

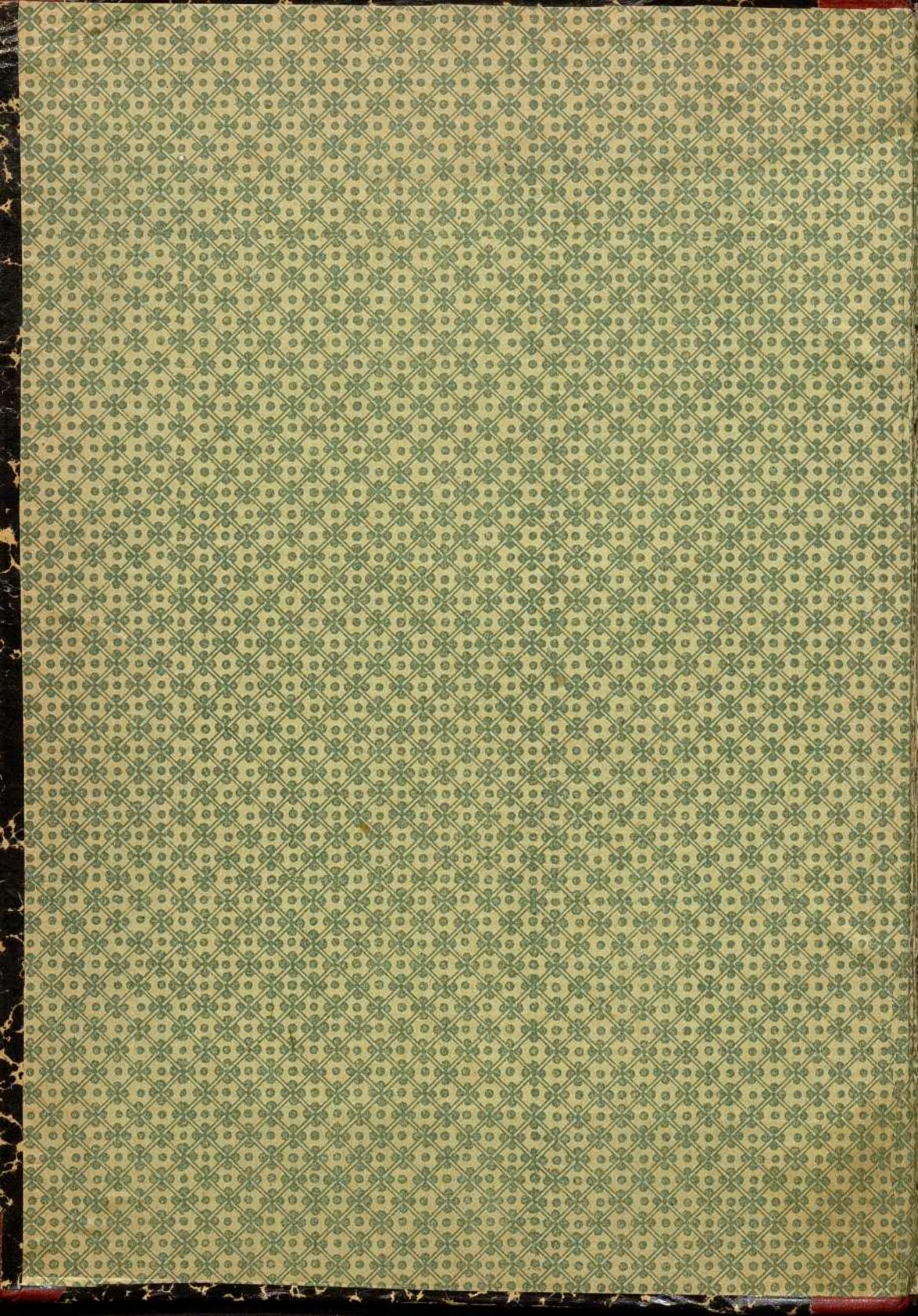
253
WDB

11

CONJUNTO DE CAÑETE DEL PINAR







1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22







JHS
OBSERVATORIO
DE CARTAJA
S. A. B. 1914

DE CÓMO SE HAN DE OBSERVAR

LAS

DISTANCIAS LUNARES

DE CÓMO SE HAN DE OBSERVAR

LAS

DISTANCIAS LUNARES

POR EL

CONDE DE CAÑETE DEL PINAR

CAPITÁN DE FRAGATA RETIRADO



INSTITUTO ANDALUZ DE GEOFISICA
BIBLIOTECA

MADRID

EST. TIPOLITOGRAFICO «SUCESORES DE RIVADENEYRA»

Impresores de la Real Casa.

Paseo de San Vicente, núm. 20.

1904

ÍNDICE

| | <u>Páginas.</u> |
|---|-----------------|
| I.—Errores que intervienen en el cálculo de la longitud por distancias lunares..... | 7 |
| II.—Errores instrumentales..... | 15 |
| III.—Método de observaciones conjugadas..... | 18 |
| IV.—Errores constantes de observación..... | 34 |
| V.—Errores de efemérides..... | 38 |
| VI.—Determinación de longitud por distancia lunar no dada en las efemérides..... | 41 |
| VII.—Resumen..... | 46 |

I

Errores que intervienen en el cálculo de la longitud por distancias lunares.

Notorio es que hoy, después del descubrimiento de los cronómetros y de su mejoramiento progresivo, *la determinación de la longitud geográfica por la observación de una distancia lunar ó de varias distancias lunares independientes entre sí*, es problema útil solamente en rarísimas circunstancias, y es, y fué siempre, de dudoso éxito por lo erróneo de sus resultados. Sin embargo de lo cual, su descubrimiento marca una de las épocas más gloriosas de la historia del Pilotaje, puesto que resolvió en el siglo XVIII, de la manera más clásica y general que aun hoy se conoce, el famoso problema del *punto fijo ó de las longitudes*, tan codiciado por los cosmógrafos desde el siglo XVI.

Por este brillante y noble abolengo, por existir aun hoy casos en que su empleo en la mar se impone forzosamente, y porque algunos lo practican con frecuencia como excelente ejercicio, que supera en dificultades á todos los de la astronomía náutica, y contribuye, por lo tanto, al desarrollo de las propias aptitudes, quizá no sea inoportuno el presente estudio, enderezado á mejorar las condiciones del dicho problema, el cual, según ordinariamente se trata, da resultados bastante erróneos. Porque no reproduce aquellos

errores inevitables del instrumento, de la observación ó de las efemérides en todo su valor ó parcialmente, como sucede con la mayor parte de los problemas astronómicos, sino que los multiplica, como es sabido, por un factor ordinariamente próximo á 30, y que en ocasiones sube á bastante más.

Achaque es éste común á todas aquellas determinaciones de longitud que, como la presente y las deducidas de culminaciones, de eclipses, de ocultaciones ó de iguales alturas ó iguales azimutes en la luna y en otro astro, se fundan en el movimiento de nuestro satélite sobre la esfera celeste, al través de sol, planetas y estrellas; movimiento poco regular y unas 30 veces menor que el diurno de dicha esfera, el cual generalmente nos sirve para medir el tiempo. Y es de notar que si en los métodos de culminaciones, eclipses ú ocultaciones, el coeficiente que grandifaca los errores de observación está comprendido entre 23 y 34, en este de distancias lunares suele sobrepasar el límite superior de 34, y aun llegar hasta 54, para algunas de las distancias que preciden las Efemérides.

Considérese ahora á cuánto pueden montar los distintos errores del instrumento, unidos á los de observación y de efemérides, y multiplicándolos todos por 54, ó aunque no sea más que por 30, se formará idea de las gruesas masas de error que pueden acumularse en la longitud resultante.

Del error de las efemérides dice Sánchez Cerquero en la página 64 de su *Explicación de las Tablas de Mendoza*, lo que sigue:

Conviene tener presente que las distancias lunares de las Efemérides pueden tener unos 15'' de incertidumbre por razón de la que aun existe en la predicción del lugar de la luna, calculado por las mejores tablas astronómicas; y pudiendo siempre mirarse como exactos los del sol y de las nueve estrellas, la longitud que resulta de la observación de las distancias lunares á dichos astros, no será susceptible por esta parte sino de un error que casi nunca excederá de 15'. No puede decirse lo mismo si las

distancias observadas son luni-planetarias, porque la predicción de los lugares de los planetas está sujeta también á una incertidumbre igual, poco más ó menos, á la del lugar de la luna; y siendo posible que conspiren los dos errores en la predicción de la distancia, lo es también que la longitud concluída tenga por esta sola causa un error de 30'.

Y aunque posteriormente haya disminuído la incertidumbre, todavía tiene mucho valor cuanto dice el Sr. D. José Sánchez Cerquero.

Respecto al error de observación, fijémonos primeramente en lo que podría llamarse *agudeza de la vista*, que para el caso del anteojo del sextante, cuando se usa el de mayor amplificación, es de unos 14'', según he deducido de mis propias observaciones. Esto quiere decir que en el campo de dicho anteojo la vista no aprecia ángulos menores de 14'' y juzga que las dos imágenes están en contacto, lo mismo cuando realmente lo están, que cuando están separadas por distancia menor de 14'' ó sobrepuestas en igual cantidad. De aquí se origina fatalmente un gran error fortuito de observación, que ni el esmero ni la habilidad del observador, por grandes que sean, podrán nunca evitar.

Para la simple vista, la *agudeza* está apreciada por Hook en 60''; por Wolkmann, en 147'',5, y por otros autores en valores intermedios, que, naturalmente, no coinciden, porque las vistas son distintas, por más que para estas determinaciones procuran referirse á las personas reconocidas como de vista más perfecta. La *agudeza*, cuando se emplea anteojo, es el cociente de la *agudeza de la simple vista*, dividida por la amplificación, cuyo valor en el anteojo de más poder del sextante, es de 5 á 8, según el *Tratado de navegación*, de Ribera, ó de 7,3 según dato que obtuve el año de 1835 del Observatorio de San Fernando para un sextante de Pistor & Martins. Para otro sextante de la misma procedencia hallé por medición directa, según el método de Gauss, 11,15, y para mi propio sextante de Troughton, 10,7, al mismo

tiempo que con ambos instrumentos hallaba, como valor más probable de la *agudeza*,

$$14'' \pm 0'',43,$$

por el promedio de 55 observaciones.

Agréguese á este error el de falta de paralelismo entre la visual dirigida al contacto y el plano del instrumento, la aberración esférica y la irradiación que puede ocasionar en ciertas imágenes la pequeñez y débil poder del anteojo, los errores personales, y, finalmente, el de lectura, que es uno de los más importantes, en primer lugar, porque la vista, así como dentro del campo del anteojo no percibe ángulos menores de $14''$, en la lectura tampoco tiene medios para apreciar fracción menor de $10''$; y en segundo lugar, porque una misma lectura suele ser apreciada con distintos valores por el mismo lector, según sea la colocación del ojo, la del microscopio y la dirección de la luz que ilumina á limbo y nonio. Para apreciar debidamente la magnitud del conjunto de todos estos errores de observación y lectura, he practicado numerosas y nutridas series de observación de altura, y obtenido como valor más probable de este conjunto la cantidad $\pm 17'',76$, que hace suponer como posibles errores de $1'$ por solos los dos conceptos mencionados de observación y de lectura.

Por último, consideraremos los errores instrumentales, que son varios y de difícil corrección. Las faltas de perpendicularidad de los espejos y de paralelismo del eje óptico al plano del instrumento se examinan y corrigen por medios algo toscos, suficientes para la práctica general del navegante, pero no para la delicadeza que reclaman las distancias lunares. En el mismo caso se encuentra el prismatismo del espejo grande y de los vidrios de color. Otros defectos más difíciles de examinar y corregir, y que en mayor ó menor escala deben existir en todo sextante, son los de graduación de limbo y nonio, el no ser perfectamente plano

el primero, la excentricidad del segundo, el imperfecto contacto entre uno y otro en toda la extensión del nonio y en todas las posiciones que éste pueda tomar sobre el limbo, la falta de perpendicularidad del eje de la alidada, la flexión de la misma, etc. La corrección de índice, también afectada de propios errores, procedentes de las mismas causas mencionadas, aunque en ella sean distintos sus efectos, introduce esos propios errores en la medición del ángulo, al ser aplicada á la altura que se obtuvo. Y no se puede confiar en que los referidos sean todos insignificantes para los buenos instrumentos: solamente uno de ellos, el de excentricidad, puede ser hasta de 20'' *en los mejores* instrumentos de reflexión, según confiesan los más hábiles fabricantes.

En resumen: no parece exagerado, al considerar reunidos todos los errores antedichos, tanto los instrumentales como los de observación y de efemérides, que se estime en $\pm 30''$ el valor probable del error total, y se conceptúe como posibles valores del mismo, en ciertos casos de acumulación, que lleguen hasta 2' y que repercutan con más de un grado de error en la longitud resultante, aun cuando observador é instrumento sean de los más acreditados.

El sabio Sánchez Cerquero, ya antes citado, peritísimo en el manejo del sextante, que para determinar la latitud del Observatorio de San Fernando observó millares de alturas circunmeridianas de estrellas con buenos sextantes de Troughton, estimaba que el error probable de una altura doble podía ser de 30'', con lo que se sobrentiende que tan fácil es caer en errores superiores á 30'', como en errores inferiores, y que son posibles los de 2'. Aprecio que supera á la hipótesis anterior, puesto que en aquella cuenta también entraba el error de efemérides.

Y no admira que sean posibles errores de un grado en la longitud que se obtenga, aun en las mejores circunstancias, puesto que todo observador que haya practicado mucho las distancias habrá tropezado con grandes errores, quizás hasta de 2°; lo que sorprende es ver cómo algunos califican de

malá una observación de distancia por haber producido 15 ó 20' de error en la longitud, y de buena aquella que no produjo más de 5 ó 10', cuando puede muy bien ser lo contrario y concurrir los azares de manera que donde se agrupen más importantes errores sea alguna vez menor el resultante y vana la gloria que se creyó merecer.

Queda, pues, sentado que por muy perito que sea el observador, y por muy famosa que sea la procedencia del instrumento, el problema de las distancias lunares, con la simplicidad que suelen presentarlo los autores, no puede conducir sino á resultados muy inciertos y hasta muy erróneos, utilizables solamente en último extremo y cuando no hay otro recurso.

Aun cuando esta opinión pesimista resulte apadrinada y robustecida por la muy valiosa de Sánchez Cerquero, deben citarse otras, dignas también de respeto, en las que se verá variedad de criterios, y aun procede confesar que la opinión más general — si no la más fundada — se inclina al optimismo.

Ciscar dice, en el cap. x de su *Pilotaje*, que por la observación de una distancia lunar se podrá hallar la longitud con diferencia de 24', y cuando el observador no sea de los más diestros y no se halle provisto de los mejores instrumentos, la longitud determinada puede tener la incertidumbre de 45'. Verdad es que su cálculo supone que la distancia varía un minuto de arco en dos minutos de tiempo, lo que no siempre ocurre, y, además, da á entender que con buen observador y buen instrumento, el error de la observación de la distancia aparente no puede pasar de 30''.

Chauvenet duda si el error probable al medir una distancia podrá ser menor de 10''.

En la *Revue Maritime et Coloniale* de 1890 hay referencias de apreciaciones muy favorables, entre ellas una de 6'' para el error probable de un ángulo medido con el sextante; pero también hay otras mejor fundamentadas, que se exponen á continuación.

M. Laporte, después de examinar la centración de la alidada en una docena de instrumentos de los mejores fabricantes, declaró que los errores de excentricidad llegaban á veces hasta 2'.

M. Perrin afirma que el Observatorio de la Marina de Hamburgo determinó para centenares de sextantes las correcciones por excentricidad, y halló solamente el 20 por 100 de ellos libre de tal error, el 30 por 100 con errores que no pasaban de 1', y algunos instrumentos que daban errores de 3 y de 4' para los ángulos de 80°.

M. A. Schwerer dice que, además de la excentricidad fija, hay otra variable originada por el juego del eje de la alidada en su receptáculo ó luchadero, de la cual no puede estar libre ni el instrumento más perfecto, y cuya desaparición es imposible, cualquiera que sea la precaución que se adopte. Que el error total del ángulo medido por un sextante imperfectamente rectificado puede llegar hasta 3' por los errores que proceden del instrumento, sin llevar en cuenta los que se originan de la observación y de la lectura. Y finalmente, que en tierra, aun tomando todas las precauciones que aconseja un detenido examen, puede incurrirse en errores de 2', á causa principalmente de los errores de excentricidad de la alidada y de prismaticismo de los espejos, cuyas determinaciones no son prácticas.

Ante tal diversidad de criterios, aunque fuera lícito inclinarse á los más favorables, es forzoso comprender que para llegar á tan bello ideal y conservarse en él se necesita un instrumento de superior calidad, que esté examinado y corregido de *todos* sus errores, y que se someta con frecuencia á nuevo examen, á causa de las variaciones que á menudo experimentan estos instrumentos. Pero como el examen y corrección del sextante es obra ardua para la práctica, según la experiencia enseña; como casi todos los sextantes que navegan han sido poco ó nada examinados y corregidos; como en la mar, según confesión del mismo Chauvenet, los cálculos largos no son muy estimados (*are not in favor*), y

como esos instrumentos no examinados ni corregidos pueden aplicarse á métodos que eliminen por completo sus incógnitos errores y produzcan resultados de gran precisión, con menos trabajos y cuidados, parece que el piloto y el viajero encontrarían ventajas inclinándose á la opinión de los pesimistas y siguiendo el método que se expone más adelante, el cual dispensa de exámenes y correcciones, sin que por ello peligre la exactitud de los resultados.

II

Errores instrumentales.

En casi todos los problemas de la Astronomía práctica, el tiempo y el análisis van enseñando las formas más convenientes de aplicar cada método, para procurar que los ineludibles errores de origen tengan la menor influencia en los resultados que se trata de obtener. Así, la determinación de tiempo por alturas absolutas de un astro, se mejoró al observar series de alturas á uno y otro lado del meridiano que eliminaban aproximadamente algunos errores, adelantó con la adopción de alturas correspondientes que proporcionaban eliminaciones más completas de los errores instrumentales, y se perfeccionó con *mantener la alidada fija* en los *triapulsos* correspondientes de sol, ó en la observación de igual altura de dos estrellas á ambos lados del meridiano y en las proximidades del vertical primario, porque además de la eliminación absoluta de los errores instrumentales y de refracción, proporcionaban la de los importantes errores de lectura.

En el problema de determinación de latitud se ha venido progresando por pasos contados, desde la observación de una sola altura meridiana, ó de varias circunmeridianas más adelante, hasta la observación meridiana de dos estrellas conjugadas con respecto al zenit (sistema Horrebow-Talcott),

ó la observación *con alidada fija* de las circunmeridianas de dos estrellas igualmente conjugadas; métodos que eliminan del todo, ó casi completamente, los errores del instrumento y hacen muy pequeños los de observación.

No ha ocurrido lo mismo con el problema de las distancias lunares, que está hoy, con corta diferencia, á la misma altura que cuando se inició. El *Tratado de Astronomía esférica*, de Brünnow, con ser tan bueno como es, no hace más que exponer el método, copiar un ejemplo, y, sin comentarios, pasa adelante.

Ciscar dice que cuando se observan varias distancias *es más exacto el promedio que resulta de las tomadas á uno y otro lado; esto es, á estrellas orientales y occidentales, pues entonces se compensarán, ó casi se compensarán, los errores de rectificación, falta de paralelismo de las superficies del espejo, mala centración de la alidada, etc.*; pero olvida agregar que para alcanzar tal beneficio es preciso que las distancias observadas hacia un lado sean iguales ó casi iguales á las que se observen hacia el otro.

Ribera, en su reciente *Tratado de navegación*, llega á decir que *con objeto de atenuar los errores sistemáticos del observador, deben observarse dos distancias compensadas, que son las iguales á uno y otro lado de la luna*; pero no entra en detalles, y luego parece abandonar tan luminosa idea, recomendando para la práctica la observación de nueve distancias consecutivas á un mismo lado de la luna, método que expone minuciosamente y ejemplifica en toda su extensión.

El excelente *Manual de Astronomía esférica y práctica*, de Chauvenet, varias veces ya citado, dice á este propósito lo siguiente: *Á fin de eliminar cuanto sea posible cualquier error constante del instrumento dedicado á medir distancias, observaríamos distancias á estrellas situadas al Este y al Oeste de la luna. Si la corrección de índice estuviera errónea, los errores producidos en la hora calculada para el primer meridiano, y por consiguiente en la longitud, tendrán diferente signo para las dos observaciones, y numéricamente serán muy próximas.*

mente iguales; por lo tanto, se eliminarán próximamente en el promedio. Si, además, las distancias son próximamente iguales, la excentricidad del sextante ejercerá próximamente el mismo efecto sobre cada distancia, y, por lo tanto, será eliminada al mismo tiempo que el error de índice.....

Si se observa una serie de distancias de la luna al sol, será conveniente formar dos promedios distintos, uno de todos los resultados obtenidos por distancias que van aumentando, y otro de los obtenidos por distancias que van disminuyendo: el promedio de estos dos promedios quedará próximamente libre, ó libre por completo, de todo error constante de observación, y también de los errores constantes instrumentales.

La frecuencia con que se repite la palabra *próximamente* en los anteriores renglones de Chauvenet, está pregonando que se trata de paliativos más bien que de remedios eficaces. Los resultados mejorarán, pero no todo lo que es menester, ni cuanto es posible conseguir.

En la elección de las distancias lunares que se han de observar, y en el modo de observarlas, creo haber encontrado un régimen propio y adecuado para obtener la eliminación de esos errores que menciona Chauvenet, no *aproximada*, sino radical y completamente, alcanzando, además, la eliminación de algún otro error de importancia y trascendencia, como es el de lectura.

Este método (cuya exposición sigue y es el único objeto del presente escrito) se funda en el mismo fecundo principio que, según más arriba se ha recordado, perfeccionó la determinación del tiempo y de la latitud, y consiste en *obtener dos observaciones conjugadas con la alidada fija, y de tal naturaleza, que todo error del instrumento, como todo error constante en el avalúo del ángulo medido, produzca efectos contrapuestos en los respectivos resultados; de suerte que, al concertar estos últimos, se venga á hallar uno final, libre de las consecuencias de todo error constante, é igual al que se hubiera obtenido con instrumento archiperfecto y lectura rigurosamente exacta.*

III

Método de observaciones conjugadas.

Dos distancias aparentes iguales de un mismo limbo de la luna, el oriental ó el occidental, á dos astros que estén uno al Este y otro al Oeste, elegidas generalmente entre las que figuran en el *Almanaque náutico*, llenan las condiciones propuestas al final del capítulo anterior, *aunque no puedan observarse con corto intervalo y transcurran uno, dos ó más días entre una y otra observación, siempre que se conserve invariable la alidada y resguardado el instrumento cuanto sea posible de toda perturbación capaz de alterar sus órganos esenciales.* Pues, si el objeto es determinar el estado absoluto del cronómetro respecto al meridiano del *Almanaque*, cada distancia dará uno de estos estados, y llevando ambos al mismo instante, con el auxilio del movimiento del cronómetro que se supone conocido, se obtendrá por su concierto un estado absoluto libre de las influencias de los errores instrumentales y de lectura. Y si lo que se desea es la longitud de la nave, se reducirán ambas al mismo lugar, mediante la estima, y de su concierto se obtendrá la longitud, también despojada de las dichas influencias.

Sean, para dos observaciones conjugadas hechas en un mismo lugar,

- d* la distancia que se hubiera observado con un instrumento perfecto y sin error de lectura,
- l* la longitud correspondiente,
- e* el error resultante de la distancia observada, como consecuencia de todos los errores del instrumento y de su lectura;

y suponiendo que á 1' de error en la distancia corresponden 30' de error en la longitud calculada, se obtendrán por las dos observaciones las longitudes

$$\begin{aligned} l + 30 e \\ l - 30 e, \end{aligned}$$

cuyo promedio *l*, queda libre de los errores mencionados.

Aunque en la práctica rarísima vez ocurrirá que se realice la hipótesis anterior, de variar igualmente las dos distancias en la unidad de tiempo, no por eso deja de alcanzarse en todo caso la misma exactitud.

Supóngase que

*n*₁, *n*₂, sean los minutos de tiempo que tarda cada distancia en variar 1' de arco,

*l*₁, *l*₂, las longitudes resultantes del cálculo, expresadas en unidades de arco, lo mismo que la longitud *l* que se busca,

y se tendrá

$$\left. \begin{aligned} l + 15 n_1 e = l_1 \\ l - 15 n_2 e = l_2 \end{aligned} \right\} \quad (I),$$

de donde

$$e = \frac{l_1 - l_2}{15 (n_1 + n_2)};$$

y con este valor de *e* se obtendrá el de *l* por cualquiera de las ecuaciones (I), despejado de los dichos errores.

Para la elección de las distancias conviene servirse de las Efemérides, teniendo en cuenta que las distancias centrales geocéntricas que éstas ofrecen, suelen diferir bastante de las aparentes de limbo que se observan, unas veces en más, otras en menos; por lo que quizás convendrá, después de la primera observación, hacer á la ligera un cálculo de alturas y corrección de distancia para la segunda, con el objeto de conocer aproximadamente la hora de su observación. Si se quiere evitar este cálculo preventivo, bastará hacer un ensayo con el instrumento á hora exageradamente anticipada, y, una vez las dos imágenes en el campo del anteojo, apreciar á ojo de buen cubero lo que ha de aumentar ó disminuir la distancia hasta llegar al contacto, valiéndose para dicha estimación del semidiámetro de la luna como unidad de medida. Por este dato y los del *Almanaque* se puede formar concepto de los cuartos de hora que aun tienen que transcurrir hasta el momento de la observación.

Con la mejora que se ha referido, siempre fácil en observaciones de tierra, y factible también en la mar, el problema de determinación de longitud por distancias lunares no es ya aquel piélago de grandes errores que descorazonaba al observador y yacía casi relegado al olvido; aceptable solamente en circunstancias extremas, y comparable, cuando más, con la longitud de estima. Ahora crece considerablemente en categoría y se codea para las observaciones en tierra con la determinación de longitud por eclipses, por ocultaciones y por culminaciones de luna. Tiene á veces alguna circunstancia superior á esta última, cuando las estrellas cuya distancia á la luna se mide, se encuentran próximamente sobre su camino, porque entonces el movimiento lunar en el sentido de la distancia, que es el fundamento de la longitud por distancias, es más rápido que el mismo en el sentido de la ascensión recta, fundamento de la longitud por culminaciones; y la precisión del resultado en todos estos problemas está en razón directa de la velocidad lunar que en ellos interviene.

Sobre el modo de efectuar estas observaciones en la mar nada hay que decir aquí, por ser materia muy explicada en todos los libros de texto; y quizás baste lo dicho para que se conceptúe razonable su uso, toda vez que la longitud resultante vendrá descargada de sus más importantes errores, y podrá servir para la corrección de la estima á los pocos días de navegación.

En tierra conviene observar con el sextante montado sobre su pie, y éste sobre un banquillo especial, cuya tapa superior tenga la forma de triángulo equilátero de 30 centímetros de lado y se apoye sobre tres pies también verticales, trabados entre sí por la parte inferior. La altura del banquillo basta que sea unos 50 centímetros menos que la estatura del observador, el cual tendrá que colocarse unas veces en pie, otras de rodillas, otras sentado, según aconseje la posición del anteojo. Colocados los hilos del retículo paralelos al plano del instrumento, mediante giro del ocular, y este plano en el determinado por las visuales á los dos astros, mediante los tres movimientos de rotación propios del pie, hay que mantener el anteojo en la dirección de una de las visuales, que generalmente no es la dirigida al astro menos luminoso, como sucede en la mar, sino al más oriental, porque la columna del pie estorba en la mayor parte de los casos á la posición contraria.

Con el cuidado previo de colocar la alidada en lectura próxima al ángulo que se trata de medir, pronto se ven en el campo del anteojo las dos imágenes de los dos astros y se conducen al espacio comprendido entre los dos hilos, después de moderar la luz de la más brillante por la interposición del vidrio ó de los vidrios de color que se estime conveniente. Por medio de los tornillos-pies se efectúan pequeños movimientos encontrados de ambas imágenes en la dirección normal al plano del instrumento, á veces moviendo uno solo, y más generalmente moviendo dos, recurriendo cuando haga falta á los movimientos grandes sobre los ejes de rotación del pie, y á pequeños arrastres laterales

de los tornillos-pies. El cuidado más importante es la conservación de ambas imágenes entre los hilos, una hacia el comedio de ellos cuando se aproxima el contacto, y la otra con el movimiento normal alternado antedicho, mientras que la vista espía el momento en que se consuma la observación, y el oído ó un ayudante lleva la cuenta de los segundos del cronómetro.

Suponiendo, para mayor claridad, que las imágenes aparecen algo separadas y caminan á unirse, el observador puede fijar en su memoria el segundo en que su vista no distingue ya intervalo alguno entre las dos en cierto punto del movimiento alternado y normal á los hilos; y continuando el mismo movimiento, podrá tomar también nota de la indicación del cronómetro cuando empieza á notar superposición de una imagen sobre la otra. El momento que equidista de los dos observados es el que corresponde al verdadero contacto, porque antes hay separación, aunque la vista no la distingue, y después hay superposición sin que la vista tampoco la perciba.

Después de practicadas algunas de estas observaciones y de vencidas las dificultades que toda novedad ofrece, se experimenta en ellas una complacencia extraordinaria; se siente una precisión tan poco común, que toda otra observación con el sextante, si se exceptúa la de altura doble circunmeridiana de estrella, parece grosera á su lado. La estrella se ve como un punto, el limbo de la luna está perfectamente definido, el campo del anteojo y sus hilos claramente iluminados con la misma luz de la luna al través de un vidrio que le da color distinto al del otro astro; la lentitud del movimiento deja tranquilidad al ánimo para perfeccionar la observación, y todos los accidentes, en una palabra, contribuyen á que se cobre afición por esta clase de observaciones, tan cómodas en tierra como molestas en la mar, y de gran utilidad con la expuesta mejora, para el astrónomo viajero ó explorador. El navegante también encontrará considerables ventajas por este régimen; pero ya no se pue-

den cantar sus complacencias, porque es necesario pulso de hierro y mucha práctica para consumir con exactitud la observación en el lugar conveniente del campo del antejo. Sin embargo, la lucha y el triunfo contra las dificultades que esto presenta resultan ampliamente premiadas por la gran confianza que ha de merecerle el resultado que obtenga.

EJEMPLO EN TIERRA.—El 3 de Octubre de 1903, después de haber visto en el *Almanaque náutico* que era posible observar tres distancias iguales entre las predichas para aquel día, se procedió á su observación, y se obtuvo lo siguiente:

| Distancias del limbo occidental de la Luna | Horas de tiempo medio local. | Barómetro. — <i>Pulg. inglesas.</i> | Termómetro Fahrenheit. |
|--|---|---|---------------------------|
| al occidental de Marte, al Oeste..... | 6 ^h 14 ^m 0 ^s | 30,28 | 71,6 |
| á Antares, al Oeste..... | 7 48 9,6 | 30,32 | 66,5 |
| á Aldebarán, al Este..... | 14 16 28,4 | 30,28 | 62,1 |

| | |
|------------------------------|--------------|
| Latitud Norte..... | 36° 47' 38'' |
| Longitud supuesta Oeste..... | 0°,3 |
| Lectura del instrumento..... | 89° 17' 10'' |
| Corrección de índice..... | — 16 53 |

Procediendo al cálculo correspondiente á la primera observación, se hallan en el *Almanaque náutico* los valores siguientes para la hora reducida, que puede considerarse igual á la local, á causa del insignificante valor de la longitud supuesta:

| | Luna. | Marte. |
|---------------------------------|---|---|
| Ascensión recta..... | 22 ^h 29 ^m 40 ^s , 0 | 16 ^h 23 ^m 13 ^s , 3 |
| Declinación..... | — 6° 35' 44'' | — 22° 54' 48'' |
| Paralaje horizontal ecuatorial. | 54 44, 2 | 5, 3 |
| Semidiámetro horizontal.... | 14 56, 5 | 3, 2 |

CÁLCULO DE LOS HORARIOS

| TIEMPO MEDIO | Diferencias con el sidéreo. |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| Por 6 ^h | 59 ^s , 14 |
| Por 14 ^m | 2, 30 |
| Tiempo sidéreo á mediodía medio..... | 12 ^h 44 ^m 7, 40 |
| Hora media local..... | 6 14 0 |
| Hora sidérea..... | 18 59 8, 8 |
| Horario de la luna..... | 3 30 31, 2 |
| Horario de Marte..... | 2 35 55, 5 |

Con los horarios hallados se calculan las alturas, y se obtiene, siguiendo el método de Mendoza y valiéndose de sus Tablas,

| | |
|--|--------------|
| Altura verdadera de la luna..... | 24° 27' 34'' |
| Idem id. de Marte..... | 19 53 18 |
| Por la Tabla V.... Semidiámetro de la luna en altura.... | 15 2,5 |
| Por la Tabla XI... Paralaje horizontal de la luna..... | 54 40,2 |

CÁLCULO DE LA REFRACCIÓN CORREGIDA PARA LA ALTURA DE MARTE

(Página 4 de la Explicación de las Tablas.)

| | | |
|-------------------------------|---------------------|------------------------|
| | 450 | |
| Termómetro..... | 71,6 | |
| Residuo..... | 378,4 | log. 2,57795 |
| Barómetro..... | 30 ^p ,28 | log. 1,48116 |
| Refracción media (Tabla VI).. | 2' 37'' | log. 2,19590 |
| | Constante... | 5,92665 |
| Refracción corregida..... | 2' 32'' | 2,18166 = (Suma — 10.) |

De la misma manera se calcula semejante corrección para la refracción media correspondiente á la altura de luna, y resulta igual á — 4''.

| | | | |
|----------------------|---|--|----------|
| Por la Tabla XLI... | Paralaje de Marte en altura..... | 5'' | |
| | Refracción menos paralaje de Marte..... | 2' 27 | |
| | Corrección complementar..... | 57 33 | |
| Por la Tabla VIII... | { | Para 23° 40' de alt. y 54' de paralaje.. | 47' 18'' |
| | | Para 40'' de paralaje..... | 37 |
| | | Corrección á la refracción..... | 4 |
| | Suma. Corrección luna..... | 47 59 | |
| Por la Tabla IX..... | { | Para 23° 40' de alt. y 54' de paralaje.. | 11' 36'' |
| | | Para 40'' de paralaje..... | 9 |
| | | Corrección por el planeta..... | 1 |
| Por la Tabla XLII.. | Suma. Argumento auxiliar.... | 11 46 | |

| | |
|------------------------------|--------------|
| Lectura del instrumento..... | 89° 17' 10'' |
| Corrección de índice..... | — 16 53 |
| Semidiámetro de la luna..... | + 15 2 |
| Semidiámetro de Marte..... | — 3 |

Distancia aparente..... 89 15 16

No se calcula la contracción del semidiámetro lunar por su pequeñez en este caso, y se pasa á la corrección de la distancia por medio de la Tabla X.

| | | | |
|-----------------------------|--|--|------------------------|
| Altura aparente luna.. | 23° 49' | | |
| Idem id. Marte..... | 19 56 | | |
| <hr/> | | | |
| Suma..... | 43° 36' 0" | 79845 | } N. I. |
| Corrección luna..... | 47 59 | Por 46'' arg. aux. 281 | |
| Corrección compl..... | 57 33 | | |
| <hr/> | | | |
| Suma correg. de alt... | 45° 21' 32'' | 14880 | } N. II. |
| | | Por 32'' de suma. 95 | |
| <hr/> | | | |
| Distancia aparente.... | 89 15 16 | 86983 | } N. III. |
| | | Por 46'' arg. aux. 3 | |
| | | <hr/> | |
| | | 82087 | |
| | 88 58 0 | N. IV.... 81966 | |
| | | <hr/> | |
| | 25 | Diferencia.. 121 | |
| Segundos omitidos.... | 16 | | |
| <hr/> | | | |
| Distancia verdad..... | 88 58 41 | | Dif. en 3 ^a |
| El 3 á 6 ^h | 88 48 5 | en S. Fern. L. prop.. = | <hr/> |
| | | | 3239 — 0008 |
| | 10 36 | L. prop.. = | <hr/> |
| | | | 12300 |
| | $h = 0^h 22^m 20^s,8$ | L. prop. $h...$ = | <hr/> |
| | $m = + 1,1$ | Tabla XXXIX. | 9061 |
| | 3 ^a 6 ^h | | |
| <hr/> | | | |
| Octubre..... | 3 ^a 6 ^h 22 ^m 21 ^s ,9 | } Tiempo medio en San Fernando al hacerse la observación anterior. | |
| | » 6 14 0 | | Tiempo medio local. |
| | | | <hr/> |
| | 8 ^m 21 ^s ,9 | Longitud Oeste. | |

Aplicando cálculo semejante á cada una de las tres observaciones del ejemplo, se obtienen otras tantas longitudes, que copio unidas á continuación, para que sea más cómodo compararlas entre sí:

| Observaciones. | Longitud. |
|------------------------|--|
| Marte al Oeste..... | 8 ^m 21 ^s , 9 Oeste |
| Antares al Oeste..... | 8 22, 2 Oeste |
| Aldebarán al Este..... | 7 11, 5 Este |

Estos resultados ponen de manifiesto, según anunció la teoría, cuán incierta es la longitud que se puede obtener por una observación aislada, puesto que aquí tenemos dos que difieren entre sí unos 4°. Es decir, que un instrumento que siempre se ha tenido por bueno, de fabricante con justo título acreditado, puede reunir errores tales, que produzcan 2° de más ó de menos en la longitud resultante. Debo advertir que este sextante no está examinado ni corregido, y es de suponer que si lo estuviera, los errores fueran más pequeños; pero ¿dónde están los instrumentos debidamente examinados y corregidos? Jamás he visto ninguno que lo esté por completo.

También evidencian los anteriores resultados que un mismo error produce efectos contrapuestos y de igual magnitud, según que la distancia se haya observado al Este ó al Oeste; y produce efectos casi idénticos, cuando las observaciones están orientadas hacia un mismo lado.

De las tres longitudes resultantes pueden hacerse dos grupos de observaciones conjugadas, primera con tercera y segunda con tercera, y del concierto de cada uno resultará un valor de la longitud, libre de todo efecto de los errores instrumentales y de lectura. Para ello hay que aplicar á cada grupo las ecuaciones (I), pero antes falta determinar los valores de las n .

Si á los logaritmos proporcionales de las diferencias que se encuentran en el *Almanaque náutico*, entre dos distancias, á tres horas de intervalo, se antepone la característica cero, se tendrán los logaritmos naturales de las relaciones designadas con n_1 y n_2 en las ecuaciones (I). Y para tenerlos con más exactitud, equivalente á llevar en cuenta las segundas diferencias, se pueden interpolar para la hora obtenida de San Fernando, de la manera siguiente:

DÍA 3 DE OCTUBRE DE 1903.

(Extracto del *Almanaque náutico*.)

| | Distancias á Marte. | L. p. de la diferencia. |
|--|---------------------|-------------------------|
| Á 4 ^h 30 ^m | » | 3247 |
| Á 6 | 88° 48' 5'' | » |
| Á 7 30 | » | 3239 |
| Á 9 | 90 13 28 | » |
| Á 10 30 | » | 3231 |

Siendo 6^h 22^m,4 la hora hallada por el cálculo, la interpolación da para el logaritmo buscado 0,3242, y, por consiguiente, $n_1 = 2.110$.

Del mismo modo se halla $n_2 = 2.000$ y $n_3 = 1.967$, y el valor de e resulta para el par conjugado de primera con tercera,

$$e = \frac{3^\circ 53' 21''}{15 \times 4.077} = 3',8157 = 3' 48'',94.$$

Este valor de e representa el conjunto de todos los errores del instrumento, de la corrección de índice y de la lectura en la actual colocación de la alidada. Resulta este error e excesivamente grande, y extraordinario para lo que debe esperarse de un buen sextante, por descuidado que esté el examen de sus defectos, y esto hace presumir alguna viciosa colocación de los órganos esenciales del instrumento, ó quizás algún grosero error de lectura. Lo primero es muy posible, á pesar de la bondad del instrumento, porque teniéndolo exclusivamente dedicado á *observaciones de precisión* desde hace treinta años, durante tan largo período ni siquiera se ha intentado conocer sus errores, ni menos corregirlos; antes bien, se ha procurado que sean permanentes, condición la más importante para tales observaciones. De todos modos, este error tan grande no tiene in-

fluencia alguna en el resultado que se busca, y, por lo mismo, se ha elegido para ejemplo el presente caso extraordinario, que pone más de relieve la eficacia del método, al eliminar todo error procedente del sextante ó de su lectura.

Si se repiten los cálculos de las dos distancias, disminuyendo la lectura en el valor e , los dos resultados coinciden en un mismo valor para la longitud, que es

$$l = 18^{\circ},83 \text{ Oeste,}$$

el valor más probable que puede deducirse de la doble observación.

He empleado el método de Mendoza para el cálculo anterior, por amor á la tradición y afecto á aquel sabio marino que dió gloria á la patria y al Cuerpo á que perteneció, publicando sus hermosas Tablas, ávidamente adoptadas, y mejor ó peor reproducidas por otras naciones; impresas por España en magnífica edición estereotípica sobre papel fuerte de hilo, en 1850; edición que fué elegantemente glosada y explicada en español, francés é inglés, por el sabio Sánchez Cerquero, por desear la Reina de España que los beneficios de dicha publicación fuesen extensivos á todas las naciones..... Hoy por hoy, tan magnífica obra parece despreciada por los mismos españoles, para ser sustituida por otros métodos y Tablas extranjeras, que en nada la aventajan. ¡Y puede que los tipos, el papel y la corrección de pruebas de las nuevas Tablas, á que hoy la vista se dirige, sean causa de que muy luego se huya de ellas, para volver á nuestra excelente y clásica edición de Mendoza!

Otra reforma se está efectuando, que también deploro, por más que respete su determinación, fundada indudablemente en poderosos motivos, y es la supresión de las distancias lunares en el *Almanaque náutico*. El perfeccionamiento progresivo de los cronómetros, y la mayor rapidez en la navegación, hacen, en efecto, cada día más remoto el

caso de que la determinación de longitud por distancias lunares sea de una necesidad imprescindible; pero cuando llega este caso, no hay manera de sustituirla, y su falta puede ocasionar graves riesgos y daños.

Los que en la corrección de las distancias lunares deseen llegar á la mayor exactitud, pueden recurrir al *Manual de Astronomía esférica y práctica*, de Chauvenet, que contiene el método riguroso, muy bien explicado é ilustrado con un ejemplo.

La observación antedicha de Marte se verificó midiendo la distancia, según se ha indicado, entre los dos limbos occidentales, el del planeta y el de la luna; y se hizo así, por ser éstos los limbos iluminados en aquel momento. El contacto, por consiguiente, era interno; es decir, todo el disco de la imagen de Marte se proyectaba sobre el de la luna, tocándose sus limbos en un solo punto; y como ambas imágenes, por estar distintamente coloreadas, se destacaban una de otra con satisfactoria claridad, pudo apreciarse bien el momento siguiente, en que los dos limbos empezaron á bisecarse y á salir el planeta del cuerpo de la luna, mediante el pequeño movimiento rotatorio dado al instrumento alrededor de la visual. Algunos autores dicen que en las distancias luni-planetarias se puede prescindir del diámetro de los planetas, procurando hacer los contactos, no con el limbo del planeta, sino con su centro estimado, puesto que en ello no cabe error cuyo influjo sea apreciable; y así parece que debe hacerse en la mar; pero en tierra resulta de mayor sencillez y precisión el contacto de los limbos iluminados.

Concertando entre sí los valores hallados por la segunda y tercera observación, se obtiene, por el mismo camino antedicho,

$$e = 3' 55'',36,$$

$$l = 31^{\circ},5 \text{ Oeste.}$$

Vemos que los distintos errores del instrumento y de la

lectura se han acumulado de tal manera, al medir este ángulo de 89° del ejemplo anterior, que resultan cerca de $4'$ de error de medición. Al medir otros ángulos, probablemente se acumularán los errores de otra suerte, y el resultado podrá ser más pequeño, y hasta nulo, como se comprueba por el cuadro siguiente, en el que se exhiben numerosas observaciones de pares de distancias conjugadas, medidas con alidada fija, todas referidas al mismo lugar, observador, instrumento y corrección de índice, que el ejemplo expuesto anteriormente.

En este cuadro sólo se exponen los errores resultantes de los ángulos medidos y los datos completos de cada caso, por si el lector tuviere el capricho de comprobar algún cálculo. En otro lugar se expondrán los correspondientes resultados de longitud.

| Pares | Fechas. — 1903. | Horas de tiempo medio. | Baró- metro. — Milims. | Termó- metro centi- grado. | Limbo de la luna. | Segundo astro. | Limbo del segundo astro. | Lectura. | Error <i>e</i> resultante. |
|-------|-----------------------|--|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|-------------------|-----------------------------------|--------------|-------------------------------|
| I | 9 Sept. | 17 ^h 13 ^m 11 ^s ,8 | 770 | 18 | Oriental. | Aldebarán al E. | » | 45° 58' 50'' | + 1' 49'',60 |
| | 10 ídem. | 12 49 52,3 | 769,5 | 22 | Idem. | Júpiter al O. | Oriental. | | |
| II | 3 Oct... | 6 14 0 | 769 | 22 | Occident. | Marte al O. | Occident. | 89 17 10 | + 3 48 ,94 |
| III | Idem ... | 14 16 28 ,4 | 769,3 | 16,7 | Idem. | Aldebarán al E. | » | | + 3 55 ,36 |
| IV | Idem ... | 7 48 9 ,6 | 770 | 19,2 | Idem. | Antares al O. | » | 65 20 0 | + 1 45 ,97 |
| | 5 Oct... | 6 5 30 | 772,2 | 27 | Occident. | Altair al O. | » | | |
| V | Idem.... | 11 23 21 ,9 | 772,2 | 22 | Idem. | Aldebarán al E. | » | 39 25 10 | + 0 12 ,92 |
| | 10 Oct... | 16 11 2 ,6 | 769,2 | 27 | Oriental. | α Arietis al O. | » | | |
| VI | Idem.... | 16 28 32 ,6 | 769,2 | 27 | Idem. | Cástor al E. | » | 27 43 55 | + 0 18 ,38 |
| | 2 Nov... | 10 0 52 ,5 | 771 | 17,9 | Occident. | α Arietis al E. | » | | |
| VII | Idem.... | 10 12 57 ,5 | 771 | 17,9 | Idem. | α Pegasi al O. | » | 55 58 20 | + 0 53 ,50 |
| | 10 Nov... | 12 32 53 ,2 | 772,3 | 11,6 | Oriental. | Aldebarán al O. | » | | |
| VIII | Idem.... | 17 51 7 ,2 | 772 | 8,6 | Idem. | Venus al E. | Oriental. | 86 15 20 | + 1 17 ,41 |
| | 11 Nov... | 21 28 0 | 775,1 | 19,5 | Oriental. | Sol al E. | Occident. | | |
| IX | Idem... | 16 18 9 | 773 | 13 | Idem. | Aldebarán al O. | » | 60 23 40 | - 0 7 ,40 |
| | 13 Nov... | 14 54 43 ,5 | 773 | 14,4 | Oriental. | Cástor al O. | » | | |
| X | Idem... | 20 3 23 ,5 | 773 | 14,4 | Idem. | Sol al E. | Occident. | 29 6 10 | + 1 0 ,70 |
| | 25 Nov... | 4 38 23 ,5 | 774,2 | 16 | Occident. | Júpiter al E. | Occident. | | |
| XI | Idem... | 5 13 48 ,5 | 775 | 18 | Idem. | Marte al O. | Idem | 94 39 50 | + 2 12 ,80 |
| | 27 Nov... | 3 31 52 ,3 | 774,7 | 17 | Occident. | Sol al O. | Oriental. | | |
| | Idem.... | 10 39 27 ,4 | 774,2 | 9,5 | Idem. | Rigel al E. | » | | |

Los errores instrumentales que figuran en la última columna del cuadro anterior exageran algo, como ya se indicó, lo que pasaría con otro buen sextante ligeramente examinado y corregido, cual suelen estarlo los que se emplean en observaciones delicadas, pero no de *precisión*, los cuales, generalmente tienen colocados sus espejos y el eje óptico del antejo en los planos respectivos con bastante aproximación, aunque se haya descuidado el examen y corrección

de los otros defectos; mientras que el sextante empleado en las anteriores observaciones debe tener fuera de lugar sus órganos esenciales por el abandono completo en que ha yacido durante treinta años para todo lo que se refiere á dicha colocación; y así se confirmó de modo evidente cuando se determinó la corrección de índice por medio del sol, porque los centros de las dos imágenes pasaban á gran distancia uno del otro al procurar su reunión, mediante el movimiento de la alidada.

Aunque en la tabla anterior se supriman los errores resultantes de la observación del 3 de Octubre por sospechosos de gruesa equivocación en la lectura, todavía los nueve restantes representan un valor probable de 1' próximamente, mayor de lo que debiera esperarse en otro buen instrumento imperfectamente corregido; pero sin importancia alguna cuando se trata de *observaciones conjugadas*.

IV

Errores constantes de observación.

Eliminados ya los efectos de los errores instrumentales y de lectura en la determinación de longitud por distancias lunares, mediante el método que se acaba de exponer, queda por considerar la influencia de los errores de observación y de efemérides y el modo de corregir en lo posible sus efectos.

De los errores de observación pueden descartarse desde luego los fortuitos, que, como es sabido, se eliminan, ó casi se eliminan, por medio de muchas observaciones; y quedan los constantes, entre los cuales conviene distinguir dos clases: una, de los que actúan sobre el resultado siempre en un mismo sentido, y otra, de los que actúan unas veces en un sentido y otras en el opuesto. Á la primera clase pertenece lo que generalmente se llama *ecuación personal*, esto es, el intervalo entre el instante de ocurrir un hecho que impresiona la retina del ojo ó el tímpano del oído del observador, y el instante en que el observador, después de darse cuenta de la impresión y ejercitando en consecuencia su voluntad, llega á apreciar la hora correspondiente. Como por hipótesis la ecuación personal es constante, sus efectos son siempre los mismos y en el mismo sentido, y no hay combina-

ción posible de observaciones que pueda eliminarlos; pero como en el caso presente son de menor cuantía, comparados con los muchos y grandes errores que concurren en la longitud resultante, no hay que preocuparse de la ecuación personal.

Á la segunda clase de errores constantes de observación, esto es, de aquellos cuyos efectos en la longitud resultante van unas veces en un sentido y otras en el opuesto, pertenece otro error personal, que consiste en la propensión adquirida por ciertos observadores de juzgar que está verificándose el contacto de las dos imágenes cuando realmente están algo sobrepuestas, así como otros estiman que se efectúa el contacto cuando realmente las imágenes están separadas. Este resabio ó costumbre defectuosa (*faulty habit* le llama Chauvenet), adquirida por algunos observadores, produce efectos del mismo signo en la longitud resultante, cuando las distancias se refieren á un mismo limbo de la luna, al oriental por ejemplo, tanto si el segundo astro observado está al Este de la luna, como si está al Oeste; y produce efectos de signo contrario cuando las distancias se refieren al otro limbo, al occidental, cualquiera que sea la posición relativa del segundo astro. De donde se deduce que las observaciones conjugadas, que sirven para eliminar los errores instrumentales y de lectura, son ineficaces para combatir este error constante de observación.

En el mismo caso se encuentra cualquier deformación de limbo ó aumento de semidiámetro que pudiera existir por imperfección del anteojo, puesto que sus efectos sobre el resultado serán de igual índole que los anteriores.

Unos y otros se corregirán á un mismo tiempo combinando observaciones de limbo oriental con otras de limbo occidental; por ejemplo, un par de distancias conjugadas de la primera clase, con otro par también conjugado de la segunda, y hallando el promedio de los dos resultados. Y si para mayor perfección se hubieran practicado más observaciones, habría que agrupar por separado las de cada limbo

de la luna, deducir de cada grupo el valor más probable de la longitud, y tomar después el promedio de los dos resultados.

Sirvan de ejemplos las observaciones antes mencionadas, con las que se obtiene:

| LIMBO ORIENTAL | | LIMBO OCCIDENTAL | |
|----------------|-------------------|------------------|-------------------|
| Pares. | Longitud hallada. | Pares. | Longitud hallada. |
| I | + 23,7 | II | + 18,8 |
| V | — 1,0 | III | + 31,5 |
| VII | + 0,3 | IV | + 22,9 |
| VIII | + 23,0 | VI | + 21,8 |
| IX | + 24,6 | X | + 31,5 |
| | | XI | — 13,2 |
| Promedio.. | + 14,12 | Promedio. | + 18,83 |

De la comparación entre los dos promedios anteriores parece legítimo deducir que, para el observador y el sextante á que se refiere el ejemplo, no existe ninguno de los errores constantes de que se ha hecho mención, en la clase de los que producen efectos contrarios cuando varía el limbo de luna observado, ó si existe alguno, debe ser de magnitud inapreciable.

Finalmente, si los vidrios oscuros que se interponen para la observación de la distancia no son correctos, producen en el resultado efectos de carácter constante, cuya eliminación se hace imposible, porque es imposible sujetar todas las observaciones al mismo juego de vidrios. Por lo tanto, será conveniente un examen previo de dichos vidrios y de los errores que puedan ocasionar en el ángulo que se mida, para determinar en cada caso la corrección que corresponda á la distancia observada.

En los buenos sextantes, cuyos vidrios oscuros deben suponerse correctos, y cuyos anteojos definen claramente las imágenes, es de creer que sean de corta importancia los errores estudiados en este cap. iv, como lo confirman los ejemplos expuestos.

V

Errores de efemérides.

En cuanto al auxilio que presta el *Almanaque náutico* para el cálculo de las distancias, conviene recordar que, en el estado actual de la Astronomía, los datos que suministran las Efemérides deben considerarse todos como correctos, á excepción de los que se refieren al lugar que ocupa la luna sobre la esfera celeste, cuya exactitud, siempre en continuo progreso, deja todavía algo que desear. La magnitud de estos errores de posición se conoce más adelante, cuando los principales observatorios publican para cada fecha las diferencias de ascensión recta y declinación de la luna, halladas por ellos mismos entre las predicciones y sus propias experiencias, de donde podremos en su día extraer las diferencias contemporáneas á nuestra actual observación.

Con estas diferencias se procede á corregir la longitud calculada, mediante las fórmulas que van á continuación, tomadas del citado *Manual* de Chauvenet. Sean

α, δ = ascensión recta y declinación de la luna, dadas por el *Almanaque náutico* para la fecha de la observación,

A, Δ = las del sol, planeta ó estrella,

$\delta\alpha, \delta\delta$ = las correcciones que necesitan α y δ , expresadas en segundos de arco,

δd = la corrección correspondiente para la distancia lunar, en la misma unidad de medida,

δL = la corrección correspondiente para la longitud calculada, expresada en segundos de tiempo,

n = el número de minutos de tiempo que tarda la distancia en variar 1' de arco, número cuyo logaritmo es el logaritmo proporcional que da el *Almanaque náutico*, reducido á la hora de la observación.

Los valores de δd y δL se hallarán por las fórmulas siguientes:

$$\delta d = \frac{\cos \delta \cos \Delta \sin (\alpha - A)}{\sin d} \cdot \delta \alpha$$

$$- \frac{\cos \delta \sin \Delta - \sin \delta \cos \Delta \cos (\alpha - A)}{\sin d} \cdot \delta \delta$$

$$\delta L = - \delta d \times n.$$

Aplicadas estas fórmulas á nuestro ejemplo del 3 de Octubre de 1903, se obtiene

| | |
|--|------------------------------|
| $\alpha = 22^{\text{h}} 29^{\text{m}} 40^{\text{s}}$ | $\delta = - 6^{\circ} 35',7$ |
| $A = 16 \quad 23 \quad 13$ | $\Delta = - 22 \quad 54,$ |
| $\alpha - A = 6 \quad 6 \quad 27$ | $d = 88 \quad 58,7$ |
| $= 91^{\circ} 36',7$ | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| $\log \cos \delta = 9,9971$ | $\log \cos \delta = 9,9971$ | $\log \sin \delta = 9,0602_n$ | |
| $\log \cos \Delta = 9,9643$ | $\log \sin \Delta = 9,5903_n$ | $\log \cos \Delta = 9,9643$ | |
| $\log \sin (\alpha - A) = 9,9998$ | $\log \operatorname{cosec} d = 0,0007$ | $\log \cos (\alpha - A) = 8,4500_n$ | |
| $\log \operatorname{cosec} d = 0,0007$ | | $\log \operatorname{cosec} d = 0,0007$ | |
| $+ 0,916 \quad 9,9619$ | $- 0,387 \quad 9,5881_n$ | $+ 0,003 \quad 7,4752$ | |

$$\delta d = 0,916 \delta \alpha + 0,390 \delta \delta$$

$$\log n = 0,3242$$

$$n = 2,110$$

$$\delta L = - 1,93 \delta \alpha - 0,82 \delta \delta.$$

Suponiendo que en el *Anuario* que más adelante publicará el Observatorio de San Fernando con sus propias observaciones de 1903, se halle, para esta fecha del 3 de Octubre,

$$\delta \alpha = + 0^{\circ},44 = + 6'',6$$

$$\delta \delta = + 4'',2,$$

la corrección para la longitud hallada sería

$$\delta L = - 16'',2.$$

Es interesante llevar en cuenta esta corrección por los errores de las efemérides en las observaciones que se practican en tierra; pero en las de mar solamente podrá serlo en circunstancias muy especiales, como la de situar un bajo ú otro punto, después de rendido el viaje.

VI

Determinación de longitud por distancia lunar no dada en las Efemérides.

Nuestro *Almanaque náutico* viene publicando las distancias lunares geocéntricas de tres en tres horas al sol, á cuatro planetas y á nueve estrellas brillantes de las próximas al camino que recorre nuestro satélite sobre la esfera celeste. Los planetas son Saturno, Júpiter, Marte y Venus, y las estrellas son α Arietis, α Tauri (Aldebarán), β Geminorum (Pollux), α Leonis (Regulus), α Virginis (Spica), α Scorpii (Antares), α Aquilæ (Altair), α Piscis Australis (Fomalhaut) y α Pegasi (Markab).

Puede ocurrir que convenga observar una distancia de las que no figuran en el *Almanaque*, y este caso ocurre con frecuencia cuando se sigue el método expuesto de pares conjugados, cuya elección se facilita mucho adoptando nuevas estrellas con iguales condiciones. Puede ocurrir también que, habiendo observado por equivocación distinta estrella, sea importante no desperdiciar la observación. Además ocurrirá, desgraciadamente, que desde el año 1905 el *Almanaque náutico* suprimirá por completo la predicción de las distancias lunares.

En ninguno de estos tres casos hay motivo suficiente para abandonar el problema, porque la falta de distancia sumi-

nistrada por el *Almanaque* puede suplirse por el cálculo de la misma, mediante el conocimiento que las Efemérides proporcionan de los lugares de ambos astros sobre la esfera celeste, ya sea por las coordenadas longitud y latitud, ya por las coordenadas ascensión recta y declinación; y después es fácil deducir la hora del primer meridiano correspondiente á la observación y la longitud del lugar. La marcha es como sigue:

Cuando la distancia observada no se encuentra en el *Almanaque*, se procede desde luego, lo mismo que cuando se encuentra, á su completa corrección por los medios ya conocidos. Después se calcula la distancia que corresponde á la hora reducida — la que se obtiene sumando á la hora media local la longitud supuesta — tomando de las Efemérides para este cálculo las coordenadas correspondientes á dicha hora reducida. Si las dos distancias coinciden, la longitud que se supuso es la correcta. Si no coinciden, resta por averiguar cuánto debe variarse la longitud supuesta para lograr que ambas distancias coincidan, y esta nueva longitud será la que se busca.

El *Almanaque náutico* de 1905, que es el primero que suprime las distancias lunares, da las fórmulas y métodos para calcularlas por las coordenadas que se refieren á la eclíptica ó por las que se refieren al ecuador; pero estas fórmulas por sí solas no son de utilidad para el navegante, mientras no vengan acompañadas de las que conducen al cálculo de la longitud.

El *Tratado de navegación*, de Ribera, expone el método llamado de Guyón, que resuelve por completo el presente problema en todos sus detalles y lo ilustra con numerosos ejemplos.

Para mayor variedad y que cada cual pueda elegir el método que más le agrade, se expondrá aquí el de Chauvenet, que, como el de Guyón, se deduce fácilmente del triángulo formado en el polo Norte y los centros de ambos astros. Sean

- T = la hora de tiempo medio local correspondiente á la observación,
 L = la longitud supuesta,
 d = la distancia verdadera obtenida mediante la observación,
 α, δ = la ascensión recta y la declinación de la luna, tomadas de las
 Efemérides para la hora de San Fernando $T + L$.
 A, Δ = las del sol, planeta ó estrella,
 λ = el incremento de α durante 1^m de tiempo medio, expresado en
 segundos de arco.
 β = el de δ ,
 γ = el de d_0 ,
 d_0 = la distancia verdadera calculada que corresponde á los valores
 de α y δ ,
 δL = la corrección que hay que aplicar á la longitud supuesta para
 obtener la verdadera,

y las fórmulas para el cálculo son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{tang } M &= \text{tang } \Delta \sec (\alpha - A) \\
 \cos d_0 &= \sin \Delta \cos (\delta - M) \text{cosec } M \\
 \gamma &= \lambda \cdot \cos \delta \cos \Delta \sin (\alpha - A) \text{cosec } d_0 + \beta \cdot \cot d_0 \text{ tang } (\delta - M) \\
 \delta L &= \frac{60 (d - d_0)}{\gamma}
 \end{aligned} \right\} \text{(II)}.$$

EJEMPLO. — En el mismo lugar y con el mismo instrumento de los ejemplos anteriores, se midió el 8 de Septiembre de 1903, á las $13^h 16^m 49^s,2$ de tiempo medio local, la distancia $60^\circ 12' 30''$ de Aldebarán al limbo oriental de la luna.

Corregida esta distancia por el método de Mendoza, resultó

$$d = 60^\circ 4' 27'',3.$$

Y suponiendo que dicha distancia no se encuentra en el *Almanaque náutico*, se procede al cálculo de las fórmulas (II).

$$\begin{array}{r}
 T = 13^h 16^m 49^s,2 \\
 L = \quad \quad \quad 0,3 \\
 \hline
 T + L = 13 \ 16 \ 49,5
 \end{array}$$



Para esta hora reducida se halla en el *Almanaque*

$$\alpha = 0^{\text{h}} 31^{\text{m}} 37^{\text{s}},93 \quad A = 4^{\text{h}} 30^{\text{m}} 24^{\text{s}},13 \quad \lambda = + 29'',878$$

$$\delta = + 3^{\circ} 14' 26'',1 \quad \Delta = + 16^{\circ} 18' 52'',5 \quad \beta = + 9,672$$

$$\alpha - A = -3^{\text{h}} 58^{\text{m}} 46^{\text{s}},20 = -59^{\circ} 41' 33'',$$

valores que, introducidos en las fórmulas, dan

| | |
|---|---|
| $\log \text{ tang } \Delta = 9,4664179$ | $\log \sin \Delta = 9,4485688$ |
| $\log \text{ sec } (\alpha - A) = 0,2970178$ | $\log \cos (\delta - M) = 9,9503678$ |
| $\log \text{ tang } M = 9,7634357$ | $\log \text{ cosec } M = 0,2995346$ |
| $M = 30^{\circ} 6' 51'',0$ | $\log \cos d_o = 9,6984712$ |
| $\delta - M = -26 52 24,9$ | $d_o = 60^{\circ} 2' 16'',7$ |
| | $d - d_o = 130'',6$ |
| $\log \lambda = 1,47535$ | $\log \beta = 0,98552$ |
| $\log \cos \delta = 9,99931$ | $\log \cot d_o = 9,76077$ |
| $\log \cos \Delta = 9,98215$ | $\log \text{ tang } (\delta - M) = 9,70479_n$ |
| $\log \sin (\alpha - A) = 9,93618_n$ | $\log 2.^{\circ} \text{ térm.}^{\circ} = 0,45108_n$ |
| $\log \text{ cosec } d_o = 0,06230$ | $2.^{\circ} \text{ térm.}^{\circ} = - 2'',82$ |
| $\log 1.^{\text{er}} \text{ térm.}^{\circ} = 1,45529_n$ | $\gamma = - 31,35$ |
| $1.^{\text{er}} \text{ térm.}^{\circ} = - 28'',53$ | $\delta L = - 250^{\text{s}},0$ |

$$\text{Long. resultante} = L + \delta L = 0^{\text{s}},3 - 250^{\text{s}},0 = - 249^{\text{s}},7 = - 4^{\text{m}} 9^{\text{s}},7.$$

La hipótesis de que esta distancia no se encontrara en el *Almanaque náutico* no es cierta; el *Almanaque* la contiene, y trabajada la longitud por ella, resulta

$$- 4^{\text{m}} 12^{\text{s}},3,$$

casi idéntica á la obtenida por el anterior cálculo, toda vez que la pequeña diferencia se puede atribuir á que el *Almanaque*, con razón, desprecia las fracciones de segundo en las distancias.

Además de la distancia, el *Almanaque náutico* proporcio-

na actualmente el *logaritmo proporcional de la distancia*, el cual hemos utilizado antes, no solamente para el cálculo de las segundas diferencias en la hora que se halla para el primer meridiano, sino también, al concertar dos observaciones conjugadas, para el cálculo de las n en las ecuaciones (I). Como al faltar la distancia en las Efemérides, también faltará el citado *logaritmo proporcional*, sería preciso en tal caso proceder á su cálculo, si no fuera porque el valor de n se deduce inmediatamente del que se acaba de hallar para γ mediante la formula

$$n = \frac{60}{\gamma}.$$

Como se ve, la falta de las distancias en las Efemérides no es obstáculo insuperable para la solución de nuestro problema, y el cálculo de una ó dos distancias que se hayan observado y se consideren convenientes para la determinación de la longitud, no sobrecarga grandemente el trabajo, si bien la supresión total sería un gravamen á perpetuidad, digno de tomarse en consideración. Además, cuando falten todas y se considere preciso calcularlas todas y para distintas horas, con el objeto de hacer la selección de las que más convengan á cada caso, resultaría empresa tan prolija, que no cabe pensar en realizarla. Tal vez pudiera suplirse esto último, en cierto modo, con un globo celeste, en el que se situaran los lugares de la luna de tres en tres horas; pero siempre se habría de echar mucho de menos la publicación actual de las distancias lunares que de muchos años acá se viene haciendo, y no á humo de pajas.

VII

Resumen.

El problema de la determinación de longitud por la observación de distancias lunares ha sido, y continúa siendo, del mayor interés en determinadas y remotas circunstancias; y también sería de uso corriente en largas navegaciones y en tierra, si se practicase de modo que condujera á resultados de suficiente exactitud. La incertidumbre de éstos — cuando no se perfecciona el sistema — procede de los errores de origen, tan abultados en la longitud resultante, que 1' de arco en aquéllos produce de medio á 1° de error en la longitud.

Los errores de origen son los del instrumento, de la observación y de las efemérides, los cuales reunidos pueden estimarse aproximadamente en un valor probable de $\pm 30''$ para buenas circunstancias de observador é instrumento. Y por bueno que el instrumento sea, si no está debidamente examinado y corregido de todos sus defectos, dicho valor probable puede aumentar considerablemente.

Por todo lo cual es frecuente 1° de error en la longitud resultante, y aun se llega alguna vez á 2° con la observación de mar más esmerada.

Tales resultados pueden temerse cuando se observa una sola distancia, ó varias escogidas *ad libitum*, sin relación

conveniente entre sí, y esta es la causa principal que, en unión de dificultades en la observación y prolijidad en el cálculo, ha alejado á muchos de practicar el problema, y lo amenaza hoy de muerte en alguna que otra nación por la supresión de sus efemérides, que vendrá á aumentar aquel alejamiento.

En mal hora y á destiempo parece que ve la luz pública el presente estudio, cuyas tendencias son, por el contrario, las de generalizar y popularizar el problema que hoy se encuentra por algunos en vías de abandono, y las de procurar su frecuente uso, aun en las circunstancias más comunes. No retrocede, sin embargo, ante esas amenazas de muerte, porque entraña en su doctrina motivos quizás suficientes de resurrección, al presentar ciertos agrupamientos de observaciones como medio eficaz de eliminar completamente en el resultado los principales errores, y dejarlo tan cercano á la exactitud, cuanto fuera de desear en la práctica cotidiana de las largas navegaciones, y cuanto era necesario en las observaciones terrestres para competir con los mejores métodos lunares, que generalmente no están al alcance del viajero.

De los tres órdenes expresados de errores de origen, el de más entidad es, con notable diferencia, el que se refiere á los errores del instrumento y de su lectura. El influjo de éstos en el resultado se elimina por completo cuando se observa un par de distancias conjugadas con la alidada fija, según queda expuesto.

De la importancia de esta eliminación puede formarse idea por medio de los resultados que á continuación se exponen, producto de la observación de los 11 pares de distancias ya mencionados como ejemplo.

| Numeración de los pares. | Longitud obtenida por cada observación aislada. | Longitud obtenida por cada par. |
|--------------------------|---|---------------------------------|
| I | — 3 ^m 2 ^s ,1 + 3 45,2 | + 23 ^s ,7 |
| II III | + 8 21,9 — 7 11,5 + 8 22,2 | + 18,8 + 31,5 |
| IV | + 4 10,5 — 2 58,7 | + 22,9 |
| V | + 23,1 — 26,2 | — 1,0 |
| VI | — 17,4 + 1 8,1 | + 21,8 |
| VII | + 1 30,9 — 1 36,1 | + 0,3 |
| VIII | — 1 59,0 + 2 35,2 | + 23,0 |
| IX | + 11,3 + 38,4 | + 24,6 |
| X | — 51,6 + 2 1,8 | + 31,5 |
| XI | + 4 38,4 — 5 9,3 | — 13,2 |

Una mirada al cuadro anterior basta para cerciorarse de la enorme diferencia que existe entre la precisión que se obtiene por una sola distancia y la que se alcanza por un par conjugado. En el primer caso, las longitudes resultantes

difieren entre sí hasta 933 segundos de tiempo, mientras que en el segundo caso la mayor diferencia no llega á 45.

Aplicando los mínimos cuadrados á la segunda columna, se halla $\pm 38',6$ como error probable de la longitud obtenida por la observación de una sola distancia, para el observador y el instrumento á que estas observaciones se refieren, lo que confirma la opinión antedicha sobre la mucha incertidumbre que es de esperar por observaciones aisladas.

Y aplicando los mínimos cuadrados á la tercera columna, se obtiene $\pm 2',5$ como error probable de la longitud obtenida por la observación de un solo par conjugado. La pequeñez de este error probable viene también á comprobar lo que antes se anunció sobre la gran aproximación á que se podía llegar, mediante la observación de distancias conjugadas con alidada fija, y sobre la gran importancia de los errores instrumentales y de lectura, cuyos efectos son los que se anulan por la observación de cada par.

El promedio de todas las longitudes citadas es $+ 16^s,5$; y siendo la longitud verdadera del lugar $+ 0^s,3$, resulta un error de $16^s,2$, equivalente á 4', ó sean unas tres millas del paralelo; pero falta someter todavía este resultado á la corrección del error de efemérides, que podrá hacerse dentro de algunos años, cuando se publiquen los anuarios de 1903 de los principales observatorios.

Con tales resultados, parece que debe quedar sin valor alguno todo motivo que arguya á favor de la supresión de las distancias lunares en las Efemérides, y reforzados todos los poderosos argumentos que á dicha supresión se oponen, muy principalmente la obligación moral de acudir en auxilio del buque, que á causa de grandes errores en sus longitudes de estima y cronométrica, ó de la falta accidental de la última, navegue ciegamente hacia probable naufragio, del que podría librarse si tuviera á su disposición los medios necesarios para el cálculo de su longitud por un par conjugado de distancias lunares.

No hay motivo para abandonar un problema que fué tan

deseado cuando no se le conocía, tan apreciado cuando se le conoció, tan indispensable en ciertos casos, que no por ser remotos son de menos angustia para el navegante, y hoy todavía más digno de aprecio por las mejoras introducidas ó que se proyectan. Chauvenet dice de él que *es de la mayor importancia para el astrónomo viajero, y especialmente para el marino*. Y siendo así, ¿cómo es posible que lo abandonen los Observatorios de *Marina*? Ribera, en su flamante *Tratado de navegación*, indica, muy atinadamente á mi juicio, que *ningún oficial debe abandonar la práctica de las distancias lunares, y frecuentemente debe dedicarse á calcular por medio de ellas la longitud, para compararla con la deducida por los cronómetros; y de esta suerte, si alguna vez se encontrase privado de tan valiosos elementos, no se verá en el triste caso de mendigar su longitud al primer buque que cruce su azarosa derrota*. Á lo que se debe agregar que más triste puede ser el caso si no encuentra ese primer buque.

En todo viaje largo será muy importante y conveniente el arreglo del cronómetro por medio de las distancias lunares, como ya se ha indicado; y esta es otra razón de peso para solicitar la predicción de ellas en el *Almanaque náutico*. La observación de algunos pares elegidos durante una lunación, de modo que se eliminen los errores del sextante y del observador, proporcionará, por el cálculo, los estados absolutos del cronómetro con respecto al primer meridiano, correspondientes á cada observación. Su promedio será con suficiente precisión el estado absoluto correspondiente á la fecha y hora promedias de todas las observaciones. Procedimiento igual en la siguiente lunación producirá otro estado de igual precisión para distinta fecha y hora; y de la comparación entre ambos estados se deducirá el *movimiento de mar* con aproximación bastante, según, con menos motivo, afirma Chauvenet.

Hasta en los viajes pequeños conviene que se aplique á este problema el observador asiduo, para ejercitarse debidamente en su observación y cálculo y familiarizarse con él.

En cuanto al explorador terrestre afecto á la Astronomía, deberá encontrar muy favorable esta observación de pares conjugados, que con sólo el modesto sextante, sin necesidad de grandes instrumentos ni de observatorio portátil, le proporcionará resultados de gran precisión.

Por todo lo cual hay que insistir animosamente en dar nueva vida al problema de determinar la longitud por distancias lunares *debidamente combinadas*, amenazado hoy de muerte en nuestra patria—y parece que también en Francia;—y solicitar nuevos auxilios para nuestro Observatorio, que si suprimió en su *Almanaque náutico* tan preciosos datos, seguramente habrá sido por razones de forzada economía.

Si, á pesar de todos estos motivos, dicho *Almanaque* persiste en no publicar las distancias lunares, habrá que recurrir al *Nautical Almanac* de Inglaterra ó á *The American Ephemeris* de los Estados Unidos, que es de creer continúen con su publicación.

Otra de las ventajas del método, es que indulta del arduo y repetido trabajo que representa el *examen y corrección del sextante*, necesarísimo cuando se trata de determinar la longitud por distancias lunares aisladas ó independientes unas de otras. Para los pares conjugados poco importa que el instrumento tenga ciertos defectos, que serían intolerables en otra clase de observaciones, como errores en la graduación, descentración de la alidada, faltas de paralelismo en las caras de los espejos, descuidada colocación de éstos ó del antejo, y corrección errónea de índice. Poco importa también que todos estos defectos y sus consecuencias sean completamente desconocidos. Basta que el antejo sea bueno, en lo que cabe, y del mayor poder posible, que las imágenes sean correctas y nítidamente definidas, y que los vidrios oscuros que se usen no tengan defectos, para conseguir tan buenos resultados como con el sextante más perfecto y mejor examinado y corregido.

Queda, pues, trazado el modo de observar las distancias lunares para que, en vez de llegar á resultados muy erróneos ó de poca confianza—que era el motivo que las iba alejando de la práctica,—se alcancen resultados de notable exactitud y gran utilidad, los cuales darán testimonio de que tales observaciones son preciosas é imprescindibles en circunstancias de notoria transcendencia, y muy recomendables para extensa aplicación y frecuente uso, tanto en los viajes marítimos como en las exploraciones terrestres.

Á los encargados de los centros de efemérides toca ahora coadyuvar por su parte con todo lo que pueda facilitar tan importante problema ó contribuir á su mejor éxito, siguiendo para ello las tradiciones de los que nos precedieron y que siempre le otorgaron caloroso apoyo y decidida estimación. Si algunos últimamente se enfriaron al considerar los errores que pueden producir una ó varias observaciones de distancias lunares, cuando no guardan cierta relación entre sí, lógico es que hoy modifiquen su opinión y vuelvan de su acuerdo, al tocar y apreciar cómo desaparecen los grandes errores, toda vez que las observaciones se combinen de una manera conveniente.

Sí así lo hicieren, Dios se lo premie.

FINIS

IN
MAJOREM
SEXTANTIS
LAUDEM







