecet in plano paralleli, ductū occurrit plano Aſtrolabij in d, facitq; per Lemma 24. rectam ad FH, quæ cōmunis ſectio eſt circuli maximi per polos mūdi, & per polos paralleli tranſeūtis, & ipſius paralleli, perpendicularē; trāſibit illud idem planum per rectam TI, perpendicularem ad FH, cōſpicieturq; in Aſtrolabio eoſdem gradus abſcindere ex parallelo FGHq, quos in ſphæra ex eodem parallelo abſcindit, cū radius viſualis per omnia pūcta illius plani circumductus ab eo non recedat, ac propterea perpendicularem per Z, ductā, auferenteq; hinc inde gr. 60. ab X, incipiendo proijciat in Aſtrolabium in rectam TI. Arcus igitur FT, FI, repræſentant in ſphæra illos, qui in parallelo ſphæræ gr. 60. complectuntur, initio facto à puncto X, Atque ita de cæteris.

32. SI igitur ex parallelo dato abſcindēdus ſit arcus quotlibet graduū, à pūcto F, vel H, incipiēdo, numerādi ſunt gradus propoſiti in circulo circa XY, deſcripto, initio facto ab X, vel Y, & à termino numerationis ad XY, perpēdicularis demittēda ſecans XY, in aliquo pūcto. Si namq; per hoc punctū ex A, recta ducatur ſecās FH, in alio pūcto, dabit per hoc punctū ducta perpēdicularis ad FH, vtrinq; arcū ab F, vel H, inchoatū, qui propoſitū numerum graduum contineat.

Graduum quemlibet propoſitum in parallelo obliquo reperire ex polo auſtrali Analemmatis.

33. CON-

Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui contineantur, ex Polo australi Analemmatis cognoscere.

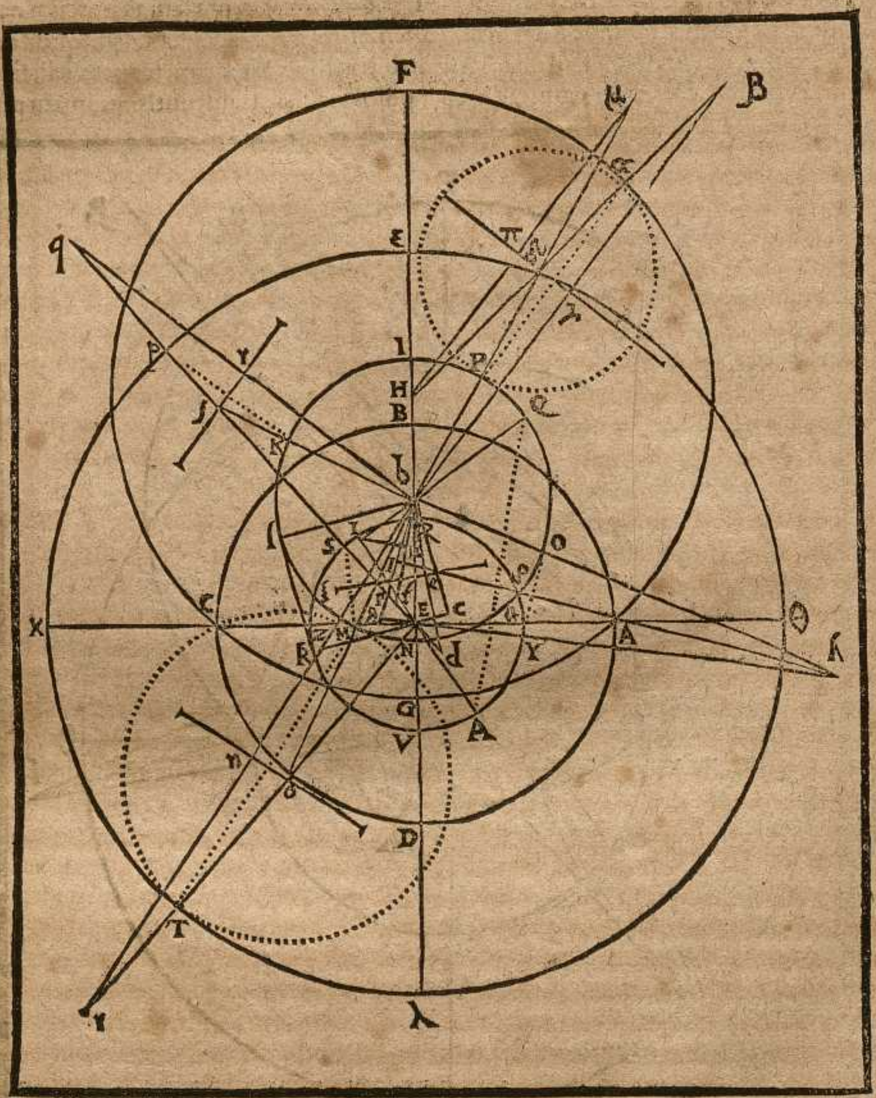
33. CONTRA si inquirendum sit: quot gradus in dato arcu paralleli contineantur, ducendæ sunt ex illius terminis ad FH, perpendiculares secantes eam in duobus punctis, è quibus ad A, polum australem duæ rectæ ducendæ sunt, secantes XY, diametrum paralleli in alijs duobus punctis. Nam si ab his educantur ad XY, duæ perpendiculares, intercipient hæ in circulo circa XY, descripto arcum tot graduum, quot in proposito arcu continentur.

34. QVADRAT tertia hæc ratio distribuendi parallelos in gradus, in parallelum cuiusuis circuli maximi obliqui, si quando ad Meridianum rectus non est, pro linea meridiana BD, accipiatur linea recta per eius centrum, & centrum Astrolabij ducta, communis scilicet sectio plani Astrolabij, Æquatorisve, & circuli maximi, qui per mundi polos, & polos obliqui circuli ducitur, instar proprij Meridiani.

Quo pacto omnia, quæ de diuidendis parallelis Horizontis, ex polo australi Analemmatis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accōmodentur.

Parallelū quēuis obliquum Astrolabij in gradus distribuere, ex proprio centro, & centro Astrolabij.

35. ADDAMVS si placet, quartam adhuc rationem distribuendi quemcunque parallelum obliquum in gradus, similem illi, quam Num. 24. præcedentis propos. attulimus: Erit namque & hæc sæpenumero percōmoda ad certos quosdam gradus inuestigandos, qui non facile alijs vijs inueniri possunt. Sit ergo parallelus datus obliquus IKl, cuius centrum b. Describatur parallelus Æquatoris aRZV, dato parallelo æqualis, hoc est, cuius diameter in Analemmate ABCD, (Nam sumi posse Æquatorem Astrolabij pro Meridiano Analemmatis, propos. 4. Num. 5. & alibi dictum est) æqualis sit diametro dati paralleli in eodem, ita tamen, vt borealis sit, quando datus parallelus est in hemisphærio superiore, australis vero, quando in inferiore. Appellamus autem



hemisphærium superius, & inferius, respectu poli superioris, inferiorisve circuli obliqui, instar Horizontis cuiuspiam, cui datus parallelus æquidistat: Polus porro superior, inferiorque, quo pacto sumendus sit, declarauimus Lemmate 23. Atque in hoc parallelo Æquatoris puncto cuipiam S, inueniendum sit in obliquo parallelo punctum respondens M, hoc est, vt arcus RS, NM, contineant æquales numero gradus. (Nam quando parallelus Æquatoris, & obliquus sunt æquales, & versus eandem partem sphæræ tendunt, initium graduum sumitur in parallelo Æquatoris à puncto R, superiore, & in obliquo à boreali N, vel in illo à puncto V, inferiore, & in hoc ab australi I, vt in Lemmate 23. expositum est,) quod sic fiet. Ex E, centro paralleli, in quo punctum datum est, ducta ad datum punctum S, semidiametro ES, abscindatur ex ea versus centrum producta, si opus sit, recta Sd, semidiametro alterius paralleli æqualis, ductaque recta db, ad cētrum paralleli huius alterius, in quo punctū inueniendum est, secetur in e, bifariam, & ad angulos rectos per rectam ef, secantem ES, in f, per f, & centrum b, ducatur recta bf, secans parallelum datum in M. Dico punctum M, puncto S, respondere, hoc est, arcus RS, MN, vel ξS, ξM, æquales esse in sphæra. Quoniam enim latera be, ef, lateribus de, ef, æqualia sunt angulosque continent rectos; [a] erunt & bases bf, df, æquales: Sunt autem & bM, dS, æquales, ex constructione. Igitur & reliquæ fM, fS, æquales erunt: ac proinde vt in Lemmate 42. ostendimus, circulus ex f, per M, S, descriptus vtrúque pa-

[a] 4. primi

que parallelum tanget, repræsentabitque propterea circulum in sphæra eosdem tangentem. Quamobrem per Lemma 44. arcus NM, RS, æquales erunt in sphæra. Cæterum idem punctum M, reperietur, si in b, fiat angulo bdS, æqualis angulus dbM, vel rectæ bd. parallela agatur SM, vt Num. 34. præcedentis propos. monstrauimus, etiamsi recta bd, non secetur bifariam, &c.

RVRSVS puncto Y, paralleli Æquatoris dandum sit respondens in parallelo obliquo, hoc est, inueniendus arcus IO, arcui VY. vel arcus ϱO, arcui ϱY, æqualis. Ducta semidiametro EY, abscindatur Yg, æqualis semidiametro paralleli: Et ducta recta gb, secetur in i, bifariam, & ad rectos angulos per rectam ih, secantem EY, productam in h iungaturque recta hb, secans parallelum in O. Dico punctum O esse, quod quæritur.[a] Erunt enim rursum bh, gh, æquales. Cum ergo & Yg, Ob, æquales sint, erunt & reliquæ hY, hO æquales. Igitur circulus ex h, per O, Y, descriptus vtrumque parallelum tanget, ac proinde per Lemma 44. in sphæra arcus ϱO ϱY, æquales erunt. &c. Idemque punctum O, habebitur, si fiat angulus ghO, angulo bgY, æqualis, vel si per Y, ipsi bg, parallela agatur YO, etiamsi recta bg, non secetur bifariam, &c. *[a] 4. primi.*

QVOD si accidat dari punctum k, in tali loco, vt ducta semidiametro Ek, sumptaque kc, semidiametro paralleli dati æquali, iuncta recta cb, faciat angulum rectum, ac proinde recta secans rectam bc, bifariam, & ad angulos rectos, sit ipsi kc, parallela, ducenda erit bl. ipsi ck, parallela, vt punctum l, respondens habeatur. Tunc enim, si ducatur recta kl, cũ parallelæ sint, & æquales ck, bl, [b] erunt quoque bc, lk, parallelæ, ideoque parallelogrammum erit cl; [c] & anguli k, l, recti erunt atque idcirco recta kl, vtrumque parallelum tanget: quæ quidem recta kl, tangens referet circulum per australem polum ductam, qui vtrumque parallelum tangit in kl. Omnis enim recta linea in Astrolabio repræsentare potest in infinitum extẽsa circulum per polum australem ductum, illum nimirum, qui à plano efficitur, quod per illam rectam, & polum australem in sphæra ducitur. Quocirca quemadmodum recta kl, vtrumque parallelum tangit, ita quoque circulus per australem polum ductus, quem repræsentat, eosdem parallelos tanget in k, l, ideoque arcus ξι, ξl, auferet æquales, ex Lemmate 44. Cæterum arcus ξk ξ, esse æquales, ita quoque ostendimus. Recta kl, tangens producta cadit in polum inferiorem circuli maximi, cui parallelus IKl, æquidistat, si hic parallelus ad eius polum superiorem spectet, vel contra, si parallelus ad inferiorem polum spectet, tangens kl, in polum superiorem cadet. Nam vt in scholio sequenti ad finem Num. 4. monstrabimus, recta ex alterutro polorum circuli obliqui ducta, si vnum parallelum tangat, tanget & alterum. Cum ergo vna sola recta vtrumque ex eadem parte tangere possit, vt constat, (Si namque tangeret v. g. parallelum RkV, infra k, illa producta caderet tota extra parallelum IKl; si autem illum tangeret supra k, secaret producta parallelum IKl, vt perspicuum est.) cadet omnino tangens lk, in polum circuli obliqui. Cum ergo, vt Num. 21. & 24. demonstratum est, recta ex polo abscindat ex parallelis arcus æquales, æquales erunt ablati arcus Rk, Nl: Sunt autem eandem ob causam & ablati arcus Rξ Nξ æquales. Nam & recta ex polo paralleli obliqui ad ξ, ducta arcus æquales abscindit. Igitur & reliqui arcus ξι, ξl, æquales sunt, quod est propositum. *[b] 33. primi* *[c] 34. primi* *Omnem lineam rectã in Astrolabio repræsentare posse circulum per polum australem ductum.*

SIT præterea datum in Æquatoris parallelo punctum X. reperiendusque sit arcus ϱQ, arcui ϱX, vel arcus IQ, arcui VX, æqualis. Ducta semidiametro EX, abscissaque Xt, æquali semidiametro paralleli, iungatur tb, quã bifariam & ad angulos rectos secet uL, secans Xt, versus t, protractã in L, (Hæc namq; perpendicularis secabit semidiametrum paralleli, in quo punctum datum est, vel versus datum punctũ, etiam protractã, quando opus est, vel non secat vllo modo, vel deniq; protractã in partem contrariã, prout angulus in extremo rectæ, quæ abscissa est semidiametro alterius paralleli æqualis, fuerit acutus, rectusve, aut obtusus) ac tandem recta ex L, per centrũ b, ducatur secans parallelũ in Q. Dico arcum IQ, arcui VX, æqualem esse in sphæra.[d] Nam rursum bases tL, bL, æquales sunt. Cum ergo & tX, bQ sint æquales positæ; erũt totæ LX, LQ, æquales. Igitur per Lemma 42. circulus ex L, per Q, X descriptus parallelos tanget; ac proinde per Lẽma 44. æquales erũt in sphæra arcus IQ. VX, vel ϱQ ϱX. Idem quoq; punctũ Q, reperietur per rectã LQ facientẽ angulũ tbL, angulo btL, æqualem; vel etiam per rectam XQ rectæ bt, parallelam vt supra demonstratum est, etiamsi bt, non secetur bifariam, &c. *[d] 4. primi.*

DESCRIBATVR quoque parallelus Æquatoris θικλ. priori æqualis, & oppositus, per quem idem parallelus obliquus IKl, diuidendus sit. Et quia paralleli θικλ, IKl, æquales sunt, & ad diuersas partes sphæræ, incipient in eis partes æquales respondentes ex eadem parte, & versus eandẽ progredientur, vt in Lẽmate 23. dictum est, nimirum à punctis ι, I, versus κ, l, aut à λ, N, versus κ, l, &c. Sumatur ergo arcus λT, similes arcui RS, ex quo inuentus fuit arcus NM, arcui RS, æqualis, inueniendusque sit ex arcu λT, idem arcus NM. Ducta semidiametro ET, abscindatur ex ea producta, recta Tm, semidiametro alterius paralleli æqualis: Iuncta autem recta mb, eaque secta bifariam in n, & ad angulos rectos per rectam n o, secantem ET, in o, connectatur o b, secans parallelum in M. Dico arcum NM, arcui λT, hoc est, arcui RS, æqualem esse; ac proinde punctum M, esse idem, quod ante per arcum RS, inuentum fuit.[e] Quoniam enim om, o b. æquales sunt in triangulis mno, bno, si demantur æquales Tm, M b, reliquæ oT, oM, æquales erunt. Igitur circulus ex o, per T, M, descriptus parallelos tanget T, M, vt in Lemmate 42. ostensum est: atque idcirco per Lemma 44. arcus λT, NM, æquales erunt in sphæra. Quod si angulo E m b, fiat æqualis angulus mbo, vel si TM, ipsi mb, parallela agatur, reperietur idem punctum M, etiamsi mb, non secetur bifariam, & ad rectos angulos. *[e] 4. primi.*

SIT rursum arcui dato ιp, abscindendus æqualis IK. Ducta Ep, sumatur in ea extra parallelum recta pq, semidiametro paralleli IKl, æqualis. Iuncta autem recta qb, eaque secta bifariam, & ad angulos rectos in r, per rectam secantem Eq, in s, connectatur recta sb, secans parallelum in K, eritque arcus IK, arcui ιp, æqualis in sphæra, quod demonstrabitur, vt de arcu NM, dictum est. *Parallelũ quẽuis obliquum in gradus distribuere, ex eius circulo maximo, cui æquidistat, vel ex alio parallelo in gradus diuiso.*

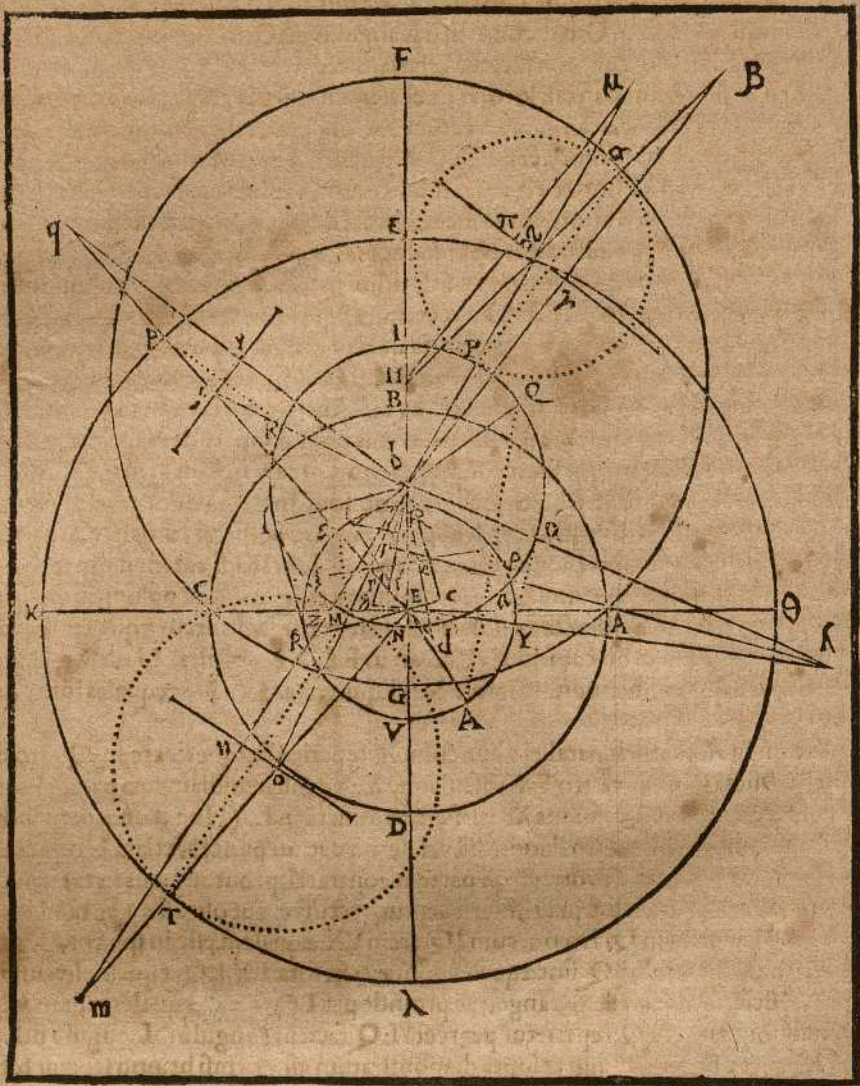
SIMILI ratione, si detur in maximo quouis circulo obliquo AFCG, punctum α, inueniemus in eius parallelo quolibet IKl, punctum respondens P. Idemque fiet, si dicti duo circuli sint paralleli, licet neuter eorum sit maximus. Nam ex centro H, illius, in quo pũctum datur, ducta semidiametro Hα, & extra parallelũ sumpta recta αβ æquali semidiametro alterius paralleli, iungemus β b, quam secet in γ, bifariã, & ad angulos rectos recta γδ secans Hβ in δ. Iuncta enim δb, secabit parallelũ in P, puncto quæsito, qđ etiam reperietur, si fiat angulus βbδ, angulo bβH, æqualis, vel per α ipsi βb, parallela agatur αP. Quod demonstrabitur, vt proxime dictũ est.

Nam

a 4. *primi* a Nam rursum æquales erunt $\alpha\beta$, αb, in triangulis $\alpha b\gamma$, $\alpha\beta\gamma$, à quibus si tollantur æquales Pb, $\alpha\beta$, reliquæ βP, $\beta\alpha$, æquales erunt, &c.

VICISSIM ex dato puncto P, reperietur respondens punctum α, in alio parallelo. Ducta enim semidiametro bP, abscindatur extra parallelum recta Pμ, semidiametro alterius paralleli AFCG, æqualis. Iuncta autem μH, reliqua perficientur, vt prius.

HAC ratione accedente Lemmate 45. ex quouis puncto Horizontis, aut alicuius paralleli eius, inueniri poterit punctum respondens in quouis parallelo alio ipsius, & contra.



Quid obseruandũ, vt circulus per aliũ circulum diuisum diuidatur in gradus.

VIDES ergo, quando arcus æquales in duobus circulis progrediuntur eodem ordine, sursum versus, vel deorsum, vt fit in parallelis quibuscunque, vel in duobus circulis vergentibus ad diuersas partes in sphæra, adijciendam esse semidiametro vnius diametrum alterius; quando autem in vno descendendum est, & in altero ascendendum in arcubus, qui æqualibus arcubus in sphæra respondent, ex semidiametro vnius auferendam esse versus centrum semidiametrum alterius, quod quidem fit, quando duo circuli æquales vergunt ad eandem sphæræ partem, vt in exemplis monstratum est.

Circulos maximos obliquos, eorumq; parallelos diuidere in gradus per circulos varios per terna puncta descriptos.

36. NEQVE vero prætermittenda est alia via perfacilis, & iucunda distribuendi tam maximos quam non maximos circulos in gradus, vel potius inuestigandi quemcunque gradum in circulo siue maximo, siue non maximo; quæ est eiusmodi. Sit Æquator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus AFCG, cuius polus R. Sumantur duo puncta in meridiana linea FD, æqualiter distantia ab E, polo Æquatoris, & R, polo circuli obliqui, versus D, & F, non autem in segmento ER, ne nimis propinquum vnum alteri fiat: Huiusmodi sunt puncta D, & F, cum segmenta ED, RF, quadrantes repræsentent inter polum mundi E, & Æquatorem, & inter polum R, circuli obliqui, & ipsum circulum interiectos. Diuisa autem recta FD, inter assumpta puncta bifariam in a, ducatur per a ad FD, perpendicularis aT, in vtramque partem in infinitum. Iam dato puncto q, in semicirculo Æquatoris ABC, quod grad. 60. a, puncto B, distat, reperiemus in semicirculo circuli obliqui maximi AGC, punctum respondens r, si per tria puncta F, q, D, ex centro T, (quod per coroll. propo. 1. lib. 3. Euclid. in perpendiculari aT, existit) circulus describatur FqD, secans circulum obliquum in r. Quoniam enim circulus FqD, repræsentat illum in sphæra, qui per tria puncta tribus punctis F, q, D, respondentia ducitur, distant autem FD, à polis R, E, in sphæra æqualiter; erit polus huius circuli in circulo maximo, qui per polũ Meridiani FD, & punctum medium arcus eiusdem per rectam FD, repræsentati ducitur, vt ad finem Lemmatis 47. ostendimus. Igitur per idem Lemma dictus circulus FqD, ex Æquatore, & circulo maximo AFCG, arcus æquales abscindet, quibus respondent arcus Bq, Gr. Quod si per eadem duo puncta F, D,

F,D,& punctum Æquatoris b,grad.30.a puncto B,distans describatur circulus FbD, centrum habens in eadē perpendiculari aT,secabitur maximus circulus AFCG,in f.puncto gr.30.distante à puncto G.

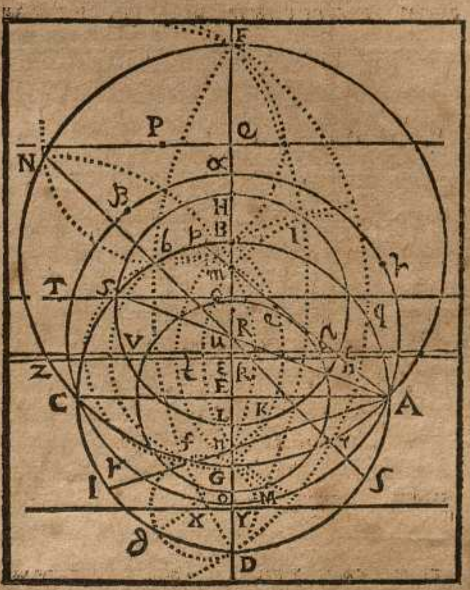
IDEM punctum f,reperietur hoc modo. Recta YX,secet DG,bifariam,& ad angulos rectos,& per puncta D,G,& g, distans grad.30.à puncto D,describatur ex centro X,circulus GDg. Hic enim secabit AGC,in f. Nā rursum, vt ad finem Lemmatis 47.monstratum est,circulus GDg, polos habet in circulo, qui arcum DG,in sphæra diuidit bifariam, & ad angulos rectos. Igitur per idem Lemma auferet ex DC,GC, arcus æquales Dg Gf.

RVRSVS idem punctum f, inueniemus hac ratione. Sumantur duo arcus Cl, Sp, æquales ducanturque radii Al,Ap,vt habeantur puncta n,m,æqualiter distantia à polis E,R,cum segmenta En,Rm,arcubus æqualibus Cl,Sp,respondebant.Si enim accipiatur arcus Bb,grad.30.in Æquatore,& per tria puncta m, b, n, circulus describatur habens centrum t,in recta k,Z,secante m,n,bifariā,&ad angulos rectos,secabitur CG,in f,puncto, quod ipsi b,respondebit,vt ex Lemmate 47.perspicuum est.

PRÆTEREA si per tria puncta B,b,G,circulus BbG,describatur centrum u, habens in perpendiculari iV,secante BG,bifariam, secabitur CG, in eodem puncto f: propterea quod puncta quoque B,G, æqualiter à polis R,E,distant.Cum enim EB,RG,quadrantes sint ex polis ad circulos maximos ducti; ablati communi arcu RE,reliqui arcus RB,EG,æquales erunt.

ATQVE in hunc modum, si alia,atque alia puncta sumantur à polis R,E,æque remota,& per bina,atque punctum b, datum circuli describantur,reperietur idem punctum f,pluribus vijs. Possunt quoque assumi ipsimet poli R,E,pro punctis,si eorum distantia non sit nimis exigua.

SIC etiam,si per puncta F,B, punctum B, distans gra.30. à puncto B, circulus describatur Bb,centrum habens P, in recta QP, perpendiculari ad FB,secante ipsam FB, bifariam, reperietur punctum N, puncto b, respondens. Nam vt ad finem Lemmatis 47. monstratum est,circulus FBbN, polos habet in maximo circulo, qui arcum FB, in sphæra diuidit bifariam, & ad angulos rectos,ac proinde per G,& A. polos circuli FBD, transit. Igitur ex eodem Lemmate auferet circulus FBbN, ex circulis BC,FC,arcus æquales Bb,FN.



ITAQVE vt per duo puncta à polis R, E, æqualiter remota inueniatur in semicirculo AGC, punctū quotcunque gradibus à puncto G, distans sumendum est in Æquatoris semicirculo ABC, punctum respondens: at vero in semicirculo ADC,punctum dandū est, vt punctum respondens in semicirculo AFC,reperiatur.Si autem per duo puncta D, G, inueniendum sit quodlibet punctum in semicirculo AGC, accipiēdum est punctū respondens in semicirculo Æquatoris ADC.Si denique per duo puncta F,B,reperiendum sit punctum in semicirculo AFC, sumendum est punctum respondens in semicirculo ABC.Quę omnia ex Lemmate 47.eliciuntur,& obseruata sunt hic in punctis inuestigandis.Nam ex puncto g & punctis n,m, æqualiter ab E, & R, distātibus inuestigatum est punctum N, per circulū gnmN, Item ex puncto b,& punctis F,B,per circulum FBbN, idem punctum N,inuentum est.

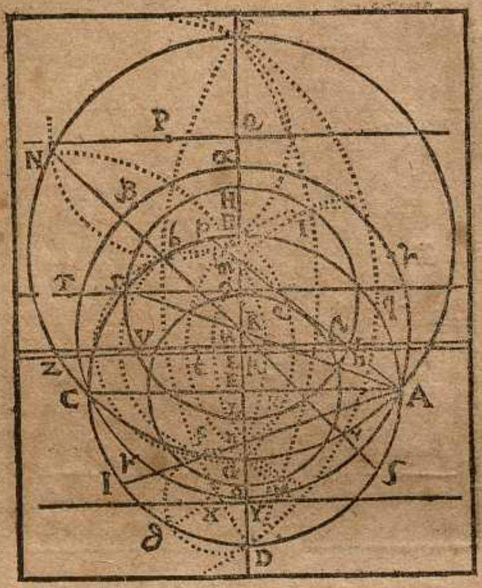
EADEM ratio seruāda est in circulis non maximis, si dato circulo non maximo describatur parallelus Æquatoris æqualis, tantum à polo boreali distans, quantum ille à suo polo superiore recedit,qui intra Æquatorem existit. Vt si sit HIKL;parallelus obliquus, cuius polus R, & parallelus Æquatoris borealis illi æqualis a e MO: inuenietur puncto M, respondens pūctum I,per circulum FMD,vel per circulum Mn mI,ex centro h,vel MGBI,ex centro ♂.

QVOD si circulus non maximus obliquus propius absit à polo suo inferiore,quam à superiore;si quidem per eius polum superiorem diuidens circulus describendus sit, & per polum borealem, describendus erit parallelus Æquatoris australis illi æqualis;(quia hac ratione ambo circuli à suis polis,per quos circulus diuidēs describendus est,æquales habebunt distantias)ac recta inter polum borealem,& polum superiorē obliqui circuli, vel recta inter duo puncta æqualiter ab illis distantia,diuidenda bifariam, vt in perpēdiculari ex eo puncto medio ducta centrum inueniatur circuli per duos illos polos,vel illa puncta,describendi, &c. Si vero polus circuli obliqui inferior assumatur, describendus erit parallelus Æquatoris borealis illi æqualis; (quia hoc posito, ambo circuli à suis polis,per quos circulus diuidens describendus est,ęqualiter distabunt)& recta inter polum borealem,& polum inferiorem circuli obliqui. vel recta inter duo puncta ab illis æqualiter distantia, secanda bifariam,&c. Et si in maximis circulis recta inter polum boreum, & inferiorem circuli obliqui secetur bifariam, abscindentur ex Æquatore,& obliquo circulo partes æquales eo ordine,quem seruandum esse diximus,quando primo modo ex polo superiore diuiso circuli obliqui instituitur,non autem eo,quem in Lemmate 47. præscripsimus, hoc est,à punctis F,B,vel D,G, initium sumere debent arcus abscissi in Æquatore, & maximo circulo obliquo,non autem à punctis F,D,vel B,G. Eodem pacto in non maximis; quando parallelus obliquus polum inferiorē ambit,arcus abscissi inchoandi sunt in eo,& in parallelo Æquatoris australi & æquali,à punctis superioribus,inferioribusve,& circulus describendus per polum superiorem, & borealem, ita vt curuaturæ arcuum abscissorum eodem ordine progrediantur,hoc est, vel sursum,vel deorsum tendant.

VT autem experimento quoque discas recte hoc modo puncta proposita in circulis obliquis reperiri,inuenimus punctum N,ex polo superiore per rectam RbN;& punctum r,per rectam Rrf;& punctum f,si etiam duceretur linea Rfg.

IAM vero quoniam C,A,poli ſunt circuli maximi per polos mundi, & per polos circulorum obliquorũ AFCG, HIKL, ducti, quem recta FD, repræſentat;ſi circa alterum ipſorum,vt circa C.deſcribatur per datum punctum b,in Æquatore parallelus circuli FED,vt propoſitione 18.Num.5.docebitur,cuius centrũ eſt in recta AC vt ex propo.7. patebit,ſecabitur obliquus circulus AFCG,in N, puncto, quod puncto b, reſpondet,vt ex eodem Lemmate 47 perſpicuum eſt.Si vero circa polum A,per datum punctum M,in parallelo Æquatoris eodem modo parallelus deſcribatur,ſecabitur parallelus obliquus in reſpondente puncto I.Immo ſi arcus FB,bifariam ſecetur in α vt propoſ.5.Nu.18.traditum eſt & per A, α, C, circulus maximus deſcribatur AαC, & circa quodlibet eius punctum β, vel γ, per datum punctum b,vel g, in Æquatore parallelus deſcribatur illius circuli maximi, cuius β, vel γ, polus eſt,vt in propoſ.18. Numer.6. præcipiemus, ſecabit prior parallelus circulũ maximum obliquum in N,poſterior vero eundem in f.ſecabit,vt ex eodem Lemmate 47.liquet.Sic etiam ſi arcus ER,inter polum paralleli Æquatoris,& polum paralleli obliqui poſitus ſecetur bifariam in ε, per ea, quæ prop. 5.Num.18.ſcripſimus,& per A, ε,C, maximus circulus deſcribatur;ac circa quodlibet eius pũctum per doctrinam propoſ.18.per datum punctum M,in parallelo Æquatoris parallelus deſcribatur; ſecabitur parallelus obliquus in I,puncto,quod ipſi M,reſpondet. Sed prior via per parallelos circa polos C,A,deſcriptos,præſtantior eſt,tum quia paralleli circa illos per datum punctum facilius deſcribuntur, cum ſint paralleli ſphæræ rectæ,quã circa alios polos,vt propoſ.18.Num.5.tradetur,tum etiam quia paralleli, quorum poli ſunt A,& C,reſecant binos arcus ex maximo quouis circulo obliquo,eiuſque parallelis reſpondentes arcui dato in Æquatore, vel eius parallelo.Vt parallelus per punctum b, deſcriptus ſecabit obliquum circulum maximum in N,& f, eruntq; arcus FN,Gf,arcui Bb,vel Dg,æquales. Exemplum huius rei reperies prop.18.Num.5. Huc accedit, quod in hac ratione non eſt neceſſe,vt circuli non maximi habeant polos in circulo maximo FD, æqualiter à circulo maximo medio,vt in Lemmate 47.dictum eſt,diſtãtes,aut in determinatis locis,ſed ſatis eſt,vt reſpondeant in ſphæra circulis æqualibus,ſiue parallelus Æquatoris auſtralis ſit,ſiue borealis,vbicunque circulus non maximus obliquus polos in circulo FD,habeat:ita vt in figura Lemmatis 47.parallelus circa polum B, deſcriptus tam ex infinitis circulis maximis per B, ductis, quam ex infinitis circulis non maximis æqualibus polos in circulo maximo ADC, habentibus arcus æquales ſimul abſcindat. Idem continget in figura paulo ante propoſita. Nam ſi circa C,vel A,parallelus maximi circuli FED, deſcribatur,vt propo.18 Num.5.docebimus,abſcindet is ex circulis, quorum centra in recta FD, exiſtunt, ac proinde &qui polos in eadem recta habent,ſiue maximi illi ſint, ſiue non maximi,binos arcus æquales, reſpondentes illi arcui Æquatoris,vel paralleli Æquatoris,per cuiꝰ extremum parallelus circa polum C,vel A,deſcriptus eſt,dũmodo parallelus Æquatoris æqualis ſit circulo non maximo, ex quo abſcindendi arcus proponuntur, non ſecus,ac in ſphera contingit.Atque hæc ratio ſolum incõmoda eſt,quãdo punctum datum in Æquatore,vel eius parallelo parum diſtat à recta FD, quod tunc parallelus per illud deſcribendus, ſit nimis amplus,ita vt ægre eius centrum in recta AC, haberi poſſit.

Præſtantiſſima via ad inueniẽdum datũ punctum in circulo quouis obliquo per parallelum in ſphæra recta.



Alia ratio pulcherrima diuidẽdi quemuis parallelum in gradus.

37. AD extremum licebit nobis quemlibet parallelum obliquũ partiri in gradus modo illo pulcherrimo, quem in præcedenti prop.Num.36.in circulis maximis expoſuimus.Sit enim Æquator ABCD, circa centrum E,circulus maximus AFCG,cuius diameter vera ik,&axis Lξ; eiuſdẽ parallelus in Aſtrolabio αPβQ,cuius diameter vera IN,occurrens meridianæ lineæ in S,puncto,per quod ducatur Sp,ad FD,perpendicularis,quę communis ſectio erit plani Æquatoris,& plani paralleli in ſphæra. [a] Quoniam enim tam Æquator, quam parallelus ad proprium Meridianum rectus eſt,quod Meridianus per vtriuſque polos tranſeat: [b] erit quoque eorum communis ſectio ad eundem recta, ac proinde ex defin.3. lib. 11. Euclid. ad rectam FD, in Meridiano exiſtentem, perpendicularis in puncto S,vbi parallelus plano Æquatoris occurrit. Perpendicularis ergo Sp, communis ſectio eſt paralleli,& Æquatoris. Rectæ deinde SM,abſcindatur æqualis ST, ſiue deorſum, ſiue ſurſum verſus, & ex T, circulus deſcribatur VXZY,ad interuallum ſemidiametri paralleli MN,vel MI,qui parallelo in ſphæra æqualis erit: atque adeo ſi circulus ABCD,pro Meridiano proprio paralleli accipiatur,concipiaturque ad Æquatorem, ſiue ad planum Aſtrolabij rectus,ac denique planum,in quo circulus VXZY, circa Sp, circumducatur, congruet hic circulus cum parallelo in ſphæra.Si igitur ex punctis V,X,Z,Y,atque etiã ex centro T,aut ex quocunque alio puncto plani,in quo ipſe circulus exiſtit, lineæ rectæ per quæcunque puncta circumferentiæ educantur,ſecabitur communis ſectio Sp,in eiſdem punctis,in quibus ſecaretur, ſi ex reſpondentibus punctis paralleli in propria poſitione emitterentur rectæ per eadem puncta circumferentiæ paralleli. Reſpondet autem punctum X,puncto P,in diametro viſa (quę habetur,ſi ex θ,centro Verticalis proprij,quod exhibetur per rectã Aπ,ad Lξ perpendicularem in a,Verticalis per polum K,deſcribatur ſecans parallelũ in P,Q, Recta enim PQ, erit diameter viſa,& R,centrum viſum;quod etiam inuenitur per radium AM,ad M,centrum verum ductum) & Y,ipſi Q;&V,puncto β & Z,ipſi α nimirum ſiniſtrum ſiniſtro, dextrum dextro,remotius à communi ſectione Sp,remotiori,propinquius propinquiori, & centrum centro.

[a] 15. 1. The.
[b] 19. vnde.

Quæ pũcta paralleli veri quibus punctis paralleli viſi reſpondeãt

EX quolibet ergo horum punctorum paralleli viſi ipſum parallelum in gradus partiemur, ſi ex puncto reſpondente in parallelo vero per datum punctum in circumferentia rectã ducamus, & per eius interſectionẽ cum Sp,ex reſpondente puncto in parallelo viſo rectam emittamus. Hæc enim per eius punctum quæſitum tranſibit.Vt ſi ex puncto V,per datum punctũ n,recta ducatur,ſecans Sp,in u,dabit recta β ι,punctũ r,quæſitũ,

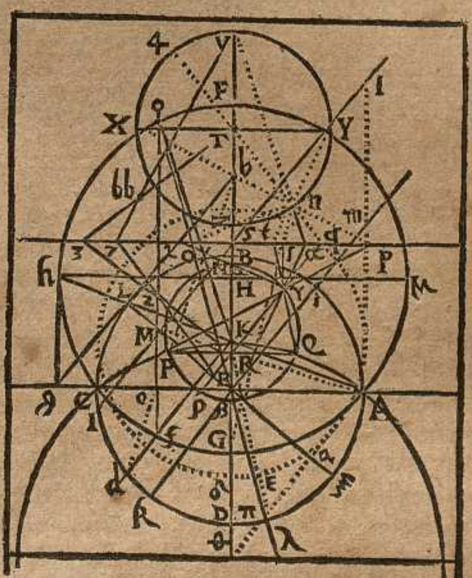
quod

quod puncto n, respondet: propterea quod recta Vnu, proiicitur in rectam β ru, cum punctum V, in β, & u, in u, appareat. Sic si ex puncto Z, per n, recta ducatur secans Sp, in γ, dabit recta αγ, idem punctum r. Rursus ducta ex X, per n, recta secante Sp, in p, transibit per idem punctum r, recta Pp. Item ducta recta Yn, secante Sp, in t, reperietur idem punctum r, per Qt, rectam. Sed commodissime res peragetur per rectas ex punctis V, & Z, emissas, ex V, quidem per gradus semicirculi XZY, at vero ex Z, per gradus semicirculi XVY: Ita enim puncta intersectionum in recta Sp, non procul aberunt à puncto S: Et per rectas ex V, emissas reperientur puncta in arcu PαQ, punctis semicirculi XZY, respondentia, si ex β, rectæ egrediantur per intersectionum puncta in recta Sp, à rectis ex V, emissis facta; per rectas vero ex Z, egredientes, inuenientur pũcta in arcu PβQ, punctis semicirculi XVY, respondentia, si ex α, per intersectiones in recta Sp, à rectis ex Z, eductis factas rectæ eijciantur. *Bina pũcta paralleli obliqui ad divisionem aptissima, quæ sint.*

SI recta ex centro T, per datum punctum n, educta commode rectam Sp, intersecare potest, qualis est recta Tn, secans Sp, in q, ostendemus per rectã Rq, ex centro viso eiectam per q, bina puncta r, ρ, quorum illud puncto n, hoc vero puncto 4. per diametrum opposito respondet.

VICISSIM ex dato quolibet puncto in parallelo viso, reperiemus in vero gradum, cui respondet, si ex aliquo punctorum α, P, β, Q, R, in parallelo viso per datum punctum rectam ducamus secantem Sp, in aliquo puncto. Recta enim ex puncto paralleli veri, quod assumpto puncto respondet, ad punctum sectionis emissa, transibit per verum punctum respondens. Vt quia recta β r, secat Sp, in u, dabit recta Vu, punctum n, respondens, ita vt arcus α r, Zn, æquales numero gradus complectantur. *Dato pũcto in parallelo obliquo viso punctum respõdens in parallelo obliquo vero investigare.*

NON dissimili ratione, si detur in plano cuiusuis paralleli obliqui punctum, reperiemus eius situm in Astrolabio, id est, locum, vbi in eodem parallelo viso appareat ex australi polo conspectum. Sit namque datum punctum bb, quod scilicet concipiatur in sphæra talem positionem habere in plano paralleli diametri IN, quale respectu circuli VXZY, obtinet, hoc est, existat iuxta quadrantem orientalem, atque australem, extra circulum. Nam si parallelus VXZY, habeat proprium situm; quadrans XZ, orientalis est, & australis, & XV, orientalis, borealisque, &c. Ductis ergo ex quibuscunque duobus punctis, vt ex T, V, per datum punctum bb, rectis secantibus communem sectionem in punctis 3, 7, ducantur ad 3, 7, ex respondentibus punctis R, β, rectæ R3, β7, vbi enim hę se intersecant in puncto 2, ibi erit visus locus dati puncti bb: propterea quod rectæ T3, V7, per datum punctum bb, transeuntes proijciuntur in rectas R3, β7, vt ex ijs, quæ diximus, perspicuum est. *Dato pũcto in plano cuiusuis paralleli obliqui in sphæra, eius situm in Astrolabio inquirere.*



EXCIPIENDA autem sunt puncta in communi sectione paralleli obliqui, & plani, quod per polum australem Æquatori ducitur parallelum, existentia. Hęc etenim nulla possunt habere puncta visa respondentia in Astrolabio; cum tota illa communis sectio in Astrolabio euanescat, nullumque eius punctum in Astrolabij plano appareat: quippe cum omnes radij visuales in plano illo parallelo existentes, & per puncta dictæ sectionis communis traiecti plano Astrolabij, Æquatorisve ęquidistent. Exempli causa. Si ducatur ex A, polo australi recta AI, ad AC, perpendicularis, vel plano Æquatoris parallela, occurret planum per AI, ductum Æquatori parallelum plano paralleli per II, ducti in I, facietque communem sectionem per I, ad II, perpendicularem. Si igitur rectæ SI, [a] quæ semper semidiametro Verticalis Aθ, æqualis est, ob parallelogrammũ AS, abscindatur æqualis SG, (abscindenda autem est infra S, si parallelus verus est supra S, supra vero, si infra. Ita enim pũctum G, puncto I, respondens, veram distantiam à vero parallelo habebit, vt constat si situs paralleli veri recte concipiatur, & planum Astrolabij circa Sp, circumducatur, donec cum recta II, in plano proprij Meridiani existente congruat) ducenda erit dicta communis sectio per G, (casu vero accidit, vt recta SG, rectæ SI, sit æqualis) ad FG, perpendicularis, Itaque si quis tentet puncto G, reperire punctum visum respondens, ducendo ex G, ad punctum n, rectam secantem Sp, in s, inueniet rectam ex s, per punctum r, respondens puncto n, ductam, parallelam esse rectæ FG, idemque experietur in aliis rectis; ita vt rectæ per intersectionum puncta in Sp, ductæ ad puncta visa respondentia punctis veris, ad quæ ex G, rectæ ductæ sunt, nullo modo sese intersecent, vt punctum visum in earũ intersectione haberi possit. Eodem modo, si quis velit cuiuis alij puncto in recta perpendiculari ad FG, per G, ducta, inuestigare punctum visum respondens, reperiet alias rectas inter se parallelas per intersectionum puncta in recta Sp, ductas, licet ipsi FG, non æquidistent, &c. *Quæ pũcta vera in plano paralleli obliqui in sphæra, nõ habeãt respondentia puncta in Astrolabio.* [a] *34. primi*

IDEM cernere licet in maximis circulis obliquis, vt in præcedenti propos. Num. 36. dictum est. Nam cum planum Æquatori parallelum per rectam AI, ductum occurrat plano circuli maximi in m, si rectæ Em, [b] (quæ perpetuo etiam semidiametro Verticalis Aθ, æqualis est ob parallelogrammum AE,) æqualis abscindatur Eb, ducenda erit prædicta communis sectio plani circuli obliqui, & plani illius paralleli per b. Si igitur quis velit pũcto b, exhibere punctum visum respondens, ducendo ex b, per aliquod punctum obliqui circuli veri, vt per O, rectam, quæ secet AC, in e, erit recta per e, ad c, punctum respondens in viso circulo obliquo ducta, parallela ipsi FG. Atque ita aliæ quoque rectæ parallelæ inuenientur eidem FG. Quare hæ lineæ apparentes nullo modo sese intersecabunt, vt punctum visum habeatur. Ex alijs punctis communis sectionis prædictæ per b, ductæ inuenientur aliæ rectæ inter se parallelæ, quamuis ipsi FG, non æquidistent. Verum rectas ex punctis huiusce communis sectionis ad quæuis puncta circuli obliqui veri ductas proiici in lineas parallelas, planius fiet ex ijs, quæ mox demonstrabimus. [b] *34 primi* *Quæ pũcta vera in maximo circulo obliquo sphæra non habeant pũcta visa respondentia in Astrolabio.*

SIT ergo propositum circulum maximum obliquũ in gradus partiri ex vero puncto b, quod ipsi m, respõ-

 dct,

Circulum maximum obliquum Aſtrolabij in gradus partiri per lineas parallelas.

a 16. vnde.

det, & parallelum obliquum ex vero puncto G, quod ipſi l, reſpondet: quod quidem fiet per lineas parallelas
hoc modo. Ex b, per datum quodcunque punctum O, in circulo vero obliquo ducatur recta ſecans AC, com-
munem ſectionem obliqui circuli, & plani Aſtrolabij, Æquatoriſve, in c, & per c, ipſi FG, parallela agatur e c, ſe-
cans obliquum circulum viſum in c, puncto, quod dico puncto dato O, reſpondere. Nam ſi per rectam Al, in
plano, quod Æquatori æquidiſtat, exiſtentem, & per b, tranſeuntem in proprio ſitu, planum circumducatur,[a]
faciet illud in plano Aquatoris, Aſtrolabijue, rectas ipſi Al, parallelas, ita vt planum illud circumductum pro-
ijciatur in lineas ipſi Al, atque ideo & inter ſe parallelas. Igitur cum planum per Al, & bO, ductum occurrat ipſi
AC, communi ſectioni Æquatoris, & circuli obliqui in c, apparebit tranſire per parallelam ec, ac proinde cum
ducatur per O, apparebit punctum O, in c, cum in illa parallela appareat. Vbi vides rectam ex polo K, per O, du-
ctam cadere in idem punctum c, vt res poſtulat, quemadmodum propoſ. 5. Num. 17. demonſtratum eſt. Eadem
autem parallela e c, indicat alia ex parte aliud punctum f, quod puncto d, reſpondet, quod etiam indicatur per rectã
Kd. Rurſus ſi ex b, per L, polum verum obliqui circuli recta ducatur ſecans AC, in g, dabit parallela gh, pũctum
h, ipſi L, reſpondens, in quod etiam cadit recta KL: eſtque punctum h, in extremo diametri Horizontis h μ, ad
FG, perpendicularis: ita vt arcus hC, arcui LC, reſpondeat: quod etiam in ſchol. prop. 5. ad finem Nu. 14. demõ-
ſtrauimus. Recta porro bL, tangit circulum ABCD, in polo L, aufertque rectam Eg, ſemidiametro Horizontis
apparentis æqualẽ. Quoniam enim duo latera bE, EL trianguli bEL, duobus lateribus mE, EA, triãguli mEA,

b 27. tertij

c 4. primi

æqualia ſunt, [b] anguloſque continent æquales, quod arcus Ai, BL, metientes altitudinem poli ſupra circulum
obliquum æquales ſint; [c] erunt quoque anguli bLE, mAE, æquales. Cum ergo mAE, ſit rectus, erit quoq; bLE,
rectus, ideoque ex coroll. propo. 16. lib. 3. Eucl. bL, circulum tanget in L. Auferri autem rectam Eg, æqualem ſe-

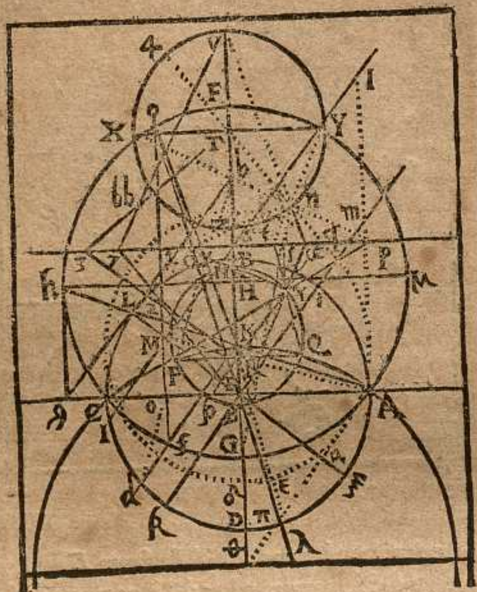
d 34. primi

midiametri Horizontis Hh, [d] perſpicuum eſt, propter parallelogrammum gH.

Parallelũ obliquum Aſtrolabij in gradus diuidere per lineas parallelas.

e 16. vnde.

SIT rurſus puncto n, vero paralleli aſſignandum punctum viſum. Ducatur ex G, puncto vero, quod ipſi l,
reſpondet, recta Gn, ſecans communem ſectionem Sp, in ſ. Nam recta ſr, ipſi FG, parallela offeret pũctum re-
ſpondens r, quod eodem modo demõſtrabitur. Nam ſi per rectã Al in plano, quod Æquatori æquidiſtat, & in polo au-
ſtrali A, ſphæram tangit exiſtentẽ, & per G, tranſeuntẽ in
proprio ſitu planũ circumducatur, [e] faciet illud in plano
Aſtrolabii, Æquatoriſve rectas ipſi Al, parallelas, in quas
planum illud circumductum proiicitur. Cum ergo pla-
num per Al, & Gn, ductum occurrat ipſi Sp, communi
ſectioni plani Æquatoris, & paralleli in ſ, conſpicietur
tranſire per parallelam ſr; ac proinde cum ducatur per
n, apparebit punctum n, in r, cum in illa parallela, in quã
recta Gn, proiicitur, appareat.



Circulos obliquos tam maximos quam eorũ parallelos in gradus diſtribuere lineis rectis per eorum centra viſa ductis.

DENIQVE quemuis maximum circulum obliquũ,
eiuſque parallelos diſtribuemus in gradus per lineas re-
ctas, quæ per eorum centra viſa tranſeunt, quarum ſin-
gulæ exhibeant bina puncta oppoſita per diametrum,
hoc modo. Sumatur arcui A ξ, æqualis arcus ξϖ, duca-
turq; recta Aϖ ſecans FD, in θ, cẽtro Verticalis prima-
rij, vt prop. 5 Num. 3. & 4. oſtendimus; atq; per θ, exten-
datur θλ, ad FD, perpendicularis referens parallelũ ma-
ximi circuli obliqui dati, qui per polũ auſtralẽ ducitur,
vt ſupra Num. 3. demonſtr. Deſcripto autem ex K, polo
viſo, circulo cuiuſuis magnitudinis ♌♎ (Nos Æquatori
æqualem deſcripſimus, vt facilius Æquatoris gradus in
illum poſſint transferri) ducantur per eius gradus ex K,
rectæ ſecantes rectam θλ in punctis. Si enim per hæc ſectionum puncta, & tam per centrum viſum maximi cir-
culi, hoc eſt, per E, quam per R, centrum paralleli viſum rectæ ducantur, diuiſus erit vterque circulus in gra-
dus. V. g. ſi arcui BO, inueniendus ſit reſpondens arcus in circulo obliquo viſo ſiue maximo, ſiue non maximo,
ſed eius parallelo, accipiatur arcui BO, ſi in eo ſemicirculo datur, in quo polus K, exiſtit, in parte oppoſita ſimilis
arcus ♌♎, vel æqualis, ſi circulus ♌♎ deſcriptus eſt æqualis Æquatori (quoniã arcus Æquatoris datus eſt in alte-
ro ſemicirculo, in quo polus K, non eſt, accipiendus eſt arcus ſimilis, vel æqualis in deſcripto circulo ♌♎, ex eadẽ
parte) ducaturque recta K♎ ſecans θλ, in λ. Recta enim λE, per E centrum Aſtrolabij, quod etiam apparẽs eſt, ſeu
viſum omnium circulorum maximorum, emiſſa abſcindet duos arcus oppoſitos, ipſi BO, æquales in nu. grad.
quorum vnus eſt Fc. Similiter recta ex λ, per R, centrum viſum paralleli αΓβQ, traiecta auferet duos arcus op-
poſitos tot graduum, quot in BO, comprehenduntur. Idemque efficiet recta ex λ, per centrum viſum cuiuſuis
alterius paralleli, cuius polus K, emiſſa. Quod in hunc modum demonſtrabimus. Cum Kθ, ipſi Aθ ſit æqualis, quod
ambæ ſint ſemidiametri Verticalis primarij obliqui circuli, ſi triangulum AEθ, concipiatur moueri circa Eθ,
deorſum, verſus polum auſtralem, donec ad planum Aſtrolabij rectum ſit, hoc eſt, ad Meridianum proprium
perueniat, ac proinde punctum A, polo auſtrali congruat, intelligatur aũt circa rectam θλ, moueri quoque de-
orſum recta Kθ, cum plano circuli ♌♎ donec ad rectam Aθ, per polum auſtralem tranſeuntem perueniat, cadet
K, in polũ A, & planũ circuli ♌♎, parallelum erit circulo obliquo. Quia vero duo plana per rectas Kθ, Kλ, in plano

f 16. vnde.

g 10. vnde.

h 26. tertij

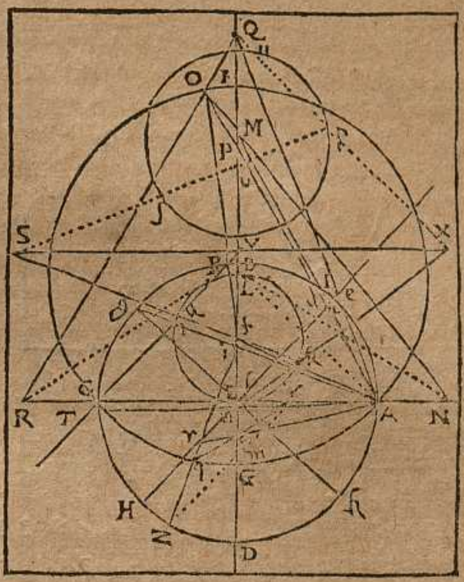
illo parallelo & per E, centrum mundi ducta, [f] faciunt in circulo obliquo ſphæræ rectas ipſis Kθ Kλ parallelas;
[g] erit angulus, quem hæ parallelæ in centro obliqui circuli faciunt, æqualis angulo θKλ, [h] ac propterea arcus ob-
liqui circuli abſciſſus ſimilis erit arcui ♌♎. Cum ergo plana illa per propoſ. 1. proiiciantur in rectas Eθ, Eλ, quod
ambo per E, tranſeant, & per puncta θ, λ; intercipient rectæ Eθ, Eλ, arcus viſos reſpõdentes arcui circuli obliqui,
qui arcui ♌♎ ſimilis eſt. Eademque demonſtratio in parallelis adhibenda eſt, dummodo plana per rectas Kθ, Kλ,
ducta intelligantur tranſire per centra parallelorum in ſphæra, &c.

ATQVE hæc via præſtantiſſima eſt, quando plures paralleli obliqui in gradus diuidendi ſunt, cum per
eam

eam ex vno eodemque puncto rectæ θλ, inuento, in omnibus parallelis bina puncta opposita reperiantur, si ex illo puncto inuento rectæ per centra visa ducantur, vt dictum est. Solum incommoda est, quando puncta in recta θλ, nimis procul à puncto θ, absunt: quia tunc rectæ ex K, emissæ, nimis oblique rectam θλ, intersecant, vt vix ea puncta sine errore possint inueniri. Quare tunc alijs vijs vtendum erit, quæ videlicet commodiores videbuntur.

38. NOLO etiam hoc loco præterire aliam quandam rationem quæ post omnes modos explicatos mihi occurrit, atque inter cæteras commodissima videtur; quippe quæ ex quolibet puncto in communi sectione circuli obliqui, & plani Astrolabij, Æquatorisue extra meridianam lineam assumpto quodlibet punctum propositum in circulo exhibeat, ita vt pro arbitrio accipere quis possit punctum, ex quo recta ad punctum datum in Æquatore, si de maximis circulis agatur, vel in parallelo vero, si in parallelo obliquo punctum sit inueniendum, emissa, commodissime propriam meridianam lineam intersecet. Sit igitur rursum Æquator ABCD; cuius centrum E; obliquus circulus maximus AFCG, cuius vera diameter HI, & polus visus i; diameter vera Verticalis proprij circuli obliqui gh; diameter vera paralleli eiusdem circuli obliqui CK, & parallelus visus LtE; parallelus denique verus upf, cum communi sectione SX, vt in præcedenti ratione Nume. 37. dictum est. Sit autem datum punctum K, primum in Æquatore, hoc est, in maximo circulo vero, cui respondens in obliquo circulo maximo inuestigandum sit. Ex quolibet puncto N, assumpto in communi sectione AC, plani Astrolabij, & circuli obliqui in sphæra, (commodissime autẽ assumetur in parte opposita dato pũcto, vt in recta EA, etiam producta, quando datum punctum est in semicirculo BCD; at vero in recta EC, etiã producta, quando punctum in semicirculo BAD, datum est) ducatur ad datum punctum K, recta secans lineam meridianam in aliquo puncto, quod nunc fit inter B, & L: & rectæ inter E, & pũctum illud sectionis abscindatur ex vera diametro HI, recta æqualis Ec; & ex A, polo australi radius per c, emissus secet EB, in M. Recta namque NM, cadet in punctum O, in quod nimirum recta ex i, polo per K, emissa cadit. Nam si circulus ABCD, cogitetur circa AC, circumduci, donec ad diametrum HI, in Meridiano proprio existentem, constituto A, in polo australi, perueniat, congruet punctum intersectionis rectæ NK, & rectæ EF, cum puncto c; adeo vt in sphæra recta NK, ad punctum datum K, educta, secet diametrum in c, puncto, quod per radium Ac, ex polo australi A, inspectum apparet in M. Recta ergo NK, proiicietur in rectam NM, ideoque incidet in O, punctum, dato puncto K, respondens, quemadmodum NK, in datum punctum K, incidit.

Alia via commodiss. diuidendi circulos obliquos tam maximos, quam non maximos in gradus ex quolibet puncto in communi sectione circuli obliqui & plani Astrolabij Æquatorisue extra meridianã lineã dato.



SIT eidem puncto K, inquirendum idem punctum respondens O, ex puncto A, assumpto in intersectione circumferentiæ Æquatoris cum circumferentia circuli maximi obliqui. Ducta recta AK, secante EB, in L, sumatur ipsi EL, æqualis Ed, vt d, punctum sit in diametro vera, in quo recta AK, eam intersecat, si circuli in propria positione concipiantur, Apparebit punctum d, in P, per radium Ad; ac proinde eadem recta AP, in quæsitum punctum O, cadet.

PRÆTEREA idem punctum O, reperiendum sit ex puncto R. Ducta recta RK, secante rectam EB, inter B, & V, accipiatur rectæ inter hoc punctum sectionis, & centrum E, æqualis recta Ee, eritque e, punctum, in quo recta RK, veram diametrum HI, secat, si circuli proprium situm habere intelligantur. Apparebit autem punctum e, per radium A e, in Q. Recta ergo RQ, rectam RK, referet, ideoque per quæsitum punctum O, transibit.

DENIQVE puncto Z, ex puncto Y, inquirendum sit punctum respondens q. Iuncta recta YZ, secante ED, in m, abscindatur rectæ Em, equalis Er, vt r, punctum habeatur, in quo recta YZ, diametrum HI, secat; si omnia proprium habeant situm. Ducto autem radio Ar, apparebit punctum r, in o. Recta igitur Yo, punctum q, quæsitum indicabit, in quod etiam cadit recta iZ.

DEINDE sit datum punctum p, in parallelo vero, cui respondens inueniendum sit in viso. Ex quolibet puncto S, communis sectionis SX, assumpto (commodissimum quoque erit punctum in opposita parte acceptum) ducatur ad datum punctum p, recta secans EF, in b, & rectæ Vb, æqualis abscindatur Va, ex vera diametro: Ducto autem radio Aa, secante EB, in f, cadet iuncta Sf, in k, punctum respondens dato puncto p. Nam si cõcipiatur circulus upf, circa SX, circumuerti, donec ad diametrum Vc, proprium situm in Meridiano proprio habentem perueniat, congruet punctum intersectionis b, pũcto a; adeo vt in sphæra, recta Sp, ad datum punctũ p, ducta secet diametrum paralleli in a, puncto, quod per radium Aa, inspectum apparet in f. Recta ergo Sp, in rectam Sf, proiicietur, &c. Quod si daretur punctum s, inueniretur eodem modo respondens punctum t.

SED idem punctum k, respondens dato puncto p, inueniendum sit ex assumpto puncto X. Ducta recta Xp, secante EF, in Q, sumatur recta VQ, æqualis VT, eritque T, punctum, in quo recta Xp, veram diametrum in propria positione secat, quod per radium AT, apparebit in n, Recta igitur Xn, per quæsitum punctum k, trãsibit. Et si datum esset punctum u, reperietur eodem modo punctum l, respondens.

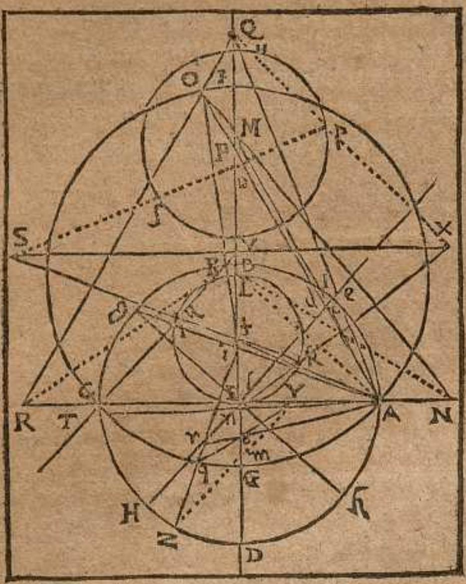
Dato pũcto in circulo obliquo viso respõdens pũctum in circulo obliquo vero inuenire.

CONVERSO ordine inuestigabimus dato puncto in circulo obliquo viso respondens punctum in circulo vero. Nã si ex dato v. g. puncto q, in circulo maximo, ad quoduis pũctum Y, communis sectionis recta ducatur secans ED, in o, & radius iungatur Ao, secãs veram diametrum in r, sumemus rectæ Er, æqualẽ Em. Recta enim Ym, in quæsitum punctum Z, cadet.

RVRSVS ſi ex dato puncto k, in parallelo ad quodlibet punctum S, communis ſectionis recta ducatur ſecans EB, in f, & radius iũgatur Af, ſecans veram diametrum in a, ſumemus rectæ Va, æqualem Vb. Recta namque Sb, quæſitum punctum p, indicabit.

Dato puncto vero in plano circuli in ſphæra, pũctum reſpondens viſum in Aſtrolabio reperire, & contra.

NON aliter dato puncto in plano circuli obliqui extra circumferentiam, reſpondens punctum in Aſtrolabio reperiemus ex duobus punctis vtcumque in communi ſectione aſſumptis. Vt ſi punctum p, cogitetur eſſe in plano paralleli in ſphæra extra eius circumferentiam, ducemus ex duobus punctis S, X, vtcumque aſſumptis per punctum p, rectas ſecantes EF, in b, Q, rectiſque Vb, VQ, æquales abſcindemus Va, VT, & radios iũgemus Aa, AT, ſecantes EF, in f, n. Rectæ enim Sf, Xn, per quæſitum pũctum k, tranſibunt. Viciſſim ſi in Aſtrolabio detur punctum k, extra circumferentiam paralleli viſi, inueniemus in plano paralleli veri punctum reſpondens p, ſi ex k, ad duo puncta S, X, communis ſectionis duas rectas ducamus ſecãtes EF, in f, n, & per f, n, radios emittamus ex A, ſecãtes verã diametrũ in a, T. Nã ſi rectis Va, VT, æquales abſcindamus Vb, VQ, ſecabunt rectæ Sb, XQ, ſe mutuo in vero puncto p, reſpondente.



Quæ ratio diuidendi circulos Aſtrolabij in gradus ſit omniũ expeditiſſima.

INTER omnes autem rationes diſtribuendi circulos Aſtrolabij tam maximos, quam eorum parallelos, in gradus expeditiſſima eſt prima, quam propoſ. 5. Numer. 17. & hac propoſ. Num. 21. expoſuimus, quæ nimirum per lineas rectas ex polo circuli obliqui eductas perficitur: præſertim ſi pro Æquatore, vel eius parallelo ipſemet circulus obliquus accipiatur, vel alius circulus ex alio centro deſcribatur, vt Num. 25. huius propoſitionis traditum eſt. Imo ſi plures eiuſmodi circuli deſcribantur ſecundum aliam atque aliã proportionẽ, & ſinguli in gradus diſtribuantur, tranſibunt ſingulæ lineæ ex polo circuli obliqui per plura puncta, ita vt in eis ducendis error cõmitti non poſſe videatur.

SCHOLIVM.

Arcus æquales paralleli obliqui proijci in arcus inæquales ordine continuato.

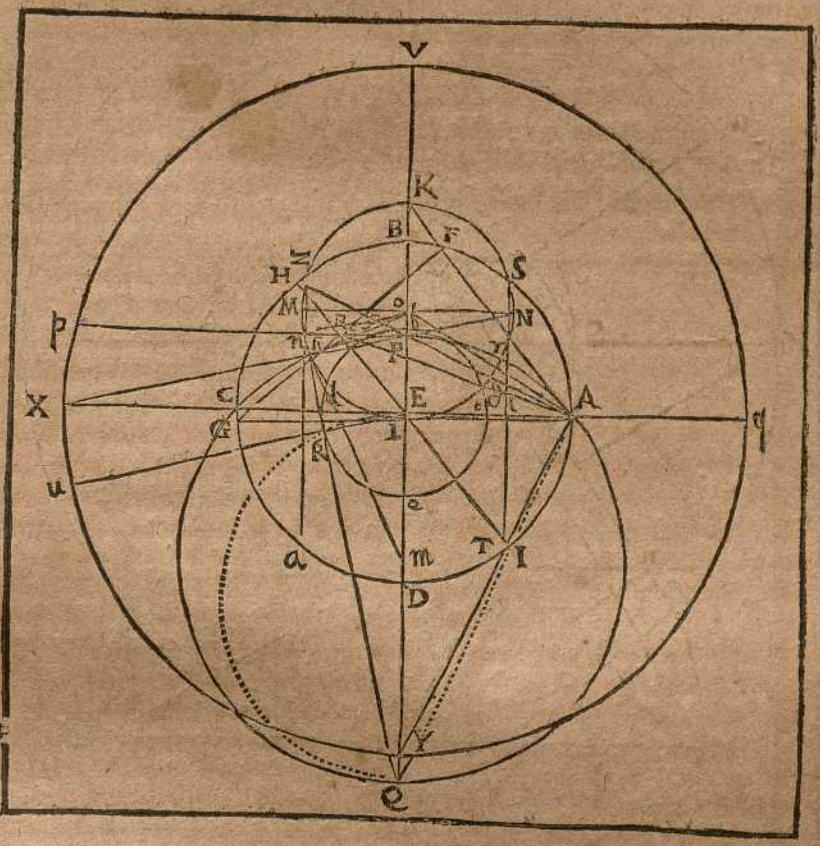
1. EX priori porro parte primi modi, quo paralleli circulorum obliquorum in gradus diſtribuuntur, facile colligitur, arcus æquales cuiuslibet paralleli obliqui proijci in arcus inæquales, continuato ordine, initio facto à recta linea, quæ per centrum paralleli ducitur; quemadmodum in circulis etiam maximis obliquis contingere demõſtrauimus in ſcholio propoſitionis præcedentis Num. 12. Id quod demonſtraturos nos hoc loco recepimus propoſ. 3. Nu. 3. In tertia ergo figura huius propoſ. ſint tres arcus P ß, ß S, SQ, æquales in parallelo Æquatoris OPQR, & ex K, polo paralleli obliqui F G H q, intra Æquatorem contento ducantur tres rectæ K ß, KS, KQ, ſecantes parallelum in γ, T, G. Reſpondebunt arcus Fγ, γT, TG, arcubus Pß, ßS,

SQ, hoc eſt, tot gradus in illis, quot in his, continebuntur, vt in hac propoſitione Numer. 21. demonſtrauimus. Quia vero per Lemma 33. arcus Fγ, maior eſt arcu γT, & hic maior arcu TG, atque ita deinceps, vſque ad finem ſemicirculi FGH; liquido conſtat, arcus æquales paralleli obliqui in ſphæra proijci in arcus inæquales in Aſtrolabium ordine continuato, cum

is, quæ

π, qui puncto F, propinquior est, semper sit remotiore maior, si æqualibus arcubus paralleli Æquatoris respondeant, vt in Lemmate 33.demonstratum est. Itaque si parallelus obliquus FGHq, in 360. gradus distribuatur, vt supra docuimus, decrescent hi gradus continue ab F, vsque ad H, in vtroque semicirculo FGH, FqH, ita vt gradus sint maximi prope F, at iuxta H, minimi. Ex quo fit, arcus paralleli obliqui in Astrolabio non esse similes arcubus respondentibus eiusdem paralleli in sphæra.

2. AD maiorem autem doctrinam libet hoc loco nonnulla alia demonstrare, quæ ad parallelos obliquos in Astrolabium proiectos spectant, non inutilia, & quæ studiosis non ingrata fore confidimus. Ex his enim præter cætera, colligere licebit, quo pacto per datum punctum in Astrolabio describi possit parallelus cuiuscumque circuli maximi obliqui, vt ex propos.18. patebit. Item fieri posse, vt arcus aliquis paralleli obliqui quotuis graduum, qui pauciores sint, quam 180. in Astrolabio similis sit alicui arcui eiusdem paralleli in sphæra respondenti: quod non facile quispiam fortasse crediderit, vt ad finem Num.5.dicemus. Id q; etiam de circulis maximis obliquis in scholio antecedentis prop.Nu.13. demonstrauimus. Sit ergo Æquator ABCD, cuius centrum E, diuisus à duabus diametris AC, BD, ad inuicem perpendicularibus in quatuor quadrantes; diameter cuiusuis paralleli obliqui FG, cuius poli H, I, æqualiter ab F, & G, distantes, & axis HI; diameter paralleli visa KL, inuenta per radios AF, AG; parallelus in Astrolabio KMLN, ex centro O, descriptus; eius diameter MN, secans KL, ad angulos rectos; poli eiusdem paralleli in Astrolabio, P, Q, reperti per radios AH, AI, & per eos circulus maximus descriptus APCQ, rectus ad maximum circulum per polos mundi, & polos circuli obliqui ductum facientemque in Astrolabio sectionem BD, transiens per A, C, vt in scholio præcedentis propos.Nu.1.demonstrauimus, Diameter australis paralleli Æquatoris ST, secans AC, in l, & diametro paralleli obliqui FG, æqualis, ita vt distantiæ AS, HF, à polis 4, H, sint æquales; parallelus Æquatoris ipse in Astrolabio descriptus



VXY, cuius semidiametrum EY, exhibet radius AY, diameter borealis paralleli Æquatoris priori æqualis Z4, & parallelus ipse descriptus bde. Primum ergo demonstrabimus, ita esse YE, semidiametrum paralleli australis ad EP, rectam inter centrum eiusdem paralleli, & polum circuli obliqui, vt est KO, semidiameter paralleli obliqui ad OP, rectam inter eius centrum, & polum: siue parallelus obliquus ambiat polum superiorem, vt in prima figura huius Num. 2. siue inferiorem, vt in secunda figura. Ducta enim recta AR, ad intersectionem diametri paralleli obliqui FG, cum eius axe HI, fiat angulo RAP, æqualis angulus PAO; cadetque AO, in centrum paralleli O, per ea, quæ in hac propos.Num.9. demonstratæ sunt. Ducta quoq; recta AH, secet FG, in f, & ST, in g. Quoniam igitur triangula AFG, AKL, similia sunt, sed subcontrarie posita, vt propos.3.Num.1.demonstratum est; erit angulus AGF, angulo AKL, æqualis: [a] Sunt autem & anguli GAP, KAP, æqualibus arcubus HG, HF, insistentes, æquales. Igitur in triangulis AGf, AKP, reliqui etiam anguli AfG, APK, æquales erunt. Rursus ex æqualibus angulis GAP, KAP, ablatis æqualibus RAP, OAP, reliqui GAR, KAO, æquales sunt: Cum ergo & anguli G, K, æquales sint ostensi, erunt in triangulis GAR, KAO, reliqui anguli quoque ARG, OAK, æquales. Item quia in triangulis AfR, APO, tam anguli AfR, APO, vt ostendimus, æquales sunt, quam anguli RAf, OAP, ex constructione; erunt quoque reliqui anguli ARf, AOP, æquales: quod etiam ex eo probari potest, quod ex duobus rectis reliqui ARG, AOK, ostensi sint æquales. His demonstratis, [b] erit vt GR, ad RA, ita KO, ad OA: Et vt RA, ad Rf, ita OA, ad OP. Igitur ex æqualitate erit vt GR, ad Rf, ita KO, ad OP. [c] Iam vero quoniam FG, ST, æquales, æqualiter à centro E, distant; æquales erunt perpendiculares ER, El, ([d] axes enim EH, EA, ad parallelos diametrorum FG, ST, recti sunt, ac proinde & ad ipsas diametros perpendiculares, ex defin.3.lib.11.Eucl.) quibus sublatis ex semidiametris EH, EA, reliquæ rectæ HR, Al, æquales erunt, quibus cum in triangulis HRf, Alg, adiaceant anguli æquales, (sunt enim anguli ad R, l, recti, [e] & anguli EHA, EAH, in Isoscele AEH, æquales) [f] erunt quoq; rectæ Rf, lg, æquales: Sunt autem & GR, Tl, semisses æqualium FG, ST, æquales. Igitur erit, vt CR, ad Rf, hoc est, vt KO, ad OP, (Proxime enim ostensum est, esse vt GR, ad Rf, ita KO, ad OP) ita Tl, ad lg.

GR,	KO,
RA,	OA,
Rf,	OP,

Proprietates variæ parallelorũ obliquorũ in Astrolabio.

a 27. tertij.

b 4. sexti.

c 14. tertij.

d 10.1. The.

e 5. primi.

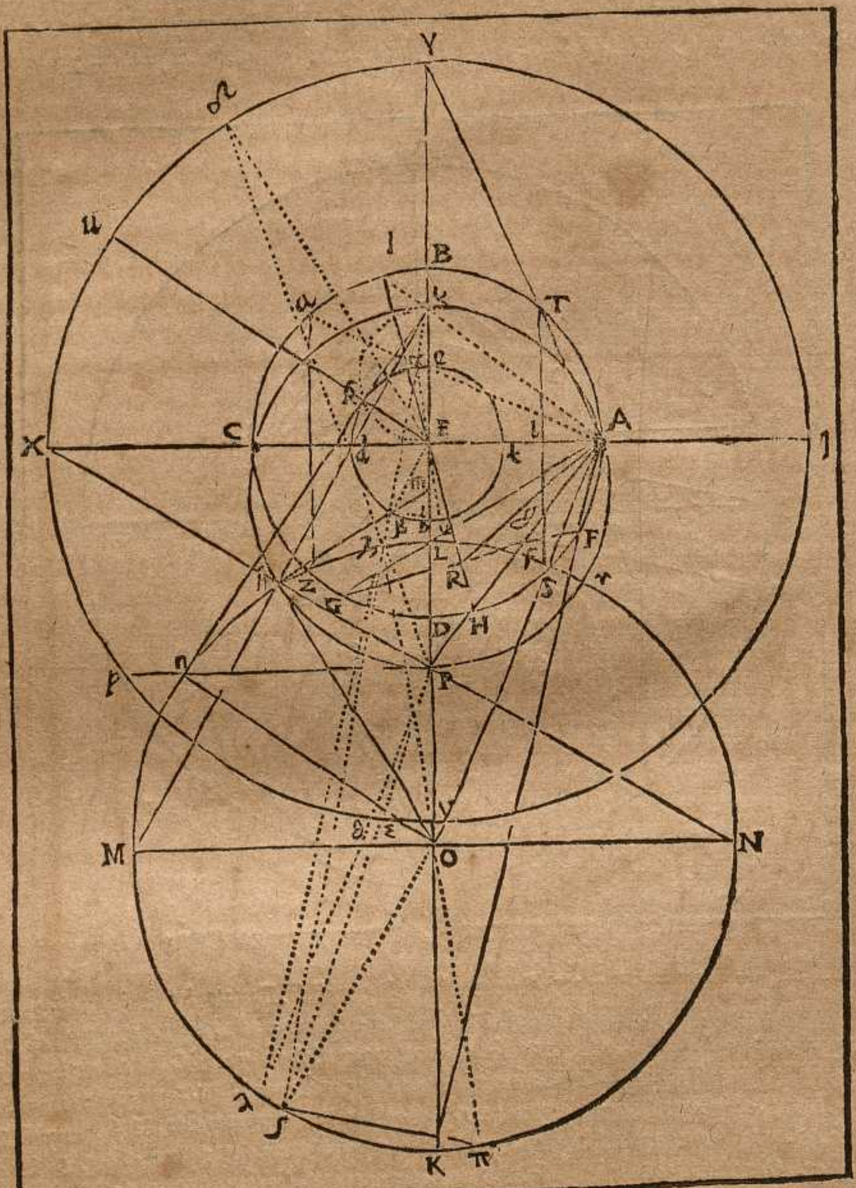
f 26. primi.

Cum ergo ex scholio propos.4.lib.6.Eucl.sit, vt Tl, ad lg, ita YE, ad EP; erit quoque, vt KO, ad OP, ita YE, ad EP. quod erat demonstrandum. Atque hæc demonstratio cum sequentibus locum habet, siue parallelus obliquus ambiat polum superiorem, vt in prima figura, siue inferiorem, vt in secunda, vt perspicuum est in figuris.

Semidiametrum visam paralleli Æquatoris ita diuidi in polo circuli obliqui, vt semidiameter vera paralleli obliqui secta est à radio per eundem polum ducta.

EX hac demonstratione colligitur, semidiametrum VE, paralleli Æquatoris visam ita secari à polo circuli obliqui P, viso, vt semidiameter RF, vera paralleli obliqui æqualis secta est in f, à radio APH, ad H. polum verum obliqui circuli ducto: quia videlicet ostensum est, esse vt GR, hoc est, vt RF, ad Rf, ita KO, ad OP: Et vt KO, ad OP, ita YE, hoc est, ita VE, ad EP, &c. Eademq; ratio est in aliis.

3. DEINDE ostendemus, rectam XP, productam cadere in N, extremum diametri MN, hoc est, tria puncta X, P, N, iacere in vna recta linea: quod etiam de tribus punctis q, P, M, dicendum est. Item rectam Qh, ex polo opposito Q, per h, intersectionem circuli maximi APCQ, cum parallelo obliquo KMLN, ductam cadere in M, extremum alterum diametri MN: eodemque modo rectam Qr, productam cadere in N. Denique rectam mh, ex m, centro maximi circuli APCQ, ad h, intersectionem eiusdem circuli maximi cum parallelo obliquo eductam, tangere parallelum obliquum in puncto h. Atque hoc postremum supra quoque in hac propos. Num.7. & 30. aliter, quam hic, ostendimus. Productam enim XP, secet MN, in N. Dico N, esse ex-



tremum punctum diametri MN. Nam quia triangula EPX, OPN, æquiangula sunt, cum angulos ad E, O, habeant rectos, & angulos ad verticem P, æquales; [a] ac tandem etiam angulos alternos X, N, æquales; [b] erit vt XE, hoc est, vt YE, ad EP, ita NO, ad OP: Vt autem YE, ad EP, ita ostensum est Num.2. esse KO, ad OP. Igitur erit vt NO, ad OP, ita KO, ad OP, [c] ac proinde NO, KO, æquales erunt, ideoque NO, semidiameter erit paralleli. Cadit ergo XP, in N, extremum diametri MN, hoc est, tria puncta X, P, N, in vna recta linea iacent: Idemque probabitur de tribus punctis q, P, M. quod est primum.

a 29. tertij.
b 4. sexti
c 9. quinti.

QVIA vero, vt in hac propos.6.Num 21. ostensum est, recta PX, auferens ex parallelo Æquatoris quadrantem VX, aufert quoque ex parallelo obliquo quadrantem; aufert autem & circulus maximus APCQ, vna cum eo, quem repræsentat recta VQ, quadrantem, ita vt Kh, hL, quadrantibus respondeant; transibit omnino NPX, per punctum h, intersectionis maximi circuli APCQ, cum parallelo obliquo. [d] Igitur angulus PhQ, in semicirculo rectus erit, ac proinde producta Qh, ad M, angulus quoque NhM, rectus erit. [e] Cum ergo angulus maioris segmenti contentus arcu Kh, & recta hN sit recto maior, cadet Qh, producta intra circulum KhL; ac proinde arcus, in quo rectus angulus NhM, existit, semicirculus erit, ex scholio prop.31. lib.3. Euclid.

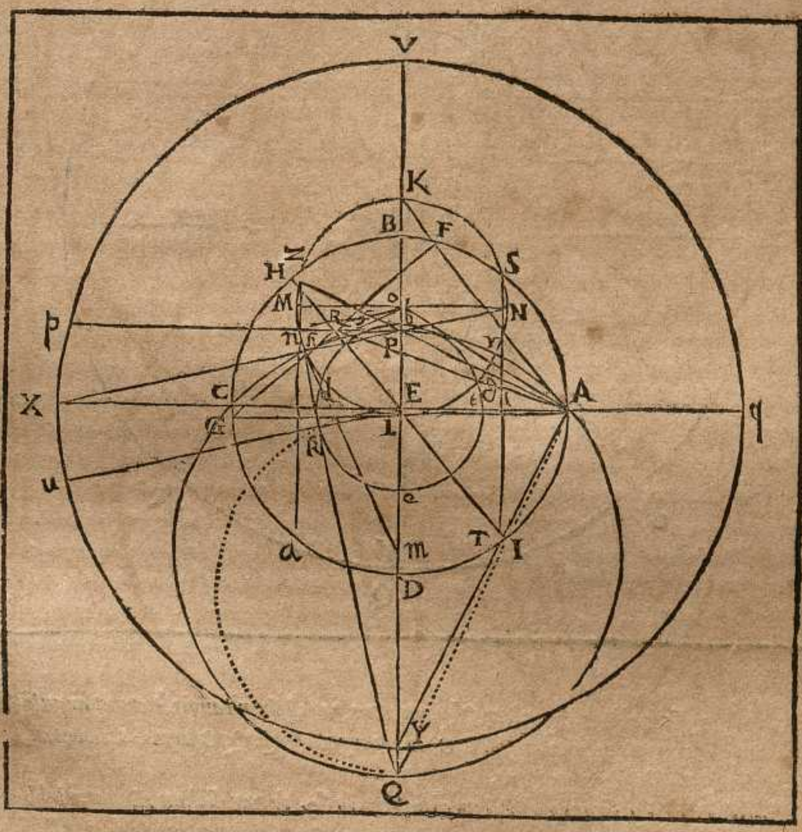
d 31. tertij.
e 31. tertij.

Euclid. Ideoque cum MLN, ſemicirculus ſit, ſecabit Qh, producta circulum in M, puncto extremo diametri MN, vt rectus ille angulus in ſemicirculo exiſtere poſſit. Eadem ratione Qr, producta cadet in N. quod eſt ſecundum.

DENIQVE iuncta recta Oh, [a] quoniam anguli ObN, ONh, æquales ſunt: [b] Eſt autem angulo ONh, æqualis quoq; alternus angulus PXE, & huic æqualis eſt angulus PQh; (Nam cum triangula PXE, PQh, habeant angulum P, communem, & angulos ad E, h, rectos, vt oſtendimus, habebunt quoque angulos reliquos X, Q, æquales) erit quoque angulus PQh, eidem angulo ONh, æqualis; ac proinde anguli ObN, PQh, inter ſe quoque æquales erunt. [c] Atqui angulo PQh, æqualis eſt angulus mhQ, in Iſoſcele hmQ. Igitur & anguli ObN, mhQ. æquales erunt; additoque communi angulo mhN, toti anguli fient æquales Ohm, NhQ: Sed NhQ, hoc eſt, PhQ, proximo oſtenſus eſt rectus. Igitur & Ohm, rectus erit; ac propterea recta mh, parallelum obliquum tanget, ex coroll. prop. 16. lib. 3. Eucl. in h, interſectione maximi circuli APCQ, cum parallelo obliquo KMLN. Non aliter oſtendemus, ductam rectam mr, tangere eundem parallelum in r. quod eſt tertium. a 5. primi. b 29. primi c 5. primi.

4. TERTIO loco demonſtranda ſunt nonnulla de arcubus ſimilibus in vtroque parallelo KMLN, VXY. Ducta igitur ex polo P, ad KL, perpendiculari Pn, ſecante parallelos in n, p. Dico arcum Kn, arcui Yp, ſimilem eſſe, & arcum Ln, arcui Vp. Quoniam enim, vt Num. 2. oſtenſum eſt; ita eſt KO, ad OP, vt YE, ad EP; erit conuertendo, vt OP, ad KO, ita EP, ad YE; & componendo, vt KP, ad KO, ita YP, ad YE; & permutando, vt KP, ſinus verſus arcus Kn, ad YP, ſinum verſum arcus YP, ita KO, ſinus totus ad YE, ſinum totum. Igitur per lemma 5. arcus Kn, Yp, ſimiles ſunt: atque idcirco ex ſemicirculis reliqui Ln, Vp, per lemma 6. ſimiles quoque erunt. Hinc manifeſtum eſt, nullam aliam rectam ex P, emiſſam præter perpendicularem Pnp, auferre eodem ordine arcus ſimiles. Nam ſi cadat in alterutram partem perpendicularis Pn, qualis eſt Ph, ſecans parallelum Æquatoris in X, erit arcus Kh maior, quam vt ſimilis ſit arcui Yp, cum arcus Kn, oſtenſus ſit ſimilis arcui Yp. Multo ergo maior erit arcus Kh, quam vt ſimilis ſit arcui YX, qui minor eſt arcu Yp. Quod ſi recta ex P, ducta cadat in alteram partem perpendicularis Pn, oſtendemus eodem modo, arcum paralleli KMLN, abſciſſum, eſſe minorem, quam vt ſimilis ſit arcui abſciſſo ex parallelo YpV, cum ille minor neceſſario ſit, quam Kn, hic vero maior, quam Yp, qui ipſi Kn, oſtenſus eſt ſimilis. Recta ergo ex P, educta auferens eo modo arcus ſimiles ex vtroq; parallelo, ad KL, perpendicularis erit.

RVRSVS deſcribatur parallelus Æquatoris bde, priori VXY, oppoſitus & æqualis, ſecans AC, in d. Dico rectam Qh, quam productam oſtendimus tranſire per M, tranſire quoq; per punctum d, aut (quod idem eſt) rectam Qd, productam tranſire per h. Nam vt in hac propoſ. Num. 24. demonſtrauimus, recta Qd, ex oppoſito polo paralleli obliqui aufert ex parallelo ob-



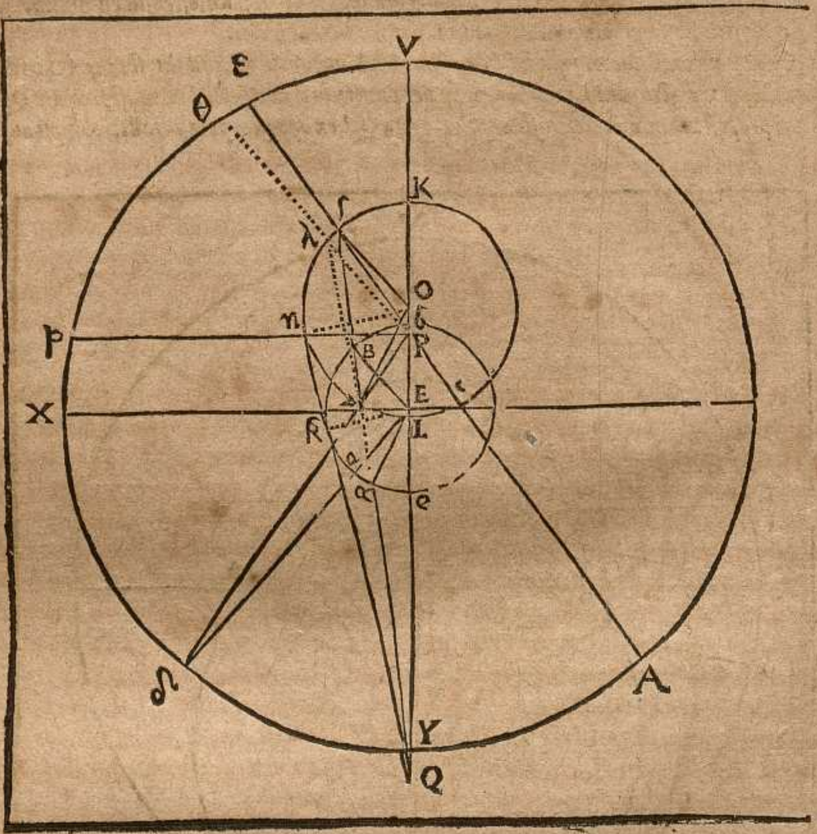
liquo arcum à puncto K, inchoatum, æqualem arcui ed, quod ad numerum graduum attinet. Cum ergo ed, quadrans ſit, erit & ille quadrans. Quare cum Kh, quadranti reſpondeat, vt paulo ante Num. 3. oſtendimus, incidet omnino recta Qd, in h, vt quadrantem Kh, auferat; & producta vlterius, in punctum etiam M, cadet, in quod oſtendimus cadere productam Qh. Itaque quatuor puncta Q, d, h, M, in vna recta linea iacebunt: quod de quatuor etiam punctis Q, t, r, N, dicendum eſt.

DESCRIPTO quoque circa rectam QE, ſemicirculo ſecante parallelum bde, in k, iungatur recta Ek, cui parallela agatur On, ſecans parallelum obliquum in n. Dico rectam Qk, productam tranſire per n, tangereque vtrumque parallelum in k, n. Quia enim oſtenſum eſt paulo ante, rectam Qd, productam cadere in M; [d] erit vt QO, ad OM, hoc eſt, ad On, ita QE, ad Ed, h. e. ad Ek; & permutando, vt QO, ad QE ita On, ad Ek. Per ſcholium ergo prop. 4. lib. 6. Eucl. recta Qk, per n, tranſibit; [e] eritque angulus Qke, angulo Qno, externus interno, æqualis. [f] Cum ergo ille in ſemicirculo rectus ſit; erit & hic rectus, ac propterea, ex coroll. propoſ. 16. lib. 3. Euclid. recta Qkn, vtrumque circulum tanget in k, n. quod eſt propoſitum. d 4. ſexti. e 29. primi. f 31. tertij.

ERIT autem neceſſario punctum contactus n, illud, per quod tranſit perpendicularis Pnp, hoc eſt, recta nP, ex puncto contactus ad polum P, ducta erit ad KL, perpendicularis. Producta enim Pn, vſque ad p, & Ek, vſque ad u; quoniam

niam punctum n, hoc est, arcus Kn, inuenitur per rectam Pp, ex arcu Vp, paralleli VXY, & per rectam Qk, ex arcu ek, paralleli bde, vt in hac propos. 6. Num. 21. & 24. demonstratum est; erit arcus Vp, similis arcui ek cum vterq; tot gradus continere debeat, quot in arcu Kn, continentur. Est autem arcui ek, similis arcus Yu, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Igitur & arcus Vp, arcui Yu, similis erit, atq; adeo æqualis, cum vterq; in eodẽ existat circulo. Addito ergo communi arcu pu, erit totus arcus Vu, toti
a 29. primi *arcui Yp, æqualis. Est autem ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus Vu, arcui Kn, similis,[a] propterea quod propter parallelas Eu, On, anguli ad centra KOn, VEu, externus & internus, æquales sunt. Igitur & arcus Yp, eidem arcui Kn, similis erit. Cum ergo ad initium huius Nu. 4. demonstratum sit, solam perpendicularem ex P, ad KL, ductam auferre posse similes arcus eo ordine ex vtroq; parallelo; erit necessario Pnp, dictos similes arcus abscindens, ad KL, perpendicularis, hoc est, recta On, cadens in n, punctum contactus, cadit in extremum punctum perpendicularis Pn, vsq; ad parallelum obliquum ductæ; atque adeo recta Qk, tangens parallelum Æquatoris bde, in k, tanget producta parallelum obliquum in perpendiculari Pn. Hinc fit, rectam ex Q ductam, quæ tangat alterutrum parallelorum, tangere quoque alterum: quia ostensum est, rectam Qk, quæ sola parallelum bde, tangit, cætere in n, ubique parallelum KML, tangere, &c.*

4. QVARTO *loco ostendendum est, rectam quamcumque ex Q, polo opposito eductam, siue ea tangat parallelos bde, KMLN, siue secet, intercipere cum recta QK, arcus similes versus easdem partes, &c. Describantur enim seorsum (vt confusio euitetur) paralleli cum polis, & centris parallelorum, vt in præcedenti prima figura, ducaturque primum recta Qkn, vtrumq; parallelum tangens in k, n. Dico tam arcus ek, Ln quam bk, Kn, similes esse. Ducta enim ex polo P, per n, recta Pn, secante alterum parallelum in p, quæ, vt proxime demonstrauimus Nu. 4. ad KL, perpendicularis est; erit arcus Vp, arcui Ln, & arcus Yp, arcui Kn, similis, per ea, quæ Nu. 4. demonstrata sunt: Est autem arcus Vp, arcui ek, similis, cum tot gradus in vno, quot in altero contineantur; quippe cum idem arcus Kn, paralleli obliqui inueniatur per ipsos, beneficio rectarũ Pp, Qk, vt in hac prop. 6. Nu. 21. & 24. ostensum est. Igitur & arcus ek, arcui Ln, similis erit; ideoq; & ex semicirculis reliqui arcus bk, Kn, similes erunt.*



b 18. tertij. IDEM *hoc etiam modo confirmabitur. Quoniam Qkn, vtrumq; parallelum tangit,[b] erunt anguli QkE, QnO, recti. Cum ergo angulus OQn, communis sit, erunt reliqui anguli E, O, in triangulis QkE, QnO, æquales in centris, atque idcirco, ex scholio prop. 22. lib. 3. Eucl. arcus ek, Ln, similes erunt, &c.*

DVCATVR *deinde recta Qſ, secans parallelum obliquum in ſ, γ, & parallelum Æquatoris bke, in α β. Dico tam arcus Kſ, lβ, quam Lſ, eβ, & quam Lγ, eα, & quam Kγ, bα, & quam ſγ, βα, similes quoque esse. Iunctis namque rectis Oſ, Oγ,*
c 18. tertij. *Eβ, Eα, iungatur quoque nO, kE,[c] quæ ad tangentem Qn, perpendiculares erunt,[d] ac proinde inter se parallelæ; atque idcirco*
d 28. primi. *triangula QOn, QEk, æquiangula erunt, cum anguli n, k, recti sint,[e] & O, E, internus, & externus, æquales, & Q, communis.*
e 29. primi. [f] *Igitur erit vt QO, ad On, hoc est, ad Oγ, ita QE, ad Ek, hoc est, ad Eα. Triangula ergo QOγ, QEα, angulum OQγ, habent*
f 4. sexti. *communem, & latera circa angulos O, E, proportionalia. Cum ergo vterque reliquorum angulorum OγQ, EαQ, maior sit*
g 21. primi. *recto angulo;[g] (Ille enim maior est recto n, hic vero maior recto k,)[h] erunt ipsa triangula æquiangula, æqualesque habebunt*
h 7. sexti. *angulos O, E, ad centra. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus Lγ, eα, similes erunt, ac proinde & ex semicirculis reliqui Kγ, bα, similes erunt, ex lemmate 6. Pari ratione, quoniam triangula QOſ, QEβ, angulum OQſ, habent communem, & latera circa angulos O, E, proportionalia, & vtrumque reliquorum angulorum ſ, β, recto minorem, ex coroll. 3. prop. 17. lib. 1. Eucl.*
i 7. sexti. *propterea quod supra bases Isoscelium Oſγ, Eβα, existunt;[i] erunt quoque ipsa triangula æquiangula, æqualesque habebunt angulos QOſ, QEβ; atque idcirco & ex duobus rectis reliquos ſOK, βEb. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus Kſ, bβ, similes sunt: quibus demptis tam ex Kγ, bα, quos proxime similes etiam ostendimus, quam ex semicirculis KſL, lβe; erunt per lemma 6. & reliqui ſγ, βα, & Lſ, eβ, similes. quod est propositum.*

POSTREMO *ductis Pſ, Pγ, ex polo P, per ſ, γ secantibus parallelum Æquatoris in ε, δ. Dico arcus quoque εδ, ſγ, similes esse, angulosque εPp, δPp, æquales. Quia enim idem arcus Kſ, abscinditur per rectam Pε, & per rectam Qα, erunt arcus Vε, α,*

similes

similes, ex his, quæ in hac propos. 6. Num. 21. & 24. demonstrata sunt. Eodemque modo similes erunt arcus Yδ, lβ propterea quod idem arcus Lγ abscinditur per rectas Pδ Qβ. Igitur si ex semicirculis VXY, KnL, demantur similes arcus Vε, εα; erunt reliqui εY, αb, quoque similes, ex Lemmate 6. Ex quibus si rursus similes arcus Yδ, lβ, tollantur; erunt eodem modo εδ, βα similes: Fuit autem arcui βα, paulo ante in hoc Num. 5. similis etiam ostensus arcus sγ. Igitur & arcus εδ, sγ, similes erunt. quod est propositum.

ITAQVE quia arcus Yδ, lβ similes sunt modo ostensi, & paulo ante arcui lβ ostensus fuit similis arcus Ks; erunt arcus quoque Yδ, Ks, similes, ideoque per scholium propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli sOK δEY, ad centra æquales erunt; ac proinde & ex duobus rectis reliqui sOP, δEP, æquales erunt. Quia igitur triangula sOP δEP, angulos O, E, habent æquales, & latera circa ipsos proportionalia, (ostensum enim est supra Num. 2. ita esse YE, hoc est, δE ad EP, vt KO, hoc est, sO, ad OP,[a] ipsa æquiangula erunt, æqualesque habebunt angulos sPK, δPE, ac proinde & ex rectis reliqui sPp, δPp, æquales erunt. a 6. sexti.

EX his vicissim efficitur, si ex P, emittantur duæ rectæ Pε, Pδ, constituentes cum perpendiculari Pp, vel cum recta KY, angulos æquales, arcus ab illis interceptos εδ sγ similes esse. Nam ducta recta Qγ, cadet in s, vt probabitur, ac proinde, vt ostensum est paulo ante in 3. membro huius Num. 5. arcus εδ sγ, similes erunt. quod est propositum. Quod si dicatur rectam Qγ, productam cadere non in s, sed vel ad dextram, vel ad sinistram, vt in λ; ducta recta Pλ, secante parallelum Æquatoris in θ, erunt ex 3. membro huius Num. arcus θδ λγ, similes quoque; ac proinde ex 4. membro eiusdem huius Num. 5. anguli θPp, δPp, æquales erunt; ac propterea & anguli εPp θPp, vel εPV θPV, inter se æquales erunt, pars & totum. quod est absurdum. Facilius tamen demonstrabimus, arcus εδ sγ similes esse, si duo anguli εPp, δPp, æquales sint, vel anguli εPK, δPY, hoc modo. Quoniam, vt supra in hoc scholio Num. 3. ostendimus, punctum P, est illud, per quod transit recta connectens extremitates diametrorum, in parallelis VXY, KnL, ad rectam VY, perpendicularium, propterea quod in prioribus duabus figuris recta XP, producta cadit in N, vt ibi demonstratum est; erunt per lemma 34. arcus εδ, sγ, similes.

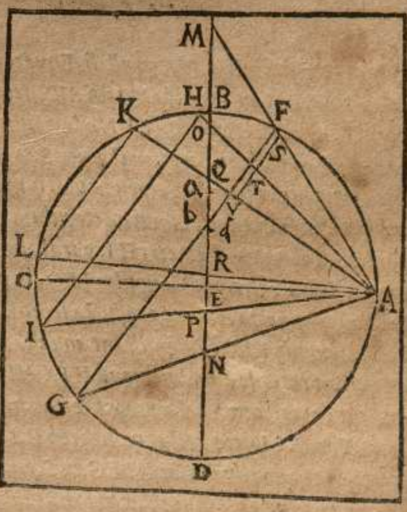
EX quo illud etiam efficitur, tria puncta Q, γ, s, in vna recta linea sita esse, ita vt recta per quæuis duo ducta transeat quoque per tertium, si duo anguli sPK, γPL, æquales sint. Nam si v. g. recta Qγ non transit per s, secet ea parallelum in λ: Ostendemus ergo, vt prius, & arcus θδ, λγ similes esse, & angulos λPK γPL, æquales. Igitur & anguli sPK, λPK, inter se æquales erunt, totum & pars. quod est absurdum. Transit ergo Qγ, per s. Eademque ratione ostendemus, rectam Qs, per γ, transire.

LIQVET ex his omnibus, fieri posse, vt arcus aliquis paralleli obliqui proijciatur in arcum similem in Astrolabio, ille, videlicet, qui arcui εδ, verbi gratia, in sphæra æqualis est. Quoniam enim ex Lemmate 23. plana per polum australem, & rectas Pε, Pδ, ducta auferunt ex parallelo obliquo in sphæra arcum arcui εδ, æqualem, hoc est, arcui paralleli Æquatoris, qui ipsi εδ, similis est; Est autem arcus εδ, ostensus similis arcui paralleli obliqui sλ, in Astrolabio: erit quoque arcus ille paralleli obliqui in sphæra, qui quidem proijcitur in arcum sλ, per duo illa plana per rectas Pε, Pδ & polum australem ducta, similis eidem arcui sλ, &c. quamuis alij arcus paralleli obliqui in dissimiles arcus proijciantur, &c. Atque hæc de proprietatibus parallelorum obliquorum, nunc ad alia procedamus.

Arcum vnum quempiam paralleli obliqui in sphæra proijci posse in Astrolabium in arcum similem.

6. PERSPICVVM est ex ijs, quæ in hac propos. 6. scripsimus, præsertim in secundo, & quarto modo describendi parallelos obliquos, parallelos eiusdem circuli maximi obliqui diuersa centra sortiri in Astrolabio. Nam in secundo descriptionis modo rectæ lineæ ex A, polo australi per puncta diametri MN, circuli maximi obliqui rectam BD, ad angulos rectos secantis, in quæ perpendiculares ex gradibus eiusdem circuli obliqui demissæ cadunt, eductæ, quales in prima figura huius propo. sunt Aα, Au, &c. indicant in recta BD, centra parallelorum. Cum ergo hæ rectæ diuersæ sint, diuersa quoque sint centra ab eis indicata, necesse est. In quarto autem modo rectæ lineæ circulum maximum AiCk, tangentes eadem centra parallelorum in recta BD, exhibent. Quocirca cum hæ tangentes inter se differant, necessario diuersa centra monstrabunt. Idem tamen Geometrica ratione Ptolemæus in suo planisphærio demonstrat, quæ quoniam longa est, ac difficilis, breuiori nos demonstratione, & faciliori idem efficiemus, hoc modo. Sit Æquator ABCD, cuius centrum E, qui pro circulo maximo per polos mundi, & polos parallelorum obliquorum ducto sumatur, & sit axis AC, & BD, communis sectio dicti circuli maximi, & Æquatoris, in qua diametri apparentes parallelorum sumi debent, vt in scholio propos. 3. Num. 1. & 2. ostensum est; FG, HI, KL, diametri parallelorum obliquorum ad axem, quorum diametri visæ MN, OP, QR, à radiis AM, AN, AH, AI, AK, AL, abscissæ, diuidaturque MN, bifariam in a, ita vt a, sit centrum paralleli diametri FG, circa MN, describendi. Dico a, non esse centrum paralleli diametri HI, circa OP, describendi, hoc est, OP, non diuidi bifariam in a. Quoniam enim diametri parallelorum oblique secant axem, non æqualiter distabunt earum extrema à polo mundi C, cum C, non sit eorum parallelorum polus. Distent ergo puncta F, H, magis à C, quam puncta G, I, hoc est, arcus CF, CH, sint maiores arcubus CG, CI; ac proinde & anguli CAF, CAH, maiores angulis CAG, CAI, ex schol. propos. 27. lib. 3. Euclid. Quoniam igitur tres anguli in triangulo AME, æquales sunt tribus angulis trianguli ANE, ex coroll. 1. prop. 32. lib. 1. Eucl. Sunt autem anguli recti ad E, æquales, & angulus EAM, maior angulo EAN, vt ostendimus; erit reliquus angulus N, reliquo angulo N, minor; [b] ideoque recta AM, maior, quam recta AN. Non aliter ostendemus, AO, maiorem esse recta AP: atque ita deinceps, quandocunque diameter paralleli axem secat, demonstrabimus, radium versus B, vsque ad rectam BD, maiorem esse radio altero versus D, vsque ad eandem BD. Quod si diameter aliqua, vt KL, axem non secet, erit nihilominus radius AQ, maior radio AR: [c] quia cum angulus ARQ, maior sit angulo recto AEQ, externus interno, ipse obtusus erit, ac proinde AQR, acutus in triangulo AQR. [d] Igitur recta AQ, maior erit, quam AR. Abscindatur AS, ipsi AN, & AT, ipsi AP, & AV, ipsi AR, æqualis, iunganturque rectæ ST, TV. Et quia duo latera AS, AT, duobus lateribus AN, AP, æqualia sunt, [e] angulosque continent æquales insistentes arcubus FH, GI, qui ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. æquales sunt, ob parallelas FG, HI; [f] erunt triangula AST, ANP, æqualia: atque idcirco triangulum AMO, triangulo

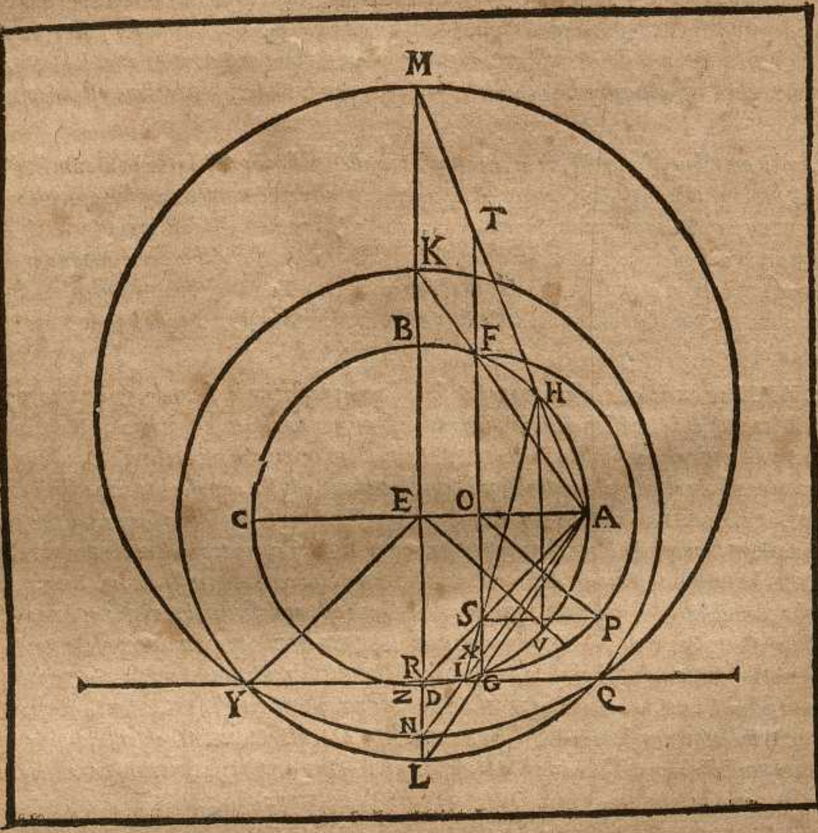
Parallelos eiusdem circuli maximi obliqui diuersa centra habere in Astrolabio.



b 19. primi.
c 16. primi.
d 19. primi.
e 27. tertij.
f 4. primi.

a 1. sexti. gulo ANP, maius erit.[a] Est autem, vt triangulum AMO, ad triangulum ANP, ita basis MO, ad basem NP. Igitur & basis MO,
base NP, maior erit. Cum ergo Ma, ipsi Na, sit æqualis, erit reliqua Oa, minor quam Pa, reliqua. Non igitur OP, secta est in a,
bifariam. Quod si OP, secetur bifariam in b, ostendemus eodem prorsus modo, rectam QR non diuidi bifariam in b. Nam rur-
sus erit triangulum ATV, triangulo APR, æquale, ideoque AOQ, maius, quam APR; ac proinde & OQ, maior, quam PR: qui-
bus demptis ex æqualibus Ob, Pb, reliqua Qb, minor erit quam reliqua Rb. Medium ergo punctum d, diametri QR, ca-
det infra b. atque ita tres paralleli diametrorum FG, HI, KL, in Astrolabio centra habent diuersa a, b, d. Eademq; ratio est de
cæteris.

7. QVIA vero propos. 2. Num. 4. conclusimus, Æquatorem, eiusque parallelos in Astrolabio descriptos diuidendos
Paralle lũ quemuis Æ- esse in gradus æquales, non secus atq; in sphæra fieri solet, demonstrat Ptolemæus subtili ratione quemlibet circulum obliquum
quatoris in Astrolabij secare quemuis parallelum Æquatoris in partes similes illis, in quas idem parallelus Æquatoris ab illo circulo obli-
Astrolabio quo in sphæra diuiditur, quamuis circulus ipse obliquus in Astrolabio à parallelo Æquatoris non secetur in partes similes illis,
diuidi à in quas in sphæra ab eodem parallelo Æquatoris diuiditur: quia nimirum non omnes partes obliqui circuli à polo australi, ex
quouis pa- quo eum intuemur, æqualiter distant; hinc enim fit, vt pars remotior, minor appareat, quam propinquior; vt à Perspectiuis de-
rallelo ob- monstratur. Id quod de parallelo Æquatoris dici nō potest: quippe cũ omnes eius arcus æquales æqualiter à polo australi absint,
liquo in ac proinde æquales etiam appareant. In hunc ergo modum ferme Ptolemæus id, quod propositum est, demonstrat. Sit Æquator
partes si- ABCD, cuius centrũ E, qui pro circulo maximo per polos mũdi, & polos obliqui paralleli ducto accipiatur, sitq; AC, axis mun-
miles illis, danus, & BD, communis sectio eius circuli maximi, & Æquatoris; A, polus australis; FG, diameter paralleli Æquatoris; HI,
in quas ba diameter paralleli obliqui secans FG, in S. Emissis autẽ radiis ex A, per extrema vtriusq; diametri, vt diametri visæ habeantur
eodem in KL, MN, describantur circa eas paralleli KQL, MQN, se intersecantes in Q, Y. Dico arcus KQ, QL, KY, YL similes esse arcubus,
sphæra di- in quos in sphæra parallelus diametri FG, à parallelo obliquo diametri HI, diuiditur. Descripto enim ex O, circa FG, semicir-
uiditur.



culo FPG, qui semicirculo paralleli Æquatoris in sphæra æqualis erit, cum circa eius diametrum descriptus sit; extendatur FG,
donec secet AM, in T: recta autem AIN, secet FG, in X; & deniq; ipsis BD, FG, parallela agatur HV. Quoniam igitur vterque
parallelus diametrorum FG, HI, ad circulum maximum ABCD, rectus est,[a] quod hic per eorum polos incedens ad illos rectus
a 15. 1. Theo. sit; [b] erit communis eorum sectio per S, transiens, vbi diametri sese intersecant, ad eundem recta; ac proinde ad rectam FG,
b 19. vndec. in eo circulo existentem perpendicularis in puncto S, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Si igitur ex S, educatur ad FG, perpendicularis SP,
in plano semicirculi FPG, qui ad circulum ABCD, rectus intelligatur, erit ea, communis sectio duorum parallelorum, atq; adeo
parallelus obliquus diametri HI, parallelum Æquatoris FPG, secabit in P. Ducta autem recta OP, fiat angulo SOP, existenti
in parallelo FPG, æqualis angulus LEQ, in plano Astrolabij, rectaq; EQ, parallelo KQL, descripto in Astrolabio occurrat in Q.
c 27. tertij. Ducta quoq; recta AS, quæ producta secet KL, in R, iungatur recta QR. [c] Itaq; quoniam angulus AHV, æqualis est angulo AIH,
d 29. primi hoc est, angulo HIX, cum insistant æqualibus arcubus AV, AH; [d] idemq; angulus AHV, angulo HTX, externus interno, æqualis
est; erunt inter se æquales anguli HTX, HIX; ac propterea, cum duo hi anguli habeant basem communem, rectam HX, si du-
ceretur; poterit ex scholio propos. 21. lib. 3. Eucl. circa quatuor puncta X, H, T, I, circulus describi, in quo se mutuo secant rectæ
e 35. tertij. HI, TX, in S. [e] Igitur rectangulum sub HS, SI, rectangulo sub TS, SX, æquale erit: [f] Sed illud idem æquale est quoq; rectangulo
f 35. tertij. sub FS, SG, quod duæ rectæ HI, FG, in S, etiam se intersecent in circulo ABCD. Igitur duo rectangula sub TS, SX, & sub FS,
g 16. sexti. SG, æqualia inter se sunt: [g] ac propterea erit, vt TS, ad SG, prima ad secundam, ita FS, ad SX, tertia ad quartam: Vt autem
TS, ad SG, ita est, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. MR, ad RL: Et vt FS, ad SR, ita KR, ad RN. Igitur erit quoq; vt MR, ad RL,
h 16. sexti. ita KR, ad RN: [h] atq; idcirco rectangulũ sub MR, RN, prima & quarta, æquale erit rectangulo sub KE, RL, tertia ac secunda.
i 4. sexti. [i] Quia vero est, vt LE, ad EA, ita GO, ad OA, propter æquiangula triangula AEL, AOG: Et vt EA, ad ER, ita OA ad OS; erit
ex æqualitate, vt LE, hoc est, vt QE, ad ER, ita GO, hoc est, ita PO, ad OS. Cum ergo anguli ad E, O, in triangulis EQR, OPS, ex
constru-

constructione sint æquales; habeantque circa ipsos latera proportionalia, vt modo ostendimus, [a] æquiangula erunt ipsa trian- a 6. sexti.
gula, æqualesque habebunt angulos ad RS; ac proinde cum hic rectus sit, & ille rectus erit. Igitur ex scholio propos. 13. lib. 6.
Euclid. RQ, media proportionalis erit inter KR, RL, [b] ideoque rectangulum sub KR, RL, quadrato
rectæ RQ, æquale erit. Igitur & rectangulum sub MR, RN, (quod rectangulo sub KR, RL, b 17. sexti.
ostensum fuit æquale.) eidē quadrato rectæ RQ, æquale erit, [c] ac proinde RQ, media proportionalis
erit inter MR, RN. Circulus igitur MQN, per extremum eius punctum Q, transibit. Nam si ci-
tra punctum Q, vel vltra secaret rectam RQ, abscinderet ex eodem scholio propos. 13. lib. c 17. sexti.
6. Euclid. aliam rectam inter MR, RN, medio quoque loco proportionalem, minorem, maio-
remue, quam RQ, quod est absurdum. Quocirca circuli KQL, MQN, cum vterque per Q,
transeat, se mutuo secabunt in Q, extremo perpendicularis RQ. Et quia per scholium propos.

LE,	GO,
EA,	OA,
ER,	OS,

22. lib. 3. Euclid. arcus LQ, GP, similes sunt, ob angulos in centris E, O, æquales, ac proinde ex lemmate 6. & ex semicirculis reli-
qui KQ, FP; liquet, parallelum Æquatoris KQL, à parallelo obliquo MQN, in Astrolabio secari in arcus similes arcubus, in quos
ab eod. in sphæra diuiditur. quod est propositum. Eadem enim demonstratio adhibebitur ex altera parte; si angulus LEY, æqua-
lis fiat angulo SOP, rectaque EY, parallelo KYL, occurrat in Y, ac tandem recta iungatur YR. Eodem enim modo ostendetur,
punctum Y, esse quoque in parallelo obliquo MYL.

8. IDEM prorsus contingit, si parallelus obliquus per polum australem A, incedat. Maneat enim Æquator cum suo
parallelo, & semicirculo FPG, circa diametrum FG, descripto, vt prius, sed diameter paralleli cuiuspiam obliqui per polum au-
stralem ducti sit AZ, per polum A, transiens, secansque diametrum FG, in S. Et quia per prop. 1. Num. 1. parallelus diametri
AZ, in plano Æquatoris, Astrolabiiue rectam lineam facit infinitam per R, transeuntem, vbi diameter plano Astrolabij occur-
rit, sit illa linea recta QRY, communis nimirum sectio paralleli, & plani Æquatoris, vel Astrolabij, secans parallelum Æqua-
toris in Q. [d] Quoniam autem & parallelus obliquus, & Æquator ad circulum maximum ABCD; per eorum polos du- d 15. 1. Th.
ctum rectus est, [e] erit quoque eorum sectio communis QRY, ad eundem recta, ac proinde ad LM, communem sectionem Æ- e 19. vndec.
quatoris Astrolabiiue, & circuli maximi ABCD, ad planum Astrolabij, vel Æquatoris recti, perpendicularis, ex defin. 3. lib.
11. Euclid. hoc est, anguli ad R, recti erunt. Ducta quoque SP, ad FG, perpendiculari, quæ communis sectio erit parallelorum,
vt supra probatum est Num. 7. iungantur rectæ EQ, OP. Quoniam igitur ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. est vt LR, ad ER, ita
GS, ad OS, erit componendo quoque vt LE, hoc est, vt QE, ad ER, ita GO, id est, PO, ad OS. Quare cum triangula EQR, OPS,
habeant angulos R, S, rectos æquales, & latera circa angulos E, O, proportionalia, reliquorumque angulorum Q, P, vtrumque
recto minorem ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. [f] ipsa æquiangula erunt, angulosque æquales habebunt LEQ, GOP. igitur f 7. sexti.
ex scholio prop. 22. lib. 3. Eucl. arcus LQ, GP, similes sunt, ideoque & ex semicirculis reliqui KQ, FP, similes erunt. Liquet er-
go, parallelum obliquum, quem repræsentat recta QY, secare in Astrolabio parallelum Æquatoris KQLY, in arcus similes ar-
cubus, in quos ab eodem in sphæra diuiditur, quod est propositum. Eadem n. ratione demonstrabimus, arcum LY, arcui GP,
similem esse, ac propterea & ei, quem PS, producta ex altero semicirculo abscindit, cum ille æqualis sit arcui PG, ex scholio pro-
pos. 27. lib. 3. Eucl. quemadmodum ex eodem scholio & arcus LY, arcui LQ, æqualis est. Eademque est ratio in omnibus alijs pa-
rallelis, vno obliquo, & altero Æquatori æquidistante, se mutuo in sphæra, atque idcirco & in Astrolabio se intersecantibus,
siue obliquus per polum australem incedat, siue non.

9. AD extremū, si cognoscere quis cupiat, vtrum circulus non maximus in Astrolabio descriptus, qui nimirū Æquatorē bi- *Circulus*
fariā non secat, intra se contineat portionē sphæræ hemisphærio minorē, maioremue, consequetur id facili negotio hac ratione. *in Astrola-*
Quando circulus totus est intra Æquatorē, vel totus extra, eum tamen nō ambiens, vel quando secat Æquatorē non bifariam, *bio non ma*
minusq; Æquatoris segmentū intra circulū secantem existit, portio sphæræ intra circulū inclusa est hemisphærio minor: quādo *ximus, an*
vero circulus totum Æquatorem ambit, vel eum non bifariā secat, maiusq; Æquatoris segmentū intra circulum existit, por- *includat*
tio sphæræ intra circulum inclusa hemisphærio maior est. Nam quando totus circulus est intra Æquatorē, minorem portionem *portionem*
sphæræ includit, quam Æquator. Cum ergo Æquator hemisphærium abscindat; tanquam circulus maximus, includet circu- *sphæræ he-*
lus ille portionem hemisphærio minorem. Sic etiam quando circulus Æquatorem bifariam nō secat, minusq; eius segmentum *misphærio*
comprehendit, qualis est in prima figura huius propos. 6. circulus c 30 d, si per eius centrum, & centrum E, Astrolabij recta *minorem,*
ducatur cE, quam ad rectos angulos secet diameter Æquatoris AC, poterit per eius punctum c, extra Æquatorem, & duo pun- *maiorēue,*
cta A, C, circulus maximus describi, qui totum circulum c 30 d, includet, quod eum in solo puncto c, tangat ex scholio propos. *cognoscere.*
13. lib. 3. Eucl. Cum ergo maximus ille circulus includat hemisphærium, erit portio intra circulum c, 30. d, hemisphærio minor.
Deniq; quando circulus totus est extra Æquatorem, eumq; non ambit, qualis est in eadem figura priore huius propos. 6. circulus
AA⸸, si rursum per eius centrum, & centrum Astrolabij recta ducatur ⸸E, quam ad rectos angulos secet diameter Æquatoris
AC, poterit per eius punctum ab Æquatore remotius in recta E⸸, & duo puncta AC, circulus maximus describi, qui cum in-
tra se contineat hemisphærium, ambiatq; totum priorem circulum, erit portio intra eum existens hemisphærio minor. At
vero quando circulus Æquatorem totū ambit, comprehendet maiorem portionē, quam Æquator. Cum ergo hic hemisphærium
auferat, abscindet ille portionem hemisphærio maiorem. Sic etiam, quando circulus non qudem ambit Æquatorem, sed eum
secat non bifariam, maiusque Æquatoris segmentum in eo existit, cuiusmodi in eadem priore figura huius propos. est circulus
BBω, si per eius centrum, & centrum Astrolabij ducatur recta, quam ad rectos angulos secet diameter Æquatoris AC, poterit
per eius punctum ω, & duo puncta A, C, circulus maximus describi, qui totus intra circulum BBω, continebitur, cum eum in
solo puncto ω, contingat, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. Quare cum circulus hic maximus hemisphærium includat, compre-
hendet circulus BBω, portionem hemisphærio maiorem. quod est propositum.

PROBL. IIII PROPOS. VII.

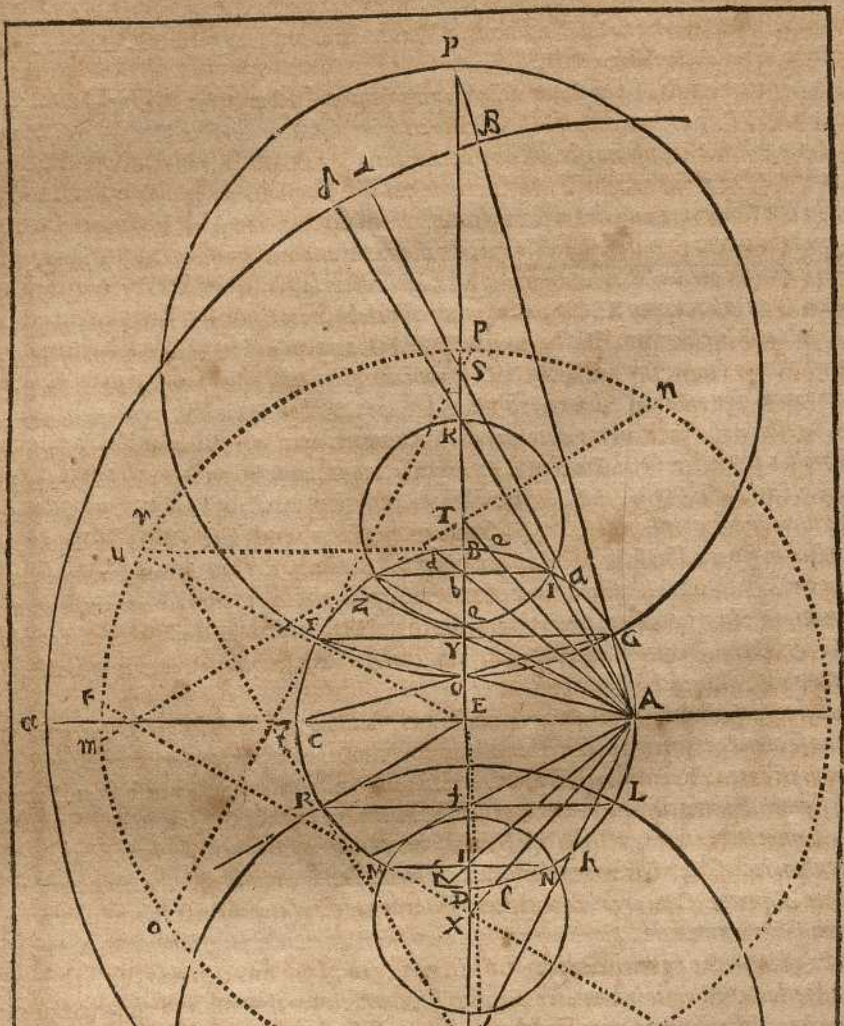
Parallelos cuiusuis circuli maximi, qui per mundi polos ducitur, in Astrolabio describere, atque in gradus distribuere.

QVAMVIS eiusmodi paralleli per doctrinam præcedentis prop. 6. describi possint, tamen quia in sphæra recta descriptio eorum quibusdā in rebus à descriptione eorundem parallelorū in sphæra obliqua differt, libuit propria propositione parallelos circuli maximi per mundi polos ducti describere.

Parallelos cuiusuis circuli maximi per mūdi polos ducti, in Astrolabio describere.

1. QVONIAM igitur omnes circuli maximi per mundi polos ducti in Astrolabium proijciuntur per lineas rectas sese in centro Astrolabij intersecantes, vt propos.1.Num.4, demonstratum est, repræsentet recta AC, per E, centrum Astrolabij, in quo Æquator ABCD, ducta vnum aliquem ex eiusmodi circulis, cuius paralleli in eodē Astrolabio describendi sint: intelligaturque ABCD, circulus per polos mundi ductus ad datū circulum, quem recta AC, repræsentat, rectus, qualis est Meridianus, si recta A C, referat Horizontem rectum, vel circulum horæ 6. à meridie, & media nocte: aut circulus horæ 6. a mer. & med. noct. si eadem recta AC, repræsentet Meridianum circulum; qui circulus in Astrolabio faciat rectam BD, in vtramque partem extensam in infinitum, quæ ad AC, perpendicularis erit. Quoniam enim tam hic circulus, quam Æquator, qui à plano Astrolabij non differt, ad propositum circulum rectus est, [a] erit eorum communis sectio BD, ad eundem recta, ideoque per defin. 3.lib. 11.Eucl. ad rectam quoque AC, perpendicularis erit in centro E. Et quoniā

a 19. vndec.



b 13.1. The. hic circulus ABCD, ad datum circulum rectus, [b] secat omnes eius parallelos bifariā, & per polos B, D, (Nam B, D, poli sunt circuli maximi AC, eiusque parallelorum.) si per singulos gradus circuli ABCD, parallelæ ipsi AC, agantur, erunt eæ diametri parallelorum circuli propositi. Nos ex vtraque parte binas duximus FG, HI, KL, MN, per tricenos gradus, ne multitudo linearum confusionem pariat. Constituto ergo A, polo Australi (Circulus enim propositus, quem recta AC, repræsentat, per vtrumq; polū duci ponitur) si ex eo per extrema puncta diametrorum radij visuales emittantur, abscindent ij ex BD, protracta diametros visas, siue apparentes, parallelorum. Nam vt in scholio propos. 3. Num. 1. & 2. demonstratum est, in recta BD, communi sectione plani Astrolabij & circuli maximi per mundi polos ducti, & ad propositum maximum circulum, eiusque parallelos, recti inspiciendi sunt ex polo australi; cum ea recta abscindat tum triangula subcontraria, tum maximas diametros visas, vt ibidem ostendimus. Vt extrema puncta diametri FG, apparebunt in O, P, vt tota diameter visa sit OP. Puncta vero extrema diametri Hi, cernentur in Q, R, & sic de cæteris. Igitur diuisis bifariam diametris visis, si circa eas circuli describantur, descripti erunt paralleli propositi, cū per propos. 3. in forma circulari appareāt ex polo australi inspecti. Transibūt autē omnes per extrema diametrorū in Æquatore ABCD, qui est Verticalis primarius Horizontis recti A C, quemadmodū in sphæra per eadē incedunt. Quod tamen

Geome-

Geometricè ita quoq; concludemus. Iuncta recta CO, erunt duo latera CE, EO, duobus lateribus AE, EO, æqualia. Cũ ergo & angulos æquales, nimirũ rectos, complectantur, [a] erunt etiam anguli ECO, EAO, æquales inter se: [b] ac propterea æqualibus insistẽt peripherijs. Quocirca cũ arcus CF, AG, æquales sint, insistatq; angulus CAF, arcui CF, insistet angulus ACG, arcui AG h. e. recta CO, producta in punctũ G, cadet. [c] Et quia angulus AGC, in semicirculo rectus est, erit quoq; ei deinceps PGO, rectus. Igitur ex scholio prop. 31. lib. 3, Eucl. circulus circa OP, descriptus transibit per G. Eademque ratione per F, incedet, atque ita de cæteris. Sed quoniam radij ex A, puncto quadrantis AB, vel AD, nimium excurrunt, satis erit, si centrum S, trium punctorum F, O, G, inueniatur in recta BD, producta. Item centrum T, trium punctorum H, Q, I, & sic de cæteris: quandoquidem per tria hæc puncta parallelus transire debet, vt ostendimus. Ita enim magis exquisitè parallelus FOGP, describetur, quam si extremum alterum punctum P, reperiatur, quod propter obliquam intersectionem rectæ AG, cum DBP, vix sine errore potest deprehendi.

a 24. pri.
b 26. tert.
c 31. tertij.

CÆTERVM quemlibet parallelum transire per tria puncta inuenta, vt GPFO, per F, O, G, hinc etiã colligi potest. Cum enim parallelus Horizontis recti, & Horizon rectus abscindant ex Verticalibus eiusdem Horizontis recti æquales arcus per propos. 10. lib. 9. Theod. Sint autem eiusmodi Verticales Æquator ABCD, & Meridianus DEB, referatque EO, arcum CF, ex propos. 1. erunt tres arcus æquales CF, EO, AG. Igitur parallelus GPFO, cum per O, transire conspiciatur, transibit quoque per puncta F, G. Eadem de causa parallelus IRHQ, per tria puncta H, Q, I, transibit. Et sic de cæteris.

2. ITA autem centra parallelorum facile inueniemus. Ex A, per Y, vbi diameter FG, rectam BD, secat, emittatur recta AY, secans Æquatorẽ in Z. Si namq; arcui BZ, æqualis abscindatur Ba, cadet recta Aa, in S, centrũ quæsitum, vt in Lem. 35. demonstratum est. Sic etiam ducta recta Abd, si arcui Bd, æqualis sumatur Be, incidet recta Ae, in T, centrũ paralleli per H, Q, I, descripti. Item ducta recta Afg, si arcui Dg, accipiatur æqualis Dh, dabit recta Ah, centrum V, paralleli per KL, descripti. Denique ducta recta Aik, si arcui Dk, æqualis Dl, sumatur, transibit recta Al, per X, centrum paralleli per M, N, descripti. Satis autem est, si centra S, T, reperiantur pro parallelis semicirculi ABC. Nam si rectis ES, ET, æquales fiant EV, EX, erunt V, X, centra oppositorum parallelorum circa puncta K, L, & M, N, describendorum. Oppositi enim paralleli in Horizonte recto æquales omnino sunt in Astrolabio, sicut in sphæra.

Centra parallelorum circuli maximi per mundi polos ducti, in Astrolabio reperire.

3. ALIO modo describemus eosdem parallelos, etiamsi neq; eorum diametri in circulo ABCD, ductæ sint, neq; radij ex A, emittantur. Quoniam n. vt paulo inferius ostendemus Num. 10. recta quæcunq;, vt EK, ex centro ad Æquatorem educta tangit in K, parallelũ per K, descriptum; [d] fit vt KV, ducta ad EK, perpendicularis, vel Æquatorẽ tangens, cadat in V, centrũ paralleli per K. describendi. Quocirca si ad omnia puncta Æquatoris, qui Verticalis primarius est in sphæra recta, ex centro E, ducantur rectæ lineæ, & per earum extrema puncta ducantur ad easdem lineæ perpendiculares, quæ quidem ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. Æquatorem in eisdem punctis tangent, inuenta erunt centra omnium parallelorum, semidiameter autem cuiusque erit ipsa linea tangens à centro inuento vsque ad punctum contactus. Vt in dato exemplo, semidiameter paralleli KL, est VK. Ducemus autem facili negotio per singula puncta Æquatoris tangentes rectas, siue perpendiculares ad eius semidiametros hac ratione. Educta ex B, ad BD, perpendiculari Bu, quantacunque, describatur ex E, per u, circulus occultus, & recta Bu, beneficio circini transferatur ex punctis Æquatoris HF, KM, in circumferentiam occultam ex vtraque parte, vt ex H, vsque ad m, n; & ex F, vsque ad o, p; & ex K, vsque ad q, r; & ex M, vsque ad s, t. Rectæ namque mn, op, qr, st, Æquatorem tangent in H, F, K, M, hoc est, perpendiculares erunt ad semidiametros, si ducantur, EH, EF, EK, EM. Iunctis enim rectis Eu, Eq, erunt duo latera EB, Bu, duobus lateribus EK, Kq, æqualia. Cum ergo & basi Eu, basis Eq, sit æqualis, [e] erit angulus rectus EBu, angulo EKq, æqualis ac proinde hic quoque rectus erit, ideoque Æquatorem in K, continget. Eademque de cæteris ratio est.

Parallelos eosdem per rectas tangentes describere.
d 19. tert.
e 8. primi.

4. NON erit difficile ex ijs quæ dicta sunt, describere parallelum quotcunque gradibus ab Horizonte recto AC, distantem, si distantiam datam à puncto C, vel A, numeremus versus B, si parallelus describendus sit supra Horizontem, aut versus D, si infra Horizontem, & per terminum numerationis parallelum describamus, vt traditum est.

Parallelũ datum Horizontis recti in Astrolabio describere.

5. E CONTRARIO si descriptus sit quilibet parallelus, cognoscetur eius distantia ab Horizonte recto per arcum Æquatoris inter C, vel A, & punctum intersectionis paralleli cum eodem Æquatore. Vel si per intersectiones paralleli cum linea meridiana rectæ educantur, secabitur Æquator in duobus punctis eiusdem distantiæ: Atque hæ rectæ necessario per intersectiones paralleli cum Æquatore transibunt: Alioquin circulus datus non repræsentaret aliquem parallelum Horizontis recti: Quare quando non constat, propositum circulum esse vnum ex parallelis recti Horizontis, adhibenda erit posterior ratio, vt simul agnoscamus, nos non frustra, ac temere distantiam dati paralleli ab Horizonte recto inquirere. Nam si rectę ex A, per intersectiones propositi circuli cum meridiana linea ductę transeunt per intersectiones eiusdem circuli cum Æquatore, certum est, eum esse Horizonti parallelum, cuius diameter est recta duas has intersectiones coniungens: alias non erit Horizonti parallelus, sed aliquem alium circulum repræsentabit, vt propos. 17. dicemus.

Parallelus Horizontis recti in Astrolabio descriptus, quantum ab Horizonte recto distet in sphæra, cognoscere.

6. PORRO vt radij ex A, emissi, & longius excurrentes, exquisitius ducantur, describendus erit ex A, ad quoduis Interuallum circulus $\alpha\beta$, vt in antecedentibus etiam propositionibus factum est. Nam si v. g. accipiatur arcus $\alpha\beta$, similis semissi arcus CBG, transibit radius AG, per β; quia nimirum per Lemma 10. rectæ Aα, Aβ intercipiunt duos arcus, quorum is, qui in circulo ex A, descripto existit, similis est semissi arcus in circulo per A, transeunte. Ita quoque si sumantur arcus $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, similes semissibus arcuum CBa, CBI, transibunt radij Aγ, Aδ, per a I, &c.

Radios longius excurrentes accuratius ducere.

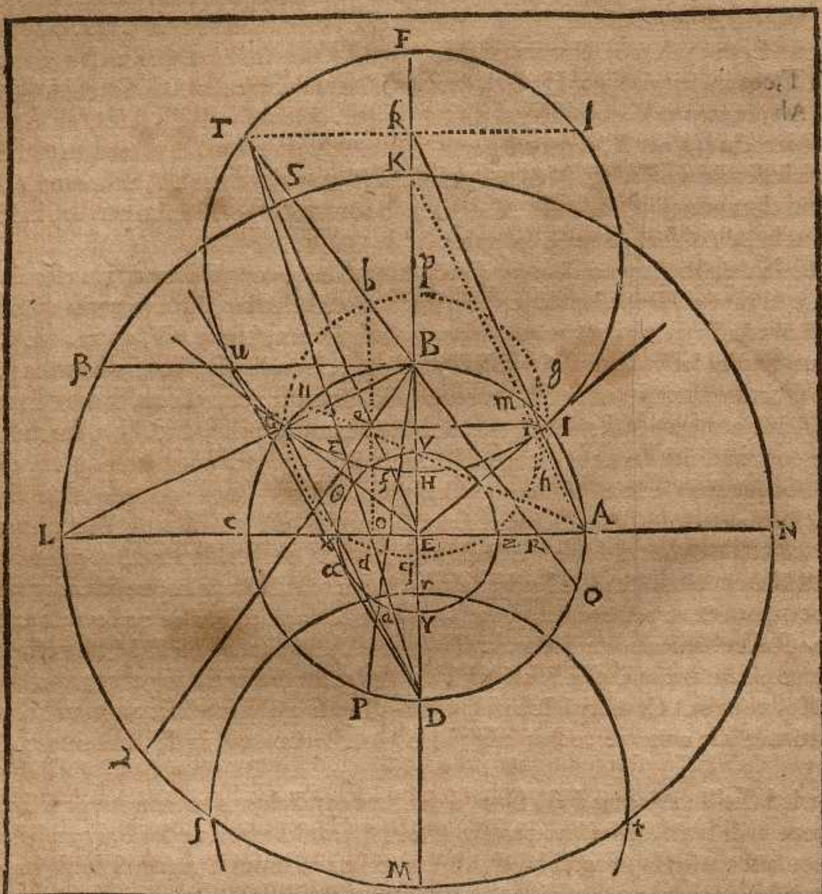
7. IAM vero circulus maximus, quem recta AC, refert, & eius paralleli ijsdem prorsus modis in gradus distribuentur, quibus superiores circulos partiti sumus. Nam circulus maximus per rectam AC, in infinitum extensam repræsentatus, diuidetur per rectas ex B, polo superiori per gradus Æquatoris emissas eo ordine, quem in lemmate 23 prę scripsimus: Nimirum arcui abscisso DP, inchoato à puncto inferiori D, respondet arcus EO, à sectione boreali inchoatus: Ita quoque arcui DQ, respondet arcus ER: Item arcui DG, respon-

Circulum maximum per polos mundi ductum, in gradus distribuere.

reſpondet arcus EL, ita vt quemadmodum arcus BG, incipit à puncto ſuperiore, ita ei reſpondeat arcus à ſectione auſtrali inchoatus (ſi polus auſtralis deſignari poſſet) vſque ad L. Itaque ſi PQ, fuerit quadrans, erit quoque OR, quadrans. Rurſus idem circulus maximus AC, diuidetur per rectas ex inferiori polo D, emiſſas, ita tamen, vt arcus à ſuperiori puncto B, inchoati habeant reſpondentes in AC, à ſectione boreali E, inchoatos, &c. vt in eodem Lemmate 23. dictum eſt. Ita vides arcui BG, reſpondere arcum EX, quorum ille à puncto ſuperiori, hic vero à ſectione boreali initium ſumit, &c.

Parallelos circuli maximi per mundi polos ducti, in gradus diſtribuere ex eorum polis.

8. SIT quoque parallelus aliquis maximi circuli AC, nimirum FGHI, diuidendus in gradus per rectas ex polo ſuperiori B, eductas. Deſcribatur parallelus Æquatoris KLMN, tanto interuallo à polo auſtrali A, diſtans, quanto parallelus FGHI, à polo ſuperiori B, abeſt, ita vt arcus BG, Am, dictas diſtantias metientes ſint æquales. Si igitur arcus ſumatur KS, in parallelo Æquatoris quotlibet graduum, dabit recta BS, in dato parallelo arcum FT, totidem graduum, quia KS, incipit à puncto ſuperiore K, & FT, à ſectione auſtrali F. Eadem ratione tot erunt gradus in arcu MLS, inchoato à puncto M, inferiore, quot in arcu HGT, à ſectione boreali H, inchoato continentur. Et quia FG, GH, HI, IF, reſpondent quadrantibus dati paralleli in ſphæra; quod Æquator ABCD, hoc eſt, Verticalis primarius ſphæræ rectæ, & Meridianus FD, ſecent Horizontem, eiuſque parallelos in quadrantes; neceſſe eſt, vt recta BL, tranſeat per punctum G, vt auferat arcum FG, quadranti KE, reſpondentem &c.



9. QVOD ſi idem parallelus FGHI, per rectas ex inferiori polo D, egredientes diuidendus ſit in gradus, deſcribendus erit parallelus Æquatoris VXYZ, parallelo KLMN, oppoſitus, qui videlicet tanto interuallo à polo auſtrali A, abſit, quanto parallelus FGHI, à polo inferiori D, diſtat, ita, vt arcus DCG, ABn, dictarum diſtantiarum æquales ſint. Nam ſi arcui KS, inchoato à puncto ſuperiori ſumatur ſimilis arcus Ya, (qui in ſphæra ipſi KS, æqualis eſt, cum paralleli æquales ſint.) à puncto inferiori inchoatus, dabit recta Da, producta arcum paralleli FT, eundem à ſectione auſtrali inchoatum. Item abſcindet arcui Vxa, à puncto ſuperiori V, inchoato arcum HGT, à ſectione boreali H, inchoatum. Eodem modo DX, abſcindet duos quadrantes YX, FG, vt ex Lemmate 23. perſpicuum eſt.

Parallelum circuli maximi per mundi polos ducti, in gradus diſtribuere, ex centro Aſtrolabij.

10 ALIO modo eundem parallelum ita in gradus partiemur. Deſcripto circa GI, circulo pGqI, ſumantur arcus pb, qd, inter ſe æquales, iunctaque recta bd, ſecet GI, in e. Nam recta Ee, ſecabit parallelum in duobus punctis T, f, continebitq; vterque arcus FT, Hf, tot gradus, quot in arcu pb, continentur. Item vterq; arcus GT, Gf, tot complectetur gradus, quot in arcu Gb, reperiuntur: adeo vt ſi arcus KS, pb, ſimiles fuerint, rectæ Ee, BS, in idem punctum T, incidant. Eſt autem hæc ratio eadem omnino, quæ illa, qua propoſ. antecedenti Num. 26. parallelos circulorum obliquorum in gradus diſtribuimus; propterea quod E, ſit centrum Verticalis primarij, ſicut ibi punctum L. Ex quo fit, rectas EG, EI, parallelum tangere in G, I, extremis punctis diametri viſæ GI, quemadmodum ibi rectæ Lq, LG, parallelum contingere oſtendimus.

QVOD tamẽ Geometrice ſic demonſtrabimus. Quoniã radius ex A, per I, extenſus abſcindit EF, ſemidiametrũ paralleli Æquatoris, cuius declinatio auſtralis BI, & radius ex A, per G, aufert EH, ſemidiametrũ paralleli, cuius declinatio borealis BG, æqualis eſt declinationi BI, vt ex prop. 4. cõſtat; erũt EF, EH, ſemidiametri

oppoſi-

oppositorum parallelorum. Igitur vt propos. 4. Num. 11. ostendimus, erit EG, semidiameter Æquatoris media proportionalis inter eas: [a] ac proinde erit rectangulum sub EF, EH, æquale quadrato ex EG, [b] atque idcirco EG, circulum FGHI, tanget in G, quod est propositum.

[a] 17. sexti.
[b] 37. tert.

11. TERTIO eundem parallelum, & alios quoque hac ratione distribuemus in gradus. In circulo circa GI, veram diametrũ paralleli descripto accipiantur duo arcus æquales Ig, Ih, Iunctaq; recta gh, secante GI, in i, ducatur ex A, polo australi per i, recta Ai, donec EB, productam secet in k. Nam recta TI, per k, ad BF, ducta perpendicularis abscindet duos arcus FT, FL, quorum vterque continet tot gradus, quot in arcu Ig, includuntur, vel duos GT, IL, totidem graduum, quot complectitur arcus pg, adeo vt si arcus Ig, similis fuerit arcui KS, vel æqualis arcui pb, perpendicularis kT, in ipsum punctum T, quod per rectas BS, Ee, monstratum est, incidat. Atque hæc ratio à tertio modo diuidendi parallelos obliquos, quem in præcedenti propos. Num. 31. exposuimus, non differt.

Parallelos circuli maximi per mundi polos ductos in gradus distribuere, ex polo australi Analemmatis.

12. NON aliter paralleli infra Horizontem rectum AC, diuidentur in suos gradus. Sit enim parallelus rst, sub Horizonte æqualis omnino parallelo FGHI, hoc est, distantia vtriusque ab Horizonte in contrarias partes sit eadem. Ergo ex polo superiori distribuetur beneficio paralleli Æquatoris VXYZ, qui tanto spatio abest à polo Australi, quanto parallelus rst, à Zenith B, distat: ita vt rectæ ex B, cadentes, auferentesque arcus à puncto V, superiori inchoatos abscindant ex parallelo arcus respondentes à sectione australi inchoatos, quæ infra punctum M, existit: Rectæ verò abscindentes ex parallelo Æquatoris arcus à puncto inferiori Y, inchoatos, auferant arcus respondentes in dato parallelo rst, incipientes à sectione boreali r, veluti prius. At ex polo inferiori D, secabitur idẽ parallelus rst, beneficio paralleli Æquatoris KLMN, cũ hic tanto spacio remoueatur à polo australi, quanto rst, à Nadir, vel polo Horizontis inferiori recedit: ita vt rectæ ex D, egredientes, quæ auferunt arcus paralleli Æquatoris incipiẽtes à K, puncto superiori, resecent ex parallelo rst, arcus respondentes initium sumentes à sectione boreali r: Rectæ vero auferentes ex KLMN, arcus, quorũ initium est in M, puncto inferiori, abscindant ex rst, respondentes arcus à sectione australi infra punctum M, existente inchoatos, vt prius. Quæ omnia liquido constant ex ijs, quæ in Lemmate 23. scripsimus.

PARALLELI ijdem diuidi quoque poterunt in gradus, si placet, ex centris proprijs, & centro Astrolabij, eo modo, quem in antecedenti propos. 6, Num. 35. exposuimus: quæ res, quoniam facilis est, longiori declaratione non indiget.

DENIQVE huc etiam facile accommodabuntur omnia ea, quæ Num. 36. & 37. propos. 6. descripsimus, vt perspicuum est.

SED ante omnia huc transferantur ea, quę propos. 6. Num. 25. scripsimus, hoc est, si à puncto F, versus G, abscindendus sit ex parallelo arcus quotuis graduum apparentium, numerentur ex puncto opposito H, in eandem partem versus G, totidem gradus æquales vsque ad ɛ, Recta enim ex D, polo inferiore per ɛ, eiecta abscindet arcum FT, quæsitum, continentem videlicet tot gradus visos, quot æquales in arcu Hɛ, continẽtur. Quod si ijdem gradus ęquales numerantur ex H, in oppositam partem versus I, dabit recta ex fine numerationis per B, polum superiorem ducta eundem arcum FT. Vicissim si ex F, vsque ad T, numerentur quotuis gradus æquales, abscindet recta TD, ad polum inferiorem D, ducta ex eadem parte arcum Hɛ, totidem graduum visorum: recta autem ex T, per B, polum superiorem extensa auferet ex parte opposita arcum totidem graduum apparentium.

DEINDE quia V, centrum circuli pGqI, & E, centrum paralleli Æquatoris KLMN, similiter distant à B, polo superiore, ([c] cum sit, vt GV, hoc est, vt pV, semidiameter ad VB, ita LE, hoc est, ita KE, semidiameter ad EB.) fiet diuisio paralleli FGHI, per circulum pGqI, sicuti per parallelum KLMN, ex polo superiori B. Ita vides rectam Bb, (sumpto arcu pb, simili ipsi KS,) transire per S, indicareque idem punctum T. Rursus quia eadem centra V, E, similiter distant à polo D, inferiore, sumpto E, pro centro paralleli Æquatoris VXYZ, ([b] cum sit, vt GV, hoc est, vt pV, semidiameter ad VD, ita XE, hoc est, ita VE, semidiameter ad ED) fiet eadem diuisio paralleli FGHI, per eundem circulum pGqI, ex polo D, inferiore. Ita vides rectam Dd, (sumpto arcu qd, simili ipsi Ya,) transire per a, monstrareque idem punctum T. Atque in hunc modum si pro parallelis Æquatoris KLMN, VXYZ, alij circuli describantur, quorum centra similiter absint à polo B, superiore cum E, centro paralleli KLMN, vel à polo D, inferiore similiter cum E, centro paralleli VXYZ, habebuntur alii circuli, per quorum gradus rectæ ex polo B, vel D, extensæ partientur parallelum FGHI, in gradus, vt propos. 6. Num. 25. demonstrauimus.

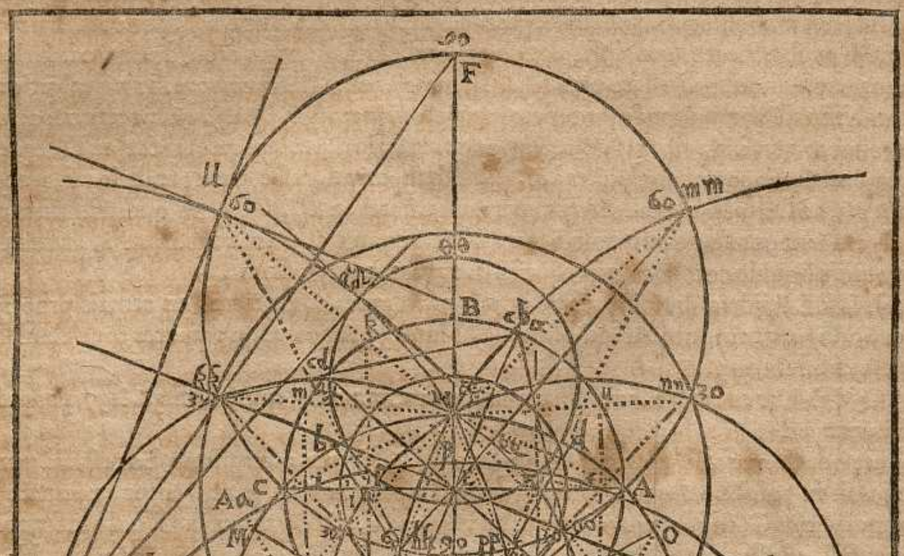
[c] 4. sexti.
[d] 4. sexti.

13. AD extremum omnia illa hic vera sunt, quæ in scholio antecedentis propos. Num. 2. 3. 4. & 5. demonstrata sunt: hoc est, ducta recta Buβ, ad BD, perpendiculari ex B, polo parallelorum Horizontis recti superiore, rectam Du, ex inferiore polo D, ductam tangere parallelos in u, α, & arcum Fu; arcui Mβ, & arcum Hu, arcui Kβ, similem esse. Item arcus Yα, Hu, & Vα, Fu, quos tangens recta Du, ex inferiore polo D, educta abscindit, similes esse. Rursus si ex eodem polo inferiore D, ducatur vtcunque recta DT, tam arcus FT, Vθ, quam Hɛ, Ya, & quam Tɛ, θa, similes esse. Præterea ductis rectis BT, Bɛ, secantibus parallelum Æquatoris KL, MN, in S, γ; & arcus Sγ, Tɛ, similes & angulos TBF, γBM, vel TBβ, γBβ, æquales esse. Denique si fiant æquales anguli TBF, γBM, ita vt rectæ BT, Bγ, parallelos secent in T, ɛ, S, γ, vicissim arcus Sγ, Tɛ, similes fore: atque adeo rectam ductam DT, transire per punctum ɛ, vbi recta Bγ, eundem parallelum Horizontis secat: Et rectam ductam Dɛ, transire per punctum T, vbi idem parallelus à recta BT, secatur; hoc est, tria puncta D, ɛ, T, in vna recta linea sita esse. Eadem enim omnino demonstratio, quæ in dicto scholio facta est, locum hic habet, vt liquet.

PROBL. V. PROPOS. VIII.

VERTICALES circulos, qui per polos Horizontis ducuntur, & quos Azimuth Arabes appellant, & alios circulos maximos, qui per polos cuiusuis circuli maximi in Astrolabio descripti incedunt, in Astrolabio describere, eosque in gradus distribuere.

1. PROPOSITIONE quinta Verticalem primarium, Horizontem, Eclipticam, & alios circulos maximos ad Meridianum quidem rectos, ad Æquatorem vero inclinatos, quorum inclinatio nota sit, descripsimus: Alij autem Verticales ad Meridianum inclinati, quos Arabes appellant Azimuth, quoniam in Analemmate eandem diametrum habent cum Verticali primario, nimirum axem Horizontis, cũ omnes per Horizontis polos incedant, ea ratione describi nequeunt, quod Meridianus ad illos rectus nõ sit, ac proinde in recta BD,



communi sectione Meridiani, & plani Astrolabij, Æquatorisue, eorũ diametri non maximæ appareant, (quippe cum solum maximæ cernantur in communibus sectionibus plani Æquatoris, vel Astrolabij, & maximorum circulorum per eorum polos, & polos mundi ductorum, vt in scholio propos. 3. Num. 1. demonstrauimus) sed omnes conspiciantur habere eandem diametrum visam cum Verticali primario, qualis est HI, in hac proposita figura. Quamobrem eos hac ratione in Astrolabium proiiciemus, Verticalis primarius AHCI, diuidatur in partes æquales per tot diametros, quot Verticales in Astrolabio describendi sunt, ducta prius per eius centrum K, ad HI, perpendiculari PQ, indefinitæ magnitudinis: Vt in partes 360. per 180. diametros, (quælibet enim diameter per duo puncta opposita ducitur.) si 180. Verticales desiderentur, diuidentes Horizontem, eiusque parallelos in 360. gradus: Vel in partes 180. per 90, diametros, si 90. Verticales describẽdi sint, Horizontẽ in 180. partes diuidentes, ita vt inter binos bini gradus intercipiantur: Vel in partes 120. per 60. diametros, vt singulæ partes

Verticales circulos in Astrolabio describere.

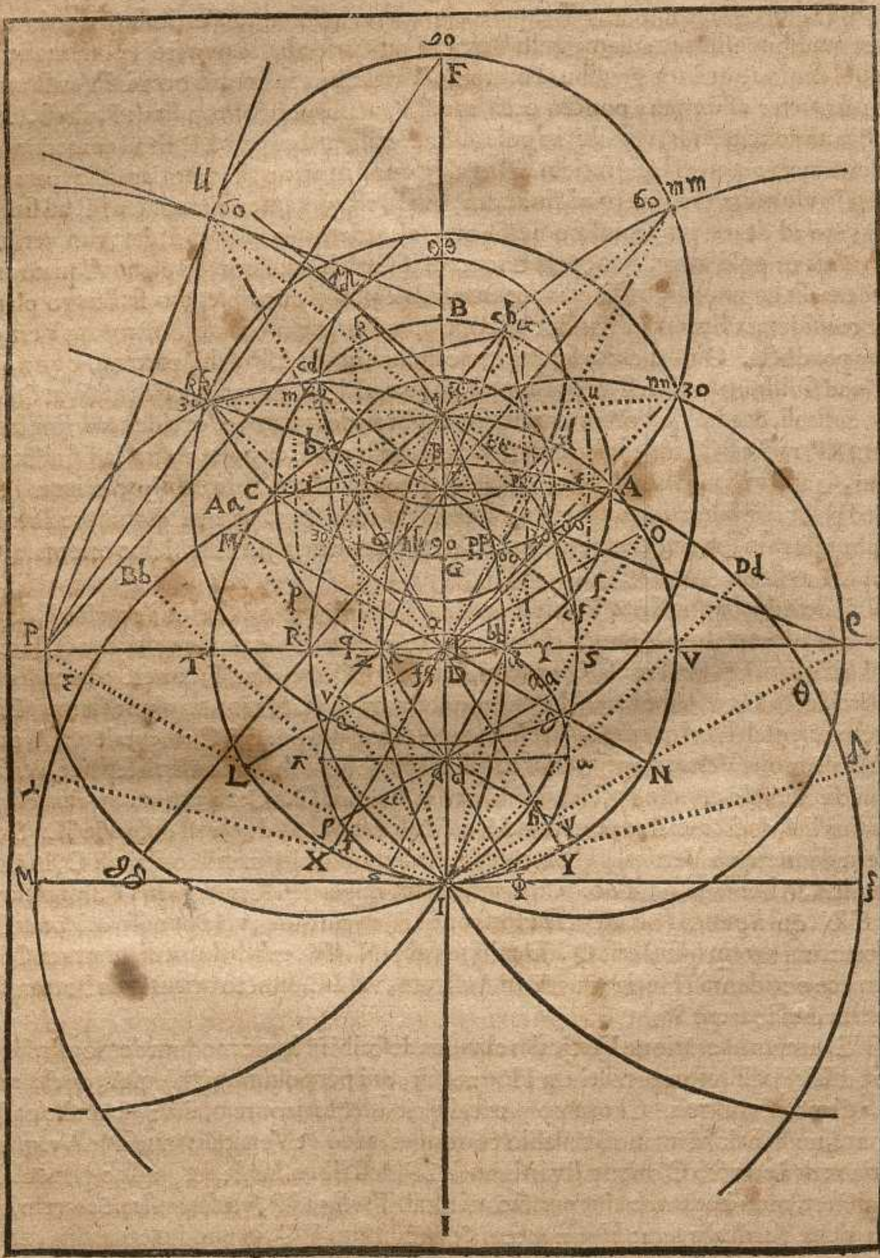
partes ternos gradus complectantur: Vel in partes 72. per 36. diametros, vt singulæ partes contineant quinos gradus: Vel in partes 60. per 30. diametros, vt inter binas proximas seni gradus includantur: Vel in partes 40. per 20. diametros, vt inter quaslibet duas nouem gradus intercipiantur: Vel in partes 36. per 18. diametros, vt singulæ partes contineant denos gradus: Vel in partes 24. per 12. diametros, vt singulæ partes quindenos complectantur gradus: vel in partes 20. per 10. diametros, vt partes singulæ octodenos gradus comprehendant. Vel denique in partes 12. per 6. diametros, vt singulæ partes tricenos gradus complectantur, vt in nostro exemplo factum est. In eo enim descripti sunt 6. Verticales, & inter quoslibet duos proximos, 30. gradus intercipiuntur, & Horizon cum suis parallelis ab eisdem in 12. partes distribuitur.

DEINDE ex alterutro polorum Horizontis H, I, verbi gratia, ex I, per omnia extrema diametrorum radii emittantur secantes rectam PQ, in punctis, quæ in diametros, & centra Verticalium circulorum exhibebunt hoc ordine: Radij per extrema cuiuslibet diametri emissi abscindunt ex PQ, diametrũ illius Verticalis, qui tot gradibus in sphæra à Verticali primario distat ab ortu in austrum, quot gradibus diameter assumpta in Verticali primario à puncto T, orientali versus I, australe recedit: Vel qui tot gradibus à Verticali primario in sphæra distat ab occasu in boream, quot gradibus eadem diameter assumpta in primario Verticali à puncto V, occidentali versus H, boreale remouetur: Aut qui tot gradibus in sphæra à Verticali primario recedit ab ortu in boream, quot gradibus assumpta diameter in Verticali primario abest à puncto T, orientali versus H, punctum boreale: Vel denique qui tot gradibus à primario Verticali in sphæra ab occasu in austrum distat, quot gradibus eadem diameter assumpta à puncto occidentali V, versus punctum australe I, abest. Est enim recta PQ, in Astrolabio ita concipienda, vt nobis in polo australi existentibus pars KP, sit ad dexteram, & KQ, ad sinistram Nam cum nobis conuersis ad faciem Astrolabij (quod in plano Æquatoris existit) pars eius orientalis (vt ab auctoribus in vsu accipitur) sita sit ad sinistram, qualis est pars à meridiana linea FI, ad sinistram porrecta; occidentalis vero ad dexteram, cuiusmodi est portio ab eadem meridiana FI, dextram versus extensa: fit, vt existentibus nobis in polo antarctico, pars orientalis Astrolabij existentis in plano Æquatoris statuatur ad dexteram, occidentalis autem ad sinistram: adeo vt polus australis concipiendus sit à tergo plani Astrolabij. Quæ res attente considerata plurimum confert ad concipiendos situs omnium centrorum Verticaliũ in recta PQ, in infinitum producta. Omnes enim scriptores accipiunt in vsu Astrolabij partem, quæ nobis ad Astrolabium conuersis ad sinistram posita est, pro orientali, & quæ ad dexteram pro occidentali, at Oriens constitutis nobis in polo australi, & ad Æquatorem conuersis, existit ad dexteram, & occidens ad sinistram. Quod si quis malit partem KP, rectæ PQ, in infinitum extensæ apparere nobis ex polo australi ad sinistram, & partem KQ, ad dexteram, (quod vt fiat, nihil prohibet) sumenda erit pars dextra Astrolabij pro orientali, & sinistra pro occidentali. Sed prior consideratio magis est in vsu apud Astronomos. Itaque Æquatore dirimente partem cœli borealem ab australi in sphæra, erit punctum T, Verticalis primarij in Astrolabio orientale; V, occidentale; H, boreale; & I, australe. *Orientalis pars, & occidentalis in Astrolabio quæ.*

RADIVS deinde per punctum Verticalis primarij ciectus, cuius distantia à puncto I, dupla est distantiæ, quam assumpta diameter ab eodẽ puncto I, habet, cadit in centrũ Verticalis describendi, hoc est, secat abscissam diametrũ bifariam. Exempli causa. Quoniam diameter LO, recedit à T, puncto orientali versus australe I, siue à puncto occidẽtali V, versus boreale H, grad. 30. idcirco radij IL, IO, intercipiunt diametrũ PS, Verticalis PHSI, qui à puncto orientali Horizontis C, (in Horizonte Astrolabij punctũ C, orientale est; A, occidẽtale; G, boreale; & F, australe, prout Verticalis primarius in sphæra partẽ borealem ab australi separat) versus australe F, totidem gradibus distat; vel à puncto occidentali A, versus boreale G. Centrum autem eius est punctum R, in quod cadit radius IM, ductus ex I, ad punctum M, cuius distantia IM, dupla est distantiæ IL. Sic etiam radij IX, Id, intercipient diametrum Verticalis H a I, recedentis à puncto Horizontis orientali C, in austrum, vel à puncto occidentali A, in boream, grad. 60. Centrum autem eius erit P. Rursus radij IY, Ib, abscindent diametrum Verticalis HZI, qui à puncto occidentali Horizontis A, in austrum, vel à puncto orientali C, in boream distat grad. 60. centrum autem ipsius erit Q. Denique radij IN, IM, exhibebunt diametrum QR, Verticalis QHRI, qui à puncto occidentali Horizontis A, in Austrum, vel à C, puncto orientali in boream recedit grad. 30. Centrum autem eiusdem erit S.

2. RECTE autem hac ratione Verticales circulos describi in hunc modum demonstrabimus. Recta PQ, ad BD, perpendicularis refert parallelum Horizontis, qui per polum australem A, ducitur in sphæra, vt propos. 6. Num. 3. demonstrauimus.[a] Cum ergo verticales circuli Horizontem, eiusque parallelos secent in partes similes in sphæra, necessario idem in Astrolabio continget, adeo vt Verticalis transiturus v. g. in Astrolabio per grad. 30. Horizontis à puncto C, orientali versus austrũ F, describendus sit per grad. 30. paralleli Horizontis, quem recta PQ, refert, numeratum ab eius puncto orientali T; vsq; ad P, versus australẽ partem, quæ versus P, tendit. Et quia idem Verticalis secat Horizontem, & parallelum PQ, in punctis oppositis, necesse est eum transire etiam per grad. 30. eiusdem paralleli à puncto V, occidentali versus boreale punctum K, vsque ad S, numeratum. Nam in parallelo PQ, (vt obiter etiam hoc explicemus) orientale punctum est T; occidentale V; boreale K; australe vero notari non potest cum recta PQ, in infinitum excurrat, partes tamen eius australes sunt segmenta à punctis T, V, orientali, atque occidentali, versus P, & Q, tendentia. Quoniam vero idem parallelus, quem recta PQ, in Astrolabio exprimit, distat à polo australi A, per rectam AK, hoc est per rectam IK, ipsi AK, æqualem, cum vtraque sit eiusdem circuli semidiameter, secabitur parallelus PQ, in gradus singulos per rectas ex I, pũcto per singulos gradus circuli HTIV, per I, descripti, & cuius diameter IH, ad PQ, perpendicularis est, emissas, vt constat ex ijs, quæ propos. 1. Num. 5. demonstrata sunt à nobis: adeo vt portio TP, respondeat arcui TL, grad. 30. ab ortu in austrum computato; portio vero VS, arcui VO, grad. 30. ab occasu in septentrionem numerato. *a 10. 2. Theo.*

QVIN etiam parallelum Horizontis PQ, in gradus distribui per rectas ex alterutro polorum Horizontis H, I, emissas per gradus Verticalis HTIV, vel cuiusuis circuli Verticalẽ in H, vel I, tangentis, qualis est in figura circulus αγIω, (Nam per 9. Lemma rectæ ex I, eiectæ auferunt ex circulo HTIV, & αγIω, illum tangente in I, arcus similes; ac proinde eædem rectæ transeunt per gradus vtriusq; circuli. Quod etiā de rectis ex H, egredientibus dicendū est, si circulus describatur Verticalē tangens in H.) hac etiā alia ratione potest demonstrari. Quoniam parallelus Horizontis per polum australem ductus, quem in Astrolabio recta P Q, exprimit, diuiditur in gradus per rectas ex polo Horizontis H, ductas per gradus paralleli Æquatoris, qui ex E, centro per H, describitur, vt propos.6.Num.21.ex Lemmate 23.demonstrauimus, cum hic parallelus Æquatoris tantum absit à polo australi, quantum ille Horizontis à Zenith, seu polo Horizontis boreali, cum vtrobique distantia sit arcus Meridiani inter polum australem, & polum Horizontis borealem interiectus, quod vnus ducatur per Zenith, & alter per polum australem in sphæra: fit, vt rectæ ex H, emissæ per gradus verticalis, vel circuli cuiusque eum in H, tangentis, secent quoque parallelum illum Horizontis per rectam PQ, repræsentatum, in gradus; quandoquidem rectæ illæ Verticalem, & circulum quemlibet tangentem, & parallelum Æquatoris ex E, per H, descriptum, illosque in H, tangentem, in arcus similes partiuntur, ex Lemmate 9. Eademque prorsus ratio est de rectis ex I, emissis, cum hæ ita diuidant rectam PQ, quemadmodum à rectis ex H, eductis secatur, propter æqualem distantiam vtriusque puncti H, I, à recta PQ.



Cētra Verticaliū existere in linea recta, quæ per cētrum Verticalis primarij ad meridianā lineā ducitur perpendicularis.

HÆC cum ita sint, Verticalis circulus distans à primario Verticali grad. 30. ab ortu in austrum, & ab occasu in boream, secabit parallelum P Q, in iisdem gradibus, nimirum in punctis P, S. Pari ratione Verticalis distans grad. 60. à primario Verticali ab ortu in austrum, & ab occasu in boream, transibit per punctū paralleli P Q, in quod incidit radius IX, ductus per gr. 60. à T, orientali puncto versus australe I, vsq; ad X, numeratū, & per punctum a, quod respondet grad. 60. à puncto occidentali V, versus boreale H, vsque ad d, computato. Atque ita de cæteris dicendum est. Et quia omnes Verticales per polos Horizontis H, I, transeunt, perspicuum est, ex coroll. propos.1.lib.3.Euclid. in recta P Q, secante rectam HI, in omnibus Verticalibus existentem bifariam in K, & ad angulos rectos centra omnium Verticalium existere. Igitur media puncta diametrorum in recta P Q, inuentarum centra erunt Verticalium, in quæ videlicet incidunt rectæ ex I, ad diametros circuli HTIV, perpendiculares, vt in Lemmate 35. ostendimus, quales sunt rectæ ex I, per ea puncta ductæ, quorum distantiæ ab I, duplæ sunt distantiarum, quas dictæ diametri circuli HTIV, ab eodem puncto I, habent. [a] Hæ namqu

[a] 3. tertij.

namque rectæ ad dictas diametros perpendiculares sunt, cum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. à diametris bifariam secentur, quemadmodum & arcus. Verbi gratia, quia diameter dX, secat arcum IL, bifariam in X, secabit eadem rectam IL, bifariam in f;[a] ac proinde & ad angulos rectos. Eademque ratione IM, perpendicularis erit in e, ad LO, & IN, ad Yb, in h; & IO, ad NM, in g. Quæ cum ita sint, rectæ Verticalis PHSI, ex centro R, descriptus est; & Verticalis HaI, ex centro P; & RHQI, ex S, & HZI, ex Q. [a] 3. tert.

3. CIRCVLOS porro ex ductis centris in PQ, inuentis circa diametros in eadem PQ, repertas descriptos, transire necessario per H, I, polos Horizontis, vt ratio postulat, cum per eos polos in sphæra omnes Verticales incedant; ac proinde vere eosdem illos circulos repræsentare Verticales, cum transeant etiam per puncta paralleli PQ, per quæ eos describendos esse ostendimus, breuiter hac ratione demonstrabimus.[b] Quoniam v.g. angulus LIO, in semicirculo rectus est, hoc est, angulus PIS, transibit necessario circulus ex R, puncto medio rectæ PS, circa PS, descriptus, per punctum I, ex scholio propos. 31. lib. 3. Euclid. Eademque ratio est de alijs. Solent autem segmenta tantum Verticalium inter Horizontem, & tropicum ♑, comprehensa in Astrolabiis describi, quamuis nos eosdem integros descripserimus, vt ratio descriptionis planior fieret. [b] 31. tert.

4. VT quoque radij ex puncto I, longius excurrentes facilius sine errore duci possint, descripsimus ex centro I, circulum $\mu\beta\xi$, cuiuscunque magnitudinis. Quo autem maior fuerit, eo exquisitius id, quod propositum est, exequemur. Nam, vt in Lemmate 10. monstratum est, si semissi arcus HX, similis arcus $\beta\gamma$, sumatur, vel (ducta diametro $\mu\xi$ ad HI, perpendiculari.) si semissi arcus IX, accipiatur similis arcus $\mu\gamma$, transibit radius IX, per γ. Hanc ob causam sumptus est quoque arcus $\xi\delta$ similis semissi arcus IY, & arcus $\mu\iota$, $\xi\theta$, semissibus arcuum IL, IN, similes, &c. Itaque si semicirculus $\mu\beta\xi$ in 180. partes æquales distribuatur, dabunt rectæ ex I, per illas partes emissæ in recta PQ, centra omnium 180. Verticalium Horizontem in 360. gradus diuidentium quandoquidem rectæ ex I, per 180. partes totius circuli ITHV, quarum semissibus illæ similes sunt, emissæ exhibent eadem centra omnium 180. Verticalium. Nam recta IL, cadens in centrum P, Verticalis HaI, aufert ex circulo ITHV, arcum IL, grad. 60. ex semicirculo vero $\mu\beta\xi$, arcum $\mu\iota$, grad. 30. qui semissi illius similis est, &c. Si autem idem semicirculus $\mu\beta\xi$ in 90. partes secetur, inuenientur eodem modo centra 90. Verticalium Horizontem in partes 180. binorum graduum partientium, & sic de cæteris. Quod si ex H, non autem ex I, rectæ eductæ centra exhiberent in recta PQ, describendus esset circulus ex H, ad quodlibet interuallum, loco circuli $\mu\beta\xi$, &c. *Centra omniũ Verticalium secantium Horizontẽ in 360. gradus per semicirculũ in 180. gradus diuisũ inuenire.*

5 RVRSVS vt quoad eius fieri potest, exquisitissime Verticales describantur, inuenienda sunt in Horizonte, per ea, quæ propos. 5. Num. 18. & 25. scripsimus, puncta, per quæ transire debent: nimirum grad. 30. & 60. tam à puncto orientali C, quam occidentali A, versus Austrum, & Boream non solum per rectas ex polo Horizontis H, ductas, cuiusmodi sunt Hkll, Hmkk, Hiip, Hhhq, Hppr, Hoos, Hunn, Hαmm; verum etiam per rectas ex K, centro Verticalis per puncta rectæ AC, sic diuisæ, vt in Lemmate 8. traditum est, emissas, qualia sunt puncta i, l, n, t, quæ per rectas mp, kq, αi, vs, inueniuntur, vt in figura apparet: vel (quod magis probo) per ea, quæ propos. 6. Num. 25. scripsimus, eiusmodi puncta exquirenda sunt. Ita enim singuli Verticales sena puncta habent, per quæ describendi sunt, vt fieri non possit, quin centrum cuiusque, ac diameter recte inuenta sint, si ipse descriptus per omnia sex puncta incedat. Quod si describantur aliquot paralleli Horizontis, reperiri in singulis poterunt bina illa puncta pro singulis Verticalibus describendi, si lubeat. Sed in Horizonte satis est, si pro quolibet Verticali vnum punctum reperiatur, quia recta linea ex eo per centrum Astrolabij ducta dabit aliud in eodem Horizonte, quod quilibet Verticalis Horizontem in duobus punctis per diametrum oppositis secet, cuiusmodi sunt duo puncta Horizontis, quæ per rectam per centrum traiectam indicantur, in scholio propos. 5. Num. 10. demonstratum est. *Plura puncta in Horizonte, eiusque parallelis, per quæ Verticales describendi sunt, inuenire.*

IMMO quando Verticalis describendus parum à Meridiano distat, eiusque proinde centrum in recta PQ, longissime à puncto K, abest, ipseq; Verticalis prope meridianam lineam BD, parum à recta linea differt, operæ pretiũ fuerit, in pluribus parallelis Horizontis puncta inquirere, in quibus ille Verticalis eos secat. Nã si ea puncta congruenter connectantur per lineam inflexam, quæ nullibi angulos faciat, descriptus erit dictus Verticalis in Astrolabio in ea portione, quæ inter tropicum ♑, & Horizontem continetur, in qua quidem portione describi diximus Num. 3. Verticales in astrolabio. *Verticales parum à Meridiano distantes per puncta sine circino describere.*

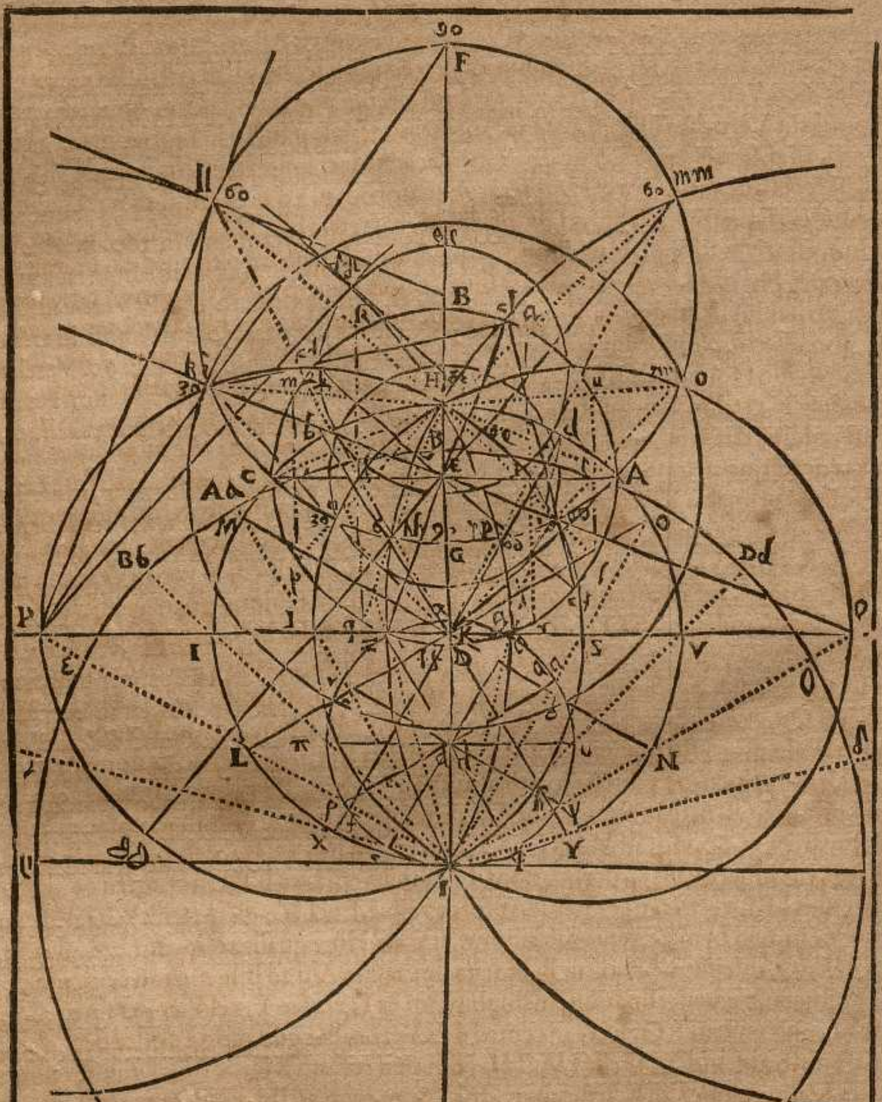
6. FACILIVS fortasse percipietur, Verticales circulos per puncta inuenta in recta PQ, duci debere, hoc modo. Concipiatur circulus HTIV, Horizonti æquidistare, punctumque I, in polo australi existere, ita vt planum eius circuli sit illud, in quo parallelus Horizontis per polum australem ductus existit punctumque eius π, in ortum, & ω, in occasum vergat; & in eodem plano circa diametrũ Iα, diametro Aff, paralleli Horizontis per A, polũ australem ducti æqualẽ, parallelus ipse Horizontis describatur $\alpha\pi I\omega$, ex centro dd, cuius & Æquatoris, siue plani Astrolabij communis sectio sit recta PQ, eundem ipsum parallelum repræsentans in Astrolabio, vt dictum est, cum eius distantia KI, à puncto I, æqualis sit, per defin. circuli, rectæ AK, quæ in sphæra distantiam eiusdem rectæ PQ, à polo australi metitur.[c] Et quoniam Verticales circuli secant Horizontem, & parallelum $\alpha\pi I\omega$, in sphæra in arcus similes, facient sex illi Verticales in Astrolabio descripti, sex diametros in eodẽ parallelo tricenis gradibus inter se distantes, ita vt Verticalis primarius efficiat diametrũ $\pi\omega$; Verticalis gradibus 30. recedens ab eo versus boream ex parte orientis diametrum $\nu\psi$, &c. Igitur puncta Verticalium, in quibus parallelum $\alpha\pi I\omega$, secant, apparebunt ex I, polo australi in illis punctis rectæ PQ, in quæ incidunt radij ex I, per extremitates diametrorum eiusdem paralleli emissi. Cum ergo per Lemma 9. dicti radij abscindant ex circulo HTIV, qui circulum $\alpha\pi I\omega$, in I, tangit, arcus similes arcubus circuli $\alpha\pi I\omega$, sint autem ex constructione arcus IX, XL, LT, &c. arcubus Iσ, $\sigma\rho$, $\rho\pi$, &c. similes, cum tam illi, quam hi tricenos gradus complectantur; transibunt ijdem radij per extremitates diametrorum circuli HTIV: ac proinde per ea puncta rectæ PQ, in quibus à dictis radijs secatur, Verticales transire conspicientur ex australi polo. quod erat ostendendum. Itaq; quoniam centra Verticalium in recta PQ, existunt, fit, vt portio ipsius inter ductos radios ex I, per extremitates diametri cuiuslibet in circulo $\alpha\pi I\omega$, duos intercepta, æqualis sit [c] 10. 2. The.

maximæ

maximæ diametro viſæ. Verticalis per illam diametrum incedentis. Vt portio PS, æqualis eſt diametro viſæ maximæ illius Verticalis, qui à Verticali primario gradibus 30. abeſt, tranſitq; per diametrum ϱ aa, & ſic de cæteris. Cadit autem hic etiam recta ducta ex I, ad quamlibet diametrũ circuli απ I ω, perpendicularis, in centrum Verticalis, hoc eſt, diametrum in recta PQ, inuentam bifariam diuidit, vt ex coroll. Lemmatis 35. manifeſtum eſt. Ita vides Icc, ad ϱ aa, perpendicularem occurrere rectæ PQ, in R, puncto medio diametri inuentæ PS: eſtque eadem hæc Icc, ad LO, quoq; perpendicularis in e; [a] propterea quod ϱ aa, L O, parallelæ ſunt, ob angulos

[a] 28.pri. ϱ ddI, LKI, qui æquales ſunt, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Euclid. propter arcus ſimiles I ϱ, IL. Eademque ratio eſt de cæteris.

7. QVONIAM vero in ſcholio prop. 3. Num. 1. demonſtrauimus, maximã diametrum viſam cuiuſq; circuli maximi obliqui, & cuiuſlibet parallelorum ipſius, inſpici debere in communi ſectione plani Æquatoris



Aſtrolabiiue, & maximi circuli, qui per polos mundi, & polos ipſius circuli obliqui ducitur in ſphæra; atque ibidem Nu. 4. oſtendimus, rectam per centrum Aſtrolabij, & centrum circuli obliqui traiectam, eſſe communem illam ſectionem plani Aſtrolabij Æquatoriſue, & circuli maximi per mundi polos, & polos circuli obliqui tranſeuntis: inquiramus, num recta gg ee, per R, centrum Verticalis PHSI, inuentum, & E, centrum Aſtrolabij traiecta, ſit communis illa ſectio; vt vel hinc etiam appareat, recte à nobis Verticales deſcriptos eſſe. Quoniam igitur Verticalis in ſphæra, quem in Aſtrolabio circulus PHSI, repræſentat, vt diximus, facit in circulo

[b] 15.1.The. απ I ω, diametrum ϱ aa, [b] eſtque ad ipſum circulum απ I ω, rectus; erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. recta Icc, quæ ad ϱ aa, communem ſectionem Verticalis, & circuli dicti perpendicularis eſt, ad planum eiuſdem Verticalis recta.

[c] 18. vnde. [c] Igitur circulus maximus per polum auſtralem I, & per rectam Icc, ac ſphæræ centrum E, ductus, ad eundem

[d] 13.1.The. Verticalem circulum rectus erit; [d] ideoque per eiuſdem polos incedet. Cum ergo in Aſtrolabij plano ſectionem faciat rectam gg ee, propterea quod eius planum per rectam IccR, extenſum occurrit plano Aſtrolabij in R, centro dicti Verticalis, & præterea per E, centrum Æquatoris tranſire ponitur, quemadmodum & recta gg ee, per R, & E, ducta eſt, liquet, rectam gg ee, communem ſectionem eſſe plani Aſtrolabij, Æquatoriſue, &

circu-

circuli maximi,qui per polos mundi,& polos eius Verticalis ducitur in ſphæra. Et quia communis ſectio dicti Verticalis,& dicti circuli maximi per polos ducti,in ſphæra per punctũ cc,tranſit,eſtq; Icc, oſtẽſa ad Verticalem recta;erit eadẽ Icc, ad dictam ſectionem,hoc eſt,ad diametrũ Verticalis, perpendicularis in cc,ex defin.3. lib.11. Eucl.ac propterea hic quoq; recta ex polo auſtrali I,ad diametrũ circuli obliqui maximi (quę communis ſectio eſt ipſius cũ maximo circulo per polos mundi,& per eius polos ducto.) perpendicularis educta; qualis eſt Icc,vt oſtẽſum eſt,in R,centrũ obliqui circuli maximi cadit:quod quidẽ omnino eſſe neceſſariũ, prop.5.Nu.3.& 4.demõſtrauimus. Non ſecus oſtẽdemus,rectas per centra aliorũ Verticaliũ,& centrũ Aſtrolabij traiectas,eſſe communes ſectiones plani Aſtrolabij,& maximorum circulorum, qui per eorum polos, & polos mundi ducuntur.

8. PRÆTEREA cũ omnes Verticales per polos Horizontis ducantur, tranſibit viciſſim Horizon per eorũ polos,ex theor.1.ſcholij prop.15.lib.1.Theod.ac proinde,quoniã ex corol prop.16.lib.1.The. polus cuiuſq; circuli maximi ab eo abeſt quadrãte circuli maximi, h. e. gr. 90. facili negotio cuiuſq; Verticalis poli reperiẽtur, ſi ab vtrolibet punctorũ,in quibus Horizontẽ ſecat,in vtramq; partẽ numerentur gr.90.in ipſo Horizonte. Itaq; puncta hh,mm,poli erũt Verticalis PHSI,quia inter vtrũlibet eorum, & alterutrũ punctorum kk,oo,vbi is Verticalis Horizontẽ interſecat,interiiciuntur gr.90.h.e. tres arcus Horizõtis, quorũ ſinguli tricenos gradus complectuntur.Vbi vides rectã gg,ee,in qua centrũ eius Verticalis,& centrũ Aſtrolabij exiſtit,per vtrumq; polũ hh, mm,tranſire,vt res poſtulat,cũ ea recta(vt oſtenſum eſt)ſit cõmunis ſectio plani Aſtrolabij,& circuli maximi p polos mundi,& polos dicti Verticalis ducti, h.e.referat eum circulũ maximum per nominatos polos ductũ. Sic etiã puncta ii, nn,poli erũt Verticalis llHppI,&c.Hac aũt ratione facile punctũ in Horizonte inueniemus,quod quadrãte à dato Verticali abſit. Sit datus Verticalis iiHnn,ſecans Horizontẽ in pũctis ii,nn,& ad vtrumuis eorũ ex H, polo Horizõtis recta ducatur H ii,vel Hnn,ſecãs Æquatorẽ in p, vel u. Si igitur ex p, vel u, in vtrãq; partẽ accipiãtur duo quadrãtes Æquatoris pk, pr, vel,uk,ur,ducãturq; rectæ Hk, Hr, ſecabitur Horizõ in polis ll,pp, dati Verticalis ii,Hnn, cũ arc⁹ ii,ll,iipp,vel nn ll,nn,pp,quadrãtib.Æquatoris pk,pr,vel uk, ur, reſpõdeant,vt ex ijs manifeſtũ eſt,q̃ prop.5. Nu.17.18.& 19.demõſtrata ſunt à nobis.[a] Porro q̃d'm in ſphęra Verticales circuli Horizõtẽ,eiuſq; parallelos diuidũt in gradus:ita quoq; Verticales in Aſtrolabio eoſdẽ circulos in gradus diſtribuũt.

Polos cuiuſuis Verticalis inuenire in Aſtrolabio.

[a] *10.2.Thé.*

Verticales diſtribuere Horizontem, eiuſq; parallelos, in gradus.

9. IGITVR ſi ex alterutro polorum cuiuſuis Verticalis (eum cenſeo eligendum, qui intra Æquatorem, hoc eſt, in ſemicirculo Horizontis AGC, exiſtit) per ſingulos gradus Æquatoris rectæ ducantur, diſtributus erit Verticalis ipſe in gradus, vt propoſ. 5. Num.17.& 20. demonſtrauimus, ſi ordo, quem ibidem præſcripſimus, ſeruetur, additis etiam iis, quæ Num. 23. eiuſdem propoſ. ſeruanda eſſe monuimus,&c.

Verticalẽ quemlibet in gradus diſtribuere.

10. IAM vero Verticalẽ quemcumq; propoſitũ in Aſtrolabio,ex ijs,q̃ dicta ſunt,nullo ferme negotio deſcribemus. Nam ſi deflectat à primario Verticali ab ortu in auſtrũ,vel ab occaſu in ſeptentrionẽ quotlibet gradib⁹, v.g.30. numerabimus illos 30. gradus à puncto T,verſus I, vſq; ad L,& arcui IL,æqualẽ ſumemus LM. Recta n. IM,ſecabit rectã PQ,in R,cẽtro Verticalis propoſiti p puncta H,& I,deſcribẽdi.Si vero à Verticali primario deflectat ab ortu in ſeptentrionẽ, vel ab occaſu in auſtrũ, v. g. gr.30.numerabimus gr.30.à puncto V, verſus I,vſq, ad N,& arcui IN,æqualẽ abſcindemus NO.Nã recta IO,rectã PQ,ſecabit in S,cẽtro propoſiti Verticalis p pũcta H,& I,deſcribẽdi.Vt aũt exquiſitius dat⁹ Verticalis deſcribatur,ducẽda erit ex pũcto extremo numerationis L,vel N,diameter LO,vel NM,& p radios emiſſos ex I,p terminos diametri,abſcindẽda ex PQ,diameter viſa propoſiti Verticalis PS, vel QR,vt 4.puncta habeãtur P,H,S,I,vel Q,H,R,I,p quæ datus Verticalis deſcribẽdus eſt.

Verticalẽ quemcunq; in ſphæra propoſitũ, deſcribere in Aſtrolabio.

IDEM centrũ Verticalis propoſiti inuenietur,ſi declinatio dati Verticalis duplicata numeretur ex H,verſus T,quãdo datus Verticalis à primario declinat ab ortu in auſtrũ,vel ab occaſu in Septẽtrionẽ;aut ex H, verſus V, qñ Verticalis datus à primario ab ortu in ſeptentrionẽ declinat,vel ab occaſu in auſtrũ,h.e.ſi exiſtente v.g.declinatione gr.30.ſumatur arcus gr.60.vſq; ad M,vel O. Nã rurſus recta IM, vel IO, dabit centrũ R,vel S,q̃ quæritur. Quia n. declinatio,v.g.Hb,æqualis eſt declinationi TL;addito cõi arcu bT,erit arcus bL,quadranti HT,æqualis;ac proinde angulus bKL,rectus erit ex ſcholio prop.27.lib.3.Eucl. h.e.diameter bY, ad diametrũ LO, pp̃edicularis erit.Igitur ex ijs,q̃ in Lem.35.demonſtrauimus, ſi arcui Hb,æqualis accipiatur bM,diuidet recta IM, ſegmentũ PS,à radijs IL,IO,abſciſſum bifariã in R,atq; ita de cæteris. Alij ad inueniendũ centrum cuiuſq; Verticalis in recta PQ, numerant eius declinationem duplicatam ex I, verſus T, vel V,& per finem numerationis ex H,rectam emittunt, quæ rectam PQ, ſecet in centro dati Verticalis: quæ ratio à noſtra non differt. Nam ſi arcus HM, IL,æquales ſint, abſcindent rectæ IM, HL, eandem rectam KR, ex PQ. [b] Fiunt enim duo triangula inter ſe æquilatera,cum angulos ad K, habeant rectos,[c] & angulos ad IH,æquales æqualibus arcubus HM, IL, inſiſtentes, nec non & latera adiacentia IK, HK, æqualia, &c.

Centrum Verticalis dato Verticali in ſphæra reſpondentis reperire in Aſtrolabio.

[b] *26. pri.*
[c] *27. tert.*

RVRSVS idem centrũ in PQ, reperietur, ſi declinatio dati Verticalis numeretur à pũcto β, in ſemicirculo $\mu\beta\xi$, verſus μ, ſi Verticalis ab ortu in auſtrũ,vel ab occaſu in boreã deflectat; aut à β, verſus ξ,ſi ab occaſu in auſtrũ,vel ab ortu in boreã Verticalis deflectat.Recta namq; ex I,per finẽ numerationis educta dabit in PQ, centrũ quæſitum:quia videlicet eiuſmodi declinatio à puncto β, numerata ſimilis eſt eidẽ declinationi, h.e. ſemiſſi duplicatæ declinationis à puncto H,numeratæ.Igitur per Lem.10.recta ex I,ducta ad finem declinationis in ſemicirculo $\mu\beta\xi$,tranſibit per finẽ duplicatæ declinationis in circulo HTIV.Quare cum recta ad duplicatam declinationem ducta in circulo HTIV, cadat in centrum quæſitum, vt oſtẽſum eſt,cadet quoq; recta ad declinationẽ in ſemicirculo $\mu\beta\xi$, ducta in idem centrum. Ita vides rectam Iε, ex I,ductam per finem arcus $\beta\varepsilon$, gr. 60. cadere in P, centrũ Verticalis HaI, qui ab ortu in auſtrum grad.60. totidemq; ab occaſu in boreã deflectit, &c.

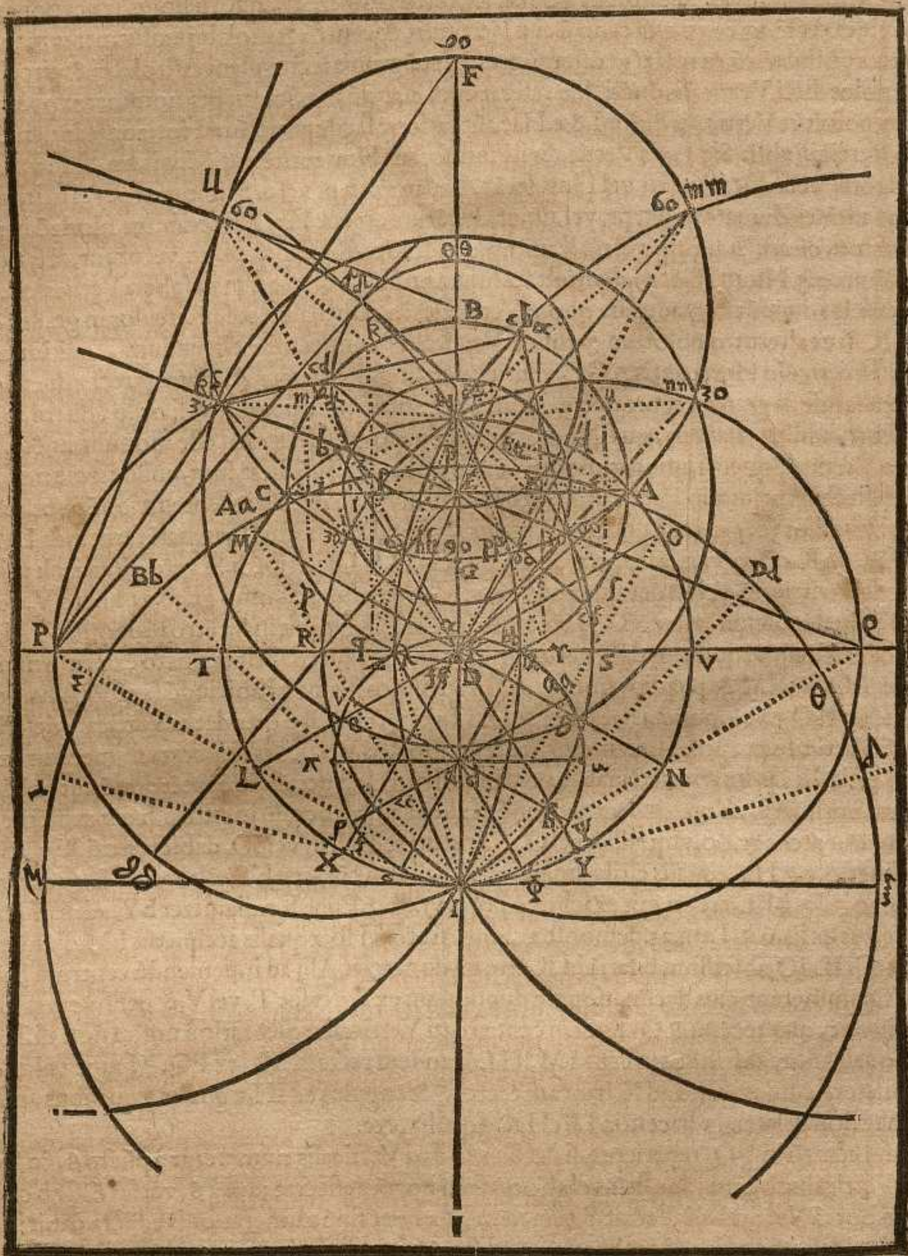
IMMO ſi ex Horizõte abſcindatur arcus declinationis dati Verticalis,initio facto à C,vel A, verſus F,vel G, prout datus Verticalis à primario deflectit ab ortu vel occaſu in auſtrũ,ſiue boreã, habebuntur tria puncta, per quæ ex ſcholio prop.5.lib.4.Eucl. datus Verticalis deſcribendus eſt, quorũ duo in quolibet Verticali ſunt H, I, tertiũ vero eſt illud,quod per declinationẽ Verticalis inuentũ eſt in Horizõte,atq; per punctũ oppoſitũ per diametrũ in Horizonte,q̃ indicat recta ex inuẽto puncto per centrũ Aſtrolabij ducta, neceſſario etiã datus Verticalis trãſibit,ſi in deſcriptione error cõmiſſus nõ fuerit. Sed cõſultius feceris, ſi centrũ priori ratione inueſtiges in recta PQ,vna cũ extremis punctis diametri,quia tunc plura pũcta habentur,p quę deſcribẽdus eſt Verticalis.

11. VICISSIM deſcripto quouis Verticali in Aſtrolabio, cognoſcemus gradus declinationis ipſius à Verticali primario,& quamnam in partem deflectat,hac ratione. Ex H, polo ſuperiore Horizontis, ad punctum interſectionis dati Verticalis cum Horizonte recta ducatur, punctumque ſectionis huius rectæ cum Æquatore notetur. Arcus enim Æquatoris inter hoc punctum, & alterutrũ punctorum A, C, quod videlicet minus diſtat,

Inclinationẽ cuiuslibet Verticalis in Aſtrolabio ad primariũ Verticalem cognoſcere.

metietur declinationem dati Verticalis à primario Verticali, ab ortu quidem versus austrum, si arcus Æquatoris inuentus tendit a C, versus B, vel in septentrionem, si dictus arcus a C, in D, vergit: At vero ab occasu in austrum deflectet, si repertus arcus Æquatoris vergit ab A, versus B; vel in boream, si dictus arcus ab A, recedit in D. Exempli gratia, si datus sit Verticalis llHppI, ducemus rectam Hll, quæ Æquatorem secet in k. Nam arcus Æquatoris Ck, metietur inclinationem dati Verticalis ad primariũ ab ortu in austrum. Quod si ducatur recta Hpp, Æquatorem secans in r, metietur arcus A r, eandem inclinationem ab occasu in boream. Nam idem Verticalis ex vna parte à primario deflectit in austrum, & ex altera in septentrionem, & vtraque inclinatio eundem graduum numerum complectitur.

EADEM inclinatio reperietur hoc modo. Ex I, ad alterutrum punctorum, in quibus datus Verticalis rectam PQ, secat, recta ducatur, punctumque intersectionis huius rectæ cum Verticali primario notetur. Nam arcus inter hoc punctum, & alterutrum punctorum T, V, quod videlicet propius abest, metietur inclinatio-



nem dati Verticalis ad Verticalẽ primarium, ab ortu quidem in austrum, si inuentus arcus à T, vergat versus I; vel ab occasu in septentrionem, si idem arcus ab V, in H, tendat: At vero datus Verticalis deflectet ab ortu in septentrionem, vel ab occasu in austrum, si arcus inuentus vergat à T, versus H, vel ab V, versus I. Vt si datus sit Verticalis PHSI, ducemus rectam IP, vel IS, quæ Verticalem primarium secet in L, vel O. Arcus enim TL, vel VO, dabit inclinationem quæsitam, prior quidem ab ortu in austrum, posterior vero ab occasu in boream. Alij eandem inclinationem hac ratione inuestigant. Ex I, vel H, per centrum dati Verticalis in recta P Q, existens rectam traiiciunt vsque ad Verticalem primarium. Semissis namque arcus ipsius inter dictam rectam, & diametrum IH, interiecti, dabit inclinationem quæsitam. Vt si ex I, per R, centrum Verticalis PHSI, ducatur recta I R, vsque ad M, erit H b, semissis arcus HM, inter rectas IM, IH, positi arcus inclinationis. Et si quidem centrum fuerit ad sinistram rectæ I H, deflectet datus Verticalis ab ortu in austrum, & ab occasu in boream; si vero ad dextram, ab occasu in austrum, vel ab ortu in septentrionem. Sed quoniam non semper Verticales integri

integri descripti sunt, non semper habebimus puncta intersectionum in recta PQ, aut centra; idcirco prior ratio huic posteriori preferenda videtur.

SED fortasse facilius eandem inclinationem nanciscemur, si ex I, per centrum dati Verticalis rectam ducamus vsque ad semicirculum $\mu \beta \xi$. Arcus enim à β, vsque ad illam rectam dabit inclinationem quæsitam, ab ortu quidem in austrum, vel ab occasu in boream, si centrum à K, versus P. tendat; ab occasu vero in austrũ, vel ab ortu in boream, si centrum à K, versus Q, repertum fuerit. Ita vides rectam I θ, per Q, centrum Verticulis HZI, ductam offerre arcum $\beta \theta$, grad. 60. quibus ille Verticalis ab ortu in boream, & ab occasu in austrum à primario Verticali recedit. Prior tamen ratio, qua inclinatio in Horizonte reperitur, magis placet, propterea quod centra Verticalium modico interuallo a Meridiano distantium nimis longe à puncto K, distant.

COMMODISSIME autem eandem inclinationem consequemur, quamuis longissime Verticaliũ centra à puncto K, absint, hoc modo. Quoniam quilibet Verticalis rectam P Q, duobus in punctis secat, vno intra Verticalem primarium inter puncta T, V, & altero extra eundem, ducemus ex I, per eius intersectionem cum recta TV, intra primarium Verticalem, rectam lineam, donec Verticalem primarium, vel semicirculum $\mu \beta \xi$, secet. Arcus enim Verticalis primarii inter T, vel V, & illã rectam, metietur inclinationẽ dati Verticalis ad primarium Verticalem, vt ex iis constat, quæ paulo ante Num. 2. ostendimus. Nam vt ibi demonstrauimus, portiones rectæ PQ, parallelum Horizontis per polum australem ductum referentis respõdent arcubus circuli HTIV, inter easdem rectas ex I, emissas, quod ad numerum graduum attinet. Cum ergo portiones rectæ PQ, contineant gradus, quibus Verticales inter se distant, vt ibi demonstratum est, continebunt etiam arcus circuli HTIV, eosdem gradus, quibus inter se distant Verticales. Et quia eadem recta cum recta IBb, verbi gratia, vel IDd, aufert ex semicirculo $\mu \beta \xi$, semissem arcus Verticalis per Lemma 10. dabit arcus illius semicirculi inter Bb, vel Dd, & rectam illam comprehensus semissem eiusdem inclinationis, ac proinde duplicatus totam inclinationem exhibebit, ab ortu quidem in boream, & ab occasu in austrum, quando datus Verticalis portionem K T, intersecat, vel arcum Horizontis CG; at ab occasu in boream, & ab ortu in austrum, quando intersectio fit in portione KV, vel arcu Horizontis AG. Vt recta IR, ducta ex I, per R, intersectionem Verticalis HRIQ, cum recta KT, aufert ex Verticali primario arcum TM, grad. 30 & ex semicirculo $\mu \beta \xi$, arcum B b, A a, grad. 15. Igitur dictus Verticalis à primario Verticali deflectet ab ortu in boream, & ab occasu in austrum, grad. 30.

Ratio pulcherrima inuestigandæ inclinationis dati Verticalis ad primarium Verticalem.

Quam in partem datus Verticalis in Astrolabio deflectat à Verticali primario cognoscere.

EADEM prorsus ratione inclinationem quorumlibet duorum Verticalium inuestigabimus, si per eorum intersectiones cum recta KT, vel KV, ex I, rectas emittamus, &c. Verbi gratia, recta IR, IZ, intercipiunt Mb, arcũ inclinationis Verticalis *HRI*, ad Verticalem *HZI*, in primario Verticali, vel in semicirculo $\mu \beta \xi$, semissem eiusdem inclinationis inter rectas IR, IZ, & sic de cæteris.

Inclinationem vnius Verticalis ad alterũ in Astrolabio cognoscere.

12. NON aliter describentur circuli latitudinũ stellarum per polos Eclipticę transeuntes, qui videlicet per longitudines stellarum incedentes earum latitudines metiuntur. Nam si Ecliptica in eo situ, quo prop. 5. Num. 7. descripta est, pro Horizonte aliquo sumatur, erit circulus maximus per eius polos, & intersectiones Eclipticæ cum Coluro æquinoctiorum in Æquatore Astrolabii ductus, quem repræsentat circulus A φ C, in figura prop. 5. Nu. 7. ex centro P, descriptus, instar Verticalis primarii. Quare alii describentur, sicut alii Verticales à primario deflectentes, si eorũ centra in recta, quæ per centrum P, ad meridianam lineam PQ, ad angulos rectos ducitur, inueniantur. Sed quia polus inferior nimis procul distat, commodius eorum centra, & diametri in illa recta inuenientur per rectas ex polo propinquiore, vt ex puncto Q figuræ propos. 5. eductas per partes æquales circuli AQC, vel potius (quia is nimis magnus est,) per partes æquales cuiusuis circuli, quamuis exigui, qui circulum A Q C, in Q, attingat. Nam rectæ hæ auferent ex circulo A Q C, arcus similes, ex Lemmate 9. quemadmodum etiam in figura huius propos. rectæ ex I, per arcus circuli $\alpha \pi I \omega$, eductæ transeũt per arcus similes Verticalis primarii ATIV. Aut denique si ex Q, ad quodlibet interuallum semicirculus describatur, dabunt rectæ ex Q per gradus illius semicirculi emissæ centra in eadem illa perpendiculari per P traiecta, quemadmodum de semicirculo $\mu \beta \xi$, paulo ante Numero 4. dictum est.

Circulus maximus per polos cuiusuis alterius circuli maximi in Astrolabio describere.

DENIQVE eadem ratione circulos maximos per polos cuiusuis circuli maximi dati ducemus, si prius primarium circulum, instar Verticalis primarii, describamus per eosdem polos, qui videlicet suos quoque polos, & centrum in eadem recta linea habeat, in qua dati circuli maximi centrum, & poli existunt, transeatque per intersectiones eiusdem cum Æquatore, quemadmodum Verticalis Horizontis primarius polos, ac cẽtrum habet in meridiana linea, in qua poli, & centrum Horizontis existunt, inceditque per communes sectiones Horizontis cum Æquatore, &c.

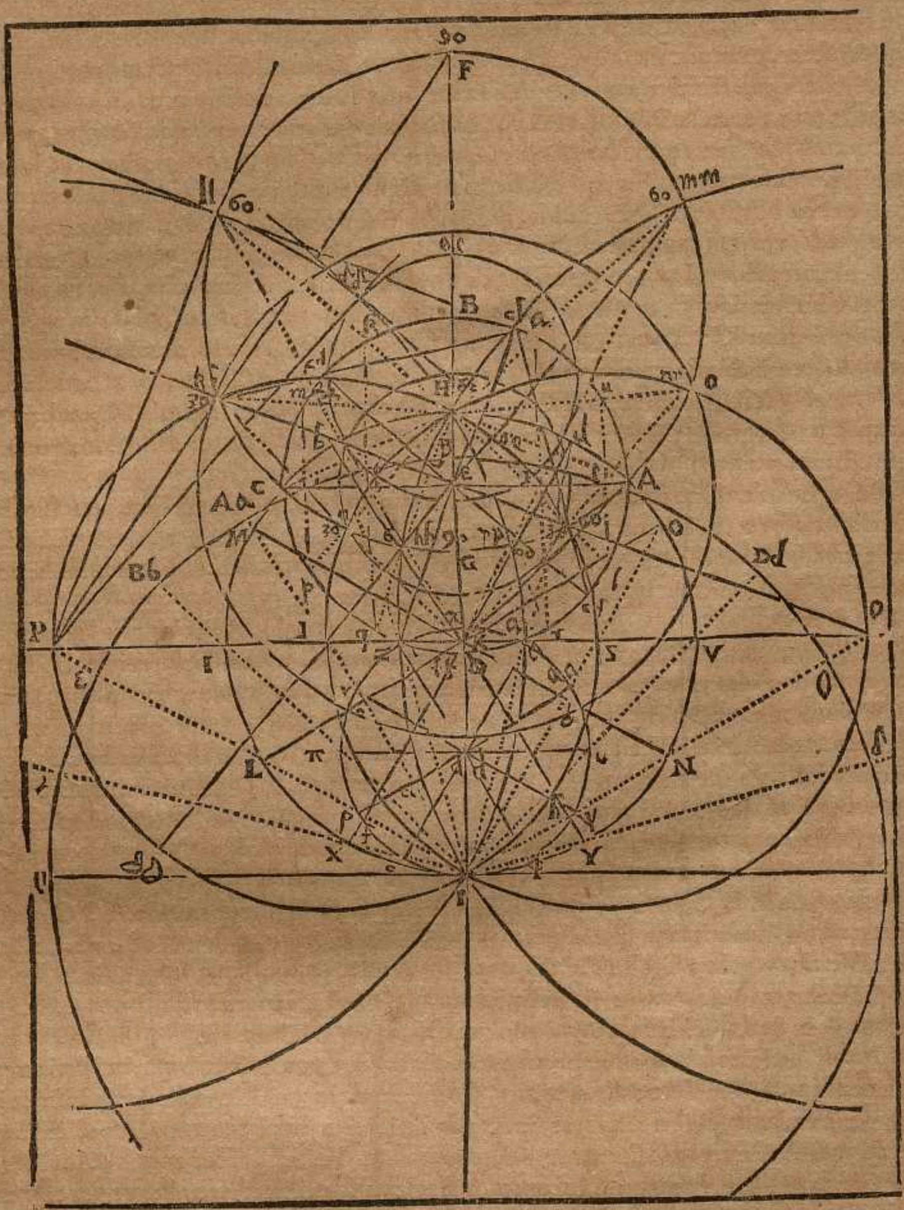
13. QVEMADMODVM autem rectæ lineæ ex K, centro Verticalis primarij per puncta A, C, vbi Horizon, Verticalisq; primarius se mutuo secant, traiectę tangunt Horizontem in A, & C, & rectæ ex B, centro Horizontis ad eadem puncta emissæ tangunt ibidem Verticalem primarium, vt ex propos. 5. Num. 28. & 29. ostensum est, ita quoque in aliis Verticalibus contingit. Nam & recta Pll, ducta ex P, centro Verticalis llHpp, per punctum ll, vbi Horizontem secat, tangit ibi Horizontem, & vicissim recta Bll, ex B, centro Horizontis ad idem punctum intersectionis ducta tangit ibidem dictum Verticalem. Sic etiam recta P p p, ducta tangeret Horizontem in pp, & ibidem recta Bpp, Verticalem prædictum contingeret. Rursus rectæ Rkk, Roo, emissæ, Horizontem tangerent in kk, oo & recta Bkk, Boo, vicissim ibidem Verticalem PHSI, tangerent, & sic de cæteris. Præterea recta quælibet ex centro P, Verticalis llHpp, aufert ad vtramque partem puncti contactus ll, ex Horizonte arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet. Ita vides rectam PkkF, auferre duos arcus llkk, llF, grad. 30. Simili modo recta PC, producta caderet in punctum mm, vt auferret duos arcus llC, llmm, grad. 60. Et recta PG, producta transiret per oo, vt ex vtraque parte puncti contactus pp, abscinderet duos arcus ppG, ppoo, grad. 30. Atque ita de cæteris.

Rectas ex centro cuiusuis Verticalis ad intersectionem eius cum Horizonte ductas, Horizontẽ tangere, &c.

PARI ratione si ex centro $\epsilon \epsilon$, descriptus sit parallelus Horizontis $\delta \delta \gamma \gamma$, quicunque secans Verticales llHpp, PHSI, in $\delta \delta \gamma \gamma$, tanget recta P $\delta \delta$, parallelum in $\delta \delta$, recta autem $\epsilon \epsilon \lambda \lambda$, Verticalem llHpp, in eodem puncto $\lambda \lambda$. Item recta R $\gamma \gamma$, eundem parallelum tangeret in $\gamma \gamma$, at vero recta $\epsilon \epsilon \gamma \gamma$, Verticalem PHSI, in $\gamma \gamma$, vicissim tangeret. & sic de cæteris. Præterea quælibet recta ex P, centro Verticalis llHpp, ducta aufert ad

Rectas ex centro Verticalis cuiusuis ad eius intersectionem cũ vtramq; partem puncti contactus ꝺꝺ, ex parallelo Horizontis arcus æquales, quod ad numerũ graduum atti-net; adeo vt recta P γγ. producta caderet in θθ, cum quilibet arcuum δδγγ, ꝺδθθ, gr.30. complectatur. Et sic de cæteris. Itaque si inuentum sit B, centrum Horizontis in Astrolabio descripti, & ab eo educta quæuis recta B ll, ad circumferẽtiam vsque, [a] cadet ll P, ad B ll, perpendicularis, in P, centrum Verticalis per ll, describendi: propterea quod B ll, eum Verticalem in ll, tangit, vt dictum est. Vicissim si ex P, centro descriptus sit Verticalis ll H, secans Horizontem in ll, & ad ductam rectam P ll, excitetur perpendicularis ll B, cadet hæc in B, centrum Horizontis: quod & P ll, in ll, Horizontem tangat. Rursus si ex P, centro Verticalis ll H, ad δꝺ, vbi is Verticalis parallelum Horizontis secat, recta ducatur tangens, vt dictum est, parallelum in ꝺꝺ, cadet δδ εε, ad P δδ, perpendicularis in εε, centrum paralleli. E è contrario, si ex εε, centro paralleli ad ꝺδ, vbi Verticalis ll H, parallelum secat, recta emittatur, cadet δδ P, ad εε δδ, perpendicularis, in P, centrum dicti Verticalis. Idemque de omnibus alijs Verticalibus, parallelisque, & eorum centris dicendum est.

[a] 19. tert.



HÆC autem omnia ita demonstrabimus. Concipiatur parallelus ωπ I ω, Horizontis per polum australem I, ductus proprium habere situm in sphæra, ita vt existente circulo ABCD, qui nunc pro Meridiano Horizontis sumatur, ipsi plano Astrolabij ad angulos rectos, punctũ I, cum polo australi A, congruat. Et quia in tali situ recta ϱ aa, cõmunis sectio est dicti paralleli ωπ I ω, & Verticalis circuli 30. gradibus ab ortu in austrum à primario Verticali deflectentis, quem in Astrolabio circulus PHSI, refert; (quæ res facile intelligetur, si polus australis à tergo Astrolabij cogitetur esse collocatus, vt supra Num. 1. huius propos. diximus.) circulus autem maximus per polos mundi, & polos dicti Verticalis ductus, qui nimirum ad eum instar proprij Meridiani, rectus sit, per rectam I cc R, ducitur, facitque in Astrolabio sectionem gg ee, & communis sectio eiusdem huius circuli maximi, & dicti Verticalis per punctum cc, transit, ita vt I cc, ex polo australi I, in eo situ educta ad eam communem sectionem, hoc est, ad veram diametrum dicti Verticalis sit perpendicularis, cadatque in R, centrum eiusdem Verticalis in Astrolabio, quæ omnia paulo ante Num. 7. demonstrata sunt: sit, vt planum per rectam I cc R, in eodem illo situ ductum, & circa eandem rectam circumuolutum [b] rectum semper sit ad prædictum Verticalem, efficiatque in Horizonte communes sectiones inter se parallelas, quę æquales arcus hinc inde à communi sectione Horizontis cum eodem Verticali abscindant, vt in Lemmate 25. demonstratum est, nisi quando planum illud per rectam I cc R, ductum ad extremitates communis sectionis Horizontis cũ dicto Verticali peruenerit. Tunc enim cessat omnis sectio, & planum ipsum in ijs extremitatibus vtrumque circulum,

[b] 18. vndec.

hoc

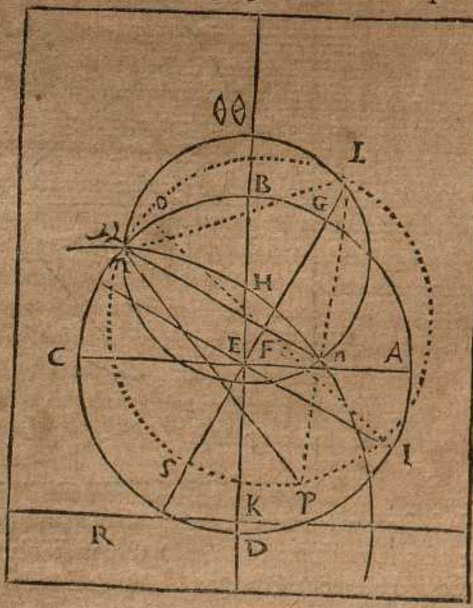
hoc est, tam Horizontem, quam dictum Verticalem continget; non secus ac de plano per rectam IK, vel AK, ducto supra dictum est propos. 5. Num. 24. & 28. Quare cum planum illud in Astrolabij plano faciat rectas per R, centrum transeuntes, ex propos. 1. Num. 1. repræsentabunt rectæ ex R, eductæ planum illud circumuolutũ secabuntque Horizontem in iisdem punctis, in quibus ab eo plano secatur; ac proinde ex vtraque parte Verticalis kkHoo, æquales arcus ex Horizonte abscindent, eundemque in punctis kk, oo, contingent, vt etiam propos. 5. Num. 28. diximus. Quamuis autem planum prædictum circa rectam IR, circumductum diuidat communem sectionem Horizontis, & dicti Verticalis in sphæra, in punctis, per quæ ducuntur rectæ ex singulis gradibus Horizontis ad eam sectionem perpendiculares, non tamen propterea in Astrolabio eorundem circulorum communis sectio visa kkoo, similiter diuidi potest, cum hæc ab illa in sphæra differat, eidemque non sit parallela: Quod idcirco dixerim, ne putes, Horizontem in gradus posse distribui per rectas ex centro R. per puncta rectæ ductæ kkoo, diuisæ ea ratione, quam in Lemmate 8. tradidimus, emissas.

14. QVOD si puncta rectæ kkoo, inuenire quis cupiat, per quæ rectæ ex centro R, eductæ Horizontem in gradus distribuant, initio facto à punctis contactuum kk, oo, producenda erit recta kkoo, per centrum E quæ communis sectio erit plani Astrolabij, Æquatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & cõmunes sectiones Horizontis, & prædicti Verticalis ducti, [a] & qui rectus est ad Verticalem hhHmm, per polos Verticalis dicti kkHoo, ductum; cum & ipse circulus per kkoo, ductus transeat per kk, & oo, polos Verticalis hhHmm. Nam cum hic transeat per polos illius, transibit ille vicissim per huius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. qui quidem omnes sunt in Horizonte. Deinde ad kkoo, excitanda per E, centrum perpendicularis cbZ, quæ axem mundi referet, si circulus ABCD, pro circulo illo maximo sumatur, qui per polos mundi ductus sectionem in plano Æquatoris facit rectam kkoo. Postremo si ex polo cb, per puncta extrema kk, oo, diametri Verticalis visæ radij ducantur, secabitur circulus ABCD, in punctis cd, cf, per quæ vera diameter Horizontis (quæ videlicet communis sectio est ipsius, & prædicti Verticalis kkHoo, in sphæra) ducenda est cdcf, & quæ ita diuiditur à plano illo per rectam IR, ducto, & per singulos gradus Horizontis circumuoluto, vt diuisa est linea in Lemmate 8. Quapropter si diameter hæc cdcf, ea ratione diuidatur, & per puncta diuisionum ex polo cb, rectæ emittantur, secabitur diameter visa kkoo, in punctis, per quæ si rectæ traiiciantur ex centro R, Horizon in gradus distribuetur. Huius diuisionis exemplum nullum attulimus, ne nimis magna confusio punctorum, & linearum in figura oriretur, præsertim vero, quia & longior est, & nullus fere eius vsus existit, nisi quis eam adhibere velit, vt experiatur, num cum prioribus diuisionibus consentiat, necne.

Puncta reperire in cõmuni sectione cuiusuis Verticalis cum Horizonte, per quæ si rectæ ducãtur ex centro illius Verticalis, Horizõ in gradus distribuatur.

a 15.1.The.

15. EADEM prorsus ratione planum illud per rectam IR, ductum, & circumuolutum secabit parallelos Horizontis in gradus, eosque tanget in punctis, vbi Verticalis dictus eosdem secat, idemque prorsus efficient rectæ ex centro R, emissæ, quippe quæ planum illud circumductum repræsentent, vt dictum est: Sed hic difficilior est inuentio punctorum in diametro visa cuiusque paralleli Horizontis, per quæ rectæ ex centro R, ducendæ sunt, vt ipse parallelus in gradus distribuatur: quæ tamen (si quis forte eo modo parallelos Horizontis diuidere desideret, vt videlicet experimento etiam discat, quam concinne cum superioribus congruat.) sic instituetur. Ex centro E, ad γγn, diametrum visam parralleli θθγγn, hoc est, ad communẽ sectionem paralleli dicti, & Verticalis γγHn, in Astrolabio siue productam, siue non productam, ducatur diameter perpendicularis EFG, (vt in apposita figura apparet) quæ circulum maximum referet ductum per polos mundi, ac per polos circuli non maximi, qui per polum australem, & diametrum veram dati paralleli, quæ est communis sectio Verticalis propositi, & paralleli Horizontis in sphæra, ducitur, ac proinde in Astrolabio sectionem γγn, efficit. [b] Nam cum circulus ille maximus ad hunc non maximum, & ad Æquatorem rectus sit, erunt vicissim hi duo ad illum maximum recti. [c] Igitur & communis eorum sectio γγn, ad eundem perpendicularis erit; Ideoque & ad communem sectionem eiusdem cum Æquatore, siue cum Astrolabij plano perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde recta EF, ad γγn, perpendicularis erit, communis sectio plani Astrolabij, & dicti circuli maximi. Deinde ad EG, excitetur diameter perpendicularis EI, quæ axem mundi referet, si circulus ABCD, intelligatur esse rectus ad planum Astrolabii, vel Æquatoris, & I, polus erit australis: ex quo si per F, traiiciatur recta IFO, erit ea diameter circuli illius non maximi per polum australem I, & diametrum veram paralleli dati in sphæra ducti, facientisque in Astrolabio diametrum visam γγn, eiusdem paralleli; cum ille circulus occurrat plano Astrolabij in F. Hinc enim fit, vt [c] cum circulus ille secetur bifariam à circulo maximo per eius polos ducto, & faciente sectionem in Astrolabio EFG, recta IF, in illo circulo maximo existens transeat per eius centrum, propterea quod maximus ille eum secat per rectam IF; ac propterea tota IFO, sit eiusdẽ diameter. Post hæc, sumpta in EG, producta recta FL, ipsi FI, æquali, abscindatur LS, diametro inuentæ IO, æqualis, & circa eam circulus LmSp, describatur, qui erit ille non maximus per polum australem ductus, & per communem sectionem Verticalis, & paralleli propositi in sphæra, vt constat, si concipiatur circa γγn, deorsum moueri versus austrum, (manente Æquatore ABCD, in proprio situ, ita vt superficies, in qua descriptus est, in boream vergat, & A, ad occidens, & C, ad oriens spectet.) donec L, cum polo australi coniungatur. Tunc enim circulus dictus per polum australem transibit, [e] rectusque erit ad maximum circulum per

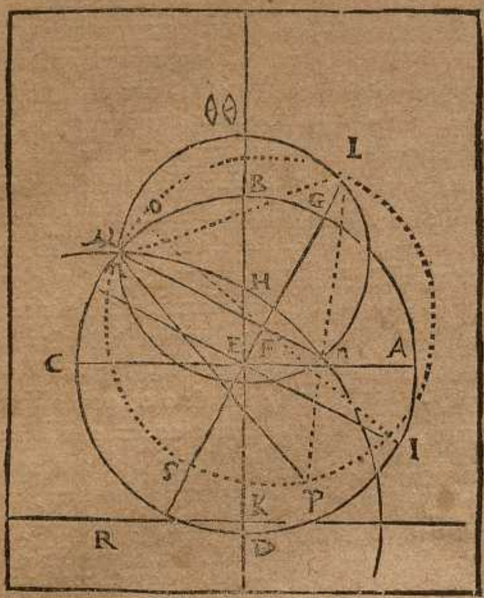


Puncta reperire in cõmuni sectione cuiusuis Verticalis cum quolibet parallelo Horizontis, per quæ si rectæ ducantur ex centro illius Verticalis parallelus in gradus distribuatur.

b 15.1.The.
c 19. vnde.
d 15.1.The.
e 18. vnde.

 polos

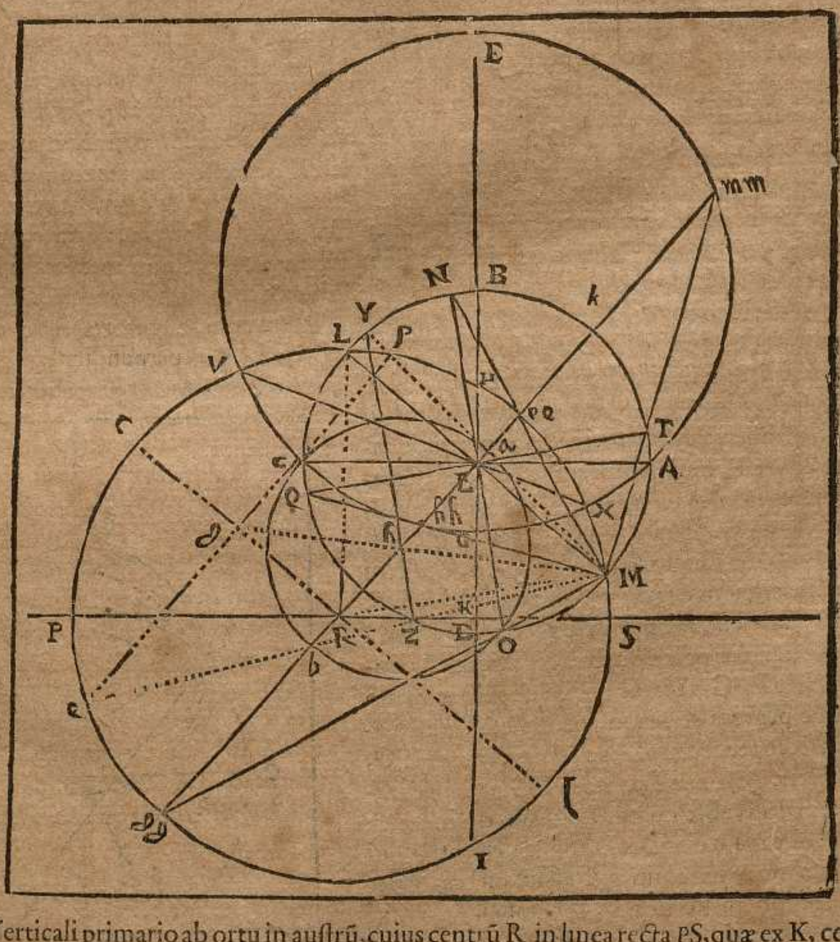
polos mundi, & per eius polos ductum, facientemque ſectionem GE; cum ducatur per $\gamma\gamma$ n, quam perpendicularem oſtendimus ad circulum maximum per E G, ductum. Cum ergo habeat diam trum ſuam propriam L S, liquet, eum eſſe illum circulum, quem diximus. Vt ergo in hoc circulo inueniamus diametrum veram paralleli dati, hoc eſt, communē ſectionem eius cū dato parallelo, & Verticali, ducendi ſunt radij L $\gamma\gamma$, L n, ſecantes circulum dictum in m, p. Nam recta m p, erit ea diameter, cum radij per eius extrema ducti exhibeant diametrum viſam $\gamma\gamma$ n. Hæc igitur diameter mp, à plano ſupradicto per polum auſtralem L ductum diuiditur, vt in Lemmate 8. dictum eſt. Quare ſi eo modo diuidatur, & per ſectionum puncta ex L, polo auſtrali rectæ egrediantur, ſecabitur diameter viſ. $\gamma\gamma$ n, in punctis, per quę rectæ ex centro R, emiſſæ ſecabunt parallelum $\theta\theta\gamma\gamma$, in gradus, cum repræſentēt planum illud per ſingulos gradus eius paralleli in ſphæra circumductum. Porro diameter inuenta m p, ſi erratum non eſt æqualis eſſe debet diametro S T, eiuſdem paralleli in figura prima propoſ. 6. ſi tamen Æquator illius figuræ Æquatori huius figuræ A B C D, æqualis ſit. Eademque ratio eſt de alijs parallelis.



QVOD autem dictum eſt de Verticali PHSI, & de rectis ex eius centro R, eductis, int lligendum quoque eſt de alijs Verticalibus, ac rectis ex eorū centris egredientibus: Immo idem facile ad alios etiam circulos maximos transferri poterit, nimirum ad Eclipticam, & circulos maximos, qui per eius polos ducuntur, &c. Nam ibi etiam rectæ ex centro cuiuſque circuli maximi per polos Eclipticæ ducti emiſſæ tangent Eclipticam, eiuſque parallelum quemcunque in punctis, in quibus à dicto circulo maximo ſecantur, &c.

16. QVIA vero quilibet circulus maximus in Aſtrolabio deſcriptus diuidere debet Æquatorem in duos ſemicirculos æquales, vt in ſcholio prop. 5. Num. 6. oſtenſum eſt, demonſtrandum eſt, hoc idem facere circulos Verticales hoc loco in Aſtrolabio deſcriptos, adeo vt linea recta coniungens duas interſectiones cuiuſq; Verticalis cum Æquatore ſit diameter Æquatoris, ac proinde Verticalis ipſe per duo puncta Æquatoris per diametrū oppoſita incedat. Sit igitur exēpli cauſa, ex priore figura huius prop. deſcriptus ſ orsū Verticalis PHSI, gr.

Verticalē quemlibet, aut quemuis alium circulum maximum ſecare Æquatorē in Aſtrolabio in duobus punctis per diametrū oppoſitis.



30. deflectens à Verticali primario ab ortu in auſtrū, cuius centrū R in linea recta PS, quæ ex K, centro primarij Verticalis ad meridianā lineā BD perpendicularis ducitur; Æquator ABCD, Horizon AFCG, eiuſq; poli H, I. Ducatur per R, centrū Verticalis dati, & E centrū Aſtrolabij recta ggmm, ſecans Verticalē in ee, quæ cōis ſectio eſt plani Æquatoris, ſiue Aſtrolabij, & circuli maximi ducti per polos mundi, & polos dicti Verticalis, vt in ſcholio propoſ. 3. Num. 4. oſtendimus; & ad eam excitetur ad angulos rectos diameter Æquatoris LM. Dico Verticalem PHSI, trāſire per puncta L, M. Quoniam n. ſi circulus ABCD. in recta ggee, rectus ſtatuatur ad planum Æquato-

Æquatoris, vel Aſtrolabij,[a] ac proinde in eo ſitu per polos Æquatoris, ſiue mundi ducatur; recta LM, axis
mundi eſt, cum perpendicularis ſit ad rectam ggee, in plano Æquatoris, Aſtrolabijue exiſtentem, vt ratio po- a 13.1.The.
ſtulat;[b] (Cum enim axis rectus ſit ad Æquatorem, tranſeatque per centrũ ſphæræ E, erit idem ad rectam ggee,
perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) ſit, vt radii ex polo M, per ee, gg, extremitates diametri viſæ emiſſi ca- b 10.1.The.
dant in N, O, extremitates veræ diametri Verticalis prædicti; adeo vt recta NO, per E, centrũ tranſeat, cum dia-
meter ſit maximi circuli, quem in Aſtrolabio refert circulus PHSI. Si enim alia recta præter NO, diceretur eſſe
diameter prædicti Verticalis, cuius diameter viſa eſt eegg, abſcinderent radij ex polo M, emiſſi per illius diame-
tri extrema puncta, aliam diametrum viſam ex recta gg, mm. quod eſt abſurdum. Eademque ratione diame-
trum veram cuiuſuis circuli ſiue maximi, ſiue non maximi, in Aſtrolabio deſcripti reperiemus, ſi per eius cen- Diametrũ
trum, & centrum Aſtrolabij rectam ducamus, & ad eam in centro Aſtrolabij perpendicularem excitemus. veram cu-
Nam radij cadentes ex alterutro extremorum huius perpendicularis per extrema diametri viſæ dati circuli, iuſuis cir-
(quam ipſe circulus ex recta per vtrumq; centrum ducta abſcindit.) tranſeunt in circulo ABCD, per extremi- culi in A-
tates diametri veræ, vt factum eſt in Verticali PHSI, exemplumq; aliud habes in circulo aCbO, non maximo. ſtrolabio
Si enim per eius centrum h, & centrum E, Aſtrolabij, rectam eductam hE, diameter Æquatoris LM, ad rectos deſcripti,
angulos ſecet, & ex M, (quod pro polo auſtrali ſumatur) per a, b, extrema diametri viſæ a b, radij emittantur, ſiue maxi-
ſecabitur Æquator in Y, Z. Recta ergo YZ, erit vera diameter circuli non maximi aCbO. Eademque eſt in cæ- mi, ſiue nõ
teris ratio. Cogitetur iam circulus ABCD, cum ſuis lineis iterum iacere in plano Aſtrolabij;[c] eritque angulus maximi,
NMO, in ſemicirculo, hoc eſt, angulus ee, M gg, rectus. Igitur circulus circa diametrum ee, gg, deſcriptus, per inuenire.
punctum M, tranſibit ex ſcholio propoſ. 31. lib. 3. Eucl. Ducantur ex L, M, ad centrum R, rectæ LR, MR. Et c 31.tert.
quoniam duo latera ER, EM, duobus lateribus ER, EL, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales, vtpote
rectos;[d] erunt quoque baſes RM, RL, æquales, Cum ergo RM, ſit ſemidiameter Verticalis, cum oſtenſum d 4.pri.
ſit, eum tranſire per M; erit etiam RL, ſemidiameter eiuſdem, ac proinde idem Verticalis per L, incedet. Tranſ-
it igitur Verticalis PHSI, per puncta L, M, ac proinde Æquatorem in eiſdem duobus punctis per diametrum
oppoſitis diuidit. quod eſt propoſitum. Idemque de omnibus alijs Verticalibus, immo de quocunque circulo
maximo deſcripto in Aſtrolabio, demonſtrabitur: id quod etiam in ſcholio propoſ. 5. Num 3. monuimus. Et
quoniam maximi circuli in ſphæra ſe mutuo ſecant bifariam, continget idem in circulis Aſtrolabij circulos
maximos repræſentantibus, ac propterea arcus LeeM, LggM, ſemicirculos propoſiti Verticalis referent, in
quos nimirum ab Æquatore diuiditur.

17\. ET quoniam poli cuiuſuis circuli maximi quadrante ab eo abſunt, ex coroll. propoſ. 16. lib. 1.
Theod. ſi circulus ABCD, intelligatur in ſphæra rectus ad Verticalem, quem circulus PHSI, repræſentat;[e] ac
proinde per eius polos tranſeat; puncta Q, T, diuidentia ſemicirculos NQO, NTO, (quos vera diameter e 13.1. The.
NO, Num. 16. inuenta abſcindit.) bifariam in binos quadrantes, poli erunt eiuſdem Verticalis, apparebuntque
in Aſtrolabio per radios MQ, MT, in punctis hh, mm, quæ puncta in Horizonte exiſtent. Cum enim quilibet
Verticalis per polos Horizontis tranſeat, tranſibit viciſſim Horizon per illius polos, ex ſcholio propoſ. 15. lib. 1.
Theod. ac proinde poli hh, mm, in Horizõte exiſtunt, & in eiſdem Horizontẽ interſecabit Verticalis ZHmm,
gradibus 90. à Verticali PSHI, diſtans, vel grad. 60. à primario Verticali in boream, ab ortu recedens, vt in pri-
ma figura huius propoſ. apparet.

NON aliter polos cuiuſuis alterius Verticalis, vel cuiuslibet circuli maximi in Aſtrolabio deſcripti, vel
non maximi, inueniemus, ſi ſegmenta Æquatoris, quæ à vera diametro circuli inuenta, vt Num. 16. docui- Polos cu-
mus, abſcinduntur, ſecemus bifariam. Hæc namque puncta ſectionum, veri poli erunt dati circuli, ad iuſq; Ver-
quos ſi ex polo auſtrali, ex quo inuenta fuit diameter vera, radij emittantur, ſecabitur recta per centrum circu- ticalis, vel
li, & centrum Aſtrolabij educta, in polis eiuſdem circuli apparentibus: Vt factum eſt in Verticali PHSI, ex- alteri⁹ cir-
emplumque aliud habes in circulo aCbO, non maximo. Nam puncta Q, T, diuidentia arcus YQZ, YTZ, à culi ſiue
vera diametro YZ, Num. 16. inuenta abſciſſos bifariam, erũt poli veri, radij autem MQ, MT, polos apparen- maximi,
tes, ſeu viſos hh, mm, indicabunt in recta hE, per centrum h, ipſius circuli nõ maximi, & per E, centrum Aſtro- ſiue nõ ma-
labij extenſa. Eademqe ratio eſt in omnibus alijs circulis tam maximis, quam non maximis. ximi, in A-

QVOD ſi alter polorum duntaxat deſideretur, verbi gratia, ſuperior, qui nimirum intra Æquato- ſtrolabio
rem cadit, (qui plerumque ſolus requiritur in vſu Aſtrolabij) inuenietur is nullo fere negotio in maximo cir- deſcripti,
culo, etiamſi neq; totus circulus deſcriptus ſit, neque eius diameter vera inuenta hoc modo. Sit datus tan- inuenire.
tum arcus HS, ſecans Æquatorem in M. (Nam ſi non ſecet, producendus erit, donec eum ſecet,) Ducatur ex Polos cu-
eius centro R, per E, centrum Aſtrolabij recta RE, ſecans arcum datum in ee: (quod ſi non ſecet, producendus iuſuis cir-
erit, donec ſecet.) & per ee, ex M, puncto, vbi datus arcus Æquatorem ſecat, aut in quod cadit diameter Æqua- culi maxi-
toris LM, ad R ee, perpendicularis, ducta recta M ee, ſecante Æquatorem in N, ſumatur arcus N Q, quadranti mi, etiamſi
Æquatoris AB, æqualis, ita vt recta ducta MQ, rectam R ee, intra Æquatorem ſecet in hh. Nam hoc punctum non ſit to-
ſectionis hh, polus erit dati circuli maximi. Quoniam enim recta R ee, communis ſectio eſt plani Aſtrolabij, tus deſcri-
& circuli maximi per mundi polos, & dati circuli polos ducti, vt propoſ. 3. Num. 4. oſtendimus, ſumi poterit M, ptus in A-
pro polo auſtrali, ſi circulus ABCD, rectus intelligatur ad planum Aſtrolabij, Æquatoriſue, ac proinde ſtrolabio
radius M ee, in N, extremum veræ diametri cadet. Cum ergo polus ab ea abſit quadrante circuli, erit Q, po- reperire.
lus, &c. Si ſumatur quadrans NT, ex altera parte, dabit radius MT, polum alterum mm, inferiorem ſcilicet,
qui extra Æquatorem cadit.

ALITER inuenietur polus intra Æquatorem, nulla habita ratione circumferentiæ circuli maximi.
Si enim ducta LM, ad RE, perpendiculari, angulus EMR, ſecetur bifariam per rectam MQ, ſecabitur RE, in po-
lo hh, vt propoſ. 5. Num. 12. oſtendimus.

18\. PRÆTEREA [f] cum omnes circuli maximi in ſphæra ſe mutuo bifariam ſecent, neceſſe eſt, idẽ
contingere in Aſtrolabio: adeo vt, duobus circulis in Aſtrolabio, qui maximos circulos repræſentent, ſe mutuo f 11.1.The.
ſecantibus, recta linea eorum interſectiones coniungens, diametrum eorum communem referat, tranſeat-
que propterea per centrum Aſtrolabij, cum omnes diametri circulorum maximorum per centrum ſphæræ,
quod à centro Aſtrolabij, vt propoſ. 5. Nu. 4. oſtenſum eſt, nõ differt, tranſeant. Ita vides in ſuperiori proxima fi-

 gura

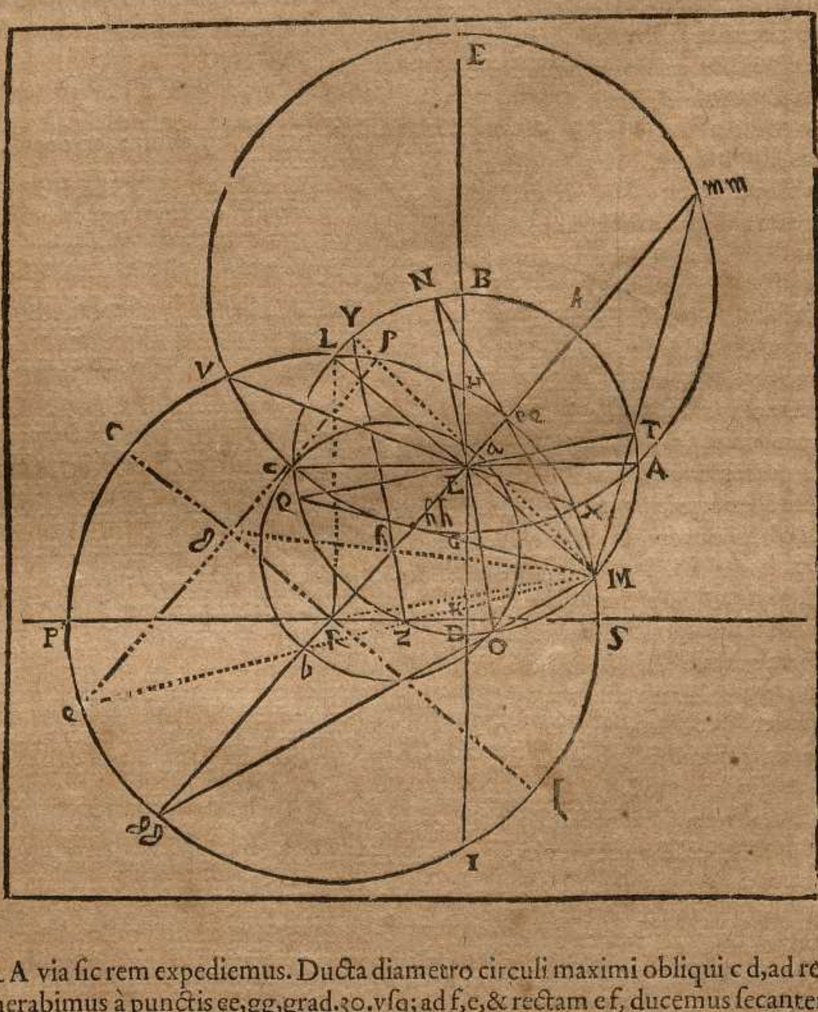
gura duos circulos maximos AFCG, PHSI, se mutuo secare per rectam VX, per centrum Astrolabij E, traiectam. Quod omnino necessarium esse, ita Geometrice demonstrabimus. Quoniam vterque circulus maximus est, secabit vterque Æquatorem bifariam in binis punctis per diametrum oppositis, vt paulo ante in hac eadem propos. Num. 16. & in scholio propos. 5. Num. 6. ostendimus, transibitque propterea vtraque recta AC, LM, coniungens eorum cum Æquatore intersectiones, per E, centrum Astrolabij. Dico igitur rectam quoque VX, quæ eorum intersectiones connectit, per idem centrum E, transire, hoc est, rectam VE, productam cadere in alteram intersectionem X. Secet enim recta VE, producta alterum eorum, v. g. circulum AFCG, in X. Dico alterum circulum PHSI, per idem punctum X, transire, ideoque ibidem ambos se mutuo intersecare, hoc est, rectam VE, productam in intersectionem communem X, cadere. Nam cum rectæ VX, AC, in circulo AFCG, se intersecent in E; [a] erit rectangulum sub VE, EX, rectãgulo sub AE, EC, æquale; sed huic posteriori, eandem ob causam æquale est rectangulum sub LE, EM, quod rectæ AC, LM, in circulo ABCD, se quoque intersecent in E. Igitur & rectangulum sub VE, EX, rectangulo sub LE, EM, æquale erit, ac proinde ex scholio propos. 35. lib. 3. Eucl. circulus PHSI, per tria puncta V, L, M, descriptus, transibit necessario per quartum punctum X; ideoque punctum X, in vtroque circulo AFCG, PHSI, existet. Recta ergo VE, producta in X, communem illorum circulorum intersectionem cadit. quod erat demonstrandum.

Rectã, quæ intersectiones quorũlibet duorũ circulorũ maximorũ in Astrolabio coniungit per centrũ Astrolabij transire.

[a] 35. tert.

Parallelos cuiusuis Verticalis, aut alteri⁹ circuli maximi in Astrolabio describere.

19. PORRO vt videas, quo pacto cuiuslibet circuli maximi obliqui in Astrolabio descripti, parallelus describatur, vt propos. 6. Num. 20. monuimus, non abs re erit, id vno aliquo exemplo declarare. Sit ergo describendus parallelus cuiuscunque circuli maximi obliqui, verbi gratia, Verticalis PHSI, qui grad. 30. ab eo recedat versus polum hh. Et quia quatuor vijs id fieri potest, prima via ita agemus. Inuenta diametro vera NO, circuli obliqui maximi PHSI, vt Num. 16. traditum est, numerabimus ab ea versus Q, ex vtroque extremo grad. 30. vsque ad Y, Z, vt duci possit diameter paralleli propositi YZ. Nam si ex M, polo australi radij ducantur per Y, Z, abscindetur visa diameter paralleli a b, qua diuisa bifariam in h, describetur ex h, per a, b, parallelus propositus, vt in figura proxime apparet.



ALTERA via sic rem expediemus. Ducta diametro circuli maximi obliqui c d, ad rectam ee, gg, perpendiculari, numerabimus à punctis ee, gg, grad. 30. vsq; ad f, e, & rectam e f, ducemus secantem c d, in g. Nam radij Me, Mf, abscindent eandem diametrum visam a b, recta autem Mg, centrum h, exhibebit, &c.

TERTIA via idem parallelus describetur, si ex polo australi M, circulus cuiusuis magnitudinis describatur, & reliqua fiant, quæ propos. 6. Num. 8. præcepimus.

QVARTA via eundem delineabimus, si prius per polos hh, mm, circuli maximi obliqui, circa diametrum hh, mm, circulus maximus describatur, qui instar erit Verticalis primarij dati circuli obliqui. Nam si in eius quadrante inter hh, & L, intercepto sumatur gradus 30. à puncto hh, incipiendo, vt prop. 5. Num. 18. docuimus, & per eum gradum lineam, quæ illum circulum tangat, ducamus, cadet ea in h, centrum paralleli, &c.

Centrum Astrolabij, centrũ circuli obliqui maximi, eiusque parallelorũ centra, & eiusdẽ polos, in vna recta linea existere in Astrolabio.

OBITER quoque animaduertendum est, omnia hæc puncta, centrum Astrolabij, vel mundi; centrum circuli obliqui maximi cuiusuis, vel etiam eius paralleli cuiuslibet; & duos eiusdem polos, in vna eademque recta linea existere: adeo vt recta per duo eiusmodi puncta eiecta transeat omnino per reliqua duo puncta. Ita vides in proxima figura in recta gg mm, existere E, centrum Astrolabij; R, centrum Verticalis PHMI: h, cenh, centrum paralleli aCbO, eiusdem Verticalis; & duos eiusdem polos hh, mm. Ratio est, quia recta per centrum Astrolabij, aut centrum circuli obliqui ducta, repræsentat communem sectionem plani Astrolabij, Æquatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos descripti circuli obliqui, instar proprij Meridiani, ducitur, vt in scholio propos. 3. Num. 4. ostendimus.

Parallelos cuiusuis circuli maximi obliq. boreales ab australibus secernere.

20. PARALLELI autem cuiuslibet circuli maximi obliqui, quorum diametri visæ intra ipsum circulum obliquum continentur in eius diametro visa eegg, spectant ad boream, propter polum borealem E, qui intra eundem circulũ existit. Hinc enim fit, vt tota hæc facies circuli obliqui, borealis dicatur: Paralleli autem extra circulum maximum obliquum descripti, ad austrum pertinent, ob contrariam causam. Ex quo rursũ efficitur, diametros parallelorum in semicirculo NQO, spectare ad parallelos boreales, in semicirculo autem NTO, ad australes; quia illæ proiiciuntur in diametrum visam ee gg, ita vt singulæ partes sint diametri ee gg, & ipsi paralleli intra circulum maximum obliquum describantur; hæ vero vel proiiciuntur in diametros maiores, quam ee gg, ita vt earum circuli descripti circulum obliquum ambiant, quales sunt diametri parallelorum, quorum distantia à diametro NO, minor est arcu OM; vel in diametros, quæ totæ extra circulum obliquum in recta ee gg, producta versus austrum ad partes mm, reperiuntur, cuiusmodi sunt diametri parallelorum, quarum distantia à diametro NO, maior est arcu OM.

Parallelus cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio descriptus, quantum ab ipso maximo circulo distet, & in quam in partẽ vergat, cognoscere.

21. E CONTRARIO si parallelus aliquis circuli obliqui in Astrolabio descriptus sit, facili negotio cognoscemus, quanto interuallo ab ipso circulo maximo in sphæra vel versus boream, vel austrum versus absit. Sit enim descriptus parallelus aCbO, circuli obliqui PHSI, ex centro h. Per h, & centrum Astrolabij E, traiecta recta, hE, excitetur ad eam perpendicularis diameter Æquatoris LM, quæ axem mundanum referet, vt supra Num. 16. dictum est. Deinde ex M, polo australi per a, b, extrema puncta diametri visæ paralleli rectæ emittantur Ma, Mb, secantes Æquatorem in Y, Z. Nam recta YZ, (quæ omnino parallela erit ipsi NO, si erratum non sit.) erit diameter dati paralleli in sphæra, eiusque distantiam à diametro NO, circuli maximi, arcus NY, OZ, metientur, vel versus boream, vel austrum versus, prout arcus dicti versus Q, vel T, reperti fuerint.

Altitudinẽ poli supra quẽuis circulum maximum obliquũ eiusdemque circuli inclinationem ad Æquatorẽ explorare.

22. AMPLIVS ducta recta RE, per centrum circuli maximi obliqui in Astrolabio descripti, & per centrum Astrolabij, si ad eam erigatur diameter Æquatoris ad angulos rectos LM, ac per radios M ee, M gg, reperiatur diameter vera NO, circuli dati obliqui in sphæra; erit OM, vel NL, arcus altitudinis poli supra eundem circulum maximum obliquum. Nam si circulus ABCD, sumatur pro circulo Analemmatis per polos mundi, & polos circuli obliqui per circulum PHSI, repræsentati ducto, poli mundi sunt L, & M, vt Num. 16. dictum est, & NO, communis sectio eiusdem circuli obliqui, & circuli Analemmatis ABCD, vt ibidem ostendimus. Inclinatio autem eiusdem circuli obliqui ad Æquatorem erit arcus Nk, nimirum complementum altitudinis poli LN; cum complementum altitudinis poli supra quemcunque circulum maximum, sit inclinatio eiusdem ad Æquatorem, vt constat.

Facilior inuentio altitudinis poli supra datũ circulũ maximum in Astrolabio eiusdemq; inclinationis ad Æquatorem.

SED breuius & altitudinẽ poli supra quemlibet maximum circulum obliquum, & eius inclinationem ad Æquatorẽ inuestigabimus, etiamsi vera eius diameter inuenta nõ sit, hoc modo. Ducta per eius centrum, & centrũ Astrolabij, recta RE, & ad eã in centro E, excitata perpendiculari LM, ducemus per ee, intersectionem dati circuli cum recta RE, rectã M ee, secantem Æquatorem in N. Arcus n. Nk, inter punctũ hoc N, & intersectionem rectæ RE, cum Æquatore, erit inclinatio dati circuli ad Æquatorem, cũ ei respondeat portio ee k, vt propos. 1. Num. 5. ostendimus, quæ quidem arcum circuli maximi refert, qui per polos mundi, & polos dati circuli ducitur, & quem recta gg mm, exprimit: Constat autem, arcum huius circuli maximi inter Æquatorẽ & datum circulum, interiectum, nimirum, ee k, inclinationem dati circuli ad Æquatorem metiri. Ex quo fit, & arcum Nk, qui æqualis est arcui ee k, eandem inclinationem metiri. Altitudo autem poli supra eundem circulum datum, erit arcus NL, complementum arcus Nk. Atque hac eadem ratione altitudinem poli supra quemcunque circulum maximum obliquum in Astrolabio descriptum, eiusdemque inclinationem ad Æquatorem reperiemus.

Æquatorẽ ex quouis circulo, qui dicatur maximum aliquem circulũ obliquũ repræsentare in Astrolabio, describere.

23. POSTREMO dato quouis circulo maximo tam ad Æquatorem quam ad Meridianum obliquo, siue is Verticalium aliquis sit, siue non, describemus ex eo Æquatorem Astrolabij, si tamen altitudo poli supra ipsum, vel inclinatio eius ad Æquatorem cognita fuerit, hoc modo. Sit datus circulus maximus quicunque obliquus L ee, M gg, cuius centrum R, per quod ducta sit vtcunque diameter gg ee. Si igitur ex ee, in vtramque partem numeretur altitudo poli supra dictum circulum, siue complementum inclinationis ipsius ad Æquatorem, vsque ad LM, iungaturque recta LM, quæ in E, bifariam secabitur, ex scholio prop. 27. lib. 3. Eucl. eritque diameter Æquatoris quæsiti, adeo vt circulus ABCD, ex E, circa LM, descriptus, sit Æquator in Astrolabio, si datus circulus L ee, M gg, ponatur aliquis circulorum maximorum obliquorum. Demonstratio facilis est. Quoniam enim ducta recta M ee N, arcus ee L, & NL, per Lemma 10. similes sunt; metietur quoque arcus NL, altitudinem poli supra datum circulum; ideoque eius complementum Nk, inclinationem eiusdem ad Æquatorem metietur. Cum ergo, posito Æquatore ABCD, arcus NL, altitudinem poli supra datum circulum L ee, M gg, & arcus Nk, inclinationem eiusdem ad Æquatorem metiatur, vt Num. 22. demonstratum est, liquido constat, recte inuentum esse Æquatorem ex data altitudine poli ee L.

ITAQVE hoc artificio, si offeratur quilibet circulus in plano, qui debeat esse determinatus aliquis circulus maximus in Astrolabio, inueniemus per eum ipsum Æquatorem in eodem Astrolabio.

PROBL. VI. PROPOS. IX.

CIRCVLOS horarios, & declinationum in Astrolabio describere.

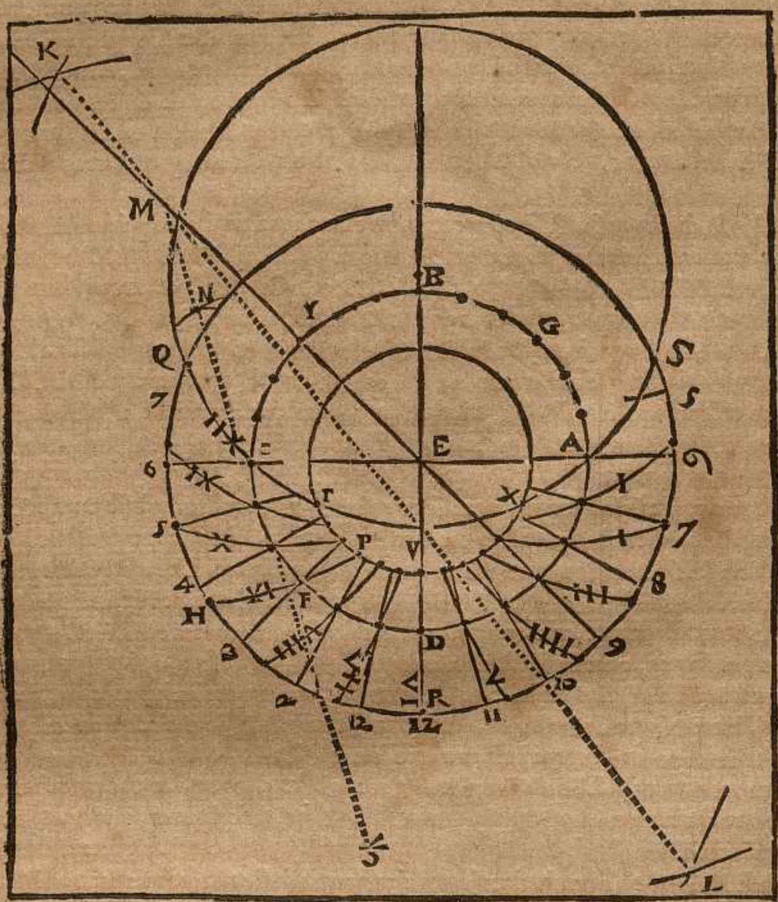
1. QVATVOR sunt horarũ genera. Æquales à meridie, vel media nocte exordiũ sumentes, more Astronomorũ, quos Germani, Hispani, & Galli emittantur: Inæquales, diuidentes quẽlibet diẽ, vel nocte in 12.

partes æquales, quæ apud Hebræos, & apud antiquos fere omnes in vsu fuerunt: Æquales, quarum initium ab ortu Solis sumitur, quibus Babylonij vtebantur: Æquales denique ab occasu Solis inchoatæ, quarum vsus olim fuit apud Athenienses, hodie vero apud Italos remansit.

Circulos horarũ à mer. vel med. noct. in Astrolabio describere.

CIRCVLI horarum à mer. vel med. noct. cœptarum, ita in Astrolabio describentur. Æquator, vel quiuis eius parallelus in 24. partes æquales diuidatur, & per centrum Astrolabij, & puncta diuisionum rectæ lineæ educantur. Hæ namque circulos illos repræsentabunt in Astrolabio. Cum enim, vt in nostra Gnomonica lib. 1. propos. 9. ostendimus, huiusmodi circuli per polos mundi incedant, secentque & Æquatorem, & eius parallelos in 24. partes æquales, proiicientur per propos. 1. Num. 1. & 4. in lineas rectas se in centro Astrolabij intersecantes, atque adeo Æquatorem, omnesque eius parallelos in partes 24. æquales partientur, non secus atq; in sphæra contingit, cum æquales arcus Æquatoris, eiusque parallelorum in arcus æquales proiiciantur in Astrolabium, vt propos. 2. Num. 1. 2. 3. & 4. demonstratum est. Quod si horæ singulæ in Æquatore, vel eius parallelis, secentur bifariam, & rursum per sectiones ducantur rectæ ex centro Astrolabij, descripti etiam erunt circuli semihoras indicantes: quæ si rursus bifariam secentur, &c. habebuntur circuli quadrantes horarum monstrantes, & sic deinceps, si minores partes horarum desiderentur.

2. HÆ autem lineæ rectæ circulos horarum à mer. vel med. noct. cœptarum referentes, in Astrolabijs vulgaribus duci tantummodo solent infra Horizontem, vt in figura apparet, ita tamen, vt tropicum ♋, non tran-



scendant, ne pars Astrolabij supra Horizontem, in qua descripti sunt Verticales circuli, & paralleli Horizontis, nimia linearum multitudine confundatur. Alij vero designant easdem horas in limbo duntaxat Astrolabij, adscribentes punctis, in quæ dictæ rectæ cadunt, horarum numeros, initio facto à linea meridiana BD, & in superiore parte versus dextram, in inferiore vero sinistram versus progrediendo. Deinde in centro Astrolabij affigunt regulam quandam volubilem, cuius linea altera extrema per idem centrum transeat, lineaque fiduciæ dicatur. Hæc enim regula circumducta fungitur munere omnium circulorum horariorum, de quibus nunc loquimur. Idem quoque, quod hæc regula, præstare potest filum pertenue à centro Astrolabij egrediens, & per singulas horas in limbo circumducta.

Declinationũ circulos in Astrolabio describere.

3. CIRCVLI maximi declinationum, cum etiam per mundi polos ducantur, eodem modo in Astrolabio describentur, si per centrum, & singulos gradus Æquatoris rectæ lineæ ducantur, quæ tamen in limbo Astrolabij per gradus tantummodo solent ostendi. Nam regula illa volubilis, vel filum ex centro pendens, si circumducatur per singulos gradus, fungetur munere circulorum declinationum per singulos gradus ductorum.

Circulos horarũ inæqualium secundum auctores Astrolabij describere in Astrolabio. Circulos horarum

4. CIRCVLI horarum inæqualium singulos arcus diurnos, nocturnosque in duodenas partes æquales diuidentium, ab auctoribus hoc modo in planum Astrolabij proiiciũtur. Diuisis arcubus nocturnis tropici ♑, QRS, & Æquatoris CDA, & tropici ♋, TVX, in 12. partes æquales, (Nam horæ inæquales infra Horizõtem duntaxat describi solent, propter causam dictã in hor. à mer. vel med. noct.) describunt per terna puncta eidem horæ inæquali respondentia circulos, qui in Æquatore per puncta per diametrum opposita transirent, si producerentur. Hosce enim circulos arbitrantur horas inæquales monstrare, vbicunque Sol in Zodiaco existat. Quod omnino verum non est. Cum n. hi circuli repræsentẽt maximos circulos in sphæra, vt in scholio prop. 5. Num.

Num. 9. demonstrauimus, quod per duo puncta Æquatoris per diametrum opposita describantur, nulli autẽ maximi circuli dari possint in sphæra, qui per horas inæquales omnium parallelorum transeant, hoc est, qui singulorum parallelorum arcus diurnos, nocturnosque in duodenas partes æquales partiantur, vt in Lemmate 39. à nobis demonstratum est; perspicuum est circulos illos descriptos non indicare vere duodecimas partes in singulis arcubus diurnis, nocturnisue, tribus illis exceptis, qui in 12. partes æquales diuisi sunt. Quamuis autem huiusmodi circuli diuidant ferme in partes 12. æquales, arcus diurnos, nocturnosque omnium parallelorum in eo Horizonte, supra quem polus eleuatur non pluribus gradibus, quam 45. ita vt discrimen aliquod vix possit sensu percipi; iidem tamen in maiore obliquitate sphæræ, si diuidant trium parallelorum arcus diurnos, nocturnosue in 12. partes æquales, nunquam partientur arcus diurnos, nocturnosue aliorum parallelorum in partes æquales, sed ita inæquales, partes efficient, vt sensu percipi possit earum discrimen,, eoque maior inter eas reperiatur inæqualitas, quo maior altitudo poli extiterit: quemadmodum tanto minor inæqualitas inter easdem cernitur, quanto minor fuerit poli altitudo supra Horizontem, quam grad. 45. Itaque vt verius horæ inæquales in Astrolabio describantur, describendi erunt plures paralleli inter Æquatorem, & vtrumque tropicum, eorumque arcus nocturni in 12. partes distribuendi, ac tandem singularum horarum puncta, quæ in circuli circumferentia minime sita sunt, vt vulgo putatur, congruenter lineolis inflexis coniungenda, ita vt nusquam angulos efficiant, non secus atque in hyperbolis, & aliis sectionibus conicis describendis fieri solet. Si tamen quispiam velit omnino horas inæquales per circulos in Astrolabio designare, pro nihilo ducendo modicum illud discrimen, de quo diximus, vt facilius, & expeditius eiusmodi circulos describat, inuenire debet eorum centra in lineis rectis, quæ Æquatorem in 24. partes æquales secant, hoc est, in lineis horarum à mer. vel med. noc. inchoatarum, si producantur. Nam cuiuslibet circuli centrum existit in ea linea, quæ in Æquatore distat 6. horis integris à duobus illis punctis, per quæ circulus ille transire debet. Vt verbi gratia, arcus, vel circulus HFP, per puncta Æquatoris F, G, describendus, centrum habet in recta E Y M, ducta per Y, punctum Æquatoris, quod 6 horis à punctis F, G, abest. Nam cũ recta EYM, à punctis FG, distet æqualiter, fit, vt circulus ex quocunque eius puncto per alterutrum punctorum F, G, descriptus, transeat quoq; per reliquum, quemadmodum & Horizon centrum suum habens in meridiana linea BD, quæ in Æquatore à punctis AC, quadrante abest, transit per vtrumque punctum AC, vt in scholio propos. 5. Num. 1. ostemdimus. Quod etiam sic demonstrari poterit. Quoniam recta EM, secat diametrum Æquatoris FG. bifariam, & ad angulos rectos, quod ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. anguli in centro E, quadrantibus YF, YG, insistentes, recti sint; transibit eadem EM, per centrum circuli per puncta F, G, describendi ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. cuiusmodi est circulus datæ horæ inæqualis. Quare satis erit in hac linea EYM, reperire centrum circuli transeuntis per alterutrum punctorum respondens in tropico ♑, vel ♋: quod quidem facile fiet, aperiendo, vel claudendo circinum magis, aut minus, prout res exigit. Geometrice tamen idem centrum reperies, si ex G, & H, quouis interuallo eodem hinc inde binos arcus se mutuo in K, L, intersecantes describas: Item alios ex punctis H, P, ad quoduis interuallum secantes sese in N, O. Rectæ namque LK, ON, per illas intersectiones traiectæ secabunt rectam EYM, in M, centro arcus HEP, vt ex iis constat, quæ in scholio propos. 25. lib. 3. Eucl. demonstrata sunt à nobis. Eademque prorsus est ratio in centris aliorum arcuum inueniendis.

inæqualium communiter descriptos, nõ indicare vere horas inæquales toto anni tempore.

Horas inæquales verius per partes duodecimas plurium arcuum diurnorum describẽ.

Centra horarum inæqualiũ reperire.

5. CIRCVLOS denique horarum ab ortu, vel occasu Solis in Astrolabium proiiciemus hac ratione. Circa E, centrum Astrolabii per F, centrum Horizontis descriptus circulus FG, in 24. horas æquales distribuatur, quæ in semisses, quadrantesque horarum, si libuerit, subdiuidantur, atque ex punctis diuisionum, vt cẽtris, interuallo semper eodem semidiametri Horizontis FH, circuli describantur. Dico hos circulos horas indicare ab ortu vel occasu Solis, hoc est, referre circulos maximos in sphæra, qui omnes parallelos Æquatoris inter maximos semper apparentium, & latentium interiectos, in partes ęquales partiuntur, initio facto ab Horizonte. Quoniam enim per propos. 10. lib. 1. nostræ Gnomonicæ, huiusmodi circuli parallelorum semper apparentium, maximum ac proinde & oppositum, nimirum semper latentium maximum, tangunt in punctis, in quibus à circulis horarum a mer. & med. noc. secantur. necesse est, vt iidem faciant idem in Astrolabio. Cum ergo circuli ex punctis diuisionum circuli FG, ad interuallum semidiametri Horizontis descripti, tangant duos parallelos KL, HI, quos Horizon tangit, & quorum hic est semper apparentium, ille vero semper latentium maximus, in punctis, in quibus rectæ lineæ per centrum Astrolabii traiectæ, referentesq; circulos horarum à mer. vel med. noc. vt ostensum est, eosdem secant, vt monstrabimus, liquet, circulos descriptos, esse circulos horarum ab ortu, & occasu Solis. Ducatur enim per E. centrum Astrolabii & punctum G, recta EG, secans parallelos KL, HI, in L, I. Et quia tam EK, EL, inter se, quam EH, EI, æquales sunt, erunt totæ KH, LI, æquales. Rursus quia æquales sunt EF, EG, erunt quoque totæ FH, GI, æquales. Cum ergo FH, sit ipsius KH, semissis, erit & GI, semissis ipsius LI. Circulus igitur LhI, ex G, ad interuallum GI, vel GL, descriptus semidiametrum habet æqualem semidiametro Horizõtis FH, tangitq; ex scholio prop. 13. lib. 3. Eucl. parallelos KL, HI, in LI, punctis, in quibus recta LI, repræsentans vnũ ex circulis horarum à mer. & med. noc. eosdem secat. Eadẽ ratione ostendemus, alios circulos ex aliis punctis diuisionum circuli FG, ad interuallum semidiametri Horizontis descriptos, tangere parallelos KL, HI, in punctis in quibus à rectis per centra eiectis secantur, hoc est, eorum diametros inter vtrumque parallelum positas secari à circulo F G, bifariam, ipsosq; circulos Horizonti esse æquales. Et certe circulos horarũ ab ortu & occasu proiici in Astrolabiũ in circulos æquales, hinc etiam manifestum esse potest. Quoniam n. in sphæra tangunt maximum parallelorum semper apparentiũ, & maximum semper delitescentium, in 24. punctis dictos parallelos in 24. horas æquales secantibus, vt ex prop. 10. lib. 1. nostræ Gnomonices liquet, ipsi ex scholio prop. 21. lib. 2. Theod. ad Æquatorẽ æqualiter inclinati erũt, ac proinde eorũ poli ab eodẽ Æquatore æqualiter distabunt: ex quo fit eos oẽs, vna cum Horizonte, æqualiter à polo antarctico abesse, ideoque ex eo polo inspectos apparere inter se æquales; vt vel hinc etiam constet, dictos circulos esse recte descriptos, cum oẽs Horizõti sint æquales, ob semidiametros æquales, repræsententq; circulos maximos, quippe qui parallelos duos oppositos KL, HI, tangant, eos nimirũ, quos Horizon tangit,[a] perspicuũ autem sit, Horizontẽ duos parallelos oppositos contingere. Ex hoc inferre quoq; licebit, quẽlibet horũ circulorũ transire per duas horas in Æquatore per diametrũ oppositas, & q̃ 6. horis, i. e. quadrante à recta per suũ centrũ ducta absint, quem-

Circulos horarum ab ortu & occasu in Astrolabio describere.

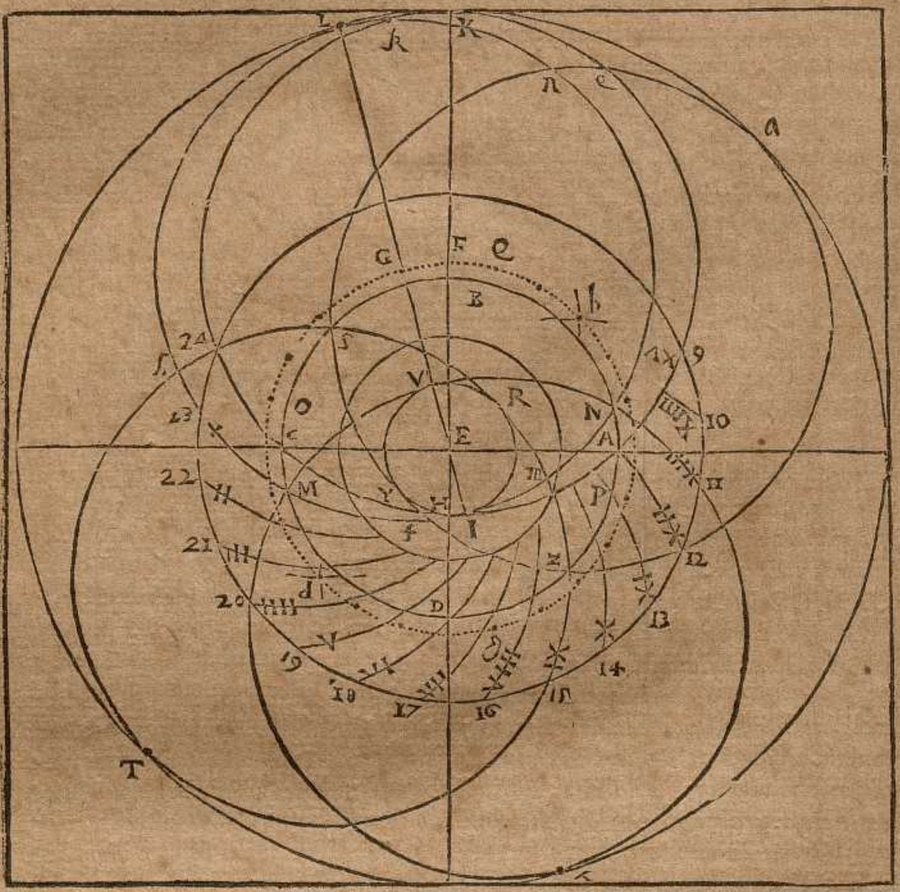
Circulos horarum ab ortu, vel occasu in Astrolabio esse æquales.

[a] 28. 2. Theo.

quemadmodum & Horizon tranſit per horas A, C, per diametrum oppoſitas, & à recta ducta per centrum F, 6. horis diſtantes. Omnis enim circulus maximus in Aſtrolabio ſecat Æquatorem bifariam in punctis per diametrum oppoſitis, vt in ſchol. propoſ. 5. Num. 6. oſtenſum eſt, & clarius in ſcholio propoſ. 12 demonſtrabitur. Ita vides circulum ex G, deſcriptum tranſire per horas M, N, in Æquatore per diametrum oppoſitas, & quæ horis 6. à recta per centrum G, ducta abſunt.

Horæ ab ortu, & occaſu quo pacto in vulgarib⁹ Aſtrolabijs deſcribi ſoleant, & quem ordinē teneant. Per quæ pūcta Æquatoris vere arcus horarū ab ortu, & per quæ arcus horarum ab occaſu deſcribendi ſint, hoc eſt, quæ horæ à mer. vel med. noct. in Æquatore pertineant ad horas ab ortu, & q̄ ad horas ab occaſu.

6. SOLENT autem circuli horarum ab ortu, vel occaſu in vulgaribus Aſtrolabijs (in quibus deſcribi ſolent, neque enim in omnibus deſcribuntur.) deſcribi tantummodo infra Horizontem, ita tamen, vt tropicos non tranſgrediantur, propter cauſam paulo ante in circulis horarum à mer. & med. noct. allatam, veluti in figura apparet, vbi exteriores numeri ad horas ab occaſu, & interiores ad horas ab ortu pertinent: quamuis hi arcus ſatis non ſint ad horas ab ortu, & occaſu tam diurno tempore, quam nocturno inueſtigandas, vt lib. 3. Can. 8. Num. 3. dicemus. Re ipſa tamen, ſi huiuſmodi circuli deſcribendi eſſent integri, arcus circuli per puncta O, P, ex Q, deſcripti ſupra Horizontem ex parte orientali C, ſpectaret ad horam 1. ab ortu Solis, ciuſdem vero arcus infra Horizontem ex parte occidentali A, ad horam 1. ab occaſu Solis pertineret: quemadmodum & arcus ſub Horizonte per M, tranſiens ad horam 23. ab ortu, & arcus per N, ſupra Horizontem incedens ad horam 23. ab occaſu ſpectare deberet, & ſic de cæteris horis: quod ſuo etiam loco in vſu Aſtrolabij monebimus, & iamiam aliquo modo explicabimus.



Circulum propoſitæ horæ ab ortu, vel occaſu, in Aſtrolabio deſcribere.

7. SI circulus propoſitæ horæ ab ortu, vel occaſu (ſiue integra ea ſit ſine minutis, ſiue ei aliquot minuta adhæreant,) deſcribendus ſit, efficietur id hoc modo. Numeretur data hora (reductis horis, earumque minutis, ſi adſint, ad gradus, ac minuta graduum, tribuendo ſingulis horis quindenos gradus, & quaternis minutis horæ ſingulos gradus, & ſingulis horæ minutis quindena minuta vnius gradus, &c.) in Æquatore à puncto C, verſus B, ſi hora data ſit ab ortu, vel à puncto A, verus D, ſi hora ab occaſu ſit data. Per terminum enim numerationis deſcribendus erit eius horæ circulus; cuius centrum ita inuenietur in parallelo F G, ex centro Aſtrolabij per F, centrum Horizontis deſcripto. Sumpta, circini beneficio ſemidiametro Horizontis FH, vel FK, ſtatuatur vnus eius pes in puncto Æquatoris inuento, & altero parallelus F G, duobus in locis ſecetur. Altera enim harum ſectionum centrum erit quæſitum: ſed vtra earum accipienda ſit, ex his diſces. Quoniam omnes circuli horarum ab ortu, vel occaſu æquales ſunt in Aſtrolabio, tanguntque duos parallelos HI, KL, in 24 punctis, in quibus à circulis horarum à mer. vel med. noct ſecantur, vt ſupra Nu. 5. diximus, & in iſtis punctis contactuum bifariam diuiduntur, cum in quolibet duo puncta contactuum ſint per diametrum oppoſita, ex coroll. propoſ. 6. lib. 2. Theod. pertinebunt ad idem genus horarum ſemicirculi inter puncta contactuum comprehenſi non concurrentes, vel non ſe interſecantes, [a] cum hi ex parallelis Æquatoris arcus ſimiles abſcindant. Huiuſmodi ſunt ſemicirculi HAK, INL, RST, VMX, YZa. Et quia primus HAK, cum ſit ſemicirculus Horizontis, ad partes occidentales Aſtrolabij, ad occaſum Solis ſpectat, pertinebunt alij quatuor nominati ſemicirculi ad horas ab occaſu. Eodem modo reliqui ſemicirculi HCK, IML, RZT, VNX, YSa, nō concurrentes ſunt, ac proinde cum primus ſit ſemicirculus Horizontis ad orientales partes Aſtrolabij, ſpectetque ad ortum Solis, indicabunt alij quatuor nominati ſemicirculi horas ab ortu Solis: Vbi vides cuiuslibet circuli horarum ab ortu, vel occaſu vnum ſemicirculum inter duo puncta contactuum interceptum ad horas ab occaſu, alterum vero ad horas ab ortu pertinere. Ex his difficile non erit iudicare, vtranam duarum ſectionum in parallelo F G, ſumenda

[a] 13. 2. Theo. Qui ſemicirculi horarum ab ortu, vel occaſu, ad horas ab ortu, & qui ad horas ab occaſu pertineant, cognoſcere.

menda sit pro centro circuli horarij per punctum in Æquatore inuentum describendi; quippe cum ea eligenda sit, ex qua semicirculus horam ab occasu indicaturus, atque inter duo contactuum puncta inclusus, describendus cum semicirculo Horizontis HAK, vel cum quouis alio ad horas ab occasu spectante non concurrat. Eademque ratione semicirculus horam ab ortu indicaturus, ex assumpta sectione describendus cum semicirculo Horizontis HCK, vel cum quolibet alio ad horas ab ortu spectante concurrere non debet. Exempli causa, si describendus sit semicirculus horæ 15. ab occasu, vel ab ortu, numerabimus in Æquatore ex A, puncto occasus versus D, 15. horas vsque ad S, vel ex C, puncto ortus versus B, horas etiam 15. vsque ad Z. Nam per S, incedet semicirculus horæ 15. ab occasu, & per Z, semicirculus horæ 15. ab ortu. Et quia semidiameter Horizontis HF, vel FK, beneficio circini accepta ex puncto tam S, quam Z, exhibet nobis in parallelo FG, duo puncta b, d, statuendum erit centrum d, non autem b: quia neque semicirculus RST, ex d, descriptus cum semicirculo Horizontis HAK, neque semicirculus RZT, cum Horizontis semicirculo HCK, concurrit: at tam semicirculus YSa, ex b, descriptus cum semicirculo Horizontis HAK, in puncto e, quam semicirculus YZa, cum semicirculo Horizontis HCK, in puncto f, concurrit; ac proinde neque ille ad horam 15. ab occasu, neque hic ad horam 15. ab ortu pertinebit, sed ille quidem horam 3. ab ortu, hic vero horam 3. ab occasu indicabit: propterea quod punctum S, distat 3. horis ab ortu C, versus B, semicirculusque YSa, cũ semicirculo Horizontis HCK, non concurrit, punctum item Z, abest 3. horis ab occasu A, versus D, & semicirculus YZa, cum Horizontis semicirculo HAK, non concurrit. Eandem ob causam semicirculus horæ 11. ab occasu per punctum M, & semicirculus horæ 11. ab ortu per punctum N, transibit, atque vtriusque centrum erit punctum g, non autem G. Nam neque semicirculus VMX, ex g, descriptus cum Horizontis semicirculo HAK, vel cum semicirculo RST, horæ 15. ab occasu, neque semicirculus VNX, cum semicirculo Horizontis HCK, vel cum semicirculo RZT, horæ 15. ab ortu concurrit: At tam semicirculus IML, ex G, descriptus semicirculum Horizontis HAK, inter puncta H, I, vel semicirculum RST, horæ 15. ab occasu in puncto h, quam semicirculus INL, semicirculũ Horizontis HCK, in puncto k, vel semicirculum RZT, in puncto m, intersecat; ac proinde neque semicirculus IML, ad horam 11. ab occasu, neque semicirculus INL, ad horam 11. ab ortu pertinebit, sed ille quidem horam 23. ab ortu, hic vero horam 23. ab occasu monstrabit. Atque ita de cæteris.

FACILIVS idem cognoscemus hoc modo. Numerata hora ab ortu ex C, versus B, vel hora ab occasu ex A, versus D, describatur per finem numerationis ad interuallum semidiametri Horizontis ex centro in parallelo FG, assumpto circulus, ita vt eius conuexo occurramus ex C, versus B, progredientes, hoc est, ita vt eius conuexum vergat versus partes Zodiaci orientales, vel posterius orientes, si ad horam ab ortu spectet: vel ita vt eius concauo ex A, versus D, occurramus, si pertineat ad horam ab occasu, hoc est, ita vt eius concauum respiciat partes Zodiaci orientales, vel posterius orientes. Vt si per S, describendus sit circulus horæ 15. ab occ. ponemus pedem vnum circini in S, & alterum d, ad interuallum semidiametri FH, vel FK, extendemus vsque ad d, & ex d, per S, circulum describemus RS, ita vt eius concauum à puncto S, vergat versus A; procedendo ab S, sinistram versus, siue versus signa orientalia secundum successionem signorum. Si vero per idem punctum S, describendus sit circulus horæ 3. ab ortu describendus prædicto interuallo eodẽ ex centro b, per S, circulum SY, ita vt eius conuexum à puncto S, tendat versus C, progrediendo ab S, sinistram versus secundum successionem signorum. Eodem modo semicirculus per M, descriptus ex G, pertinebit ad horam ab ortu, eo quod ex C, per B, progredientes occurramus eius conuexo in M: At semicirculus per N, ex eodem centro G, descriptus, ad horam ab occ. spectabit, quia ab A, per D, procedentes occurrimus eius concauo in N, & sic de cæteris: ita vt semper progrediamur ab occasu in ortum, secundum successionem signorum.

Per datum punctũ inter duos parallelos Horizontem tangentes tam semicirculum, qui ad aliquã horã ab ortu, quã semicirculũ, qui ad horam aliquã ab occasu spectet in Astrolabio describere.

8. NON dissimili ratione per quoduis punctum intra parallelos HI, KL, in Astrolabio datum, tam semicirculus ad aliquam horam ab occasu, quam semicirculus ad aliquam horam ob ortu spectans describetur. Vt si datum sit punctum n, inuenientur per semidiametrum Horizontis beneficio circini ex n, duo centra G, b, in parallelo FG. Ex priore describetur per n, semicirculus INL, ad horas ab occasu pertinens, cum ex A, per D, progredientes, secundum successionem videlicet signorum, occurramus eius concauo in puncto N; ex posteriore autem per idem punctum n, semicirculus YSa, ad horas ab ortu spectans; propterea quod ex C, versus B, progredientes, contra successionem videlicet signorum, eius conuexo occurrimus in puncto S. Arcus autem Æquatoris ab occasu versus D, vel ab ortu C, versus B, vsque ad semicirculum horæ ab occasu, vel ortu numeratus indicabit, quotã horam ab occ. vel or. descriptus semicirculus significet. Atque hoc eodem modo cognoscemus, ad quam horam ab or. vel occ. descriptus quiuis semicirculus horarius spectet, si nimirum ex A, puncto occasus versus D, arcus Æquatoris vsque ad eum numeretur, si ad horas ab occ. pertineat, vel si ex C, puncto ortus versus B, vsque ad eum numeratio fiat, si ad horas ab or. spectet &c.

Semicirculus quilibet horæ alicuius ab ortu, vel occasu descriptus, ad quã horam ab ortu, vel occasu pertineat, cognoscere.

9. CÆTERVM neque hoc dissimulandum videtur, eandem esse poli altitudinem supra omnes circulos horarum ab or. vel occ. quæ est supra Horizontem. Cum enim eundem parallelum HIR, tangant, cadent omnes arcus altitudinis poli ex polo ad puncta contactuum, ac proinde æquales erunt; quos in figura repræsentant rectæ EH, EI, & aliæ ex centro Astrolabij vsque ad contactus eductę, quæ quidem sunt portiones rectarum per eorum centra ductarum & maximos circulos referentium, qui per eorum polos, & polos mundi ducuntur. Cum ergo EH, altitudinem poli supra Horizontem metiatur, constat propositum.

Eandẽ esse altitudinẽ poli supra omnes circulos horarũ ab ortu, vel occasu, quæ est supra Horizontem.

PROBL. VII. PROPOS. X.

CIRCVLOS domorum cœlestium, siue positionum, & lineam Crepusculi, vel auroræ in Astrolabio describere.

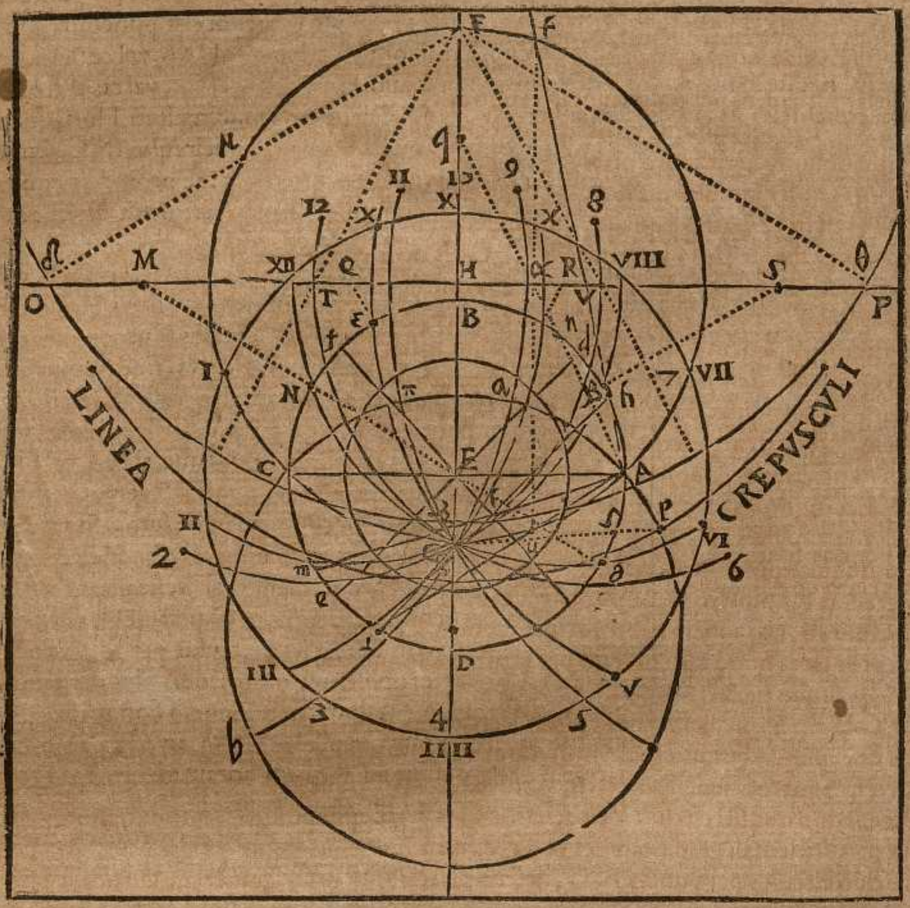
Domos cœlestes, vt à Io. Regiom. constituuntur, in Astrolabio describere.

1. CIRCVLI domorum cœlestium, qui & positionum circuli dicuntur, transeuntes per communes sectiones Horizontis, ac Meridiani, diuidentesque, vt vult Ioan. Regiom. Æquatorem in 12. partes æquales, initio facto à semicirculo orientali Horizontis, qui ex eorum numero vnus etiam est, & versus hemisphærium inferum progrediendo, hoc modo in Astrolabio describentur. Diuiso Æquatore in 12. partes æquales, descri-

descri-

deſcribantur per puncta ſectionum; & per puncta F, G, in quibus Horizon meridianam lineam interſecat, circuli, inuento centro pro quibuslibet tribus punctis, quorum duo ſunt F, G, & tertium in Æquatore. Hi enim per initia duorum cœleſtium incedent, vt eas Ioan. Regiom. diſponit, tranſibitque quilibet eorum, cum ſit maximus, (quippe cum per duo puncta F, G, per diametrum in ſphæra oppoſita ducatur,) per duo puncta in Æquatore per diametrum oppoſita, vt oſtendimus in ſcholio propoſ. 5. Num. 6. clariusque in ſcholio propoſ. 12. demonſtrabimus. Ita vides circulum FKG, domus 3. & 9. duci per puncta K, L, in Æquatore per diametrum oppoſita. Ex quo fit, centrum cuiuſlibet circuli exiſtere in recta, quæ in centro E, diametrum Æquatoris per duo illa puncta oppoſita ductam ſecat ad angulos rectos, hoc eſt, quæ ſemicirculum Æquatoris inter illa duo puncta oppoſita bifariam ſecat. Nam perpendicularis illa, cum dictam diametrum Æquatoris ſecet bifariam, & ad angulos rectos, tranſibit per centrum cuiuſuis circuli per extrema puncta eius diametri tranſeuntis, ex coroll. propoſ. 1. lib. 3. Eucl. cuiuſmodi eſt circulus domus cœleſtis propoſitæ. Vt centrum circuli F K G L, erit in recta E N, quæ diametrum K L, in E, & ſemicirculum KNL, diuidit bifariam in N, eſtque ad diametrum KL, perpendicularis; cum omnia puncta huius rectæ æqualiter abſint à punctis K, L, per quæ circulus duci debet, vt de centris horarum inæqualium dictum eſt in propoſ. præcedenti Num. 4. Et quia ex eodem coroll. propoſ. 1. lib. 3. Eucl. eadem centra exiſtunt quoque in recta O P, ſecante meridianam lineam F, G, ad angulos rectos in centro Horizontis H, & bifariam, quod & huius rectæ omnia puncta à punctis F, G, per quæ circuli domorum

Centra domorum cœleſtium reperire.



ducendi ſunt, æqualiter diſtent, quemadmodum propoſ. 8. Num. 2. de centris Verticalium in recta PQ, exiſtentium dictum eſt; fit, vt centrum circuli FKGL, ſit punctum M, vbi rectæ EN, OP, ſe interſecant: eademque ratio eſt de cæteris. Nam & aliorum circulorum centra ſunt puncta Q, R, S, in quibus rectæ ex centro E, per puncta diuiſionum Æquatoris ductæ rectam O P, interſecant. Itaq; ſi ex E, per ſingulos gradus Æquatoris rectæ educantur, ſecabitur recta OP, in centris circulorum poſitionum per ſingulos gradus Æquatoris tranſeuntium, diuidentiumque ſingulas domos cœleſtes in tricenos gradus, quemadmodum recta EN, per N, grad. 30. à puncto C, ducta obtulit M, centrum circuli F K G L, qui per K, gradum, gradum 30. Æquatoris à Meridiano numeratum deſcriptus eſt.

Per datum quoduis punctum Æquatoris circulum poſitionis deſcribere.

2. QVOD ſi per quemcunque gradum Æquatoris à Meridiano diſtantem circulus poſitionis deſcribendus ſit, numerabimus eundem gradum ex C, verſus B, ſi gradus Æquatoris datus fuerit ex parte occidentali, vel ſi ex parte orientali extiterit, ex A. Recta namque ex E, per finem numerationis emiſſa dabit in recta OP, centrum quæſiti circuli. Vt ſi deſcribendus ſit circulus poſitionis per punctum β, grad, 60. diſtans à B, puncto meridiei ad partes occidentales, ſupputabimus ex C, grad. 60. vſque ad ε. Recta enim E ε, dabit centrum Q, è quo circulus per datum punctum β, & puncta F, G, deſcribendus eſt. & ſic de cæteris. Recte autem deſcriptos eſſe circulos domorum cœleſtium, vt eas conſtituit Ioan. Regiom. manifeſtum eſt, cum in forma circulari appareant, deſcriptique ſint per illa puncta, per quæ in cœlo ducuntur à Ioan. Regiom. nimirum per partes duodecimas Æquatoris, & per puncta F, G, interſectionum Horizontis, ac Meridiani.

Domos cœleſtes, vt eas Campanus conſtituit in Aſtrolabio deſcribere.

3. CIRCVLI autem cœleſtium domorum, vt à Campano in cœlo conſtituũtur, diuidentes nimirum Verticalem circulum primariũ in 12. partes æquales, tranſeuntesque per eadem puncta F, G, interſectionum Horizontis, ac Meridiani, eodem modo deſcribentur in Aſtrolabio, ſi pro duodecimis partibus Æquatoris ſumantur partes duodecimæ Verticalis primarij, non quidẽ duodecimæ partes æquales ipſius, vt in Æquatore factũ eſt, ſed inæquales, quæ duodecimis partibus æqualibus Verticalis primarij in ſphæra reſpõdent, reperiunturq;

per rectas ex alterutro polorum G, F, Verticalis per 12. partes Æquatoris eductas, vt propos. 5. Num. 17. & 20. traditum est, vel alijs vijs, quas partim propos. 5. partim propos. 6. præsertim vero propos. 6. Num. 15. explicauimus. Nam inuentis hisce partibus duodecimis Verticalis, si per quodlibet illorum, & per puncta F, G, circuli describantur, quorum centra in recta O P, existunt, incedent ij per initia domorum cœlestium, vt à Campano concipiuntur, transibitque quilibet eorum per duo puncta Verticalis per diametrum mundi, quæ quidem per E, centrum Astrolabij ducitur, opposita, cum maximum circulum referat, ac proinde alios maximos circulos bifariam secet. Ita vides circulum F a G b, domus 3. ac 9. ductum esse per puncta Verticalis a, b, quæ per diametrum opponuntur.

Domos cœlestes, vt eas Campanus imaginatur, in Astrolabio instar Verticalium ipsius Verticalis primarij, tanquam Horizontis, describere.

4. HOS eosdem circulos posteriores domorum cœlestium ita quoque describemus. Quoniam per polos Verticalis primarij in sphæra, hoc est, per intersectiones Horizontis, ac Meridiani ducuntur, Verticalemq; primarium in partes æquales diuidunt, ita sese habebunt respectu Verticalis primarij, vt circuli Verticales respectu Horizontis transeuntes per polos Horizontis, hoc est, per intersectiones Verticalis primarij, ac Meridiani, diuidentesque Horizontem in partes æquales. Quamobrem quemadmodum in prop 8. Num. 1. & 2. centra Verticalium inuenta fuere in recta P Q, quæ per centrum Verticalis primarij in prima figura illius proposit. ad meridianam lineam perpendicularis ducitur, ita quoque hic centra circulorum cœlestium domorum, quas Campanus sibi fabricatus est, reperientur in recta O P, quæ per H, centrum Horizontis ad lineam meridianam perpendicularis traijcitur, estque communis sectio Æquatoris, planiue Astrolabij, & paralleli Verticalis primarij, qui per polum antarcticum ducitur, cuius quidem diameter in figura prima propos. 5. est recta A c; quemadmodum & recta illa P Q, in figura prima propos. 8. est communis sectio eiusdem Æquatoris, vel plani Astrolabij, & paralleli Horizontis per polum antarcticum ducti, cuius quidem diameter in eadem prima figura propos. 5. est recta A l. Eadem namque vtrobique erit demonstratio. Nam si Verticalis primarius intelligatur esse Horizon aliquis obliquus, erit Horizon eius Verticalis primarius, & puncta F, G, eiusdem poli. Itaque quoniam per posteriores hosce circulos domorum cœlestium Verticalis primarius, tanquam Horizon aliquis obliquus diuidendus est in 12. partes æquales, qui quidem sunt numero sex duntaxat, cum singuli per bina puncta Verticalis incedant; diuidemus Horizontem A F C G, ac si esset Verticalis primarius ipsius Verticalis A a C b, tanquam Horizontis cuiuspiam, in 6. partes inter se omnino æquales: Deinde ex puncto F, vel G, per has sectiones lineas rectas ducemus, secantes rectam O P, in punctis O, T, H, V, P, quæ centra erunt circulorum domorum cœlestium per puncta F, G, describendorum, instar Verticalium respectu Verticalis A a C b, tanquam Horizontis, vt prop. 8. demonstratum est. In figura priores circuli ex sententia Ioan. Regio. descripti appositos habent numeros antiquos, hoc modo. I. II. III. &c. Posteriores vero secundum Campanum, vsitatos numerorum characteres habent affixos, hoc modo, 1. 2. 3. 4. &c. Atque omnes hi circuli ita solent describi, vt tropicum ♑, non transcendant: quod nos quoque obseruauimus. Quod si ex F, ad quoduis interuallum circulus describatur δγθ, & in 360. grad. distribuatur, initio facto à puncto γ, dabunt rectæ ex F, per singulos gradus illius circuli ductæ, in recta O P, centra omnium circulorum positionum per omnes gradus Verticalis primarij transeuntium, singulasque domos cœlestes diuidentium in tricenos gradus. Nam quemadmodum recta F μ, per punctum μ, grad. 120. à puncto G, Meridiani distans cadit in O, centrum circuli positionis F a G, gradibus 60. ab Horizonte remoti, ita in idem centrum incidet recta F δ, ducta per punctum δ grad. 60. à puncto γ, Meridiani distans, propterea quod eadem recta per vtrumque punctum μ, δ, transit ex Lemmate 10. cum arcus γ δ, semissi arcus G μ, similis sit, &c.

Circulum positionis per quemuis gradũ Verticalis datum describere.

5. QVOD si per quemcunque gradum Verticalis primarij ab Horizonte distantem circulus positionis describendus sit, numerabimus eundem gradum ex γ, versus δ, si gradus Verticalis datus fuerit ex parte occidentali, vel si ex parte orientali extiterit, versus θ Recta namque ex F, per finem numerationis emissa dabit in recta O P, centrum quæsiti circuli. Vt si describendus sit circulus positionis per punctum Verticalis, quod ab Horizonte ex parte orientali grad. 60. distet versus Zenith, sumemus arcum γθ grad. 60. Recta enim I θ dabit centrum P, è quo circulus per puncta F, G, descriptus transibit per π, punctum Verticalis grad. 60. à puncto Horizontis C, distans versus Zenith. Si autem punctum in Verticali proponatur infra Horizontem quotcunque gradibus distans ab Horizonte, siue ad partes orientales, siue occidentales, describemus per punctum oppositum, quod supra Horizontem existit, ad contrarias partes circulum positionis, vt dictum est. Hic enim transibit etiam per punctum datum. Vt si describendus proponatur circulus positionis per grad. 60. Verticalis infra Horizontem ex parte orientali, describemus, vt dictum est, circulum per grad. 60. supra Horizontem ex parte occidentali, hoc est, numerabimus grad. 60. ex γ, vsque ad δ, ex parte orientali, vt recta F δ centrum O, exhibeat, &c. Idem efficiemus, siue punctum datum Verticalis sit supra Horizontem, siue infra, si inuento eo puncto in Verticali, ex eius distantia ab Horizonte, vt propos. 5. Num. 18. traditum est, per ipsum, & per duo puncta F, G, circulum, ex scholio propos. 5. lib. 4. Euclid. describamus, cuius centrum erit in recta O P.

Per quoduis punctũ datũ extra Æquatorẽ, & Verticalem circulũ positionis describere.

6. IAM si per quoduis punctum in Astrolabio extra Æquatorem, & Verticalem primarium, assignatum describendus sit circulus positionis, inueniendum est in recta O P, centrum trium punctorum, quorum duo sunt F, G, & tertium illud, quod propositum est. Arcus autem Æquatoris inter punctum A, vel C, & intersectionem circuli descripti cum Æquatore metietur distantiam circuli positionis ab Horizonte in Æquatore. Item arcus Verticalis inter A, vel C, & descriptum positionis circulum metietur eiusdem circuli distantiam ab Horizonte in Verticali, si prius per ea, quæ propos. 5. Num. 19. demonstrauimus, inquiratur; quot gradibus arcus ille Verticalis æquiualeat. Atq; eadem hac ratione per arcum Æquatoris, vel Verticalis inter A, vel C, & quemcunque circulum positionis positum, cognoscemus, quantum ille circulus positionis distet ab Horizonte siue in Æquatore, siue in Verticali, prout vel ex sententia Ioann. Regiom. vel Campani, descriptus esse intelligitur: ac proinde intelligemus, quantam portionem ex domo cœlesti abscindat circulus quilibet positionis.

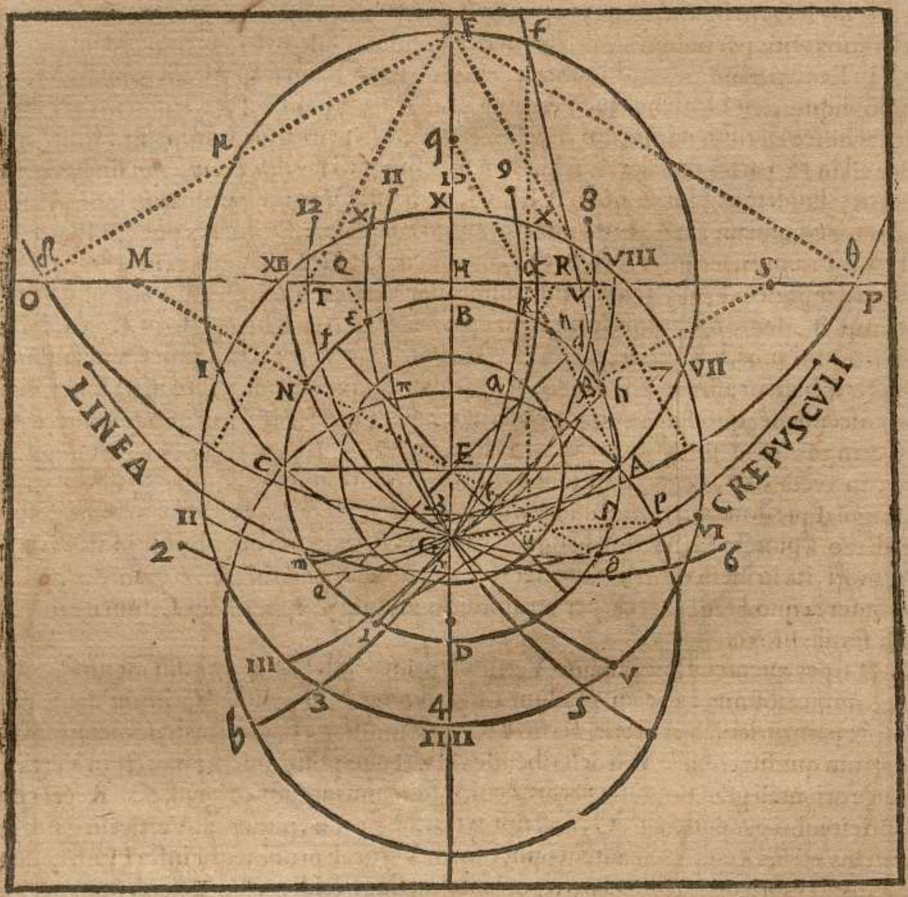
Quantum quilibet circulus positionis ab Horizonte siue in Æquatore siue in Verticali distet, cognoscere.

7. LINEA crepusculi, siue Auroræ descripta erit, si parallelus Horizontis r p, describatur, distans ab eo grad. 18. versus Nadir: propterea quod Sole, vbicunque in Ecliptica existat, parallelum Horizontis grad. 18. sub Horizonte existentem attingente, crepusculum matutinum incipit & vespertinum finitur. Ita autem per ea, quæ propos. 6. demonstrata sunt dictum, parallelum r p, describemus. In Æquatore ducta Horizontis diametro

Crepusculinam lineã in Astrolabio describere.

d e, & eius axe, f g, sumantur infra d e, duo arcus dh, eL, grad. 18. ita vt recta ducta hL, diameter sit paralleli vtrumque crepusculum terminantis; & ex A, polo australi per h, L, radij emittantur abscindentes ex meridiana linea diametrum eiusdem paralleli visam. Sed quia radius Ah, nimis procul excurrit, satis erit inuenire punctum eius diametri extremum r, per radium AL, & centrum paralleli Horizontis per r, describendi; quod sic fiet. Per punctum l, vbi diameter ducta hL, axem Horizontis f g, secat, ducatur ex A, polo australi recta secans Æquatorem in m, & arcui m f, æqualis sumatur f n. Nam radius An, secabit meridianam lineam in q, centro paralleli Horizontis per r, describendi, hoc est, lineæ crepusculinæ, vt in lemmate 35. & prop. 6. Num. 9. demonstrauimus. Vel ita agemus. Sumpto arcu Æquatoris Af, grad. 18. ducemus ex G, polo Verticalis per f, rectam quæ secet Verticalem in p; eritque arcus Verticalis A p, grad. 18. infra Horizontem, ex ijs, quæ propos. 5. Num. 17. demonstrata sunt; ac proinde per p, parallelus crepusculi ducendus est. Si igitur per p, educatur linea Verticalem tangens, secabit ea meridianam lineam in q, centro paralleli per p, describendi, per ea, quæ à nobis propol. 6. Num. 10. demonstrata sunt. Vel denique in Horizonte accipiantur duo arcus Ft, Gu, grad. 18. in semicirculo FAG, quem propos. 6. Num. 6. ad parallelos Horizontis infra Horizontem spectare diximus; & recta iungatur t u, secans diametrum Horizontis in a. Nam recta ex A, per a, emissa cadet in q, centrum paralleli grad. 18. sub Horizonte existentis, vt propos. 6. Num. 6. demonstrauimus. Cæterum puncta h, L, quæ diametrum paralleli crepusculi terminant, inueniemus sine auxilio diametri Horizontis d e, hoc modo. Ex C, versus D, supputetur arcus conflatus ex altitudine poli, & grad. 18. vsque ad L, qui in Horizonte Romano complectitur grad. 60. Item ex B,

Centrum lineæ crepusculinæ inuenire.



versus A, arcus numerus conflatus ex complemento altitudinis poli, & grad. 18. vsque ad h, qui in eodem Horizonte Romano grad. 66. complectitur. Nam ducta recta h L, diameter erit paralleli crepusculini; eo quod arcus CL, conflatus est ex C e, arcu altitudinis poli, & e L, arcu grad. 18. at arcus Bh, ex Bd, arcu complementi altitudinis poli, & eL, arcu grad. 18. at arcus Bh, ex Bd, arcu complementi altitudinis poli, & dh, arcu grad. 18. Ex quo patet, Ioan. Stoflerinum (ac proinde & alios nonnullos, qui illum sequuntur) errare, cum præcipit, tam ex C, versus D, quam ex B, versus A, supputandam esse altitudinem poli, vna cum grad. 18. Hoc enim solum verum est, vbi poli altitudo continet grad. 45. Ibi enim complementum altitudinis poli B d, æquale est altitudini poli C e, vel d A, vt constat.

Error Ioan. Stoflerini in linea crepusculina describenda.

PROBL. VIII. PROPOS. XI.

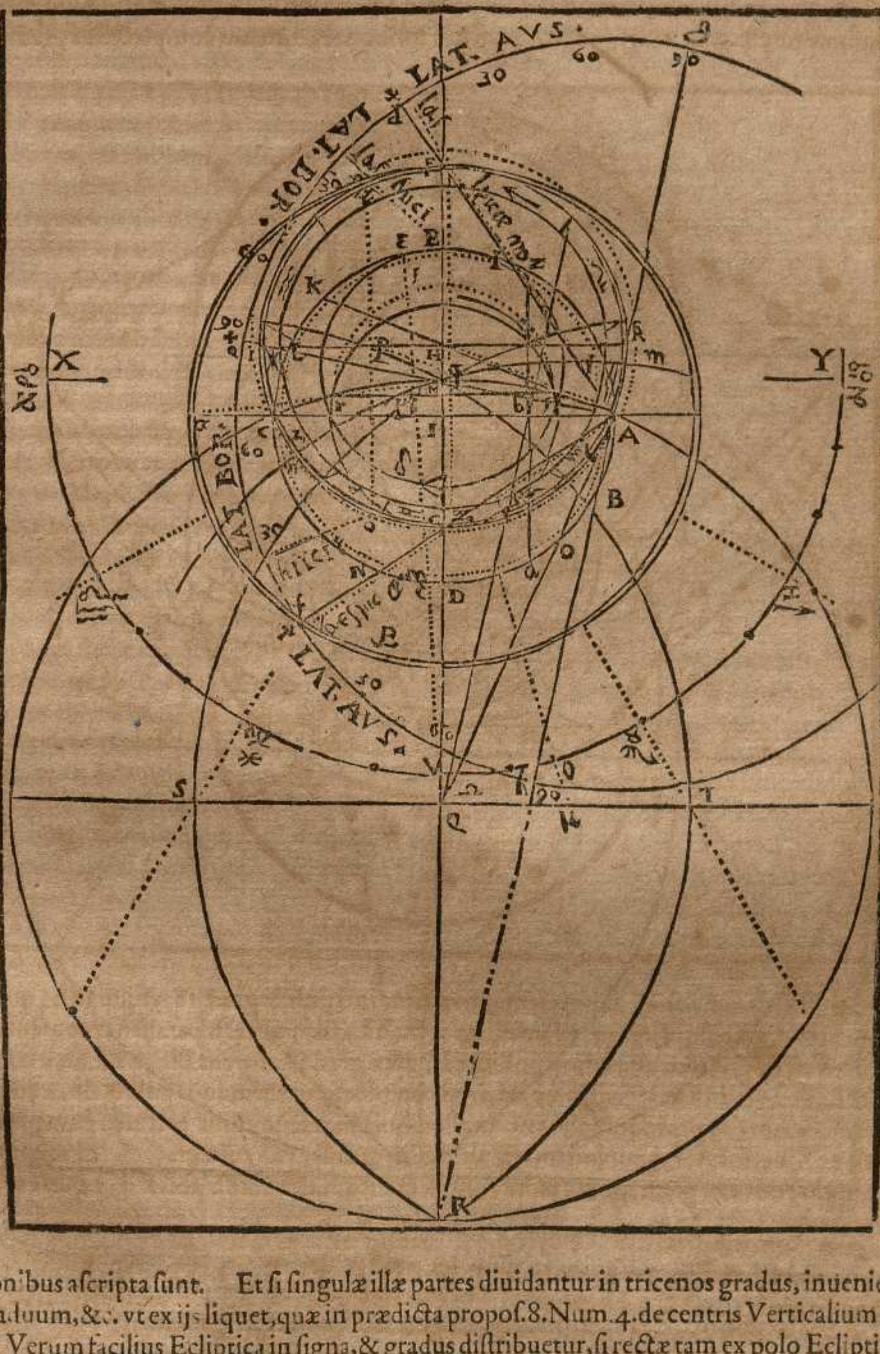
RETE Astrolabij, id est, figuram, in qua Ecliptica in signa, ac gradus diuisa, vna cum stellis fixis continetur, construere.

1. SIT circa E, centrum Astrolabij descriptus Æquator ABCD, cum tropicis, vt propos. 4. traditum est; & Ecliptica A F C G, tangens tropicum ♑, in F, & tropicum ♋, in G, descripta, vt propos. 5. tradidimus, circa centrum H, quod inuenitur per rectam ex A, polo australi per finem arcus AIK, qui complementi maximæ declinationis (est autem maxima declinatio B I, vel C L, & eius complementum AI, vel BL,) duplus sit, aut (quod idem est) per finem arcus CK, qui maximæ declinationis CL, duplus sit, emissam, vt propos. 5. Nu. 3. & 4. ostendimus. Nam diameter Eclipticæ per I, N, ducitur, distatq; à polo australi arcu AI, cuius complementũ est maxima declinatio CL, vel BI. Et quia L, P, puncta quadrãte distantia ab Ecliptica per I, N, ducta, poli sunt Eclipticæ, apparebunt ij poli per radios A L, A P, in punctis M, R, quorum australis, & remotior R, accuratius ita inuenietur.

Rete Astrolabij construere.
Centrum Eclipticæ reperire.
Polos Eclipticæ inuenire.

tur. Ducatur ex A, per finem arcus A O, qui duplus sit maximæ declinationis A P, recta A O, cadens in Q centrum circuli maximi per polos Eclipticæ, & principia ♈, & ♎, ducti, instar Verticalis primarij, si Ecliptica Horizon foret. Nam si ex Q, per M, circulus describatur transiens necessario per A, C, secabitur meridiana linea in R, polo Eclipticæ: Et in recta S T, quæ per Q ad M R, ducitur perpendicularis, existent omnia centra aliorum circulorum maximorum latitudinum per polos Eclipticæ M, R, ductorum; adeo vt circulo A M C R, secto in sex partes æquales, & rectis ex M, per sectionum puncta ductis, perpendicularis S T, secetur in centris eorum circulorum diuidentium Eclipticam in 12 signa, vt ex ijs constat, quæ propos. 8. Num. 2. de centris Verticalium demonstrauimus. Ita vides circulum M T, ex centro S, descriptum incedere per principia ♓ & ♍; circulum autem MS, ex T, descriptum transire per principia ♏, & ♉. Quod si singulæ sex partes circuli AMCR, in tricenas partes secentur, dabunt rectæ ex M, per illas sectiones emissæ in recta ST, centra aliorum circulorum maximorum, qui singula 12. signa Eclipticæ in tricenos gradus distribuant. Sed quia inferior semicirculus circuli A M C R, longius excurrit, & non semper in proposito plano describi potest, inuenientur eadē centra in recta S T, commodius, hac ratione. Semicirculus X V Y, ex M, ad quoduis interuallum descriptus secetur in 6. partes æquales. Rectæ enim ex M, per singulas sectiones eductæ dabunt centra binorum signorum, illorum videlicet,

Eclipticā in 12 signa, & in 360. gradus distribuere.



quæ ipsis sectionibus ascripta sunt. Et si singulæ illæ partes diuidantur in tricenos gradus, inuenientur centra singulorum graduum, &c. vt ex ijs liquet, quæ in prædicta propos. 8. Num. 4. de centris Verticalium demonstrata sunt à nobis. Verum facilius Ecliptica in signa, & gradus distribuetur, si rectæ tam ex polo Eclipticæ M, quam ex altero polo R, si is in plano Astrolabij notatus sit, per duodecimas partes Æquatoris, & singulos eiusdem gradus ad Eclipticam vsque emittantur, vt propos. 5. Num. 17. & 20. ostensum est. Vel si per duodecimas partes Æquatoris, singulosque eiusdem gradus ipsi meridianæ lineæ agantur parallelæ rectam A C, secantes in punctis, per quæ ex Q centro circuli A M C R, rectæ traijciantur, &c. vt in eadem propos. 5 Num. 24. monstratum est. Ita vides rectam Za, ipsi B D parallelam distare ab A, grad. 60. secareque rectam A C, in b, ac denique rectam Q b, transire per principia ♐, & ♌, grad. 60. ab ♈, distantia, &c. Huc etiam transferri possunt, si libet, aliæ viæ diuidendi maximos circulos in gradus, quas propos. 5. & 6. præsertim Num. 25 propos. 6. exposuimus.

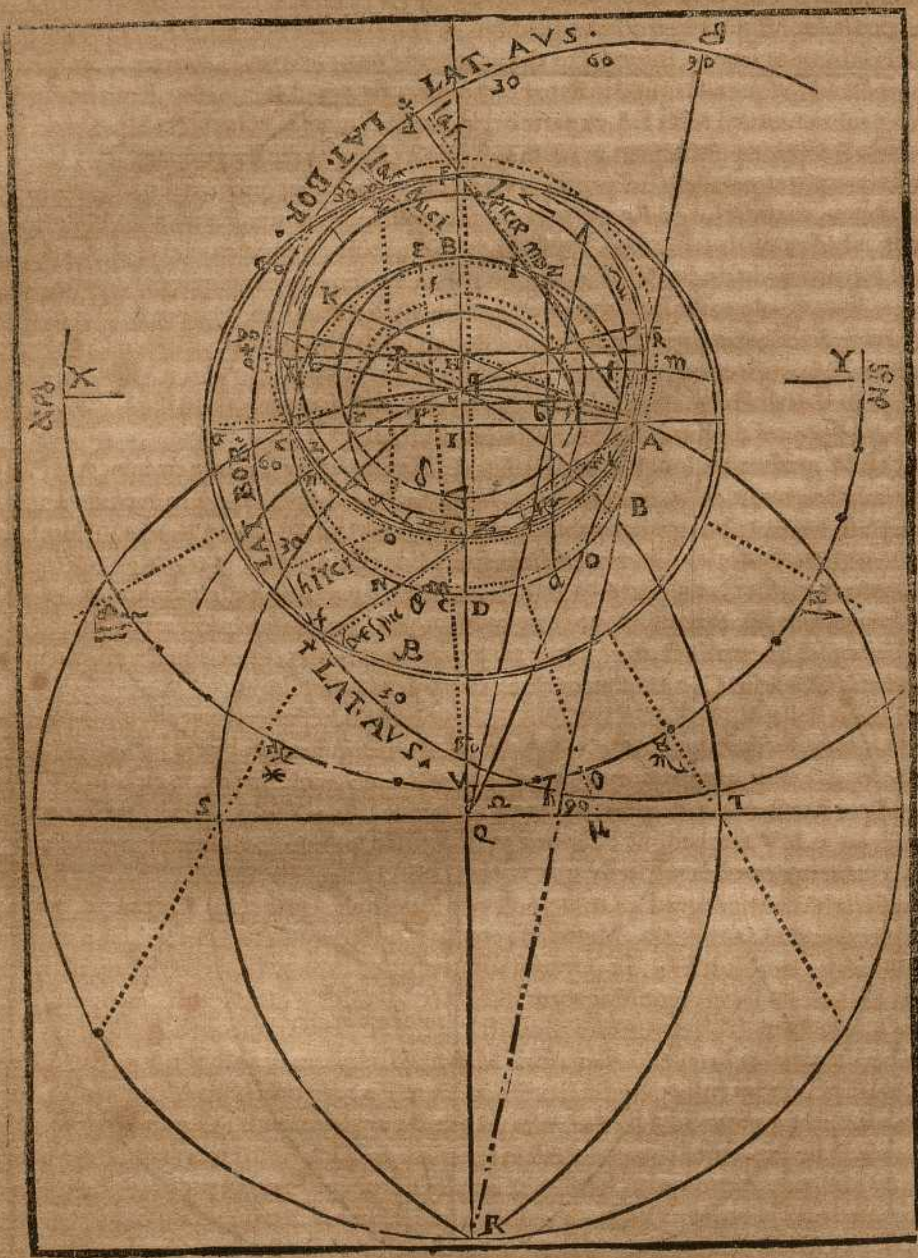
2. STELLÆ fixæ exquisitissime per earum longitudines, latitudinesque in reti Astrolabij reponentur, hoc modo. Descripto parallelo Eclipticæ per propositam stellam in sphæra transeunte, habita ratione latitudi-

Stellas fixas reti Astrolabij per earum longitudines, latitudinesque imponere.

V 2 nis

nis ſtellæ ſiue borealis, ſiue auſtralis, numeretur in eo, initio facto ab eius interſectione orientali ad partes C, cum circulo AMCR, per principia ♈, & ♎, tranſeunte, longitudo eiuſdem ſtellæ, hoc eſt, diſtantia eius à principio ♈, vt propoſ. 6. Num. 22. & ſequentibus traditum eſt. Terminus enim numerationis erit locus ſtellæ propoſitæ. Parallelus autem quilibet Eclipticæ deſcribetur, & in gradus diſtribuetur, eiſdem modis, quibus paralleli Horizontis propoſ. 6. deſcripti ſunt, & in gradus diuiſi. Sed vt facilius res peragatur ea ratione, quam Num. 8. illius propoſ. præſcripſimus, præparanda erit figura hoc modo. Ex A, deſcripto ad quoduis interuallum circulo d e f, ducantur radij A I, A N, tranſeuntes per extremitates diametri viſæ Eclipticæ F G, ſecanteſque circulum d e f, in d, & f, eritque d f quadrans, cum ex Lemmate 10 ſimilis ſit ſemiſſi ſemicirculi I L N, Æquatoris, vel ſemicirculi Eclipticæ FCG. Ducatur quoque radius A L, tranſiens per L polum Eclipticæ verum, & per M, polum viſum, ſecanſque circulum d e f, in e; eruntque arcus d e, e f, æquales, cum per idem Lemma 10. ſemiſſibus quadrantum Æquatoris IL, LN, vel Eclipticæ Fi, iG, ſimiles ſint. Nam recta Ae, per polum Eclipticæ ducta tranſit per extremitatem diametri Eclipticæ i k, ad F G, perpendicularis, vt in ſcholio propoſit. 5. Numer. 14.

Figuram præparare, per quam facile quilibet parallelus Eclipticæ in Astrolabio deſcribentur.



demonſtrauimus. Sumptis deinde arcubus dg, fh, arcubus de, ef, æqualibus, quos etiam radius APR, tranſiens neceſſario ex eodem ſcholio propoſitione 5. Num. 14. per k, alteram extremitatem diametri Eclipticæ i k, abſcindit; propterea quod tam rectæ Ak, AF, per Lemma 10. intercipiunt arcum d g, ſemiſſi quadrantis Eclipticæ FK, quam rectæ A P, A N, arcum f h, ſemiſſi quadrantis Æquatoris PN, ſimilem; diuidantur ſinguli arcus dg, de, f h, fe, in 90. partes æquales, quæ graduum ſemiſſes erunt, initio ſemper facto à punctis d, & f. Nam per partes arcuum de, fe, inuenientur diametri viſæ parallelorum latitudinum borealium, per partes autem arcuum dg, f h, diametri parallelorum latitudinum auſtralium reperientur, ideoque illis adſcripta eſt Latitudo borea, his vero Latitudo auſtralis, vt ſtatim cognoſcatur, quam in partem latitudo propoſita numeranda ſit. Quo pacto autem ex circulo d e f, ita diuiſo paralleli deſcribantur, propoſ. 6. Num. 8. declaratum eſt, rurſumque ex ſequentibus exemplis intelligi poteſt. Qua item ratione huiuſmodi paralleli in gradus ſint diſtribuendi, in eadem propoſitione 6. Num. 21. & ſequentibus traditum eſt.

Spicã Virginis in reti collocare.

3. SIT ergo, exempli gratia, reti imponenda Spica ♍, cuius longitudo à prima ſtella ♈, continet gr. 170. vera autem longitudo à principio ♈, grad. 197. Min. 55. & latitudo grad. 2. verſus auſtrum. Ex d, & f, verſus g & h, ſupputetur latitudo grad. 2. hoc eſt, ſumantur duæ partes ex 90. in quas vterque arcus dg, f h, diuiſus fuit, ac ſi

eſſent

essent gradus,& ad fines ducantur ex A,duo radij abscindentes ex BD,diametrum visam paralleli australis Eclipticæ grad.2.qui quidem duo radij tam ex Æquatore ab I,& N, versus A, quam ex Ecliptica ab F,& G, versus k, 2.grad. auferent; propterea quod arcus circuli d e f, à radio A d, & eo,qui per latitudinem Spicæ transit; Item à radio A f, & eo, qui per latitudinem Spicæ transit, abscissi similes sunt semissibus arcuum tam ex Æquatore, quam ex Ecliptica abscissorum, vt in 10. Lemmate demonstrauimus; ac proinde cum priorum vterque complectatur duos semigradus,hoc est, 1.grad.continebit quilibet posteriorum 2.grad. Deinde notetur intersectio diametri Eclipticæ i k, cum recta connectente duo puncta Eclipticæ duobus gradibus ab F, & G, versus k, distantia, per quæ nimirum prædicti duo radij transeunt. Nam radius ex A,per illud punctum intersectionis diametri i k, ductus indicabit in recta F G, centrum paralleli circa diametrum visam abscissam describendi, ex ijs, quæ propos.6.Num.6.demonstrata sunt. Descripto ergo hoc parallelo,numeretur in eo vera stellæ longitudo, hoc est,grad.197.min.55.nimirum distantia eius ab ♈,secundum signorum successionem. In fine namque numerationis stella collocanda est in dicto parallelo. Ita autem in dicto parallelo punctum reperiemus, quod gradum longitudinis 197.min.55.terminet. Quoniam parallelus Eclipticæ in austrum recedit ab Ecliptica grad. 2 describemus parallelum Æquatoris totidem gradibus ab Æquatore in boream recedentem,& in eo numerabimus supradictam longitudinem, initio facto ab eius intersectione orientali ad partes C, cum recta E C, versus D,& A, progrediendo vsque ad l: quod in dato exemplo fiet,si ex grad.197.min.55 semicirculo dempto, reliqui grad.17.min.55.numerentur à recta EA,ex parte occidentali vsque ad l. Nam recta Ml,ex polo Eclipticæ ducta dabit in parallelo Eclipticæ punctum m,gradum 197.min.55.longitudinis terminans.

Parallelum Aequatoris ex parallelo Eclipticæ opposito,& vicissim hunc ex illo describere.

EX descripto porro parallelo Eclipticæ parallelus Æquatoris, per quem in illo longitudo inuenienda est, ita facile describetur,etiamsi eius declinatio in Æquatore non supputetur. Ex M,polo Eclipticæ per punctum circuli AMCR, vbi à parallelo latitudinis diuiditur,recta ducatur. Hæc enim ex recta EA,vel EC, semidiametrum paralleli Æquatoris abscindet. Vicissim,si prius parallelus Æquatoris describatur,vt propos.4.Num.6.docuimus, tot gradibus à polo australi distans, quot gradibus parallelus Eclipticæ per stellam ductus à polo Eclipticæ boreali distat,describetur parallelus Eclipticæ hoc etiam modo.Ducta ex M.polo Eclipticæ per punctum sectionis paralleli Æquatoris cum recta EA,vel EC,linea recta, secabitur circulus AMCR in puncto,per quod parallelus Eclipticæ describendus est; cuius centrum reperietur, si per punctum illud recta circulum AMCR, tangens ducatur,vt propos.6.Num.10.demonstratum est.

Facillima inuentio puncti longitudinis spicæ Virginis in parallelo latitudinis eiusdem.

EVNDEM gradum m, longitudinis facilius reperiemus,etiamsi neque circulus AMCR,neque parallelus Æquatoris descriptus sit,ex ijs, quæ propos.6. Num.25. tradidimus. Quoniam enim longitudo continet grad.197.min.55. si eam ex tribus quadrantibus, hoc est, ex grad.270.detrahamus, remanebunt grad.72.min.5. quibus stella in parallelo Eclipticæ à linea meridiana supra F,versus A,distat. Si ergo à puncto opposito infra G, in oppositam partem versus C, numeremus grad. 72. min. 5. in parallelo eodem Eclipticæ, cadet recta ex fine numerationis per polum M, extensa in punctum quæsitum m; propterea quod arcus paralleli prædicti inter meridianam lineam, & lineam ductam continet tot gradus apparentes, quot æquales continentur in arcu à linea meridiana infra G, versus C, numerato,vt loco citato demonstrauimus.

IDEM locus stellæ m,id est,grad.197.min.55.longitudinis, reperietur per circulum maximum latitudinis per polos Eclipticæ ductum,hoc modo. Quoniam stella veram longitudinem habet grad.197.min.55. hoc est,in gr.17.min.55.♎,existit,numerabimus à puncto V,principio ♎,versus ♑, in circulo XVY,gr.17.m.55.vsque ad θ,& ex M,per θ,rectam extendemus secantem rectam S T, in μ,centro circuli maximi πMm,transeuntis per grad. 17.min.55.♎,& ♈,secantisque Eclipticæ parallelum in m,puncto eiusdem longitudinis.

Stellam, quæ dicitur Hircus,in rete disponere.

4. SIT rursus imponenda reti stella, quæ vocatur Hircus,in sinistro humero Aurigæ fulgens,cuius longitudo à prima stella ♈,continet grad.48.min.20.& vera longitudo à principio ♈, grad.76. min.25. Latitudo autem,eaque borealis,grad.22.min.30. Numerata ergo latitudine à punctis d,& f, versus e,ductisque per fines numerationum radijs, secabitur F G, in extremitatibus diametri visæ paralleli latitudinis: & si puncta n, o, in quibus radij illi Eclipticam secant, coniungantur linea recta, secabitur diameter i k, Eclipticæ in puncto p, ad quod radius ex A,egrediens dabit q,centrum paralleli ♁ r ε ſ,per stellam transeuntis,& circulum AMC,in r,ſ,secantis. Describatur præterea parallelus Æquatoris αβ, cuius declinatio sit australis,& æqualis latitudini boreali paralleli ♁ r ε ſ, grad 22.min 30.cuius quidem semidiametrum Eα,abscindit recta Mr,producta. Numerata autem longitudine stellæ ex α,vsque ad β,secabit recta μβ,parallelum latitudinis in ♁,puncto eiusdem longitudinis. In ♁,ergo locus erit stellæ propositæ: quem ita etiam reperiemus. Descripto circa diametrum paralleli latitudinis visam rſ,(quæ nimirum communem sectionem paralleli,& circuli maximi per polos Eclipticæ, & principia ♈,& ♎,ducti repræsentat) circulo rtſ,numeretur longitudo stellæ ex r, versus vtramuis partem vsque ad t, punctum,ex quo ipsi BD,parallela acta secet eandem diametrum rſ,in u. Recta enim Qu, secabit parallelum latitudinis in duobus punctis ♁,ε,quorum vtrumque à puncto r,abest grad.76.min.15.vt propos.6.Num.26. demonstratum est,quibus punctum t,ab eodem puncto r,distat. Et quia stella est in boreali medietate Eclipticæ, cum eius longitudo ab ♈,minor sit, quam grad.180. erit punctum ♁,in inferiori medietate paralleli latitudinis,quæ ad boream vergit,locus stellæ. Quod si stella quæpiam eandem habuerit latitudinem,eandemque distantiam ab ♈,sed contra signorum successionem, ita vt eius vera longitudo contineat grad.283.minut.45. erit eius locus in puncto ε,ad austrum spectante. In hoc porro exemplo laborandum non est,vt locus stellæ per circulum maximum per polos Eclipticæ ductum inquiratur, cum id perincommodum sit, propterea quod eius centrum nimis procul abest in recta ST,à puncto Q,versus T,quippe cum stella longitudinem habeat grad.76.min.15.hoc est,in grad.16.min.15.♊,existat.

Facillima inuentio puncti longitudinis in parallelo latitudinis eiusdem.

SED hic quoque sine circulo AMCR, & parallelo Æquatoris αβ, facilius reperiemus punctum ♁,longitudinis stellæ grad.76.min.15. Cum enim hæc distantia sumatur ab ♈, versus ♋,distabit eadem stella à ♋, versus ♈,gr.13.min.45.Si igitur ex parallelo latitudinis ♁ r ε ſ à meridiana linea infra polum M, versus r, abscindatur arcus grad.13.min.45.terminabitur arcus ille in ♁ loco stellæ. Ita autem agemus per ea, quæ propos.6. Num.25. scripsimus. In dicto parallelo ♁ ε ſ,à linea meridiana supra polum M,numerentur versus ſ,grad 13.min.45. Recta enim ex fine numerationis per polum M, extensa secabit prædictum parallelum in ♁: propterea quod, vt loco citato ostendimus, arcus paralleli inter lineam ductam, & meridianam infra polum M, tot gradus apparentes continet, quot æquales in arcu opposito inter easdem rectas supra polum M, continentur.

EODEM prorsus modo quæuis alia stella, cuius longitudo, latitudoque notæ sint, in Astrolabio describetur.

Stellas fixas reti Astrolabij per earũ declinationes, ascensiones rectas, & cœli mediationes, imponere.

5. QVOD si præ manibus habeantur declinationes, ascensiones rectæ, & mediationes cœli stellarum, quæ in reti imponendæ sunt, collocabuntur in Astrolabio eædem stellæ sine magno labore, hac ratione. Ducta ex centro Astrolabij per gradum Eclipticæ, cum quo stella cœlum mediat, hoc est; cum quo ad Meridianum peruenit, vel per finẽ ascensionis eius rectæ in Æquatore linea recta, vbi eam secabit vel parallelus latitudinis, vel declinationis stellæ, ibi locus erit eiusdem in reti, vel Astrolabio. Sic etiam eiusdem locus erit in puncto, vbi parallelus latitudinis parallelum declinationis interfecabit. Sed prior ratio per stellæ longitudinem, latitudinemque à nobis explicata certior est, cum raro tabulæ reperiantur, quæ stellarum declinationes, rectas ascensiones, mediationesque cœli sine errore contineant, longitudines autem earundem à prima stella ♈, cum earum latitudinibus eædem semper permaneant; ita vt cognita distantia primæ stellæ ♈, à principio ♈, omnium aliarum distantiæ notæ fiant, vt mox dicemus.

SCHOLIVM.

Vsus præcipuus stellarum in Astrolabiis vulgaribus quis.

Quid in hoc Astrolabio de stellis fixis tradatur.

1. *QVONIAM præcipuus vsus stellarum fixarum in Astrolabiis vulgaribus est, vt per eas nocturno tempore horæ inuestigentur, danda opera est, vt in toto ambitu retis aliquot stellæ contineantur, eæq; quam paucissimæ, ne multitudo confusionem generet; ita tamen, vt circumducto reti quomodocunque, semper vna vel altera, cum minimum supra Horizontem existat: quibus reti impositis, exscindendæ sunt partes superfluæ, solumque in eo retinendæ stellæ, & Ecliptica in gradus diuisa, in hunc finem, vt quilibet gradus Eclipticæ, & cacumen cuiusuis stellæ constitui possit in quolibet puncto plani Astrolabij, in quo circuli sphæræ eundem semper situm obtinentes descripti sunt, cuiusmodi sunt: Æquator, tropici, Verticalis, Horizon eiusque paralleli, circuli horarij, & domorum cœlestium. &c. quæ res industria potius propria ad similitudinem alterius cuiuspiam Astrolabij perficienda erit, quam pluribus verbis inculcanda. Sed quia nos præter hunc stellarum vsum docebimus quoque, quinam ratione cuiusuis stellæ declinatio, ascensio tam recta, quam obliqua, & cœli mediatio, ex eius longitudine, latitudineque cognitis inueniri possit, diligenter memoriæ mandandum est superius nostrum præceptum de stellis in Astrolabio describendis, vt locus stellæ cuiuslibet in plano Astrolabii reperiatur, quando vsus ita postulauerit. Nunc autem vt pro horis nocturno tempore explorandis stellæ necessariæ in Astrolabio possint reponi, proposuimus hic nonnullarum stellarum longitudines veras, quæ à principio ♈, numerantur, hoc est, loca in Zodiaco: Deinde earundem latitudines, declinationes, ascensiones rectas, mediationes denique cœli, siue puncta Zodiaci, cum quibus ad Meridianum quemcunque perueniunt tam supra Horizontem, quam infra: vbi littera S, latitudinem, declinationemque significat septentrionalem, & litera M, meridionalem. Deniq; numeri ipsis stellis præfixi, cuiusnam ipsæ sint magnitudinis, denotant. Cæterum longitudines stellarum ex tabulis*

TABELLA FIXARVM ALIQVOT stellarum ad annum Domini 1600. completum supputata.

Magnitudo	Stellarum nomina.	Stellarũ loca in Zodiaco.	G	M	latitudines. G	M	Pars latitudinis	Declinationes. G	M	pars declinationis	Ascensiones rectæ. G	M	Mediationes cœli.	G	M
3	Cornu ♈, præcedens	♈	28	5	7	20	S	17	39	S	23	20	♈	25	11
2	Caput Medusæ	♉	21	5	23	0	S	40	5	S	40	55	♉	13	23
1	Oculus ♉	♊	4	5	5	10	M	15	56	S	63	6	♊	5	3
1	Dexter humerus Orionis	♊	23	25	17	0	M	6	21	S	83	41	♊	24	12
1	Hircus	♊	16	25	22	30	S	45	9	S	72	6	♊	13	30
1	Canis maior	♋	9	5	39	10	M	15	54	M	97	19	♋	6	43
2	Lucida Hydræ	♌	21	25	20	30	M	5	4	M	137	19	♌	14	51
1	Cor ♌	♌	23	55	0	10	S	13	44	S	146	19	♌	23	59
1	Cauda ♌	♍	15	55	11	50	S	16	26	S	171	49	♍	21	5
12	Spica ♍	♎	18	5	2	0	M	8	58	M	195	55	♎	17	16
1	Arcturus	♎	18	25	31	30	S	21	49	S	209	23	♏	1	33
2	Cor ♏	♐	4	5	4	0	M	24	57	M	241	16	♐	3	19
1	Lyra	♑	8	45	62	0	S	38	40	S	275	15	♑	4	49
1	Vltima aquæ ♒	♒	28	25	23	0	M	33	24	M	339	56	♓	8	17
	Cauda Cygni	♓	0	35	60	0	S	44	8	S	307	22	♒	5	0
2	Crus Pegasi	♓	23	35	31	0	S	25	44	S	341	1	♓	9	26

Prutenicis diligenter, & accurate supputauimus ad annum 1600. completum. Deinde ex hisce longitudinibus declinationes, ascensiones rectas, cœliq; mediationes venati sumus per doctrinam sinuum. Modum, quem tenuimus hac in re, lib. 3. cum in vsu Astrolabij ijsdem de rebus disputabimus, aperiemus, vt quilibet, cum libuerit, calculum nostrum examinare queat. Neq; enim vllis tabulis declinationum, ascensionum, mediationum cœli, & aliarum rerum, quæ ex longis supputationibus pendent, omnino fidendum puto, cum facile in ijs, nobis non animaduertentibus error aliquis possit admitti. Atque in hoc nostro calculo ratio habita est semper partis proportionalis in sinibus, & minutis, vt in vsu tabulæ sinuum monui. Sed in priori tabella negleximus secunda, quando pauciora sunt, quam 30. & pro pluribus quam 30. vnum minutum adiecimus. Itaque vt ex declinationibus supputentur ascensiones rectæ, non sunt eæ accipiendæ, vt in tabella descriptæ sunt, sed prout inuentæ sunt per doctrinam sinuum, vna cum secundis. Verum hac de re plura lib. 3. scribemus.

Loca stellarum fixarum in Zodiaco reperire ex earum longitudinibus.

2. PORRO loca stellarum in Zodiaco inueniuntur, si longitudinibus earum, quas in nostris commentarijs in sphæram ex probatis auctoribus notauimus, adijciatur vera præcessio æquinoctiorum, quæ ex Prutenicis tabulis ad annum Domini 1600. post correctionem Gregorianam completum supputata continet gra. 28. min. 5. Numerus deinde conflatus ex gradibus per 30. diuidatur. Quotiens enim numerus, quot signa pertransierit stella, indicabit, reliquus autem numerus gradum signi insequētis, in quo existit, ostendet. & si apponantur minuta relicta si qua sunt, habebitur verus locus stellæ in Zodiaco. Verbi gratia, Prima stella ♈, quæ est in cornu præcedenti, & dextro, nullam habet longitudinem in tabula stellarum fixarū, quam in sphæra commentarijs conscripsimus, cum ab ea aliarum longitudines numerentur. Adiecta igitur vera præcessione æquinoctiorum grad. 28. min. 5. fit vera longitudo eius stellæ gr. 28. min. 5 Et quia in hac longitudine nullum signum integrum continetur, existet stella prima ♈, in grad. 28. min. 5 primi signi, quod est Aries. Rursus Spica ♍, longitudinem habet gra. 170. min. 0. si addātur gr. 28. min. 5. veræ præcessionis æquinoctiorum fiet vera longitudo grad. 198. min. 5. Diuisis gr. 198 per 30. fit quotiens 6. & supersunt 18. Pertransiit ergo stella sex hæc signa ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, existitq; in gra. 18. min. 5. proxime sequentis signi ♎. Eadem ratio est de cæteris. Quod si numerus conflatus ex additione veræ præcessionis æquinoctiorum maior fuerit circulo integro gra. 360. reijciendus erit integer circulus gra. 360. antequam fiat diuiso, vel post factam diuisionem abijciēdus integer Zodiacus 12. signorum. Verbi gratia, stella secundæ magnitudinis, quæ in vmbilico Pegasi, & in capite Andromedæ existit, longitudinem à prima stella ♈, habet gra. 341. min. 10. addita vera præcessione æquinoctiorum gr. 20. min. 5. efficietur summa gra. 369. min. 15. Abiecto integro circulo gra. 360. relinquentur grad. 9. min. 15. primi signi ♈, pro loco stellæ. Vel diuisa vera longitudine grad. 369. min. 15. per 30. reperientur signa 12. grad. 9. min. 15. Reiectis ergo 12. signis, reperietur idem locus stellæ in grad. 9. min. 15. ♈. Hæc autem præcessio æquinoctiorum grad. 28. min. 5. retineri potest pro pluribus annis annum 1600. insequentibus, quod propter tarditatem motus stellarum ab occasu in ortum non tam cito loca in Zodiaco mutare dignoscantur. Qui tamen exquisita earum loca desiderat, ei vera æquinoctiorum præcessio inuenienda erit, cum minimum pro singulis 20. annis, & pro eisdem iterum declinationes stellarum, ascensiones rectæ, ac mediationes cœli supputandæ. Has enim mutari necesse est, mutatis stellarum locis in Zodiaco.

Præcessionē veră æquinoctiorum ex tabella ad plurimos annos elicere.

SED vt in hac parte studiosos molestia calculandi veram præcessionem æquinoctiorum leuaremus, supputauimus sequentem tabellam, ex qua cuiusque anni à principio Olympiadum, quod incidit in annum 774. ante Christum Dominum, vsq; ad annum 3000. post Christum, præcessio vera æquinoctiorum facillimo negotio eruetur. Nam si annus propositus in tabella reperitur, apparebit illico è regione illius vera æquinoctiorum præcessio in gradibus, ac minutis. Positi sunt autem in tabella anni centesimi, nisi quando, ob insignem memoriam alicuius rei, anni nōnulli inter cētesimos interiecti sunt: Cuiusmodi sunt anni, quibus vel insignes Astronomi floruerunt, vel à quibus, veluti radicibus, motus cœlestes Astronomi supputarunt: quale est tempus Nabonnassari regis, qui & Nabuchodonosor, vel Salmanassar, à quo Ptolemæus motus supputauit. Quod si annus datus in tabella non reperiatur, accipienda est differentia inter duas veras præcessiones proximorum duorum annorum, quorum vnus minor est anno proposito, & alter maior, vna cum differentia horum annorum. Nam si fiat, vt differentia horum annorum ad differentiam præcessionum, ita differentia inter alterum eorum annorum, & annum propositū, ad aliud, reperietur differētia præcessionis addenda præcessioni minoris anni tabellæ, si differentia inter illum annum, & annum propositum adhibita est; vel auferenda à præcessione maioris anni, si accepta est differentia inter illum, & annum datum. Hac enim ratione exquisite satis præcessio cuiusq; anni inuenietur, non secus, ac si per tabulas Prutenicas erueretur, & solum differentia aliquādo erit in paucis quibusdam Secundis, quæ merito negligi possunt. Verbi gratia. Quærenda sit vera æquinoctiorum præcessio ad annum 880. quo Albategnius floruit. Detrahatur præcessio anni 800. gr. 16. min. 44. ex præcessione anni 900. gra. 18. min. 33. & fiat, vt 100. anni ad præcessionum differentiam gr. 1. min. 49. Ita anni 80. (differentia annorum 800. & 880.) ad aliud, reperienturq; gra. 1. min. 27. Si igitur addatur gr. 1. min. 27. ad gra. 16. min. 44. (præcessionem anni 800.) fiet præcessio gra. 18. min. 11. fere pro anno 800. vel fiat, vt 100. anni ad præcessionū differentiă gr. 1. mi. 49. ita anni 20. (differentia annorum 880. & 900.) ad aliud, reperieturq; pars proportionalis min. 22. ferme congruens illo tempore annis 20. quæ ablata ex grad. 18. min. 33. (præcessione anni 900.) reliquam faciet præcessionem anni 880. gr. 18. min. 11. vt prius. Eadem ratio est de cæteris. Anni autem huius tabellæ intelligendi sunt expleti, atq; integri tam post Christum, quam ante: Et cuiusq; præcessio sumi potest pro radice præcessionis sequētium annorum. Vt si quis præcessionem ex tabulis Prutenicis vellet supputare ad annum 1638. eruere posset præcessionem pro 38. annis, & ei adijcere præcessionem anni 1600. huius tabellæ, tanquam radicem.

TABVLA PRÆCESSIONIS ÆQVINOCTIORVM.

TEMPVS	Anni ante Christum	S	pcessio G	M	TEMPVS	Anni post Christum	pcess. G	M	Anni post Christum	pcess. G	M
Ab Olympiadibus	774	5	54	44		400	9	56	1600	28	6
Ab Vrbe condita	750	5	55	46		500	11	28	1700	29	3
A Nabonnasaro	746	5	55	50		600	13	8	1800	30	3
Thaletis	637	5	57	40		700	14	54	1900	31	7
Metonis	431	0	0	41		800	16	44	2000	32	19
A morte Alexandri	324	0	1	59	Albategnij	880	18	11	2100	33	39
Timocharis	292	0	2	21		900	18	33	2200	35	10
Hipparchi	126	0	4	3		1000	20	18	2300	36	48
Iulij Cæsaris	45	0	4	50		1100	21	58	2400	38	34
CHRISTI	Post 0	0	5	32		1200	23	28	2500	40	23
Menelai	Chri- 100	0	6	16	Alphősi Reg	1251	24	11	2600	42	12
Ptolemæi	stum. 138	0	6	40		1300	24	49	2700	43	59
	200	0	7	21		1400	26	1	2800	45	39
	300	0	8	34		1500	27	6	2900	47	11
Concilij Nicæni	325	0	8	44		1582	27	55	3000	48	34

PROBL. IX. PROPOS. XII.

Circulum maximũ per duo pũcta, quorũ vnu in Horizonte, et alterum in Meridiano datum sit, vel per gradus expressum, in Astrolabio describere.

Per duo pũcta, quorũ vnum in circulo aliquo maximo Astrolabij, & alterũ in alio quopiã circulo maximo sit datũ, vel per gradus expressũ, circulũ maximum describere.

Circulum maximũ, cuius declinatio à Verticali, & inclinatio ad Horizontẽ nota sit, in Astrolabio describere, beneficio Verticalis eius inclinationẽ metientis.

a 13.1. The.

Verticalis, qui propositi circuli inclinationẽ ad Horizontẽ metitur, inuenire.

CIRCVLVM quemlibet maximum, cuius positio, ac situs in sphæra non ignoretur, eiusq; parallelos, ac Verticales in Astrolabio describere.

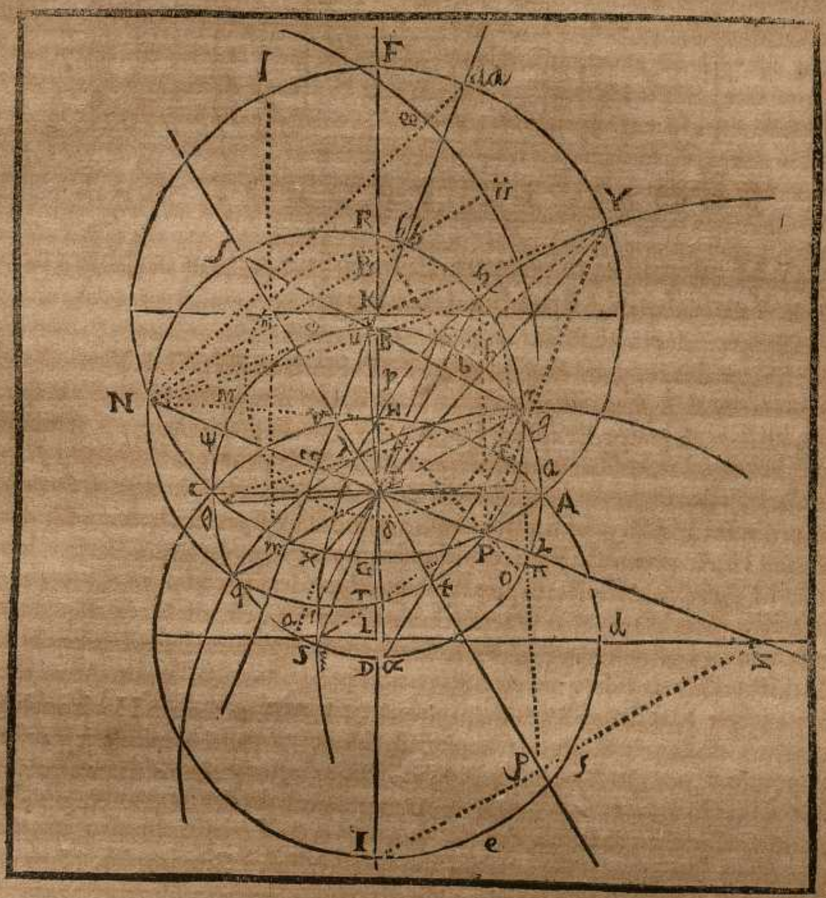
1. SIT in Astrolabio, cuius centrum E, Æquator ABCD, Horizon AFCG; & Verticalis AHCI: (In ijs, quę sequuntur, magno vsui erit, si in plano aliquo vel charta, descripti sint potissimi circuli in sphæra, tanquam in Astrolabio, cuiusmodi sunt Æquator, Ecliptica, Horizõ, & Verticalis primarius propositæ regionis, & duo tropici; in hunc finem, vt eorum cuiuslibet magnitudinem, & situm in promptu habeamus,) sitque propositum, vt circulus maximus describatur, secans Horizontem in puncto, quod ab ortu æquinoctiali C, versus austrum F, absit grad. 30. ac proinde totidem gradibus ab occasu æquinoctiali A, versus boream G; at vero Meridianum in puncto, quod supra Horizontem ab Æquatore in austrum vergat grad. 24. quod sic fiet. Inuento puncto N, in Horizonte, quod à C, grad. 30. distet: Item puncto P, quod totidem gradibus ab A, recedat, illud in austrum, & hoc in boream; quæ puncta hic inuenta sunt per rectas HM, HO, quæ auferũt ex Æquatore arcus CM, AO, grad 30. vt propos. 5. Num. 17. ostensum est. Satis autem est, inuenisse alterum punctorum N. & P. Nam recta ex eo per centrum E, ducta exhibebit alterum, cum illa puncta per diametrum opponantur. Deinde in meridiana linea quæratur punctum R, distans à B, grad. 24. quod fiet, si arcus sumatur BQ. in Æquatore gra. 24. & recta ducatur AQ, secans meridianam in R. Quod si arcui BQ. sumatur æqualis oppositus DS, dabit recta AS, in eadem meridiana punctum T, puncto R, oppositum, vt ex ijs liquet, quæ propos. 6 Num. 13. demonstrauimus. Et quia circulus maximus in sphæra transit per dua puncta opposita, habebimus quatuor puncta N, R, P, T, per quæ circulus maximus propositus describendus est. Inuento ergo V, centro trium quorumlibet punctorum, quod quidem est in cõcursu duarum perpendicularium rectas NP, RT, bifariam secantium, ex coroll. propo. 1. lib. 3. Eucl. erit circulus NRPT, ex V, descriptus per tria illa puncta, qui omnino & per quartum incedat, maximus ille, quem describere iussi sumus, cum transeat per puncta Horizontis, ac Meridiani proposita, quæ quidẽ per diametrum opponuntur. Atque hac ratione per duo quæcunq; puncta data, vnum in vno circulo maximo, & alterum in alio circulo maximo, circulum maximũ describemus, si eis opposita puncta inuestigentur, vt quatuor puncta habeantur, per quæ describendus est. Vt si in Horizonte detur punctum N, in Meridiano punctũ R, inquiremus eis puncta opposita P, T, &c. Quod si ea puncta non assignentur, sed eorum gradus duntaxat exprimantur, nimirum in Horizonte gr. 30. ab ortu in austrum, & in Meridiano gra. 24. ab Æquatore in austrum, inuestigandi erunt illi gradus, puncta videlicet N, R, vt paulo paulo ante factum est.

2. QVOD si describendus sit circulus maximus refens planum aliquod declinans à meridie, verbi gratia, in occasum grad. 30. & ad Horizontem inclinatum grad. 26. ex parte australi, (quo pacto autem cuiusque plani declinatio, inclinatioque reperiatur, in Gnomonica libr. 1. propos. 23. docuimus,) secabit rursum ille circulus Horizontem in punctis N, P, quorum illud ab ortu in austrum, hoc vero ab occasu in boream vergit: quæ quidem reperientur, vt prius, eruntque poli Verticalis circuli per polos Horizontis, & dati circuli transeũtis inclinationemque eius ad Horizontem metientis. Cum enim hic Verticalis rectus esse debeat & ad Horizontem, & ad circulum datum; a transibit per vtriusque polos, ac proinde vicissim vterque per illius polos transibit, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ideoque puncta N, P, vbi se intersecant, poli ipsius erunt. Et quia poli quadrante maximi circuli absunt à maximo suo circulo, ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. si inueniantur in Horizonte puncta X Y, grad. 90. distantia à polis N, P, vel quod idem est, grad. 30. à punctis G, F: quod fiet per rectas ex H, ductas per puncta Æquatoris a, b, quæ 30 grad. à punctis D, B, absunt: describendus erit Verticalis dictus per puncta X H, Y, ex centro Z, quod in recta LZ, ad meridianam lineam in L, centro primarij Verticalis perpendiculari, hoc modo reperietur. Quoniam ille Verticalis à primario ab ortu in boream, vel ab occasu in austrum grad 60. recedit, sumemus arcum de, in Verticali, grad. 60. & arcum I e, duplicabimus vsque ad f: Vel ab H, su-

m. mus

memus arcum 60.grad.duplicatum vsque ad f. Nam recta If, secabit LZ, in Z, centro Verticalis dati, vt propo. 8. Num.10. traditum est. Idem centrum Z, exhibebit recta NP, producta, propterea quod poli illius Verticalis, & centrum in eadem recta N P, per centrum, & polos ipsius ducta existit, vt in eadem propos. 8. Nume. 19. ostensum est. Descripto autem Verticali XHY, si ex eo abscindatur arcus Yk, grad. 26. vt propos. 5. Num. 17. traditum est, habebimus tria puncta N, k, P, per quæ propositus circulus describendus est, qui necessario transibit per quartum punctum i, puncto k, per diametrum iEk, oppositum. Sic autem arcum Yk, grad. 26. auferemus. Ducta ex P, polo Verticalis XHY, ad Y, recta PY, secante Æquatorem in g, accipiatur arcus gh, grad. 26. Nam recta Ph, abscindet quæsitum arcum Yk, grad. 26. Aut ex altero polo N, ducatur recta NY, secans vel tangens Æquatorem in ϕ. (In hoc exemplo tangit, & non secat, ac proinde & Verticalem tangit in Y, vt in scholio propos. 5. Num. 15. monstratum est) sumaturque arcus ϕω, grad. 26. Recta enim Nω, dabit idem punctum k. Vbi cernis, arcus Æquatoris γg, ✝ϕ, idem punctum Y, exhibentes, esse æquales, ab oppositis Æquatoris punctis inchoatos: Item arcus γh, ✝ω; necnon & tam arcus κg, κϕ, κh, κω, æquales esse, quorum principium in eadem sectione κ, existit, ipsi autem in contrarias partes tendunt. Id, quod propos. 5. Numer. 23. obseruandum esse monuimus. Vel certe describatur parallelus Horizontis βkε gr. 26. ab Horizonte distans hoc modo. Sūptis duobus arcubus Fl, Gm, grad. 26. ducatur recta lm, secans diametrum Horizontis Kn, in n. Iunctis namque rectis Al, Am, An, secantibus meridianam in β, ∂, p, erit β∂, diameter eius paralleli, & p, centrum, vt ex ijs con-

Arcū dati inclinationis ex descripto Verticali inclinationē propositi circuli metiente, abscindere. Circulum eundē maximum, cuius declinatio à Verticali, & inclinatio ad Horizontē nota sit in Astrolabio describere, beneficio paralleli Horizontis, sine Verticali inclinationem metiente.



Cōmoditas posterioris huius descriptionis. Circulum eundē maximū facillima praxi per doctrinam scholij propos. 15. describere.

stat, quæ propo. 6. Num. 6. demonstrauimus. Parallelus ergo ex p, per β, ∂, descriptus secabit Verticalem XHY, in k, puncto, quod arcum Yk, grad. 26. aufert. Immo si describatur parallelus βε∂, atque in eo ex puncto ε, numerentur gr. 60. vt propos. 6. Num. 22. docuimus, vsque ad k, inuentum erit punctum k, per quod circulus maximus propositus transire debet, etiamsi Verticalis XHY, descriptus non sit. Quæ quidem ratio commodissima est, quando Verticalis ille parum à Meridiano distat, ac proinde difficilis admodū eius redditur descriptio propter nimiam distantiam eius centri in recta LZ, à puncto L. Ad finem quoque scholij prop. 15. reperies facillimam, pulcherrimamque praxim, qua sine Verticali, & parallelo Horizontis tertium punctum bb, inueniatur, per quod circulus propositus describendus sit. Necesse est autem, si erratum non est, puncta q, r, vbi circulus maximus descriptus Æquatorem secat, per diametrum esse opposita, hoc est, rectam q, r, per centrum E, trāsire; [a] propterea quod maximi circuli in sphæra se mutuo bifariam secant: quod etiam in schol. prop. 5. Num. 6. monuimus. Hinc enim fit, vt omnes circuli in Astrolabio quomodocunque per duo puncta per diametrū opposita descripti, qualia sunt in proposito exemplo puncta N, P, & R, T, secent Æquatorem bifariam, cum circulos sphæræ maximos referant. Qua de re plura in scholio huiusce propositionis scribemus.

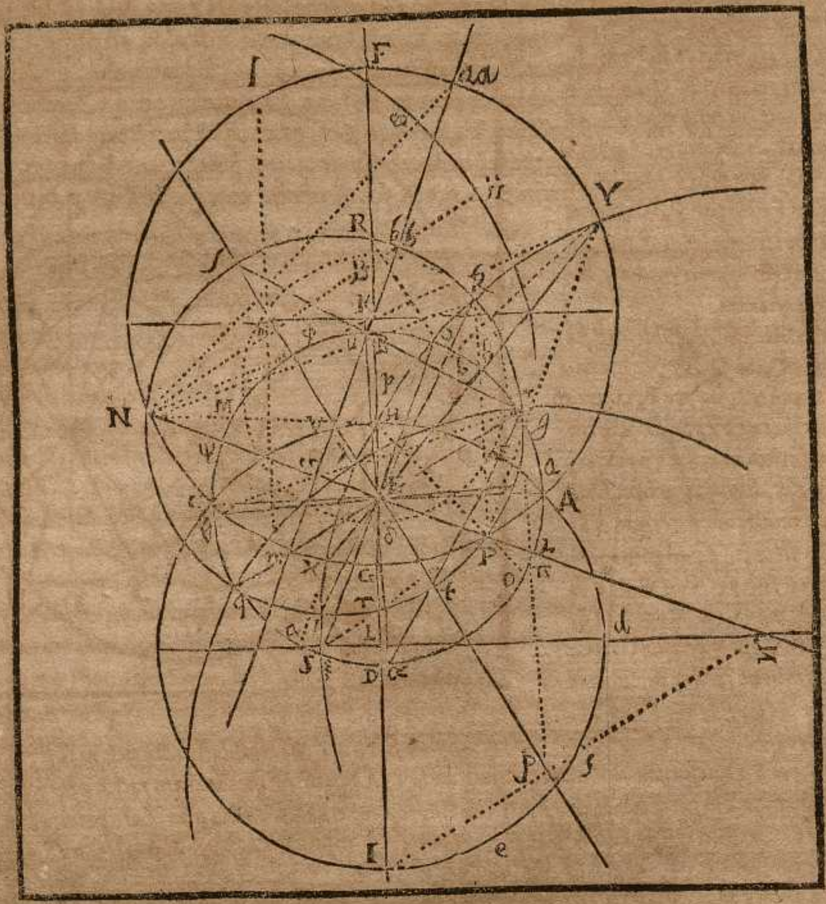
[a] 11.1. Theo. Omnes circulos in Astrolabio per duo pūcta per diametrum opposita descriptos secare Aequatorem bifariam.

3. VT autem parallelos huius circuli maximi descripti NRPT, describamus, inuenienda est vera eius diameter in Æquatore, tanquam Meridiano Analemmatis, vt prop. 8. Num. 16. præcepimus, hoc nimirum modo. Per E, centrum Astrolabij, & V, centrum circuli descripti, ducatur recta st, [b] quæ ad q, r, in circulo N RPT, existentem, quam in E, bifariam diuidit, è centro V, veniens perpendicularis erit referetque communem sectionē Astrolabii, Æquatorisve, & Meridiani proprij eiusdem circuli maximi, vt in scholio propos. 3. Num. 4. dictum est. Deinde ex r, tamquam polo australi per s, t, extremitates diametri maximæ visæ egredientes rectæ secent Æquatorem in u, ∠. Recta enim u∠, vera diameter erit dicti circuli maximi in sphæra, ita vt r u, sit altitudo poli

[b] 3. tertij. Diametrū verā circuli maximi descripti, eiusdē polos, & altitudinem poli supra eundē inuenire.

Parallelos descripti circuli maximi in Astrolabio describere.

poli supra eundem. Et si ducatur alia diameter $\theta\mu$, ad u α, perpendicularis, erit ea axis eiusdem circuli, & proprij eius poli θ, μ, quorum θ, in λ, apparebit, quæ omnia propositione 8. Nu. 16. & 17. demonstrata sunt. Vides ergo, Verticalem XHY, transire per λ, polum circuli NRPT, quemadmodum & hic per N, P, polos illius Verticalis ducitur, vt vult Theor. 1. scholij propos. 15. lib. 1. Theod. Itaque si veræ diametro u α, parallelæ agantur per singulos gradus Æquatoris, vel ipsi ſt, parallelæ ducantur per singulos gradus circuli N R P T, & ex r, per earum extrema radij eijciantur, secabitur recta ſt, in extremis punctis diametrorum visarum, & rectæ ex r, ad intersectiones parallelarum ipsius ſt, cum diametro circuli NRPT, secante ipsam ſt, ad angulos rectos, in eadem ſt, indicabunt centra parallelorum, vt propos. 6. Num. 6. de parallelis Horizontis diximus.



Verticales eiusdẽ circuli maximi descripti, tãquã Horizõtis cuiuspiã, describere.

4. VERTICALES denique eiusdem huius circuli N R P T, tanquam Horizontis, non aliter describentur, ac Verticales Horizontis, de quibus propos. 8. dictum est. Primarius enim erit q λ r, cuius centrum ϱ, in recta st, reperitur, si arcui r μ, æqualis fiat $\mu\varpi$, & recta r ϖ, ducatur, vel arcui qα sumatur æqualis $\alpha\varpi$, vt propo. 5. Num. 4. demonstratum est. Centra autem aliorum Verticalium reperientur in recta per ϱ, ad ſϱ, perpendiculari, quemadmodum propos. 8. præcepimus.

Vtilitas huius propositionis.

HABET autem propositio hæc vsum eximium præter alios, in re Gnomonica. Nam per eam inueniuntur altitudines Solis, & latitudines vmbrarum, siue circumferentię Horizontales, atque arcus horarij in circulo maximo proposito, ad singulas horas, in qualibet regione, vbicũq; Sol existat in Zodiaco: si prius illius plani, in quo horologium describendum est, declinatio à Verticali, & ad Horizontem inclinatio, inueniantur, ex propos. 23. lib. 1. nostræ Gnomonices; & in Astrolabio circulus maximus, per hanc propos. describatur, referẽs maximũ in sphæra circulum, cui planum horologij æquidistat; ac tandem eiusdem circuli describantur paralleli, & Verticales, vt hoc loco diximus. Sed hæc planiora fient lib. 3. Can. 16. & 21.

SCHOLIVM.

Si in circulo secante datum circulum bifariam accommodetur recta per cẽtrum dati circuli, secabunt omnes circuli per extrema illius rectæ transeũtes eũdẽ quoq; datũ circulũ bifariã.

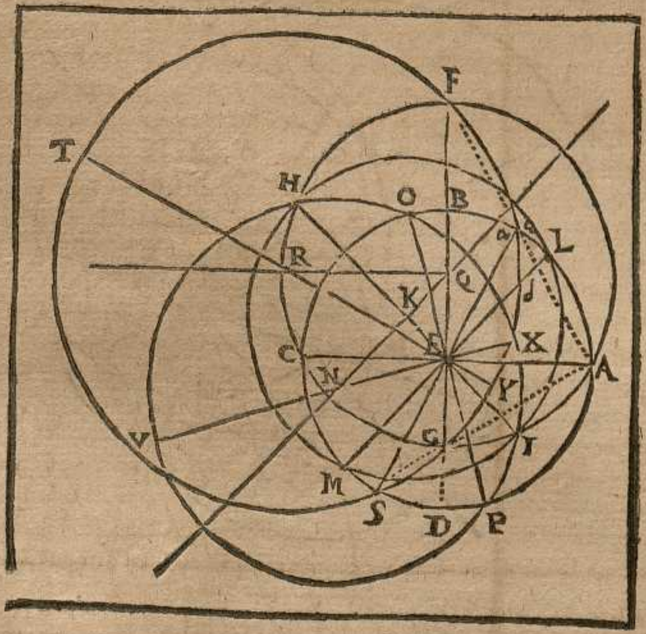
1. QVONIAM & in hac propos. Num. 3. & propos. 8. Num. 16. & in scholio propos. 5. Num. 6 traditum est, omnes circulos maximos in Astrolabio diuidere Æquatorem bifariam, placuit hoc ipsum aliter, & Geometrice demonstrare proposito hoc Theoremate.

SI circulum datum alius circulus bifariam, hoc est, in punctis oppositis secet, & in hoc recta vtcunque accommodetur per centrum dati circuli transiens. secabunt omnes circuli per extrema puncta huius rectæ descripti datum quoque circulum bifariàm.

SIT datus circulus ABCD, cuius centrum E, sectus à circulo AFCG, cuius centrum Q, bifariam in A, & C, applicetur q; per centrum E, recta quomodocunque HI, in circulo AFCG, non per eius centrum Q, transiens, & per H, I, circuli describantur, vt libet, HLIM, HOPV. Dico eos datum circulum ABCD, bifariam secare in punctis L, M, & O, P. Sit enim primum in recta HI, centrum K, circuli prioris HLIM, & per centrum E, ad HI, excitetur perpendicularis LM, secans circulum datum in pun-

in punctis L, M, per quæ dico circulum HLIM, transire. Iuncta enim diametro dati circuli AC, (cum datus circulus positus sit bifariam in A, C, secari à circulo AFCG,) quoniam rectæ HI, AC, se in circulo AFCG, mutuo secant in E,[a] erit rectangulum sub HE, EI, rectangulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel rectæ LE, æquale. [a] *35. tertij.* *Cum ergo LE, sit ad HI, perpendicularis, transibit per lemma 15 semicirculus HLI, per L, atque eandem ob causam & per M, semicirculus HMI, transibit. Secat ergo circulus HLIM, datum circulum in punctis L, M, per diametrum LM, oppositis, ideoque bifariam, quod est propositum.*

DEINDE sit N, centrum posterioris circuli HOPV, extra rectam applicatam HI, ducaturq́; eius diameter VX, per E, centrum dati circuli, ad quam ducatur diameter eiusdem dati circuli perpendicularis OP. Dico circulum HOPV, per puncta O, P, transire. Quoniam enim rectæ HI, AC, se in circulo AFCG, mutuo secant in E;[b] erit rectãgulum sub HE, EI, rectangulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel OE, æquale: [b] *35. tertij.* [c] *Sed rectangulo sub HE, EI, æquale est rectangulum sub VE, EX;* [c] *35. tertij.* *quod rectæ HI, VX, se mutuo quoque secent in E, in circulo HOPV, per H, I, descripto. Igitur & quadratum rectæ OE, rectangulo sub VE, EX, æquale erit. Cum ergo OE, ad VX, sit perpendicularis, transibit per Lemma 16. semicirculus VOX, per O; & eandem ob causam semicirculus VPX, per P. Circulus igitur HOPV, datum circulũ secat in punctis O, P, per diametrum OP, oppositis, ideoq; bifariam, quod est propositum.*



QVOD si in circulo AFCG, applicata sit recta FG, per eius centrum Q, & per E, centrum dati circuli transiens, ac per F, G, circulus, vt libet, describatur FaYS, ex centro R, secans circulum datum in a, S, dico rursus, datum circulum in a, S, diuidi bifariam. Ducta namque diametro circuli descripti TY, per centrum E, dati circuli, & ad eam excitata diametro dati circuli perpẽdiculari aS, demonstrabimus eodẽ modo, circulum FaYS, transire per a, S. Quoniã enim rectæ FG, AC, in circulo AFCG, se mutuo secant in E;[d] erit rectangulum sub FE, EG, rectangulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel aE, æquale: [d] *35. tertij.* [e] *Sed rectangulo sub FE, EG, æquale est rectãgulum sub TE, EY, quod rectæ FG, TY, in circulo FaYS, per F, G, descripto se mutuo quoque secent in E.* [e] *35. tertij.* *Igitur & quadratum rectæ aE; rectangulo sub TE, EY, æquale erit. Cum ergo aE, ad TY, perpendicularis sit, transibit per Lemma 16. semicirculus TaY, per a; eandemq́; ob causam semicirculus TSY, per S. Circulus igitur FaYS, datum circulum secat in punctis a, S, per diametrum aS, oppositis, atque idcirco bifariam, quod est propositum.*

2. ET quoniam omnes maximi circuli ducuntur per duo aliqua puncta per diametrum opposita, recta autem duo huiusmodi puncta connectens, diameter est alicuius circuli maximi obliqui Æquatorem bifariam secantis; quemadmodũ enim Horizon, Verticalis, Eclipticaq; Æquatorem secant bifariam, propterea quod puncta extrema in diametro visa cuiuslibet eorũ repræsentant duo puncta in sphæra per diametrum opposita, vt in scholio propositionis 5. Num. 1. & 3. ostendimus: ita quoque circulus circa quamcunque rectam duo puncta per diametrum opposita iungentem ex medio eius puncto descriptus, eundem Æquatorem bifariam diuidit, vt in eodem scholio Nu. 3. demonstratum est) efficitur ex theoremate huius scholij, omnes maximos circulos in Astrolabio, cum per eiusmodi duo puncta per diametrum opposita describantur, Æquatorem bifariam secare, non secus atque in cœlo contingit. Ex quo sequitur, omnes Verticales, circulos positionum, circulos horarios, & circulos maximos, qui per polos Eclipticæ ducuntur, Æquatorem secare in punctis per diametrum oppositis. Id quod supra proprijs in locis ostensum quoque fuit.

Omnes circulos in Astrolabio maximos diuidere Aequatorẽ bifariam.

PROBL. X. PROPOSITIO XIII.

PER data duo puncta in Astrolabio, vel per vnum solum, circulum maximum describere.

1. HOC idem, quod ad duo puncta attinet, demonstrat Theodosius lib. 1. propos. 20. differtque propositio hæc à præcedenti, quod in hac 13. non datur situs ac positio circuli describendi, aut duo puncta in duobus circulis maximis, sicut in illa 12. sed solum duo puncta assignantur quomodocunque. Concipiatur ergo in præcedentis scholij figura Æquator Astrolabij esse ABCD, & data puncta F, d, per quæ circulus maximus describendus est. Inuento alteri eorum, nimirum ipsi F; puncto per diametrum oppsito G, per ea, quæ propos. 6. Nume. 13. demonstrauimus, (quod quidem fiet, si ad rectam ex F, per centrum E, ductam erigatur perpẽdicularis EA, in centro E, & ad iunctam rectam AF, excitetur perpẽdicularis AG, quæ nullo negotio ducetur, si arcui Be, quem recta AF, abscindit in Æquatore, æqualis sumatur oppositus Db, rectaque nectatur Ab, faciens in semicirculo eAb, angulum rectũ ad A.[f] Vel si ducta ad FD, diametro perpendiculari AC, in Æquatore, circa tria puncta A, F, C, circulus describatur, centrum Q, habens in FD, hic enim abscindet punctum G, puncto F, oppositum,) describatur circulus FdG, per tria puncta F, d, G, centrum R, habens in recta QR, ad rectam FG, perpendiculari in medio puncto Q. Hic enim maximus erit, cum per pũcta opposita FG, transeat, secabitque Æquatorem bifariam in a, S, vt in scholio præcedentis propos. ostendimus.

Per duo pũcta quomodocunque in Astrolabio data maximũ circulum describere.

[f] 31. tertij.

2. Quando alterum punctorum datum fuerit in circumferentia Æquatoris, absoluetur problema, si in Æquatore accipiatur aliud punctum oppositum, & per tria puncta, quorum duo sunt in Æquatore opposita, tertium

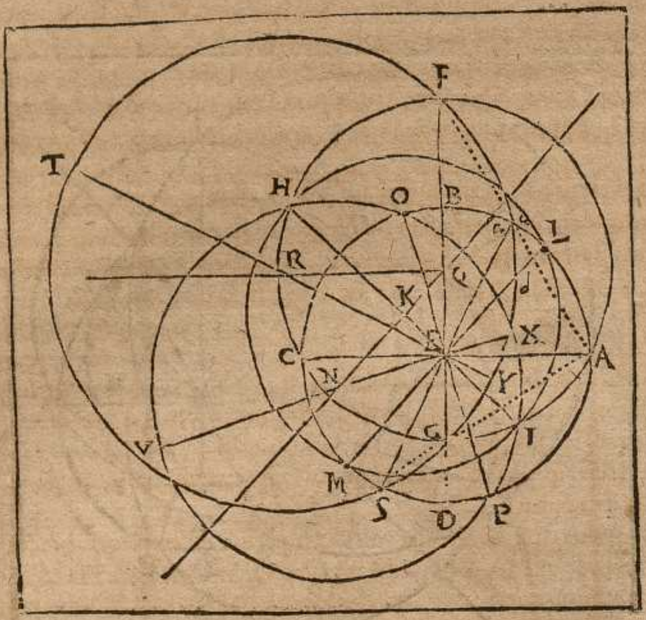
Per duo pũcta, quorũ vnum in Aquatoris circumferentia datũ sit, circulum maximum describere.

tertium autem datum circulus describatur. Vt si data sint duo puncta F,a; ducta diametro Æquatoris a S, describemus per tria puncta F,a,S, circulum FaS.

Per duo pūcta, quæ sunt in eadem recta per centrū Astrolabij ducta, circulum maximum describere.

3. QVOD si duo data puncta iaceant in linea recta cum E, centro Æquatoris, vt si puncta data sint F, B, vel F,G, referet ipsa recta F B, vel F G, in infinitum extensa maximum circulum per polos mundi ductum, vt constat ex propos.1. Neque per duo illa puncta alius circulus maximus describi poterit, nisi per diametrum sint opposita, qualia sunt F,G. Tunc enim non solum recta F G, in infinitū extensa maximū circulū referet per ea puncta ductū, sed etiā per eadē infiniti alij circuli maximi describi poterunt, cuiusmodi sunt FAGC, & FYGT, ex centris Q,R, descripti: quorum omnium centra erunt in recta Q,R, secante FG, bifariam, & ad angulos rectos, vt constat ex coroll. propos.1.lib.3.Eucl.

Per duo pūcta in circumferentia Aequatoris data, circulum maximū describere.



4. RVRSVS si data puncta sint in Æquatoris circumferentia, vt B, L, erit ipsemet Æquator, maximus circulus per ea ductus, & nullus alius per eadem illa puncta poterit describi, nisi quando per diametrum opponuntur. Vt si data puncta sint O, P, describi poterunt per O,P, præter Æquatorem, infiniti alij circuli maximi, cuiusmodi est OHVP: quemadmodum paulo ante de punctis oppositis extra circumferentiam Æquatoris diximus. Omnium autem centra erunt in recta EN, ad OP, perpendiculari, vt constat ex coroll. propos.1. lib.3. Eucl.

Per datum quoduis pūctum in Astrolabio, quotuis circulos maximos describere.

5. IAM si per vnum datum punctum circulus sit describēdus, fiet id dicto citius, si per punctum datum, & duo alia quæcunque in Æquatore per diametrū opposita circulus describatur. Ex quo efficitur, per quoduis datum punctum, infinitos maximos circulos describi posse, cum infinitis modis accipi possint in Æquatore duo puncta opposita. Ita vides per pūctum H, tres maximos circulos HOP, HLM, HAC, descriptos esse, cum tam puncta O,P, quam L,M, & A,C, sint per diametrum opposita in Æquatore.

Per duo pūcta per diametrū opposita, quotuis circulos maximos describere.

6. DENIQVE si dentur duo puncta per diametrum opposita, describi poterunt per ea infiniti circuli maximi, quorum omnium centra existunt in recta rectam illa puncta coniungentem secante bifariam, & ad angulos rectos. Vt in eadē figura per puncta H,I, opposita per diametrū descripti sunt tres circuli maximi HCIF, HMIL, HVIO, quorum centra sunt in recta N Q, secante rectam HI, & ad angulos rectos in K, vt constat ex coroll. propos.1.lib.3.Eucl. Atque ita infiniti alij circuli maximi per eadem puncta poterunt describi ex assumptis alijs centris in recta N Q. Hoc obiter etiam asseruimus paulo ante ad finem Num.3.& 4.

PROBL. XI. PROPOSITIO XIV.

DATIS duobus punctis in Astrolabio per quadrantem maximi circuli inter se distantibus, per alterutrum eorum circulum maximum describere, cuius alterum punctum sit polus: Item dato quolibet puncto, maximum circulum describere, cuius polus sit datum illud punctum: Atque insuper circulum non maximum, cuius distantia ab eo polo data sit.

Datis duobus pūctis quadrante maximi circuli inter se distātibus, per alterutrū eorum maximū circulum describere, cuius alterū punctum sit polus.

1. IN Astrolabio, cuius Æquator ABCD, circa centrum E, & in quo duæ diametri AC, BD, sese ad rectos angulos secent quarum illa Horizontem rectum, hæc vero Meridianum referat, sint data primum duo puncta F,G, quorum vnum ab altero absit quadrante circuli maximi, sitque per F, describendus circulus maximus, cuius polus G. Ducatur per G, polum circuli describendi, & E, centrum Astrolabij recta GE, quam ad rectos angulos secet diameter HI, describaturque per tria puncta F, H, I, ex centro K, (quod, ex coroll. propos.1.lib.3.Euc. necessario in recta GE, existit, ob angulos rectos in cētro E) circulus FHI, secās rectā GE, in L; qui per ea, quæ in scholio propos.5.Num.9. demonstrauimus, maximus est, cum Æquatorem in H, I, bifariam secet. Dico eius polum esse G, si verum est, G, ab F, abesse quadrante circuli maximi, ac proinde posse esse polum alicuius circuli maximi per F, ducti, vt positum est. Quoniam enim circulus maximus per rectam KL, repræsentatus transit per G, polum alicuius maximi circuli per F, ducti, transibit vicissim circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus G per polum circuli maximi, quē recta KL, repræsentat, ex schol. prop.15 li.1. The. Cum ergo H, sit polus circuli KL, cum ab eo æqualiter, & per quadrantes HI, Hi, distet, erit F H L I, circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus G. Nam alij circuli maximi per F, ducti, & à circulo F H I, diuersi, non transeunt per H, I polos circuli K L. quod tamen necessarium esse diximus, ex scholio propos. 15.lib.1. Theod. si G, polus est alicuius circuli per F, ducti.

VT autem videas, quam apte hæc consentiant ijs, quæ demonstrata sunt, ducantur ex H. polo circuli KL, per G L, radij HM, HN. Si enim G polus est circuli FHI, necesse est GL, esse circuli quadrantem, hoc est, arcum Æquatoris MN, cui arcus GL, respondet, quadrantem esse. Item si per puncta F, G, per præcedentem propos. maximus circulus describatur FGO, (quod quidem sic fiet. Reperiatur punctum O, puncto G, oppositum vel per circulum GHOI, per tria puncta H, G, I, ex centro Q. descriptum, vel per angulum rectum MHO, cum ducta recta recta HM, ad H, constitutum, qui dicto citius construetur, si diameter ducatur MP, rectaque HP, emittatur secans GL, in O. Deinde per tria puncta F, G, O, ex centro R, circulus describatur,) necesse est arcum FG quadrantem esse, quod sic experieris. Ducta per E, centrum Astrolabii, & R, centrũ circuli FGO, recta ER, secante circulum FHI, in S, erit S, polus circuli FGO. Nam cum FGO, ponatur transire per G, polum circuli FHI, transibit ex scholio propo. 15. lib. 1. Theod. vicissim FHI, per polos circuli FGO. Cum ergo huius polus sit in recta ER, vt propos. 8. Numer. 19. ostensum est, erit S, eius polus. Igitur si FG, quadrans est, necesse est, radios SG, SF, ex Æquatore abscindere quadrantem TV.

2. NON est autem necesse, circulum per datum punctum F, descriptum ambire alterum pũctum datum, quod polus esse debet, ita vt polus intra circulum descriptum, cuius est polus, cõtineatur, cum semper in Astrolabio vnus polus sit intra circulum, cuius est polus, & alter extra, vt patet in Horizonte, eiusque parallelis. Nam si alterum punctum datum sit O, ducta recta OE, excitataque perpendiculari ad eam HI, erit circulus FHI, maximus, cuius polus est O, quem non ambit. Quoniam enim circulus maximus, quem recta OE, refert, trãsit per O, polum alicuius maximi circuli per F, ducti, ex hypothesi transibit ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. vicissim circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus O, per polos circuli maximi OE, hoc est, per H, I. Circulus igitur FHI, est maximus ille, cuius polus O. Nam nullus alius per F, ductus transit per H, I, polos circuli OE.

HIC etiam vides, radios SF, SO, ex polo S, circuli FGO, emissos auferre ex Æquatore quadrantem VX; ac proinde arcum OYF, circuli FGO, repræsentare quadrantem, vt vult hypothesis. Ponitur enim O, ab F, distare quadrante circuli maximi per ea puncta ducti. Arcus autẽ reliquus OGF, continet tres quadrantes, quemadmodum & arcus Æquatoris XIV, cui ille respondet.

3. SIT deinde datum quodlibet punctum G, describendusque sit circulus maximus, cuius polus sit datum punctum G. Ducta recta GE, per datum punctum, & centrum Astrolabii, excitabimus ad eam perpendicularem HI. Deinde ex H, polo circuli maximi GE, ducta recta HG, secante Æquatorem in M, accipiemus quadrantem MN, siue ad dextram, siue ad sinistram, (In dato exemplo incommodum foret accipere quadrantem Mk, versus sinistram, quia recta Hk, nimis procul rectam EG, secaret) rectamque ducemus HN, quæ GE, secet in L. Circulus namque per tria puncta H, L, I, descriptus erit maximus, cum Æquatorem bifariam secet; eiusq; polus erit G, cum ab eo distet quadrante circuli maximi GL.

Circulum maximũ describere, cuius polus sit datũ punctũ in Astrolabio.

PARI ratione, si datum punctum sit O, polus describendi circuli maximi, ducemus quoque rectam OE, & ad eam perpendicularem erigemus HI. Deinde ex H, polo circuli maximi OE, ducta recta HO, secante Æquatorem in P, sumemus quadrantem PN, rectamque emittemus HN, secantem OE, in L. Nam rursus circulus per tria puncta H, L, I, descriptus, erit maximus, eiusque polus O, cum distet quadranti circuli maximi OL, ab eo.

CENTRVM autem circuli maximi describendi ita reperietur ex ijs, quæ propos. 5 Num. 3. demonstrauimus. Ducta recta ex H, per polum G, vel O, secante Æquatorem in M, vel P; sumptisque duobus quadrantibus MN, Mk, vel PN, Pk, dabunt radii HN, Hk, in recta KO; diametrũ visam circuli maximi, quod recta ducta kN, sit vera eius diameter, quandoquidem eius polus est M. Si vero arcui Hk, æqualis abscindatur à puncto k, versus M, vel arcui HN, ab N, versus M, cadet recta ex H, per extremum punctum arcus accepti ducta in K, centrum circuli, diuidens diametrum abscissam bifariam in K. Itaque etiamsi tota diameter commode haberi nequeat, propterea quod aliquando alter radiorum, qualis hic est Hk, nimis procul excurrit, poterit tamen circulus maximus describi ex centro inuento per alterum extremum diametri, quale hic est punctum L.

4. DENIQVE sit describendus circulus non maximus, cuius polus G, à quo eius circumferentia quotuis gradibus recedat. Ducta per G, & centrum E, recta quam HI, ad rectos angulos secet, ducemus ex H, per G, rectam HG, Æquatori occurrentem in M; eritque M, polus circuli describendi, cum radius HM, exhibeat eius polum G, in Astrolabio, & ME, axis erit eiusdẽ circuli. Si igitur ab M, vtrinque gradus propositos numeremus, vt terminos veræ diametri circuli describendi habeamus, & per fines ex H, radii egrediãtur, abscindetur ex GE, diameter circuli describendi, qua secta bifariam, circulus describetur. Quod si quando tota diameter commode haberi non potest, vt cum alterum eius extremum nimis procul a G, abest, inueniendum erit cẽtrum circuli describendi per ea, quæ prop. 6. Num. 9. demonstrauimus, hoc videlicet modo. Numeratis ab M, vtrinq; gradibus propositis, iungãtur extrema puncta per rectam lineam, quæ (vt diximus) vera diameter erit circuli describendi, & punctum notetur, vbi ea diameter axem ME, intersecat. Si enim per hoc punctum ex H, recta emittatur, & arcui inter M, & eam rectam intercepto æqualis abscindatur ex altera parte, cadet recta ex H, per extremum punctum arcus abscissi in centrum, &c.

Circulũ nõ maximũ describere, cuius polus sit datũ punctũ in Astrolabio.

EODEM modo progrediemur, si punctum O, polus ponatur. Ducta enim recta HO, secãte Æquatorem in P; erit ducta PE, axis circuli describendi, &c. Exemplum circuli non maximi describendi non proponimus, ne figura nimis tanta linearum multitudine confundatur.

PROBL. XII. PROPOSITIO XV.

ANGVLI sphærici, quem duo quilibet circuli maximi in Astrolabio comprehendunt, magnitudinem, siue (quod idem est) duorum circulorum in Astrolabio maximorum inclinationem inuenire.

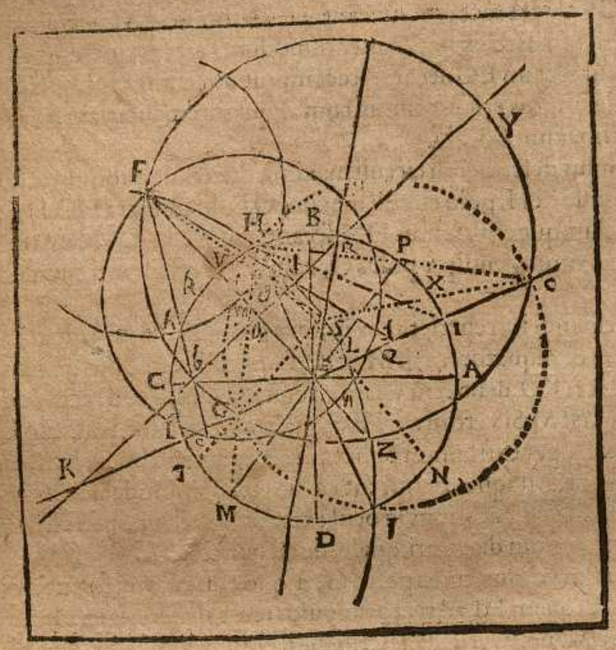
Anguli sphærici in circumferentia Aequatoris constituti quãtitatẽ, vel inclinationem duorum circulorũ maximorũ, quorũ vnus sit Aequator, vel ambo in Aequatoris circũferentia se intersecẽt, inuestigare.

1. IN figura antecedentis propos. secet primum maximus circulus HOIG, Æquatorem ABCD, in H, I, punctis oppositis, vel duo circuli maximi HGI, HLI, se secent in circumferentia Æquatoris in punctis eisdem H, I, propositumque sit quantitatem anguli OHA, vel OIA, hoc est, inclinationem circuli maximi HOI, ad Æquatorem explorare, &c. Ducta diametro Æquatoris HI, secet eam ad angulos rectos alia diameter Ii, quantũlibet extensa, secans Æquatorem, & datum circulum in i, & O: iunganturq; rectæ HO, Hi, secantes Æquatorẽ, in P,

in P,i. Dico arcum Pi,metiri angulum OHI,siue inclinationem circuli maximi H O I, ad Æquatorem. Quo-
niam enim li,rectam HI,in E,bifariam secat,&ad angulos rectos,transibit per centrum circuli HOI,ex coroll.
propos.1.lib.3.Eucl.Ideoque & per polos circuli eiusdem,vt propos.8.Num.19.ostendimus.Cum ergo per pro-
pos 1.circulum maximum per polos mundi ductum referat,erunt ex coroll. propos.16.lib.1.Theod. arcus Hi,
HO,quadrantes, atque idcirco iO,arcus erit anguli OHi,vel inclinationis circulorum. Quare cum per propo-
sitionem 1.Num.5.segmentum Oi,arcui Pi,æquale sit, quod ad numerum graduum attinet, erit quoque Pi,ar-
cus anguli OHi, vel inclinationis circuli H O I, ad Æquatorem. Sic quoque anguli G Hi, (qui anguli
OHi,complementum est ad duos rectos,) arcus est segmentum Gi, cui respondet arcus Mi. Item Li, vel Ni,
arcus est anguli LHi:& LI, vel NI,arcus anguli LHI. Denique GL, vel MN,arcus est anguli GHL, quem duo
circuli maximi GHI,HLI, constituunt,se mutuo secantes in circumferentia Æquatoris. Ex quo fit eodem
modo eius anguli magnitudinem inuestigandam esse.

Anguli sphærici extra peripheriam Aequatoris constituti quātitatē, vel inclinatione duorum circulorum maximorum sese extra Aequatoris peripheriam secantium inuestigare.

2. SECENT deinde sese duo maximi circuli FGZ,FHZ,in punctis oppositis FZ,extra peripheriam Æ-
quatoris,constituentes angulum GFH,quem inuestigare oporteat. Ducta eorum diametro F Z, per E, centrū
Astrolabii(Quod si circuli se solum in F,intersecarent, producendi essent,donec se in Z,secarent; vel certe re-
cta FE,producenda,& inueniendum punctum Z, puncto F,oppositum,vt propos.6.Numer.13.traditum est)
secet eam in a, recta aliqua bifariam,& ad angulos rectos, qualis est recta KR,per centra K,R,circulorum trans-
iens; vnde satis est rectam KR,per eorum circulorum centra ducere,etiamsi communis eorum sectio F Z, du-
cta non sit,quod commodissimum erit,quando alterum punctorum intersectionis procul distat. Immo si al-
terum centrorum nimis procul absit à recta EF,satis est ex viciniore R, ad EF,perpendicularem demittere Ra.
Hæc enim secabit rectam FZ, si ducta esset,bifariam,&c.Deinde ex quouis puncto m,rectæ FZ,siue illud idem
fit,quod punctum medium a,siue non,
describatur per F,circulus Ffe : vel ex
pūcto F, ad quodlibet interuallum cir-
culus gh. Postremo per puncta b, d, vbi
circuli maximi dati rectam KR,interse-
cant,ex F,rectæ egrediantur secātes cir-
culum Ffe,in f,e, vel circulum g h, in g,
h.Dico ef,arcum esse anguli GFH, hoc
est,inclinationis circulorum, & arcum
gh,esse semissem eiusdem arcus. Nam si
puncta opposita F,Z,ponantur poli ali-
cuius Horizontis obliqui, erunt circuli
FGZ, FLZ, duo Verticales, quorū pri-
marius ex centro a,per F,Z,describēdus
esset; recta vero KR, referet parallelum
illius Horizontis per polum mundi, in
quo oculus collocatur, ductum,vt pro-
pos.8.Nume.2.ostendimus. Igitur, vt in
eadem propo.Num.11.monstratum est,
segmentum bd, rectæ KR, tot gradibus
eius paralleli respondet, quot in arcu ef,
vel in arcu g h, duplicato continentur.
Cum ergo arcus eiusdem paralleli inter
circulos FGZ, FLZ, [a] similis sit arcui



[a] 10.2.Th.

illius Horizōtis obliqui,qui quidem arcus est anguli GFH,liquet arcum quoque ef,eiusdem anguli arcum esse,
&c.Quia vero in præcedenti propositione circulus FHZ,descriptus fuit circa polum G, trāsibit circulus FGZ,

[b] 15.1.The.

per illius polos;[b] ac proinde angulus GFH, rectus erit. Necesse est ergo,arcum eius ef,quadrantem esse circuli
Ffe,arcum vero gh,semissem quadrantis circuli gh.

QVIN etiam si per punctum F,quomodocunque circulus describatur, licet eius centrum non sit in recta
FZ,qualis etiam est,v.g.alteruter arcuum datum angulum continentium,vt FG,secans duas rectas Fb, Fd,in
b,p;metietur eius arcus bp,propositum angulum GFH,cum per lemma 10.similis sit arcui e f; & hg, semissis il-
lius arcus,qui similis sit arcui bp,&c.

Quando alter circulorum per polos mundi ducitur, idem inuestigare.

3. QVOD si alter circulorum angulum sphæricum constituentium transeat per centrum Astrolabii,hoc
est,repræsentet circulum maximum per polos mundi ductum,absoluemus eodem modo problema, nisi quod
tunc vna tantum recta linea ex angulo ducenda est. Vt si angulus sphæricus contineatur maximo circulo FEZ,
per rectam lineam repræsentato,& circulo maximo FGZ,erit e n,arcus illius,& hm,eiusdem semissis.Sic etiam
anguli EHL,arcus erit IN,& sic de cæteris.

IMMO etiamsi neque vlla recta ex angulo ducatur,neque circulus Fen , aut hm, describatur arcus tamen
bZ, angulum bFZ, & arcus LI, angulum EHL, metietur; propterea quod per Lemma 10. tam arcus b Z, en,
quam LI, NI, similes sunt,&c.Ex quo fit,quoniam arcus FbZ,HLI,bifariam diuiduntur à perpendicularibus

[c] 3.tertij.

ab, E L, vt arcus quoque F b, HL, eosdem angulos metiantur: ita vt alterum punctum intersectionis necessa-
rium non sit.

Facilis inuentio magnitudinis anguli sphærici,cuius neuter arcuum per centrum Astrolabij incedit.

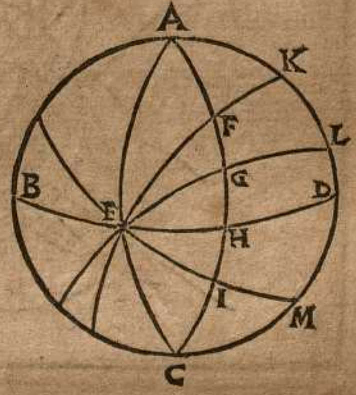
RATIO hæc accommodari etiam poterit ad angulum quemlibet,licet neuter circulorū per centrū Astro-
labii transeat. Sit enim datus angulus bZd,ita vt punctum intersectionis F,vix haberi possit. Ducta recta ZE,
per centrum Astrolabii,ducatur ad eam ex R,centro circuli bZ,quod vicinius est, perpendicularis secans vtrū-
que circulum in b,d. Quia igitur arcus bZ,angulum bZa, & arcus dZ,angulum dZa, metitur; si arcui bZ, adii-
ciatur arcus arcui dZ,similis,conflabitur arcus totius anguli bZd. Idemque habebitur,si ad arcum dZ,adiicia-
tur arcus arcui bZ, similis. Rursum datus sit angulus hLK,in figura sequentis propos. Ducta recta L E, per
centrum

centrum Astrolabij,ducatur ad eam ex alterutrius circuli centro perpẽdicularis secans vtrumque circulum in h,K. Quo peracto,metietur arcus Lh,angulum hLN,& arcus LK,angulum KLN. Si igitur ex arcu Lh, auferatur arcus arcui LK,similis,reliquus fiet arcus anguli hLK.

4. IDEM hoc problema soluemus,si per propos. præcedentem circa angulum datum, vt polum,circulus maximus describatur. Huius enim arcus inter circumferentias angulum datum comprehendentes conclusus ipsum angulum metietur: Rectæ autem ex angulo per extrema puncta huius arcus ductæ abscindent ex Æquatore arcum illi æqualem,quod ad numerum graduum attinet,vt propos.5 Num.17.demonstrauimus,ac proinde arcus ille Æquatoris quantitatem anguli dati indicabit. Ita vides in figura ex puncto H,anguli iHO,vt polo, descriptum esse maximum circulum KO,per rectam KO, repræsentatum, & arcum iO,interceptum inter circumferentias Hi, HO,angulum continentes metiri dictum angulum,cuius quidem arcus magnitudinem exhibet arcus Æquatoris Pi,à rectis Hi, HO,per extremitates arcus iO, ductis abscissus. Eademque ratio est de alijs. *Alia solutio problematis*

SCHOLIVM.

1. OBITER autem hoc loco animaduertendum est, si plures maximi circuli per eadem puncta opposita transeuntes ad alium quendam circulum maximum inclinentur, vno excepto, qui ad illum rectus sit, eum qui ad hunc rectum rectus est, maxime ad illum alium inclinari, aliorum vero, qui maxime inclinato propiores sunt, magis inclinari, quã qui remotiores sunt; duos denique æqualiter distantes ab eo, qui rectus est, ad vtramque partem, æqualiter inclinari. Dico autem illum magis inclinari ad alium, qui minorem angulum acutum cum eo constituit. Sit enim circuli maximi ABCD, polus E, per quem ducti sint quotcunque maximi circuli AEC, EF, EG, EH, EI, ad maximum quendam AHC, inclinati, excepto EH, qui ad eum rectus sit; ad EH, autem rectus quoque sit AEC. Dico AEC, maxime ad AHC, inclinari, & EF, magis inclinari, quam EG. Denique EF, EI, æqualiter à punctis A, C, maxime inclinati AEC, distantes, æqualiter inclinari. Quoniam enim E, polus est circuli ABCD, erunt ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. EA, EK, EL, ED, EM, EC, quadrantes, ideoque EF, EG, EH, EI, quadrante minores Igitur tam arcus EA, EF, quam EF, EG, & EG, EH, semicirculo minores sunt, cum quilibet duo non æquentur duobus quadrantibus, per propos. 14. nostrorum triang. sphær. ergo angulus externus EHC, rectus, maior erit interno opposito EGH: & hic maior interno opposito EFG, & his maior interno opposito EAF. Est ergo EGH, acutus, & à fortiori magis acutus EFG, & multo acutior EAF. Quare circulus EA, maxime est ad AHC, inclinatus, & EF, magis, quam EG. Deinde quia duo latera AE, AF, duobus lateribus CE, CI, æqualia sunt, (Sunt enim EA, EC, quadrantes, & arcus AF, CI, æquales, quod circuli EF, EI, in circulo AHC, æqualiter ponantur abesse à pũctis A, C,) angulosq; continent æquales A, C, per propos. 13. nostrorum triang. sphær. erunt ex propo. 7. eorundem triang. anguli quoq; AFE, CIE, æquales; ac proinde & ex duobus rectis reliqui EFH, EIH, æquales erunt, qui quidem sunt anguli inclinationum. Æqualiter ergo EF, EI, ad AHC, inclinati sunt, quod est propositum. *Pluribus circulis maximis per eadem pũcta opposita ductis, quis eorũ sit magis aut minus inclinatus ad alium maximum circulũ, & qui æqualiter inclinati sint.*



ET quia omnes Verticales ad Æquatorem inclinati sunt, excepto Meridiano, ad quem primarius Verticalis rectus est, efficitur, Verticalem primarium ad Æquatorem esse maxime inclinatum, & alios eo magis inclinari, quo minus à primario recedunt. Sic etiam, quia omnes circuli positionum ad Æquatorem inclinati sunt, Meridiano excepto, ad quem Horizon rectus est, colligitur, Horizontem ad Æquatorem maxime inclinatum esse, & alios positionum circulos eo magis inclinari, quo minus distãt ab Horizonte. *Verticalẽ primariũ inter oẽs Verticales, & Horizõtem inter oẽs circulos positionũ, ad Aequatorem maxime inclinari.*

2. IAM vero pulcherrima, & facillima via per hanc propositionem 15. nobis aperitur, qua per inclinationem ad Horizontem datam in 12. propos. Num. 2. tertium punctum inueniatur, per quod circulus maximus propositus describendus sit. Ita ergo agemus. Quoniam circulus ibi propositus declinat à meridio in occasum, atque ita inuenta sunt in figura propos. 12. duo puncta N, P, in quibus circulus Horizontem secare debet; inclinationem vero habet ad Horizontem ex parte australi grad. 26. ex qua inuentum fuit punctum k, vel per Verticalem XHY, vel per parallelum Horizontis kkA; Inueniemus iam sine hisce circulis ex eadem inclinatione tertium aliud pũctum, hoc modo. Ducta in figura propos. 12. per cc, punctum medium rectæ NP, perpendiculari cc aa, quæ omnino per K, centrũ Horizontis transibit, ex coroll. propo. 1. lib. 3. Eucl. cum rectam NP, in Horizonte secet bifariam, & ad angulos rectos. Descripto quoque ex N, ad quoduis interuallum arcu circuli ee ii, ducatur ex N, ad aa, punctum intersectionis rectæ cc aa, cum Horizonte recta secans arcum descriptum in ee. Et ex ee, versus centrum Horizontis abscindatur arcus ee ii, semissem inclinationis continens, hoc est, grad. 13. Vel si minuta adhæreant inclinationi, accipiatur arcus totius inclinationis, eiusq; semissis deinde ee ii. Ducta enim recta N ii, secabit rectam cc aa, in puncto bb, per quod circulus maximus propositus describendus est. Nam descripto circulo per tria puncta N, bb, P, angulus bb Naa, continebit gra. 26. inclinationis datæ, vt in hac propos. Num. 2. demonstratum est. *Praxis pulcherrima pertinẽs ad propos. 12. pro inueniendo tertio pũcto circuli maximi dati describendi, ex eius inclinatione ad Horizontẽ data, sine Verticali & sine parallelo Horizontis.*

PROBL. XIII. PROPOSITIO XVI.

AD datum arcum circuli maximi in Astrolabio, ad datumque in eo punctum, dato angulo quorumcunque duorum circulorum maximorum in Astrolabio descriptorum, vel cuius arcus in gradibus datus sit, ęqualem angulum constituere: siue (quod idem est) per datum punctũ circulum maximum describere, qui ad datum arcum circuli maximi, in quo punctum datum est, inclinationem habeat æqualem inclinationi quorumlibet duorum circulorum in Astrolabio maximorum. Item datum angulum duorum circulorum maximorum bifariam secare.

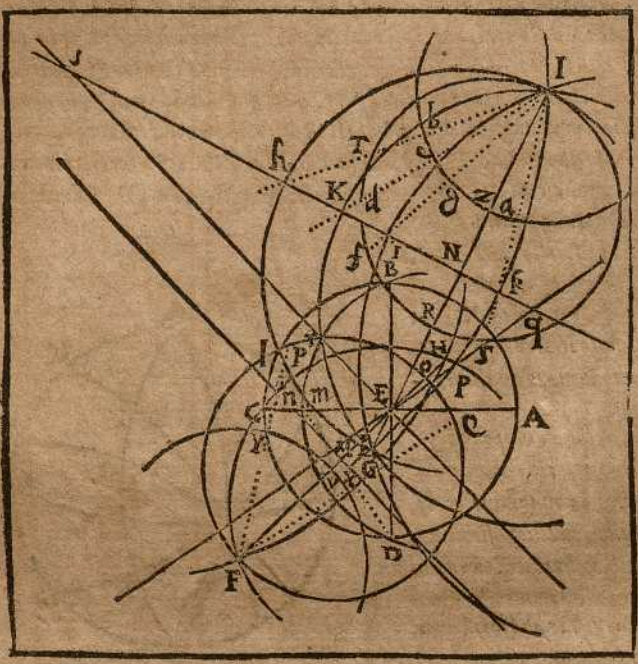
Dato angulo sphærico in Astrolabio æqualem angulum sphæricum ex dato arcu in dato puncto constituere.

1. PRIMAM partem huius propos. demonstrauimus propos. 12. triangulorum sphæricorum. Sit ergo in Astrolabio Æquator A B C D, circa centrum E, & datus angulus sphæricus EFG, contentus circulo maximo FEH, per polos mundi ducto, & maximo alio circulo FGH, cui æqualis constituendus sit ad arcũ IKL, in puncto I. Ductis per centrum E, diametris FH, IL, vt opposita puncta sint F, H, & I, L; eisque sectis bifariam in M, N, & ad easdem ductis perpendicularibus GM, KN, quæ per centra omnium circulorum per puncta F, H, & I, L, transeuntium incedent, ex coroll. propositionis 1. lib. 3. Euclid. describantur per F, I, ex centris assumptis in rectis FH, IL, vtcunque circuli æquales FQOP, ITRS, vel ex centris F, I, circuli æquales quanticunque XY, ab. Ductis quoque ex F, I, per puncta G, M, K, vbi perpendiculares ab arcubus intersecantur, rectis secantibus circulos FQOP, ITRS, in Q, O, d, & circulos XY, ab, in x, V, e; erit QO, arcus dati anguli EFG, & VX semissis arcus eiusdem anguli, vt in præcedenti problemate ostendimus. Si igitur arcui OQ, æqualis sumatur dT, si ad sinistram arcus dati IK, constituendus sit angulus, vel arcus df, si ad dextram, aut arcui VX, æqualis arcus eb, vel eg, ducaturque recta IT, vel Ib, aut If, vel Ig, secans KN, in h, vel i; efficiet tam arcus per tria puncta I, h, L, descriptus angulum hIK, quam arcus per tria puncta I, i, L, descriptus angulum iIK, angulo EFG, dato æqualem, hoc est, inclinatio arcuum IhL, IiL, ad arcum IKL, æqualis erit inclinationi arcus FGH, ad circulum FEH, propter æqualitatem arcuum OQ, dT, df, &c.

Dato angulo sphærico in gradibus, æqualem in dato puncto cum dato arcu circuli maximi constituere.

EADEM ratione ad circulum maximum IEL, in puncto I, angulum NIK, angulo EFn, æqualem constituemus, si ducta recta Fn, secante circulum per F, descriptum in P, & circulum descriptum ex F, in Y, arcui OP, æqualem accipiamus Rd, vel arcui VY, æqualem Ze. & rectam ducamus Ied, secantem KN, in K. Nam circulus per tria puncta I, K, L, descriptus, angulum constituet cum circulo IEL, æqualem angulo EFn, vt constat.

SI detur anguli alicuius magnitudo quotuis graduũ, constituemus eiusmodi angulũ ad arcũ IKL, in pũcto I, si ex d, numeremus propositos gradus vsque ad T, vel f, aut si sumamus semissem arcus propositorum graduum eb, vel eg. Ita quoq; si accipiamus quadrantem d S, vel semissem quadrantis e a, & per S, vel a, recta ducatur secans K N, in k, constituet arcus IkL, cum IK, angulũ rectum KIk.



NON secus datum angulum constituemus in dato pũcto Æquatoris. Vt si construendus sit angulus in D, cum circulo maximo DEB, grad. 70. vel cum DCB, gr. 20. numerabimus arcum Bl, gra. 70. vel arcum Cl, gra. 20. rectamque ducemus Dl, secantẽ AC, in m. Circulus nãq; DmB, propositũ concludet.

Quando duo circuli maximi in Astrolabio angulũ rectum continent, recta linea ex cẽtro Astrolabij per centrũ vnius ducta secat alterũ in polo illius prioris circuli.

2. ET quia duo arcus IKL, IkL, continent angulum rectum KIk, vt dictum est,[a] transibit alter per alterius polũ. Cũ ergo polus cuiusque circuli maximi sit quoque in recta per cẽtrum Astrolabij, & centrum illius ducta, vt propo. 8. Nu. 19. dictũ est, secabit recta Eq, per q, centrum circuli IK, eiecta circulum Ik in p, polo circuli IK; & recta Es, per s, centrũ circuli Ik, traiecta secabit circulum IK, in r, polo circuli Ik. Atque hac eadem ratione, duobus quibuslibet maximis circulis in Astrolabio sese ad rectos angulos secantibus, recta connectens alterutrius centrum cum centro Astrolabij secabit alterum in polo illius prioris. Ex quo fit, vt facile tunc polus vtriusque circuli inueniatur, si nimirum ex centro Astrolabij per eorum centra rectæ ducantur. Hæ etenim secabunt circulos in polis.

[a] 13. 1. The.

Duorũ circulorũ maximorũ rectum angulũ continentium polos inuenire.

Datũ angulũ sphæricũ in Astrolabio bifariã secare.

3. IAM vero non dissimili ratione angulum, quem duo circuli maximi in Astrolabio comprehendunt, bifariam secabimus. Sit enim angulus hIi, secandus bifariam. Ducta IL, communi sectione arcuum Ih, Ii, per centrum Astrolabij trãseunte, eademque secta bifariam, & ad angulos rectos in N, per rectã hk; describatur ex I, arcus vtcunque a b, vel per I, circulus quomodocunque ITS, centrum habẽs in communi sectione IL, verbi gratia, Z. Ductis deinde rectis Ih, Ii, descriptos circulos secantibus in b, g, & T, f, seceturarcus g b, vel f T, bifariã in e, vel d, iungaturque recta I e, vel Id, secans hk, in K. Circulus enim per tria puncta I, K, L, descriptus (qui maximus erit, cum transeat per puncta opposita, I, L,) secabit datum angulum h Ii, bifariam, vt ex demonstratis liquet.

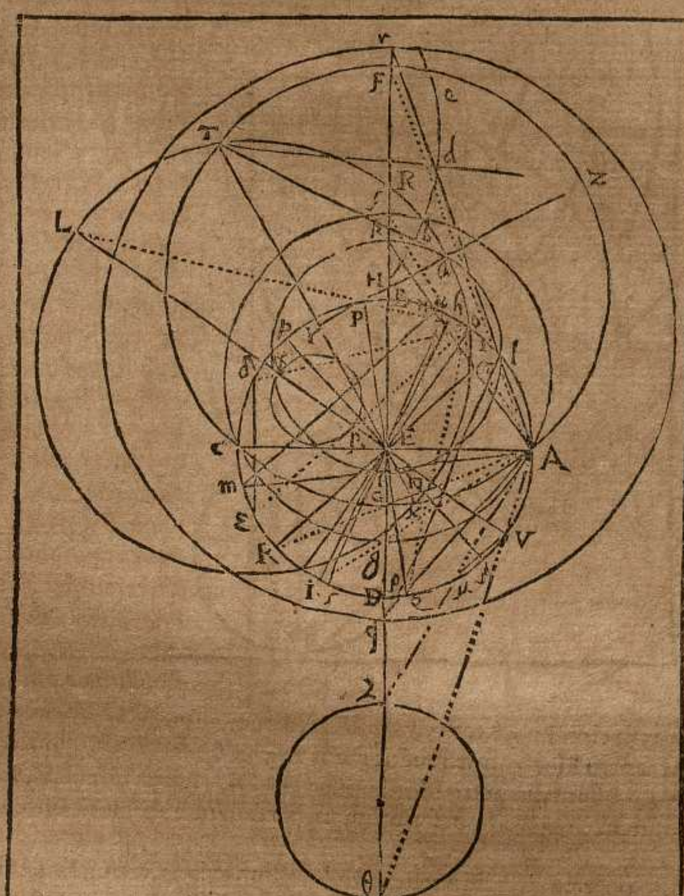
PROBL. XIV. PROPOS. XVII.

DESCRIPTI cuiusuis circuli in Astrolabio, vel lineæ rectæ in eodem ductæ situm in sphæra explorare.

HÆC propositio nihil aliud continet, quam ad varios circulos Astrolabij applicationem quandam eorum, quæ iampridem demõstrata sunt, præsertim propos. 8. Num. 16. & 17. Sit ergo in Astrolabio Æquator ABCD, cuius centrum E; Horizon datæ regionis AFCG, cuius centrum H, & diameter vera IK, ac proinde altitudo poli

poli ſupra eum arcus AI, vel CK. Sit autem deſcriptus primum circulus LMNO, ex centro ♂, cuius poſitio in ſphæra indaganda eſt. Per eius centrum ♂, & E, centrum Aſtrolabij traijciatur recta LEN, quam ad rectos angulos ſecet diameter Æquatoris OM, cadens in puncta O, M, vbi à dato circulo ſecatur. Emiſſis deinde ex O, radiis OL, ON, per extrema puncta L, N, diametri viſæ, ſecantibus Æquatorem in P, Q, erit iuncta PQ, diameter vera circuli propoſiti, vt ex ijs conſtat, quæ propoſ. 8. Num. 16. oſtendimus. Et quia circulus maximus eſt, quod & Æquatorem in punctis oppoſitis O, M, ſecet, & eius diameter vera PQ, per centrum tranſeat, erit poli ſupra eum altitudo arcus OP, vel MQ, vt in eadem propoſ. 8. Num. 22. dictum eſt. Accidit autem altitudinem poli OP, æqualem hic eſſe altitudini poli AI, ſupra Horizontem. Ex quo fit, circulum eum eſſe vnum ex circulis horarum ab ortu, vel occaſu, cum ſupra omnes eiuſmodi circulos eadem ſit altitudo poli, vt propoſ. 9. Num. 9. traditum eſt. Et quoniam Æquatorem ſecat in O, & M, facile cognoſcemus, ad quamnam horam ſpectet, vt in eadem propoſ. 9. Numer. 8. docuimus. Rurſus quia idem circulus ſecat Meridianum in R, cognoſcemus, quantum diſtet punctum R, ab Horizonte, ſi quot gradus in ſegmento FR, contineantur, inueſtigemus ex doctrina propoſ. 1. Num. 6. Denique ſi per polum Horizontis, & per polum eiuſdem circuli deſcriberetur Verticalis, notus fieret arcus inclinationis eiuſdem circuli ad Horizontem, quem tamen Verticalem non deſcripſimus, vt maiorem confuſionem in figura vitaremus. Quinimo per propo. 15. inueſtigari poterit eadem inclinatio ex angulo inclinationis FTR. Sic etiam per eandem propoſ. reperies eiuſdem circuli inclinationem tam ad Meridianum ex angulo ERO, quam ad Æquatorem ex angulo NOV. Verbi gratia, (vt videas, quo pacto res per propoſ. 15. perficiatur) ducta YZ, ad rectam TX, ex puncto medio Y, perpendiculari, deſcriptoque

Variorum circulorũ in Aſtrolabio quomodocunque deſcriptorum ſitum in ſphæra explorare.



ex T, arcu quocunque b e, ſi emittantur rectæ TZ, Ta, ad puncta interſectionum rectæ YZ, cum circulo Ta, & Horizonte, ſecantes arcum be, in d, b. erit bd, ſemiſſis inclinationis, & arcus b e, ipſius bd, duplus, totam inclinationem circuli ad Horizontem dabit, vt ex demonſtratis in propoſ. 15. liquido conſtat. Recta autem NV, arcum inclinationis eiuſdem circuli ad Æquatorem, arcum videlicet Æquatoris QV, rectæ NV, reſpondentem manifeſtabit, &c. Itaque circulus LMNO, inuentus eſt eſſe maximus, ſupra quem polus eleuatur per arcũ OP, abſcinditq; ex Meridiano ſupra Horizontem ex parte auſtrali arcum FR; Inclinationem denique eiuſdem ad Horizontem ex parte occaſus, & auſtri, metitur arcus b e, &c.

2 DEINDE deſcriptus ſit circulus AfCg, ſecans Æquatorem in eiſdem punctis A, C, per quæ Horizon tranſit, ac proinde maximus exiſtens. Inuenietur eius vera diameter h i, & altitudo poli ſupra eum circulum arcus Ah: Ipſe vero circulus ad Meridianum rectus, ſicut & Horizon, quod per eius polos A, C, ducatur, auferet ex Meridiano verſus meridiem ſupra Horizontem arcum Ff, infra vero Horizontem ad partes boreæ arcum Gg. Inclinatio denique eiuſdem ad Horizontem erit arcus Ff, & ad Æquatorem arcus f B, &c.

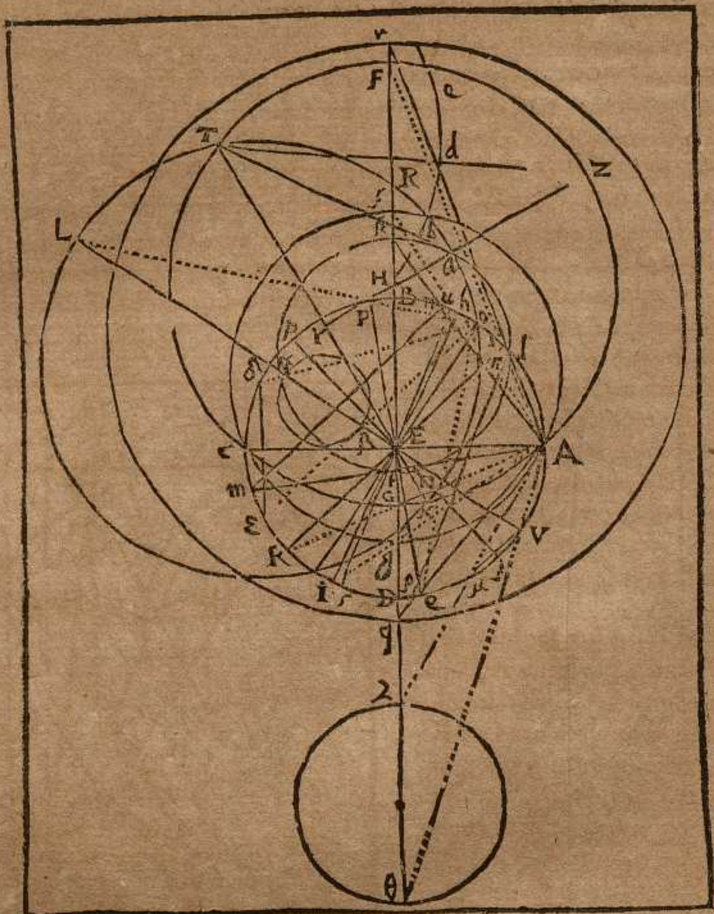
3. RVRSVS detur alius circulus klt, cuius centrum in eadem recta, in qua centrum Horizontis, & circuli AfCg, non maximus, cum Æquatorem in punctis oppoſitis non ſecet. Ductis radijs Ak, At, Æquatorem ſecantibus in n, m, erit vera eius diameter ducta recta m n: quæ reperitur parallela diametro Horizontis veræ IK. Repræſentat igitur circulus klt, parallelum Horizontis, ab Horizonte verſus Zenith p, diſtantem arcu In, vel Km, ſecantemque Æquatorem in l, à puncto Meridiani B, verſus occaſum, &c.

4. PRÆTEREA datus ſit circulus rq, centrum etiam habens in eadem recta cum Horizonte, & nullo

 modo

modo Æquatorem secans, ita vt sit non maximus. Ductis radiis Ar, Aq, secantibus Æquatorem in πρ, erit ducta recta πρ, vera eius diameter: quæ cum non æquidistet Horizontis diametro IK, indicat circulum non referre parallelum Horizontis, sed eius circuli maximi, cuius diameter vera u s, per E, centrum ducta, ipsi πρ æquidistat, & supra quem polus eleuatur per arcum A u, vel C s: Cuius quidem circuli maximi ad Meridianum recti situs in sphæra cognoscetur, si ipse, inuenta eius diametro visa per radios Au, As, in recta FD, describatur, &c.

5. AMPLIVS offeratur circulus αβ centrum habens in eadem recta LN, cum circulo maximo LMNO, quam ad rectos angulos secat MO. Emissis radiis Oα, Oβ, qui secent Æquatorem in ϑ ε, erit ducta ϑε, diameter circuli vera non æquidistans veræ diametro PQ, circuli LMNO. Ex quo coniicies, circulum αβ, non referre parallelum circuli maximi LMNO, sed eius, qui habet veram diametrum per E, ductam ipsi ϑε, parallelam, &c.



6. AD hæc descriptus sit circulus γθ, totus extra Æquatorem, ac proinde non maximus, cuius centrum existat in eadem recta cum centro Horizontis. Ductis radiis A γ, A θ, secantibus Æquatorem in V, μ, erit vera eius diameter recta Vμ æquidistans diametro Horizontis veræ IK. Igitur circulus γθ, repræsentat Horizontis parallelum infra Horizontem circa Nadir descriptum, cuius distantia ab Horizonte versus Nadir recedit per arcum IV, vel Kμ &c.

Quãdo vera circuli diameter inuenta est valde exigua, quid faciendũ.

QVANDO diameter vera circuli inuenta est admodum exigua, vt non facile ei parallela duci queat per centrum E, qualis fuit vltima Vμ, partiemur arcum Vμ, bifariam in ξ, puncto, quod erit vnus polorum circuli, ductoque axe ξ p, ducemus ad eum diametrum perpendicularem IK, pro diametro vera circuli maximi, cui datus circulus æquidistat.

In explorãdo situ descripti circuli in Astrolabio quid obseruandum.

7. HAC ergo arte explorabis situm cuiusuis alterius circuli in Astrolabio descripti, & intersectiones eius cum alijs circulis, quos secat, &c. si nimirum prius per eius centrum, & centrum Astrolabij rectam eduxeris pro communi sectione plani Astrolabij, & circuli maximi, qui per eius polos, & polos mundi ducitur: deinde hanc rectam per diametrum Æquatoris ad angulos rectos secueris, cuius vnum extremum (quod videlicet polo australi A, ex quo radij emissi sunt in descriptione Astrolabij datæ regionis, vicinius est) pro polo australi sumatur, ex quo radij emittendi sunt, &c.

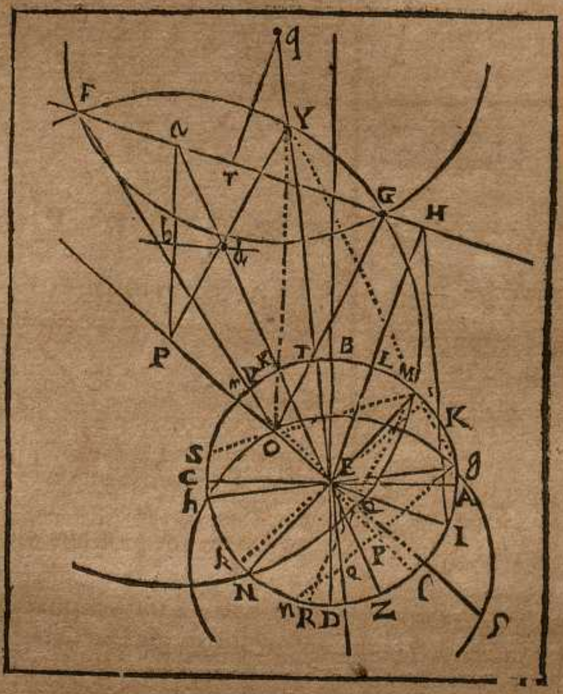
Rectæ cuiusuis in Astrolabio ductæ, sitũ in sphæra explorare.

8. POSTREMO data sit recta FG, explorãdumq; proponatur, quid in sphæra repræsentet. Multa enim repræsentare potest. Nam si cogitetur in infinitum extensa, referet circulum per polum australem ductum, vt propos. 6. Num. 35 dictum est, cuius situm in sphæra sic reperiemus. Ducta ex E, centro Astrolabij ad FG, perpendiculari EH, secante Æquatorem in L, ducatur ad eam semidiameter perpendicularis EI, iungaturque IH, secans Æquatorem in K. Et quoniam, si circulus ABCD, cõcipiatur rectus ad planum Æquatoris Astrolabijve, super rectam EH, ita vt I, ad austrum vergat, manente Æquatore in proprio situ, hoc est, A, spectante ad occasum, & C, ad ortum; recta EI, axem mũdi refert, & I, polum australem; occurret planum per IH, ductũ, & ad circulum in eo situ rectum, plano Astrolabij in H, facietque sectionem FH. Quoniam enim tam planum Æquatoris, quam illud planum per IH, ductum, ad circulum ABCD, in eo situ rectum est;[a] erit quoque eorum communis sectio ad eundem recta; ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad EH, in eodem circulo existentem perpendicularis. Cum ergo FH, ad EH, sit perpendicularis, erit FH, cõmunis illa sectio plani Astrolabij, & plani per IH, ducti.

[a] 19. vnde.

ducti. [a] Quocirca cum hoc planum faciat in ſphæra circulum, cuius diameter IK, referet data recta FG, in infinitum extenſa cum circulum, qui nimirum per I, polum auſtralem tranſit, rectuſque eſt ad circulum maximum per polos mundi ductum, inclinatumque ad Meridianum datæ regionis, qui per B D, repræſentatur, tot gradibus, quot in arcu B L, continentur, in parte quidem ſuperiori Æquatoris verſus occaſum A, in inferiori vero verſus ortum C. a 1.1.Theo.

SI vero recta F G, intelligatur terminata in punctis F, G, referre poteſt chordam circuli maximi per ea puncta deſcripti, cuiuſmodi eſt F G M N: vel chordam innumerabiliũ circulorum non maximorum per eadem puncta deſcriptorum, quorum ſitus, ac poſitio in ſphæra explorari poterit ex ijs, quæ in hac propoſ. ſcripſimus: vel denique diametrum alicuius circuli non maximi, & alicui maximo obliquo æquidiſtantis: quem ſic inueſtigabimus. Quoniam FG, repræſentat diametrum alicuius circuli, ſecabitur is à maximo circulo FGMN, bifariam, [b] ac proinde hic maximus per eius polos tranſibit. Quare medium punctum arcus F G, polus eius erit, qui ſic reperietur. Inuento O, polo maximi circuli FGMN, intra Æquatorem contento, (Hunc autem inueniemus, vt propoſ. 8. Num. 17. ſcripſimus, hoc modo. Per eius centrum P, & centrum Aſtrolabij ducemus rectam circulo intra Æquatorem occurrentem in Q. [c] ſecantemque diametrum iunctam MN, ad angulos rectos. Recta enim MN, diameter erit, cum ſit communis ſectio duorum circulorum maximorum. Deinde ducta recta MQ ſecante Æquatorem in R, accipiemus arcum RS, quadranti æqualem. Recta namque MS, ſecabit EP, in O, polo) ducantur rectæ O F, O G ſecantes Æquatorem in T V; diuiſoque arcu T V, bifariam in X, ducatur recta OX, ſecans arcum FG, in Y. Nam Y, erit punctum illius arcus medium, cum arcus FY, GY, æqualibus arcubus VX, TX, reſpondeant, vt propoſ. 5. Num. 17. demonſtrauimus, ideoque Y, polus erit circuli, cuius diametrum recta FG, repræſentat. Sed quando polus O, prope abeſt à puncto X, ac proinde vix ſine errore recta O X, extendi poteſt, reperiemus eundem polum Y, fortaſſe accuratius hoc modo. Sumatur punctum Z, puncto X, oppoſitum, & per tria puncta Z, E, X, extenſa recta, ſumatur Xa, ſemidiametro P Q, circuli F G M N, æqualis, & iuncta recta a P, ſecetur in b, bifariam, & ad angulos rectos per rectam b d, ſecantem Ea, in d. Nam recta Pd, extenſa dabit punctum Y puncto X reſpondens, vt propoſ. 5. Num. 34. demonſtrauimus. quod etiam offeret XY, ipſi aP, parallela, vel recta YP, faciens angulum Y P a, angulo P a X, æqualem, vt ibidem oſtenſum eſt. b 14.1.Theo. c 3.tertij.

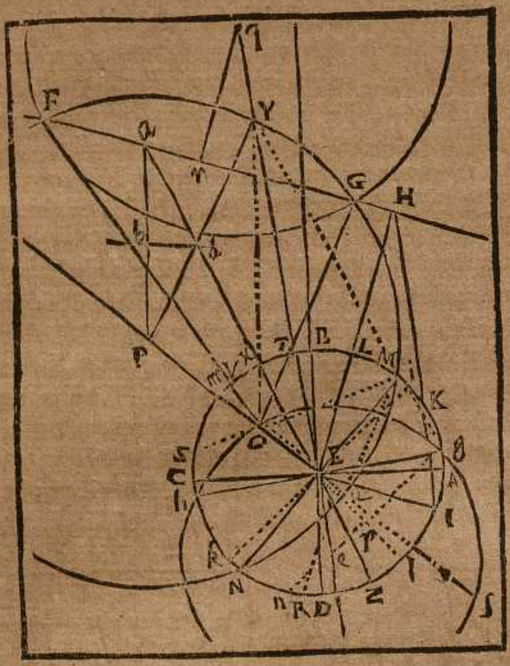


EVNDEM polum Y, commode inuenies per ea, quæ propoſ. 6. Num. 36. ſcripſimus. Nam ſi per tria puncta, quorum duo ſunt illa, in quibus recta E P, Æquatorem, & circulum G Y F, ſecat ex eadem parte centri, nimirum vel arcus MQN, MIN, vel arcus MFN, MBN, tertium autem punctum X, circulum deſcribas, cuius centrum eſt in recta, quæ rectam inter Æquatorem, & circulum G Y F, bifariam & ad angulos rectos diuidit, tranſibit is circulus per punctum Y, vt loco citato demonſtratum eſt. Vel ſi ex ijs, quæ propo. 18 ſequenti Num. 5. trademus, per punctum X, in Æquatore datum, deſcribas parallelum maximi circuli per rectam P Q, repræſentati, ſecabit is circulum FYG, in eodem polo Y, vt in eadem propoſ. 6. Num. 36. oſtendimus.

AD inueniendum porro eundem polum Y, adhiberi quoque poſſunt aliæ viæ propoſ. 5. expoſitæ, præſertim illa, quam propoſ. 6. Num. 25 poſuimus. Nam ſi productis rectis FO, GO, verſus polum O, arcus circuli obliqui FGQ, inter illas rectas interceptus è regione arcus F G, diuidendi bifariam, ſecetur bifariam, cadet recta ex medio puncto per O, polum emiſſa in Y, punctum medium apparens arcus FG, tranſibitque idcirco per punctum X, arcum Æquatoris TV, ſecans bifariam: ita vt iam tria puncta habeantur, per quæ duci debeat recta diuidens arcum FG, bifariam nimirum X, O, & medium illud punctum prædicti arcus circuli obliqui FGQ, è regione arcus FG, qui inter rectas FO, GO, productas intercipitur. Et ſi alij circuli loco Æquatoris deſcribantur, quorum ſemidiametri in recta P Q ſ, in O, ita ſectæ ſint, vt in eodem puncto O, ſecta eſt ſemidiameter Æquatoris, reperientur alia puncta, per quæ eadem recta OX, ducenda eſt, ſi videlicet in illis circulis arcui T X, ſimiles arcus abſcindantur à recta OT, initio facto, & verſus rectam PQ, progrediendo.

ARCVS porro Æquatoris T V, indicabit, quanti arcus circuli maximi data recta F G, chorda ſit, cum arcus T V, arcui F Y G, quem data recta F G, ſubtendit, æqualis ſit in numero graduum, vt propoſ. 5. Num. 17. demonſtrauimus. Atque hoc modo, propoſita quauis recta terminata, inueſtigabimus, quantum arcum maximi circuli ſubtendat; ſi circa eius extrema puncta circulum maximum deſcribamus, & ex eius polo inuento, vt paulo ante ſcripſimus, ad eadem extrema emittantur duæ rectæ. Hæ namque ex Æquatore arcum abſcindent æqualem arcui maximi circuli, quod ad numerum graduum ſpectat, quem data recta ſubtendit. Quod ſi rectæ FO, GO, producantur, intercipient quoque in parte inferiori eiuſdem circuli maximi F G Q, arcum tot æqualium graduum, quot apparentes in arcu FYG, continentur, vt propoſ. 6. Num. 25. oſtendimus. Cæterum in ſequenti propoſ. Num. 3. docebimus rurſus inueſtigare, cuiuſnam arcus circuli maximi data recta ſit chorda, etiamſi circa eius extrema circulus maximus non deſcribatur. *Data recta finita, quanti arcus maximi circuli chorda ſit inquirere.*

INVENTO ergo Y, polo circuli, cuius diametrorum aliquam recta FG, refert, si ducatur recta EY, existet in ea & centrum eius circuli, & centrum maximi circuli, cui æquidistat, vt propos.8. Num. 19. ostensum est. Quamobrē recta rq, secans FG, bifariam, & ad angulos rectos in q, centrum circuli FG, cadet, cuius vna diametrorum est FG, recta. Circulus porro maximus, cui circulus ex q, descriptus æquidistat, describetur hoc modo. Ducta diametro g h, ad EY, perpendiculari, radius gY, secabit circulum ABCD, in i, polo, ac proinde iEk, axis erit quæsiti circuli maximi, & lm, ad eum perpendicularis, diameter eiusdem. Igitur gn, ad lm, perpendicularis in p, cadet in e, centrum maximi circuli h o g, cui æquidistat circulus ex q, descriptus, cum eundem polum habeat Y, qui maximus circulus transibit omnino per O, polum maximi circuli FGMN, cum hic transeat per Y, polum illius. Alter autem polus circuli FGMN, est punctum f, & alter polus circuli g o h, punctum f. Iam vero per ea, quæ dicta sunt supra, facile explorabitur situs circuli maximi goh, & eius paralleli, in quo vna diametrorum est data recta FG.



Rectam per centrū Astrolabij ductā varia posse repræsentare.

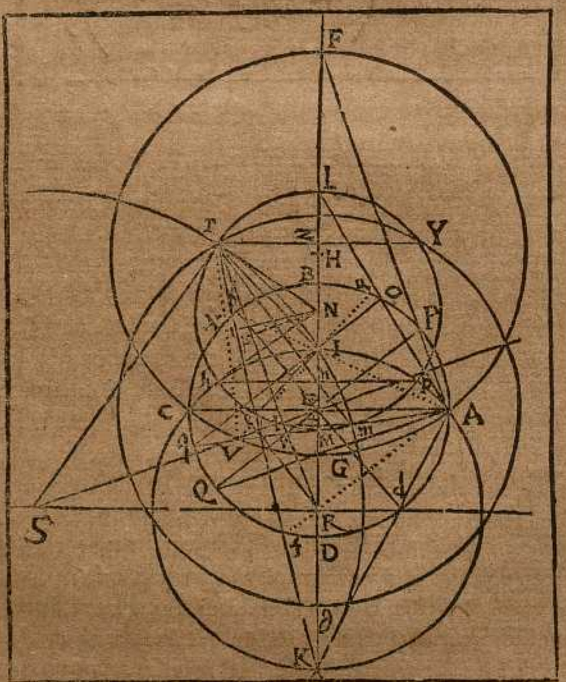
QVOD si detur recta, quæ extensa per centrum Astrolabij transeat, repræsentabit ea circulum maximum per polos mundi ductum: vel si eius puncta extrema per diametrum sunt opposita, diametrum infinitorum circulorum maximorum, qui per puncta illa extrema describi possunt: vel si non per diametrum opponuntur ea puncta extrema, referet aut chordam plurimorum circulorum non maximorum, qui per illa possunt describi, aut diametrum visam maximam circuli non maximi circa ipsam descripti.

PROBL. XV. PROPOS. XVIII.

PER datum punctum circulo maximo dato in Astrolabio parallelum delineare: Item circa datum polum, circulum describere, siue punctum detur, per quod transire debeat, siue non.

Per datum punctū in recta per centrū Astrolabij, & centrū maximi alicuius circuli ducta, parallelū illius circuli maximi describere.

1. SIT in Astrolabio Æquator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus quicunq; AFCG, siue Horizontis sit, siue non, cuius polus I; datumque primum sit punctum L, in recta FG, per H, centrum circuli maximi, & E, centrum Astrolabij extensa, per quod describendus sit parallelus dati circuli maximi, habens centrum in eadem recta FG. Possunt quidem per L, ex infinitis centris in recta FG, assumptis infiniti circuli describi, sed vnus tantum referet aliquem parallelum dati circuli AFCG, quem ex dato puncto L, sic reperiemus. Ducta diametro AEC, ad FG, perpendiculari, quæ in intersectiones Æquatoris cum dato circulo cadet, inuentaque vera diametro PQ, maximi circuli dati per radios AF, AG, Æquatorem secantes in P, Q; ducatur radius AL, Æquatorem secans in O, puncto, per quod agatur ipsi PQ, parallela O q, quæ diameter vera erit paralleli per L, transeuntis, propterea quod radius ex A, per eius extremum O, eiectus cadit in L, extremum diametri visæ, quandoquidem parallelus describendus per L, ponitur transire. Quod si detur polus I, inueniemus diametrum veram quæsiti paralleli, sine diametro vera circuli maximi, hoc modo. Ducto radio AL, secante Æquatorem in O, ducatur radius per polum I, qui in verum polum b, cadet. Sumatur ergo arcui b O, arcus b q, æqualis. Nam recta Oq, vera diameter erit, cum puncta O, q, à polo b, æqualiter distent, & vera diameter per O, transeat, propter radium AL, secantem Æquatorem in O. Igitur ducto radio A q, per alterum extremum q, veræ diametri, habebitur alterum extremum visum M: quod etiam hac ratione reperietur, etiamsi veræ diametri ratio non habeatur. Inuento polo I, dati circuli maximi per radium A b, ductum ad b, punctum medium semicirculi PbQ, quem vera diameter PQ, abscindit, hoc est, ad extremum punctum axis dati circuli, sumatur arcui Ob, æqualis arcus b q, ducaturque radius A q, secans FG in M, eruntque portiones IL, IM, circuli maximi FG, æquales, cum respondeant arcubus æqualibus Ob, bq, vt constat ex propos.1. Num.5. Cum igitur FG, referat vnum ex Verticalibus dati circuli



culi maximi, tanquam Horizontis alicuius, incedet omnino idem parallelus per puncta L,M, æqualiter à vertice I, remota. Secta ergo diametro visa LM, bifariam in N, erit N, centrum paralleli quæsiti per datum punctum L, describendi.

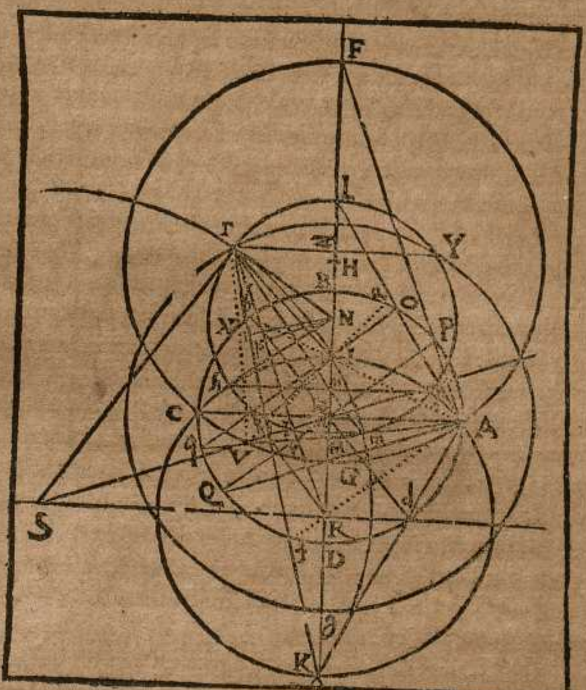
2. DETVR quoque punctum h, in Verticali primario AICK, dati circuli maximi, tanquam Horizontis. Ad rectam Rh, ex centro Verticalis ductam excitetur perpendicularis h N. Hæc enim in centrum N, paralleli per h, describendi cadet, vt ex propos. 6. Num. 10. constat, propterea quod recta h N, Verticalem tangit in h, ex coroll. propos. 16 lib. 3. Eucl. Quod si arcui Ih, æqualis sumatur Ik, & ex FG, abscindantur segmenta IL, IM, arcubus Ih, Ik, æqualia, quod ad numerum graduum attinet, habebimus quatuor puncta h, k, L, M, per quæ describendus est parallelus, cuius centrum est in recta FG.

Per datum punctũ in Verticali primario alicuius circuli maximi, parallelum illius circuli maximi describere.

3. DEINDE datum sit punctum T, extra rectam FG, per centrum dati circuli maximi, & centrum Astrolabij ductam, & extra Verticalem primarium.

Per datum punctũ extra rectam per centrũ circuli maximi, & centrũ Astrolabij ductam, & extra Verticalē parallelum illius circuli maximi describere.

Inuento altero polo K, circuli maximi dati per radium A d, ductum per d, punctum medium alterius semicirculi P d Q, vel accuratius per Verticalem primarium AICK, dati circuli descripti ex centro R, quod radius ex A, ad punctum f, ductus indicat, existente arcu Af, duplo arcus A d; ducatur ex altero hoc polo K, recta KT. Ducta deinde recta TI, ad alterum priorem polum I, fiat angulo TIF æqualis angulus K I e, secetque recta I e, rectam K T, in e; transibitque parallelus, qui per T, ducitur, per punctum e. Nam si concipiatur descriptus per T, parallelus quæsitus, secabit recta K T, eum parallelum in puncto e, intersectionis rectæ I e, cum parallelo, propter æqualitatem angulorum TIF, KIe, vt ex ijs perspicuum est, quæ in scholio propos. 6. ad finem Num. 5. demonstrauimus. Nam si recta KT, secaret parallelum in alio puncto, quam in e, faceret recta ex eo puncto ad I, ducta cum IK, angulum æqualem angulo TIF, ac propterea & angulo eIK, vt in eodem scholio Num. 5. ostendimus: ideoque pars, & totum æqualia forent. quod est absurdum. Ducta ergo i N, secans T e, bifariam, & ad angulos rectos, transibit per centrum paralleli per T, e, transeuntis, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. Cum ergo centrum



sit in recta FG, erit N, centrum quæsiti paralleli, qui necessario transibit quoque per punctum Y, si ducta sit TZ, perpendicularis ad FG, & assumpta ZY, ipsi TZ, æqualis.

QVOD si quando contingat, punctum T, datum existere in tali loco, vt recta TI, cum FG, angulum rectum efficiat, tanget recta KT, parallelum per T, descriptum in T, vt ostensum est in scholio propos. 6. Num. 4. Igitur tunc recta ex T, ad KT, perpendicularis excitata, cadet in centrum paralleli describendi.

RVRSVS si datum punctum extiterit infra rectam RS, quæ per centrum primarij Verticalis ducitur ad FG, perpendicularis, ducenda erit ex polo I, per punctum illud recta linea, & in altero polo K, duo anguli constituendi æquales, loco angulorum TIF, eIK: quia tunc parallelus describendus polum K, ambiet, ac proinde recta ex I, ducta per punctum datum, secabit parallelum in punctis, in quibus rectæ angulos æquales in K, constituentes eundem secant, &c.

SI denique punctum T, in tali extiterit loco, vt æqualiter ab vtroque polo I, & K, distet, (quod facile cognoscetur beneficio circini. Nam si, posito vno pede in T, & altero in I, circinus circũductus transeat per K, æqualiter distabit T, à punctis I, & K, alias non) hoc est, si in recta R S, quæ per centrum primarij Verticalis ducitur ad meridianam lineam perpendicularis, repertum fuerit; referet ipsamet recta RS, parallelum per T, descriptum, hoc est, parallelus in sphæra respondens per polum australem ducetur, ideoque in rectam proijcietur lineam, &c.

HOC idem effici potest hoc modo. Ex dato puncto T, ad FH, ducta perpendiculari T Z, sumatur ZY, ipsi ZT, æqualis, transibitque parallelus etiam per Y. Deinde ex alterutro punctorum T, Y, nimirum ex Y per alterutrum polorum I, K, nimirum per I, recta ducatur YIe, quam secet in e, recta TK, ex altero puncto T, ad alterũ polum K, ducta. Nã per e, quoq; parallelus describendus transibit, vt constat ex ijs, quæ prop. 6 Nu. 25. demõstrauimus. Si namq; parallelus per T, Y, cõcipiatur esse descriptus, erunt tot gradus visi in arcu LY, quot gradus æquales in arcu à rectis LI, YI, productis, abscisso continentur, vt ibi ostensum est. Cũ ergo recta KT, auferat quoq; arcũ LT, tot graduũ apparentiũ, quot gradus æquales in arcu à rectis KL, KT, abscisso includũtur, vt ibidem demonstrauimus; sit autem arcus LT, arcui LY, æqualis, (Recta enim K F, per centrum paralleli ducta secans rectam TY, bifariam, & ad angulos rectos secat quoq; ex schol. prop. 27. lib. 3. Eucl. arcum TLY, bifariam) abscindetur omnino idem arcus à rectis KL, KT, qui à rectis LI, YI, ac proinde parallelus TLY, per e, punctum intersectionis rectarum YI, KT, transibit. alias rectæ LI, YI, & KL, KT, non abscinderent eundem arcum. Circulus igitur per tria puncta T, Y, e, descriptus, erit parallelus quæsitus. Eademq; prorsus ratio est, si datum punctum T, sit infra rectam RS, ac proinde parallelus per T, circa polum inferiorem K, describendus sit. Vt si in 3. figura scholij prop. 6 in parallelo LMN, circa punctũ inferiorẽ P, descriptũ datum sit punctũ N, ducemus ex N, ad meridianam lineam perpendicularem NO, rectamq; OM, ipsi ON, æqualem sumemus. Nam si ex N, per polum P, recta ducatur, secabit eam in h, puncto parall li recta ex M, ad alterum polum Q, ducta, vt ex ijs, quæ loco citato, i. e. prop. 6. Nu. 25. demonstrata sunt, liquet. Vterq; n. arcus KN, KM, tot gradus apparentes includit, quot gradus æquales in arcu Lh, continentur, &c.

SED

Expeditissima via ad inueniendã in meridiana linea diametrũ paralleli per datũ punctum describendi.

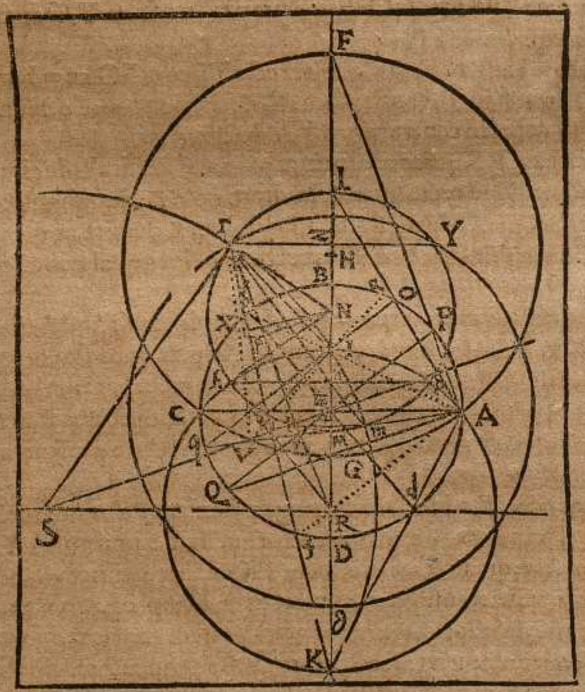
SED via non minus expedita, qua nimirum in ipsa linea meridiana diameter paralleli describendi reperitur, hæc est. Ductis ex puncto T, extra Verticalem AICK, dato ad vtrumque polum I, K, rectis, si angulus acutus I T K, bifariam secetur, cadet recta eum diuidens in punctum M, extremum diametri, per quod parallelus describendus est: Et si ad rectam ductam MT, excitetur in T, perpendicularis, vel (quod idem est) angulus obtusus, quem recta K T, vltra T, producta cum T I, constituit, secetur bifariam, incidet illa perpendicularis, vel hæc linea diuidens in punctum L, alterum extremũ, ita vt tota diameter sit L M: qua diuisa bifariam in N, erit N, centrum paralleli per T, L, M, describendi. quod sic demonstrabitur. Concipiatur descriptus parallelus LTMY. Et quoniam, vt propos.6 Num.25. demonstrauimus, tot gradus apparentes sunt in arcu L T, quot æquales tam in arcu Me, à rectis TK, LK, quam in arcu ex altera parte à rectis TI, LI, productis abscisso continentur; erunt arcus hi abscissi inter se æquales. a Igitur anguli, quos recta MT, cum rectis TK, TI, efficit, illis arcubus insistentes, æquales erunt: ac propterea recta angulum I T K, secans bifariam in punctum M, cadet. b Cum ergo angulus ad T, in semicirculo LTM, constitutus, rectus sit, cadet perpendicularis ad ductam rectam TM, in punctum L. Rectam autem ductam TL, secare bifariam angulum obtusum, quem TI, cum KT, producta constituit, ac proinde rectam, quæ prædictũ angulum diuidit bifariam, cadere in punctũ L, hoc modo ostendemus. c Quoniã recta ducta LT, cum MT, producta rectos angulos facit, h.e. æquales, cum angulus L T M, sit in semicirculo: d Est autem & angulus M T I, hoc est, ei æqualis M T K, angulo ad verticem T, quem M T, K T, productæ efficiunt, æqualis; erit quoque reliquus angulus I T L, reliquo angulo, quem ducta LT, cum KT, producta efficit, æqualis. quod est propositum.

a 27 tertij.
b 31. tertij.
c 31. tertij.
d 15. primi.

SIMILI modo si detur punctum e, intra Verticalem AICK, & ductis rectis ex e, ad vtrumque polum I, K, angulus acutus T e I, secetur bifariam, cadet recta diuidens in punctum L, extremum diametri: Et si ad ductam rectam e L, in e, erigatur perpendicularis, vel (quod idem est) angulus obtusus IeK, bifariam secetur, incidet illa perpendicularis, vel linea diuidens in punctum M, alterum extremum. Concipiatur enim descriptus parallelus LTMY. Et quia, vt propos.6. Num.25. monstratum est, tot gradus apparentes sunt in arcu Me, quot æquales existunt tam in arcu LT, à rectis KT, KL, quam in arcu ex altera parte à rectis eI, MI, productis abscisso; erunt arcus hi abscissi inter se æquales. e Igitur anguli, quos recta Le, cum rectis eT, eI, efficit, illis arcubus insistentes æquales erunt; ideoque recta angulum T eI, bifariam partiens, in punctum L, cadet. f Cum ergo angulus ad e, in semicirculo LeM, constitutus, rectus sit, cadet perpendicularis ad rectam ductam e L, in punctum M. Porro rectam eM, ductam secare obtusum angulum I e K, bifariam, ac proinde rectam, quæ eum diuidit, cadere in punctum M, ita probabitur. Quoniam ducta recta Me, cum ducta Le, facit angulos æquales, nimirum rectos, g cum angulus Lem, in semicirculo rectus sit. h Est autem & angulus LeI, hoc est, ei æqualis LeT, angulo ad verticem e, quem Le, Te, productæ efficiunt, æqualis; erit quoque reliquus angulus MeI, reliquo angulo M e K, æqualis. quod est propositum.

e 27. tertij.
f 31. tertij.
g 31. tertij.
h 15. primi.

EST autem via hæc commodissima. Nam si recta angulum acutum secans bifariam, nimis oblique lineam meridianam intersecet, secabit altera linea angulũ obtusum bifariam secans, eandem minus oblique. Quare per hanc inueniendum tunc erit punctum in linea meridiana, vt v. g. punctum L, per rectam, quæ angulum obtusum, quem recta IT, cum KT, producta efficit, diuidit bifariam. Nam ducto radio AL, ex polo australi A, secante Æquatorem in O, erit recta Oq, diametro PQ, maximi circuli obliqui ducta parallela, diameter vera paralleli; ac proinde radius A q, alterum extremum M, exhibebit. Vel certe si iuncta recta T L, secetur bifariã, & ad angulos rectos, reperietur per lineam diuidentem centrum N, in linea meridiana. Vt autem ea, quæ hoc loco sunt demonstrata, facilius intelligantur, ducendæ erunt rectæ TM, e L, & vna cum recta KT, producendæ. Item rectæ T L, eM, iungendæ. quod in hac figura factum non est, vt confusio linearum vitaretur.



Quantum arcum maximi circuli data recta subtendat, inuenire, etiam si circulus ille maximus nõ describatur.

EX his facile etiam explorabimus, quantinam arcus circuli maximi data recta terminata sit chorda, etiamsi circulus maximus, in quo chorda est, non describatur, vt in antecedente propos. Num.8. factum est. Sit enim in Astrolabio, in quo Æquator ABCD, circa centrum E, data recta T I. Fingamus alterutrum extremorum, nempe I, esse polum, circa quem per alterum extremum T, circulus describendus sit. quod ita fiet. Ducta ex E, centro per punctum I, quod debeat esse polus, recta IEK, reperiatur punctum K, per diametrum puncto I, oppositum, vt propos.6. Num.13. docuimus, quod erit alter polus. Ducta igitur ex altero hoc polo, K, ad alterum extremũ T, recta KT, secetur angulus I T K, acutus bifariã per rectam quæ secet rectam IK, in M; vel si mauis, producta recta KT, angulus obtusus ad T, constitutus à recta IT, & producta KT, secetur bifariam per rectam secantem I K, in L: Erit que tam M, quam L, extremum diametri circuli per T, describendi, vt monstratum est. Quoniam vero ex defin. poli, rectæ ex polo ad circumferentiam circuli cadentes æquales sunt; i erunt quoque arcus circulorum maximorum inter polum & eundem circulum positi, quorum illæ rectæ chordæ sunt, æquales. Igitur arcus Meridiani IM, IL, & arcus maximi circuli per puncta I, T, descripti, cuius chorda est recta TI, æquales erunt. Ducta ergo ex E, ad IK, diametro perpendiculari AC, si ex alterutro extremorum, vt ex A, per I M, vel I, L, radij emittantur secantes Æquatorem in b, q, vel b, O erit

i 28. tertij.

arcus

arcus apparens IM, vel IL, vero arcui bq, vel bO, æqualis, cum hi veri arcus projjciantur in arcus IM, IL, apparentes. Igitur TI, referet chordam arcus maximi circuli, qui arcui bq, vel bO, æqualis sit.

EODEM modo si T, statuatur polus, circa quem describendus sit circulus per I, ducenda erit ex T, per centrum E, recta, & in ea inueniendum punctum ipsi T, per diametrum oppositum, pro altero polo; deinde ex hoc polo ad I, recta ducenda, angulusque, siue acutus, siue obtusus, quem hæc recta cum data recta I T, efficit, secandus bifariam, vt in ducta recta T E, punctum extremum reperiatur, per quod circulus per I, circa polum T, describendus est. Ducta enim per E, adiunctam rectam TE, diametro perpendiculari, si ex alterutro eius extremo per T, & punctum in iuncta recta T E, inuentum radij emittantur, abscindent ij ex Æquatore arcum æqualem ei, cuius data recta T I, chorda est, &c.

CÆTERVM si commode inueniri possit in recta R S, ad F G, perpendiculari in R, centro Verticalis primarij, centrum Verticalis per T, & I, transeuntis, describatur eiusmodi Verticalis T I, ex centro S, ducaturque recta SE, quæ datum circulum maximum secabit in V, polo Verticalis T I. Nam cum circulus TI, transeat per I, polum dati circuli, transibit idem datus circulus per polum ipsius TI, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. Cum ergo polus Verticalis T I, sit in recta S E, vt propos. 8. Num. 19. demonstratum est, erit V, polus Verticalis TI. Igitur ductis rectis VI, VT, secantibus Æquatorem in aX, erit aX, arcus æqualis arcui TI, quod ad numerum graduum attinet, vt liquet ex propos. 5. Num. 17. Huic ergo si æquales arcus abscindamus IL, IM, ex circulo maximo FG, habebimus, tria puncta T, L, M, per quæ describendus est parallelus quæsitus, cuius centrum est in recta FG. Inuenientur autem puncta L, M, hoc modo. Ducta recta AI, secante Æquatorem in b, sumantur hinc inde arcus bO, bq, arcui a X, æquales. Rectæ enim AO, Aq, auferent segmenta IL, IM, tot graduum, quot in arcubus bO, bq, ac proinde & in aX, vel TI, continentur, vt ex ijs constat, quæ propositione 5. Num. 23. & propositione 1. Num. 6. demonstrata sunt.

ITEM si arcui aX, æqualis fiat a A, abscindet ducta recta VA, ex Verticali TI, arcum Im, arcui a A, vel a X, seu T I, æqualem, transibitque parallelus describendus per m. Si igitur ducta recta T m, secetur bifariam, & ad angulos rectos, cadet linea diuidens in N, centrum paralleli quæsiti, ex coroll. propositione 1. lib. 3. Euclid. cum recta T m, sit in eo parallelo. Eodem pacto recta secans iunctam rectam T L, vel T M, bifariam, & ad angulos rectos, in idem centrum N, cadet, cum vtraque rectarum TL, TM, in eodem parallelo existat.

IMMO necessarium non est, vt puncta L, M, inueniantur. Si namque ex S, centro Verticalis Tlm, (quod inuenitur per rectam, quæ rectam TI, vel TK, ex dato puncto T, ad alterutrum polorum circuli obliqui ductam diuidit bifariam, & ad angulos rectos) ad datum punctum T, recta ducatur S T, fiatque rectus angulus S T N, cadet TN, in centrum N, paralleli quæsiti, vt propos. 8. Num. 13. demonstratum est. Quare circulus ex N, per T, descriptus, erit quæsitus parallelus.

SED commodissime hac alia ratione per datum punctum T, parallelum dati circuli obliqui describemus. Ducta ex T, puncto dato ad R, centrum Verticalis primarij recta T R, inueniatur duabus rectis TR, RI, (quarum prior est ducta recta, posterior vero semidiameter Verticalis) tertia proportionalis, cui æqualis abscindatur Rl. Secta denique Tl, bifariam in p, excitetur ad Tl, perpendicularis pN. Dico circulum ex N, per T, l, descriptum T h l, parallelum esse obliqui circuli maximi AFCG. Si namq; non est, cogitetur parallelus descriptus per T, secans rectam RT, (si possibile est) in alio puncto, quam in l, vt in r. Igitur ex ijs, quæ propositione 6. Numer. 30. demonstrauimus, erit semidiameter Verticalis RI, medio loco proportionalis inter RT, & Rr. quod est absurdum, cum RI, sit per constructionem inter RT, & Rl, media proportionalis. Sic etiam, si detur punctum l; ducta ex R, per l, recta, & sumpta RT, tertia proportionali duabus Rl, RI, describendus erit parallelus per l, T, vt dictum est.

EST autem sciendum, quando punctum datum est extra Verticalem, cuiusmodi fuit punctum T, tertiam proportionalem R l, minorem esse recta R T; quando autem datum punctum est intra Verticalem, quale est punctum l, tertiam proportionalem RT, maiorem esse recta Rl, quæ ex centro Verticalis ad datum punctum ducitur.

QVADRAT hæc etiam ratio in punctum, quod in recta per centrũ dati circuli maximi obliqui, & centrum Astrolabij ducta datur. Vt si datum sit punctum L, si duabus rectis RL, RI, inueniatur tertia proportionalis R M, describendus erit parallelus per L, M, ex medio puncto rectæ LM. Ita quoque si datum sit punctum M, inuenta duabus rectis R M, R I, tertia proportionali R L, describendus erit idem parallelus quæsitus per M, L, &c.

Alia descriptio, quando punctũ datum est in recta per centrũ obliqui circuli maximi dati, & centrum Astrolabij ducta.

QVOD si datum sit punctum in circumferentia Æquatoris, ducenda erit ex eo linea perpendicularis ad lineam meridianam. Nam recta, quæ per intersectionem illius cum meridiana linea ducetur parallela diametro PQ, maximi circuli, cui describendus parallelus æquidistare debet, erit diameter quæsiti paralleli in sphæra: ex qua parallelus describetur, vt propos. 6. traditum est. Ratio huius rei est, quia intersectiones illius paralleli cum Æquatore, & punctum intersectionis eius diametri veræ cum linea meridiana, iacent in vna linea recta, in communi videlicet sectione plani paralleli cum Æquatoris plano, vt propositione 6. Numero quarto ostendimus. Cum ergo perpendicularis illa ad meridianam lineam ex dato puncto ducta, sit communis illa sectio, (quandoquidem, vt ibidem demonstratum est, communis sectio perpendicularis est ad meridianam lineam, transitque ex hypothesi per punctum datum in Æquatoris circumferentia, cum per illud parallelus transire debeat) erit punctum intersectionis dictæ perpendicularis cum linea meridiana illud, per quod diameter propositi paralleli ducenda est. Vt si data esset alterutra intersectionum paralleli LTM, cum Æquatore secaret recta ex eo puncto ad F G, perpendicularis ipsam F G, in puncto, per quod diameter O q, dicti paralleli ducta est.

Quando punctũ datum est in circũferentia Æquatoris.

4. AD extremum, sit per datum punctum T, vbicunque existat, describendus parallelus Æquatoris. Fiet hoc sine vllo labore, si ex E, centro Astrolabij per T, circulus T Y g, describatur, cum omnes paralleli Æquatoris, idem cum Astrolabio centrum possideant, vt propositione 2. Numero 6. demonstrauimus.

Per punctũ vtcunque datum parallelum Æquatoris describere.

BENEFICIO autem huius paralleli Æquatoris per datum punctum T, descripti, describemus alio modo per idem punctum parallelum obliquum. Si enim ex A, polo australi ducatur recta ad intersectionem paralleli Æquatoris cum recta F G, secabit ea Æquatorem in declinatione illius paralleli, vt verbi g. in dato exemplo,

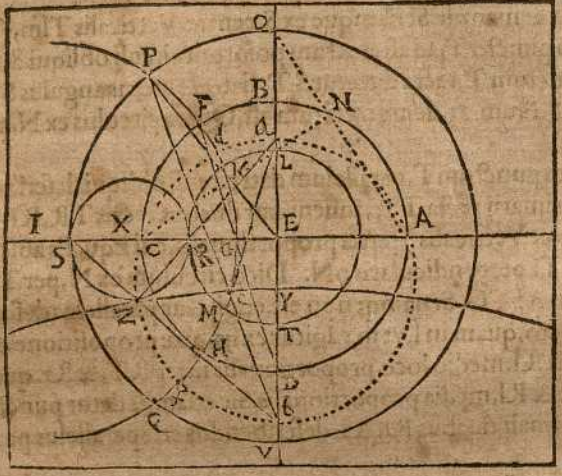
Alia descriptio paralleli obliqui per datum punctum.

emplo, in a, puncto, per quod ducta parallela ipsi F G, diameter erit eiusdem paralleli. Deinde per datum punctum T, ducta TZ, ad FG, perpendiculari, emittatur ex A, ad Z, radius visualis. Vbi enim is diametrum paralleli Æquatoris per punctum a, in dato exemplo transeuntem secabit, per illud punctum sectionis ducenda est recta Oq, diametro PQ, maximi circuli obliqui parallela pro diametro vera paralleli obliqui describendi. Quoniam enim T Y, communis sectio est paralleli Æquatoris T Y g, & paralleli obliqui per T, describendi, vt ex ijs, quæ propos. 6. ad finem Num. 4. demonstrauimus, liquet; erit punctum Z, tam in parallelo Æquatoris, quam in parallelo obliquo. Cum ergo punctum Z, visum respondeat puncto vero in Meridiano, atque adeo puncto diametri paralleli, per quod radius A Z, eijcitur, cum hoc punctum appareat in Z; transibit per idem punctum in Meridiano parallelus obliquus, ac proinde per illud diameter paralleli obliqui ducenda erit. Inuenta autem vera diametro O q, paralleli obliqui, abscindent radij AO, A q, diametrum eius visam LM, circa quam parallelus obliquus describendus erit.

Per datum punctū describere parallelū maximi circuli per mūdi polos ductis.

5. FACILIVS per datum punctum describetur parallelus maximi circuli per mundi polos ducti. Repræsentet enim recta B E D, circulum maximum per polos mundi ductum, quam ad rectos angulos secet diameter A E C, quæ referet eius Meridianum, in quo omnia centra parallelorum circuli maximi BD, existent, vt ex ijs, quæ propos. 7. demonstrauimus, constat. Sit ergo primum in Æquatore datum punctum F. Ducta recta D F, secante A C, in G, sumatur arcui B F, æqualis arcus DH. Circulus enim FGH, per tria puncta F, G, H, ex centro I, descriptus parallelum maximi circuli B D, referet, vt ex ijs perspicuum est, quæ propos. 7. demonstrauimus.

SIT deinde datum punctum K, intra Æquatorem. Descripto ex E, per K, parallelo Æquatoris KLM, describatur eius oppositus P O Q, quod facile fiet, si per L, ducto radio CLN, secante Æquatorem in N, ducatur ex A, per N, radius ANO secans DB, in O. Nam E O, erit semidiameter oppositi paralleli, vt constat ex ijs, quæ propositione 4. Num. 6. demonstrata sunt. Nam arcus BN, æqualis est illi, quem radius AL, abscinderet, si ductus esset. Ducta autem recta E K, secante in P, parallelum P O Q, vt arcus OP, LK, similes sint, si arcubus RK, SP, æquales sumantur RM, SQ; erit circulus PKMQ, ex centro I, descriptus, parallelus, qui quæritur: propterea quod in sphæra eiusmodi parallelus ex oppositis parallelis Æquatoris æquales arcus abscindit, quippe cum arcus abscissi habeant sinus rectos æquales, nimirum perpendiculares, quæ ex intersectionibus illius paralleli cum parallelis Æquatoris æqualibus, & oppositis, in planum circuli maximi demittuntur: quandoquidem inter plana parallela iacent, vt ad finē Lēmatis 48. demonstrauimus. Cum ergo quatuor arcus OP, LK, TM, VQ referant arcus æquales in sphæra, parallelus per K, descriptus transibit quoq; per P, M, Q. quod est propositum.



SIT rursus datum punctum P, extra Æquatorem. Descripto ex E, per P, parallelo Æquatoris P O Q, describatur eius oppositus KLM, quod fiet, si per O, ducto radio AO, secante Æquatorem in N, ducatur radius CN, secans BD, in L. Nam EL, semidiameter erit oppositi paralleli. Ducta autem recta EP, secante parallelū KLM, in K; si arcubus OP, LK, æquales sumantur VQ, TM, transibit parallelus quæsitus per P, K, M, Q, &c.

QVOD si per punctum R, quadrante distans in parallelo Æquatoris KLM, à maximo circulo B D, describendus sit parallelus, transibit is necessario per punctum quoque S, quadrante distans in parallelo POQ, ab eodem circulo maximo B D. Diuisa ergo recta RS, bifariã in X, erit circulus ex X, per R, S, descriptus, parallelus, qui desideratur, tangetque duos parallelos KLM, POQ, quemadmodum in sphæra contingit. Sic parallelus describendus per S, transibit per R, &c.

Qua ratione circuli maximi, & paralleli obliqui, per parallelos maximi circuli per mundi polos ducti, in gradus distribuantur.

SIT datum denique punctum G, in recta AC. Ducta recta DG, secante Æquatorem in F, sumatur arcui BF, arcus DH, æqualis. Circulus enim FGH, per tria puncta F, G, H, descriptus, erit parallelus quæsitus.

IAM vero vt videas, quam commode per huiusmodi parallelos obliqui paralleli diuidantur in gradus, vt ad finem propositionis 6. scripsimus: sit parallelus obliquus YZ, tanto spatio distans à suo polo inferiore, quanto parallelus Æquatoris KLM, à polo boreali, vel POQ, ab australi abest: & eius Verticalis primarius sit a Cb, auferens ex eo quadrantem YZ. Vbi vides, parallelum RZS, per finem quadrantis LR, vel OS, descriptum, qui tangit vtrumque parallelum Æquatoris, auferre eundem quadrantem Y Z, & parallelum ipsum Y Z, tangere in Z, quemadmodum in sphæra idem parallelus RZS, tres circulos æquales KLM, POQ, YZ, tangit. Ita quoque cernis, rectam aR, ex a, polo superiore paralleli YZ, per finem quadrantis TR, paralleli Æquatoris borealis ductam transire per finem eiusdem quadrantis Y Z: Item rectam b S, per finem quadrantis OS, paralleli Æquatoris australis eductam transire quoque per finem eiusdem quadrantis YZ, vt ratio postulat, quemadmodum propos. 6. Num. 21. & 24. demonstratum est. Rursus apparet, parallelum PGQ, auferre arcum Y e, æqualem, quod ad numerum graduum attinet, tam arcui T M, quam arcui O P; cum eundem arcum Ye, abscindat tam recta aM, ex polo superiore, quam recta bP, ex inferiore polo educta. Constat autem ex ijs, quæ propos. 6. Num. 21. & 24 demonstrata sunt, arcum Y e, arcubus TM, OP, æqualem esse.

EADEM ratione idem parallelus P G Q, ex circulo maximo obliquo A a C b, qui polos habet in recta OV, abscindit duos arcus æquales a d, bf, respondentes nimirum arcubus Æquatoris æqualibus BF, DH. Atque ita semper parallelus, cuius polus C, vel A, tam ex maximo circulo obliquo, quam non maximo, polos habente in recta in recta O V, abscindet duos arcus æquales, initium sumentes à linea O V, per centrum obliqui circuli ducta ex centro Astrolabij.

Demonstratio alia facilis primi modi diuidendi circulos obliquos in gradus, qui ex Lemmate 23. pendebat.

NEQVE vero silentio prætereundum censeo, modum hunc diuidendi circulos obliquos in gradus per circulos varios per terna puncta descriptos, quem propos. 6. Num. 36. explicauimus, virtute continere primum modum, quo tam maximi circuli obliqui, quam eorum paralleli in gradus distribuuntur per rectas lineas ex alterutro polorum circuli obliqui propositi egredientes: quem propos. 5. Num. 17. & 20. & prop. 6. Nu. 21. & 24. declarauimus, & qui ex Lemmate 23. demonstratus fuit. Nam si in sphæra concipiatur arcus proprij Meridiani dati circuli obliqui inter polum eiusdem circuli obliqui siue superiorem, siue inferiorem, & polum mundi australem positus diuidi bifariam per circulum maximum ad eundem Meridianum rectum, existet in hoc maximo circulo perpendiculari polus cuiusdam circuli non maximi per assumptum polum circuli obliqui, & polum australem mundi, ac per datum quoduis punctum in Æquatore, vel eius parallelo transeuntis, qui ex maximo dato circulo obliquo, vel ex eius parallelo, qui parallelo Æquatoris æqualis sit, vt propos. 6. Num. 21. dictum est, arcum æqualem aufert ei, quem ex Æquatore, vel eius parallelo abscindit, vt in Lemmate 47. demonstratum est; cum eius polus existat in circulo illo maximo perpendiculari, à quo in proprio meridiano æqualiter absunt polus circuli obliqui, & polus mundi australis. Quare idem hic circulus in Astrolabio descriptus idem efficiet. Cum igitur proijciatur in lineam rectam, vt propositione 1. ostendimus, quippe qui per polum australem ducatur, referet eum circulum linea recta per polum circuli obliqui assumptum, hoc est, per polum superiorem, inferioremue, atque per datum punctum Æquatoris, vel eius paralleli extensa; ac propterea ex circulo dato maximo, vel eius parallelo, qui assumpto parallelo Æquatoris respondet, arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet, abscindet, quemadmodum in primo modo prædicto fieri docuimus. Initia porro arcuum abscissorum sumenda sunt, vt in Lemmate 47. scripsimus. Dici hæc debuissent propos. 6. Num. 36. sed quia hoc primum loco occurrerunt, non prætermittenda censuimus.

a 1. 2. Theo. Circa datũ polũ describere circulum, siue punctũ detur, per quod transire debeat, siue non.

6. VERVM sit iam in priore figura circa datum polum I, & per datum punctum T, describendus circulus,[a] qui parallelus erit maximi circuli, cuius polus est quoque I. Ducta per I, & centrum Astrolabij E, recta, erit in hac centrum circuli describendi, vt propositione 8. Num. 19. ostendimus; quam ad rectos angulos secet diameter A C. Inuento autem altero polo K, si ducatur recta TK, & ducta recta TI, fiat angulo TIF, angulus KIe, æqualis, transibit circulus quæsitus per e, & recta iN, diuidens Te, bifariam, & ad angulos rectos, cadet in N, centrum, vt Num. 3. demonstratum est. Rursus si, inuento centro R, circuli AIC, hoc est, puncto medio rectæ IK, recta ducatur TR, & duabus TR, RI, tertia proportionalis reperiatur Rl, transibit idem circulus per l, & recta pN, diuidens Tl, bifariam, & ad angulos rectos, cadet in N, centrum, vt ibidem ostendimus.

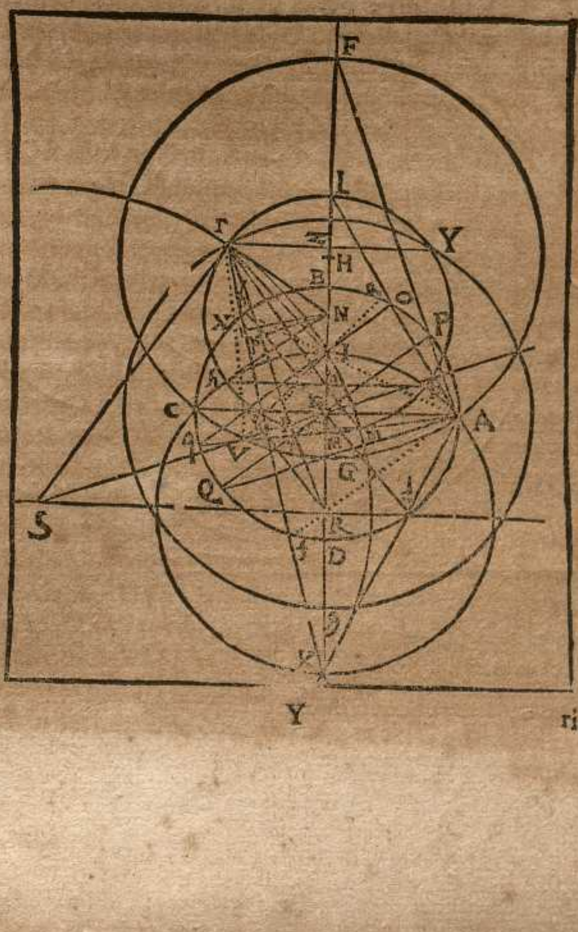
SI datum punctum sit L, per quod recta EI, extensa transit, ducemus radium AI, cadentem in polum verum b; & ducto radio AL, secante Æquatorem in O, sumemus arcui bO, arcum bq, æqualem. Ducta enim recta Aq, secabit FK, in M, puncto, per quod circulus quæsitus transibit, cum arcus IL, IM, respondeant arcubus æqualibus bO, bq, &c. Punctum ergo N, medium diametri visæ LM, erit centrum.

QVOD si detur solum polus I, circa quem describendus sit circulus quantuscunq;, non dato puncto, per quod transire debeat; ducemus radium AI, cadentem in polum verum b. Si enim accipiantur duo arcus vtcunque æquales bO, bq, dabunt radij AO, Aq, diametrum visam circuli describendi LM, &c. Et si quidem ducta recta Oq, (quæ diameter vera est quæsiti circuli) transeat per centrum E, circulus descriptus erit maximus, transibitque per A, C, cum eius diameter vera per centrum transeat: Si vero non transeat per E, erit circulus descriptus, non maximus.

QVANDO datus polus est in circumferentia Æquatoris, nimirum C, in figura posteriore, describendus erit parallelus maximi circuli BD, per quoduis punctum assumptum P, vel F, vel K, vel G, &c. ad libitum, vt Nu. 5. docuimus.

SI forte datus sit alter polus K, extra Æquatorem, inuestigandus erit oppositus I, intra Æquatorem, & cætera peragenda, vt dictum est.

IN posteriore figura res absoluetur, vt Num. 5. diximus, cum omnes illi paralleli circa polos C, A, descripti sint.



Y

Dato pũcto in quouis parallelo, oppositum punctũ per diametrũ eiusdem visam reperire, etiamsi parallelus descriptus nõ sit.

7. IAM vero si dato puncto in parallelo obliquo, siue descriptus ille sit, siue non, punctum per diametrum in eodem oppositum reperire quis velit, (Id quod propositione 6. Num. 13. facturos nos hoc loco recepimus) efficiet, id hac ratione. Sit primum in parallelo descripto LTM, in priore figura, punctum datum T, cui oppositum inueniendum est, hoc est, quod in sphæra dato puncto T, opponitur per diametrum. Iungatur recta hk, quæ repræsentabit illam diametrũ paralleli, quæ in sphæra communis sectio est paralleli, & Verticalis primarij. Et quia in sphæra omnes diametri eiusdem paralleli se intersecant in Meridiani plano, cernentur omnes eius diametri transire per n, punctum Meridiani, per quod duci conspicitur hk. Quare ducta recta Tn, cadet in punctum oppositum m, hoc est, Tm, repræsentabit diametrum paralleli per puncta opposita T, m, ductam. Quod Geometrice quoq; sic demonstrari poterit. Quoniam recta RI, secans arcum hIk, bifariam in I, secat quoq; rectam h k, bifa-

riam

a 3. tertij. riam in n, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. [a] secabit eadem R I, eandem h k, ad angulos rectos. [b] Cum ergo re-
b 35. tertij. ctangulum sub Tn, nm, æquale sit rectangulo sub h n, n k, erit idem æquale quadrato rectæ n h; [c] Est autem ei-
c 17 sexti. dem quadrato æquale quoque rectangulum I n, nK, quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. recta nh, sit media proportionalis inter I n, nK. Igitur rectangula sub Tn, nm, & sub I n, nK, æqualia sunt; vel etiā, quia per 35. tertij rectangulum sub In, nK, æquale est rectangulo sub hn, nk, (quod rectæ IK, hk, se in circulo AICK, secēt in n) atque adeo rectangulo sub Tn, nm, ac proinde ex scholio propositionis 35. lib. 3. Eucl. per quatuor puncta T, I, m, K, circulus describi poterit TImK, qui cum sit Verticalis, (quippe qui per polos Horizontis I, K, ducatur,) seca-
d 1. 15. Theo. bit parallelum in punctis oppositis, [d] cum eum secet bifariam. Igitur punctum m, per diametrum opponitur puncto T, in parallelo.

IDEM punctum oppositum facilius reperietur per Verticalem, qui per datum punctum describitur, & per polos I, K, quando eiusmodi Verticalis commode describi potest. Hic enim vt proxime diximus, secabit parallelum in puncto opposito.

SIT deinde datum punctum Y, in parallelo, qui nondum sit descriptus, cui oppositum punctum inueniendum est. Ducta YT, ad FG, perpendiculari, sumatur ZT, ipsi ZY, æqualis, eritque punctum T, in eodem parallelo. Iuncta vero recta RT, sit Rl, tertia proportionalis duabus RT, RI. Dico l, punctum opponi dato puncto Y. Nam descripto parallelo LTM, transibit is necessario per l, propterea quod, vt propos. 6. Num. 30. monstratum est, parallelus ex recta RT, abscindit duabus RT, RI, tertiam proportionalem, qualis fuit Rl. Quia vero arcus h l, hT, æquales sunt, quod ad numerum graduum spectat, vt ex propositione 6. Num. 26. liquet, & arcus hM, hL, quadrantes referunt, erunt quoque arcus lM, TL, æquales: Sed TL, arcui YL, æqualis est. Igitur & lM, ipsi YL, æqualis erit, additoque communi arcu YM, toti arcus LYM, lMY, æquales erunt. Cum ergo LYM, semicirculus quod ad numerum graduum attinet, sit, erit & l M Y, semicirculus, ideoque punctum l, puncto Y, per diametrum opponitur in parallelo LTM, quod est propositum. Eodem pacto, si detur punctum m, & ducta perpendiculari mt, sumatur tl, ipsi tm, æqualis, & recta Rl, per l, extensa, accipiatur duabus Rl, RI, tertia proportionalis RT, erit T, punctum per diametrum puncto dato m, oppositum.

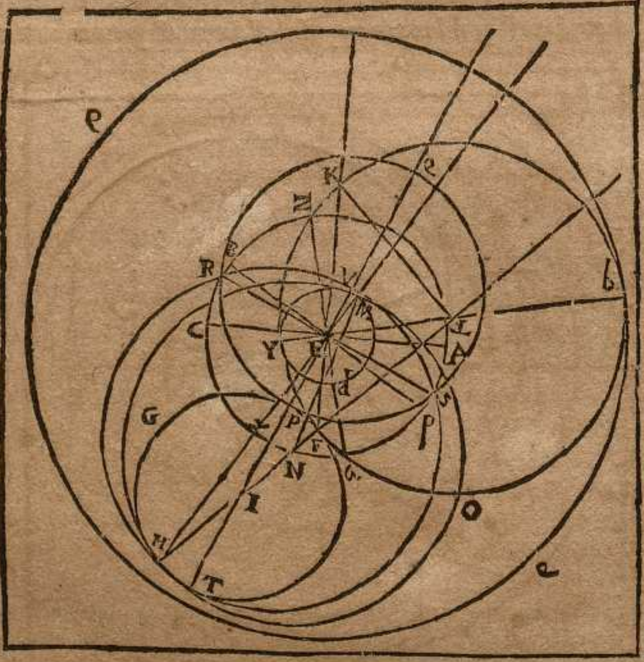
SED punctum idem oppositum reperietur facilius, si, quando commode id fieri potest, Verticalis TIK, per datum T, & per polos paralleli I, K, describatur. Hic enim per punctum oppositum transibit. Quare si arcui TI, arcus æqualis abscindatur Im, per ea, quæ propositione 5. Num. 18. scripsimus, erit m, quæsitum punctum oppositum.

PROBL. XVI. PROPOS. XIX.

PER datum punctum in circumferentia dati circuli non maximi in Astrolabio, circulum maximum describere, qui datum circulum tangat.

Per datum punctū in circulo non maximo, circulū maximi, qui eum tāgat, describere.

1. HÆC est propos. 14. lib. 2. Theod. quam in Astrolabio sic absoluemus. Sit Æquator Astrolabij ABCD, circa centrum E, & quilibet circulus non maximus FGH, cuius centrum I, datumque in eo punctum F. Ducta per F, & per circuli centrum I, recta IF, & quantumlibet protracta, ducatur quoque per F, & Astrolabij centrum E, alia recta FEK, in qua reperiatur punctum K, puncto F, oppositum, vt propos. 6. Num. 13. docuimus: quod facile fiet, si ducta diametro AC, ad FK, perpendiculari, circa tria puncta A, F, C, circulus describatur. Hic enim secabit FEK, in puncto K, opposito. Deinde angulo KFL, æqualis fiat FKL, [e] eruntque rectæ FL, KL, æquales.
e 6. primi. Descriptus ergo circulus ex L, per F, transibit per K, tangetque circulum datum in F, propterea quod recta in F, faciens cum vtraque semidiametro IF, LF, angulos rectos, tangit vtrumque circulum in F, ex coroll. propositionis 16. lib. 3. Eucl. Idem vero circulus est quoque maximus, cum per duo puncta opposita F, K, descriptus sit.



SIC etiam, si detur punctum H, ducemus per illud, & per centrum I, rectam HI. Item per H, & centrum E, rectam HEM, punctoque H, oppositum inueniemus M: quod etiam fiet, si ducta diametro BD, ad HM, perpendiculari, per tria puncta B, H, D, circulus describatur. Hic enim secabit HM, in puncto M, opposito. Deinde angulo MHN, æqualem constituemus HMN,
f 6 primi. [f] eruntq; rursum æquales rectæ HN, MN. Descriptus ergo circulus ex N, per H, transibit per M, tangetque circulum datum in H, ex scholio propo 13. lib. 3. Eucl. Vel propterea quod recta faciens in H, cum HI, angulos rectos, vtrumque circulum tangit, ex coroll. prop. 16. lib. 3. Eucl. Idem vero circulus est quoq; maximus, cum per duo puncta H, M, opposita descriptus sit.

Quādo datum punctum est in recta per cētrū circuli dati, & cētrū Astrolabij ducta, idē efficere.

2. QVOD si quando accidat, datum punctum P, vel T, in tali esse situ, vt recta per ipsum, & per centrum I, emissa transeat per centrum E, cuiusmodi est recta TIPE, absoluemus problema, si ducta diametro RS, ad TE, perpendiculari, per tria puncta R, P, S, circulum describamus RPSQ, ex centro V. Hic enim maximus erit ex scholio propos. 5. Num. 9. tangetque in P, circulum datum. Eodem modo circulus RTSV, per tria puncta R, T, S, ex centro X, descriptus, maximus erit, datumq; circulum in T, continget.

3 DE-

3. DENIQVE si circulus datus fuerit vnus parallelorum Æquatoris, qualis est Yd, & datum punctum Y, ducemus ex Y, per centrum E, rectam YEb, eamque ad angulos rectos secabimus per diametrum Z a. Circulus n. ex centro L, per tria puncta a, Y, Z, descriptus a YZb, maximus erit, parallelumque tanget in Y, ex scholio propositionis 13. lib. 3 Euclid. Sic etiam dato parallelo Æquatoris be, & puncto b, ducemus ex b, per centrum E, rectam bE, & ad eam excitabimus diametrum a Z, perpendicularem. Nam rursum circulus a b ZY, ex L, per tria puncta a, b, Z, descriptus, erit maximus, ac parallelum mb, tanget. quod est propositum.

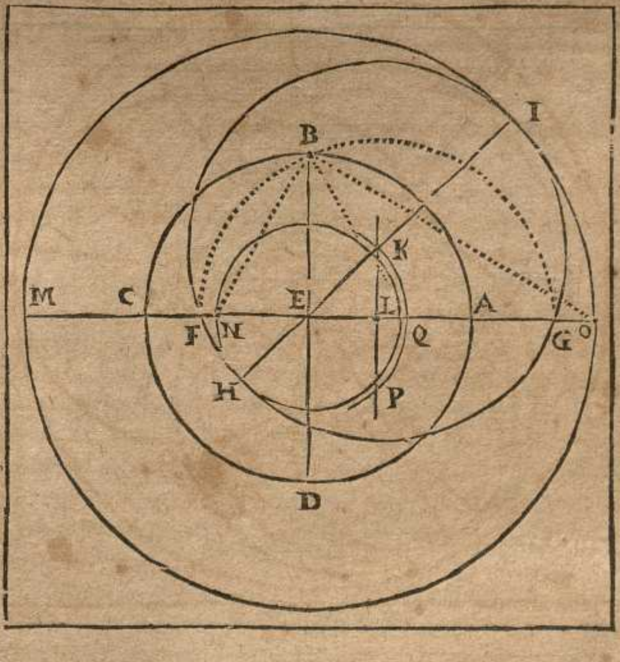
SED facilius hoc efficiemus, si ducta recta Yb, per centrum E, ex puncto dato Y, in parallelo Yd, vel ex b, dato puncto in parallelo be; parallelo Yd, oppositum parallelum be, vel parallelo be, oppositum parallelum Yd, describamus. Secta enim recta Yb, bifariam in L, descriptus circulus abZY, ex L, per Y, vel b, vtrumque parallelum continget.

PROBL. XVII. PROPOS. XX.

PER datum punctum extra circumferentiam dati circuli non maximi, quod sit inter ipsum, & alium circulum eidem æqualem, & parallelum, circulum maximum describere, qui datum circulum tangat.

Per datum punctū extra circūferentiā circuli nō maximi inter ipsum circulum, & eius oppositum parallelum, ita vt recta coniungens datum pūctum & centrū Astrolabij trāseat per dati circuli centrū circulum maximū describere, qui eum tangat.

1. HÆC est propos. 15. lib. 2. Theod. quæ sic absoluetur in Astrolabio. Sit Æquator Astrolabij A B C D, cuius centrum E, & circulus non maximus datus HN, siue parallelus sit Æquatoris, siue alterius circuli maximi, & primum portio sphæræ intra ipsum comprehensa sit hemisphærio minor: (quod tunc erit, quando circulus vel totus intra Æquatorem, vel totus extra continetur, eum tamen non ambiens, vel quando eum non bifariam secat, dummodo minor portio Æquatoris intra eundem circulum existat, vt in scholio propos. 6. Numer. 9. ostendimus) sitque datum extra circumferentiam dati circuli, & extra ipsum circulum, punctum F, inter datum circulum, & eius parallelum oppositum, per quod describendus sit circulus maximus tangens datum circulum. Ducta ex F, per E, centrum Astrolabij recta F G, reperiatur ex propositione 6. Num. 13. punctum G, puncto F, oppositum, quod necessario extra datum circulum existet, si F, extra eundem existit, & inter eum, eiusque parallelum oppositum. Nam si intra ipsum esset; punctum F, intra parallelum oppositum existeret, non autē inter duos illos parallelos oppositos, ꝙ est contra hypothesim. Si n. G, esset in portione sphæræ, hemisphærio minore, quam videlicet circulus datus HN, abscindit, esset eius punctum oppositum F, in opposita portione sphæræ hemisphærio etiam minore, quam nimirum parallelus oppositus intra se comprehendit. Transeat autem primum recta F G, per centrum dati circuli, ꝙ quidem semper contingit in parallelis Æquatoris, cum idem sit centrum Æquatoris, eiusque parallelorum; in alijs autem circulis non maximis non semper id accidit. Et quoniam maximus circulus per F, describendus transit quoque per G, punctum oppositum, describemus per ea, quæ ad initium Lemmatis 41. demonstrauimus, per duo puncta F, G, extra datum circulum existentia, circulum tangentem, hoc scilicet modo. Secta recta F G, bifariam in L, erigatur perpendicularis L K, ad F G, eritq; centrum circuli describendi in recta KL, ex corol. propos. 1. lib. 3. Eucl. quod sic reperiemus. Descripto semicirculo F B G, ex L, erigemus ad FG in E, centro circuli dati perpendicularem EB, (transibitq; necessario semicirculus F B G, per intersectionē rectæ EB, cum Æquatore, ex scholio propositionis 31. lib. 3. Eucl. quod ducta recta FB, alter polus G, per lineam perpendicularem ad FB, inueniatur, vt prop. 6. Num. 13. docuimus) ductaque recta B N, ex B, ad alterutram extremitatem diametri circuli dati, nimirum ad N, constituemus angulo GNB, æqualem angulum NBQ, eritque EQ, maior, quam recta E L, vt in Lemmate 41. prædicto monstratum est. Descripto ergo ex centro E, dati circuli per Q, arcu circuli secante perpendicularem KL, in K, P, erit KEH, semidiameter, & K, cētrū circuli FHG, ꝑ F, G, transeuntis, & datum circulum tangentis in H, ex vna parte rectæ F G: at P, centrum erit circuli alterius datum circulum tangentis ex altera parte rectæ FG, in extremo puncto rectæ ex P, per E, vsque ad circumferentiam dati circuli ductæ, vt in Lemmate 41. prædicto demonstratum est.



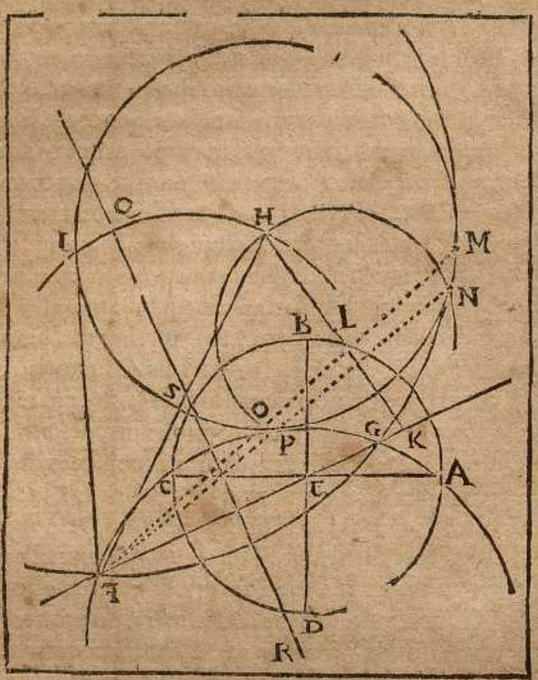
NON aliter problema absoluemus, si datum sit punctum G, extra dati circuli HN, circumferentiam, cum eadem conditione. Ducta enim rursum ex G, per E, centrum Astrolabij recta G F, inuentoque puncto F, opposito, quod etiam erit extra circulum, si G, sit extra eundē, & inter ipsum, eiusq; parallelū oppositū; describemus circa GF, ex eius puncto L, medio semicirculum G B F, & ex L, E, perpendiculares excitabimus L K, E B. Transeat autem rursum recta G F, per centrum dati circuli. Ducta igitur ex B, ad extremum N, v. g. recta B N, reliqua perficiemus, vt prius.

2. SIT deinde datus circulus non maximus MIO, & portio sphæræ intra ipsum, & polum arcticum E, hemisphærio maior: (quod tunc continget, quando circulus vel totum Æquatorem ambit, vel eum non bifariam secat, dummodo maior portio Æquatoris intra eundem circulum includatur, vt in

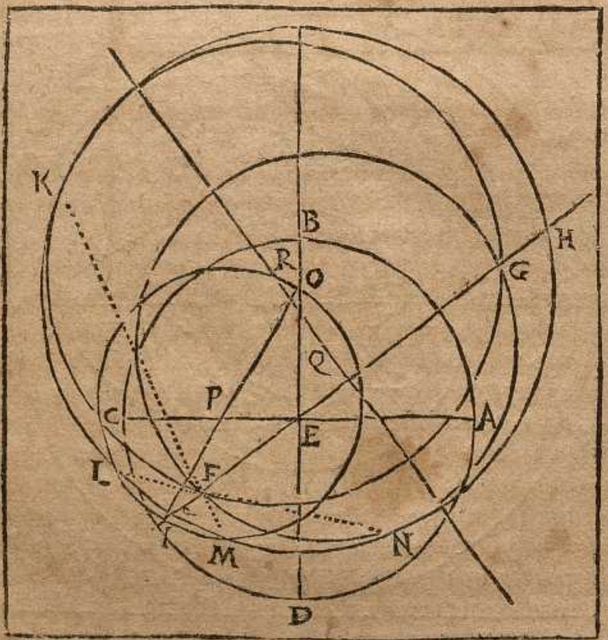
ſcholio propoſitionis 6. Num. 9. oſtendimus) datum autem punctum ſit F, extra dati circuli circumferentiam, & intra ipſum exiſtens. Tranſeat rurſum recta ex F, per E, centrum Aſtrolabij ducta, per centrum circuli, inueniaturque punctum G, ipſi F, oppoſitum, quod etiam intra datum circulum erit. Si enim caderet extra, eſſet punctum F, intra parallelum oppoſitum, non autem intra datum circulum, & eius parallelum oppoſitum, æqualemque, quod eſt contra hypotheſim. Nam ſi G, eſſet extra circulum MIO, hoc eſt, in portione minore hemiſphærio, quæ videlicet extra circulum continetur, eſſet eius punctum oppoſitum F, in oppoſita portione ſphæræ, quæ ſcilicet intra parallelum oppoſitum exiſtit. Secta ergo recta F G, bifariam in L, deſcriptoque ſemicirculo FBG, circa FG, ex L, excitetur ad FG, perpendiculares LK, EB. Ducta deinde ex B, ad extremitatem O, verbi gratia, diametri circuli dati, recta B O, fiat angulo B O F, æqualis angulus O B Q, eritque rurſum E Q, maior quam EL, vt in Lemmate 41. monſtratum eſt. Deſcripto autem ex E, centro dati circuli per Q, arcu circuli ſecante perpendicularem K L, in K, P, erit K, centrum circuli FIG datum circulum tangentis in I, extremo puncto rectæ E K, vſque ad circumferentiam dati circuli productæ ex vna parte rectæ F G: at P, centrum erit alterius cuiuſdam circuli datum circulum ex altera parte rectæ FG, tangentis in puncto extremo rectæ EP, vſq; ad circumferentiam dati circuli productæ, vt in prædicto Lemmate 41. oſtendimus.

EODEM modo procedemus, ſi datum punctum ſit G, intra datum circulum, qui portionem hemiſphærio maiorem contineat. Ducta enim rurſum ex G, per E, centrum Aſtrolabij GF, inuentoque puncto oppoſito F, quod etiam intra circulum erit, ſi G, ſit inter ipſum circulum, eiuſque parallelum oppoſitum: reliqua abſoluemus, vt prius, ſi modo recta F G, tranſeat quoq; per centrum dati circuli.

Per datum punctū extra circūferentiam circuli non maximi, inter ipſum circulū, & eius oppoſitum parallelū, ita vt recta coiungens datū punctū & centrū Aſtrol. bij nō trāſeat per dati circuli centrū, circulū maximum, qui eum tāgat, deſcribere.



3. PRÆTEREA ſit datus circulus non maximus IMO, includens portionem ſphæræ hemiſphærio minorem, cuius centrum H. Recta autem ex F, dato puncto extra circumferentiam dati circuli per E, centrum Aſtrolabij educta non tranſeat per centrum H, ſiue eadem circulum ſecet, ſiue non. Inuento ergo puncto G, quod dato puncto F, opponitur, deſcribendus erit maximus circulus per duo puncta F, G, oppoſita, tangens datum circulum. quod per Lemma 41. ſic fiet. Ducta ex dato puncto F, ad centrum H, recta FH, deſcribatur ex medio eius puncto S, per H, arcus circuli ſecans datum circulum in I, & ducta recta F I, inueniatur duabus rectis GF, FI, tertia proportionalis F K; cadetq; punctum K, aut citra G, aut vltra G. Vbicumq; tandem exiſtat, ducta recta K H, deſcribatur ex medio eius puncto L, circulus per H, ſecans datum circulum in O, N. Si igitur ducatur ex dato puncto F, per O, punctum propinquius puncto I, recta FO, vſque ad circumferentiam in punctum M, circulus per tria puncta F, G, M, deſcriptus ex centro Q, quod eſt in perpendiculari Q R, ſecante F G, bifariam, tanget datum circulum in M, vt in Lemmate 41. demonſtratum eſt. Si vero ex eodem puncto F, dato ad punctum N, longius diſtans ab I, recta F N, ducatur ſecans circumferentiam dati circuli in P, circulus per tria puncta F, G, P, deſcriptus ex centro R, quod etiam exiſtit in perpendiculari QR, ſecante FG, bifariam, tanget eundem circulum datum in P, vt in eodem Lemmate 41. oſtenſum eſt.



4. NON aliter per idem Lemma 41. circulum tangentem deſcribemus, ſi circulus datus non maximus maiorem portionem hemiſphærio includat, ac proinde, vt paulo ante Nu. 2. oſtendimus, tam datum punctū, quam eius oppoſitum intra eundem circulū exiſtat; vt eo in Lemmate demonſtratum eſt, quando duo puncta intra circulum data fuerint. Sit enim circulus datus non maximus K L MN, cuius centrum O, includens ſphæræ portionem hemiſphærio maiorem: Et recta ex F, puncto intra circulum dato per E, centrum Aſtrolabij ducta non tranſeat rurſum per centrum O. Inuento ergo puncto G, quod per diametrum puncto F, opponitur, erit quoque G, intra datum circulum, vt Num. 2. diximus. Deſcribendus ergo eſt circulus maximus per duo puncta F, G, per diametrum oppoſita, tangēs datum circulum. quod per Lemma 41. ſic fiet. Tribus rectis FG, FH, Fe, inuēta quarta proportionali FI, cadet neceſſario punctū I, extra datum circulum, vt ibidem demonſtrauimus. Ducta ex I, ad centrum O, recta IO, eaque bifariam ſecta in P, deſcribatur ex P, per O, circulus ſecans datum circulum in L, M. Si igitur ex L, per F, ducatur recta ſecans

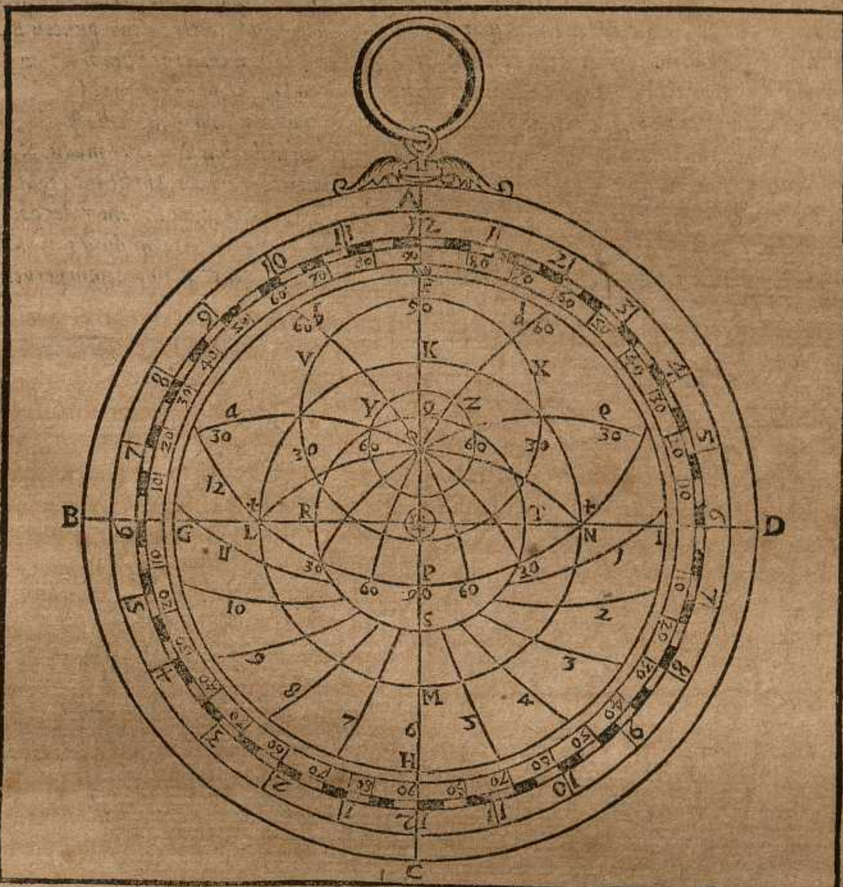
datum

datum circulum in N, tanget circulus per tria puncta F, G, N, descriptus, (cuius centrum Q. erit in recta Q R, secante rectam F G, bifariam, & ad angulos rectos) interius datum circulum in N, vt in Lemmate 41. demonstratum est. Pari ratione si ex M, per F, recta extendatur secans datum circulum in K, circulus per tria puncta F, G, K, ex centro R, (quod in eadem recta Q R, secante FG, bifariam, & ad angulos rectos existit) descriptus, datum circulum tangit in K, vt in eodem Lemmate 41. ostendimus. Quod est propositum.

SCHOLIVM.

1. *EXPLICEMVS iam, qua ratione instrumentum, in quo Astrolabium descriptum sit, construatur. Paretur igitur ex oricbalco, vel cupro, vel alia materia solida, circulus ABCD, cuius centrum E, tantæ magnitudinis, quantam instrumẽtum habere cupimus: qui ex vna parte excauetur circulariter, relicto limbo, vt in eo numerus horarum, & graduum describi possit, ex altera vero parte accuratissime complanetur. Deinde præparentur aliquot circulares laminæ æneæ, vel cupreæ tantæ magnitudinis, vt commode intra partem excauatam collocari possint, & tot, vt concauitatem expleant. Hæc pars excauata cum limbo, & laminis, quas tympana vocare solent, dicitur à scriptoribus Facies Astrolabij, & eius pars concaua intra lymbum contenta, Mater: altera vero pars, Dorsum Astrolabij appellatur.* *Materia Astrolabij quæ esse debeat. Facies Astrolabij quæ. Dorsum Astrolabij quod.*

2. *FACIES ergo sic construetur. Limbus quatuor circulis ex eodem centro faciei descriptis diuidatur in tria spatia: In exteriore diuiso in 24. partes æquales describatur numerus horarum, vt in figura apparet: spatium medium secetur in 360.* *Faciei Astrolabij cõstructio.*



gradus, initio facto à recta B D: in tertio denique, & interiore spatio apponantur numeri graduum, quorum initium sit in recta BD, ita vt grad. 90. terminetur ad vtramq; partem rectæ AC. *Limbi constructio in facie Astrolabij.*

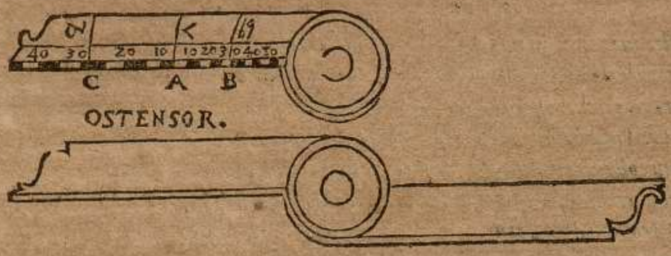
3. *DEINDE in laminis æneis ad hoc negotium præparatis describantur tropicus ♑, F G H I; Æquator KLMN; & tropicus ♋, Q R S T, ex data magnitudine tropici ♑, vt in scholio propos. 4. Num. 1. docuimus, nisi prius ex data magnitudine Æquatoris tropicos describere velis, atq; ex descripto tropico ♑, Matris magnitudinem definire.* *Tympanorum in facie Astrolabij constructio.*

POST hæc in vna lamina describantur pro data altitudine poli, reliqui circuli sphæræ, quotquot commode describi possunt. Nos exempli causa in subiecta figura ad altitudinem poli grad. 42. qualis ferme est Romæ, descripsimus Horizontem LPN, cum duobus tantummodo eius parallelis VX, YZ, circa Zenith O, qui 30. gradibus inter se distant; Verticalem primarium LON, cum quatuor duntaxat alijs Verticalibus aO, bo, dO, eo, gradibus etiam 30. inter se distantibus; Ac denique infra Horizontem circulos horarum inæqualium tantum, diuidentes portiones tam tropicorum, quam Æquatoris sub Horizonte in 12. partes æquales. In eadem lamina describi poterunt, si placet, circuli domorum cœlestium, vt propos. 10. traditum est, & circuli horarum ab ortu, vel occasu Solis, quos hic describendos esse non censuimus, ne figuram tanta linearum multitudine confunderemus. Quemadmodum autem in vna lamina circuli prædicti descripti sunt pro data poli altitudine, vel pro data latitudine loci, sic in alijs delineandi ijdem erunt pro alijs poli altitudinibus, quæ nimirum magis vsui futuræ creduntur. Ad extremum in vna sola, in qua Æquator & tropici sint tantummodo descripti, Eclipticam designabimus in signa, & gradus exquisitissime distributam, vna cum stellis nonnullis, resectis tamen partibus superfluis, ad instar retis cuiuspiam, ita vt relinquantur tantummodo Ecliptica cum nominibus signorum, & numeris graduum, & cacumina stellarum. Solet autem in singulis laminis relinqui denticulus quidam prope superiorem partem F, qui in foramen limbi iuxta idem punctum F immittatur, ne lamina ipsa ad motum retis circumducantur, sed eundem semper situm obtineant: Sola retis lamina hoc denticulo

 carebit,

Armillæ suspensoria, & ostensoris constructio.

carebit, vt libere circa centrum E, circumuolui poßit: in quem finem circa centrum E, excidendus est circulus quidam exiguus in omnibus laminis, vt rete circa clauum teretem, qui foramen illud rotundum expleat, circumducatur. Quod si in superiori parte Astrolabij iuxta punctum A, affigatur armilla, ex qua Astrolabium suspensum libere pendeat, & in centro Astrolabij apponatur regula quædam volubilis, cuius linea extrema altera, quam lineam fiduciæ dicunt, per centrum transeat, absoluta erit tota facies Astrolabij. Hæc autem regula dicitur ostensor, & vel solum à centro ad limbi extremitatem protenditur, vel duplo longior est, vt subiecta figura demonstrat. Diuidi quoque solet hæc regula à centro vsque ad tropicum ♑, in gradus, hoc modo. Primum ex centro transferuntur semidiametri Æquatoris, tropici ♋, & tropici ♑, vsque ad A, B, C, ex Astrolabio. Deinde diuiso semicirculo Æquatoris LKN, in 180. grad. emittuntur ex N, ad singulos gradus rectæ secantes EF, semidiametrum in gradus, qui in regulam ex centro transferuntur, eorumque numeri ab Æquatoris puncto A, incipiunt, & versus vtrumque tropicorum progrediũtur, vt in figura apparet, vbi per denos gradus progrediuntur. Officium horum graduum est, indicare declinationes punctorum Astrolabij ab Æquatore, atque adeo fungi munere omnium parallelorum Æquatoris.

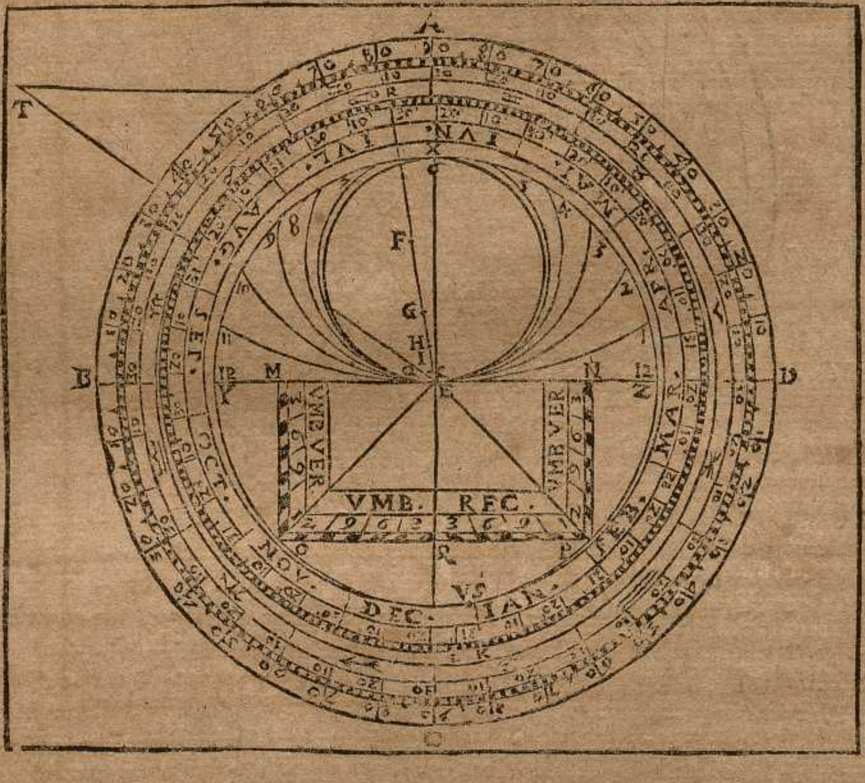


Dorsi Astrolabij constructio Limbi in dorso Astrolabij constructio.

4. DORSVM autem Astrolabij sic construetur. Primum exterior limbus quinque circulis in 4. spatia distribuendus est, & in extimo numeri graduum, in quos proximum spatium diuisum est, ponendi, initio facto à punctis B, D, versusque A, C, progredienbus, ita vt in A. & C, grad. 90. scribatur. In tertio spatio describendi sunt numeri graduum per 30. procedentium pro signis, quorum principium est in puncto D: Atque in vltimo spatio signa pingenda sunt, vt in figura vides.

Mensiũ, ac dierum in dorso Astrolabij per circulos cõcentricos descriptio.

5. DEINDE alia tria spatia per 4. circulos paranda sunt pro diebus mensium in supremo spatio, & pro eorundem numero in medio, ac tandem pro mensium nominibus in infimo collocandis, quod duobus fieri solet modis. Nam quatuor hi circuli vel concentrici sunt cum prioribus quinque, vel eccentrici. Qui eos concentricos faciunt, applicant regulam centro E, & 10. gradui ♑, lineamque SK, per tria illa spatia ducunt pro initio Ianuarij, propterea quod, vt Ephemerides docent, Sol primo die anni in gradu 10. ♑, existit. Deinde ex eisdem Ephemeridibus inuestigant, vbi Sol reperiatur die quinto anni, & ad gradum solis aliam rectam ducunt pro die 5. Ianuar. Idemque faciunt pro die 10. 15. 20. &c. donec ad finem anni perueniant, efficiantque



spatia 73. quæ subdiuisa in 5. partes æquales dabunt 365. dies totius anni. Tandem vero in tertio spatio inscribunt mensium nomina, & numerum dierum secundum signorum succeßionem, tribuendo Ianuario dies 31. Februar. dies 28. Mart. 31. Aprili 30. & reliquis mensibus proprios dierum numeros. Huius diuisionis exemplum non apposuimus, tum quia facilis est, tum etiam quia plerunque apud scriptores Astrolabij, præsertim apud Ioannem Stophlerinum, reperitur.

Mensiũ, ac dierum in dorso Astrolabij per circulos eccentricos descriptio.

6. QVI vero eccentricos potius circulos describunt, ne cogantur per quinos dies locum Solis inuestigare, hanc tenent viã. Quærunt locum augis Solis, quæ hoc tempore est in gradu 9. ♋, & ab eo semidiametrũ ducunt RE, eamque bifariam secant in F, & rursum EF, bifariã in G, & iterum EG, bifariã in H, rursumque EH, bifariam in I, & denique EI, bifariam in t, vt Et, sit vna particula ex 32. in quas tota RE, diuisa est. Ita n. fit, vt proportio Rt, ad tE, nimirũ 31. ad 1. sit propemodũ eadem, quæ 60. ad $1\frac{14}{15}$. quã videl. hoc tempore habet semidiameter Eccentrici Solis ad eccentricitatem, cum eccentricitas contineat partem 1. & m. 56. quarum 60. in semidiametro Eccentrici continentur. Re ipsa tamen paulo minor est proportio 31. ad 1. quã 60. ad $1\frac{14}{15}$. sed quia discrimen perexiguũ est, iure accipi potest particula Et, pro eccentricitate hoc tempore. Quando a. mutata reperietur quantitas eccentricitatis, diuidenda erit recta ER, in t, vt proportio Rt, ad tE, sit eadem, quæ 60. ad eccentricitatẽ, vt hoc tempore ad partẽ 1. & minuta 56. quod ita fiet. Ducta recta ET, sumantur beneficio circini particulæ æquales 116. ab E, vsque ad a, h. e. pars 1. & min. 56.

min. 56. quæ faciunt 116. minuta. Primum quidem ſumantur 10. Deinde hæc lineola ſexies ſumpta dabit 66. Adiecta eadem lineola quinquies, dabit 110. & adiectis 6. particulis eiuſdem lineolæ, habebuntur 116. particulæ. Poſt hæc ſumptis ex hiſce particulis, 60. quæ faciunt partem 1. accipiatur hæc pars ſexagies, nimirum primum decies, deinde hæc linea 10. partium ſexies. Sint ergo in aT, partes 60. quarum aE, continet 1. & min. 56. ductaque recta TR, agatur ei parallela a t, eritque eccentricitas tE, [a] cum ſit, vt Ta, ad aE, hoc eſt, vt 60. ad eccentricitatem, ita Rt, ad tE. Sed quoniam fieri non poteſt, vt recta ET, in propoſito plane tot particulas ſuſcipiat, vt nimirum Ea, contineat 116. & a T, 360. rectius feceris, ſi in alio plano lineam ſatis longam in eas partes ſeces. Nam ſi aliquam eius partem aliquotam, vt dimidiam, vel tertiam, vel quartam, vel quintam, &c. ſumpſeris, quæ commode ex E, vſque ad T, transferri poſſit, & eandem partem aliquotam illius ſegmenti, quod particulas 116. continet ex E, in a, transferas, & iunctæ rectæ TR, parallelam duxeris a t, habebis punctum t, vt prius. [b] Nam erit, vt tota illa linea ad ſegmentum particularum 116. ita eius quinta pars v. g. ET, ad E a, quintam partem dicti ſegmenti. Ergo diuidendo, vt maius ſegmentum eiuſdem rectæ ad minus, hoc eſt, vt ſemidiameter Eccentrici ad eccentricitatem, ita T a, ad a E; [c] ac proinde etiam ita Rt, ad t E. Ex centro igitur t, ad interuallum tR, deſcribunt circulum Eccentricum, & infra hunc alios tres, & ſupremum ſpatium in dies partiuntur hoc modo. Principium Ianuarij in K, reperiunt vt ij, qui concentricos circulos deſcribunt. Deinde applicant regulam centro E, & gradui 4. min. 40. ♑, hoc eſt, puncto, quod à 10. gradu ♑, verſus principium abeſt grad. 5. min. 20. notantque punctum L, in Eccentrico, quia ſpatiolum KL, reſpondet diebus $5\frac{1}{4}$. quibus in oppoſito augis Sol cōficit gra. 5. min. 20. reliquus vero arcus KRL, reliquos 300. dies anni complectitur. Diuiſo igitur arcu KRL, in 360. partes æquales, & arcu LK, in $5\frac{1}{4}$. hoc eſt, in partes 21. quarum 20. quinq; diebus debentur, & reliqua quartæ parti diei, diſtributus erit totus Eccentricus in dies 365. & horas 6. Menſes denique inſcribuntur, vt prius.

[a] 2. ſexti. [b] 15 quinti [c] 2. ſexti.

7. AD hæc erit conſtruenda ſcala altimetra hoc modo. Deſcripto ex E, circulo tangente vltimum eccentricum in V, ducantur duæ ſemidiametri EO, EP, ad grad. 45. limbi ſecantes circulum deſcriptum in O, P. Iunctaque O P, ſecante EC, in Q, abſcindantur EM, EN, ipſis QO, QP, æquales, iunganturque rectæ OM, PN. Diuiſis autem rectis quatuor MO, OQ, QP, PN, in 12. partes æquales, ductiſque ternis rectis, quæ ipſis æquidiſtent, contineātque tria ſpatia, pingantur in extremo ſpatio duodenæ partes ad centrum E, tendentes; in ſpatio medio numerus partium reponatur, ita vt 12. occupet angulos O, P, in tertio denique ſpatio vmbra recta & verſa ſcribatur, recta quidem in latere OP, verſa autem in lateribus OM, PN.

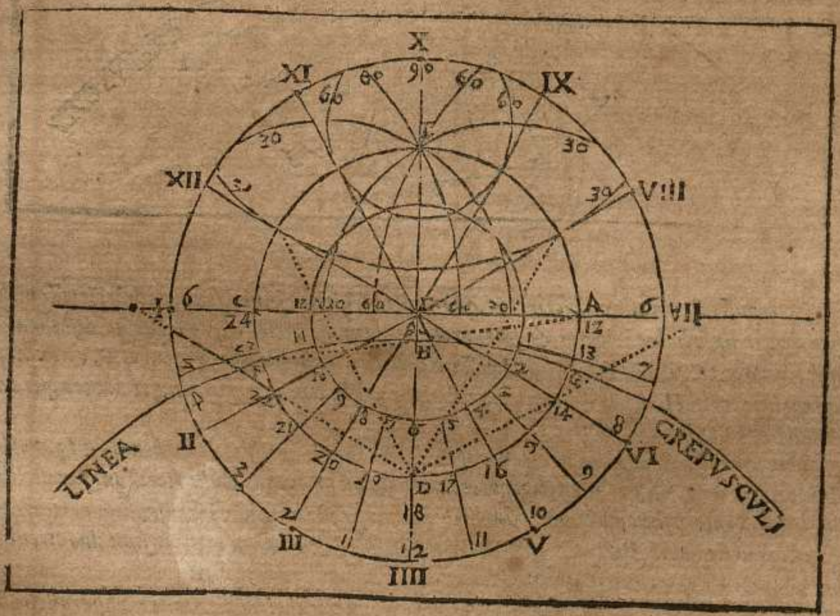
Scala altimetra in dorſo Aſtrolabij compoſitio.

8. DIVISIS quoque duobus quadrantibus XY, XZ, in ſenas partes æquales, deſcriptiſq; arcubus circulorum per centrū E, & bina puncta à diametro CD, æqualiter remota, quorum centra in diametro AC, exiſtunt, & vltimus circa diametrum EX, integer deſcribitur, habebuntur in dorſo 12. horæ inæquales, vt in figura apparet.

Horarum inæqualiū in dorſo Aſtrolabij deſcriptio.

9. POSTREMO in centro E, apponitur medicl inium volubile, quod nihil eſt aliud, quam oſtenſor integer paulo ante deſcriptus, affixis tamen in extremitatibus tabellis quadratis perforatis, quæ pinnacidia dicuntur. Atque totum hoc mediclinium appellari quoq; ſolet Dioptra ab Aſtronomis.

Mediclinij, vel Dioptræ in dorſo Aſtrolabij conſtructio.



10. SED vt Aſtrolabium noſtrum omnibus mundi partibus inſeruiat, doceamus, qua ratione ipſum tam in ſphæra recta quam in obliquiſſima, vbi polus mundi in vertice conſtituitur, deſcribendum ſit: quod ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, difficile nō erit. In primis igitur in vtraque ſphæra limbus faciei, Æquator, tropici, & alij paralleli Æquatoris, Rete, & totum dorſum, conſtituantur, vt in qualibet ſphæra obliqua.

Quæ in Aſtrolabio communia ſint tā ſphæræ cuiuis obliquæ, quā rectæ, & obliquiſſimæ ſub polo.

11. DEINDE in ſphæra recta, quoniam Horizon per polos mundi tranſit, proijciturq; in rectam lineam per E, centrum Aſtrolabij, quod & polus mundi eſt, traiectam, vt prop 1. oſtenſum eſt; ſit recta A C, Horizon rectus, cui ad angulos rectos inſiſtens recta BD, Meridianum circulum referat. Et quia in ea ſphæra Æquator ABCD, primarius Verticalis eſt, erit punctum B, gradibus 90. vtrinque ab Horizonte AC, recedens vertex capitis, ſiue polus Horizontis, & oppoſitum Verticis, vel alter polus Horizontis D.

ALMVCANTARATH, hoc eſt, paralleli Horizontis recti, deſcribentur, vt propoſ. 7. Numer. 2. & 3. tradidimus, vt in figura deſcriptos eſſe vides duos circa Zenith B, quorum alter ab Horizonte, & alter ab illo, & à Zenith 30. gradibus abeſt.

Aſtrolabij in ſphæra recta conſtructio.

AZIMVTH, ſeu circuli Verticales deſcribētur, vt in ſphæra obliqua. Nam ſi Æquator ABCD, hoc eſt, Verticalis primarius, in tot partes æquales ſecetur, quot Verticales deſcribendi ſunt, & per puncta diuiſionum ex B, vel D, rectæ emittantur,

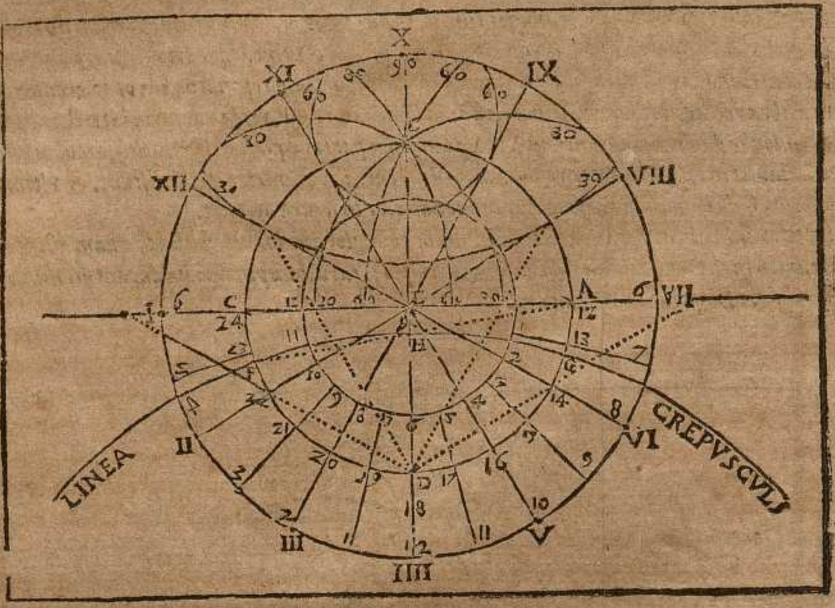
ſecabitur

secabitur recta AC, *in centris Verticalium per* B, D, *ducendorum, secantiumque Horizontem rectum* AC, *in gradus, quemadmodum in sphæra obliqua propos. 8. Verticales circuli parallelum Horizontis per rectam* PQ, *repræsentatum in gradus partiuntur, vt ibidem demonstratum est. In hac figura quatuor Verticales descripsimus, 30. gradibus inter se distantes.*

In sphæra recta quæ circuli maximi indicant tã horas à mer. & med. noc. quam ab or. & occ. atque horas inæquales.

HORARII *circuli cuiusque generis repræsentantur hic per rectas ex centro E, per quindenos gradus Æquatoris, eiusque parallelorum, ductas. Nam cum Horizon rectus, & circuli horarum à meridie, ac media nocte, per polos mundi ducantur, transibũt quoque & circuli horarum ab ortu atque occasu, & horarum inæqualium per eosdem polos, illi quidem, quia nullus est parallelus Horizontem tangens, quem ipsi tangant, hi vero vt tam semicirculi parallelorum diurni, quam nocturni in 12. horas æquales distribuantur; quæ quidem initium habere possunt vel à meridie, & media nocte, vel ab ortu & occasu. Cum igitur omnes circuli maximi per polos mundi incidentes proijciantur in lineas rectas, vt propos. 1. ostensum est, liquido cõstat, rectas lineas ductas, vt diximus, referre circulos horarios cuiusuis generis. Has lineas solum infra Horizontem rectum* AC, *& intra tropicos produximus, ne linearum multitudo supra Horizontem confusionem nobis exhibeat. Numeri porro iuxta tropicum ♑, descripti ad horas à meridie, & media nocte; iuxta Æquatorem vero, ad horas ab ortu, & occasu iuxta tropicum ♋, denique ad horas inæquales pertinent.*

DOMVS *cœlestes tam ex sententia Ioan. Regiom. quam secundum Campanum, proijciuntur, vt circuli horarij. Transeunt namq; & earum circuli per polos mundi, nimirum per communes sectiones Horizõtis, ac Meridiani, ac proinde in rectas lineas proijciuntur: quas per totum Astrolabium eduximus, diuidentes tam Æquatorem, vt vult Ioan. Regiom. quam Verticalem primarium, vt Campano placet, qui ab Æquatore hic non differt, in 12. partes æquales.*



LINEA *denique Crepusculi non aliter describetur, quam circuli altitudinum, seu paralleli Horizontis, cum & circulus, in quo Crepusculum matutinum habet initium, & finem vespertinum, sit Horizonti parallelus, distans ab Horizonte versus Nadir gra. 18. Itaque si ex* A, & C, *in Æquatore sub Horizonte supputentur gra. 18. vsque ad* G, F, & *ex* A, *per* F, *recta ducatur secans meridianam lineam in* H, *describendus erit parallelus, siue linea Crepusculi, vel Auroræ, per tria puncta* F, H, G, *centrum in meridiana linea* ED, *producta habens.*

Astrolabij in sphæra obliquissima constructio.

12. AT *vero in sphæra obliquissima, quæ verticem capitis habet in polo arctico, describendi sunt paralleli Æquatoris vsq; ad Æquatorem duntaxat, hoc est, solum boreales; propterea quod, cum Æquator ibi sit Horizon, paralleli inter Æquatorem & tropicum ♑, infra Horizontem sunt, nullumq; vsum habent, præter illum, in quo crepusculum matutinum incipit, & vespertinum finitur. In figura sequenti Æquator est* ABCD; *tropicus ♋, & circulus arcticus sunt duo circuli punctis interstincti: hoc est, proximus Æquatori, & proximus centro* E.

HORIZON, *vt dictum est, ab Æquatore non differt, ideoq; eius paralleli describuntur, vt paralleli Æquatoris: adeo vt quadrante* BC, *in 90. gra. diuiso, si ex* A, *per singulos gradus rectæ educantur, secabitur recta* BD, *in punctis, per quæ ex centro* E, *Almucantarath describendi sunt. In figura descripti sunt duo tantum paralleli, 30. & 60. gradibus, ab Horizonte distãtes, quorum semidiametros abscindunt radij* AF, AG.

VERTICALES *circuli, cum per mundi polos incedant, nimirum per polos Horizontis, in rectas per centrum* E, *transeuntes proijciuntur, vt propos. 1. ostensum est. Quamobrem rectæ per centrum* E, *ductæ, partientesq; Æquatorem, hoc est, Horizontem Astrolabij, in 360. partes æquales, instar omnium Verticalium erunt. In figura descripsimus Verticales quindenis gradibus inter se distantes.*

In sphæra obliquissima nõ sunt propriè horæ à mer. vel med. noc. aut ab ortu, vel occ. aut inæquales.

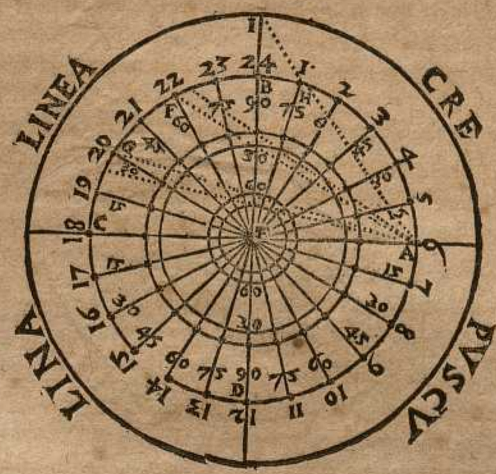
HORARII *circuli, lineæ quoque rectæ sunt, diuidentes Æquatorem, eiusque parallelos, in 24. horas æquales, cum per polos etiam mundi incedant: initiumque habere possunt in quocunque puncto, vt in linea recta* BD, *quam in Astrolabio pro meridiana linea assumpsimus. Indicant autem huiusmodi horæ partes vigesimasquartas vnius integræ reuolutionis Æquatoris ab aliquo puncto fixo inchoatæ, non autem ab ortu, vel occasu, aut à meridie, vel media nocte, cum perpetua ibi sit dies, Sole existente in hemisphærio supero, atq; adeo neq; ortus, vel occasus, neq; meridies, vel media nox possit assignari, si propriè loqui velimus. Potest tamen pro libito assumi recta* BD, *pro linea meridiana, &* AC, *pro Verticali primario, ac proinde & punctum* C, *quodammodo pro ortu & A, pro occasu, &c.*

In sphæra obliquissi-

CÆLESTIVM *domorum circuli in hoc Astrolabio inscribi nequeunt, propterea quod neque versus ortus, occasusq; datur, neque Æquator diuidi potest per circulos maximos per communes sectiones Meridiani, etiam pro libro assumpti, & Horizontis,*

Zontis, qui idem est, qui Æquator, incedentes, vt liquet. Quod si ortum, & occasum appellemus puncta C, A, & meridianam lineam BD. describentur, ex sententia Campani, domorum cœlestium circuli, vt Verticales in sphæra recta. Nam si Verticalis primarius concipiatur esse ABCD, ad planum Astrolabij rectus, faciensq; in Astrolabio rectam AC, & per 12. partes æquales ipsius in eo situ ex B, vel D, rectæ emittantur, diuidetur Verticalis linea AC, in centris circulorum cœlestium domorum, qui omnes per puncta B, & D, transibunt. Quemadmodum enim in sphæra recta circuli habentes centra in recta AC, hoc est, in Horizonte recto, incedentesq; per puncta B, D, nimirum per verticem capitis, punctumq; oppositum, diuidunt rectum Horizontem in suos gradus, ita & hi circuli transeuntes per B, D, communes sectiones Horizontis ABCD, & Meridiani assumpti, partiuntur Verticalem lineam AC, in 12. domicilia cœlestia, &c.

ma nullæ sunt proprie circuli domorum cœlestium.



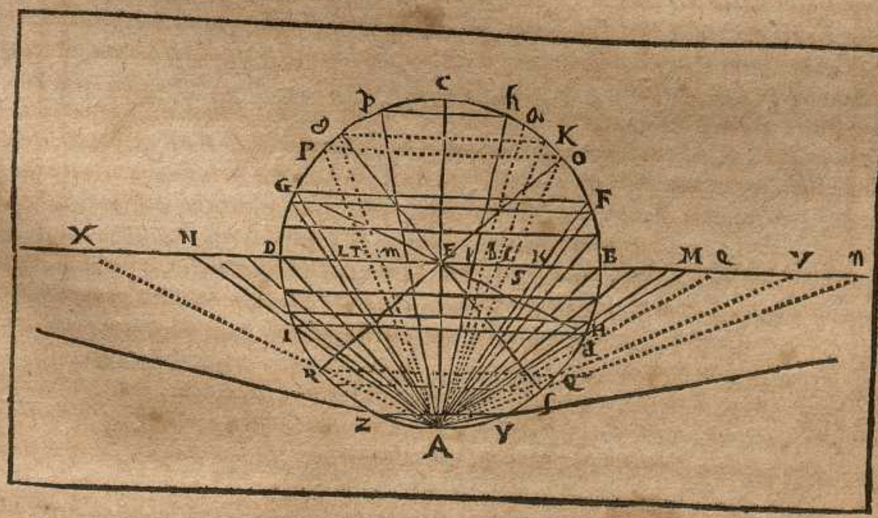
DENIQVE Crepusculi linea, cum referat parallelum Æquatoris, id est, Horizontis obliquissimi, ad oppositum polum vergentem, distantemq; ab Æquatore gr. 18. proijcietur in Astrolabium hac ratione. Ex B, versus polum antarcticum A, (quia parallelus per initium crepusculi matutini, & finem vespertini descriptus, australis est in hac obliquissima sphæra,) supputentur grad. 18. vsque ad H; & ex A, radius emittatur per H, secans rectam BD, in I. Nã circulus ex E, centro per I, descriptus dabit lineam crepusculinam, hoc est, parallelum 18. gradibus infra Horizontem depressum, vt ex ijs quæ demonstrata sunt, perspicuum est.

13. PORRO idem hoc Astrolabium illis quoque inseruiet, qui sub polo antarctico degunt, si centrum E, pro polo antarctico, & tropicus ♋, pro tropico ♑, & circulus arcticus pro antarctico sumatur; signa item Zodiaci singula cum oppositis permutentur, ita vt ex ♈, fiat ♎; & ex ♉, fiat ♏, & ♐, ex ♊, & ♑, ex ♋, &c. Nam oculo constituto in polo opposito, nimirum in arctico (in eo enim oculus constituendus est, vt Astrolabium in sphæra australi describatur,) polus antarcticus conspicitur in E, & tropicus ♑, in ea forma, in qua tropicus ♋, ex polo antarctico cernitur, &c.

Astrolabiũ sphæræ obliquissimæ borealis, quo pacto obliquissimæ sphæræ australi accommodetur.

14. EODEM modo Astrolabium sphæræ obliquæ cuiuslibet accommodabitur antipodibus illius, quibus polus antarcticus supra Horizontem eleuatur; si eadem permutatio fiat signorum septentrionalium in australia, & cõtra, &c. Sed stellæ aliter sunt collocandæ in Reti, australes videlicet prope centrum, hoc est, prope polum antarcticum, &c. Quod etiam de Reti in Astrolabio sphæræ obliquissimæ australis dicendum est: quia in huiusmodi Astrolabio construendo oculus statuitur in polo boreali, vt australis in E, centro appareat, vt dictum est.

Astrolabiũ sphæræ cuiusuis obliquæ borealis, quo pacto obliquæ sphæræ australi accõmodetur.

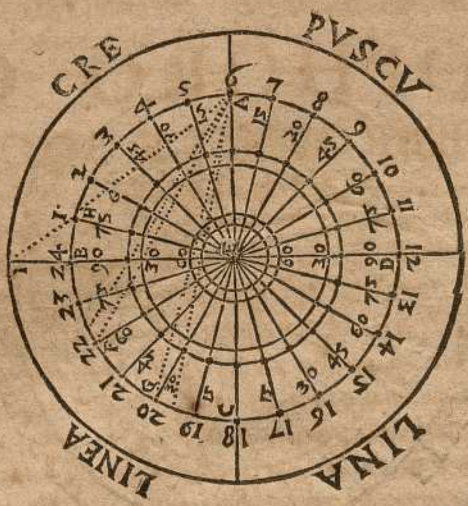


15. QVEMADMODVM autem in plano Æquatoris hactenus descripsimus omnes circulos cœlestes ea forma, ac distantia vnius ab altero, qua ex polo australi cernuntur: ita ijdem in plano cuiuslibet circuli maximi describi poterunt ea forma, distantiaque, qua ex inferiori eius polo apparent, si circulus Analemmatis, in quo diametri circulorum continentur, sumatur pro Meridiano proprio illius circuli maximi, hoc est, pro circulo per polos mundi, ac per polos illius circuli maximi ducto. Exempli causa. Si in prima figura propos. 4. recta BD, accipiatur pro diametro Horizontis; A, pro eius polo inferiore, siue pro Nadir, & C, pro polo superiore, siue pro Zenith; fg, pro diametro Æquatoris; O, pro polo mundi boreali, quippe qui puncto verticali C, propinquior sit, & R, pro australi, &c. apparebit Horizon in quantitate circuli ABCD, & Zenith in E, centro; atq; eius paralleli describentur, vt prius paralleli Æquatoris descripti fuere; Æquator autem cum suis parallelis proijcietur

Descriptio Astrolabij in plano cuiusuis circuli maximi obliquĩ *cietur in planū Astrolabij, vt prius Horizon obliquus cū proprijs parallelis, ita vt mn, sit diameter Æquatoris apparēs, polusq; boreus O, appareat in S, & australis R, in X; Verticales autem omnes projcientur in rectas lineas per centrum E, incedentes, quemadmodum prius circuli horarij, & circuli declinationum per polos mundi transeuntes, &c. Atque hac quidem ratione Astrolabium in plano Horizontis descriptum erit, non autem in plano Æquatoris. Quæ res facile ex ijs, quæ demonstrata sunt, intelligi potest, & clarius percipietur lib. 3. can. 12. & in alijs nonnullis sequentibus, in quibus circulus ABCD, qui hactenus in Astrolabio fuit Æquator, Horizontem referet, &c. in canone autem 15. Num 8. Astrolabium in plano Eclipticæ describemus.*

Descriptio terræ in forma Astrolabij.

16. SED *neque hoc omittendum est, globum terrestrē cum omnibus circulis, & oppidis, instar Astrolabij describi posse, ea*



nimirum forma, quam Num. 12. Astrolabium in sphæra obliquissima habuit. Nam Æquator erit ABCD; circuli longitudinum, siue Meridiani per rectas per centrum E, traiectas repræsentabuntur; circuli denique non maximi latitudinum describentur, vt paralleli Æquatoris. Itaque si quæratur situs alicuius ciuitatis, sumemus v. g. rectam ED, pro Meridiano insularū Fortunatarū, à quo Cosmographi initium sumunt longitudinū, & ab eo dextrorsum longitudinem propositæ ciuitatis numerabimus, ac per finem numerationis ex E, rectam ducemus pro Meridiano illius ciuitatis. Deinde parallelum Æquatoris describemus pro latitudine eiusdem ciuitatis, quam quidem, si borealis est, numerabimus à B, versus C; si vero australis, à B, versus A. Vbi enim hic parallelus Meridianum, siue rectam ex E, per longitudinem ciuitatis ductam intersecat, ibi locus erit ciuitatis propositæ.

QVONIAM *autem loca australiora, quæ videlicet vltra tropicum ♑, excurrunt, ægre in Astrolabio describi possunt, commode fecerimus, si duas mappas describamus, vnā ab Æquatore versus polum borealem E, vt hactenus diximus, & alterā ab Æquatore versus australem polum, quem tunc referat centrum E, &c. Sed hæc planiora fient lib. 3. Can. 15. vbi distantias locorum inquiremus.*

FINIS SECVNDI LIBRI.

ASTRO-

ASTROLABII LIBER TERTIVS.

AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

SVPEREST tertius liber, ac postremus, in quo de multiplici vsu circulorum, quos superiore libro in Astrolabio descripsimus, agendum est. Qua in re omnis nobis cura atque opera ponenda erit, vt quæ alij per instrumentum materiale inuestigant, nos solo circino, & regula, & quidem longe certius, accuratiusq́ inquiramus: quamquam vsum vulgarem Astrolabij materialis non omnino neglecturi sumus, verum in principijs Canonum, vbi commode fieri poterit, explicaturi (Neque enim semper id præstare poterimus, cum multo plura sine instrumento perscrutaturi simus, quã vllius Astrolabij beneficio inueniri queant) vt ijs præsertim satisfaciamus, qui Astrolabium habent, & eius vsu delectantur. Atque vt planius id, quod nobis in tertio hoc libro propositum est, intelligatur, proponatur ante oculos globus aliquis ita diligenter tornatus, vt nihil fieri possit rotundius. Vt igitur in eo liceret nobis dimetiri omnia interualla punctorum, arcuum magnitudines atque angulorum, circuli vnius ad alterum inclinationem, & id genus alia: ita eadẽ omnino conabimur in plana aliqua superficie inuestigare, vt nihil prorsus sit, quod in primo mobili cognoscere quis cupiat, quod perfectissime in plano assequi nostris præceptis non possit: adeo vt quæcunque etiam ex doctrina triangulorum sphæricorum, quæ immensa est, & propemodum infinita, molestissimis numerorum multiplicationibus, diuisionibusq́; Astronomi mirabili sane artificio, atque industria eruunt, nõ minus explorate in plano aliquo spatio, circulorũ beneficio, qui in præcedenti libro, descripti sunt, eruere, indagare, atque scrutari nobis liceat. Quæ res vt magis absoluta perfectaq́ reddatur, adiungemus plerisque in locis vsum etiam Analemmatis, quo non pauca problemata Astronomica mira interdum facilitate, ac iucunditate soluuntur. Neque vero prætermittemus, quin eorum, quæ proposita nobis sunt, nonnulla per sinuum quoque doctrinam perquirere doceamus. Sed quæ nostro hoc nouo Astrolabij vsu acquiri possunt, longe clarius Canones, qui sequuntur, docebunt, quam multæ verborum ambages explicare queant. Quamobrem ad Canones statim ipsos aggrediamur. *Argumentum tertij libri.*

CANON I.

ALTITVDINEM Solis, aliarumque stellarum quolibet momento temporis deprehendere.

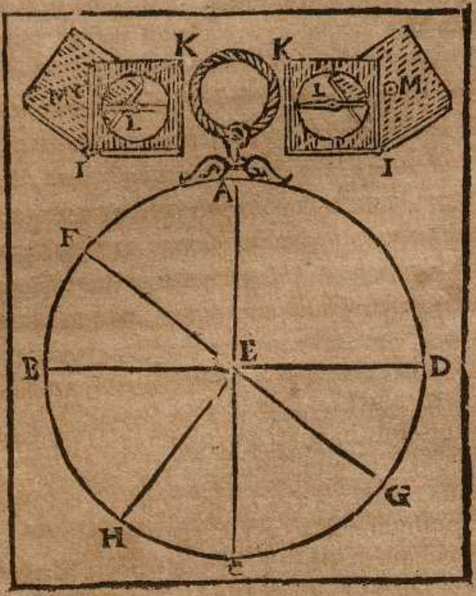
1. SVSPENDATVR Astrolabium ex armilla, vt libere pendeat, punctumq; B, versus Solem, aut stellam dirigatur, & mediclinium dorsi Astrolabij sursum ac deorsum tamdiu circa centrum E, conuertatur, donec per respondentia foramina pinnacidiorum radius Solis transeat, vel donec oculus per eadem foramina stellam, aut etiam Solem interdum, quando nubibus contectus est, aspiciat, mediclinumque situm v.g. obtineat rectæ FG. Dico gradus in arcu BF, contentos indicare altitudinem Solis, vel stellæ, hoc est, quot gradus in arcu BF, includuntur, totidem intercipi inter Solem, stellamve, atque Horizontem in Verticali circulo per Solem, vel stellam tempore obseruationis ducto. Quoniam enim, vt in sphæra demonstrauimus, terra, si cum cælo conferatur, instar puncti est, erit E, centrum Astrolabii idem, quod centrum terræ, seu cœli ipsumq́ue instrumentum idcirco in plano Verticalis, qui per solem tunc, aut stellam ducitur, circa idem centrum erit collocatum. Cum ergo recta BD, Horizonti æquidistet, & lineæ rectæ ex circulis concentricis similes arcus abscindant, vt in scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. ostendimus, intercipient rectæ EB, EF, ad cœlum vsque protractæ tot gradus in Verticali per Solem aut stellam ducto, quot in arcu BF, continentur. Quamobrem cum EF, ad Solem, vel stellam pertingat, indicabit arcus BF, gradus inter astrum, & Horizontem in dicto Verticali interceptos. *Altitudo siderum quo pacto exploranda per Astrolabiũ.*

2. QVONIAM vero molestum est toties mediclinium eleuare ac deprimere, donec per pinnacidiorum foramina radius Solis penetret, aut oculus astrum aspiciat, commodius, aptiusque instrumentum ad siderum altitudines captandas, erit Quadrans circuli EHG, in cuius latere EG, affixa sint duo pinnacidia, numerusque 90. graduum incipiat ab H, versus G, progrediendo, ac tandem ex centro E, filum cum perpẽdiculo pendeat. *Quadrãs, cõmodius instrumentũ ad altitudines siderum captãdas, quã Astrolabium.*

Nam

Nam si huiusmodi Quadrantis latus EH, versus Solem, vel stellam dirigatur, & ipse Quadrans, radente eius planam superficiem filo perpendiculi, eleuetur, ac deprimatur circa centrum E, tanquam cardinem, donec radius Solis per foramina pinnacidiorum ingrediatur, vel radius visualis per eadem foramina stellam inspiciat, (quod quidem facilius, atque expeditius in Quadrante fit, quam in Astrolabio, vt experientia docet) abscindet filum perpendiculi arcum HC, altitudinis astri. Quia enim radius GE, productus pertingit ad astrum, ostendet arcus BF, altitudinem ipsius, vt demonstratum est. Cum ergo BF, HC, æquales sint, quod & Quadrãtes toti FH, BC, æquales sint, & arcus BH, ablatus, communis; erit quoque HC, arcus altitudinis astri. Est & alia causa, cur in hoc negotio Quadrantem Astrolabio præferam: quia nimirum, vt per Astrolabium altitudo deprehendatur, necesse est ipsum vniformem habere grauitatem, adeo vt, quemcunque situm habeat mediclinium, recta AC, in centrum mundi omnino vergat, quod plerumque non fit, cum facile instrumentum plus ponderis in vna, quã in alia parte possit habere.

Pinnacidia quo pacto construenda.



3. QVANDO porro per radium visualem altitudo stellæ inuestiganda est, construi debent duo pinnacidia hoc modo. In tabella quadrata IK, fiat foramen magnũ rotũdum, in cuius medio relinquatur foramen perexiguum L, quod sustineatur à diametro quadam tenui; & circa I, circũuertatur alia tabella quadrata priori æqualis, in cuius medio sit perexiguum foramen M, respondens foramini L. Huiusmodi duo pinnacidia si fiant, dici vix potest, quam expedite quamcunque stellam, aut aliam quamlibet rem cõtueri liceat. Nam pinnacidium, quod ab oculo propius abest, claudendum est tabella illa quadrata, aliud autem aperiendum. Sic enim fiet, vt radius visualis per foramen M, prope oculum immissus, illico cõspiciat per illud foramen L, in pinnacidio remotiore, stellam, vel aliam rem propositam: quia foramen illud magnum apertum facile rem ipsam intueri, & sine vllo negotio foramen exiguum L, in ipsam rem dirigere nos finit.

Num stella sit ante Meridianum, vel post, vel in ipso existat cognoscere.

4. VT autem scias, quando stella prope Meridianum existit, num ante ipsum, an post, an vero in ipso Meridiano reperiatur; accipiẽda est stellę altitudo bis, tenue modico temporis spacio inter duas proximas obseruationes interiecto. Si namque posterior altitudo deprehendatur priore maior, stellam nondum attigisse Meridianũ scias; si vero minor, Meridianum pertransisse, & quando maximam deprehensa est habuisse altitudinem, in ipso Meridiano extitisse. Sed quanta sit altitudo Meridiana Solis quolibet die, & stellarum in quouis climate, infra Canone 3. Num. 8. docebimus.

SCHOLIVM.

Quo pacto in altitudine siderum præter gradus Minuta accipiantur.

CVM in quadrante, vel Astrolabio gradus tantum integri descripti sint, fit vt altitudo stellarum ad vnguem tunc solum deprehendatur, quando filum perpendiculi, aut linea fiduciæ Mediclinij, in gradum aliquem integrum cadit. Nam cadente filo, aut linea fiduciæ, in partem alicuius gradus, addenda erunt gradibus integris altitudinis tot Minuta, quot æstimatione, plus minus, iudicari poterunt esse abscissa à filo vel linea fiduciæ: adeo vt, si dimidiatus gradus videatur abscindi, adijciantur 30. Min. si tertia pars, Minuta 20. &c. Aut certe beneficio particulæ abscissæ eruendus erit per circinum Minutorum numerus, vt in Lemmate 3. Et cap. 2. lib. 1. Geometr. practicæ docuimus.

CANON II.

SOLIS verum locum in Zodiaco inquirere.

Locum Solis quolibet die per Astrolabium explorare.

1. IN dorso Astrolabij descripti sunt dies mensium cum respondentibus gradibus Zodiaci, in quibus Sol existit illis diebus, plus minus. Si igitur linea fiduciæ Mediclinii, vel filum tenue è centro E, per diem mẽsis propositum educatur, indicabit eadem linea fiduciæ, vel filum in circulo signorum signum, ac gradum, in quo Sol eo die existit. Ita vides in dorso Astrolabii, quod in scholio vltimæ propos. superioris lib. construximus, lineam ex centro E, per diem 20. Iulii eductam indicare gradum 27. ♋, & aliquot insuper minuta. Dicemus ergo Solem die 20. Iulii vltra gradum 27. Cancri reperiri. Vicissim ex gradu Solis cognito diem mensis addiscemus. Eadem enim linea ex centro per gradum Solis extensa transibit per diem mensis respondentẽ. Vt Sole existente in gradu 27. ♋, si scire quis velit, quo die anni illud contingat, extendat lineam ex centro per dictum gradum, hæc enim indicabit ferme diem 20. Iulij.

2. QVOMODO locum Solis in Zodiaco memoriter inuenire possimus, explicauimus in sphæra & Kalendario Romano, quo lectorem remittimus: nam eadem hic repetere operæpretium non putamus.

CANON III.

Declinationẽ graduu Eclipticæ propositi, vel stellæ cuiuslibet per Astrolabium inuenire.

DECLINATIONEM Solis quolibet die, siue cuiusuis puncti Eclipticæ, stellarumque indagare. Et vicissim ex data declinatione Solis arcum, vel punctum Eclipticæ respondens explorare: Atque hinc, quanta sit Solis, vel stellæ cuiusuis altitudo meridiana, eruere.

1. SI ostensor in facie Astrolabij in gradus diuisus sit, vt in scholio propo. 20. libri præcedentis docuimus, inuenietur declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ, vel stellæ beneficio Astrolabij hoc modo. Ponatur linea fiduciæ ostensoris supra gradum Eclipticæ propositum, aut supra cacumen stellæ. Gradus enim ostensoris in eũ gradũ, aut

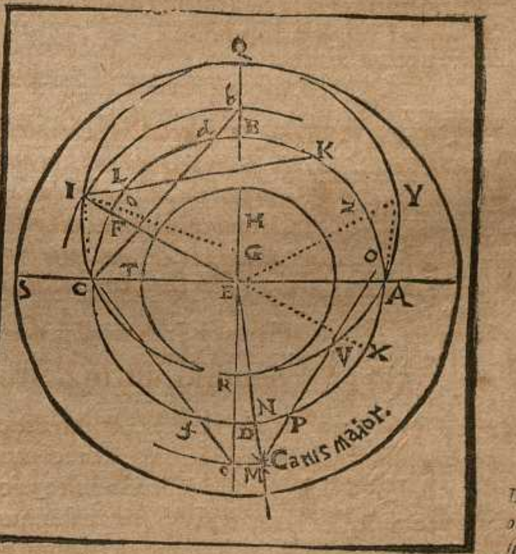
aut stellam incidens illico declinationem ipsius quæsitam monstrabit, borealem quidem, si gradus Eclipticæ, vel stella intra Æquatorem existat, hoc est, si gradus ostensoris repertus ab Æquatore versus centrum Astrolabii vergat; australem vero, si gradus Eclipticæ, vel stella existat extra Æquatorem, hoc est, si gradus ostensoris inuentus ab Æquatore versus tropicum ♑, recedat. *Quæ pũcta in Astrolabio habeãt declinationem borealẽ, & quæ australem.*

2. SI vero non adsit ostensor in gradus distributus circumducatur rete, donec gradus Eclipticæ propositus, aut cacumen stellæ in lineam meridianam incidat. Reti enim talem obtinente situm, circuli ipsi Almucantarath, id est paralleli Horizontis inter gradum Eclipticæ, vel cacumen stellæ, & Æquatorem interpositi, numerabunt gradus declinationis, borealis quidem ab Æquatore versus centrum Astrolabii, Australis vero ab eodem Æquatore versus tropicum ♑.

3. E contrario vt ex data declinatione arcum, vel punctũ Eclipticæ respondens inuenias, numerata inter parallelos Horizontis linea meridiana declinationem datam ab Æquatore siue versus boream, siue austrum versus. Deinde circumduc rete, donec Ecliptica præcise termino numerationis congruat. Gradus enim ille Eclipticæ, seu punctum habebit, illam declinationem, & præterea tria alia puncta, quæ æqualem distantiam ab æquinoctiorum punctis cum illo sortiuntur, eandem declinationem habebunt. Vt si inuentum fuisset principium ♓, haberet eandem declinationẽ principium ♒, & principia ♉, & ♍. Semper enim quatuor puncta Eclipticæ, duo borealia, & duo australia, eandem habent declinationem, vt in Lemmate 49. Num. 5. ostendimus, & alio quoq; modo paulo post Num. 6. demonstrabimus. Idem consequeris beneficio Indicis, vel ostensoris in gradus distributi. Nam si eum circumducas, donec punctum declinationem terminans Eclipticam contingat, siue hoc versus boream, siue versus austrum fiat, congruet data declinatio illi puncto Eclipticæ, & præterea aliis tribus, vt dictum est. *Ex data declinatione arcũ seu punctũ Eclipticæ respõdens inuestigare ex Astrolabio.*

4. SED quia raro ostensor accurate in gradus diuisus inuenitur, aut Astrolabium, in quo per singulos gradus paralleli Horizontis ea diligentia, qua par est, descripti sint; necesse est, vtrouis modo veram declinationem non posse ad vnguem reperiri, sed plus minus duntaxat, aut circiter: idcirco nos sine instrumento arcum veræ declinationis ad vnguem, si magna cura in circulis describendis, atque diligentia adhibeatur, reperiemus hoc artificio.

SIT Æquator Astrolabij ABCD, cuiusuis magnitudinis circa centrum E, cum tropicis RT, QS; Ecliptica AQCR, tangens tropicos in Q, R, cuius centrum H, & polus G. Propositũ autem sit, inuenire declinationem principij ♓. Et quoniam signum ♓, australe est, ac proinde in semicirculo australi AQC, continetur, eiusque principium ab ♈, distat grad. 30 numerabimus à puncto C, quod principio ♈, tributum est, versus B, grad. 30. vsque ad a, & ex Eclipticæ polo G, per a, rectam ducemus Ga, quæ Eclipticam secet in I, eritque I, principium ♓, cum, vt propos. 5. præcedentis libri Nu. 17. demonstrauimus, arcus CI, arcui Ca, æqualis sit, quod ad gradus attinet. Ducta autem ex centro E, per I, recta secante Æquatorem in F, sumemus arcui CF, æqualem arcum BK, & rectam KI, ducemus, quæ Æquatorem secet in L. Dico FL, arcum esse declinationis puncti Eclipticæ I. Quoniam enim recta EI, circulum declinationis per I, principium ♓, ductum repræsentat, vt propos. 1. superioris lib. Num. 4. demonstrauimus, respondebit portio IF, arcui declinationis, cui quidem æqualis est Æquatoris arcus FL. Nam si cogitetur circulus ABCD, esse Meridianus, & insistere plano Astrolabij in recta EI, ad angulos rectos, erit K, polus australis, cum à plano Æquatoris, vel Astrolabij distet per quadrantem FK, propterea quod, si æqualibus arcubus CF, BK, addatur communis arcus FB, totus arcus FK, toti quadranti CB, fit æqualis. Hinc autem sequitur, arcus FL, FI, esse æquales, vt propos. 1. lib. 2. Num. 5. monstratum est. *Declinationẽ gradus Eclipticæ propositi, vel cuiuslibet stellæ sine Astrolabio certius inuenire.*



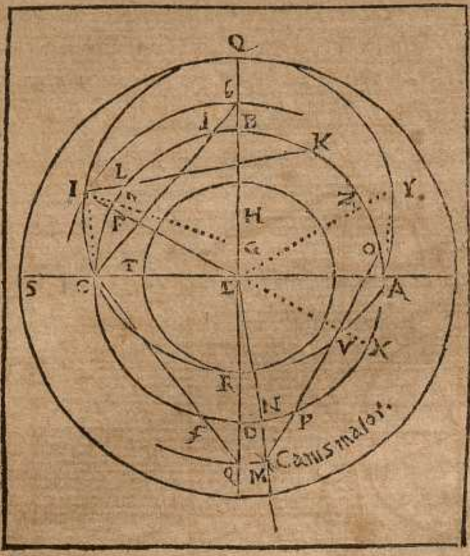
SIT rursum inuestiganda declinatio stellæ, quæ Canis Maior appellatur. Inuento eius loco M, in Astrolabio, vt propos. 11. lib. 2. Num. 2. docuimus, per eius longitudinem, & latitudinem, ducatur recta EM, circulum declinationis referens, vt NM, metiatur declinationem stellæ australem. Sumpto autem arcui DN, æquali arcui AO, ducatur recta OM, secans Æquatorem in P; eritque, vt proxime demonstratum est, NP, arcus declinationis quæsitæ, hoc est, arcus NM, NP, æquales erunt.

5. DECLINATIONEM porro tam dati puncti Eclipticæ, quam stellæ, hoc etiam modo nanciscemur. Per inuentum punctum I, in Ecliptica ex centro E, arcus describatur Ib, secans meridianam lineam in b, & ex A, vel C, ad b, recta extendatur secans Æquatorem in d. Nam Bd, est arcus declinationis paralleli bI, vt propos. 4. Num. 7. superioris lib. ostendimus, ac proinde & puncti I, in Ecliptica dati. quod est propositum. *Declinationẽ alter sine instrumento inuenire.*

RVRSVS ex eodem centro E, per centrum stellæ M, arcus describatur Me, secans lineam meridianam in e, & ex A, vel C, ad e, recta ducatur secans Æquatorem in f: eritque vt dictum est, Df, arcui declinationis paralleli Me, hoc est, stellæ M.

6. HAC eadẽ ratione cuiusuis puncti in Astrolabio positi declinationẽ reperiemus; si nimirũ per illud punctum ex centro E, rectam ducamus, & à puncto, vbi Æquatorem secat, quadrantem in eodem Æquatore sumamus, ex cuius termino ad punctum datum rectam ducamus. Hæc enim & prior illa per idem punctum datum emissa intercipient in Æquatore arcum declinationis. Ita vides rectam EM, ex centro per punctum M, ductam, cum recta OM, ex termino O, quadrantis NO, ad idem punctum M, ductam, intercipere NP, arcum declinationis puncti M, vt ostendimus. Quadrans autem in Æquatore abscindetur sine vllo negotio, si *Præceptum generale ad inueniendã declinationem cuiuscuis puncti Astrolabij.*

ductis duabus diametris AC, BD, sese ad angulos rectos secantibus, arcui inter vnam earum, & punctum, in quo recta ex centro E, ducta Æquatorem secat, intercepto, æqualem arcum, ab altera diametro facto initio, abscindamus, quemadmodum in præcedentibus exemplis arcui DN, sumptus est æqualis AO, & arcui CF, arcus BK, vt quadrantes NO, FK, haberentur. Iidem quadrantes habebuntur, si quadrans AD, vel AB, vel BC, vel CD, transferatur ex N, & F, vsque ad O, & K.



VEL certe cuiusuis puncti declinationem inueniemus, si ex E, centro per datum punctum parallelum Æquatoris describamus, & ad punctum, vbi lineā meridianam BD, secat ex A, vel C, rectam emittamus. Hęc enim ex Æquatore arcum declinationis auferet à meridiana linea inchoatum, vt diximus de puncto I, & stella M.

ITAQVE si Ecliptica diuisa sit in signa, & gradus, non erit necessarium, vt in Æquatore numeretur distantia dati gradus Eclipticæ, à proximo Æquinoctio, vt eius situs in Ecliptica reperiatur per rectam ex polo G, emissam; quo pacto inuentus fuit situs I, principij)(, per rectam Ga; sed satis est vt ex centro E, per gradum propositum recta educatur, & ab hac incipiēdo in Æquatore quadrans abscindatur, &c. Vel certe ex E, centro per propositum gradum parallelus Æquatoris describatur, &c. Satis etiam est, vt punctorum vnius quadrantis Eclipticæ, v. g. quadrantis CQ, declinationes inquirantur. Hæ namque declinationes declinationibus punctorum in alijs tribus quadrantibus æquales sunt, quod etiamsi ostensum à nobis sit in Lemmate 49. Num. 5. idem tamen hoc loco sic demonstrabimus. Sumatur in alio quadrante australi AQ,

Declinationes punctorum vnius quadrātis Eclipticæ declinationibus punctorum aliorū quadrantum æquales sunt.

arcus AY, æqualis arcui CI, vt Y, sit principium ♏, ducaturque recta EY, vt ZY, arcus sit declinationis, quem dico æqualē esse arcui FI. Ductis n. rectis CI, AY; erunt duo latera EC, CI, duobus lateribus EA, AY, æqualia; (Nam EC, EA, semidiametri sunt Æquatoris, [a] & CI, AY, æquales sunt, ob arcus æquales, quos subtendunt) [b], & anguli quoq; ECI, EAY, insistentes in circumferentia arcubus æqualibus AQI, CQY, æquales.[c] Igitur & bases EI, EY, æquales erunt. Demptis ergo æqualibus EF, EZ, reliquæ FI, ZY, æquales erunt: quæ cum æqualiter à centro E, absint, æqualibus arcubus Æquatori respondebunt; ac proinde declinationes punctorum I, & Y, æquales erunt. Eodem modo ostendemus declinationem cuiusuis alterius puncti in quadrante CQ, æqualem esse declinationi puncti in quadrante A Q, cuius distantia ab æquinoctio A, æqualis sit distantiæ alterius puncti ab æquinoctio C. Rursus producta IE, vsque ad X, secante Eclipticam in V, repræsentabunt IV, FX, semicirculos, [d] quod maximi circuli se mutuo bifariam secent; dempto communi arcu FV, erunt reliqui arcus declinationum FI, VX, æquales quod ad gradus attinet. Cum ergo puncta Eclipticæ I, V, sint per diametrum opposita, vt lib. 2. in scholio propos. 5. Num. 11. ostendimus, liquet, puncta Eclipticæ opposita æquales habere declinationes. Eadem enim demonstratio est in aliis punctis oppositis, quæ in F, V, vt perspicuum est.

[a] 29. tert.
[b] 27. tert.
[c] 4. pri.
[d] 11. 1. The.

Ex data declinatione punctū, vel arcum Eclipticæ respondentem sine instrumento elicere.

7. PORRO ex data declinatione punctum, seu arcum Eclipticæ respondentem hac ratione eruemus. Numeretur data declinatio in Æquatore à puncto B, vsque ad d, siue versus A, siue versus C; & ex A, vel C, per d, recta ducatur, secans meridianam lineam in b; ac tandem per b, ex E, parallelus Æquatoris describatur secans Eclipticam in I; eritque punctum I, id quod quæritur. Quantum autem inuentum punctum I, ab æquinoctiali puncto C, distet, indicabit recta ex polo Eclipticæ G, ad I, ducta. Hæc enim resecabit arcum Æquatoris Ca, arcui Eclipticæ CI, æqualem, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. ostendimus.

Altitudinē meridianā Solis, vel stellæ cuiusuis deprehendere.

8. EX declinatione denique Solis, vel stellæ cognita, hoc pacto eius altitudinem meridianam eruemus. Si declinatio borealis est, adiiciatur ea complemento altitudinis poli; si vero australis, dematur ex eodē. Numerus enim conflatus, vel relictus, quanta sit Solis, vel stellæ altitudo meridiana, indicabit.

SED quando ex additione declinationis borealis ad complementum altitudinis poli maior numerus conflatur, quam grad. 90. existet Sol, vel stella in meridiano inter verticem loci, & polum arcticum. Quare numerus ille conflatus ex semicirculo detractus altitudinem meridianam monstrabit. Hoc autem contingit, quotiescunque altitudo poli minor est declinatione boreali.

RVRSVS quando altitudo poli maior est complemento declinationis borealis, vel (quod idem est) quando complementum altitudinis poli minus est declinatione boreali, habebit Sol, vel stella duas altitudines meridianas, maximam scilicet, ac minimam, ac nunquam orietur, vel occidet. Maxima reperietur, vt dictum est; minima vero, si ex altitudine poli complementum declinationis borealis tollatur, vel si complementum altitudinis poli ex declinatione boreali dematur.

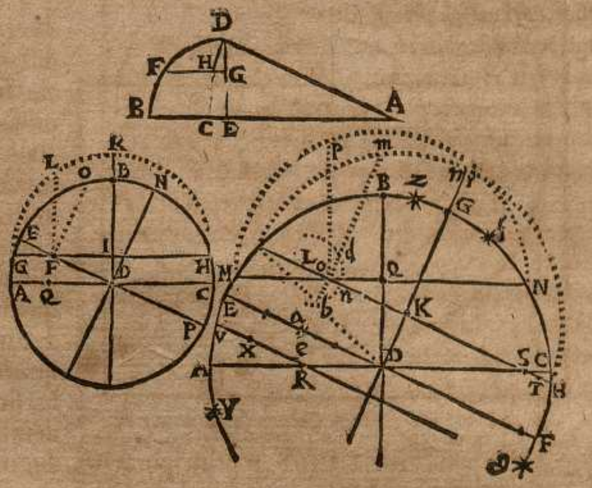
POSTREMO quando complementum altitudinis poli minus est declinatione australi, Sol vel stella semper sub Horizonte latebit, nullamque habebit altitudinem meridianam. Quæ omnia ex sphæra materiali liquido constant. Atque hæc intelligenda sunt in regione boreali: In australi vero regione, quæ dicta sunt de boreali declinatione, intelligantur de australi, & contra.

IN scholio Canonis 22. inuestigabimus declinationem dati puncti Eclipticæ, licet ipsa Ecliptica in Astrolabio descripta non sit, & declinationem cuiuslibet stellæ, etiamsi eius locus in Astrolabio inuentus non sit: quę res mihi sane præclara esse videtur, atque egregia, cum non facilis sit inuentio loci stellæ cuiusuis in Astrolabio, vt ex propos. 11. lib. 2. manifestum est, propterea quod nonnullarum stellarum paralleli Eclipticæ sunt vel nimis ampli, vel nimis angusti.

SCHO-

SCHOLIVM.

1. EX Analemmate duobus modis declinationem cuiuſuis puncti Eclipticæ inueſtigabimus. Priore ſic. Ducta recta AB, deſcribatur ex A, arcus circuli CD, quolibet interuallo, in quo ſumatur arcus maximæ declinationis CD, hoc eſt, conſtituatur angulus CAD, maximæ declinationis. Demiſſa deinde ex D, ad AB, perpendiculari DE, deſcribatur ex E, per D, quadrans circuli DB. Si igitur à puncto B, numerentur vſque ad F, gradus, quibus datum Eclipticæ punctum à proximo æquinoctij puncto abeſt, demittaturque ad DE, perpendicularis FG, vel ipſi BA, parallela, ſecans arcum CD, in H; erit CH, arcus declinationis dati puncti. Cum enim in Lemmate 18. demonſtratum ſit, eſſe ſinum totum ad ſinum maximæ declinationis, vt eſt ſinus arcus à proximo æquinoctij puncto numerati ad ſinum declinationis puncti dictum arcum terminantis, liquido conſtat, arcum GH, metiri declinationem puncti, quod tanto arcu Eclipticæ à proximo æquinoctio abeſt, quantus eſt arcus BF, reſpectu ſui circuli. Nam cum ſit; vt ED, ſinus totus circuli BD, ad EG, ſinum arcus BF, eiuſdem circuli, ita ED, ſinus maximæ declinationis circuli C D, ad E G, ſinum arcus CH, eiuſdem circuli: ſit autem ex Lemmate 5. vt ED, ſinus totus ad EG, ſinum arcus BF, ita ſinus totus Eclipticæ ad ſinum arcus, qui arcui BF, ſimilis ſit, erit quoque, vt ſinus totus Eclipticæ ad ſinum arcus, quo datum punctum à proximo æquinoctio recedit, ita E D, ſinus maximæ declinationis ad EG, ſinum declinationis C H: Et permutando, vt ſinus totus Eclipticæ ad ſinũ maximæ declinationis, ita ſinus diſtantiæ puncti dati à proximo æquinoctio ad ſinum EG, Ex quo colligitur, EG, eſſe ſinum declinationis dati puncti, atque idcirco arcum CH, declinationẽ ipſam metiri. Hic porro modus à priore ratione, qua in Lemmate 19. parallelos Solis in Analemmate deſcripſimus, non differt, niſi quod hic integri circuli deſcripti non ſint. Nam ſector ACD, huius figuræ refert ſectorem Analemmatis EHM, in Lemmate 19. & quadrans BD, quadrantem SM. Immo in eodem Lemmate 19. docuimus quoque ad finem, qua ratione ex Analemmate declinatio cuiuſuis puncti Eclipticæ inueſtiganda ſit. Quare eo Lectorem remittendum cenſeo, vt hæc, quæ hoc loco traduntur, plenius intelligantur. *Declinationem dati cuiuſuis pũcti Eclipticæ ex Analemmate inueſtigare.*



2. POSTERIORE modo ſic idem aſſequemur. Sit Meridianus, vel Colurus Solſtitiorum ABC, circa centrum D; eius cum Æquatore ſectio AC, cum Ecliptica ED; axis Æquatoris DB, Eclipticæ DN. Sit autem DF, ſinus rectus arcus Eclipticæ à proximo æquinoctio numerati: (qui reperietur, ſi datus arcus ab N, numeretur vſque ad O, & ad ED, perpendicularis demittatur OF.) Et per F, ipſi AC, parallela agatur GH. Dico AG, eſſe arcum declinationis quæſitæ. Deſcribatur enim circa GH, ex I, ſemicirculus GKH, & ad GH, perpendicularis erigatur FL. Si igitur ſemicirculus ENP, concipiatur eſſe Eclipticæ ſemiſsis, & circa EP, moueri, donec ad Coluri planum rectus ſit; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. recta OF, ad idem planum perpendicularis. Eadem ratione, ſi circumuertatur ſemicirculus GKH, circa GH, donec ad idem planũ rectus ſit, erit recta LF, ad idem perpendicularis, ipſique OF, congruet.[a] Igitur planum per rectam GH, & per rectam OF, vel LF, in eo ſitu ductum, ad eundem Colurum rectum erit. Cum ergo parallelus Æquatoris per datum punctum O, ductus, rectus quoque ſit ad eundem Colurum;[b] faciatque in eo ſectionem ipſi AC, parallelam; erit ſemicirculus GKH, in eo ſitu per OF, tranſiens, parallelus Æquatoris faciens ſectionem GH, cum Coluro ipſi AC, parallelam. Quocirca AG, arcus erit declinationis puncti propoſiti. Hic etiam modus à poſteriore, quo in Lemmate 19. parallelos Solis in Analemmate deſcripſimus, non differt. Nam & ibi ex k. puncto extremo arcus lk, demiſimus ad Eclipticæ diametrum MP, perpendicularem ku, atq; per u, Æquatoris diametro HI, parallelam duximus YZ, pro parallelo Æquatoris per punctum Eclipticæ k, ducto, quod tamen in dicto Lemmate 19. aliter demonſtrauimus.

a 18. vndec.
b 16. vnd.

3. IAM duobus quoque modis datæ declinationi arcum, punctumque Eclipticæ reſpondens aſsignabimus. Priore ſic. In arcu CD, ex A, deſcripto in 1. figura numeretur declinatio vſque ad H, & per H, ipſi AB, parallela agatur FG. Hæc enim ex quadrante BD, arcum reſecabit BF, qui quæſiti puncti diſtantiam à proximo puncto æquinoctiali metitur, vt ex dictis liquet. Poſteriore autem ſic. Numeretur in 2. figura data declinatio ex A, & C, vſque ad G, & H, ducaturque recta G H, ſecans Eclipticæ diametrum in F. Perpendiculares enim DN, FO, ad EP, erectæ, intercipient arcum quæſitum NO, à proximo puncto æquinoctiali inchoatum, vt perſpicuum eſt ex ijs, quæ dicta ſunt. *Ex data declinatione punctũ Eclipticæ, vel arcum reſpondentem elicere beneficio Analemmatis.*

4. STELLÆ autem cuiuslibet declinationem, cuius longitudo & latitudo cognitæ ſint, per Analemma ſcrutabimur hoc modo. Sit rurſum Meridianus, ſiue Colurus Solſtitiorum ABC, circa centrum D, vt in 3. figura; communis eius cum Æquatore ſectio AC; cum Ecliptica EF, axis Æquatoris DB; Eclipticæ DG, & polus borealis B. Ab Ecliptica ſumãtur duo arcus latitudinis ſtellæ EI, FH, verſus quidem polum boreum B, ſi latitudo eſt borealis, ſi vero auſtralis, in contrariam partem: ducaturque recta IH, pro diametro paralleli Eclipticæ per ſtellam tranſeuntis. Deinde ſit E a, ſinus verſus arcus, quo ſtella à principio ♋, hoc eſt, à ſemicirculo Coluri per principium ♋, tranſeunte, abeſt, ſiue ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ſiue contra, qui ſinus verſus reperietur, ſi ab E, ea diſtantia numeretur in ſemicirculo EGF, & ex termino numerationis ad EF, perpendicularis demittatur cadens in a. Semidiameter autem IK, ita ſecetur in O, vt ſecta eſt ſemidiameter ED, quando punctum a, eſt in ED; vel ſemidiameter KH, ita ſecetur, vt ſecta eſt ſemidiameter DF, quando punctum a, cadit in DF, quod facile ita fiet. *Declinationem cuiuſuis ſtellæ per Analemma indagare.*

5. DVCTA ſemidiametro DI, ſumatur Db, ipſi Da, æqualis ducaturque bO, ad IK, perpendicularis: quod facile fiet, ſi ex quouis puncto L, in IK, aſſumpto per b, arcus deſcribatur, & arcui nb, æqualis abſcindatur nd. Recta enim bd, perpendicularis erit vt conſtat ex praxi propoſ. 12. lib. 1. Eucl. Dico IK, ita ſectam eſſe in O, vt ſecta eſt ED, in a. Quoniam enim eſt, vt Da, ad a E, ita D b, ad b I, propter æqualitatem rectarum D a, D b, &c.[c] Vt autem D b, ad b I, ita eſt K O, ad O I; erit quoque KO, ad OI, vt Da, ad aE. Atque hoc modo ſemper ſecabitur ſemiſsis rectæ diametro circuli æquidiſtantes, vt ſemidiameter ſecta eſt. *Semiſſem rectæ diametro circuli æquidiſtantis, ſecare, vt ſemidiameter ſecta eſt*

c 2. ſexti.

Semidiametrũ circuli secare, vt semissis eius parallelæ secta est.

6. *VICISSIM quoque semidiametrum* E D, *secabimus, vt semissis* IK, *eius parallelæ secta est in* O, *hoc modo. (Hac enim re in ijs, quæ sequuntur, indigebimus quoque) Ducta rursum semidiametro* DI, *secet eam in* b, *excitata ad* I K, *perpendicularis* O b *(quæ facile ducetur, si rectæ* KO, *æqualis sumatur* D e. [a] *Nam* O e, *perpendicularis erit ad* I K; [b] *cum sit ipsi* KD, *parallela) & rectæ* D b, *æqualis abscindatur* D a. *Dico* E D, *ita sectam esse in* a, *vt secta est* IK, *in* O. [c] *Cum enim sit vt* K O, *ad* OI; *ita* D b, *ad* b I; *sit autem vt* D b, *ad* b I, *ita* D a, *ad* a E, *propter æqualitatem rectarum* D b, D a, *&c, erit quoque vt* K O, *ad* OI, *ita* D a, *ad* a E.

[a] 29. pri.
[b] 33. pri.
[c] 2. sexti.

7. *INVENTO autem puncto* O, *(quod reperietur quoque, si ex* K, *circa* IH, *semicirculum* ImH, *describas, in eoque numeres ex* I, *distantiam stellæ à principio* ♋, *vsque ad* m, *& ex* m, *ad* IH, *perpendicularem demittas* m O. *Ita enim erit quoque* I O, *sinus versus dictæ distantiæ) ducatur per* O, *Æquatoris diametro* AC, *parallela* M N. *Dico* AM, *arcum esse declinationis stellæ propositæ. Describatur enim ex* Q, *circa* MN, *semicirculus* MPN, *& ad* MN, *perpendicularis excitetur* OP. *Si igitur semicirculus* ImH, *concipiatur circa* I H, *circumuerti, donec rectus sit ad Colurũ, ac proinde Eclipticæ æquidistet; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl.* mO, *ad eundem Colurũ perpendicularis, &* m, *locus erit stellæ. Eadem ratione si semicirculus* MPN, *circa* MN, *moueatur, donec ad eundem Colurum rectus sit, ipsique Æquatori parallelus; erit recta* P O, *ad eundem Colurum perpendicularis, ipsique* m O, *congruet.* [d] *Igitur planum per rectam* P O, *vel* m O, *in eo situ, & per rectam* M N, *ductum, ad eundem Colurum rectum erit. Cum ergo parallelus Æquatoris per stellam in puncto* m, *ductus, rectus quoque sit ad eundem Colurum,* [e] *faciatque in eo sectionem ipsi* AC, *parallelam; erit semicirculus* MPN, *in eo situ per* PO, *transiens, parallelus Æquatoris, faciens sectionem* MN, *in Coluro ipsi* AC, *parallelam. Quare* A M, *arcus erit declinationis stellæ.*

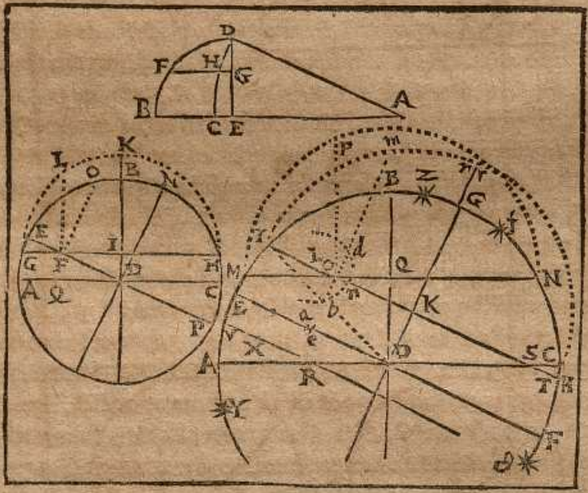
[d] 18. vnde.
[e] 16. vnde.

8. *HÆC autem declinatio septentrionalis erit, quando sinus versus* I O, *distantiæ stellæ à principio* ♋, *minor fuerit segmento diametri paralleli stellæ inter Colurum prope* ♋, *& sectionem illius cum diametro Æquatoris* AC: *Australis vero, si maior: Declinationẽ denique carebit, si æqualis: atque hoc semper verum est, siue latitudo stellæ sit borealis, siue australis, siue denique latitudine careat. Itaque si stellæ latitudo sit borealis* E I, *& sinus versus distantiæ à Coluro in proprio parallelo Eclipticæ* IS, *nullam habebit stella latitudinem: Si vero sinus versus sit* IT, *declinationem habebit australem. Sic etiam si stella latitudinem habeat australem* EV, *& sinum versum* VX, *declinationem habebit borealem: Si vero sinum versum habeat* VR, *declinatione carebit, &c.*

9. *RVRSVS stella in Coluro solstitiorum existente, hoc est, in principio* ♋, *vel* ♑, *inuenietur eius declinatio hac ratione. Quando declinatio puncti tropici, in quo est stella, & latitudo stellæ, sunt eiusdem denominationis, id est, borealis, vel australis, addantur simul, conflabiturq; declinatio stellæ eiusdem denominationis cum declinatione puncti tropici, vel latitudinis.*

QVANDO autem declinatio puncti tropici, & stellæ latitudo diuersæ sunt denominationis, hoc est, punctum tropicum est boreale, & stellæ latitudo australis, vel contra; subtrahatur minor à maiore, relinqueturque declinatio stellæ eiusdem denominationis cum maiore, à qua facta est subtractio.

QVANDO ex additione fit maior numerus, quam 90. reliquus numerus ex 180. dabit declinationem stellæ eiusdem denominationis cum puncto tropico. Quando item ex detractione nihil superest, stella declinatione carebit. Quando denique latitudo nulla est, habebit stella eandem declinationem, quam punctum tropicum.



VERBI gratia, stella existens in I, *habebit declinationem borealem* AI, *conflatam ex declinatione* AE, *borea puncti tropici* E, *& ex latitudine borea* EI. *Sic declinatio stellæ* g, *erit australis conflata ex* C F, *declinatione australi puncti tropici* F, *& ex latitudine australi* F g. *Item stella existens in* V, *habebit declinationẽ boream, & stella existens in* H, *australem, quia illa relinquitur, detracta latitudine austrina* EV, *ex declinatione borea* AE; *puncti tropici* E, *hæc vero reliqua fit, detracta latitudine borea* FH, *ex declinatione australi* CF, *puncti tropici* F. *At vero stella in* T, *declinationem habebit austrinam, & stella in* f, *boream; quia illa relinquitur post detractionem declinationis borealis* AE, *ex latitudine australi* ET; *hæc vero post detractionem declinationis australis* CF, *ex latitudine boreali* F f. *Deinde quia ex declinatione borea* A E, *& latitudine borea* EZ, *fit maior arcus quadrante* A B, *dabit ex semicirculo reliquus* C Z, *declinationem borealem. Præterea stella in* A, *vel* C, *nullam habet declinationem, cum declinatio sit vtrobique latitudini æqualis, ac proinde post detractionem vnius ex altera nihil supersit. Denique stella in* E, *declinationem habebit eandem, quam punctum tropicum* E, *nimirum borealem; stella vero in* F, *sortietur declinationem australem, eandem videlicet cum puncto tropico* F.

Declinationẽ cuiusuis puncti Eclipticæ per sinus inuestigare.

10. *PER sinus denique declinatio cuiuslibet puncti Eclipticæ, aut stellæ, cuius longitudo, & latitudo nota sint, ita inuestigabitur. Quoniã in secunda descriptione huius figuræ est, vt* DF, *sinus totus ad* D I, *sinum maximæ declinationis. (Posito enim sinu toto* DF, *recta* DI, *sinus est anguli* DFI, [f] *qui æqualis est alterno angulo* ADF, *maximæ declinationis) ita* D F, *sinus arcus Eclipticæ* NO; *à proximo æquinoctio* N, *inchoati ad* D I, *sinum declinationis puncti* O: *id quod etiam in lemmate 19. demonstrauimus,* Si fiat, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ dati puncti Eclipticæ à proximo æquinoctio ad aliud, procreabitur sinus declinationis puncti propositi. *Ex tabula ergo sinuum declinatio ipsa fiet cognita.*

[f] 29. pri.

Ex data declinatione punctum Eclipticæ respondens reperire per sinum.

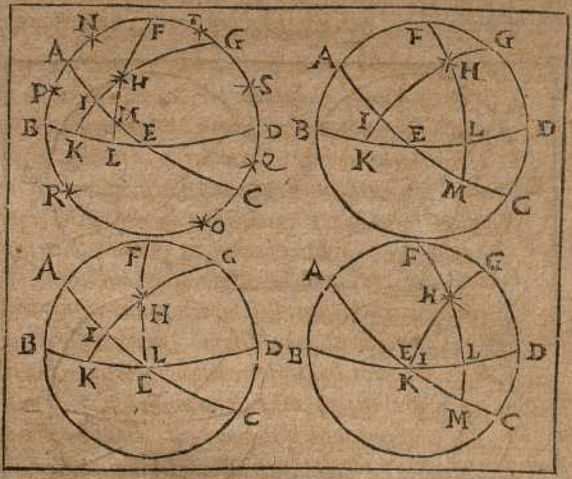
VICISSIM si fiat, vt sinus maximæ declinationis ad sinum totum, ita sinus declinationis datæ ad aliud, producetur sinus arcus Eclipticæ à proximo æquinoctio inchoati, cui proposita declinatio congruit. *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus arcus Eclipticæ à proximo æquinoctio inchoati ad sinum declinationis eiusdem arcus, vt dictum est; erit conuertendo, vt sinus maximæ declinationis ad sinum totum, ita sinus declinationis datæ ad sinum arcus Eclipticæ, cui debetur, à proximo æquinoctio inchoati.*

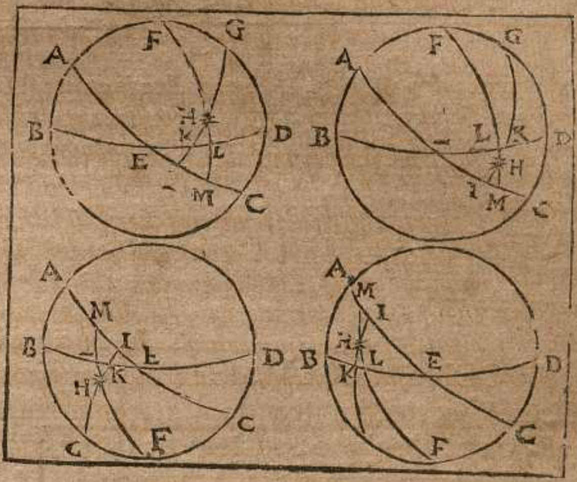
Declinationẽ cuiuslibet stellæ per numeros indagare.

VT autem stellæ cuiuslibet declinatio per numeros inueniatur, sit Colurus solstitiorum A B C D; *Æquator* B D, *& eius*

polus

polus F; Ecliptica A C, eiusque polus G; E, principium ♈, vel ♎; A, principium ♋; C, principium ♑; locus stellæ H; circulus maximus declinationis stellæ FH, secans Æquatorem in L, & Eclipticam in M; circulus maximus latitudinis stellæ GH, secans Eclipticam in I, & Æquatorem in K, declinatio stellæ H L, eiusque complementum FH; latitudo stellæ H I, eiusque complementum GH; Arcus denique Eclipticæ A I, distantiæ stellæ à principio ♋, siue secundum signorum successionem, siue contra, numeratus: vt in 12. circulis hoc loco descriptis apparet. Quoniã igitur in triangulo sphærico FGH, duo latera GF, GH, cognita sunt, cũ FG, sit arcus maximæ declinationis, & GH, complementum latitudinis stellæ; est autem & angulus ab ipsis comprehensus FGH, notus; (Nam in prioribus 6. circulis, in quibus latitudo stellæ borealis est, eius anguli arcus AI, distantiam stellæ à principio ♋, metiens cognitus est: in posterioribus vero 6. circulis, in quibus stella latitudinem habet australem, arcus prædicti anguli CI, distantia est ipsius stellæ à principio ♑, qui relinquitur, detracto arcu AI, distantiæ à principio ♋, ex semicirculo.) inuenietur per problema 22. triang. sphær. in vltimo lemmate, tertium latus FH, hoc est, complementum declinationis stellæ, hac videlicet ratione. Fiat, vt sinus totus ad sinum maioris lateris dati, hoc est, ad sinum maximæ declinationis FG, vel complementi latitudinis GH, ita sinus minoris lateris dati ad aliud; inuenieturq; quartus quidam numerus. Deinde rursum fiat, vt sinus totus ad quartum numerum proxime inuentum, ita sinus versus dati anguli FGH, ad aliud: producetur que differentia inter sinum versum tertij lateris FH, quod quæritur, & sinum versum arcus, quo duo latera data FG, GH, inter se differunt: quæ differentia adiecta ad sinum versum arcus, quo dicta duo latera data FG, GH, inter se differunt, conficiet sinũ versum quæsiti lateris FH, ex quo latus ipsum FH, i.e. complementũ declinationis stellæ, cognitũ euadet. *Declinatio porro semper est eiusdẽ nominis cũ latitudine, h.e., borealis si latitudo borealis est at australis, si australis, nisi quãdo sinus versus lateris quæsiti FH, maior inuẽtus fuerit sinu toto, vt in 6. & 8. circulo, vbi latus inuentum FH, non est complementum declinationis quæsitæ, sed potius eius complementum HL, est declinatio quæsita, ipsumque latus quadrante maius est. In hoc enim situ stella habet declinationem contrariam latitudini: adeo vt latitudine existente boreali, declinatio sit australis, vt in 6. circulo; latitudine vero existente australi, declinatio sit borealis, vt in 8. circulo.*

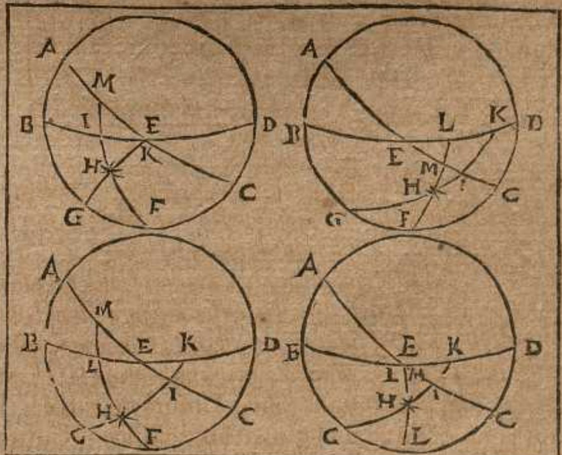




Vtrũ stellæ declinatio borealis sit an australis, cognoscere.

QVOD si quando contingat, latera data FG, GH, esse æqualia, (quod fit, quando latitudo stellæ complectitur grad. 66. min. 30. hoc est, complemento maximæ declinationis æqualis est.) Fiat vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, hoc est, ad sinum lateris FG, ita sinus semissis anguli FGH, distantiæ stellæ à principio ♋, si eius latitudo borealis est, vel à principio ♑, si australis, ad aliud: inuenieturque sinus cuiusdam arcus, qui duplicatus totum latus quæsitum FH, notum efficiet; *vt ad finem prædicti problematis 22. triang. sphær. diximus.*

RVRSVS si accidat, datum angulum FGH, rectum esse; (quod fit, quando distantia stellæ à principio ♋, quadrans est, vt in 4. & 9. circulo.) Fiat, vt sinus totus ad sinum complementi maximæ declinationis, FG, ita sinus complementi lateris GH, hoc est, ita sinus latitudinis stellæ, ad aliud: Inuenieturque sinus complementi quæsiti lateris FH; *vt perspicuum est, ex 1. modo problematis 15. trian. sphær. vltimi Lemmatis.*



EADEM declinatio stellæ hac alia quoque ratione supputari poterit. Quando stella existit in principio ♈, vel ♎, hoc est, eius distantia à principio ♋, continet grad. 90. vt in 4. & 9. circulo; si in triangulo EHL, cuius angulus L, rectus, per primum modum problematis 8. triang. sphær. in vltimo Lemmate explicati, Fiat vt sinus totus ad sinum latitudinis stellæ HE, ita sinus anguli HEL, complementi maximæ declinationis ad aliud, gignetur sinus declinationis HL, quæsitæ eiusdem nominis cum latitudine.

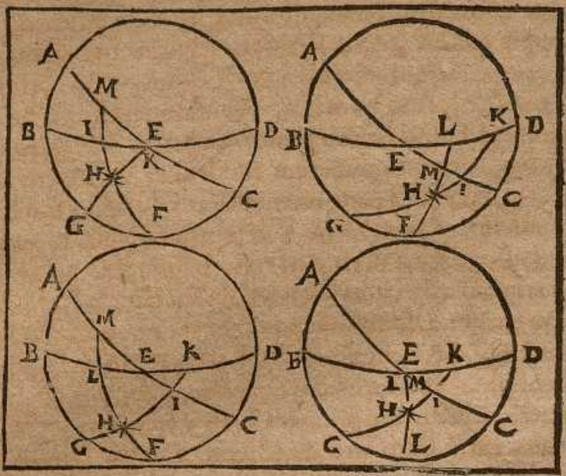
Aliter quãdo stella est in principio Arietis, vel Libræ.

QVANDO autem stella est extra principia ♈, ♎, ♋, & ♑, vt in aliis 10. circulis, dempto 4. & 9. si per primum modũ problematis 4. triang. sphær. in vltimo Lemmate explicati. Fiat in triangulo EIK, cuius angulus I, rectus, vt sinus totus ad sinum anguli IEK, maximæ declinationis, ita sinus complementi arcus EI, distantiam stellæ à proximo æquinoctio metientis ad aliud, procreabitur sinus complementi anguli EKI, subtendentis arcum declinationis HL, in triangulo HKL.

Quãdo stella est extra principia Arie tis, Libræ, Cãcri, & Capricorni.

Argumentum declinationis stellæ.

DEINDE *in eodem triangulo EIK, si per 1. modum problematis 11. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum arcus EI, distantiam stellæ à proximo æquinoctio metientis, ita tangens anguli IEK, maximæ declinationis ad aliud, inuenietur tangens arcus IK, quo latitudo HI, differt ab arcu HK, quem argumentum declinationis dicere possumus. *Hæc differentia IK, est borealis, hoc est, ab Æquatore versus septentrionem porrigitur, quando stellæ locus est in aliquo signo boreali; australis vero, stella existente in signo aliquo australi. Itaq; quando differentia IK, & latitudo stellæ HI, habent eandem denominationem, borealem scilicet, aut australem, dabit summa ex ipsis confecta argumentum HK, eiusdem denominationis cum latitudine, vel differentia: quando autem differentia IK, & latitudo stellæ HI, sunt diuersæ denominationis, hoc est, vna est borealis, & australis altera, detracta minore ex maiore, reliquum fiet argumentum eiusdem nominis cum arcu, a quo facta est subtractio. Ita vides in 1.2.3.5. & 8. circulo argumentum HK, esse boreale, australe vero in 6.7.10.11.& 12. circulo.*



POSTREMO *in triangulo HLK, angulum L, rectum habente, si per 1. modum problematis 8. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinũ argumenti HK, proxime inuenti, ita sinus anguli HKL, in triangulo EIK, primo loco inuenti ad aliud, producetur sinus declinationis HL, eiusdem denominationis cum argumento. *Vt autẽ declinatio stellæ exquisitius reperiatur, inueniendus erit angulus EKI, per partem proportionalem accuratissime; ac similiter differentia IK, inter argumentum, & latitudinẽ stellæ, vt in tertio discursu deinde verior sinus argumenti per partem proportionalem eliciatur. Denique declinatio quoque HL, quærenda est ex eius sinu per partem proportionalem, vt postea in scholio sequentis Canonis magis exquisite sinus eius complementi inueniri possit, ad rectam ascensionem stellæ supputandam. Atque hoc in omnibus supputationibus obseruandum erit, quando ex arcu inuento, vel ex eius complemento alius arcus inquirendus est. Nam nisi sinus, & arcus per partem proportionalem exquisitissime accipiantur, vt in vltimo Lemmate traditum est, fieri potest, vt in vltimo arcu inueniendo committatur error non leuis.*

Quando stella est in principio Cancri, vel Capricorni.

QVO *pacto autem, stella existente in Coluro solstitiorum, eius declinatio reperiatur, paulo ante Num. 9. huiusce scholij docuimus, & præcepti illius exempla habes in stellis N, O, P, Q, R, S, T, B, D, A, C, primi circuli, quarum quidem stellarum loca ordine loci stellarum I, g, V, H, Y, f, Z, A, C, E, F, in tertia descriptione primæ figuræ huius scholij respondent.*

CANON IV.

Ascensionẽ rectã dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, ex Astrolabio cognoscere.

ASCENSIONEM, descensionemque rectam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ exquirere; Et vicissim ascensioni, descensioniue rectæ cognitæ arcum Eclipticæ respondentem assignare: Denique punctum Eclipticæ, cum quo stella proposita in sphæra recta oritur, vel occidit, aut cœlum mediat, determinare.

Qui gradus Eclipticæ cũ data stella oriatur in sphæra recta, aut mediet cœlum.

1. CIRCVMDVCATVR rete Astrolabij, donec gradus Eclipticæ, vel stella proposita, in Horizonte recto, ex parte orientali, id est, in diametro Astrolabij, quæ meridianam lineam, hoc est, diametrum, quæ ad armillam suspensoriam protenditur, ad angulos rectos secat, constituatur. Nam reti hunc obtinente situm, arcus Æquatoris à principio ♈, secundum signorum successionem vsque ad eundem Horizontem rectum ex parte orientali, quæ ad sinistram existit, computatus ascensionem rectam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ metietur: quippe cum eiusmodi arcus in sphæra recta simul cum dato puncto, hoc est, cum arcu Eclipticæ ab ♈, vsque ad illud punctum, stellaue supra rectum Horizontem ascendat. Hunc quoque ascensionis arcum dabunt gradus in limbo intercepti inter Horizontem rectum, & ostensorem, siue indicem per principium ♈, in eo situ retis transeuntem: gradus inquam, à linea fiduciæ indicis secundum successionem signorum, id est, versus ♉, ♊, ♋, &c. vsque ad Horizontem rectum numerati. Posita autem stella in Horizonte recto ex parte orientali, punctum Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella oritur, aut cœlum mediat, siue (quod idem est) ad Meridianum peruenit.

Descensionem rectã dati puncti Eclipticæ, vel stellæ ex Astrolabio cognoscere.

2. NON aliter descensionem rectam cuiusuis puncti Eclipticæ aut stellæ explorabis, si datum punctum, vel stellam in Horizonte recto ex parte occidentali colloces. Nam eum situm reti obtinente, arcus Æquatoris à principio ♈, secundum seriem signorum vsque ad Horizontem rectum ex parte occidentali numeratus dabit descensionem in sphæra recta, quam etiam exhibent gradus limbi inter ostensorem per principium ♈, ductum, & Horizontem rectum ex parte occidentali intercepti, si secundum signorum seriem numerentur. Sed satis est, ascensionem rectam cuiuslibet puncti, vel stellæ inuestigare, cum hæc descensioni eiusdem in sphæra recta sit æqualis, vt in sphæra dictum est. Posita autem stella in Horizonte recto ex parte occidentali, punctum Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella occidit. Atque hoc punctum semper illud idem est, cum quo eadem stella in sphæra recta oritur, & cœlum mediat.

Ascensio recta cuiusuis puncti descensioni eiusdem æqualis est.

Qui gradus Eclipticæ cũ data stella occidat in sphæra recta.

Ascensioni rectæ, cognitæ, descensioniue, arcũ Eclipticæ respondentẽ inuenire ex Astrolabio.

3. SED si ascensio recta, aut descensio alicuius puncti, vel stellæ cognita sit, inueniemus arcum Æclipticæ respondentem, hoc est, punctum Eclipticæ, quod vna cum stella, cuius ascensio, descensioue data est, ad Horizontem peruenit, aut cui data ascensio, descensioue congruit, hoc modo. Circumducatur rete Astrolabij, donec arcus Æquatoris inter principium ♈, & Horizontem rectum ex parte orientali secundum signorum seriem iacens æqualis sit datę ascensioni rectæ puncti Eclipticæ quæsiti, aut donec cacumen stellæ in Horizonte recto reperiatur ex parte orientali, quod tunc arcus Æquatoris inter principium ♈, & rectum Horizontem positus ex parte orientali metiatur datam ascensionem stellæ. Nam obtinente reti eum situm, punctum Eclipticæ, quod tunc in Horizonte recto ex parte orientali existit, erit illud, cui data ascensio debetur, aut quod vna cũ stella, cuius ascensio recta data est, ad Horizontẽ rectũ peruenit. Idẽ obtinebit, si in lĩbo gradus

datæ

datæ aſcẽſionis rectæ cõtra ſucceſſionẽ ſignorũ numerentur. initio facto ab Horizonte recto ex parte orientali; & ad finẽ numerationis linea fiduciæ oſtenſoris applicetur. Nam circumuoluto tunc reti, donec principium ♈, ad lineam fiduciæ perueniat, exiſtet in Horizonte recto ex parte orientali punctum illud Eclipticæ, cui data aſcenſio conuenit, aut quod vna cum ſtella, cui aſcenſio illa debetur, ſupra Horizontem aſcendit. Arcus autem Eclipticæ inter illud punctum, & principium ♈, poſitus erit ille, qui quęritur, dummodo arcus ille ab ♈, vſque ad inuentum punctum ſecundum ſeriem ſignorum ſumatur. Idem prorſus dicendum eſt de puncto, ſeu arcu Eclipticæ inueniendo, qui datæ deſcenſioni reſpondet, ſi pro parte orientali recti Horizontis occidentalis pars accipiatur. Immo idem punctum, ſiue arcus inuentus conuenit quoq; deſcenſioni æquali in ſphæra recta, cum, vt dictum eſt, aſcenſio cuiuſuis puncti in ſphæra recta deſcenſioni eiuſdem ſit æqualis.

4. EX his facile aſcenſionem, deſcenſionemque rectam cuiuſuis arcus Eclipticæ non à principio ♈. inchoati reperiemus. Differentia enim inter aſcenſionem primi puncti, & aſcenſionem vltimi puncti arcus propoſiti erit aſcenſio recta dicti arcus. Vel ſic agemus. Poſito vltimo puncto dati arcus in Horizonte recto ex parte orientali, ponatur linea fiducię oſtenſoris ſupra primum punctum eiuſdem arcus. Arcus enim Æquatoris, vel limbi inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum ex parte orientali ſecundũ ſignorum ſucceſſionem computatus aſcenſionem rectam dati arcus metietur. Quod idem de deſcenſione eiuſdem arcus dices. Hic nõ docemus inueſtigare arcum non ab ♈, inchoatũ, qui datæ aſcenſioni rectæ reſpondeat: quia varii arcus Eclipticæ æquales poſſunt habere aſcenſiones, vt perſpicuũ eſt in ſphæra materiali, & ad finem Nu. 8. dicemus.

Aſcenſionẽ rectam, deſcenſionemque cuiuſuis arcus Eclipticæ nõ ab ariete inchoati, ex Aſtrolabio reperire.

5. SINE inſtrumento eandem aſcenſionem rectam, deſcenſionemque venabimur hac ratione. Repetatur figura antecedentis Canonis, in qua Æquator ABCD; Ecliptica AQCR; eius centrum H, & polus G: propoſitumq; ſit inueſtigare aſcenſionem, vel deſcenſionẽ rectam principij ♓. Inuento hoc puncto Eclipticę, quod ſit I, per rectã Ga, ex polo G, Eclipticæ per punctũ a, diſtantiam principii ♓, ab ♈, terminans eductã, ducatur ex E, centro Aſtrolabii ad I, recta ſecans Æquatorẽ in F. Dico arcũ Æquatoris CDABF, ſecundũ ſucceſſionem ſignorũ numeratũ, aſcenſionem rectam eſſe, aut deſcenſionẽ puncti Eclipticæ I, vel arcus CRAQI, ab ♈, inchoati. Quoniam n. EI, eſt Horizon quidam rectus, cum maximum circulũ per polos mundi ductũ referat, vt prop. 1. Num. 4. ſuperioris lib. oſtendimus, orientur in ſphæra recta ſimul duo puncta I, F, & ſimul occident. Quo ergo tempore principiũ ♈, arcum FBADC, conficiet ad motum primi mobilis, eodem Eclipticæ punctum I, ad Horizontem rectum perueniet, hoc eſt, totus arcus Eclipticæ CRAQI, aſcendet, vel deſcendet.

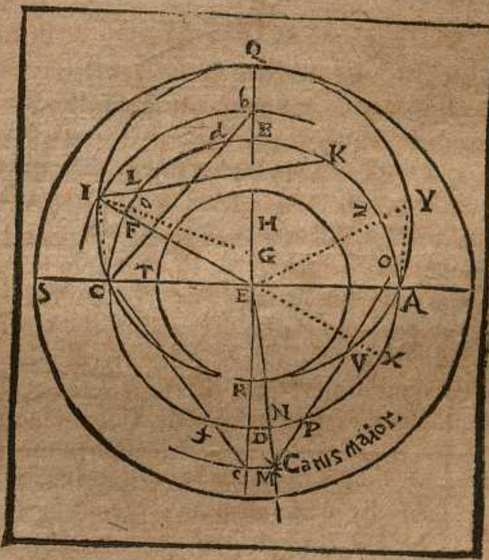
Aſcenſionẽ rectam deſcenſionemque cuiuſuis puncti Eclipticæ vel ſtellæ ſine Aſtrolabio inquirere.

6. EODEM modo aſcenſionem, deſcenſionemque rectam cuiuſuis arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati explorabimus, ſi ex E, centro Aſtrolabii per extrema duo puncta arcus in Ecliptica dati duæ rectæ ducantur. Hæ etenim in Æquatore arcum aſcenſionis rectæ, vel deſcenſionis includent. Vt arcus Æquatoris BF, aſcenſio vel deſcenſio recta erit arcus Eclipticæ QI, qui inter principium ♑, & principium ♓, intercipitur.

Aſcenſionẽ rectam deſcenſionemque cuiuſuis arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ſine Aſtrolabio deprehendere.

7. ITAQVE ſi Ecliptica AQCR, in 12. ſigna diſttibuatur, vt propoſ. 5. lib. 2. Num. 17. docuimus, & ad eorum puncta ex centro E, rectæ ducantur, constructa erit figura continens aſcenſiones, deſcenſioneſque rectas omnium ſignorum. Nam arcus Æquatoris à puncto C, verſus D, vſque ad ſingulas eiuſmodi lineas, dabunt aſcenſiones, deſcenſioneſque punctorum, quæ initia, ac terminos ſignorum definiunt. Arcus vero eiuſdem Æquatoris inter quaſuis duas eiuſmodi rectas comprehenſus, aſcenſionem, deſcenſionemque illius arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati exhibebit, qui inter eaſdem duas rectas includitur. Et ſi ſingula ſigna in gradus ſubdiuidãtur, atque ad eos ſimiliter rectæ ex E, emittantur, habebimus quoq; aſcenſiones, deſcenſionesq; oĩm graduũ Eclipticæ. Ita vides in prædicta figura, arcũ CD, aſcenſionem rectam eſſe arcus CR, inter principium ♈, & principium ♋, poſiti: Arcum vero CDA, aſcenſionem arcus CRA, inter principium ♈, & ♎: Arcum item CDAB, aſcenſionem arcus CRAQ, à principio ♈, vſque ad principium ♑: Arcum præterea FCD, eſſe rectam aſcenſionem arcus ICR, inter principia ♓, & ♋, interpoſiti, & ſic de cæteris. Atque huiuſmodi figuram refert prior figura Andreæ Schoneri quam in Scholio propoſ. 9. lib. 2. Gnomonices deſcripſimus, exemplumque ponemus in Canone ſequenti, Num. 10.

Figuram aſcenſionũ rectarum omnium arcuum conſtruere.



EADEM figura aſcenſionum rectarum conſtruetur, ſi Ecliptica diuidatur in gradus per lineas rectas per centrum Aſtrolabij ductas, vt lib. 2. propoſ. 6. ad finem Num. 37. docuimus: ſi nimirum puncta inueniantur in recta, quæ in centro maximi circuli inſtar Verticalis Eclipticæ (qualis eſt recta ST, in figura propoſ. 11. lib. 2.) ad meridianam lineam perpendicularis eſt, per quæ rectæ per centrum Aſtrolabii educantur. Hæ enim rectæ & Eclipticam in gradus diſtribuunt, vt lib. 2. propoſ. 6. ad finem Num. 37. oſtendimus, & rectas aſcenſiones eorumdem graduum indicant, vt hic oſtenſum eſt.

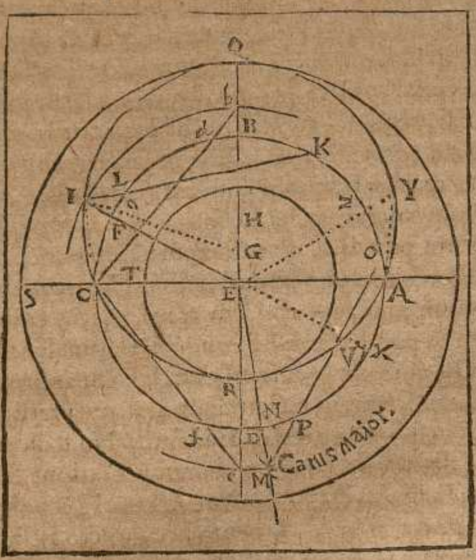
8. VICISSIM ex data aſcenſione, aut deſcenſione recta arcum Eclipticæ reſpondentem eliciemus, ſi ex centro E, per terminum aſcenſionis, deſcenſioniſue recta emittatur. Hæc enim Eclipticam ſecabit in puncto, cui aſcenſio data conuenit, arcus autem reſpondens erit is, qui a principio ♈, ſecundum ſucceſſionẽ ſignorum ad illud vſque punctum protenditur. Vt aſcenſioni rectæ CDABF, reſpondet arcus Eclipticæ CRAQI, atque ita de cæteris. Manifeſtum eſt autem ex ipſa figura, datæ aſcenſioni, quæ ab ♈, non incipiat, aſſignari non poſſe arcum Eclipticæ reſpondentem. Nam aſcenſioni BF, reſpondet tam arcus QI, quam arcus QY, cum aſcenſio BF, aſcenſioni BZ, ſit æqualis: atque ita ſi arcui BF, alibi in Æquatore arcus æqualis accipiatur, reſpondebit ei aſcenſioni alius arcus Eclipticæ.

Ex data aſcenſione deſcẽſioneue recta arcũ Eclipticæ reſpondentem eruere.

9. ASCEN-

Ascensionē, descensionemque rectā stellæ cuiusuis sine Astrolabio explorare, vnà cũ puncto Eclipticæ, quod simul oritur, vel occidit.

9. ASCENSIO recta, & descensio cuiuslibet stellæ eadem facilitate reperietur. Si namque ex centro Astrolabij per locum, seu centrum stellæ recta linea ducatur, arcus Æquatoris inter principium ♈, & illam rectam secundum signorum seriem interceptus, ascensionem, descensionemue rectam stellæ metietur. Vt ascensio, vel descensio recta Canis maioris erit arcus Æquatoris CDN. Punctum autem Eclipticæ simul cum stella proposita cooriens supra Horizontem rectum EM, vel occidens aut ad Meridianum perueniens, hoc est, cœlum medians, erit illud, per quod eadem recta EM, in Ecliptica transit. Quãto aũt interuallo punctũ illud à principio ♈, absit, indicabit recta ex G, polo Eclipticæ per ipsum punctũ Eclipticæ traiecta. Tot n. gradus in arcu Eclipticæ inter dictã rectã, & principiũ ♈, continentur, quot in arcu Æquatoris inter eandem rectam, & principium ♈, comprehenso, vt lib. 2. prop. 5. Nu. 17. demonstrauimus. V. g. si recta EI, per alicuius stellæ centrum ducta esset, orietur ea stella supra Horizontẽ rectum EI, vel infra eum descenderet, aut cœlum mediaret cum puncto Eclipticæ I, quod tot gradibus à principio ♈, versus ♑, recedit, quot in arcu Æquatoris Ca, continentur; Eiusdem autem stellæ ascensio, descensioue recta esset arcus CDAF.

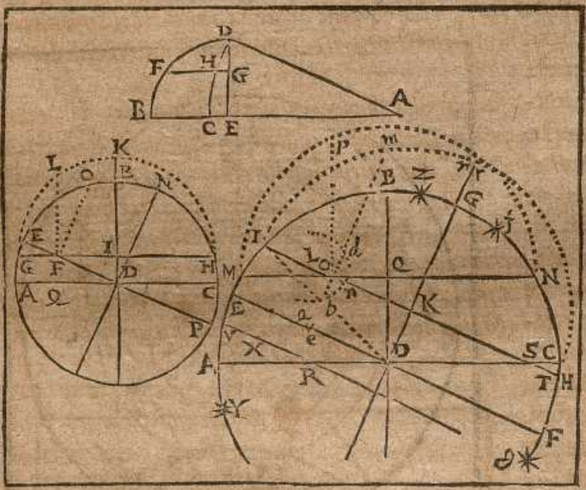


SCHOLIVM.

Ascensionem, descẽsionemue rectã dati puncti Eclipticæ ex Analemmate adipisci.

1. EX *Analemmate sic ascensionem, descensionemue rectam cuiusuis puncti Eclipticæ adipiscemur. Repetita figura scholii antecedentis Canonis, sumatur in 2. descriptione arcus NO, æqualis distantiæ dati puncti à proximo puncto æquinoctii, & demittatur ad Eclipticæ diametrum perpendicularis OF, ac per F, Æquatoris diametro parallela agatur GH, secans BD, in I; ac denique ad GH, excitetur perpendicularis FL, secans circulum circa GH, descriptum in L. Dico arcum KL, esse ascensionẽ descensionemue rectam dati puncti O. Nam vt in scholio præcedentis Canonis ostendimus, GH, est diameter paralleli, quem datum punctum describit, eiusque semicirculus GKE, & dati puncti declinatio AG:* [a] *Et quoniam Colurus æquinoctiorum per D, initium ♈, ductus, & circulus declinationis, qui tunc est Horizon rectus, similes arcus ex Æquatore & parallelo abscindunt; erit arcus KL, similis arcui ascensionis, vel descensionis rictæ in Æquatore, quem circulus declinationis per punctum L, incedens abscindit, tanquam Horizon rectus. Quod vt planius fiat, concipiantur semicirculi ENP, GKH, (Eclipticæ, & paralleli,) ad Colurum recti, quo opposito congruent sibi mutuo puncta LO, vt in scholio præcedentis Canonis diximus. Cum ergo circulus declinationis instar recti Horizontis transeat per O, punctum Eclipticæ, transibit idem per punctum L. Et quia tunc punctum K, est in Coluro æquinoctiorum cum IK, communis sectio sit paralleli, & prædicti Coluri ad Colurum solstitiorum perpendicularis, vt ratio postulat: (Nam quia & Colurus æquinoctiorum, & parallelus ad colurum solstitiorum rectus est;* [b] *erit quoque communis eorum sectio ad eundem recta, ideoque & ad GH, communem sectionem paralleli, & Coluri solstitiorum. Quare KI, cum ad GH, sit perpendicularis communis sectio erit Coluri æquinoctiorum, ac paralleli)* [c] *erit arcus KL, similis arcui Æquatoris inter Colurum æquinoctiorum, & circulum declinationis per L, transeuntem, qui quidem arcus ascensio recta est, aut descensio puncti O, siue arcus Eclipticæ NO, quippe qui inter Horizontem rectum, qui tunc est circulus declinationis & Colurũ æquinoctiorum, siue punctum æquinoctii interiiciatur.*

[a] *10. 2. The.*



[b] *19. vnde.*

[c] *10. 2. The.*

ITAQVE *si punctum O, datum existat inter ♈, & ♋; ascensio eius recta, vel descensio, erit KL, minor quadrante si inter ♋, & ♎, ascensio, descensioue erit arcus conflatus ex quadrante KG, & arcu GL, quia tunc, ascensio, descensioue KL: cum contra successionem supputetur à ♎, auferenda est à semicirculo, vt ascensio, aut descensio ab ♈, inchoata relinquatur, si inter ♎, & ♑; ascensio, vel descensio erit arcus conflatus ex semicirculo, & arcu KL, quia tunc ascensio, descensioue KL, sumit initium à ♎, tenditque versus ♑; si denique vltra ♑, recta ascensio, aut descensio erit arcus ex tribus quadrantibus, & arcu GL, conflatus, quia tunc ascensio, descensioue KL, congruit reliquo arcui Eclipticæ vsque ad ♈, ac proinde ex integro circulo auferenda, vt ascensio, descensioue ab ♈, inchoata relinquatur. Quod si datum punctum sit E, principium ♋, erit eius ascensio, vel descensio quadrans: si principium ♎, semicirculus: si denique principium ♑, arcus ex tribus quadrantibus conflatus.*

Ascensionẽ rectã stellæ cuiusuis, vel descensionem, ex Analemmate reperire.

2. STELLÆ, *cuiusuis ascensionem rectam vel descensionem eodem modo cognoscemus, si eius declinatio inueniatur, vt in scholio præcedentis Canonis dictum est, Nam in 3. descriptione recta QO. erit sinus ascensionis, vel descensionis rectæ in parallelo MPN, ita vt recta DB, propucta, & perpendicularis OP, intercipiant ascensionem descensionemue rectam. Eadem enim ratio hic est, quæ paulo ante de ascensione, descensioneque dati puncti Eclipticæ allata est.*

SI *igitur stellæ distantia Im, à principio ♋, numeretur contra successionem signorum, minorque sit quadante, ascensio, vel descensio eius recta erit minor quadrante, arcus videlicet sinui QO, debitus: si vero dictantia illa contra signorum ordinem*

dinem sit quadrante maior, superabit ascensio, vel descensio recta tres quadrantes complemento arcus, qui sinui QO, debetur; quia enim tunc ascensio descensioue inuenta initium sumit ab ♈, & versus ♑, tendit, subducenda erit ex integro circulo, vt ascensio vel descensio recta ab ♈, secundum signorũ ordinem numerata relinquatur: Quod si distantia I m, à principio ♋, numeretur secundum successionem signorum, minorque sit quadrante, ascensio, aut descensio recta inuenta, initium sumet à ♎, vesus ♋, tendens, ideoque ex semicirculo auferẽda erit, vt ascensio, vel descensio recta stellæ relinquatur ab ♈, inchoata: Si denique distantia illa secundum successionem signorum sit quadrante maior, tendet ascensio, vel descensio inuenta à ♎, versus ♑, ideoque ad semicirculum adijcienda, vt ascensio descensioue stellæ ab ♈, numerata conficiatur. Quod si stellæ distantia à ♋, nulla sit, continebit eius ascensio vel descensio recta quadrantem: si quadranti æqualis sit secundum ordinem signorum, semicirculum: si denique semicirculo siue secundum signorum seriem, siue contra numerata, tres quadrantes. Quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

Ascensionẽ rectam descẽsionemue dati arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, reperire ex Analẽmate.

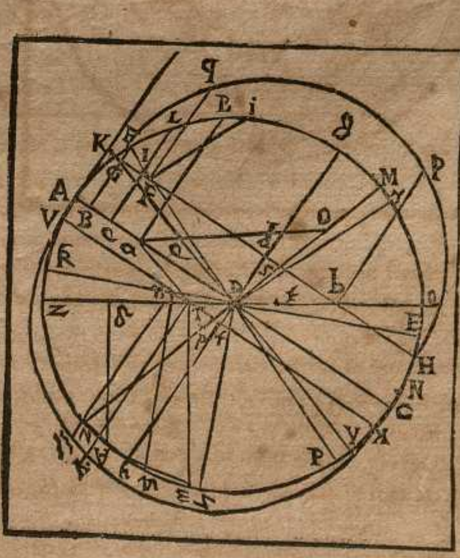
3. SI ascensio vel descensio recta arcus cuiusuis Eclipticæ non ab ♈, inchoati desideretur, inuestigandæ erunt ascensiones, vel descensiones duorum extremorum punctorum dati arcus. Nam si minor ascensio, descensioue ex maiore detrahatur, reliqua fiet, dati arcus ascensio recta, aut descensio.

Ex data ascensione, descensioneue recta arcum Eclipticæ respondentem per Analemma exquirere.

4. IAM ex data ascensione, aut descensione recta arcum Eclipticæ respondentẽ, cui videlicet ascensio, vel descensio data conuenit, ita colligemus. Si ascensio, aut descensio recta quadrante minor est, assumatur ea, vt proposita est: Si vero maior est quadrante, sed semicirculo minor, detrahatur ex semicirculo: si maior semicirculo, sed minor tribus quadrantibus, detrahatur ex ea semicirculus; si denique maior tribus quadrantibus, dematur ex integro circulo: hac enim ratione habebitur semper ascensio, vel descensio recta à proximo puncto æquinoctij nota, ac minor quadrante. Huius ascensionis descensionisue sumatur in 2. descriptione sinus rectus DQ: quod facile fiet, si ex B, versus A, ipsa ascensio, vel descensio numeretur, & à termino numerationis ad AD, perpendicularis demittatur. hæc enim sinum abscindet DQ, quem cupimus. Inuenienda ergo est parallela GI, quæ à diametro Ecciptica DE, sic diuidatur in F, vt eadem sit proportio IF, ad FG, quæ DQ, ad QA. Tunc enim si circa eam semicirculus describeretur GKH, & perpendicularis excitaretur FL, esset arcus KL, similis arcui ascensionis, vel descensionis datæ, cuius sinus est DQ, ex Lemmate 5. ac proinde ascensio descensioue illa recta arcui Eclipticæ deberetur, cuius sinus est DF, & vltimi puncti declinatio AG. Quo pacto autem ex inuento puncto F, eliciendus sit arcus Eclipticæ, cui data ascensio descensioue congruat, Num. 6. docebimus.

SIC autem parallela GI, quæ eo modo diuidatur, inuenietur. Per Lemma 52. reperiatur in DE, punctum F, per quod transire debet Ellipsis, cuius maioris axis semissis DB, minoris DQ. Recta enim per F, ducta æquidistans ipsi AD, erit ea, quæ quæritur, cum per Lemma 51. sit, vt DQ ad QA, ita IF, ad FG. Punctum porro F, refert illud, in quod cadit perpendicularis ex communi sectione circuli declinationis, & paralleli in planum Coluri solstitiorum demissa, cum ab omnibus punctis illius circuli perpendiculares demissæ cadant in Ellipsim, ex propos. 24. lib. 1. nostræ Gnomonices. Ex quo fit, circulum illum declinationis secare parallelum in proprio situ in puncto L, ideoque KL, arcum similem esse arcui aacensionis descensionis rectæ in Æquatore, quam idem circulus abscindit, & cuius sinus est DQ, quem perpendicularis ex intersectione dicti circuli declinationis cum Æquatore in Colurum solstitiorum demissa resecat.

5. IDEM punctum F, Eclipticæ, & declinationem AG, sine auxilio Ellipsis reperiemus hoc modo. Quoniam per propos. 44. nostrorum triang. sphær. in triangulo sphærico ELM, quod in duodecim circulis scholij Canonis præcedentis continetur, est, vt sinus totus ad sinum arcus ascensionis descensionisue rectæ EL, ita tangens anguli MEL, maximæ declinationis ad tangentem arcus declinationis LM; erit permutando, vt sinus totus ad tangentẽ maximæ declinationis, ita sinus ascensionis descensionisue rectæ datæ ad tangentem declinationis puncti, cui ascensio, vel descensio illa debetur. Sed per propos. 18. tractatus nostri sinuum, & tangentium, est quoque sinus complementi maximæ declinationis ad sinum maximæ declinationis, vt sinus totus ad tangentem maximæ deelinationis.[a] Igitur erit quoque, vt sinus complementi maximæ declinationis ad sinũ maximæ declinationis, ita sinus ascensionis, descensionisue rectæ ad tangentem declinationis puncti, cui ea ascensio, vel descensio congruit. Sit ergo Meridianus, siue Colurus solstitiorum ANCM, cuius centrum D; Æquatoris diameter AC, Eclipticæ EP; axis mundi gh. Demittatur ad AC, perpendicularis EB, & ex A, ad eandem AC, erigatur perpẽdicularis AK, quæ circulum tanget, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Denique De, sit sinus datæ ascensionis, descensionisue rectæ, & ex e, ad AC, perpendicularis excitetur eI,[b] Et quoniam est vt BD, sinus complementi maximæ declinationis AE, ad BE, sinum eiusdem mеximæ declinationis, ita De, sinus ascensionis, descensionisue rectæ datæ ad eI; erit vt proxime demonstrauimus eI, tangens declinationis quæsitæ. Sumpta ergo AK. ipsi eI, æquali, ducatur ex K, per centrum D, recta KDY, secans circulum in G; eritque AK, tangens arcus AG, ideoque AG, declinatio erit quæsita, ita vt tunc Ecliptica cum Coluro, vel Meridiano efficiat sectionem communem GY. Ducta autem GH, ipsi AC, parallela secabit Eclipticam in F, puncto, quod quæritur.



[a] 11. quinti

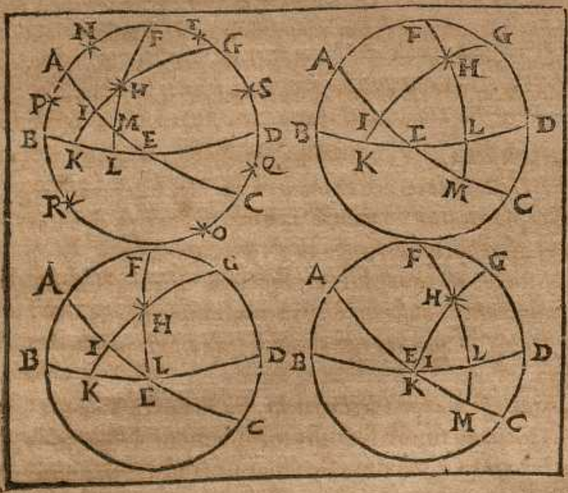
[b] 4. sexti

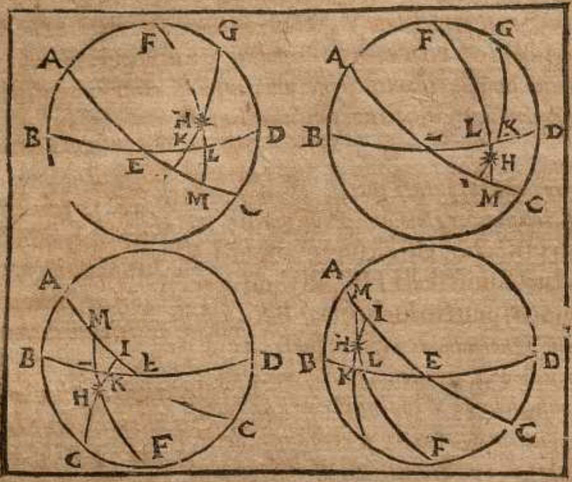
6. INVENTO puncto F, ducantur ex D, F, ad EP. duæ perpendiculares Dr, Fi; eritq; r i, arcus Eclipticæ inter ♈, vel ♎, & circulum declinationis, qui vicem gerit Horizontis recti. Si igitur data ascensio, vel descensio recta minor est quadrante, arcus ri, erit is, cui ea ascensio, descensioue debetur, initiumque sumet ab ♈. Si vero ascensio, aut descensio data maior est quadrante, sed semicirculo minor, tendat arcus ri, à ♎, versus ♋. Eo ergo ablato ex semicirculo, reliquus fiet quæsitus arcus ab ♈, sumens initium. At si data ascensio, vel descensio maior est semicirculo, sed tribus quadrantibus minor, verget arcus r i, à ♎, versus ♑. Quare si adijciatur semicirculus, constabitur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus: Si denique data ascensio, aut descensio maior est tribus quadrantibus, arcus r i, porrectus erit ab ♈, versus ♑. Eo ergo ex toto circulo detracto, relinquetur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus. Manifestum autem est, si ascensio, vel descensio recta sit quadrans, arcum Eclipticæ respondentem esse quadrantem ab ♈, inchoatum; si semicirculus, semicirculum; si denique tres quadrantes, tres quadrantes.

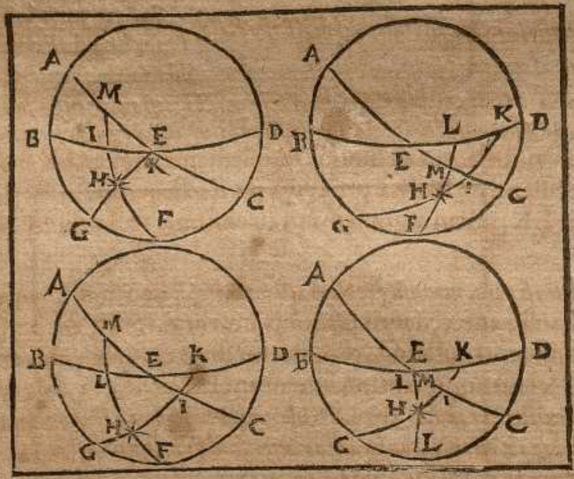
7. AVXILIO

Ascensionẽ rectã descẽsionemue dati puncti Eclipticæ, beneficio sinuum supputare.

7. AVXILIO *sinuum omnia hæc indagabimus hac ratione.* Repetantur 12. *circuli ad finem scholij antecedentis* Canonis *descripti, in quibus omnibus (tertio & duodecimo excepto) ascensio recta à proximo æquinoctij puncto computata, quæ puncto Eclipticæ m, congruit, est arcus* EL, *cum circulus* FL, *vices gerat* Horizontis *recti, quippe qui per polos mundi ductus cum Æquatore rectos angulos ad* L, *constituat. Si igitur in triangulo sphærico rectangulo* ELM, *per* 1. *modum problematis* 9. *triangulorum sphæricorum vltimi* Lemmatis. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli MEL, maximæ declinationis, ita tangens arcus EM, Eclipticæ à proximo puncto æquinoctij inchoati ad aliud, producetur tangens ascensionis rectæ EL, quæsitæ. *Et si punctum* M, *extiterit inter principium ♈, & ♋, erit ascensio recta ipse arcus inuentus* EL, *quadrante minor: si vero inter principium ♋, & ♎, detrahenda erit ascensio inuenta quæ à ♎, versus ♋, supputatur, ex semicirculo, vt ascensio recta quæsita ab ♈, inchoata reliqua fiat: At si inter principium ♎, & ♑, adiiciendus erit semicirculus ad ascensionem inuentam, cum hæc à ♎, versus ♑, numeretur, vt ascensio recta quæsita, ab ♈, inchoata conficiatur: Si denique inter ♑, & ♈, auferenda erit inuenta ascensio, quæ ab ♈, versus ♑, numeratur, ex integro circulo, vt ascensio recta ab ♈, inchoata, & secundum successionem signorum supputata, quæ quæritur, relinquatur. Eodem autem modo descensio recta cuiusuis puncti Eclipticæ supputabitur, cum hæc ascensioni rectæ æqualis est.*







Ex data recta ascensione, descẽsioneue arcũ Eclipticæ respondentem per numeros inuenire.

VICISSIM *ex data ascensione, descensioneue recta supputabitur arcus Eclipticæ respondens, hoc modo. In eodem triangulo* ELM, *si per* 1. *modum problematis* 13. *triang. sphær. Lemmatis vltimi,* Fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli LEM, maximæ declinationis, ita tangens complementi rectæ ascensionis, descensionisue datæ EL, ad aliud, procreabitur tangens complementi arcus EM, quæsiti. *Sed hic etiam, vt* Num. 4. *diximus, si data ascensio, aut descensio recta quadrante minor est, assumenda erit, vt proponitur: si vero quadrante maior, sed minor semicirculo, detrahenda erit ex semicirculo: si autem maior semicirculo, sed tribus quadrantibus minor, demendus erit semicirculus ex ea: si denique tribus quadrantibus maior, subducenda erit ex integro circulo. Hac enim ratione habebitur semper ascensio, descensioue recta, quadrante minor, & à proximo puncto æquinoctij inchoata. Rursus quãdo ascensio, vel descensio recta data quadrante minor est, erit arcus Eclipticæ* EM, *is qui quæritur ab ♈, inchoatus: si autem maior quadrante, semicirculo tamen minor, auferendus erit inuentus arcus* EM, *ex semicirculo, vt quæsitus arcus reliquus fiat ab ♈, numeratus: at si semicirculo quidem maior, sed tribus quadrãtibus minor, adiiciendus erit inuento arcui* EM, *semicirculus, vt quæsitus arcus ab ♈, initium sumens conficiatur: si deniq; tribus quadrantibus maior, inuentus arcus* EM, *ex integro circulo subtrahendus erit, vt reliquus sit arcus quæsitus ab initio ♈, numeratus. Id quod in præcedenti etiam* Num. 6. *diximus.*

Ascensionẽ rectam, descensionẽq; cuiuslibet stellæ per numeros venari.

ASCENSIO *recta, descensioq; cuiusuis stellæ hac arte per numeros reperietur. In omnibus* 12. *circulis ascensio, vel descensio recta stellæ est arcus* BL, *à Coluri solstitiorum semicirculo, in quo principium ♋, existit, numeratus, vel arcus* DL, *à semicirculo eiusdem Coluri, in quo principium ♑, est, computatus; quem ex angulo* BFL, *vel* DFL, *sic inuestigabimus. Quoniam in triangulo sphærico* FGH, *tria latera nota sunt, cum* FG, *sit arcus maximæ declinationis, &* GH, *complementum latitudinis stellæ, ac denique* FH, *complementum declinationis eiusdem stellæ in scholio præcedentis* Can. Num. 10. *inuenta; si per problema* 21. *triang. sphær. vltimi Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad sinum arcus FH, complementi declinationis, vel arcus FH, conflati ex declinatione HL, & quadrãte FL, quando nimirum latitudo stellæ, & declinatio sunt diuersæ denominationis, vt in 6. & 8. circulo contingit, ita sinus arcus FG, maximæ declinationis ad aliud, inuenietur quartus quidam numerus. Deinde si rursum fiat, vt quartus numerus proxime inuentus ad sinũ totum, ita differentia inter sinum versum tertij arcus GH, complementum latitudinis stellæ metientis & sinum versum arcus, quo duo arcus FG, FH, inter se differũt, ad aliud, gignetur sinus versus anguli GFH, cuius arcus DL, cum BL, quæritur, hoc est, sinus versus ascensionis, descensionisue rectæ quæsitæ, numerandæ quidem in Æquatore à semicirculo Coluri solstitiorum per ♑, ducto, si latitudo stellæ borealis est, vt in prioribus 6. circulis; à semicirculo

vero

vero eiusdem Coluri per ♋, descripto, si latitudo est australis, vt in posterioribus 6. circulis. *Ipse porro sinus versus inuentus indicabit, num ea ascensio maior sit, vel minor quadrante, an vero quadrans, prout videlicet maior fuerit sinu toto, aut minor, vel æqualis. Vtrum etiam inuenta ascensio, aut descensio numeranda sit secundum successionem signorum, vel contra à ♑, aut ♋, monstrabit locus stellæ in Zodiaco. Nam si stella existat in semicirculo Ecliptica ascendente, & latitudinem habeat borealē, numeranda est inuenta ascensio, aut descensio à ♑, secundum signorum successionem; contra vero, si in semicirculo descendente existat, latitudinemque habeat borealem. At stella existente in semicirculo ascendente, & latitudinem habente australem, numeranda est ascensio, descensioue inuenta à ♋, contra signorum ordinem; secundum vero successionem, stella in semicirculo descendente existente, latitudinemque habente australem. Verum arcus* FH, *maior est quadrante, quando latitudo stellæ, & declinatio diuersam habent denominationem, vt in 6. & 8. circulo contingit, qui conficitur ex quadrante & declinatione stellæ. Itaque tunc non est accipiendus arcus* FH, *pro complemento declinationis, sed pro arcu conflato ex quadrante & declinatione.*

EX his nullo negotio ascensionem, siue descensionem rectam stellæ ab ♈, inchoatam reperiemus. Quando enim à ♑, secundum successionem signorum numeratur, adiiciendi sunt tres quadrantes, & ex numero conflato integer circulus abiiciendus, si abiici potest, vt ascensio, descensioue ab ♈, inchoata producatur: Quando autem à ♑, contra signorum ordinem numeratur, auferenda ea erit ex tribus quadrantibus, vt ascensio, vel descensio ab ♈, inchoata relinquatur: quando vero à ♋, computatur secundum successionem signorum; adiiciendus est quadrans, vt conficiatur ascensio, descensioue ab ♈, inchoata: Quando denique à ♋, contra signorum seriem numeratur, auferenda est ex quadrante, adiecto prius circulo integro, quando detractio fieri nequit, vt ascensio, vel descensio ab ♈, numerata remaneat. Quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

QVOD si quando accidat, complementū declinationis æquale esse maximæ declinationi, ita vt latera F G, FH, *quæsitum angulum* GFH, *ambientia sint æqualia:* si Fiat, vt sinus totus ad sinum semissis complementi latitudinis, hoc est ad sinum semissis lateris GH, ita secans complementi arcus FG, maximæ declinationis ad aliud, gignetur sinus semissis anguli GFH. &c. *vt constat ex 2. modo problematis 1. trian. sphær. Lemmatis vltimi.*

RVRSVS si repertus fuerit angulus GFH, *rectus, existet vel principium ♈, vel ♎, in Horizonte recto, vt in 3. & 12. circulo patet. Quam ob rem ascensio recta, aut descensio vel nihil est, vel semicirculo æqualis. Quando enim ascensio inuenta, (quæ tunc quadranti æquatur.) numeranda est à ♑, secundum successionem signorum, aut à ♋, contra successionem, ascensio vel descensio nihil est: quando vero à ♑, contra successionem, aut à ♋, secundum successionem computanda est, ascensio, descensioue semicirculo æquatur.*

ASCENSIO, atque descensio recta hac alia quoque ratione supputari potest. Quando stella est in principio ♈, vel ♎, vt in 4. & 9. circulo, si in triangulo KLH, *habente angulū* L, *rectum, per 1. modum problematis 9. triang. sphær. vltimi Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli HKL, hoc est, ad sinum anguli LKM, maximæ declinationis, cum hic illius sit complementum, ita tangens latitudinis stellæ HK, ad aliud, procreabitur tangens ascensionis, vel descensionis rectæ KL, à proximo æquinoctij puncto inchoatæ. *Hæc, si stella borealis est, existitque in principio ♈, numeranda est ab ♈, contra successionem signorum, ac proinde subtracta ex integro circulo ascensionem relinquit ab ♈, inchoatam; si autem borealis est in principio ♎, existens, numeranda est à ♎, secundum successionem signorum, ideoque adiecta ad semicirculum conficit ascensionem ab ♈, inchoatam: At vero si stella est australis, & in principio ♈, existit, numeranda est ab ♈, secundum successionem signorum; si vero australis est, & in principio ♎, supputanda est à ♎, contra signorum successionem, adeo vt subtracta ex semicirculo ascensionem ab ♈, inchoatam relinquat.*

Aliter quā do stella est in principio Arietis, vel Libræ.

QVANDO autem stella existit in principio ♋, complectetur eius ascensio, vel descensio recta quadrantem; in principio vero ♑, tres quadrantes.

Quando stella est in principio Cancri, vel Capricorni.

EXISTENTE vero stella extra principium ♈, ♎, ♋, vel ♑, erit in omnibus circulis, præter 4. & 9. ascensio, vel descensio recta EL, *à proximo æquinoctij puncto computanda, quæ sic inuenietur. In triangulo* EIK, *cuius angulus* I, *rectus, si per 1. modum problematis 13. triang. sphær. vlt. Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli IEK, maximæ declinationis, ita tangens complementi arcus EI, distantiam stellæ à proximo puncto æquinoctij metientis, ad aliud, producetur tangens complementi arcus EK, quem argumentum ascensionis rectæ dicere possumus.

Argumentum ascensionis rectæ.

DEINDE in triangulo HLK, *cuius angulus* L, *rectus, si per 1. modum problematis 7. triang. sphæ. vltimi Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad secantem declinationis HL, in scholio antecedentis Canonis inuentæ, ita sinus complementi argumenti declinationis HK, in eodem scholio inuenti, ad aliud, producetur sinus complementi arcus KL, qui differentia est inter ascensionem rectam EL, & eius argumentum inuentum EK. *Quando stella declinationem habet borealem, & in semicirculo Ecliptica boreo existit, vt in 1. 2. 3. & 8. circulo; vel australem habet declinationem, & in Eclipticæ semicirculo australi existit, vt in 6. 10. 11. & 12. circulo, conferantur inter se argumentum ascensionis, & differentia inter ipsum, & ascensionem: & si deprehensa fuerint inæqualia, minus ex maiore tollatur. Reliquus enim numerus dabit quæsitam ascensionē rectam, vel descensionem* EL, *à proximo æquinoctio supputandam, versus eandem quidem partem, in qua locus stellæ reperitur, quando argumentum maius est differentia, vt in 1. 6. 8. & 10. circulo; in contrariam vero partem loci stellæ, quando argumentum minus est differentia, vt in 2. & 11. circulo: Si vero argumentum differentiæ inuentū fuerit æquale, existet stella in Coluro æquinoctiorum, vt in 3. & 12. circulo. Quare si stella prope ♈, extiterit, eius ascensio, descensioue recta nihil erit; si vero prope ♎, semicirculo erit æqualis. Quando autem declinatio stellæ borealis est, eiusque locus in semicirculo Eclipticæ australi, vt in 5. circulo; vel eius declinatio australis, & locus in Eclipticæ semicirculo boreo, vt in 7. circulo; summa argumenti, & differentiæ dabit ascensionem, descensionemue rectam quæsitam* EL, *à proximo æquinoctio versus eandem partem computandam: in quam stellæ locus vergit.*

IAM vero in omnibus circulis, (præter 3. & 12. in quibus stella oritur supra Horizontem rectum, & mediat cœlum cū principio ♈, vel ♎, prout iuxta ♈, aut ♎, extiterit, cum sit tunc in Coluro æquinoctiorum,) punctum M, *Eclipticæ, cum quo stella oritur in sphæra recta, cœlumque mediat, hoc modo supputabitur. In triangulo* ELM, *cuius angulus* L, *rectus, si per 1. modum problematis 13. triang. sphæ. vltimi Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli LEM, maxi-

Punctum Eclipticæ, cū quo stella in Horizonte recto oritur, cœlumque mediat, per numeros supputare.

maximæ declinationis, ita tangens complementi ascensionis rectæ EL, inuentæ & à proximo æquinoctio numeratę, ad aliud, prodibit tangens complementi arcus Eclipticæ EM, in eandem partem vergens: in quam ascensio tendit. *Punctum ergo Eclipticæ M, quæsitum ignorari non poterit.*

QVOD si stella caruerit latitudine, inuenietur eius declinatio, ascensioque recta, vel descensio, ex eius distantia à proximo æquinoctio: quemadmodum dati puncti Eclipticæ declinatio, ascensioque recta supputata fuit.

CANON V.

ASCENSIONEM descensionemq; obliquam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ inuestigare: Et vicissim datæ ascensioni, descensionique obliquæ arcum Eclipticæ respondẽtem assignare: Denique punctum Eclipticæ, cum quo stella proposita in sphæra obliqua oritur, vel occidit, determinare.

Stella quæuis cũ eodẽ puncto Eclipticæ mediat cœlũ, in sphæra obliqua, cum quo in recta.

1. NON proponimus hic determinationem puncti Eclipticæ, cum quo stella data cœlum mediat, hoc est, ad Meridianum peruenit, quod quælibet stella cum eodem puncto in sphæra obliqua Meridianum attingat, cum quo in sphæra recta: quod quidem indicatur in Ecliptica per lineam fiduciæ ostensoris stellæ cacumini superpositam; vel per rectam ex centro Astrolabii per stellam ductam, vt in præcedenti Can. Num. 9. diximus.

Ascensionẽ obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ per instrumentũ reperire.

Qui grad⁹ Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra obliqua.

PONATVR datum punctum Eclipticæ, hoc est, vltimum punctum arcus ab ♈, inchoati, vel cacumen stellæ propositæ, in Horizonte obliquo datæ regionis ex parte orientali. Nam reti sic constituto, arcus Æquatoris à principio ♈, secundũ ordinem signorum vsq; ad Horizontem obliquum, hoc est, vsque ad intersectionem orientalem Æquatoris cum Horizonte recto, & obliquo, computatus, dabit ascensionem obliquam, quæ inquiritur: quam etiam dabit arcus ei similis in limbo inter lineam fiduciæ ostensoris per principium ♈ transeuntem, & Horizontem rectum interceptus. Arcus enim ille Æquatoris perorituṙ simul cum arcu Eclipticæ ab ♈, vsque ad datum punctum numerato supra Horizontem obliquum; idemque perortus tunc erit, quando stella ad Horizontem obliquum peruenerit, vt ex instrumento liquido apparet. Posita autem stella in Horizonte obliquo ex parte orientali, punctum Eclipticæ, in eodem Horizonte tunc existens est illud cum quo stella oritur.

Descensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, seu stellæ per instrumentum inuenire.

Qui grad⁹ Eclipticæ cũ data stella occidat in sphæra obliqua.

2. EODEM modo, si datum punctum, vel stella in eodem Horizonte obliquo ex parte occidentali collocetur, dabit arcus Æquatoris à principio ♈, secundum signorum successionem vsque ad Horizontem obliquum, id est, vsque ad intersectionem Æquatoris cum Horizonte obliquo, & recto, computatus, descensionem obliquam dati puncti, aut stellæ: Cui arcui similis est arcus Limbi inter Horizontem rectum, & lineam fiduciæ Ostensoris per initum ♈, transeuntem, interpositus. Nam arcus ille Æquatoris totus infra Horizontem obliquum descendisse conspicietur, cum primum stella, vel punctum datum ad obliquum Horizontem peruenerit. Posita autem stella in Horizonte obliquo ex parte occidentali, punctum Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella occidit. Atque hoc punctum semper diuersum est ab eo cum quo eadem stella oritur in sphæra obliqua.

Ascensioni, descensioniue obliquæ datæ coorientẽ arcum Eclipticæ per instrumentum reperire.

3. ASCENSIONI descensioniue obliquæ cognitæ, siue ea alicuius puncti Eclipticæ sit, siue stellæ, arcum Eclipticæ respondentem sic reperies. Circumuoluatur rete, donec arcus Æquatoris a principio ♈, versus ♉, & ♊, tendens vsque ad Horizontem obliquum ex parte orientali complectatur tot gradus, quot in data ascensione continentur. Nam punctum Eclipticæ, quod tunc Horizontem obliquum ex eadem parte attingit, terminat arcum Eclipticæ quæsitum, cui nimirum data ascensio congruit: Et si ascensio data est alicuius stellæ, necesse est, tunc stellam in eodem Horizonte reperiri. Quocirca vt habeatur punctum Eclipticæ cũ stella cooriens, satis est, vt stella in Horizonte obliquo ponatur. Punctum enim Eclipticæ Horizontẽ eundem attingens, erit id quod quæritur. Ascensionem autem facile numerabis in Limbo ab Horizonte recto ex parte orientali versus armillam progrediendo. Si enim ad terminum applices lineam fiduciæ ostensoris, vertendum erit rete, donec principium ♈, præcise sub linea fiduciæ reperiatur. Tunc enim arcus Æquatoris inter ♈, & Horizontem rectum, similis erit ei, qui in Limbo numeratus est. Non aliter descensioni obliquę arcum Eclipticæ simul descendentem inuenies, si pro parte orientali occidentalem recipias.

Differẽtia ascensionalis quo pacto reperiatur ex Astrolabio.

CÆTERVM posito puncto Eclipticæ dato, vel stella in Horizonte obliquo, & superposita linea fiduciæ ipsi puncto, vel stellæ, arcus limbi inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum interiectus, est differentia ascensionalis illius puncti, vel stellæ, cum ascensio recta terminetur in linea fiduciæ, quæ instar est Horizontis recti, obliqua vero in Horizonte recto, vt Num. 1. dictum est.

Ascensionẽ descensionemue obliquã dati arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ex Astrolabio inuestigare.

4. NON difficile erit ex his ascensionem, descensionemue obliquam cuiuslibet arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati conijcere. Nam differentia inter ascensionem, descensionemue primi, & vltimi puncti arcus propositi, erit ascensio, descensioue obliqua dicti arcus. Vel ita procedemus. Posito primo puncto dati arcus in Horizonte obliquo, notetur in Limbo per lineam fiduciæ ostensoris per idem punctum transeuntem gradus, in quem linea fiduciæ cadit. Deinde circumuoluatur rete, donec vltimum punctum eiusdem dati arcus Horizontem obliquum attingat, & notetur iterum gradus in Limbo à linea fiducię per primum punctum transeunte monstratus. Arcus enim inter duo illa puncta oppositus, erit ascensio, aut descensio obliqua dati arcus, prout videlicet pars orientalis, aut occidentalis Horizontis obliqua assumpta fuerit.

Ascensionẽ descensionẽue obliquam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ sine instrumento inuestigare.

5. ASCENSIONEM descensionemque obliquam cuiuslibet puncti Eclipticæ, seu stellæ cognoscemus sine instrumento, hac ratione. Sit Æquator ABCD, cuius centrũ E; tropicus ♑, FLM; tropicus ♋, GNO, Ecliptica AFCG, cuius centrum H, & polus I; Horizon obliquus ad datam regionẽ descriptus LCPAM, cuius centrum K, & polus Q: describaturque per K, centrum Horizontis, parallelus Æquatoris KTR. Sumpta ergo beneficio circini semidiametro Horizontis KP, ponatur vnus circini pes in dato puncto Eclipticæ, vel in centro stellæ, verbi gratia, in d, principio ♍, vel in centro stellæ V, & altero centrum T, sumatur in circulo

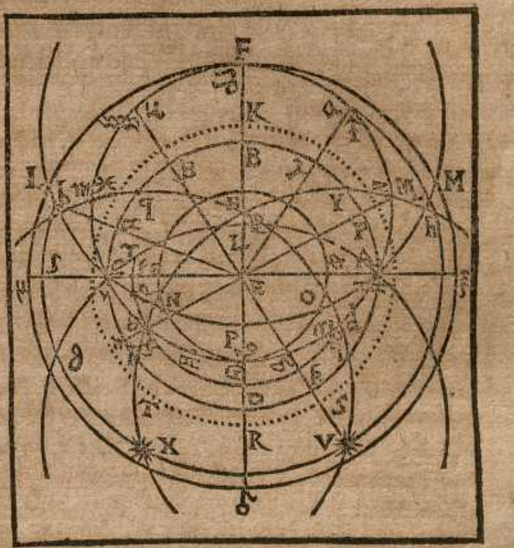
Quo pacto Horizon obliquus ascribendus sit pro descensionibus obliquis.

circulo KTR, ex quo per d, vel V; Horizon dato Horizonti similis describatur Vdm, ita vt eius concauum à dato puncto respiciat Eclipticæ partes præcedentes, occidentalesve signorū, vt ex ♍, Leonē, ex ♋, Libram, &c. Arcus namque Æquatoris CDI, ab ♈, vsque ad dictum Horizontem erit ascensio obliqua puncti d, vel arcus Eclipticæ CGd, & stellæ V; propterea quod punctum Æquatoris i, vna cum puncto Eclipticæ d, & stella V, oritur supra Horizontem obliquum dV. Quod autem dV, Horizon sit dato Horizonti similis, hoc est, eiusdem inclinationis ad Æquatorem cum Horizonte dato APC, patet, cum sit vnus ex circulis horarum ab ortu, vel occ. vt constat ex ijs, quæ lib. 2. propos. 9. Num. 5. demonstrauimus, qui quidem circuli omnes eandem inclinationem cum Horizonte, cui æquales sunt, ad Æquatorem habent, ex theor. 1. propos. 21. libr. 2. Theod. quippe qui eosdem parallelos, quos Horizon, tangant. Cum ergo signa & stellæ eodem modo oriantur supra omnes Horizontes eiusdem inclinationis, quamuis vnus sit altero orientalior, perspicuum est, arcum Æquatoris CDi, esse ascensionem ♍, & stellæ V, in dato Horizonte, cum ascensio fiat supra Horizontem per ♍, transeunte, & per stellam V. Sic si per principiū ♋, id est, per punctum Z, ex centro S, Horizon describatur secans Æquatorem in Y, erit arcus Æquatoris CDY, ascensio obliqua puncti Z, vel arcus Eclipticæ CDZ. Et sic de cæteris. Gradus autem Eclipticæ d, ab Horizonte per stellam V, descripto abscissus est ille, cum quo stella oritur. *Qui gradus Eclipticæ cū data stella oriatur in sphæra obliqua.*

DESCENSIO obliqua eodem modo reperietur, si per datum punctum, aut stellam Horizon describatur centrum habens in prædicto parallelo KTR, per centrum Horizontis descripto, ita tamen, vt eius conuexum respiciat partes Eclipticæ præcedentes, siue occidentales, Vt si per f, principium ♉, vel per stellam X, ex centro S, Horizon fX, describatur secans Æquatorem in l, erit arcus Æquatoris Cl, descensio obliqua puncti Eclipticæ f, vel arcus Cf, & stellæ X. Gradus autem f, Eclipticæ ab Horizonte per stellam X, descripto abscissus est ille, cum quo stella occidit. *Quo pacto Horizon obliquus describendus sit pro descensionibus obliquis.* *Qui gradus Eclipticæ cū data stella occidat in sphæra obliqua.*

6. SI ex centro E, per datum punctum Eclipticæ, vel stellam, recta ducatur secans Æquatorem, erit arcus Æquatoris inter illam rectam, & Horizōtem eo modo, quo diximus, descriptum differentia ascensionalis, vel descensionalis. Vt pY, erit differentia ascensionalis primi puncti ♋, cum eius ascensio recta sit CDp, obliqua vero CDY. Sic ln, differentia ascensionalis erit primi puncti ♉: Et k i, differentia ascensionalis stellæ V. *Differētia ascensionalis descēsionalisue quo pacto reperiatur sine instrumento.*

7. OBLIQVA ascensio dati arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati, est arcus Æquatoris inter duos Horizōtes per extrema puncta dati arcus descriptos, ita vt concauum vtriusque respiciat præcedens signum, quod videlicet ante datum punctum oritur. Eiusmodi enim arcus erit differentia ascensionum, quæ punctis extremis dati arcus debetur. Vt ascensio obliqua signi ♎, est AY, signi ♍, Ai; arcus denique dZ, inter principium ♍, & finem ♎ ascensio obliqua est i A Y. Non alia ratione descensio obliqua dati arcus aliūde, quam ab ♈, inchoati, erit arcus Æquatoris inter duos Horizōtes per extrema dati arcus descriptos, ita vt vtriusque conuexum præcedentes partes Eclipticæ, quæ videlicet prius oriūtur, respiciat. Vt descensio obliqua signi ♈, erit Cl; signi ♓, Cq; & ♓, positi, erit arcus Æquatoris lq. *Ascensionē descensionemq; obliquā cuiusuis arcus Eclipticæ nō ab Ariete inchoati, sine instrumento deprehendere.*

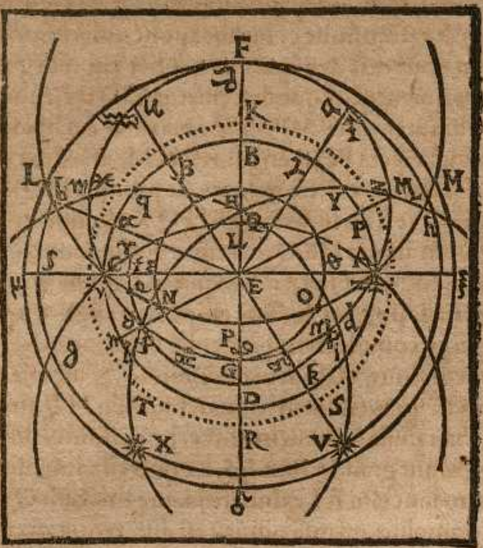


8. EX data autem ascensione, descensioneve obliqua alicuius arcus vel stellæ, veniemus in cognitionem arcus Eclipticæ respondentis, hoc modo. In Æquatore à principio ♈, nimirum à puncto C, versus ♉, ♊, &c. numeretur data ascensio obliqua, & per terminum numerationis describatur Horizon, vt Num. 5. dictum est, hoc est, vt pro ascensione concauū, & pro descensione conuexum Horizontis respiciat partes occidentales Eclipticæ. Nam huiusmodi Horizon per quæsitum punctum Eclipticæ transibit. Vt si ascensio data alicuius pūcti, aut stellæ, sit arcus CDi, erit quæsitū Eclipticę punctū d, principiū videlicet ♍, cui prædicta ascēsio congruit; ascensioni vero CDY, respondebit arcus CGZ. Ita quoque descensioni Cl, respondebit punctum f, vel arcus Cf, arietis: Item descensioni CDBq, Arcus CGFm, respondebit. *Ascensioni obliquæ, vel descensioni datæ arcum Eclipticæ simul orientē vel occidentē sine instrumento assignare.*

9. SVNT quoque aliæ duæ viæ inuestigandi ascensiones, descensionesque obliquas, sine descriptione Horizontum, quarum prima hæc est. Ex centro E, per datum punctum, vel stellam, describatur arcus paralleli Æquatoris contra successionem signorum vsque ad Horizontem ex parte orientali. Hic enim ascensionem obliquam metietur. Vt arcus aVb, dabit ascensionem principij ♐, seu arcus Eclipticæ CGa. Quoniam enim similes arcus Æquatoris, eiusque parallelorum supra Horizontem quemcunque ascendunt, propter vniformem motum primi mobilis; ascendit autem arcus aVb, eo tempore, quo ad motum retis punctum a, ad Horizontem in punctum b, peruenit; quippe cum punctum a, dictum arcum ad motum primi mobilis describat; liquet eum arcum similem esse arcui Æquatoris, qui cum prædicto arcu Eclipticæ CGa, supra Horizontem ascendit, metiturque eiusdem ascensionem obliquam. Eadem ratione erit arcus VXb, ascensio obliqua stellæ V, similis nimirum arcui Æquatoris C i: Item arcus Xb, ascensio obliqua stellæ X: Et arcus dfe, ascensio obliqua principij ♍, similis videlicet arcui Æquatoris Ci: Et arcus fe, ascensio principii ♉. Porro arcus fb, differentia est ascēsionalis puncti a, & stellarum V, X, cum rectæ ascensiones sint af, Vf, Xf. Item arcus e t, differentia ascensionalis est punctorum d, f, cũ rectæ eorum ascensiones sint d ft, fet. Constant hæc omnia luce clarius ex ijs, quæ in Lemmate 49. Num. 8. demonstrauimus. Nam ducta recta Eb, hoc est, circulo maximo ex mundi polo E, per b, punctum intersectionis Horizontis cum parallelo per datum Eclipticæ punctum a, descripto, aufert ex Æquatore differentiam ascensionalem Cα, cui similis est fb; at ducto alio circulo maximo ex polo E, per datum punctum a, nimirum recta Ea; erit arcus Æquatoris γDα, ascensio obliqua puncti a, cui similis arcus a V b. Sic quoniam *Alia ratio duplex inueniendi ascēsiones, descensionesque obliquas sine instrumento.*

 paral-

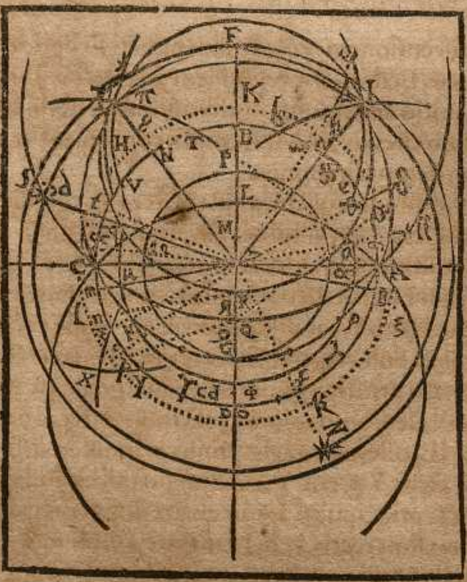
parallelus per u, principium ♒, descriptus secaret Horizontem in b, auferent rectæ Eb, Eu, circulos maximos repræsentantes, ex Æquatore arcum βDα, ascensionem scilicet obliquam arcus Eclipticæ CGu. Atque ita necesse non est describere parallelum per datum pūctum Eclipticæ, sed satis est in Horizonte punctum notare, vbi ab eo parallelo secaretur. Recta enim per hoc punctum ducta, & recta ad datum punctum emissa, intercipient in Æquatore arcum obliquæ ascensionis dati pūcti, vt in dicto Lemmate 49. Nu. 8. demonstratum est.



QVOD si ex centro R, per C, A, Horizon obliquus describatur gCA, Horizonti datæ regionis obuersus, erit arcus aVg, descensio obliqua puncti a; & Vg, descensio obliqua stellæ V; & Xg, descensio obliqua stellæ X. Item d fr, obliqua descensio puncti Eclipticæ d, & fr, descensio obliqua puncti f. Denique tr, differentia erit descensionalis, punctorum Eclipticæ d, f, &c.

Alia ratio facillima.

ALTERA autem via, quæ mihi magis probatur, propterea quod in ea necesse non est parallelum describere, & ipsa statim ascēsio, descēsioque in Æquatore reperitur, est hæc. Sit rursum Æquator ABCD, circa centrū E; tropicus ♋, Gee; tropic⁹ ♑, F♑; Ecliptica AFCG, cuius polus M; Horizon obliquus AQC, cuius polus L, & centrum K; sitque inuestiganda ascēsio obliqua principii ♉. Ducta ex centro E, per μ, principium ♉, recta E ξ, secante Æquatorem in ξ; Item recta Em, per punctum u, vbi ex parte orientali Horizontem obliquum secat parallelus ex E; per datum punctum Eclipticæ μ, descriptus, secante Æquatorem in m, sumatur beneficio circini arcus ξC, in Æquatore, à puncto ξ, vsque ad principium ♈, contra ordinem signorum supputatus, eiq; æqualis abscindatur mq, à pūcto m, contra ordinem quoque signorum progrediendo. Dico arcum q C, esse ascensionem obliquam principii ♉. Si namque Ecliptica cogitetur moueri contra ordinem signorum, hoc est, ab ortu in occasum, donec μ, principium ♉, ad u, perueniat, congruet recta E ξ, rectæ Em, & C, principium ♈, in q, existet, propter æquales arcus ξ C, mq, Hinc enim fit, vt & arcus ξ m, C q, æquales sint, ac proinde æqualibus temporibus percurrantur: adeo vt promoto puncto ξ, ad m, punctum C, ad q, peruenerit. Igitur arcus Æquatoris qC, à principio ♈, vsque ad Horizontem secundum successionem signorum computatus, ascensio obliqua erit principij ♉, in u, puncto Horizontis orientali tunc existentis. Rursus inquirenda sit obliqua ascensio principii ♑. Ducta recta EF, ex centro E, ad F, principium ♑, secante Æquatorem in B, & recta Es, ad intersectionem orientalem Horizontis cum parallelo per F, descripto, quæ Æquatorem secet in t, sumatur arcui Æquatoris BAC, contra ordinem signorum numerato æqualis arcus versus eandem partem tBr. Dico arcum rABC, obliquam esse ascensionem principii ♑. Nam mota Ecliptica contra signorum successionem, donec F, principium ♑, ad s, perueniat congruet recta EF, rectæ Es, & C, principium ♈, in r, existet, propter arcus æquales BAC, tBr, Hinc enim fit, vt & arcus BACt, CtBr, æquales sint, ideoque eodem tempore B, ad t, & C, ad r, perueniat ad motum retis. Ex quo efficitur, arcum Æquatoris rABC, à principio ♈, vsque ad Horizontem orientalem, secundum ordinem signorum computatum, ascensionem esse obliquam principii ♑, in s, puncto Horizontis orientali tunc existentis. Denique eodem modo ascensionem obliquam reperiemus stellæ Z. Ductis namque rectis EZ, Ed, ad stellam, & ad intersectionem eius paralleli cum Horizonte ex parte orientali, si arcui Æquatoris à recta EZ, vsque ad C, principium ♈, contra successionem signorum accipiatur arcus æqualis à recta Ed, vsque ad ff, erit arcus ffBC, ascensio obliqua dicta stellæ.



NON aliter descensiones obliquæ inuestigabūtur, si pro intersectione orientali Horizontis cum parallelo p datū pūctū, vel stellā descripto, assumatur intersectio occidētalis. Vt si quæratur descēsio obliqua principij ♉, accipienda erit intersectio α, & ducēda per α, recta ex E, secans Æquatorem in β, & altera recta ex E, per μ, principium ♉, secans Æquatorem in ξ Nam si arcui Æquatoris ξC, æqualis sumatur βγ; erit arcus γA, descēsio obliqua principii ♉. Nam mota Ecliptica ab ortu in occasum, donec μ principiū ♉, ad α, perueniat, & recta E ξ, rectæ Eβ cōgruat, existet principiū ♈, in γ, propter æqualitatē arcuū ξC, βγ; Hinc enim fit, vt & arcus ξ β, Cγ, æqles sint atq; idcirco eodē tempore ξ ad β, & C, ad γ, perueniat) ac proinde arcus Æquatoris γ A, à principio ♈, vsq; ad Horizontē occidētalē, secundū successionem signorum cōputatus, descēsio obliqua erit principii ♉, in α, puncto occidentali Horizontis tunc existētis. Sic etiā si desideretur descēsio obliqua principij ♏, ducatur recta Eδ, ad δ, principiū ♏ secās Æquatorē in θ, & alia recta Ell, ad intersectionē occidentalē ll, Horizontis cum parallelo principii ♏. (Nō est aūt necesse, vt parallelus dict⁹ describatur, sed satis est, si ad interuallū Eδ, notetur pūctū ll, in Horizōte secās Æquatorē in oo. (Nā si arcui Æquatoris θ AC, contra successionē signorū vsq; ad ♈, æqualis arcus ooDq, sumatur, erit qDA, descēsio obliqua principii ♏, quod ♈, tunc in q, existat, &c.

10. IAM vero figuram quandam construemus, (quam secundo loco li. 2. Gnomonices in scholio prop. 9. ex

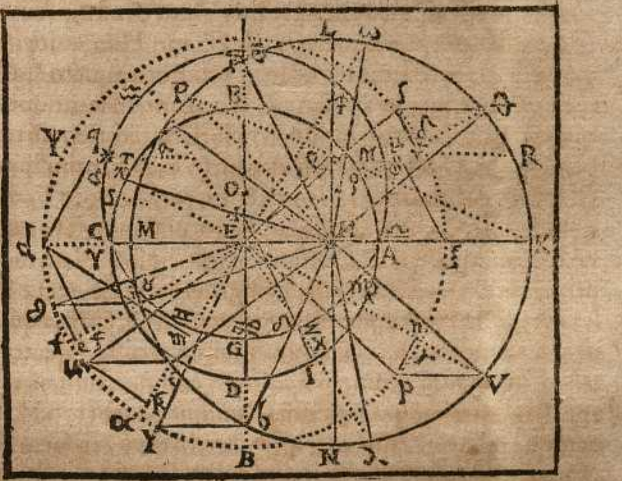
Andrea

Andrea Schonero etiam descripsimus: in qua tamen circulus ex L, descriptus diuidendus non est in 12. partes æquales, vt ibi per imprudentiam faciendū esse diximus, sed in ascensiones rectas 12. signorum, vt in hac figura circulus ABCD, diuisus est, quod ideo dixerim, vt studiosus Lector illam figuram corrigere possit,) in qua omnium arcuū Eclipticæ ascensiones rectæ & obliquæ contineantur, ita vt dato quolibet puncto Eclipticæ eius ascensionem tum rectam, tum obliquam ad datam poli altitudinem, ad quam nimirum figura constructa est, facili admodum negotio exhibere possimus. Item ex data recta ascensione cuiuslibet puncti ascensionem eiusdem obliquam, & contra ex obliqua ascensione data rectam eruere: ac denique ex vtralibet cognita punctum Eclipticæ respondens assignare. Ex centro igitur H, circulus quantuscunque describatur KLMN, cum duabus diametris sese ad angulos rectos secantibus KM, LN. Sumpto autem arcu MP, duplo maximæ declinationis, id est, grad. 47. ducatur recta KP, secans HL, in Q. Et quia iuncta recta PH, [a] angulus PHM, maximæ declinationis duplicatæ, duplus est anguli HKQ; erit HKQ, angulus maximæ declinationis, ac proinde HQK, angulus complementi maximæ declinationis. Quoniam autem est, vt KH, sinus anguli HQK, complementi maximæ declinationis in partibus sinus totius KQ, ad HQ, sinum anguli HKQ, maximæ declinationis in eisdem partibus, ita KH, sinus totus ad sinum HQ, in partibus sinus totius KH, erit ex ijs, quæ in Lemmate 49. Num. 19. demonstrauimus, HQ, sinus differentiæ ascensionalis principij ♋, vel ♑, (hoc est, pūcti Eclipticæ quod maximam declinationem habet ab Æquatore) in latitudine gr. 45. complectens particulas sinus totius KH. 43481. paulo amplius, vt ex dicta proportione colligitur: qui quidem sinus, vt ibidem ostendimus, & hic etiam apparet, æqualis est Tangenti HQ, maximæ declinationis, respectu sinus eiusdem totius KH; (cum HQ, sit tangens anguli HKQ, posito sinu toto KH,) cui Tangenti 43481. in tabula sinuum inuentæ, hoc est, sinui differentiæ ascensionalis principij ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45. congruunt grad. 25. min. 46, Ex quo efficitur, si ex K, M, numerentur gradus 25¾. paulo amplius, vsque ad R, a, rectam iunctam Ra, exhibere idem punctum Q, quippe quæ abscindat rectam HQ, æqualem sinui grad. 25¾. paulo amplius, quanta nimirū est differentia ascensionalis principij ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45. quam Tangens HQ, maximæ declinationis in tabula Sinuum inuenta offert, (etiamsi sinus ipse dictæ differentiæ ascensionalis non supputetur ex supradicta proportione,) nimirum grad. 25. min. 46. vt diximus.

Figuram construere continentē omniū punctorū Eclipticæ ascensiones rectas & obliquas.

[a] *20. tertij*

INVENTO puncto Q, constituatur angulus altitudinis poli datæ HQE. quæ maior non sit complemēto maximæ declinationis; eritque QEH, angulus complementi altitudinis poli, Ex centro vero E, describatur Æquator cuiusuis magnitudinis ABCD, & ducta diametro BD, ipsi AC, ad angulos rectos, sumantur arcus CS, ST, maximæ declinationi æquales, secabitque iuncta recta occulta AT, ipsam BD, in O, centro Eclipticę, vt lib. 2. propos. 5. Numer. 4. ostendimus, iuncta vero recta occulta AS, eandem BD, secabit in I, polo Eclipticæ, vt ibidem Nume. 12. demonstrauimus. Descripta ergo ex O, per C, & A, Ecliptica AFCG, secetur in 12. signa per rectas ex eius polo I, per duodecimas partes æquales Æquatoris emissas, vt in figura factum esse vides: & ex centro E, per 12. signa Eclipticæ eijciantur rectæ, quarum quælibet per duo signa opposita transibit. Hæ namque Æquatorem secant in ascensionibus rectis signorum, vt in Canone 4. Numer. 7. dictum est: adeo vt arcus Æquatoris inter C, & rectam per quodcunque punctum Eclipticæ ductum positus (à puncto C, quod est principium ♈, versus D, progrediendo, id est, secundum successionem signorum) metiatur ascensionem rectam illius puncti Eclipticæ: arcus vero inter quaslibet duas rectas interiectus ascēsio recta sit arcus Eclipticæ inter easdem duas rectas positi. Eædem deinde rectæ eodem modo secabunt circulum KLMN, initio descriptum, in ascensionibus obliquis, ita vt rectæ ex centro H, per puncta sectionum illarum rectarum cum circulo KLMN, emissæ constituant in centro H, angulos ascensionum obliquarum. Quod hunc in modum demonstrabimus.



DESCRIBATVR ex E, circulus dβξ circulo KLMN, omnino æqualis, qui à rectis ex E, egredientibus secabitur quoque in ascensiones rectas, cum ambo circuli ABCD, dβξ, similiter secentur, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. in primis igitur, Mb, esse ascensionem obliquam initij ♋, in altitudine poli assumpta, cuius nimirum angulus est HQE, ita perspicuum fiet. Ducta recta EY, ipsi Hb, parallela, quoniam æquales sunt Hb, EY, cum semidiametri sint æqualium circulorum; [b] erunt quoque HE, bY, parallelæ & æquales. Quia vero est, vt QH, sinus complementi altitudinis poli ad HE, sinum altitudinis poli, respectu sinus totius QE, ita recta QH, quam paulo ante ostendimus esse sinum differentiæ ascensionalis principij ♋, in latitudine grad. 45. respectu sinus totius KH, ad HE; erit ex ijs, quę in Lemmate 49. Num. 20. demonstrauimus, HE, sinus differentiæ ascensionalis principij ♋, in latitudine proposita Igitur & Yb, ipsi HE, ostensa æqualis, sinus erit differentiæ ascensionalis principij ♋, in latitudine data. Cum ergo Yb, sinus sit arcus Yβ, erit Yβ, differentia ascensionalis principij ♋, in data regione. Est autem dβ quadrans, ascensio recta principij ♋. Igitur ablata differentia ascensionali Yβ, (Nam ascensiones obliquæ ab ♈, vsque ad ♎, minores sunt rectis, vt in Lemmate 49. Num. 12. ostendimus,) reliquus arcus dY, ascensionem obliquam initij ♋, dabit, [c] cui æqualis est arcus Mb, propter angulos in centris dEY, NHb, [d] qui æquales sunt, propter parallelas EY, Hb.

[b] *33. primi*

[c] *26. tertij*

[d] *29 primi*

AT arcum Mε, esse ascensionem obliquam initij ♊, ita planum faciemus. Ducta Eu, parallela ipsi Hε, [e] erit rursus

[e] *33. primi*

a 29. primi *b 4. sexti.* *c 26. tertij*

rursus iuncta u ε, æqualis, & parallela ipsi HE. Demissis item dm, uk, ad Eα perpendicularibus, erunt triangula Edm, εuk, æquiangula, quod anguli m, k, recti sint, a & dEm, uεk, internus, & externus, æqualis. Ostensæ enim sunt parallelæ u ε, & HE. b Igitur erit, vt Ed, sinus totus ad dm, sinum ascensionis rectæ dα, initii ♊, ita ε u, sinus differentiæ ascensionalis initii ♋, in data regione, ad uk; ac proinde vt in Lemmate 49. Numer. 18. monstratum est, erit uk, sinus differentiæ ascensionalis initii ♊, in data regione, & arcus uα, differentia ascensionalis, ideoque d u, ascensio obliqua principii ♊, c cui æqualis est arcus M ε.

d 33. primi *e 29. primi* *f 4. sexti.* *g 26. tertij*

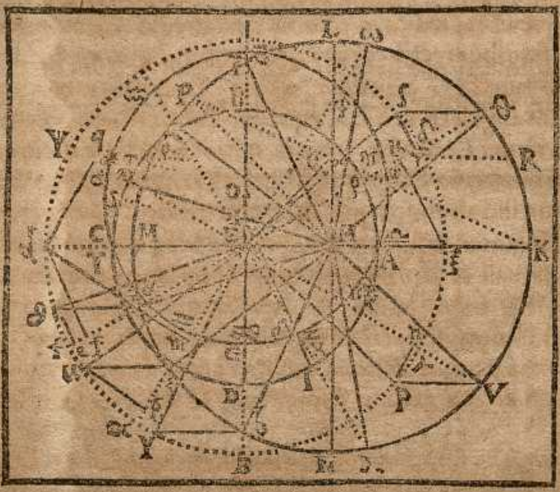
ITEM arcum Mi, ascensionem obliquam esse initii ♉, sic probabitur. Ducta Eg, ipsi Hi, parallela, d erit rursum iuncta g i, æqualis, & parallela ipsi HE. Demissis item d f, g e, ad E t, perpendicularibus, erunt triangula Edf, ige, æquiangula, ob rectos angulos f, e, e & angulos dEf, g i e, internum & externum, æquales. f Igitur erit vt Ed, sinus totus ad d f, sinum ascensionis rectæ d t, principii ♉, ita i g, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, in data regione, ad g e; atque idcirco, vt in Lemmate 49. Num. 18. ostendimus, erit ge, sinus differentiæ ascensionalis initij ♉, ideoque arcus gt, in data regione differentiæ ascensionalis, & dg, ascensio obliqua principii ♉, g cui æqualis est arcus Mi.

h 33. primi *i 29. primi* *k 4. sexti.* *l 26. tertij*

RVRSVS arcũ MV, ascensionem esse obliquam principii ♍, eodem modo demõstrabimus. Ducta enim E p, ipsi HV, parallela, h erit, vt prius iuncta recta pV, ipsi HE, æqualis ac parallela. Demissis item dq, pn, ad EV, perpendicularibus, erunt triangula Edq, Vpn, æquiangula, quod anguli q, n, sint recti, i & dEq. pVn, æquales, externus, & internus. k Igitur erit, vt Ed, sinus totus ad dq, sinũ ascẽsionis rectæ dn, principij ♍, ita Vp sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, in data regione, ad pn. Est ergo ex ijs, quæ in Lemmate 49. Num. 18. ostendimus, p n, sinus differentiæ ascensionalis principij ♍, in eadem regione; ideoque arcus p ♍, differentia erit ascensionalis; & dp, ascensio obliqua initii ♍, l cui æqualis est arcus MV.

m 33 primi *n 29 primi* *o 4. sexti.*

AD extremũ (Nam in omnibus semper eadem demonstrandi ratio vsurpabitur) arcum Kθ, esse ascensionẽ principii ♏, obliquam à principio ♎, numeratam, ac proinde addito semicirculo MNK, totum arcum MKθ, esse eiusdem principii ♏, obliquam ascensionem à principio ♈, numeratam, eodem prorsus modo demonstrabimus. Ducta enim Eſ, ipsi Hθ, parallela, m erit iterum iuncta recta θſ, ipsi HE, æqualis & parallela. Demissis item ξμ, ſr, ad Eθ perpendicularibus, erunt triãgula Eξμ, θſr, æquiangula propter rectos angulos μ, r, n & æquales ξ μ. ſθr, alternos. Igitur o erit, vt Eξ sinus totus ad ξμ, sinum ascensionis rectæ ξ♌, initii ♏, ab initio ♎, numeratæ, ita θſ, sinus differentiæ ascẽsionalis principii ♋, vel ♑, in regione data, ad ſr. Ex ijs ergo, quæ in Lemmate 49. Numer. 18. demonstrata sunt, erit ſr, sinus differentiæ ascensionalis principii ♏, ab initio ♎, numeratæ, in eadem regione; ac propterea arcus ♌ſ, differentia erit ascensionalis. Et quoniam, vt in Lemmate 49. Nu. 12. monstratum est, ascensiones obliquæ à ♎, vsque ad ♈, maiores sunt, quam rectæ, si ad rectam ascensionem ξ♌, differentia dicta ♌ſ, adijciatur, erit ξſ, ascensio obliqua principii ♏, p cui æqualis est arcus Kθ.



p 26. tertij

Ascensionẽ rectam, & obliquã cuiusuis puncti Eclipticæ & ex alterutro data, alterã, vna cũ pũcto Eclipticæ respondente ex superiore figura reperire.

11. DETVR iam punctum Z, quodcunque Eclipticæ, initium, v. g. ♌, propositumque sit ex superiore figura eius rectam ascensionem inuenire. Ex E, centro Æquatoris, per datum punctum Z recta ducatur EZ, secans Æquatorem in X, eritq; CX, ascensio recta dati puncti, vt Can. 4. Nu. 5. demonstratum est. Quod si eiusdem puncti ascensio obliqua in regione, cuius poli altitudinis angulus est HQE, desideretur, ducemus rursum ex E, centro Æquatoris per datum punctum Z, rectam. Hæc enim ex circulo KLMN, ascensionem obliquam abscindet Mλ, vt proxime ostendimus. Propterea si ex data ascensione recta obliquam iubeamur eruere, numerabimus in Æquatore rectam ascensionem datam ex C, vsque ad X. Recta enim ex E, centro Æquatoris per X, emissa ex circulo KLMN, ascensionem obliquam abscindet Mλ. At vero si recta ascensio ex obliqua quæratur, numeretur data obliqua ascensio in circulo KLMN, ex M, vsque ad λ Nam recta Eλ, auferet ex Æquatore ascensionem rectam C X. Postremo si data ascensione siue recta, siue obliqua, punctum Eclipticæ, cui congruat, inueniendum sit, numeranda erit data ascensio, recta quidem in Æquatore ex C, vsque ad X, obliqua vero in circulo KLMN, ex M, vsque ad λ, & per finem numerationis, & centrum E, recta ducenda secans Eclipticam in Z. Nam recta ex polo Eclipticæ I, per Z, ducta abscindet ex Æquatore arcum Cl, cui arcus Eclipticæ Cz, in sphæra æqualis est, quod ad numerum graduum attinet.

Descensio obliqua vt reperiatur ex figura precedẽte.

12. DE descensionibus porro arcuum, punctorumque Eclipticæ ex prædicta figura inquirendis nihil præcipimus. Quoniam enim, vt in Lemmate 49. Num. 14. dictum est, descensio cuiusuis arcus æqualis est ascẽsioni arcus oppositi, & æqualis, inquirenda erit ascensio arcus oppositi pro descensione propositi arcus.

Quaternos arcus Eclipticæ æquales à pũctis æquinoctialibus vel tropicis æqualiter distantes habere ascensiones rectas æquales.

13. EX eadem hac figura facile demonstrabimus, quaternos arcus Eclipticæ æquales, quorum bini ab æquinoctialibus punctis, vel tropicis, æqualiter distant, habere ascensiones rectas æquales: quod in Lemmate etiam 49. Num. 6. demonstrauimus. Quoniam enim arcus Æquatoris Cϖ, Aϱ, continentes v. g. gra. 30. æquales sunt, per quorum extrema puncta ϖ ϱ, rectæ emissæ ex I, polo Eclipticæ (Hæ rectæ confusionis vitandæ gratia ductæ non sunt) exhibent arcus Eclipticæ Cσ, Aφ, arcus verbi gra ♓, & ♎; est autem punctum I, in diametro Æquatoris BD, præter eius centrum E, erunt ex Theor. 5. scholii 29. libr. 3. Euclid. anguli, quos rectæ illæ cum BD, constituerent, æquales. Igitur cum eædem illæ duæ rectæ pertingant ad σ, φ, faciantque in puncto I,

præter

præter centrum O, Eclipticæ angulos æquales, vt oſtenſum eſt; erunt per idem Theorema arcus Eclipticæ Cσ, Aφ, æquales. Quocirca cum rectæ Eσ, Eφ, cadentes ex E, puncto præter centrum Eclipticæ O, abſcindant arcus æquales Cσ, Aφ, erunt per idem theorema, anguli FEσ, FEφ, æquales; ideoque ex rectis reliqui ɟEd, δEξ, æquales quoq; in centro E, Æquatoris, vel circuli dβξ, concentrici.[a] Quamobrem arcus dɟ ξδ, hoc eſt, aſcenſiones rectæ arcuum æqualium Eclipticæ Cσ, Aφ, æquales erunt. Et quia rectæ σE, φE, productæ tranſeunt per puncta Eclipticæ oppoſita, hoc eſt, per principia ♍, & ♉,[b] ſuntque arcus ξγ dt, arcubus dɟ ξδ æquales, ob angulos ad verticem E, æquales; erunt omnes quatuor aſcenſiones rectæ dɟ, dt ξδ, ξγ, quatuor æqualium arcuum Eclipticæ, nimirum quatuor ſignorum ♓, ♈, ♍, & ♎, æqualiter diſtantium à punctis æquinoctialibus C, A, vel tropicis F, G, æquales.

[a] 26. tertij
[b] 26. tertij

EADEM prorſus ratione oſtendemus angulos FE♒, FE♐, eſſe æquales, quibus demptis ab æqualibus FEσ, FEφ, æquales erunt reliqui σE♒, φE♐. Ergo, vt prius rurſum æquales erunt quatuor aſcenſiones rectæ quatuor arcuum æqualium, ſignorum videlicet ♒, ♉, ♌, & ♏. Atque ita de cæteris.

Arcus Ecliptica æquales ab alterutro punctorũ æquinoctialium æqualiter diſtantium habere aſcẽſiones obliquas æquales.

14. INFERTVR ex eadem figura, aſcenſiones obliquas duorum arcuum Eclipticæ æqualium ab alterutro punctorum æquinoctialium æqualiter diſtantium, eſſe inter ſe æquales. Sint enim æquales arcus Eclipticæ Aφ, A♍, à principio ♎, æqualiter diſtantes, hoc eſt, reſpondeant arcubus in ſphæra æqualibus à principio ♎, æqualiter diſtantibus. Dico eorum aſcenſiones obliquas Kθ KV, æquales eſſe. Quoniam enim eorum aſcenſiones rectæ æquales ſunt vt Num. 13. oſtendimus, erunt anguli θEH, VEH, æquales. Cum ergo punctum E, ſit præter H, centrum circuli KLMN, in eius diametro; erunt per theor. 5. ſcholii propo. 29. li. 3 Eucl. arcus Kθ, KV, æquales. Eodem argumento concludemus, aſcenſiones obliquas Kω, Kλ arcuum Eclipticæ æqualium A♐, AZ, æquales eſſe; ac proinde ablatis æqualibus Kθ, KV, reliquas quoque aſcenſiones θω, Vλ, æqualium arcuum φ♐, ♍Z, æquales eſſe. Et ſic de reliquis.

Arcus Ecliptica in ſemicirculo aſcendente tanto minores habere aſcenſiones obliquas rectis eorundem aſcenſionib. quãto maiores rectis ſunt aſcenſiones obliquæ arcuũ æqualium oppoſitorũ, vel cũ illis ab eodẽ tropico puncto æqualiter diſtantium & in ſemicirculo deſcendẽte exiſtentiũ.

15. PRÆTEREA ex eadem figura colligere licebit, arcus Eclipticæ æquales ab alterutro tropicorum punctorum æqualiter diſtantes, vel per diametrum oppoſitos, inæquales habere aſcenſiones obliquas, minores quidem in ſemicirculo aſcendente à ♑, per ♈, vſque ad ♋, maiores vero in ſemicirculo deſcendente à ♋, per ♎, vſque ad ♑. Item illas tanto eſſe minores aſcenſionibus rectis eorundem arcuum, quanto hæ maiores ſunt. Sint enim duo arcus æquales ♉♊ ♍♌, à tropico puncto G, æqualiter remoti. Et quia eorum aſcenſiones rectæ æquales ſunt, vt Num. 13. oſtenſum eſt, erunt anguli tEα, VEλ, æquales. Cum ergo punctum E, ſit in diametro circuli KLMN, præter eius centrum H, erit per Lemma 32. arcus iα, minor arcu Vλ. Eademque ratione probabitur aſcenſio obliqua cuiuſuis arcus in ſemicirculo Ecliptica FCG, aſcendente, minor arcu æquali in ſemicirculo deſcendente GAF, qui æqualiter cum illo ab eodem puncto tropico diſtet. Quia vero arcus ♉♊, ♍♌, æquales, & æqualiter à puncto tropico G, diſtantes, æqualiter quoque à punctis æquinoctialibus C, A, diſtant; habet autem arcus ♍♌, cum arcu ♏♐, æquali & æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali A, remoto, æqualem aſcenſionem obliquam, vt Numer. 14. monſtratum eſt: habebit quoque arcus ♉♊, minorem obliquam aſcenſionem arcu æquali ♏♐, qui illi oppoſitus eſt, cũ æqualiter à punctis æquinoctialibus C, A, ſecundum ſucceſſionem ſignorum diſtent. Eademque ratione quilibet arcus in ſemicirculo Eclipticæ FCG, minorem habebit aſcenſionem obliquam arcu æquali in ſemicirculo GAF, qui illi oppoſitus ſit.

DEINDE[c], quia in Iſoſcele iHθ, anguli i, θ, æquales ſunt,[d] & his æquales alterni anguli iEg, θEſ,[e] erunt quoque differentiæ aſcenſionales gt, ſδ, arcuum oppoſitorum æqualium C♐, A♏, æquales; ideoque quanto minor eſt aſcenſio obliqua dg, vel Mi, recta aſcenſione dt, tanto maior erit aſcenſio obliqua ξſ, vel Kθ, aſcenſione recta ξδ. Cum ergo aſcenſio obliqua Kθ, æquales ſit oſtenſa aſcenſioni obliquæ KV, erit quoque aſcenſio obliqua Mi, arcus C♉, tanto minor, quam recta, quanto aſcẽſio obliqua KV, Arcus A♍, æqualis, & æqualiter cum illo à tropico puncto G, recedentis, maior eſt aſcenſione recta ξγ, eiuſdem arcus. Eadem prorſus ratio eſt in cæteris arcubus æqualibus, ſiue oppoſitis, ſiue æqualiter ab eodem puncto tropico recedentibus.

[c] 5. primi.
[d] 29. primi
[e] 26. tertij

Aſcẽſiones obliquæ duorũ arcuum Eclipticæ æqualiũ oppoſitorũ, vel æqualiter ab eodẽ puncto tropico diſtantium ſimul ſumptæ æquales ſunt rectis earũdem aſcenſionibus.

16. POSTREMO ex his omnibus ſequitur, aſcenſiones obliquas duorum arcuum Eclipticæ oppoſitorum, vel ab eodem tropico puncto æqualiter diſtantium ſimul ſumptas, æquales eſſe aſcenſionibus rectis eorũdem arcuum ſimul ſumptis: quæ nimirum quanto vnius aſcenſio minor eſt aſcenſione eiuſdem recta, tanto alterius maior eſt.

SCHOLIVM.

Aſcenſiones, deſcenſionesq́; obliquas ex Analemmate elicere.

1. PER Analemma aſcenſiones, deſcenſionesq́; obliquas punctorum Eclipticæ, ſtellarumq́; hoc modo inueſtigabimus. Repetatur figura, quam in ſcholio præcedentis Canonis Num. 5. deſcripſimus, in qua Meridianus ANCM, eiuſque centrum D; Æquatoris diameter AC: Ecliptica EP, vel kl; & axis mundi gh. Si igitur punctum Eclipticæ, cuius aſcenſio obliqua quæritur, fuerit in ſemicirculo deſcendente, complementum eius diſtantiæ à principio ♎, numeretur ab E, principio ♋, vſq; ad i, & ex i, ad EP, perpẽdicularis demittatur iF, & per F, Æquatoris diametro AC, parallela agatur GH, quæ diameter erit paralleli per punctum, in quo numeratio terminata fuit, deſcripti; ſecet autem GH, Horizõtis diametrum aZ, in b, & axem mundi gh, in d. Denique ex d, per G, H, ſemicirculo paralleli deſcripto GpH, ducantur ex b, F, ad GH perpendicularis bp, Fq. erit ergo arcus pq, aſcenſio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♎, verſus ♋, numerati, cuius nimirum ſinus eſt DF, qualis eſt arcus ri, inter perpendiculares Dr, Fi, interceptus, vt lib. 1. Lemmate 49. Num. 17. oſtenſum eſt. Si igitur arcum pq, ex ſemicirculo detraxeris, reliqua erit aſcenſio obliqua arcus à principio ♈, vſq; ad punctum Eclipticæ puncto F, reſpondens ſecundum ſignorum ſeriem numerati. Et quia eandem aſcenſionem obliquam habet arcus à principio ♎, verſus ♑, numeratus, qui æqualis ſit arcui, cuius ſinus eſt DF, ab eodem initio ♎, verſus ♋, numerato, vt paulo ante in hoc Canone Num. 14. monſtratum eſt. ſi aſcẽſio inuenta pq, ad ſemicirculũ adijciatur, prodibit aſcenſio obliqua puncto Eclipticæ, quod tanto interuallo à principio ♎, verſus ♑, recedit, quanto punctum puncto F, reſpondens ab eodem initio ♎, verſus ♋, abeſt.

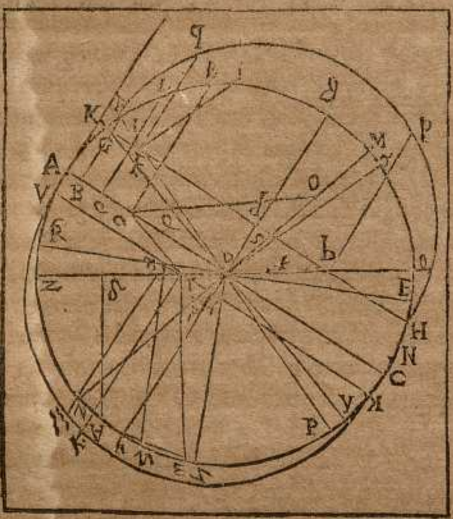
SI vero punctum Eclipticæ, cuius aſcenſio obliqua inuenienda eſt, in ſemicirculo aſcendente extiterit, numerandum erit eius à principio ♈, diſtantiæ complementum à k. principio ♑, vſque ad m, & ex m, ad kl, perpendicularis ducenda mn, &

rursus per n, diametro Æquatoris AC, parallela extendenda VX, diameter nimirum paralleli per punctum, in quo terminata fuit numeratio, transeuntis, secans Horizontis diametrum in T, & axem mundi in f. Nam si ex f, per V, X, semicirculus paralleli describatur V π X, erit, vt lib. 1. Lemmate 49. Num. 17. demonstrauimus, ipsius arcus πξ, inter perpendiculares T π, n ξ, ex T, n, ad VX, eductas interceptus, ascensio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♈, versus ♑, numerati, cuius sinus est Dn, qualis est arcus fm, inter perpendiculares Df, nm, interceptus. Si igitur ascensio obliqua inuenta ex integro circulo detrahatur, reliqua fiet ascensio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♈, vsque ad punctum, quod puncto n, respondet, secundum successionem signorum numerati. Et quia eandem ascensionem obliquam habet arcus à principio ♈, versus ♋, numeratus, qui æqualis sit arcui, cuius sinus est Dn, ab eodem initio ♈, versus ♑, numerato, vt Num. 14. huius Canonis ostensum est, congruet eadem ascensio inuenta puncto Eclipticæ, quod tanto interuallo à principio ♈, versus ♋, abest, quanto punctum, quod ipsi n, respondet, ab eodem initio ♈, versus ♑, remouetur.

Inuentio differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel stellæ ex Analemmate.

ALITER. Inuenta puncti Eclipticæ dati, vel stellæ declinatione, vt Canone 3. traditum est, numeretur ea ex A, & C, quamcunque in partem eandem vsque ad G, H, ducaturque diameter paralleli GH, per datum Eclipticæ punctum, vel stellam transeuntis, secans axem mundi in d, & Horizontis diametrum in b. Et quoniam Gb, est sinus versus arcus semidiurni, erit db, sinus rectus differentiæ inter arcum semidiurnum paralleli, & arcum semidiurnum Æquatoris, cui debetur sinus totus Gd. Cum ergo vt lib. 1. Lemmate 49. Nu. 15. ostendimus, eadem sit differentia ascensionalis quæ inter arcum semidiurnum puncti, vel stellæ, & arcum semidiurnum Æquatoris; erit quoque db, sinus differentiæ ascensionalis stellæ, vel puncti Eclipticæ dati. Si igitur datum punctum, vel stella declinet in boream, auferatur differentia ascensionalis inuenta ex ascensione recta stellæ eiusdem, aut puncti Canone 4. inuenta, vel si declinet in austrum stella, vel datum punctum, adijciatur ad rectam ascensionem. Relinquetur enim, vel conflabitur ascensio obliqua, vt est ijs constat, quæ lib. 1. in Lemmate 49. Num. 15. diximus. Nihil autem interest vtram in partem, borealem, vel australem, declinatio supputetur à punctis A, C, cum puncta opposita eandem habeant differentiam ascensionalem, vt ibidem traditum est,

In qua cœli parte initiũ Arietis existat, ex cognita ascensione obliqua cognoscere.



2. VT autem ex cognita ascensione obliqua alicuius puncti Eclipticæ arcum Eclipticæ respondentem eruamus, explicanda prius sunt nonnulla. Primum enim sciendũ est, quando ascensio obliqua minor est quadrante, principium ♈, existere inter orientem, ac Meridianum supra Horizontem: quando est quadrans, in ipso Meridiano supra Horizontẽ: quando maior quadrante, sed semicirculo minor, inter Meridianum supra Horizontem, & occidentem: quando semicirculo maior, sed minor tribus quadrantibus, inter occidentem, & Meridianum infra Horizontem: quando tres complectitur quadrãtes, in ipso Meridiano sub Horizonte: quando denique tribus quadrantibus maior, inter Meridianum sub Horizonte, & orientem.

Sitũ punctum Eclipticæ tã in Meridiano supra Horizonte, quã in Horizonte oriẽtali, ex situ principij Arietis cognoscere.

DEINDE non ignorandum est, quando initium ♈, est inter orientem & Meridianum supra Horizontem, punctum Eclipticæ in Meridiano existens esse australe, in Horizonte vero orientali boreale: quando in Meridiano supra Horizontem, punctum in Horizonte orientali esse boreale: quando inter Meridianum supra Horizontem, & Occidentem, tam punctum in Meridiano, quam in Horizonte orientali esse boreale: quando in occidente, punctum in Meridiano esse boreale: quando inter Occidentem & Meridianum sub Horizonte, punctum in Meridiano esse boreale, & in Horizonte orientali australe: quãdo in ipso Meridiano sub Horizonte, punctũ in Horizonte orientali esse australe: quando denique inter Meridianũ sub Horizonte; & orientem, tam in Meridiano, quã in Horizonte orientali, esse australe. Quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

Ascensioni obliquæ datæ arcum Eclipticæ respondentem beneficio Analemmatis exhibere.

3. HIS cognitis, explorabimus arcum Eclipticæ ab ♈, secundum signorum successionem numeratum, qui datæ ascensioni obliquæ cognatat, hoc modo. Si ascensio obliqua maior est quadrãte, sed semicirculo minor, detrahatur ex semicirculo; si maior semicirculo, sed minor tribus quadrantibus, detrahatur ex ea semicirculus; si deniq; maior tribus quadrãtibus, dematur ex integro circulo: hac enim ratione habebimus semper arcum Æquatoris inter principium ♈, & Horizontem, siue orientalem, siue occidentalem, quadrante minorem. Huius arcus relicti, vel ipsiusmet ascensionis obliquæ, si quadrante minor est, accipiatur in diametro Æquatoris AC, sinus rectus Dα: quod facile fiet, si ex g, versus A, ipsa ascensio obliqua quadrãte minor, vel arcus relictus numeretur vsque ad β & ex β, ad AD, perpendicularis demittatur βα: hæc enim sinum rectum Dα, quem volumus, abscindet: eritq; punctum α, illud, in quod perpendicularis ex initio ♈, in planum Meridiani demissa cadit, cum principium ♈, existat tunc in β si semicirculus AβC, cogitetur esse rectus ad Meridianum, hoc est, idem, qui semicirculus Æquatoris: Atq; hoc quidem, quando ascensio obliqua data semicirculo minor est. Nam ea existente maiore, punctum α, erit illud, in quod perpendicularis ex principio ♎, in Meridiani planum demissa cadit: propterea quod quantum initium ♈, sub Horizonte ex vna parte deprimitur, tantum ex opposita parte principium ♎, supra eundem attollitur.

HOC posito, erit reliquus arcus β I, is, qui in Æquatore inter idẽ principiũ ♈, vel ♎, & Meridianũ supra Horizõtẽ interijcitur, hoc est ascẽsio recta illius pũcti Eclipticæ, quod tunc Meridianũ supra Horizontẽ possidet, cuius sinus rectus αβ, ascẽsio, inquã, recta ab ♈, vel ♎, inchoata. Ex hac ascẽsione recta inueniẽda est declinatio illius puncti, quod tunc in Meridiano reperitur, & cui ea ascensio recta cõuenit, vt in scholio præcedẽtis Canonis Nu. 5. traditũ est, hac videlicet ratione. Sinui αβ, æqualis recta accipiatur De, & ad AD, perpẽdicularis excitetur eI, cui ex tãgente AK, æqualis abscindatur AK. Recta n. KD, arcũ declinationis AG, quæsitæ abscindet, vt loco citato demõstrauimus. Hæc declinatio erit borealis, quãdo data ascẽsio obliqua est maior quadrãte, & tribus quadrãtibus minor; australis vero, quãdo obliqua ascẽsio data quadrãte minor est, vel trib⁹ quadrãtib⁹ maior, vt Numer. 2. diximus, & liquido ex sphæra materiali colligitur. Recta autem ex G, per centrum D, ducta, erit tunc communis sectio Eclipticæ, ac Meridiani. Et quoniam Ecliptica ad Meridianum inclinata est nisi quando alterum punctorum tropicorum in Meridiano existit supra Horizontem, & alterum infra, ([a] tunc enim Ecliptica ad Meridianum recta est, quod Meridianus per eius polos incedat) cadent omnes perpendiculares ex punctis Eclipticæ ad planum Meridiani demissæ in Ellipsim, per propositionem 24. libr. 1. Gnomonices nostræ, quorum vnum est α, in quod cadit perpendicularis ex principio

[a] 15. 1. The.

cipio

cipio ♈, vel ♎, demissa, cuius Ellipsis maior axis est GΥ, minor autem in diametro MN, ad GΥ, perpendiculari existit, qui sic reperietur. Interuallo DG, semissis maioris axis, sumatur beneficio circini ex α, in MN, punctum O, & recta ducatur αO, secans GΥ, maiorem axem in Q. Nã αQ. est semissis minoris axis, quæ si ex D, transferatur in vtramq; partem rectæ MN, vsq; ad R, S, erit RS, minor axis, ex Lẽmate 50. li. 1. Si igitur per Lẽma 52. inueniantur in Horizontis diametro Za, puncta T, t, per q̃ dicta Ellipsis transit, cadet perpendicularis ex altero eorum ad Meridianũ erecta, nimirũ ex T, si Ecliptica ex parte australi Horizontẽ secat, in punctũ Eclipticæ in Horizonte orientali tunc existẽs. Quod si ductæ rectæ Tα, æqualis sumatur Tδ, & ad ZD, perpẽdiculares excitẽtur Tε, δθ, ita vt δθ, ipsi αβ, æqualis sit, erit ducta recta θε, æqualis chordæ arcus Eclipticæ inter punctum Horizontis T, & principiũ ♈, vel ♎, interiecti, cum æqualis sit rectæ interceptæ inter perpendiculares ex T, α, emissas ad planum Meridiani, quæ quidem chorda est dicti arcus. Atque ita si beneficio chordæ θε, ex aliquo puncto, vt ex a, abscindatur arcus aμ, erit hic arcui Eclipticæ prædicto æqualis, atq; adeo si à principio ♈, vel ♎, (prout videlicet punctum α, respondet initio ♈, vel ♎,) dictus arcus numeretur, terminabitur numeratio in puncto, quod tunc in Horizonte reperitur, & ex quo perpendicularis demissa in planum Meridiani in T, incidit. Eodem pacto si Ecliptica ex parte boreali Horizontem secat, reperietur punctum Eclipticæ tunc in Horizonte existens, punctoque t, respondens, si ductæ rectæ tα, æqualis recta sumatur in Za, &c.

INVENTO *puncto Eclipticæ, quod puncto T, vel t, respondet, hoc est, arcu inter principium ♈, vel ♎, & Horizontem orientalem intercepto, reperiemus arcum Eclipticæ datæ ascensioni obliquæ respondentem hoc modo. Quando data ascensio obliqua minor est quadrante, respondebit punctum α, initio ♈, & declinatio puncti in Meridiano existentis erit australis, punctumque Ellipsis boreale t, assumendum est, atque arcus inuentus, qui nimirum inter perpendiculares ex t, α, ad planum Meridiani emissas intercipitur, erit is, qui quæritur. Quando vero ascensio obliqua maior est quadrante, & semicirculo minor, respondebit rursum punctum α, principio ♈, sed declinatio puncti in Meridiano existentis erit borealis, sicut & punctum, quod in Horizonte orientali tunc reperitur, ac proinde punctum in Horizonte occidentali existens, cui principium ♈, vicinius est, erit australe, ideoque punctum Ellipsis australe T, assumendum. Quare arcus Eclipticæ inuentus, qui nimirum inter perpendiculares ex T, α, ad planum Meridiani emissas interijcitur, ex semicirculo detractus relinquet arcum quæsitum à principio ♈, secundum successionem signorum numerandum. Quando autem ascensio semicirculo maior est, sed tribus quadrantibus minor, respondebit punctum α, principio ♎, & declinatio puncti in Meridiano existentis erit borealis, punctumque Ellipsis australe T, assumendum, atque arcui Eclipticæ inuento, qui nimirum inter perpendiculares ex T, α, ad planum Meridiani emissas includitur, æqualisque est in figura arcui aμ, adijciendus semicirculus, vt conficiatur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus. Quando denique ascensio tribus quadrantibus maior est, respondebit rursus punctum α, principio ♎, sed declinatio puncti in Meridiano tunc existentis erit australis, quemadmodum & punctum in Horizonte orientali existens, ac proinde punctum in Horizonte occidentali existens, cui principium ♎, vicinius est, boreale erit, ideoque punctum Ellipsis boreale t, assumendũ. Quocirca arcus Eclipticæ inuentus, qui videl. inter perpendiculares ex t, α, ad planum Meridiani erectas ponitur, (cui æqualis est arcus oppositus inter principium ♈, sub Horizonte, & Horizontem orientalem interiectus) ex integro circulo subtractus relinquet arcum quæsitum à principio ♈, secundum signorum successionem numerandum.*

QVOD *si ascensio obliqua proposita sit quadrans, existet initium ♈, in Meridiano supra Horizontem in puncto A, maiorque axis Ellipsis erit AC, minor autem, segmentum axis mundi gh, à diametris parallelorum ♋, & ♑, abscissum, vt ex propos. 24. lib. 1. nostræ Gnomonices constat, propterea quod inclinatio Eclipticæ ad Meridianum tunc est æqualis complemento maximæ declinationis. Inuentis ergo rursum punctis, in quibus Ellipsis Horizontem secat, assumendum est boreale. Arcus enim inuentus, qui videlicet interijcitur inter perpendicularem ex eo puncto boreali ad Meridianum erectam, & punctum A, erit quæsitus. Si vero ascensio contineat tres quadrantes, existet primum punctum ♎, in Meridiano supra Horizontem, id est, in puncto A, fietque eadem Ellipsis, quæ antea, sed eius punctum in Horizonte australe assumendum est, & arcui inuento, qui intercipitur inter perpendicularem ex eo puncto australi ad Meridianum excitatam, & punctum A, adijciendus semicirculus, vt quæsitus arcus prodeat ab ♈, numerandus. Si denique ascensio sit semicirculus, erit quoque arcus Eclipticæ ei respondens, semicirculus. Quæ quidem omnia ex ijs, quæ Numer. 2. diximus, & ex sphæra materiali facile colliguntur.*

4. EX *doctrina sinuum idem assequemur, hoc modo. Si per punctum Eclipticæ, vel centrum stellæ, cum oritur, vel occidit, circulus maximus ducatur, instar Horizontis cuiusdam recti, erit (vt ex sphæra materiali constat) arcus Æquatoris inter illum circulum, & Horizontem positus, differentia ascensionalis, descensionalisue, cum ascensio, descensioue recta ab ♈, secundum successionem signorum progrediendo terminetur in illo circulo maximo, obliqua vero in Horizonte: quæ differentia supputanda erit in triangulo sphærico rectangulo, cuius vnum latus est ipsa differentia; & alterum, arcus prædicti circuli maximi inter Æquatorem, punctumque Eclipticæ, vel stellam interiectus, declinationem eiusdem puncti, stellæue metiens; basis denique arcus Horizontis inter Æquatorem, & punctum Eclipticæ, vel stellam inclusus, latitudinem metiens ortiuam, aut occiduam: hoc scilicet modo. Repetatur 1. figura huius Canonis, in qua ascensio recta primi puncti ♒ est arcus CDp, obliqua vero CDΥ, & differentia ascensionalis pΥ, atque pZ, declinationis arcus. Si igitur per 1. modum problematis 10. triang. sphær. vltimi Lemmatis.* Fiat vt sinus totus ad tangentem complementi anguli pYZ, quem Æquator cum Horizonte facit, & in proposito casu semper acutus est. (*Cum n. omnes arcus sint quadrante minores, quippe cũ metiantur declinationem, differentiam ascensionalem, & latitudinem ortiuam, quæ omnes complectuntur pauciores gradus, quam 90. erunt duo anguli Υ, Z, acuti, ex propos. 28. nostrorum triang. sphær.*) hoc est, ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis pZ, ad aliud, producetur sinus differentiæ ascensionalis pY. *Hac ratione inueniri differentiam ascensionalem, demonstrauimus etiam sine triangulis sphæricis in Lemmate 49. Num. 17. Quod si nolueris vti tangentibus, inuenietur eadem differentia, vt in eodem Lemmate Nu. 18. demonstratum est,* si Fiat vt sinus totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ, ita sinus differentiæ ascensionalis initij ♋, vel ♑, in data regione (qui sinus reperietur ex 1. modo problematis 10. triang. sphær. vt dictum est: ita vt solus hic sinus per tangentes quærendus sit) ad aliud. *Inuenietur enim hoc modo sinus differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ. Eadem differentia reperietur vt in eodem Lemmate Nu. 20. ostendimus, hac ratione.* Fiat vt sinus totus ad tangentẽ altitudinis poli propositæ, ita sinus differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. (*quam differentiam offeret Tangens declinationis in tabula Sinuum, vt Num. 19. in eodem Lemmate 49. probauimus*) ad aliud. Quartus enim numerus erit sinus differentiæ ascensionalis quæsitæ.

Ascensionẽ obliquã dati puncti Eclipticæ, aut stellæ per sinus inquirere.

Differentiæ ascensionalis inuẽtio.

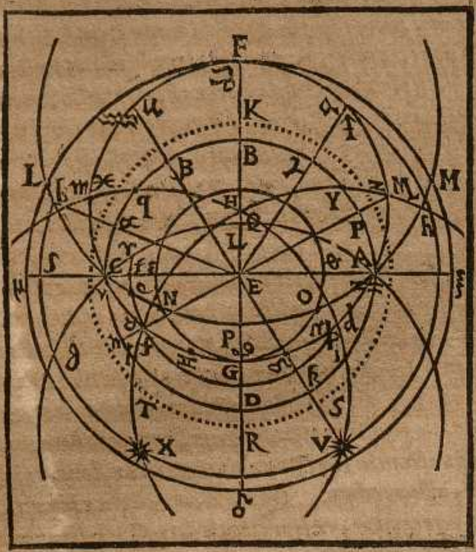
Alia inuẽtio differentiæ ascẽsionalis.

Alia adhuc inuẽtio differentiæ ascensionalis.

NON *aliter supputabitur differensia ascensionalis cuiuslibet stellæ, vt patet in stella V: cum rursus per 1. modum problematis 10. triang. sphær. in triangulo sphærico k i V, cuius angulus k, rectus, sit vt sinus totus ad tangentem complementi anguli k V, id est, ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis k V, ad sinum differentiæ ascensionalis i k &c. Atque eadem ratio est in omnibus punctis Eclipticæ, & stellis, siue australem habeant declinationem siue borealem.*

Inuentio differentiæ descensionalis.

EADEM *prorsus ratio est in descensionali differentia cuiusuis puncti Eclipticæ, aut stellæ supputanda. Vt in eadem figura, descensio recta principij ♉, est arcus Æquatoris C n, obliqua vero C l, & differentia descensionalis l n: Et denique per 1. modum problematis 10. trian. sphær. est, vt sinus totus ad tangentem complementi anguli f l n, hoc est, ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis f n, ad sinum differentiæ descensionalis l n, &c. Verum opus non est, vt differentia descensionalis supputetur, cum ea differentiæ ascensionali sit æqualis: propterea quod tanto minor est ascensio obliqua, quam recta, quanto maior est descensio obliqua quam recta eiusdem puncti, aut contra, vt in Lemmate 49. Num. 12. ostensum est.*



Ascensio obliqua quo pacto ex differentia ascensionali eliciatur.

INVENTA *differentia ascensionali, descensionaliue, eliciemus ascensionem, aut descensionem obliquam hoc modo. Si punctum Eclipticæ, vel stella declinet in boream, detrahatur differentia ascensionalis inuenta ex ascensione recta eiusdem puncti, aut stellæ; addatur vero ad rectam ascensionem, si punctum, vel stella declinationem habeat australem. Reliquus namque numerus, aut conflatus dabit ascensionem obliquam quæsitam, vt in Lemmate 49. Num. 15. traditum est, perspicueque ex proposita figura colligitur: quia punctū, v. g. boreale d, nimirum principium ♍, habet ascensionem obliquam C D i, minorem recta, quæ terminatur vltra i, in puncto videlicet, in quod Horizon rectus ex E, per d, eiectus incideret; eademq; ratio est de aliis punctis ac stellis borealibus ab Æquatore. Ex quo efficitur, differentiam ascensionalem ex recta ascensione subtrahendam esse, vt obliqua ascensio fiat reliqua: At vero punctum australe Z, nimirum principium ♑, ascensionem obliquā habet CDY, maiorem recta C D p; eodemque pacto stella V, australis ab Æquatore ascensionem habet obliquam C D i, maiorem recta C D k, atque ita de cæteris punctis, stellisque australibus ab Æquatore. Ex quo fit, vt rectæ ascensioni adiicienda sit differentia ascensionalis, vt obliqua ascensio conficiatur.*

Descensio obliqua, quo modo ex differētia descensionali eruatur.

CONTRARIVM *omnino faciendum est in descensione obliqua inquirenda. Nam in punctis Eclipticæ, ac stellis borealibus ab Æquatore, addenda est differentia descensionalis rectæ descensioni, in punctis vero, stellisque australibus ab Æquatore, eadem differentia auferenda est ex descensione recta, vt confletur, vel relinquatur descensio obliqua: quia puncta borealia habent maiores descensiones obliquas, quam rectas, australia vero minores. Vt in eadem figura, descensio obliqua principij ♉, hoc est, puncti borealis, est arcus C l, maior quam descensio recta C n: At descensionem obliquam principij ♓, quod est australe, metitur arcus CDAq, minor quam arcus rectæ descensionis CDAa: & sic de cæteris.*

Ex data ascensione, aut descensione obliqua, arcū Eclipticæ respondentem per numeros explorare.

IAM *vero data ascensione, vel descensione obliqua alicuius puncti Eclipticæ, vel stellæ, inueniemus punctum Eclipticæ respondens, quod videlicet vna cum stella oritur, aut occidit, vel cui data ascensio, descensioue conuenit, hoc modo. Quando ascensio, vel descensio obliqua semicirculo maior est, detrahatur ex ea semicirculus, vt habeatur semper triangulum sphæricum obliquangulum, cuius duo latera (vnum in Æquatore, alterum in Ecliptica) à principio ♈, vel ♎, inchoata in Horizonte terminantur, & tertium in ipso Horizonte arcus est latitudinis ortiuæ, vel occiduæ puncti Eclipticæ, quod quæritur. Et quia in hoc triangulo vnum latus datum est, arcus videlicet Æquatoris ascensionem, vel descensionem ab ♈, vel ♎, inchoatam metiens, cum duobus angulis ei adiacentibus, cum vnus sit maximæ declinationis, quem Æquator cum Ecliptica constituit, alter vero, quem Æquator cum Horizonte facit: obtusus quidem, qui relinquitur, detracto complemento altitudinis poli ex semicirculo, quando ascensio obliqua data ab ♈, & descensio à ♎, incipit; acutus vero, qui complemento altitudinis poli æqualis est, quando ascensio à ♎, & descensio incipit ab ♈, vt in sphæra materiali perspicuum est: reperietur per problema 23. triang. sphær. vltimi Lemmatis, arcus Eclipticæ quæsitus, ab ♈, vel ♎, inchoatus, & in Horizonte terminatus. Quod vt planius fiat, sit eiusmodi triangulum ABCD, in quo arcus Æquatoris ascensionem, aut descensionem obliquam metiens sit A B; arcus Eclipticæ quæsitus B C, ita vt angulus maximæ declinationis sit A B C; Horizontis arcus latitudinem ortiuam metiens AC, & BAC, angulus, quem Æquator cum Horizonte efficit. Ex hoc angulo demittatur ad Eclipticam B C, arcus perpendicularis A D, qui vtrum intra, vel extra triangulum ABC, cadat, mox ipsa operatio docebit. Quoniam igitur in triangulo sphærico A B D, angulus D, rectus est, & A B, arcus datæ ascensionis, descensionisue (qui angulo recto opponitur) datus, vna cum B, angulo maximæ declinationis; si per 1. modum problematis 8. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum arcus A B, ascensionis, vel descensionis obliquæ, ita sinus anguli B, maximæ declinationis ad aliud, gignetur sinus arcus A D.

RVRSVS *quia in eodem triangulo A B D, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum ascensionem, vel descensionem obliquam datam metiatur, datusque insuper est angulus B, maximæ declinationis, si per 1. modum problematis 3. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum complementi arcus ascensionis obliquæ, descensionisue datæ AB, ita tangens anguli B, maximæ declinationis ad aliud, producetur tangens complementi anguli BAD. *qui si deprehensus fuerit minor angulo BAC, quem Æquator, & Horizon continent, cadet arcus perpendicularis A D, intra triangulum, extra vero, si maior. Dempto ergo angulo inuento BAD, ex ang. BAC, dato, vel hoc ex illo, cognitus quoque erit ang. CAD.*

DEINDE *quia in eodem triangulo ABD, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, qui nimirum obliquam ascensionem,*

nem, aut descensionem datam numerat, vna cum angulo B, maximæ declinationis, si per 1. modum problematis 9. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli B, maximæ declinationis, ita tangens arcus A B, ascensionis, descensionisue obliquæ datæ ad aliud, inuenietur tangens lateris B D; atq; idcirco arcus BD, cognitus erit.

Quodnam punctũ Ecliptica cũ data stella oriatur, aut occidat.

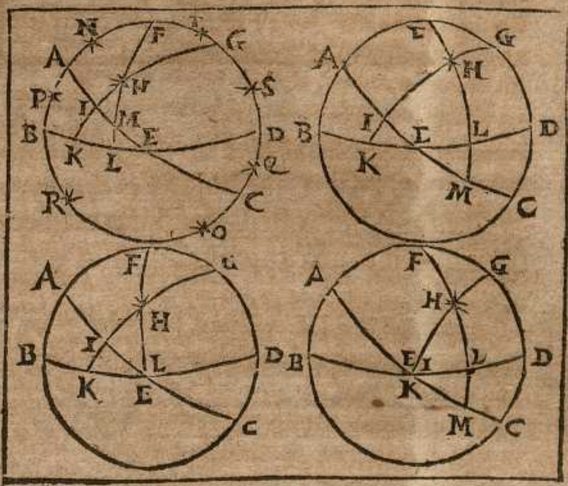
POSTREMO quia in triangulo CAD, angulus D, rectus est, si per 1. modum problematis 11. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus AD, in primo discursu inuentum, ita tangens anguli CAD, in secundo discursu cogniti ad aliud, procreabitur tangens arcus CD; ideoq; notus erit arcus CD. *Cadente igitur arcu perpendiculari AD, intra triangulum A B C, summa laterum BD, CD, cognitorum totum latus BC, quod in Ecliptica datæ ascensioni, descensioniue obliquæ debetur, notum efficiet: cadente vero extra latus C D, ex latere B D, sublatum, cognitum faciet reliquum latus BC, quæsitum. Punctum autẽ extremum C, in Ecliptica est illud, quod vna cum stella, cuius ascẽsio obliqua, aut descensio data est, oritur, vel occidit. Longe facilius in scholio Canonis 22. eundem arcum Eclipticæ datæ ascensioni, vel descensioni obliquæ respondentem inueniemus, sine numeris, cum, vt vides, per quatuor operationes numerorum inuentus sit hoc loco.*

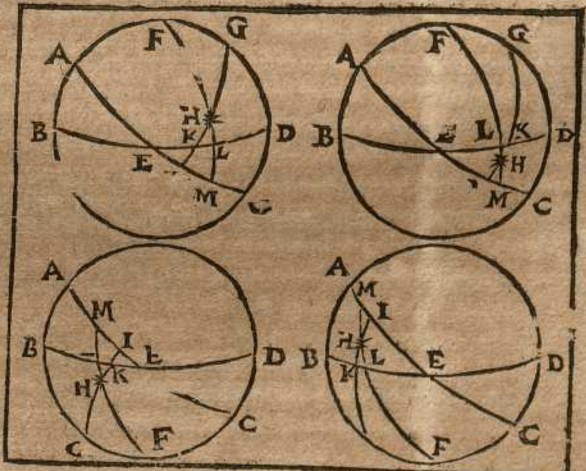
Declinatio stellæ quo pacto per eius altitudinẽ meridianam inueniatur.

Cũ quo pũcto Ecliptica stella data cœlũ mediet, etiãsi eius locus ignoretur in Zodiaco cognoscere.

VERVM cum iam docuerimus, quanam ratione inuenienda sit declinatio cuiusuis stellæ, ascensio recta, ac mediatio cœli, doceamus etiam, quo artificio ex declinatione stellæ, & mediatione cœli, eius latitudo, verusq; locus in Zodiaco reperiatur: Item qua arte ex declinatione stellæ, ac latitudine idem locus verus inuestigetur. Declinatio namq; stellæ, ex accepta per instrumentum eius altitudine meridiana facili negotio cognoscitur. Nam existente eius altitudine meridiana australi, si minor deprehensa fuerit complemento altitudinis poli, detrahatur ea ex complemento altitudinis poli; si vero maior, tollatur è contrario ex ea complementum altitudinis poli. Reliqua enim semper fiet stellæ declinatio, priori quidem modo australis, posteriori vero borealis. Existente autem altitudine meridiana stellæ boreali, si minor fuerit altitudine poli, dematur ea ex altitudine poli; si vero maior, detrahatur è contrario ex ea altitudo poli. Reliquus enim numerus complementum declinationis stellæ indicabit, quæ borealis erit. Mediatio quoq; cœli, hoc est, punctum Eclipticæ, quod vna cum stella ad Meridianum peruenit, cognita fiet, si existẽte stella in Meridiano, quæratur hora tunc instans per altitudinem alterius cuiuspiam stellæ, cuius locus in Zodiaco non ignoretur, vt Can. 8. eiusq; scholio docebimus. Nã per hanc horam inuentã veniemus in cognitionẽ puncti Eclipticæ in Meridiano tunc temporis existentis, vt Cã. 11. eiusq; schol. demonstrabitur. Latitudo deniq; stellæ manifesta est ex tabulis stellarũ fixarũ, cum hæc non mutetur.

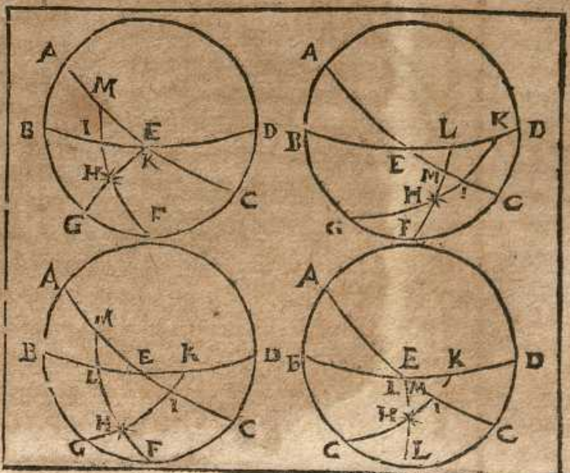
Inuẽtio latitudinis stellæ, & loci veri, ex eius declinatione, & mediatione cœli.





ITAQVE si in 12. circulis in fine scholij Can. 3. positis notũ sit M, punctum mediationis cœli stellæ H, vna cũ declinatione H L, ita latitudinem stellæ, verumq; locum venabimur. Inuẽto arcu LM, declinationis pũcti M, vt in schol. Cã. 3. docuimus. Fiat per 1. modũ probl. 3. trian. sphær. in triang. ELM, vt sinus totus ad sinũ cõplementi arcus Eclipticæ EM, à proximo æquinoctio ad punctum mediationis cœli numerati, ita tangẽs anguli LEM, maximæ declinationis ad aliud, inuenieturq; tangens complemẽti anguli EML; *cui ad verticem æqualis est angulus HMI, in 1. circulo, oppositus arcui HI, latitudinis stellæ. In 3. & 12. circulo eiusmodi angulus latitudini stellæ H I, oppositus, est complementum maximæ declinationis A E B, vel CED, quod contingit, quando stella cœlum mediat cum principio ♈, vel ♎. Conferantur deinde inter se declinatio stellæ, & declinatio pũcti M, mediationis cœli. Et si fuerint eiusdẽ denominationis, vt in 1. 6. 8. & 10. circulo, minor ex maiore detrahatur; si autem diuersæ denominationis, vt in 2. 4. 5. 7. 9. & 11. circulo, in vnam summã colligantur, vt reliquus fiat, vel confletur arcus HM, inter stellã, atq; Eclipticã. Quando punctũ mediationis cœli est initiũ ♈, vel ♎, vt in 3. & 12. circulo, eiusmodi arcus est declinationi stellæ HL, æqualis. Post hæc in triangulo HIM, cuius angulus I, rectus, si per 1. modum probl. 8. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinũ arcus HM, proxime inuenti, ita sinus anguli HMI, in superiore operatione inuẽti ad aliud, reperietur sinus arcus HI, latitudinis stellæ. *Quãdo punctũ mediationis cœli est principiũ ♈, vel ♎, vt in 3. & 12. circulo est, per 1. modum dicti probl. 8. vt sinus totus ad sinũ declinationis stellæ HL, ita sinus anguli HLI, qui cõplemẽto maximæ declinationis æqualis est, ad sinum latitudinis stellæ HI. Inuenta latitudine stellæ HI, inueniemus in cognitionem veri loci eo modo, quem iamiam subiungemus, qui quidem assumit declinationem, latitudinemq; stellæ notum.*

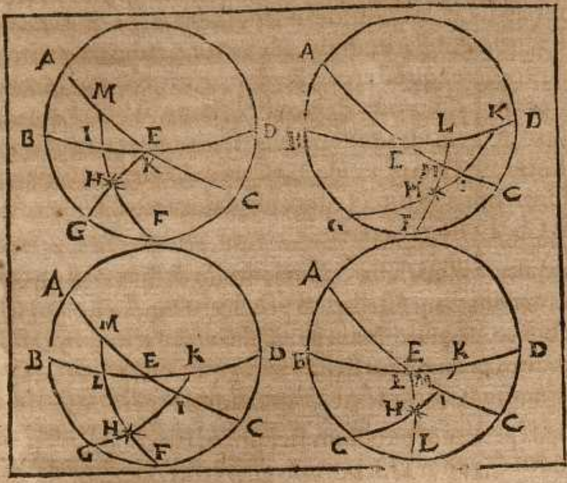
Inuẽtio veri locĩ stellæ ex eius declinatione, & latitudine.



SIT igitur nota tam declinatio stellæ H L, quam latitudo H I; ac proinde & earum complementa F H, G H. Cum ergo & arcus F G, maximæ declinationis notus sit, erunt in triangulo sphærico F G H, omnia tria latera nota. Igitur per problema 21. triang. sphær. angulus FGH, cognitus fiet, ideoq; & eius arcus AI, distantiã stellæ à principio ♋, metiens, quando eius latitudo borealis est, vt in priorib. sex circulis; vel arcus C I, distantiã stellæ à principio ♑, metiens, quando eius latitudo est australis, vt in posteriorib. sex circulis. Vtrum autem distantia hæc à ♋, vel ♑, numeranda sit secundum, an contra successionem signorum, docebit punctum M, mediationis cœli. Ex eo enim discemus, num stella sit in semicirculo Eclipticæ descendente, an vero in ascendente, cum illud punctum, ac stella in eodem semicirculo Eclipticæ existant. Vel certe idem cognoscetur ex situ

stellæ

ſtellæ. Si namque propinquior fuerit principio ♈, quam initio ♎, erit in ſemicirculo aſcendente, in deſcendente vero, ſi vicinior extiterit principio ♎, quam primo puncto ♈. Stella igitur exiſtente in ſemicirculo deſcendente, numeratio à ♋, facienda eſt ſecundum ſignorum ſucceſſionẽ; contra vero à ♑: Stella autem exiſtente in ſemicirculo aſcendente, fieri debet numeratio à ♋, contra ſignorum ſucceſſionem; à ♑, vero ſecundum ſeriem ſignorũ. Ita autem ex prædicto problemate 21. angulus FGH, reperietur.



Fiat vt ſinus totus ad ſinum maioris lateris FG, maximæ declinationis, vel GH, complementi latitudinis, ita ſinus minoris lateris ad aliud, inuenieturque quartus quidam numerus. Deinde rurſum fiat, vt quartus numerus inuentus ad ſinum totum, ita differentia inter ſinum verſum lateris FH, complementi declinationis ſtellæ, & ſinum verſum arcus, quo duo latera FG, GH, inter ſe differunt, ad aliud. Inuenitur enim ſinus verſus anguli FGH. *Angulus igitur FGH, ideoque & eius arcus AI, vel CI, notus erit, qui quidem diſtantiam ſtellæ à principio ♋, vel ♑, metitur.*

QVOD ſi complementum latitudinis æquale fuerit maximæ declinationi, hoc eſt, latera FG, GH, æqualia fuerint, inuenietur facilius idem angulus FGH. Nam ſi per 2. modum problematis 1. triangulorum ſphær. Fiat vt ſinus totus ad ſinum ſemiſſis lateris FH, ita ſecans complementi maximæ declinationis FG, ad aliud, procreabitur ſinus ſemiſſis anguli FGH, &c.

CANON VI.

LATITVDINEM ortiuam, occiduamue Solis, aut puncti cuiuſuis Eclipticæ, ſiue ſtellæ, quolibet anni die explorare. Et contra datæ latitudini ortiuæ, occiduæue punctum Eclipticæ congruens inuenire.

Latitudo ortiua, vel occidua, quid.

Latitudinẽ ortiuã, occiduamue beneficio Aſtrolabij inueſtigare

1. APPELLATVR latitudo ortiua, occiduaue Solis, vel gradus Eclipticæ, aut ſtellæ, arcus Horizontis inter Æquatorem, & Solem, gradumue Eclipticæ, aut ſtellam, cum oritur, vel occidit, interiectus. Hanc alij Zenith ortus, vel occaſus Solis, graduſue Eclipticæ, aut ſtellæ vocant: alij vero amplitudinem ortiuam, vel occiduam, quam ſic explorabis. Pone gradum Eclipticæ, in quo Sol exiſtit, vel cacumen ſtellæ propoſitæ, in Horizonte, ſiue ex parte orientis, ſiue ex parte occidentis. Nam Verticales circuli interiecti inter gradum Eclipticæ vel ſtellam, & interſectionem Horizontis cum Æquatore, vel Verticali primario, indicabunt latitudinem ortiuam, occiduamue, hoc eſt, quot gradus in arcu Horizontis, qui inter gradum Eclipticæ, vel ſtellam, & interſectionem prædictam poſitus eſt, contineantur. Et ſi quidem gradus Eclipticæ, vel ſtellæ, in Horizonte extiterit inter Æquatorem, Verticalemue primarium, & lineam meridianam Aſtrolabij, latitudo erit borealis, auſtralis vero, ſi inter Æquatorem, & Limbum extiterit.

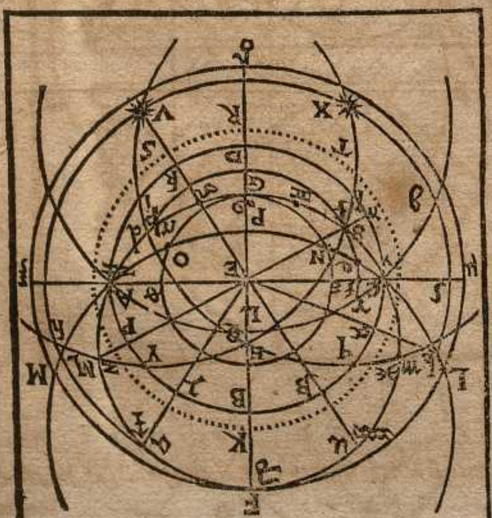
a 13.2 Theo.

Latitudinẽ ortiuã occiduæ æqualẽ eſſe.

2. EST autem latitudo ortiua cuiuſuis puncti latitudini occiduæ eiuſdem æqualis. Cum enim Horizon tangat parallelum ſemper apparentium maximum, a erunt duo eius arcus inter Æquatorem, & quemlibet parallelum, quem ſecat, (quorum vnus latitudinem ortiuam, & occiduam alter determinat) inter ſe æquales. Ex quo fit, ſatis eſſe, ſi vel ortiua latitudo reperiatur, cum hæc occiduæ æqualis ſit; vel occidua, cum hæc ortiuæ ſit æqualis, vt oſtendimus. Imo quia quaterna puncta Eclipticæ æquales habent latitudines ortiuas, vt in Lemmate 49. Num. 5 oſtendimus, ſatis eſt, ſi latitudines ortiuæ graduum vnius quadrantis Eclipticæ inueniantur.

QVANDO autem gradus Eclipticæ, vel cacumen ſtellæ non præciſe in aliquem Verticalium inciderit, vt plerumque contingit, non poterit latitudinis ortiuæ quantitas cognoſci, niſi per æſtimationem, plus minus, diuidendo nimirum cogitatione ſpatium inter duos proximos Verticales, inter quos gradus Eclipticæ, vel ſtella exiſtit, in tot gradus, quot inter quoſuis duos Verticales intercipiuntur in Aſtrolabio.

Ex latitudine ortiua, occiduaue cognita punctũ Eclipticæ reſpondẽs reperire Latitudinẽ ortiuã ſine inſtrumẽto inquirere.



3. CONTRA ex cognita latitudine ortiua, occiduaue Solis cognoſcetur gradus Eclipticæ, cui ea conuenit, hoc modo. Circumducatur rete, donec gradus aliquis Eclipticæ in finem cognitæ latitudinis præciſe incidat. Is etenim gradus eſt, qui quæritur, vel certe alter, qui æquali ſpatio cum eo ab eodem puncto tropico diſtat, cum duo puncta æqualiter ab eodem tropico puncto diſtantia eandem habeant latitudinem ortiuam, vt in Lemmate 49. Numero 3. oſtenſum eſt. Cognita porro latitudo ortiua ſumenda eſt in Horizonte ab Æquatore verſus limbum, ſi auſtralis eſt, verſus tropicum vero ♋, ſi borealis.

4. SINE inſtrumento eandem latitudinem ortiuam certius cognoſcemus hoc modo. Repetatur prima figura antecedentis Canonis, in qua Æquator ABCD, circa centrum E; tropicus ♑, FLM; tropicus ♋ GNO; Ecliptica AFCG, cuius centrum H, & polus I: Horizon obliquus ad datam regionem deſcriptus LCPAM, cuius centrum

trum K, & polus Q. Si igitur per datum punctum Eclipticæ, vel per datam ſtellam, hoc eſt, per eius locum in Aſtrolabio inuentum, vt lib. 2. propoſ. 11. Numer. 2. & 3. traditum eſt, parallelus Æquatoris ex centro E, deſcribatur, abſcindet is ex Horizonte arcum latitudinis ortiuæ vſque ad C, & occiduæ vſque ad A, cum in eo puncto Horizontis, quod abſciſſum eſt, gradus ille Eclipticæ, vel ſtella oriatur, aut occidat. Et ſi ex Horizontis polo Q, per punctum, vbi dictus parallelus Horizontem ſecat, recta ducatur, indicabit arcus Æquatoris inter hanc rectam, & punctum C, vel A, interceptus quantitatem latitudinis, ita vt tot gradus latitudo contineat, quot in eo arcu Æquatoris comprehenduntur: propterea quod arcus ille Æquatoris, & arcus Horizontis abſciſſus, continent gradus numero æquales, vt lib. 2. propoſ. 5. Num. 19. demonſtrauimus. V. G. Latitudo ortiua principij ♋, eſt arcus Horizontis C N, occidua vero A O, & vtraque borealis: Latitudo autem ortiua initij ♑, eſt arcus CL, & occidua AM, & vtraque auſtralis: Latitudo vero principij ♐, eſt arcus Cb, quæ etiam ſtellæ V, vel X, congruit, eſtque auſtralis. Et ſi ex Q, polo Horizontis ad b, recta ducatur, dabit arcus Æquatoris inter hanc rectam, & punctum C, quantitatem latitudinis Cb. Et ſic de cæteris.

QVOD ſi nimis moleſtum videatur locum inquirere illius ſtellæ, cuius latitudo deſideratur, accipe declinationem eius ex tabula alicuius Aſtronomi, in qua declinationes ſtellarum pro hoc tempore ſupputatæ ſint, qualem etiam Ioan. Ant. Maginus in ſuis Ephemeridibus compoſuit. Nam parallelus eius declinationis ex centro E, deſcriptus abſcindet ex Horizonte arcum latitudinis ortiuæ illius ſtellæ: ſed exquiſitius priori modo latitudo inuenietur, propterea quod vix tabulæ declinationum ſtellarum ſine errore aliquo reperiuntur.

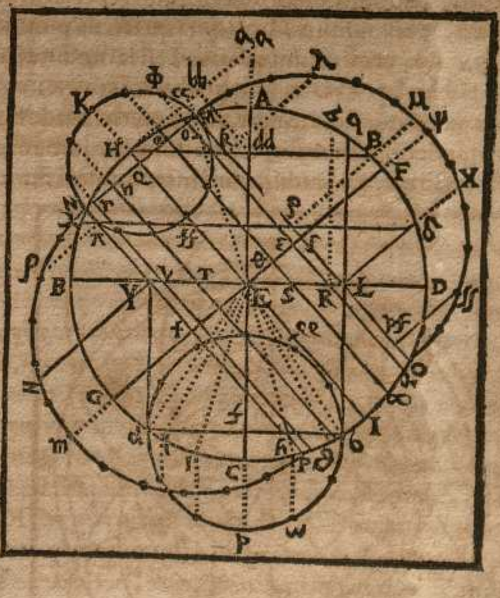
5. DATA autem latitudine ortiua, occiduaue, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. Numeretur latitudo propoſita in Æquatore à puncto C, verſus D, ſi borealis eſt, verſus B, autem, ſi auſtralis: Per terminum numerationis ex Q. polo Horizontis recta emittatur, quæ ex Horizonte eandem latitudinem abſcindet, vt ex ijs conſtat, quæ lib. 2. propoſ. 5. Num. 18. ſcripſimus. Poſtremo ex centro E, per finem latitudinis in Horizonte inuentum, parallelus Æquatoris deſcribatur. Hic enim Eclipticam duobus in punctis ſecabit, quibus propoſita latitudo congruit. Quos autem gradus duo illa puncta referant, diſces ex Num. 19. propoſ. 5. lib. 2. ſi videlicet ex I, polo Eclipticæ per puncta illa rectas eieceris. Hæ namque ex Æquatore ſimiles arcus abſcindent, quod ad numerum graduum attinet. V. g. ſi ex boreali latitudine ortiua data, ſit in Horizonte inuentus arcus C e, borealis, tranſibit parallelus Æquatoris ex E, per e, deſcriptus per f, principium ♉, & per d, principium ♍. Sic ſi ex data auſtrali latitudine repertus ſit in Horizonte arcus auſtralis C b, tranſibit parallelus ex E, per b, deſcriptus per a, principium ♐, & per u, principium ♒. Prior ergo latitudo principijs ♉, & ♍, poſterior vero primis punctis ♐, & ♒, conuenit. *Ex cognitâ latitudine ortiua, occiduaue punctũ Eclipticæ congruens, ſine inſtrumẽto exquirere.*

QVANTVS autem ſit arcus Horizontit inter C, vel A, & Verticalem, qui per centrum Solis ducitur qualibet hora diei, non ſolum autem in ortu, vel occaſu interiectus, vt hîc traditum eſt, Canone 16. docebimus.

SCHOLIVM.

1. *VT autem doceamus, qua ratione ex Analemmate latitudinem ortiuam cuiuſuis puncti Eclipticæ, ſeu ſtellæ deprehendere poſſimus, deſcribatur Analemma ipſum cum parallelorum per initia ſignorum tranſeuntium diametris, vt in Lemmate 19. lib. 1. traditum eſt, in quo Meridianus ABCD, circa centrum E; axis mundi F G; Æquatoris diameter H I; Horizontis BD; Verticalis A C; tropici ♋, M O; tropici ♑, N P; & aliorum parallelorum per ſignorum initia tranſeuntium diametri deſcriptæ ſint beneficio circuli M κ N, in 12. partes æquales diuiſi, vt in dicto Lemmate 19. ſcripſimus, ſecantes diametrum Horizontis in L, R, S, T, V, Y. Dico rectam inter E, & quemcunque parallelum eſſe ſinum latitudinis ortiuæ, occiduæque illius puncti, per quod parallelus illius diametri tranſit, nimirum EL, ſinum latitudinis ortiuæ ♋, ER, ♊, & ♌; ES, ♉, & ♍; ET, ♏, & ♓; EV, ♐, & ♒; ac denique EY, ♑; adeo vt rectæ ex hiſce punctis ductæ ad B D, perpendiculares intercipiant cum A C, in Meridiano arcus latitudinum ortiuarum. v. g. arcum Aq, vel Cb, (ductis bq, Yd, per L, Y, ad B D, perpendicularibus) latitudinem eſſe ortiuam, occiduamue ♋, & Cd, ♑. Quoniam enim Horizon, & parallelus ♑, per rectas B D, MO, ducti ad Meridianum recti ſunt,[a] quod Meridianus per eorum polos ductus ad ipſos rectus ſit,[b] erit eorum communis ſectio per L, tranſiens ad eundem recta, & propterea ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad BD, in plano Meridiani exiſtentem perpendicularis. Si igitur circulus ABCD, concipiatur in plano Horizontis, erit qb. communis ſectio Horizontis, & paralleli ♋, ſi recta B D. ſitum meridianæ lineæ obtineat. Eodemque modo AC, communis ſectio erit Horizontis & Æquatoris, Verticaliſue primarij: & Y d, communis ſectio Horizontis, & paralleli ♑. Igitur Aq, vel Cb, latitudo erit ortus, vel occaſus ♋, & Cd, ♑. Eademq; ratio eſt de parallelis intermediis. Nam eodem argumento oſtendemus, perpendiculares ad BD, per R, S, T, V, ductas, eſſe cõmunes ſectiones Horizontis, & parallelorũ intermediorũ. Hac ratione latitudinẽ ortus cuiuslibet puncti Eclipticæ reperies, ſi beneficio circuli MκN, eius puncti declinationẽ inueni-*

Latitudinẽ ortiuã cuiuslibet pũcti Eclipticæ vel ſtellæ ex Analemmate deprehendere.



a 15. 1. Theo.
b 19. vnde.

inuenias, hoc est, diametrum paralleli per illud punctum transeuntis ducas, vt in dicto Lemmate 19. docuimus. Nam eiusmodi diameter abscindet ex BD, sinum latitudinis quæsitæ, ita vt perpendicularis ad B D, excitata in extremo eius sinus, auferat arcum latitudinis, quam quæris, ab A, vel C, inchoatum.

NON *aliter latitudinem ortus, vel occasus stellæ cuiusuis adipisceris, si per eius declinationem vel ex Can. 3. inuentam, vel ex tabula alicuius Astronomi desumptam, diametrum paralleli, quem stella describit, in Analemmate duxeris. Vt si stella quæpiam habeat declinationem borealem HM, ita vt diameter eius paralleli sit M O, erit eiusdem latitudo ortiua, occiduaue Aq, vel Cb, &c.*

Data latitudine ortiua, congruens punctum Eclipticæ inueniri.

2. EX *data autem latitudine ortiua, occiduaue sic punctum Eclipticæ respondens assequemur. Numeretur data latitudo ab A, vel C, versus D, si borealis est, aut si australis, versus B, vsque ad σ, & demissa ex σ, ad BD, perpendiculari σR, agatur per R, Æquatoris diametro H I, parallela Rφ secans circulum MKN, in φ. Nam quot gradus in arcu Kφ, continentur, tot gradibus punctum Eclipticæ, cui latitudo borealis Ab, conuenit, à principio ♈, vel ♎, versus ♋, recedit, vt ex ijs constat quæ ad finem Lemmatis 19. lib. 1. & in scholio Can. 3. Num. 3. explicatum est.*

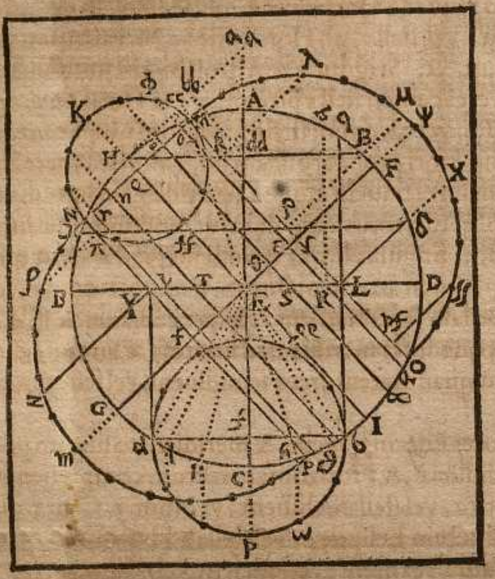
Alia inuentio latitudinum ortiuarum ex Analemmate.

3. QVEMADMODVM *autem beneficio circuli* MKN, *circa maximas Solis declinationes descripti inueniuntur declinationes omnium punctorum Eclipticæ, vt ad finem Lemmatis 19. lib. 1. & in scholio Can. 3. Num. 1. tradidimus, ita beneficio alterius circuli circa latitudines ortiuas ♋, & ♑, descripti, omnium punctorum Eclipticæ latitudines venabimur; hoc scilicet modo. Inuentis latitudinibus ♋, & ♑, Cb, Cd, vt dictum est, nectatur recta bd, secans EC, in f, secabiturque bd, in f, bifariam, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid.* [a] *ac proinde & ad angulos rectos. Descripto ergo ex f, per b, d, circulo bpd, eoque diuiso in 12. partes æquales, si bina puncta à punctis, b, & d, æqualiter remota rectis occultis iungantur, secabitur arcus bCd, in latitudines ortiuas, quæ signorum initiis congruunt; ita vt Cb, sit latitudo ♋; Cg, ♊, & ♌, Ch, ♉, & ♍; Ci, ♈, & ♓; C l, ♐, & ♒; Cd, denique ♑, quod sic demonstrabitur. In triangulo ELf, latera EL, Ef,* [b] *proportionaliter secta sunt in S, R, θ, ε;* [c] *Sunt autem segmenta E θ, θ ε, εf, segmentis Qe, ea, aM, æqualia. Igitur & segmenta ES, SR, RL segmentis Qe, ea, aM, proportionalia sunt. Eademque ratione segmenta ET, TV, VT, segmentis Qn, nr, rN, proportionalia erunt; ac propterea tota recta L Y, secta est, vt tota M N. Sed per Lemma 7. lib. 1. recta quoque bd, secta est, vt recta M N. Igitur & rectæ LY, bd, proportionaliter sectæ sunt.* [d] *Cum ergo æquales sint,* [e] *erunt & segmenta vnius segmentis alterius respondentibus æqualia; atque idcirco parallelæ per bina puncta circuli bpd, ductæ in puncta R, S, T, V, cadent, cum hæ parallelæ æqualia segmenta auferant ex rectis bd, LY; ideoque ex arcubus Cb, Cd, latitudines ortiuas auferent, quemadmodum parallelæ per puncta R, S, T, V, easdem abscindunt, vt Num. 1. demonstratum est. Rectæ porro ex centro E, ad puncta b, g, h, i, l, d, ductæ dici poterunt radij latitudinum ortiuarũ, & occiduarũ, quemadmodum & rectæ ex E, ad extrema puncta parallelorum M O, a u, &c. ductæ radij signorum appellantur, vt in Gnomonica diximus.*

a 3. tertij.

b 2. sexti.
c 34 primi.

d 34. primi
e 9. quinti.



ITAQVE *si cuiuslibet puncti Eclipticæ dati distantia à proximo puncto æquinoctiali numeretur in circulo b p d, à p, in vtramlibet partem, & per terminum numerationis ipsi CE, parallela ducatur, secabitur arcus Cb, vel Cd, in latitudine ortiua illius puncti Eclipticæ. Vt si distantia ab alterutro puncto æquinoctiali sit grad. 30. & ex p, numerentur grad. 30. vsque ad ω; parallela ω h, resecabit latitudinem ortiuam Ch, puncti, quod grad. 30. à principio ♈, vel ♎, abest, cuiusmodi est principium ♉, vel ♓, vel ♍, vel ♏.*

SIC *e contrario, si data latitudo ortus, vel occasus numeretur à puncto C, versus b, vel d, vsque ad h, & parallela ducatur h ω, dabit arcus p ω, distantiam puncti Eclipticæ ab ♈, vel ♎, cui data latitudo conuenit.*

EX *hoc liquet etiam, quaterna puncta Eclipticæ, præter initia ♋, & ♑, eandem habere latitudinem ortiuam, bina quidem borealem, bina vero australem: quemadmodum & eandem declinationem habent. Id quod in Lemmate quoque 49. lib. 1. Num. 2. & 3. demonstrauimus. Nam duæ latitudines C h, C i, quæ æquales sunt, quatuor punctis Eclipticæ congruunt, duobus nimirum borealibus, & duobus australibus, &c.*

Latitudinẽ ortiuã per numeros inuestigare.

4. EX *sinuum calculo reperietur latitudo ortiua, seu occidua cuiuslibet puncti Eclipticæ, siue stellæ, hoc modo. Circulus maximus declinationis per polos mundi, & datum punctum Eclipticæ, vel per centrum stellæ in Horizonte orientali ductus, cum Æquatore, atque Horizonte triangulum sphæricum constituit, cuius angulus, quem circulus declinationis cum Æquatore facit, rectus est, & arcus declinationis puncti Eclipticæ, vel stellæ notus, vna cum angulo complementi altitudinis poli, quem Æquator cum Horizonte constituit. Vt in figura Num. 4 huius Canonis, ducta recta EZ, ex centro per principium ♏, referente circulum declinationis eiusdem principij, fit triangulum sphæricum p Y Z, cuius angulus p, rectus, & arcus declinationis pZ, notus, vna cum angulo pYZ, complementi altitudinis poli. Semper enim angulus ab Horizonte, & Æquatore comprehensus acutus est, per propos. 28. nostrorum triang. sphær. cum in eo triangulo omnes arcus quadrante sint minores. Si igitur per 1. modum problematis 14. triang. sphær. vltimi Lemmatis.* Fiat vt sinus totus ad secantem complementi anguli pYZ, hoc est, ad secantem altitudinis poli, ita sinus arcus declinationis p Z, ad aliud, producetur sinus arcus latitudinis ortiuæ Y Z. *Vel si solis sinibus velis vti,* Fiat per 3. modum eiusdem problematis, vt sinus anguli pYZ, complementi altitudinis poli ad sinum totum, ita sinus arcus declinationis p Z, ad aliud. Procreabitur enim rursum sinus arcus latitudinis ortiuæ, occiduæue Y Z. *Vtraque hæc operatio perspicue etiam demonstrari potest in figura huius scholij. Nam in triangulo rectilineo rectangulo ELf, per 5. problema triang. rectil. vltimi Lemmatis est, vt sinus totus Ef, ad Ef, quatenus sinus est declinationis paralleli MO, ita EL, secans anguli LEf, altitudinis poli. (Posito enim sinu toto Ef, recta EL, secans est anguli LEf.) ad EL, quatenus sinus est latitudinis ortiuæ, aut occiduæ. Item ita est sinus anguli ELf, complementi altitudinis poli ad sinum totum, vt Ef, sinus declinationis ad E L, sinum latitudinis ortiuæ.*

EADEM

EADEM prorsus ratio est in latitudine ortiua, occiduaue cuiuscunque stellæ inquirenda. Ita namque vides in stella V, idem prorsus triangulum constitui ikV, cuius angulus k, rectus, & arcus declinationis kV, notus, vna cum angulo kiV, complementi altitudinis poli, & Vi, arcus latitudinis ortiuæ, qui quæritur, vt patet in figura huiusce Canonis, &c.

E CONTRARIO data latitudine ortiua, siue occidua alicuius puncti Eclipticæ, reperiemus punctum illud Eclipticæ, cui debetur, si in eodem triangulo pYZ, per ı. modum problematis 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus YZ, latitudinis ortiuæ datæ, ita sinus anguli pYZ, complementi altitudinis poli ad aliud. Productus enim quartus numerus sinus erit arcus declinationis quæsitæ pZ. *Igitur per ea, quæ in Canone 3. eiusque scholio scripsimus, punctum Eclipticæ reperietur, cui illa declinatio inuenta congruit. Sed quoniam quatuor puncta eandem habent declinationem, necesse est, vt sciamus, quoniam in quadrante Eclipticæ contineatur, vt punctum quæsitum eliciamus. Eadem hæc operatio demonstrabitur in triangulo rectilineo rectangulo ELſ, figuræ huius scholij. Nam per 2. problema triang. rectil. vltimi Lemmatis est, vt sinus totus ad sinum basis EL, quatenus sinus est latitudinis ortiuæ cognitæ, ita sinus anguli ELſ, complementi altitudinis poli ad Eſ, sinum declinationis quæsitæ in partibus sinus EL.*

Data latitudine ortiua, punctum Eclipticæ respõdens inuenire per numeros.

CANON VII.

ARCVM semidiurnum, & seminocturnum cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ inuestigare: Et vicissim punctum Eclipticæ dato arcui semidiurno, seminocturnoue congruens inquirere.

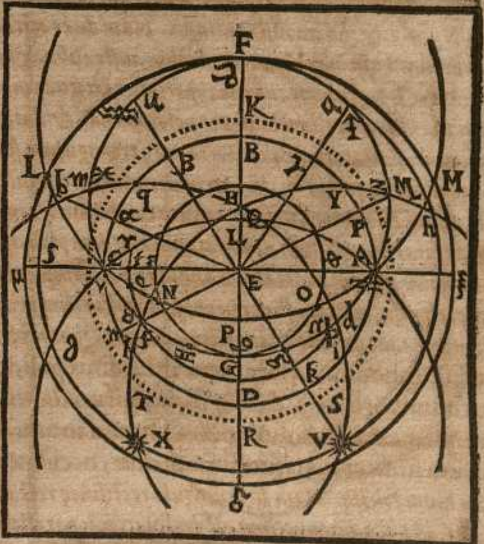
1. HOC nihil aliud est, quam moram Solis in quouis Eclipticæ gradu existentis, vel stellæ cuiuslibet, ab Horizonte orientali vsq; ad Meridianum, vel à Meridiano vsque ad Horizontem occidentalem exquirere, id est, quot gradus Æquatoris cum quolibet gradu Eclipticæ, vel stella, ab Horizonte ad Meridianum vsque ascendant, vel à Meridiano vsque ad Horizontem descendant, &c. Si igitur rete Astrolabij circumuoluatur, donec gradus Eclipticæ, quem Sol die proposito occupat, vel cacumen stellæ propositæ, in Horizonte orientali statuatur, & linea fiduciæ ostensoris, vel Indicis eidem gradui, vel cacumini stellæ superponatur; erit arcus limbi inter lineam fiduciæ, & lineam meridianam ex parte superiori prope armillam suspensoriam, semidiurnus illius gradus, vel stellæ: reliquus vero arcus limbi ab eadem linea fiduciæ vsque ad meridianam lineam ex parte inferiori, seminocturnus erit. Et si tam ille, quam hic duplicetur, totus arcus diurnus, nocturnusque prodibit. Facile autem eiusmodi arcum inuentum ad horas reduces, si singulas horas quindenis gradibus, & quaterna minuta horæ singulis gradibus tribuas. Vel certe omnes gradus in arcu semidiurno, seminocturnoue, vel diurno, nocturnoue comprehensi reducantur ad horas per tabellam, quam in cap. 2. sphæræ ad finem explicationis Æquatoris descripsimus. Immo horæ in limbo descriptæ, quæ inter meridianam lineam, & lineam fiduciæ supra dictum situm obtinentem comprehenduntur, dabunt quantitatem arcus semidiurni, vel seminocturni in horis, &c.

Arcũ semidiurnũ, vel seminocturnum cuiuslibet gradus Eclipticæ, seu stellæ per instrumentũ indagare.

NON est autem necesse, vt omnes gradus limbi inter lineam fiduciæ, & meridianam lineam positi numerentur, sed satis est, si pauci illi gradus, qui inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum comprehenduntur: qui quidem differentiam ascensionalem dati puncti Eclipticæ, vel stellæ exhibent, vt Num. 3. Can. 5. diximus. Hi enim ad quadrantem, hoc est, ad grad. 90. adiecti, si punctum Eclipticæ, vel stella ad boream vergat, vel ab eodem quadrante subtracti, puncto Eclipticæ, vel stella australi existente, conficient, vel relinquent arcum semidiurnum, quo ex semicirculo, id est, ex grad. 180. sublato, seminocturnus arcus reliquus erit, qui etiam habebitur, si puncto Eclipticæ, vel stella existente boreali, differentia ascensionalis inuenta, hoc est, arcus inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum interiectus, ex quadrante dematur, adijciatur vero ad quadrantem, quando punctum Eclipticæ, vel stella in austrum vergit.

2. DATO vero arcui semidiurno, vel seminocturno punctum Eclipticæ respondens sic perscrutabimur. Numeretur in limbo arcus semidiurnus à linea meridiana ex parte superiori, seminocturnus vero ab eadẽ linea meridiana ex parte inferiori, & ad terminum numerationis linea fiduciæ ostensoris applicetur. Deinde circumducatur rete, donec punctum aliquod Eclipticæ in punctum intersectionis lineæ fiduciæ cum Horizonte incidat. Ei etenim puncto, & alteri, quod illi ex altera parte puncti tropici respondet, datus arcus semidiurnus, seminocturnusue conuenit.

Ex dato arcu semidiurno vel seminocturno punctum Eclipticæ respõdens inuestigare in Astrolabio.

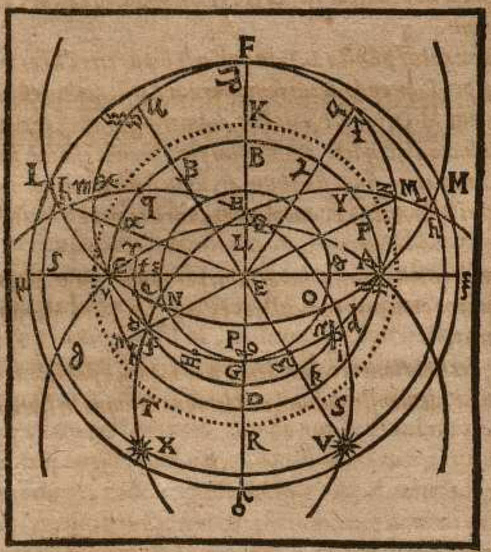


3. SINE instrumento ita agemus. Repetatur prior figura Can. 5. describaturq; ex centro E, per Eclipticæ punctum datum, vel stellam, parallelus Æquatoris. Nã eius arcus inter Horizontem obliquum LPM, & lineam meridianam EF, supra centrũ E, erit semidiurnus quæsitus; arcus vero eiusdem inter Horizontẽ obliquum, & meridianam lineam Eſ, infra cẽtrum E, seminocturnus erit. Vt LF, erit arcus semidiurnus ♑; & Lſ, seminocturnus. Item semidiurnus arcus Æquatoris, vel principij ♈, & ♎, erit CB, seminocturnus vero CD. Sic semidiurnus arcus ♋, erit arcus NH, (sumpto puncto H, pro intersectione tropici ♋, cum meridiana linea) seminocturnus autẽ NG. Rursus arcus seminocturnus principij ♐, vel ♒, est segmentũ paralleli a Vb, inter b, & meridianam lineam Eſ; semidiurnus autem eiusdem segmentum inter b, & lineam meridianam EF, si parallelus totus descriptus esset. Deniq; stellæ V, vel X, arcus seminocturnus est arcus eiusdem paralleli inter b, & rectam Eſ, semidiurnus autem, eiusdem arcus inter b, & rectam EF, si totus parallelus describatur.

Arcũ semidiurnũ vel seminocturnum dati puncti, aut stellæ, sine instrumẽto inuenire.

AVT sic. Per punctum, vbi parallelus per datum punctum Eclipticæ, vel stellam descriptus Horizontem secat, ex centro E, recta ducatur. Hæc enim semicirculum Æquatoris orientalem in duos arcus secabit, quorum superior semidiurnus, & inferior seminocturnus est. Vt quia parallelus per principium ♑, vel ♒, aut stellam V, vel X, descriptus secat obliquum Horizontem in b, si ducatur ex E, recta Eb, secans Æquatorem in α, erit α B, arcus semidiurnus principij ♑, vel ♒, aut stellæ V, vel X: & α D, seminocturnus.

ALITER. Descripto per datum Eclipticæ punctum, aut stellam, Horizonte obliquo, (cuius centrum semper est in parallelo K Z R, per centrum Horizontis K, descripto, & semidiameter P K.) ducatur ex E, centro ad idem punctum, vel stellam recta, quæ auferet ex Æquatore differentiam ascensionalem inter ipsam rectam, & Horizontem obliquum descriptum, vt in Canon. 5. Numero 6. dictum est. Hæc igitur, quando punctum datum, vel stella est borealis, addita ad quadrantem, conficiet arcum semidiurnum, eadem vero ex quadrante sublata, quando datum punctum, vel stella australis est, arcum semidiurnum relinquet. Verbi g. si per principium ♉, & per initium ♏, Horizon obliquus describatur secans Æquatorem in l, Y, ducanturque rectæ E f, E Z, ad initia ♉, & ♏, secantes Æquatorem in n, p, erunt differentiæ ascensionales l n, Y p. Et quia principium ♉, boreale est, addita differentia l n, ad quadrantem, efficiet arcum semidiurnum primi puncti ♉. Quia vero initium ♏, australe est, differentia Y p, ex quadrante dempta arcum semidiurnum relinquet. Denique descripto Horizonte per stellam V, secante Æquatorem in i, ductaque recta E V, secante Æquatorem in k, erit differentia ascensionalis stellæ i k, quæ ablata ex quadrante semidiurnum arcum stellæ V, relinquet, cum stella australis sit, vtpote vltra Æquatorem collocata.



EADEM differentia ascensionalis, quando punctum Eclipticæ boreale est, aut stella, ex quadrante detracta reliquum facit arcum seminocturnum, addita vero quadranti seminocturnum arcum conficit, quando stella vel punctum Eclipticæ australe est.

Ex dato arcu semidiurno, seminocturnoue punctū Eclipticæ respōdens sine instrumento perscrutari

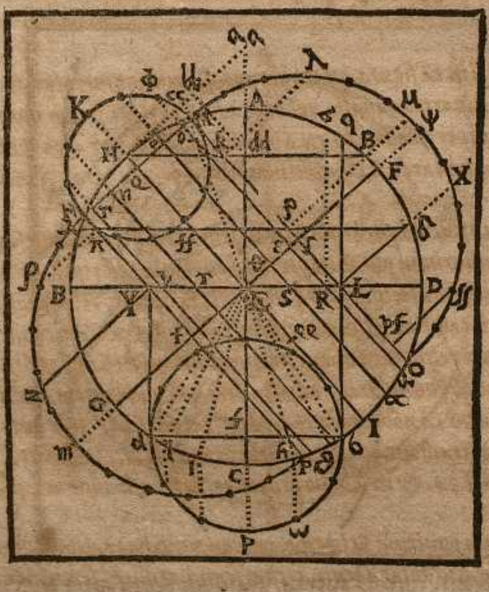
ARCV porro semidiurno, aut seminocturno dato, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hoc modo. Numeretur in Æquatore datus arcus semidiurnus à puncto B, vel seminocturnus à puncto D, in vtramuis partem, & per terminum numerationis ex centro E, recta ducatur, donec Horizontē secet. Parallelus enim Æquatoris ex E, per punctum illud sectionis in Horizonte descriptus, secabit Eclipticam in duobus punctis æqualiter à tropico puncto distantibus, quib. datus arcus semidiurnus, vel seminocturnus cōuenit. Vt si arcus semidiurnus sit B α, vel seminocturnus D α; ducta recta E α, secabit Horizontē in b, puncto, per quod parallelus ex E, delineatus secat Eclipticam in principijs ♑, & ♒. Hisce ergo punctis arcus semidiurnus, vel seminocturnus oblatus congruit.

SCHOLIVM.

Arcū semidiurnū, aut seminocturnum dati puncti Eclipticæ, vel stellæ ex Analēmate perdiscere.

1. IDEM arcus semidiurnus, vel seminocturnus dati puncti Eclipticæ, aut cuiuslibet stellæ, per Analemma peruestigabimus hac ratione. Inuenta ex scholio Can. 3. declinatione propositi puncti, vel stellæ, ducatur in Analemmate diameter paralleli, quem datum punctum, aut stella describit. *Nam eius portio superior inter Meridianum, ac diametrum Horizontis, est sinus versus arcus semidiurni, inferior autem portio, sinus versus arcus seminocturni quæsiti. Exempli causa, in Analemmate scholij præcedentis Canonis, declinatio principij ♋, est HM, eiusque paralleli diameter M O, secans Horizontis diametrum in L. Erit igitur M L, sinus versus arcus semidiurni principij ♋, & O L, sinus versus arcus seminocturni: adeo vt, descripto circulo MXO, circa diametrum paralleli M O, & ducta ex L, perpendiculari L X, ad M O, arcus semidiurnus ♋, sit MX, & seminocturnus OX. Nam cum & Horizon, & parallelus MXO, in propria positione, ad Meridianum rectus sit;* [a] *erit quoque communis eorum sectio ad eundem recta, ideoque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad MO, in Meridiano existentem perpendicularis. Recta ergo LX, ad MO, perpendicularis, communis sectio erit Horizontis, ac paralleli MXO; atq; idcirco MX, arcus semidiurnus erit, & OX, seminocturnus. Eadem ratione erit NZ, arcus semidiurnus ♑; & PZ, seminocturnus. Et sic de cæteris. Quod si HM, poneretur declinatio alicuius stellæ, esset M X, arcus eius diurnus, & O X, seminocturnus eiusdem.*

a 19. vndec.



EST autem tam ſL, quam t T. sinus rectus differentiæ ascensionalis, adeo vt in punctis Eclipticæ, & stellis septentrionalibus arcus ♃ X, ad quadrantem adiectus conficiat arcum semidiurnum, arcus vero m Z, in australibus ex quadrante subtractus arcum semidiurnum relinquat, &c.

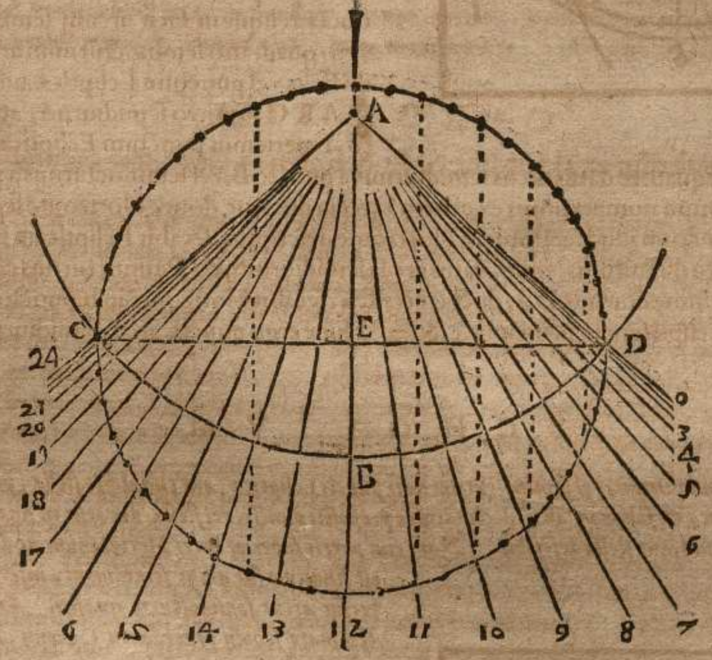
2. EX

2. EX cognito autem arcu semidiurno eliciemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. A punctis F, & G, numeretur in vtramlibet partem differentia inter datum arcum semidiurnum, & semidiurnum arcum Æquatoris, siue quadrantem, & recta terminos numerationis connectens, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. axi FG, parallela erit, ob arcus numeratos æquales, secet Æquatoris diametrum in e e, vt E e e, sinus rectus sit dictæ differentiæ. Deinde erecta Haa, perpendiculari ad eandem diametrum Æquatoris, quæ diametrum Verticalis productam secet in aa, sumptaque aabb, ipsi E e e, æquali, ducatur bbdd, ipsi HI, parallela secans AC, in dd: ac tandem ipsi bbdd, æqualis abscindatur Hcc. Nam recta Ecc, ducta abscindet arcum declinationis puncti quæsiti HM: quæ borealis erit, si datus arcus semidiurnus quadrante maior fuerit, australis vero, si minor. Atque huic declinationi inuentæ assignabitur punctum Eclipticæ respondens, vt in scholio Can. 3. Num. 3. traditum est. Hoc autem sic demonstrabitur. Quoniam, vt in Lemmate 49. lib. 1. Num. 17. demonstrauimus, est vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis cuiusuis puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis; erit conuertendo, vt tangens altitudinis poli, ad sinum totum, ita sinus differentiæ ascensionalis ad tangentem declinationis. Cum ergo Haa, sit tangens arcus AH. altitudinis poli, & aabb, sinui differentiæ ascensionalis Eee, æqualis; (Eadem enim est differentia ascensionalis, quæ arcus semidiurni, &c. vt in eodem Lemmate 49. Numer. 15. dictum est) [a] sitque vt aaH, tangens altitudinis poli ad HE. sinum totum, ita aabb. sinus differentiæ ascensionalis ad bbdd, hoc est, ad Hcc, ipsi bbdd, æqualem; erit Hcc, tangens declinationis quæsitæ, ac proinde HM, arcus erit declinationis. a 4. sexti.

ALITER. Per Lemma 52. lib. 1. in Horizontis diametro BD, inueniantur puncta L, Y, in quibus Ellipsis circa axes FG, e eff, (sumpta Eff, ipsi Eee, æquali) descripta eam intersecat. Nam si per L, quando arcus semidiurnus datus maior est quadrante, aut per Y, quādo minor, diametro Æquatoris HI, parallela agatur MO, vel NP, erit hæc, diameter paralleli per quæsitum punctum descripti, proindeque declinationem quæsitam ex Meridiano abscindet. Cum enim per Lemma 51. lib. 1. sit, vt EI, ad Eee, ita fO, ad fL; vel vt EH, ad Eff, ita tN, ad tY, sintque ex Lemmate 5. sinus similium arcuum sinibus totis proportionales; erit fL, vel tY, sinus differentiæ ascensionalis in circulo diametri MO, vel NP, quemadmodum Eee, vel Eff, in circulo maximo ABCD.

ELLIPSIS porro circa axes FG, eeff, descripta refert circulum declinationis, vel horarium, per mundi polos, & punctum Horizontis, in quo a parallelo dati arcus semidiurni secatur; quippe cum perpendiculares ex eius punctis in Meridianum demissæ eam efficiant, punctumq; illud Horizontis in L, vel Y, cadat.

SED ex dato arcu semidiurno cuiusuis paralleli eliciemus quoq; declinationem respondentem eo modo, quem ex Schonero tradidimus in scholio propos. 33. lib. 1. Gnomonices, & ad calcem lib. 8. demonstrauimus, eundemque denique in libello de



Fabrica & vsu instrumenti horologiorum cap. 12. repetiuimus. Nam si in ea figura, quam hic apposuimus, numeretur arcus semidiurnus ex D, in circulo circa rectam CD, descripto, diuisoque in 24. partes æquales, vel in grad. 360. & per finem numerationis radio Æquatoris AB, parallela agatur, secabitur CD, in puncto, per quod recta ex A, educta abscindet ex arcu CBD, arcum declinationis quæsitæ à puncto B, inchoatum, quæ australis erit, si in arcu BD, contineatur, borealis vero, si in arcu BC, &c.

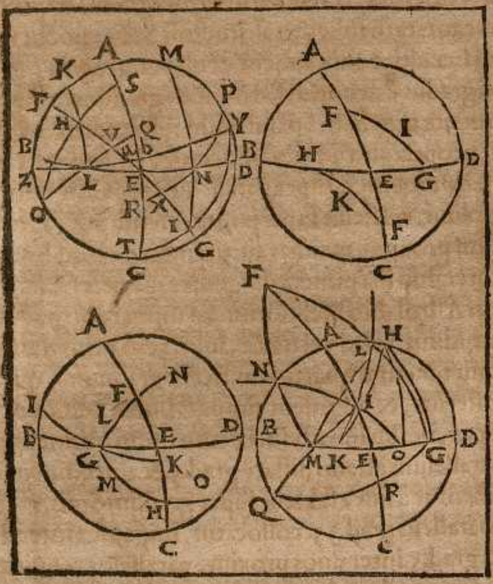
3. PER sinus denique ita agemus. Cum in Lemmate 49. Num. 15. demonstratum sit, eandem esse differentiam ascensionalem cuiuslibet puncti Eclipticæ, & differentiam inter arcum semidiurnum paralleli per illud punctum descripti, & arcum semidiurnum Æquatoris, qui semper quadrans est, satis est, si differentia ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel propositæ stellæ, inquiratur: hæc enim, si punctum Eclipticæ, vel stella in boream recedit ab Æquatore, adiecta ad quadrantem conficit arcum semidiurnum, ablata vero ex quadrante, seminocturnum arcum relinquit; Si autem punctum, vel stella in austrum declinat, eadem differentia ex quadrante sublata arcum semidiurnum reliquum facit, adiecta vero ad quadrantem conficit arcum seminocturnum. Id quod in prædicto Lemmate, & Num. 15. eodem, à nobis quoque demonstratum fuit. Hæc autem differentia ascensionalis supputanda erit, vt in scholio Canonis 5. Num. 4. tradidimus. Poterunt etiam, si placet, adhiberi aliæ rationes supputandi arcum semidiurnum, quas lib. 1. Gnomonices propos. 34. & in scholio propos. 35. demonstrauimus, quarum vnam in scholio Can. 10. Num. 2. afferemus.

Arcum semidiurnū, & seminocturnū dati puncti, vel stellæ per sinus inquirere.

VICISSIM dato arcu semidiurno, seminocturnoue, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. Subducto arcu dato ex quadrante, vel quadrante ex illo, vt differentia habeatur inter datum arcum semidiurnum, seminocturnumue,

Datò arcu semidiurno, aut seminocturno, punctū Eclipticæ respondens per numeros inuestigare.

numue; & arcum semidiurnum Æquatoris, qui quadrans est; si quæsitum punctum concipiatur constitutum in Horizonte, per quod ex mundi polo circulus maximus declinationis ducatur, constitutum erit triangulum sphæricum rectangulum, cuius angulus rectus ab illo circulo declinationis, & Æquatore continetur, & arcus Æquatoris inter Horizontem, & prædictum circulum declinationis, notus, cum differentia sit inter datum arcum semidiurnum, seminocturnumue, & quadrantem Æquatoris; angulus denique, quem Æquator cum Horizonte efficit, complementum est altitudinis poli, qui arcui declinationis, quem quærimus, in dicto triangulo opponitur. Si igitur per 1. modum problemat. 11. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum differentiæ inter arcum semidiurnum, aut seminocturnum datum, & quadrantem Æquatoris, ita tangens complementi altitudinis poli, ad aliud, producetur tangens declinationis quæsitæ. *Huiusmodi triangulum habetur in primo circulo figuræ 1. problematis 49. quam hoc loco repetiuimus. Ibi enim puncti Ecliptica borei arcus semidiurnus est* M N, *cui similis est arcus Æquatoris* A R; *&* E R, *differentia inter semidiurnum arcum* A R, *& quadrantem* AE, *qui arcus semidiurnus Æquatoris est; triangulum denique prædictum est* E N R, *in quo per 1. modum problem. 11. triang. sphær. vltimi Lemmatis, est vt sinus totus ad sinum arcus* E R, *differentiæ prædictæ, ita tangens anguli* R E N, *complementi altitudinis poli ad tangentem arcus declinationis* N R. *Simile triangulum est* ELQ, *quando* KL, *vel arcus Æquatoris similis* AQ, *est arcus semidiurnus puncti Eclipticæ australis* H, *&c. Inuenta hoc modo declinatione, inquirendum est punctū Eclipticæ ei respondens, vt in scholio Can. 3. scripsimus: Et si quidem arcus semidiurnus datus maior est 6. horis, vel seminocturnus arcus 6. horis minor, erunt duo puncta Eclipticæ borealia à principio ♋, æqualiter remota, quibus cōgruit; australia vero à principio ♑, æqualiter distantia, si 6. horis minor est arcus semidiurnus, aut seminocturnus 6. horis maior. Si tamen declinatio inuenta fuerit maximæ declinationi æqualis, respondebit arcui semidiurno 6. horis maiori, & seminocturno 6. horis minori, primum punctum ♋; at semidiurno arcui 6. horis minori, & seminocturno 6. horis maiori, primum punctum ♑, congruet.*



CANON VIII.

HORAM interdiu ex altitudine Solis, & noctu ex altitudine cuiusuis stellæ, expiscari.

Horā à merid. vel medi. noc. interdiu per Astrolabiū venari.

1. QVONIAM quatuor sunt genera horarum tria æqualium, nimirum vel à meridie, aut media nocte, vel ab ortu Solis, vel à Solis occasu initium sumentium, & vnum inæqualium, de quibus copiose satis ad initium nostræ Gnomonices scripsimus: de omnibus Canon propositus est intelligendus. Diurno ergo tempore si horam à mer. vel med. noc. elapsam desideras, accipe per Can. 1. altitudinem Solis, & circūduc rete, donec gradus Eclipticæ, in quo Sol tunc moratur, parallelum Horizontis, siue Almucantarath inuentæ altitudinis attingat, ex parte quidem orientali, si tempus est antemeridianum, si vero pomeridianum, ex parte occidentis. Linea enim fiduciæ Ostensoris eidem gradui Solis superposita, in Limbo horam à med. noc. indicabit, vel à mer. prout tempus fuerit antemeridianum, vel pomeridianum. Quod si horæ in Limbo descriptæ non sint, elicienda erit hora ex arcu Limbi inter lineam fiduciæ eum situm habentem, & lineam meridianam intercepto, tribuendo quindenis gradibus singulas horas, & singulis gradibus quaterna horæ minuta: ita tamen, vt ante meridiem arcus ille incipiat à linea meridiana ex parte inferiori, post meridiem vero ex parte superiori.

Horā à merid. vel medi. noc. per Astrolabiū noctu inquirere.

2. SI vero tempore nocturno eandem horam à mer. vel med. noc. inquirere velis, obserua per Can. 1. stellæ alicuius in reti descriptæ altitudinem, & circumduc rete, donec cacumen eius stellæ parallelum Horizontis, siue Almucantarath altitudinis inuentæ attingat, ex parte quidem orientali, siue sinistra, si stella ad Meridianum nondum peruenerit, si vero Meridianum transierit, ex parte dextra, siue occidentali. Linea enim fiduciæ gradui Solis superposita, monstrabit in Limbo horam à mer. vel med. noct. prout gradus Solis extiterit, vel in medietate Astrolabij dextra, vel sinistra. Quod si horæ in Limbo notatæ non sint, reducendi erunt ad horas gradus Limbi inter lineam fiduciæ, & lineam meridianam, initio facto à parte superiore, si gradus Solis fuerit in parte Astrolabij occidentali, siue dextra; si vero in parte orientali, vel sinistra, à parte inferiori. Prior enim arcus dabit horas à mer. & posterior à med. noc. elapsas.

Horam ab or. vel occ. per Astrolabiū cognoscere.

3. HORAM ab or. vel occ. sic inquires. Nota punctum horæ à mer. vel med. noc. inuentæ siue per altitudinem Solis interdiu, siue noctu per altitudinem stellæ, vt dictum est. Deinde posito gradu Solis in Horizonte orientali, si hora ab or. quæratur, vel occidentali, si hora ab occ. desideretur, numera arcum Limbi inter punctum, quod linea fiduciæ Ostensoris gradui tunc Solis superposita indicat, & punctum horæ à mer. vel med. noc. prius notatum, progrediendo semper à posteriori puncto notato contra successionem signorum ad illud prius, (hoc est, ab ortu in occasum progrediendo vsq; ad punctum horæ à mer. vel med. noc. notatum) scilic. dextram versus; nimirum pro hora ab occ. ex parte occidentali versus inferiorem partem Astrolabij, pro hora vero ab or. ex parte orientali versus superiorem. Nam si gradus in hoc arcu limbi comprehensi reuocentur ad horas, habebitur numerus horarum ab occ. vel ortu elapsarum.

QVOD si in parte inferiori Astrolabij arcus horarum ab or. & occ. descripti sint, vt lib. 2. propo. 9. Nu. 6. diximus, collocato interdiu gradu Solis supra circulum Almucantarath inuentæ altitudinis Solis, moto tamen reti à sinistra dextram versus, ita vt sinistra sit pars ante meridiem, & dextra post meridiem, indicabit gradus oppositus

positus inter illos arcus horam ab occ. Posito autem eodem gradu Solis supra circulũ Almucantarath altitudinis Solis inuentæ, moto tamen reti à dextra sinistram versus, ita vt pars dextra spectet ad tempus antemeridianum, & sinistra ad pomeridianum, indicabit idem gradus oppositus inter arcus eosdem horarios horam ab or. vt numeri horarum in figura dictæ propos.9.lib.2.monstrant. Nocturno vero tempore horæ ab occ. ex altitudine stellarum inueniri hac ratione non poterunt, nisi alij arcus horarij, qui priores intersecent describantur. Quare prior ratio exposita magis probanda videtur.

Horam inæqualẽ per Astrolabiũ inquirere.

4. DENIQVE horam inæqualem in parte inferiori Astrolabij ostendet interdiu gradus oppositus Solis, posito ipso gradu Solis in parallelo Horizontis, siue Almucantarath inuentæ altitudinis Solis; noctu vero idem præstabit ipsemet gradus Solis, si stella in Almucantarath suæ altitudinis inuentæ collocata fuerit.

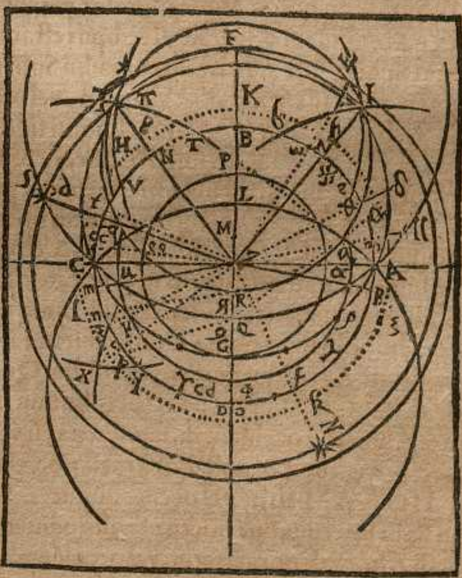
Quãdo altitudo Solis vel stellæ non habet parallelum Horizontis respondentem quo pacto inter proxime minorẽ, & proxime maiorem parallelum locãdus sit Sol, vel stella vt propriã habeat altitudinem.

5. QVANDO paralleli Horizontis non per singulos gradus ducuntur, sed duobus gradibus, vel tribus, aut quinque inter se distant, & altitudo Solis vel stellæ inuenta non habet parallelum respondentem, sed collocanda est inter duos eiusmodi parallelos; vt accuratius in propria altitudine collocetur, inuenienda erit pars proportionalis hoc modo. Collocetur gradus Solis, vel stellæ cacumen, super parallelum proxime minoris altitudinis, noteturque punctum in limbo à linea fiduciæ illi gradui, vel stellæ superposita ostensum. Deinde idem gradus, vel cacumen stellæ moueatur vsque ad parallelum proxime maioris altitudinis vna cum linea fiduciæ, punctumque rursus in limbo notetur, & gradus limbi inter duo illa puncta diligenter numerentur. Post hæc fiat, vt numerus graduum inter duos proximos parallelos in Astrolabio inclusorum ad numerum graduum limbi inter duo illa puncta notatum, ita numerus graduum altitudinis Solis, vel stellæ, subtracto prius numero graduum paralleli proxime minoris altitudinis, ad aliud. Inuenietur enim quartus numerus graduum, qui si à priore puncto notato in limbo supputetur versus punctum posterius, & ad finem supputationis admoueatur linea fiduciæ, collocandus erit gradus Solis, vel cacumen stellæ præcise sub linea fiduciæ eum situm obtinente, vt proprium situm suæ altitudinis habeat. V.g. ponamus vnum parallelum ab alio distare grad.5.& altitudinem inuentam esse grad.33. Notatis ergo punctis in limbo, quæ exhibentur à linea fiduciæ super gradum Solis, vel cacumen stellæ posita, quando tum in parallelo grad.30.tum in parallelo grad.35. collocatur, fingamus inter duo illa puncta positos esse grad.16. Si ergo dicamus; Si differentia grad.5.inter duos proxime parallelos requirit in limbo grad.16.quid requiret differerentia grad.3.inter altitudinem grad.33. & parallelum grad 30. inueniemus grad.9. Min.36. quos si numeremus à priore puncto in limbo, & ad terminum numerationis applicemus lineam fiduciæ, ac denique sub linea fiduciæ in eo situ gradum Solis, vel cacumen stellæ statuamus, collocatus erit gradus Solis, vel cacumen stellæ in altitudine grad.33.

Horam sine materiali instrumento inuestigare.

6. SINE instrumento horam perscrutabimur hac ratione. Repetatur secunda figura Can.5. in qua Æquator ABCD, circa centrum E; tropici F↓, Gee; Ecliptica AFCG, cuius polus M; Horizon obliquus AQC, cuius centrum K, & vertex, vel polus L, per quem descriptus sit Verticalis primarius ALC, cuius centrum φ, & polus Q, intersectio nimirum Horizontis cum Meridiano: Denique Kg, parallelus per K, centrum Horizontis descriptus, in quo centra omnium circulorum horariorum ab or. vel occ. existunt, vt lib.2. propos.9. Num.5. demonstrauimus. Diurno ergo tempore horam inuestigaturus captet altitudinem Solis. Deinde quærat intersectionem paralleli puncti illius Eclipticæ, quod Sol tunc occupat, cum parallelo Horizontis per gradum altitudinis inuentæ descripto. Recta enim ex centro E, per punctum illud intersectionis ducta secabit Æquatorem in puncto distantiæ Solis à mer. vel med. noc. adeo vt arcus Æquatoris inter punctum illud, & meridianam lineam inferiorem ad horas redactus det horam à med. noc. si tempus est antemeridianum, arcus vero inter idem punctum, & lineam meridianam superiorem, horam à mer. si tempus pomeridianum est. V.g. Sole existente in principio ♑, vel ♒. obseruata sit altitudo Solis grad. 20. siue ante merid. siue post. Describatur pet π, principium ♒, aut per ε, principium ♑, parallelus Æquatoris π εZd. Deinde numerata in Æquatore altitudine Solis AO, grad.20. siue ex parte orientali, siue occidentali, ducatur ex Q, polo Verticalis per O, recta QO, secans Verticalem in a, complecteturq; arcus Aa, gr.20. altitudinis Solis, vt lib.2. propos.5. Num.17. & sequentibus ostensum est; ac proinde per a, parallelus Horizontis per Solem tunc transiens describendus erit. Ducta ergo per a, recta a P, tangente Verticalem in a, hoc est, perpendiculari ad a φ, semidiametrum Verticalis, si ducta esset, erit P, centrum eius paralleli, & Pa, semidiameter, ex ijs, quæ propos. 6. lib.2. Num.10. demonstrauimus: qui tamen parallelus alijs vijs, quas lib.2. propos.6. tradidimus, describi etiam poterit, si placet. Secet autem

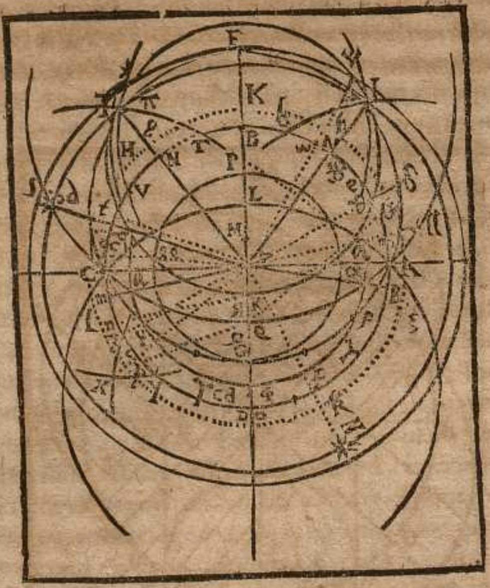
Hora à meri. vel med. noc. tempore diurno.



parallelus hic Horizontis, ex P, per a, descriptus (qui necessario per punctum R, in linea meridiana transibit, in quod cadit recta ex A, ad terminum n, arcus Cn, grad.20. altitudinis Solis educta, vt ex ijs liquet, quæ in eadem propos. Num.2. ostensa sunt à nobis) parallelum Æquatoris π ε, in S, & I, ducaturque ex E, centro recta E S, vel EI, secans Æquatorem in N. Si igitur altitudo Solis accepta fuerit ante meridiem, indicabunt gradus in arcu D N, contenti horas à med. noc. elapsas; si vero post meridiem, gradus in arcu B N, comprehensi horas à meridie transactas monstrabunt, propterea quod tunc temporis punctum Eclipticæ datum π, vel ε, in S, vel I, existit, & recta ES, vel EI, lineam fiduciæ refert, non secus, ac si rete circumuolueretur.

Hora ab or. vel occ. tempore diurno.

IAM si hora ab ortu desideretur ante meridiem, describendus est per S, punctum intersectionis paralleli Solis cum parallelo Horizontis, circulus S V, ad interuallum semidiametri Horizontis K Q, ex centro h, in parallelo K h, assumpto, ita vt eius conuexum in V, puncto Æquatoris vergat versus partes orientales, siue posterius orientes, hoc est, ita vt eius conuexo occuramus progredientes ex C, principio ♈, contra successionem signorum. Nam arcus C V, dabit horam ab ortu numeratam, vt ex ijs constat, quæ lib. 2. propos. 9. Num. 7. & 8. scripsimus. Si vero quæratur ante meridiem hora ab occ. describendus est per idem punctum S, circulus S T, ad interuallum semidiametri Horizontis K Q, ex centro l, in parallelo K g, assumpto, ita vt eius concauum in T, puncto Æquatoris progredientibus nobis ex A, contra successionem signorum occurrat, hoc est, vergat ad partes orientales. Nam arcus ADCT, horam ab occ. indicabit, vt ibidem ostendimus. At si post meridiem, tam hora ab or. quam ab occ. inuenienda sit, describendi erunt per I, dicti duo circuli, quales sunt I b, I e, quorum centra sunt i, g. Arcus enim Cb, contra signorum seriem vsque ad conuexum circuli Ib, numeratus dabit horam ab or. & arcus A Ce, contra signorum successionem vsque ad concauum circuli I e, computatus horam ab occ. exhibebit.



Hora ab or. vel occ. tempore nocturno.

TEMPORE autem nocturno obseruetur altitudo alicuius stellæ, nimirum eius, quæ situm habet in Z, ponamusq; altitudinem inuentam esse grad. 20. & stellam nondum ad Meridianum peruenisse, ac Solem in δ, principio ♒, existere: secent autem se mutuo in S, ex parte orientali parallelus à stella descriptus π Z, & parallelus Horizontis R S, grad. 20. Deinde ductis rectis E Z, E S, E δ, secantibus Æquatorem in f, N, θ arcui f θ, secundum signorum successionem computato sumatur æqualis N c, à puncto N, secundum seriem etiam signorum progrediendo, & per eius terminum c, recta ducatur E X, ipsi E δ æqualis, ita vt parallelus per δ principium ♒ descriptus, transeat per X. Et quoniam moto reti, donec stella Z, ad S, perueniat, & recta E Z, rectæ E S, congruat, recta E δ, congruit rectæ E X, & punctum δ, puncto X, propter æqualitatem arcuum f θ, N c, fit vt existente stella Z, in S, Sol primum punctum ♒, occupans existat in X: ac proinde arcus D c, horam à med. noc. exhibeat. Quod si per X, ad interuallum semidiametri Horizontis K Q, ex centris H, k, in parallelo K H, assumptis, duo circuli describantur secantes Æquatorem in ξ, Y, dabit arcus A D ξ, horam ab occ. & arcus C B A D Y, horam ab ortu, vt patet ex ijs, quæ lib. 2. propos. 9 Num. 7. & 8. scripsimus. Arcus porro BN, indicat distantiam stellæ à meridiano tempore obseruationis.

SOLE existente in principio ♑, habenteque eandem altitudinem grad. 20. si ducatur recta E♃ ad intersectionem paralleli ♑, cum parallelo Horizontis grad. 20 secans Æquatorem in ω; dabit arcus B ω horam à mer. si tempus fuerit pomeridianum, & arcus DA ω horam à med. noc. si tempus antemeridianum fuerit. Sic etiam quando Sol primum punctum ♋, tenet, altitudinemque habet grad. 20. si ducatur recta Eee, per intersectionem paralleli ♋, cum parallelo Horizontis grad. 20. secans Æquatorem in cc; dabit arcus Bcc, horam à mer. tempore pomeridiano, arcus vero Dcc, antemeridiano tempore horam à med. noc. præbebit. Et si per ♃ ee, bini circuli describantur ad interuallum semidiametri Horizontis K Q, quorum centra in parallelo Kg, existant, reperietur quoque hora tam ab or. quam ab oc. sicuti in præcedentibus.

Horā inæqualē sine instrumento deprehendere.

7. HORAM denique inæqualem cognoscemus, si arcum semidiurnum, aut seminocturnum paralleli per datum punctum Eclipticæ descripti, in sex partes æquales partiamur pro horis inæqualibus. Recta etenim ex centro E, ad locum Solis tempore obseruationis, vt ad S, vel X, ducta, indicabit, quota hora inæqualis transacta sit.

SCHOLIVM.

Horā à mer. vel med. noc. interdiu ex Analēmate perscrutari.

1. SI Analemma ad datam poli altitudinem describatur, vt in 19. Lemmate lib. 1. & in scholio Can. 6. tradidimus, cognoscemus horam interdiu ex altitudine Solis hoc modo. Ducta in Analemmate scholij Can. 6. diametro paralleli per gradum Solis transeuntis MO, vel N P, descriptoque circa eam semicirculo MXO, vel NZP, erigatur ad eandem ex puncto L, vel Y, vbi à diametro Horizontis secatur, perpendicularis LX, vel YZ, vt MX, vel NZ, sit arcus semidiurnus, & OX, vel PZ, seminocturnus. Deinde ex D, & B. supputata altitudine Solis vsque ad δ & γ, nectatur δγ, diameter paralleli Horizontis inuentæ altitudinis; & ex puncto ξ, vel π, vbi diametrum paralleli Solis diuidit, perpendicularis ad eandem paralleli Solis diametrum excitetur ξμ, vel πϛ. Nam arcus Mμ, vel Nϛ, horam à mer. vel med. noc. indicabit, prout tempus obseruationis pomeridianum, aut antemeridianum fuerit; propterea quod Sol tempore obseruationis in puncto μ, vel ϛ, existit. Cum enim parallelus Solis, cuius diameter M O, vel N P, & parallelus Horizontis, cuius diameter γδ, ad Meridianum recti sint, [a] *erit eorum communis quoque sectio ad eundem recta, ideoque ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam M O, vel N P, in plano Meridiani existentem perpendicularis erit. Quapropter ξμ, vel πϛ ad MO, vel NP, perpendicularis, communis illa sectio erit; atque idcirco cum Sol tunc in communi illa sectione existat, nimirum in puncto, vbi se duo illi paralleli per Solem descripti intersecant; erit Sol in puncto μ, vel ϛ, ac proinde arcus Mμ, vel Nϛ, distantiam eius à Meridiano metietur.*

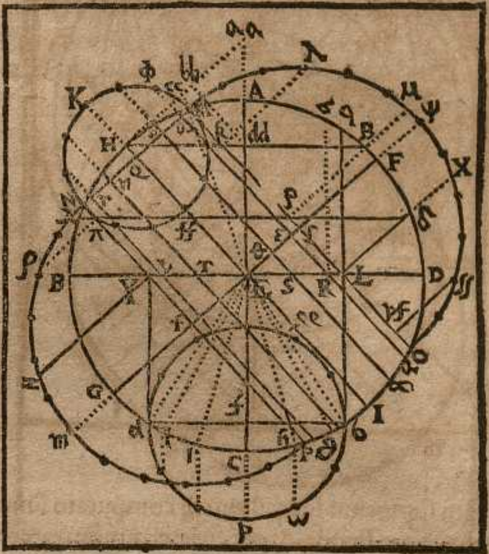
a 19. vndec.

ARCVS autem Xμ, vel Zϛ, distantia erit Solis ab Horizonte, cum LX, vel YZ, communis sectio sit Horizontis, ac paralleli Solis, vt in scholio præcedentis Canonis Num. 1. demonstratum est. Ex hac distantia Xμ, vel Zϛ, ita horam ab or. cognoscemus. Si tempus est ante meridiem, arcus ipse X μ, vel Z ϛ, horam ab or. exhibebit; si vero post meridiem, arcus conflatus ex XM, & Mμ, vel ex ZN, & Nϛ eandem horam manifestabit; quod tunc Sol motus sit ab X, vel Z, puncto ortus vsque ad M, vel N, pun-

ℵ, punctum meridiei, & à meridie vsque ad μ, vel ϱ. Ex eadem distantia Xμ, vel Zϱ horam occ. sic dignoscemus. Si tempus est ante meridiem, arcus constatus ex XO, & Oμ, vel ZP, & Pϱ, horam ab occ. indicabit, quod Sol motus tunc sit ab X, vel Z, puncto occasus, vsque ad O, vel P, punctum mediæ noctis, & à media nocte vsque ad μ vel ϱ: Si vero Sol fuerit post meridiem, arcus constatus ex XO, & OM, semicirculo, & Mμ, vel ex ZP, & PN, semicirculo, & Nϱ, eandẽ horam ab occ. notam efficiet, propterea quod Sol motus tunc erit ab X, vel Z, puncto occasus, vsq; ad O, vel P, punctum mediæ noctis, & hinc vsque ad M, vel N, punctum meridiei, ac denique hinc vsque ad μ, vel ϱ.

SI arcus semidiurnus XM, vel ZN, in sex partes æquales diuidatur pro horis inæqualibus, indicabit eadem perpendicularis ξμ, vel πϱ, horam inæqualem, &c. *Horam inæqualem interdiu per Analemma venari.*

2. NOCTVRNO autem tempore ex altitudine alicuius stellæ hac ratione horam venari licebit. Distantia stellæ à Meridiano quæratur, vt de Sole diximus, per lineam videlicet perpendicularem ductam ad diametrum paralleli stellæ ex puncto, vbi ea diametrum paralleli Horizontis transeuntem per inuẽtam stellæ altitudinem intersecat. Vt si stella, cuius declinatio sit HM, borealis, & diameter eius paralleli MO, ipse vero parallelus MXO, habeat altitudinem Dß, vel BH, ita vt ducta recta Hß, sit diameter paralleli Horizontis per stellam ducti, secans diametrum paralleli eiusdem stellæ in k; ostendet perpendicularis kλ, distantiam stellæ Mλ à Meridiani semicirculo supero in ortum, vel occasum, prout stella reperta fuerit in parte orientali, vel occidentali. Deinde vt regularum multitudinem fugiamus in horæ inquisitione ex distantia stellæ à Meridiano inuenta, accipiemus semper eius distantiam à Meridiano supero versus ortum, siue secundum successionem signorum, ita vt stella existente occidentali, eius distantiam inuentam ex integro circulo detrahamus, vt reliqua fiat eiusdem distãtia à Meridiano supero ortum versus computata, licet semicirculo maior sit. Verbi gratia, si deprehensa fuerit distantia alicuius stellæ à Meridiano supero versus occasum grad. 70. detrahemus 70. ex grad 360. vt relinquantur grad. 290. pro distantia eiusdem à supero Meridiano ortum versus computata. *Horã quãcunque noctis per Analemma explorare.*



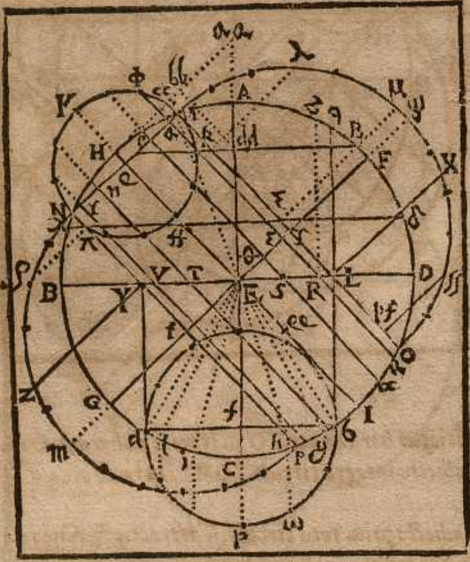
Distantiã stellæ à meridiano supero ortũ versus sumendam esse ad horam inuẽstigandã.

DEINDE ex hac distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum computata inuestigetur distantia Solis à stella ab occasu quoque in ortum, hac arte. Ascensio recta stellæ ex scholio Can. 4. Num. 2. inuenta auferatur ex ascensione recta Solis ex eodem scholio Num. 1. cognita, adiecto prius integro circulo, si subtractio fieri nequeat. Numerus enim reliquus dabit distãtiam Solis à stella secundum signorum successionem numeratam. Vt si in proximo Analemmate circulus ABCD, cogitetur esse Æquator, in quo dictæ distantiæ numerandæ sunt, & D, principium ♈, atque A, punctum Meridiani superi, ponatur autem AM, distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum, & AN, distantia Solis, ab eodem Meridiano in ortum; si DM, ascensio recta stellæ ex DN, ascensione recta Solis detrahatur, reliquus fiet arcus MN, distantia Solis à stella secundum signorum ordinem. Rursus si distantia stellæ à Meridiano in occasum sit Aq, ita vt eiusdem distantia in ortum sit ABCDq, & distantia Solis à Meridiano versus eandem partem sit ABCDℵ, recta autẽ ascensio stellæ Dq, ex Dℵ, ascensione recta Solis, adiecto prius integro circulo, detrahatur, (quod fiet, si Dq, ex toto circulo dematur, & reliquo arcui qBCD, ascensio recta Solis Dℶ, adijciatur) reliquus fiet arcus qBCDℶ, distantia Solis à stella secundũ signorum successionem numerata. Verum eadem hæc distantia Solis à stella inuenietur hoc etiam modo. Quando ascensio recta Solis maior reperitur ascensione recta stellæ, subtracta hac ex illa, remanebit distantia Solis quæsita à stella. Vt quoniam DM, ascensio recta stellæ minor est, quam ascensio recta Solis DN, subtracto arcu DM, ex arcu DN, relinquitur MN, distantia Solis à stella ab occ. in ortum. Quando autem recta ascensio Sole minor est ascensione recta stellæ, si illa ex hac subtrahatur, & reliquus numerus ex toto circulo, reliqua erit distantia Solis quæsita à stella. Vt posita stella in M, & Solis in ℵ, si Dℵ, ascẽsio Solis recta ex DM, ascensione recta stellæ dematur, relinquitur arcus ℵM, quo sublato ex toto circulo, reliquus fit arcus MCℵ, distantia Solis à stella ab occ. in ortum. *Distantia Solis à stella ab occ. in ortũ quo pacto inuestigetur ex distantia stellæ à Meridiano supero ortum versus numerata.*

IAM vero arcus constatus ex distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum numerata, & distantia Solis à stella secundum ordinem quoque signorum computata, abiecto integro circulo, si conflatus arcus maior fuerit, indicabit distantiam Solis à Meridiano supero secundum signorum quoque successionem numerandam: quæ distantia ex integro circulo detracta distantiam Solis à meridie notam relinquet: Vt in eadem Analemmate ex AM, distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum, & MN, distantia Solis à stella M, versus ortum, conficitur AN, distantia Solis à Meridiano supero versus ortum: quæ ex circulo integro sublata, relinquitur ADN, distantia Solis à Meridie. Reducto igitur arcu ADN, ad horas, hora à meridie elapsa ignorari non poterit. Et si plures horæ, quam 12. repertæ fuerint, detractis 12. horis, reliquæ erunt horæ à med. noc. Rursus posita stella in q, & Sole in ℶ si ex arcu, qui ex ABCq, & qABCℶ, conflatur, integer circulus dematur, qui nimirum ex ABCq, & qA, conficitur, relinquetur ABCℵ, distantia Solis à Meridiano supero ortum versus numerata. Sic etiam posita stella in q, & Sole in N, si ex arcu, qui ex ABCq, & qAN, componitur, integer circulus tollatur, qui nimirum ex ABCq, & q A, conflatur, remanebit AN, distantia Solis à Meridiano supero in ortum computata. Quod si forte ascensio recta Solis ascensioni rectæ stellæ deprehensa fuerit æqualis, Sol, & stella æqualiter à Meridiano distabunt versus eandem partem. Quare tunc distantia stellæ à Meridiano inuenta horam indicabit. Aut si forte differentia rectarum ascensionum Solis, ac stellæ æqualis fuerit semicirculo, erit distantiæ Solis à Meridiano supero distantiæ Solis à Meridiano infero æqualis secundum successionem signorum, & è contrario. Quocirca distantia Solis à meridie cognita erit. Quæ omnia ex eodem Analemmate perspicua sunt. *Distantiã Solis à Meridiano supero ortum versus, ex distantia stellæ ab eodem Meridiano, & ex distãtia Solis à stella, eodem ordine inuenta, colligere.*

ALITER. Inuenta, vt diximus, distantia stellæ à Meridiano siue in ortum, siue in occasum, auferatur recta ascensio Solis à recta ascensione stellæ, adiecto prius integro circulo, quando detractio fieri nequit. Quod enim relinquitur, erit distantia Solis à stella versus occasum: Ab hac autem distantia auferatur distantia stellæ à Meridiano inuenta, si stella fuerit orientalis, aut ad distantiã Solis à stella adijciatur distantia stellæ à Meridiano, si stella fuerit occidentalis. Quod enim relinquitur, vel *Distantia Solis à stella versus occasum quo pacto inquiratur.*

conflatur, erit distantia Solis à meridie in occasum: ac proinde hora latere non poterit. Vt si stella ponatur in N, & Sol in ♌; detracta ascensione recta Solis D♌, ab ascensione recta stellæ DN, relinquetur N♌ distantia Solis δ à stella N, versus occasum. Et quoniam stella N vergit à Meridiano in ortum, si ex Nδ, distantia Solis à stella dematur NA, distantia stellæ à Meridiano, relinquetur Aδ, distantia Solis à meridie versus occasum. Rursus posita stella in q, & Sole in δ si detrahatur ascensio recta Solis Dδ, ab ascensione recta stellæ Dq, relinquetur qδ, distantia Solis δ à stella q, versus occasum. Et quoniam stella q, vergit à mer. in occasum, si eius distantia à Meridiano Aq, adijciatur ad qδ, distantiæ Solis à stella, conficietur Aδ, distantia Solis à mer. in occasum. Item posita stella in H, & Sole in G, si ascẽsio recta Solis DAG, auferatur ex DAH, ascensione recta stellæ, adiecto prius integro circulo, hoc est, si ascensio recta Solis DAG, dematur ex integro circulo, & reliquo arcui GD, addatur ascẽsio recta stellæ DH, prodibit HAG, distantia Solis à stella versus occasum: à qua si subtrahatur HA, distantia stellæ orientalis à Meridiano, relinquetur ADG, distantia Solis à mer. in occasum. Denique constituta stella in q & Sole in M; si DM, ascensio recta Solis detrahatur ex toto circulo, & reliquo arcui MCD, apponatur Dq, ascensio recta stellæ, (hoc est, si ascensio recta Solis detrahatur ex ascensione recta stellæ, adiecto prius integro circulo) prodibit qDM, distantia Solis M, à stella q, versus occasum; ad quam si addatur occidentalis distantia stellæ à Meridiano Aq, conflabitur ADM, distantia Solis à mer. in occasum. Distantia porro Solis à stella versus occasum in tempus cõuersa, indicat horam à mer. qua stella ad Meridianum superũ peruenit: quia posita stella sub Meridiano, eadem distantia est tũc distantia Solis à mer. in occasum.



Horã, qua stella ad Meridianũ peruenit, cognoscere.

COGNITA *autem hora à mer. vel med. noc. facile horã quoque ab ortu, vel occasu reperiemus. Numerata enim ea hora à mer. M, vel à med. noc. O. vsque ad ſſ, prout Sol ante mediã noctem, vel post inuentus fuerit; si quidem nondum ad mediam noctem peruenerit Sol, dabit arcus conflatus ex arcubus XM, Mſſ. horam ab ortu, arcus vero Xſſ, horam ab occasu: Si autem mediam noctem transierit, dabit arcus ex arcubus XM, MO, Oſſ, conflatus horam ab or. arcus vero ex arcubus XO, Oſſ, compositus horam ab occasu indicabit.*

QVOD *si arcus seminocturnus XO, secetur in 6. partes æquales pro horis inæqualibus, cognoscetur quoque hora inæqualis, in quam punctum ſſ, incidit.*

3. IAM *vero, quando de horarum inuentione multa diximus, operæpretium fuerit docere, quanam ratione ex data hora à mer. vel med. noc. eliciatur tam hora ab ortu, quam ab occasu; & vicissim quo pacto ex hora data ab or. vel occ. cognoscatur hora à mer. vel med. noc. Item quo pacto ex data hora ab or. inueniatur hora ab occ. & vicissim hora ab or. ex hora ab occ. Hac enim ratione fiet, vt inuenta hora à mer. vel med. noc. (quæ inuentio per Astrolabium, vel Analemma facillima est) illico hora ab or. vel occ. cognoscatur.*

Reductio horæ à mer. vel med. noc. ad horã ab ortu Solis.

ITAQVE *si arcus seminocturnus detrahatur ab hora data à med. noc. (adiectis prius 24. horis, si detractio fieri nequit; Item ad horam datam à mer. additis prius 12. horis, vt distantiam à med. noc. habeamus) dabit reliquus numerus horã ab ortu Solis numeratam. Vt arcu seminocturno continente horas quinque, si data sit hora 8. à med. noc. demantur 5. ex 8. relinqueturq; hora 3. ab ortu Solis. Si autem sit data hora 3. à med. noc. adijciantur 24. horæ, (quia 5. ex 3. auferri nequeunt) & ex cõflato numero 27. tollantur 5. eritq; reliqua hora 22. ab ortu Solis. Denique si data sit hora 6. à mer. addantur 12. horæ, vt fiat hora 18. à med. noc. & ex numero conflato 18, subtrahantur 5. remanebitq; hora 13. ab or. Solis numerata. Ratio huius rei perspicua est ex proximo Analẽmate. Nam si hora μ, numeretur à puncto O, mediæ noctis, si auferatur arcus seminocturnus OX, reliqua erit distantia Xμ, à puncto ortus X. Si vero eadem hora μ, numeretur à puncto M, meridiei, si adijciantur 12. horæ, vt habeatur distantia à med. noc. OMμ, & dematur arcus seminocturnus OX, reliqua erit distantia XMμ, ab ortus puncto X. Denique si detur hora ſſ, à med. noc. à qua auferri nequeat arcus seminocturnus OX, addantur 24. horæ, vt habeatur distantia à media nocte OMOſſ, à qua si tollatur arcus idem seminocturnus OX, reliqua fiet distantia XMOſſ, à puncto ortus X. At si eadem hora ſſ, numerata sit à mer. adiectis 12. horis, habebitur distantia à med. noc. OMſſ, à qua si dematur arcus seminocturnus OX, relinquetur distantia XMſſ, à puncto ortus X, vt manifestum est.*

Reductio horæ à mer. vel med. noc. ad horã ab occasu Solis.

SI *autem arcus seminocturnus ad horam à med. noc. datam (additis prius 12. horis ad horam à mer vt distantia à med. noc. habeatur) adijciatur, conflabitur hora ab occasu Solis inchoata; abiectis tamen 24. horis si abijci possunt. Vt si data sit hora 8. à med. noc. & apponatur arcus seminocturnus horarum 5. conficietur hora 13. ab occasu. Si autem data sit hora 6. à mer. addantur 12. vt fiat distantia à med. noc. horarum 18. quibus si adijciatur idem arcus seminocturnus horarum 5. componetur hora 23. ab occasu Solis. Ratio quoque huiusce rei obscura non est ex eodem Analemmate. Si namque hora μ, numeretur à med. noc. O. apposito arcu seminocturno XO, nota fiet distantia ab occasu Solis XOμ. Si vero eadem hora μ, à mer. supputetur, adijciendus est semicirculus OM, 12. horarum, vt distantia à med. noc. OMμ, habeatur, ad quam si addatur arcus seminocturnus XO, cognita erit tota distantia ab occasu Solis XOMμ. Quod si hora ſſ, à mer. numeretur, apposito semicirculo, vt distantia à med. noc. habeatur OMſſ, si addatur arcus seminocturnus XO, fiet distantia ab occasu XOMſſ, toto circulo maior, abiecto ergo integro circulo XOMX, reliqua erit hora ab occasu Xſſ.*

Reductio horæ ab ortu Solis ad horam à mer. vel med. noc.

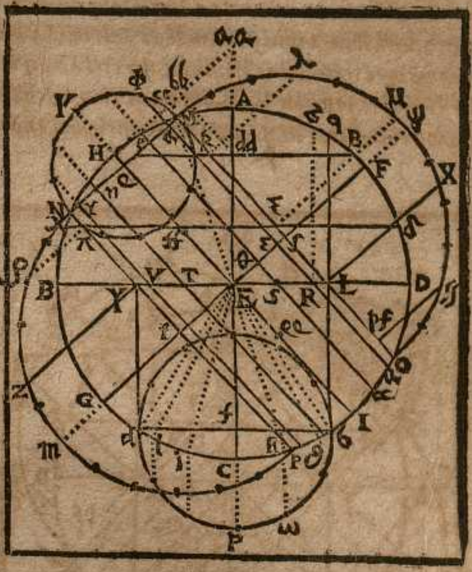
VICISSIM *si arcus seminocturnus addatur ad horam ab ortu Solis prodibit hora à med. nocte, adiectis tamen 24. si abijci possunt. Et si numerus cõflatus maior fuerit quam 12. abiectis 12. manebit hora à mer. supputata. Vt si data sit hora 4. ab ortu, adiecto arcu seminocturno horarum 5. conficietur hora 9. à med. noc. Item si ad horam 22. ab ortu apponamus arcum seminocturnum horarum 5. conflabitur numerus 27. & abiectis 24. supererit hora 3. à med. noc. Denique si ad horam 10. ab Ortu addatur idem arcus seminocturnus horarum 5. exurget hora 15. à med. noc. Abiectis ergo 12. reliqua erit hora 3. à mer. Nam in eodem Analemmate si ad Xμ, horam ab ortu X, inchoatam adijciatur arcus seminocturnus XO, conflabitur distantia Oμ, à med. noc. Si autem ad XMμ, distantiam ab ortu X, addatur arcus seminocturnus XO, efficietur distantia OMμ, à media*

nocte,

nocte, maior semicirculo. Abiecto ergo semicirculo OM, reliqua erit distantia Mμ. à mer. Denique si ad XMOſſ, distantiam ab ortu X, adiungatur arcus seminocturnus XO, fiet distantia OMOſſ, à med. noc. toto circulo maior. Abiecto ergo integro circulo OMO, remanebit distantia Oſſ, à med. noc.

Reductio horæ ab occasu Solis ad horam à mer. vel med. noc.

AT vero si arcus seminocturnus detrahatur ex hora ab occasu Solis, adiectis prius 24. si subtractio fieri nequit, reliqua fiet hora à med. noc. Et si numerus reliquus maior fuerit, quam 12. abiectis 12. remanebit hora à mer. Vt si ex hora 16. ab occ. detrahamus arcum seminocturnum horarum 5, relinquetur hora 11. à med. noc. Item si ex hora 23. ab occ. abijciantur 5. reliqua erit hora 18. à med. noc. hoc est, (abiectis 12.) hora 6. à mer. Denique si hora 3. ab occ. data sit, addemus 24. & ex aggregato 27. reijciemus 5. vt reliqua fiat hora 22. à med. noc. hoc est, (abiectis 12.) hora 10. à mer. In eodem enim Analemmate si ex distantia ab occasu XOμ, detrahatur seminocturnus arcus XO, supererit distantia à med. noc. μO. Sic etiam si ex distantia ab occasu, XOMμ, dematur arcus seminocturnus XO, reliqua erit distantia à med. noc. OMμ, & detracto semicirculo OM, reliqua erit distantia Mμ. à mer. Denique si ex distantia Xſſ, ab occasu, addito prius integro circulo XOMX, auferatur arcus seminocturnus XO, relinquetur distantia à med. noc. OMſſ, hoc est, dempto semicirculo, distantia à mer. Mſſ.



Reductio horæ ab ortu ad horam ab occasu.

PRÆTEREA si totus arcus nocturnus adijciatur ad horam ab ortu, prodibit (reiectis prius 24. si reijci possunt) hora ab occasu. Vt si ad horam 8 ab or. addatur arcus nocturnus horarum 10. conflabitur hora 18. ab occ. Item si ad horam 19. ab or. apponatur idem arcus nocturnus horarum 10. exurget hora 29. ab occ. hoc est, abiectis 24. hora 5. ab occ. Nam in eodem Analemmate, si ad horam ab or. X μ, adijciatur arcus nocturnus XOX, conficietur hora ab occ. XO μ. Item si ad horam ab or. XMſſ, addatur arcus nocturnus XOX, conflabitur hora ab occasu XOMſſ, & abiecto integro circulo XOMX, hora ab occasu Xſſ, reliqua erit.

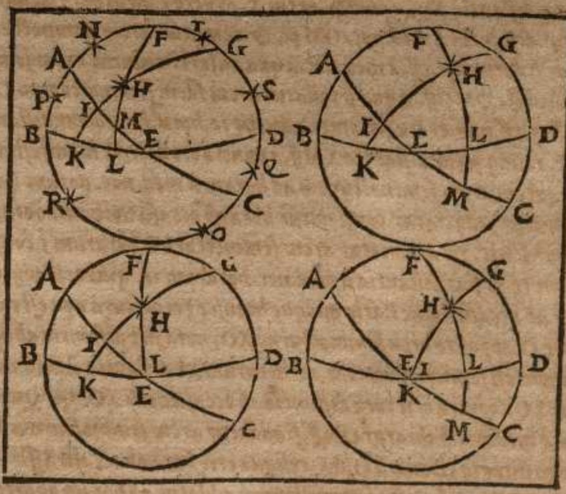
Reductio horæ ab occasu ad horã ab ortu.

DENIQVE si totus arcus nocturnus detrahatur ex hora ab occ. adiecto prius toto circulo, si detractio fieri nequit, reliqua erit hora ab ortu. Vt si ex hora 20. ab occ. dematur arcus nocturnus horarum 10. relinquetur hora 10. ab or. Item si ex hora 9. ab occ. hoc est, (adiectis 24.) ex hora 33. ab occ. tollantur 10. remanebit hora 23. ab or. Id quod ex eodem Analemmate perspicuum est. Nam si ex hora ab occ. XOμ, demas arcum nocturnum XOX, habebis horam ab or. Xμ. Item si ex hora ab occ. Xſſ, apposito prius toto circulo ſſOMſſ, detrahatur arcus nocturnus XOX, reliqua erit hora ab or. XMſſ.

Horæ inæqualis magnitudinẽ tam per instrumentũ quam sine instrumẽto cognoscere.

4. CÆTERVM vt horæ inæquales ad æquales reducantur, & contra, indaganda prius erit quolibet die magnitudo inæqualis horæ, tam diurnæ, quam nocturnæ, hoc scilicet modo. Posito gradu Eclipticæ opposito ei, quem Sol occupat, hoc est, Nadir Solis, (Ita enim gradum Solis oppositum vocant) super quamlibet lineam horarum inæqualium, notetur in limbo punctũ à linea fiduciæ Ostensoris per gradum Solis tunc transeunte ostensum: Idemque fiat, posito eodem gradu super proxime insequentem, vel præcedentem lineam horariam. Gradus enim inter duo puncta notata intercepti quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ continebunt. Reuocatis igitur illis gradibus ad tempus, cognita erit magnitudo vnius horæ inæqualis diurnæ. Quod si idem fiat cum gradu ipso Solis, reperietur quantitas horæ inæqualis nocturnæ; quam etiam inuenies, si quantitatem horæ diurnæ ex grad. 30. auferas.

SINE instrumento certius idem assequemur hoc modo. Diuiso arcu semidiurno, vel seminocturno (quem exhibet arcus paralleli per gradum Solis descripti inter Horizontem & meridianam lineam Astrolabij interceptus, vel in Analemmate arcus paralleli circa propriam diametrum descripti inter Meridianum, & perpendicularem, quæ ad diametrum ex intersectione ipsius cum diametro Horizontis educitur, vt in Cano. 7. Numer. 3. & in eius scholio Numer. 1. scripsimus) in 6. partes æquales, erit quælibet earum magnitudo vnius horæ inæqualis; diurnæ quidem, si arcus semidiurnus, nocturnæ vero, si seminocturnus diuisus fuit in 6. partes æquales. Quod autem gradus, ac minuta in qualibet parte sexta contineantur, ex Lemmate 3. libr. 1. cognosces. Hac ratione inuenies, Sole in principio ♋, existente, horam vnam inæqualem diurnam complecti grad. 18. min. 50. fere, hoc est, vnam horam æqualem cum 15. minutis paulo amplius, &c.



Reductio horæ inæqualis ad æqualem à Solis

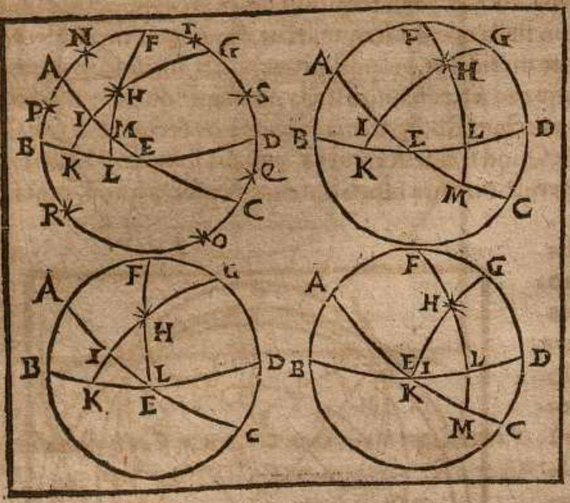
PROPOSITA ergo qualibet hora inæquali diurna, si eius numerus multiplicetur per quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ, procreabitur distantia Solis ab ortu. Si vero numerus cuiuslibet horæ inæqualis nocturnæ ducatur in quantitatem vnius horæ inæqualis nocturnæ, distantia Solis ab occasu producetur. Atq; hoc modo reducetur quælibet hora inæqualis diurna ad horam ab ortu Solis, nocturna vero ad horam *à Solis occasu numeratam: hinc vero per reductionem horæ ab or. vel occ. ad horam à mer. vel med. noc. cognoscetur quoq; hora à mer. vel med. noc. datæ horæ inæquali respondens.*

Reductio horæ æqualis ad inæqualem.

E CONTRARIO *si interdiu distantia Solis ab ortu, vel noctu distantia ab occasu diuidatur per quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ, vel nocturnæ, prodibit numerus horæ inæqualis diurnæ, vel nocturnæ. Quod si datæ horæ à mer. vel med. nocte inuenienda sit hora inæqualis respondens, reducenda prius erit interdiu ad horam ab ortu, noctu vero ad horam ab occasu inchoatam, &c.*

Horam æqualem per sinus inuestigare.

5. PER *calculum sinuum hoc modo hora quoque æqualis inuenietur ex altitudine Solis interdiu, & noctu ex altitudine alicuius stellæ. (Nolo autem repetere hoc loco rationes in vltima propos. lib. 1. nostræ Gnomonices explicatas, quarum omnium expeditissima est, quæ proxime rationem, quæ per triangula sphærica absoluitur, antecedit.) Repetantur priores 4. circuli ex 12. illis, quos ad calcem scholij Can. 3. attulimus, in quibus ABCD, ponatur Meridianus; DEB, Horizon, eiusque polus F; Æquator AEC, & eius, vel mundi polus G; Verticalis per Solem, vel stellam H, ductus FL, ita vt HL, sit eius altitudo supra Horizontem; Circulus horarius, vel declinationis GI, ita vt declinatio sit HI, siue borealis, siue australis. Quoniam igitur in triãgulo sphærico FGH, tria latera nota sunt, cum FG, sit complementum altitudinis poli; FH, complementum altitudinis Solis, vel stellæ; & GH, complementum declinationis, quando declinatio borealis est, quando autẽ declinatio est australis, habebit arcus GH, eundem sinum, quem reliquus arcus ex semicirculo in altero polo terminatus, qui complemẽtum est declinationis australis: cognoscetur angulus FGH, ex problemate 21. triang. sphær. vltimi Lemmatis, hoc modo.* Fiat vt sinus totus, ad sinum arcus FG. cõplemẽti altitudinis poli, ita sinus arc⁹ GH, complementi declinationis, ad aliud, produceturque quartus quidam numerus. Rursus fiat, vt quartus numerus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus FH, complementi altitudinis Solis, aut stellæ, & sinum versum arcus, quo duo latera FG, GH, inter se differunt, ad aliud, gigneturque sinus versus anguli quæsiti FGH; *ex quo cognita erit distantia astri AI, à Meridiano numerata; quæ vtrum versus ortum numeranda sit, an versus occasum, situs ipsius astri docebit, prout videlicet in hemisphærio orientali, vel occidentali extiterit.*



HÆC distantia Solis à Meridiano inuenta horam ignorari non sinet; ex distantia vero stellæ ab eodem Meridiano hora elicienda erit, vt Num. 2. docuimus.

CANON IX.

QVA hora Sol, aut quæuis stella oriatur, & occidat, aut ad Meridianum perueniat: Et qui dies, & noctes æquales inter se sint: Denique qui dies habeant arcus diurnos, nocturnosque alternatim æquales, inquirere.

Horam ortus, occasusq; Solis, vel stellæ cuiusuis per Astrolabium inuestigare.

1. CIRCVMVOLVTO reti, donec gradus Solis, vel cacumen stellæ propositæ in Horizonte orientali, siue recto, siue obliquo reperiatur, linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis superposita indicabit in limbo horam, qua tunc Sol vel stella oritur: quia gradu Solis, vel stella existente in Horizonte, hoc est, oriente supra Horizontem, sphæra eum situm obtinet, quem Astrolabium tunc indicat. Eodem pacto horam occasus reperies, si gradum Solis, aut cacumen stellæ in Horizonte occidentali, & lineam fiduciæ supra gradum Solis colloces.

Horã, qua stella cœlũ mediat, ex Astrolabio cognoscere.

2. NON aliter horam, qua proposita stella cœlum mediat, id est, ad Meridianum peruenit, (Sol enim semper in meridie, hoc est, hora 12. in Meridiano superiore existit, media vero nocte in Meridiano inferiore) inuenies, si eius cacumen in linea meridiana tam supra Horizontem, quam infra, constituas, & lineam fiduciæ gradui Solis superimponas.

Qui dies ac noctes inter se sint æquales, ex Astrolabio discere.

3. IAM si in reti accipiantur duo quilibet gradus Eclipticæ æqualiter à principio ♋, vel ♑, distantes, & in dorso Astrolabii, reperiantur duo dies illis gradibus respondentes; habebũt duo illi dies arcus diurnos, nocturnosque æquales, eandemque horam ortus, atque occasus.

4. SI autem in reti sumantur quilibet duo gradus Eclipticæ à principio ♈, vel ♎, æqualiter remoti, & in dorso Astrolabij duo dies illis gradibus accipiantur respondentes, erit arcus diurnus vnius æqualis arcui nocturno alterius, & nocturnus vnius diurno alterius.

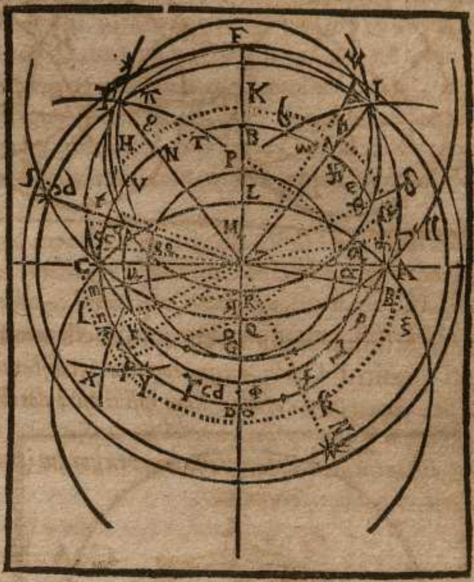
Qui dies habeãt arcus diurnos, nocturnosq; alternatim æquales.

5. ABSQVE instrumento hunc in modum progrediemur. Per gradum Solis, vel per stellam describemus ex E, centro parallelum, donec Horizontem secet, ac Meridianum. Arcus enim eius inter Horizontem & Meridianum positus metietur distantiam Solis, aut stellæ à Meridiano, cum oritur: quæ distantia si Solis est, in tempus conuersa, indicabit, quot horis ante meridiem Sol oriatur, & quot horis post meridiem occidat. Quare si dictæ horæ ex 12. auferantur, reliquæ erunt horæ post mediam noctem, quibus Sol exoritur. Vt Sole existente in principio ♑, cuius parallelus Horizontem secat in ſ, & Meridianum superiorem in F; arcus Fſ, est Solis in ſ, existentis distantia à meridie, &c.

HORAM

HORAM autem ortus ſtellæ ſitum v.g. habentis in Z, cuius parallelus Horizontem ſecat in d. (Eius namque diſtantia à Meridiano horam non indicat) ita venaberis. Ducta recta EZ, ad ſitum ſtellæ; recta Ed, ad interſectionem paralleli ſtellæ cum Horizonte, & recta E♌, ad gradum Solis, quem nunc ponamus eſſe principium ♋; accipiatur arcui Æquatoris fθ inter rectas EZ, E♌ æqualis arcus à puncto interſectionis rectę Ed, cum Æquatore, vſque ad punctum cd, ita vt punctum cd, verſus eandem partem à puncto rectæ E d, recedat, verſus quam punctum θ, à puncto f, remouetur. Nam arcus BCcd, erit diſtantia Solis, vel principij ♋, ante meridiem, cum ſtella in d, oritur: propterea quod, ſi concipiatur moueri rete, donec recta EZ, rectæ Ed, hoc eſt, donec ſtella Z, in d, exiſtat, recta E♌, ſecabit Æquatorem in cd, propter dictos duos æquales arcus acceptos, &c.

NON aliter horam, qua ſtella eadem occumbit, inueſtigabis. Nam ſi arcui prædicto fθ, à puncto interſectionis Æquatoris cum recta, quæ ex E, ad interſectionem paralleli ſtellæ cum Horizonte occidentali ducitur, ſecundum ſucceſſionem ſignorum æqualis arcus ſumatur, (nimirum verſus eandem partem ab illo puncto interſectionis recedendo, in quam punctum θ à puncto f, recedit) erit terminus huius arcus punctum illud, ad quod gradus Solis peruenit eo temporis momento, quo ſtella occidit. Itaque arcus Æquatoris inter idem punctum, & meridianam lineam EF, diſtantia erit Solis ante meridiem, vel poſt, prout punctum illud in parte orientali Aſtrolabii exiſtet, aut occidentali. Sic etiam hora, qua ad Meridianum ſtella peruenit, inuenietur, ſi arcui fθ, æqualis accipiatur BC. Nam cum primum recta EZ, ad rectam EB, peruenerit, congruet recta E♌, rectæ EC, ac propterea arcus BC, diſtantia erit Solis ante meridiem. Quod ſi eidem arcui fθ, æqualis ſumatur DA, erit arcus BA, diſtantia Solis poſt meridiem, ſtella exiſtente in Meridiano infra Horizontem: propterea quod, mota recta EZ, ad rectam ED, recta E♌ rectæ EA, congruit, ob arcus fθ, DA, æquales. Denique non alia ratio eſt inueſtigandæ horę, quando ſtella in Horizonte, vel Meridiano exiſtit, quam quando in alio puncto cœli reperitur. Hac enim eadem ratione ſupra in Can. 8. Num. 6. ex ſitu ſtellæ Z, in puncto S, quem ex eius altitudine, & parallelo inuenimus, repertus eſt arcus Bc, diſtantiæ Solis à Meridiano in principio ♋, exiſtentis; quia nimirum arcū Nc, arcui fθ accepimus æqualem, &c. Ex quo perſpicuum eſt, ſi in recta EC, ſumatur recta æqualis ſemidiametro paralleli Solis E♌ & per extremum punctum interuallo ſemidiametri Horizontis KQ, duo circuli horarij, quorum centra in parallelo Kg, exiſtant, deſcribātur, inuentam quoque eſſe horam tam ab ortu, quam ab occaſu, qua ſtella Z, cœlum mediat. Item ſi ex recta Ecd, producta abſcindatur recta eidem E♌, æqualis, & per extremum punctum eodem modo duo circuli horarij deſcribantur, horam tam ab or. quam ab occ. inuētam eſſe, qua eadem ſtella in d, oritur ſupra Horizontē, &c. Hac tamen conditione ſeruata, vt horarius circulus, cuius conuexo occurrimus à puncto C, verſus B, progredientes, horam ab ortu Solis indicet; circulus vero horarius, cuius concauo occurrimus à puncto A, verſus D, procedentes, horam à Solis occaſu demōſtret; quod ex ijs perſpicuum eſt, quæ lib. 2. propoſ. 9. Num. 7. demonſtrata ſunt à nobis.



6. ALIA duo reperientur, vt Num. 3. & 4. dictum eſt, niſi quod dies gradibus Eclipticæ reſpondentes non ex dorſo Aſtrolabii, ſed ex tabula ſcholij Canonis 2. inquirendi ſunt.

SCHOLIVM.

1. IN Analemmate recta, quæ ex interſectione diametri Horizontis cum diametro paralleli Solis ad eandem hāc diametrum educitur perpendicularis, aufert ex ſemicirculo circa diametrū eiuſdem paralleli deſcripto arcum diſtantiæ Solis à mer. vel med. noc. arcum videlicet ſemidiurnum à ſeminocturno dirimens. Vt in Analemmate ſuperiori ſcholij Canonis 6. 7. & 8. Sole exiſtente in principio ♋, diſtantia eius à mer. eſt arcus MX; à med. noc. autem arcus OX, &c. Hora vero ortus vel occaſus ſtellæ difficilius per Analemma inquiritur. Primum enim inueſtiganda eſt eius diſtantia à Meridiano cum oritur, vel occidit, hoc eſt, eius arcus ſemidiurnus, vt in ſcholio Can. 7. Num. 1. docuimus. Deinde ex hac diſtantia, inquirenda diſtantia Solis à Meridiano, vt in ſcholio præcedentis Canonis Num. 2. ſcripſimus. Ex hac enim diſtantia nullo negotio hora colligetur, vt ibidem traditum eſt.

Horam ortus occaſusq; Solis, vel ſtellæ per Analemma inueſtigare.

2. VT autem per ſinuum doctrinam hora ortus occaſusq; Solis, vel ſtellæ eliciatur, inueſtigandus erit arcus ſemidiurnus ex ijs, quæ in ſcholio Can. 7. Nu. 3. ſcripta ſunt. Hic enim diſtantiam Solis, vel ſtellæ à Meridiano ſupero manifeſtabit, quando oritur, vel occidit. Quocirca hora ortus, occaſusq; Solis ignorari non poterit. Ex diſtantia autem ſtellæ à Meridiano eruenda erit hora ortus ipſius atq; occaſus, vt proxime Num. 1. ſcripſimus.

Hora ortus, occaſusq; Solis, vel ſtellæ, quo pacto per Sinus inquirenda ſit.

CANON X.

INITIVM, finem, & durationem vtriuſque crepuſculi, tam matutini, quam veſpertini, perquirere.

1. POSITO gradu Solis ſupra lineam crepuſculi ex parte orientali; notetur in limbo hora, vel horæ pars, quam linea fiduciæ Oſtenſoris gradui Solis in eo ſitu ſuperpoſita indicat. Ea enim dabit initium Crepuſculi matuti-

Crepuſculum matutinum, ac veſpertinū

quantum duret, & qua hora incipiat, et finiatur, ex instrumento cognoscere.

matutini. Promoto deinde gradu Solis vsque ad Horizontem, indicabit in limbo eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam, vel partem horæ, qua matutinum crepusculum finitur, vel cessat. Tempus autem interiectum inter initium ac finem, Crepusculi totius matutini durationem determinabit. Non aliter Crepusculi vespertini principium, finem, ac durationem inquires. Nam posito gradu Solis supra Horizontem ex parte occidentali, monstrabit linea fiduciæ gradui Solis superposita in horis limbi initium Crepusculi vespertini. Promoto deinde gradu Solis ad lineam Crepusculinam vsque, ostendet in limbo eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam, vel partem horę, qua vespertinum Crepusculum euanescit. Tempus vero interiectum inter initium ac finem, totius vespertini Crepusculi magnitudinem exhibebit, quæ quidem semper quantitati Crepusculi matutini æqualis deprehendetur. Gradus porro limbi inter puncta, quæ à linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis tam in linea Crepusculina, quam in Horizonte existentis superposita indicantur, in tempus conuersi, moram quoque Crepusculi vtriusque exhibent.

Alia Crepusculi inuentio certior.

2. SED quoniam linea Crepusculina non facile sine errore describitur, propterea quod eius cētrum nimis procul à centro Astrolabii excurrit, inuestigari poterit idem Crepusculum, etiamsi linea Crepusculina descripta non sit, accuratius hoc modo. Ponatur gradus Eclipticæ loco Solis oppositus in parallelo Horizontis grad. 18. ex parte occidentali; (Multo enim certius parallelus Horizontis ab eo grad. 18. versus Zenith distans describitur, quam eius oppositus recedens ab eodem grad. 18. versus Nadir) Et quia tunc gradus Solis necessario cōstituitur in puncto opposito, nimirum in ipsa linea Crepusculina ex parte orientali, hoc est, per gradum Solis in eo situ linea Crepusculina transire debet, monstrabit linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis superposita in limbo horam initii Crepusculi matutini, vt prius. Promoto autem gradu Solis ad Horizontem vsque, indicabit eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam finis eiusdem Crepusculi in limbo. Eodem modo, posito gradu Eclipticæ, qui loco Solis opponitur, in parallelo Horizontis grad. 18. ex parte orientali, ostendet linea fiduciæ gradui Solis incumbens, horam finis Crepusculi vespertini in limbo. Restituto vero gradu Solis ad Horizontem, dabit eadem linea fiduciæ per gradum Solis incedens principium eiusdem Crepusculi in limbo. Tempus porro inter principium, & finem vtriusque Crepusculi positum, durationem Crepusculi metietur.

Quo pacto ex vno Crepusculo eruatur initium, & finis alterius Crepusculi eiusdē diei.

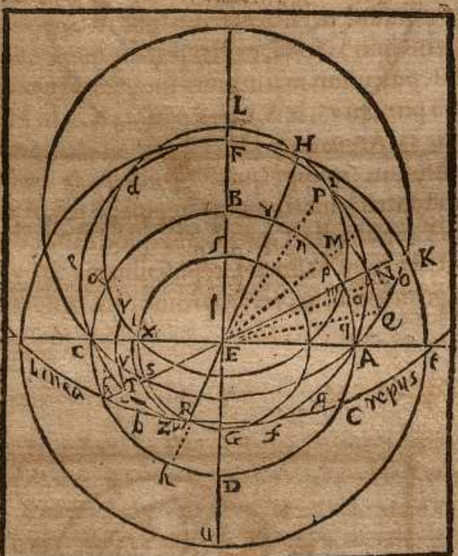
Sed inuento alterutro Crepusculo, habebitur etiam alterum, cum illi sit æquale; Et hora principij vnius ex 12. horis subducta relinquet horam finis alterius: hora vero finis vnius ex 12. horis sublata, horam initij alterius relinquet.

Quantum à principio, aut fine Crepusculi distemus cognoscere.

IAM si noctu per stellæ alicuius altitudinem hora inueniatur, vt Can. 8. Nu. 2. & 6. præcepimus, illico cognosces, quantum à principio, aut fine Crepusculi tam matutini, quam vespertini distes; si nimirum horam inuentam cum hora initij, aut finis Crepusculi conferas, vt perspicuum est.

Crepusculū vtrumque sine Astrolabio materiali inuestigare.

3. SINE instrumento ita agemus. Sit Æquator ABCD, circa centrum E; tropici FHK, GRS; Horizon obliquus KAC; & linea Crepusculina, id est, parallelus Horizontis grad. 18. ab ea distans in infero hemisphærio Rab, cuius centrum L; & denique Ecliptica AFCG, cuius polus l, diuisa in 12. signa per rectas ex l, per 12. partes æquales Æquatoris eductas in punctis C, c, Z, G, f, g, A, N, P, E, d, e. Si igitur per datum punctum Eclipticæ parallelus Æquatoris describatur, erit eius arcus inter lineā Crepusculinam, & Horizontem siue ex parte orientali, siue occidētali interceptus, magnitudo Crepusculi tam matutini, quam vespertini. Initium autē matutini metietur arcus paralleli à linea meridiana infra A C, vsque ad lineam Crepusculinam numeratus; finem autem arcus eiusdem paralleli eodem modo vsque ad Horizontem computatus metietur. At vero vespertini principium metietur arcus paralleli à linea meridiana supra AC, vsque ad Horizōtem numeratus; finem autem dabit arcus eodem ordine vsque ad Crepusculinam lineā numeratus. Exempli causa. Sole existente in principio ♋, Crepusculi vtriusque magnitudo erit arcus RS, & horam initii matutini Crepusculi dabit arcus GR, & horam finis arcus GS, à med. noc. numerandam: horam autem initii Crepusculi vespertini numerabit arcus fS, & horam finis arcus fR, à meridie inchoatam. Rursus Sole in principio ♑, existente, vtriusque Crepusculi magnitudo erit arcus tK, tropici ♑, inter Horizontem & lineam crepusculinam; & arcus u t, à med. noc. supputatus dabit initium Crepusculi matutini, & arcus uK, finem: at arcus F K, numeratus à meridie indicabit principium vespertini Crepusculi, & arcus Ft, finem. Item arcus aT, erit duratio Crepusculi vtriusque, Sole existente in principio ♊, & ♌. Et arcus bV, Crepusculum vtrumque metietur, Sole existente in principio ♉, & ♍. Arcus denique kC, durationem eiusdem numerabit, Sole in punctis æquinoctialibus existente, & sic de cæteris. Initiū autem & finem cuiussuis Crepusculi determinabit arcus proprii paralleli vsque ad lineam meridianam producti, vt expositum est. Vel si mauis, initium ac finis cuiuslibet Crepusculi sumi possunt in Æquatore à linea meridiana vsque ad rectas ex E, centro per terminos arcus Crepusculi emissas: vt quoniam RS, arcus est Crepusculi ♋, si per R, & S, ex E, rectæ emittantur secantes Æquatorem in h, k, dabit arcus Dh, initium Crepusculi matutini, & Dk, finē: at arcus Bk, mōstrabit principiū Crepusculi vespertini, & Bh, finem; propterea quod arcus Dh, Dk, arcubus GR, GS, & arcus Bk, Bh, arcubus fS, fR, similes sunt, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. &c.



Crepuscula inuenire aliter sine Astrolabio materiali.

4. QVANDO autem linea Crepusculina descripta non est, aut non facile describi potest, explorabimus Crepusculum cuiuslibet puncti Eclipticæ exquisitissime hoc alio modo. Describatur supra Horizontem eius parallelus grad. 18. ab eo distans, & parallelo Crepuscula terminanti oppositus HIMm. Hic enim facilius, quam paral-

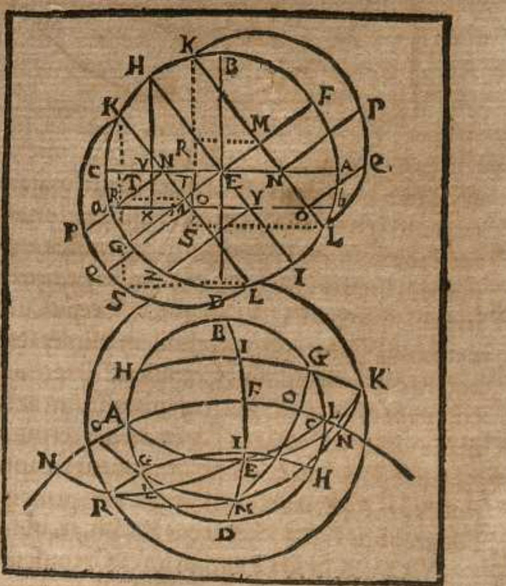
parallelus Crepuſcula terminans deſcribetur, cum totus intra Horizontem contineatur, ac proinde diameter eius apparens, & centrum commodè haberi poſſint. Deinde per punctum Eclipticæ oppoſitum puncto, cuius Crepuſculum deſideratur, parallelus Æquatoris ex E, deſcribatur. Arcus namque eius inter Horizontem & eius parallelum HIMm, poſitus quantitatem Crepuſculi quæſiti exhibebit, cuius initium, finemq; arcus Æquatoris inter meridianam lineam, ac rectas ex centro E, per terminos prædicti arcus Crepuſculi emiſſas monſtrabunt, vt paulo ante dictum eſt. Verbi gratia. Arcus tropici ♑, HK, inter Horizontem & eius parallelum gr. 18. erit magnitudo Crepuſculi tam matutini, quam veſpertini, Sole exiſtente in principio ♋: Et principium matutini determinabitur per arcum FH, & finis per arcũ FK, à med. noct. inchoatum: veſpertini aũt initium offeret arcus uK, & finem arcus uH. Vel ductis rectis EH, EK, ſecantibus Æquatorem in r, m; principium matutini metiatur arcus Br, & finem arcus Bm, vſque ad rectam EK: at vero initium veſpertini dabit arcus Dm, vſque ad rectam EK, finem autem arcus Dr; quod arcus Br, arcui FH, ſimilis ſit: & Bm, ipſi FK, & Dm, ipſi uK, & Dr, ipſi uH, ex ſcholio propoſ. 22. lib. 3. Eucl. Eadem ratione arcus IO, per principium ♐, & ♒, deſcriptus erit Crepuſculum principij ♊, & ♌, & initium matutini dignoſcetur per arcum Bn, & finis per arcum Bo; Veſpertini vero initium exhibebit arcus Do, & finem arcus Dn. Sic arcus MQ, per initium ♏, & ♓, deſcriptus erit Crepuſculum principij ♉, & ♍: Et matutini principium exhibebit arcus Bp, & finem arcus Bq: veſpertini autem initium dabit arcus Dq, & finem arcus Dp. Item arcus Æquatoris Am, per principium ♎, deſcriptus inter Horizontem, & eius parallelum grad. 18. erit Crepuſculum principij ♈: Et matutini principium dabitur per arcum Bm, vſque ad parallelum Horizontis, finis vero per arcum BA. E contrario arcus tropici ♋, SX, inter Horizontem atque eius parallelum grad. 18. erit Crepuſculum principij ♑: Arcus vero Ti, per initium ♊, & ♌, deſcriptus, Crepuſculum erit principij ♐, & ♒: Et arcus VY, per principium ♉, & ♍, deſcriptus, Crepuſculum erit principij ♏, & ♓. Arcus denique Æquatoris C☾, per primum punctum ♈, deſcriptus, Crepuſculum erit primi puncti ♎. Initia autem, & fines horum Crepuſculorum inuenientur, vt prius, ſi ex E, per terminos arcuum inter Horizontem, & eius parallelum grad. 18. poſitorum rectæ ducantur: hoc obſeruato, vt initium ac finis cuiuſuis Crepuſculi matutini numerentur à med. noct. veſpertini autem à meridie. Item vt initium matutini Crepuſculi incipiat in Æquatore à puncto, per quod tranſit recta ex E, per terminum arcus Crepuſculi in parallelo Horizontis educta; finis vero à puncto, per quod ducitur recta ex E, per terminum eiuſdem arcus Crepuſculi in Horizontem emiſſa: At vero initium, ac finis Crepuſculi veſpertini contrario modo ſumantur: Denique ſi poſteriori hac via ſine linea Crepuſculina Crepuſcula inquiruntur, vt initium ac finis cuiuſuis Crepuſculi matutini numerari incipiant à puncto B; veſpertini vero à puncto D. *Quid obſeruandum in Crepuſculi cuiuſuis initio, ac fine determinando.*

INVENIRI autem Crepuſculum cuiuſuis puncti Eclipticæ per arcum, qui per punctum oppoſitum deſcribitur, ita demonſtrabimus. [a] Quoniam per quodlibet punctum circuli non maximi in ſphæra, vt per H, circulus maximus eum tangens deſcribi poteſt, [b] tanget circulus ille maximus alium non maximum priori æqualem, parallelum & oppoſitum. Cum ergo HE, ſit diameter illius circuli maximi, vbi ea occurrit lineæ Crepuſculinæ in R, ibi idem circulus maximus parallelum Horizontis b a R t, parallelo HIMm, oppoſitum tanget: ideoque cum per coroll. propoſ. 6. lib. 2. Theod. puncta contactuum per diametrum ſphæræ oppoſita ſint, erunt puncta H, R, per diametrum oppoſita. Igitur exiſtente principio ♑, in H, exiſtet principium ♋, in R, puncto lineæ Crepuſculinæ, atq; idcirco Sole ibidem exiſtente, Crepuſculum matutinum incipiet. Quando autem raptu primi mobilis initium ♑, ad K, peruenerit, exiſtet primũ punctũ ♋, in S, quod puncta K, S, in Horizonte ſint etiam per diametrũ oppoſita, nimirum occaſus ♑, & ortus ♋. Arcus ergo HK, quem eodẽ tempore principium ♑ percurrit, quo principiũ ♋, arcum Crepuſculi RS, abſoluit, (quippe qui illi ſimilis ſit, ex ſcholio prop. 22. lib. 3. Eucl. ob angulos æquales HEK, RES, ad verticem in centro) durationem Crepuſculi primi puncti ♋, metietur. Non aliter oſtendemus, arcũ IO, ſimilem eſſe arcui Crepuſculi aT, propterea quod eandẽ ob cauſam exiſtente principio ♐, vel ♒, in I, principium ♊, vel ♌, exiſtit in a, puncto lineæ Crepuſculinæ; eodẽ vero principio ♐, vel ♒, promoto ex I, ad O, punctum Horizontis, principium ♊, vel ♌, promotum tunc eſt ad punctum Horizontis ad punctum T, atque ita de cæteris. [a] *14. 2. Theo.* [b] *6. 2. Theo.*

SCHOLIVM.

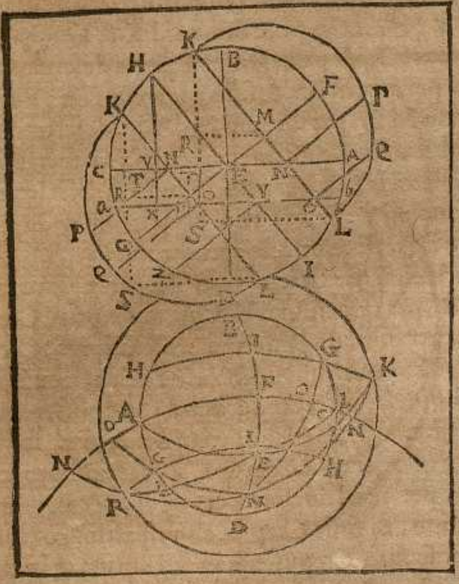
Crepuſcula ex Analemmate inquirere.

5. EXPEDITE *quoque Crepuſcula ex Analemmate cognoſcemus. Sit enim Meridianus Analemmatis ABCD, circa cẽtrum E; diameter Horizontis AC; Verticalis diameter BD; axis mundi FG; Aequatoris diameter HI; diameter paralleli Solis ſiue borealis, ſiue auſtralis KL, circa quem ſemicirculus deſcriptus ſit KPL; & denique a b, diameter paralleli Horizontis grad. 18. in hemiſphærio infero, in quo Crepuſcula omnia incipiunt & deſinũt. Si igitur ex N, O, interſectionibus diametri KL, cũ AC, & a b, ad KL, perpendiculares educantur NP, OQ, erit arcus PQ, magnitudo Crepuſculi: quod ſi fuerit matutinum, diſtabit eius initium à med. noc. per arcum LQ, & finis per arcum LP; ſi vero veſpertinũ fuerit, diſtabit eius principium à meridie, per arcum KP, & finis per arcũ KQ: propterea quod NP, communis ſectio eſt paralleli Solis, & Horizontis, vt in ſcholio Can. 7. Num. 1. oſtenſum eſt; atque eadem de cauſa OQ, communis ſectio eiuſdem paralleli Solis ac paralleli Horizontis. Simili modo ducta YZ, ad HI, perpendiculari, erit arcus GZ, longitudo Crepuſculi, Sole in æquinoctiis exiſtente; & matutini quidem initium à med. noc. diſtabit per arcum IZ, & finis per arcum IG; veſpertini vero principium à meridie diſtabit per arcum HG, & finis per arcum HZ.*



2. PER *sinus ita Crepuscula supputabuntur, si prius sinum versum arcus semidiurni inquiramus hoc modo. In Analemmate ex punctis extremis K, L, diametri paralleli ducantur diametro Verticalis BD, & diametro Horizontis AC, parallelæ rectæ KS, LS, secantes sese in S; atque ex M, puncto medio diametri paralleli, vbi axem mundanum intersecat, eidem diametro Horizontis AC, alia parallela agatur MR: eritq; recta KS, in R, secta bifariam,* [a] *cum sit, vt KM, ad ML, ita KR, ad RS: ipsa autē KS, conflata erit ex KT, sinu altitudinis meridianæ dicti paralleli, & ex TS, sinu depreßionis meridianæ eiusdem paralleli, quæ depreßio altitudini meridianæ paralleli oppositi æqualis est.* Igitur si fiat, vt KR, semissis rectæ KS, conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & ex sinu depressionis meridianæ, ad KT, sinum altitudinis meridianæ ita KM, sinus totus ad aliud, producetur KN, sinus versus arcus semidiurni KP. *Ex hoc sinu verso eruetur ipse semidiurnus arcus, vt in expositione tabulæ sinuum docuimus.*

[a] 2. sexti. Sinū versum arcus semidiurni, ideoque & ipsum arcum semidiurnū per numeros explorare. Crepuscula per numeros indagare.



IAM si rursum fiat, vt KR, semissis rectę KS, conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & sinu meridianæ depressionis, ad sinum arcus grad. 18. (hoc est, ad segmētum rectæ KS, inter AC, & a b.) ita KM, sinus totus ad aliud, reperietur recta NO; *quæ ad sinum versum KN, arcus semidiurni adiecta conficit KO, sinum versum arcus KQ, ex arcu semidiurno KP, & arcus Crepusculi PQ, conflati. Si ergo ex hoc arcu KQ, arcus semidiurnus subtrahatur, reliquus erit arcus Crepusculi PQ.*

SED & per triangula sphærica idem Crepusculum inuestigari potest. Sit enim Horizon ABCD; Meridianus BD; Æquator AFC, parallelus Solis quicunque GIH; polus Horizontis E; Verticalis primarius AEC; parallelus Crepusculorum KK, infra Horizontem grad. 18. ab eo distans, secans parallelum Solis in K, ita vt KG, sit arcus Crepusculi, Sole parallelum GIH, percurrente, [b] *cui similis est arcus Æquatoris NO, quem maximi circuli MG, MK, ex M, polo mundi egredientes intercipiunt. Hunc ergo inueniemus hac ratione. Ducto per K, centrum Solis in principio matutini, aut fine vespertini Crepusculi, Verticali EK secante Horizontem in L; quoniam in triangulo sphærico EKM, omnia tria latera nota sunt; (Est enim EM, arcus complementi altitudinis poli; MK, arcus complementi declinationis Solis in parallelo boreali, in australi vero, arcus conflatus ex quadrante MN, & declinatione NK; arcus denique EK, conflatus ex quadrante EL, & arcu LK, grad. 18.) cognoscetur per problema 21. triang. sphær. vltimi Lemmatis, angulus EMK, ac proinde eius arcus FN, hoc modo.* Fiat vt sinus totus ad sinum lateris MK, (quod est vel complementum declinationis, vel arcus conflatus ex quadrante & declinatione (ita sinus lateris EM, complementi altitudinis poli, ad aliud, inuenietur q; quartus quidā numerus. Et si rursum fiat, vt quartus numerus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum lateris EK, compositi ex gr. 90. & ex grad. 18. & sinum versum arcus, quo duo latera ME, MK, inter se differunt, ad aliud, producetur sinus versus anguli quæsiti EMK; *ideoque angulus ipse, eiusque arcus FN, notus fiet: ex quo si dematur arcus semidiurnus FO, reliquus fiet arcus Crepusculi NO.*

[b] 10. 2. The.

CANON XI.

QVÆ puncta Eclipticæ in Meridiano, atque Horizonte, vel quolibet alio circulo Eclipticam secante existant, & quanam in domo cœlesti proposita quæuis stella, aut punctum Eclipticæ, quouis temporis momento reperiatur, explorare.

Per Astrolabiū materiale puncta Eclipticæ inuestigare, quæ in quolibet circulo Eclipticam secante existunt.

1. DIVRNO tempore accipiatur altitudo Solis, eaq; inter Almucātarath ex parte orientali, vel occidentali, prout tempus antemeridianum, aut pomeridianum fuerit, numeretur. Si n. gradus Solis ad Almucantarath inuentæ altitudinis promoueatur, repræsentabit Ecliptica eum situm, quem in cœlo tunc habet; ac proinde puncta Eclipticæ, quæ tunc in Meridiana linea, Horizonte, & in quolibet alio circulo, siue is Verticalis sit, siue circulus positionum, siue parallelus Horizontis, siue alius circulus quicunque tam maximus, quam non maximus, reperiuntur, erunt ea, quæ eo tempore in dictis circulis existunt in cœlo. Immo & stellę in reti descriptæ indicabunt situm, quem in cœlo tunc obtinent.

TEMPORE vero nocturno altitudo alicuius stellæ obseruetur, atq; cacumen stellę in Almucātarath inuentæ altitudinis collocetur vel ex parte orientali, vel occidentali, prout stella orientalis fuerit, occidentalisue. Nam hac ratione habebit rursum Ecliptica eum situm, quem in cœlo tunc habet; ac propterea non solum apparebit, quæ puncta Eclipticæ in quolibet circulo existant, verum etiam, in quonam circulo hæc vel illa stella reperiatur, aut quem situm habeat in cœlo.

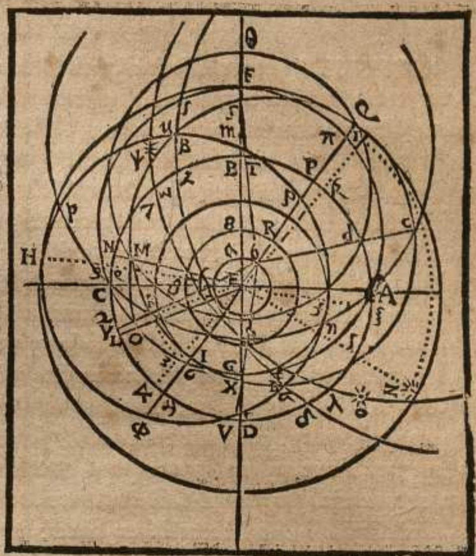
2. SI idem ad datam quamcunque horam inuestigandum sit, mouenda erit linea fiduciæ Ostensoris ad eam horam siue antemeridianam, siue pomeridianam, prout ante vel post meridiem data fuerit. Circumuoluto enim tunc reti, donec gradus Eclipticæ, quem Sol occupat, sub linea fiduciæ constituatur, habebit rursum Ecliptica proprium situm, &c.

Qua hora quiuis gradus, aut signum Eclipticæ oriatur, cognoscere.

SIC etiam si scire quis cupiat, quænam hora sit, cum quodlibet signum, aut gradus Eclipticæ, vel stella quæuis in Astrolabio descripta, exoritur, Sole quemcunque gradum Eclipticæ occupante, statuendus est gradus ille, vel stella in Horizonte orientali. Linea namque fiduciæ Ostensoris per gradum tunc Solis incedens, monstrabit in limbo horam, siue distantiam Solis à Meridiano circulo, &c.

3. ABSQVE materiali Astrolabio idem assequemur hoc modo. Sit Æquator ABCD, circa centrum E;

Ecliptica AFCG, cuius centrum 8, & polus a; Horizon AqC; tropicus ♋, GI; tropicus ♑, FH. Sitque primum inuestigandum, quod proponitur, Sole existente in puncto Eclipticæ O, quando altitudo Solis deprehensa est ante meridiem grad. 20. Descripto parallelo Horizontis grad. 20. θ Mi, delineetur parallelus Æquatoris per datum punctum O, secans parallelum θ Mi, in M, ductis autem ex E, per O, M, rectis, secantibus Æquatorem in L, N, accipiatur arcui LN, æqualis arcus BP, ducaturque recta EP, secans tropicum ♑, in Q, & tropicum ♋, in I. Et quoniam si cogitetur rete circumduci, donec datum punctum O, ad M, perueniat, vt datam altitudinem habeat ante meridiem, rectaque EL, rectæ EN, congruat, congruet recta EB, rectæ EP, ob arcus æquales LN, BP, principiumque ♑, F, in Q, existet, & principium ♋, in I. Quocirca recta QEI, secante parallelum Æquatoris 8RQ, per 8, centrum Eclipticæ descriptum in R, & parallelum a b h, per a, polum eiusdem Eclipticæ descriptum in b, existet tunc centrum Eclipticæ in R, & polus in b. Descripta ergo ex R, per Q, & I, Ecliptica, QSRIc, tangente tropicos in Q, I, habebit ea proprium tunc situm, secabitq; Meridianũ in S, X, & Horizontem in K, c. Quæ puncta quibus gradibus Eclipticæ respondeant, indicabunt rectæ ex b, polo Eclipticæ ad ipsa eductæ, vt lib. 2. prop. 5. Nu. 19. ostendimus. Tot enim gradibus distabit S, à principio ♑, hoc est, à puncto Q, secundum successionem signorum, quot in arcu Æquatoris PT, continentur. Punctum autem K, tot gradibus ab eodem principio ♑, aberit secundum successionem signorum, quot in arcu PBY, continetur, vel tot gradibus ab initio ♋, I, contra signorum ordinem, quot in arcu μY, reperiũtur. Puncta deniq; X, c, punctis S, K, per diametrum sunt opposita, quorum tamen etiam distantias à ♋, & ♑, arcus μV, Pd, metiuntur; prior tamen secundum successionem signorum, posterior vero contra signorum seriem numerandus est.



QVOD si data sit hora, id est, distantia à Meridiano, qua inuestigare debeamus eadem puncta, ducenda erit ex E, centro recta per datam horam, hoc est, quæ ex Æquatore abscindat arcum distantiæ Solis a Meridiano circulo, cuiusmodi est recta EN, secans parallelum puncti O, in Ecliptica dati, in quo videlicet Sol existit, in puncto M. In puncto namque M, hora proposita Sol existet, non secus ac si parallelus Solis parallelum Horizontis θ M, intersecaret. Quare reliqua peragenda erunt, vt prius.

IAM si, Sole existente, v.g. in puncto Eclipticæ 9. indaganda sit hora, qua punctũ 3. eiusdem Eclipticæ exoritur, describemus ex E, per 3. arcum, qui Horizontem orientalem secet in K, ductisque ex E, per 3, K, o, rectis secantibus Æquatorem in 4, 2, e, accipiemus arcui 42, æqualem arcum e 7: eritq; arcus B7, distantia Solis à Meridiano, quando punctum 3, supra Horizontem ascendit. Nam promoto puncto 3, vsque ad K, congruet recta E 4, rectæ E 2, punctumque e, ad 7. promotum erit, ob æqualitatem arcuum 42, e 7. &c.

Qua hora quodlibet punctũ Eclipticæ oriatur, vbicunque Sol ex stit, sine instrumento exquirere.

4. DEINDE eadem puncta Eclipticæ sint inquirenda, cum stella Z, altitudinem pomeridianam nocturno tempore habet grad. 20. Descripto per Z, centrum stellæ parallelo Æquatoris secante parallelum Horizontis grad. 20. in i, ducantur rectæ per Z, i, ex E, secantes Æquatorem in l, k, & arcui lk, æqualis arcus abscindatur Be, ducaturq; recta Ee, secans tropicos in H, f, & parallelos R 8 g, b a h, in g, h. Existente ergo tunc stella Z, in i, collocabitur principium ♑, in H, & primum punctum ♋, in f, & centrum Eclipticæ in g, polus denique in h. Descripta ergo ex g, per H, f, Ecliptica secabit Meridianum in m, r, & Horizontem in p, n, quorum punctorum distantiæ à principio ♑, H, & principio ♋, f, reperientur per rectas ex polo h, emissas, vt prius.

5. EADEM ratione cognoscemus, quæ puncta Eclipticæ tempore obseruationis in quolibet circulo siue maximo, siue non maximo, qui tamen Eclipticam secet, reperiantur. Ita enim vides parallelum Horizontis θ M i, ab Ecliptica QSXc, secari in M. Et si describatur circulus positionis γ q ♂, per γ, principium domus 11. & per ♂, principium domus 5. secabitur is ab Ecliptica AFCG, in s, t, & ab Ecliptica QSKc, in u, α, & ab Ecliptica Hrfm, in β, ι: quæ omnia puncta, quantum à ♑, & ♋, distent tam secundum seriem signorum, quam contra, indicabunt rectæ ex polis a, b, h, ad puncta ipsa emissæ. Non aliter habebuntur puncta, quæ in quouis circulo horario existunt data hora. Vt si recta Qμ, referat aliquem circulum horæ à mer. vel med. noc. obtinente Ecliptica situm circuli AFCG, existent puncta π, σ, in eo circulo horario, quæ quantum absint à principijs ♑, & ♋, hoc est, à punctis F, G, docebunt rectæ ex a, polo ad π, σ, eiectæ. Ecliptica vero existente QSXc, reperientur prima puncta ♑, & ♋, nimirum Q, & I, in horario circulo Qμ. Ecliptica deniq; situm obtinente circuli Hrfm, transibit idem circulus horarius per puncta Eclipticæ ρ, φ, & arcus Eclipticæ fρ, Hφ, à principijs ♋, & ♑, secundum successionem signorum numerati cognoscentur per arcus Æquatoris à rectis ex h, polo ad ρ, φ, ductis abscissos.

6. IAM si reti, vel Ecliptica quemcunque situm obtinente, scire quis desideret, quanam in domo cœlesti, & qua in parte eius domus, ex sententia Ioan. Regiom. descriptæ, quælibet stella proposita, vel punctum Eclipticæ existat, (inuento prius loco eius stellæ respectu Eclipticæ illum datum situm habentis, vt lib. 2. propos. 11. Num. 2. 3. & 4. traditum est.) describendus erit per stellæ centrum, & per duo puncta, in quibus Horizon meridianam lineam intersecat, circulus positionis, cuius centrum existit in recta ad meridianam lineam in centro Horizontis perpendiculari, vt lib. 2. propos. 10. Num. 6. dictum est. Nam si stella, vel punctum Eclipticæ extiterit supra Horizontem, illico gradus Æquatoris, per quem circulus positionis incedit, monstrabit distantiam propositæ stellæ, vel puncti à linea meridiana, hoc est, ab initio domus 10. & quanam in domo supra Horizontem reperiatur, cum triceni gradus Æquatoris singulas domos cœlestes constituant. Idemque dices

Sine Astrolabio materiali puncta Eclipticæ inuestigare, quæ in quouis circulo Eclipticam secante existunt.

Qua in domo cœlesti stella data, vel punctũ Eclipticæ hora obseruationis existat cognoscere.

 de do-de domibus infra Horizontem, si stella vel punctum sub Horizonte extiterit. Verbi gratia, si datum sit punctum u, Eclipticæ QSXc, supra Horizontem describatur per u, circulus positionis u q, secans Æquatorem in z. Et quia arcus B γ, complectitur grad. 30. dicemus punctum u, in principio domus 11. existere. Punctum vero datum α, sub Horizonte, (si per illud circulus positionis describatur α q, secans Æquatorem δ.) dicemus esse in principio domus 5. quod arcus quoq; D ϑ, gra. 30. complectatur. Simili modo stellam o, pronunciabimus esse in domo 5. tot gradibus ab eius initio distantem, quot in arcu δ λ, continentur. At stellã ♃, esse in domo 11. tot gradibus ab eius principio distantem, quot in arcu γ ω, includuntur. Non aliter procedemus, si domos cœlestes ex sententia Campani describere quis malit, numerando gradus inæquales Verticalis circuli primarij, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. traditum est, pro gradibus æqualibus Æquatoris, &c.

SCHOLIVM.

Puncta Eclipticæ in Meridiano, Horizonte, & quouis circulo horario à mer. vel med. noct. existentia, per ascensiones rectas & obliquas inuestigare.

1. PVNCTA *quoque Eclipticæ quauis hora in Meridiano, Horizonte, & quolibet circulo horarum, à mer. vel med. noct. existentia facillimo negotio per ascensiones rectas, & obliquas reperiemus, hac videlicet ratione. Ad distantiam Solis à meridie versus occasum progrediendo, (Distantia hæc colligitur ex hora à meridie, si cuilibet horæ tribuantur grad. 15. Ex hora autem à med. noct. eadem distantia cognoscetur, si ad distantiam à med. noct. semicirculus adiiciatur) addatur ascensio recta puncti Eclipticæ, quod tunc Sol occupat: quæ vel ex tabula rectarum ascensionum sumatur, vel inquiratur, vt can. 4. docuimus. Conflatus enim numerus, abiecto prius toto circulo, si abiici potest, erit ascensio recta puncti Eclipticæ in Meridiano supra Horizontem tunc existentis. Quare vel ex tabula ascensionum rectarum, vel ex ijs, quæ in Can. 4. eiusque scholio scripsimus, punctum Eclipticæ in Meridiano existens, quod videlicet inuentæ ascensioni rectæ debetur, eruendum erit; Punctum autem huic oppositum in Meridiano infra Horizontem existet. Quod si dictæ ascensioni rectæ adiiciatur quadrans, conflabitur, abiecto prius integro circulo, si abiici potest, ascensio obliqua puncti Eclipticæ in Horizonte ex parte orientali existentis: quod vel ex tabula ascensionum obliquarum ad datam eleuationem poli supputata, vel ex Canone 5. eiusque scholio cognoscetur: Punctum vero huic oppositum existet in Horizonte ex parte occidentali. Ratio huius nostri præcepti perspicua est ex sphæra materiali, & facile hoc etiam modo ostendi potest. Ponatur distantia à meridie B d, in figura superiori, ita vt circulus horarius per d, transeat, instar Horizontis cuiusdam recti, in quo punctum Eclipticæ, in quo est Sol, tunc existit. Si igitur A d, sit ascensio recta illius puncti, hoc est, A, sit principium ♈, conflabitur A B, ascensio recta puncti Eclipticæ in Meridiano tunc existentis: Et si addatur quadrans B C, vsque ad Horizontem obliquum, conflabitur A B C, ascensio obliqua puncti Eclipticæ in Horizonte existentis. Quod si ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo horario per d, ducto existentis sit PBd, conflabitur arcus PBdB, & abiecto circulo integro PBdP, reliqua erit ascensio recta PB, puncti Eclipticæ in Meridiano existentis, &c. Item si ascensio recta prædicti puncti Eclipticæ sit γ D d, ita vt initium ♈, sit in γ, conflabitur γ D d B, ascensio recta puncti Eclipticæ in Meridiano existentis: Et addito quadrante B C, fiet ascensio obliqua puncti Eclipticæ in Horizonte existentis γ D B C; & abiecto integro circulo γ D B γ, reliqua erit ascensio obliqua γ C, &c. Exempli gratia. Sole existente in principio ♉, ad eleuationem poli grad. 42. inuestiganda sint quatuor Eclipticæ puncta hora 3. ante mer. hoc est, hora 9. à med. noct. siue hor. 21. à mer. quod tempus dabit grad. 315. à meridie elapsos. Si igitur ascensionem rectam principij ♉, quæ continet grad. 27. min. 54. ad grad. 315. adiiciamus, conficiemus grad. 342. min. 54. pro ascensione recta puncti Eclipticæ cœlum tunc mediantis, cui ascensioni respondent grad. 341. min. 27. ferme. Gradus ergo 11. min. 27. ♓ mediat tunc cœlum; ac proinde oppositum punctum, nimirum grad. 11. min. 27. ♍, in eodem Meridiano infra Horizontem existet. Quod si ascensioni rectæ grad. 342 min. 54. puncti cœlum mediantis adiiciatur quadrans, fiet numerus gr. 432. min. 54. & abiecto toto circulo, reliqua fiet ascensio obliqua puncti supra Horizontẽ ascendentis, (quod Horoscopum appellant) grad. 72. min. 54. cui in eleuatione poli grad. 42. debentur grad. 95. min. 20. paulo amplius vt ex tabellis ascensionum obliquarum, vel ex ijs, quæ in Can. 5. eiusque scholio scripsimus, constat. Igitur grad. 5. min. 20. ♋, supra Horizontem tunc ascendet, ideoque punctum oppositum, nimirum grad. 5 min. 20. ♑, sub Horizontem descendere comperietur.*

2. EADEM *prorsus ratione ad datam horam, hoc est, ad datam distantiam Solis à meridie, explorabimus punctum Eclipticæ in quolibet circulo horario per polos mundi ducto existens, si datus circulus horarius concipiatur esse Meridianus aliquis, atque ex hora data inquiratur distantia Solis ab eodem circulo horario dato versus occasum progrediendo: quod fiet, si huius circuli distantia à meridie, detrahatur à distantia horæ datæ à meridie, adiecto prius integro circulo, si detractio fieri nequeat. Vel certe à circulo horario dato numerentur versus occasum progrediendo, omnes horæ vsque ad horam datã. Horæ enim numeratæ dabunt eius distantiam à circulo dato horario, tanquam ab aliquo Meridiano, versus occasum. Verbi gratia, Sole adhuc existente in principio ♉, hora 3. ante merid. hoc est, hora 21. à mer. inuestigandum sit punctum Eclipticæ in circulo horæ 10. min. 35. à mer. Detracta distãtia huius dati circuli à mer. quæ complectitur hor. 10. min. 35. ex data distantia Solis à mer. hoc est, ex hor. 21. reliqua erit distantia Solis ab hoc circulo, hor. 10. min. 25. versus occasum progrediendo. Quæ distantia etiam reperietur, si à circulo horæ 10. Min. 35. percurrantur omnes horæ vsque ad hor. 3. ante mer. quæ est 9. post med. noc. Nam vsque ad horam 11. habentur Min. 25. Deinde sequuntur horæ 12. mediæ noctis, & horæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. & 9. à med. noc. Vbi vides horam 3. ante mer. vel 9. post med. noc. à circulo horæ 10. Min. 35. à mer. distare horis 10. min. 25. vt prius, quod tempus continet grad. 156. min. 15. Si igitur addatur ascensio recta principij ♉, grad. 27. min. 54. conflabitur arcus grad. 184. min. 9. pro ascensione recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 10. min. 35. à mer. existentis, cui debentur grad. 184. min. 31. sec. 38. Gradus ergo 4. min. 31. sec. 38. ♎, existet tunc in circulo dato.*

SI *ijsdem datis, punctum Eclipticæ indagandum sit in circulo horæ 11. à med. noc. hoc est, horæ 23. à mer. existens, auferemus huius circuli distantiam à mer. nimirum hor. 23. ex hor 21. adiecto prius integro circulo horarum 24. vt ex conflato numero horarum 45. detractio fieri posit. Ita enim reliquæ fient horæ 22. quibus data hor. 21. à mer. à dato circulo hor. 23. à mer. versus occasum recedit, quæ distantia gradus 330. complectitur. Eademque distantia obtinebitur, si post horam 23. à mer. dati circuli percurrantur omnes horæ vsque ad datam horam 21. à mer. Inuenientur enim rursus horæ 22. quæ sunt hæ, hora 12. meridiei, deinde horæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. à mer. & insuper horã 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. & 9. à med. noc. quæ omnes sunt 22. vt prius. Addita ergo recta ascensione principij ♉, grad. 29. min. 54. fiet ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 23. à mer. existentis,*

grad.

grad.357.min.54.cui congruunt ferme grad.357.min.42. sec.33. Igitur gr.27. min. 42.sec.33. ♓, in circulo hor.11. à med.noc. existet. Atque ita de cæteris. Idem hoc punctum in quolibet circulo horario, propos. 9. Gnomonices inuestigare, docuimus, si cognitum tamen sit punctum, quod data hora supra Horizontem ascendit, eiusq; ascensio obliqua; vel punctum in circulo hor. 6. à med.noc. tunc existens, eiusque ascensio recta. Sed ratio hoc loco proposita expeditior est, cum neutro illorum punctorum indigeat, sed solam ascensionem rectam puncti Eclipticæ, (quæ in omni eleuatione poli eadem semper est) requirat, in quo Sol existit tempore obseruationis.

IMMO, *si idem inuestigandum sit, posito quocunque Eclipticæ puncto in Horizonte orientali, accipiemus arcum semidiurnum illius puncti tunc supra Horizontem ascendentis pro distantia horaria à Meridiano circulo, & reliqua perficiemus, vt dictum est. Verbi gratia. Quando principium ♌, supra Horizontem latitudinis grad. 42. ascendit, inquirendũ sit punctum Eclipticæ in circulo horæ 5. à meridie existens. Auferatur hæc distantia hor 5. ex hor.16.min.43.id est, ex distantia primi puncti ♌, à Meridiano versus occasum progrediendo, cum arcus semidiurnus ♌, complectatur hor.7.min.17.vt relinquatur distantia principij ♌, tunc exorientis à circulo horæ 5. à mer. nimirum hor.11.min.43.hoc est, grad.175.min.45.ad quam distantiam, si adijciatur ascensio recta grad. 122. min.12. quæ initio ♌, debetur, conficietur ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor.5. à merid. existentis grad. 297. min. 57. cui congruunt grad. 295. min. 57. paulo amplius. Igitur gr.25.min.57. ♑, existet in circulo hor. 5. à mer. ac propterea grad. 25. min. 57. ♋, in circulo hor. 5. à med. nocte reperietur, cum principium ♌, oritur. Verum nisi arcus semidiurnus sumatur in horis, minutis, & Secundis, vel in gradibus, ac minutis, in quibus per sinus fuit inuetus, accidere poterit error in aliquot minutis: quod proposito proximo exemplo declarabimus. Arcus semidiurnus initij ♌, continet grad. 109. min.21.id est, hor.7. min.17.Sec.24. quo detracto ex integro circulo 360. graduum, vel 24. horarum, relinquetur distantia ♌, in Horizonte orientali existentis, à Meridiano versus occasum procedendo, grad.250.min.39.vel horarũ 16. min.42. sec.36. à qua si detrahatur distantia hor. 5. à mer. quæ complectitur grad. 75. reliqua erit distantia ♌, à circulo hor.5. à mer. versus etiam occasum, grad. 175.min.39.vel hor.11.min 42.sec.36.quibus horis & minutis debentur ijdem gradus 175.min. 39. Ad hanc distantiam si apponatur ascensio recta ♌, grad. 122. min. 12. conflabitur ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor.5. à mer. existentis grad. 297. min.51. cui debentur gra. 295. min.51. hoc est, grad. 25. min.51. ♑. Ita vt differentia inter hoc punctum, & illud, quod prius inuentum fuit, contineat min. 6. Quod cum ita sit, quando arcus semidiurnus non habetur in gradibus & minutis, vel in horis, minutis, ac secundis, exquisitius inuenietur punctum in circulo dato horæ ea ratione, quam in Gnomonica explicauimus; nimirum auferendo gradus Æquatoris à sexta hora matutina vsque ad circulum horæ datæ versus occasum numeratos, ex ascensione obliqua dati puncti supra Horizontem emergentis, adiecto prius integro circulo, si subtractio fieri nequeat. Ita enim reliqua fiet ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo datæ horæ existentis. Vt in eodem exemplo, ab hora 6. matutina vsque ad horam 5. à merid. numerãtur horæ 11. hoc est, grad.165. qui si demantur ex ascensione obliqua principij ♌. grad.102.min 51. hoc est, (adiecto toto circulo) ex grad. 462. min.51. reliqui fient grad.297.min.51. pro ascensione recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 5. à meridie existentis, vt supra.*

Accuratior inuentio puncti Eclipticæ in dato circulo horario existentis, quolibet signo oriẽte, quando arcus semidiurnus non habetur in gr. & min. vel in horis, min. & sec.

3. DENIQVE *horam, qua signum, vel punctum quodlibet Eclipticæ exoriatur Sole quemcunque Eclipticæ gradum possidente, hoc modo explorabimus. Ascensio obliqua arcus Eclipticæ inter locum Solis, & punctum ascendens positi, & secundũ seriem signorũ numerati, ad horas reducta, subtrahatur ex arcu semidiurno puncti, quod Sol obtinet; vel contra, arcus semidiurnus ex dicta ascensione obliqua ad horas reducta subtrahatur, minor scilicet numerus ex maiore. Priori enim modo hora ante meridiem, posteriori vero, hora post meridiem, qua punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua accepta fuit, supra Horizontem emergit, remanebit. Ratio huius rei perspicua est ex parallelo puncti, in quo Sol existit. Nam posito gradu Solis in Horizonte orientali, & mota sphæra, donec eundem Horizontem attingat punctũ ascendens, arcus paralleli Solis inter locum Solis, & Horizontem metitur ascensionem obliquam arcus Eclipticæ inter eundem locum Solis, & punctum ascendens intercepti, cum ille arcus paralleli cum hoc puncto Eclipticæ exoriatur. Igitur dempto eo arcu paralleli ex arcu semidiurno, vel hoc ex illo, reliqua erit distantia Solis à Meridiano vel ante meridiem, vel post meridiem, vt diximus. Exempli causa. Sole existente in principio ♌, exploranda sit hora, qua initium ♎, oritur ad latitudinem grad 42. Ascensio obliqua arcus inter initium ♌, & ♎, continet grad.77.min.9.id est, horas 5.min.9. quibus detractis ex horis 7.min.17. hoc est, ex arcu semidiurno initij ♌, relinquuntur horæ 2.min.8. Tot ergo horis ante mer. principium ♎, exoritur. Rursus Sole in eodem principio ♌, commorante, quærendum sit, qua hora principium ♋, exoriatur. Ascensio obliqua arcus ab initio ♌, vsque ad principium ♋, secundum successionem signorum computati complectitur grad.324.min.6. hoc est, hor.21.min.36. Ex qua si dematur arcus semidiurnus ♌, hor.7.min.17. relinquuntur hor. 14. min.19. post mer. hoc est, hor.2.min 19. à med. noc. quibus initium ♋, super Horizontem emergit. Atque ita de cæteris.*

Hora, qua quoduis Eclipticæ pũctum oriatur, vbicunque Sol existat, inuentio per ascensiones obliquas.

CANON XII.

MERIDIANAM lineam, & proinde lineam quoque veri ortus, atque occasus, in plano quod Horizonti æquidistet, inuenire.

1. INVENTA altitudine Solis siue antemeridiana, siue pomeridiana, collocetur gradus, quem tunc Sol occupat, in parallelo Horizontis eius altitudinis, & notetur Verticalis, in quem idem gradus incidit. Quot namque gradibus Verticalis ille à primario Verticali, id est, ab intersectione Æquatoris, Horizontis, & Verticalis primarii recedit in austrum, Septentrionemue, (quos quidem gradus metitur arcus Horizontis inter Verticalem primarium, & Verticalem, in quem gradus Solis cadit, positus.) tot gradus numerandi sunt in dorso Astrolabii à diametro Horizontali, quæ nimirum lineam meridianam per centrum & armillam suspensoriam extensam secat ad, rectos angulos, ex parte orientis, occidentisue, prout Solis altitudo reperta fuerit antemeridiana, siue pomeridiana, sursum quidem, versus armillam, si Sol inuentus fuerit in Verticali australi, deorsum vero, si in boreali. Nam posita linea fiduciæ Mediclinij supra vltimum gradum numerationis, si tunc Astrolabium ponatur Horizonti æquidistans, & tam diu hinc inde vertatur, donec vmbra vnius lateris pinnacidij per latus Mediclinij extendatur, & alterius lateris pinnacidii vmbra lineæ fiduciæ sit parallela, indicabit diameter dati dorsi Astrolabii per armillam transiens, situm meridianæ lineæ, ita vt eius pars versus armillam recta in austrum vergat, & altera pars in boream; altera vero diameter priorem ad angulos rectos secans, vera puncta ortus atque occasus monstrabit.

Lineã meridianam, & puncta veri ortus, atq; occasus per Astrolabium materiale inuestigare.

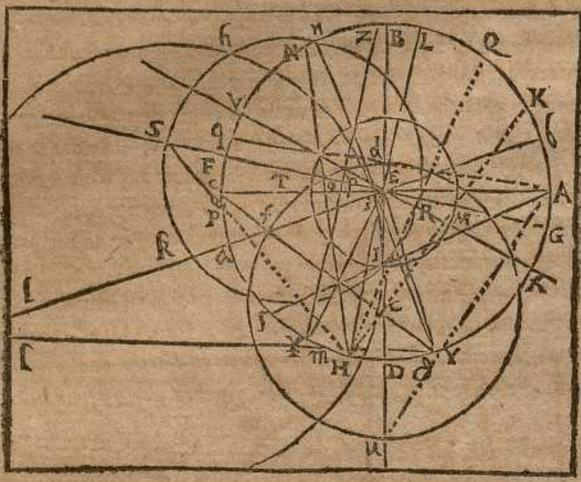
2. CER-

Lineã meridianam sine Astrolabio materiali certius inuenire.

2. CERTIVS autem meridianam lineam, punctaq; propterea veri ortus, & occasus inueniemus sine materiali Astrolabio, ea ratione, quam in scholio propos. 23. lib. 1. nostræ Gnomonices præscripsimus, quam repetendã hoc loco non censemus: solum hoc in ea notari velim, necesse non esse, vt Verticalis HO, per O, punctum intersectionis paralleli Solis cum parallelo Horizontis describatur, ad eius declinationem à primario Verticali eliciendam; sed satis esse, si ex illo puncto O, & ex puncto intersectionis Verticalis primarij cum parallelo Horizontis, (quod in figura prædicti scholij paulo infra punctum O, existit) per H, polum Horizontis duę rectæ extendantur. Hæ etenim vltra H, in eodem parallelo Horizontis intercipient arcum quæsitæ declinationis, qui videlicet tot gradus æquales paralleli complectatur, quot apparentes gradus inter O, & alteram illam intersectionem continentur, vt lib. 2. propos. 6. Num. 25. demonstrauimus.

Lineã meridianam sine instrumento materiali ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, per vnicam obseruationem inuestigare.

3. FORTASSE magis commode idem assequemur per vnicam obseruationem ex eisdem datis, nimirum ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, (quæ ibi etiam data erant) hoc alio modo. In plano, quod Horizonti æquidistet, descriptus sit ex E, centro circulus ABCD, Horizontem referens, in cuius plano describendi erunt nonnulli circuli sphæræ, prout ex Nadir, siue polo eius inferiore, in eo conspiciuntur, veluti in scholio propos. 20. lib. 2. Num. 15. dictum est. Deinde qualibet hora, filo aliquo tenui, vel instrumento, quod initio scholii propos. 23. lib. 1. Gnomonices construximus, obseruetur vmbra Solis, per cuius duo puncta extendatur recta FG, per centrum E, transiens, ac simul (nulla interposita mora) altitudo Solis capiatur, quam metiatur arcus FN. Vel certe instrumento, quod in sequenti scholio Num. 3. construemus, vna eademque opera vmbra, altitudoque Solis obseruetur. Excitata autem ad FG, diametro perpendiculari HL, numeretur ab L, cōplementum altitudinis poli vsque ad K, vel ipsa altitudo poli à G, vsque ad K; ductoque radio HK, secante EG, in M, continebit segmentum EM, Verticalis FG, tot gradus, quot in arcu LK, continentur, vt ex iis constat, quæ lib. 2. propos. 1. Num. 5. ostensa sunt. Nam ex Nadir H. punctum K, in M, apparebit. Quare parallelus Horizontis ex E, per M, descriptus transibit per polum mundi, cum à Zenith E, per complementum altitudinis poli recedat, describaturque ex puncto E, sicut prius ex eodem centro paralleli Æquatoris, quãdo circulus ABCD, Æquatorē repræsentabat, describebatur.



Vt autem sciamus, quodnam punctum huius paralleli sit polus mundi, ducemus ex H, radium ad centrum Solis in N, existentis, vt constat, si circulus ABCD, concipiatur in recta FG, ad planum Horizontis rectus, hoc est, in situ Verticalis per Solem transeuntis apparebitque Sol in puncto O. Et quoniam in sphæra circulus ex centro Solis, vt polo, ad interuallum complementi declinationis Solis descriptus, (quando tamen Sol australis est accipiendum est interuallum ex quadrante, & declinatione compositum) transit per eundem polum mundi; si circa O, vt polū circulus ille describatur, secabit is parallelū prius descriptum ex parte boreali in polo: qui quidem circulus hoc modo describetur. Ex N, vtrinque numeretur complementum declinationis, vel si Sol australis est, arcus ex quadrante, & declinatione conflatus, vsque ad P, Q. Ductis namque radijs HP, HQ, abscindetur illius circuli diameter visa SR; qua diuisa bifariam in T, describatur circulus prædictus secans parallelum Horizontis duobus in punctis, quorum illud, quod borealius est, nimirum quod nobis inter Solem & centrum E, constitutis, & ad idem centrum conuersis, ad dexteram existit, si obseruatio fit ante meridiem, ad sinistram vero, si obseruatio fit post meridiem, polus est, cuiusmodi est punctum I. Ducta ergo recta IE, erit linea meridiana, hoc est, Meridianum per polum mundi, & Zenith ductum referet: quam si diameter AC, ad rectos intersecet angulos, erit C, veri ortus punctum, & A, punctum veri occasus.

Lineã meridianam sine Astrolabio materiali ex sola declinatione Solis cognita, per duas obseruationes indagare.

4. QVOD si poli altitudo ignoretur, explorabimus idem ex sola declinatione Solis cognita, per duas obseruationes, hac ratione. Matutino tempore efficiat vmbra Solis rectam a b, cum eius altitudo supra Horizontem est arcus a e. Ducta autem E g, ad ab, perpendiculari, emittatur ex g. Nadir, (Si enim circa ab, circumuolui intelligatur circulus ABCD, donec rectus sit ad Horizontem, & punctum g, deorsum vergat, erit E g, axis Horizontis, & g, eius polus inferior) radius g e, secabiturque a b, in f, puncto, in quo Sol apparet. Numerato autem ex e, vtrinq; complemento declinationis Solis vsque ad n, m, egrediantur ex g, radij gn, gm, secantes a b, in i l: diuisaque i l, bifariam in K, erit circulus h i, ex k, per i, l, descriptus circa f, tanquā polum, repræsentans eum, qui in sphæra ex centro Solis ad interuallum complementi declinationis, hoc est, per polum mundi describitur: quod quidem centrum k, reperietur ex ijs, quæ lib. 2. propos. 6. Nu. 9. docuimus, etiamsi radius g m, nimis procul excurrat, ita vt eius intersectio cum a b, vix haberi queat.

Meridianā lineã sine Astrolabio materiali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli ignorētur, inquirere.

POST aliquod deinde temporis spatium vmbra Solis efficiat rectam FG, eiusque altitudinem metiatur arcus FN. Ducta autem ad FG, perpendiculari EH, emittatur ex Nadir H, radius HN, secans FG, in o, puncto in quo Sol ex Nadir apparet. Numerato quoque ex N, in vtramque partem complemento declinationis Solis vsque ad P, Q, egrediantur ex H, radii HP, HQ, secantes FG, in SR: diuisaque RS, bifariam in T, circulus ex T, per R, S, descriptus circa O, vt polum, referet eum in sphæra, qui circa Solem per mundi polū describitur. Vbi ergo hic priorem versus boream intersecat in I, ibi erit polus mundi apparens. Quocirca recta IF, meridiana linea erit. Et si, aliqua mora interiecta, fiat tertia obseruatio, (quod tamen necessarium non est) eodemque modo tertius circulus circa Solem, vt polum, describatur, transibit is necessario per idē punctum I, si erratum non fuerit.

5. IMMO per tres obseruationes meridianam lineam reperiemus, etiamsi neque altitudo poli neque declinatio Solis cognita sit: quod etiam in libello de Fabrica, & vsu instrumenti Horologiorum Cap.

19. eadem ferme ratione effecimus. Faciat ergo in prima obseruatione vmbra Solis rectam a b, eiusque altitudo sit a e. Ducta autem ad ab, perpendiculari Eg, apparebit centrum Solis in e, constituti, per radium ge, in f.

IN secunda autem obseruatione efficiat vmbra rectam FG, Solisque altitudo sit FN. Ducta autem ad FG, perpendiculari EH, apparebit centrum Solis in N, existentis per radium HN, in O.

IN tertia denique obseruatione linea vmbræ sit VX, altitudoque Solis VZ. Ducta autem ad VX, perpendiculari EY, apparebit Solis centrum in Z, existens per radium YZ, in p, puncto.

QVONIAM igitur Sol in tribus illis obseruationibus ponitur in codẽ parallelo Æquatoris existere, quod eius declinatio in eis non mutetur sensibiliter; si trium punctorum f, O, p, centrum t, reperiatur, erit recta tE, linea meridiana, quod centrum paralleli Solis fOp, & centrum Horizontis, in linea meridiana existant, vt ex ijs, quæ lib. 2. propos. 6. demonstrauimus, manifestum est.

SCHOLIVM.

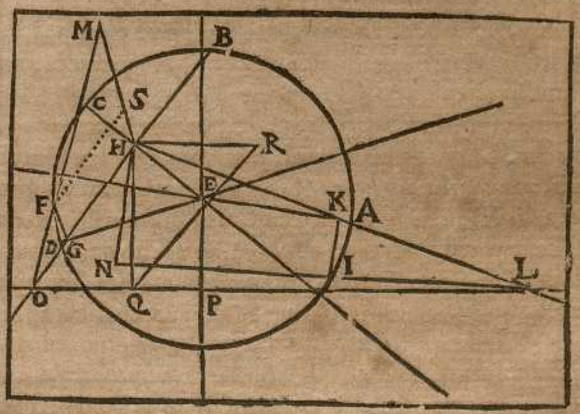
QVA ratione linea Meridiana ex Analemmate, quando & altitudo poli, & declinatio Solis cognita est, eliciatur, tradidimus lib. 1. Gnomonices in scholio propos. 23. & in libello de Fabrica & vsu instrumenti horologiorum cap. 18. vt superuacaneum sit eam hoc loco repetere.

Lineæ meridianæ inuentio ex Analemmate per declinationem Solis & altitudinem poli cognitas.

2. SED iucunda quoque operatione idem efficiemus per tres vmbrarum obseruationes, & tres altitudines Solis, quarum duæ sint ante meridiem, & vna post meridiem, vel duæ post, & vna ante; etiamsi neque declinatio Solis, neque altitudo poli cognita sit. Circulus enim ABCD, cuius centrum E, sit in plano quod Horizonti æquidistet, descriptus, & matutino tempore in diuersis horis vmbra Solis efficiat rectas DE, CE, per centrum E, extensas, & in eisdem horis altitudines Solis deprehensæ sint DF, CB. Vespertino autem tempore vmbra proiiciatur per rectam AE, & Solis altitudo sit A I, minor quam altitudo C B, antemeridiana. Ex altitudinibus Solis ad proprias vmbrarum lineas perpendiculares demittantur FG, BH, IK. Extensa autem ex H, per G, recta HG, fiat HM, ipsi FG, parallela, & ipsi HB, æqualis, iungaturque recta M F, quæ rectam HG, in O, secabit. Abscissa namque HS, æquali ipsi GF, (Est enim altitudo Solis D F, minor altitudine C B, quod hæc meridiei vicinior sit; ideoque & sinus FG, sinu BH, minor) iunctaque recta F S, [a] quæ ipsi GH, parallela erit, [b] erit angulus FSM, angulo GHM, æqualis externus interno. [c] Cum ergo in triangulo FSM, duo anguli S, M, sint duobus rectis minores, erunt quoque duo anguli GHM, & M, duobus rectis minores, ac propterea rectæ HG, MF, concurrent, hoc est, recta MF, producta rectam HG, secabit in aliquo puncto, nimirum in O, per quod dico parallelum Solis transire. Quoniam enim, si concipiantur GF, & HM, vel HB, ad planum Horizontis perpendiculares, Sol in duabus obseruationibus extitit in F, B, punctis, transibit parallelus Solis per F, B, eiusq; planum per rectã MF, extensum plano Horizontis occurret in O. [d] Nam cũ sit, vt HM, ad GF, ita HO, ad GO; erit quoque vt HM, rectos angulos cum plano Horizontis faciens ad GF, rectos item angulos cum eodem plano Horizontis facientem, ita HO, ad GO; ideoque ex scholio prop. 4. lib. 6. Eucl. recta ex M, in sublimi per F, in sublimi extensa (differens à recta MF, in triangulo HMO, etiamsi circa H O, moueatur, donec rectum sit ad Horizontem, cum in eo rectæ HM, GF, non sint perpendiculares ad Horizontem, vt patet) cadet in punctum O; atque idcirco planum paralleli Solis per illam rectam ductum plano Horizontis in O, occurret.

Lineæ meridianæ inuentio in plano Horizontali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli cognitæ nõ sint.

[a] *33. primi.*
[b] *29. pri.*
[c] *17. pri.*
[d] *4. sexti.*



EODEM pacto si ex H, per K, recta HK, extendatur, & ex H, ipsi KI, parallela agatur HN, & ipsi HB, æqualis, secabit iuncta recta MI, rectã H K, nimirum in puncto L, in quo idem parallelus Solis plano Horizontis occurrit. Adiuncta ergo recta O L, communis sectio erit paralleli Solis, atque Horizontis. Quare recta PE, per centrũ ducta ad O L, perpendicularis, meridiana linea erit, hoc est, communis sectio Meridiani, atq; Horizontis. Quoniam n. tam parallelus Solis, quam Horizon, ad Meridianum rectus est, [e] erit eorũ quoq; sectio communis OL, ad eundem recta, ideoque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. & cum meridiana linea in Horizonte, & Meridiano existente, rectos efficiet angulos; ac proinde PE, ad OL, perpendicularis, meridiana linea erit. Sed quoniam plerumq; rectæ MF, NI, oblique valde secant, rectas H G, H K, inuenienda erunt puncta O, L, in quibus MF, NI, rectis HG, HK, occurrunt, per Lemma 17. lib. 1. præsertim per vltimum modum ibi traditum.

[e] *19. vnde.*

3. SI forte cõtingat, duas Solis altitudines esse æquales, vnã videlicet ante meridiẽ, & post meridiẽ alteram, vt si altitudines DF, AI, sint æquales, diuidẽdus erit angulus DEA, bifariã. Diuidens n. linea erit linea meridiana; propterea ꝙ Sol in duabus illis obseruationibus æquales habuit à meridie distãtias, & duo Verticales per Solẽ ducti æquales cũ Meridiano angulos efficiũt, &c.

4. QVOD si quando omnes tres altitudines Solis obseruatæ forent æquales, argumento esset, parallelum Solis Horizonti æquidistare, ac proinde polum mundanum esse in polo Horizontis superiore, altitudinemq; eius supra Horizontem esse gr. 90. Ex quo sequitur, nullam tunc lineam in eo plano esse posse proprie meridianam.

POSSVNT quoque omnes tres obseruationes fieri vel ante meridiem, vel post, sed tunc duo puncta O, L, reperientur ex eadem parte parum inter se distare, vt non facile recta OL, sine errore duci possit. Quam ob rem magis exquisite res peragetur, si vna obseruatio fiat post meridiem, & duæ ante meridiem, vel vna ante meridiem, & duæ post, vt diximus.

5. QVONIAM vero in qualibet obseruatione vmbræ statim accipiẽda est altitudo Solis, ne aliqua mora inter vmbræ obseruationẽ, & altitudinem Solis accipiendã interponatur, construemus cũ Petro Nonio lib. 2. de nauigatione cap. 6. instrumentũ, quo eadẽ opera, & vmbra & altitudo Solis obseruetur: hoc scilicet modo. In quadrata aliqua tabella plana ABCD, describatur quadrans BF, ex E, diuidaturq; in 90. gra. initio facto à B; & per F, agatur FH, lateri quadrati CD, parallela: Et in semidiametro EF, ipsi quadratæ tabellæ insistat ad angulos rectos norma, siue triangulũ rectangulũ EFG, cuius duo latera EF, FG, æqualia sint, & hypotenusa EG. Poterit autem triangulum hoc ita accommodari, vt deprimi possit, & eleuari, ita tamen, vt eleuatum semper rectũ sit ad quadratum ACCD. Atque vt minus graue, aut ponderosum fiat instrumentum, excidendæ erunt partes superfluæ intra quadrantẽ EBF, & extra: Itẽ partes interiores trianguli EFG; ita vt intacta relinquantur arcus BF, recta FH, & hypotenusa E G. Iuxta latus quoque trianguli GF, appendi potest filum cũ perpendiculo, vt facile planũ, supra quod statuendũ est instrumentũ pro obseruatione, vel certe, ipsummet quadratum ABCD, Horizonti parallelum possit constitui.

Instrumentum quo simul vmbra, & altitudo Solis deprehendetur.

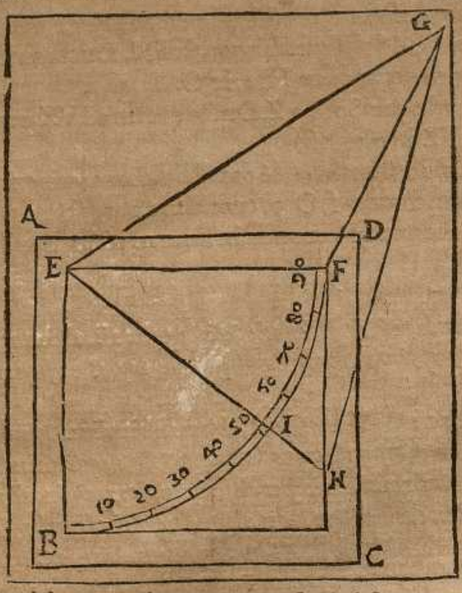
VSVS huius instrumenti hic est, posito instrumento in plano Horizontali, (quod tum demum factum erit, quando filũ

Vsus instrumenti.

perpendiculi lateri GF, adhærebit) vergenteque triangulo EFG, versus Solem, vertatur hinc inde, donec vmbra lateris FG, rectos cum quadrato ABCD, angulos facientis, cadat præcise in rectam FH. Tunc n. recta iuxta latus CD, in plano, supra quod positũ est instrumentũ, descripta ipsi CD, parallela, vmbrã indicabit; vmbra autẽ EH, proiecta ab hypothenusa EG, abscindet arcũ BI, altitudinis Solis supra Horizontem. Cum enim latus FG, ad tabellam ABCD, sit rectum, erit per defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus GFH, rectus. Quia igitur duo latera GF, FH, trianguli FGH, æqualia sunt duobus lateribus EF, FH, trianguli EFH, angulosque continent rectos; [a] *æquales erunt bases GH, EH, & anguli GHF, EHF. Est autem GHF, angulus altitudinis Solis supra Horizontem, cum rectæ HF, HG, productæ intercipiant in Verticali per Solem ducto arcum inter Solem, atque Horizontem. Igitur & EHF, angulus erit altitudinis Solis,* [b] *cui cum sit æqualis alternus BEH, in centro, erit quoque BEH, angulus altitudinis Solis, ideoque arcus BI, eandem altitudinem metietur, quod est propositum.*

[a] *4. primi.*

[b] *29. pri.*



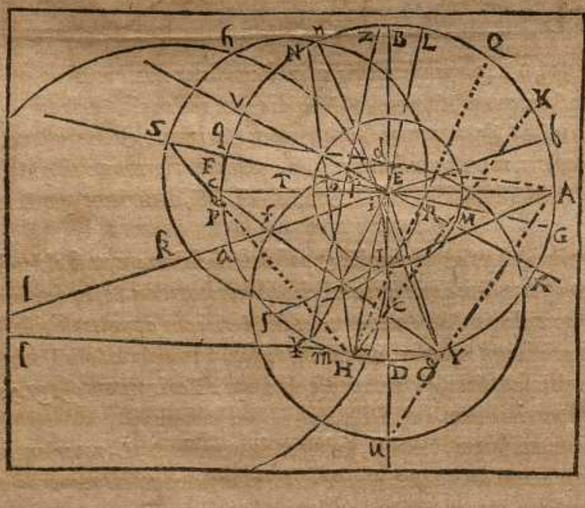
NON debet autem instrumentum eiusmodi esse nimis magnum, quia extremitas vmbræ EH, ab hypothenusa proiecta quasi euanesceret in plano ABCD, ob nimiam distantiam hypothenusæ ab eodem plano: sed mediocrem quandam magnitudinem habere debet, vt vmbræ extremum facile discerni queat: Id quod vsus atque experientia te docebit.

CANON XIII.

ALTITVDINEM poli cuiusuis oppidi, lociue, hoc est, eius latitudinem, distantiamue ab Æquatore, longitudinemque, id est, distantiam ab insulis Fortunatis, explorare.

Altitudinẽ poli reperire per vnã obseruationẽ, quando declinatio Solis, & situs lineæ meridianæ dantur.

1. QVANDO declinatio Solis eo die, quo altitudo poli inquiritur, cognita est, & situs lineæ meridianæ notus, inueniemus altitudinem poli per vnam obseruationem hoc modo. In plano Horizonti parallelo descriptus sit circulus ABCD, ex centro E, & linea meridiana BD, per centrum extensa. Obseruata vmbra FG, & altitudine Solis FN, erigatur ad FG, perpendicularis EH, ductoque radio HN, secante FG, in O, loco Solis tempore obseruationis, numeretur complementum declinationis, quando Sol borealis est, vel quando est australis, arcus ex quadrante, & declinatione conflatus, à puncto N, in vtramque partem vsque ad P, Q, ductisque radijs HP, HQ, secantibus FG, in SR, describatur circa RS, ex medio eius puncto T, circulus SIR, referens in sphæra parallelum circa centrũ Solis ad interuallum complementi declinationis descriptum, ac proinde per polum mundi incedentem. Vbi enim circulus hic ex parte boreali meridianam lineam intersecat, vt in I, puncto, quod nobis in F, inter Solem, & centrum E, constitutis ad dextram iacet, si obseruatio fit ante meridiem, vel ad sinistram, si post meridiem obseruatio fit, ibi polus boreus apparens erit. Ducta igitur ad meridianam lineam diametro perpendiculari AC, si ducatur ex A, per I, polum visum radius AIf, erit arcus Df, altitudo poli, cum ei respondeat arcus visus Meridiani ID, inter Horizontẽ ac polum; & arcus fC, complementum altitudinis poli, cum ei respondeat arcus Meridiani EI, apparens inter verticem & polum, vt ex ijs liquet, quæ lib. 2. propos. 1. demonstrata sunt.



SI forte accidat, circulum circa Solem descriptum ad interuallum complementi declinationis, meridianam lineam contingere, quod solum accidere potest hora 6. ante, vel post meridiem, (vt si vmbra fuisset a b, altitudoque Solis a e; erecta E g, ad a b, perpendiculari, ductoque radio g e, secante a b, in f, numerandum esset complementum declinationis ex e, vsque ad m, n, vt radij g m, o n. diametrum i l, abscinderent circuli h i, cuius centrum k, meridianam lineam tangentis in I.) erit ipsum punctum contactus, polus borealis: quia cum quicunque circulus ex quolibet puncto circuli horæ 6. per polum descriptus Meridianum tangat in polo; propterea quod circulus horæ 6. ad Meridianum rectus est; fit vt circulus ex centro Solis in circulo horæ 6. existente, tanquam polo, ad interuallum complementi declinationis descriptus, tangat Meridianum in polo, cum necessario per polum transeat, propter interuallum complementi declinationis.

ACCIDIT interdum, quando Sol borealis est, circulum circa centrum Solis, vt polum, ad interuallum complementi declinationis descriptum, secare Meridianum duobus in punctis vltra verticale punctum versus boream. Quando igitur distantia Solis à Meridiano maior est sex horis, erit intersectio minus borealis, polus boreus; si autem distantia minor est, intersectio borealior polus boreus erit: quia in priori casu, circulus

hora-

horarius per Solem, & polum ductus facit cum Meridiano versus austrum angulum obtusum, qualis est ille, quem circulus maximus in sphæra per Solem & intersectionem minus borealem ductus efficit; in posteriori vero casu, circulus horarius per Solem, ac polum ductus facit cum Meridiano versus austrum angulum acutũ, qualis est ille, quem circulus maximus in sphæra, per Solem, & intersectionem borealiorem ductus constituit, propterea quod duo circuli maximi per Solem, & duas illas sectiones ducti efficiunt triangulum Isosceles, cuius duo anguli ad basem acuti sunt. quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

SI vero ignoretur, num distantia Solis à Meridiano maior sit sex horis, an minor, facienda erit alia obseruatio. Punctum enim meridianæ lineæ, in quo circulus in posteriori obseruatione circa Solẽ, vt polum, ad interuallum complementi declinationis descriptus, circulum prioris obseruationis secat, polus borealis erit. Posterior enim circulus priorem necessario in Meridiano intersecabit, cum vterque per polum incedat; neque vero posterior per vtramque intersectionem prioris cum Meridiano transibit, sed per vnam duntaxat; alias essent duæ lineæ rectæ in sphæra ex centro Solis in priori obseruatione ad duas illas intersectiones ductæ æquales duabus rectis ex centro Solis in posteriore obseruatione ad easdem duas illas intersectiones emissis,[a] quod absurdum est. Legatur, si placet, caput 13. lib. 2. Petri Nonij de Nauigatione, vbi omnes hi casus fusius demonstrantur.

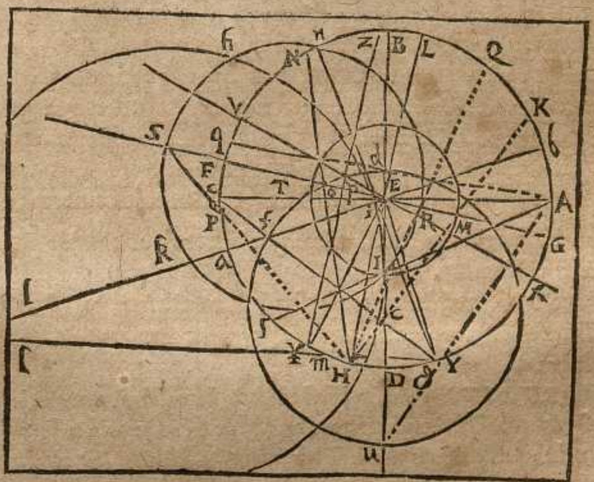
[a] 7. primi.

2. QVANDO autem situs lineæ meridianæ ignoratur, reperiemus poli altitudinem, lineamque meridianam ex data Solis declinatione per duas obseruationes, hac ratione. Ex duabus vmbris a b, FG, & altitudinibus Solis a e, FN, inueniatur polus borealis I, in intersectione circulorum h i I, SIR, vt in præcedente Can. Num. 4. factum est. Ducta enim recta IE, erit linea meridiana, ad quam si excitetur diameter perpendicularis AC, & ex A, radius egrediatur per polum I, erit arcus Ds, altitudo poli, & arcus Cs, eiusdem complementum, vt paulo ante dictum est.

Altitudinẽ poli, & lineam meridianã per duas obseruationes ex sola declinatione Solis cognita inuestigare.

3. QVANDO denique & situs lineæ meridianæ, & Solis declinatio ignoratur, explorabimus eandem altitudinem poli, vna cum declinatione Solis, ideoque & cum eius loco in Ecliptica, & situ lineæ meridianæ, per tres obseruationes, hoc modo. Ex tribus vmbris a b, FG, VX, & altitudinibus Solis a e, FN, VZ, inquiratur t, centrum circuli per tria centra Solis f, O, p, descripti, vt in Canone antecedente Num. 5. factum est. Ducta namque recta t E, meridiana linea erit, ad quam si egrediatur diameter AC, perpendicularis, & ex A, per d, u, intersectiones meridianæ lineæ cum circulo f O p, parallelum Solis repræsentante, vt Num. 5. præcedentis Canonis diximus, radii emittantur, secabitur circulus ABCD, in q, r, extremitatibus veræ diametri paralleli Solis per visam diametrum d u, repræsentatæ, vt constat, si A, ponatur in Nadir, & circulus ABCD, ad Horizontem intelligatur rectus. Diuiso igitur arcu q r, bifariam in s, erit s, polus mundi verus, & radius emissus A s, indicabit eundem polum apparentem in I. Igitur, vt prius, arcus Ds, altitudinem poli, & arcus Cs, eiusdem complementum metietur. Arcus denique sq, vel sr, erit complementum declinationis Solis, siue paralleli Solis, cuius diameter vera esset recta q r, ducta.

Altitudinẽ poli, lineã meridianã & declinationẽ Solis per tres obseruationes exquirere.



4. IAM vero nulla adhuc certior via est ab Astronomis inuenta ad longitudines locorũ explorandas, quã per Eclipses Lunares, quæ eiusmodi est. Obseruetur à pluribus Astronomis in insulis Fortunatis; à quibus longitudines locorũ incipiunt, & in aliis locis orientalioribus initium alicuius lunaris Eclipsis, & eodem temporis momento per altitudinem stellæ cuiuspiam hora à mer. vel med. noc. inquiratur per ea, quæ Can. 8 scripsimus. Nam si horam qua Eclipsis apud insulas Fortunatas incipit, detraxeris ex hora, qua eiusdem Eclipsis initium in quauis ciuitate orientaliori conspectum fuit, & reliquum numerum horarum ad gradus reduxeris; reliqui erunt gradus longitudinis illius ciuitatis orientalioris, hoc est, qubus illa orientalior ab insulis Fortunatis versus ortum recedit. Vt si v.g. in Fortunatis insulis Eclipsis quæpiam Lunaris incipiat hora 11. min. 15. post meridiem, & Romæ hora 1. min 41. post med. noc. hoc est, hora 13. min. 41. post meridiem, detrahemus hor. 11. min. 15. ex hor. 13. min. 41. eruntque reliquæ horæ 2, min. 26. quæ efficiunt grad. 36. min. 30. Tantam ergo pronunciabimus esse longitudinem Romanæ vrbis, id est, Meridianum Romanum à Meridiano insularum Fortunatarum orientem versus distare grad. 36. min. 30. qui quidem gradus inter vtrumque Meridianum in Æquatore numerantur. Sed hac de re plura in Cosmographia reperies.

Longitudines locorũ per Eclipses lunares quo pacto explorentur.

Altitudinis poli inuentio ex Analemmate per duas obseruationes etiamsi declinatio Solis ignoretur, dummodo situs meridianæ lineæ detur.

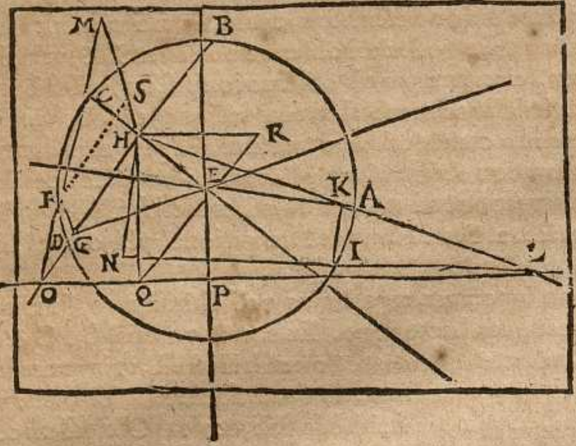
SCHOLIVM.

1. *IN scholio 2. propos. 28. lib. 1. Gnomonices ostendimus, qua ratione altitudo poli ex Analemmaee per duas obseruationes eliciatur, etiamsi declinatio Solis data non sit, dummodo meridianæ lineæ situs non ignoretur. Quare eam hoc loco repetere necesse non est, cum ex illo scholio addisci possit: Sed contenti erimus eandem poli altitudinem per tres obseruationes explorare, etiamsi neque declinatio Solis, neque lineæ meridianæ positio cognita sit.*

Altitudinẽ poli, lineãq; meridianã per tres obseruationes cognoscere, licet declinatio Solis sit ignota.

2. *PER tres ergo vmbras DE, CE, AE, in Horizonte, & tres altitudines Solis DF, CB, AI, quarum duæ obseruatæ sint ante meridiem, & tertia post, vel contra, vt in 1. figura scholij præcedentis* Can. *apparet, reperiatur OL, communis sectio plani Horizontis, ac paralleli Solis, vt Num. 2. scholij præcedentis Can. 12. factum est. Nam Perpendicularis PE, dabit lineam meridianam, vel etiam quæcunque alia perpendicularis HQ. Et si agatur HR, ipsi OP, parallela, vel meridianam lineam perpendicularis, ipsique HB, æqualis iungaturque recta QR; erit QRH, angulus altitudinis poli. Nã si triangulũ QHR, cogitetur rectum*

rectum ad Horizontem ſuper rectam HQ, exiſtet Solis centrum in R, eo tempore, quo vmbra CE, & altitudo Solis CB, obſeruata fuit. Cum ergo parallelus Solis per OL, tranſeat, tranſibit quoque per rectam RQ, ita vt RQ, ſit communis ſectio eiuſdem paralleli, ac Meridiani. Quapropter RQH, angulus erit complementi altitudinis poli, quem nimirum Æquatoris, eiuſque parallelorum plana cum Horizonte efficiunt; atque idcirco QRH, angulus erit altitudinis poli.



An vertex loci ſit inter polum arcticũ & Solem vel ſtellam in Meridiano poſitam, an vero Sol, vel ſtella in Meridiano poſita ſit inter polũ arcticum, & verticẽ loci, quo pacto cognoſcatur.

3. EADEM altitudo poli ſiue borealis ſiue auſtralis, ſine vlla deſcriptione figuræ, interdiu ex altitudine meridiana, ac declinatione cognita, noctu vero ex meridana altitudine cuiuslibet ſtellæ, & declinatione percepta, facili negotio reperiri poterit, ſi prius doceamus, quo pacto cognoſci poſſit, nũ vertex capitis, vel polus Horizontis ſit inter polum arcticum, & Solem, ſtellamue in Meridiano poſitam, an vero Sol ipſe, ſtellaue, cũ Meridianum poſſidet, iaceat inter polum arcticum, & verticem loci: quod ita planum fiet. Quando conſtat, in quam partem Septentrio vergat, vel auſter, (quod beneficio acus Magnete illitæ dicto citius cognoſci poteſt) facile id, quod propoſitũ eſt, percipietur. Nam ſi vmbræ corporum, cum Sol maximam habet altitudinem, proijciantur in Septentrionem, vel ſi nobis conuerſis in auſtrum, altitudo maxima ſtellæ obſeruanda ſit, conſtitutus erit vertex loci inter polum arcticum, & Solẽ, ſtellamue. Si autem vmbræ corporum in auſtrum proijciantur, Sole maximam habente altitudinem, vel ſi altitudo maxima ſtellæ, nobis in Septentrionem conuerſis, obſeruanda ſit,, Sol vel ſtella inter polum arcticum, & verticem loci reperietur. At ſi ignoretur, qua ex parte ſeptentrio ſit, aut meridies, ſi conuerſa facie ad Solem, vel ſtellam, quando à vertice prope abeſt, viderimus Solem, vel ſtellam cum mundo ab ortu in occaſum circumuolui à ſiniſtra verſus dextram, exiſtet vertex loci inter polum arcticum & Solem, vel ſtellam; ſi vero à dextra verſus ſiniſtram, Sol vel ſtella inter arcticum polum, & verticem loci conſtituetur.

Altitudo poli quo pacto ex declinatione Solis, vel ſtellæ, altitudineq; meridiana venanda ſit.

4. ITAQVE ſi declinatio Solis, vel ſtellæ, quando borealis eſt, dematur ex quadrante inter polum arcticum, & Æquatorem intercepto, vel quando auſtralis eſt, ad eundem quadrantem adijciatur, relinquetur, vel conſtabitur diſtantia Solis, ſtellæue à polo arctico. Obſeruata igitur circa meridiem aliquoties altitudine Solis, aut ſtellæ, donec deprehendatur maxima, complementum maximæ altitudinis deprehenſæ (Quod ſi adſit linea meridiana, habebit Sol maximam altitudinem, ſiue meridianam, quando vmbra ſtyli in meridiana linea collocati in ipſam lineam meridianam proijcitur: ſtella vero altitudinem meridianam, vel maximam obtinebit, quando in Meridiano exiſtit; quod tum fiet, ſi planum ad Horizontem in meridiana linea rectum per ſtellam tranſibit, ſi producatur) ex inuenta diſtantia Solis, ſtellæue à polo arctico auferatur, ſi vertex loci inter auſtrum, & polum arcticum extiterit, vel addatur ad eandem diſtantiam, ſi aſtrum extiterit inter verticem loci, & polum mundi arcticum. Nam relictus numerus, vel conflatus diſtantiam verticis loci à mundi polo arctico indicabit. Quæ diſtantia ſi reperta fuerit æqualis quadranti, erit verticale punctum in Æquatore; nullaque erit poli altitudo ſupra Horizontem. Si vero minor quadrante fuerit inuenta, detracta ea ex quadrante, reliqua fiet altitudo poli borealis: ſi deniq; quadrante maior extiterit, ablato quadrante ex ea altitudo poli auſtralis fiet reliqua, vt facile intelligetur, ſi ſphæra materialis adhibeatur.

SI Sol, vel ſtella reperta fuerit in vertice loci, hoc eſt, maxima eius altitudo deprehenſa fuerit grad. 90. erit ipſamet declinatio Solis, vel ſtellæ, altitudo poli ſupra Horizontem, borealis quidem, ſi declinatio fuerit borealis, auſtralis vero, ſi auſtralis.

RVRSVS ſi Sol, vel ſtella in locis borealibus neque oriatur, neque occidat (quod in Sole contingere poteſt, quando in ſignis borealibus verſatur, & loci vertex eſt inter polum borealem, & circulum arcticum) habebit intra ſpatium 24. horarum duas altitudines meridianas, vnam maximam, & minimam alteram. Ex maxima reperietur poli arctici altitudo, vt dictum eſt: ex minima vero hoc modo. Diſtantia Solis, ſtellæue à polo arctico inuenta, vt ad initium huius Num. 4. diximus, adijciatur ad minimam altitudinem. Conflatus enim numerus dabit altitudinem poli arctici. Eadem ratione, ſi Sol, vel ſtella in locis auſtralibus neq; oriatur, neque occidat, (quod in Sole contingere poteſt, quãdo auſtralia ſigna percurrit, & vertex loci inter polum auſtralem, & circulum antarcticum exiſtit) habebit intra ſpatium 24. horarum duas meridianas altitudines, maximam vnam, & alteram minimam. Ex maxima eruetur poli antarctici altitudo, vt initio huius Num. 4. præcepimus: ex minima vero hac ratione. Diſtantia Solis vel ſtellæ à polo antarctico (quæ habetur, ſi eius diſtantia à polo arctico inuenta, vt ſupra traditum eſt, ex ſemicirculo, vel eius declinatio auſtralis ex quadrante detrahatur) adiungatur ad minimam altitudinem. Conflatus enim numerus altitudinem poli auſtralis exhibebit.

DENIQVE ſi quando acciderit, altitudinem Solis aut ſtellæ per aliquod temporis ſpatium neq; augeri, neque minui, altitudo poli grad. 90. continebit, hoc eſt, in ipſo loci vertice polus collocatus erit; borealis quidem, ſi declinatio Solis, ſtellæue fuerit borealis; auſtralis vero, ſi auſtralis.

Aliter. Vbi ſit pars ſeptentrionalis, & auſtralis, quo pacto deprehendatur.

5. IDEM alia ratione nonnihil diuerſa aſſequemur, hac videlicet. Diſcatur primum, vbi ſit, plus minus, pars mundi ſeptentrionalis, & vbi auſtralis: quod facile nos acus Magnete illita edocet. Quod ſi eiuſmodi acu careamus, circa meridiem, hoc eſt, quando propemodũ Sol, vel ſtella maximam obtinet altitudinem, faciem noſtrã ad Solem vel ſtellam conuertemus. Et ſi quidem moueri cernetur à ſiniſtra in dextram, dorſum noſtrum in partem ſeptentrionalem, & facies in auſtralem verget; Si vero à dextra in ſiniſtram, è regione noſtra ſita erit pars Septentrionalis, & auſtralis in parte oppoſita.

HOC cognito, maximam Solis, vel ſtellæ altitudinem obſeruabimus. Eius complementum, ſi vmbræ corporum ad eandem partem proijciantur, in quam aſtrum declinat, (In ſtella, quoniam vmbram non proijcit, ſumemus pro vmbra radium viſualem ab oculo ad ſtellam ductũ) declinationi adiectũ conficiet altitudinẽ poli eiuſdem nominis cum declinatione, hoc eſt, arctici, ſi tã vmbra quã declinatio eſt borealis, antarctici vero, ſi auſtralis. At ſi corporũ vmbræ in contrariã proijciantur partẽ, id eſt, in ſeptentrionẽ, ſi declinatio eſt auſtralis, vel in auſtrũ, ſi ſeptentrionalis; ſi quidẽ complementum maximæ altitudinis declinationi deprehenſum fuerit æquale, exiſtat vertex loci ſub Æquatore, nullamque polus altitudinẽ habebit: ſi vero com-

complementum maximæ altitudinis minus repertum fuerit declinatione, detracto illo ex hac, reliqua fiet altitudo poli eiusdem nominis cum declinatione, hoc est, arctici, si declinatio est borealis, antarctici vero si australis: si denique complementum maximæ altitudinis declinatione extiterit maius, erit eorum differentia altitudo poli oppositæ denominationis cum declinatione, nimirum antarctici, si declinatio est borealis, arctici vero, si australis.

QVANDO Sol, vel stella declinatione caret, complementum maximæ altitudinis dabit poli altitudinem eiusdem nominis cum vmbra, nimirum arctici, si vmbra est septentrionalis, antarctici vero, si australis.

QVANDO denique Sol, vel stella in vertice loci extiterit, ipsa declinatio, si quam habet, erit altitudo poli eiusdem nominis cum declinatione, arctici videlicet, si declinatio est borealis, antarctici vero, si australis.

6. QVANDO constat, polum arcticum supra Horizontem eleuari, solent Astronomi hac facili via eius altitudinem indagare. Sole, vel stella declinatione carente, complementum altitudinis meridianæ exhibet altitudinem poli arctici. Existente autem declinatione boreali, & astro vergente à vertice in austrum, arcus ex declinatione, & complemento meridianæ altitudinis conflatus altitudinem arctici poli manifestat. Declinatione vero australi existente, detracta ea ex complemento altitudinis meridianæ, reliquus arcus altitudinem poli borealis metitur. Quod si astrum à vertice loci tendat in boreã, complementum altitudinis meridianæ ex declinatione boreali detractum reliquam facit altitudinem poli borealis. Denique Sole, aut stella neque oriente, neque occidente, ita vt duas altitudines meridianas habeat, si quidem in maxima vergat à vertice versus boream, semissis aggregati ex vtraque altitudine meridiana altitudinem poli borealis indicat: si vero astrum in maxima altitudine à vertice in austrum tendat, detracta ea ex semicirculo semissis aggregati ex residuo, & minima altitudine est ipsa poli arctici altitudo. *Aliter & facilius, si constet polum arcticum eleuari supra Horizontem.*

NON aliter agemus in regionibus australibus, si ea, quæ de declinatione, & parte boreali dicta sunt, ad declinationem, ac partem australem transferantur, & contra.

CANON XIV.

IN quacunque orbis parte versemur, etiam in mari, quanam in Zona, & climate, constituti simus, cognoscere.

1. HVNC Canonem, nisi ab omnibus scriptoribus Astrolabij positus esset, nullo modo explicarem, cum nihil noui contineat, sed solum requirat inuentionem poli in eo loco, in quo sumus. Inuenta namq; per Canonem 13. vel eius scholiũ, poli altitudine, siue latitudine loci, si ea minor fuerit, quam gr. 23. min. 30. locus in Zona torrida situs erit; & si latitudine careat, verticem sub ipso Æquatore habebit, hoc est, in medio Zonæ torridæ iacebit. Si autem latitudo contineat præcise grad. 23. min. 30. collocabitur præcise vel sub tropico ♋, vel sub tropico ♑, prout locus borealis est, vel australis, hoc est, iacebit in fine torridæ Zonæ, & in principio temperatæ. At si latitudo maior sit, quam gr. 23. min. 30. minor autem quam gr. 66. min. 30. situm habebit in temperata Zona, vel boreali, vel australi, prout locus in boream, vel in austrum declinat. Quod si latitudo loci præcise complectatur grad. 66. min. 30. positus erit sub circulo arctico, vel antarctico, hoc est, collocabitur in fine Zonæ temperatæ, & in principio frigidæ. Si denique loci latitudo maior fuerit, quam grad. 66. min. 30. situs eius reperietur in Zona frigida; & si latitudo contineat grad. 90. verticem sub ipso habebit polo, mediumque Zonæ frigidæ occupabit. *In quanã Zona datus locus collocetur, cognoscere.*

EADEM altitudo poli inuenta docebit, quonam in climate locus, in quo sumus, collocetur. Nam si inuenta altitudo poli quæratur in tabula climatum, quam ad calcem cap. 3. sphæræ secundum recentiores copiosissimam descripsimus; si quidẽ præcise reperiatur, illico constabit, in cuiusnã climatis initio, vel medio, vel fine locus noster situs sit. Si vero præcise non inueniatur, intelligemus ex altitudine poli in tabula descripta, quę à nostra altitudine minus differt, prope cuius climatis principium, vel medium, finemque versemur. Verbi gratia. Nauigans quispiam delatus sit ad portum Mozambique in Africa orientali. Et quoniam deprehenditur latitudo australis grad. ferme 15. dicemus eum versari prope medium primi climatis australis, cum clima 1. in medio altitudinem poli australis habeat grad. 16. min. 43. Rursus delatus quispiam sit ad insulas Orcades vltra Scotiam. Et quia latitudo earum insularum complectitur propemodum grad. 61. min. 50. pronunciabimus eas iacere in climate 13. septentrionali, & quidem prope eius finem, ac proinde iuxta principium climatis 14. cum altitudo poli in fine climatis 13. & principio 14. gradus 61. min. 53. complectatur. *In quonam climate datus locus collocatus sit, percipere.*

CANON XV.

DISTANTIAM duarum quarumlibet ciuitatum in terra, vel stellarum in cœlo, quarum longitudines, latitudinesque cognitæ sint, dimetiri, hoc est, arcum circuli maximi per eas descripti inuestigare.

DISTANTIA hæc sumenda est penes arcum circuli maximi inter duo loca terræ, vel duas stellas, interceptum, quod is minor sit omnibus arcubus circulorum non maximorum per eadem loca descriptorum, vt in Cosmographia demonstratum est. *Duorum locorum in terra sub Æquatore positorũ distantiam itinerariã exquirere.*

1. QVANDO igitur duo loca sub Æquatore sita sunt, hoc est, latitudine carent, detracta minore longitudine ex maiore, reliqua erit differentia longitudinis, eademque distantiam quæsitam metietur.

2. QVANDO vero duo loca eandem habent longitudinem, hoc est, sub eodem semicirculo Meridiani inter duos mundi polos interiecto sita sunt, & vterque in boream, vel in austrum vergit; detracta minore latitudine ex maiore, reliqua erit differentia latitudinum, eademque quæsitam distantiam metietur. Quod si vnus locorum in boream vergat, & alter in austrum; addita latitudine vna ad alteram, conflabitur arcus Meridiani quæsitam distantiam metiens. Denique si vnus locorum sit sub Æquatore, & alter siue in boream, siue in austrum vergat, metietur ipsamet latitudo posterioris loci distantiam, quæ desideratur. *Duorum locorũ eiusdem longitudinis distantiam metiri.*

3. QVAN-

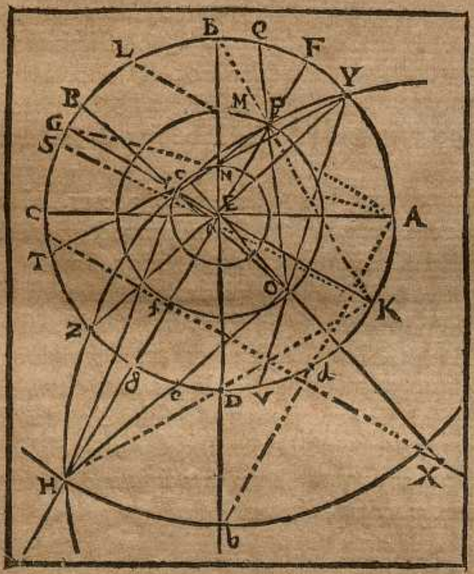
Duorum locorũ differentiam longitudinum grad. 180. habentium distãtiam reperire.

3. QVANDO duo loca differentiam longitudinum habent grad. 180. hoc est, sub diuersis semicirculis eiusdem Meridiani locantur, & vterque in boream, vel austrum tendit, detracto aggregato latitudinũ ex semicirculo, reliquus fiet arcus Meridiani distantiam, quam quærimus, metiens. Quod si locorum vnus in boream, & in austrum alter deflectat ab Æquatore; differentia latitudinum ex semicirculo subtracta relinquet arcum Meridiani, qui quęsitam distantiam metietur: vel arcus Meridiani ex latitudiue alterutrius loci, & complemento latitudinis loci alterius, ac quadrante, qui inter polum, & Æquatorem ponitur, conflatus distãtiam desideratam metietur, si semicirculo minor est: si vero semicirculum superet, detracto eo ex integro circulo, reliquus arcus metietur distantiam locorum. Denique si alteruter locorum sub Æquatore, iaceat, latitudo alterius ex semicirculo detracta relinquet arcum Meridiani, qui distantiam, quam inquirimus, metietur.

Duorũ locorum diuersarum longitudinum, latitudinumq́ distantiã inuestigare.

4. QVANDO denique duo loca nullo prædictorum modorum se habent, siue alteruter sub Æquatore sit positus, siue neuter, & siue eandem habeant latitudinem, siue non, explorabimus eorum distantiã hoc modo. Sit in Astrolabio Æquator ABCD; centrum E; duæ diametri sese ad angulos rectos secantes AC, BD, quarum AC, Meridianum referat per insulas Fortunatas ductum, a quibus longitudines locorum incipiunt. Proposita autem sint duo loca, prioris quorum longitudo sit grad. 60. & latitudo borea grad. 30. posterioris autem longitudo complectatur grad. 150. & latitudo borea grad. 60. Supputentur longitudines ab A, versus B, hoc est, ab occasu, ortum versus, vsque ad F, G, ducanturque diametri FE, GE, referentes Meridianos per data loca transeuntes. Rursus numerentur latitudines à B, vsque ad L, G: Ductis autem radijs AL, AG, secantibus BE, in M, N, describantur ex E, per M, N, paralleli latitudinum secantes Meridianos FE, GE, in PI, eritque P, situs prioris loci, & I, posterioris. Si igitur per propos. 13. lib. 2. circulus maximus per loca P, I, describatur, metietur arcus PI, eorum distantiam. Inuento ergo eius circuli polo O, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17. docuimus, abscindent emissæ rectæ OP, OI, arcum Æquatoris QR, arcui PI, æqualem. Quot ergo gradus in arcu QR, continentur, tot gradibus eius locus ab altero distabit. Ita autem per P, I, circulum maximum describemus, eiusque polum reperiemus. Ducta recta EK, ad FE, perpendiculari, (potuisset quoque duci perpendicularis ad GE, sed eligenda potius est recta FE, per punctum P, à centro E, remotius ducta. Ita enim punctum ipsi P, oppositum minus distabit à centro, quam punctum ipsi I, oppositum) ducatur ex K, per P, recta KPB, ad quã perpendicularis excitetur KD, (quod fiet, si arcui FB, arcum g D, æqualem sumemus, &c.) secans FE, productam in H: eritque punctum H, ipsi P, oppositum, vt ex iis liquet, quæ lib. 2. propos. 6. Num. 13. scripsimus. Si igitur per tria puncta P, I, H, circulus describatur ex centro X, quod erit in recta f X, secante PH, in f, bifariam, & ad angulos rectos; erit ille maximus, cum per puncta PH, per diametrum opposita, transeat. Iam vero ducta ex centro X, per E, recta XE, secante descriptũ circulum in c, erectaque ad XE, perpendiculari, vel quod idem est, iuncta recta YZ, (hæc enim ad XE, perpendicularis erit: Transibit namque per E, centrum, cum sit diameter circulorũ maximorum, [a] sese in Y, Z, secantium bifariã. Quare recta XE, secabit ipsam YZ, bifariam in centro E; [b] ac proinde & ad rectos angulos) emittatur ex Y, per c, recta secans Æquatorem in T, sumaturque arcus TV, quadranti æqualis, (accipiendus autem est quadrans TV, versus eam partem, versus quam ductus radius YV, rectam XE, secet intra Æquatorem.) Radius enim YV, secabit rectam XE, quæ Meridianum circuli PIH, repræsentat, in O, polo circuli PIH, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17. demonstrauimus.

[a] 11. 1. The.
[b] 3. tert.



Aliter, etiamsi per data loca circulus maximus non describatur.

5. EANDEM hanc distantiam breuius cognoscemus, etiamsi circulum maximum per data loca non describamus, &c. si, ducta recta PI, inquiramus per ea, quæ lib. 2. propos. 18. Num. 3. tradita sunt à nobis, quantinam arcus circuli maximi chorda sit, quod sic fiet. Inuento puncto *H*, quod loco P, remotiori à centro E, opponitur, iungatur recta HI, angulusque PIH, bifariam secetur per rectã Ia, secante PH, in a, puncto per quod describendus esset circulus non maximus per punctum I, transiens, circa polũ P, vt lib. 2. propos. 18. Num 3. ostendimus; adeo vt arcus Pa, circuli maximi PEH, per polũ E, ducti, æqualis sit arcui circuli maximi per P, I, descripti inter P, I, intercepto, cum ambo ex polo P, in circumferentiam circuli non maximi per a, I, circa polum P, descripti cadant. Excitata igitur EK, ad PH, perpendiculari, abscindent radii KP, Ka, ex Æquatore arcum BS, tot graduum, quot arcus Pa, ac proinde & arcus circuli maximi à recta PI, subtensus, complectitur: eritque arcus hic BS, priori arcui QR, inuento æqualis, si erratum non sit.

6. SIT rursus locus, cuius longitudo grad. 150. & latitudo borea grad. 60. & alius locus, cuius longitudo gr. 240. & latitudo australis grad. 30. complectatur. Numeratis longitudinibus ab A, versus B, vsq; ad G, g, erunt ductæ rectæ GE, gE, Meridiani datorum locorum. Sumpta quoque prioris loci latitudine borea BG, emissoque radio AG, secante BD, in N, describatur ex E, per N, parallelus illius latitudinis secans Meridianum GE, in I, eritq; I, situs prioris loci. Et si accipiatur loci posterioris altitudo australis D d, emittaturq; radius A, d, secans BD, in b, ac denique ex E, per b, describatur parallelus huius latitudinis secans Meridianum g E, in H, erit posterioris loci situs in H. Igitur si per I, H, circulus maximus describatur, (inuento nimirum prius pũcto p, opposito ipsi H, &c.) eiusque polus reperiatur O, dabunt emissi radii ex O, per I, H, in Æquatore arcum R e, arcui IH, distantiam locorum I, H, metienti æqualem.

VEL breuius, vt Num. 5. sic etiam agemus, sine descriptione circuli per loca I, H. Inuento puncto P, opposito ipsi *H*, ductisque rectis HI, PI, secetur angulus PIH, bifariam per rectam Ia, secantẽ PH, in a, puncto, per quod

quod deſcribendus eſſe circulus non maximus per punctum I, tranſiens, circa polum H, vt lib. 2. propoſ. 18. Num. 3. oſtendimus; adeo vt arcus Ha, Meridiani HP, æqualis ſit arcui circuli maximi per H, I, deſcripti inter loca H, I, intercepto, cum ambo ex polo H, in circumferentiam circuli non maximi per a, I, circa polum H, deſcripti cadant. Erecta igitur EK, ad HP, perpendiculari, abſcindent radii KH, Ka, ex Æquatore arcum DS, tot graduum, quot in arcu Ha, ideoque & in arcu maximi circuli à recta HI, ſubtenſo continentur: eritque arcus hic, ſi erratum non ſit, æqualis omnino priori arcui inuento eR.

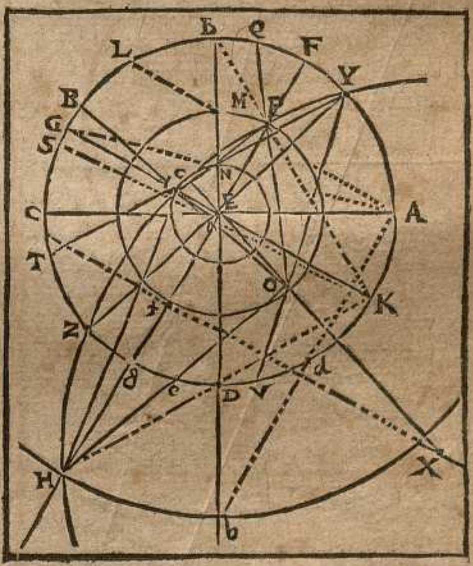
HAC arte diſtantiam quorumlibet duorum punctorum in ſphæra datorum, quam arcus circuli maximi per ea deſcripti metitur, reperies, ſiue ambo in boream vergant ab Æquatore, ſiue in auſtrum, & ſiue vnum in boream, & alterum in auſtrum tendat: & ſiue vtrumque in eodem parallelo Æquatoris poſitum ſit, ſiue non; ſiue denique vnum ſit in Æquatore ABCD, & alterum ab illo vel in boream vel in auſtrum declinet.

7. QVONIAM vero loca auſtralia minus exquiſite in Aſtrolabio deſcribuntur, quam borealia, quod parallelorum auſtralium ſemidiametri inueniantur per radios ex A, emiſſos, qui valde oblique rectam BD ſecant: quando vnus locorum auſtralis eſt, & alter borealis, commodiſſime res peragetur, ſi pro loco auſtrali accipiatur borealis per diametrum ei oppoſitus, quem videlicet Antipodes incolunt, & cuius latitudo borealis latitudini auſtrali alterius æqualis eſt, longitudo vero à longitudine illius ſemicirculo differt: adeo vt ſi longitudo loci auſtralis ſemicirculo minor eſt, ei addendus ſit ſemicirculus, ſi vero maior, ab ea ſemicirculus demendus, vt vel conſtetur, vel relinquatur longitudo loci borealis oppoſiti. Nam ſi diſtantia inter datum locũ borealem & hunc alterum borealem auſtrali oppoſitum inuenta ex ſemicirculo ſubtrahatur, reliqua fiet diſtãtia loci dati borealis ab auſtrali dato. Exempli cauſa. Si detur locus borealis I, cuius longitudo continet gradus 150. & latitudo grad. 60. & locus auſtralis, cuius longitudo eſt grad. 240. & latitudo grad. 30. accipiemus pro hoc locum borealem P, cuius longitudo ſit grad. 60. (quæ relinquitur, detracto ſemicirculo ex data longitudine grad. 240. quæ ſemicirculo maior eſt,) latitudo vero grad. 30. ſicut & auſtralis loci. Nam ſi diſtantia inter loca I, P, inuenta detrahatur ex ſemicirculo, reliqua erit diſtantia loci I, à loco auſtrali, qui loco P, oppoſitus eſt. Cum enim circulus maximus in ſphæra per loca P, I, deſcriptus tranſeat neceſſario per loca oppoſita, diſtetque locus P, à loco oppoſito per ſemicirculum; liquido conſtat, arcum illius circuli maximi inter P, & I, poſitũ (id eſt, diſtantiam inter loca P, I,) ex ſemicirculo ſublatum, relinquere arcum eiuſdẽ circuli maximi inter locũ I, & locum auſtralem, qui loco P, opponitur, interiectum, qui quidem diſtantiam loci I, ab eo loco auſtrali metitur. Ita vides in figura arcum PI, ex ſemicirculo PIH, detractum, reliquum facere arcum IH. Quod ſi locus auſtralis datus habeat longitudinem grad. 40. & latitudinem grad. 50. ſumendus erit locus borealis, cuius latitudo ſit etiam grad. 50. longitudo autem grad. 220. quæ conſtatur ex longitudine grad 40. loci auſtralis, (quæ ſemicirculo minor eſt.) & ſemicirculo.

Diſtantia inter locũ borealem & auſtralem, quo pacto commodius reperiatur.

SIMILI modo, ſi duorum locorum auſtralium diſtantia inueſtiganda ſit, inuenienda erit diſtantia duorum locorum borealium illis oppoſitorum, eaſdem videlicet latitudines cum illis habentium, longitudines autem ab illorum longitudinibus differentes ſemicirculo; quæ quidem obtinebuntur, ſi illis vel ſemicirculus adiiciatur, (ſi nimirum datæ longitudines ſemicirculo minores ſunt, vel (ſi maiores ſunt ſemicirculo) ab eiſdẽ ſemicirculus ſubtrahatur, vt dictum paulo ante eſt. Hæc enim diſtantia inuenta æqualis prorſus erit diſtantiæ datorum locorum auſtralium. Aut certe in Aſtrolabio cẽtrum E, accipiendum eſt pro polo auſtrali, ita vt oculus collocetur in polo boreali. Hac enim ratione Aſtrolabiũ inter Æquatorem & centrum referet hemiſphærium auſtrale, & in eo omnia loca auſtralia deſcribentur, ſi eorum longitudines, vt a Geographis notatæ ſunt, numerentur ab A, verſus B, latitudines vero à B, verſus C, vt paralleli latitudinum auſtralium intra Æquatorem deſcribantur, quemadmodum prius paralleli latitudinum borealium. id quod ad finem libri 2. monuimus.

Diſtantia inter duo auſtralia loca, quo pacto ex oppoſitis locis borealibus inquirenda ſit.

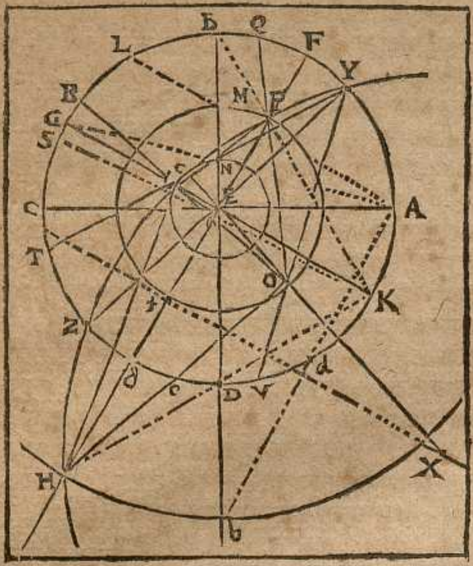


8. STELLARVM fixarum diſtantiæ eadem prorſus ratione inueſtigabuntur. Si namque in Aſtrolabio inueniantur loca quarumlibet duarum ſtellarum propoſitarum, vt lib. 2. propoſ. 11. Num. 2. 3. & 4. docuimus, & per ea loca circulus maximus deſcribatur, cognoſcemus magnitudinem arcus illius inter eadem loca interiecti, per radios ex eius polo per extrema puncta, hoc eſt, per eadem illa loca emiſſos. Vel ſi in recta, quæ a ſtella remotiore à centro Aſtrolabij per centrum ducitur, punctum reperiatur eidem ſtellæ remotiori oppoſitum, cognoſcemus arcum, cuius chorda eſt recta inter eaſdẽ ſtellas collocata, vt lib. 2. propoſ. 18. Num. 3. tradidimus, atque paulo ante exemplum etiam poſitum eſt Num. 5. de recta PI, & Num. 6. de recta HI. Denique ſicut duorum locorum in terra, ita quoque diſtantia duarum ſtellarum in cœlo, ſi earum loca in Aſtrolabio reperiantur, vt propoſ. 11. lib 2. tradidimus, inquirenda eſt.

Diſtantiæ duarũ ſtellarum quarumlibet inueſtigare.

SED vt facilius ſitus ſtellarum reperiamus pro earum diſtantijs eruendis, ſtatuemus in figura huius Canonis circulum ABCD, non eſſe Æquatorem, ſed Eclipticam, eiuſque polum borealem E; ita vt ſphæræ circulos deſcribamus in plano Eclipticæ ea forma, qua ex eius polo auſtrali conſpiciuntur. Ita n. circuli longitudinum ſtellarum per polos Eclipticæ tranſeuntes proiicientur in rectas lineas per centrum E, ductas; & paralleli eiuſdem Eclipticæ per ſtellas ducti in Aſtrolabio ex centro E, deſcribentur, vt paralleli Æquatoris. Ex quo efficitur locum cuiuſuis ſtellæ per eius longitudinem latitudinemque non ſecus in Aſtrolabio reperiri poſſe, ac ſupra locus quicunque terræ in eodem inuentus fuit. Nam ſi v.g. ſtella quæpiam habeat longitudinem à prima ſtella Arietis gr. 60. & latitudinem borealem gr. 30. numerabimus eius longitudinem ab A, verſus B, vſque ad F.

Recta enim FE, erit eius longitudinis circulus: Deinde eiusdem latitudinem boream supputabimus à B, vsque in L, vt per radium AL, resecetur semidiameter EM, paralleli per stellam transeuntis. Hic enim parallelus ex E, per M, descriptus secabit FE, in P, loco stellæ. Eadẽ ratione reperietur I, locus stellæ longitudinem à prima stella Arietis habentis grad. 150. & latitudinem borealem grad. 60. & sic de cæteris.



IGITVR distantia stellæ P, à stella I, reperietur perinde, ac si P, & I, loca essent in terra descripta. Quod si duarum stellarum altera habeat latitudinem australem, reperiemus distantiam inter eius punctum oppositum, & alteram stellam borealem, eamque ex semicirculo auferemus, vt distantia inter duas illas stellas reliqua fiat: quemadmodum supra de duobus locis terræ, quorũ vnus borealis sit, & australis alter, diximus. Habebit autem punctum, quod stellæ latitudinis australis opponitur, æqualem latitudinem borealem, longitudinem autem eam, quæ conflatur vel ex additione semicirculi ad longitudinem australis stellæ, vel quæ relinquitur post detractionem semicirculi, si detrahi potest, vt de locis terræ Nu. 7. dictum est. Sic etiam si offerantur duæ stellæ latitudinum australium, indagabimus distantiam duorũ punctorum oppositorum. Hæc enim æqualis erit distantiæ inter oblatas duas stellas.

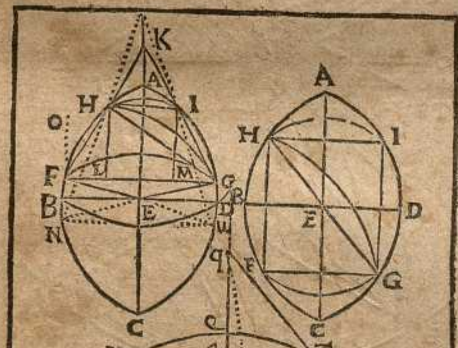
Quando alter locus, vel stellæ australis est, eandẽ distantiã inuenire, etiãsi eius punctũ oppositum nõ assumatur.

VERVM in scholio Canonis 22. distantiam eandem inuestigabimus, etiamsi alter locorum, vel altera stellarum australis sit; vbi nimirum, quo pacto ex datis duobus trianguli sphærici lateribus, cum angulo ab eis comprehenso, tertium latus in Astrolabio sine calculo sinuum eruatur, docebimus: ita vt necesse non sit accipere locum per diametrum loco, vel stellæ australi oppositum.

SCHOLIVM.

Distantiã duorum locorum in terra ex Analemmate perscrutari.

1. PRÆTER modum illum Francisci Maurolyci Abbatis, distantiæ duorum quorumlibet locorum ex Analemmate inuestigandæ, quem in cap. 2 sphæræ, cum de officiis Meridiani circuli ageremus, exposuimus, & demonstrationibus confirmauimus Geometricis: qui quidem modus facillimus est, atq; exquisitissimus: afferemus hoc loco alios duos æque fere faciles, quos Petrus Nonius lib. 2. de Nauigatione cap. 20. insinuat. Sed vt priorem demonstremus, ostendendum primum est, chordas arcuum duorum parallelorum inter duos Meridianos parallelas esse, ac proinde cum chordis arcuum æqualium eorundem Meridianorum, quos prædicti paralleli abscindunt, constituere quadrilaterã figuram in vno plano existentem. Secent namq; se mutuo duo Meridiani ABC, ADC, in polis A, C, & recta BD, chorda sit arcus æquatoris inter eos Meridianos; at FG, HI, chordæ arcuum parallelorum inter eosdem; & FH, GI, chordæ arcuum æqualium, quos paralleli abscindunt: Arcus enim FH, GI, æquales esse, [a] *perspicuum est. Dico HI, FG, parallelas esse, &c. Sit enim axis AC, & centrum sphæræ E; & sumpto arcu BN, arcui BF, æquali, iungatur recta FN; & quoniam reliqui arcus quadrantum FA, NC, æquales quoque sunt, erunt ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. AC, FN, parallelæ.* [b] *Igitur, ducta semidiametro sphæræ FE, anguli AEF, EFO, duobus rectis æquales sunt; ideoque AEF, EFH, duobus rectis minores. Concurrent ergo rectæ EA, FH, extra sphæram in K. Eadem ratione ostendet, rectam GI, cum eodem axe EA producto conuenire in aliquo puncto, quod aio esse idem punctum K. Nam iuncta semidiametro sphæræ GE,* [c] *erunt anguli AEF, AEG, ad centrum insistentes arcubus æqualibus AF, AG, æquales, necnon & anguli EFH, EGI, ad circumferentias insistentes quoque arcubus æqualibus, qui nimirum relinquuntur, si arcus æquales FH, GI, detrahantur ex semicirculis Meridianorum, quos semidiametri FE, GE, productæ auferunt. Cum ergo & latera EF, GE, illis adiacentia sint æqualia,* [d] *erunt etiam reliqua latera FK, EK, trianguli EFK, æqualia reliquis lateribus trianguli, cuius basis GE, & latera, rectæ à puncto E, per A, & à puncto G, per I, vsque ad eorum concursum extensæ. Igitur EA, GI, concurrent in K, quandoquidem latus EK, trianguli EFK, æquale est lateri alterius trianguli ab E, vsque ad concursum rectarum EA, GI.* [e] *Triangulum ergo est KFG,* [e] *ac proinde in vno plano: ideoque & rectæ FG, HI, in vno plano erunt, nimirum in plano trianguli KFG;* [f] *Ex quo efficitur, easdem rectas FG, HI, esse parallelas, nimirum communes sectiones in plano FGIH. factas à planis parallelorũ Æquatoris, quæ parallela sunt. quod etiam ita ostendetur. Quoniã trianguli KFG, latera æqualia KF, KG, proportionaliter secta sunt,* [g] *cum æquales sint chordæ FH, GI, ac propterea & reliquæ rectæ HK, IK;* [h] *erunt FG, HI; parallelæ.*



[a] 10.2. The.
[b] 29. pri.
[c] 27. tert.
[d] 26. pri.
[e] 2. vndec.
[f] 16. vndec.
[g] 29. tert.
[h] 2. sexti.

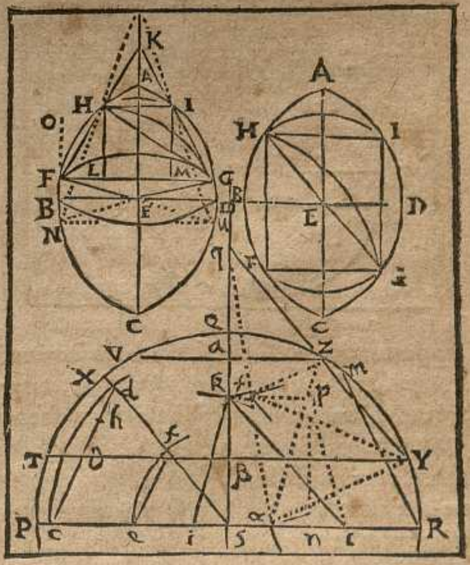
EADEM prorsus demonstratio erit, si paralleli, quorum chordæ FG, HI, versus diuersos polos vergant, dummodo non æqua-

æqualiter ab Æquatore distent. Vt si paralleli v.g. australis chorda sit Nu, & borealis HI, minusque distet punctum N, à pun-
cto B, quam punctum H; sumpto arcu BF, æquali ipsi BN, erunt rursum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. rectæ FN, AC, parallelæ,
ob arcus æquales AF, CN. Iuncta ergo semidiametro sphæræ NE, [a] erunt duo anguli AEN, ENF, duobus rectis æquales; ac pro- a 29. primi.
inde duo AEN, ENH, duobus rectis minores; ideoque concurrent EA, NH, versus H. Pari ratione u l, cum EA, concurret, at- b 27. tertii.
que adeo in eodem puncto cum recta NH, propter triangula æqualia.[b] Nam & hic tam anguli AEN, AEu, ad centrum insisten-
tes arcubus æqualibus AN, Au, æquales sunt, quam auguli ENH, Eul, insistentes ad circumferentias æqualibus arcubus, qui
relinquuntur, si arcus æquales NH, u I, detrahantur ex semicirculis Meridianorum à semidiametris NE, uE, productis ab-
scissorum, &c.

QVOD si parallelus per Nu, ductus distet magis ab Æquatore per BD, ducto, quam parallelus per HI, ductus, coi-
bunt rectæ HN, Iu, cum axe AC, versus C, producto.

SI vero paralleli per FG, HI, ducti æqualibus spatiis ab Æquatore per BD, ducto absint, vt in secunda figura, osten-
demus HFGI, esse parallelogrammum rectangulum in vno plano existens. Erunt enim tam rectæ HF, AC, parallelæ, ob arcus
æquales AH, CF, quam rectæ IG, AC, ob æquales arcus AI, CG, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl.[c] atque idcirco & HF, IG, inter se c 9. vndec.
parallelæ erunt, atq; ob id in vno plano; [d] ideoq; & HI, FG, in eodẽ cum ipsis plano; [e] & quidẽ inter se parallelæ, cum sint com- d 7. vndec.
munes sectiones in plano HFGI, factæ à planis parallelis parallelorum Æquatoris.[f] vel quia coniungunt rectas HF, IG, paral- e 16 vndec.
lelas, [g] quæ æquales sunt, propter æqualitatem arcuum FH, GI. Parallelogrammum ergo est HFGI, in vno existens plano.[h] f 33. primi.
Et quoniam axis AC, ad plana parallelorum per FG, HI, ductorum rectus est, transitque per eorum centra, & per centrum g 29. tertii.
sphæræ; [i] erunt quoque axi parallelæ HF, IG, ad eadem plana perpendiculares; ideoque & ad rectas FG, HI, in eiusdem planis h 10. 1. Theod.
existens, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. perpendiculares erunt. Parallelogrammum ergo HFGI, rectangulum est. i 8. vndec.

2. HIS demonstratis, hac ratione distantiam vnius loci ab altero inuestigabimus. Sit Meridianus PQR; & PR, *Alia ratione distantiam locorũ ex analemmate inquirere.*
diameter Æquatoris axis mundi QS; sintque primum duo loca vel borealia, vel australia, & vnius latitudo sit PT, grad. 20.
& alterius PV, grad. 60. Diametri quoq; parallelorum per ea loca ductorum sint TΥ, VZ, ac differentia longitudinum PX, hoc
est, arcus PX, æqualis sit arcui Æquatoris inter Meridianos locorum posito, contineatque v. g. grad. 50. Quando hæc diffe-
rentia semicirculo maior est, accipiendum est eius complementum ad integrum circulum: vt si contineat grad. 310. accipiendi
sunt grad. 50. pro differentia longitudinum, vel potius pro arcu Æquatoris inter Meridianos per data loca descriptos inter-
cepto. Ducta autem recta SX, describatur ex centro S, ad interuallum alterutrius semidiametrorum βT, aV, ad interuallũ
v. g. semidiametri βΥ, arcus c d, qui quoniam similis est arcui PX, æqualis erit arcui paralleli diametri TΥ, inter duos Meridi-
anos datorum locorum interiecto, & iuncta recta c d, eiusdem arcus chorda erit. Si differentia longitudinum quadrante
maior esset, nimirum arcus RX, describendus esset arcus paralleli à semidiametro SR, vsque ad rectam SX, rectaque à puncto
d, vsque ad intersectionem paralleli cum semidiametro SR, ducta, foret chorda arcus paralleli inter Meridianos positi. Post
hæc per puncta T, V, vel (vt hic factum est) per puncta Υ, Z, ducta recta secante axem SQ, productum in q, describatur ex Υ, ad
interuallum chordæ c d, arcus, quem in α, secet alius arcus ex q, ad interuallũ qΥ, descriptus, iungaturq; recta α Z, quam dico k 10. 1.
esse chordã arcus distantiam locorũ quæsitã metientis: adeo vt applicata recta Rm, æquali ipsi αZ, arcus Rm, dictã distantiam Theod.
metiatur.[k] Quoniam n. axis QS, rectus est ad planũ paralleli diametri TΥ, in eius centro, erunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes
anguli, quos cũ semidiametris facit, recti. Igitur duo latera qβ, βΥ, trianguli qβΥ, æqualia sunt duobus lateribus trianguli
cuiuslibet, cuius vnum latus est qβ, & alterum semidiameter quæcunque paralleli ex β, egrediens. Cum ergo & angulos
contineant æquales, vtpote rectos, vt ostensum est; [l] erunt quoque bases æquales, nimirum qΥ; & recta ex q, ad circumfe- l 4. primi.
rentiam vsque paralleli educta, hoc est, ad punctum, quod semidiametrum paralleli pro latere posterioris trianguli sumptam
terminat. Eademque ratione ostendentur omnes rectæ ex q, ad eandem circumferentiam emissæ, eidem qΥ, & inter se proinde
æquales. Quocirca si triangulum qαΥ, concipiatur moueri circa qΥ, cadet tandem punctum α, propter æqualitatem re-
ctarum qα, qΥ, in circumferentiam paralleli, & Υα, chorda erit arcum eiusdem paralleli inter duos Meridianos loco-
rum propositum subtendens; propterea quod ipsi c d, sumpta fuit æqualis: ac proinde α, vertex erit loci, per quem paral-
lelus diametri TΥ, ducitur. Cum ergo Z, sit vertex alterius loci, erit αZ, chorda arcus distantiam vnius loci ab altero me-
tientis.



PARI ratione, si ad interuallum semidiametri a V, arcus ef, describatur, & ad interuallum chordæ ef, ex Z, arcus delineetur, quem secet in t, alius arcus ex q, ad interuallum qZ, descriptus; erit ducta tΥ, chorda eiusdem distantiæ; propterea quod circumducto triangulo qtZ, circa qZ, punctum t, in verticẽ loci, per quem parallelus diametri VZ, ducitur, cadit, &c.

QVOD si locorum vnus in boream, & alter in austrum vergat, si quidem latitudines inæquales sint, inuestigabitur eodem prorsus modo eorum distantia. Nam tunc quoque recta per duo puncta intersectionum vnius Meridiani cum diametris parallelorum extensa concurret cum axe producto versus parallelum loci maioris latitudinis, vt in prima figura patuit de locis, quorum latitudines fuerunt BH, BN, &c.

SI vero latitudines eorundem locorum fuerint æquales, efficient chordæ duorum Meridianorum inter parallelos locorum cum chordis parallelorum inter eosdem Meridianos parallelogrãmum rectangulum, vt in secunda figura ostensum fuit. Quare si triangulum rectangulum construatur, cuius vnum laterum circa angulum rectum æquale sit chordæ arcus Meridiani ex duabus latitudinibus æqualibus conflati, alterum vero chordæ alterutrius parallelorum inter duos Meridianos; (quæ chorda reperietur ex differentia longitudinum, vt chorea cd, in tertia figura inuenta fuit ex differentia longitudinum PX,) dabit latus recto angulo oppositum, (qualis in 2. figura est recta GH.) chordam distantiæ quæsitæ in circulo maximo.

DENIQVE si duo loca versus eundem polum vergant, eandemque habeant latitudinem, erit chorda arcus paralleli inter duos Meridianos, chorda quæsitæ distantiæ in maximo circulo.

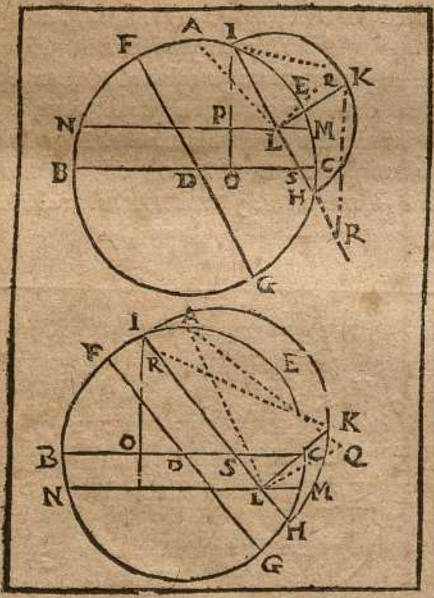
3\. CÆTERVM *quia non semper recta per extrema puncta diametrorum parallelorum, qualis fuit recta YZ, commode axem productum intersecat, sed interdum nimis procul, atque adeo nimis oblique, commodius agemus, si in plano quadrilaterum FGIH, vel NuIH, primæ vel secundæ figuræ, aut potius triangulum HFG, describemus. quod sic fiet. Quoniam demissis ex H, I, ad FG, perpendicularibus HL, IM,* [a] *latera opposita HI, LM, & HL, IM, in parallelogrammo rectangulo HM, æqualia sunt;* [b] *sunt autem & FH, GI, chordæ æqualium arcuū Meridianorum æquales;* [c] *ac proinde tam quadratum ex FH, quadratis ex HL, LF, quam quadratum ex GI, quadratis ex IM, MG, æquale: erit quoque quadratum ex LF, quadrato ex MG, æquale, ideoque & rectæ FL, GM, æquales erunt; ac proinde vtraque erit semissis differentiæ rectarum FG, HI. Quocirca si fiat angulus rectus, qualis est QSR, in tertia figura, & descriptis ex centro S, arcubus cd, ef, ad interuallum semidiametrorum βr, aV, ita vt rectæ cd, ef, sint chordæ parallelorum inter Meridianos, accipiatur chordæ ef, æqualis cg, & reliqua gd, bifariam secetur in h, vt gh, vel hd, semissis sit differentiæ gd, rectarum cd ef: sumemus Si, ipsi gh, vel hd, æqualem, atque ex i, ad interuallum TV, vel YZ, chordæ nimirum arcus Meridiani inter duos parallelos positi, arcum delineabimus secantem QS, in k. Nam si recta il, æqualis sumatur chordæ cd, maioris paralleli, erit ducta recta kl, chorda distantiæ locorum quæsitæ, propterea quod triangulum kil, refert omnino triangulum HFG, cum iS, semissis differentiæ chordarū parallelorum cd, ef, respondeat ipsi FL, semissi differentiæ chordarum HI, FG, in prima figura, & recta ik, chordæ FH, & perpendicularis kS, perpendiculari HL: adeo vt sumpta ln, æquali ipsi iS, erectaque perpendiculari np, ipsi Sk, æquali, iunctisque rectis kp, pl, trapezium kilp, respondeat trapezio HFGI, in prima figura, vel trapezio tαYZ, in tertia figura.*

a 34. pri.
b 29. tert.
c 47. pri.
Alia ratio inueniendæ distantiæ duorū locorum.

Alia ratio inuestigandæ distantiæ inter duo loca borealia, vel australia.

4\. POSTREMO *distantiam duorum locorum versus eundem polum vergentium hoc alio modo explorare licebit. Sit in sequenti Meridiano ABC, cuius centrum D, primus locus sub vertice A, & eius Horizontis diameter BC, polus mundi E, Æquatorisque diameter FG; Latitudo secundi loci GH, vel FI, & paralleli Æquatoris per eius verticem ducti diameter HI, circa quam paralleli semicirculus descriptus sit HKI. Numerata autem differētia longitudinum ab I, vsque ad K, siue ea minor sit quadrante, siue maior, semicirculo tamen non maior, (Quando enim differentia longitudinum semicirculo maior est, accipiendus erit pro ea arcus qui, detracta longitudinum differentia ex integro circulo, relinquitur) demittatur ad HI, perpendicularis KL sinus videlicet rectus differentiæ longitudinū: ex quo fit, rectam LI, esse sinū versum eiusdē differentiæ. Ducta tandem per L, ipsi BC, diametro Horizontis primi loci parallela MN; dico arcum AM, vel AN, distantiam datorum locorum metiri. Si namque semicirculus HKI, concipiatur circa HI, moueri, donec rectus sit ad planum Meridiani ABC, ac proinde recta KL, ad idem planum perpendicularis sit, ex defin. 4. lib. 11. Eucl. cadet punctum K, in verticem secundi loci, cum parallelus Æquatoris HKI, per eundem verticem transeat in eo situ, & arcus IK, sit interuallum duorum Meridianorum. Igitur si per rectas KL, MN, intelligatur duci planum,* [d] *faciet illud in sphæra circulum per verticem K, secundi loci transeuntem, cuius polus A, atque adeo ex scholio propos. 18. lib. 11. Eucl. Horizontis primi loci, cuius diameter BC, parallelum, cum tam hic circulus, quam Horizon dictus ad Meridianum ABC, rectus sit, & communes eorum cum Meridiano eodem sectiones MN, BC, parallelæ. Cum ergo ex definitione poli, polus A, æqualiter distet ab omnibus punctis circumferentiæ diametri MN, sitque recta inter A, & K, (existente KL, ad Meridianum ABC, perpendiculari) chorda distantiæ locorum; erit quoque arcus AM, vel AN, distantia datorum locorum.*

d 1. 1. Theo.



EANDEM distantiam reperies, etiamsi parallelam MN, non ducas. Nam si interuallo LA, ex recta HI, æqualem abscindas rectam LR, versus quamcunque partem, erit ducta recta RK, chorda quæsitæ distantiæ. Si namq; ad iunctam AL, perpendicularem excites LQ, ipsi LK, æqualem, erit recta ducta AQ, chorda eius distantiæ, cum, circumducto triangulo ALQ, circa AL, donec rectum sit ad Meridianum ABC, punctum Q, in verticem secundi loci cadat. [e] *Cum ergo recta AQ, rectæ RK, æqualis sit, propterea quod latera AL, LQ, lateribus RL, LK, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vtpote rectos; erit quoque RK, chorda distantiæ quæsitæ.*

e 4. primi.

QVOD si quando accidat, perpendicularem KL, cadere in S, intersectionem rectarum BC, HI; erit locorum distantia quadranti AB, vel AC, æqualis, propterea quod tunc parallela MN, à diametro BC, non differt.

SIC etiam quando duo loca proposita eandem habent latitudinem, id est, quando recta HI, in punctum A, cadit; chorda differentiæ longitudinum in parallelo HKI, subtendet in Meridiano ABC, arcum distantiæ locorum.

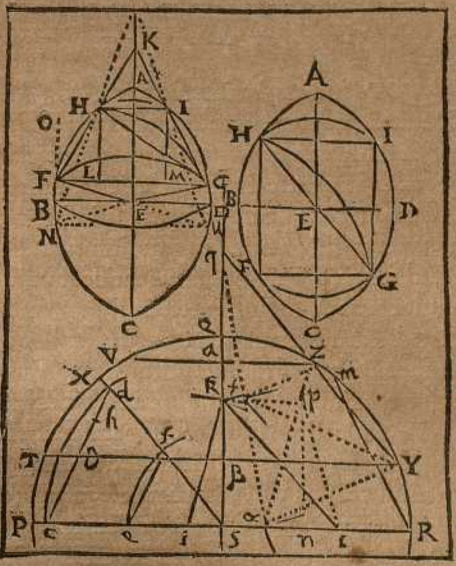
Quādo vnus locus borealis est, & alter australis. Locorum distantiam per sinus exquirere.

5\. QVANDO *vnus locorū borealis est, & alter australis, inquirenda erit distantia inter alterutrum locorū, & locum alteri per diametrum oppositum, sumendo pro longitudinum differentia (quando iam reducta est ad arcum semicirculo minorem, vt Num. 4. dictum est.) id quod relinquitur, detracta differentia longitudinum ex semicirculo. Nam inuenta distantia ex semicirculo dempta relinquet distantiam quæsitam, vti supra Num. 7. huius Canonis dictum est.*

6\. IAM *per sinuum calculum prædictam locorum distantiam indagabimus hoc modo. Repetatur prima figura huius scholij, vbi in prioribus duabus descriptionibus primus locus ponatur in H, ita vt eius latitudo sit BH, & eiusdem complementum AH; secundus autem locus sit in G, minus borealis, quam primus, vel etiam australis, vt in 2. descriptione; & differētia longitudinum sit angulus BAD, siue arcus Æquatoris, aut paralleli per alterutrū locorum ducti, inter duos Meridianos ABC, ADC, interceptus, si semicirculo minor est. Nam si semicirculum superat, accipiendus est angulus, vel arcus, qui cum illo totum circulum complet; intelligatur autem per duo loca H, G, descriptus arcus maximi circuli HG, eorum distantiam metiens; cuius magnitudinē sic reperiemus. In triangulo sphærico AHG, duo latera AH, AG, data sunt, cum sint complemēta latitudinū quando vterq; locus borealis est, vel australis, sumpto puncto A, pro polo arctico, quando vterq; est borealis, pro polo vero antarctico, quando vterque est australis. At quando vnus locus borealis est, nimirum H, & alter G, australis, erit quidē AH, complementū*

Lati-

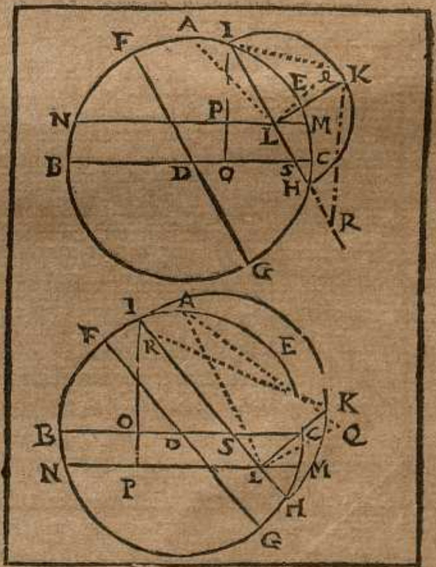
latitudinis loci borealis, sed AG, arcus erit ex quadrante AD, & latitudine australi DG, compositus. Est insuper angulus HAG, à dictis lateribus comprehensus, notus, cum sit differentia longitudinum; vel certe id quod superest, detracta ea differentia ex toto circulo. Igitur per problema 22. triang. sphær. vltimi Lemmatis, tertium latus HG, inueniemus hoc modo. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi latitudinis loci minus borealis, ita sinus complementi latitudinis loci borealioris ad aliud: gigneturque quartus quidam numerus. Si igitur rursum fiat, vt sinus totus ad quartum hunc numerum inuentum, ita sinus versus anguli HAG, differentiæ longitudinum, ad aliud; procreabitur differentia inter sinum versum arcus, quo data duo latera AH, AG, inter se differunt, & sinum versum tertij arcus HG, qui quæritur. *Hæc differentia adiecta ad sinum versum arcus, quo data latera inter se differunt, conficiet sinum versum arcus HG, quæsiti.*



QVANDO latitudines locorum æquales sunt, ita vt triangulum fiat Isosceles AFG, vel AHI, si per 1. modum problematis 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi latitudinis alterutrius loci, ita sinus semissis anguli dati ad aliud: producetur sinus semissis lateris quæsiti FG, vel HI. Inuenta ergo eius semisse, totum latus cognoscetur.

ALITER. Repetatur secunda figura huius scholij, in qua Meridianus ABC, circa centrum D; primi loci vertex A, & Horizontis diameter BC; Polus mundi E, Æquatorisque diameter FG; Latitudo secundi loci GH, vel FI, & paralleli Æquatoris per eius verticem ducti diameter HI, circa quam semicirculus paralleli descripti sit HKI. Numerata autem longitudinum differentia ex I, vsque ad K, si semicirculo minor est, (Nam si maior est semicirculo, numerandum est eius complementum, quod relinquitur, ea detracta ex toto circulo, vt Num. 4. diximus.) demittatur ex K, ad HI, perpendicularis KL, ac per L, diametro Horizontis BC, primi loci parallela agatur MN. Et quoniam si semicirculus HKI, concipiatur moueri circa HI, donec rectus sit ad Meridianum, punctum K, in verticem secundi loci cadit, cum IK, differentia sit longitudinum inter duos Meridianos; erit MN, diameter paralleli Horizontis primi loci, qui per verticem secundi loci K, ducitur. Cum ergo omnia puncta huius paralleli æqualiter à polo suo A, absint, erit arcus AM, vel AN, æqualis arcui inter duo loca A, K, (semicirculo HKI, existente recto ad Meridianum) intercepto: quem hoc modo expiscabimur. Ducta ex I, ad BC, perpendiculari IO, secante MN, in P, erit IO, sinus arcus CI, in primo circulo, vel arcus BI, in circulo secundo, qui complementum est arcus AI, differentiæ latitudinum duorum locorum, cum primi loci latitudo sit AF, & IF, secundi.

ITAQVE quoniam per Lemma 5. est, vt sinus totus Æquatoris ad sinum totum paralleli IH, hoc est, ad sinum complementi latitudinis secundi loci, ita sinus versus differentiæ longitudinum in Æquatore numeratæ ad IL, sinum versum differentiæ earundem longitudinum in parallelo HKI, numeratæ ad IL, inquam, in eisdem partibus circuli maximi, in quibus sinus totus paralleli, sinus est complementi latitudinis secundi loci: Item per propos. 1. nostrorum triang. rectil. in triangulo rectangulo IPL, est, vt sinus totus recti anguli P, ad sinum anguli L, complementi latitudinis primi loci, (complementum enim latitudinis primi loci est arcus BF, [a] cuius angulo BDF, æqualis est internus DSI, & huic similiter æqualis externus ILP,) ita IL, in partibus sinus totius maximi circuli, ad IP, in eisdem partibus; componetur eadem proportio ex proportionibus sinus totius ad sinum complementi latitudinis secundi loci, & sinus totius ad sinum complementi latitudinis primi loci, quæ ex proportionibus sinus versi differentiæ longitudinū ad IL, & IL, ad IP, (sumendo semper hosce sinus in partibus sinus totius in maximo circulo) cum hæ componentes proportiones illis componentibus sint æquales. Componitur autem proportio sinus versi differentiæ longitudinum ad IP, ex proportionibus eiusdem sinus versi ad IL, & IL, ad IP. Igitur eadem proportio sinus versi differentiæ longitudinum ad IP, componetur ex proportionibus sinus totius ad sinum complementi latitudinis secundi loci, & sinus totius ad sinum complementi latitudinis primi loci. [b] *Cum ergo ex his eisdem duabus proportionibus componatur quoque proportio quadrati sinus totius (hoc est, rectanguli sub sinu toto & sinu toto comprehensi) ad rectangulum sub sinibus complementorum latitudinum datorum locorum contentum; erit eadem proportio quadrati sinus totius ad rectangulum sub sinibus complementorum latitudinum locorum datorum contentum, quæ sinus versi differentiæ longitudinum ad IP.*



[a] *29. pri.*

[b] *23. sexti.*

Alia inuētio distantiæ locorū per numeros.

QVAMOBREM si fiat, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinibus complementorum latitudinum locorum propositorum, ita sinus versus differentiæ longitudinum ad aliud, procreabitur recta IP, quam argumentum distantiæ locorum appellabimus, cum per eam ipsa distantia eliciatur. Quando enim argumentū IP, inuentū fuerit æquale rectæ IO, hoc est, sinui complementi differentiæ latitudinū, ita vt parallela MN, à diametro BC, non differat, complectetur distantia locorum quadrantem AB, vel AC. Quando autē IP, argumentum deprehensum fuerit minus, quam IO, sinus complementi differentiæ latitudinum, vt in primo circulo: detracto illo ex hoc, reliquus fiet PO, sinus arcus CM, qui complementum est distantiæ locorum

A M, vel A N. Quando denique argumentum I P, maius fuerit inuentum, quam IO, sinus complementi differentiæ latitudinum, vt in 2. circulo; detracto hoc ex illo, reliquus fiet OP, sinus arcus CM, qui ad quadrantem AC, adiectus, distantiam locorum A M, conficit. *Atque hoc modo semper reperietur distantia duorum locorum, si vtriusque latitudo borea est, vel australis.*

QVANDO autem vnius latitudo borea est, & alterius australis, inuestiganda est distantia inter locum borealem, & locum, qui australi opponitur. Hæc enim ex semicirculo dempta reliquam faciet distantiam quæsitam, vt Num. 5. dictum est.

QVOD si eadem fuerit vtriusq; loci latitudo, ita vt punctum I, in A, cadat, dictum iam supra fuit, quo pacto per triangula sphærica inueniatur eorum distantia: quam tamen ex eadem hac figura 2. indagabimus hoc modo. Quoniam enim tunc sinus versus IL, differentiæ longitudinum in parallelo secundi loci numeratæ chorda est distantiæ, reperiemus sinum versum IL, in partibus sinus totius circuli maximi hac ratione. Fiat vt sinus totus Æquatoris ad sinum totum paralleli HKI, id est, ad sinum complementi latitudinis secundi, vel primi loci, (quia eadem ponitur vtriusque loci latitudo) ita sinus versus differentiæ longitudinum in Æquatore numeratæ, ad aliud. Producetur enim IL, sinus versus dictæ differentiæ in partibus sinus totius circuli maximi: cum per Lemma 5. eadem sit proportio sinus totius ad sinum totum, quæ sinus versi ad sinum versum.

Inuentio alia argumenti distantiæ locorum.

PORRO argumentum I P, cognitum fiet quoque hac alia ratione. Fiat vt sinus totus I L, ad I P, sinum anguli ILP, complementi latitudinis primi loci, (Nam posito sinu toto IL, recta IP, sinus est anguli ILP, vt in sinuum tractatione diximus.) ita I L, sinus versus differentiæ longitudinum, ad aliud. Productus enim numerus dabit rectam I P, in partibus sinus totius paralleli H K I, in quibus I L, data fuit. Rursus fiat, vt sinus totus paralleli HKI ad seipsum, quatenus sinus est complementi latitudinis secundi loci in circulo maximo, ita IP, cognita in partibus sinus totius eiusdem paralleli, ad aliud. Producetur enim I P, in partibus eiusdem sinus totius in circulo maximo, in quibus sinus complementi latitudinis secundi loci sumptus est.

Errores quorundã in distãtia locorũ inuestigãda.

NON minus accurate eandem locorum distantiam per numeros explorabimus in priori figura huius scholij, si prius duos errores quorundam in hac distantia inuestiganda det.xero. Sunt enim nonnulli, inter quos est Appianus in sua Cosmographia, & Ioan. Stophlerinus in Astrolabio, qui quando duo loca differũt sola longitudine, hoc est, sub eodem parallelo sunt sita, docent, eorum distantiam inuentam esse, cum arcus illius paralleli inter duos Meridianoss positus in gradus maximi circuli conuertatur: de qua conuersione paulo inferius dicemus. Sed hallucinantur: quia hac ratione inuenitur distantia in arcu paralleli ad gradus maximi circuli reducto; qui arcus maior est arcu circuli maximi per eadem loca descripti, vt alibi demonstrauimus, qui quidem arcus circuli maximi veram locorum distantiam metitur. Deinde sunt alij, qui duorum locorum sub diuersis Meridianis, ac parallelis collocatorum distantiam inquirunt per triangulum rectangulum, cuius vnũ latus circa angulum rectum est arcus Meridiani loci borealis inter duos parallelos positus; alterum vero, arcus paralleli loci minus borealis inter duos Meridianos inclusus; (quod tamen improprie dicitur, cum arcus parallelorum non constituant triangulum sphæricum, etiamsi ad gradus maximi circuli reuocentur.) tertium denique latus, siue basis, est arcus maximi circuli per data duo loca descripti. Huiusmodi triangulum est in prima descriptione, & secunda primæ figuræ huius scholii, HFG, ex tribus arcubus constans. Sumunt namq; hoc triangulum, perinde ac si rectilineum esset, atque ita ratiocinantur. [a] *Duo quadrata arcuum HF, FG, ac si rectæ essent lineæ, sunt simul sumpta quadrato arcus HG, tanquam lineæ rectæ, æqualia. Igitur si summæ illorum duorum quadratorum radix quadrata extrahatur, dabit ea magnitudinem arcus H G, tanquam lineæ rectæ. Cæterum hoc quidem modo in locis parum inter se distantibus, præsertim iuxta Æquatorem, distantia citra errorem alicuius momenti inuenietur, at in locis, quorum distantia non exigua est, non item. Quare alia via tenenda est.*

[a] 47. pri.

Modus Verneri in distantia locorum exquirenda.

IOANNES igitur Vernerus Norimbergensis ita rem exequitur. Reductis chordis HI, FG, arcuum parallelorum, differentiam longitudinum metientium ad partes diametri maximi circuli, vt paulo inferius docebimus, demittit ex H, I, ad rectam FG. perpendiculares HL, IM. Et quia quadrata rectarum HF, IG, [b] *quæ ob æquales arcus Meridianorum æquales sunt, æqualia existunt;* [c] *estque quadratum rectæ HF, quadratis rectarum HL, LF, & quadratum rectæ IG quadratis rectarum IM, MG, æquale; erunt quoque illa duo quadrata his duobus æqualia. Ablatis ergo æqualibus quadratis rectarum HL, IM,* [d] *quæ æquales sunt, ob parallelogrammum HLMI, (ostensum enim est Num. 2. chordas HI, FG, parallelas esse.* [e] *Cum ergo & HL, IM, parallelæ sint, ob rectos angulos L, M, parallelogrammum erit HLMI.) erunt quoque reliqua quadrata rectarum FL, GM, ac proinde & ipsa latera, æqualia.* [f] *Cum ergo HI, ipsi LM, æqualis sit; erit summa rectarum FL, GM, differentia chordarum HI, FG, & & tam FL, quam MG, semissis eiusdem differentiæ. Est autem ea differentia cognita, quod & chordæ sint notæ. Igitur & semisses cognitæ erunt; ac proinde L G, ex M G, semisse differentiæ, & LM, chorda minore conflata cognita erit: Sed & HL, cognita fiet. Ablato enim quadrato rectæ FL, notæ, ex quadrato rectæ HF, notæ, reliquum erit quadratum rectæ HL, notum. Si ergo quadrata rectarum H L, L G, cognitarum in vnam redigantur summam, notum fiet quadratum rectæ HG, ac propterea eius radix quadrata chordam distantiæ locorum quæsitæ exhibebit. Sed quia in hoc modo nimis multæ fiunt multiplicationes, atque operationes, progrediemur cum Petro Nonio longe facilius, hac scilicet ratione.*

[b] 29. tert.
[c] 47. pri.
[d] 34. pri.
[e] 28. pri.
[f] 34. pri.

REDVCTIS chordis HI FG, ad partes diametri circuli maximi, cogitetur differentia earum secta bifariam in partes FL, GM, eique adiecta in rectum recta L M, vel chorda minor HI, [g] *Igitur rectangulum sub tota FG. & adiecta LM, vel chorda minore HI, vna cum quadrato semissis differẽtiæ FL, æquale erit quadrato rectæ LG, compositæ ex semisse altera GM, & adiecta LM. Addito ergo communi quadrato rectæ HL, erit triangulum sub FG, HI, (sumitur iam HI, pro LM,) vna cum quadratis rectarum FL, LH,* [h]*, hoc est, vna cum quadrato rectæ FH,* [i] *æquale quadratis rectarum GL, LH,* [i] *hoc est, quadrato rectæ HG, æquale.* Quocirca si rectangulum sub chordis HI, FG, reuocatis ad partes diametri circuli maximi contentum, & quadratum chordæ FH, arcum Meridiani inter duos parallelos subtendentis, in vnam summam colligantur, exurget quadratum chordæ H G, distantiam quæsitam subtendentis; ideoque radix quadrata huius quadrati ipsam chordam efficiet cognitam. *Arcus porro Meridiani inter duos parallelos, quando vterque locus est borealis, aut australis, est differentia latitudinum, quando vero vnus in boream, & in austrum alter vergit, ex duabus latitudinibus conflatus.*

[g] 6. secun.
[h] 47. pri.
[i] 47. pri.

Modus Petri Nonij facilior modo Verneri.

QVANDO duo loca æquales habent latitudines, sed vnus in boream vergit, & alter in austrum, vt in 2. descriptione huius figuræ, facilius distantia HG, reperitur. Quoniã enim, vt Num. 1. demonstrauimus, parallelogrammũ rectangulũ est HIGF, erit triangulũ HFG, rectangulũ, [k] *ideoque quadratis rectarũ HF, FG, quadratũ rectæ HG, æquale erit: Cũ ergo duo illa*

[k] 47. pri.

sint

fint cognita, quod & latera fint nota. eſt enim HF, chorda arcus Meridiani inter duos parallelos ex duabus latitudinibus BH, BF, æqualibus conſlati: at chorda FG, nota ſit per reductionem ad partes diametri circuli maximi; erit quoque quadratum rectæ HG, notum, &c.

IAM vero arcus cuiuſuis paralleli declinationem habentis notam, ad gradus maximi circuli reducetur hoc modo. Quoniam diametri circulorum, [a] ideoque & ſemidiametri, eandem proportionem habent, quam eorum circumferentiæ, vt à Pappo demonſtratum eſt, & à nobis quoque in Geometria Practica. Si fiat, vt ſinus totus Æquatoris ad ſinum complementi declinationis paralleli, hoc eſt, ad ſemidiametrum eius, ita gradus 360. Æquatoris ad aliud, producetur numerus graduum maximi circuli, quibus gradus 360. paralleli æquiualent. Et quia arcus ſimiles eandẽ habent cum totis circumferentiis proportionem; ſi fiat vt ſinus totus ad ſinum complementi declinationis paralleli; ita gradus in arcu Æquatoris BD, contenti, vel etiam vnus gradus, id eſt, 60. minuta, ad aliud, gignetur numerus graduum Æquatoris, vel Minutorum, quibus arcus paralleli HI, vel vnus gradus, æquiualet.

[a] *15. quin.*

Reductio circumferentiæ paralleli ad gradus circuli maximi.

EADEM facilitate reducetur chorda cuiuſuis arcus paralleli ad partes diametri circuli maximi. Si namq; fiat, vt ſinus totus paralleli, ad ſeipſum, quatenus ſinus eſt complementi declinationis, ita chorda dati arcus ad aliud, procreabitur chorda in partibus diametri maximi circuli, in quibus ſinus totus paralleli ſinus eſt complementi declinationis, &c.

Reductio chordæ arcus paralleli ad partes diametri circuli maximi.

POSTREMO ſilentio præterire nolo, quemadmodum ex ſecunda figura huius ſcholii diſtantia duorum locorum inuenta eſt, ita ex eadem reperiri poſſe, & quidem eodem modo, declinationem cuiuſuis ſtellæ. Id quod ex Petro Nonio demonſtraturos nos recepimus in commentariis noſtris in ſphæram. Repetatur ergo dicta 2. figura, in qua Colurus Solſtitiorum ſit ABC, circa centrum D; diameter Æquatoris BC, eiuſque polus A; Eclipticæ diameter FG, ita vt FA, ſit latitudo poli mundi ab Ecliptica, tanquam primi loci: Deinde cogitentur per datam ſtellam duci duo circuli, vnus parallelus Eclipticæ, cuius diameter HI, & alter parallelus Æquatoris, cuius diameter MN, eritque IL, ſinus verſus diſtantiæ ſtellæ à Coluro ſolſtitiorum, & FI, eius latitudo, tanquam ſecundi loci. Oſtendemus iam, vt ſupra, quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinu maximæ declinationis, (hoc eſt, ſub ſinu complementi latitudinis primi loci A, quod æquale eſt maximæ declinationi BF.) & ſub ſinu complementi latitudinis ſtellæ, tanquam ſecundi loci, (qui ſinus eſt ſemidiameter paralleli latitudinis ſtellæ, cuius diameter HI,) eandem habere proportionem, quam ſinus verſus diſtantiæ ſtellæ à Coluro ſolſtitiorum in Ecliptica computatæ habet ad rectam IP, quam iure dicere etiam poſſumus Argumentum declinationis ſtellæ. Quare ſi fiat, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinu maximæ declinationis, & ſub ſinu complementi latitudinis ſtellæ contentum, ita ſinus verſus longitudinis ſtellæ à Coluro ſolſtitiorum inchoatæ ad aliud, producetur IP, argumentum declinationis. *Ex hoc argumento IP, ita declinationem ſtellæ BN, inueniemus. Quando argumentum IP, inuentum fuerit æquale ſinui complementi differentiæ inter maximam declinationem & complementum latitudinis ſtellæ, (ſiue differentiæ inter complementum maximæ declinationis, & latitudinem ſtellæ. Vtraque enim differentia eadem eſt cum inter FA, maximam declinationem, & EI, complementum latitudinis ſtellæ differentia ſit AI, eadem, quæ inter FA, complementum maximæ declinationis, & FI, latitudinem ſtellæ.) hoc eſt, rectæ IO, ita vt diameter paralleli MN, à BC, non differat, carebit ſtella declinatione. Quando autem minus fuerit deprehenſum, detracto eo ex IO, ſinu complementi prædictæ differentiæ, reliquus fiet ſinus OP, declinationis ſtellæ, eiuſdem denominationis cum latitudine ſtellæ. Quando denique argumentum maius fuerit deprehenſum ſinu IO, complementi differentiæ prædictæ, detracto hoc ex illo, reliquus erit ſinus OP, declinationis ſtellæ, contrariæ denominationis cum latitudine ſtellæ. Qua de re conſule propoſ. 6. libri Petri Nonij de Crepuſculis, vbi 6. figuris omnem varietatem complexus eſt.*

Argumentum declinationis ſtellæ.

Declinatiõ ſtellæ, quo pacto aliter inueniatur per numeros, quã in ſcholio Can. 3. dictum eſt.

LONGITVDO porro ſtellæ à Coluro ſolſtitiorum numeranda eſt à principio ♋, ſi latitudo ſtellæ eſt borealis, & quidem ſecundum ſignorum ſucceſſionem, ſi ſtella in ſemicirculo Eclipticæ deſcendente extiterit, contra vero, ſi in ſemicirculo aſcendente: Eadem vero longitudo à principio ♑, numeranda eſt, ſtella latitudinem habente auſtralem, & quidem ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ſi ſtella fuerit in ſemicirculo aſcendente, contra vero, ſi in deſcendente ſemicirculo. Hac enim ratione erit ſumpta ſtellæ longitudo ſemper ſemicirculo minor.

Alia inuentio argumenti latitudinis.

IDEM argumentum declinationis IP, ſupputabimus hac alia ratione. Fiat vt ſinus totus IL, ad IP, ſinum anguli ILP, maximæ declinationis ita IL, ſinus verſus longitudinis ſtellæ à Coluro ſolſtitiorum, ad aliud. Productus enim numerus dabit rectam IP, in partibus ſinus totius paralleli HKI, in quibus IL, ſinus verſus prædictus datur. Rurſus fiat, vt ſinus totus paralleli HKI, ad ſeipſum, quatenus ſinus eſt complementi latitudinis ſtellæ in circulo maximo numeratæ, ita IP, proxime inuenta ad aliud. Gignetur enim argumentum IP, in partibus ſinus totius in circulo maximo, &c.

QVOD ſi ſtella careat latitudine, reperietur eius declinatio, ſi Fiat, vt ſinus totus ad ſinum maximæ declinationis, ita ſinus diſtantiæ ſtellæ à proximo puncto æquinoctii ad aliud. Procreatus enim numerus, ſinus erit declinationis quæſitæ. *quemadmodum Solis declinatio inuenitur, vt in ſcholio Can. 3. ad initium Num. 10. ſcripſimus.*

CANON XVI.

ALTITVDINEM Solis ſupra quemlibet circulum maximum, eiuſque diſtantiam Horizontalem ſingulis horis inueſtigare.

DISTANTIAM Solis Horizontalem appellamus arcum cuiuſuis circuli maximi, inſtar Horizontis alicuius, interceptum inter eius Verticalem primarium (hoc eſt, inter punctum interſectionis eius cum Æquatore) & Verticalem eiuſdem, qui propoſita hora per centrum Solis ducitur.

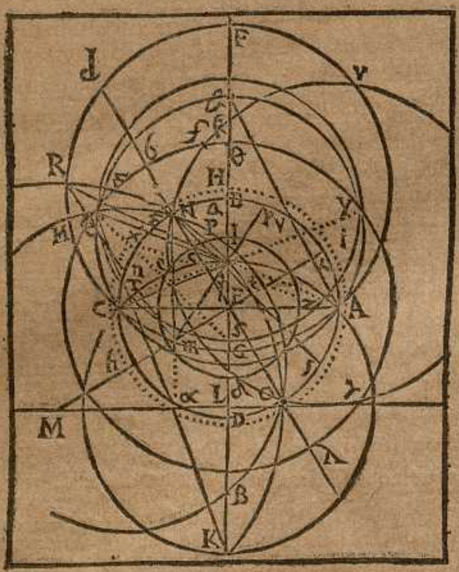
Diſtantia Solis horizontalis in quouis circulo maximo quid.

1. SIT ergo in Aſtrolabio Æquator A B C D, circa centrũ E; tropicus ♋, Pc, e, tropicus ♑, ſb Q; Horizon AFCG, eiuſq; centrum H; Verticalis primarius AICK, eiuſq; centrum L, & poli Horizontis IK. Data autem hora à med. noc. numeretur à puncto D, verſus C; à meridie vero à puncto B, verſus A, at hora ab occaſu à puncto A, verſus D; hora denique ab ortu à puncto C, verſus B; ſitque N, terminus horæ 10. à med. noc. & horæ 16 ab occ. & horæ 4. ab or. Recta igitur EN, indicabit in omnibus parallelis Æquatoris horam 10 à med. noc. nimirum in tropico ♑, in puncto b, & in tropico ♋, in puncto c. circulus autem Horizonti æqualis QNP, per N, ex centro h, quod in parallelo per H, centrum Horizontis delineato exiſtit, deſcriptus, ita vt ex A, verſus D, eius concauo occurramus, ſecabit omnes parallelos Æquatoris in hora 16. ab occ. nimirum tro-

picum ♑, in Q, & tropicum ♋, in P. Circulus denique eidem Horizonti æqualis f N e, per N, ex centro i, quod in eodem parallelo per H, centrum Horizontis ducto existit, descriptus, ita vt ex C, versus B, eius convexo occurramus, eosdem parallelos Æquatoris in hora 4. ab or. secabit, nimirum tropicum ♑, in f, & tropicum ♋, in e; vt ex iis liquet, quæ lib. 2. propos. 9. Numero 7. demonstrauimus.

Altitudo Solis ad datam horã, quo pacto inueniatur sine Astrolabio materiali.

ITAQVE si altitudinẽ Solis supra Horizontem, eiusque distantiam horizontalem inquirere velimus ad datam horam 10. à med. noc. vel 16. ab occ. vel 4. ab or. Sole existente in Æquatore, describemus per horam N, & polos Horizontis I, K, Verticalem RNIK, secantem Horizontem in R, cuius centrum M, in recta LM, ad Meridianam lineam FG, in L, centro primarij Verticalis perpendiculari existit. Erit namque NR, arcus altitudinis Solis supra Horizontem & IN, eius complementum, at CR, erit arcus distantiæ horizontalis, in austrum vergens: quorum arcuum magnitudinẽ sic cognoscemus. Ducta ex M, centro Verticalis RIK, ad E, centrum Astrolabii recta ME, secante Horizontem, hoc est circulum AFCG, supra quẽ altitudo Solis quæritur, in m; erit m, polus Verticalis RIK. Cum enim hic Verticalis per polos circuli AFCG, transeat transibit vicissim hic per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. &c. Ductæ ergo rectæ mN, m R, abscindent ex Æquatore arcum Nn, arcui NR, altitudinis Solis æqualem; & rectæ m N, m I, intercipient in eodem Æquatore arcum p N, complemento eiusdem altitudinis æqualem, vt ex ijs constat, quæ lib. 2. propos. 5. Num. 17. demõstrauimus.



Distantia horizontalis ad datã horam, quo pacto cognoscatur sine Astrolabio materiali.

RVRSVS ductis ex I, polo Horizontis rectis IR, IC, secantibus Æquatorem in ɛ, C, erit arcus ɛ C, distantiæ horizontali CR, æqualis, vt ibidem ostendimus.

EADEM ratione, si per b, i, K, Verticalis describatur centrum habens in eadem recta ML, inuenietur altitudo Solis, & distantia horizontalis pro hora 10. à med. noc. Sole existente in primo puncto ♑. Et si per c, I, K, Verticalis describatur, erit eius arcus à puncto c, vsque ad Horizontem altitudo Solis, & arcus Horizontis inter C, & eundem Verticalem positus, distantia horizontalis, pro eadem hora, Sole existente in principio ♋. Sic eadem duo, altitudo videlicet Solis, distantiaq; horizontalis, reperientur pro hora 16. ab occ. Sole existente in principio ♋, si per P, I, K, Verticalis describatur: Pro hora vero eadem, Sole principium ♑, possidente, si Verticalis describatur per QIK. Non aliter propositum assequemur pro hora 4. ab or. tam in principio ♋, quam in principio ♑, si tam per e, I, K, quam per f, I, K, Verticalis describatur, eiusque polus inueniatur &c.

Altitudinem Solis, distantiaq; horizontalem reperire, sine Verticali per Solem descripto.

2 VERVM & altitudinem Solis supra datum circulum maximum, tanquam Horizontem quempiã, & distantiam horizontalem reperiemus, etiamsi Verticalis (qui aliquando non sine labore describitur, præsertim quando hora prope meridianam lineam existit, per datam horam descriptus non sit, hoc modo. Sit data v. g. hora 16. ab occ. Sole tenente principium ♑, in puncto Q. Ductis ex Q, ad polos I, K, dati circuli maximi AFCG, rectis QI, QK, secetur angulus IQK, bifariã per rectam QS, secantem FG, in S, eritq; S, punctum, per quod parallelus circuli AFCG, per Q, descriptus transit, vt lib. 2. propos. 18. Num. 3. ostensum est; ac proinde arcus Meridiani IS, æqualis erit arcui Verticalis per Q, descripti inter Verticem I, & punctum Q, in quo Sol ponitur. Rectæ ergo ex A, per IS, emissæ abscindent ex Æquatore arcum æqualem arcui IS, vel illi arcui Verticalis complementum altitudinis Solis metienti.

QVOD si iuncta recta QS, bifariam, & ad rectos angulos secetur per rectam secantem FG, in a, erit a, centrum paralleli per Q, S, describendi. Descripto ergo ex a, parallelo QTS, secante Verticalem in T, referet arcus TQ, arcum similem horizontali distantiæ, [a] quod Verticales circuli secent Horizontem eiusque parallelos in arcus similes. Idem parallelus describetur, si angulo FIQ, æqualis ad rectam GI, in I, constituatur, &c. vt ad initium Num. 3. propos. 18. lib. 2. diximus, Quantitatem autem arcus TQ, horizontalis distantiæ cognoscemus, si ex T, Q, per I, polum Horizontis duas rectas extendamus. Hæ etenim vltra polum I, ex eodem parallelo arcum abscindent tot graduum æqualium, quot per arcum TQ, repræsentantur, vt lib. 2. propos. 6. Num. 25. demonstrauimus.

[a] 10. 2. The.

3. QVOD de altitudine Solis supra Horizontem, & distantia eius horizontali inuestiganda dictũ est, intelligendum quoque est in alijs circulis maximis. Quilibet enim circulus maximus vices gerit alicuius Horizontis. Quare si is ex proprio situ in sphæra cognito describatur in Astrolabio, vt lib. 2. prop. 12. docuimus, sumenda erit recta per eius centrum, & centrum Astrolabii ducta, pro eius linea meridiana, in qua eiusdem poli inuestigandi sunt, & centrum Verticalis eius primarii, per quod recta ad propriam meridianam perpendicularis est excitanda, vt in ea centra omnium Verticalium inueniantur. Recta autem ex centro cuiusq; Verticalis per centrum Astrolabii educta secabit descriptum circulũ maximum in eiusdem Verticalis polo, &c.

4. VERTICALIS primarii AICK, meridiana linea est FK, & Verticalis eiusdem primarius, Horizon AFCG, cum per eius polos F, G, & per A, C, polos Meridiani incedat. Omnes autem alii Verticales ipsius circuli AICK, tanquam Horizontis, centra habebunt in recta, quæ per H, centrum Horizontis AFCG, qui primarius Verticalis est circuli Verticalis AICK, perpendicularis ad FG, educitur. Atq; ita descripto Verticali per F, Q, G, metietur eius arcus inter Q, & circulum AICK, altitudinem Solis supra eundem circulum AICK, & arcus eiusdem circuli AICK, inter C, & dictum Verticalem per F, Q, G, descriptum, erit distantia horizontalis. Prioris arcus magnitudo cognoscetur per arcum Æquatoris, quem rectæ ex polo dicti Verticalis ad extrema puncta illius arcus emissæ abscindunt: magnitudinem vero posterioris metietur arcus Æquatoris abscissus à rectis ex G, polo circuli AICK, per extrema puncta eius arcus traiecta. Quod si per Q, descri-

describatur parallelus circuli AICK, referet eius arcus inter Q, & circulum AFCG, quem primarium Verticalem ipsius Verticalis AICK, diximus, arcum similem horizontali distantiæ, &c.

5. MERIDIANI circuli FK, meridiana linea est AC, referens circulum maximum per polos mundi, & per A, C, polos ipsius Meridiani ductum. Verticalis autem eius primarius, erit Æquator A B C D, ductus per A, C, polos Meridiani FK, & per B, D, polos circuli maximi A C, qui proprius Meridianus est Meridiani FK; & in recta FK, ad AC, perpendiculari in E, centro Æquatoris, qui Verticalis primarius est Meridiani, existet centra omnium Verticalium Meridiani per A, C, describendorum. Itaque si per A, Q, C, Verticalis describatur, metietur eius arcus Q g, altitudinem Solis supra Meridianum hora 16. ab occ. cum principium ♑, Sol occupat; quem arcum cognoscemus per arcum Æquatoris abscissum à rectis, quæ ex q, polo Verticalis C Q g, (Inuenietur autem polus q, si ducta recta Ag, secante Æquatorem in V, quadrantem sumamus VX. Recta namq; AX, secabit F K, in quæsito polo q, quod segmento g q, rectæ FK, circulum maximum per mundi polos ductum repræsentantis, quadrantem VX, referat) ad g, Q, ducuntur. Arcus autem B g, erit distantia horizontalis, cui æqualem ex Æquatore abscindent rectæ ex A, ad g, B, emissæ. Quod si per Q, Meridiano FK, parallelus describatur, vt lib. 2. propos. 18. Num. 5. docuimus, referet eius arcus inter Q, & Æquatorem, arcum horizontali distantiæ similem. Et si angulus comprehensus à rectis ex Q, ad A, C. polos Meridiani ductis secetur bifariam per rectam, secabit ea rectam A C. in puncto, per quod Meridiani parallelus per Q, describendus transit. Segmentum ergo rectæ CA, inter C. & illud punctum, referet complementum altitudinis Solis, &c.

6. ÆQVATORIS denique ABCD, linea meridiana est BD, & Verticalis eius primarius recta AC, repræsentans circulum maximum per polos mundi, & per A, C, polos Meridiani ductum. Altitudo Solis supra Æquatorem quolibet die in singulis horis æqualis est declinationi Solis, quã eo die habet. Distantia vero horizontalis est arcus Æquatoris inter C, vel A, & rectam lineam, quæ ex centro E, per horam in quolibet parallelo datam ducitur, cum Verticalem Æquatoris per centrum Solis ductum repræsentet.

7. ITAQVE si circuli omnium horarum tam à merid. & med. noct. quam ab or. & occ. in Astrolabio describantur, vt lib. 2. propos. 9. traditum est, & circulus maximus, supra quem altitudines Solis, & in quo distantiæ horizontales indagandæ sunt, delineetur, vt lib. 2. propos. 12. docuimus, illico apparebit, quibusnam in punctis horæ cuiusque generis parallelos Æquatoris intersecent. Quare si reperiatur vera diameter circuli dati maximi, vt lib. 2. propos. 8. Num. 16. dictum est, eiusdemque poli inueniantur, vt in eadem propos. Num. 17. præcepimus, reperiemus pro qualibet hora cuiusuis paralleli altitudinem Solis, distantiamque horizontalem, si per horam in dato parallelo vel Verticalem propositi circuli maximi, vel parallelum eiusdem circuli maximi describamus, &c.

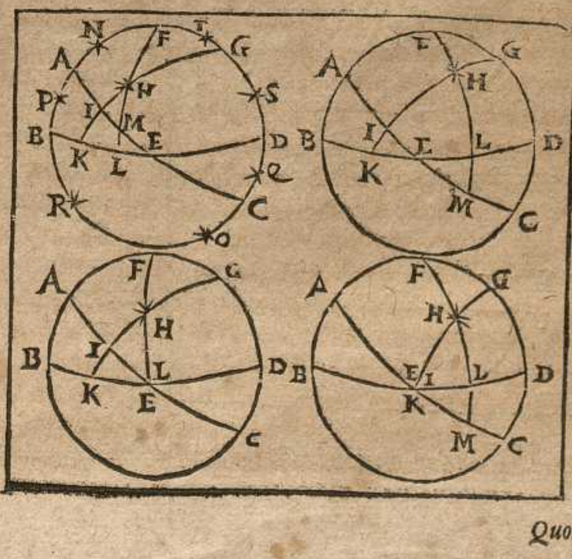
VERVM altitudines Solis, distantiasque horizontales alia ratione in scholio Canonis 22. inueniemus, etiamsi nec Verticales circuli, aut paralleli maximi circuli obliqui describantur.

SCHOLIVM.

1. *COMPLEMENTVM altitudinis Solis supra datum circulum maximum, lib. 6. nostræ Gnomonices appellauimus cum Ptolemæo circumferentiam descensiuam; horizontalem vero distantiam, circumferentiam horizontalem: Et vtramque tam ex Analemmate, quam ex calculo sinuum inuestigauimus. Horizontales circumferentiæ latitudines vmbrarum, descensiuæ vero circumferentiæ, vel altitudines Solis, earundem vmbrarum longitudines determinant. Ex latitudinibus porro vmbrarum, ac longitudinibus, in plano, quod circulo maximo æquidistat, supra quem altitudines Solis, horizontalesque distantiæ sunt inuentæ, horologia describuntur, vt abunde lib. 5. Gnomonices, propos. 5. & lib. 6. cap. 9. & 10. tradidimus. Altitudinem quoque Solis, supra Horizontem quidem lib. 1. Gnomonices propos. 36. supra quemlibet vero alium circulum maximum, lib. 5. propos. 1. alijs vijs, quam lib. 6. inuestigandam proposuimus. Verum si ea, quæ in hoc Canone scripsimus, attente considerentur, non admodum modos illos in Gnomonica descriptos desiderabimus, cum vtramque circumferentiam, tam eam, quæ altitudinem Solis, quam eam, quæ horizontalem distantiam metitur, pro qualibet hora, Sole, quemcunque parallelum obtinente, sine magno labore hoc canone inuestigare docuerimus in quouis circulo; adeo vt per hunc solum Canonem omnia reperiantur, quæ ad horarum determinationem in quolibet horologio requiruntur.* *Circumferentia descensiua, & horizontalis, quæ.*

2. *SED vt in planis, quæ neque Horizonti, aut Verticali primario, neque Meridiano, vel circulo horæ 6. à mer. ac med. noct. aut Æquatori æquidistant, describantur horologia per præcepta propos. 5. lib. 5. Gnomonices, opus habebimus artu circuli maximi, cui horologium æquidistat, interiecto inter Meridianum proprium eius circuli, & Meridianum Ciuitatis, in qua horologium describitur: Item interdum indigebimus inclinatione Meridiani proprij ad Meridianum Horizontis eius loci, in quo delineamus horologium; agemus de his, & nonnullis alijs problematibus, quæ partim in Gnomonica explicauimus, in Canonibus, quæ sequuntur.* *Canonis huius vtilitas in horologijs describendis.*

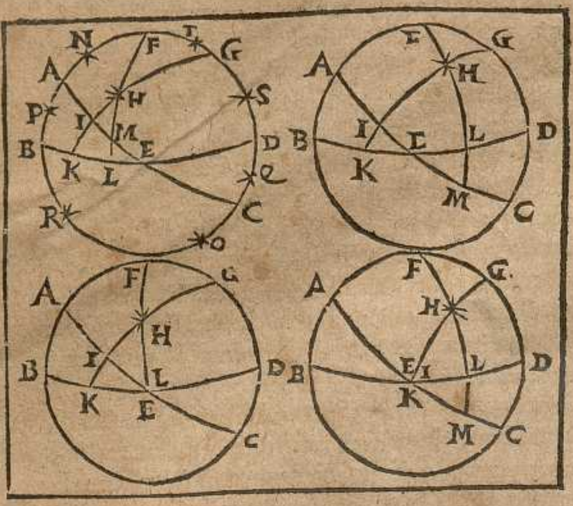
3. *LIBET autem prius Canonem hunc per numeros alio modo, quam in Gnomonica, expedire. Repetantur ergo priores 4. circuli ex illis duodecim, quos in scholio Canonis 3. Num. 10. descripsimus, in quibus Meridianus sit ABCD; Æquator A C, & polus mũdi G; Horizon, vel quiuis alius circulus maximus obliquus, cuius situs in sphæra notus sit B D, eiusq; polus F, & cuius Meridian⁹ proprius sit ABCD, per eius polum, & polum mundi ductus. Ponatur autem Sol in H, quemcunque parallelum occupet, & per H, ex polo mundi G, transeat circulus horarius GI, ita vt angulus AGI, distantiam Solis à Meridiano metiatur. Denique per H, ex vertice F, Verticalis descẽdat FL, ita vt HL, sit arcus altitudinis Solis supra circulũ BD, quẽ Horizontẽ dicemus, cũ vere munere Horizõtis in aliquo loco fungatur,*



Quoniam

Quoniam igitur in triangulo sphærico FGH, duo latera FG, GH, nota sunt, cum illud sit complementum altitudinis poli supra datum circulum, ceu Horizontem; hoc vero complementum declinationis, vel, si Sol australis est, arcus ex declinatione, & quadrante conflatus; Est autem & angulus ab ipsis comprehensus FGH, distantiam Solis à proprio Meridiano dati Horizontis metiens, notus: si per problema 22. triang. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum arcus G H, complementi declinationis, vel arcus conflati ex declinatione australi, ac quadrante, ita sinus arcus F G, complementi altitudinis poli ad aliud, gignetur quartus quidam numerus. Et si iterum fiat, vt sinus totus ad quartum numerum proxime inuentum, ita sinus versus anguli F G H, distantiæ Solis à Meridiano, ad aliud, producetur differentia inter sinum versum tertij lateris FH, & sinum versum arcus, quo data latera FG, GH, inter se differunt.

Altitudinē Solis supra quemuis circulum maximum obliquum per numeros qualibet hora efficere notā.

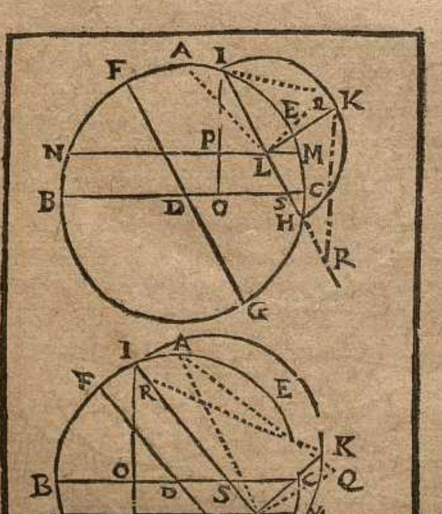


Quæ differentia addita sinui verso dicti arcus, quo dati arcus FG, GH, inter se differunt, conficiet sinum versum tertij lateris F H; ac proinde arcus ipse FH, complementi altitudinis Solis, ideoque & arcus HL, altitudinis, cognitus fiet. Quod si complementum altitudinis poli æquale sit complemento declinationis, ita vt triangulum F G H, sit Isosceles, facilius inuenietur tertium latus F H, vt in eodem problemate dictum est. Si enim per 1. modum problematis 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi altitudinis poli, ita sinus semissis anguli FGH, distantiæ Solis à Meridiano, ad aliud, producetur sinus semissis lateris F H. Cognita ergo fiet semissis lateris F H, ideoque & totum latus, complementum scilicet altitudinis Solis, notum erit.

Distantiā Horizontalem qualibet hora per numeros scrutari.

DEINDE in eodem triangulo FGH, inueniemus angulum GFH, per problema 21. triang. sphær. hoc modo. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus FG, complementi altitudinis poli, ita sinus arcus FH, complementi altitudinis Solis, ad aliud, vt quartus quidam numerus gignatur. Et rursum fiat, vt quartus numerus proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus GH, complementi declinationis Solis, (quando enim Sol australis est, habet arcus GH, ex arcu declinationis, & quadrante conflatus eundem sinum, quem arcus complementi declinationis, cum duo hi arcus semicirculum conficiant) & sinum versum arcus, quo duo latera GF, FH, inter se differunt, ad aliud. Procreatus enim numerus erit sinus versus anguli quæsiti G F H. *Angulus ergo ipse cognitus erit, ac proinde & eius arcus D L, Horizontis inter Meridianum versus polum borealem, & Verticalem FL, qui per Solem hora obseruationis ducitur. Et si arcus D L, maior fuerit quadrante, dempto quadrante ex eo, reliqua fiet distantia horizontalis à proprio Verticali primario versus austrum: si autem quadrante minor, dempto eo ex quadrante, remanebit horizontalis distantia ab eodem Verticali versus Septentrionem. Quod si complementum altitudinis poli complemento altitudinis Solis sit æquale, ita vt triangulum G F H, sit Isosceles, reperietur angulus GFH, longe facilius, vt in eodem problemate scripsimus. Nam si per 2. modum problematis 1. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum semissis lateris G H, (quod complementum est declinationis, quando Sol borealia signa percurrit, vel arcus ex declinatione, & quadrante coagmentatus, quando australia signa Sol possidet) ita secans complementi arcus F G, hoc est, ita secans altitudinis poli, ad aliud, producetur sinus semissis anguli G F H, quæsiti, &c.

ALTITVDINEM quoque Solis supra Horizontem, aut quemcunque circulum maximum, supputare possumus cum Petro Nonio, quemadmodum in scholio præcedentis Canonis distantias locorum, & declinationes stellarum supputauimus. Repetatur enim secunda figura illius scholij, & in primo eius circulo intelligatur A B C, Meridianus, circa centrum D; diameter Horizontis BC, eiusque polus A; Æquatoris diameter FG, & polus mundi E; diameter paralleli Solis quicunque H I, circa quem parallelus descriptus sit I K H, in quo locus Solis ponatur in K; demissa autem ad I H, perpendiculari K L, agatur per L, diametro Horizontis parallela MN, quæ diameter erit paralleli Horizontis per Solem ductum, vt constat, si semicirculus I K H, statuatur rectus ad Meridianum. Erit enim tunc K L, ad eundem Meridianum perpendicularis, ex defin. 4. lib. 11. Euclid. [a] *ideoque & planum per K L, & MN, ductum ad Meridianum rectum erit. Cum ergo & Horizon ad Meridianum rectus sit, sintque B C, MN, communes sectiones Meridiani cum Horizonte, & plano per KL, MN, ducto, parallelæ; erunt ex scholio propos. 18. lib. 3. Euclid. planum Horizontis, & planum per KL, MN, ductum, parallela; ac propterea circulus,* [b] *quem posterius planum in sphæra facit, parallelus erit Horizontis. Demissa denique ex I, ad B C, perpendicularis I O, sinus rectus erit altitudinis meridianæ I C; & P O, sinus altitudinis Solis tempore obseruationis; & I L, sinus versus distantiæ Solis à Meridiano. Iam si cogitetur A, esse vertex primi loci, ita vt eius latitudo sit F A, parallelus autem secundi loci sit H K I, ita vt eius latitudo sit F I, & differentia latitudinum A I, erit I O, sinus complementi huius differentiæ. Igitur, vt in scholio præcedentis Canonis Num. 6. demonstrauimus, erit vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinu complementi declinationis F I, & sinu complementi altitudinis poli*



[a] 18. vndec.

[b] 1. 1. Theo.

A F, ita

F, ita IL, sinus versus distantiæ Solis à Meridiano, ad IP, differentiam inter IO, sinum altitudinis meridianæ, & PO, sinum altitudinis Solis tempore obseruationis.

QVOCIRCA si fiat, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinu complementi altitudinis poli supra circulum propositum, & sinu complementi declinationis, ita sinus versus distantiæ Solis à Meridiano proprio dati circuli, ad aliud, producetur numerus, qui ex sinu altitudinis meridianæ subtractus reliquum facit sinum altitudinis Solis quæsitæ. *Atque hæc ratio quadrat in omnem situm Solis, etiamsi eius parallelus totus extet supra circulum maximum, ac proinde duas habeat altitudines meridianas; dummodo in calculo maior altitudo meridiana assumatur. Qua de re legatur, si placet, propos. 12. libri Petri Nonij de Crepusculis.*

Inuentio alia altitudinis Solis per numeros.

DIFFERENTIA tamen eadem IP, inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis Solis hora obseruationis, supputabitur hac etiam ratione. Fiat vt sinus totus IL, ad IP, sinum anguli ILP, complementi altitudinis poli, ita IL, sinus versus distantiæ Solis à Meridiano ad aliud. *Numerus enim productus dabit rectam IP, in partibus sinus totius paralleli Solis IH, in quibus data est IL. Si igitur rursum* Fiat, vt sinus totus paralleli Solis ad seipsum, quatenus sinus est complementi declinationis in circulo maximo, ita IP, cognita in partibus sinus totius eiusdem paralleli, ad aliud; procreabitur IP, in partibus eiusdem sinus totius in maximo circulo, in quibus sinus complementi declinationis sumptus fuit.

Alia inuentio differētiæ inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis quæsitæ.

VICISSIM si fiat, vt rectangulum contentum sub sinu complementi altitudinis poli, & sinu complementi declinationis, ad quadratum sinus totius, ita differentia inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis Solis aliunde cognitæ tempore obseruationis, ad aliud, producetur sinus versus distantiæ Solis à Meridiano. *Ex hac distantia facile hora tempore obseruationis cognoscetur.*

Horam ex altitudine Solis per numeros obseruare.

QVEM sinum versum distantiæ Solis à Meridiano ita quoque reperiemus. Fiat vt IP, sinus anguli ILP, complementi altitudinis poli, ad IL, sinum totum, ita IP, quatenus differentia est inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis Solis cognitæ, ad aliud. *Numerus enim, qui gignetur, dabit rectam IL, in partibus sinus totius in circulo maximo, in quibus videlicet sinus altitudinis meridianæ datus est. Si igitur rursum.* Fiat, vt sinus complementi declinationis Solis ad seipsum, quatenus sinus totus est paralleli Solis, ita IL, nuper inuenta ad aliud, producetur eadem IL, quatenus sinus versus est distantiæ Solis à Meridiano in partibus sinus totius eiusdem paralleli. *Igitur distantia à Meridiano, arcus scilicet IK, cognitus erit, &c.*

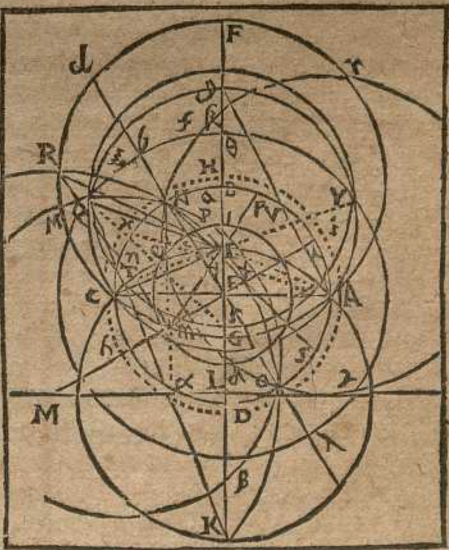
OMNIA hæc quadrant etiam in quamcunque stellam, cuius declinatio cognita sit. Nam eadem prorsus ratione, ex eius distantia à Meridiano inuenietur eiusdem altitudo supra Horizontem; & ex altitudine cognita per aliquod instrumentū, distantia ipsius à Meridiano: si nimirum pro declinatione, & parallelo Solis accipiatur declinatio & parallelus stellæ vt perspicuum est. Ex distantia autem stellæ à Meridiano inuenta elicietur hora, quemadmodum in scholio Can 8. Num. 2. docuimus. Verum horam ex altitudine Solis interdiu, & noctu ex altitudine alicuius stellæ, supputauimus etiam supra, alia tamen ratione, ad calcem scholii Canonis 8.

Altitudinē stellæ ex eius distantia à Meridiano: Et vicissim distantiam à Meridiano, ex eius altitudine perscrutari per numeros.

CANON XVII.

DATO circulo in sphæra maximo ad Meridianum inclinato, quantus sit arcus ipsius inter Meridianum Horizontis, & Meridianum eius proprium interiectus: & quanta sit huius Meridiani proprii ad Meridianum Horizontis inclinatio, indagare.

1 HÆC est propositio 30. lib. 1. Gnomonices, quam ibi per Sinus absoluimus, hic autem eandem per ea, quæ hoc Astrolabio demonstrata sunt à nobis, (quam rationem, & in iis, quæ sequuntur, seruabimus) facilius expediemus. Sit ergo in figura præcedentis Canonis maximus circulus, cuius positio ac situs in sphæra datus sit, descriptus per propos. 12. lib. 2. in Astrolabio RNIOK, cuius centrum M, secansque Meridianum Horizontis in I, & Æquatorem in N, O. Ducta ex M, centro propositi circuli per E, centrum Astrolabii, recta ME, secante eundem datum circulum in t; referet ea Meridianum proprium dati circuli, vt propos. 3. lib. 2. Num. 4. demonstrauimus, ideoque It, arcus erit circuli propositi inter duos Meridianos EI, Et, qui quæritur. Inuento dati circuli polo m, intra Æquatorem per ea quæ libro 2. propos. 8. Num. 17. ostensa sunt, (quod fiet, si iuncta recta NO, quæ per E, centrum transibit, cum sit duorum maximorum circulorum sectio, [a] perpendicularisque erit ad Mt, cum Mt, ex M, centro circuli NIO, ducta eam secet bifariam in E; ex alterutro punctorum N, O, nimirum ex N, per t, rectam emittamus N f, & f α, quadrantem accipiamus. Recta namque N α, rectam Mt, in polo quæsito m, secabit &c.) auferent rectæ mt, mI, ex Æquatore arcum up, quæsito arcui It, æqualem, quod ad numerum graduū attinet.



Arcum circuli cuiusuis maximi inter proprium Meridianum, & Meridianū regionis data inuestigare.

[a] 3. tert.

2. ARCVS autem Bu, metietur angulum BEu, inclinationis Meridiani MEu, ad Meridianum BED; quæ quidem inclinatio in supero hemisphærio occidentalis est, in infero vero orientalis. Atque ita semper arcus Æquatoris inter duos Meridianos positus inclinationem Meridianorum metietur.

3. QVANDO circulus ad Meridianum inclinatus per polos mundi transit, cuiusmodi v.g. est NEO, nullus arcus ipsius inter duos Meridianos intercipietur, cū vtrumque Meridianū in ipsismet polis intersecet.

Inclinationem Meridiani circuli cuiusuis obliqui ad Meridianū Horizontis inuenire.

SCHOLI-

SCHOLIVM.

Quo pacto circuli maximi, quibus horologia æquidistant, describantur in Astrolabio.

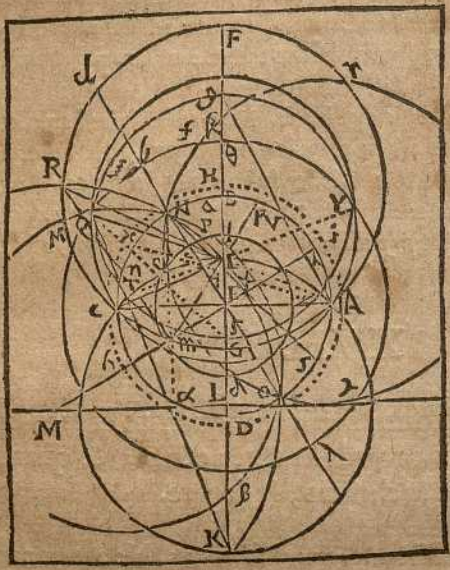
IN horologiorum descriptione, circulus maximus datus aut rectus est ad Horizontem, hoc est, ex Verticalibus vnus; atque ita inuenta eius declinatione, vt propos. 23. lib. 1. Gnomonices tradidimus, describemus eum Verticalem in Astrolabio, per ea, quæ lib. superiore propos. 8. Num. 10. scripsimus, dummodo pro declinatione à meridie in ortum, vel à septentrione in occasum inuenta, accipiatur declinatio æqualis à Verticali primario ex parte orientali versus boream, vel ex parte occidentali versus austrum; & pro declinatione à meridie in occasum, vel à septentrione in ortum, sumatur declinatio à Verticali primario ex parte orientali versus austrum, vel ex parte occidentali versus boream: Aut datus circulus maximus ad Horizontem inclinatus etiam est; atque ita, inuenta eius declinatione à Verticali primario, inclinationeque ad Horizontem, vt lib. 1. Gnomonices propos. 23. declarauimus, describetur is circulus in Astrolabio, vt lib. superiore propos. 12. Num. 2. docuimus.

CANON XVIII.

DATI circuli in sphæra maximi inclinationem tum ad Meridianum, tum ad Æquatorem inuestigare.

Inclinatio dati circuli maximi situm habentis notũ in sphæra ad Meridianum, qua ratione cognoscatur.

1. PRIOR huius Canonis pars per sinus explicata est à nobis prop. 27. lib. 1. Gnomonices: eadem autem hic per Astrolabium ex iis, quæ lib. 2. propos. 8. Num. 11. & propos. 15. scripsimus, absoluetur à nobis; posteriorem vero partem ex iis, quæ propos. 8. Num. 22. demonstrauimus, expediemus. Sit enim in eadem figura Canonis 16. maximus circulus positionem in sphæra notam habens descriptus in Astrolabio RNIOK, ex cẽtro M, secans Meridianum in I, K, & Æquatorẽ in N, O, Igitur si recta IK, bifariam secetur, & ad rectos angulos per rectam ML, secantem datum circulum in O, (Volo enim eandem literam O, pertinere & ad intersectionem circulorum QNO, fNO, cum Æquatore, & ad intersectionem rectæ ML, cum circulo RIK,) & ex I, vel K, per O, intersectionem rectæ ML, cum circulo RIK, recta emittatur; metietur arcus circuli AICK, ex L, per I, K, descripti, inter illam rectam & rectam I, K, positus, magnitudinem anguli LIO, vel LKO, inclinationis dati circuli ad Meridianum. Aut si ex K, arcus circuli quolibet describatur interuallo, metietur eius arcus inter rectas ex K, per L, & O, emissas interceptus, semissem eiusdem anguli LKO, &c. Idemque facient rectæ ex I, per L, & O, emissæ, si ex I, ad quodlibet interuallum arcus circuli describatur. Nam & hæ rectæ ex illo arcu semissem magnitudinis anguli LIO, auferent, &c. vt lib. 2. propos. 15. demonstratum est.



Inclinatio circuli obliqui maximi, cuius situs in sphæra cognitus sit, ad Æquatorem quo pacto reperiatur.

2. DEINDE, si iuncta recta NO, quam in E, ad rectos angulos, bifariamque secet recta ME, secans datum circulum in t, & Æquatorem in u, egrediantur ex N, per t u, rectæ lineæ, abscindent eæ ex Æquatore arcum f u, qui magnitudinem anguli tNu, inclinationis dati circuli ad Æquatorem, metitur.

3. QVANDO datus circulus ad Verticalem primarium rectus est, hoc est, quando transit per cõmunes sectiones Horizontis ac Meridiani, dabit complementum eius inclinationis ad Horizontem, per propos. 23. lib. 1. Gnomonices inuentæ, inclinationem eiusdem ad Meridianum.

4. QVANDO autem datus circulus declinatione caret, ac proinde per polos Meridiani incedit; rectus erit ad Meridianum, nullamque habebit ad ipsum inclinationem.

5. QVANDO denique circulus datus ad Horizontem rectus est, hoc est, vnus est ex Verticalibus, dabit complementum declinationis ipsius à Verticali primario per propos. 23. lib. 1. Gnomonices inuentæ, inclinationem eiusdem ad Meridianum.

CANON XIX.

DATO circulo maximo obliquo in sphæra, arcum Meridiani inter ipsum, & tam Horizontem, quam polum mundi, & verticem capitis, siue polum Horizontis, inclusum explorare.

Arcũ Meridiani inter datum circulum obliquum, cuius situs in sphæra cognitus sit, & tam Horizõtẽ, quam polũ mundi, & polum Horizontis, inquirere.

PROBLEMA hoc soluimus quoque propos. 28. lib 1. Gnomonices, tum beneficio Ellipsis, tum per calculum sinuum. In eadem ergo figura Canonis 16. sit descriptus circulus maximus obliquus QIO β, indicans nimirum horam 16. ab occ. secansque Meridianum in I, β ita vt tam β G, quam IF, arcus sit Meridiani inter datum circulum, & Horizontem quadrante minore cum KG, IF, quadrantes sint à polis Horizontis vsque ad eius circumferentiam: At IE, arcus eiusdem Meridiani inter datum circulum, & polum mundi E, quadrante quoque minor, cum EB, quadrans sit: Arcus denique II, inter circulum datum, & verticem loci. Hi autem omnes arcus cognoscentur per arcus Æquatoris, qui inter rectas ex A, per terminos dictorum arcuum eductas intercipiuntur; cum hi arcus Æquatoris dictis arcubus Meridiani respondeant, vt lib. 2. prop. 1. Num. 6. demonstrauimus.

CANON

CANON XX.

DATO circulo maximo obliquo in sphæra, altitudinem poli supra ipsum deprehendere.

1. SOLVTVM etiam fuit hoc problema lib. 1. Gnomonices propo. 29. tum per Ellipsim, tum per sinuum supputationem. Sit igitur in eadem figura Canonis 16. maximus circulus obliquus, cuius situs cognitus sit in sphæra, descriptus RNIOK, cuius centrum M, & proprius Meridianus MEt; diameter autem Æquatoris N O, secet Mt, ad rectos angulos in centro E, quæ omnino cadet in puncta N, O, cum circulus maximus RNIOK, per puncta extrema N, O, incedat, vt sub initium scholii propo. 5. lib. 2. demonstrauimus. Ducto ergo radio Nt, secante Æquatorem in f, transibit vera diameter circuli maximi obliqui quem repræsentat RNIOK, per f. Igitur Of, arcus erit altitudinis poli supra propositum circulum maximum, vt ex ijs liquet, quæ lib. 2. prop. 8. Num. 22. demonstrauimus.

Altitudinē poli supra datum circulum maximum, cuius positio in sphæra sit cognita, inquirere.

2. SIT rursus descriptus circulus maximus obliquus AgC, cuius situs cognitus sit in sphæra, nimirum ad Meridianum rectus, transiens per eius polos A, C, & ad Horizontem obliquus. Ducto radio A, g, secāte Æquatorem in V, erit AV, arcus altitudinis poli supra ipsum, cum diameter eius vera transeat per V; propterea quod eius extremum V, in g, apparet.

SCHOLIVM.

1. NON *aliter absoluemus pleraque alia problemata Gnomonices. Nam primum, si describatur datus circulus obliquus maximus in Astrolabio ex proprio situ cognito, & per eius polum, & polum Horizontis maximus circulus ducatur, statim apparebit arcus dati circuli obliqui inter circulum maximum per dictos polos ductum, & tam proprium Meridianum dati circuli, quam Meridianum Horizontis interpositus; Cuius magnitudo per arcum Æquatoris exhibebitur, qui per rectas ex eius polo per extrema eiusdem puncta ductas abscinditur. Quem etiam arcum lib. 1. Gnomonices propo. 31. per sinuum supputationem inuestigauimus.*

Arcum circuli maximi obliqui sitū in sphæra habentis notū, inter maximum circulum, qui per eius polos, & polos Horizōtis ducitur, & tam Meridianum proprium, quam Meridianū Horizontis positum inuenire.

2. DEINDE *mox conspicietur arcus circuli maximi, qui per polos dati circuli maximi obliqui situm in sphæra habentis cognitum, & per polos Horizontis ducitur, inter Horizontem & circulum horæ 6. à mer. vel med. noc. quem in Astrolabio repræsentat recta AC, interpositus; cuius quantitatem cognoscemus per arcum Æquatoris à rectis ex polo circuli per dictos polos transeuntis per extrema puncta dicti arcus emissis abscissum. Hunc arcum lib. 1. Gnomonices propos. 32. per sinus quoque inquisiuimus.*

Arcus maximi circuli per polos Horizōtis, & polos dati circuli maximi obliqui trāsseūtis inter Horizōtē, & circulū horæ 6. à mer. vel med. noc. positus qua ratione cognoscatur.

3. RVRSVS *quolibet maximo circulo obliquo, cuius positio in sphæra non ignoretur, descripto in Astrolabio, reperiemus dicto citius arcus parallelorum Æquatoris ab eo abscissos, atque ex ijs mox cognoscemus, quot & quænā horæ cuiusuis paralleli supra vtramq; faciem eiusdem circuli maximi existant, & denique qua hora Sol alterutram faciē incipiat illuminare. Quæ res eximium vsum habet in horologijs describendis, vt ex Gnomonica nostra liquet. Hanc enim ob causam in scholio prop. 40. lib. 3. Gnomonices per sinus indagauimus, quanam hora Sol in Æquatore positus ad propositum quemcunque Verticalem perueniat, hoc est, quantumnam arcum Æquatoris datus Verticalis abscindat: Item in scholio propos. 1. lib. 5. eiusdem Gnomonices tum per sinus, tum beneficio Ellipsis, perscrutati sumus, quantinam arcus cuiuslibet paralleli Æquatoris à dato circulo maximo obliquo abscindantur, & qua hora à Sole alterutra eiusdem circuli facies incipiat, aut desinat illuminari: Idemque repetiuimus lib. 6. ca. 10. Sed vt appareat, quam expedite hæc omnia ex descriptione nostri Astrolabij cognoscantur, sit exēpli causa in antecedenti Astrolabio descriptus circulus horæ quartæ ab ortu r Nγ, qui ad Horizontem inclinatus est, cum per eius polos non transeat, quippe qui Meridianum secet in k, inter I. polum Horizontis, & Horizontem ipsum ex parte australi. Secet autem dictus circulus tropicum ♑, in f, γ: Æquatorem in N, O; & tropicum ♋, in e, ♌ Quia igitur facies superior, ac borealis circuli r Nγ, à Sole illuminatur, cum circumferentias f θ γ, NAO, e P ♌, percurrit, inferiorem vero & australem, dū peragrat arcus γ Q f, OCN ♌ e; si paralleli singuli in 24. horas distribuantur, initio facto ab eorum intersectionibus cum Meridiano FK, si de horis à mer. & med. noc. agitur, vel si horæ ab occ. vel or. proponuntur, ab eorundem intersectionibus cum Horizonte ex parte occidentali, orientaliue; confestim horæ conspicientur, quæ supra vtramque faciem circuli propositi contineātur, & qua hora facies vtraque à Sole incipiat illuminari, &c. Ita vides dicti circuli faciem superiorem incipere illuminari hora 4. ab or. & hora 4. ab occ. cessare illuminari, vbicunque Sol existat in Zodiaco. Tot autem horis ante Meridiem incipere illuminari, Sole existente in principio ♑, quot horæ in arcu θ f, continentur: eodem vero existente in Æquatore, quot horæ in arcu BN, reperiuntur: eodem denique tropicum ♋, describente, quot horas arcus l e, (sumpto puncto l, pro intersectione tropici ♋, cum linea meridiana) complectitur, &c. cum Sol supra eum circulum oriatur in punctis f, N, e, occidat autem infra eundē in punctis γ, O, ♌. Idē in quouis alio circulo cernere licebit. Nam v. g. supra faciē borealem Verticalis RIK, existunt omnes horæ tropici ♑, repertæ in arcu à puncto ξ. per Q, progrediente vsque ad intersectionem tropici ♑, cum dicto Verticali, quæ intersectio fit inter puncta β λ; supra australem vero faciem horæ arcus à puncto ξ, per θ, tendentis vsque ad eandē intersectionem: & Sol in Æquatore existens orietur supra eiusdem dati Verticalis faciem australem in puncto N, horæ 10. à med. noc. & 4. ab or. & 16. ab occ. occidetq; in puncto O, horæ 10. à mer. & 16. ab or. & 4. ab occ. atq; in eodem puncto O, earundem horarum supra faciem borealem orietur, occidetq; in pūcto N: adeo vt facies australis illustrari incipiat à Sole hora 10. à med. noc. & 4. ab or. & 16. ab occ. desinatq; illuminari hora 10. à mer. & 16. ab or. & 4. ab occ. Borealis autem facies illustretur à fine horæ 10, à mer. vsq; ad finem horæ 10. à med. noc. &c.*

Quot horæ, & quæ extstāt supra vtramq; faciem circuli maximi obliqui, & qua hora illuminari incipiat.

Denique quos arcus parallelorū circulus ille maximus abscindat.

4. POSTREMO *nullo fere negotio inueniemus magnitudines angulorum, quos singulis in punctis Ecliptica cum Meridiano, Horizonte, & cum quolibet Verticali constituit: de quibus angulis multa scripserunt Ptolemæus, Ioan. Regio. Copernicus, & Geber Hispalensis. Nam si per datum punctum Eclipticæ ex centro Astrolabij recta ducatur Meridianum referens, confestim apparebit angulus, quem hic Meridianus cum Ecliptica facit, cuius magnitudo per ea, quæ lib. 2. propos. 15. tradita sunt, cognoscetur. Simili modo, si per gradum Solis in Ecliptica ex centro Astrolabij parallelus describatur secans Horizotem ex parte quidem orientali, si angulus orientalis, quem Ecliptica in eo gradu cum Horizonte facit, quæratur, ex parte vero occidentali, si occidentalis: Deinde per illud punctum Horizontis Ecliptica describatur proprium situm habens; habebitur angulus, quem Ecliptica in dato gradu cum Horizonte efficit. Sed quia per idem punctum duæ Eclipticæ describi possunt, quarum*

Angulos, quos Ecliptica cū Meridiano, Horizōte, & Verticali per Solē qualibet hora ducto, constituit, inuenire.

quidem centra semper in parallelo per centrum Ecliptica, quam lib. 2. propos. 5. descripsimus, delineato existunt; vt ea describatur in proprio situ, considerandum erit, an punctum solstitiale, quod à dato puncto Ecliptica propius abest, pracedat ortum dati puncti, an vero subsequatur. Hoc enim obseruato, facile ex duabus Eclipticis ea describetur, qua proprium situm habeat. Hunc autem angulum cognoscemus etiam ex ijs, qua lib. 2. propos. 15. scripsimus. Denique si per datam horam à mer. vel med. noc. in Æquatore ducatur ex Astrolabij centro recta linea, quam secet parallelus Æquatoris per punctum Ecliptica, quod Sol possidet, descriptus, & per punctum sectionis Ecliptica delineetur in proprio situ, habita ratione proximi puncti tropici, ac tandem per idem sectionis punctum Verticalis circulus describatur, reperiemus per eandem propo. 15. lib. 2. quantitatem anguli, quem hic Verticalis cum Ecliptica in eo situ constituit. Atque in hunc modum quoslibet arcus, siue angulos circulorum maximorum in sphæra inuestigabimus: vt perspicuum fiet ex sequenti Can. quem de arcubus horarijs in quolibet maximo circulo proponimus, quod horum arcuum eximius sit vsus in horologiorum descriptione.

CANON XXI.

ARCVS horarios in quouis circulo maximo peruestigare.

Arcus horarius in quouis circulo maximo quid.

Arcuũ horariorum in quouis circulo maximo inuentio.

1. VOCAMVS arcum horarium in quouis maximo circulo eum, qui inter quemcunque circulum horarium, & maximum circulum per polos mũdi, & polos proprij Meridiani (instar circuli horæ 6. à mer. ac med. noc. in Horizonte) ductum includitur. Omnes autem arcus horarios horarum à mer. & med. noc. libr. 5. Gnomonices propos. 4. beneficio sinuum explorauimus. In Astrolabio ergo præcedenti Canonis 16. sit verbi gratia maximus circulus Horizon AFCG, quem circulus horæ 10. à mer. & med. noc. dEλ, secet in d, circulus autem horæ 16. ab occ. in μ, & circulus horæ 4. ab or. in r. Et quoniam A, C, poli sunt Meridiani, referet recta AC, circulum horæ 6. à mer. ac med. noc. Igitur erit Cd, in Horizonte arcus horarius horæ 10. à mer. ac med. noc. orientalis: at Cμ horæ 16. ab occ. orientalis quoque: Et denique Ar, horæ 4. ab or. occidentalis: quos omnes arcus cognoscemus per arcus Æquatoris à rectis ex I, polo Horizontis per extrema puncta illorum arcuum ductis abscissos. Nam rectæ IC, Id, si ducantur, intercipient in Æquatore arcum horario arcui Cd, æqualem, &c.

2. DEINDE quia A, C, sunt quoq; poli Meridiani ipsius Verticalis primarij AICK, ac proinde recta AC, refert quoque circulum horæ 6. à mer. ac med. noc. respectu Verticalis, tanquam Horizontis cuiuspiam; erunt arcus horarii in Verticali primario intercepti inter A, vel C, & intersectiones horariorum circulorum cum eodem Verticali: quorum magnitudines cognoscentur similiter per arcus Æquatoris à rectis ex G, polo Verticalis per extrema puncta ipsorum arcuum ductis abscissos.

3. RVRSVS cum recta Mu, sit proprius Meridianus Verticalis circuli RIK, & recta NO, circulus horę 6. à mer. ac med. noc. si dictus Verticalis statuatur Horizon aliquis, erunt arcus horarii in eo Verticali interiecti inter N, vel O, & intersectiones circuli RIK, cum circulis horariis: quorum magnitudines determinabũtur in Æquatore per arcus, quos rectæ ex m, polo Verticalis RIK, per extremitates arcuum horariorum emissæ auferũt. Itaque arcus horarii horæ 10 à mer. vel med. noc. & horæ 16. ab occ. & 4. ab or. nihil sunt, cum hi tres circuli horarii secent Verticalem RIK, in N, polo proprij ipsius Meridiani.

4. PRÆTEREA quoniam AC, est Meridianus Meridiani FK, cum per E, polum mundi, & A, C, polos Meridiani FK, incedat, suntque B, D, poli ipsius circuli AC, ac denique ipsemet Meridianus est instar circuli horę 6. à mer. & med. noc. cum à suo Meridiano AC, sex horis absit; intercipientur in Meridiano FK, arcus horarii inter B, vel D, & puncta, in quibus horarii circuli Meridianum FK, intersecant. Vt arcus omnium horarum à mer. vel med. noc. per quadrantem BE, repræsentabuntur, cum omnes illarum horarum circuli Meridianum FK, in E, secent. At vero arcus horæ 16. ab occ. erit Bl, borealis, horæ vero 4. ab or. Bk, australis, quibus arcubus æquales arcus in Æquatore intercipient rectæ ex A, polo Meridiani FK, per B, l, & B, k, emissæ.

5. POSTREMO quia Æquatoris Meridianus est FK, habens polos A, C, & AC, circulum horæ 6. à mer. vel med. noc. intercipientur in Æquatore arcus horarii inter C, vel A, & singulas horas Æquatoris: vt CN, erit arcus horæ 10. à mer. vel med. noc. & horæ tam 16. ab occ. quam 4. ab or.

SCHOLIVM.

Horarũ descriptio in quouis plano, beneficio arcuũ horariorũ.

1. BENEFICIO arcuum horariorum à mer. ac med. noc. describi possunt horologia earundem horarum in quolibet plano proposito, vt copiose tractatum est à nobis prop. 5. lib. 5. Gnomonices, vt superuacaneum sit illud hoc loco repetere. Quare hic solũ paucis monebimus, qua ratione horæ ab ortu & occasu per earundẽ horarũ arcus horarios describẽdæ sint. In plano igitur horologij ex loco styli circulus describatur Æquatori Astrolabij, in quo arcus horarij reperti sunt, æqualis, & in eo diameter ducatur perpendicularis ad propriã lineam meridianam, hoc est, ad lineam styli, vt communis sectio habeatur proprij Verticalis & plani horologij. Ab hac diametro numeratis arcubus horarijs in eam partem, in quam reperti sunt declinare in Astrolabio, ducantur per eorum extrema, & per locum styli rectæ lineæ, erunt hæ, parallelæ cõmunibus sectionibus circulorum horariorũ, & maximi circuli, cui horologium æquidistat. Nam si per stylum, & has cõmunes sectiones duci concipiantur Verticalis illius circuli maximi,[a] abscindentur in circulo, quem in plano horologij descripsimus, arcus similes arcubus horarijs in eodẽ illo circulo maximo,[b] fientq; in prædicto circulo plani horologij lineæ parallelæ communibus illis sectionibus in circulo maximo, cui horologiũ æquidistat, existentibus. Cum ergo per constructionem, in circulo, qui in plano horologij descriptus est, arcus sumpti sint similes arcubus horarijs in maximo circulo, cui horologiũ æquidistat, existentibus; erũt ductæ illæ rectæ ex loco styli per arcus horarios in eodẽ circulo horologij numeratos extensæ, parallelæ illæ, quas Verticales dicti per oẽs sectiones horariorum circulorũ, & circuli maximi, cui horologiũ æquidistat, transeuntes efficiũt in horologij plano.[c] Quoniã vero circuli horarij in horologij plano, & circulo maximo, cui parallelum est, communes etiam sectiones efficiunt parallelas; si in plano horologij reperiantur pũcta in linea æquinoctiali, vel alibi, per quæ horæ ab ortu & occasu ducendæ sunt, (hoc est, per quæ ipsi circuli horarij ducuntur,) & per ea puncta rectis supradictis in circulo ex loco styli descripto per horarios arcus emissis parallelæ agantur,

[a] 10. 1. The.
[b] 16. vnde.
[c] 16. vnde.

descripta

descriptæ erunt horæ ab ortu, & occasu:[a] cum rectæ illæ ex loco styli per arcus horarios emissæ, communibus hisce sectionibus, id est, horarijs lineis, parallelæ sint; quandoquidem tam hæ, quam illæ, ostensæ sunt æquidistare communibus sectionibus horariorum circulorum in maximo circulo, cui horologium parallelum est, factis. In horis Astronomicis, quoniam omnes transeũt per centrum horologij, satis est per centrum horologij educere lineas parallelas communibus sectionibus circulorum horariorũ à mer. vel med. noc. & circuli maximi, cui horologium æquidistat: quales sunt rectæ ex centro horologij per arcus horarios in circulo ex eodem centro horologij descripto emissæ; vt factum à nobis est propositione 5. lib. 5. Gnomonices. [a] 9. vndec.

2. ITAQVE si in Astrolabio omnes circuli horarij descripti sint, illico apparebunt arcus horarij in dato circulo obliquo, quorum omnium magnitudines æquales sunt, (quod ad numerum graduum attinet,) arcubus Æquatoris, quos rectæ ex polo dati circuli obliqui per extrema puncta arcuum horariorum emissæ abscindunt.

3. IN Canone porro diximus, arcus horarios interiectos esse inter horarium quemcunque circulum, & circulum, qui per polos mundi, & polos proprij Meridiani, instar circuli horæ 6. à mer. vel med. noc. ducitur, non autem inter Verticalem primarium proprium, qui tamen per eosdem polos Meridiani proprij incedit: quia in horologijs describendis arcus horarum à mer. vel med. noc. computantur, à communi sectione plani horologij, & illius circuli, qui vices circuli horæ 6. à mer. vel med. noc. gerit in circulo maximo, cui horologium æquidistat; Arcus tamen horarum ab or. & occ. numerantur à communi sectione plani horologij, & Verticalis proprij & primarij. Quod si complementa arcuum horariorum accipiantur, numeranda ea erunt tam pro horis ab or. vel occ. quam à mer. vel med. noc. à linea propria meridiana, in qua videlicet stylus collocatur.

4. QVONIAM vero lib. 5. Gnomonices propos. 4. duabus operationibus arcus horarios horarum à mer. & med. noc. per sinus supputauimus, reperiemus nunc eosdem per solam vnam operationem, hoc modo. Cum triangulum semper fiat rectangulum ex arcu Meridiani proprij altitudinem poli vicinioris supra datum circulum maximum metientis, & ex arcu circuli horarij ab eodem viciniori polo vsque ad circulum datum maximum, atq; ex arcu circuli dati maximi inter Meridianũ proprium, & circulum horarium; qui arcus complementum est arcus horarij quæsiti. Si ergo per 1. modum problematis 11. triãg. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum arcus Meridiani altitudinis poli, ita tangens anguli, quem circulus horarius cum Meridiano facit in polo, ad aliud; reperietur tangens arcus circuli maximi dati inter Meridianum, & horarium circulum inclusi, &c. *Arcus horarios pro horis à mer. & med. noc. supputare.*

CANON XXII.

OMNIA Problemata triangulorum sphæricorum absque numerorum auxilio explicare,

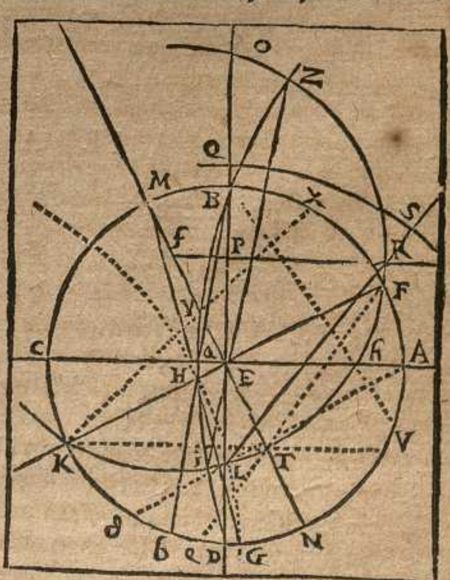
LATISSIME patet huius Canonis vsus. In eo enim angulorum, laterumque omnium triangulorum sphæricorum magnitudines Geometrice per arcus Æquatoris inuestigabimus, atque adeo omnia problemata, quæ per laboriosum eiusmodi triangulorum calculum explicari solet, mira facilitate ex descriptione duorum, triumue duntaxat circulorum Astrolabii expediemus: quę res non paucis hactenus visa est incredibilis. Totum autem hoc negocium in constructione triangulorum sphæricorum consistit, vt apparebit. Progrediemur autem eo ordine, quem in Lemmate 53. lib. 1. obseruauimus. Et quamuis in prioribus 16. problematibus trianguli sphærici rectanguli vel solus angulus, vel solum latus, vel sola denique basis, per sinus, ex duobus datis soleat inuestigari: nos tamen per Astrolabium reliqua duo, quæ non dantur, hic quoque in quolibet triangulo simul explorabimus. In triangulo igitur sphærico rectangulo hæc, quæ sequuntur, ex datis quibusdam à nobis inuestigabuntur,

I. ANGVLVS. *Probl. 1.*

CVM altero angulo, & latere, quæ non dantur.

EX base, & latere, quod angulo quæsito opponitur.

SIT in Astrolabio Æquator ABCD, circa centrum E, cum duabus diametris BD, AC, sese ad rectos angulos secantibus. Numeretur latus datum à puncto B, vsque ad F; & basis à puncto F, vsque ad G. Sumptis autem arcubus BM, CK, DN, æqualibus arcui AF, iungãtur diametri FK, MN, sese quoque ad angulos rectos secantes, cum quadrantes sint FM, MK, KN, NF. In eam namque partem accipiendi sunt arcus BM, CK, DN, in quam arcus AF, vergit, vt dicti quadrantes efficiantur. Deinde iuncta recta MG, secante rectam FK, in H, sumatur arcui NG, ęqualis arcus MI, ac per tria puncta G, H, I, circulus describatur, (cuius centrum erit in recta FK, extẽsa, indicabiturq; à rectis Æquatorẽ in G, I, tãgentibus, hoc est, à rectis, quæ ad iũctas semidiametros EG, EI, perpendiculares sunt, vt propos. 7. lib. 2. ostensum est) secans rectam BD, in L, intra Æquatorem, qui parallelus erit maximi circuli MEN, polos habentis F, K, cum ęqualiter ab hoc circulo MEN, recedat; propterea quod arcus EH, æqualis est arcui NG, vt ex ijs constat, quæ lib. 2. propos. 1. Nume. 5. & 6. demonstrauimus; & arcus MI, arcui NG, sumptus fuit æqualis. Immo ex ijs, quæ lib. 2. propos. 18. Num. 5. scripsimus, liquet etiam GHI, parallelum esse maximi circuli MEN. Denique *Angulũ cũ reliquis, ex data base, & latere quod angulo quæsito opponitur, inuestigare.*

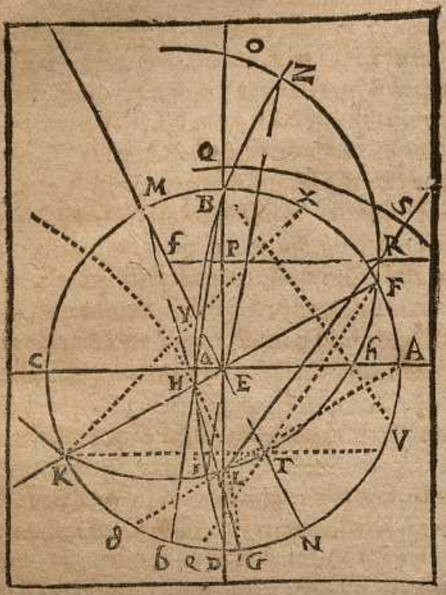


per tria puncta F,L,K,circulus,cuius centrum f,est in rectaMN,describatur FLK,secans EB,productam in O. Erit igitur triangulum sphæricum rectangulum BFL, id quod proponitur, cum angulus FBL, rectus sit,& datum latus BF,basisque data FL; quod arcus FL,FG, ex polo F,cadentes in parallelum GHI, æquales sint: Cuius quidem angulum quæsitum FLB, cui datum latus BF, opponitur, sic inuestigabimus per ea, quæ libr. 2. propos.15.Numer.3.demonstrata sunt. Secta recta LO, bifariam, & ad angulos rectos per lineam PR,secantem circulum LFO,in R,metietur arcus RO,magnitudinem anguli quæsiti FLB. Et si angulo L, arcus quocunque interuallo describatur QS,quem recta LR,secet in S,metietur arcus QS,semissem anguli eiusdē FLB, ac proinde arcus QS, duplicatus totum angulum metietur.Quod si punctum sectionis O, nimis procul distet, satis erit ex f,centro circuli KLF,ad LB,perpendicularem ducere,secātem circulum KLF, in R.[a] Hæc enim secat rectam LO,bifariam. Vel sine centro f,sic agemus. Inuento centro P,trium punctorum A, L, C, excitetur PR,ad BD perpendicularis.Erit enim rursus P,punctum medium rectæ LO,cum circulus maximus per ALC, descriptus transeat per O,punctum ipsi L,oppositum. Quare arcus QS, circuli ex L, descripti inter rectas LQ, LR, positus, semissem anguli BLF,metietur. Et si per L,circulus,vt libet,describatur,metietur eius arcus inter easdem rectas totum angulum. Quæ omnia demonstrata sunt ad finem Num. 2.propos.15.lib.2.

[a] 3. tertij.

IMMO & ipsemet arcus LR,eundem quæsitum angulum BLF,metietur,vt Num.3.eiusdem propo. 15.lib. 2.demonstrauimus.

IAM vero eadem ratione alter angulus BFL, non datus inuenietur. Ducto enim radio FT, secante Æquatorem in e,metietur arcus Me,angulum BFL, cum eius arcus sit MT, cui æqualis est arcus Me,vt ostensum est lib.2.propos.1.



DENIQVE reliquum latus non datum BL,efficietur notum per arcum Æquatoris, quem rectæ ex A, polo circuli BED, per puncta B, L,extēsę intercipiunt, cuiusmodi est arcus Bg,vt ex eadem propos.1. lib. 2. manifestum est.

QVOD si ducta diametro FK, ex puncto extremo lateris dati BF, quam ad rectos angulos secet diameter MN, circulum maximum referēs per mundi polos ductum, cuius poli FK,parallelus GHI, maximi huius circuli MN,per extremum pūctum G, basis datæ FG,descriptus non secet diametrum BD, intra Æquatorem, impossibile erit problema,quia tunc ex F,ad BD,duci non poterit arcus circuli maximi basi FG, æqualis, qualis fuit FL, arcus vsque ad parallelum GHI, demissus,auferēs latus BL, semicirculo minus, vt ratio postulat.Itaque quando latus datum BF, quadrāte minus est, basis proponi debet maior ipso latere: (propterea quod per propos.34. nostrorum triang. sphær. angulus lateri dato oppositus,acutus est,ideoque per propos.11. eorūdem triang. sphær. latus datum minus est base, quæ angulo recto opponitur)ita tamen, vt basis cum latere semicirculo minorem arcum constituat, qualis fuit basis FG. Nam si punctum G,esset vltra D,parallelus GHI,rectam BD,non secaret: Quando autem latus datum quadrante maius est,basis debet proponi minor ipso latere;(propterea quod per propos.34.nostrorum triang. sphær.angulus lateri dato tunc oppositus,obtusus est,ac proinde per propos. 11. eorundem triang. sphær. latus datum minus est base,quæ angulo recto opponitur:)ita tamen, vt basis maior sit complemento lateris dati ad semicirculum.Vt si datum latus sit BN,basis maior esse debet arcu ND, alias parallelus maximi circuli FK, secantis diametrum NM,ab extremo puncto dati lateris ductam ad angulos rectos,descriptus per extremū punctum basis, non secaret BD, intra Æquatorem. Verum hac cautione opus non est,cum triangula sphærica in operatione ponantur eiusmodi,quæ vere,& re ipsa in superficie sphærica existant. Quod etiam in problematibus,quæ sequuntur,intelligendum est.

II. ANGVLVS.

Probl. 2.

Cum altero angulo,& latere,quæ non sunt data.

EX base,& latere,quod angulo quæsito adiacet.

Angulū cū reliquis,ex base data & latere quod quæsito angulo adiacet,reperire.

CONSTRVATVR ex datis triangulum sphæricum BFL,vt in præcedente problemate, in quo angulus BFL,cui datum latus BF,adiacet,quærendus proponitur. Quoniam arcus TK, angulum KFL, metitur, vt lib.2.propos.15.Num.3.demonstratum est; si angulo huic addatur rectus angulus KFM,notus euadet totus angulus BFL, quæsitus. Quod si ex F, per M,recta ducatur,donec circulum FTK,productum secet,dabit arcus eiusdem circuli inter eam rectam,& punctum T,interceptus,quantitatem totius anguli BFL,vt lib. 2. propos. 15.Num.2.demonstrauimus.At si ex F,circulus quolibet interuallo describatur,metietur eius arcus inter rectas FT,FM,positus semissem eiusdem anguli.Immo & arcus Æquatoris Me, eundem angulum metitur.

ALTER angulus non datus BLF,cognoscetur,vt in præcedente problemate,nimirum vel per arcumLR, vel per arcum QS,duplicatum,&c.

RELIQVVM autem latus BL,reperietur hic etiam per arcum Bg, quem recta AL, ex Æquatore aufert, vt in problemate antecedente.

III. AN-

III. ANGVLVS.

Probl. 3.

Cum duobus lateribus, quæ non dantur hoc loco.

Ex base & altero angulo non recto.

Angulum cũ alijs ex data base.

NVMERATA base ex B, versus C, vsque ad g, ductoque radio visuali Ag, secante BD, in L, erit BL, basis propositi trianguli, cum tot gradus in arcu BL, contineantur, quot in Bg, vt lib. 2. prop. 1. demonstratum. Deinde in L, constituatur angulus datus per propos. 16. lib. 2. hoc modo. In recta LB, inuento puncto O, ipsi L, opposito, secetur LO, in P, bifariam, & ad rectos angulos per rectam PR. Aut si punctum O, nimis remotum sit, inueniatur P, centrum trium punctorum A, L, C, (Hoc enim erit in medio duorum punctorum L, O, cum circulus per A, L, C, ex P, descriptus sit maximus, ac proinde per O, punctum oppositum transeat,) & in P, ad BL, perpendicularis excitetur PR. Descripto autem ex L, circulo quantocunque QS, numeretur in eo semissis dati anguli à puncto Q vsque ad S; vel certe, (si in eo minuta contineantur numero imparia) totus angulus numeretur, & arcus numerati semissis accipiatur QS. Ducta namque recta LS, secante PR, in R, si per tria puncta L, R, O, vel per duo L, R, si O, sit nimis remotum, circulus maximus describatur LRO, (cum per puncta opposita transeat) centrum f, habens in recta PR; erit angulus BLF, dato angulo æqualis, cum arcus QS, eius semissem metiatur, vt propos. 15. lib. 2. Num. 2. ostendimus.

IAM ducta ex f, centro per E, centrum Astrolabii recta MN, quam diameter FK, ad rectos secabit angulos, si erratum non est, emittatur radius KT, secans Æquatorem in V, & quadrans sumatur VX. Recta enim KX, secabit f E, in Y, polo circuli maximi LRO, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17. monstrauimus. Si igitur per tria puncta D, Y, B, ex centro in recta EA, inuento circulus describatur secans LRO, in Z, qui maximus erit, cum per puncta opposita D, B, ducatur, [a] erit angulus BZL, rectus, quod circulus maximus DYB, per Y, polum maximi circuli LRO, transeat: ac proinde triangulum rectangulum propositum erit BZL, cum BL, sit basis data opposita recto angulo Z, & angulus non rectus datus BLZ. Angulus ergo alter non rectus LBZ, ita inuenietur. Ducta recta Ba, per a, punctum intersectionis circuli ZBD, cum recta AC, secans Æquatorem in b, erit Db, magnitudo anguli aBE, vt constat ex ijs, quæ propos. 15. libr. 2. ostendimus: qui si ex duobus rectis auferatur, quibus duo anguli aBE, EBZ, æquales sunt, ex propos. 5. nostrorum triang. sphær. reliquus fiet quæsitus angulus LBZ, qui totus hoc etiam modo reperietur, quando circulus DBZ, commode totus describi potest, vt rectam EA, intersecet. Ducatur recta ex B, per intersectionem circuli DBZ, cum recta EA. Tam enim arcus Æquatoris, quam circuli DBZ, inter hanc rectam, & diametrum BD, versus D, interceptus, vel etiam arcus circuli DBZ, inter B, & eandem rectam positus, quæsitum angulum LBZ, metietur, vt ex ijs, quæ propos. 16. lib. 2. Nu. 3, demonstrauimus, liquet.

a 15. 1. Theo.

IAM vero latus LRZ, æquale erit arcui Æquatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli KFZ, per puncta L, Z, emissæ auferunt.

EADEMQVE ratione alterum latus BZ, indicabit arcus Æquatoris à rectis ex h, polo circuli DBZ, per B, Z, eductis abscissus. Polus autem h, erit in intersectione circuli KFZ, cum recta AC. Cum enim maximus circulus DBZ, transeat per Y, B, polos maximorum circulorum KFZ, CA; transibunt hi vicissim per illius polos, ex schol. prop. 15. lib. 1. Theod. ac proinde punctum h, polus erit circuli DBZ: qui etiam reperietur, si radius emittatur ex B, per a, secans Æquatorem in b & quadrans sumatur bV. Radius namque BV, rectã AC. in h, polo quæsito intersecabit, vt propos. 8. Num. 17. lib. 2. ostensum est.

QVOD si detur basis DL, quadrante minor, & eadem fiant, constituetur ex altera parte triangulum propositum DLi, cum angulus DLi, sit æqualis angulo BLF, ad verticem, &c.

IV. ANGVLVS.

Probl. 4.

Cum latere, ac base, quæ hic non dantur.

EX latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

Angulũ cũ reliquis, ex dato latere, quod ei opponitur, & altero angulo nõ recto inquirere.

SIT latus datum BF; & in F, cum eo constituatur angulus dato angulo æqualis, per propos. 16. lib. 2. hoc modo. Ducta diametro FK, quam ad angulos rectos secet diameter MN, numerentur gradus dati anguli à puncto M, vsque ad e, ductaque recta Fe, secante MN, in T, describatur per tria puncta F, T, K, ex centro f, in recta MN, existente, circulus FTK, qui maximus erit, cum per opposita puncta F, K, incedat. Secet autem hic circulus rectam BD, in L; eritque datus angulus BFL, cum eius arcus sit Me; ac proinde triangulum sphæricum BLF, erit id, quod quæritur, habens nimirum angulum LBF, rectum, latusque datum BF, vna cum non recto angulo LFB, dato. Angulus igitur BLF, dato lateri oppositus inuenietur, vt in 1 problemate. Secta namque recta LO, bifariam, & ad angulos rectos per rectam PR, metietur arcus RO, vel LR, angulum quæsitum BLF. Aut si ex f, centro circuli KTF, ad LB, perpendicularis excitetur, & ex L, descripto circulo QS, quantocunque, recta ducatur LR, metietur arcus QS, semissem eiusdem anguli, &c.

LATVS autem BL, cognoscetur ex Æquatoris arcu Bg, quem recta AL, abscindit.

AT vero basem FL, exhibebit arcus Æquatoris FG, qui à recta ex Y, polo circuli FLK, per L, emissa aufertur.

V. ANGVLVS.

Probl. 5.

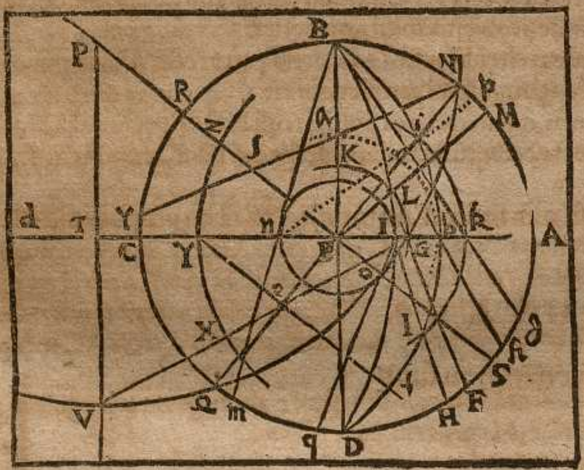
CVM base, & altero latere non dato:

EX latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: dummodo constet, num quæsitus angulus maior sit recto, minorue, vel an basis, aut alterum latus nõ datum quadrãte maius sit minusue.

Angulũ cũ reliquis, ex dato latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo nõ recto elicere.

SIT rursus Æquator ABCD, cum duabus diametris AC, BD, sese in centro E, ad angulos rectos secantibus. Numeretur latus datum à puncto A, vsque ad F, iungaturq; recta BF, secans AC, in G: erit arcus AG, dato lateri AF, æqualis, vt propos. 1. lib. 2. monstratum est. Numeretur quoque dati anguli magnitudo à puncto A, vsque ad H, iungaturq; recta BH, secans AC, in I: erit arcus AI, æqualis arcui AH, dati anguli, maiorq; necessario, quam AG, si datus angulus acutus sit, vt demonstrabitur. Descripto ergo circulo BID, per tria puncta; B, I, D, centrum habente d, in recta AC, qui maximus est, cum per puncta opposita B, D, transeat; erit angulus ABI, dato angulo æqualis, cum eum metiatur arcus AI, vel AH. Describatur quoque ex E, per G, parallelus Æquatoris GK, secans circulum BID, in L, & emissa recta EL, secante Æquatorem in M, sumatur arcui AM, æqualis arcus BN. Ducta autem diametro NQ, secet eam ad rectos angulos RS, quod fiet facile, si arcubus BN, DQ, æquales sumantur arcus AS, CR, & hoc modo efficiantur quatuor quadrantes NS, SQ, QR, RN. Descripto iam per tria puncta N, G, Q, circulo NOQ, qui maximus est, cum per opposita puncta N, Q, transeat, habeatque centrum P, in recta ER, tantum distans ab E, quantum centrum d, circuli BID, ab eodem centro E, abest, propterea quod, vt infra ostendemus, duo circuli BID, NGQ, eundem parallelum tangunt; erit AGN, vel CGQ, triangulum propositum. Quoniam enim arcus AM, BN, æquales sunt; estque AM, per scholium propos. 22. lib. 3. Euclid. arcui GL, similis, erit quoque BN, eidem GL, similis. Igitur circuli maximi BID, NGQ, auferentes ex parallelis GK, AB, arcus similes, & per polum E, non transeuntes,[a] tangent eundem parallelum, cum videlicet, qui ex E, per I, describitur, cum BID, eum tangat in I, ex scholio propositionis 13. lib. 3. Eucl. ac proinde ex scholio propos. 21. lib. 2. Theod. æqualiter ad maximum parallelorum ABCD, inclinabuntur, hoc est, anguli ABI, ANG, æquales erunt, quod ex eo etiam constat, quod eorum arcus AI, SO, æquales sunt. Cum ergo ABI, dato angulo sit æqualis, erit etiam ANG, dato angulo æqualis, qui quidẽ dato lateri AG, opponitur. Itaque si constet, quæsitum angulũ ad G, esse acutum, accipiendum est triangulum ANG; si vero quæsitum angulum ad G, constet esse obtusum, sumendum est triangulum AGQ, &c. Angulum vero quæsitum ita cognoscemus. Ex P, centro circuli N G Q, ad AC, perpendicularis demittatur PT, secãs eundem circulum in V. Arcus enim G QV, angulum CGQ, ideoque & angulũ AGN, trianguli AGN, metietur, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostendimus, qui angulus ex duobus rectis subductus angulum AGQ, reliquum faciet in triangulo AQG. Idem angulus CGQ, habebitur, si ex G, arcus quantuscũque XZ, describatur secans GC, in Y. Nam arcus XY, semissem anguli CGQ, & duplus arcus XZ, totum angulum metietur.

[a] 16. 2. Th.



QVOD si datum latus sit quadrante maius, ac proinde angulus oppositus datus obtusus, minor tamen ipso latere, vt demonstrabitur, numeretur datum latus à puncto C, vsque ad F, emittaturque radius BF, secans AC, in G, vt latus datum sit CG. Numeretur quoque quantitas dati anguli obtusi à puncto C, vsque ad H, & radius emittatur BH, secans AC, in I, vt CI, arcus sit dati anguli. Descripto igitur per tria puncta B, I, D, ex centro d, in recta AC, existente, circulo BID, erit CBI, angulus dato angulo æqualis. Hunc circulum parallelus G K, secet in L; emissaque semidiametro ELM, accipiatur arcui AM, æqualis arcus BN, ac per tria puncta N, G, Q, circulus describatur, vt prius: eritq; rursum angulus GNC, angulo GBC, æqualis, quod probabitur, vt prius. Igitur si constet, angulum quæsitum ad G, adiacentem dato lateri CG, esse obtusum, erit propositum triangulũ CGN. Nam si acutus est, oblatum triãgulum erit CGQ. Angulus porro quæsitus CGQ, cognoscetur per arcum GV, vt prius, quo detracto ex semicirculo, relinquetur angulus CGN, &c.

EX constructione liquido constat, quando datum latus minus est quadrante, angulum oppositum datum esse acutum, maiorem tamen ipso latere dato; quando autem datum latus maius est quadrante, angulum datum oppositum esse obtusum, minorem tamen dato latere. Quoniam enim per theorema 4. scholii propos. 21. lib. 2. Theod. arcus GA, minor est arcu GN, erit per propos. 11. nostrorum triang. sphær. angulus ANG, in triangulo AGN, minor angulo recto A, hoc est, acutus, ideoque GNC, obtusus. Eadem ratione in triangulo AGQ, erit angulus GQA, minor recto A, quod per idem theor. 4. dicti scholii, arcus G A, minor sit arcu G Q, &c. angulum autem datum lateri AG, oppositum maiorem esse latere A G, qualis fuit angulus ABI, liquet. Nam si esset minor, cuiusmodi est angulus ABb, cum circulus BbD, parallelũ a b, tangat in b, tãgeret circulus NGQ, faciens angulum ANG, ipsi ABb, æqualem, eundem parallelum a b; quia circuli BbD, NGQ, propter æquales angulos ad B, N, æqualiter ad Æquatorem inclinati sunt, &c. quod est absurdum, cum NGQ, parallelum

a b, se-ab, secet. Hinc efficitur, obtusum datum angulum oppositum lateri dato CG, minorem esse ipso latere CG, qualis fuit angulus GNC. Nam si esset maior, cuiusmodi est CBb, tangeret circulus NGQ, iterum parallelum ab, quem circulus BbD, tangit. quod absurdum est. Sed de angulis trianguli sphærici tam rectanguli, quam non rectanguli, plura demonstrabimus in scholio huius Canonis.

Alia solutio problematis.

CONSTAT quoque, si, constructo angulo ABI, dato angulo æquali, per punctum G, describatur, ex propos. 20. lib. 2. maximus circulus NGQ, tangens eundem parallelum IO, quem circulus BID, tangit, constructum quoque esse triangulum propositum. Nam ex Theor. 1. propos. 21. lib. 2. Theod. circuli BID, NGQ, æqualiter inclinati erunt ad Æquatorem, hoc est, anguli ABI, ANG æquales erunt, &c.

Facilior solutio problematis.

FACILIVS idem problema soluemus hoc modo. Sit Ah, magnitudo anguli dati, ductoque radio Bh, secante AC, in b, erit Ab, arcui Ah, æqualis. Descripto ergo circulo BbD, per tria puncta B, b, D, centrum Y, habente in recta AC, erit ABb, angulus datus. Deinde sit arcus Ag, dato lateri æqualis, & primum quadrante minor, ducaturque radius Bg, secans AC, in k, vt Ak, sit etiam arcus dato lateri æqualis. Descripto autem parallelo Æquatoris per k, secante circulum BbD, in i, ducatur recta Ei, secans Æquatorem in N: Eritque triangulum propositum BiN, vel DiN,[a] cum angulus ad N, sit rectus, & latus Ni, datum, (quippe cum æquale sit ipsi Ak, ideoque & arcui Ag.) oppositumque dato angulo NBi, vel NDi. Igitur si constet, quæsitum angulum i, esse acutum, accipiendum est triangulum BiN. Cum enim omnes tres arcus sint quadrante minores, erunt per propos. 28. nostrorum triang. sphær. duo anguli B, i, acuti: Si autem constet, angulum quæsitum esse obtusum, sumendum est triangulum DiN. Iam si ex Y, centro circuli BbD, ad iE, protractam perpendicularis demittatur Ye, secans circulum in f, dabit arcus if, quantitatem anguli acuti BiN, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostensum est; quo ablato ex semicirculo, obtusus quoq; DiN, notus fiet.

a 15. 1. Theo.

QVOD si latus datum sit quadrante maius, illudq; numeretur ex C, vsque ad g, dabit ductus radius Bg, arcum Ck, eidem lateri æqualem. Numerato quoque angulo dato ex C, vsque ad h, ductoque radio Bh, secante AC, in b, si per B, b, D, circulus describatur, erit datus angulus obtusus CBb. Descripto ergo per k, parallelo secante circulum BbD, in i, & per i, atque E, recta extendatur iEQ, erit propositum triangulum vel BQi, si nimirum quæsitus angulus est obtusus, vel DQi, si acutus: propterea quod angulus ad Q, rectus est, & latus iQ, dato angulo iBQ, vel iDQ, oppositum, æquale ipsi Ck, hoc est, arcui Cg. Angulus ad i, inuenietur, vt prius.

EX his etiam liquet, angulum datum dato lateri oppositum debere esse maiorem ipso latere dato, & acutum, quando latus datum quadrante minus est; minorem vero ipso latere dato, & obtusum, quando datum latus maius est quadrante. Ostensum enim est angulum NBi, vel NDi, esse acutum, ideoque QBi, vel QDi, obtusum. Et nisi Ab, arcus anguli dati acuti maior esset latere dato Ak, vel Cb, arcus dati anguli obtusi minor esset latere Ck non secaret parallelus circulum BbD, ac proinde problema solui non posset.

RVRSVS quia parallelus ik, secat quoque eundem circulum BbD, ex altera parte rectæ AC, in puncto l, si ex l, per E, recta extendatur, constituentur eadem duo triangula, vt perspicuum est.

IAM vero basis GN, nota fiet per arcum Æquatoris, quem rectæ ex polo circuli NOQ, per puncta N, G, eductæ abscindunt: qui polus ita inuenietur. Ducta recta NOq, sumatur quadrans qr. Nam recta Nr, rectam PS, in f, quæsito polo secabit.

LATVS autem reliquum AN, per se notum est, cum sit arcus Æquatoris. Eadem prorsus ratio est in alijs triangulis AGQ, CGN, CGQ, &c.

VI. ANGVLVS.

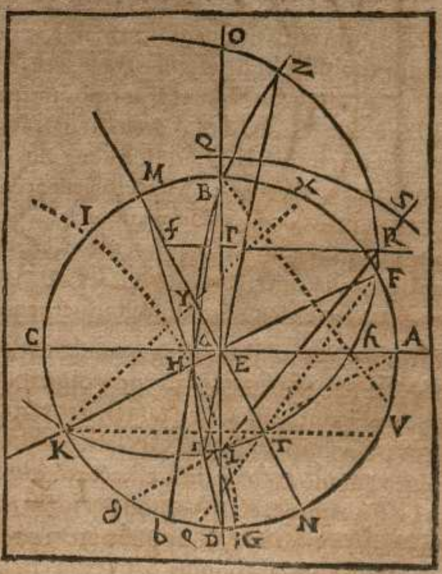
Probl. 6.

Cum base, & altero angulo non recto, quæ data non sunt:

EX vtroque latere circa angulum rectum.

*Anguli cu reliquis ex vtroque latere eru*ere.

IN figura primi problematis circa angulum rectum ABE, sit vnum latus datum BF, & alterum BL, quod reperietur, si numeretur ex B, vsque ad g, radiusque emittatur Ag, secans BD, in L. Nam arcus Bg, proijcitur in arcum BL, vt propos. 1. lib. 2. demonstrauimus. Sumpto autem arcu DK, arcui BF, æquali, vt puncta F, K, sint opposita, descriptoque per tria puncta F, L, K, ex centro f, in recta MN, existente, circulo maximo FLK, erit arcus FL, basis trianguli BFL, propositi. Angulum porro BLF, sic inueniemus. Demissa ex f, centro ad BL, perpendiculari fP, secante arcum LF, in R, metietur arcus LR, angulum quæsitum BLF, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostendimus. Angulum vero BFL, reperiemus hoc modo. Arcus FT, metitur angulũ TFE, & arcus FM, angulum MFE. Igitur totus angulus BFL, notus fiet, si nimirum arcui FM, addatur arcus similis arcui FT. Vel potius, ducta recta FTe, totus arcus MKe, totum angulum BFL, quæsitum metitur. Quod si assumeretur latus maius Bg, & minori BF, æqualis arcus ex BE, abscinderetur, describedus



esset circulus maximus per g, eiusque punctum oppositum, atque punctum extremum lateris in recta B E, abscissi. Ita enim idem prorsus triangulum construeretur.

BASEM autem FL, notam reddet arcus Æquatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli FLK, per puncta F, L, extensæ intercipiunt, cuiusmodi est arcus F G.

Probl 7.

VII. LATVS.

Cum vtroque angulo non recto, quorum neuter datur.

Ex base, & altero latere.

Latus cum reliquis ex base, & altero latere explorare.

IN eadem figura sit datum latus BF, & basis FG. Ductis autem duabus diametris FK, MN, ad angulos rectos se secantibus, ducatur recta MG, secans FK, in H, & arcui N G, æqualis arcus sumatur M I, ac per tria puncta I, H, G, describatur maximo circulo MN, cuius polus F, parallelus GHI, secans BD, in L, vt in problemate 1. factum est. Nam si per tria puncta F, L, K, describatur maximus circulus, erit triangulũ propositum BFL; cum FL, basis æqualis sit assumptæ basi FG, ex defin. poli, angulusque rectus FBL, & datum latus B F. Quæsitum autem latus BL, erit æquale arcui Bg, quem radius AL, abscindit, vt ex prop. 1. lib. 2. manifestum est.

AT angulus vterque BLF, BFL, cognoscetur, vt in præcedenti problemate.

Probl. 8.

VIII. LATVS.

Cum altero latere, & angulo non recto non datis.

Ex base, & angulo, qui quæsito lateri opponitur.

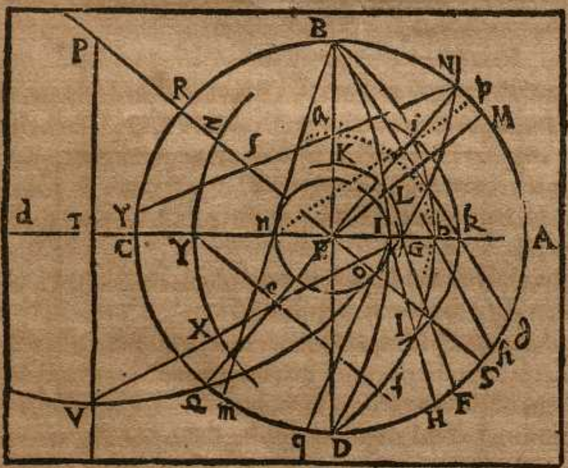
Latus cum reliquis ex base & angulo, qui quæsito lateri opponitur, inquirere.

IN figura problematis 5. Sit Ah, arcus dati anguli, & ducto radio B h, secante AC, in b, describatur maximus circulus per B, b, D, vt ABb, sit angulus datus. Sumpto deinde quadrante hm, ductoque radio Bm, secante A C, in n, polo circuli B b D, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17. monstratum est, numeretur basis data ex B, vsque ad p, punctum, ex quo ad n, polum circuli B b D, recta ducatur secans eundem circulum in i: eritque arcus B i, basi Bp, æqualis, per ea, quæ lib. 2. propos. 5. Num. 17. demonstrata sunt. Ducta igitur recta Ei, secante Æquatorem in N, erit triangulum propositum BiN; cum angulus N, rectus sit, & basis data Bi, vna cum angulo iBN, qui lateri quæsito iN, opponitur: quod latus iN, cognoscetur, si ex R, polo maximi circuli NEQ, per i, recta ducatur. Hæc enim abscindet ex Æquatore arcum à puncto N, inchoatum arcui i N, æqualem: Vel si per i, parallelus describatur secans AE, in k. Arcus enim Ak, arcui Ni, æqualis est, & notus fiet per rectam Bk; cum hæc arcum abscindat Ag, ipsi Ak, vel N i, æqualem, vt patet ex propos. 1. lib. 2.

ALTERVM porro latus B N, per se cognitum est, cum sit arcus Æquatoris.

ANGVLVS denique reliquus BiN, notus efficietur, si ex Y, centro circuli BbD, ad iE, perpendicularis deducatur, secans eundem circulum in f. Arcus namque i f, angulum e i f, hoc est, ei ad verticem æqualem BiN, metietur, vt prop. 15. Num. 3. lib. 2. monstratum est.

QVAMVIS autem problema hoc solutum à nobis sit, quando datus angulus acutus est, & data basis quadrante minor, eodem tamen modo soluetur, si datus angulus sit acutus: & data basis quadrante maior; vel datus angulus obtusus, & basis data quadrante minor, aut maior. Nam si dato angulo acuto fiat æqualis ADb, & basi assumptæ Dp, quadrante maiori abscindatur ex n, polo circuli BbD, æqualis D i, per radium n p; constituet recta Ei, propositum triangulũ DiN. Eadẽ ratione, si datus obtusus angul⁹ numeretur à C, versus D, vsq; ad h, ducaturque radius B h, secans AC, in b, constituet maximus circulus BbD, angulum obtusum CBb, datum. Si igitur numeretur etiam basis data ex B, vsque p, quadrante minor, constituet recta i E, extensa per i, punctum à recta n p, ex polo n, ducta abscissum, productum triangulum B i Q, & latus iQ, quæsitum, cui datus obtusus angulus opponitur, cognoscetur per arcum Æquatoris inter Q, & rectam ex R, polo circuli iQ, per i, emissam, interceptum.



Denique si detur obtusus angulus CDb, & basis quadrante maior Dp, abscindet ei recta np, æqualem arcum D i. Recta ergo E i, constituet propositum triangulum D i Q, cuius latus quæsitum Q i, inuenietur, vt prius.

Probl. 9.

IX. LATVS.

Cum altero latere, & angulo non recto, quæ data non sunt.

Ex base, & angulo, qui lateri quæsito adiacet.

CONSTRVATVR in figura problematis 1. triangulum BLZ, ex data base BL, & angulo dato BLZ, pro-

prorsus idem, quod in problemate 3. constructum fuit: eritque latus quæsitum LZ, dato angulo BLZ, adiacens; quod notum efficiet arcus Æquatoris à rectis ex Y, polo circuli LZ, per extrema puncta L, Z, extensis abscissus, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. ostensum est. Quod si basis DL, quadrante sit minor, & eadem fiant, construetur triangulum DLi, cuius latus quæsitum L i, reperietur rursum per arcum Æquatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli Li, per extrema puncta L, i, emissæ abscindunt.

Latus cum reliquis ex base, & angulo, qui lateri quæsito adiacet, inuestigare.

LATVS autem alterum B Z, exhibebitur notum per arcum Æquatoris, quem rectæ ex h, polo circuli BZ, per B, Z, emissæ includunt, &c.

ANGVLVS vero reliquus LBZ, inuenietur, vt in 3. problemate scripsimus, &c.

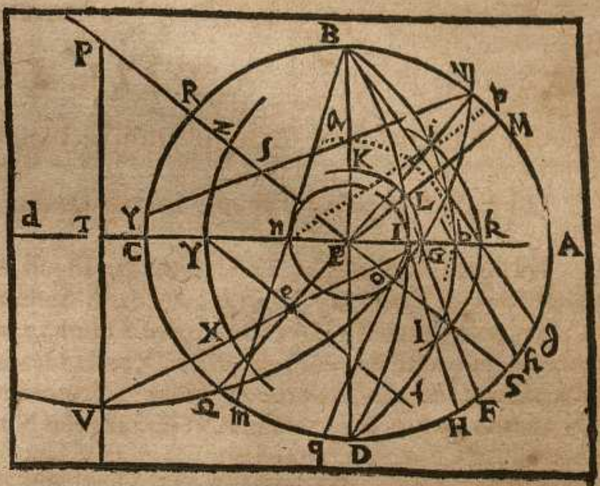
X. LATVS.

Probl. 10.

Cum base, & altero angulo non datis.

Ex altero latere, & angulo, qui quæsito lateri adiacet: si modo constet species lateris quæsiti, vel anguli recti non dati, vel deniq; ipsius basis.

Latus cum reliquis ex altero latere, & angulo adiacēte quæsito lateri inuestigare.



HIC etiam construatur in figura problematis 5. idem omnino triangulū AGN, quod in eo problemate constitutum est, ex dato nimirum latere A G, & dato angulo A N G, qui quæsito lateri AN, adiacet.

Nam quando datum latus quadrāte minus est, si constet, latus quæsitum esse minus quadrante, erit quæsitum latus A N, in triangulo AGN: si vero constet, quæsitum latus quadrante esse maius, erit latus quæsitum A Q, in triangulo AGQ. At quando latus datum maius est quadrante, si constet quæsitum latus esse minus quadrante, erit quæsitum latus C Q, in triangulo CGQ: Si autem constet, latus quæsitum quadrante maius esse, erit quæsitum latus CN, in triangulo CGN, &c. Est autem, vt vides, latus quæsitum semper arcus Æquatoris, ac proinde cognitum.

BASIS autem GN, cognoscetur ex arcu Æquatoris, quem intercipiunt rectæ ex f, polo circuli N O Q, (inuento in problemate 5. circa finem,) per puncta N, G, emissæ. Angulum vero reliquum AGN, inueniemus, vt in eodem problemate 5. traditum est, &c.

XI. LATVS.

Probl. 11.

Cum base, & altero angulo non recto non datis.

EX altero latere, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

IN eadem figura problematis 5. constituatur datus angulus, si acutus est, ABb, vt in 8 problemate. Deinde sumpto dato latere B N, ducatur ex N, per E, polum Æquatoris maximus circulus N E Q, secans circulum BbD, in i, eritque BiN, triangulum propositum, cum angulus BNi, rectus sit, & datus angulus NBi, quæsito lateri Ni, opponatur: quod quidem notum efficietur per arcum Æquatoris inter N, & rectam ex R, polo circuli N E Q, per i, extensam; aut per arcum inter A, & rectam B g, quæ per k, ducitur, vbi parallelus per i, descriptus, rectam A C, intersecat, vt ex prop. 1. lib. 2. perspicuum est.

Latus cum reliquis ex altero latere & angulo, qui quæsito lateri opponitur, perscrutari.

BASIS vero Bi, æqualis erit arcui Æquatoris Bp, abscisso à rectis nB, np, ex polo n, circuli BbD, eductis.

ALTER autem angulus BiN, notus efficietur, vt in problem. 5. dictum est.

ATQVE ita quidem res se habebit, quando datum latus minus est quadrante, & angulus datus acutus; At si latus datum minus quidem est quadrante, sed datus angulus obtusus, erit quæsitum latus Q i, quadrante maius in triangulo DiQ; quod constituetur, si fiat datus obtusus angulus CDb, ex eius arcu Ch, & radio Bh, secante AC, in b, puncto, per quod circulus BbD, describitur, faciens angulum datum CDb; deinde vero datum latus assumatur DQ, ex cuius extremo recta ducatur QEi, &c.

QVOD si datum latus maius fuerit quadrante, & angulus datus acutus, constituatur ille angulus A D b, hoc est, ABb, sumpto prius eius arcu Ah, ductoque radio Bh, secante A C, in b, &c. Deinde sumpto latere dato D N, ducatur recta N E, secans circulum B b D, in i. Nam propositum triangulum erit D i N, cum angulus ad N, rectus sit, & datus angulus i D N, quæsito lateri N i, opponatur, &c. quod quidem latus N i, reperietur, vt prius.

DENIQVE si datum latus fuerit quadrante maius, & angulus datus obtusus; constituatur datus angulus CBb, ex eius arcu Ch, &c. Deinde sumpto dato latere B Q, ducatur recta, QE, secans circulum B b D, in i, referensque circulum maximum per polos Æquatoris ductum. Erit igitur triangulum propositum BiQ, cuius latus quæsitum est Q i, quod quidem cognoscetur per arcum Æquatoris inter Q, & rectam ex R, polo circuli N E Q, per i, extensam, &c.

XII. LA-

XII. LATVS.

Probl.12. Cum base,& altero latere non datis.

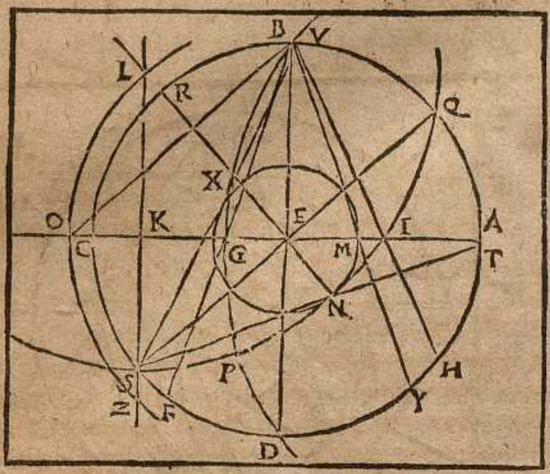
EX vtroque angulo non recto.

Latus cum reliquis ex vtroque angulo non recto explorare.

SIT iterum Æquator ABCD, circa centrum E, cum duabus diametris sese ad rectos angulos secantib. AC, BD,& proponatur primo triangulũ rectangulũ duorum angulorũ obtusorũ. Sit vnius obtusi anguli arcus AF, ductoque radio B F, secante AC, in G, describatur per B,G,D, maximus circulus, vt constitutus sit datus ille angulus obtusus ABG. Sumpto deinde quadrante FH, ductoque radio BH, secabitur AC, in I, polo circuli BGD, vt constat ex ijs, quæ lib.2.propos.8 Num.17.demonstrata sunt. Si igitur per I, circulus maximus describatur faciens cum Æquatore angulum alterum obtusum datum, constructum erit propositum triangulum, [a] cum angulus, quem idem hic circulus posterior cum BGD, priore facit, rectus sit. Id autem sic fiet. Sit CY, arcus alterius anguli obtusi dati. Et quoniam, vt in scholio huius Canonis demonstrabitur, in omni triangulo sphærico rectangulo, vteruis angulorum non rectorum minor est arcu, quo complementum alterius anguli non recti à semicirculo differt; est autem arcus AI, arcui EG, hoc est, complemento anguli ABG, æqualis, quod GI, E A, quadrantes sint, ex Coroll. prop.16.lib.1.Theod. ac proinde AI, complementum anguli A B G, à semicirculo A C, differt arcu CI, erit CY, arcus alterius anguli obtusi minor arcu CH, qui arcui CI, æqualis est. Ducto igitur radio B Y, secante AC, in M, erit punctum M, inter E,& I: ac proinde descripto parallelo MN, describi poterit circulus maximus per I, tangens circulum MN, vt propos. 20. lib 2. tradidimus; quem sic describemus. Recta inter I, & alterum polum circuli BGD, bifariam diuisa in K, vel, quando alter ille polus nimis procul excurrit, inuento K. centro trium punctorum B,I,D, quod prædictam rectam bifariam secat, cum circulus per B, I, D, descriptus per alterum polum transeat, propterea quod maximus est, per B, D, puncta opposita incedens; erigatur ad AC, perpendicularis K L, in qua necessario centrum circuli tangentis maximi existet, vt ibidem demonstrauimus. Post hæc rectilineo angulo BMC, fiat æqualis angulus MBO. Nam quia semicirculus circa rectam inter I,& alterum polum circuli BGD, positam descriptus transit per punctum B, extremum perpendicularis EB, vt loco citato demonstratum est; idcirco in B, ad rectam BM, angulus constituendus est æqualis angulo BMC; cadetque necessario punctum O, vt ibidem ostensum est, vltra K. Descripto igitur ex E, per O, circulo, secabitur K L, in L, Z, punctis, quorum vtrumlibet centrum esse potest circuli maximi per I, descripti, circulumque M N, tangentis; punctum quidem L, centrum erit, si tangens circulus facere debeat angulum obtusum cum Æquatore versus angulum ABG, & punctum contactus erit N, in quod recta L E, incidit: at si circulus tangens debet cum Æquatore versus B, constituere angulum acutum, erit eius centrum Z, punctumque contactus à ducta recta ZE, indicabitur, vt ibidem monstratum est. Descripto ergo ex L, (quia angulum obtusum desideramus) per I, circulo maximo, qui tanget circulum MN, in N, transibitque per alterum polum circuli BGD, atque Æquatorem in punctis oppositis Q,S, secabit, ita vt recta QS, ad LN, perpendicularis sit, si erratum non est, erit propositum triangulum B P Q: [b] cum angulus P, rectus sit, & angulus ABG, vnus ex datis angulis obtusis, & B Q P, reliquus, eo quod eius arcus RN, æqualis est arcui CM, hoc est, arcui assumpto CY. Quod si radius emittatur SNT, & quadrans TV, accipiatur, vt radius SV, exhibeat X, polum circuli QNS; (qui necessario erit in cõmuni sectione rectæ EL, cum circulo BGD. Cum n. circulus QNS, transeat per I, polum circuli BGD, transibit hic vicissim per illius polos. Cum ergo polus circuli QNS, sit in recta EL, vt propos.8.Num.19.ostensum est, erit X, communis sectio rectæ EL, cum circulo BGD, polus circuli QNS,) cognoscemus latus PQ, per arcum Æquatoris inter Q,& rectam ex polo X, per extremum punctum P, extensam. Latus vero B P, per Æquatoris arcum inter B, & rectam ex polo I, per punctum extremum P, emissam, vt lib.2. prop.5. Num.17. demonstrauimus.

a 15.1.The.

b 15.1.The.



PROPONATVR deinde triangulum rectangulum duorum angulorum acutorum. Si igitur construatur triangulum rectangulum duorum obtusorum angulorum, qui datorum acutorum complementa sint ad semicirculum, vel ad duos rectos, vt proxime dictum est, nimirum triangulum BPQ; erit propositum triangulum DPS, cum angulus P, rectus sit, & alij acuti, quorum complementa ad duos rectos sunt obtusi ADG, vel ABG, & RSN, vel RQN. Latus ergo DP, æquale erit arcui Æquatoris, quem rectæ ID, IP, (si ducantur) abscindunt; Latus vero PS, arcui Æquatoris, à rectis XP, XS, (si ductæ fuerint) abscisso æquale erit.

TERTIO triangulum propositum sit rectangulum, cuius alter reliquorum angulorum acutus sit, & alter obtusus. Constituatur ergo iterum triangulum BPQ, rectangulum duos angulos habens obtusos, quorum vnus datus sit ABG, alter vero RQN, complementum acuti dati ad duos rectos. Triangulum n. propositum erit DPQ, habens rectum angulum P, & obtusum datum PDQ, & acutum DQP, cuius complementum ad duos rectos est angulus constitutus PQB. Latus ergo PD, notum fiet per rectas ex I, polo circuli BGD, per P, & D, emissas; at latus PQ, per rectas ex polo X, circuli QNS, per P, Q, extensas.

IN omnibus autem hisce triangulis basis BQ, vel DS, vel DQ, per se nota est, cum sit arcus Æquatoris.

XIII. BASIS.

Probl. 13.

Cum altero latere, atque angulo non datis.

EX latere, & angulo ei adiacente.

IN figura problematis 1 sit datum latus BF, & ad F, construatur angulus B F L, dato angulo æqualis, vt in 4. problemate: quod fiet, si sumpto arcu Me, dati anguli, radius egrediatur ex F, per e, secans MN, in T, (ductis prius duabus diametris FL, MN, ad angulos rectos se diuidentibus) & per tria puncta F, T, K, circulus ex centro f, describatur, qui maximus erit, cum per opposita puncta F, K, incedat. Triangulum igitur propositum erit BFL; cuius basis FL, reperietur per rectas ex Y, polo basis, (qui inuenietur, si ducto radio K T, quadrans sumatur VX. Nam radius KX, rectam MN, in Y, polo secabit) per F, L, eductas.

Basem cũ reliquis ex latere atq; angulo ei adiacente cognoscere.

ALTERVM latus BL, æquale erit arcui Æquatoris Bg, à radio AL, abscisso.

RELIQVVS vero angulus BLF, cognitus erit vel per arcum LR, vel per arcum QS, duplicatum, &c.

XIV. BASIS.

Probl. 14.

Cum altero latere, & angulo, non datis.

EX latere & angulo ei opposito: si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.

FIAT in figura problematis 5. ex dato latere, & angulo opposito triangulum AGN, vt in 5. problemate: quod fiet, si sumpto latere dato A F, & arcu dati anguli A H, qui maior erit arcu A F, vt in 5. problemate dictum est, atque reliqua construantur, vt ibidem factum est. Propositum enim triangulum erit A G N, si constet, basem esse quadrante minorem; vel AGQ, si constet basem maiorem esse quadrante. Quod si datum latus fuerit maius quadrante, erit vel CGN, vel CGQ, triangulum propositum, prout videlicet constabit, basem minorem esse quadrante, vel maiorem. Basis autem GN, vel GQ, nota fiet ex arcu Æquatoris abscisso per rectas per puncta G, N, vel G, Q, emissas ex s, polo circuli NGQ; qui reperietur, si ducta recta NOq, quadrantem accipiamus qr. Radius enim Nr, polum quæsitum s, in recta PS, indicabit, vt ex prop. 8. Num. 17. lib. 2. perspicuum est.

Basem cũ reliquis ex latere, & angulo ei opposito per scrutari.

ALTERVM latus AN, vel AQ, vel CN, vel CQ, per se notum erit, cum sit arcus Æquatoris.

ANGVLVS autem reliquus ad punctum G, cognoscetur, vt in probl. 5. dictum est.

XV. BASIS.

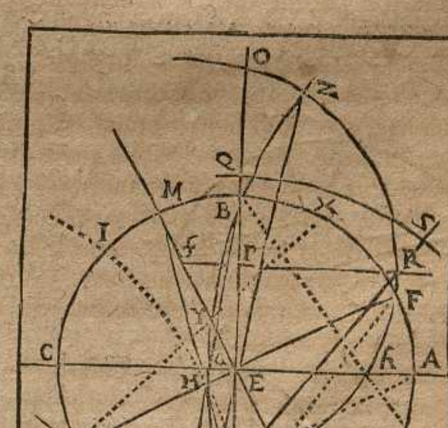
Probl. 15.

Cum vtroque angulo non recto, quorum neuter datur.

EX vtroque latere.

IN figura problematis 1. sint duo latera data BF, Bg, & ipsi Bg, per radium A g, æqualis arcus auferatur B L. Ducta deinde diametro FK, quam ad rectos angulos secet M N, describatur per tria puncta F, L, K, maximus circulus ex centro f. Quæsita enim basis erit FL, in triangulo datorum laterũ B F L, quod in problemate 6. etiam constituimus. Posset quoque latus maius Bg, assumi, & minori BF, æqualis arcus ex recta BE, abscindi, &c. vt in dicto problemate 6. dictum est. Basis porro FL, cognoscetur per arcum Æquatoris abscissum per rectas emissas per puncta F, L, ex polo Y, circuli FLK, qui inuenietur in recta MN, si ducto radio KTV, quadrans accipiatur VX, radiusque KX, emittatur secans MN, in Y.

ANGVLVS autem vterq; BLF, BFL, cognoscetur, vt in 2. problem.



Basem cũ reliquis ex vtroq; latere venari.

XVI. BA-

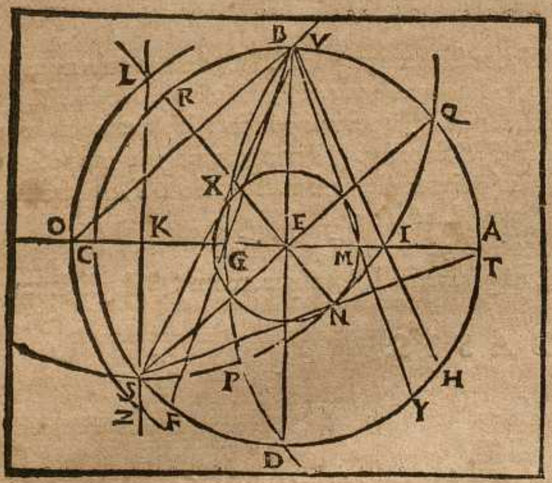
Probl. 16.

XVI. BASIS.

Cum vtroque latere non dato.

Ex vtroque angulo non recto.

Basem cũ reliquis ex vtroque angulo non recto peruestigare.



FIAT omnino idem triangulum datorum angulorum, quod in problemate 12. constructum fuit, BPQ, vel DPS, vel DPQ, prout vterque angulus datus fuerit obtusus, vel acutus, vel acutus vnus, & alter obtusus. In his autem omnibus basis BQ, vel DS, vel DQ, nota est, cum sit arcus Æquatoris.

VTRVMQVE porro latus notum efficietur, vt in 12. problemate docuimus.

ATQVE ita omnia problemata triangulorum sphæricorum rectangulorum expedita sunt: sequuntur iam triangula obliquangula, in quibus videlicet nullus angulorum rectus est.

Probl. 17.

XVII. OMNIA LATERA TRIanguli obliquanguli.

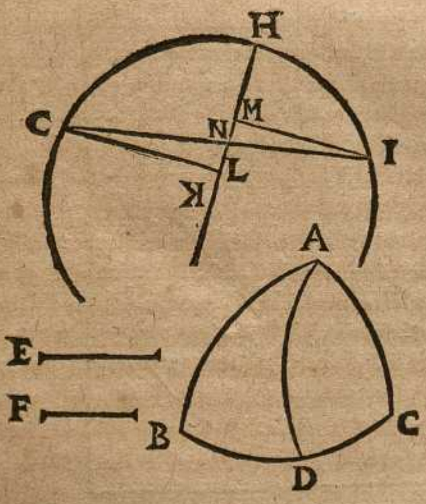
EX omnibus angulis.

Angulos, quos arcus perpendicularis ad latus oppositum demissus in triãgulo sphærico facit in opposito angulo cognoscere.

IN huiusmodi triangulo quocunque erunt saltem duo anguli acuti, vel obtusi, si omnes tres acuti non sunt, aut obtusi. Sit igitur triangulum sphæricum obliquangulum ABC, datorum angulorum, cuius duo anguli B, C, obtusi sint, vel acuti, intelligaturque ex reliquo angulo A, qualiscunque sit, ad latus BC, demissus arcus perpendicularis AD, qui per propos. 57. nostrorum triang. sphæric. intra triangulum cadet. Primum ergo inuestigare oportet duos angulos BAD, CAD, hoc modo. Sumantur in aliquo circulo arcus angulorum B, C, & eorum complementorum sinus, qui proportionem habeant, quam recta E, ad rectam F, Deinde in circulo GHI, cuius centrum K, accipiatur GI, arcus anguli A, eiusque chorda GI, secetur in N, ex scholio propos. 10. lib. 6. Euclid. ita vt sit GN, ad NI, quemadmodum E, ad F, atque ex K, centro per N, recta ducatur KNH. Dico GH, arcum esse anguli BAD, & HI, arcum anguli CAD. Ductis enim ex G, I, ad KH, perpendicularibus GL, IM, hoc est, sinibus arcuum GH, HI; quoniam anguli L, M, recti sunt, ideoque æquales, itemque & anguli ad verticem N, æquales; erunt triangula GLN, IMN, æquiangula. [a] Igitur erit, vt GN, ad GL, ita IN, ad IM; & permutando vt GN, ad IN, ita GL, ad IM: Est autem vt GN, ad NI, ita E, ad F, hoc est, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C. Igitur erit quoque, vt sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C, ita GL, ad IM. Quamobrem cum per propos. 61. nostrorum triang. sphær. eandem proportionem habeant sinus complementorum angulorum B, C, quam sinus angulorum BAD, CAD, habent; erit quoque vt GL, ad IM, ita sinus anguli BAD, ad sinum anguli CAD. Cum ergo GL, IM, sinus sint arcuum GH, IH; erit GH, arcus anguli BAD, & IH, arcus anguli CAD, cum sinus angulorum ijdem sint, qui arcuum angulos metientum. Cognitì igitur erunt anguli BAD, CAD, cum eorum arcus GH, IH, cogniti sint.

a 4. sexti.

Demonstratio vniuersalior propos. 61. triã. sphær.



SED quia cõtingere potest, vt existẽte angulo BAC, obtuso, arcus perpendicularis AD, faciat alterutrum angulorum BAD, CAD, rectum, propositio autem 61. nostrorum triangulorum sphæric. demonstrata est per propos. 42. eorundem, quæ locum solum habet in triangulo vnicum habente angulum rectum, non autem duos quales esse possunt vel BAD, ADB, vel CAD, ADC, demonstrari poterit eadem propos. 61. quando alter angulorum ad A, rectus est, hoc modo. Sit primum angulus BAD, rectus. Cum ergo & ADB, rectus sit, erunt AB, DB, per propos. 25. nostrorum triang. sphær. quadrantes, ac propterea AD, arcus erit anguli B. Igitur erit, vt sinus anguli recti BAD, ad sinum totum, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi arcus AD, cum vtrobique sit proportio æqualitatis. Est enim idem complementum anguli B, & arcus AD, cum AD, arcus sit anguli B. Sed per propos. 42. nostrorum triangul. sphæric. est, vt sinus anguli DAC, (qui minor semper est recto, cum totus angulus BAC, duobus rectis sit minor, & BAC, rectus ponatur) ad sinum totum, ita sinus complementi anguli C, ad sinum complementi arcus AD: Et conuertendo, vt sinus totus ad sinum anguli DAC, ita sinus complementi arcus AD, ad sinum complementi anguli C. Igitur erit ex æqualitate vt sinus anguli recti BAD, B, ad sinum anguli DAC,

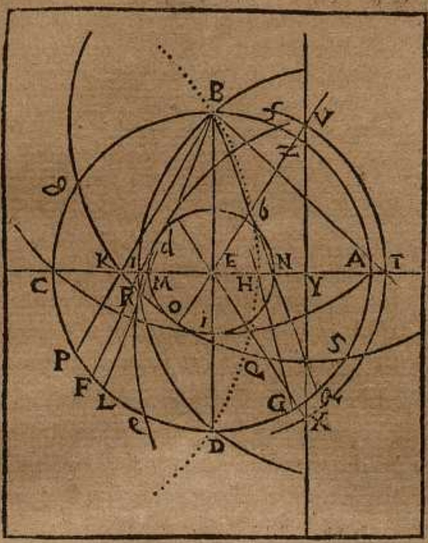
sin. angul. recti BAD.	sin. compl. ang. B.
sinus totus.	sin. compl. arcus AD.
sin. anguli DAC.	sin. compl. ang. C.

ita si-ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C, quod in dicta propoſitio. 61. erat demonſtrandum.

SIT deinde angulus C A D, rectus. Igitur, vt proxime demonſtrauimus, erit vt ſinus anguli recti CAD, ad ſinum anguli BAD, ita ſinus complementi anguli C, ad ſinum complementi anguli B: Et conuertendo, vt ſinus anguli BAD, ad ſinum anguli recti CAD, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C, quod eſt propoſitum. *Tria latera ex trib. angulis elicere.*

INVENTIS arcubus angulorum BAD, CAD, quos arcus AD, ad latus BC, perpendicularis facit, ſit Æquator Aſtrolabij ABCD, circa centrum E, ſuperiori circulo G H I, æqualis, vt facilius arcus angulorum inuenti in eum transferantur, ducanturque duæ diametri BD, AC, ad angulos rectos ſeſe ſecantes. Sumpto autem arcu AF, anguli BAC, qui nimirum arcui GHI, ſuperioris figuræ ſit æqualis, vel certe ſimilis, ſi Æquator ABCD, circulo GHI, non fuerit æqualis deſcriptus, & ducto radio B F, ſecante AC, in I, deſcribatur per B, I, D, maximus circulus B I D, vt fiat angulus ABI, dato angulo BAC, æqualis. Deinde ſumpto arcu AG, anguli CAD, qui videlicet arcui H I, ſuperioris figuræ æqualis ſit, aut ſimilis, ductoque radio B G, ſecante A C, in H, deſcribatur per B, H, D, circulus maximus B H D, vt fiat angulus ABH, angulo CAD, ac proinde reliquus IBH, reliquo BAD, æqualis. Sumpto quoque quadrante GP, dabit radius BP, in recta AC, polum K, circuli BHD. Et quoniam arcus C K, æqualis eſt arcui EH, hoc eſt, complemento anguli A B H, vel C A D, ſuperioris figuræ; quod quadrantes ſint C E, K H; differet complementum anguli A B H, vel CAD, ſuperioris figuræ, à ſemicirculo AC, arcu A K. Si ergo accipiatur A L, arcus anguli A C D, dati in triangulo rectangulo ACD, ſuperioris figuræ, ducaturque radius B L, ſecans AC, in M, erit punctum M, inter A, & K; propterea quod, vt in ſcholio oſtendemus, in triangulo rectangulo ACD, angulus C, minor eſt arcu AK, quo complementum anguli CAD, ſuperioris figuræ, vel anguli ABH, in hac figura à ſemicirculo differt. (Quod ſi angulus C, foret acutus, cuius videlicet arcus eſſet AN, ſi ei æqualis acciperetur C M; caderet adhuc punctum M, inter A, & polum circuli per B, N, D, deſcripti, propterea quod, vt in eodem ſcholio huius Canonis demonſtrabitur, in omni triangulo rectangulo vtervis reliquorum angulorum, nimirum acutus C, ideoque & C M, arcus anguli eiuſdem C, maior eſt complemento alterius, hoc eſt, arcu circuli CEA, à puncto C, vſque ad polum circuli per B, N, D, deſcripti.) Parallelus ergo ex E, per M, deſcriptus totus inter puncta A, K, continebitur; ac proinde ſi per K, circulus KS, deſcribatur parallelum MON, tangens, habebimus propoſitum triangulum BKS, datorum angulorum, vt probabitur. Ita autem per prop. 20. lib. 2. vel per Lemma 41. per K, circulum tangentem deſcribemus. Diuiſa recta inter K, & alterum polum circuli BHD, bifariam in Y, vel quando alter polus nimis procul diſtat, inuento centro Y, trium punctorum B, K, D, quod dictam lineam bifariam diuidet, cum circulus per B, K, D, deſcriptus tranſeat etiam per alterum polum, erigatur ad A C, perpendicularis Y V, in qua centrum circuli deſcribendi exiſtet; quod reperietur hoc modo. Angulo rectilineo BMA, fiat æqualis MBT, cadetque neceſſario punctum T, vltra Y, & parallelus ex E, per T, deſcriptus, ſecabit rectam YV, in punctis V, X, quorum vtrumque centrum eſſe poteſt circuli tangentis; quæ omnia in dicta propoſitione 20. lib. 2. & Lemmate 31. demonſtrauimus. Punctum quidem V, erit centrum, ſi vterque angulorum C, B, datus ſit obtuſus; alias punctum X, centrum erit. Ponamus ergo, vtrumque angulum eſſe obtuſum, & ducta recta VEO, deſcribatur ex V, per K, circulus, qui, vt in dicta propoſ. 20. lib. 2. oſtendimus, circulum MON, in O, continget, ſecabitque circulos BID, ABC, in duobus punctis, nimirũ R, S. Dico BRS, eſſe triangulum propoſitum. Quoniam n. maximus circulus ZEO, tranſit p polos circuli KOS, & Æquatoris, q eius centrum, ac poli, & centrũ Aſtrolabij, ſiue polus Æquatoris, in eadem recta ſint, vt lib. 2. prop. 8. Nu. 19. monſtratum eſt; tranſibunt viciſſim circulus KOS, & Æquator per illius polos, ideoq; S, polus erit circuli maximi ZEO, per polos mundi ducti; ac proinde ZO, arcus erit anguli BSR. Quare cum arcus ZO, quadrante maior ſit, & æqualis arcui AM, anguli C, erit angulus OSR, obtuſus, & æqualis angulo C. [a] Et quoniã angulus BQS, rectus eſt, ideoq; recto ADC, æqualis; erũt tres anguli trianguli BQS, trib. angulis trianguli ADC, ſuperioris figuræ æquales; atq; idcirco p prop. 19. noſtror. triang ſphær. & latus BS, lateri AC, & latus PQ, lateri AD, & latus QS, lateri DC, æquale erit. Rurſus quia in triãgulo B Q R, duo anguli B, Q, duob. angulis A, D, in triangulo ADB, æquales ſunt, latuſque adiacens B Q, lateri adiacenti A D, oſtenſum eſt æquale; erit per prop. 20. noſtror. triang. ſphær. & latus BR, lateri AB, & latus QR, lateri DB, æquale, atq; angulus R, angulo B. Totum ergo triangulũ BRS, toti dato triangulo ABC, æquilaterũ eſt, & æquiangulũ. Latus autem B S, notum eſt, tanquam pars Æquatoris; alia vero duo cognoſcentur per rectas ex eorum polis per puncta extrema emiſſas: qui poli ſic inuenientur. Sumpto quadrante F a, dabit radius B a, in AC, polum N, circuli B R. Deinde quia maximus circulus KS, ducitur per K, S, polos maximorum circulorum BHD, ZO, (oſtenſum enim fuit, S, polum eſſe ipſius ZO) tranſibunt hi viciſſim per illius polos, ideoque polus circuli KS, erit punctum b, vbi circuli ZO, BQ, ſe interſecant. *a 13.1.The.*

QVOD ſi anguli C, B, ponantur acuti, deſcribendus erit circulus ex X, per K, qui tanget circulum MON, in extremo puncto rectæ ex X, per E, extenſæ, facietq; cum Æquatore angulum acutũ angulo C, æqualem, cum eius arcus minor tunc ſit quadrante, &c.



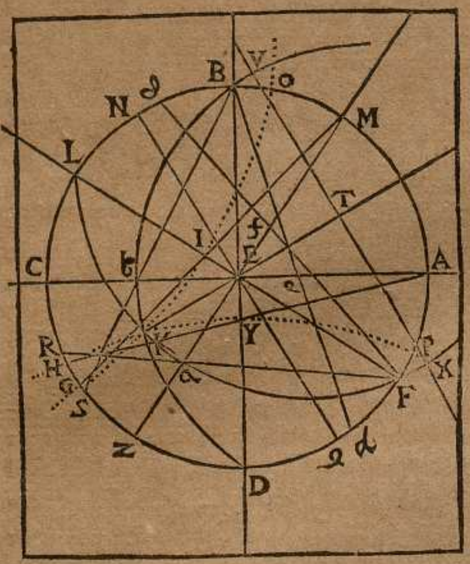
Probl 18.

XVIII. OMNES ANGVLI TRIanguli obliquanguli.

E X omnibus lateribus.

Tres angulos ex trib. lateribus eruere.

I N Æquatore ABCD, cuius centrum E, & duæ diametri ſ. ſe ad rectos angulos ſecantes AC, BD, ſumantur tres arcus tribus datis lateribus æquales BF, BH, FG, Circa polum B, vel D, per propoſ. 18 lib. 2, deſcribatur maximo circulo AC, per mundi polos ducto parallelus HYP, per punctum H: quod ſic fiet. Ducta recta AH, ſecante BD, in Y, ſumatur arcui CH, æqualis arcus AP Nam circulus per tria puncta H, Y, P, centrum habens in recta BD, parallelus erit maximi circuli AC, per H, deſcriptus. Rurſus ducta diametro FL, quam ad rectos angulos ſecet MZ, deſcribatur circa polum F, vel L, maximo circulo MZ, per polos mundi ducto parallelus OIG, per punctum G, hoc modo. Ducta recta MG, ſecante FL, in I, ſumatur arcui ZG, æqualis arcus MO, ac per tria puncta O, I, G, circulus OIG, centrum habens in recta FL, deſcribatur, qui parallelus erit maximi circuli MZ; quæ omnia lib. 2. propoſ. 18. Num. 5. demonſtrauimus. Secabunt autem ſe mutuo duo hi paralleli, ſi problema poſſibile eſt, in puncto K. Si igitur per tria puncta F, K, L, maximus circulus deſcribatur FKL, & per tria puncta B, K, D, alius BKD, erit propoſitum triangulum BFK, cum latus BF, ſit vnum ex datis, & BK, ex definitione poli æquale alteri dato lateri BH, & FK, tertio lateri dato FG, æquale. Anguli huius trianguli ſic reperientur. Ductis radijs FaR, Bbſ, dabit arcus MR, magnitudinem anguli BFK, & arcus AS, quantitatem anguli FBK. Denique ducta recta KE, quam ad rectos angulos ſecet diameter NQ, ſi trium punctorum N, K, Q, centrum reperiatur T, & ad KT, perpendicularis excitetur TV, metietur arcus KV, angulum VKT, & arcus KX, angulum XKT, vt lib. 2. prop. 15. Num. 3. monſtratum eſt. Si igitur arcui KV, adijciatur arcus ſimilis arcui KX, habebitur arcus totius anguli BKF.



Probl 19,

XIX. LATVS CVM DVOBVS ANGVLIS ADIAcentibus in triangulo obliquangulo.

E X reliquis duobus lateribus, & angulo ab ipſis comprehenſo.

Latus cum adiacētib. duob. ang ex duob. reliquis laterib. & angulo cōprehenſo colligere.

I N antecedentis problematis figura ſit vnum ex datis lateribus BF. Sumpto autem arcu dati anguli AS, ductoque radio BS, ſecante AC, in b, deſcribatur per tria puncta B, b, D; circulus maximus, vt datus angulus ſit ABb. Deinde ſumpto quadrante Sd, ducatur radius Bd, ſecans AC, in e, polo circuli BbD, vt ex ijs conſtat, quæ lib. 2. propoſ. 8. Num. 17. demonſtrauimus. Si igitur accipiatur arcus BH, alteri dato lateri æqualis, & ex e, polo recta emittatur eH abſcindetur ex circulo BbD, arcus BK, æqualis arcui BH hoc eſt, alteri lateri dato. Poſtremo ducta diametro FL, quam ad angulos rectos ſecet diameter MZ, & per tria puncta F, K, L, deſcripto maximo circulo FKL, centrum habente in recta MZ, conſtructum erit propoſitum triangulum BKF, cum duo latera data ſint BF, BK, vna cum angulo FBK, ab ipſis comprehenſo. Iam ducta recta FaR, ſumptoque quadrante Rg, ſi ducatur recta Fg, ſecabitur MZ, in f, polo circuli FKL. Recta ergo fK, abſcindet arcum Æquatoris FG, lateri quæſito FK, æqualem. Anguli autem BFK, BKF, cognoſcentur, vt in præcedenti problemate.

N O N aliter problema ſoluetur, ſi datus angulus ſit acutus. Sit enim vnum ex datis lateribus BL, & CS, arcus dati anguli acuti. Ducto ergo radio BS, ſecante AC, in b, conſtituet circulus per tria puncta B, b, D, deſcriptus angulum datum LBb, acutum. Sumpto deinde altero latere dato BH, ſi ex e, polo circuli BbD, ducatur recta eH, abſcindetur arcus BK, huic alteri dato lateri BH æquale. Ducta poſtremo diametro LF, quam ad angulos rectos ſecet MZ, ſi per tria puncta L, K, F, circulus maximus deſcribatur, conſtructum erit triangulum propoſitum BLK. Recta autē fK, ex polo f, circuli KL, emiſſa auferet arcum LH, quæſito lateri LK, æquale. Anguli ad L, K, inuenientur vt prius, quemadmodū lib. 2. prop. 15. traditum eſt. Angulus n. BLK, inuento angulo BFK, æqualis eſt: Et ſi inuentus angulus BKF, ex duobus rectis tollatur, reliquus erit quæſitus alter angulus BKL.

Probl 20.

XX. DVO LATERA CVM ANGVLO AB IPSIS comprehenſo in triangulo obliquangulo.

E X reliquo latere, & duobus angulis illi adiacentibus.

Duo latera, & angulū ab ipſis cōtentum ex reliquo latere, & angulis ei adiacentib. peruestigare.

I N eadem figura problematis 18. ſit datum latus BF, à cuius extremis ductæ ſint diametri BD, FL, quas ad rectos ſecent angulos aliæ diametri AC, MZ: ſitq; AS, arcus anguli ad B, cōſtituendi, & MR, anguli conſtituendi ad F. Ductis igitur radijs BS, FR, ſecantibus AC, MZ, in b, a, ſi tam per tria puncta B, b, D, quam per tria F, a, L, maximus circulus deſcribatur, conſtructum erit triangulum propoſitum BFK, cum habeat datum latus BF, cum duobus datis angulis adiacentibus FBK, BFK. Hos etenim angulos metiuntur arcus AS, vel Ab, & MR, vel Ma, vt lib. 2 prop. 15. oſtendimus. Inuentis autem e, f, polis circulorum BbD, FaL, (quod fiet, ſi ſumptis quadrantibus Sd, Rg, radij egrediantur Bd, Fg, ſecantes AC, MZ, in e, f, polis, vt conſtat ex propoſ. 8. Num. 17 lib. 2.) recta eK, abſcindet arcum BH, lateri BK, & recta fK, arcum FG, lateri FK, æqualem. Angulus vero BKF, notus fiet, vt in problem. 18. cum arcus KV, metiatur eius partem VKT, & arcus KX, eius alteram partem XKV, &c.

Probl. 21.

XXI. DVO LATERA CVM VNO ANGVLO VNI EOrum oppoſito in triangulo obliquangulo.

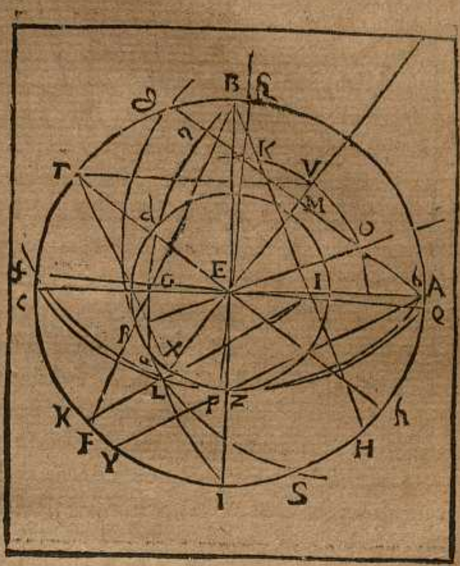
E X reliquis duobus angulis, & reliquo latere, quod vni eorum opponitur, ſi modo conſtet ſpecies lateris quæſiti alteri angulo dato oppoſiti.

SIT

SIT Æquator ABCD circa centrum E, cum diametris AC, BD, sese ad rectos angulos secantibus. Sumpto arcu AF, alterutrius angulorum datorum, qui nunc obtusus ponatur, ductoque radio BF, secante AC, in G, describatur per B, G, D, circulus, vt datus angulus sit ABG. Sumpto quoque quadrante FH, iungatur radius BH, secans AC, in I, polo circuli BGD. Sit rursum arcus BK, dato lateri æqualis, iungaturque recta IK, quæ abscindet latus datum BL, æquale nimirum arcu BK. Post hæc sumpto arcu BY, alterius anguli dati, ductoq; radio AY, secante BD, in Z, describatur circulus per A, Z, C, vt fiat angulus BAZ, alteri huic angulo dato æqualis. Descripto deinde ex E, per Z, parallelo ZR, extra quem necessario punctum L existet, si problema possibile est. Et si quidem datum latus BL, quadrante sit maius, ac parallelus circulum BGD, secet, vt in d, e, necesse est posteriorem datum angulum obtusum esse, & maiorem dato priore angulo ABG, constareque debet omnino species arcus angulo ABG, oppositi: si vero nō secet, poterit posterior datus angulus esse vel obtusus, vel acutus, problemaque soluetur, etiamsi non constet species arcus oppositi angulo ABG. At vero si datum latus sit quadrante minus, nimirum DL, & parallelus circulum BGD, secet, necesse est posteriorem angulum datum esse acutum, debetque species constare arcus, qui angulo obt. so dato ABG, opponitur. Si autem non secet, poterit posterior angulus datus esse vel acutus, vel obtusus, & necesse non erit, vt species arcus angulo CDG, oppositi detur.

Duo latera, & angulum vni eorum oppositum, ex duob. reliquis angulis, & reliquo latere vni eorum opposito, perscrutari Casus varij problem.

QVOD si datus angulus primo loco constitutus CBG fuerit acutus, & datum latus BL, maius quadrante, atque parallelus circulum BGD, intersecet, erit alter angulus datus obtusus necessario, debebitque constare species lateris, quod dato angulo CBG, opponitur. Si vero parallelus circulum non secet, poterit posterior angulus datus esse vel obtusus, vel acutus, & necesse non erit dari speciem lateris angulo dato CBG, oppositi. At si datum latus sit minus quadrante, nimirum DL, si quidem parallelus circulum secet, necesse est datum posteriorem angulum esse acutum, constareque debet species lateris dato angulo CBG, oppositi. Si vero non secet, poterit posterior datus angulus obtusus esse, vel acutus, problemaque soluetur, licet species lateris dato angulo CDG, oppositi non detur, quæ omnia demonstrabimus.



SECET ergo primum parallelus per Z, descriptus circulum BGD, eritque tunc necessario datus alter angulus BAZ, obtusus, & maior priore angulo dato ABG. Arcus enim per L, descriptus efficiens cum Æquatore angulum æqualem posteriori huic dato angulo, tangere debet parallelum per Z, descriptum, quem etiam tangit circulus AZC, vt constat ex 1. theor. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. propterea quod hi duo circuli efficientes æquales angulos, æqualiter inclinantur ad Æquatorem. Cum ergo per L, duo circuli maximi tangentes describi possint, vnus quidem tangens in P, & alter tangens in R, vt mox docebimus, secabit vterque semicirculum BAD, in punctis Q, S, infra punctum L, productus; eo quod supra punctum L, versus B, productus arcum BL, ante punctum B, neuter secare potest: alias esset BL, arcus semicirculo maior; [a] cum maximi circuli se mutuo bifariā secent. Igitur tam angulus BQL, quā BSL, obtusus erit, obtusoq; BAL, æqualis, sed maior obtuso dato angulo ABL ꝙ anguli BAZ, arcus BZ, maior sit arcu AG, anguli ABL, quia & portio rectæ AC, inter A, & parallelū iuxta G, (ꝗ ipsi BZ, æqualis est) maior est, ꝗ AG. Quoniam ergo duo triangula constituta sunt BQL, BSL, cuius duo anguli ad B, Q, vel ad B, S, dati sunt, vna cum latere BL, opposito angulo Q, vel S; nisi constet species lateris LQ, vel LS, quorum illud quadrante maius est, & hoc minus, (Nam cum angulus externus BQL, interno BSL, æqualis sit, erunt per propos. 15. nostrorum triang. sphær. LQ, LS, semicirculo æqualia. Cum ergo per Theor. 4. scholij propos. 21 lib. 2. Theod. arcus LS, minor sit arcu LQ, eo quod ex L, puncto intra peripheriam Æquatoris sumpto tres arcus cadētes LK, LS, LQ, inæquales sunt, minimus quidem LY, & LS, minor quam LQ; erit LS, quadrante minor, & LQ, maior) incerti erimus, vtrum triangulorum accipere debeamus. Quod si constiterit latus angulo ABL, dato oppositum debere esse quadranre maius, describendus erit per L, circulus tangens LPQ, per punctum P, versus Z; si vero idem latus quadrante debeat esse minus, describendus erit circulus tangens RLS, per punctum R, tangens ad partes e; d. Ita autem vtrumq; circulum tangentem, per ea, quæ lib. 2. propos. 20. & in Lemmate 41. demonstrata sunt, describemus. Ducta recta ex L, per E, inuentoque in ea puncto ipsi L, opposito, secetur recta inter ea puncta opposita bifariam in M; vel ducatur ad EL, perpendicularis diameter Th, & trium punctorum T, L, h, centrum reperiatur M, quod dictam rectam secabit bifariam, cum maximus circulus per T, L, h, descriptus transeat necessario per punctum oppositum: atque ex M, excitetur perpendicularis MN. In hac enim centrum vtriusque circuli tangentis existit, quod sic inuenietur. Iuncta recta TX, fiat angulo TXE, æqualis angulus XTV; cadetque necessario punctum V, vltra M, vt in Lemmate 41. ostensum est. Descripto ergo ex E, per V, parallelo secante MN, in N, & O, erit N, centrum circuli per L, descripti tangentisque parallelum ZR, in P, puncto extremo iunctæ rectæ NEP; at vero O, centrum erit circuli per L, descripti, tangentisque eundem parallelum ZR, in R, puncto extremo iunctæ rectæ OER, vt in dicto Lemmate 41. demonstrauimus.

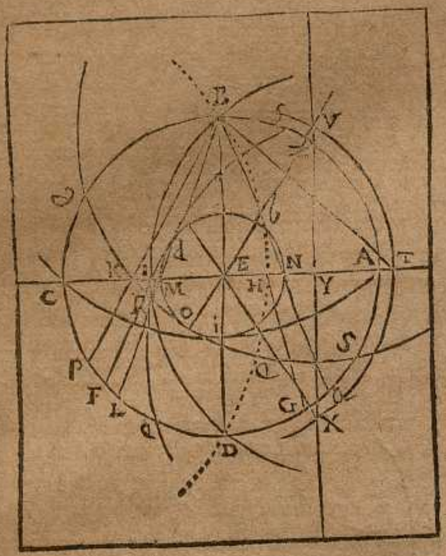
a 11. 1. Theo.

DEINDE in figura secunda problematis 17. constituto rursum dato angulo obtuso ABR, & abscisso arcu BR, dato lateri æquali, constructoque angulo obtuso BAi, vel acuto DAi, æquali alteri dato angulo, non secet parallelus per i, descriptus circulum BID. Dico in hoc casu posteriorem datum angulum posse esse vel acutum, vel obtusum, propterea quod duo circuli tāgentes parallelum versus centrum E, secant semicirculū BAD, & vicinior puncto B, facit versus B, angulum acutum BtR, remotior vero angulum obtusum BSR. Itaque

non est

non est opus dari speciem lateris angulo ABR, oppositi. Nam si alter datus angulus est obtusus, describendus erit circulus maximus tangens R O S, si vero datus angulus acutus est, circulus tangens R d f, describendus est. Nam tam angulus B S R, obtuso angulo B Ai, quam angulus B f R, acuto angulo D Ai, æqualis erit, cum circuli AiC, fRe, ROS, similiter ad Æquatorem inclinentur. Neque vero alius arcus præter Rf, duci poterit faciens angulum obtusum æqualem ipsi BAi, qui cum arcu BR, in R, angulum constituat versus E. Tangens enim circulus f R e, secat Æquatorem in alio semicirculo B C D, vt in puncto e. Ita quoque tangens circulus SR, secat Æquatorem in g. Ergo quando posterior datus angulus est obtusus, triangulum propositum erit BRS, si vero acutus, triangulum B R f.

IAM vero sit datus angulus obtusus in 1. figura huius problematis constructus ADG, & datum latus DL, quadrante minus. Si igitur eadem fiant, quæ prius, si quidem parallelus ZR, circulum BGD, secet, erit triangulum propositum vel DLQ, vel DLS, semperque datus posterior angulus LQD, vel LSD, acutus erit, & æqualis dato acuto D A Z. Igitur necesse est, notam esse speciem lateris dato obtuso angulo ADL, oppositi, vt quando maius est quadrante, triangulum D L Q, sumatur, si vero quadrante minus, triangulum DLS.



SI vero in secunda figura problematis 17. datus angulus obtusus constructus sit A D R, & datum latus D R, quadrante minus, & parallelus non secet circulum BLD, erit propositum triangulum vel D R f, habens angulum alterum datum D f R, obtusum, vel triangulum DRS habens angulum DSR, acutum. Vbi etiam necesse non est dari speciem arcus dato angulo obtuso ADR, oppositi.

SED sit in 1. figura huius problematis sit datus angulus acutus constructus C B G; & datum latus BL, maius quadrante, secetque parallelus circulum BGD, &c. Erit ergo triangulum propositum vel B L f, vel B L g, habens semper posteriorem angulum datum B f L, vel BgL, obtusum. Nisi ergo detur species lateris oppositi angulo acuto C B L, dato, ambigemus, an sumendum sit latus L g, quadrante maius, an vero L f, quadrante minus, &c.

At si eadem ponantur, sed parallelus circulum non secet, vt in 2. figura problematis 17 in qua constitutus angulus datus acutus est CBI, & datum latus quadrante maius B R, poterit triangulum propositum esse vel BRe, habens posteriorem datum angulum ReB, acutum, vel triangulũ BRg, habẽs datũ alterum angulũ BgR, obtusum, neq; opus est, vt species lateris Re, vel Rg, data sit.

QVOD si in 1. figura huius problematis detur iterum acutus angulus CDG, sed datum latus DL, minus quadrante, & parallelus circulum secet, erit triangulum propositum DfL, vel DgL, habens semper posteriorem angulum datum D f L, vel DgL, acutum. Constare ergo debet, an sumendus sit arcus Lg, quadrante maior, an vero Lf, quadrante minor.

DENIQVE si in 2. figura problematis 17. datus sit angulus acutus C D I, & datum latus D R, minus quadrante, & parallelus circulum non secet, erit propositum triangulũ vel DRe, habens posteriorem datum angulum DeR, obtusum, vel triangulum DRg, habens posteriorem datum angulum DgR, acutum; neq; requiritur, vt species lateris Re, vel Rg, dato acuto angulo CDR, opposito detur.

Quibus in casib. problema ambiguũ sit, & in quibus non.

EX his omnibus liquet, quando vnus datorum angulorum constituitur vel in B, vel in D, siue obtusus, siue acutus, si quidem alterius dati anguli complementum maius fuerit complemento prioris, vt fit in 1. figura huius problematis, necesse esse, vt species lateris priori dato angulo oppositi detur: si autem minus, non esse necesse, vt in 2. figura problematis 17. perspicuum est. Nam in 1. figura huius problematis EZ, complementum posterioris anguli dati maius est, quam E G, complementum prioris: In 2. autem figura problematis 17. complementum posterioris anguli, nimirum E i, minus est arcu E I, qui complementum est prioris anguli.

IN omnibus autem casibus prædictis est vnum laterum quæsitorum, arcus Æquatoris, ideoque cognitum, alterum vero cognoscetur, si eius polus reperiatur, vt in præcedentibus dictum est. Tertius quoque angulus notus fiet, quemadmodum in alijs problematibus. Vt in 1. figura huius problematis angulus B L Q, cognoscetur, cum eius partem BLE, metiatur arcus L a, alteram autem partem Q L E, arcus Lb, statuendo punctum b, in intersectione rectæ a M, cum arcu LQ. Quare si arcui La, adijciatur arcus similis arcui Lb, conflabitur arcus totius anguli quæsiti BLQ. &c.

Probl. 22.

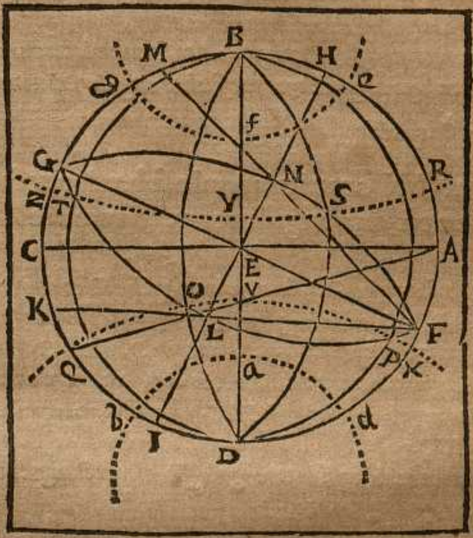
XXII. DVOS ANGVLOS CVM VNO latere vni eorum opposito in triangulo obliquangulo.

Duos angulos, & vnũ latus vni eorũ oppositũ ex duobus reliquis laterib. & reliquo angulo vni eorũ opposito. inquirere.

EX reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur, si modo constet species anguli quæsiti alteri lateri dato oppositi.

SIT Æquator ABCD, circa centrum E, vt prius: Datum autem vnum latus sit B F. Constituatur ad F, angulus datus, qui primum sit obtusus, quod sic fiet. Ducta diametro FG, quam ad rectos angulos secet HI, accipiatur arcus dati anguli obtusi H K, ductoque radio F K, secante H I, in L, constituet circulus per tria puncta F, L, G, descriptus maximus angulum datum H F L. Sit quoque alterum latus datum B Q, quadrante maius, & per Q, describatur maximo circulo A C, parallelus X V Q, vt lib. 2. propos. 18. ad initium Num. 5. traditum est, hoc vi-hoc videlicet pacto. Ducto radio A Q secante BD, in V, sumatur arcus AX, arcui C Q, æqualis. Circulus enim per tria puncta X, V, Q descriptus erit dictus parallelus, qui secet circulum FLG, in punctis O, P. Tam ergo maximus circulus per tria puncta B, O, D, quam per tria puncta B, P, D, descriptus problema perficiet. Nam in triangulo BOF, data sunt duo latera BF, BO, (cum BO, arcus arcui BQ, æqualis sit ex defin. poli) cum angulo B F O, dato lateri BO, opposito. Item in triangulo BPF, dato sunt duo latera BF, BP, (quod & arcus BP, arcui BQ, ex defin. poli æqualis sit) cum eodem angulo BFP, data lateri BP, opposito. Nisi ergo constet species anguli alteri dato lateri B F, oppositi, ambigui erimus, vtrum datorum triangulorum accipere debeamus. Quoniam enim æqualia sunt latera BO, BP, ex defin. poli, & quadrante maiora, erunt per propos. 25. nostror. triang. sphær. duo anguli BOP, BPO, obtusi, ideoque BPF, acutus. Si igitur constet, angulum dato lateri BF, oppositum debere esse obtusum, sumendum erit maius triangulum B O F, minus vero B P F, si constet, eundem angulum esse acutum. Quod si secundum latus datum esset minus quadrante, fierent duo anguli BOP, BPO, acuti, ideoque B P F, obtusus, &c. Atque ita, quotiescunque parallelus per extremum punctum secundi lateris dati descriptus secat intra Æquatorem circulum, qui cum Æquatore datum angulum in extremo puncto primi lateris dati constituit, duobus in locis, ambiguum erit problema, nisi species anguli, qui primo dato lateri opponitur, cognita sit. *Quãdo problema sit ambiguũ, & quando non.*

SI vero dictus parallelus dictum circulum in vno tantum puncto intra Æquatorem secet, vel contingat, non erit ambiguum problema, cum vnum tantum triangulum tunc constitui possit. Vt si primum datum latus sit B F, vt prius, & datus angulus acutus, cui æqualis constituatur B F N, (quod fiet, si sumpto HM, arcu dati anguli, radius iungatur FM, secans HI, in N, & per tria puncta F, N, G, circulus describatur) datum autem secundum latus sit B R, minus quadrante, per cuius extremum R, maximo circulo AC, parallelus describatur RYZ, secans circulum F N G, intra Æquatorem in vno tantum puncto S; ac denique per tria puncta B, S, D, circulus maximus describatur: constitutum erit solum vnum triangulum propositum B F S. Nam in altero puncto sectionis paralleli R Y Z, extra Æquatorem versus Z, non constituetur triangulum: quia latus à puncto F, per N, vsque ad illam sectionem maius est semicirculo. Sic etiam si datum primum latus sit B F, quadrante maius, & datus angulus obtusus B F L; datum autem secundum latus sit B R, minus quadrante, secabit parallelus R Y Z, circulum FLG, in vno tantum puncto T. Quare vnicum tantum triangulũ tunc datum constituetur BFT.



EODEM modo si datum latus primum sit quadrante minus BG, & datus angulus acutus BGN, datũ autem latus secundum BZ, minus quoq; quadrante; secabit rursum parallelus Z Y R, circulum G N F, in vno tantum puncto S, vnicumque triangulum propositum B G S, constituetur. At si primum latus BG, datum sit minus quadrante, sed datus angulus obtusus B G L, & datum secundum latus B X, quadrante maius, secabit parallelus XVQ, circulum GLF, in duobus punctis O, P, intra Æquatorem, ideoq; duo triangula constituentur BGO, BGP. Quare nisi detur species anguli qui dato lateri BG, opponitur, ignorabitur, vtrum triangulorum assumendum sit.

SI quando contingat parallelum per extremũ punctum secundi lateris descriptum non secare circulum, qui angulum datum efficit, intra Æquatorem, problema impossibile est, quod nimis magnum, vel paruum acceptum sit secundum latus. Vt si primum latus datũ sit B F, & secundum B d, & datus angulus siue obtusus BFL, siue acutus B F N, problema solui non potest; quia parallelus d a b, neutrum circulorum FLG, FNG, secat intra Æquatorem. Eadem de causa impossibile erit problema, si primum latus sit datum BG, vel BF, & secundum B g, siue angulus datus in G, vel F, constitutus sit obtusus, siue acutus; quia parallelus g f e, neutrum circulorum intersecat intra Æquatorem. *Quãdo problema sit impossibile.*

QVÆSITVM reliquum latus, nimirum FO, vel FP, in alterutro triangulorum BFO, BFP, notum fiet, vt in præcedentibus, si polus inueniatur circuli cuius dictum latus portio existit. Reliqui vero duo anguli cognoscentur, etiam per ea, quæ lib. 2. prop. 15. scripsimus, sicut & in antecedentibus dictum est.

SCHOLIVM.

QVONIAM anguli, & latera triangulorum sphæricorum debent habere certam quandam quantitatem, vt ex illis triangulum sphæricum constitui possit, vt ex præcedentibus problematibus colligitur, (quamuis in rebus Astronomicis semper talia triangula proponantur, quæ re ipsa in sphæra existunt, & nõ finguntur ad libitum) placet hoc loco pauca quædam theoremata hac de re demonstrare, vt iudicare possimus, num triangulum quodpiam propositum fictitium sit, an vere in natura existat: hinc exordientes. *Theoremata varia de magnitudine angulorum ac laterũ triangulorũ sphæricorum.*

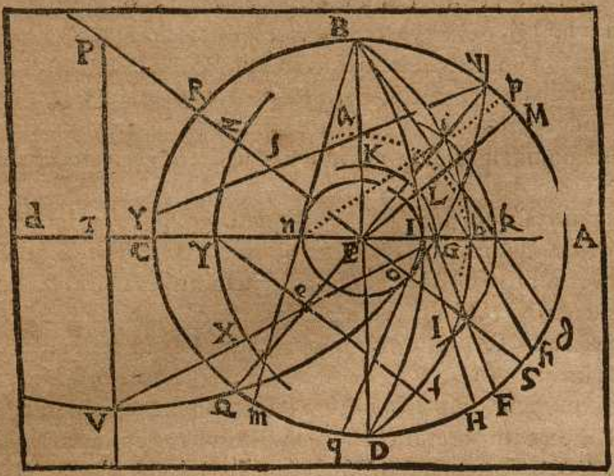
1. IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius nullus arcuum sit quadrans: angulus lateri, quod quadrante minus est, oppositus acutus est, & ipso latere maior; oppositus vero lateri, quod maius est quadrante, obtusus est, & ipso latere minor. *Theor. 1.*

REPETATVR figura problematis 5. sintq; primum duo latera AG, AN, circa angulum rectum BAE, quadrante minora, & ducta diametro N Q, describatur per tria puncta N, G, Q, circulus maximus, vt triangulum sphæricum constituatur AGN; eritq; angulus ANG, lateri A G, oppositus, acutus; quod eius arcus SO, quem recta RS, ad NQ, perpendicularis refert,

 quadran-

quadrante minor sit: id quod etiam ex scholio propos.28.nostrorum triang.sphær.constat. Cum enim duo latera AG, AN, quadrante sint minora, erit per illud scholium, vterque angulorum GN, acutus. Dico eundem angulum, hoc est, eius arcum SO, maiorem esse latere AG. Descriptus namque ex E, per O, parallelus OI, cum circulum NOQ, tangat in O, ex scholio propos.13. lib.3.Euclid. secabit AE, inter E, & G. Cum ergo AI, ipsi SO, æqualis sit, constat SO, arcum anguli ANG, maiorem esse latere AG.

SIT deinde latus AG, quadrante minus, sed AQ, quadrante maius, circa rectum angulum DAE; & ducta diametro QN, describatur per tria puncta Q, G, N, circulus maximus, vt sphæricum triangulum construatur AGQ, in quo angulus AQG, lateri AG, oppositus, acutus erit, propterea quod eius arcus SO, quadrante minor est. Ostendemus iam, vt prius, eundem angulum, id est, eius arcum SO, maiorem esse latere AG.



RVRSVS duo latera CG, CN, circa rectum angulum BCE, sint quadrante maiora, & ducta diametro NQ, eadem construantur, quæ prius. Erit angulus CNG, in triangulo CGN, lateri CG, oppositus, obtusus, ob eius arcum RO, quadrante maiorem; sed eius arcus RO, hoc est, CI, minor erit latere CG, opposito.

DENIQVE latus CG, sit maius quadrante, & CQ, minus, circa rectum angulum DCE, atque eadem fiant. Erit rursum angulus CQG, lateri CG, oppositus, obtusus; ob eius arcum RO, quadrante maiorem; sed eius arcus RO, id est, CI, latere CG, minor erit. Itaque si in triangulo aliquo sphærico rectangulo latus vnum circa rectum angulũ contineat gr.40. necesse est, angulum oppositum esse acutum, maiorem tamen, quam grad.40. Et si angulus dicatur esse grad.40. oportet latus oppositum minus esse, quam gr.40. At si vnum laterum complectatur grad.130. erit necessario angulus oppositus, obtusus, minor tamen, quam grad.130. Et si alter angulorum non rectorum ponatur esse grad.130. erit latus oppositum maius, quam grad.130.

Theor.2. 2. IN omni triangulo sphærico rectangulo omnes tres anguli quatuor rectis sunt maiores, hoc est, duo anguli non recti minores sunt tribus rectis, siue gradibus 270.

IN triangulo ABC, sit angulus A, rectus. Dico duos reliquos angulos ABC, ACB, tribus rectis minores esse. Productis n. lateribus AB, AC, circa angulum rectum, donec concurrant in D, efficianturque semicirculi ABD, ACD; erit per propos.13. nostrorum triang.sphær. angulus quoque D, rectus. Cum ergo tam duo ABC, DBC, quam duo ACB, DCB, per propos.5. eorundem triangulorum sint duobus rectis æquales; erunt omnes sex anguli A, D, ABC, DBC, ACB, DCB, sex rectis æquales. Igitur cum tres anguli in triangulo DBC, per propos.31. eorundem triang. sint duobus rectis maiores, erunt reliqui tres anguli in triangulo ABC, quatuor rectis minores; ac proinde existente A, recto, reliqui duo ABC, ACB, tribus rectis, hoc est, gradibus 270. erunt minores. Itaq; si in triangulo sphærico rectangulo vnus angulorum non rectorum statuatur grad.150. erit necessario alter minor, quam grad.120.

Theor.3. 3. IN triangulo sphærico rectangulo Isoscele, si duo æquales anguli sint acuti, erit vterq; semirecto maior: si vero obtusi, recto cum semisse minor.

SINT primum in Isoscele DBC, cuius angulus D, rectus, duo anguli B, C, acuti. Dico vtrumq; esse semirecto maiorem. Quoniam enim omnes tres sunt duobus rectis maiores, ex propos.31. triang.sphær. erunt duo B, C, vno recto maiores. Cum ergo æquales sint, erit vterlibet semirecto maior.

SINT deinde in Isoscele ABC, cuius angulus A, rectus, duo anguli B, C, obtusi. Dico vtrumque minorem esse recto cum semisse. Cum enim omnes tres sint, per theor.2. quatuor rectis minores, & duo B, C, tribus rectis minores; sint autem hi duo æquales, erit quilibet minor vno recto cum semisse. Itaq; in quolibet triangulo sphærico Isoscele erit vterq; æqualium angulorum maior, quam grad.45. sed minor quam grad.135.

Theor.4. 4. IN omni triangulo sphærico rectangulo vterlibet angulorum non rectorum maior est complemento alterius.

SINT primum in triangulo DBC, cuius angulus D, rectus, duo anguli B, C, acuti. Dico angulum B, maiorem esse complemento angulo C. Quoniam enim duo anguli B, C, maiores sunt vno recto, cum omnes tres duobus sint rectis maiores, & angulus C, cum suo complemento æquiualet tantum vni recto; perspicuum est angulum B, maiorem esse complemento anguli C. Eademq; de causa erit angulus C, maior complemento anguli B.

SIT deinde in triangulo DBE, angulus D, rectus; DBE, obtusus, & DEB, acutus. Vbi liquido constat, obtusum angulum maiorem esse complemento acuti E, cum hoc complementum sit angulus acutus. Dico angulum E, maiorem quoque esse complemento anguli obtusi DBE. [a] 15.1.Theo. *Per polum enim arcus DB, intelligatur descriptus arcus maximi circuli BC,* [a] *eritque angulus DBC, rectus, ideoque angulus CBE, acutus erit, & complementum obtusi anguli DBE, quo maiorem dico esse acutum angulum DEB. Quia enim duo anguli D, DBC, recti sunt, erunt DC, BC, quadrantes, per propos.25. nostrorum triang.sphær. ideoque*

que arcus C E, quadrante minor, quod latus D E, per prop. 2. eorundem triang. sit semicirculo minus. Igitur in triangulo BCE, cum latus B C, maius sit latere CE; erit per propos. 11. eorundem triang. angulus DEB, maior angulo CBE.

IAM vero si vterque angulorum ABC, ACB, in triangulo ABC, cuius angulus A, rectus, sit obtusus, liquet vtrumlibet maiorem esse alterius complemento, cum huiusmodi complementum sit angulus acutus. Itaque si in triangulo rectangulo vterque angulorum non rectorum sit acutus, & vnus statuatur grad. 50. erit necessario alter maior, quam grad. 40. Si vero vnus sit acutus, & alter obtusus; si quidem acutus ponatur grad. 50. erit omnino obtusus minor quam grad. 140. quia complementum grad. 140. complectitur grad. 50. quo complemento maior esse debet datus angulus grad. 50. Sic si obtusus angulus ponatur grad. 140. necesse est, acutum maiorem esse, quam grad. 50. vt maior esse possit complemento anguli obtusi.

5. IN omni triangulo sphærico rectangulo vteruis reliquorum angulorum non rectorum minor est angulo, quo complementum alterius à duobus rectis, id est, à semicirculo differt. Theor. 5.

IN triangulo DBC, sit angulus D, rectus. Si igitur alter angulorum, nimirum B, acutus sit, quicquid sit de altero C, liquido constat, angulum B, minorem esse eo, quo complementum anguli C, à semicirculo differt. Nam cum hoc complementū sit quadrante minus, erit differentia inter ipsum & semicirculum quadrante maior.

SI vero in triangulo ABC, angulus A, sit rectus, & vterque B, C, obtusus, erit vterque B, C, in triangulo D B C, acutus. Et quia acutus DBC, per theor. 4. maior est cōplemento acuti DCB, hoc est, complemento obtusi ACB, quod duo anguli ad C, idē habeant complementum, efficitque tam hoc complementum cum differentia, qua à semicirculo differt, quam acutus angulus D B C, cum obtuso ABC, semicirculum, id est, duos rectos; si inde auferatur complementum obtusi anguli ACB, & hinc acutus angulus DBC, qui illo complemento maior est: reliquus erit angulus obtusus ABC, minor quam differentia, qua complementum alterius anguli obtusi ACB, à semicirculo differt. Eademque ratione minor ostendetur obtusus angulus ACB, quam differentia inter complementum obtusi anguli ABC, & semicirculum.

SI denique in eodem triangulo ABC, angulus B, sit acutus, ideoque DBC, obtusus; & C, obtusus, ideoque D C B, acutus; iam initio huius theorematis dictum est, acutum ABC, minorem esse differentia inter complementum anguli obtusi ACB, & semicirculum. Esse autem & obtusum ACB, minorem differentia inter complementum acuti ABC, & semicirculum, sic patebit. Quoniam acutus DCB, per theorema 4. maior est complemento obtusi DBC, hoc est, complemento acuti ABC, quod idem sit complementum vtriusque anguli ad B, efficitque complementum hoc cum differentia inter ipsum, ac semicirculum AB C, duos rectos, siue semicirculum; efficiet acutus DCB, cum eadem differentia maiores duobus rectis. Cum ergo DCB, acutus cum obtuso ACB, conficiat tantummodo duos rectos, erit obtusus ACB, minor, quam prædicta differentia inter complementum acuti anguli ABC, ac semicirculum. Itaque si in triangulo rectangulo vterque reliquorum angulorum non rectorum ponatur obtusus, & vnus sit grad. 130. erit necessario alter minor, quam gra. 140. vt ille minor esse possit, quam differentia inter complementum huius, (quod debet esse minus grad. 50.) & semicirculum. Sic si vnus angulorum statuatur grad. 140. necesse erit, alterum minorem esse, quam grad. 130. Nam cum huius complementum grad. 40. demptum ex semicirculo relinquat grad. 140. non foret ille minor hac differentia, quod est absurdum. Quod si vnus sit acutus, & obtusus alter, acutus autem ponatur grad. 50. erit necessario obtusus minor, quam grad. 140. alias non esset minor, quam differentia inter illius complementum, quod est grad. 40. & semicirculum. Eadem ratione si obtusus contineat grad. 140. continebit acutus plures grad. quam 50.

6. IN quouis triangulo sphærico duo anguli quomodocunque sumpti sunt simul maiores differentia inter reliquum, ac semicirculum. Theor. 6.

IN triangulo ABE, quocūque sumantur, vt libet, duo anguli A, ABE. Dico eos simul maiores esse angulo BED, quo tertius AEB, à duobus rectis differt. Quoniam enim duo A, & ABE, cum AEB, constituunt plus, quàm duos rectos, ex propos. 31. nostrorum triang. sphær. & angulus BED, cum eodem AEB, duos solum rectos conficit: fit, vt duo A, & ABE, simul maiores sint angulo BED.

EX quo colligitur, in omni triāgulo sphærico, producto vno latere, externum angulum esse maiorem duobus internis, & oppositis simul sumptis. Coroll.

ITAQVE si duo anguli constituantur grad. 40. & grad. 70. necesse est, tertium esse maiorem, quàm gra. 70. alias illi duo conficientes gra. 110. non essent maiores, quàm grad. 110. quibus tertius à semicirculo differt. Sic etiam si vnus statuatur grad. 60. necesse est, reliquos duos simul maiores esse, quàm grad. 120. quibus ille à semicirculo differt.

7. IN omni triangulo sphærico duo anguli quomodocunque sumpti sunt simul minores differentia inter angulum vel arcum, quo reliquus à semicirculo, vel duobus rectis differt, & integrum circulum, siue quatuor rectos. Theor. 7.

SIT trangulum sphæricum quodcunque ABC. Dico duos angulos B, C, simul esse minores differentia inter arcum, quo reliquus angulus A, à semicirculo differt, & totum circulum, siue quator rectos. Productis enim arcubus AB, AC, donec se secent in D, erit per propos. 13. nostrorum triang. sphær. angulus BDC, angulo A, æqualis, & CDG, angulus, quo ipse angulus BDC, vel A, à duobus rectis differt: differentia autem inter hunc angulum CDG, & 4. rectos, vel totum circulum, complectetur tres angulos CDB, BDF, FDG. Probandum igitur est, duos angulos ABC, ACB, simul minores esse tribus angulis CDB, *BDF, FDG, quod sic fiet. Quoniam per theor. 6. duo anguli DBC, DCB, simul maiores sunt angulo CDG, quo reliquus angulus BDC, à duobus rectis differt, & tam duo anguli DBC, DCB, vna cum duobus ABC, ACB, quam angulus CDG, cum tribus CDB, BDF, FDG, quatuor rectis æquales sunt: si inde tollantur duo DBC, DCB, & hinc angulus CDG, qui illis minor est ostẽsus; reliqui erunt duo anguli ABC, ACB, minores tribus angulis CDB, BDF, FDG quod est propositum. Itaque si in quolibet triangulo sphærico duo anguli simul ponantur continere grad. 300. necesse est tertium maiorem esse quam grad. 120. quia tunc differentia inter hunc, & duos rectos erit minor, quam gra 60. ac proinde differentia inter differentiam & integrum circulũ maior, quam grad. 300. ideoq; duo anguli positi simul minores erunt hac differentia.*

Theor. 8. 8. IN quolibet triangulo sphærico differentia inter summam duorum angulorum vtcunque sumptorum, & integrum circulum, siue quatuor rectos, maior est, quam differentia inter reliquum angulum, ac semicirculum, siue duos rectos.

SIT rursus triangulum ABC. Dico differentiam inter duos angulos ABC, ACB, & quatuor rectos maiorem esse differentia inter reliquum angulum A, & duos rectos. Facta namq; eadem constructione, conficient duo anguli DBC, DCB, simul differentiam inter duos angulos ABC, ACB, simul, & 4. rectos; & angulus CDG. differentia erit inter reliquum angulum A, hoc est, inter angulum BDC, (qui per propos. 13. nostrorum triang. sphær. ipsi A, æqualis est,) & duos rectos. Cum ergo per theor. 6. duo anguli DBC, DCB, simul maiores sint angulo CDG, liquet id, quod proponitur. Itaque si in quouis triãgulo sphærico duo anguli simul statuantur conficere gra. 300. oportet necessario tertium angulum esse maiorem, quam gra. 120. quia tũc differentia inter grad. 300. & 360. continet grad. 60. at differentia inter tertium angulum, qui maior est, quam grad. 120. & duos rectos, siue grad. 180. minor erit, quam grad. 60.

EX his igitur facile colligemus, num ex tribus angulis sphæricis in sphæra propositis triangulum in sphæra constituatur, nec ne.

HIS expositis, ac demonstratis, vt studiosus Lector intelligat, quam iucundum vsum habeat doctrina triangulorum sphæricorum in Astrolabio descriptorum, libet paucis hoc loco pleraque problemata, quæ in superioribus Canonibus per circulos sphæræ in Astrolabio descriptos soluimus, per triangula sphærica rursum expedire. Hinc ergo exordiamur.

Quæsitũ 1.

QVÆSITVM I.

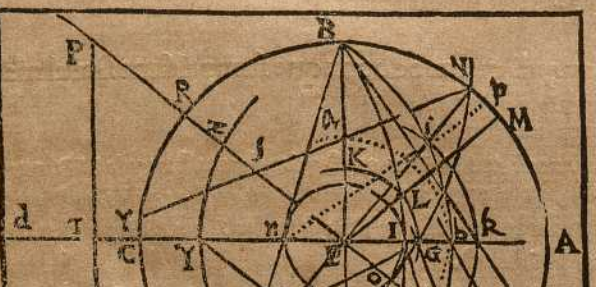
DECLINATIONEM cuiusuis puncti Eclipticæ, vel stellæ, cuius longitudo, latitudoque nota sit, indagare. Et viciſſim ex data declinatione punctum Eclipticæ determinare, cui congruit.

Declinatio dati puncti in Ecliptica, quo pacto sine calculo per triangula sphærica reperiatur.

ARCVS Eclipticæ inter datum punctum, & proximum æquinoctij punctum positus, cum arcu declinationis, (qui portio est maximi circuli per polos mundi, & datum Eclipticæ punctum ducti) & arcu Æquatoris inter idem punctum æquinoctij, & arcum declinationis intercepto, triangulum sphæricum constituit rectangulum, in quo ex base (hoc est, ex arcu Eclipticæ inter proximum æquinoctij punctum, & datum punctum, cuius declinatio quæritur) & angulo maximæ declinationis, (quẽ Æquator, & Ecliptica continent) latus huic angulo oppositum (arcus videlicet declinationis) inuestigandum est. Si igitur huiusmodi triangulum extruatur, vt in problemate 8. traditum est, inuentus erit declinationis arcus quæsitus.

Arcus Ecliptica datæ declinationi respondẽs, quo pacto per triang. sphær. sine calculo determinetur.

QVOD si declinatio data sit, & arcus Eclipticæ inquirẽdus, cui congruat, fiet id per problema 14. vbi basis, (quæ est arcus Eclipticæ quæsitus) inquiritur ex latere dato, (cuiusmodi est arcus declinationis,) & angulo ei opposito, (qui hic est angulus maximæ declinationis) quod in dato casu facile fiet, cum constet, basem esse quadrante minorem.



DEINDE si ex polo mundi, & polo Eclipticæ per centrum stellæ duo circuli maximi intelligãtur descripti, quorum ille stellæ declinationem, hic vero latitudinem metitur, constituitur triangulũ sphæricum, in quo duo latera nota sunt (arcus videlicet Coluri solstitiorũ inter duos polos inclusus, ac maximæ declinationi æqualis, & complementum latitudinis, siue arcus circuli latitudinis inter polum Eclipticæ & centrum stellæ,) vna cum angulo ab eis comprehenso, quem scilicet metitur distantia stellæ à principio ♋, quando latitudo eius est borealis, vel à principio ♑, quando latitudo est australis: quæ quidem distantia à ♋, numeranda est secũdum signorũ successionem, si stella in semicirculo descendente existit, contra vero, si in ascendente: à ♑, autem secundum successionem numeranda est, si in ascendente semicirculo existit, contra vero si in descendente. Huiusmodi triangulum est FGH, in 12. illis circulis, quos ad finem scholij canonis 3. descripsimus. Si igitur per problema 19. quæratur latus tertium in eo triangulo, quod est complementum declinationis stellæ, ex duobus reliquis lateribus, quorum vnum maximæ declinationi, & alterum complemento latitudinis stellæ æquale est, atq; ex angulo ab ipsis comprehenso, qui æqualis est, vt diximus, distantiæ stellæ à ♋, vel ♑, complementum declinationis latere non poterit. Quando tamen tertium latus dicti trianguli inuentum, maius est quadrante, detracto quadrante, reliqua fiet declinatio stellæ contrariæ denominationis cum latitudine. In alijs casibus omnibus tertium latus complementum est declinationis, & eiusdem nominis cum latitudine.

Inuẽtio facilior de... HOC quæsitum facilius ita absoluetur. In figura problematis 5. fiat angulus maximæ declinationis ABb, quem videlicet Ab, idque *ideoq; & A b, arcus maximæ declinationis metiatur. Sumpto deinde quadrante hm, exhibeat radius Bm, polũ n, circuli BbD. Si igitur accipiatur arcus Bp, arcui Eclipticæ dato æqualis, auferet recta n p, arcum Bi, ei æqualem. Ducta ergo recta EiN, referente circulum declinationis, erit iN, arcus declinationis quæsitus, cui æqualis est arcus Ag, descripto ex E, per i, parallelo ik, vt æquales sint Ni, Ak, &c. Atque ita dato arcu Eclipticæ, inuenta est eius declinatio.*

nationis dati puncti Eclipticæ.

RVRSVS si data sit declinatio Ag; fiat iterum angulus ABb, maximæ declinationis. Deinde ducto radio Bg, vt Ak, sit quoque arcus declinationis datæ, & descripto ex E, per k, parallelo ki, secante circulum BbD, in i; erit Bi, arcus Eclipticæ quæsitus. Nam ducta recta EiN, arcus iN, ipsi Ak, vel Ag, æqualis, metietur declinationem puncti i. Qui arcus Bi, æqualis est arcui Æquatoris Bp, quem aufert recta n i, ex n, polo circuli BbD, (qui inuenitur per quadrantem hm, vt supra) per i, extensa.

Inuẽtio facilior pũcti Eclipticæ, quod datæ declinationi respondeat.

PRÆTEREA in eadem figura, fiat angulus ABb, distantiæ stellæ à principio ♋, si eius latitudo borealis est, vel à principio ♑, si australis, siue secundũ successionem signorum, siue contra, ea numeranda sit, vt supra dictum est: deinde sumatur arcus BN, æqualis arcui maximæ declinationis inter polum mundi, & polum Eclipticæ; itẽ abscindatur ex circulo BbD, arcus æqualis complemento latitudinis stellæ per rectam ex eius polo n, per extremum punctũ arcus eiusdẽ cõplementi in Æquatore sumpti eductam; ac denique per finem huius arcus, & pũctum N, eiusq; oppositum Q, circulus describatur. Nam huius circuli arcus inter N, & punctum extremum arcus complemẽti latitudinis stellæ à circulo BbD, abscissi positus dabit complementum declinationis stellæ, si arcus ille interceptus minor fuerit quadrante, vel si maior quadrante fuerit, arcũ compositum ex quadrante, & declinatione, vt supra diximus. Hic autem arcus cognoscetur per rectas ex eius polo emissas, &c. Fit enim hoc modo triangulum simile omnino triangulo FGH, in illis 12. circulis scholij Can. 3. cum BN, respondeat arcui FG, & arcus complementi latitudinis stellæ ex circulo BbD, abscissus arcui GH, & tertius denique arcus inuentus arcui FH, &c.

Inuẽtio facilior declinationis stellæ.

QVANDO distantia stellæ à ♋, vel ♑, maior est quadrante, constituendus erit eius angulus CBb, & arcus BR, sumendus v.g. æqualis declinationi maximæ, &c.

QVÆSITVM II.

Quæsitũ 2.

ASCENSIONEM, descensionemque rectam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ inquirere: Et vicissim ex data recta ascensione, descensioneve punctum Eclipticæ respondẽs cognoscere: Ac postremo punctum Eclipticæ, quod cum stella in sphæra recta oritur, occidit, & cœlum mediat, explorare.

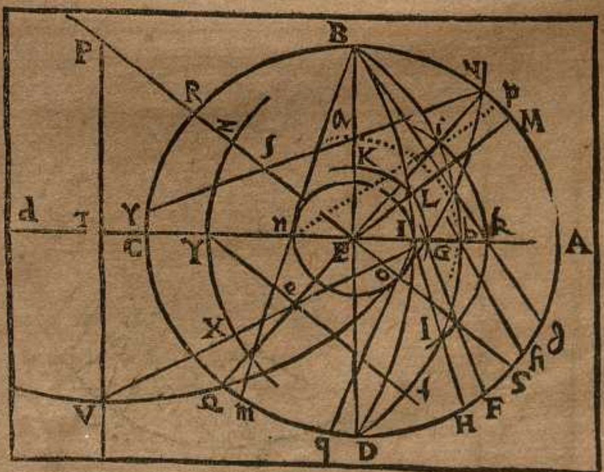
SI per problema 9. constituatur triangulum sphæricum rectangulum, cuius basis sit arcus Eclipticæ inter proximum punctum æquinoctiale, & punctum datum; & angulus maximæ declinationis, adiacens quæsito lateri, arcui videlicet Æquatoris rectam ascensionem, descensionemve metienti: inuentus erit hic arcus Æquatoris, vt in eo problemate dictum est. Nam dictus Eclipticæ arcus, arcus declinationis, & arcus ascensionis, descensionisve rectæ, eiusmodi triangulum constituunt, cuius vnus angulorum non rectus maximæ declinationi æqualis est.

Ascẽsio vel descensio recta pũcti Eclipticæ quo pacto per triãg. sphæ. sine numeris cognoscatur.

VICISSIM si rectæ ascensioni, aut descensioni datæ reperiendus sit arcus Eclipticæ respondens, dabitur in eodem triangulo rectangulo, de quo proxime dictum est, latus vnum, nimirum arcus Æquatoris rectam ascensionem, descensionemve metiens, & idem angulus maximæ declinationis illi lateri adiacens: Ex quibus basis, id est, arcus Eclipticæ respondens inuestigabitur, vt in problemate 13. dictũ est. Sed pro arcu ascensionis, vel descensionis accipiendus est semper arcus Æquatoris quadrante minor, vt in scholio Can. 4. Num. 6. factum est à nobis.

Punctum Eclipticæ, datæ ascensioni, vel descensioni rectæ respõdẽs, quo pacto per triang. sphær. inueniatur sine numeris.

INTELLIGANTVR deinde ex polo mundi, & polo Eclipticæ, per stellam duci duo circuli maximi, vt constituatur triangulum FGH, in 12. illis circulis scholij Can. 3. Et quia in hoc triangulo duo latera sunt cognita, nimirum arcus Coluri solstitiorum inter duos polos, qui maximæ declinationi æqualis est; & complementum latitudinis stellæ, vna cum angulo ab ipsis comprehenso, cum eum metiatur distãtia à principio ♋, vel ♑; si per problema 19 cõstituatur eiusmodi triangulum, quale est in figura problematis 18. triangulum BKF; inuenietur angulus, quem cum Coluro circulus declinationis in polo mundi efficit, nimirum angulus GFH, in prædictis 12. circulis, quem metitur ascensio recta à ♋, vel ♑, inchoata, &c.



Ascensio, vel descensio recta stellæ quo pacto per triãg. sphæ. sine numeris, cognita fiat.

SED & hoc problema facilius fortasse ita expediemus. In figura problematis 5. fiat angulus maximæ declinationis ABb, & arcus Bi, æqualis sit arcui Eclipticæ à proximo puncto æquinoctij numerato, qui facile abscindetur, si ei æqualis in Æquatore sumatur Bp, & recta np, ex n. polo circuli BbD, per p, ducatur, &c. Recta namque Ei, Horizontem rectum referens abscindet arcum BN, ascensionis, descensionisve rectæ.

Inuẽtio facilior ascẽsionis rectæ dati puncti Eclipticæ.

CONTRA vero, si data ascensione recta, rursum fiat angulus ABb, maximæ declinationis, & arcus BN, ascensionem rectam datam metiatur; abscindet recta EN, arcum Eclipticæ Bi, respondentem: quem notum efficiet recta n i, ex polo n, emissa, &c.

Inuẽtio facilior pũcti Eclipticæ respõdentis datæ ascensioni rectæ.

DEINDE si constituatur angulus ABb, distantiæ stellæ à ♋, vel ♑, accipiaturque arcus BN, maximæ declinationis, & complemento latitudinis stellæ æqualis arcus abscindatur ex circulo BbD, per rectam ex n, eius polo emissam vsque ad punctum terminans arcum Æquatoris eidem complemento latitudinis stellæ æqualem: ac tandem per terminum huius arcus & per N, eiusque punctum oppositum Q, circulus describatur, respondebit eius arcus inter N, & circulum BbD, inclusus arcui

Inuẽtio facilior ascensionis rectæ datæ stellæ.

FH, in

FH, in triangulo FGH, 12. circulorum ſcholij Can. 3. Angulus ergo, quem idem arcus cum arcu BN, in polo mundano, qui nunc eſt N, facit, dabit aſcenſionem rectam à ♋, vel ♑, inchoatam, &c.

Ecliptica punctū cū ſtella oriēs, occidenſq́; & cœlum medians.

ET ſi forte diſtantia ſtellæ à ♋, vel ♑, maior fuerit quadrante, conſtituēdus erit eius angulus CBb, recto maior, & in quadrante BC, accipiendus arcus maximæ declinationis, &c.

PVNCTVM Ecliptica, quod huic aſcenſioni rectæ congruit, erit illud, cum quo data ſtella oritur, occiditque, & cœlum mediat in ſphæra recta.

Quæſitū 3

QVÆSITVM III.

ASCENSIONEM, deſcenſionemque obliquam dati puncti Eclipticæ, vel ſtellæ inueſtigare: Et viciſſim punctum Eclipticæ datæ aſcenſioni deſcenſionive obliquæ congruens determinare; ac denique punctum Eclipticæ, cum quo data ſtella oritur, occiditque in obliqua ſphæra, inuenire.

Aſcēſionē, deſcēſionē ve obliquā dati puncti Ecliptica, per triang. ſphærica ſine numeris inueſtigare

ARCVS Ecliptica à principio ♈, vel ♎, vſque ad punctum datum oriens ſecundum ſucceſſionem ſignorum numeratus conſtituit cum Æquatore, atque Horizonte obliquo triangulum ſphæricum obliquangulum, in quo duo anguli dati ſunt, angulus videlicet maximæ declinationis, quem Ecliptica cum Æquatore efficit, & angulus, quem Æquator cum Horizonte cōſtituit; qui quidem ab ♈, vſque ad ♎, obtuſus ſemper eſt, vergitq́; in boream, & relinquitur ſi complementum altitudinis poli ex ſemicirculo dematur; acutus vero à ♎, vſque ad ♈, ipſemet nimirum angulus complementi altitudinis poli, vergitque in auſtrum; datus que inſuper eſt arcus poſteriori dato angulo oppoſitus, arcus videlicet Ecliptica ab ♈, vel ♎, vſque ad datum punctum numeratus. Si igitur per problema 21. quæratur arcus Æquatoris aſcenſionem obliquam metiens, ex dato arcu Ecliptica, qui vni datorum angulorum opponitur, & duobus dictis angulis, cum conſtet tertium arcum Horizontis, qui alteri dato angulo oppoſitus eſt, eſſe quadrante minorem, nimirum latitudini ortiuæ æqualem; inuenta erit aſcenſio obliqua dati puncti Ecliptica.

Punctū Ecliptica datæ aſcenſioni, vel deſcenſioni obliquæ congruens, per triag. ſphæ. ſine numeris aſſignare.

NON aliter deſcenſio obliqua dati puncti Ecliptica inueſtigabitur; cum ſimile prorſus triangulum ſub Horizonte occidentali conſtituatur, niſi quod angulus, quem Æquator cum Horizonte efficit, acutus eſt ab ♈, vſque ad ♎, at vero à ♎, vſque ad ♈, obtuſus.

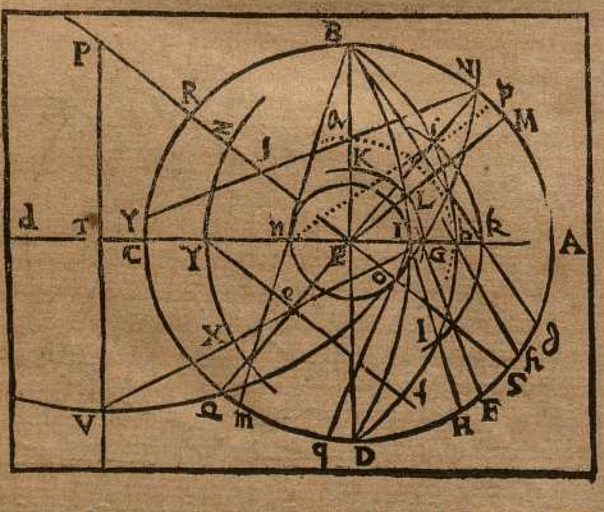
QVOD ſi obliqua aſcenſio, ſiue deſcenſio detur, erunt in eodem triangulo, de quo proxime dictum eſt, ijdem duo anguli dati, vna cum arcu Æquatoris illis adiacente, qui aſcenſionem, deſcenſionemve datam metitur. Igitur per problema 20. ex illis datis cognitus fiet arcus Ecliptica quæſitus, cui videlicet data aſcenſio, vel deſcenſio cōuenit. Eſt autem aſcenſio, deſcenſiove data ſumenda ſemicirculo minor; ita vt ea exiſtente maiore, ſemicirculus ſubtrahatur, vt aſcenſio, vel deſcenſio à ♎, inchoata habeatur.

Inuentio facilior aſcenſionis deſcēſioniſve obliquæ dati puncti Ecliptica.

FACILIVS autem fortaſſis vtrumq́; hac alia ratione exequemur. In figura problematis 5. conſtituatur angulus ABb, maximæ declinationis, & ex ſemicirculo BbD, abſcindatur arcus Bi, vel Bl, æqualis dato arcui Ecliptica per rectam ex n, polo emiſſam ad punctum Æquatoris, quod terminat arcum æqualem à B, inchoatum. Si enim per extremum punctum i, vel l, deſcribatur arcus Horizontis, cuius centrum ſit in parallelo per Horizontis centrum deſcripto, & concauū vergat verſus B; abſcindet hic arcus ex Æquatore aſcenſionem obliquam puncti i, vel l, vt patet. Si autem cōuexum arcus Horizontis per i, aut l, deſcripti vergat verſus B, abſcindet is ex Æquatore deſcenſionem obliquam.

Inuētio facilior pūcti Ecliptica datæ aſcenſioni, vel deſcenſioni obliquæ reſpondentis.

CONTRA vero, ſi aſcenſio, vel deſcenſio obliqua numeretur in Æquatore à B, & per extremum punctum Horizon deſcribatur, ita vt eius concauum reſpiciat partes B, ſi de aſcenſione agitur, conuexum vero, ſi de deſcenſione; inducabit Horizon hic in circulo BbD, punctū Ecliptica à principio ♈, aut ♎, numerandum, cui data aſcenſio vel deſcenſio congruit, &c.



Differētia aſcēſionalis ſtellæ, vel puncti dati Ecliptica, quo pacto per triang. ſphær. ſine numeris reperiatur.

IAM vero, vt aſcenſio deſcenſioue obliqua ſtellæ cuiuslibet inueniatur, exploranda eſt eius differentia aſcenſionalis, hac ratione. Arcus circuli declinationis ex polo mundi per ſtellam, cum oritur, ducti, inter ſtellam & Æquatorem poſitus, & arcus Horizontis latitudinem ortiuam metiēs, atque arcus Æquatoris metiens differentiam aſcenſionalem, conſtituunt triangulum ſphæricum rectangulum, in quo arcus declinationis per quæſitum 1. datus eſt, cum angulo oppoſito, quem in Horizonte Æquator efficit, hoc eſt, cum angulo complementi altitudinis poli. Igitur ex hiſce datis per problema 10. eruetur arcus differentiæ aſcenſionalis, qui dato angulo adiacet, cum conſtet, arcum hunc quæſitum eſſe quadrante minorem.

Inuētio facilior differentiæ aſcē ſionalis.

HANC aſcenſionalem differentiam facilius fortaſſis ita reperiemus. In figura problematis 5, fiat angulus ABb, complementi altitudinis poli, & arcus Ak, metiatur declinationem ſtellæ, abſciſſus per radium Bg, ex B, ad g, extremum arcus Ag, declinationis emiſſum: eritq́; Ak, minor arcu Ab, qui complementum altitudinis poli metitur, cū hic loquamur de altitudine poli, quæ maior non ſit, quam gr. 66. min. 30. Deſcripto ergo ex E, per k, parallelo ſecante arcum Eb, in i; auferet recta Ei, arcū BN, differentiæ aſcenſionalis quæſitæ: propterea quod triangulum BiN, eſt illud, de quo proxime dictum eſt; quippe cum iN, arcus æqualis ſit arcui Ak, declinationis, &c. Declinatio autem ſtellæ minor eſſe debet complemento altitudinis poli: alias non oriretur, aut occideret, vel certe Horizontem tangeret, atq́; ita nō haberet differentiam aſcenſionalē, vt in ſphæra docuimus.

QVO pacto autem per differentiam aſcenſionalem ipſa aſcenſio, vel deſcenſio obliqua eliciatur, in ſcholio Can. 5. ad finem Num. 1. docuimus.

SIMI-

SIMILI prorsus modo differentia ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticæ inuenietur, si pro stella ipsum punctum Eclipticæ in HoriZonte ponamus.

PVNCTVM denique Eclipticæ, cui congruit ascensio, vel descensio obliqua stellæ, est illud, cum quo stella oritur, aut occidit in sphæra obliqua: Cum eodem autem puncto cœlum mediat, cum quo in recta sphæra oritur, aut cœlum mediat.

Eclipticæ punctum cum stella oriens, vel occidens in sphæra obliqua.

QVÆSITVM IV.

Quæsitũ 4

LATITVDINEM ortiuam, occiduamque cuiuslibet puncti Eclipticæ, aut stellæ explorare. Et è contrario, data latitudine ortiua, aut occidua, punctum Eclipticæ respondens reperire.

IN triangulo sphærico rectangulo, de quo in fine præcedentis quæsiti dictum est, inquirenda erit basis, id est, arcus HoriZontis, vel latitudinis ortiuæ ex arcu declinationis per quæsitum 1. cognito, & angulo complementi altitudinis poli, qui arcui declinationis opponitur: quemadmodum in problemate 14. traditum est; cum constet, eam basem esse minorem quadrante.

ET si latitudo ortiua data est, inuestigandus erit in eodem triangulo arcus declinationis ex base, quæ est latitudo ortiua, & angulo complementi altitudinis poli, qui arcui quæsito opponitur, vt in problemate 8. scripsimus, &c.

VEL facilius sic agemus. In figura problematis 5. fiat angulus ABb, complementi altitudinis poli. Sumpto autem arcu declinationis dati puncti, aut stellæ Ag, cui per radium Bg, æqualis resecetur Ak; (erit autem Ak, minor arcu complementi altitudinis poli Ab, alias Sol, vel stella neq; oriretur, neq; occideret, vt in sphæra diximus,) descriptoque ex E per k, parallelo secãte BbD, in i: traijciatur ex E, per i, recta Et. Ita enim constitutum erit prædictum triangulum BtN, & arcus Bi, latitudinem ortiuam metietur, qui per rectam n i, cognoscetur, &c.

QVOD si latitudo data sit; constituto angulo ABb, complementi altitudinis poli, abscindatur arcus latitudinis ortiuæ Bi, per rectam n i, ex polo n, emissam ad punctum p, terminans arcum latitudinis ortiuæ Bp. Nam extẽsa recta ex E, per i, dabit tN, arcum declinationis, &c.

Latitudinẽ ortiuã dati puncti Eclipticæ, vel stellæ indagare per triang. sphær. sine numeris: & contra. Inuẽtio facilior latitudinis ortiuæ.

QVÆSITVM V.

Quæsitũ 5

ARCVM semidiurnum, & seminocturnum dati puncti Eclipticæ, aut stellæ inuestigare.

INVENTA differentia ascensionali dati puncti Eclipticæ, seu stellæ, vt in quæsito 3. dictum est, reperietur per eam arcus semidiurnus, & seminocturnus, vt in Can. 7. Num. 3. tradidimus.

Arcũ semidiurnũ, seminocturnũque dati puncti Eclipticæ, aut stellæ sine numeris per triang. sphær. definire.

QVÆSITVM VI.

Quæsitũ 6

DISTANTIAM Solis, aut Stellæ à Meridiano per eius altitudinem exquirere.

SI, vt problema 18. docuit, construatur triangulum sphæricum ex tribus lateribus notis, quorũ vnum est arcus cõplementi altitudinis poli in Meridiano inter polum mundi, & polum HoriZontis positus; alterum vero arcus circuli declinationis, vel horarij inter polum mundi, & centrum Solis, stellæve inclusus; qui, si astrum boreale est, complemẽtum declinationis metitur, si autem australe, ex quadrante, & declinatione conflatur; tertium denique arcus Verticalis per astrum ducti, metiens complementum cognitæ altitudinis: Si, inquam, huiusmodi triangulum construatur, dabit angulus, quem Meridiani arcus, & arcus circuli declinationis comprehendunt, distantiam astri à Meridiano: qui angulus per propos. 15. lib. 2. cognitus fiet.

Distantiã Solis vel stellæ à Meridiano per triãg. sphæ. sine numeris scrutari

QVÆSITVM VII.

Quæsitũ 7

Crepusculi magnitudinem peruestigare.

EADEM ratione, si per problema 18. sphæricum triangulum construatur ex tribus datis lateribus, quorum vnum est arcus complementi altitudinis poli in Meridiano inter polum mundi, & verticem loci positus; alterum vero, arcus circuli declinationis inter polum mundi, & centrum Solis existentis in parallelo gra. 18. sub HoriZonte; qui, si Sol borealis est, complementum est declinationis, si vero australis, ex quadrante, & declinatione conflatur; tertium denique, arcus Verticalis per idẽ centrum Solis descripti, constans ex quadrante & arcu gra. 18. Si, inquam huiusmodi fiat triangulum, dabit angulus, quem arcus circuli declinationis cum Meridiano efficit, arcum ex arcu semidiurno, & arcũ Crepusculi compositum: qui angulus per prop. 15. lib. 2. notus euadet. Si igitur ex hoc arcu dematur arcus semidiurnus, reliquus erit arcus Crepusculi.

Crepusculi magnitudinẽ per triang. sphær. sine numeris explorare.

QVÆSITVM VIII.

Quæsitũ 8

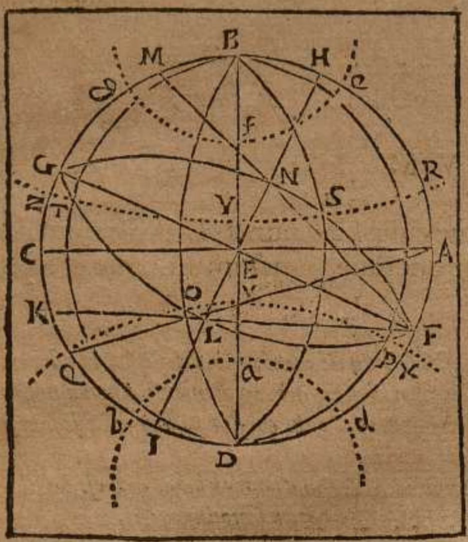
Distantiam duorum locorum in tria, vel stellarum in cœlo, dimetiri.

FIAT per problema 19. triangulum sphæricum ex duobus lateribus notis, cum angulo ab ipsis comprehenso, cuius duo latera nota, sunt complementa latitudinum locorum, si vtriusque latitudo borealis fuerit; vel arcus conflati ex quadrante, & latitudinibus, si latitudo vtriusq; fuerit australis, &c. angulus vero ab ipsis comprehensus datus, est differentia longitudinũ, hoc est determinatur ab arcu Æquatoris semicirculo minore, inter Meridianos locorum posito. Nam tertium latus, quod cognitum fiet per rectas ex eius polo inuento per eiusdem extrema puncta extensas, distantiam inter duo loca manifestabit.

IDEM dicendum est de distantia Stellarum, si pro circulis, qui latitudines locorum metiuntur, accipiantur circuli latitudinum stellarum.

Duorũ locorũ in terra, vel stellarũ in cœlo distantiam metiri.

EXEMPLI



EXEMPLI gratia. Sint duo loca borealia, & angulus, quem eorum Meridiani efficiunt CBS, vniusq́; complementum latitudinis BG, & alterius BS, vt in figura problematis 22. apparet. Si igitur per G, eiusq́; punctum oppositum F, ac per S, maximus circulus describatur, metietur arcus GS, (quem notum reddent rectæ ex eius polo eductæ,) distantiam loci G, à loco S. Pari ratione si duo sint loca australia, ita vt angulus à Meridanis constitutus sit FBO, & arcus Meridianorum inter B, polum arcticum, & ipsa loca, sint BF, BO, &c. dabit arcus FO, locorũ distantiam. Denique si vnus locus sit borealis, & australis alter, ita vt Meridiani ipsorũ efficiant angulum GBP, & arcus Meridianorum inter ipsa loca, & polum arcticum sint BG, BP, &c. erit eorum distantia arcus GP. Atque ratio hæc, vt vides, multo est commodior, quam illa, quam in Can. 15. explicauimus. Nam in hac lineamenta non multum excurrunt; sicut in illa, etiamsi vnus locorum sit borealis, & alter australis.

Quæsitũ 9

QVÆSITVM IX.

ALTITVDINEM Solis supra quemlibet circulum maximum, eiusque distantiam horizontalem singulis horis inquirere.

Altitudinẽ Solis supra datum circuliũ maximũ distantiamq́; horizontalẽ per triang. sphær. sine numeris venari.

QVAMVIS ratio in Canone 16. explicata facilis sit, atque expedita; quando tamen vnius, duntaxat aut alterius horæ indaganda sit altitudo Solis, horizontalisq́; distantia, efficiemus id nullo fere negotio, hac arte. Inuenta per Canonem 20. altitudine poli supra datum circulum maximum, & per Can. 17. inclinatione eius Meridiani proprij ad Meridianum Horizontis illius loci, in quo hæc inuestigantur, vt distantiæ horarum ab eo Meridiano possint cognosci; fiat in figura eadem problematis 22. angulus CBS, distantiæ datæ horæ à proprio Meridiano, sitq́; BG, arcus proprij Meridiani inter B, polum mundi, & polum dati circuli maximi G; arcus vero BS, sit complementum declinationis Solis, vel certe conflatus ex quadrante, & declinatione, quando Solis distantia à polo supra datum circulum conspicuo maior est, quam gra. 90. Nam si per G, eiusq́; punctum oppositum F, ac per S, circulus maximus describatur, erit eius arcus GS, inter polum dati circuli, & Solem, complementum altitudinis Solis quæsitæ. Si vero angulus distantiæ Solis à Meridiano proprio fuerit GBO, & arcus BO, inter polum conspicuũ supra datum circulum, & Solem, &c. erit GO, complemẽtum altitudinis Solis. Prior porro casus solum pro exemplo allatus est. Impossibile enim est, vt quando complementum declinationis est BS, angulus distantiæ Solis à Meridiano proprio possit esse GBS: quia complementum altitudinis Solis GS, esset quadrante maius, quod fieri nequit.

DISTANTIAM horizontalem exhibebit angulus BGS, vel BGO, quem metitur arcus dati circuli, tanquam Horizõtis, HN, vel HL. à Meridiano proprio ad partes poli conspicui supra datum circulum, seu Horizontem, inchoatus, &c.

ATQVE hunc in modum omnes quæstiones ad primum mobile spectantes, quæ per sinus, ac numeros hoc est, per triangula sphærica soluuntur, expediri possunt per descriptionem vnius aut alterius arcus in Astrolabio; Et si quidem summa diligentia, vt par est, adhibeatur, tam certo, vt vix paucorum minutorum error contingere possit. Quæ res præclara sane est, & ad hanc vsque diem, quod ego sciam, à nemine tentata, aut demonstrata. Restat, vt quemadmodum, quæ ab Oceano fluxerunt aquæ longis circuitionibus eodem reuoluuntur, sic quoniam bonum hoc, quodcunq́; est, manauit à fonte omnium bonorum, Deo optimo Maximo, gratiæ à nobis, quantæ à mortalibus esse possunt, maximæ auctori optimo, ac donatori liberalissimo agantur, & habeantur.

FINIS TERTII LIBRI.

INDEX

INDEX
LEMMATVM PRIMI LIBRI.

QVÆ alio charactere sunt impressa, ad Scholia & Corollaria pertinent.

INDEX
PROBLEMATVM AC THEOREMATVM, QVÆ IN PROPOSITIONIBVS SECUNDI LIBRI, EARUMQUE SCHOLIIS DEMONSTRANTUR.

Qui præponuntur numeri, significant eos, qui propositionibus, earumque Scholijs, varijs in locis inserti sunt.

IN PROOEMIO.

IN PROPOS. 1.

IN PROPOS. 2.

IN PROPOS. 3.

IN SCHOLIO PROPOS. 3.

IN PROPOS. 4.

IN SCHOLIO PROPOS. 4.

IN PROPOS. 5.

IN SCHOLIO PROPOS. V.

IN PROPOS. VI.

30. Se-

IN SCHOLIO PROPOS. VI.

IN PROPOS. VII.

IN PROPOS. VIII.

13. Re-

IN PROPOS. IX.

IN PROPOS. X.

IN PROPOS. XI.

IN SCHOLIO PROPOS. XI.

IN

IN PROPOS. XII.

IN SCHOLIO PROPOS. XII.

IN PROPOS. XIII.

IN PROPOS. XIV.

IN PROPOS. XV.

IN SCHOLIO PROPOS. XIII.

IN PROPOS. XVI.

IN PROPOS. XVII.

IN PROPOS. XVIII.

IN PROPOS. XIX.

IN PROPOS. XX.

IN SCHOLIO PROPOS. XX.

INDEX
EORVM, QVÆ IN QVOLIBET CANONE TERTII LIBRI, EIVSQVE SCHOLIO EXplicantur.

IN CANONE I.

IN SCHOLIO CANONIS I.

IN CANONE II.

IN CANONE III.

IN SCHOLIO CANONIS III.

IN CANONE IV.

IN SCHOLIO CANONIS IV.

IN CANONE V.

IN SCHOLIO CANONIS V.

IN CANONE VI.

IN SCHOLIO CANONIS 6.

IN CANONE 7.

3. Ar-

IN SCHOLIO CANONIS XI.

IN CANONE XII.

IN SCHOLIO CANONIS XII.

IN CANONE XIII.

IN SCHOLIO CANONIS XIII.

IN CANONE XIV.

IN CANONE XV.

IN SCHOLIO CANONIS XV.

IN

FINIS.

[illegible]

3400
1020
34

~~48~~
1804
4454 212
3685
36

12
280
4454 . 13
~~7685~~
2

1 10 100

2 | 3 4½

64
8 27

8 448
128

1748

17 40
15 15

2 25

30
1748 10 5

150
5
750

30
3

120
4
480

30 90
3
270