



School of Architecture
24th - 26th June 2015. Seville

Full Papers

CMMoST 2015

3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON
MECHANICAL MODELS IN STRUCTURAL ENGINEERING

CMMoST 2015

3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON
MECHANICAL MODELS IN STRUCTURAL ENGINEERING



ugr



CSIC



Editors

Víctor Compán Cardiel
Andrés Sáez Pérez
Enrique Hernández Montes
Luisa M^a Gil Martín
M^a Dolores Gómez Pulido

Edition Coordinator

Víctor Compán Cardiel

Contributor

Margarita Cámara Pérez

ISBN: 978-84-606-9356-7

University of Seville

Legal deposit: SE-941-2015

Designed by Margarita Cámara Pérez

Printed in Spain



School of Architecture
24th - 26th June 2015. Seville

Full Papers

CMMoST 2015

3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON

MECHANICAL MODELS IN STRUCTURAL ENGINEERING

PREFACE

Dear Friends and Colleagues,

Welcome to the Third International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering ([CMMoST2015](#)) – School of Architecture, Seville, Spain, 24th to 26th June 2015.

[CMMoST 2015](#) is a scientific event organized by the University of Seville in conjunction with the University of Granada and the Eduardo Torroja Institute for Construction Science, Spain. The CMMoST conferences are devoted to fostering the continued involvement of the research community in all the areas of Structural Engineering, from identifying innovative applications and novel solution techniques to developing new mathematical procedures or addressing educational issues in technical degrees. Previous successful conferences were held in Granada, Spain (2011 and 2013).

The present volume is a collection of edited papers that were accepted for oral presentation at [CMMoST 2015](#) after peer-review. Research papers received from five countries formed the basis for the Technical Program. We warmly thank all the contributors, authors, plenary speakers and sponsors of the event and wish this conference will offer you fruitful scientific discussions and a pleasant time in the historic city of Sevilla.

Special thanks are due to the Institutional Research section of the Office of the Provost at the Universidad de Sevilla (Vicerrectorado de Investigación – V Plan Propio de Investigación) for all the support provided.

Last but not least, the conference organizers would also like to express their gratitude to the International Scientific Advisory Board for their assistance in supporting and promoting the objectives of the meeting as well as for their assistance in the form of reviews of the submitted papers.

Seville, June 2015

[CMMoST 2015](#) Organizing Committee

Víctor Compán Cardiel. University of Seville, Spain.

Andrés Sáez Pérez. University of Seville, Spain.

Enrique Hernández Montes. University of Granada, Spain.

Luisa María Gil Martín. University of Granada, Spain.

M^a Dolores Gómez Pulido. Eduardo Torroja Institute for Construction Science (CSIC), Spain.

ORGANIZING COMMITTEE

Andrés Sáez Pérez. University of Seville, Spain

Víctor Compán Cardiel. University of Seville, Spain

Enrique Hernández Montes. University of Granada, Spain

Luisa María Gil Martín. University of Granada, Spain

M^a Dolores Gómez Pulido. Eduardo Torroja Institute for Construction Science (CSIC), Spain

LOCAL COMMITTEE

Margarita Cámara Pérez. University of Seville, Spain

Javier Jiménez Alonso. University of Seville, Spain

Marta Molina Huelva. University of Seville, Spain

Pablo Pachón García. University of Seville, Spain

Esperanza Rodríguez Mayorga. University of Seville, Spain

SCIENTIFIC COMMITTEE

Luis Albajar Molera, (Polytechnic University of Madrid), Spain

Josep María Adell Argiles, (Polytechnic University of Madrid), Spain

Rafael Aguilar Velez, (Pontifical Catholic University of Peru), Peru

Adolfo Alonso Durá, (Polytechnic University of Valencia), Spain

Mark A. Aschheim, (Santa Clara University), EEUU

Eduardo Bayo Pérez, (University of Navarra), Spain

Federico C. Buroni, (University of Seville), Spain

Juan Francisco Carbonell Márquez, (University Loyola of Seville), Spain

Germán Castillo López, (University of Málaga), Spain

Héctor Cifuentes Bulté, (University of Seville), Spain

Antoni Cladera Bohigas, (University of Baleares Islands), Spain

Antonio Delgado Trujillo, (University of Seville), Spain

Miguel Fernández-Ruiz, (École Polytechnique Fédérale de Lausanne), Switzerland

Pablo de la Fuente Martín, (Polytechnic University of Madrid), Spain

Pedro Galvín Barrera, (University of Seville), Spain

Pietro Gambarova, (Polytechnic of Milan), Italia

Felipe García Sánchez, (University of Málaga), Spain

José María Goicolea Ruigómez, (Polytechnic University of Madrid), Spain

Alejandro Mateo Hernández Díaz, (Pontifical Catholic University of Murcia), Spain

Alfredo E. Huespe, (Centro de Investigación de Métodos Computacionales, CIMEC), Argentina

Salvador Ivorra Chorro, (University of Alicante), Spain

David López Martín, (University of Granada), Spain

Paulo Lourenço, (University of Minho), Portugal

Oswaldo Luís Manzoli, (Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho), Brasil

Antonio Marí Bernat, (Polytechnic University of Cataluña), Spain

Pascual Martí Montrull, (Polytechnic University of Cartagena), Spaiia

Fernando Medina Encina, (University of Seville), Spain

Enrique Mirambell Arrizabalaga, (Polytechnic University of Cataluña), Spain

Miguel Muñoz Black, (University Mayor of San Andrés), Bolivia

Xavier Oliver Olivella, (Polytechnic University of Cataluña), Spain

Eugenio Oñate Ibañez de Navarra, (CIMNE), Spain

Michele Palermo, (University of Bologna), Italy

Stravroula Pantazopoulou, (University of Cyprus), Cyprus

Miguel Pasadas Fernández, (University of Granada), Spain

Ignacio Javier Paya Zaforteza, (Polytechnic University of Valencia), Spain

Juan Pérez Valcarcel, (University of A Coruña), Spain

Mario Rodríguez Rodríguez, (Universidad Nacional Autónoma de México), Mexico
Luis Rodríguez de Tembleque, (University of Seville), Spain
Manuel Romero García, (Polytechnic University of Valencia), Spain
José Sánchez Sánchez, (University of Seville), Spain
Biljana Scepanovic, (University of Montenegro), Montenegro
Mario Solís Muñiz, (University of Seville), Spain
Pedro Miguel Sosa, (Polytechnic University of Valencia), Spain
Alberto Taliercio, (Polytechnic of Milan), Italy
Tomaso Trombetti, (University of Bologna), Italy
Narciso Vázquez Carretero, (University of Seville), Spain
Michael Wüensche, (University of Wuppertal), Germany
Carlos Zanuy Sánchez, (Polytechnic University of Madrid), Spain
Chuanzeng Zhang, (University of Siegen), Germany

CONTENTS

KEYNOTE LECTURES

TOWARDS A UNIFIED MECHANICAL MODEL FOR DESIGN AND ASSESSMENT OF STRUCTURAL CONCRETE MEMBERS UNDER SHEAR, FLEXURE AND PUNCHING.
Antonio R. Marí Bernat 3

COMBINATION OF PARTICLE-BASED AND FINITE ELEMENT MODELS FOR NON LINEAR STRUCTURAL ANALYSIS AND FLUID-STRUCTURE INTERACTION.
Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra 3

BEHAVIOR OF MASONRY STRUCTURES SUBJECTED TO BLAST: TESTING AND SIMULATION.
Paulo José Brandão Barbosa Lourenço 3

EXTENDED ABSTRACTS

3D MULTI-PASS FINITE ELEMENT WELDING MODELLING OF BUTT-WELDED PLATE SPECIMEN.
Sanz Balduz, L.J.; Salesa Bordanaba, A.; González Abril, E. 7

A POSTGRADUATE COURSE ON PRECAST-PRESTRESSED CONCRETE ROAD BRIDGES OPTIMIZATION
Martí, José V.; Yepes, Víctor 27

A PROCEDURE TO TRACK VIBRATION MODES UNDER CHANGING EXTERNAL FACTORS: APPLICATION TO A PEDESTRIAN BRIDGE.
Soria, J.M.; Díaz, I.M.; García-Palacios, J.H.; Ibán, N.; Lorenzana, A. 41

ADVANCED FE MODELS OF STIFFENED CLEAT ANGLE CONNECTIONS.
Reinosa, J.M.; Loureiro, A.; Gutiérrez, R.; López, M. 58

AN EVOLUTIONARY ALGORITHM APPROACH TO DESIGNING OF PRECAST-PRESTRESSED CONCRETE ROAD BRIDGES WITH STEEL FIBER-REINFORCEMENT.
Martí, José V.; Yepes, Víctor 66

ANÁLISIS MECÁNICO DE ALBAÑILERÍA ARQUEOLÓGICA DE ADOBE BAJO CARGAS DE COMPRESIÓN UNIAXIAL: EL CASO DE HUACA DE LA LUNA.
Eduardo Ramírez, Mijail Montesinos, Rui Marques, Ricardo Morales, Santiago Uceda, Paulo B. Lourenço, Rafael Aguilar 77

ANALISIS OF MASONRY VAULTS AS A TOPOLOGY OPTIMIZATION PROBLEM.
Bruggi, M.; Taliercio, A. 91

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF THE BLOCK IN THE DYNAMIC PROPERTIES OF DOMESTIC BUILDINGS WITH MASONRY STRUCTURE.
Vázquez, E.; Sánchez, J.; Rodríguez-León, M.T. 101

APPLYING PHOTOELASTICITY TO MASONRY STRUCTURES ANALYSIS.
Mencías, D.; García, J.; Magdalena, F. 114

AUTOMATIC COUNTERFORT RETAINING WALL DESIGN BY SIMULATED ANNEALING AND EXTREME VALUE ESTIMATION.
Yepes, V.; Martí, J.V. 126

BOND STRENGTH OF GALVANIZED STEEL: EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY BASED ON PULL-OUT TESTS.
"Luna Molina, F. J.; Fernández Ruiz, M.A.; Hernández Montes, E.; Alonso Alonso, M.C. " 143

COMPARATIVE STUDY OF TRUSSES TO DETERMINE THE INFLUENCE OF THE GEOMETRY IN THE STRUCTURAL EFFICIENCY, ACCORDING TO THE DIRECTIONS OF THE PRINCIPAL STRESSES. PART II.
Señís, Roger; Brufau, Robert; Sastre, Ramon; Carbajal, Eusebio Carlos 159

DAMAGE ASSESSMENT IN A REINFORCED CONCRETE PEDESTAL BASED ON ROTATING MACHINERY VIBRATION ANALYSIS.
Rosado Tamariz, E.; López López, A.; Porras-Navarro González, D. 169

DEFINITION AND CHARACTERIZATION OF A HISTORICAL BUILDING BY USING DIGITAL PHOTOGRAMMETRY AND OPERATIONAL MODAL ANALYSIS. SAN JUAN DE LOS CABALLEROS CHURCH (JEREZ DE LA FRONTERA, SPAIN)
Pachón, P.; Compán, V.; Rodríguez-Mayorga, E.; Cámara, M.; Pinto, F. 188

DESIGN AND CALCULATION OF DOWEL-TYPE JOINTS IN TIMBER STRUCTURES. BEHAVIOUR OF LOAD AGAINST DISPLACEMENT.
Domínguez, M.; Fueyo, J.G.; Cabezas, J.A. 199

DESIGNING COMPRESSION STRUCTURES BY TOPOLOGICAL MAPPING. <i>Carbonell-Márquez, J.F.; Gil-Martín, L.M.; Hernández-Montes, E.</i>	213
DYNAMIC BEHAVIOR OF MASONRY CHIMNEY WITH DIFFERENT REINFORCEMENT SCHEMES. <i>Bru, D.; Ivorra, S.; Baeza, F.J.; Brotons, V.</i>	224
DYNAMIC CHARACTERIZATION, MODELLING AND MODEL UPDATING OF A LIVELY FOOTBRIDGE. <i>Ibán, N.; Castaño, J.; Soria, J.M.; Díaz, I.M.; Lorenzana, A.</i>	236
ESTIMATING ROBUST OPTIMUM PARAMETERS OF TUNED MASS DAMPERS USING MULTI-OBJECTIVE GENETIC ALGORITHMS. <i>Jiménez-Alonso, J.F.; Sáez, A.</i>	245
EXPERIMENTAL VALIDATION OF USUAL NUMERICAL MODELS OF CRACKED BEAMS FOR DAMAGE DETECTION APPROACHES. <i>Benjumea, A.J.; Solís, M.</i>	253
INFLUENCE OF MICROMECHANICS IN COMPOSITE PANELS BUCKLING LOADS. <i>Martín, A.; Ibiza, C.; Rodríguez-Tembleque, L.</i>	267
LINEARLY ELASTIC SEISMIC EVALUATION OF MASONRY HISTORICAL BUILDINGS IN SANTIAGO, CHILE: THE CASE OF THE PEREIRA PALACE. <i>Valledor, Roberto; López-García, Diego; Sandoval, Cristián</i>	281
MATHEMATICAL MODEL FOR SOIL-STRUCTURE-INTERACTION IN INVERTED PENDULUM TYPE STRUCTURES. <i>Hernández-Barrios, Hugo; Arce León, Carlos and Rivera Vargas, Darío</i>	300
MAXIMUM VALUES OF ANGULAR DISTORTION ASSOCIATED WITH PLASTIC YIELDING AND COLLAPSE OF STRAIGHT CONCRETE SECTIONS. <i>Rubén Darío Cano Marín</i>	313
MAXIMUM VALUES OF DEFORMATION ASSOCIATED WITH THE STRUCTURAL COLLABORATION OF THE BRICK MASONRY <i>Rubén Darío Cano Marín</i>	324
MECHANICAL CHARACTERIZATION OF SPORTIVE TRACKS MADE WITH MATERIALS RECYCLED FROM END-OF-LIFE TYRES <i>Morales-Gámiz, F.J.; Escriba, S.; García-Villena, F.A.; Bermejo, J.M.; Saiz, L.</i>	330
MECHANICAL MODEL TO APROXIMATE THE BEHAVIOUR OF DOWEL-TYPE JOINTS WITH EXPANSIVE KITS IN TIMBER STRUCTURES. <i>Fueyo, J.G.; Domínguez, M.; Cabezas, J.A.</i>	347
MODEL UPDATING OF A HISTORICAL BUILDING BY USING AMBIENT VIBRATION TESTS. CHAPEL OF THE WÜRZBURG RESIDENCE (GERMANY) <i>Compán, V.; Pachón, P.; Cámara, M.; Jiménez-Alonso, J.F.; Sáez, A.</i>	361
MODELING CRACK GROWTH IN QUASI-BRITTLE MATERIALS USING MESH FRAGMENTATION TECHNIQUE. <i>Andrade Maedo, M.; Manzoli, O.L.</i>	373
MODELLING OF THE BEHAVIOR OF POST-TENSIONED CONCRETE STRUCTURES SUBJECTED TO LONG TERM THERMAL LOADS. <i>Medina Reguera, Fernando; Cifuentes Bulté, Héctor; Medina Encina, Fernando</i>	385
MODELLING UNREINFORCED, TRM-STRENGTHNED AND FRP-STRENGTHENED BRICK MASONRY WALLS SUBJECTED TO ECCENTRIC COMPRESSIVE LOAD. <i>Bernat-Maso, E.; Gil, L.; Roca, P.</i>	403
MONUMENTAL TREE PROTECTION BY AN UNIQUE PEDESTRIAN BRIDGE. <i>Ivorra, S.; Alvado, J.; Crespo, M.A.</i>	423
NONLINEAR SEISMIC ANALYSIS OF CONCRETE BUILDINGS CONSIDERING DIFFERENT MODELS OF PLASTIC HINGES. <i>López-López, Andrés; Tomás, Antonio</i>	431
NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF MODE I DELAMINATION FAILURE IN COMPOSITE LAMINATES <i>Mesas Díaz, A.A.; Castillo López, G.; García Sánchez, F.</i>	442
NUMERICAL MODELING FOR THE REBAR BOND BEHAVIOUR IN NORMAL AND HIGH STRENGTH CONCRETE. <i>Varona, F.B.; Navarro, M.; Baeza, F.J.; Ivorra, S.</i>	459
ON THE INSURMOUNTABLE SIZE OF TRUSS-LIKE STRUCTURES. <i>Olmedo Rojas, C.; Cervera Bravo, J.; Vázquez Espí, M.</i>	477

OPTIMAL TMD-BASED CONTROL STRATEGY FOR HUMAN-INDUCED VIBRATIONS. <i>Wang, X.; Díaz, I.M.; Pereira, E.</i>	494
OPTIMIZACIÓN DE UNA CIMENTACIÓN PILOTADA Y DE LA SUPERESTRUCTURA DE UN CENTRO COCOMERCIAL MEDIANTE SIMULACIÓN DE LA INTERACCIÓN TERRENO-ESTRUCTURA EN SUELO LICUEFACTIVO LICUEFACTIBLES CON UN CASO DE SISMO DIMENSIONANTE. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS CON Y SIN INTERACCIÓN TERRENO ESTRUCTURA. <i>Caramés, C.; Ibañez, J.; Canto, J.V.</i>	508
OPTIMIZATION OF CONNECTIONS FOR SPATIAL MODULAR STRUCTURES. <i>Rodríguez-León, M.T.; Sánchez, J.</i>	525
PELLI TOWER IN SEVILLA: A NEW CONCEPT IN THE BUILDING ARCHITECTURE. <i>Hinojosa Sánchez-Barbudo, I.; Garrido Conejero, J.R.; Medina Gil, B.; Vicent Velasco, J.V.</i>	537
RELEVANT FEATURES IN STEEL STRUCTURES TEACHING IN BUILDING CONSTRUCTION BY PROJECT---BASED LEARNING. <i>Delgado, Antonio; de Justo, Enrique; Molina, Marta; Rodríguez--Mayorga, Esperanza</i>	560
RELIABILITY-BASED OPTIMIZATION OF STEEL STRUCTURES USING GENETIC ALGORITHMS AND NONLINEAR FINITE ELEMENTS <i>Celorrio Barragué, Luis</i>	572
REPLACEMENT OF CABLES AND FOUNDATION ANCHORS OF THE COVER ARCHS CARBON PARK IN AS PONTES (A CORUÑA). <i>Santamarta Martínez, J.; Alonso Raso, J.I.</i>	587
SELF - CONTROL OF A LIVELY FOOTBRIDGE UNDER PEDESTRIAN FLOW. <i>Hernández-Díaz, A.M.; Pérez-Aracil, J.; Jiménez-Alonso, J.F.; Sáez, A.</i>	606
SERVICEABILITY CONDITIONS OF PEDESTRIAN STRUCTURES USING A SIMPLIFIED MOVING MASS MODEL. <i>Magdaleno, A.; Cacho-Pérez, M.; Castaño, J.; Ibán, N.; Díaz, I.M.; Lorenzana, A.</i>	615
SLIDING COLLAPSE IN MASONRY STRUCTURES: A NUMERICAL MODEL. <i>Magdalena, F.; Hernando, J.I.; Magdalena, E.</i>	629
SLIDING COLLAPSE IN MASONRY STRUCTURES: EXPERIMENTAL TESTS. <i>Magdalena, F.; Aznar, A.; Hernando, J.I.; Magdalena, E.</i>	640
STATIC, MODAL AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF A HANGING FOOTBRIDGE: EXPERIMENTAL AND COMPUTATIONAL RESULTS. <i>Castaño, J.; Cosido, O.; Pereda, J.; Cacho-Pérez, M.; Lorenzana, A.</i>	650
STEEL STRUCTURE IN LOGROÑO BUS STATION PROJECT <i>Miguel García Manzanos</i>	660
STRUCTURAL ANALYSIS OF A DEPLOYABLE DOUBLE-LAYER TENSEGRITY GRID. <i>Gómez-Jáuregui, V.; Sánchez Haro, J.; Manchado, C.; Otero, C.</i>	680
THE ELASTIC VIEW OF THE STRUCTURAL CONTINUUM VERSUS THE STRENGTH OF MATERIAL ANALYSIS <i>López-Rey, Javier; Ripoll, Salomé</i>	692
THE EVOLUTION OF STRUCTURAL ENGINEERING EDUCATION IN THE ERA OF COMPUTER. <i>Vázquez-Boza, M.; de Justo, E.; Delgado, A.</i>	712
THE IMPLEMENTATION OF THE NEW TECHNOLOGIES FOR ADVANCED GRAPHIC EXPRESSION IN STUDIES CONDUCTED USING STRUCTURAL GRAPHICAL STATICS AND ITS COMPARISON WITH ARCHITECTURAL TREATISES OF THE TIME. <i>Garfella Rubio, José Teodoro; Mañez Pitarch, María Jesús, Martínez Moya, Joaquín Ángel.</i>	730
TOWARDS A UNIFIED MECHANICAL MODEL FOR DESIGN AND ASSESSMENT OF STRUCTURAL CONCRETE MEMBERS UNDER SHEAR, FLEXURE AND PUNCHING. <i>Marí, A.; Cladera, A.; Bairán, J.; Oller, E.</i>	747
UPPER BOUND TO THE EFFECTIVE AREA OF CONCRETE IN TENSION. <i>Gil-Martín, L.M.; Carbonell-Márquez, J.F.; Hernández-Montes, E.</i>	767
USE OF TMD IN STRUCTURAL ENGINEERING: BUILDING PARQUE ARAUCANO IN SANTIAGO DE CHILE. <i>Breschi, L.; Castillo, A.</i>	775

KEYNOTE LECTURES

CMMoST 2015 3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON
MECHANICAL MODELS IN STRUCTURAL ENGINEERING



Antonio R. Marí Bernat

KEYNOTE LECTURE: TOWARDS A UNIFIED MECHANICAL MODEL FOR DESIGN AND ASSESSMENT OF STRUCTURAL CONCRETE MEMBERS UNDER SHEAR, FLEXURE AND PUNCHING.

Full Professor in concrete and prestressed-concrete. Polytechnic University of Catalonia (UPC).



Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra

KEYNOTE LECTURE: COMBINATION OF PARTICLE-BASED AND FINITE ELEMENT MODELS FOR NON LINEAR STRUCTURAL ANALYSIS AND FLUID-STRUCTURE INTERACTION.

Full professor in Structural Mechanics. Polytechnic University of Catalonia (UPC).



Paulo José Brandão Barbosa Lourenço

KEYNOTE LECTURE: BEHAVIOR OF MASONRY STRUCTURES SUBJECTED TO BLAST: TESTING AND SIMULATION.

Full professor in the Department of Civil Engineering, University of Minho, Guimarães, Portugal.

FULL PAPERS

CMMoST 2015 3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON
MECHANICAL MODELS IN STRUCTURAL ENGINEERING

3D Multi-pass finite element welding modelling of butt-welded plate specimen

Sanz Balduz, Luis Javier¹; Salesa Bordanaba, Ángel²; González Abril, Emilio³

ABSTRACT

A multi-pass welding of a thin rectangular (dog-bone shaped) butt joint plate is numerically simulated as a coupled thermo-mechanical transient problem. The simulation uses an “element-birth” technique to simplify the complexity of the problem. The paper discusses the challenges of the simulation of a multi-pass weld problem and the utility of the results for practical applications.

The final solution shows crucial stress distributions in a challenging geometry where large thermal transients and gradients are created by the welding procedure. The results also indicate the plastic yielding of the weld-joint after extensive cooling of the joined plate. The displacements from the results can be used to estimate the extent of distortions qualitatively. Despite minimal resources (2 CPUs on a standard Intel desktop architecture and 2 GB RAM over duration of 4 days) the procedure is able to provide adequate details in predicting residual stresses for multi-pass welded components.

Keywords: Steel, welding, finite elements, element-birth, multi-pass

1. INTRODUCTION

The butt joint weld between two St-52.3N steel plates is simulated. The joint is created finally from three welding passes, first of them with TIG and the last with GMAW (Fig. 1). The successive welding passes add material to the joint between two plates separated by a fixed distance. In order to accommodate sufficient filler material, the plate edges are bevelled creating a chamfer of 60 degrees between them [1].

The simulation assumes a surface welding flux of Gaussian distribution. The molten weld-material is added in successive stages as the weld-torch moves along the weld joint using the birthing process. The activated elements in the weld pool are at a higher temperature of the material and act as a heat source in addition to the surface flux from the weld-arc. The discrete addition of the weld material to the simulation geometry approximates the rate of addition of weld material. As the torch moves away from the newly added material, the overall temperature of the weld pool decreases on account of phase change causing fusion between the weld pool and the heat-affected zone (HAZ). The two plates in the joining process have mechanical restraints that lead to the peculiar residual stresses and

¹ Imagina, SLP (SPAIN). lsanz@imgn.net (Corresponding author)

² Imagina, SLP (SPAIN). asalesa@imgn.net

³ Indipes, SLP (SPAIN). egabril@ciccp.es

distortions produced during this fusion process. Successive welding passes are performed after a cooling period to allow the temperature distribution in the plates to fall sufficiently.

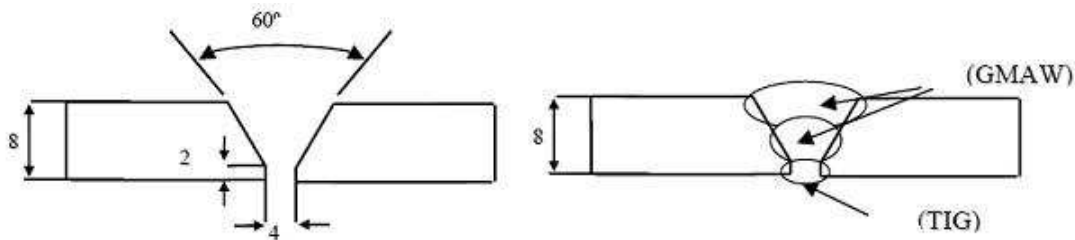


Figure 1. Schematic for plate specimen for butt welding.

2. MODEL DESCRIPTION

2.1. Specimen Geometry and Material Properties

2.1.1. Geometry

A standard ASTM tensile test specimen, cut halfway along the length, is used for butt-weld analysis. This geometry (Fig. 2) is conveniently chosen as once the two halves are joined as a butt-weld, it is subsequently tested for tensile strength. Initially a specimen with thickness of 20 mm was chosen for the purpose of modelling and simulation. However, this geometry required 6 weld passes to finish the butt-weld. Considering the computational cost involved in the simulation of the 6 passes an alternate geometry with 8 mm thickness was chosen for this study. With this sample, the smaller thickness does provide higher temperature gradients across thickness causing higher distortions for the same heat input and subsequent computational demands. However, the butt-weld joint requires only three weld passes to finish reducing overall computational effort required for simulation. Table 1 shows the relative volumes of the filler material deposited during each pass.

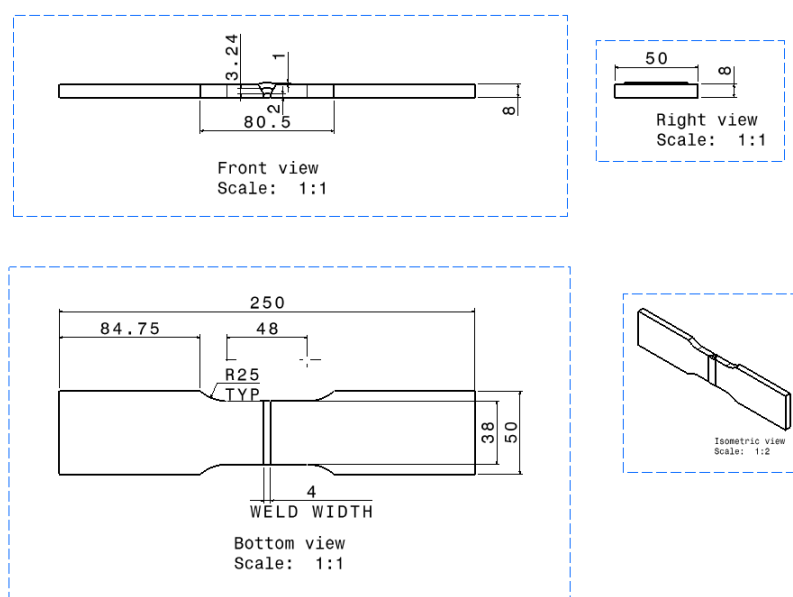


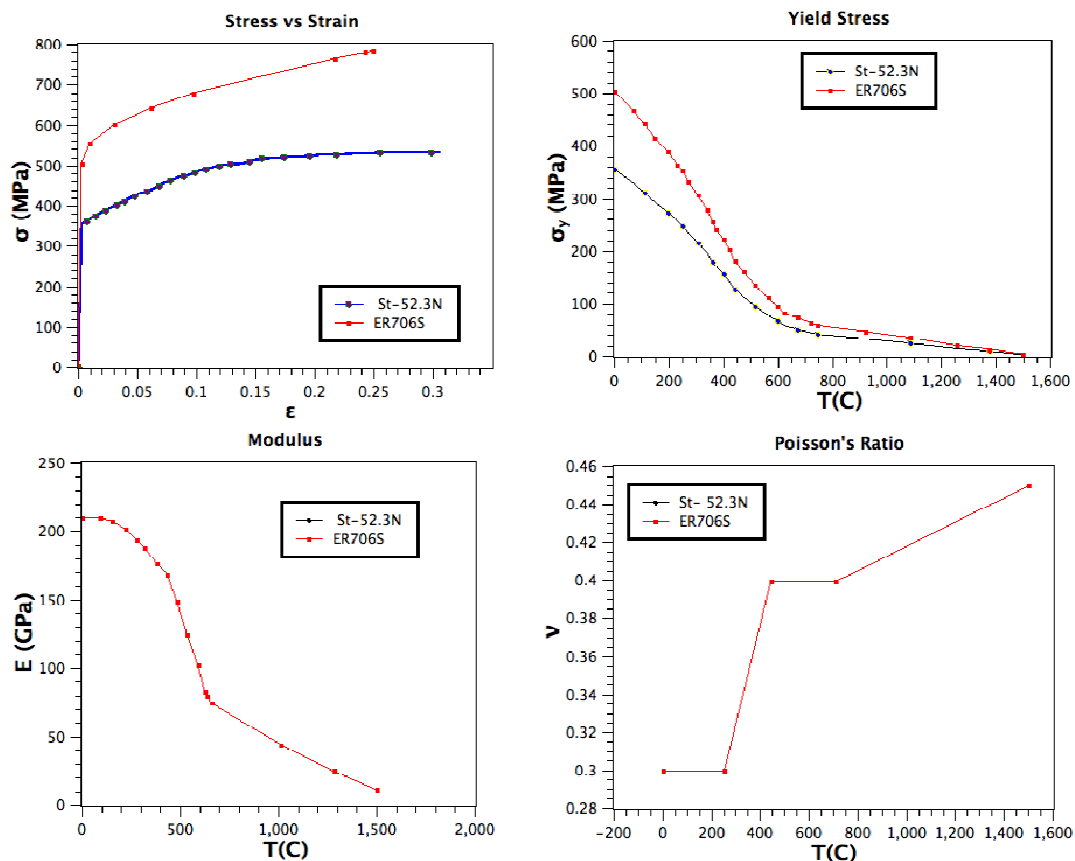
Figure 2. Schematic of plate used in modelling butt-weld (mm).

Table 1. Pass-wise volumes for filler material

Weld Pass	Volume (mm ³)	Volume-ratio
Pass 1	379	1
Pass 2	738.8	1.95
Pass 3	1164.5	3.07

2.1.2. Material Properties

The filler weld material deposited as part of the arc welding process (TIG/GMAW) has different material properties than the material for the plates involved in the butt-welding process. In the current study, the plate material used is a steel (ST-52.3N; ISO FE-510 D) with a high carbon filler weld material (ER706S). Considering the large temperature range involved in the joining process, the model needs to address the changes in the mechanical and thermal properties over the given range. The mechanical and thermal properties for the plate and weld materials are shown in Figure 3 and 4 respectively.

**Figure 3.** Structural properties for ST-52.3N and ER706S.

The filler material (ER706S) maintains thermal properties nearly identical to those of the ST-52.3N. Yet, there is a slight modification in its structural properties.

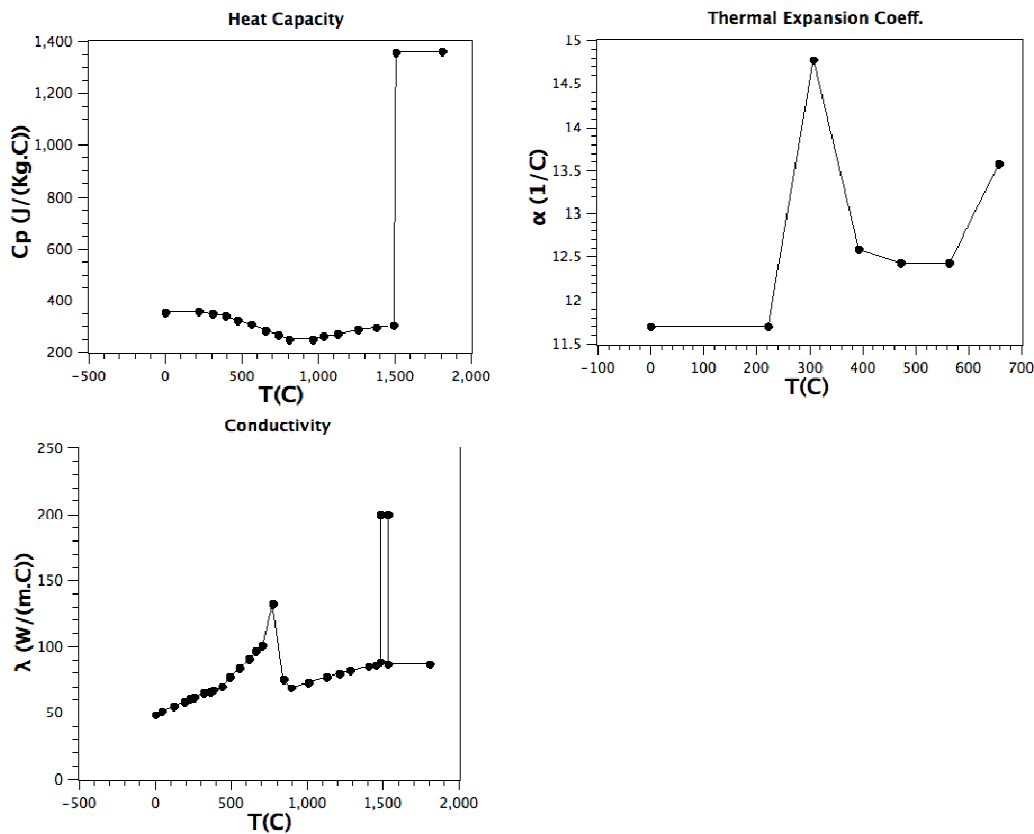


Figure 4. Thermal properties for ST-52.3N and ER706S.

2.1.3. Material Model Implementation in ABAQUS

During the welding process, the weld pool and the heat affected zone undergo significant temperature changes with the exposure of the welding-arc. The modulus and the yield stress changes over this temperature, residual stresses at the end of the procedure are a function of these temperature changes and the restraints on the welding plate. The code used for simulation (ABAQUS 6.9) allows specification of the material properties (Young's modulus and yield stress) through the *ELASTIC and *PLASTIC commands. Based on the available experimental data for elastic modulus and yield stress as function of the temperature, isochronous plasticity curves are extrapolated. This is a reasonable assumption as the data for stress-strain experiments at various temperatures and strain rates are not available. This procedure allows creep behaviour description from thermal changes, which tend to dominate during the welding process. In addition materials under high loads tend to show significant creep stress under high strain rate conditions. Currently, the rate dependence of material properties is not modelled to simplify the scheme.

2.2. Welding Procedure

The welding process discussed here produces a high voltage arc between the metal electrode and the work-piece. The arc is shrouded with an inert gas that shields the environment around the arc and the weld pool to reduce oxidation or other chemical reactions from exposure to the environment (Fig. 5). The arc welding process used for joining the plates for the first pass is a Tungsten Inert Gas welding (GTA or TIG) process where as the subsequent passes use the Metal Inert Gas (MIG or GMAW) method.

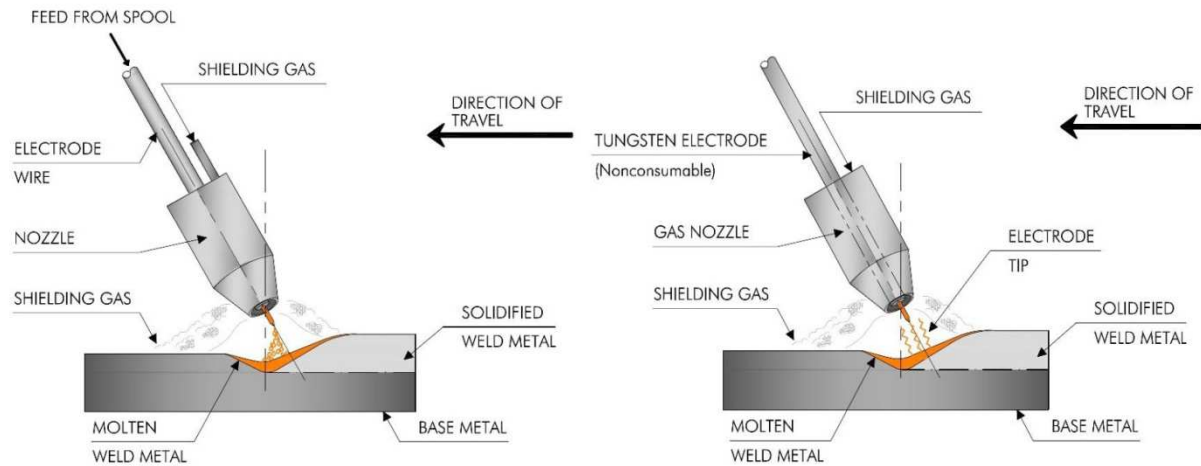


Figure 5. Illustration of arc welding processes: GMAW (left) and TIG welding (right) [1].

The TIG process differs from GMAW in its usage of non-consumable electrode. This process may involve a filler material rod or in some cases joining of materials by fusion. On the other hand the GMAW process uses a consumable electrode made of filler material. The TIG process may require higher levels of skill and less tolerant to automation. The GMAW process is easy to automate. At the same time, the TIG process is applicable to a range of metals where as the GMAW has relatively limited applicability across materials. Table 2 shows the DC voltage and current settings assumed for the current model.

Table 2. Power setting and torch speed for the butt welding passes

Pass	Weld	Current	Voltage	V·I	Travel Speed (cm/min)	Efficiency	Heat Input (kJ/cm)	Volume Ratio to 1st pass
1	TIG	100 A	14 V	1400	12	0.60	4.20	1.00
2	GMAW	105 A	19 V	1995	6.0	0.80	7.98	1.95
3	GMAW	120 A	19 V	2280	4.0	0.80	9.12	3.05

2.3. Computational Model Implementation

The finite element model for the butt-weld joint is created in ABAQUS 6.9 (Dassault Systems) environment. The procedure implemented for this problem uses a fully-coupled thermo-mechanical

system of equations over the discretized geometry of the finite element mesh. The coupled thermo-mechanical system then solves the heat-balance equation and the momentum-balance equation.

ABAQUS uses a nonlinear Newton-Raphson procedure with second order convergence rate for minimizing the residuals for the entire set of equations (temperatures and displacements). The resulting assembled stiffness matrix is highly unsymmetrical (especially for temperature dependent thermal properties). Also the thermal expansion from change in temperature affects the momentum balance through the displacement term whereas the dissipative effects such as heat generated from large inelastic deformations affect the temperature distribution. In the current problem, the material in the weld-pool is heated above the melting point causing phase change. There is also a second phase change from liquid to solid as the weld-pool cools down at the end of a pass. These phase changes are accounted through internal energy changes in the thermal equation.

2.3.1. Mesh Discretization and Element Birth Technique

Figure 6 shows the mesh used for the butt-weld model with colour coded element sets to indicate the heat affected zone and weld pool with three distinct passes. The coupled reduced integration 8 noded elements (C3D8RT) have first order temperature and displacement interpolation functions. These are generally robust and computationally efficient for large deformation non-linear problems.

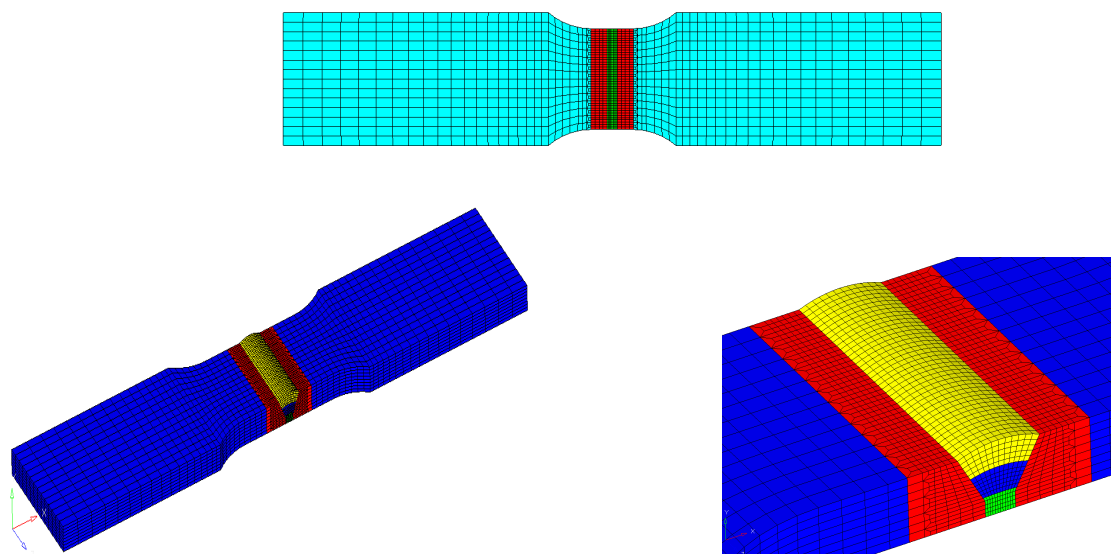


Figure 6. Mesh used. HAZ (red) and welding passes (Pass1: Green; Pass2: Dark blue; Pass3: Yellow)

The primary source of heat in the current problem is from the weld-arc travelling along the joint. The heat from the arc melts the filler material through volumetric heating. Additionally the weld-arc also provides surface heating to the deposited filler material in weld-pool as well as the work-piece area under its influence (HAZ). This secondary heating is essential mechanism in fusing the filler material to the work-piece. To simplify the computational procedure, the actual melting of filler material from the

weld arc is not considered as part of the simulation. Instead, elements in the weld-pool are activated to coincide the passage of the weld-arc. This rate of element activation is set to match the filler deposition rate effectively reducing computational complexity behind the filler melting procedure. Based on experimental data for the procedure, an activation temperature of 2000°C was initially assigned for the newly activated material. Also based on several iterations with the model to ascertain the requirement for discretization and a smooth solution, the weld-arc path was divided into small time steps. Once the coupled-temperature displacement solution procedure is used to solve the equation for the duration of the step, a new set of elements are activated. The process used in simulating the birthing mechanism is illustrated in Figure 7. Once the weld-travel along the weld-line is complete for a given pass, a cooling period is simulated before the next pass. The ABAQUS implementation of element birthing process uses the *MODEL CHANGE command option to emulate the birthing process for the elements in the weld pool. At the beginning of a weld-pass all the weld-pool elements are deactivated using this command. As the weld-arc travels along the weld-line, a set of elements is activated (birthed) to represent the addition of the filler material. Since the birthed elements represent filler material in liquid state, the elements are assumed strain free when activated in this manner. Once the weld-arc travels to the end of the newly added elements, a subsequent ABAQUS step adds (births) a new set of elements to the active geometry. At any given time increment, the calculation of stress and temperature field solution is illustrated by the algorithm shown in Figure 8. The weld-pass is finished once all the elements in the weld-pool activated and the weld-torch moves from one end of the weld-piece to the other end. Before additional filler material is added through another pass, typically the weld-pieces are allowed to cool so that the weld-pool fusion with the weld-pieces is sufficiently solidified and the weld-joint has reached a relatively steady state stress-field. The length of the cooling period after each pass was determined based on the minimum time required for the weld-piece to reach temperatures to 250°C or less.

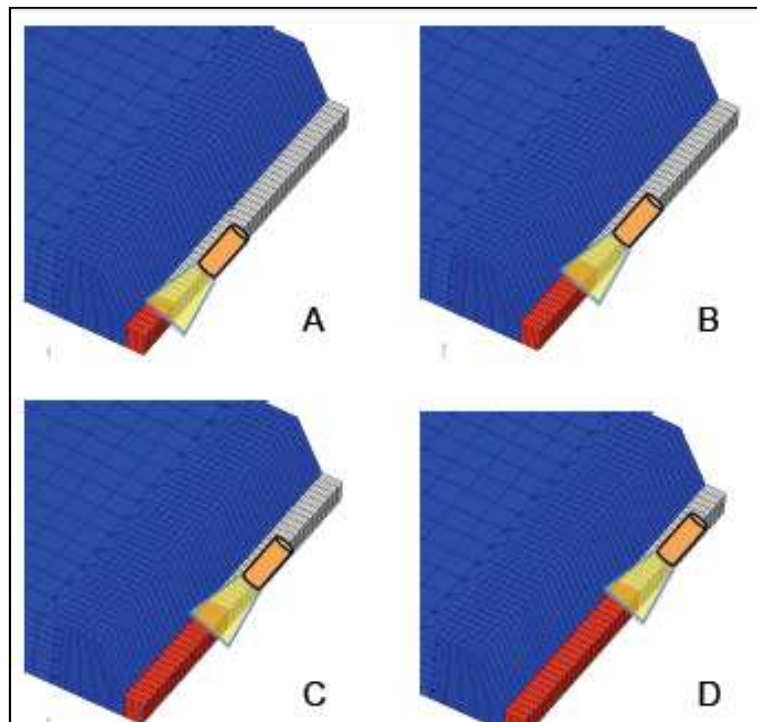


Figure 7. Description of element birth process. The conical weld arc (yellow) moves along the weld line (A-B-C-D) in a half (symmetric) view. The inactive elements (grey) are activated after exposure to the weld arc. The birthed elements in the weld pool are indicated in red.

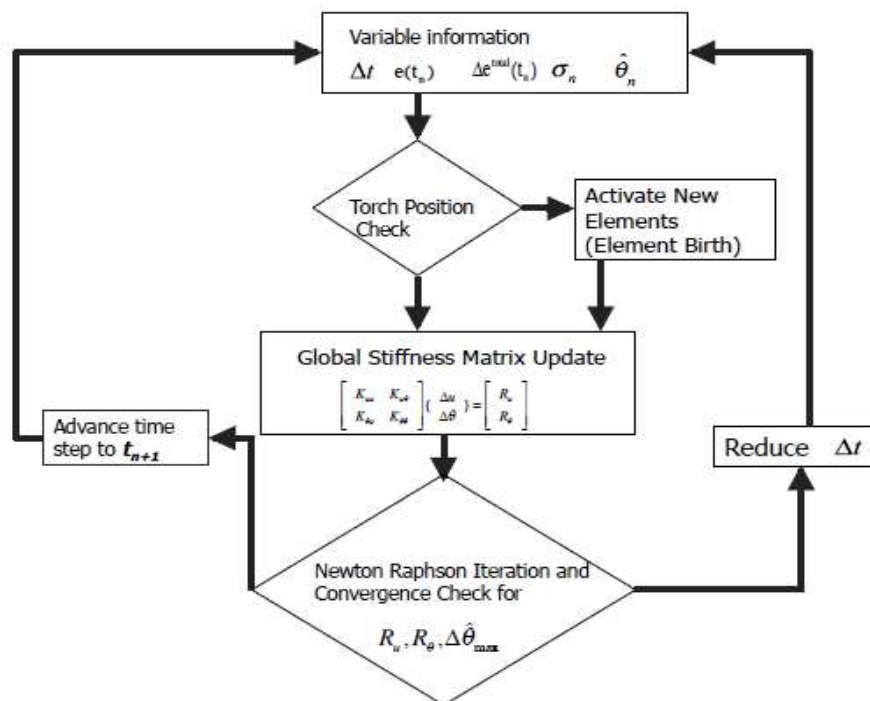


Figure 8. Algorithmic flow chart used for each weld pass.

2.3.2. Boundary Conditions

The two weld pieces are restrained during the welding process in a vice-like fixture. This is achieved in the finite element model (Figure 9) by restraining displacement at the top and bottom of the plate (Y direction). Also, since the momentum equation is solved without the inertial term, the displacements in all the three directions (X, Y, Z) are restrained at the face in YZ-plane at the left end. The corresponding face on the right end is free to move. This allows for expansion from the thermal changes during the welding and the cooling phase.

The thermal boundary conditions (Fig. 10) involved in this problem are two-fold. The power distribution from the weld arc to the weld-pieces and filler material is exposed to the weld-geometry as the arc moves from one end of the piece to the other. At the same time, all the surfaces of the weld geometry with nodal temperature distribution T_i , are exposed to the ambient conditions (Temperature T_a). These surfaces lose heat through convective heat transfer and radiation.

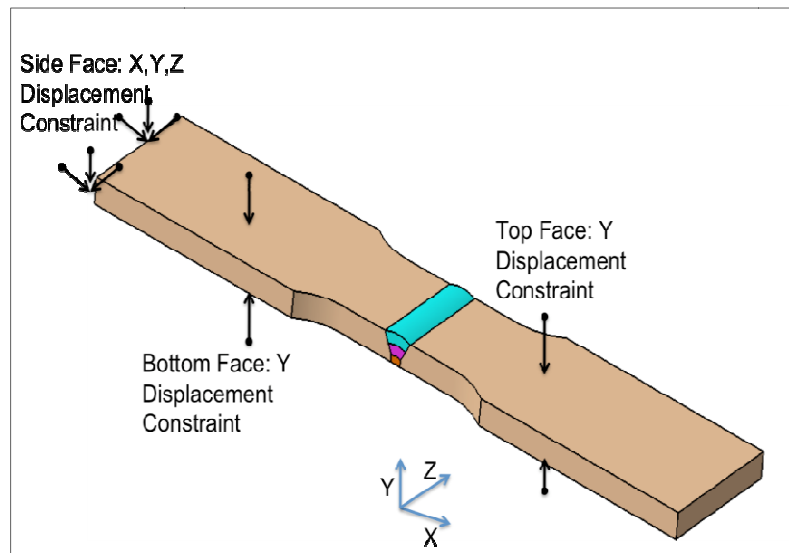


Figure 9. Structural boundary conditions on the weld plate.

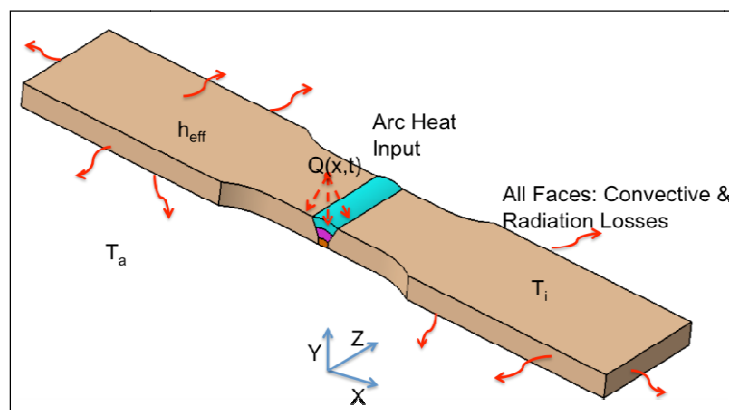
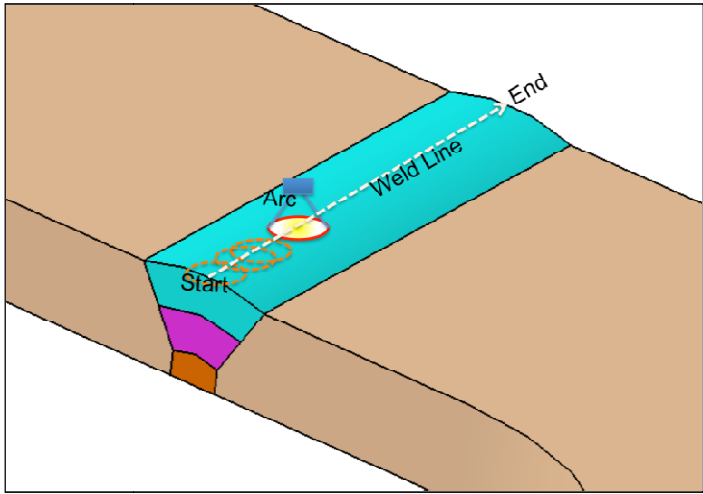
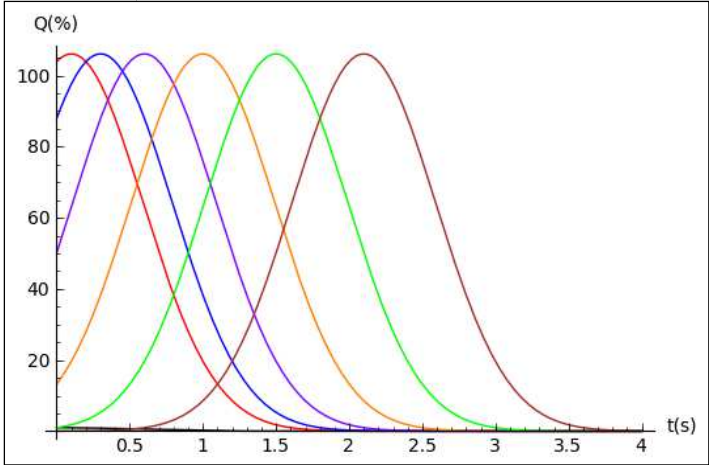


Figure 10. Thermal boundary conditions on the weld plate.

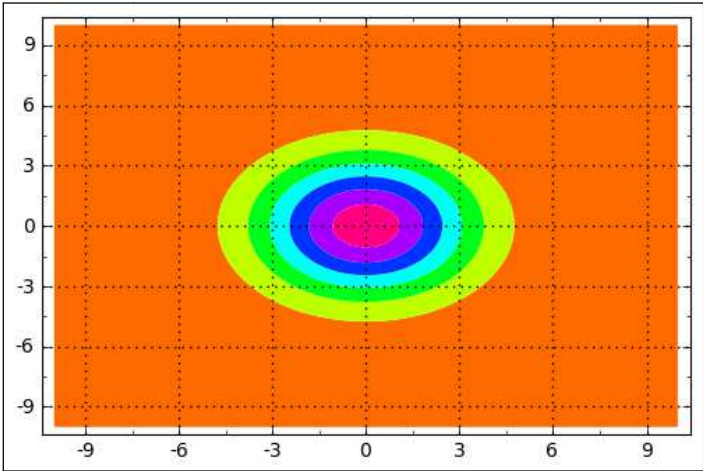
Figure 11 shows example distribution in space and time as the point source representing the weld arc travel along the Z axis. This weld-arc travel is implemented in the current model with the ABAQUS standard command *DFLUX with a user defined subroutine option. For all the elements of HAZ and weld pool that have a face exposed to ambient conditions, a programmed subroutine calculates resulting flux (q) at a given instant t , based on the element coordinates that are passed to the routine. At a given time instant, these calculations may be repeated several times depending on the number of iterations needed to convergence, the flux calculations may slow down the solution process significantly. In order to reduce the computations, the subroutine automatically assigns a zero value to the flux for element-faces at a distance larger than 6 mm.



(a) Arc trajectory along the weld-line



(b) Weld arc intensity distribution as the torch moves along weld line (red to brown)



(c) Intensity distribution in the perpendicular plane

Figure 11. Weld arc travel

2.4. Results

The problem proposed was subjected to several computational iterations to determine feasibility of a realistic solution and within the limits of reasonable computational resources. Based on these trials, a convergent solution was obtained with the following modifications to the proposed problem:

- The element birth temperature was reduced from 2000°C to 1600°C.
- The radius of influence for surface flux from weld-arc during Pass1 was reduced from 6 mm to 4 mm to make it more reasonable.
- The efficiency of the Pass2 and Pass3 weld stages were reduced to 0.60 (60%).
- The displacement boundary condition in the thickness direction (Y coordinate) was made less restrictive by removing it for the Heat Affected Zone.
- The mechanical properties of the weld and the plate materials were described as independent of temperature while keeping the temperature dependence of the thermal properties as proposed.

To further reduce the computational demands of the problem, symmetry along the centre of the plate (symmetry in X direction) was used. The proposed symmetry reduces the displacement and thermal boundary to conditions to those shown in Figure 12 and 13 respectively. This modification allowed a finer mesh to be implemented over the problem domain while keeping the overall computational time within the limits of a desktop PC.

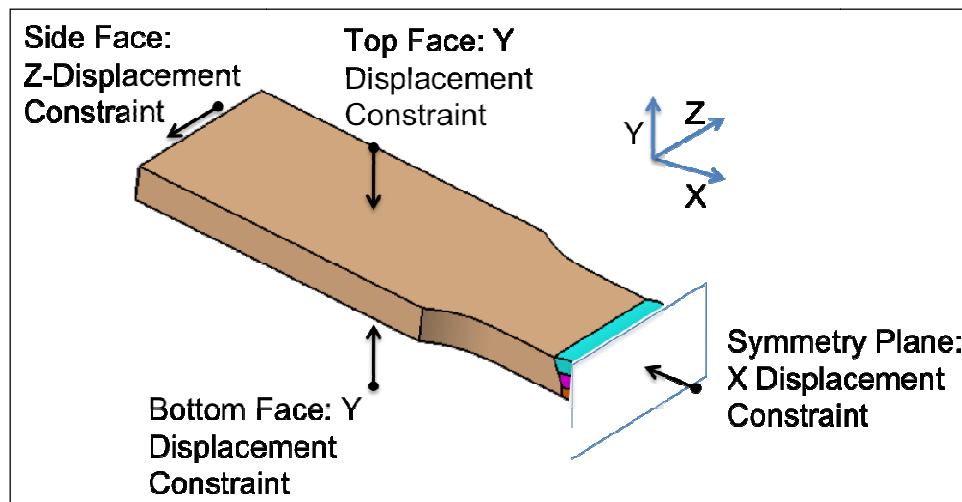


Figure 12. Structural boundary conditions for the symmetry model

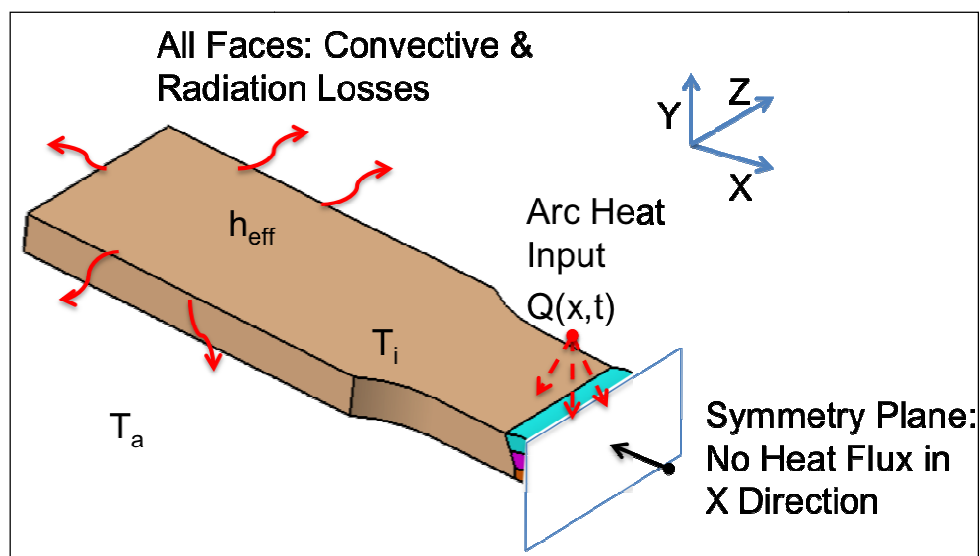


Figure 13. Thermal boundary conditions for the symmetry model

Table 3 shows the mesh details for the half-symmetry model. As expected, the simulation of the weld-passes is computationally far more challenging than the simulation of the cooling stages at the end of each weld-pass. Yet, the time required for minimum cooling is variable based on the criteria that the maximum temperature in the specimen must be less than 250°C. Based on the speed of welding for each pass and the cooling period based on this criterion, the physical time simulated in the final problem is shown in Table 4. A graphical representation of the welding operation sequence in terms of total heat input to the system is shown in Figure 14.

Table 3. Mesh details for the half-symmetry model

Element Sets	No. of Elements	No. of Nodes
Model	19628	20885
Pass1	2100	2982
Pass2	2940	3976
Pass3	2520	3479

Table 4. Final data for length of physical time for individual welding stages

Weld Pass	Torch Travel Time(secs)	Cooling Time(secs)
Pass1	19.25	20
Pass2	36.2	100
Pass3	57.4	350

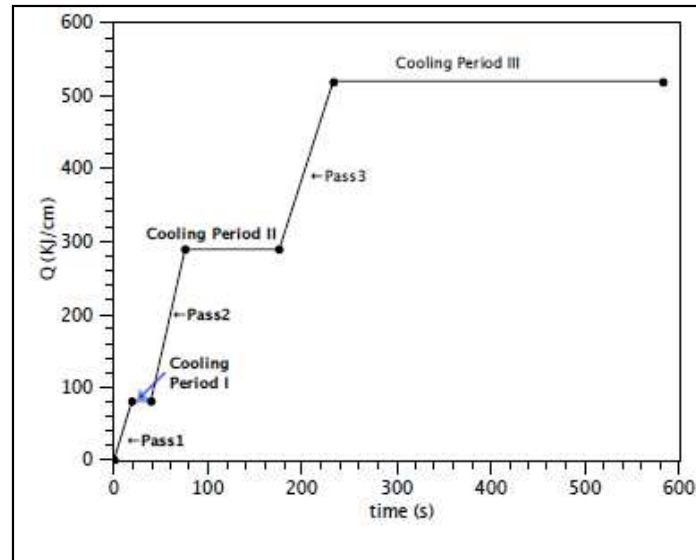


Figure 14. Sequence of simulated operations in terms of chronological heat input.

2.4.1. Weld-Pass Simulation Data

Graphical results show the time evolution of the key thermal variables in the simulation –temperature and heat flux- for the successful simulation trial. As the weld-torch moves in the transverse (Z) direction, successive elements of the weld-pool are birthed approximating deposition of the weld-material in the liquid state. The deposited weld-material is also being heated by the surface flux from the weld-arc. The weld-arc also heats the part of the specimen plate in the HAZ region. This heating of the plate edge (HAZ) and the deposited weld-material is in the narrow time-frame when the distance of the weld-arc is within the radius of influence for the arc. As the distance between a particular point in the HAZ and the weld-pool region increases beyond the effective radius of influence, the particular point starts losing heat through radiation and convection. A successful weld is formed only if fusion between the HAZ and the weld-pool takes place. The thermo-mechanical history of select nodes chosen as marker points illustrates the transients experienced by a given node in the model. Figure 15 shows a few marker points in the YZ-plane cross-section through the centre-line in the longitudinal (X) direction. Points {a1, b1, c1} lie on the weld-line for Pass1, 2 and 3 respectively. Similarly points {a2, b2, c2} lie along the fusion lines for the 3 passes and points {a3, b3, c3} are the corresponding points on the boundary of the HAZ and the plate. Points {a4, b4, c4} are chosen at, approximately, 4mm from the heat affected zone and are chosen to represent the far-field behaviour. Figure 15 also shows the temperature history of these nodal markers for the respective weld-passes. As expected, the markers along the weld-lines show highest temperatures. The temperature of these nodes starts at 1600°C corresponding to the birthing temperature. This is followed by increase in the temperature as the weld-arc heats the deposited material. As the distance of the weld-arc from these nodes increases beyond the radius of influence (4 mm for first pass and 6 mm for 2nd and 3rd pass), the temperature of these nodes continuously falls down. For a node further away from the symmetry plane or the weld-line, there is a similar increase and decrease of the temperature with the motion of the weld-arc. For a node at the beyond the fusion line, there is almost no heating from the surface-flux. So for

much of the HAZ and the rest of the plate, the temperature rise is purely from heat conduction from the weld-pool.

During the heating from the weld-arc the weld-pool and the parts of the HAZ expand creating compressive stressing along the fusion boundary (fusion plane). With the solidification and the cooling of the deposited-weld material, there is continuing contraction of the weld-pool region. This relieves some of the compressive stresses and may even result in tensile stresses. Since the heating and cooling of the weld-pool and the HAZ region is in a chronological fashion rather than simultaneously, it creates additional stress gradients in the weld direction (Z).

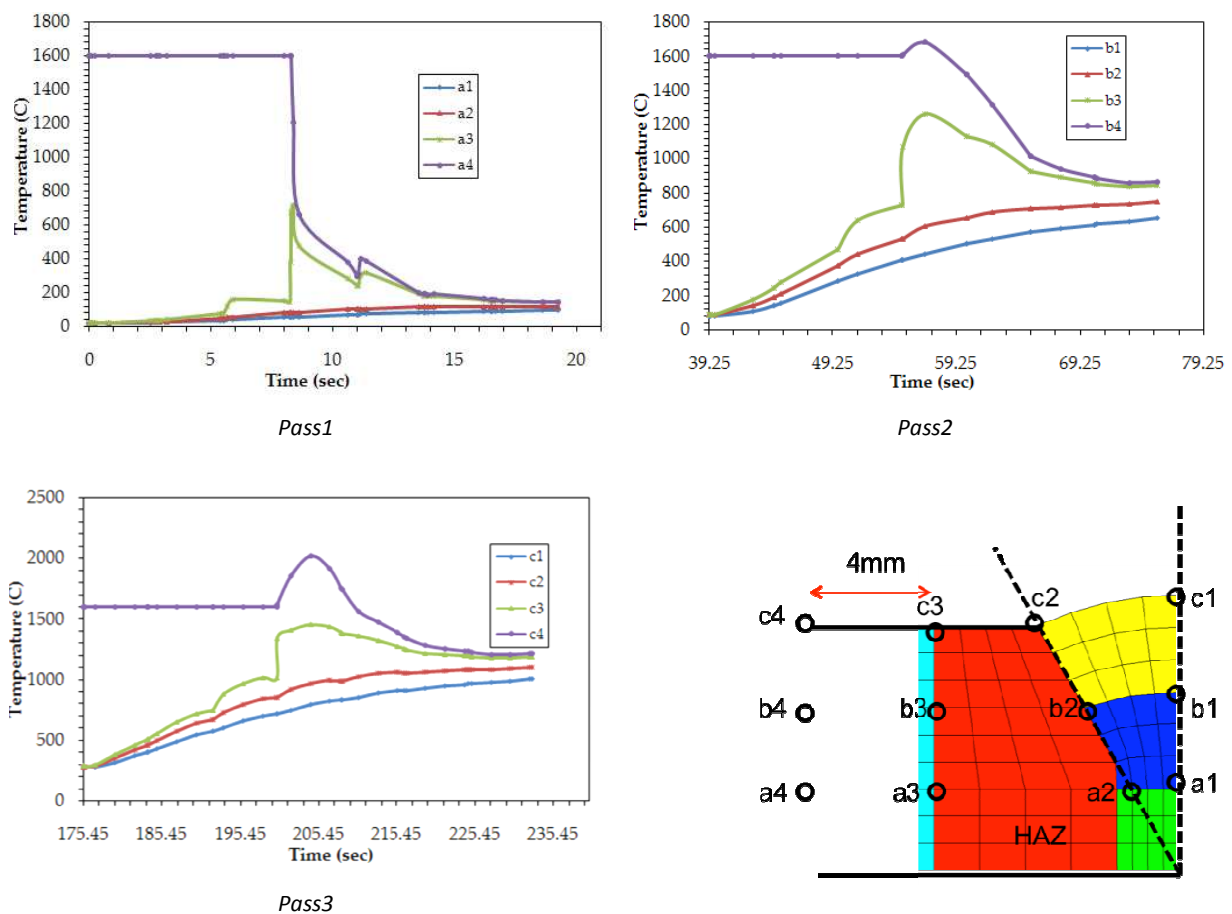


Figure 15. Temperature history for select marker points during weld pass.

2.4.2. Weld Cooling Simulation Data

From the thermo-mechanical origin of stresses in the welded plates, it is clear that the temperature is the primary driver of the stress evolution in the welding process. More often than not, the first weld-pass in a multi-pass weld-joint is initiated with the two plates completely at room temperature. Yet, for practical reasons associated with the cost of welding operation, it is not always possible to initiate the subsequent passes with the plates and the joint at uniform or room temperature. While, higher

initial temperature is advantageous from the point that the fusion between HAZ and the weld-pool is helped by higher temperature, the fact that this temperature distribution is highly non-uniform introducing associated (non-uniform) residual stresses. For these reasons, the part cooling after each pass is an important practical step.

In the present simulations, the welded plates are cooled for a period long enough to achieve temperature no more than 250°C in the welded plates. The data for the cooling stages is presented in a sequence identical to the previous section. Figure 16 shows the time history of select nodal markers. The temperature variation for all the nodal markers is monotonically decreasing, which is characteristic of the cooling law for a body cooling from an initial high temperature. The overall distribution of temperatures in the region of interest is shown as a contour plot at the end of each of the cooling stage.

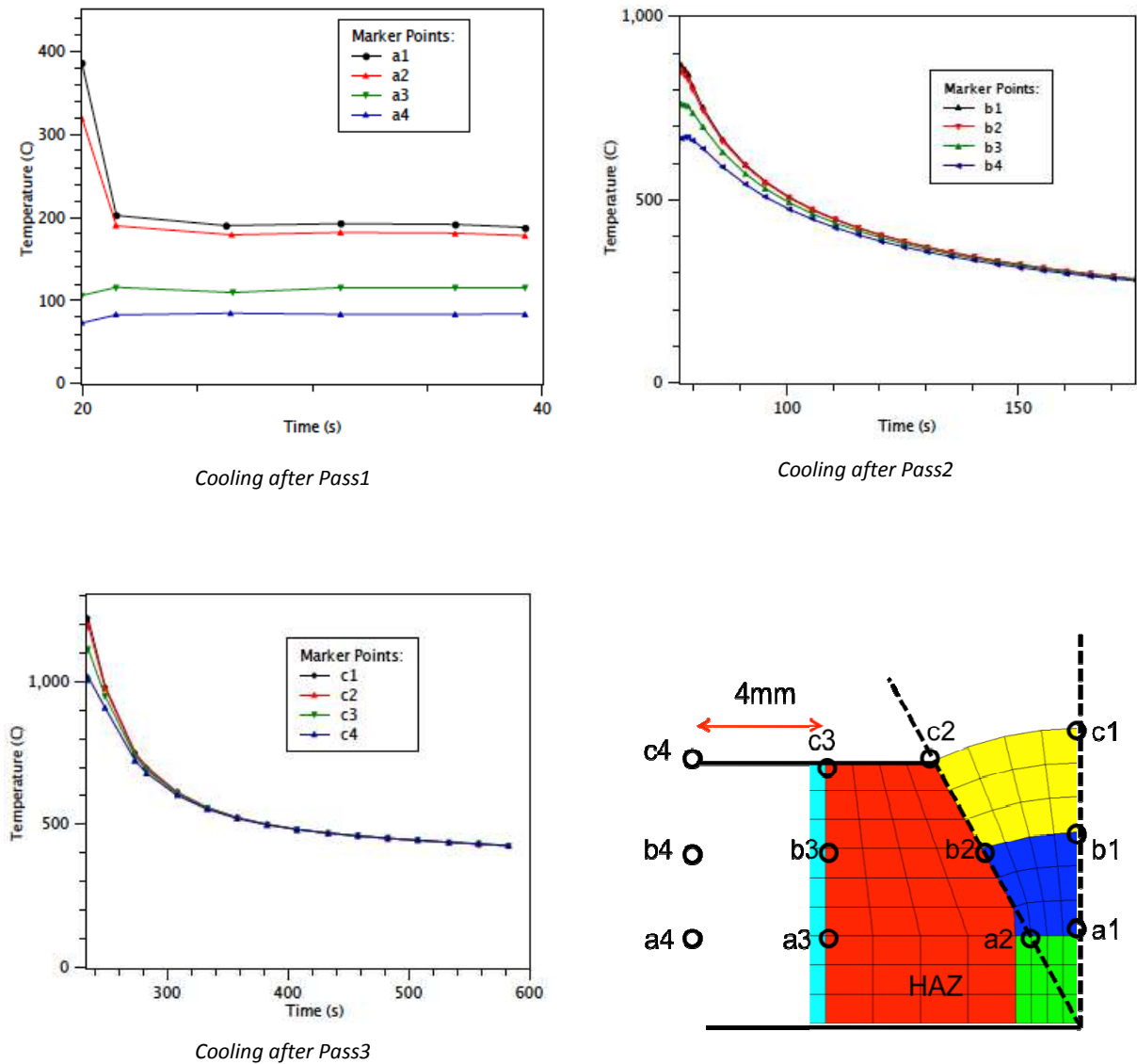


Figure 16. Temperature history for select marker points during cooling stages

The stress contours at the end of individual weld passes discussed in previous section, undergo a thermo-mechanical relaxation process with the decreasing temperatures as part of the cooling process. The stress contours at the end of the cooling stages show this relaxation of stresses through overall lower level of stresses. Since the volume of the material deposited in each weld pass is substantially different, the length of cooling period for each of the cooling stage is proportionately longer for successive cooling stages. Figure 16 also shows variation of temperature along critical geometrical paths. When compared to similar plots at the end of weld-passes, the variation of the temperature along centre-line, weld-line and fusion line all indicate a far more uniform spatial distribution of temperatures. Although the level of stresses is reduced, the part still shows significant level of residual stresses from the welding process. Also, in case of successive passes, the residual stresses are also contributed by the level of cooling (mainly through time-duration) and heating (during weld passes). It is important to note that even after nearly seven minutes of cooling period after the third weld-pass, the fusion line shows significantly large Von-Mises stresses (Fig. 17). The following section discusses the implications of these results in detail.

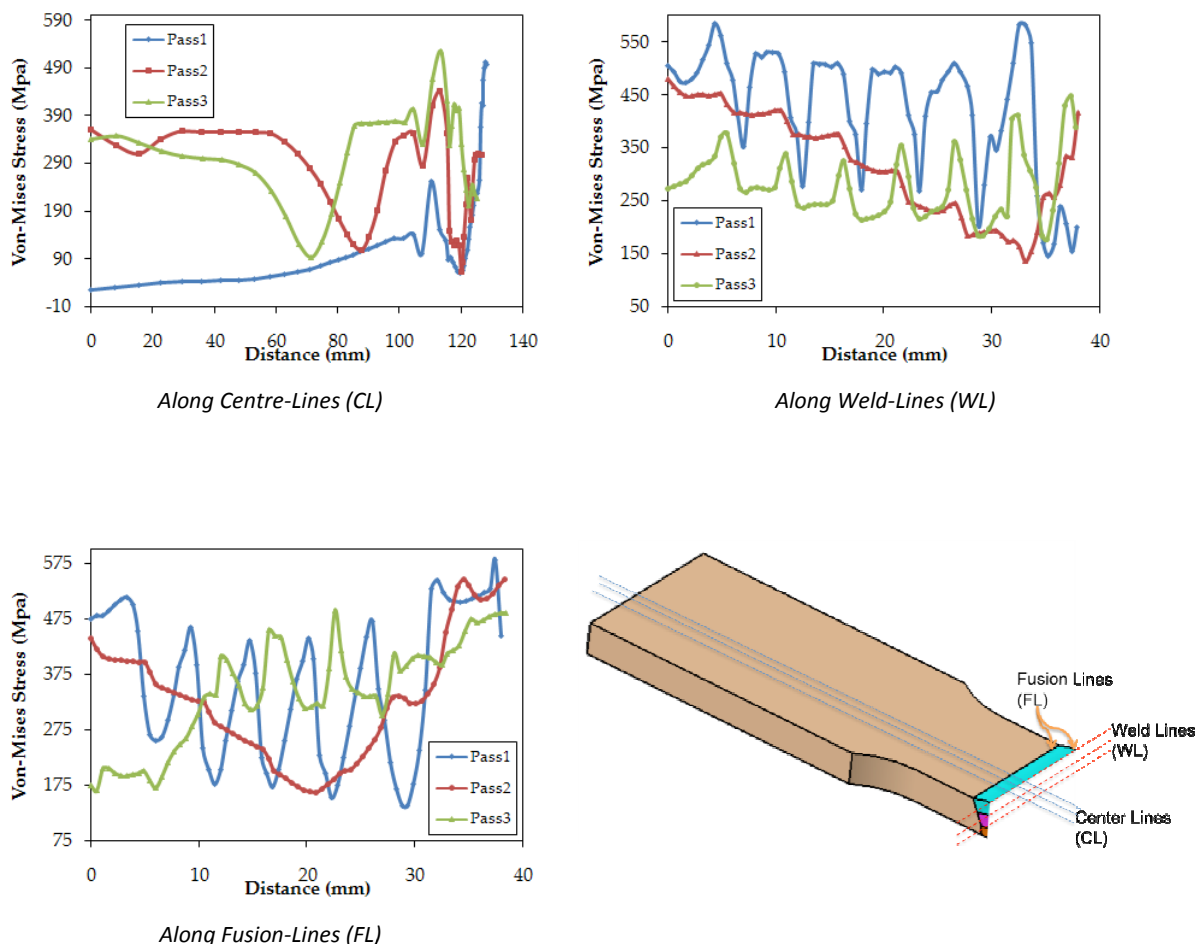


Figure 17. Von-Mises stresses at the end of cooling stage along selected paths

3. CONCLUSIONS

The proposed multi-pass weld problem was modified before a reasonable solution could be obtained. This circumstance was needed because of heavy distortion of the elements in successive passes.

3.1. Justification to Problem Modification

After several trial runs and careful elimination procedure, the heavy distortion of the elements was linked to excessive heat input. Typically, the molten weld material is deposited in the form of a liquid-drop. The variation of the temperature of this drop is typically around 200-300°C above the liquidus temperature. Assuming a linear variation of the temperature from the centre of a spherical drop to the outside, the average temperature of the drop reached around 1600°C. This formed the basis of a decrease in the temperature of the birthing elements by 400°C (from 2000°C to 1600°C) in the final simulation.

Additionally, the torch-radius was reduced to 4 mm for pass1. This assumption was reasoned through practical aspects of the welding procedure. The half-width of the pass1 weld-pool is only around 2-3 mm. Thus a torch-radius of 4mm is suitable to heat the relevant HAZ and weld pool without dispersing the heat over a much larger area.

Lastly, the power input for weld-pass2 and pass3 were reduced by 75% of the initially proposed power input for those passes. These ones involve a larger amount of material deposition and use GMAW welding process. This is achieved by increased power input as well as a longer exposure of the weld arc during the weld-pass. The additional exposure is achieved by weaving the torch along the weld line. This additional motion in the longitudinal direction is necessary in practice so that the extreme edges of weld-pool receive adequate heat during the arc travel. In the current simulation, the weaving motion of the weld-torch is not simulated. Yet, the weld-torch speed is reduced proportionately to account for the increased exposure time. This has an undesired effect in excessive heating closer to the symmetry-plane along the weld line. The nature of heat-distortion during the previous unsuccessful trial runs indicated excessive localized heating as the probable source. Further trials with a 75% lower power proved adequate in controlling the mesh distortion.

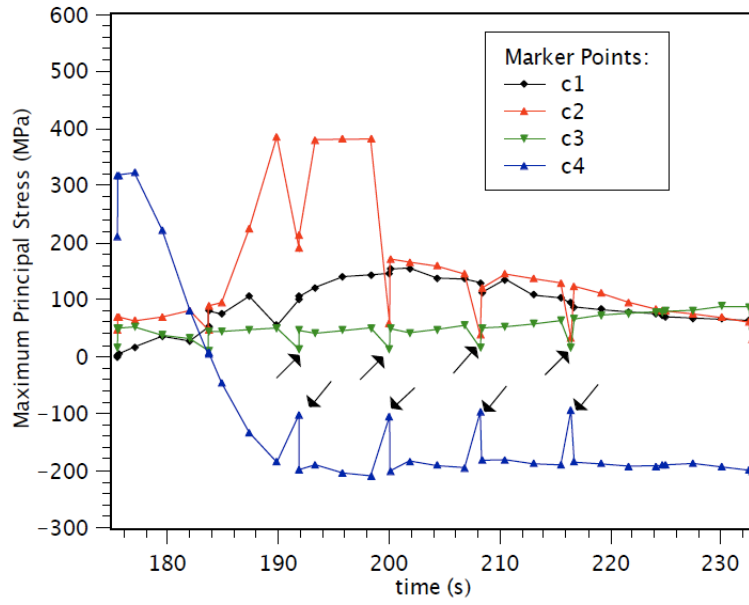
3.2. Concluding Remarks

The overall variation of the stresses in the plate show similar trends to those described in literature [2, 4, 5, 6, 7, 8]. The weld plate dimension is smallest in the Y direction. This means that part will cool faster in the through-thickness direction. As a result, the Y component of the normal stresses is the smallest, followed by the transverse Z components. Because of the constraints arising from the symmetry conditions as well as the end boundary conditions, the longitudinal (X) normal stress component is the largest stress. As the weld-arc travels from one end to another end in the Z direction, it creates an asymmetric stress distribution from one end to another (compressive to tensile). Similar non-symmetry is seen in the longitudinal as well as through-thickness direction. The stress results in this study do show high fluctuations in both time-history plots as well as the spatial

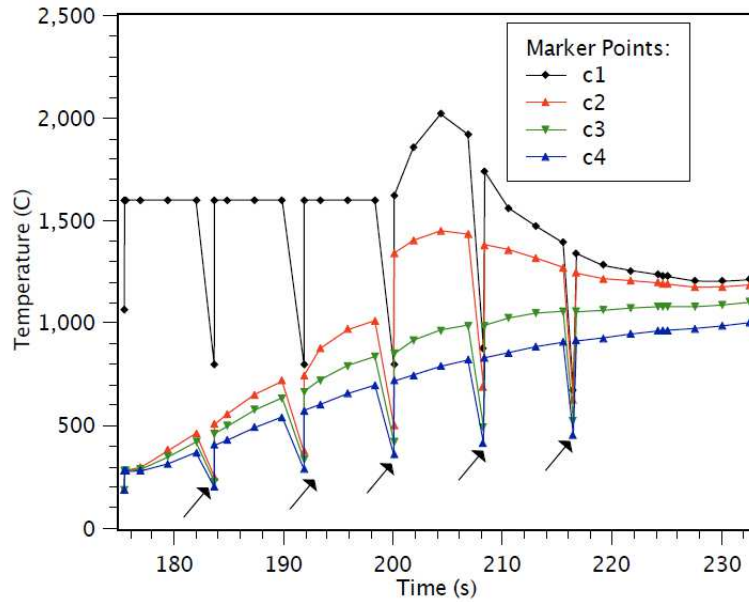
distribution plots along weld line, centre line and fusion lines. While these fluctuations are present in all three weld-passes, their effect is far more pronounced in pass1 and pass3. Closer observation indicates that the frequency of these fluctuations is related to the element birth frequency. While, these fluctuations may represent physical solution, a finer discretization for smaller, more numerous element-birth steps could lead to a smoother solution. On the contrary, it is possible that for the weld pass2 the element birth-rate matches the weld material deposition speed accurately. This proves the utility of the computer simulation in obtaining a smooth (low stress) weld joint as changing the element birth rate in the simulations could be used as an instrument to determine a low-residual stress joint. The element birth-rate is determined ad-hoc based on the duration of the weld pass (weld speed and the length of the weld) and the level of element discretization in the direction of the weld. Table 5 shows a few select trials where element birth strategy was varied in order to obtain a convergent solution. During the simulation, the element birth is essentially implemented as a “discontinuous step”. The introduction of the newly born elements at high temperature requires a thermo-mechanical step to equalize the temperature and stress variables. In the event of an element birth rate that is far from a “physical” weld deposition rate, the instability from this discontinuous step can lead to fluctuations in the solutions or in the worst case scenario, numerical instability. Figure 18 shows the time history of temperature and maximum principal stress at the nodal markers discussed in the previous section. The discontinuities in the variables due to element birthing process are marked by arrows in the figure. Despite the instantaneous sharp “glitches” both the temperature and maximum principle stresses show quick recovery and a continuous “envelope” for the variable solution. This firmly establishes the validity of the current solution with the proposed element birth rates to a degree. Yet, the effect of the chosen element birth rate on the fluctuations in spatial distribution of stresses may or may not be realistic. Actual experimentation to obtain physically valid weld conditions would prove valuable in such a case.

Additionally, the shape of the weld pool was chosen in an ad-hoc manner with the relative volume ratios as the constraint. This may have a large effect on the quality of simulation for a physically stable solution. If the chosen shape is not a thermo-mechanically stable shape for the range of temperatures corresponding to the liquidus temperature on one end and solidified shape after cooling, instabilities will occur in the simulation. A more rigorous approach guaranteeing a stable solution will start with a weld-pool shape derived from an analytical solution [3]. Given these observations, it is quite possible that the relatively stable solution of weld pass2 was achieved by the accuracy of the weld pass geometry for the given deposition rate simulated by the element birthing procedure for the particular pass.

Nevertheless, the final solution shows crucial stress distributions in a challenging geometry where large thermal transients and gradients are created by the welding procedure. The results also indicate the plastic yielding of the weld-joint after extensive cooling of the joined plate. The displacements from the results can be used to estimate the extent of distortions qualitatively. Despite minimal resources (2 CPUs on a standard Intel desktop architecture and 2 GB RAM over duration of 4 days) the procedure is able to provide adequate details in predicting residual stresses for multi-pass welded components. It is recommended that tools developed in this study, are applied to a more practical problem.



Maximum principal stress



Temperature

Figure 18. Time history of nodal markers for maximum principal stress and temperature during Pass3. Arrows indicate occurrence of element birth.

Table 5. Select trials for element birthing rate

Specimen (thickness)	Elements along Weld-line	Element Set	Steps per Weld Stage	Failure (y/n) (Step)	Weld Travel	Time of Failure (Weld Pass)
8 mm	42	Slice_225	14+1(cooling)	Y (Pass2)	21.9mm	60.1 (Pass2)
8 mm	70	Slice_231	14+1(cooling)	Y (Pass2)	16.4mm	49.6 (Pass2)
8 mm	70_slices_temp_independent (birth_rate_20_slices/step)	Slice_241	8+1(cooling)	Y (Pass2)	21.7mm	60.1 (Pass2)
8 mm	70_slices_temp_independent	Slice_220	14+1(cooling)	Y (Pass2)	17.2mm	54.9 (Pass2)
20 mm	14_slices_temp_independent		21(no cooling)	N	NA	NA

REFERENCES

- [1] Sanz Balduz, L.J. (2012). *2D Multi-Pass Finite Element Welding Modelling of Butt-Welded Plate Specimen* (PhD. thesis). Santander: Universidad de Cantabria.
- [2] Fanous, I.F.Z. (2002). *3D Modeling of the Welding Process Using Finite Elements* (M.Sc. thesis). El Cairo: American University in Cairo.
- [3] Nguyen, N.T., Ohta, A., Matsuoka, K., Suzuki, N. & Maeda, Y. (1999). Analytical Solutions for Transient Temperature of Semi-Infinite Body Subjected to 3-D Moving Heat Sources. *Welding Journal Supplement, August 1999, 265-274*.
- [4] Zakaria, T., Vitek, J.M., Goldak, J.A., Debroy, T.A., Rappaz, M. & Bhadeshia, H.K.D.H. (1995). Modeling of Fundamental Phenomena. *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering, 1995-3, 265*.
- [5] Dong, P. (2001). Residual Stress Analyses Multi-Pass Birth Weld: 3-D Special versus Axisymmetric Models. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 123, 207-213*.
- [6] Friedman, E. (1975). Thermomechanical Analysis of the Welding Process Using the Finite Element System. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 97, 206-213*.
- [7] Zakaria, T., Vitek, J.M., Goldak, J.A., Debroy, T.A., Rappaz, M. & Bhadeshia, H.K.D.H. (1995). Modeling of Fundamental Phenomena. *Modelling and Simulation in Material Science and Engineering, 1995-3, 265*.
- [8] Wilkening, W.W. & Snow, J.L. (1993). Analysis of Welding-Induced Residual Stresses with the Adina System. *Computers and Structures, 47-1993, 767-786*.

A postgraduate course on precast-prestressed concrete road bridges optimization

Martí, José V.¹; Yepes, Víctor²

ABSTRACT

This paper deals with a postgraduate course in project engineering that forms part of an MSc course in Concrete Engineering at the Universitat Politècnica de València. The course is concerned first with the basic heuristic algorithms for structural optimization, and it then moves to the application of such algorithms to the practical design of real concrete structures such as walls, road portal and box frames, building frames, vaults, bridge piers, abutments and decks. Two design cases are presented. Simulated annealing (SA) is firstly applied to a prestressed concrete precast pedestrian bridges typically used in public works construction. The second type of structure analysed is a 35-35-35m prestressed concrete road bridge deck and 12m of width. A hybrid memetic algorithm (MA) is applied to the cost function objective. Finally, case studies indicate that heuristic optimization is a forthcoming option for the design of real-life prestressed structures.

Keywords: Optimization; structural design; precast beam; prestressed concrete bridge; heuristic algorithm.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, tanto los estudios en ingeniería de grado como los de posgrado, están enfrentándose a grandes desafíos en España y en la mayor parte de Europa. La formación en ingeniería, ciencias y tecnologías constituye una prioridad para el desarrollo económico y un factor fundamental en el contexto europeo. Los cursos convencionales de posgrado suelen complementar los conocimientos y competencias no adquiridas en el grado previo. Sin embargo, muchas de las antiguas ingenierías superiores en España se están reconvirtiendo en estudios de grado al que habría que unir otros de posgrado para alcanzar la titulación de máster, nivel ampliamente reconocido en la mayoría de países europeos. En este caso se encuentra el Máster Universitario en Ingeniería del Hormigón de la Universitat Politècnica de València que se inició en octubre de 2007 a partir del programa de doctorado del Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, y que en este momento es uno de los pocos títulos de ingeniería reconocidos por el sello EUR-ACE®. El objetivo del artículo es presentar los aspectos más importantes de una asignatura de dicho máster centrada en la optimización heurística de estructuras de hormigón. Su contenido docente es consecuencia del resultado del trabajo de investigación de los autores, constituyendo un claro ejemplo donde la docencia y la investigación se encuentran íntimamente relacionadas.

¹ Universitat Politècnica de València, ICITECH. (SPAIN). jvmartia@upv.es (Corresponding author)

² Universitat Politècnica de València, ICITECH. (SPAIN). vyepesp@upv.es

Desde su aparición a mediados de los cincuenta, la inteligencia artificial constituye un área de conocimiento que ha desarrollado en una amplia variedad de campos como son la programación de proyectos, la solución de problemas de optimización condicionados, la investigación operativa, la planificación de operaciones, la logística y las redes de transporte, entre otras. El diseño de las estructuras constituye un campo fecundo donde la inteligencia artificial se aplica de forma satisfactoria. Se puede entender el diseño como una secuencia de toma de decisiones que desembocan en la mejor selección de variables capaces de satisfacer todas las demandas resistentes y funcionales a las que está sometida la estructura y, a su vez, ser capaz de optimizar un conjunto de criterios de diseño.

En este contexto, las técnicas de optimización en el diseño de estructuras de hormigón conducen a diseños eficientes, por lo que resulta de gran interés su aplicación. Dichas técnicas pueden clasificarse en exactas y aproximadas. Las primeras se basan fundamentalmente en la programación matemática y permiten alcanzar el óptimo global de un problema condicionado (Fletcher, 2001 [1] y Hernandez, et al., 2002 [2]). Estos métodos son muy eficientes para unas pocas variables de diseño, pero el tiempo de cálculo computacional llega a ser prohibitivo para un gran número de ellas, como ocurre en la mayoría de estructuras reales. Sarma y Adeli (1998) [3] aportan una amplia revisión de artículos relacionados con la optimización de estructuras de hormigón. El segundo grupo de técnicas incluyen a las heurísticas, cuyo desarrollo reciente está unido a la evolución de los procedimientos de inteligencia artificial. Estos métodos incluyen una amplia variedad de algoritmos de búsqueda, como los algoritmos genéticos (Holland, 1975) [4], el recocido simulado (Kirkpatrick, et al., 1983) [5], las colonias de hormigas (Dorigo, et al., 1996) [6], las nubes de partículas (Kenedy, et al., 1995) [7], y otros. Las técnicas heurísticas se han aplicado satisfactoriamente en áreas distintas a la ingeniería estructural, por ejemplo en hidráulica, planificación de proyectos y en transporte (Yepes, 2006) [8].

Se puede encontrar una amplia revisión de distintos métodos de optimización estructural en el trabajo de Cohn y Dinovitzer (1994) [9]. En cuanto a las estructuras de hormigón armado, las primeras aplicaciones heurísticas se centraron tanto en la optimización de vigas apoyadas de hormigón armado (Coello, et al., 1997) [10] como en el estudio de pórticos de hormigón armado tridimensionales (Balling y Yao, 1997) [11]. Recientemente, nuestro grupo de investigación ha empleado algoritmos heurísticos en la optimización de muros, bóvedas y marcos de puentes, pórticos de edificación, pilas de puentes y tableros de puentes de carreteras de hormigón pretensado in situ y prefabricados (Yepes, et al., 2008; Perea, et al., 2010; Paya, et al., 2010; Martínez, et al., 2010; Martí, et al., 2010, 2013) [12-17], donde se pueden encontrar referencias bibliográficas adicionales.

Este artículo, tras realizar una descripción global del curso de posgrado, presentará un estudio de caso centrado en la optimización de puentes. Para ello se describirán los algoritmos utilizados y dos ejemplos prácticos donde se expone claramente el nexo entre el contenido docente y la investigación realizada. El resultado del análisis es directamente aplicable por los alumnos tanto en sus futuras investigaciones con casos similares como en su práctica profesional.

2. PANORÁMICA GENERAL DEL CURSO

El curso de posgrado que presentamos tiene como objetivo proporcionar a los alumnos las competencias, destrezas y conocimientos necesarios para aplicar las técnicas de optimización heurística al diseño del hormigón estructural. No obstante, el curso permite extender fácilmente las habilidades adquiridas a otros campos de la ingeniería o de la administración de empresas como la programación de proyectos, las redes de transporte o la planificación hidráulica. La docencia se estructura en los partes que, en apretada síntesis, se esbozan a continuación.

Las clases presentan una primera parte centrada en la descripción, análisis y discusión de los algoritmos de optimización heurística más empleados en el campo de las estructuras y una revisión de las últimas novedades. En la Sección 3 se han descrito brevemente, y a modo de ejemplo, dos de las técnicas heurísticas frecuentemente empleadas y que luego se han aplicado en las Secciones 4 y 5. En este sentido, los autores entienden que la docencia de las técnicas se entiende mejor si éstas se dividen en dos grupos: los algoritmos basados en la búsqueda local por entornos y aquellos otros que se basan en poblaciones de soluciones. Tanto unas como otras heurísticas constituyen métodos aproximados que permiten encontrar buenas soluciones en tiempos de cálculo razonables. Esta razón justifica su uso en las estructuras reales, donde el elevado número de variables provoca que los métodos exactos fuesen impracticables. En cuanto a la función objetivo de la optimización, ésta suele ser el coste económico, aunque no existe ningún problema en atender a otro tipo de objetivos como la reducción del CO₂ emitido a la atmósfera, la reducción energética en la ejecución de la estructura, la mejora de la seguridad o de la constructibilidad.

La segunda parte del curso se centra en la aplicación de los métodos heurísticos a estructuras reales de hormigón estructural, donde los autores han adquirido una amplia experiencia de diseño fundamentada en la investigación realizada en los últimos años. Las estructuras consideradas incluyen muros de contención de tierras, pórticos, marcos y bóvedas de paso inferior de carreteras, pilas de puentes de sección rectangular hueca y tableros de puentes de hormigón pretensado. Resulta evidente que una estructura definida al azar va a ser difícil que cumpla con todos y cada uno de los estados límite que definen la restricción del problema. Es en este momento cuando al alumno se le hace ver la dificultad intrínseca del problema que está manejando. Normalmente la combinación de posibles soluciones en base a las posibilidades que brinda los valores que puede adquirir cada una de las variables es suficientemente alto como para considerar el problema como intratable desde el punto de vista computacional. De hecho, la generación totalmente aleatoria de soluciones –estrategia denominada “random walk”- y la elección de la mejor de las soluciones visitadas, muchas veces hace difícil encontrar, siquiera, una solución factible. Además, salvo por puro azar, la mejor de las soluciones presenta una valoración de su función objetivo mediocre. Ello justifica la necesidad del uso de otros algoritmos más eficaces, como aquellos que hemos descrito en las secciones 4 y 5.

Uno de los aspectos docentes clave del curso es hacer comprender a los alumnos que la aplicación directa e inmediata de los resultados obtenidos por el software de optimización requiere de la supervisión y del sentido común de un ingeniero experimentado. Este aspecto resulta crucial para evitar patologías o problemas posteriores en el caso de la construcción de este tipo de estructuras. Así por ejemplo, algunas estructuras óptimas resultan tan esbeltas que el sentido común lleva a tener que aplicar estados límite de deformación máxima. En otras ocasiones, estados límite poco determinantes como la fatiga resulta ser los estados limitantes en las estructuras óptimas. Por todo ello, la

optimización heurística es un proceso que requiere en el diseño la participación conjunta de la máquina y del hombre, considerando que, en numerosas ocasiones, existen aspectos como la estética, que difícilmente es cuantificable en un modelo matemático. El diseño implica un compromiso entre las condiciones particulares objetivas y subjetivas de una estructura individual (Schlaich y Scheef, 1982 [18]). Con todo, los resultados de este esfuerzo en la investigación de las estructuras es de un gran valor para la práctica de los ingenieros, siendo éste el objeto subyacente del curso.

3. APLICACIÓN DE ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA

Los problemas de optimización estructural que se presentan en este trabajo como ejemplos de aplicación práctica del curso consisten en la minimización del coste representado como función objetivo F en la expresión (1), satisfaciendo también las restricciones de la expresión (2).

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1, r} p_i * m_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (2)$$

3.1. El recocido simulado (SA)

Como ejemplo de heurística se describe el “recocido simulado” (simulated annealing –SA-). El algoritmo se utilizó por primera vez por Kirkpatrick et al. (1983) para el diseño de circuitos electrónicos. El término “recocido” al que hace referencia el método es el proceso consistente en calentar y enfriar un material de manera controlada. Si existe un descenso suave de la temperatura, el metal adquirirá una estructura cristalina que corresponderá a un estado termodinámico de mínima energía. Si se enfría demasiado rápido, las moléculas pueden llegar a estados meta-estables, sin alcanzar configuraciones adecuadas. Este símil termodinámico es el que ha permitido el diseño de un algoritmo de optimización heurística, considerando que los estados alcanzados son cada una de las soluciones y que la energía es la función objetivo. El criterio de aceptación de nuevas soluciones está gobernado por la expresión de Metropoli $\exp(-\Delta E/T)$, donde ΔE es el incremento del coste y T es un parámetro denominado temperatura. El algoritmo comienza con una solución generada aleatoriamente y con una temperatura inicial elevada. La solución de trabajo inicial se modifica por un pequeño movimiento al azar de los valores de las variables. La nueva solución se comprueba en términos de coste, aceptándose algunas de mayor coste cuando un número aleatorio entre 0 y 1 es más pequeño que la expresión $\exp(-\Delta E/T)$. Dicha solución se comprueba estructuralmente, y si es factible se adopta como nueva solución. La temperatura inicial se reduce geométricamente ($T=kT$) por medio de un coeficiente de enfriamiento k . En cada paso de temperatura se ejecutan un número determinado de iteraciones denominado *Cadena de Markov*. El algoritmo se detiene cuando la temperatura queda reducida a un porcentaje pequeño de la temperatura inicial y, simultáneamente, no hay mejoras en un número consecutivo de cadenas de Markov (típicamente 1% ó de 1 a 2 Cadenas de Markov). Este método, es capaz de sobrepasar óptimos locales en temperaturas de rango alto-medio para converger gradualmente cuando la temperatura se reduce a cero. El método del SA requiere la calibración de la temperatura inicial, de la longitud de las Cadenas de Markov y del coeficiente de enfriamiento. En el ejemplo que sirve de muestra en el presente artículo, los parámetros que gobiernan la heurística se obtuvieron de la forma que se explica a continuación. Se

ejecutaron varios procesos de optimización obteniéndose el valor mínimo, la media y la desviación estándar de los resultados respecto al coste óptimo logrado.

3.2. Algoritmos meméticos (MA)

Los algoritmos meméticos constituyen una clase de metaheurísticas estocásticas que combinan la naturaleza de búsqueda en paralelo realizada por los algoritmos evolutivos y la búsqueda local que mejora cada una de las soluciones que forman una población. El calificativo de meméticos lo aplicó por primera vez Moscato [19] en 1989 a estos algoritmos híbridos inspirándose en el término inglés *meme*, acuñado por Dawkins [20] para referirse al análogo del gen en el contexto de la evolución cultural. La idea de emplear la hibridación entre metaheurísticas basadas tanto en algoritmos poblacionales como en otros de búsqueda local permite mejorar la efectividad de los híbridos al combinar los esfuerzos de diversificación e intensificación [21]. Krasnogor y Smith [22] proporcionan una guía y ejemplos de aplicación para este tipo de algoritmos.

En cuanto al algoritmo de búsqueda local empleado dentro del algoritmo memético, se presenta en este trabajo una variedad de la técnica de búsqueda de entornos a gran escala denominada *Very Large-Scale Neighborhood Search (VLSN)*. En particular, y siguiendo la clasificación propuesta por Ahuja et al. [23], la variante empleada pertenece a los métodos de búsqueda por entornos variable, *Variable-Depth Neighborhood Search (VDNS)*. Aunque una de las primeras aplicaciones de esta estrategia puede encontrarse en la resolución de problemas de rutas [24], por lo que hemos podido averiguar, esta es la primera vez que se aplica este tipo de búsqueda local en la optimización de estructuras [25]. VDNS se basa en realizar una búsqueda local con un movimiento hasta alcanzar un óptimo local; a continuación se cambia el movimiento a otro más amplio que permita escaparse de dicho óptimo y se sigue así hasta completar un número predefinido de movimientos, cada uno de ellos más amplio que el inmediatamente anterior. En el algoritmo propuesto en el presente artículo, el primer movimiento se define por el cambio aleatorio de una sola variable, eligiendo siempre la nueva solución si mejora a la anterior. El segundo movimiento mueve dos variables simultáneamente, y así sucesivamente. Debe definirse, en este caso, un número de movimientos sin mejora para pasar de un movimiento al siguiente.

4. CASO DE ESTUDIO 1. PUENTE PEATONAL DE VIGA ARTESA DE HORMIGÓN PRETENSADO

El primer ejemplo se corresponde con una tipología de puente peatonal de viga artesa prefabricada construido habitualmente sobre las carreteras [12]. Este puente, comúnmente conocido como pasarela, se ejecuta a partir de una viga pretensada prefabricada, que integra una losa de hormigón armado ejecutada in situ, dando servicio al tráfico peatonal. El análisis incluye 59 variables de diseño. Las variables contienen 7 valores geométricos: canto de la viga, espesor de la losa, espesor del ala inferior, de las alas superiores, el ancho del ala inferior, espesor de las almas y el ancho de las alas superiores de la viga; tipo de hormigón en la losa y también en la viga; 4 variables de la armadura activa: número de torones en las alas superiores y en el ala inferior de la viga y número de tramos con fundas en los niveles segundo y tercero de pretensado del ala inferior; 46 variables de la armadura pasiva longitudinal y transversal de la viga y la losa con una disposición estándar. Todas las variables son discretas en este análisis. El número total de parámetros es elevado, siendo los más importantes la luz libre de la pasarela, el ancho de la losa superior, la inclinación de las almas, las cargas muertas y

sobrecargas que actúan en el puente, el tipo de acero utilizado en la armadura activa y pasiva, la exposición ambiental y los coeficientes parciales de seguridad.

Se aplican las restricciones estructurales estándares de la normativa española para el diseño de este tipo de estructuras (M. Fomento [26-27]), eso incluye las comprobaciones en estado último y de servicio a flexión cortante y torsión para las envolventes de la tensión debida a las cargas de tráfico y del pretensado. Como cargas del tráfico se considera una carga distribuida uniforme de 4 kN/m^2 . La carga muerta considerada es una carga distribuida uniforme de 2 kN/m . Las tensiones y las reacciones se obtienen como resultado de un programa de desarrollo propio de elementos finitos que aplica la matriz de rigidez de un emparrillado en 2-D acoplando 20 barras que equivalen a 21 secciones. Las flechas se limitan a $1/1000$ de la luz para la combinación de cargas quasi-permanente. No se considera la fatiga del hormigón y del acero, puesto que para los puentes peatonales raramente se llega a este estado límite último.

Se aplicó el algoritmo de SA a un tablero 6 metros de ancho, formado por una losa de HA y una viga artesa de HP, y una luz de 40 metros (Fig. 1). Los coeficientes parciales de seguridad son de 1,50 para la carga variable, 1,35 para el peso propio y carga permanente, 1,00 para la acción del pretensado; 1,50 coeficiente de seguridad para el hormigón, 1,15 de seguridad para el acero pasivo y 1,00 para el acero activo.

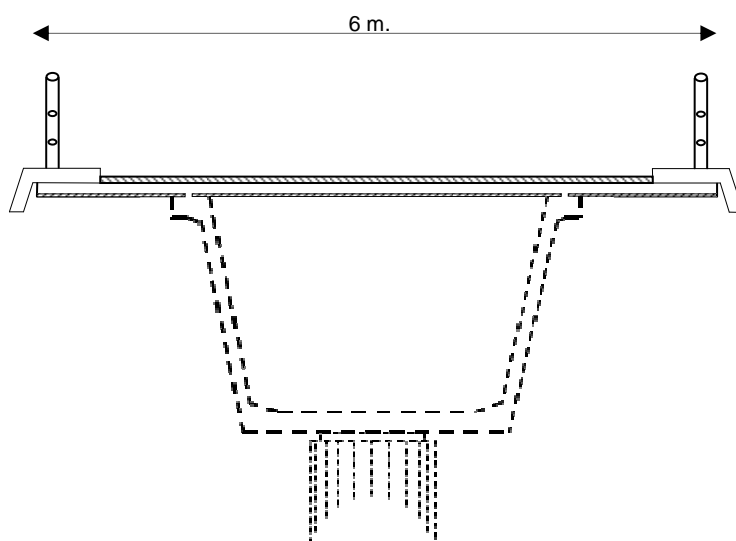


Figura 1. Geometría de la sección del tablero de viga artesa.

El algoritmo fue programado en Fortran 95 con compilador 6.6.0 de Compaq Visual-Fortran Professional. Los funcionamientos típicos de SA de 80.000 iteraciones duraron 260 minutos para un procesador Intel Core Duo E6850 (3,00GHz, 1333MHz, 4MB cache). La calibración de los parámetros de SA requerido duró cerca de 100 horas de cálculo y recomendó los valores siguientes: La temperatura inicial T_0 se ajustó siguiendo el método propuesto por Medina [28], la longitud de la Cadena de Markov de 1000, el coeficiente reductor de la temperatura de 0,95, el número de cadenas sin mejora de 2 y el número de procesos de 9 para una desviación estándar de 1,61%.

La heurística aplicada, inicialmente acepta soluciones con cierta facilidad, aumentando su dificultad conforme avanza el proceso. Se observa en la Fig. 2 cómo se reduce el número de soluciones aceptadas conforme va disminuyendo la temperatura, de tal modo que en el primer escalón se aceptan casi el 25% del total de las soluciones. Con las primeras siete cadenas, equivalente al 8,8% del tiempo total de proceso se obtienen más del 75% de las soluciones aceptadas. Con el 66% del tiempo de proceso se aceptan el 95% de las soluciones. La primera parte se corresponde con la fase de diversificación, y la segunda con la de intensificación.

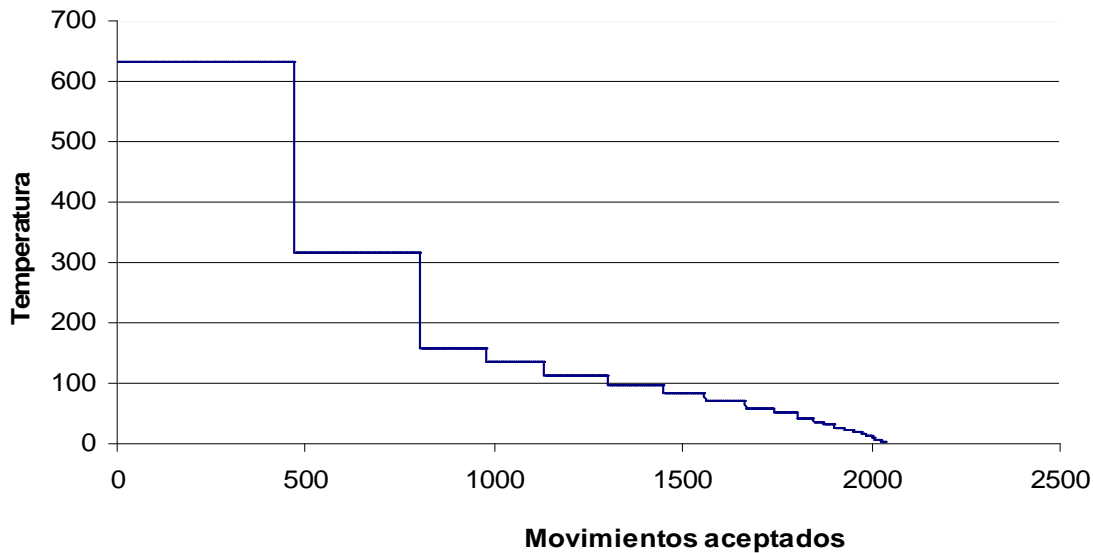


Figura 2. Evolución del número de movimientos aceptados respecto a la temperatura.

Dichas fases quedan identificadas en la Fig. 3 donde se muestra la evolución del coste en relación al tiempo de proceso.

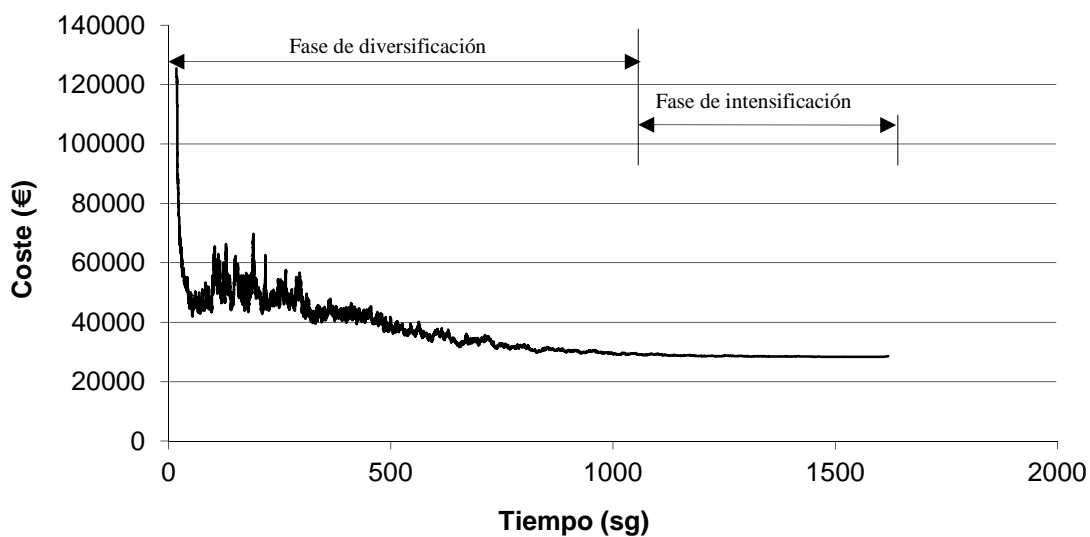


Figura 3. Evolución del coste de las soluciones aceptadas. Fases.

El coste de la mejor solución es 27.586 euros, sin incluir el transporte y colocación de la viga. El canto de la viga es de 2,95 metros, el espesor de la losa es de 0,15 metros, el ancho del ala inferior es de 1,18 metros, el espesor del alma es de 0,10 metros, el número de torones de diámetro 0,6" en el ala inferior es de 29, y 3 en cada ala superior, el hormigón es HA-25 en losa y HP-35 en viga. La disposición de las armaduras activas y pasivas se representa en la Fig.4.

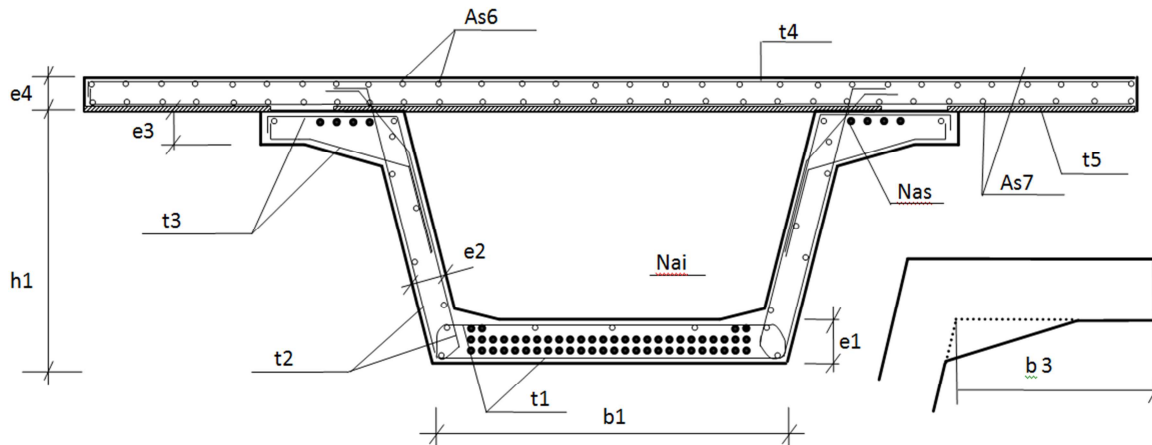


Figura 4. Disposición de las variables geométricas y de armado en tablero.

La armadura pasiva en la sección del apoyo se resume en la Tabla 1. El coste resultante de la mejor solución es de 112,14 € por metro cuadrado de tablero. Con el método SA se permite ahorrar aproximadamente un 5% respecto al método tradicional de diseño.

Tabla 1. Armadura pasiva en la sección de apoyo

As6	24Φ6
As7	24Φ6
t1	12Φ6/m
t2	12Φ6/m
t3	12Φ6/m
t4	8Φ10/m
t5	16Φ10/m

5. CASO DE ESTUDIO 2. PUENTE DE VIGAS ARTESA DE HORMIGÓN PRETENSADO

El segundo ejemplo se corresponde con un tablero de cuatro vanos isostáticos de vigas artesa prefabricadas usados en la construcción de puentes de carreteras. El análisis incluye 40 variables de diseño [25]. Se incluyen entre ellas ocho variables geométricas (ver Fig. 4 y 5). Las primeras siete son las mismas que para la pasarela, que toman valores escalonados de centímetro en centímetro. El canto de la viga $h1$ oscila entre 0,50 m hasta $1/17$ de la luz para limitar la esbeltez mínima y para permitir el transporte de la viga por carretera. El ancho del ala inferior de la viga $b1$ puede variar entre 0,50 y 2,00 m, mientras su espesor $e1$ toma valores comprendidos entre 0,15 a 0,50 m. El ancho $b3$ de

las alas superiores de la viga puede variar desde 0,15 hasta 1,00 m. Tanto el espesor e_2 de las almas, como el espesor e_3 de las alas, pueden tomar valores comprendidos entre 0,10 y 0,50 m. El espesor de la losa e_4 varía entre 0,12 hasta 0,47 m. Y la octava variable, la separación entre vigas S_V puede comprender valores entre 3,96 hasta 6,96 m.

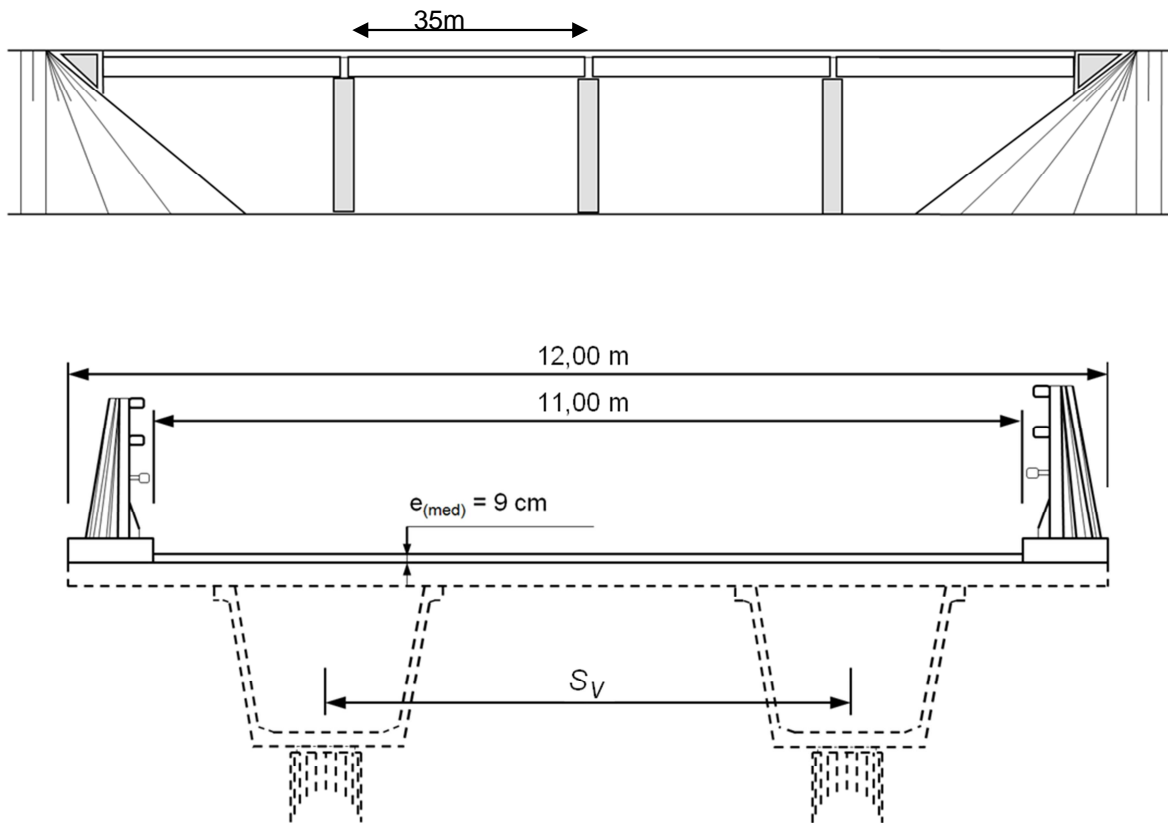


Figura 5. Esquema longitudinal del puente y sección transversal del tablero.

Las variables que definen la resistencia característica de los hormigones toman valores entre 25 MPa a 40 MPa para la losa y desde 35 MPa hasta 50 MPa para las dos vigas, en escalones de 5 MPa. La armadura de pretensado puede definirse mediante cuatro variables: el número de torones en las alas superiores, con un máximo de 10; el número de torones dispuesto entre las primeras, segundas y terceras capas del ala inferior, con un máximo de 98; y el número de tramos con fundas dispuestas en la segunda y en la tercera capa (Fig. 6). El enfundado, si existe, comienza en un extremo de la viga y se prolonga por tramos consecutivos, considerándose cada tramo como la distancia entre dos secciones de cálculo del modelo estructural. Por último, son necesarias 23 variables para definir la disposición del armado pasivo, tanto para la viga como para la losa superior (Fig. 2). La armadura pasiva transversal se mantiene uniforme cada dos tramos en que se encuentra modelizada la estructura.

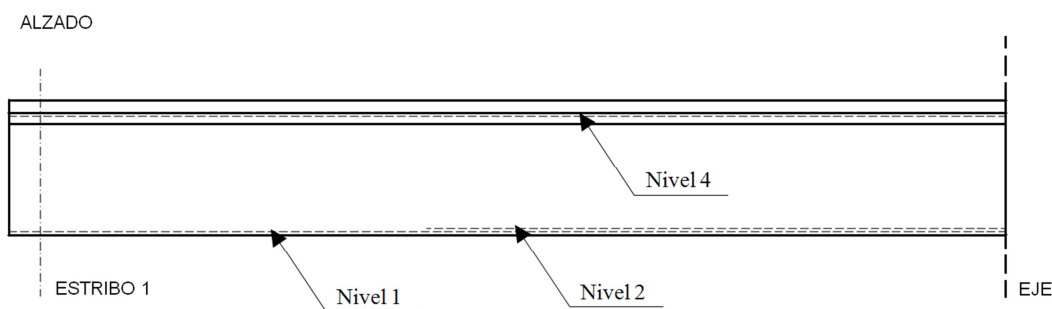


Figura 6. Disposición longitudinal de la armadura activa.

Todas las variables son discretas en este análisis. Los principales parámetros se han dividido en geométricos, de carga, de coste, de armado y de exposición. Entre ellos destacan el ancho del tablero, la inclinación de las almas, la luz de las vigas, la esbeltez mínima de la viga, las cargas muertas, la distancia de transporte, la dificultad de montaje de las vigas y el tipo de aceros. Se aplican las restricciones estructurales estándares de la normativa española para el diseño de este tipo de estructuras [26,27], si bien recientemente han sido modificadas, eso incluye las comprobaciones en estado último y de servicio a flexión cortante y torsión para las envolventes de la tensión debida a las cargas de tráfico y del pretensado. Como cargas del tráfico se considera una carga distribuida uniforme de 4 kN/m² y un vehículo pesado de 600 kN. Los resultados de las tensiones y de las deformaciones se calculan mediante un programa de elementos finitos propio utilizando dos modelos: un modelo para el cálculo de la viga en todos los posibles estados antes de interactuar solidariamente con la losa, formado por 20 barras y 21 secciones; y otro modelo para el cálculo del tablero formado por un emparrillado plano con un total de 103 barras y 84 secciones. Las flechas se limitaron a 1/250 de la luz para la combinación quasi-permanente. Se consideró el estado de fatiga del hormigón y del acero.

Se aplicó el algoritmo memético híbrido a un tablero de 12 metros de ancho, formado por una losa y dos vigas artesa separadas, y una luz de 35 metros (Fig. 5). Los coeficientes parciales de seguridad son de 1,50 para la carga variable, 1,35 para el peso propio y carga permanente, 1,00 para la acción del pretensado; 1,50 coeficiente de seguridad para el hormigón, 1,15 de seguridad para el acero pasivo y 1,00 para el acero activo. El algoritmo fue programado en Intel® Visual Fortran Compiler Integration for Microsoft Visual Studio 2008. Cada proceso duró una media de 1.350 minutos sobre un ordenador con un procesador INTEL® Core™ i7 CPU X980 de 3,33 GHz. Se procesaron 12 ejecuciones obteniéndose valores mínimos, medios y desviaciones de los resultados obtenidos para el coste de cada vano, las variables geométricas y la armadura activa (Tabla 2). En la Fig. 7 se representa la evolución de los costes medios de la población y de la mejor solución tanto para la mejor ejecución como para los valores promedio de las 12 ejecuciones realizadas del algoritmo. En todos los casos se observa que el comportamiento es similar, de forma que los costes se reducen rápidamente al principio y luego se hace de una forma más lenta hasta estabilizarse. Se aprecia, en ambos casos, a partir de la generación 75 el mejor coste de ambas heurísticas mejora poco, 2,5% y 2,0%, respectivamente, y es prácticamente inapreciable a partir de la generación 100 hasta la 200, (0,0% y 1,2%). Para el algoritmo memético híbrido propuesto, se han utilizado los mejores parámetros

obtenidos por Martí [29]: 500 individuos en cada población, 200 generaciones, cruzamiento igual a 0,50 y elitismo.

Tabla 2. Algoritmo memético híbrido. Resultados geométricos y armadura activa. Luz 35m

Coste (euros)	h_1 (m)	e_4 (m)	b_1 (m)	b_3 (m)	e_1 (m)	e_2 (m)	e_3 (m)	$f_{c,viga}$ (MPa)	$f_{c,losa}$ (MPa)	ρ_1 (n)	ρ_2 (n)	ρ_3 (n)	ρ_4 (n)	S_v (m)
a) 99840	1,82	0,18	1,63	0,29	0,19	0,10	0,16	40	30	29	29	0	2	5,77
b) 101604	1,93	0,18	1,61	0,27	0,19	0,10	0,15	38	30	29	26	1	2	5,56

a) Solución coste mínimo

b) Valores medios

El coste de la mejor solución para un vano es 99.840 euros, incluyendo transporte y colocación de las vigas. El canto de las vigas es de 1,82 metros, el espesor de la losa es de 0,18 metros, el ancho del ala inferior es de 1,63 metros, el espesor del alma es de 0,10 metros, el número de torones de diámetro 0,6" en el ala inferior es de 58, y 1 en cada ala superior, el hormigón es HA-30 en losa y HP-40 en viga, y la separación entre ejes de vigas es de 5,77 metros. La disposición de las armaduras activas y pasivas se representa en la Fig. 4.

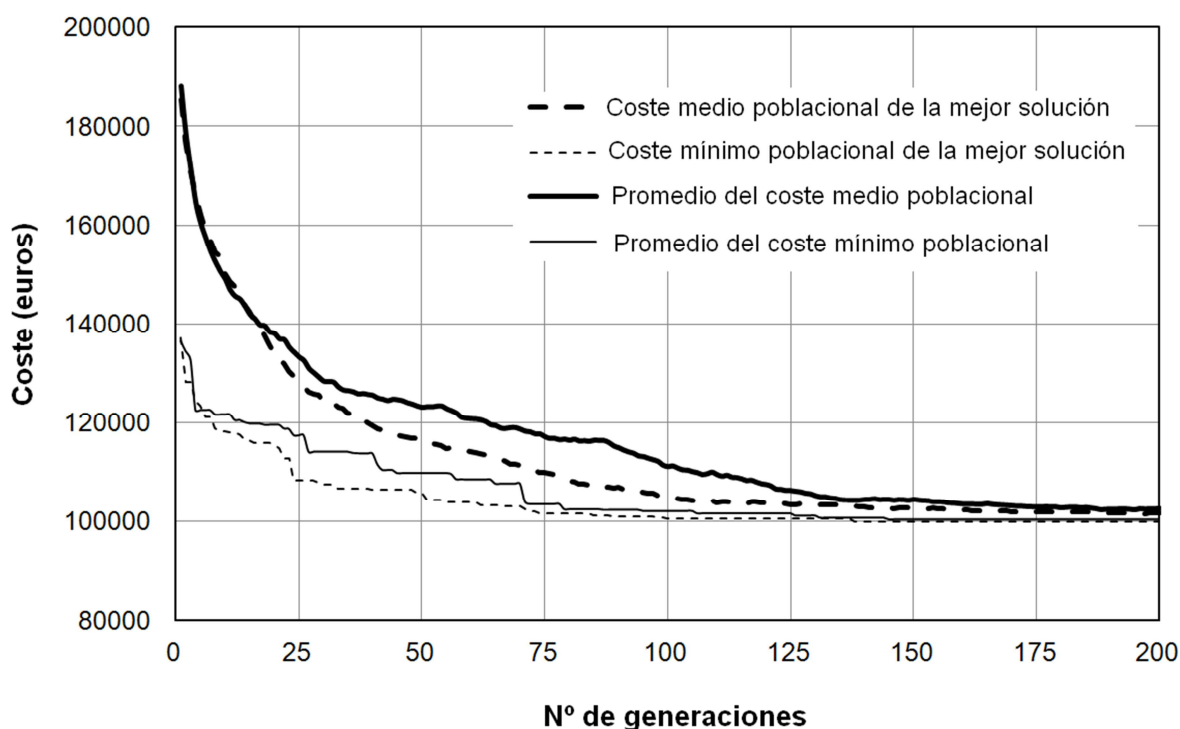


Figura 7. Evolución típica de los costes medios de la población y de la mejor solución para la mejor ejecución y para los valores promedio de 12 ejecuciones.

Las cuantías medias resultantes por metro cuadrado de tablero se resumen en: 13,7 Kg de armadura activa, 40,4 Kg de armadura pasiva, 0,123 m³ de hormigón en viga, 0,183 m³ de hormigón en losa. El coste resultante es de 235,19 euros por metro cuadrado de tablero.

6. CONCLUSIONES

Este artículo ha descrito los principales elementos de un curso posgrado sobre técnicas metaheurísticas aplicadas al diseño automatizado de estructuras de hormigón. El curso, que forma parte del Máster Universitario en Ingeniería del Hormigón de la Universitat Politècnica de València, comprende los algoritmos de optimización básicos y su aplicación a ejemplos prácticos de estructuras de hormigón. Dentro del campo de la investigación, en este curso se han presentado algunos algoritmos aplicados a casos concretos. En particular, el trabajo contiene la optimización económica de una pasarela peatonal y un puente de hormigón pretensado utilizados muy comúnmente en ingeniería de la obra pública. Los métodos metaheurísticos aplicados indican que se producen ahorros de entre el 5 y el 20% respecto a los métodos tradicionales de diseño. Conforme a la experiencia de los autores, como parte de su trabajo de investigación, indican que es necesario realizar una comprobación detallada de la funcionalidad de los diseños de las estructuras obtenidas. Además, los autores señalan que el desarrollo del software de diseño automatizado por ingenieros inexpertos podría producir modelos de diseño cuya constructibilidad fuera discutible. Es más, el desarrollo del software requiere ingenieros experimentados que puedan ser críticos y descubrir las desventajas funcionales de las estructuras diseñadas. No se deben tomar como correctos los resultados obtenidos directamente del ordenador. Habría que añadir, que los modelos fiables obtenidos mediante técnicas heurísticas, han de ser el resultado final de un proceso continuo de desarrollo donde se critiquen las estructuras intermedias obtenidas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el aporte financiero realizado para este trabajo por el Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto de Investigación BIA2011-23602) y por la Universitat Politècnica de València (Proyecto de Investigación SP20120341).

REFERENCIAS

- [1] Fletcher, R. (2001). Practical methods of optimization. Chichester: Wiley.
- [2] Hernandez, S. and Fontan, A. (2002). Practical applications of design optimization. Southampton: WIT Press.
- [3] Sarma, K.C. and Adeli H. (1998). Cost optimization of concrete structures. ASCE Journal of Structural Engineering, 124 (5): 570-578.
- [4] Holland, J.H. (1975). Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- [5] Kirkpatrick, S., Gelatt C.D. and Vecchi, M.P.(1983). Optimization by simulated annealing. Science, 220(4598): 671-680.
- [6] Dorigo M., Maniezzo, V. and Coloni, A. (1996). The ant system: optimization by a colony of cooperating agents. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B, 26(1): 29-41.
- [7] Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. IEEE International Conference on Neural Networks, IV, 1942-1948, Piscataway, NJ, IEEE Service Center.

-
- [8] Yepes, V. and Medina, J.R. (2006). Economic heuristic optimization for the heterogeneous fleet VRPHESTW. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 132(4): 303-311.
- [9] Cohn, M.Z. and Dinovitzer, A.S. (1994). Application of structural optimization. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 120(2): 617-649.
- [10] Coello, C.A., Christiansen A.D. and Santos, F. (1997). A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams, *Engineering with Computers*; 13(4): 185-196.
- [11] Balling, R.J. and Yao, X. (1997). Optimization of reinforced concrete frames. *ASCE Journal of Structural Engineering* 1997, 123(2): 193-202.
- [12] Yepes, V., Alcalá, J., Perea, C. and Gonzalez-Vidosa, F. (2008). A parametric study of earth-retaining walls by simulated annealing. *Engineering Structures*; 30(3): 821-830.
- [13] Perea, C., Yepes, V., Alcalá, J., Hospitaler, A. and Gonzalez-Vidosa, F. (2010). A parametric study of optimum road frame bridges by threshold acceptance. *Indian Journal of Engineering & Materials Sciences*, 17(6): 427-437.
- [14] Paya, I., Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F. and Hospitaler, A. (2010). On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing. *Meccanica*, 45(5): 693-704.
- [15] Martínez, F.J., Gonzalez-Vidosa, F., Hospitaler, A. and Yepes, V. (2010). Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections. *Computers & Structures*, 88(5-6):375-386.
- [16] Martí, J.V. and Gonzalez-Vidosa, F. (2010). Design of prestressed concrete precast pedestrian bridges by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*, 41(7-8): 916-922.
- [17] Martí, J.V., González-Vidosa, F., Yepes, V. and Alcalá, J. (2013). Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing, *Engineering Structures* 48 342-352.
- [18] Schlaich, J. and Scheef, H. (1982). *Concrete box-girder bridges*. Zürich: IABSE.
- [19] Moscato, P. and Fontanari, J. (1989). On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms, Technical Report Caltech Concurrent Computation Program Report 826, Caltech, Pasadena, California, USA
- [20] Dawkins, R. (1976), *The selfish gene*, Clarendon Press, Oxford, UK.
- [21] Blum, C., Puchinger, J., Raidl, G.R. and Roli, A. (2011). Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey, *Applied Soft Computing* 11 4135-4151.
- [22] Krasnogor, N., Smith and J. (2005). A tutorial for competent memetic algorithms: model, taxonomy, and design issues, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 9 474-488.
- [23] Ahuja, R.K., Ergun, Ö., Orlin, J.B. and Punnen, A.P. (2002). A survey of very large-scale neighborhood search techniques, *Discrete Applied Mathematics* 123 75-102.
- [24] Lin, S., and Kernighan, B. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem, *Operations Research* 21 498-516.
- [25] Martí, J.V., González-Vidosa, F., Yepes, V. and Alcalá, J. (2014). Diseño automático de tableros óptimos de puentes de carretera de vigas artesa prefabricadas mediante algoritmos meméticos híbridos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. 30: 145-154.

- [26] M. Fomento, (1998). "IAP-98: Code about the actions to be considered for the design of road bridges (in Spanish)", M.Fomento, Madrid.
- [27] M. Fomento, (1998). "EHE: Code of Structural Concrete (in Spanish)", M.Fomento, Madrid.
- [28] Medina J.R. (2001). Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing, ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering; 127(4): 213-221.
- [29] Martí, J.V., (2011). Optimización de tableros isostáticos de vigas artesa. Lap Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG. ISSN 9783844339451.

A procedure to track vibration modes under changing external factors: application to a pedestrian bridge

Soria, José M.¹; Díaz, Iván M.²; García-Palacios, Jaime H.³; Ibán, Norberto⁴; Lorenzana, Antolín⁵

ABSTRACT

A low-cost vibration monitoring system has been developed and installed on an urban steel-plated stress-ribbon footbridge. The system continuously measures: the acceleration (using 18 triaxial MEMS accelerometers distributed along the structure), the ambient temperature and the wind velocity and direction. Automated output-only modal parameter estimation based on the Stochastic Subspace Identification (SSI) is carried out in order to extract the modal parameters, i.e., the natural frequencies, damping ratios and modal shapes.

Thus, this paper analyzes the time evolution of the modal parameters over a whole-year data monitoring. Firstly, for similar environmental/operational factors, the uncertainties associated to the time window size used are studied and quantified. Secondly, a methodology to track the vibration modes has been established since several of them with closely-spaced natural frequencies are identified. Thirdly, the modal parameters have been correlated against external factors. It has been shown that this stress-ribbon structure is highly sensitive to temperature variation (frequency changes of more than 20%) with strongly seasonal and daily trends.

Keywords: Modal analysis; Footbridge; Continuous dynamic monitoring; Environmental effects.

1. INTRODUCTION

The long-term vibration monitoring of civil engineering structures is increasingly used to monitor both, the structure integrity and the vibration serviceability. A number of examples of bridges and footbridges equipped with a monitoring system can be found [7, 9, 10, 16]. In these monitoring systems, the vibrations due to traffic or wind are measured and recorded. These data can be used to continuously extract the modal parameters (natural frequencies, damping ratios and modal shapes) which may be employed to assess the structural integrity since structural damages lead to changes in the modal parameters. Thus, vibration-based Structural Health Monitoring (SHM) systems using automated output-only modal identification (also known as Operational Modal Analysis, OMA) have been extensively proposed, for instance [8, 13]. One of the main problems of these systems is that they have

¹ Dpto. CMM and Theory of Structures. ETSICCP, UPM (Spain). jm.soria@upm.es (Corresponding author)

² Dpto. CMM and Theory of Structures. ETSICCP, UPM (Spain). ivan.munoz@upm.es

³ Dpto. Civil Engineering: Hydraulic and Energy. ETSICCP, UPM (Spain). jaime.garcia.palacios@upm.es

⁴ Mechanical Engineering Division. Cartif Research Center (Spain). noriba@cartif.es

⁵ EII/ITAP, Universidad de Valladolid (Spain). ali@eii.uva.es

to cope with changing environmental/operational conditions that often significantly affect the modal estimation.

The main obstacle for a more widespread adoption of these monitoring systems is the cost associated to their installation. Recently, a successful attempt to reduce the cost of a monitoring system has been carried out through the use of low-cost sensors to measure structural vibrations on a footbridge. Thus, a low-cost continuous vibration monitoring system using small MEMS (Micro Electro-mechanical Systems) accelerometers has been developed and installed on Pedro Gómez Bosque (PGB) footbridge (Valladolid, Spain) in order to track its long-term dynamic performance. The system continuously measures: the acceleration (using 18 triaxial MEMS accelerometers distributed along the structure), the ambient temperature and the wind velocity and direction [18]. PGB footbridge is a singular steel-plated stress-ribbon footbridge with a single span of 85 m. The dynamic behavior shows several low-frequency vibration modes with closely-spaced natural frequencies and low damping ratios.

A procedure to track vibration modes has been programmed to carry out an automatic modal parameter estimation. This procedure has to cope with vibration modes with closely-spaced natural frequencies. In this case, sorting vibration modes using frequency criteria and removing outliers that lay out of intervals of frequency variation might not be adequate [14, 16]. This paper describes the detailed procedure carried out to track vibration modes of PGB footbridge over time. The procedure uses three tolerances based on the Modal Assurance Criterion (MAC). This approach allows reliable monitoring of vibration modes that are maintained over time.

Regarding the use of modal parameter variations as possible damage detector in structures, it is necessary to observe the modal variations over time due to the influence of some external agents acting on the undamaged structure [12, 14]. It is important to evaluate the magnitude of this modal variation, as well as the main factors that influence the relationship between them. The temperature is usually the most significant environmental factor [20]. However, other factors, such as operational or boundary conditions, may significantly affect the modal estimates [1, 12]. Finite Element (FE) models are usually updated using the modal parameters [4, 15]. However, when the modal parameters show significant variability with changing environmental factors, the updated model might not be as accurate as required [2]. Hence, it is important to estimate uncertainties in the modal parameter identification in order to establish the degree of confidence of the updated model. This updated model can be useful to guarantee a successful structural intervention during structural rehabilitation [6, 11]. That is, non-destructive tests, such as an OMA, together with calibrated models greatly benefit reliable structural evaluations.

The paper continues with the description of the structure and its monitoring system. Section 3 analyzes the uncertainties associated to a single time history record. The output-only modal parameter estimation using different data blocks is carried out. Thus, uncertainties due to the selection of the data block are quantified. The results of continuous dynamic analysis are described in Section 4. A tracking method to follow the evolution of the persistent vibration modes over time is proposed. The influence of the environmental/operational factors on the modal estimates is studied. Finally, some conclusions are drawn and suggestions for future work are given.

2. THE FOOTBRIDGE AND ITS VIBRATION MONITORING

2.1. Structure description

PGB footbridge, sited in Valladolid (Spain), is a slender and lightweight structure that creates a pedestrian link over the Pisuerga River between a sport complex and the city centre (see Figure 1). This bridge, built in 2011, is a singular stress-ribbon footbridge born by a pretensioned catenary-shape steel band with a single span of 85 m that provides minimal impact on the surroundings. The structure mainly consists of a Corten steel band of 94 m long, 3.6 m wide and only 30 mm thick which is pre-tensioned and anchored to the two abutments. The complete steel band is fabricated by welding 8-meter long sheets and a number of 110 precast concrete slabs lay on the steel band [17]. These slabs do not have bearing capacity in such a way that the only structural element is the band. The structure is completed by rubber flooring and a stainless steel glass handrail.



Figure 1. Pedro Gómez Bosque footbridge. Landscape view.

2.2. Monitoring system

A structural vibration monitoring system was devised in order to continuously estimate the modal parameters of the structure and to assess their changes under varying environmental conditions. Therefore, apart from the accelerometers needed to perform a modal analysis, sensors for the wind and environmental temperature conditions were installed. The monitoring system comprises 18 triaxial accelerometers, 9 at each side of the deck, a temperature sensor and an anemometer with a vane. Wires and acceleration sensors were installed inside the handrail so the structure aesthetic was not modified in any way. This fact introduced additional complications: (i) the installation process was a laborious task, and (ii) additional angular transformations are required to obtain the acceleration vector in the structure axes for each accelerometer.

The vibration sensor used for the monitoring system was the low-cost MEMS accelerometer ADXL327 (ANALOG DEVICES) able to measure the static acceleration of gravity. The ADXL327 is a very small, low power, 3-axis accelerometer with signal condition voltage output. The key properties of this sensor are: measurement range up to $\pm 2.5g$, sensitivity up to 500 mV/g and bandwidth up to 550 Hz. However, this sensor is not designed to transmit the signal over long distances. To overcome this problem, an ad-hoc conditioning circuit was designed to enhance its long-distance performance. First, three

capacitors, one to each channel, were placed to fix the frequency bandwidth to 100 Hz. Second, since the accelerometer has to be supplied by 3.6 V to get its maximum nominal sensitivity of 500 mV/g, the power supply unit of 12 V and a voltage regulator to 3.6 V were integrated into each circuit board in order to avoid power losses by the long distance wires. Thirdly, an operational amplifier was used to reduce significantly the output impedance, achieving thus a good signal-to-noise ratio for acceleration parameter (constant sensitivity and low noise). The achieved signal-to-noise ratio was $25 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$, which was considered to be enough for monitoring the structural vibrations. Finally, each circuit board with all its components was covered with a plastic coating to protect it from environmental conditions. Then, the accelerometers were ready to be installed inside the tube of the handrail. The sensing system was completed by a temperature sensor (model T0110 transmitter of Comet) and a wind sentry (model 03002L of R.M. Young Company) to measure the speed and direction of the wind. The temperature sensor and wind sentry were installed on the public light tower sited closed to the structure (see Figure 2).



Figure 2. Monitoring system. Distribution of sensors.

The monitoring system then comprises 57 voltage channels that are processed continuously. The data logger CompactRIO 9076 (National Instruments) with two NI 9205 with 32 analog input channels is used for real-time data acquisition. The frequency sampling for each channel was chosen to be 200 Hz, enough to identify the modal parameters of the structure and to avoid aliasing problems during the post-processing. The actual orientation of the accelerometers installed inside the handrail is unknown. However, the Euler angles between the accelerometer coordinate system and the structure coordinate system can be derived taking into account the following: (i) the longitudinal axis of each accelerometer matches with the longitudinal axis of the footbridge, and (ii) the accelerometers are able to measure acceleration due to gravity. Therefore, the transformation matrix between both coordinate systems is obtained, and then, the acceleration in the global axes can be finally calculated [18]. Before its final installation, a laboratory validation was carried out and after the installation, an in-situ validation was performed by comparing against conventional piezoelectric accelerometers.

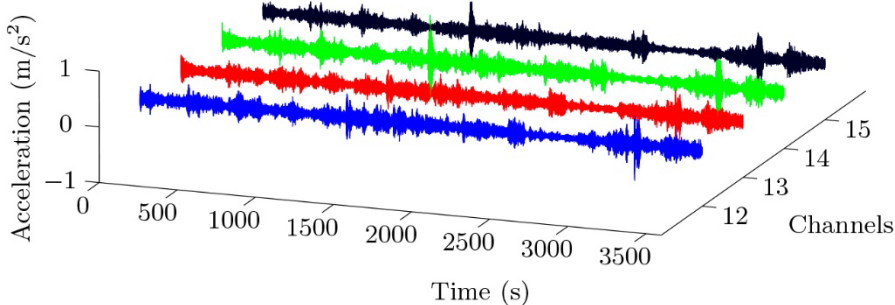
3. PEERED ANALYSIS OF ONE TEST

The uncertainties associated to the modal identification of one test, corresponding to the record measured on 01/05/2013 at 19:16 (60-minute test), are analyzed herein. The dynamic behavior of the structure is mainly governed by the vertical response (previous time-history analyses have shown that

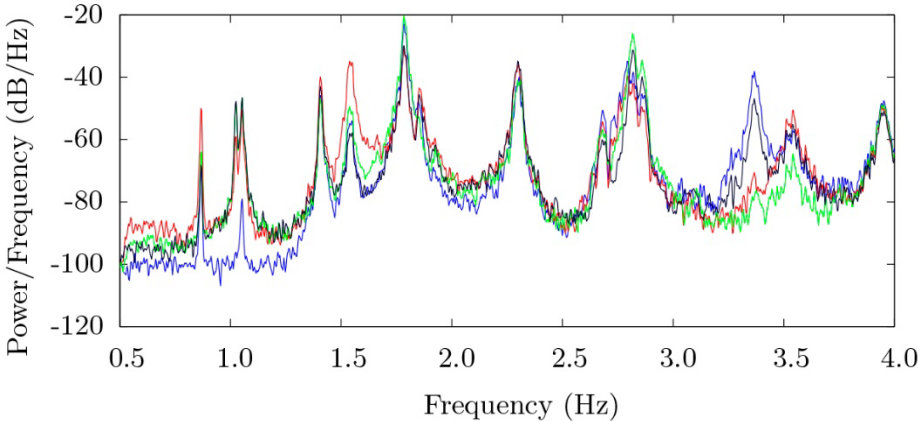
lateral and longitudinal accelerations are small and negligible, respectively, as compared to vertical ones). That is the reason why this analysis concentrates on the vertical vibration. The process followed is, firstly, the signal processing undertaken before the modal identification is presented. Afterwards, using SSI-cov technique is applied to different 20-minute time windows of the 60-minute test.

3.1. Data processing

The vertical response of the structure for 1-hour test is analyzed (with an initial sampling frequency of 200 Hz). The signal is filtered by a low-pass *Butterworth* filter of order 4 with a cutoff frequency of 5 Hz. A decimation factor of 16 is applied obtaining a *Nyquist* frequency of 6.25 Hz. As an example, Figure 3a and b show the filtered and decimated response in time and frequency domain, respectively, corresponding to the four central channels for upstream side. Up to ten peaks below 4 Hz can be observed in Figure 3b.



(a) Time domain.



(b) Frequency domain.

Figure 3. Processed raw data of 4 central channels for upstream side.

3.2. Operational Modal Analysis using the same SSI technique

The modal parameters have been tracked over time to capture the dynamic behavior of the structure as best as possible. As a rule of thumb, the minimum duration of the measurement should be at least

1000 cycles of the lowest natural frequency is expected to be identified [19]. This duration is usually recommended as the minimum one for noise-contaminated signals and close vibration modes. Therefore, this duration, which corresponds approximately to 20 minutes, has been adopted here to carry out the modal tracking.

Three consecutive windows of 20-minute data are considered to identify the modal parameters using only SSI-cov. These results are compared with those obtained using the 60-minute record. Table 1 shows the estimates obtained from the four data blocks. A MAC correlation between the modal shapes estimated by three techniques has been carried out. Modes that exhibit a MAC value greater than 0.95 for all of the cross values are highlighted in bold. Modes with natural frequencies over 4 Hz (0.8 times the cutoff frequency of the filter) are not included. Modes that exhibit a MAC value greater than 0.95 for all of the cross values are highlighted in bold. The average temperature for each time window was 16.42, 13.84 and 11.56 °C, respectively, and 13.94 °C for the 60-minute record.

Table 1. Natural frequencies and damping ratios identified by SSI-cov and different time blocks.

Mode	60 min.		1 st 20 min.		2 nd 20 min.		3 rd 20 min.	
	<i>f</i> (Hz)	ζ (%)	<i>f</i> (Hz)	ζ (%)	<i>f</i> (Hz)	ζ (%)	<i>f</i> (Hz)	ζ (%)
-	0.8671	0.3352	0.8663	0.2526	-	-	0.8660	1.0824
-	-	-	1.0251	0.3793	1.0243	0.1433	1.0281	1.8147
1	1.0548	0.9622	1.0536	0.3755	1.0518	0.3513	1.0535	0.4883
2	1.4077	0.3792	1.4073	0.3523	1.4059	0.5874	1.4093	0.2594
3	1.5408	0.6762	1.5408	0.5343	1.5395	0.7945	1.5431	0.7658
4	1.7869	0.4483	1.7884	0.5036	1.7882	0.6227	1.7833	0.4014
5	1.8571	0.6381	1.8567	0.6340	1.8574	0.6775	1.8569	0.4995
-	-	-	1.9260	0.3870	-	-	-	-
6	2.3020	0.4799	2.3022	0.4444	2.3020	0.5353	2.3014	0.4788
-	2.6819	0.3206	-	-	2.6802	0.2709	2.6836	0.2546
-	-	-	-	-	-	-	2.7306	0.4594
-	-	-	-	-	2.7848	0.3825	-	-
-	2.8051	0.5159	2.8097	0.7520	-	-	2.8041	0.4918
-	-	-	-	-	2.8147	0.1976	-	-
-	2.8682	0.3238	-	-	-	-	2.8631	0.3248
-	-	-	2.9171	0.2887	-	-	-	-
7	3.3674	0.4485	3.3680	0.4194	3.3659	0.4449	3.3709	0.4587
8	3.5375	0.8723	3.5356	0.6417	3.5361	0.9920	3.5343	0.8376
9	3.9487	0.5106	3.9443	0.4427	3.9458	0.5759	3.9552	0.3504

Table 2 presents a summary of the selected modes. The table shows the mean values for the 20-minute tests and the maximum errors compared with the results obtained with the 60-minute test. In this case, the maximum errors obtained are 0.2855% and 61.09% for frequencies and damping ratios respectively. The errors in natural frequency estimates using 20 minutes as compared with 60 are negligible.

Table 2. Summary of identified mode frequencies and statistical comparison for the 20-minute against 1-hour time blocks: mean frequency, mean damping and corresponding errors.

Mode	Frequency		Damping	
	\bar{f} (Hz)	Error (%)	$\bar{\zeta}$ (%)	Error (%)
1	1.0530	0.2849	0.4050	61.09
2	1.4075	0.2416	0.3997	32.80
3	1.5411	0.2336	0.6982	26.02
4	1.7866	0.2855	0.5092	22.13
5	1.8570	0.0377	0.6037	17.80
6	2.3019	0.0348	0.4862	9.090
7	3.3683	0.1484	0.4410	3.930
8	3.5353	0.0905	0.8238	35.05
9	3.9484	0.2761	0.4563	22.55

Figure 4 shows an example of identified modal shapes corresponding to the lowest six modes obtained with SSI-cov for the 60-minute test.

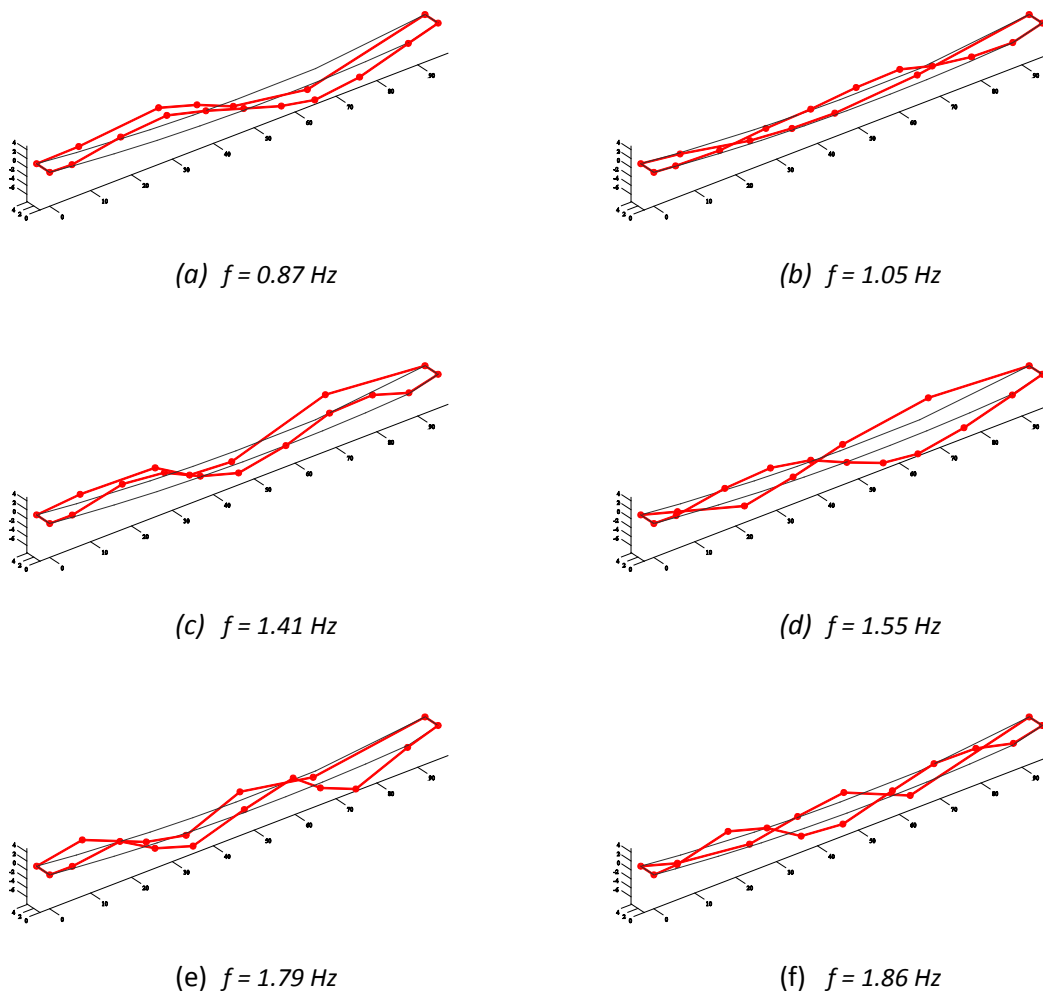


Figure 4. First six modes shapes obtained with SSI-cov.

4. CONTINUOUS DYNAMIC ANALYSIS

The procedure carried out to track the vibration modes is depicted in Figure 5. The results obtained from 1-year of continuous dynamic monitoring are described from now on. A method to track the evolution of the main vibration modes over time is described. Then, the influence of the environmental/operational factors on the modal estimates is studied.

4.1. Tracking of modal properties

For a single test, no special treatment on SSI itself to separate closely-spaced frequencies is considered. However, in a dynamic continuous monitoring framework, the vibrations modes must be carefully tracked since their natural frequencies can be similar and even can change their order. Therefore, a procedure to link modal parameters identified from each data set that are associated with the same vibration mode is needed. A criterion based on selecting a mode within a fixed frequency range could lead to wrong results due to the variation of frequency ranges between different tests. As a consequence, it proposes a tracking method in order to follow the evolution of the main vibration modes over time. From the acquired data, an automated OMA has been implemented using SSI-cov. The procedure carried out is depicted in Figure 5. The process can be divided into the following steps:

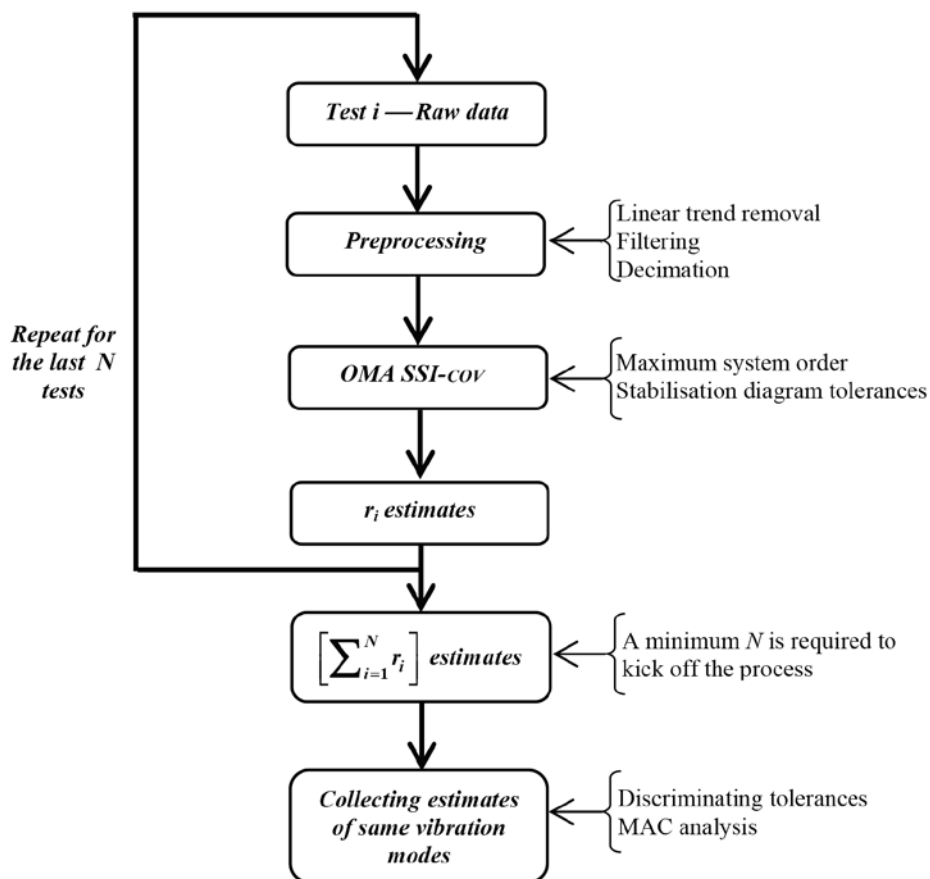


Figure 5. Tracking procedure for modal parameters.

- Take the last N tests, N being the number of tests. N should be representative of the variability of the modal estimates.
- For each test, the OMA is carried out. Thus, a number of modes for each test is identified and denoted as r_i (with $i = 1 \dots N$).
- The objective is to find modal estimates that correspond to the same persistent mode over time. Each modal shape estimate is compared with all the remainder estimates within the N tests and a counter increases each time that two mode shapes match. The counter indicates the repeatability of a vibration mode. This is done for all the modal shape estimates. To carry out this step, the MAC value is used. That is, a number of $[\sum_{i=1}^N r_i]$ estimates are compared using the MAC value. Three tolerances have been defined for this purpose:
 - tol_1 : the first one is a MAC value that allows to group estimates corresponding to the same vibration mode. The repeatability is the number of estimates of a group.
 - tol_2 : the second one is included in order to reject groups that are not repeated sufficiently to be considered as significant modes. This tolerance is the lower limit of success ratio, that is, groups with low repeatability are automatically rejected.
 - tol_3 : the third one is a MAC value finally included to detect groups of estimates that are actually estimations of the same mode. Then, if more than one group correspond to the estimation of the same mode, the one with higher repeatability is selected.
- From above procedure, the most significant modes of the dynamic response of the structure are detected for the N tests.
- Variations of these selected modes are statistically studied and corrected modal parameters are derived.

The above tracking method is applied to consecutive time-history records every 20 minutes using SSI-cov. A number of $N = 21643$ tests have been taken for the whole year 2013. If computational burdens appear, the procedure explained above must be modified slightly. In that case, the tests should be divided into sub-blocks ($N = 500$) to solve the problem. That done, you just have to join each sub-block with the next sub-block using the tol_1 .

The tolerances chosen to carry out the tracking were: $tol_1 \geq 0.95$, $tol_2 \geq 40\%$ and $tol_3 \leq 0.80$. Up to nine vibration modes below 4 Hz have been tracked. Table 3 shows the following statistics of the estimation: mean, standard deviation, absolute percentage variation and their repeatability (the success ratio is included between brackets). Note that the fourth mode, with a frequency around 1.79 Hz (and with a damping ratio of only 0.42%) is prone to be excited by pedestrian walking.

Table 3. Summary of identified natural frequencies and damping ratios for one year monitoring and their statistics: mean frequency, mean damping, standard deviation and corresponding variation.

Mode	Frequency			Damping			Repeatability
	\bar{f} (Hz)	Std	v (%)	$\bar{\zeta}$ (%)	Std	v (%)	
1	1.0482	0.0152	14.23	0.3665	0.1710	147.89	9667 (44.7%)
2	1.4145	0.0107	35.26	0.3381	0.1513	110.74	10619 (49.1%)
3	1.5440	0.0181	27.63	0.6498	0.2357	133.62	9886 (45.7%)
4	1.7937	0.0291	20.27	0.4192	0.1502	221.88	13817 (63.8%)
5	1.8594	0.0168	6.87	0.5718	0.1605	234.74	9936 (45.9%)
6	2.3117	0.0425	15.01	0.3753	0.1474	128.54	8746 (40.4%)
7	3.3821	0.0549	42.95	0.3868	0.1191	103.96	12210 (56.4%)
8	3.5512	0.0524	51.87	0.7226	0.1884	157.48	9237 (42.7%)
9	3.9619	0.0624	8.95	0.3853	0.1185	230.82	10183 (57.8%)

The frequency distribution for each mode is shown in Figure 6. There are some modes (3, 5 and 8) whose frequencies have a very narrow distribution, indicating that: (i) they do not change significantly and (iii) they might be already used for SHM. Figure 7 shows the damping ratio distribution for each mode. It can be observed that the damping of these modes of the structure are very low, except for modes 3, 5 and 8. These modes are the same which also have a very narrow distribution frequency.

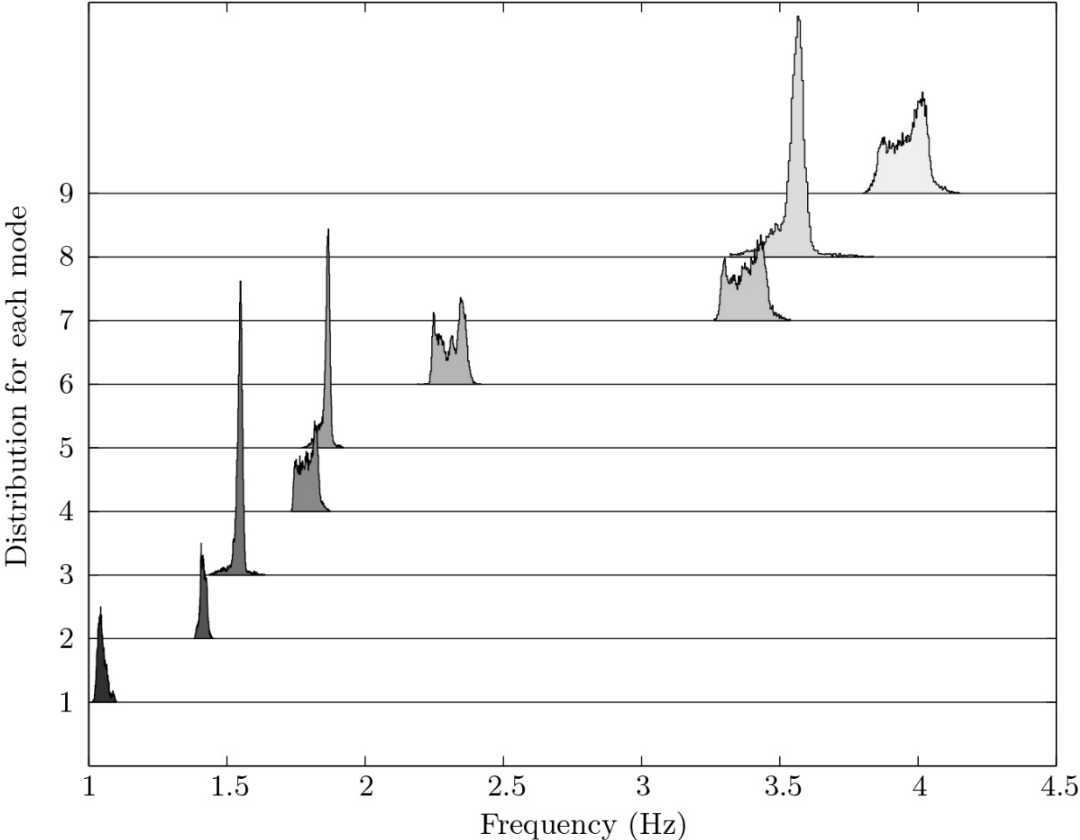


Figure 6. *Overlaid distributions of the identified natural frequencies.*

It can be seen that the repeatability of modes is quite lower than total number of tests. Figure 8 shows the time history and PSD results of two tests at day and night time corresponding with 15:00 and 3:00 hours respectively. Although, vibration levels are similar, the frequency contents show significant differences between both tests. We should comment that the signal to noise ratio and the sensitivity of the conditioned sensors is not high, anyway, when the structure is in use, structural vibrations arise and the monitoring system has success in the estimation. Remind that the monitoring system is much cheaper than a conventional one.

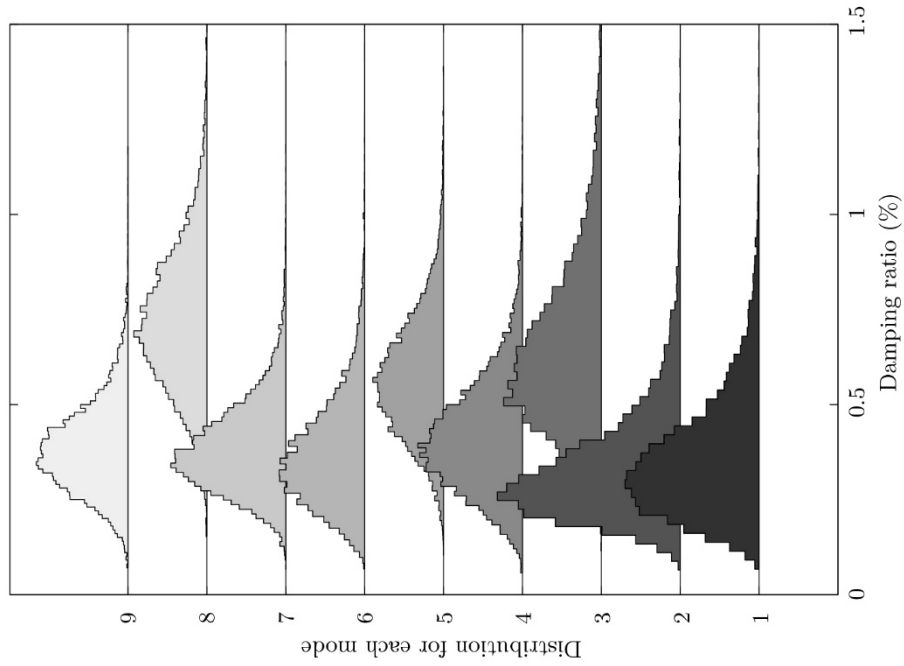


Figure 7. Overlaid distributions of the identified natural damping ratios.

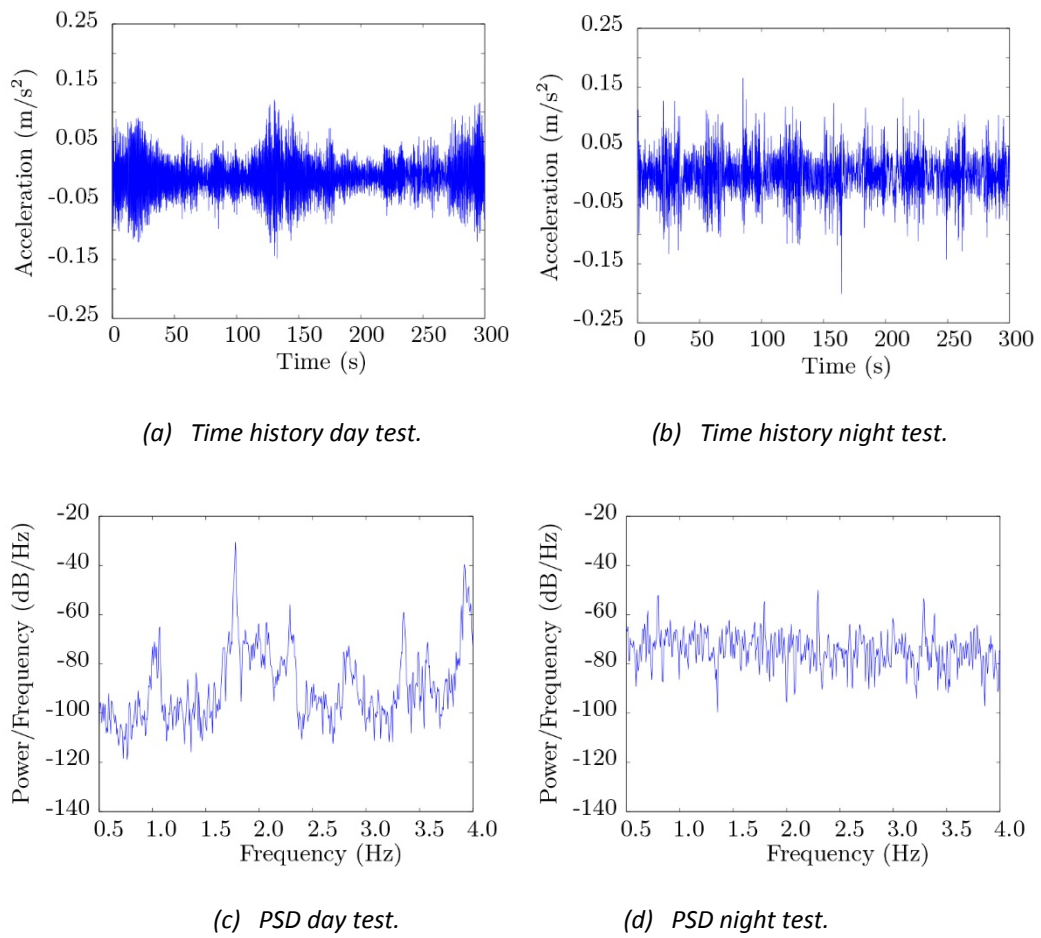


Figure 8. Results at day and night test.

This is due to the fact that some of them are performed under very low vibration conditions leading to wrong estimates that, obviously, are not tracked by the method. The pedestrian traffic over the structure during the day hours induces on the structure the necessary environmental energy that allows successful identification. However, the lack of this excitation during the night hides the real structural response inside the signal noise. Figure 9 shows hourly distribution of successful identifications obtained for the fourth mode selected (see Table 3).

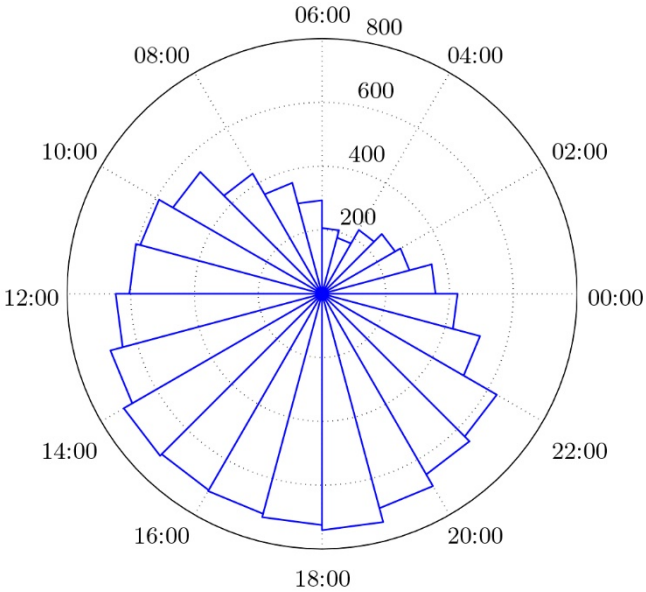
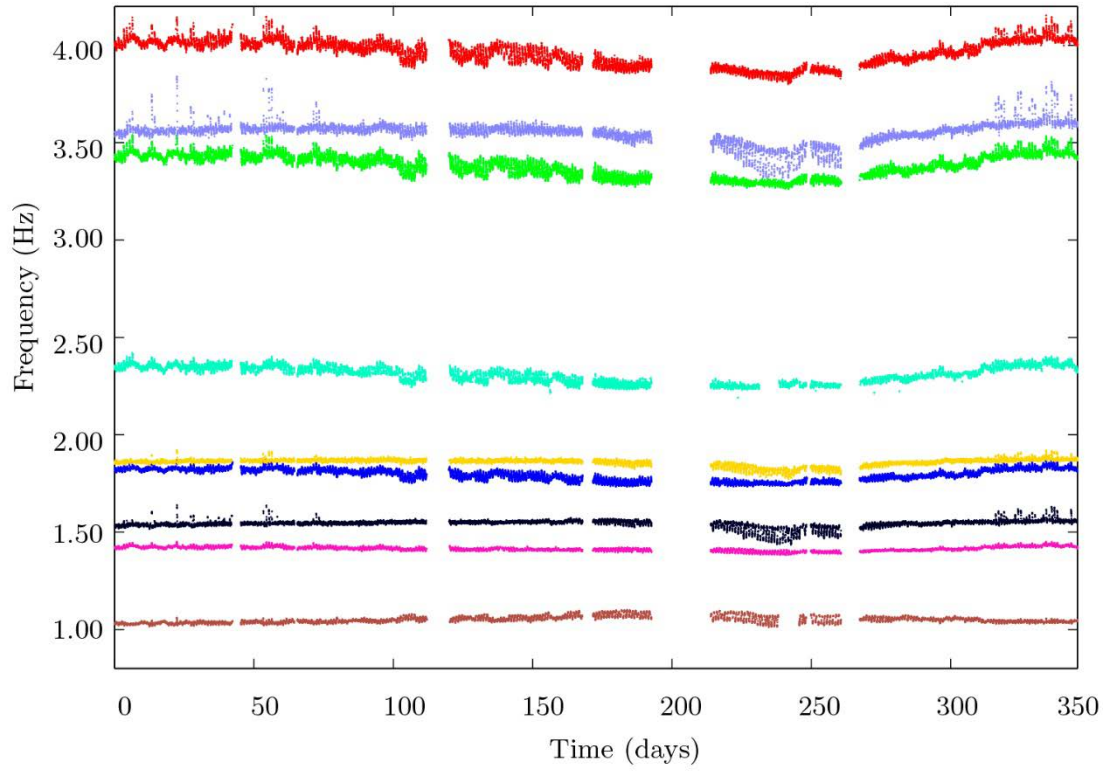
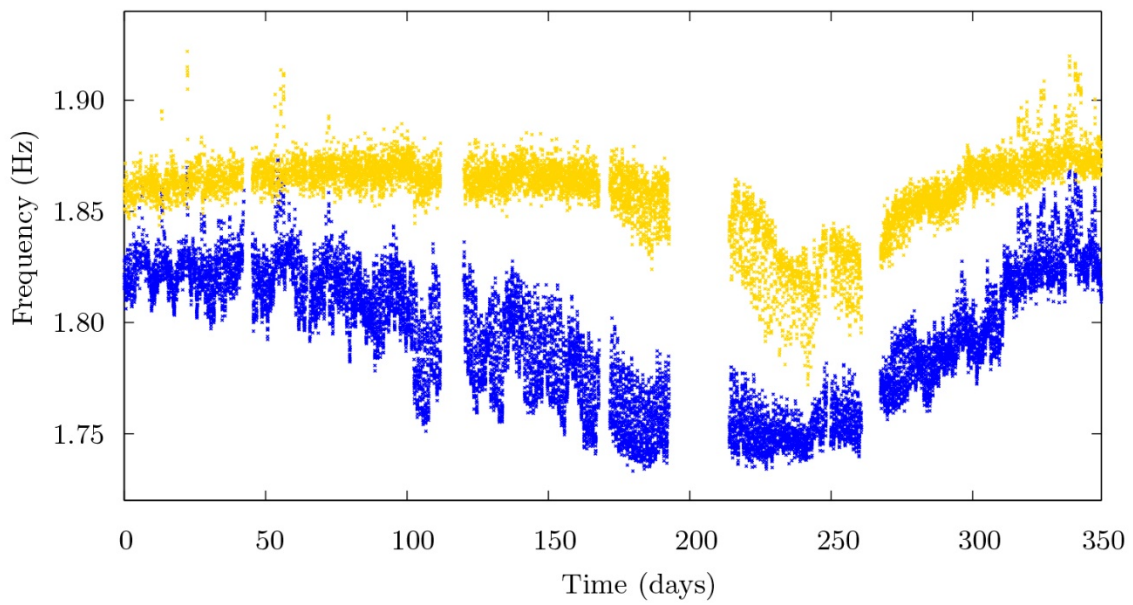


Figure 9. Distribution per hour of the repeatability for mode 4.

The time variation of the natural frequency estimates over a year for the lowest ninth modes is shown in Figure 10a. Figure 10b presents a zoom showing that the tracking method is able to identify two closely-spaced natural frequencies. Although the monitoring has been operating since January 1st 2013 up to now, some occasional stops due to minor technical problems and maintenance tasks are observed in the figure.



(a) Complete view.

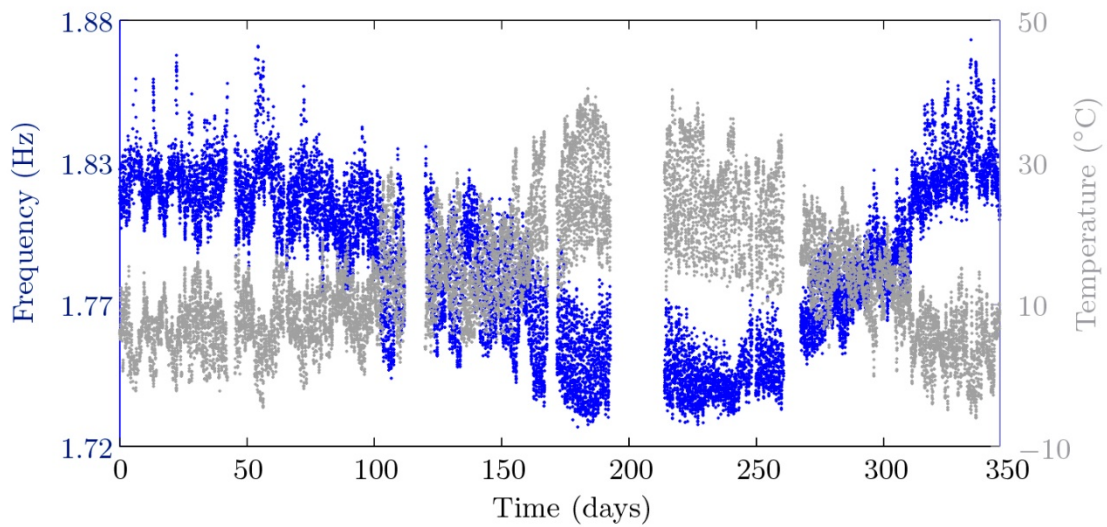


(b) Zoom view of the fourth and fifth vibration modes.

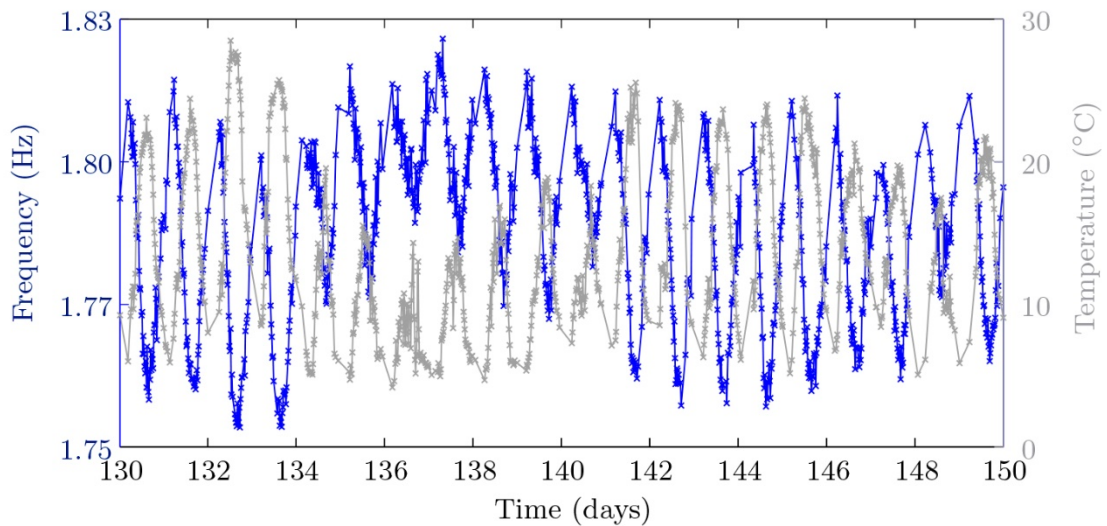
Figure 10. Tracked frequency estimates for the whole year.

4.2. Effects of external factors

A strong seasonal and daily trends with temperature have been identified. Figure 11 shows the time evolution of the frequency estimates of the fourth mode, in the left axis, and temperature, in the right axis. It is clearly observed the seasonal (Figure 11a) and daily trend (Figure 11b).



(a) Complete view.



(b) Zoom view of 20 days.

Figure 11. Frequency estimates and temperature recorded for mode 4.

Figure 12 shows the frequency estimates versus temperature for mode 1 (Figure 12a) and mode 4 (Figure 12b) of Table 3. It is noted that pure vertical response behaves similarly to the equivalent

suspended cable as well as its thermal behavior [3]. Therefore, for these modes (such as mode 4), increasing temperature leads to an increase into the ribbon sag producing a reduction of band tension and leading to a decrease of their natural frequencies [5]. However, mode 1 (of Table 3 and Figure 4b) does not follow this pattern since this is a torsional mode.

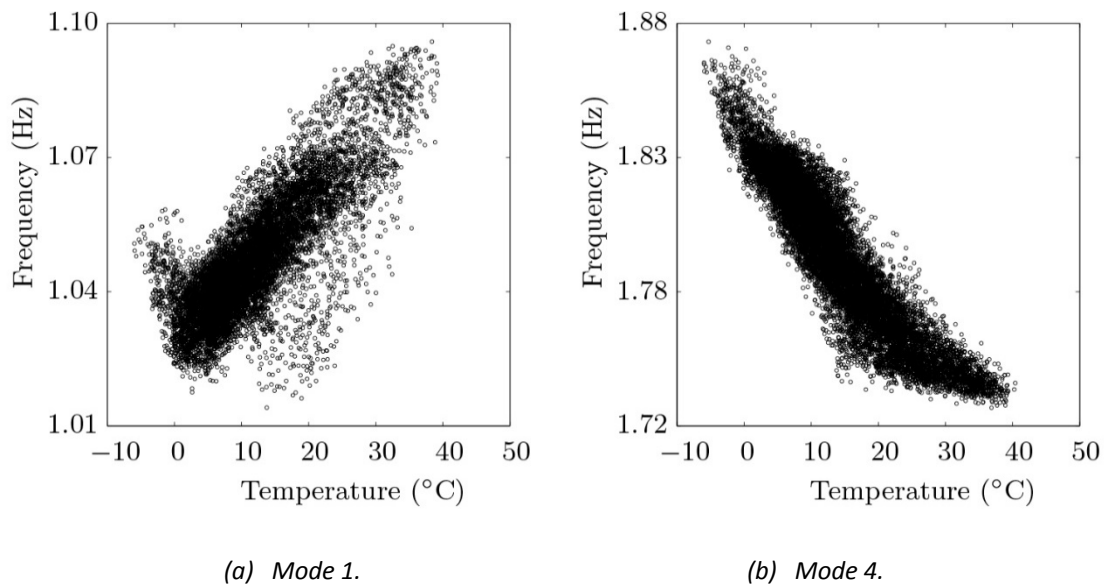


Figure 12. Frequency estimates versus temperature for modes 1 and 4.

No other visual evidence of the correlation between the frequency estimates and other factors, different from the temperature, have been found (neither with the wind velocity nor the operational values). Regarding damping ratios, no clear visual dependencies with any external factor have been found.

5. CONCLUSIONS

A low-cost vibration monitoring system based on MEMS accelerometers has been successfully installed on a singular stress-ribbon footbridge and it is currently providing live data to be analyzed. It has been demonstrated that these low-cost sensors, carefully conditioned, can be a competitive alternative to traditional ones. Thus, using this innovative system, this paper has focused mainly on a procedure to track the modal parameters of structure and their time evolution over whole-year. For this particular stress-ribbon structure, it has been demonstrated that is highly-sensitive to temperature variation (frequency changes of more than 20%). Natural frequencies are quite close and time-varying (mainly due to temperature for the test structure). Thus, a tracking method based on three different tolerances and that makes use of the MAC value has been proposed.

Future work will consider the development of a FE model for this strongly non-linear structure and its model updating. Results obtained in this paper are essential for the development of a reliable model that might be used with a SHM system.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is supported by project SETH of INNPACTO Program, with reference IPT-2012-0703-380000 from Ministry of Economy and Competitiveness of Spain, and the institutions/companies working in

the project are: ISOLUX CORSÁN, FCC CO, GEOCISA, CSIC and UPM. The authors also acknowledge the financial support provided by Research Project DPI2013-47441-P.

REFERENCES

- [1] Avci, O. (2014). Modal Parameter Variations due to Joist Bottom Chord Extension Installations on Laboratory Footbridges. *Journal of Performance of Constructed Facilities* 04014140. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000635.
- [2] Bayraktar, A., Altunişik, A.C., Sevim, B. & Türker, T. (2009). Modal Testing, Finite-Element Model Updating, and Dynamic Analysis of an Arch Type Steel Footbridge. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 23(2), pp. 81–89. DOI: 10.1061/(ASCE)0887-3828(2009)23:2(81).
- [3] Cacho-Perez, M., Frechilla, N., Diaz, I.M. & Lorenzana, A. (2014). Simplified mechanical model for a stress-ribbon monitorized footbridge. Analytical and experimental results. In: 6th World Conference on Structural Control and Monitoring. Barcelona (Spain): Proceedings of the WCSCM, pp. 358–368.
- [4] Cismaşiu, C., Narciso, A.C. & Amarante dos Santos, F.P.P. (2014). Experimental Dynamic Characterization and Finite-Element Updating of a Footbridge Structure. *Journal of Performance of Constructed Facilities* 64014116. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000615.
- [5] Cobo del Arco, D., Aparicio, A.C. & Marí, A.R. (2001). Preliminary design of prestressed concrete stress ribbon bridge. *Journal of Bridge Engineering* 6, pp. 234–242.
- [6] Costa, B.J.A., Magalhães, F., Cunha, A. & Figueiras, J. (2014). Modal Analysis for the Rehabilitation Assessment of the Luiz I Bridge. *Journal of Bridge Engineering* 19(12), 05014006. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000632.
- [7] Cross, E.J., Koo, K.Y., Brownjohn, J.M.W. & Worden, K. (2013). Long-term monitoring and data analysis of the Tamar Bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 35, pp. 16–34. DOI: 10.1016/j.ymssp.2012.08.026.
- [8] Deraemaeker, A., Reynders, E., Roeck, G. De & Kullaa, J. (2008). Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(1), pp. 34–56. DOI: 10.1016/j.ymssp.2007.07.004.
- [9] Gomez, H.C., Fanning, P.J., Feng, M.Q. & Lee, S. (2011). Testing and long-term monitoring of a curved concrete box girder bridge. *Engineering Structures*, 33(10), pp. 2861–2869. DOI: 10.1016/j.engstruct.2011.05.026.
- [10] Hu, W.H., Caetano, E. & Cunha, A. (2012). Structural health monitoring of a stress-ribbon footbridge. *Engineering Structures*, 47, pp. 578–593.

- [11] Ivorra, S., Foti, D., Bru, D., & Baeza, F.J. (2013). Dynamic Behavior of a Pedestrian Bridge in Alicante, Spain. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000556.
- [12] Koo, K.Y., Brownjohn, J.M. W., List, D. I. & Cole, R. (2013). Structural health monitoring of the Tamar suspension bridge. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(4), pp. 609–625. DOI: 10.1002/stc.1481.
- [13] Magalhães, F., Cunha, A. & Caetano, E. (2012). Vibration based structural health monitoring of an arch bridge: From automated OMA to damage detection. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28, pp. 212–228. DOI: 10.1016/j.ymssp.2011.06.011.
- [14] Magalhães, F., Cunha, A. & Caetano, E. (2008). Dynamic monitoring of a long span arch bridge. *Engineering Structures*, 30(11), pp. 3034–3044. DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.04.020.
- [15] Moaveni, B. & Behmanesh, I. (2012). Effects of changing ambient temperature on finite element model updating of the Dowling Hall Footbridge. *Engineering Structures*, 43, pp. 58–68. DOI: 10.1016/j.engstruct.2012.05.009.
- [16] Moser, P. & Moaveni, B. (2013). Design and deployment of a continuous monitoring system for the dowling hall footbridge. *Experimental Techniques*, 37(1), pp. 15–26. DOI: 10.1111/j.1747-1567.2011.00751.x.
- [17] Narros, A.J. (2011). Pasarela Peatonal “Pedro Gómez Bosque” sobre el Río Pisuerga en la Ciudad de Valladolid. Un Nuevo Récord de Longitud en Pasarelas Colgadas de Banda Tesa. *Revista Técnica Cemento-Hormigón*, 947, pp. 80–86 (in spanish).
- [18] de Sebastián, J., Escudero, A., Arnaz, R., Díaz, I.M., Poncela, A. & Lorenzana, A. (2013). A low-cost vibration monitoring system for a stress-ribbon footbridge. In: 6th ECCOMAS Conference on Smart Structures and Materials.
- [19] Wenzel, H. & Pichler, D. (2005). Ambient vibration monitoring. John Wiley & Sons.
- [20] Zhou, H. F., Ni, Y. Q. & Ko, J. M. (2011). Eliminating Temperature Effect in Vibration-Based Structural Damage Detection. *Journal of Engineering Mechanics*, 137(12), pp. 785–796. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000273.

Advanced FE models of stiffened cleat angle connections

Reinosa, J.M.¹; Loureiro, A.¹; Gutierrez, R.¹; López, M.¹

ABSTRACT

In this paper, the development of reliable 3D FE models of stiffened angle connections is dealt with. These advanced models will permit to obtain the assessment of the 3D deformational response of some future tests. *Abaqus*[®] finite element code was used to carry the 3D finite element analyses out. Symmetry was considered for these numerical analyses so a quarter of the geometry was modelled. The results obtained are compared with those from the analysis of the analogous specimens but without the top angle stiffener, showing an important increase in the initial connection stiffness. At the same time, the stress increment in the column panel zone due to the presence of the angle stiffener has been discussed.

Keywords: Finite Element, Numerical Model, Semi-rigid Connections, Steel Construction, Angle Connections

1. INTRODUCTION

It is a fact that all connections used in current steel construction possess stiffness which fall between the extreme cases of fully rigid or ideally pinned joints. The characterization of the real semi-rigid behavior of connections must be properly modeled in order to reliably predict the response of the frame. The use of bolted angle cleat connections is characterized by substantial economic benefits, essentially due to the ease in the erection process [1]. On the other hand, the analysis of the effects of some of the last devastating earthquakes have pointed this typology out as more suitable for seismic design than welded connections [2]. The initial stiffness of angle connections could be increased by introducing stiffeners in the joint design [3, 4, 5].

In this paper, the development of reliable 3D FE models of stiffened angle connections is dealt with. These advanced models will be used to obtain the assessment of the 3D deformational response of some angle connection tests which will be carry out in the future. On the other hand, the effect of the stiffener can be carefully observed in these numerical models and be included afterwards in analytical proposals [4].

2. SPECIMENS CONSIDERED IN THE STUDY

The specimens geometry was composed of a HEA 300 column, IPE 240 beams, L100x10 web angles, hand tightened grade 10.9 M20 bolts and, finally, top angles L120x90x8 with 8 mm-Stiffener (Model *TA8S8*), L120x90x8 with 10 mm-Stiffener (Model *TA8S10*), L120x90x10 with 8 mm-Stiffener (Model *TA10S8*) and L120x90x12 with 8 mm-Stiffener (Model *TA12S8*). The seat angles were made of the same

profile as the top angles but without stiffener. A summary of the specimen characteristics can be observed in Table 1.

Table 1. Specimen Characteristics

Model	Thickness (mm)	
	Stiffener	Angle
TA8S8	8	8
TA8S10	10	8
TA10S8	8	10
TA12S8	8	12

3. FE MODEL DESCRIPTION

Abaqus[®] finite element code was used to carry the 3D finite element analyses out. Symmetry was considered for these numerical analyses so a quarter of the geometry was modelled. The models were discretized using C3D8I eight node brick elements with full integration, incompatible modes and second order accuracy. Contact between all parts was included with a friction coefficient of 0.3, by using the general contact algorithm of *Abaqus*[®]. The stiffener and the cleat angle were connected by means of tie constraints. The material properties introduced in the FE models are those provided by the manufacturer. Additionally, the washers were modelled as isolated elements, so that appropriate interactions between components may be developed. The bolts were modelled as elastic components in order to avoid convergence problems. To achieve the “snug tight” condition, little pretension has been applied to the bolts by means of a thermal load applied to the bolt shank. The thermal decrease is calculated by means of the next equation, which disregards the head bolt deformation:

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha} \left[\varepsilon_{sh} - \frac{\sigma_p}{E} \right] \quad (1)$$

Where σ_p is the preloading tension in the bolt, α is the coefficient of thermal expansion, E is the modulus of elasticity and ε_{sh} is the bolt shank deformation that can be expressed as:

$$\varepsilon_{sh} = \frac{-A_{sh} \sigma_p}{EA_a} \quad (2)$$

Where A_a is the annulus area (the effective contact area between the bolt head and the plates), and A_{sh} is the bolt shank area:

$$A_u = \frac{\pi(d_{bh}^2 - d_{sh}^2)}{4} \quad (3)$$

$$A_{sh} = \frac{\pi d_{sh}^2}{4} \quad (4)$$

Where d_{bh} and d_{sh} are the bolt head diameter and the bolt shank diameter, respectively.

Considering that the unthreaded part of the bolt is generally larger than the threaded part, the nominal value of the bolt shank diameter will be introduced in Equations 3 and 4 in accordance with the bolt geometry related to the FE model.

A uniform prescribed displacement was applied to the model by means of a rigid surface connected to the beam end. The analyses were carried out through a quasi-static process using the explicit solver of *Abaqus*[®] package. Figure 1 shows a deformed configuration of *TA12S8* model with a representation of the vertical displacements field. The meshing of the different components can be observed in the detailed on the right side.

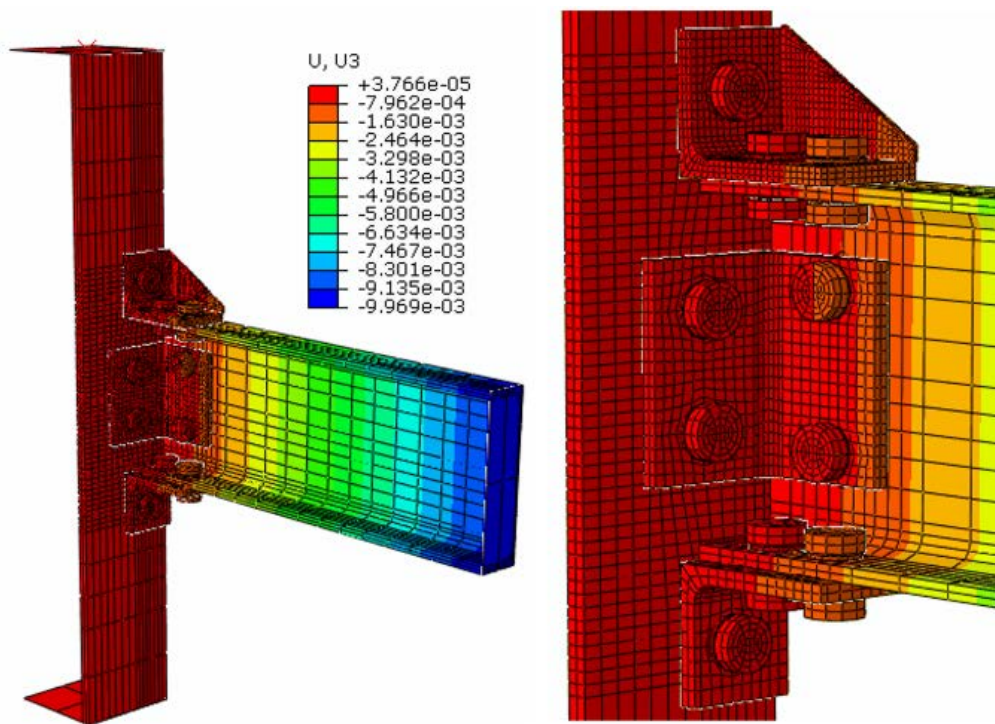


Figure 1. Numerical results for vertical displacements in model *TA12S8*.

4. FE RESULTS

Figures 2 to 4 show the Moment-Rotation results from the numerical study. The results for the specimen *TA8S10* are very close to the results of test *TA8S8*, so the effect of increasing the stiffener thickness has proved to be not relevant.

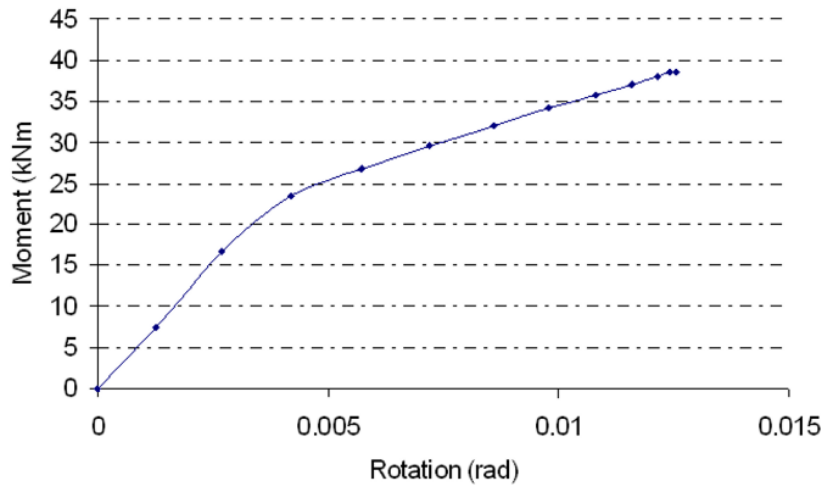


Figure 2. *Moment-Rotation curve for model TA8S8.*

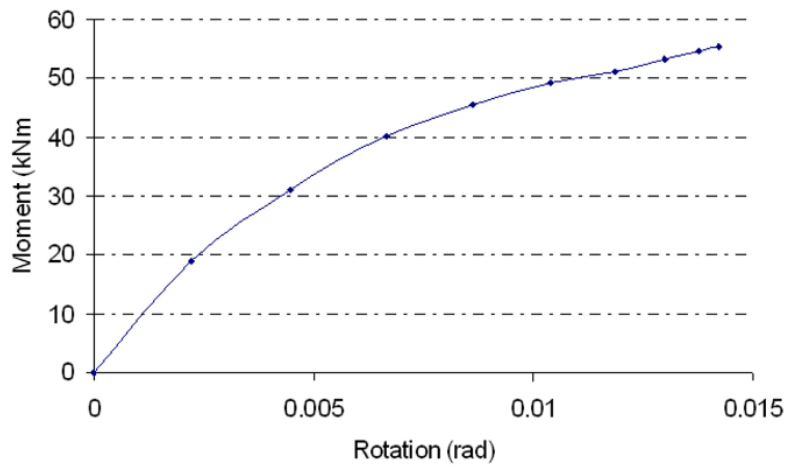


Figure 3. *Moment-Rotation curve for model TA10S8.*

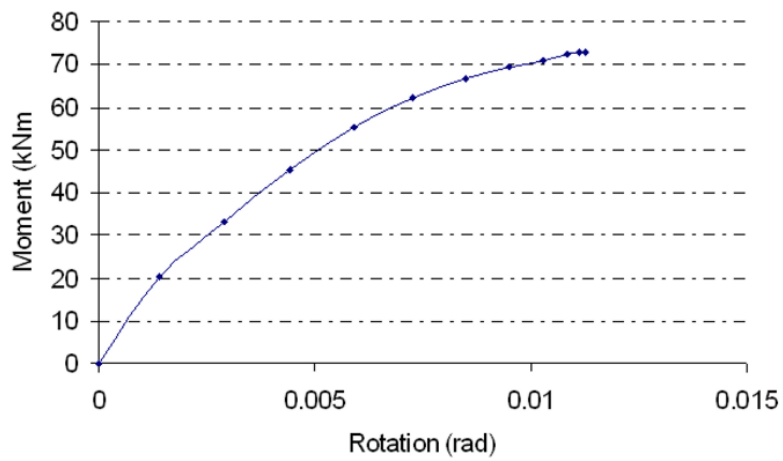


Figure 4. *Moment-Rotation curve for model TA12S8.*

In Figure 5 the sequence of yielding in the top angle can be observed for model TA12S8. Three plastic hinges can be easily identified: the first one is close to the filled of the cleat, the second one is located in the vicinity of the bolt hole, and the third one is a vertical yielding line close to the stiffener. The geometrical configuration of this yielding pattern is hugely important when a resistance model is considered in the sphere of the EC3 Component approach.

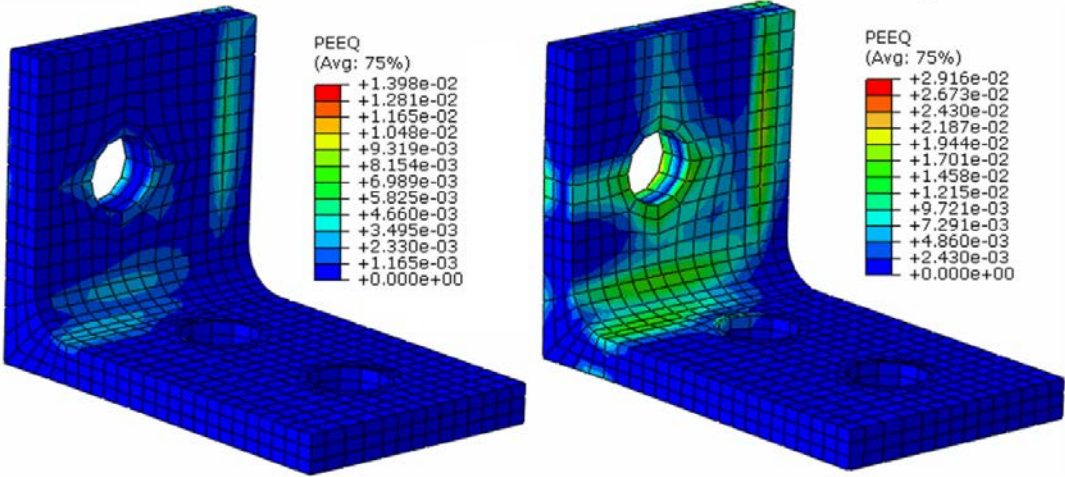


Figure 5. Equivalent plastic strain sequence in the top angle for model TA12S8.

5. COMPARISON BETWEEN STIFFENED AND UNSTIFFENED NUMERICAL SIMULATIONS

In this section a comparison has been developed between the numerical results of Moment-Rotation curves from the specimens with and without stiffener in the top cleat angle. The description of the numerical study on unstiffened angle connections can be looked up in [6]. The test set up consisted of a HEA 300 column profile with IPE 240 beams attached by means of L100x8 web angles and top and seat angles: L120x90x12 (Test1), L120x90x9 (Test2), L120x90x8 (Test3) and L120x90x10 (Test4).

As it can be observed in Figures 6 and 7, the increases in the joint resistance and rotational stiffness is very important, reaching values close to 100% in most cases.

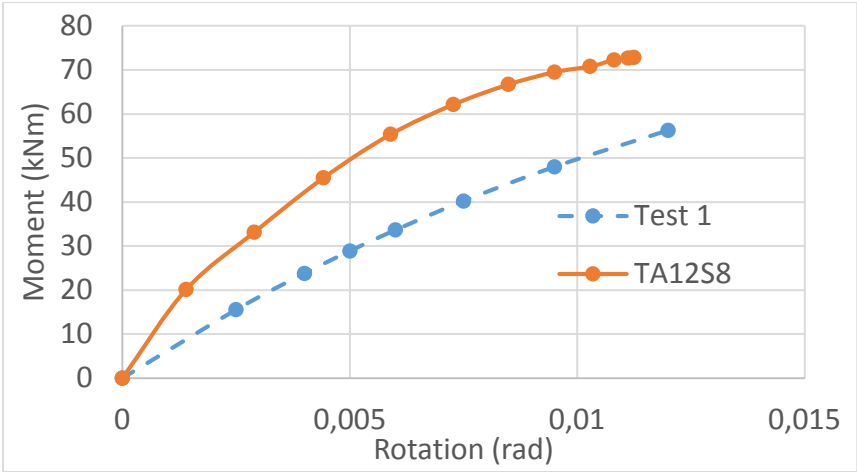


Figure 6. Moment-Rotation numerical curves for model TA12S8 and Test1 model.

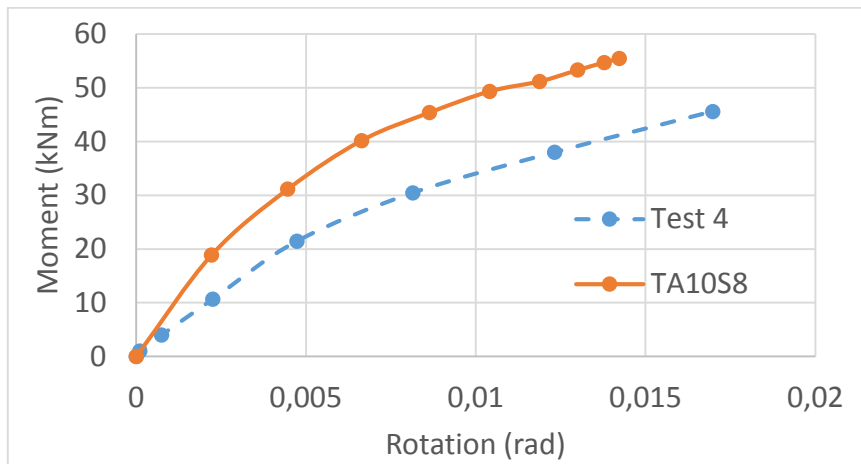


Figure 7. Moment-Rotation numerical curves for model TA10S8 and Test4 model.

This connection typology, including the stiffener in the top cleat angle is, therefore, closer to the design values of end plate connections but preserving the advantages of angle connections related to the ease of construction and deconstruction, as well as the economical benefits.

6. STIFFENER EFFECT ON THE PANEL ZONE

The effect of increasing the stiffness of the angle can change the behaviour of angle connections, since the column components will be more involved in the connection resistance. Therefore, the angles in bending could cease to be the critical components in some cases. Figure 8 shows Von Mises stress for model TA10S8 at the final loading step.

Besides, Figure 9 shows the stress field in the column web of TA12S8 model and a graphical comparison with *Test 1* model when the first yielding appears in the top angle. It can be observed the increase in the tension stresses in the column web due to the angle stiffener effect. The Component Methodology of Eurocode 3 (EC3) can easily identify the weakest component and consider it in the design. In these cases, another methodologies based on simplifications must be discarded, since it is not possible to assure that the joint resistance is governed by the angles in bending.

On the other hand, in the evaluation of the stiffness of the column web in tension, it is customary the use of an effective width. The EC3 approximation is based on a reduction of the effective width used for calculating the joint flexural resistance. Nevertheless some authors [7] had recommended the use of an effective width for stiffness calculations which has proved to provide with better results in most cases.

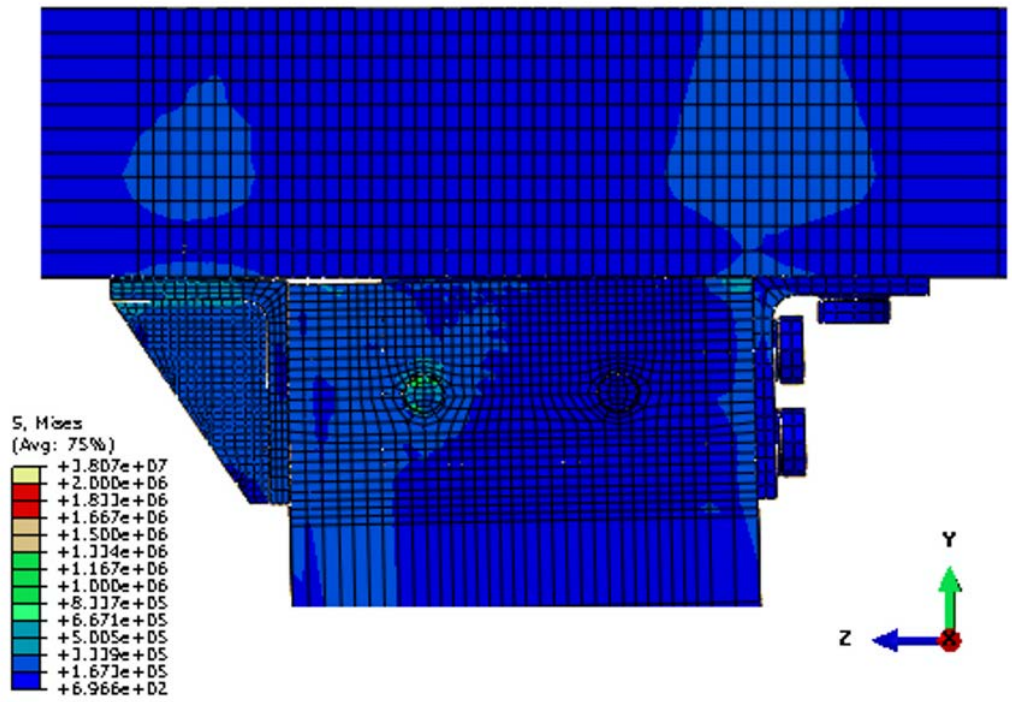


Figure 8. Von Mises stress in the column web at the end load stage for model TA10S8.

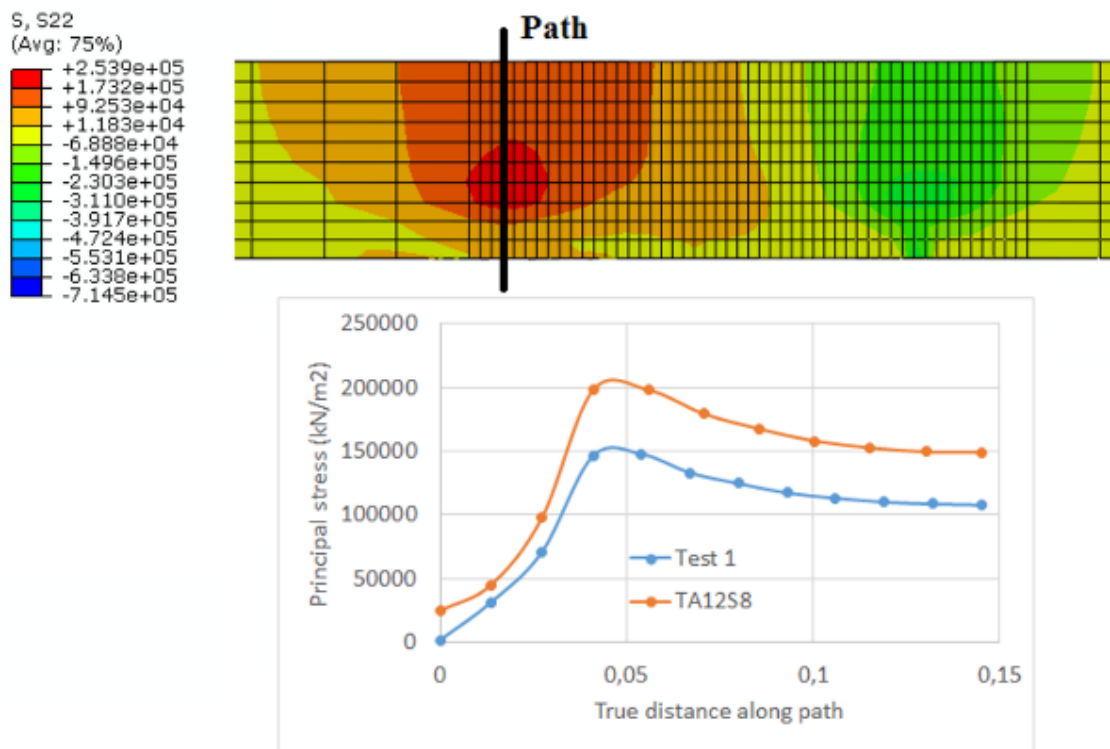


Figure 9. Principal stress in the column web at first yielding stage for model TA12S8. Comparison with Test 1.

7. CONCLUSIONS

- 3D FE models of stiffened top and seat angle connections with double web angles made up of rolled European profiles have been developed.
- The use of top angle stiffeners leads to important increments both in joint stiffness and resistance, in comparison with the analogous models without stiffening.
- A slight increment in the stiffener thickness has not a significant influence in the joint behaviour.
- The use of angle stiffeners can lead to stress increases in other joint components like the column web in tension. This situation is not a problem when the Component Methodology of EC3 is used. Nevertheless, simplified approaches must be avoided.
- These increases in stiffness and resistance, due to the presence of a stiffener, has shown the possibilities of angle connections in European steel construction as an alternative to other typologies.

ACKNOWLEDGEMENTS

The financial support provided by the Spanish *Ministerio de Economía y Competitividad* under contract BIA2013-48069-C2-2-P is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] Reinosa J.M., Loureiro A., Gutierrez R., Lopez M. (2015). Analytical plate approach for the axial stiffness prediction of stiffened angle cleats. *Journal of Constructional Steel Research*, 106: 77-88.
- [2] Reinosa J.M., Loureiro A., Gutierrez R., Lopez M. (2015). Analytical frame approach for the rotational stiffness prediction of beam-to-column angle connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 106: 67-76.
- [3] Schippers J.D., Ruffley D.J., Rassati G. A., Swanson J.A. (2012). A design procedure for bolted top-and-seat angle connections for use in seismic applications. In *7th International Workshop on connections in steel structures* (pp. 173-186). Timisorara: ECCS.
- [4] Reinosa J.M., Loureiro A., Gutierrez R., Moreno A. (2008). Nonlinear elastic-plastic 3D Finite Element Modelling of Top and Seat Angle Connections with Double Web Angle. In *Eurosteel 2008 Volume A* (pp. 501-506). Graz: ECCS.
- [5] Skejic D., Dujmovic D., Beg D. (2014). Behaviour of stiffened flange cleat joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 103: 61-76
- [6] Reinosa J.M., Loureiro A., Gutierrez R., Lopez M. (2014). Experimental and numerical study of angle connections assembled with European profiles. *Informes de la construcción*, 66; Extra 1.
- [7] Faella C., Piluso V., Rizzano G. (2000) *Structural Steel Semirigid Connections*. CRC Press LLC.

An evolutionary algorithm approach to designing of precast-prestressed concrete road bridges with steel fiber-reinforcement

Martí, José V.¹; Yepes, Víctor²

ABSTRACT

This paper describes a methodology to optimize CO₂ emissions and the influence of steel fiber-reinforcement when designing precast-prestressed concrete road bridges with a double U-shape cross-section. A hybrid evolutionary algorithm (EA) combining a genetic algorithm (GA) with variable-depth neighborhood search (VDNS) is applied to two objective functions: the embedded CO₂ emissions and the economic cost of these structures. A span length of 30m and a deck width of 12m were considered. The problem involved 41 discrete design variables. The module computed the objective functions of a solution and checked all the relevant limit states. The application of the algorithm requires the initial calibration. Each heuristic is run nine times so as to obtain statistical information about the minimum, average and deviation of the results. Finally, solutions and run times indicate that heuristic optimization is a forthcoming option for the design of real-life prestressed structures.

Keywords: Optimization; sustainable design; precast beam; prestressed concrete bridge; steel fiber; structural design.

1. INTRODUCCIÓN

El diseño tradicional de las estructuras de hormigón se concentra principalmente en la reducción del coste económico. Sin embargo, y debido a una creciente preocupación ambiental, en los últimos años se ha dado cada vez más importancia a la reducción de las emisiones de dióxido de carbono. Distintas organizaciones [1,2] han recopilado datos relacionados con el impacto medioambiental de la fabricación de la mayor parte de los materiales de construcción, lo que ha facilitado enormemente el cálculo del impacto de las emisiones de CO₂ resultantes al ejecutar una estructura. El hecho que la industria de cemento produzca en torno al 5 % de las emisiones de gas invernadero, justifica ya de por sí obtener diseños óptimos de estructuras de hormigón [3]. Por lo tanto, parece importante incorporar criterios de diseño que permitan reducir al mínimo las emisiones de CO₂ producidas en la construcción de estructuras de hormigón armado (HA) y pretensado (HP). Así, Paya-Zaforteza et al. [4] y Yepes et al. [5] han realizado estudios que comparan diseños óptimos basados en la eficiencia de emisión-CO₂ y el coste en estructuras como marcos de carreteras y muros.

El desarrollo reciente de las técnicas de optimización está ligado a la evolución de la inteligencia artificial que proporciona buenas soluciones en un tiempo computacional razonable. Cohn y Dinovitzer [6] realizaron una revisión exhaustiva de los métodos de optimización de estructuras,

¹ Universitat Politècnica de València, ICITECH. (SPAIN). jvmartia@upv.es (Corresponding author)

² Universitat Politècnica de València, ICITECH. (SPAIN). vyepesp@upv.es

indicando el distanciamiento existente entre los estudios teóricos y la aplicación práctica de los métodos de la optimización, y confirmando que la mayoría de la investigación realizada hasta ese momento estaba centrada en las estructuras de acero mientras que solamente una fracción pequeña se había ocupado de las estructuras de HA. Siguiendo esta línea del trabajo, el grupo de investigación al que pertenecen los autores ha aplicado metaheurísticas a distintas tipologías estructurales [7-14]. La optimización de los puentes prefabricados (Fig.1), estructuras grandes y repetitivas, presenta gran interés en este ámbito de la optimización debido al gran volumen de materiales utilizados en su proceso de fabricación.

La investigación en hormigones no convencionales constituye hoy día una de las líneas de investigación más importantes dentro del mundo de los nuevos materiales de construcción. Sus propiedades permiten mejorar las prestaciones del hormigón, como la durabilidad y la resistencia. Los hormigones reforzados con fibras de acero (HRFA), tal como se entienden hoy, empezaron a emplearse en la década de 1960 [15]. Mecánicamente, las fibras de acero soportan esfuerzos a tracción que transmiten por adherencia al hormigón, controlan la fisuración y reducen la intensidad de la misma a la vez que mejoran la tenacidad. A pesar del potencial de las fibras en el hormigón, su aplicación actual es escasa por varias razones: coste elevado de las fibras de acero y conocimiento incompleto del comportamiento de estos hormigones [16]. El hormigón autocompactante (HAC) ha mejorado significativamente la tecnología del hormigón en la última década. Ello se consigue con cambios en la dosificación que provocan que las propiedades mecánicas cambien respecto al hormigón convencional, por ejemplo en lo concerniente al comportamiento adherente [17]. Un reciente trabajo de Vilanova et al. [18] evalúa la estimación de las propiedades del HAC según distintas normas. Sin embargo, a veces es imposible estudiar por separado estos hormigones con los de altas prestaciones, puesto que a modo de ejemplo un HRFA suele ser HAC. Todo ello abre horizontes inexplorados, donde una simple optimización económica de las estructuras haría inviable el empleo de muchos hormigones especiales, pero donde una visión más amplia que contemple criterios de sostenibilidad y de análisis del ciclo de vida, puede cambiar la perspectiva en cuanto a su empleo.

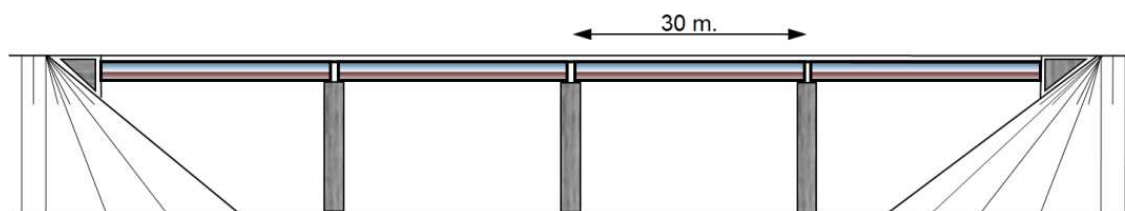


Figura 1. Perfil longitudinal del puente.

Este artículo describe una metodología para el diseño de los puentes prefabricados de carreteras de vigas artesana de HRFA y HAC, con la sección representativa de la doble U que integra una losa de hormigón armado en la parte superior para el tráfico de vehículos (Fig. 2). El diseño de esta

estructura queda definida en la tesis doctoral de Martí, J.V. [19], con las variaciones: a) la separación entre vigas S_v (Fig.2) se convierte en una variable y b) los refuerzos de la armadura transversal se unifican cada dos secciones consecutivas del modelo, reduciendo el número de variables a un total de 41. La metodología consiste en desarrollar un módulo de evaluación computacional a partir de las dimensiones de la sección transversal, los materiales y el refuerzo de acero. Este módulo evalúa el peso de las emisiones de CO₂ de una solución y comprueba todos los estados límite y de servicio relevantes [20]. El procedimiento utilizado para resolver el problema es un algoritmo memético (MA) [21], que combina un algoritmo genético (GA) en cada generación para una población dada de soluciones y un algoritmo de búsqueda local (VDNS) para cada una de estas soluciones en cada nueva generación (GA-VDNS). El algoritmo se aplica a una función objetivo: las emisiones generadas de CO₂ de estas estructuras en diversas etapas de la producción de materiales, de la fabricación, del transporte y de la construcción, y simultáneamente obtiene el coste económico de la solución.

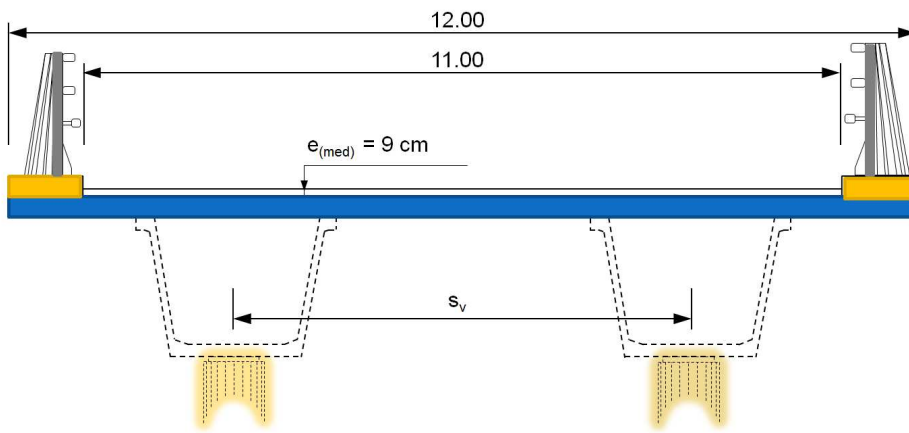


Figura 2. Sección transversal del puente.

2. EL PROBLEMA DEL DISEÑO ÓPTIMO

En este estudio, el problema de la optimización estructural se enmarca en una optimización mono-objetivo del CO₂ emitido. Esta optimización apunta a reducir al mínimo la función objetivo f_1 o ecuación (1) y a calcular f_2 o ecuación (2) mientras que satisface las restricciones de la ecuación (3).

$$\text{CO}_2 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$C = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (3)$$

Obsérvese que x_1, x_2, \dots, x_n son variables de diseño discretas elegidas para la formulación. El análisis incluye 41 variables del diseño. Las variables contemplan ocho valores geométricos (Fig. 3): la profundidad de la viga (h_1), la anchura del ala inferior de la viga (b_1) y del canto del ala inferior (e_1), la anchura y el canto de las alas superiores de la viga (b_3 y e_3), el ancho de las almas (e_2), el canto de la losa (e_4) y el espaciamiento entre las vigas (s_v). Con respecto a la resistencia del material, dos variables definen el tipo de hormigón de la losa y de la viga, y una tercera variable define la resistencia a tracción del HRFA. El pretensado formado por torones de 0.6" se define por cuatro variables: primera, el número de torones en las alas superiores, segunda, el número de torones en la primera, segunda y tercera capa del ala inferior, tercera, el número de secciones desde el exterior hacia el interior en que se modeliza la viga con fundas que envuelven los torones en la segunda capa

y cuarta, el número de secciones con fundas en la tercera capa. Finalmente, 26 variables definen los diámetros de las barras, el espaciamiento y las longitudes de los refuerzos de barras siguiendo una disposición estándar para la viga y la losa superior. Los parámetros son todos los valores fijados en el problema planteado. La Tabla 1 proporciona los detalles de los 21 parámetros principales analizados.

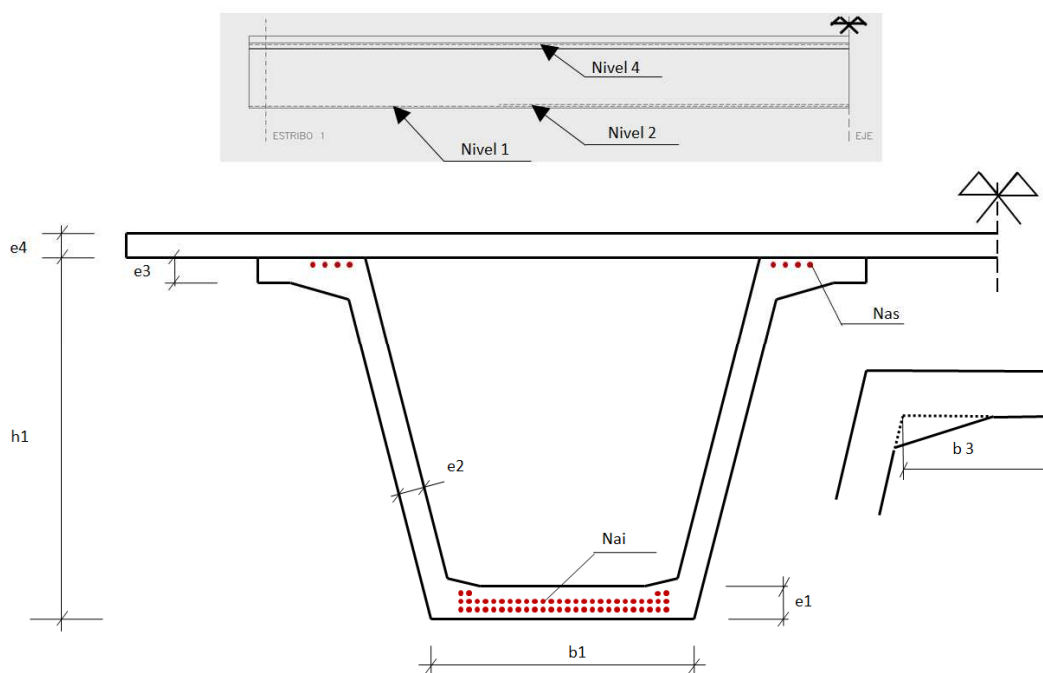


Figura 3. Variables geométricas del tablero.

La función objetivo cuantifica las emisiones generadas en todo el proceso constructivo hasta finalizar la obra. Para ello se consideran los valores de la base de datos de los materiales de BEDEC [2]. Se aplican unos valores de emisión de CO₂ a cada unidad de obra que interviene en la ejecución. Ello permite analizar diversas alternativas estructurales y compararlas desde un punto de vista ambiental. El actual estudio analiza los puentes prefabricados de HRFA con criterios sostenibles en base a una función de emisiones de CO₂, expresándose la función (1) como sigue:

$$CO_2 = \sum_{i=1,r} e_i \times m_i \quad (4)$$

Considerando que e_i son las unidades de las emisiones de CO₂ unidad; m_i son las mediciones de las unidades de obra (dependiendo de las geometría y armado de las variables de diseño), mientras que r es el número total de unidades de obra.

La función coste de la estructura se define en la ecuación (5), donde p_i son los precios unitarios; m_i son las mediciones de las unidades de obra, y r es el número total de unidades de obra. La función coste incluye el valor de los materiales (hormigón, pretensado, armadura pasiva, fibras de acero) y todos los elementos necesarios para evaluar el coste total del proceso constructivo del puente. Los precios básicos se han obtenido de una encuesta de 2012 de contratistas y figuran en la Tabla 2, y el criterio aplicado para la formación de los precios es el desarrollado en la tesis doctoral del primer autor [19].

$$C = \sum_{i=1,r} p_i \times m_i \quad (5)$$

Tabla 1. Parámetros principales del problema

<i>Parámetros</i>	<i>Notación y valores</i>
Geométricos	
Ancho del tablero	$b_{total} = 12,00 \text{ m}$
Inclinación alma ($^{\circ}$ sexagesimales)	$la = 80^{\circ}$
Pendiente cartela ala superior (1: ns3)	$ns_3 = 3$
División base ala superior	$s_3 = 3$
Pendiente cartela ala inferior (1: ni3)	$ni_3 = 3$
División base ala inferior	$i_4 = 4$
Entrega de la viga	$Ent = 0,47 \text{ m}$
Esbeltez mínima viga	$Esb = (L/18)$
De carga	
Ancho de las barreras	$a_{bar} = 2 \times 0,5 \text{ m.}$
Espesor nominal del pavimento	$e_{pav} = 9 \text{ cm.}$
Carga muerta no procedente del pavimento	$Q_m = 2 \times 5,0 \text{ kN/m}$
De coste	
Distancia transporte (ida)	$d_{transporte} = 25 \text{ Km.}$
Despunte armadura activa	25%
De armado	
Tipo de acero pasivo (B-500-S)	$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
Tipo de acero activo (Y1860-S7)	$f_{pk} = 1700 \text{ N/mm}^2$
Diámetro torones acero activo	$\Phi = 0.6''$
Fundas torones	Nivel 2 y 3
Esbeltez vertical cercos	200 (longitud / Φ)
De exposición	
Ambiente de exposición externo	IIb (EHE)

El presente problema sólo minimiza la función objetivo de las emisiones del CO₂ (4), y calcula para dicha solución la función coste (5). Las restricciones g_j en la ecuación (3) contempla todos los estados límite de servicio (ELS) y los estados límites últimos (ELU) que debe satisfacer la estructura, así como las limitaciones geométricas y de constructibilidad del problema. Este estudio no sólo se limita a soluciones viables, sino que durante el proceso de optimización toma en consideración soluciones no viables aplicando una penalización al valor de las emisiones (4).

Tabla 2. Precios básicos y emisiones CO₂

<i>Descripción</i>	<i>CO2 (Kg.)</i>	<i>Precio unitario (€)</i>
Kilogramo del acero pasivo viga (B-500-S)	3,03	2,81
Kilogramo del acero pasivo losa (B-500-S)	3,04	1,50
Kilogramo del acero activo (Y-1860-S7)	3,13	3,62
Kilogramo del acero fibras	2,35	1,10
m de molde en viga	15,49	80,37
m ² de encofrado en losa	41,91	32,00
m ³ de hormigón HA-25	282,08	70,00
m ³ de hormigón HA-30	303,47	75,00
m ³ de hormigón HA-35	303,47	80,00
m ³ de hormigón HA-40	303,47	85,00
m ³ de hormigón HP-35	332,21	130,81
m ³ de hormigón HP-40	332,21	142,74
m ³ de hormigón HP-45	332,21	152,10
m ³ de hormigón HP-50	332,21	163,59

3. MÓDULO DE EVALUACIÓN ESTRUCTURAL

Una vez generados los datos necesarios que definen una estructura, el módulo de evaluación estructural calcula los estados tensionales y comprueba todos los estados límite y las restricciones geométricas representadas por la ecuación (3). Las restricciones estructurales consideradas siguen los estándares seguidos por la Normativa Española [22,23] para este tipo de estructuras, incluyendo las comprobaciones en los ELS y ELU a flexión, cortante y torsión debido a las cargas [19, 21].

4. ALGORITMO EVOLUTIVO

Los algoritmos evolutivos constituyen una clase de metaheurísticas estocásticas que combinan la naturaleza de búsqueda en paralelo realizada por los algoritmos genéticos con la búsqueda local que mejora cada una de las soluciones que forman una población. Esta hibridación de los algoritmos genéticos también ha sido denominada como algoritmos meméticos. El calificativo de meméticos lo aplicó por primera vez Moscato [24] en 1989 a estos algoritmos híbridos inspirándose en el término inglés meme, acuñado por Dawkins [25] para referirse al análogo del gen en el contexto de la evolución cultural. La idea de emplear la hibridación entre metaheurísticas basadas tanto en algoritmos poblacionales como en otros de búsqueda local permite mejorar la efectividad de los híbridos al combinar los esfuerzos de diversificación e intensificación [26]. Krasnogor y Smith [27] proporcionan una guía y ejemplos de aplicación para este tipo de algoritmos.

En cuanto a la búsqueda local empleada dentro del algoritmo evolutivo, se presenta en este trabajo una variante de la técnica de búsqueda de entornos a gran escala denominada "*Very Large-Scale Neighborhood Search*" (VLSN). En particular, y siguiendo la clasificación propuesta por Ahuja et al. [28], ésta pertenece a los métodos de búsqueda por entornos variables, "*Variable-Depth Neighborhood Search*" (VDNS). Aunque una de las primeras aplicaciones de esta estrategia puede encontrarse en la resolución de problemas de rutas [29], VDNS se basa en realizar una búsqueda local con un movimiento hasta alcanzar un óptimo local; a continuación se cambia el movimiento a otro más amplio que permita escaparse de dicho óptimo y se sigue así hasta completar un número predefinido de movimientos, cada uno de ellos más amplio que el inmediatamente anterior. En el algoritmo propuesto en el presente artículo, el primer movimiento se define por el cambio aleatorio de una sola variable, eligiendo siempre la nueva solución si mejora a la anterior. El segundo movimiento mueve dos variables simultáneamente, y así sucesivamente. Debe definirse, en este caso, un número de movimientos sin mejora para pasar de un movimiento al siguiente.

Por tanto, el proceso del algoritmo híbrido completo se inicia con la generación aleatoria de una población, en nuestro caso de 500 individuos (n). Cada una de estas soluciones se mejora mediante una búsqueda VDNS, hasta alcanzar un óptimo local. Para ello, comienza moviendo sólo una variable, y cuando lleva diez movimientos continuos sin mejora (no_mej), se incrementa en uno el número variables (var) simultáneas que se mueven, hasta un máximo de ocho, equivalente al 20% del total. Con esta nueva población mejorada de 500 individuos, se procede a la aplicación de un algoritmo genético, con una calibración similar a la mejor que obtuvo Martí [19]: cruzamiento igual a 0,50 y elitismo. Para la evaluación de la población se valora el CO₂ penalizado; sin embargo, en la heurística VDNS el CO₂ considerado está sin penalizar para evitar la divergencia prematura del algoritmo. A la nueva generación obtenida, se le vuelve a aplicar el VDNS, repitiéndose el proceso hasta un máximo de 150 generaciones.

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los algoritmos y el módulo de comprobación estructural se programaron en *Intel® Visual Fortran Compiler Integration for Microsoft Visual Studio 2008*. Cada proceso duró una media de 1500

minutos sobre un ordenador con un procesador INTEL® Core™ i7 CPU X980 con 3,33 GHz. Se procesaron nueve ejecuciones, y descartando los valores extremos superior e inferior, se obtuvo valores mínimos, medios y desviaciones de los resultados obtenidos para el CO₂, el coste, las variables geométricas y la armadura activa. En la Tabla 3 se muestran los valores medios, comparándolos con los valores medios obtenidos al optimizar con criterios de coste. Se hace notar que el valor medio de las variables no toma necesariamente los valores normalizados permitidos para cada variable.

Tabla 3. Resumen de los valores medios de las emisiones, costes y de las principales variables

	CO ₂ (Kg.)	Coste (€)	h1 (m)	e4 (m)	b1 (m)	b3 (m)	e1 (m)	e2 (m)	e3 (m)	Hv (3)	Hl (3)	p1 (n)	p2 (n)	p3 (n)	p4 (n)	S (m)	fr3k (3)
(1)	137245	85197	1,58	0,19	1,39	0,28	0,17	0,10	0,14	36	31	25	20	0	3	5,54	5,1
(2)	133409	85210	1,56	0,17	1,53	0,29	0,15	0,10	0,11	37	29	27	20	0	2	5,56	5,1

(1) Optimización de la función Coste
(2) Optimización de la función CO₂
(3) Mpa.

La Figura 4 muestra una evolución típica del CO₂ respecto al tiempo de cálculo. Se observa la dificultad en la obtención de las primeras 500 soluciones, alrededor de 20000 segundos. Ello se debe a la complejidad que encuentra el algoritmo en alcanzar una combinación de variables en la que encaje el pretensado, para elaborar una solución factible -alrededor de 40 segundos-. El punto de partida para la aplicación del GA viene determinado por la aproximación a un óptimo local mediante el VDNS. El comportamiento de todos los procesos es similar, donde los valores medios van reduciéndose rápidamente al principio, para después ir haciéndolo más lento, y a continuación permanecer prácticamente constante. Se aprecia que a partir de unos 52000 segundos, equivalente a la generación 50, el mejor CO₂ mejora poco -1,7%-, y es prácticamente inapreciable a partir de los 75000 segundos, generación 106, hasta el final -0,5%-.

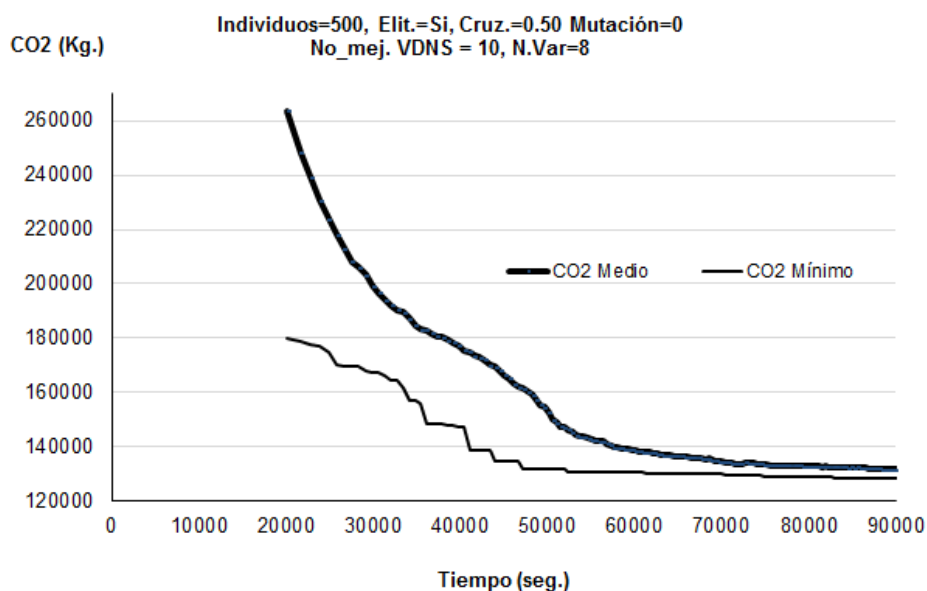


Figura 4. Evolución típica del coste medio y del menor coste de la población de 500 soluciones respecto al tiempo de cálculo.

Esta heurística híbrida permite dos tipos de mejoras, la genética para la población de 500 individuos y la local para cada uno de ellos en las 150 combinaciones genéticas. Las mejoras genéticas se producen a lo largo de las generaciones, con un valor medio de 33 mejoras genéticas. El algoritmo VDNS produce como valor medio 72 mejoras que se originan en las primeras generaciones. En la Figura 5 se observa las diferencias en su funcionamiento, mostrándose la última generación donde ha habido mejora local y mejora genética, señalando la concentración en ambos casos.

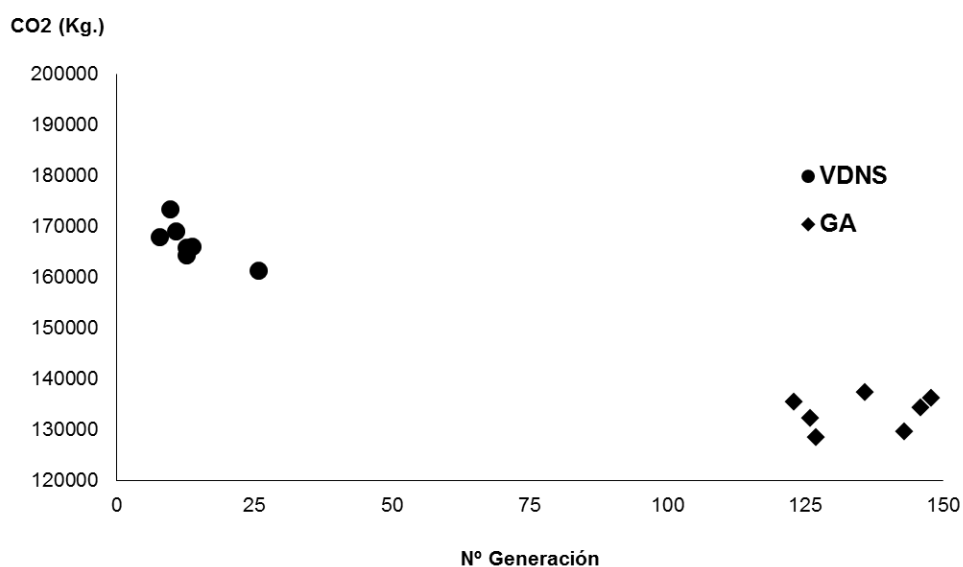


Figura 5. Última generación con mejora VDNS/GA para las soluciones

De los resultados geométricos obtenidos, mostrados en la Tabla 4 se pueden comprobar los siguientes extremos:

El canto medio de la viga tiene una esbeltez $L/19,2$, inferior al límite impuesto de $L/18$, pero aun así, bastante cercano. El espesor medio de la losa es muy reducido, de 0,17 m, tendente a reducir el peso propio del tablero, pero necesario para resistir la flexión transversal de las sobrecargas variables.

Los espesores de las alas y alma de la viga son los mínimos para permitir reducir su peso, pero a la vez, poder albergar las armaduras activas en las alas y resistir a cortante y torsor en las almas. La longitud de las alas superiores de las vigas es reducido, con un valor medio de 0,29 m, espacio suficiente para ubicar la armadura activa superior. El ala superior colabora con la losa para incrementar el canto del conjunto y así resistir mejor la sollicitación a flexión transversal que produce la acción de la sobrecarga variable; sin embargo, su dimensión no se ve muy condicionada.

Las calidades del hormigón requerido no son elevadas. En la viga, el valor medio de la resistencia característica f_{ck} es de 37 MPa, para un máximo de 50 MPa; y en la losa, f_{ck} es de 29 MPa para un máximo de 40 MPa. Las fibras de acero contribuyen a la resistencia del hormigón con un valor de f_{R3k} de 5,1 MPa, para un valor máximo de 7 MPa. El número de torones medio en el ala inferior es de 47, distribuidos en dos niveles, y dos torones en las alas superiores, lo mínimo para que no fisuren a tracción las alas en el banco de la planta de prefabricados cuando se tesan los torones inferiores. La separación media entre vigas S_v es de 5,56 m. Esta separación es inferior a la mitad de la dimensión del tablero (6 m), para poder ajustarse mejor a la distribución de la sobrecarga variable, en la que el carro se encuentra desplazado del extremo.

En la Figura 6 se representan los valores obtenidos de las producciones de CO₂ y del coste de las soluciones para las distintas funciones objetivo. Se aprecia que ambos objetivos van muy ligados, de tal modo que si se optimiza económicamente una estructura, por cada euro que se ahorra de valor medio, se dejan de emitir 1,61 Kg de CO₂ a la atmósfera (ver Tabla 4).

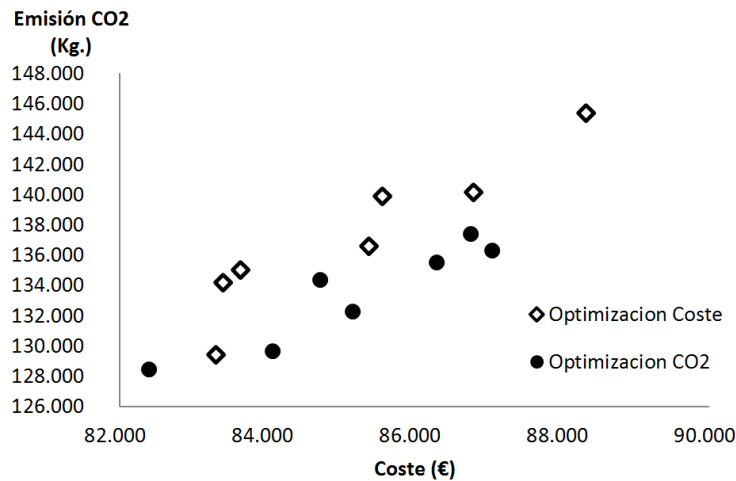


Figura 6. Valores de CO₂ y Coste de las distintas soluciones con distintos criterios de optimización.

6. CONCLUSIONES

El trabajo presenta un algoritmo evolutivo que realiza una hibridación entre un GA y un algoritmo VDNS de búsqueda local aplicado con éxito al diseño automático y a la optimización en reducciones de emisiones de CO₂ en pasos superiores prefabricados de hormigones con fibras. Este algoritmo, ejecutado varias veces, proporciona escasas variaciones respecto a la media de los valores encontrados, alcanzando buenas soluciones, incluso en el caso de una sola ejecución. Del estudio realizado para luces de 30 m, se ha comprobado un valor medio en la relación del canto de la viga con la luz, $L/19,2$. El espesor medio de la losa resultante es de apenas 0,17 m, de forma que las soluciones optimizadas tienden a reducir al máximo el peso de la estructura, pues los espesores de alas y alma de la viga también son muy reducidos. La resistencia característica del hormigón en la viga es superior al de la losa, con valores medios de 37 MPa y 29 MPa, respectivamente, no habiendo sido necesario llegar hasta la máxima resistencia posible en ninguno de los casos. De igual modo, las fibras de acero contribuyen a la resistencia del hormigón a tracción con un valor de 5,1 MPa, sin acercarse al límite posible. Por último, las heurísticas muestran que los resultados en las reducciones del CO₂ y del coste están íntimamente ligados cuando se optimizan las estructuras, por cada euro que se ahorra de valor medio, se dejan de emitir 1,61 Kg de CO₂ a la atmósfera.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el aporte financiero realizado para este trabajo por el Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto de Investigación BIA2011-23602) y por la Universitat Politècnica de València (Proyecto de Investigación SP20120341).

REFERENCIAS

- [1] Goedkoop, M., Spriensma, R. (2001). The Ecoindicator 99: A damage oriented method for life cycle impact assessment. *Methodology Report. Product Ecology Consultants, Amersfoort, Netherlands.*
- [2] Catalonia Institute of Construction Technology. (2009). *BEDEC PR/PCT ITEC materials database.*
- [3] Worrell, E., Price, L., Martin, N., Hendriks, C., Meida, LO. (2001). Carbon dioxide emissions from the global cement industry. *Annual Review of Energy and the Environment*; 26:303-329.
- [4] Paya-Zaforteza, I., Yepes, V., Hospitaler, A., Gonzalez-Vidosa, F. (2009). CO2-efficient design of reinforced concrete building frames. *Engineering Structures*; 31(7):1501-8.
- [5] Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F., Alcala, J., Villalba, P. (2011). CO2-Optimization Design of Reinforced Concrete Retaining Walls based on a VNS-Threshold Acceptance Strategy. *Journal of Computing in Civil Engineering ASCE*, 26(3), 378-386.
- [6] Cohn, MZ., Dinovitzer, AS. (1994). Application of structural optimization. *Journal of Structural Engineering* 1994;120(2),617-49.
- [7] Yepes, V., Alcala, J., Perea, C., Gonzalez-Vidosa, F. (2008). A parametric study of optimum earth retaining walls by simulated annealing. *Engineering Structures*; 30(3):821-30.
- [8] Perea, C., Alcala, J., Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F., Hospitaler, A. (2008). Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software* ;39(8):676-88.
- [9] Paya, I., Yepes, V., González-Vidosa, F., Hospitaler, F. (2008). Multiobjective Optimization of Reinforced Concrete Building Frames by Simulated Annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*; 23(8):596-610.
- [10] Martinez, F.J., Gonzalez-Vidosa, F., Hospitaler, A., Yepes, V. (2010). Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections. *Computers & Structures*; 88(5-6):375-86.
- [11] Martinez, F.J., Gonzalez-Vidosa, F., Hospitaler, A., Alcala, J. (2011). Design of tall bridge piers by ant colony optimization. *Engineering Structures*; 33(8):2320-9.
- [12] Carbonell, A., Gonzalez-Vidosa, F., Yepes, V. (2011). Design of reinforced concrete road vaults by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*; 42(4):151-9.
- [13] Martí, J.V., Gonzalez-Vidosa, F. (2010). Design of prestressed concrete precast pedestrian bridges by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*; 41(7-8):916-22.
- [14] Martí, J.V., González-Vidosa, F., Yepes, V., Alcalá, J. (2013). Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures* 48, 342–352.
- [15] Romualdi, J.P., Mandel, J.A. (1964). Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed Closely Spaced Short Lengths of Wire Reinforcement. *ACI Journal of American Concrete Institute* 61(6)

- [16] Slater, E.; Moni, M.; Alam, M. (2012). Predicting the shear strength of steel fiber reinforced concrete beams. *Construction and Building Materials*, 423-436.
- [17] Martí, J.R.; Serna-Ros, P.; Arbeláez, C.A.; Rigueira-Víctor, J.W. (2006). Comportamiento adherente del hormigón autocompactante en transmisión y anclaje. *Materiales de Construcción*, 56(284): 27-42.
- [18] Vilanova, A.; Fernández, J.; Agranati, G. (2010). Evaluación de los modelos de predicción del ACI-08, Eurocódigo 2 y EHE-08, para estimar las propiedades mecánicas del hormigón autocompactante. *Informes de la Construcción*, 62(520): 43-55.
- [19] Martí, J.V., (2011). Optimización de tableros isostáticos de vigas artesa. *Lap Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG. ISSN 9783844339451*.
- [20] Yepes, V. Martí, J.V., García-Segura, T. (2015). Cost and Co2 emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm. *Automation in Construction*, 49: 123-134.
- [21] Martí, J.V., González-Vidosa, F., Yepes, V. and Alcalá, J. (2014). Diseño automático de tableros óptimos de puentes de carretera de vigas artesa prefabricadas mediante algoritmos meméticos híbridos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. 30: 145-154.
- [22] M. Fomento, EHE. (2008). Instrucción de Hormigón Estructural (in Spanish), *M.Fomento, Madrid*.
- [23] M. Fomento, IAP-98. (1998). Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera, *Madrid*.
- [24] Moscato, P. (1989). On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms, *Technical Report Caltech Concurrent Computation Program Report 826, Caltech, Pasadena, California, USA*.
- [25] Dawkins, R. (1976). The selfish gene, *Clarendon Press, Oxford, UK*.
- [26] Blum, C.; Puchinger, J.; Raidl, G.R.; Roli, A. (2011). Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey, *Applied Soft Computing* 11 4135-4151.
- [27] Krasnogor, N.; Smith, J. (2005). A tutorial for competent memetic algorithms: model, taxonomy, and design issues, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 9 474-488.
- [28] Ahuja, R.K.; Ergun, Ö.; Orlin, J.B.; A.P. (2002). Punnen, A survey of very large-scale neighborhood search techniques, *Discrete Applied Mathematics* 123 75-102.
- [29] Lin, S.; Kernighan, B. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem, *Operations Research* 21 498-516.

Análisis mecánico de albañilería arqueológica de adobe bajo cargas de compresión uniaxial: El caso de Huaca de la Luna

Eduardo Ramírez¹, Mijail Montesinos¹, Rui Marques², Ricardo Morales³, Santiago Uceda³, Paulo B. Lourenço², Rafael Aguilar¹

¹Department of Engineering, Civil Engineering Division. Pontificia Universidad Católica del Perú-PUCP (PERU)
{jeramirez; mijail.montesinos; raguilar}@pucp.pe

²Department of Civil Engineering. ISISE, University of Minho (PORTUGAL)
marquesmnc@sapo.pt, pbl@civil.uminho.pt

³Facultad de Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Trujillo (PERU)
santiago_ucedahotmail.com, rimoga07@yahoo.es

ABSTRACT

This article presents an experimental and numerical study for the mechanical characterization under uniaxial compressive loading of the adobe masonry of one of the most emblematic archaeological complex in Peru, 'Huaca de la Luna' (100-650AD). Compression tests of prisms were carried out with original material brought to the laboratory. For measuring local deformations in the tests, displacement transducers were used which were complemented by a digital image correlation system which allowed a better understanding of the failure mechanism. The tests were then numerically simulated by modelling the masonry as a continuum media. Several approaches were considered concerning the geometrical modelling, namely 2D and 3D simplified models, and 3D refined models based on a photogrammetric reconstruction. The results showed a good approximation between the numerical prediction and the experimental response in all cases. However, the 3D models with irregular geometries seem to reproduce better the cracking pattern observed in the tests.

Keywords: archaeological constructions, adobe masonry, mechanical testing, digital image correlation, numerical modelling

1. INTRODUCCIÓN

El adobe es una forma tradicional de mampostería no reforzada que ha sido usada desde tiempos ancestrales [1]. Sin embargo, las construcciones de adobe presentan elevada vulnerabilidad sísmica debido a su baja resistencia a tracción, a la elevada fuerza inercial movilizada y a su comportamiento frágil [2]. En efecto, la observación post-sismo muestra que las construcciones de adobe sufren repetitivamente grandes daños, ej. [3]. Teniendo en cuenta que los ensayos experimentales de mampostería son costosos, una buena forma de analizar su comportamiento es a través del modelamiento numérico [4-6]. Sin embargo, una cantidad mínima de experimentos debe ser realizada para permitir la calibración y validación de los modelos. Por otro lado, la mampostería de adobe se

caracteriza por presentar una elevada variabilidad en sus propiedades mecánicas, aspecto que tiene que ser considerado tanto en los experimentos como en la simulación numérica. En el caso de construcciones arqueológicas la variabilidad geométrica se incrementa, la cual puede ser original, o asociada a procesos de degradación del material por su exposición en el tiempo. Las construcciones masivas de adobe en Perú son un ejemplo evidente de esta variabilidad.

El presente artículo estudia la caracterización del material que constituye el sistema estructural de uno de los complejos arqueológicos de tierra más emblemáticos del Perú: “La Huaca de la Luna”. La Huaca se construyó entre los años 100 y 650 D.C. y se encuentra localizada en la costa norte del país, a 8 kilómetros del centro de la ciudad de Trujillo. Este sitio arqueológico fue uno de los templos más importantes de la cultura pre-inca ‘Mochica’ (I-IX D.C.) [7] y es particularmente importante en la actualidad por su fachada decorada muy bien preservada y su sistema de construcción con templos superpuestos en sucesivos periodos.

Las construcciones patrimoniales de adobe en Perú, y en particular la Huaca de la Luna por su ubicación en la costa norte, están altamente expuestas a la acción de los sismos así como a fenómenos meteorológicos, ej. el Niño. Este estudio es parte de un análisis integral de la seguridad sísmica del monumento y contribuye con la caracterización del sistema de albañilería de adobe arqueológico. Asimismo, en este estudio se proponen propiedades mecánicas del sistema de albañilería que serán de utilidad para los futuros trabajos de análisis numérico predictivo en este monumento.

2. ENSAYOS EXPERIMENTALES

La campaña experimental se desarrolló en el laboratorio de estructuras de la Pontificia Universidad Católica del Perú - PUCP. La caracterización mecánica se realizó utilizando componentes originales de la mampostería de adobe en la Huaca de la Luna. Estos materiales fueron recolectados exclusivamente para el presente estudio durante un trabajo especial de excavación arqueológica, conforme se muestra en la Figura 1.



Figura 1. Vista general de Huaca de la Luna y sus paredes: (a) Fachada Norte, (b) bloques de adobe usados para la caracterización mecánica y (c) proceso de extracción del mortero.

Para la caracterización de la mampostería se construyeron 3 prismas de $210 \times 320 \times 770 \text{ mm}^3$ siguiendo las recomendaciones establecidas en el RNE – E080 [8] y en HB 195-2002 [9]. En cada prisma se emplearon 5 unidades de adobe que se unieron con mortero de 2.5 cm de espesor

aproximadamente. Debido a que los adobes originales de la Huaca presentan una gran variabilidad dimensional, los prismas que se construyeron en laboratorio presentaron una geometría irregular (ver Figura 2).



Figura 2. Preparación de los prismas para la caracterización mecánica: (a) colocación del mortero, (b) construcción de prisma de adobe y (c) aspecto de los prismas antes del ensayo.

El ensayo de compresión uniaxial se realizó por control de desplazamientos a una velocidad de 0.25 mm/min de forma tal que se alcance la falla en aproximadamente 30 minutos, conforme se sugiere en EN 1052-1[10]. Para evitar concentraciones de esfuerzos en la zona de contacto del equipo con el prisma se utilizó una capa de arena y una plancha de madera como material de transición [9]. Se midieron las deformaciones locales utilizando LVDTs fijados en las dos caras laterales de los prismas, como se puede observar en la Figura 3a-b. Adicionalmente, para el ensayo del tercer prisma se empleó un equipo de medición óptica de deformaciones a través de correlación de imagen digital (ARAMIS) con una precisión de hasta 0.005% [11]. Para este efecto, se analizó con este equipo una superficie de 200x160 mm² pintada en una de las caras frontales (Figura 3c).

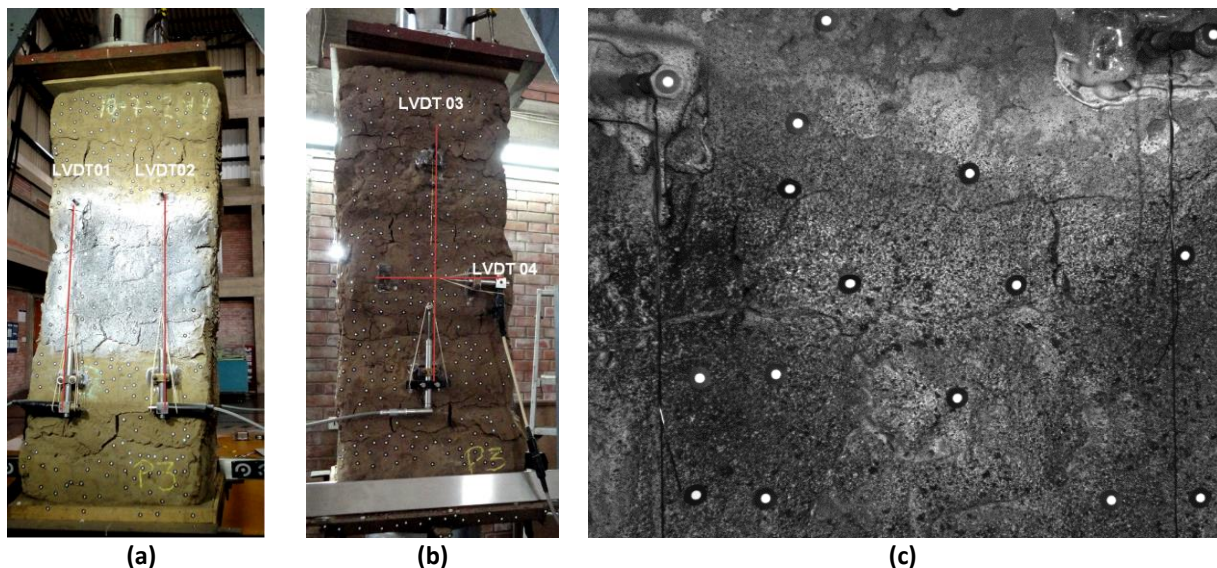


Figura 3. Instrumentación de prismas de adobe para el ensayo de compresión: (a) LVDTs en la cara frontal, (b) LVDTs en la cara posterior y (c) área con pintura en escala de grises para el análisis con el ARAMIS.

En los ensayos se observa la aparición de grietas paralelas a la dirección de la carga. Se observó que las grietas aparecen primero en los extremos que están en contacto con los cabezales del equipo, lo cual es probablemente debido a que en esta zona se haya producido una concentración de esfuerzos, a pesar de la colocación de la capa de arena y plancha de madera. En la Figura 4 se observa la

evolución de las grietas durante el ensayo de compresión en el prisma #3 (los números indican la secuencia de aparición). Las grietas se originan en la zona de contacto con el equipo (grietas 1, 2, 3 y 5). Una grieta en la zona central (grieta 4) empieza en la junta de mortero y luego se propaga a las unidades conforme avanza el ensayo. La grieta 6 se genera en una cara lateral del prisma y se propaga verticalmente. Luego, se siguen generando grietas en la junta de mortero (grieta 7). Debido al progreso de la grieta 4, se produce la grieta 8 que presenta una longitud considerable. No se logró registrar la aparición y evolución del resto de grietas debido a que cuando se alcanzó la carga máxima estas se propagaron súbitamente en todo el espécimen.

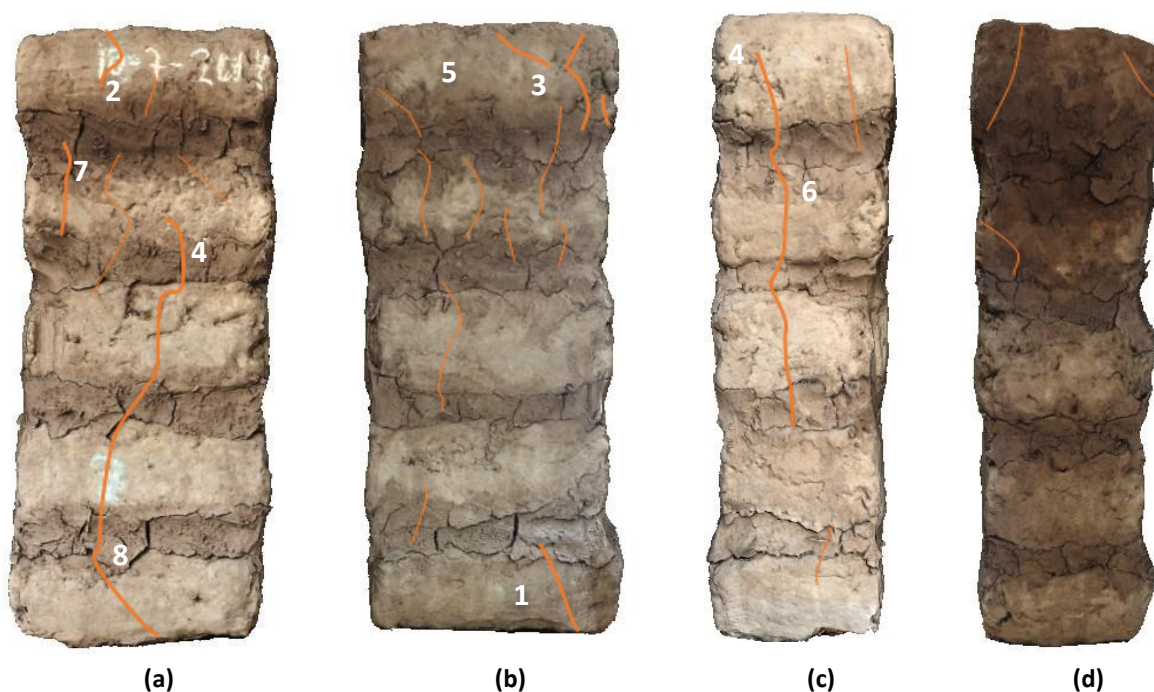


Figura 4. Evolución de grietas en el prisma 03: (a) vista frontal, (b) vista posterior y (c-d) caras laterales.

El análisis de los resultados del ensayo con control óptico de deformaciones confirma lo observado y muestra que las grietas se originan en el mortero cuando el sistema aún presenta un comportamiento elástico y se encuentra aproximadamente al 20% de la carga máxima (Figura 4b). Por otro lado, la aparición de grietas en los adobes coincidió con el inicio de la etapa no lineal en el prisma, al 95% de la carga máxima aproximadamente (Figura 4c). Durante el transcurso de la etapa no lineal, las grietas se propagan tanto en el mortero como en el adobe (Figura 4d). Se observó además que existe una interacción entre mortero y adobe durante el ensayo que se manifiesta en que el mortero sufre grandes deformaciones longitudinales y transversales (similar a lo reportado en [12]). Las deformaciones transversales (perpendiculares a la carga) producen tracción en las unidades de adobe, dando origen a las grietas verticales. El proceso descrito de formación de grietas se puede observar en la Figura 5.

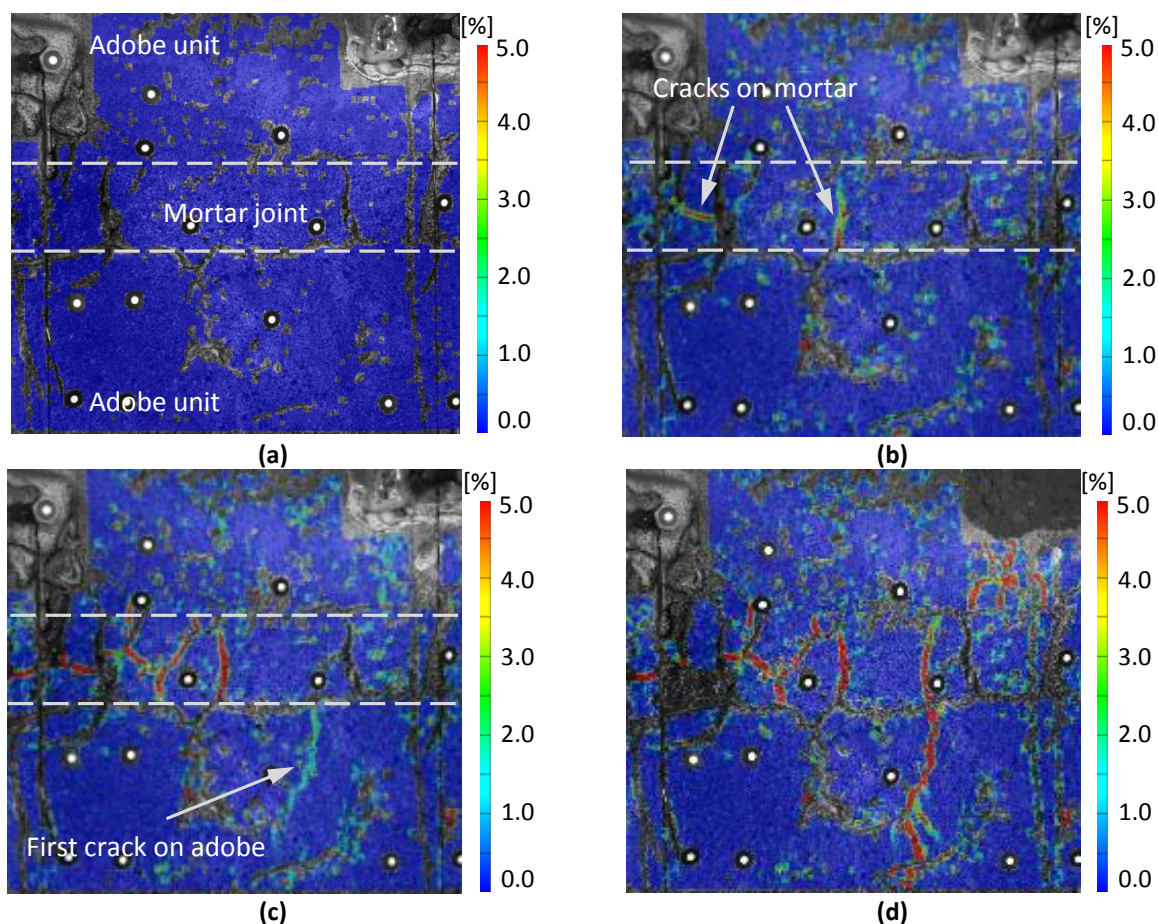


Figura 5. Formación de grietas: (a) estado inicial, (b) primeras grietas en la junta de mortero,, (c) primera grieta en ladrillo de adobe y (d) propagación de las grietas durante la etapa no-lineal. (El color azul indica mínima deformación en el espécimen mientras que el rojo representa una grieta completamente abierta)

A partir del registro de la fuerza aplicada y de las deformaciones medidas mediante los LVDTs se obtuvieron las curvas esfuerzo deformación, que junto a la forma de falla de los prismas permiten evaluar el comportamiento a compresión uniaxial de la albañilería (Figura 6). El esfuerzo máximo a compresión promedio ($\sigma_{\text{máx}}$) fue de 0.36 MPa con un coeficiente de variación (CV) de 15%, y la deformación unitaria promedio para el esfuerzo máximo fue de 0.0035 mm/mm con un CV de 12%. Utilizando el criterio propuesto por [13] se obtuvo un módulo de elasticidad promedio (E) de 107 MPa con un CV de 28%. La relación entre el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión $E/\sigma_{\text{máx}}$ de 297 se encuentra dentro del rango propuesto por Tomaževič [14], que varía entre 200 y 1000. No fue posible obtener la respuesta completa post-pico, debido a que cuando las grietas atravesaban la superficie de apoyo de los LVDTs lo que ocasionó su desprendimiento de los prismas. Los parámetros mecánicos obtenidos en los ensayos se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los prismas de adobe

Prisma	σ_{max} (MPa)	ε_{max} ($\times 10^{-3}$)	E (MPa)
01	0.31	3.85	84
02	0.35	3.03	102
03	0.41	3.47	136
Promedio	0.36	3.45	107

σ_{max} : máximo esfuerzo a compresión

ε_{max} : deformación unitaria local para el máximo esfuerzo a compresión

E: Módulo de elasticidad

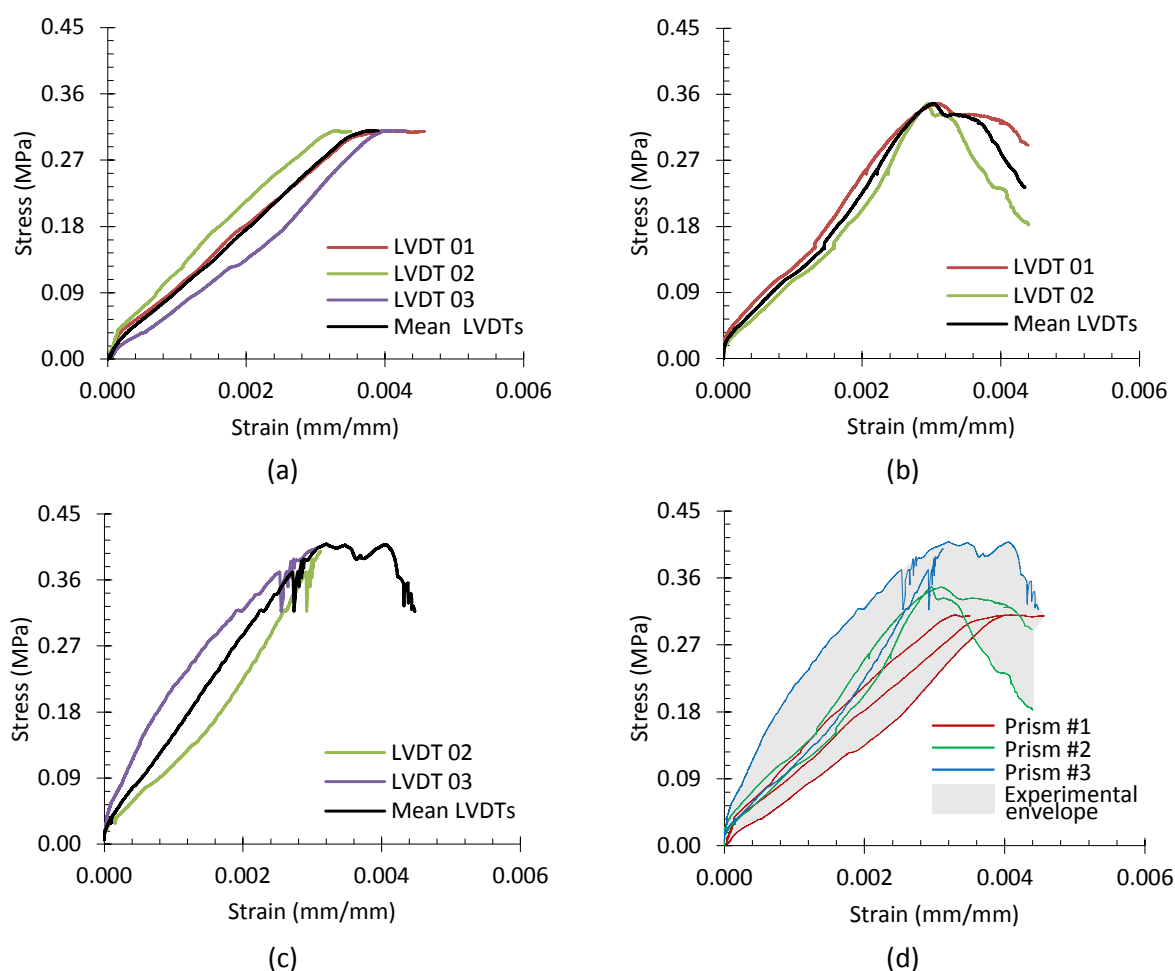


Figura 6. Curvas esfuerzo-deformación del (a) prisma 01, (b) prisma 02, (c) prisma 03 y (d) envolvente,

El análisis de los componentes de la albañilería a partir de las imágenes captadas por el equipo de video-correlación muestra que el mortero alcanza deformaciones hasta 12 veces más que el adobe, como se observa en la Figura 7b, lo que podría indicar que el comportamiento global del sistema depende fuertemente de la calidad del mortero. La influencia del mortero en el comportamiento resulta notoria al comparar la deformación medida en la albañilería con el LVDT y con el sistema de correlación de imagen digital, una vez que el LVDT cubre una menor extensión de mortero. La longitud inicial del LVDT era de 320 mm, a lo largo de la cual cerca del 80% era adobe y el resto mortero. En el caso de la longitud analizada con el ARAMIS (100 mm) el 70% aproximadamente era adobe. A pesar de la buena correspondencia de resultados, dicha diferencia podría ser el parámetro que genere que la curva de esfuerzo-deformación obtenida del ARAMIS tenga una menor pendiente y aparentemente mayores deformaciones, como se observa en la Figura 7. Aunque el comportamiento post-pico sea semejante, el mortero presenta mayores ductilidad y tasa de deformación plástica que las unidades de adobe. La ductilidad calculada en el mortero es igual a 2.08 mm, mientras que en el adobe es sólo de 0.08 mm, por otro lado, en la albañilería se estimó una ductilidad de 1.45 mm. El coeficiente de Poisson se calculó también en base a las mediciones realizadas con el equipo de correlación de imagen digital. En este caso se consideró estimar la componente horizontal de deformación a lo largo de una línea diagonal de forma tal que se consiga medir la deformación de la albañilería.

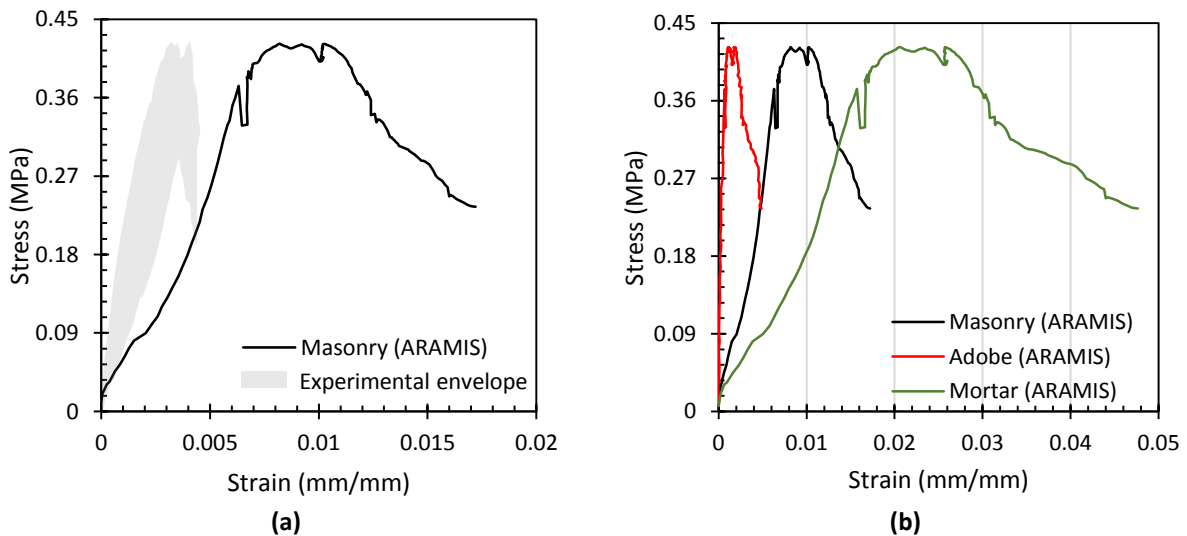


Figura 7. Comportamiento de la albañilería y sus componentes bajo cargas de compresión: (a) desfase entre el sistema de correlación óptica y los LVDTs y (b) componentes de la albañilería durante el ensayo de compresión.

La influencia del mortero en el comportamiento resulta evidente al comparar los resultados experimentales obtenidos a partir de los LVDTs y del sistema ARAMIS, como se mencionó anteriormente. Además, es importante recordar que los LVDTs no lograron registrar el comportamiento post-pico completamente, lo que por un lado produce que el desfase mostrado en la Figura 7a sea aún más evidente, pero por otro lado indica también la utilidad del sistema de medición de deformaciones sin contacto.

3. MODELACIÓN NUMÉRICA

La modelación numérica se desarrolló considerando modelos continuos de elementos finitos y asumiendo un material homogéneo. El comportamiento del material se representó usando el modelo *total strain crack model* disponible en DIANA [15]. El comportamiento a compresión fue descrito por una tendencia parabólica, mientras que en tracción se consideró una ley de decrecimiento exponencial. Parte de las propiedades empleadas en el modelo se obtuvieron de los ensayos experimentales. Sin embargo, debido a que no se realizaron ensayos de tracción, fue necesario recurrir a la literatura cuando no se disponía de información experimental. Se asumió la resistencia a tracción f_t como $f_c/10$, según lo propuesto en [16, 17]. Para el cálculo de la energía de fractura en compresión se consideró un factor de ductilidad μ (relación entre energía de fractura y resistencia a la compresión) igual a 1.6 mm [18]: $\mu f_c = 0.576$ N/mm. Para la energía de fractura en tracción se consideró μ igual a 0.029 mm de acuerdo a recomendaciones mostradas en [19].

Adicionalmente, se realizó un análisis paramétrico de las energías de fractura en compresión y tracción, para verificar que los valores empleados sean los más apropiados. Los valores de energía de fractura a compresión y tensión a emplear se seleccionaron considerando el criterio de obtener una respuesta más estable y con mayor similitud al comportamiento observado en los ensayos de compresión de prismas. Las propiedades utilizadas para la mampostería se resumen en la Tabla 2. La densidad utilizada fue la reportada en un informe técnico del proyecto arqueológico Huaca de la Luna [20]. Para el ajuste de la respuesta a compresión en función de la energía de fractura a tracción (Figura 8a), el mayor valor se tomó de Tarque [4]. En el resto de casos se tomaron los valores límites

del rango propuesto por Angelillo [19] y su valor recomendado con base en la ductilidad de las unidades a tracción. En cuanto a la energía de fractura a compresión, el mayor valor corresponde a los datos experimentales en Almeida [21]. Los valores intermedios se encuentran al multiplicar la resistencia a compresión por un factor de ductilidad igual a 1.6 mm [18] y 1.0 mm [17]. Finalmente, el menor de los valores se determinó haciendo uso de la regresión lineal propuesta en [21], para la determinación de la energía de fractura a compresión con base en la resistencia a compresión.

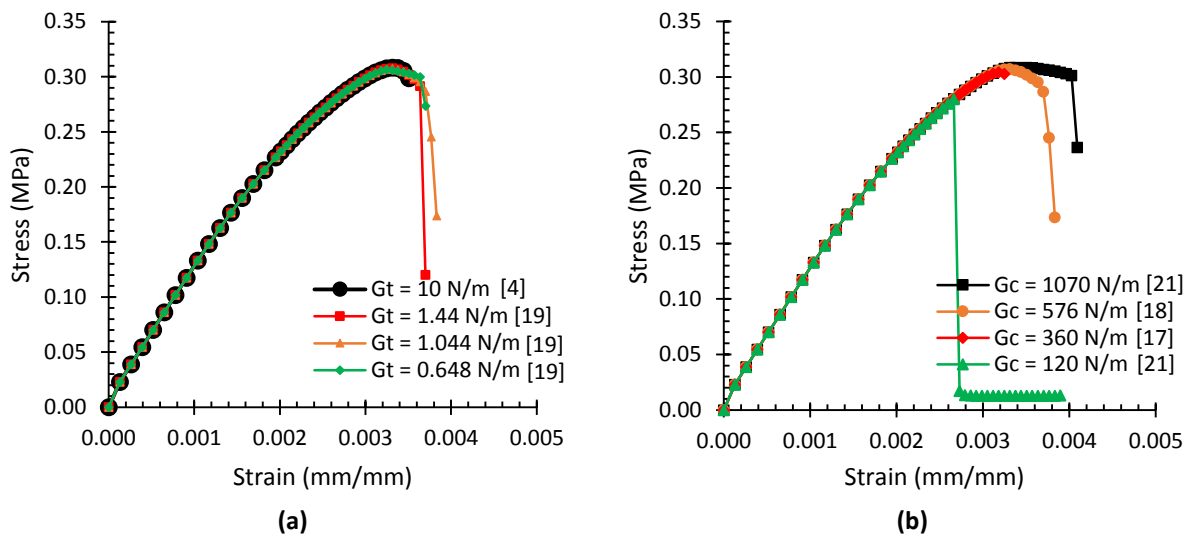


Figura 8. Comportamiento a compresión del prisma #2 con análisis paramétrico de la (a) energía de fractura de tensión y (b) energía de fractura a compresión

Tabla 2. Propiedades del adobe usadas para los modelos numéricos

Basic properties	Density (kg/m^3)	1735 [20]	
	Elasticity modulus (MPa)	115	
	Poisson ratio	0.2	
Inelastic properties	Compression	Compressive strength f_c (MPa)	0.36
		Compressive fracture energy G_c (N/m)	576
	Tension	Tensile strength f_t (MPa)	0.036
		Tensile fracture energy G_t (N/m)	1.044

En el análisis se consideraron cuatro tipos de modelos: dos usando elementos tipo lámina y dos utilizando elementos sólidos. En el primer caso se utilizaron elementos tipo shell de 8 nodos en estado plano de esfuerzo, CQ16M [15]. Con referencia al prisma #1 en la Figura 7a, se construyó un primer modelo con elementos cuadriláteros regulares. Después, a partir de un modelo 3D del prisma obtenido mediante reconstrucción fotogramétrica (Figura 9b), se tomó una sección representativa del prisma para desarrollar un modelo con elementos lámina, ver Figura 7c. En una fase posterior se emplearon elementos sólidos con 20 nodos, CHX60 [15]. También en este caso, se modeló un prisma regular, y otro considerando el modelo obtenido de la reconstrucción fotogramétrica (Figura 9d). La Figura 10 muestra todos los modelos geométricos considerados. En ninguno de los casos se consideró

modelar la interacción entre el prisma y el equipo de compresión, se restringieron los desplazamientos en la base del prisma.

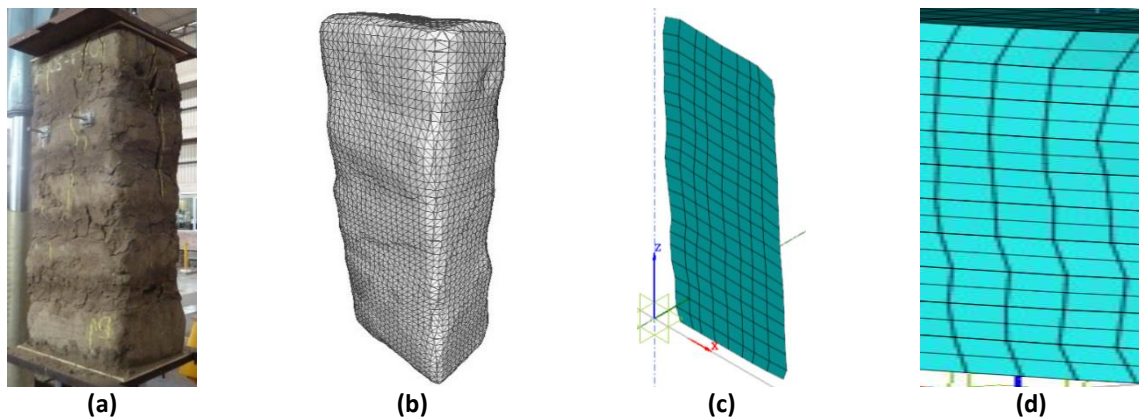


Figura 9. Generación de mallas: (a) fotografía del prisma #1, (b) modelo 3D obtenido de la reconstrucción fotogramétrica, (c) modelo de elementos finitos 2D y (d) modelo 3D usando elementos sólidos.

El ensayo de compresión fue simulado aplicando un desplazamiento en la extremidad superior del modelo. El método de solución utilizado fue el Newton-Raphson Modificado en conjugación con la técnica de line-search, de modo a obtener un compromiso entre la carga computacional y la precisión de los resultados. Los resultados de la simulación numérica de los ensayos de compresión se muestran en la Figura 11. Se observa, en general, una buena aproximación a la respuesta general de los varios prismas ensayados. Es evidente que al considerar una geometría más detallada con elementos sólidos se consiguen resultados más cercanos a los experimentales, en especial con respecto a la predicción del modo de falla. Por otro lado, el costo computacional al emplear elementos sólidos es mucho más alto comparativamente a los modelos 2D y la respuesta obtenida de ambos no difiere notablemente. Cuando se simplifica la geometría, la predicción sigue aproximando mínimamente la respuesta experimental (Figura 11 d).

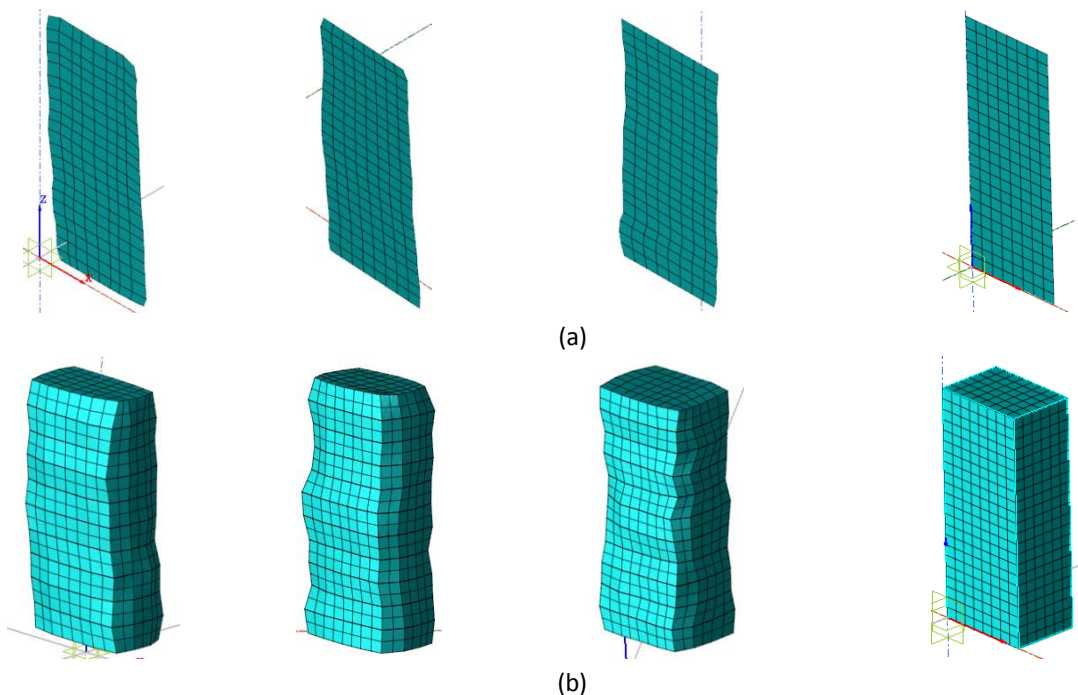


Figura 10. Modelos con elementos finitos: (a) 2D en estado plano de esfuerzo y (b) sólidos. (Prisma #1 al #3, y geometría simplificada, de izquierda a derecha en ambos casos)

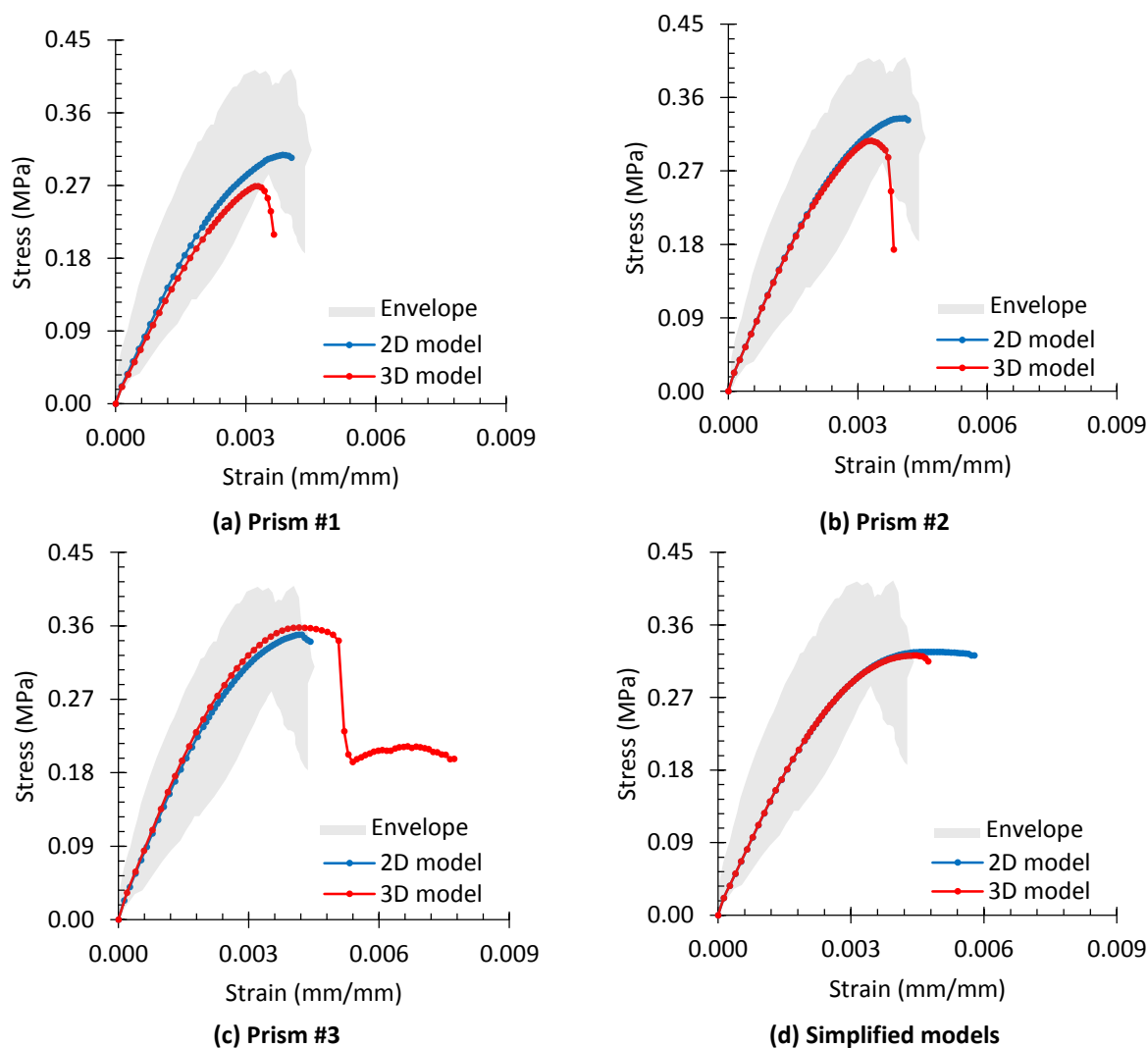


Figura 11. Diagramas esfuerzo-deformación de los prismas. Resultados experimentales y numéricos.

Las curvas obtenidas de las simulaciones numéricas presentan en general una buena aproximación en la parte lineal de la respuesta experimental. Sin embargo, las curvas no logran reproducir completamente la respuesta y denotan una falla abrupta tras alcanzar el pico, aunque el patrón de agrietamiento tenga en todos los casos bastante similitud a lo registrado en los ensayos (Figura 12a-c). Por otro lado, para el prisma #3 se consiguió continuar el análisis aún después de la carga máxima, y se logró reproducir un mecanismo de falla muy similar al experimental (Figura 12d).

El patrón de agrietamiento se logró reproducir únicamente en los modelos con elementos sólidos. La formación de grietas se inicia debido a una concentración de esfuerzos en los extremos de los especímenes. Cuando la etapa lineal termina, se propagan grietas verticales desde los extremos hacia el centro del espécimen. Este comportamiento se debe principalmente a la energía de fractura de tensión. En el caso de los prismas #1 y #2, la formación de grietas se da desde el extremo superior hacia el centro, mientras que en el prisma #3 se inician en la base.

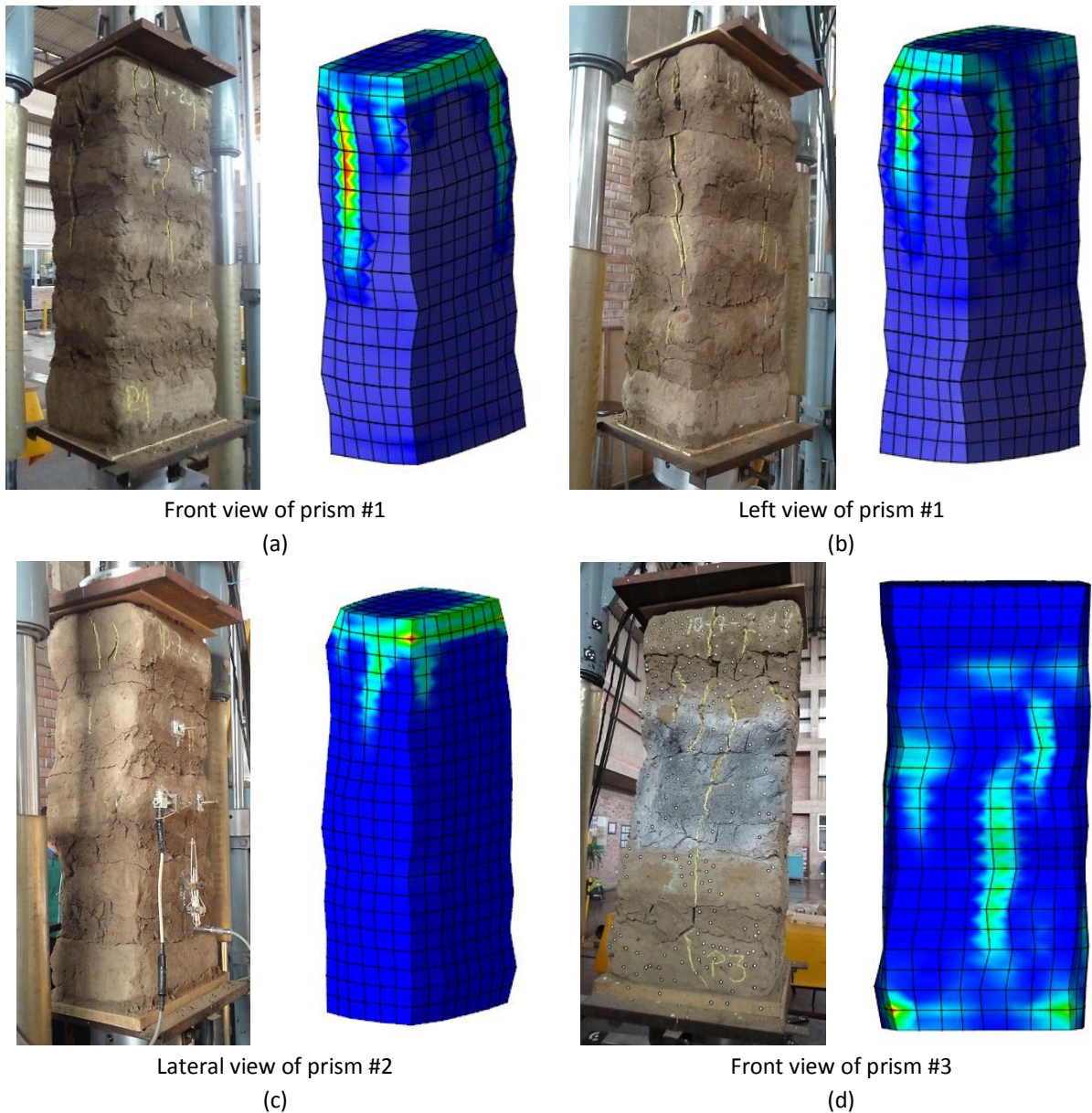


Figura 12. Patrones de grietas obtenidos de los ensayos experimentales y modelos numéricos.

4. DISCUSIÓN

En la literatura se encuentra que las unidades de albañilería muestran una rigidez y resistencia mayor que la albañilería misma [21]. Esta característica se confirmó también durante el ensayo de compresión del prisma #3 mediante las lecturas con el equipo de correlación de imagen digital en donde es evidente que la deformación de las unidades es varias veces menor que la del sistema de mampostería. Esto demuestra que el mortero tiene una elevada influencia en el comportamiento de los prismas ante cargas de compresión. Un factor que posiblemente haya influenciado en el comportamiento del mortero es que fue re-moldeado con agua en laboratorio para la fabricación de los prismas. Es probable que por el proceso de fabricación (y un secado abrupto) el mortero haya perdido rigidez a comparación del que se encuentra en el centro arqueológico, el cual tiene un tiempo de curado de alrededor de 1500 años. Esta hipótesis podría explicar la razón por la que el valor del módulo de elasticidad encontrado es menor que el obtenido en [17] en el cual se realizaron ensayos de caracterización in-situ. A pesar de ello, el orden de magnitud de estos valores es semejante.

Las curvas esfuerzo-deformación experimentales evidencian que para este tipo de mampostería la ubicación apropiada del sistema que mide las deformaciones locales es fundamental para una correcta caracterización. Como se observó, existe diferencia en las deformaciones medidas en diferentes posiciones, ya que el sistema está compuesto de materiales que tienen propiedades distintas. En este caso, para la comparación numérica se decidió utilizar las propiedades registradas por los LVDTs puesto que había más ensayos disponibles con este sistema y que las deformaciones registradas por dichos instrumentos corresponden a una longitud inicial que representa bien el sistema de albañilería.

Los resultados obtenidos de los modelos numéricos propuestos presentan aceptable correlación con los experimentales. En general, se consiguió aproximar el comportamiento a compresión de los prismas. Usando los modelos sólidos se aproximó hasta el 88% de la carga máxima (prisma #2) y en el caso más desfavorable se llegó al 86% (prisma #1). Por otro lado, con los modelos geométricos más simples de elementos shell, se llegó al 99% de la carga máxima en el prisma #1 y al 85% en el prisma #3. Ambos modelos reproducen satisfactoriamente el comportamiento de los especímenes ensayados, en especial en la predicción del esfuerzo de rotura.

Con respecto a las deformaciones, se logró una aproximación aceptable, aunque no tan robusta como en el caso de los esfuerzos. El mejor resultado obtenido de los modelos 2D presenta un error de 7% (prisma #1) con respecto a la deformación correspondiente a la carga pico, mientras que en el caso menos favorable el error es de 39% (prisma #2). En cuanto a los modelos sólidos, se consiguieron resultados similares, siendo 4% el menor error (prisma #1) y 30% el mayor (prisma #3).

El análisis paramétrico de la energía de fractura en tracción y compresión permitió verificar los valores más adecuados para modelar el comportamiento a compresión de los prismas de adobe. En general, la variación de la energía de fractura a tracción no tuvo una gran influencia en la respuesta esfuerzo-deformación. Debido a esto, el criterio para la selección de este parámetro se basó en la aproximación de los mecanismos de falla (Figura 12) que diferían notablemente al variar esta propiedad. Por otro lado, la influencia de la energía de fractura en compresión es mayor. Cuando se emplearon valores en el rango más bajo presentado en [17, 21], no se consiguió reproducir el comportamiento no lineal adecuadamente y además el error en la predicción de la carga máxima de compresión fue mayor. Por el contrario, al adoptar una energía de fractura mayor a partir de Almeida [20], las incursiones en el régimen no lineal fueron mucho más extensas, siendo los niveles de deformaciones aparentemente excesivos, a excepción del prisma #1.

5. CONCLUSIONES

Mediante el análisis de deformaciones del prisma #3 en particular se determinó el proceso de formación de grietas durante el ensayo de compresión. Es notable resaltar que el mortero presenta agrietamiento a esfuerzos reducidos, mientras que el adobe inicia el agrietamiento cerca de la carga máxima. Estos resultados se pueden aplicar directamente en la inspección de construcciones similares a la Huaca de la Luna, que debido a sus dimensiones podrían alcanzar grandes esfuerzos de compresión. Se debe tener especial cuidado cuando se encuentren grietas en las unidades de adobe en zonas en que exista una gran concentración de esfuerzos de compresión, puesto que estas se

podrían encontrar en un régimen inelástico cercano al colapso. Sin embargo, es necesario realizar una campaña experimental más extensa que incluya el análisis detallado de la formación de grietas para corroborar estas primeras observaciones.

Los modelos propuestos muestran una aceptable relación con los resultados experimentales. Las propiedades de resistencia y deformación en la rotura se aproximan bastante a los obtenidos en los ensayos, además que presentan un mecanismo de agrietamiento similar. Sin embargo, es necesario complementar la campaña experimental con una mayor cantidad de ensayos de caracterización, en especial de la interface unidad-mortero. Es posible que, mediante el uso de una aproximación de meso-modelación, se pueda reproducir la respuesta con mayor aproximación. También se debe prestar especial atención a los modelos de material escogidos, en particular al que gobierna el comportamiento a compresión. En la presente investigación no se profundizaron otros modelos, pero es posible que otros describan de mejor forma el comportamiento de la mampostería de adobe.

En general, los modelos con elementos en estado plano de esfuerzo llegaron a desarrollar un mayor esfuerzo resistente a compresión, posiblemente debido a que no se presentó la misma concentración de esfuerzos que en los modelos sólidos. Esto resulta más evidente al observar que existe una gran concentración de esfuerzos en los extremos de los prismas, que es por donde aparecen primero las grietas.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección de Gestión de la Investigación DGI PUCP por el financiamiento del proyecto de investigación 89-2014 dentro del cual se enmarca este trabajo. Se agradece también a CONCYTEC por el financiamiento de los alumnos de maestría (primer y segundo autor) a través de su programa de becas para estudios de posgrado. Finalmente, se agradece al Laboratorio de Estructuras y al Laboratorio de Materiales PUCP por la disponibilidad de sus instalaciones y equipos.

7. REFERENCIAS

- [1] Caporale, A., Parisi, F., Asprone, D., Luaciano, R., Prota, A. (2015). Comparative micromechanical assessment of adobe and clay brick masonry assemblages based on experimental data sets. *Composite Structures*, 120, 208–220.
- [2] Blondet, M., Torrealva, D., Vargas, J., Tarque, N., Velásquez, J. (2006). Seismic reinforcement of adobe houses. In *Proceedings of 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Geneva, CD-ROM.
- [3] Sayin, E., Yön, B., Calayir, Y., Karaton, M. (2013). Failures of masonry and adobe buildings during the June 23, 2011 Maden-(Elazığ) earthquake in Turkey. *Engineering Failure Analysis*, 34, 779–791.
- [4] Tarque, N., (2011). *Numerical modelling of the seismic behaviour of adobe buildings*. Ph.D. thesis, ROSE School, Istituto di Studi Superiori di Pavia, University of Pavia.
- [5] Illampas, R., Charmpis, D., Ioannou, I. (2014). Laboratory testing and finite element simulation of the structural response of an adobe masonry building under horizontal loading. *Engineering Structures*, 80, 362–376.

- [6] Eslami, A., Ronagh, H.R., Mahini, S.S., Morshed, R. (2012). Experimental investigation and nonlinear FE analysis of historical masonry buildings – A case study. *Construction and Building Materials*, 35, 251–260.
- [7] Proyecto Arqueológico Huacas del Sol y de la Luna. <http://www.huacasdemoche.pe>
- [8] SENCICO (2000). Reglamento nacional de edificaciones - Norma técnica de edificación E.080: Adobe. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, Lima.
- [9] Walker, P. (2001). *The Australian earth building handbook*. Standards Australia Ltd, Sydney.
- [10] CEN (1998). EN 1052-1 Methods of test for masonry - Part 1: Determination of compressive strength. European Committee for Standardization, Brussels.
- [11] GOM mbH (2010). ARAMIS User Information Hardware, Braunschweig, Germany.
- [12] San Bartolomé, A., Quiun, D., Silva, W. (2011). *Diseño y construcción de estructuras sismorresistentes de albañilería*. Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- [13] Oliveira, D., Varum, H., Silva, R., Pereira, H., Lourenço, P.B., Costa, A. (2007). *Caracterização experimental do comportamento diferido de alvenaria de adobe*. In *Proceedings of the 'V Seminário de Arquitectura Em Terra em Portugal'*, Aveiro, CD-ROM.
- [14] Tomaževič, M. (1999). *Earthquake-resistant design of masonry buildings*. London: Imperial College Press.
- [15] TNO (2013). Displacement method ANALyser, Release 9.4, User's Manual. TNO DIANA BV, Delft.
- [16] Schubert, P. (1988). The influence of mortar on the strength of masonry. In *Proceedings of the 8th International Brick and Block Masonry Conference*, London, pp. 162–172.
- [17] Chácara, C., Zvietcovich, F., Briceño, C., Marques, R., Perucchio, R., Castañeda, B., Uceda, S., Morales, R., Aguilar, R. (2014). On-site investigation and numerical analysis for structural assessment of the archaeological complex of Huaca de la Luna. In *Proceed. of the 9th Internat. Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*, Mexico City, CD-ROM.
- [18] Lourenço, P.B. (2010). Recent advances in masonry modelling: micromodelling and homogenisation. In U. Galvanetto and M.H. Ferri Alibadi, editors, *Multiscale Modelling in Solid Mechanics: Computational Approaches*. London: Imperial College Press.
- [19] Angelillo, M., editor (2014). *Mechanics of Masonry Structures*, CISM International Centre for Mechanical Sciences, Udine. Berlin: Springer-Verlag.
- [20] Vásquez, I. (2010). *Monitoreo de la resistencia mecánica y características físicas en adobes arqueológicos de distinto tipo de suelo*. Proyecto Arqueológico Huaca de la Luna: Informe Técnico 2010, Trujillo.
- [21] Almeida, J. (2012). *Mechanical characterization of traditional adobe masonry elements*. M.Sc. thesis, University of Minho, Guimarães.

Analysis of masonry vaults as a topology optimization problem

Bruggi, Matteo¹; Taliercio, Alberto²

ABSTRACT

An innovative approach is proposed to analyze 3D masonry vaults, assuming masonry to behave as a linear elastic no-tension material. Masonry is replaced by a suitable equivalent orthotropic material with spatially varying elastic properties and negligible stiffness in any direction along which tensile stresses must be prevented. An energy-based algorithm is implemented to define the distribution and the orientation of the equivalent material for a given load, minimizing the potential energy so as to achieve a purely compressive state of stress. The algorithm is embedded within a numerical procedure that performs a non-incremental analysis under given loads. The collapse load of masonry structural elements can also be predicted running a sequence of independent analyses. The capabilities of the approach in predicting the crack pattern in typical masonry vaults are also shown.

Keywords: masonry vaults, linear elasticity, no-tension material, FEM, topology optimization.

1. INTRODUCTION

The collapse of masonry structures, especially arches and vaults, usually occurs far beyond first cracking. Accordingly, non-linear analyses are often preferred to conventional approaches based on the classic theory of elasticity when the safety of this type of structures has to be assessed. Limit analysis is widely adopted to evaluate the bearing capacity of ductile structures. Assuming the compressive strength of masonry to be infinite, neglecting its tensile strength and assuming “tensile strains” to be unbounded, limit analysis can be applied to evaluate the collapse load and the relevant failure mechanism(s) also for masonry structures. This approach has been extensively followed to investigate the structural behaviour of brickwork and stonework, in particular arches and vaults [1]. In principle, a full non-linear analysis is able to follow the complete loading process, from the initial stress-free state to the highly cracked state precursory of collapse. The reliability of the material models available so far is a crucial issue when the nonlinear analysis of existing masonry structures is carried out, see e.g. [2]. Among the approaches that are currently employed to analyse masonry-like solids, the no-tension model allows the structural behaviour to be evaluated assuming the stress tensor to be negative semi-definite and to depend linearly upon the elastic part of the strain, see e.g. [3]. The no-tension approach is of major importance since it allows the structural assessment to be performed both at the serviceability limit state and at incipient collapse, recovering conventional load multipliers computed through limit analysis. Notwithstanding the apparent simplicity of the no-tension model, the need to treat discontinuities in the stress and displacement fields gives rise to several numerical issues. Well-known difficulties arise when dealing with incremental approaches,

¹ Department of Civil and Environmental Engineering. Politecnico di Milano (Italy). matteo.bruggi@polimi.it

² Department of Civil and Environmental Engineering. Politecnico di Milano (Italy). alberto.taliercio@polimi.it
(Corresponding author)

whereas robust energy-based procedures can be alternatively developed assuming no-tension bodies to be hyper-elastic [4].

This contribution extends the formulation originally presented in [5] for two-dimensional problems to three-dimensional ones. The real no-tension material is replaced by an equivalent orthotropic material, exhibiting negligible stiffness in any direction along which a tensile principal stress must be prevented in the body. The elasticities of the equivalent material along its symmetry axes are reduced with respect to those of the real material using a penalization law typical of Topology Optimization [6]. The equilibrium of the no-tension body is sought by minimizing the strain energy with respect to the distribution and the orientation of the orthotropic material.

A couple of case studies are presented to assess the proposed approach in the simulation of the structural response of three-dimensional no-tension structures. The collapse load multiplier of an arch subjected to an increasing horizontal force is computed and compared with the results given by limit analysis. The structural behaviour of a groin vault under dead loads is also investigated, comparing a conventional linear elastic analysis with the results of the proposed non-linear approach.

2. PROBLEM FORMULATION

2.1. Equivalent orthotropic material

Consider a 3D solid, consisting of an isotropic linear elastic no-tension material, occupying a domain Ω . The position of any point $\chi \in \Omega$ is defined by a triplet of orthogonal Cartesian (global) coordinates, z_1, z_2, z_3 . Let σ_α , $\alpha=I, II, III$, be the eigenvalues of the stress tensor σ computed at χ , with $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$. According to the sign of the principal stresses, the material behaviour at χ is different. If $\sigma_{III} < 0$, the material behaves like a conventional isotropic material. If one or two of the principal stresses are positive, the material behaves like an orthotropic material: “cracking strains” $\varepsilon^c \geq 0$ arise along the tensile isostatic line(s), whereas the material behaves elastically along the direction(s) of the principal compressive stress(es). Finally, if $\sigma_I \geq 0$, the material behaves like a “void phase”, allowing for any positive semidefinite “cracking strain”.

A suitable equivalent orthotropic material can be defined to match the behaviour of the real no-tension material according to the sign of the principal stresses. Let \tilde{z}_i , $i=1,2,3$, be the symmetry axes of the orthotropic material, locally coinciding with the principal stress directions z_α , $\alpha=I, II, III$, at any point of the real solid. The stress-strain law for the orthotropic material at any point χ can be written as $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\mathcal{C}}\tilde{\sigma}$, where, using the notation proposed in [7]:

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{11} \\ \tilde{\varepsilon}_{22} \\ \tilde{\varepsilon}_{33} \\ \sqrt{2}\tilde{\varepsilon}_{12} \\ \sqrt{2}\tilde{\varepsilon}_{23} \\ \sqrt{2}\tilde{\varepsilon}_{31} \end{Bmatrix}, \quad \tilde{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \tilde{\sigma}_{22} \\ \tilde{\sigma}_{33} \\ \sqrt{2}\tilde{\sigma}_{12} \\ \sqrt{2}\tilde{\sigma}_{23} \\ \sqrt{2}\tilde{\sigma}_{31} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

and

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1/\tilde{E}_1 & -\tilde{\nu}_{21}/\tilde{E}_2 & -\tilde{\nu}_{31}/\tilde{E}_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{\nu}_{12}/\tilde{E}_1 & 1/\tilde{E}_2 & -\tilde{\nu}_{32}/\tilde{E}_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{\nu}_{13}/\tilde{E}_1 & -\tilde{\nu}_{23}/\tilde{E}_2 & 1/\tilde{E}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\tilde{G}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\tilde{G}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\tilde{G}_{31} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

In eq. (2), \tilde{E}_i , $i=1,2,3$, is the Young's modulus of the equivalent material along the symmetry axis \tilde{z}_i , \tilde{G}_{ij} , $i,j=1,2,3$, is the shear modulus in the symmetry plane $(\tilde{z}_i, \tilde{z}_j)$ and $\tilde{\nu}_{ij}$, $i,j=1,2,3$, is the Poisson's ratio along \tilde{z}_j under uniaxial tension along \tilde{z}_i . The equalities $\tilde{\nu}_{12}/\tilde{E}_1 = \tilde{\nu}_{21}/\tilde{E}_2$, $\tilde{\nu}_{13}/\tilde{E}_1 = \tilde{\nu}_{31}/\tilde{E}_3$ and $\tilde{\nu}_{23}/\tilde{E}_2 = \tilde{\nu}_{32}/\tilde{E}_3$ hold. The orientation of the maximum principal stress (hence, of the material symmetry axes) to the global reference system is locally defined by a triplet of Euler angles $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ - see Figure 1.

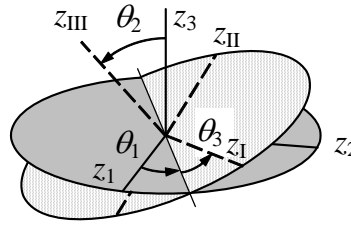


Figure 1. Euler's angles defining the orientation of the principal stresses to the global reference system

The elastic properties of the equivalent orthotropic material along its symmetry axes can be related to those of the isotropic no-tension material through a generalization of the so-called SIMP material model (see e.g. [6]), such that:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \rho_1^p E, & \tilde{E}_2 &= \rho_2^p E, & \tilde{E}_3 &= \rho_3^p E, \\ \tilde{G}_{12} &= \sqrt{\rho_1^p \rho_2^p} \frac{E}{2(1+\nu)}, & \tilde{G}_{23} &= \sqrt{\rho_2^p \rho_3^p} \frac{E}{2(1+\nu)}, & \tilde{G}_{31} &= \sqrt{\rho_3^p \rho_1^p} \frac{E}{2(1+\nu)}, \\ \tilde{\nu}_{12} &= \sqrt{\frac{\rho_1^p}{\rho_2^p}} \nu, & \tilde{\nu}_{21} &= \sqrt{\frac{\rho_2^p}{\rho_1^p}} \nu, & \tilde{\nu}_{13} &= \sqrt{\frac{\rho_1^p}{\rho_3^p}} \nu, & \tilde{\nu}_{31} &= \sqrt{\frac{\rho_3^p}{\rho_1^p}} \nu, & \tilde{\nu}_{23} &= \sqrt{\frac{\rho_2^p}{\rho_3^p}} \nu, & \tilde{\nu}_{32} &= \sqrt{\frac{\rho_3^p}{\rho_2^p}} \nu, \end{aligned} \quad (3)$$

where E and ν are the Young's modulus and the Poisson's ratio of the isotropic material, respectively, ρ_i , $i=1,2,3$, are nondimensional variables ranging between $\rho_{\min} (> 0)$ and 1, which can be interpreted as "normalized material densities" along \tilde{z}_1 , \tilde{z}_2 and \tilde{z}_3 , and p is a penalization parameter (usually taken equal to 3). The normalized densities are given a strictly positive lower bound, ρ_{\min} , to avoid any singularity in the stiffness matrix of the body, \mathbf{K} , when a finite element discretization is adopted. The interpolation in Eq. (3) is conceived so as to provide vanishing stiffness in any direction along which a variable attains its minimum value, and basically matches the anisotropic damage law proposed in [8].

Finally, denoting by $\boldsymbol{\sigma}$ and $\boldsymbol{\varepsilon}$ the arrays of the stress and strain components in the global Cartesian reference system $Oz_1z_2z_3$, the stress-strain law in this system can be written as

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\rho_1, \rho_2, \rho_3; \theta_1, \theta_2, \theta_3) \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

with

$$\mathbf{D} = \mathbf{q}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{q}^T \quad (5)$$

In Eq. (5), $\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{C}}^{-1}$ and $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ is a transformation matrix which can be written as

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} Q_{11}^2 & Q_{12}^2 & Q_{13}^2 & \sqrt{2}Q_{12}Q_{13} & \sqrt{2}Q_{13}Q_{11} & \sqrt{2}Q_{11}Q_{12} \\ Q_{21}^2 & Q_{22}^2 & Q_{23}^2 & \sqrt{2}Q_{22}Q_{23} & \sqrt{2}Q_{23}Q_{21} & \sqrt{2}Q_{21}Q_{22} \\ Q_{31}^2 & Q_{32}^2 & Q_{33}^2 & \sqrt{2}Q_{32}Q_{33} & \sqrt{2}Q_{33}Q_{31} & \sqrt{2}Q_{31}Q_{32} \\ \sqrt{2}Q_{21}Q_{31} & \sqrt{2}Q_{22}Q_{32} & \sqrt{2}Q_{23}Q_{33} & Q_{22}Q_{33} + Q_{23}Q_{32} & Q_{21}Q_{33} + Q_{23}Q_{31} & Q_{21}Q_{32} + Q_{22}Q_{31} \\ \sqrt{2}Q_{31}Q_{11} & \sqrt{2}Q_{32}Q_{12} & \sqrt{2}Q_{33}Q_{13} & Q_{32}Q_{13} + Q_{33}Q_{12} & Q_{31}Q_{13} + Q_{33}Q_{11} & Q_{31}Q_{12} + Q_{32}Q_{11} \\ \sqrt{2}Q_{11}Q_{21} & \sqrt{2}Q_{12}Q_{22} & \sqrt{2}Q_{13}Q_{23} & Q_{12}Q_{23} + Q_{13}Q_{22} & Q_{11}Q_{23} + Q_{13}Q_{21} & Q_{11}Q_{22} + Q_{12}Q_{21} \end{bmatrix} \quad (6)$$

with

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} c_1c_3 - s_1c_2s_3 & s_1c_3 + c_1c_2s_3 & s_2s_3 \\ -c_1s_3 - s_1c_2c_3 & -s_1s_3 + c_1c_2c_3 & s_2c_3 \\ s_1s_2 & -c_1s_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

being $c_i = \cos\theta_i$, $s_i = \sin\theta_i$, $i = 1, 2, 3$ (see also [7]).

2.2. Energy-based analysis of no-tension 3D solids

The equilibrium of any linear elastic no-tension solid can be solved distributing the equivalent orthotropic material defined in Sec. 2.1 over the body, according to the sign of the principal stresses - see also [5]. In view of a displacement-based numerical solution, the continuous formulation of the problem can be stated as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\rho_1, \rho_2, \rho_3} \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T(\mathbf{u}) \mathbf{D}(\rho_1, \rho_2, \rho_3; \theta_1, \theta_2, \theta_3) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \\ \text{s. t. } \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T(\mathbf{u}) \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t}_0^T \mathbf{v} d\Gamma \quad \forall \mathbf{v}, \quad \mathbf{u}|_{\Gamma_u} = \mathbf{u}_0 \\ \theta_1, \theta_2, \theta_3 | \tilde{z}_1 = z_I, \quad \tilde{z}_2 = z_{II}, \quad \tilde{z}_3 = z_{III} \\ \rho_1, \rho_2, \rho_3 | \sigma_I \leq 0, \quad \sigma_{II} \leq 0, \quad \sigma_{III} \leq 0 \\ \rho_{\min} \leq \rho_1, \rho_2, \rho_3 \leq 1 \end{array} \right. \quad (8)$$

In the above equation, the objective function is the elastic strain energy computed through the displacement field \mathbf{u} over the 3D domain Ω , whereas the minimization unknowns are the fields of the "normalized material densities" ρ_i , $i=1,2,3$. The boundary of the domain, $\Gamma = \Gamma_t \cup \Gamma_u$, usually consists of two different parts: the former is subjected to given tractions \mathbf{t}_0 , whereas the latter undergoes prescribed displacements \mathbf{u}_0 . Eq. (8.2) requires that the displacement field fulfils the elastic equilibrium in Ω and along Γ , whereas Eq. (8.3) prescribes alignment of the symmetry axes of the

equivalent orthotropic material to the principal stress directions. Finally, Eq. (8.4) requires the normalized densities to define a compression-only stress state all over the domain.

Discretizing the body by a mesh of N constant strain tetrahedral finite elements, the proposed formulation reads as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \mathbf{U}_e^T \mathbf{K}_e(x_{1e}, x_{2e}, x_{3e}, t_{1e}, t_{2e}, t_{3e}) \mathbf{U}_e \\ \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e(x_{1e}, x_{2e}, x_{3e}, t_{1e}, t_{2e}, t_{3e}) \mathbf{U}_e = \mathbf{f} \\ x_{1e}, x_{2e}, x_{3e} | \sigma_{el}, \sigma_{ell}, \sigma_{elll} \leq 0, \\ 0 < x_{min} \leq x_{1e}, x_{2e}, x_{3e} \leq 1, \\ e = 1 \dots N \end{array} \right. \quad (9)$$

The objective function of the above optimization problem is the strain energy, computed over the N elements of the mesh from the stiffness matrices, \mathbf{K}_e , and the arrays of the nodal displacements, \mathbf{U}_e , of each element. \mathbf{f} denotes the array of the equivalent nodal loads. The three sets of element unknowns x_{1e}, x_{2e}, x_{3e} (resp. t_{1e}, t_{2e}, t_{3e}) correspond to the material densities along the symmetry axes (resp. to the Euler's angles defining the orientation) of the equivalent orthotropic material in any finite element e . The above minimization problem is solved through mathematical programming [9].

Details on the numerical implementation of the problem in Eq. (9) can be found in [5]. By repeatedly calling the minimization algorithm for different values of the loads, the collapse load of the structural element can also be estimated as the value at which the slope of the curve relating the load multiplier to the displacement of a control point becomes lower than a prescribed tolerance.

3. NUMERICAL APPLICATIONS

3.1. Semi-circular arch

A semi-circular arch is first considered (Figure 2). Under plane strain conditions, or with suitable transversal constraints, the arch can be representative of any segment of a barrel vault. The arch has an internal radius $r_i=0.4$ m, whereas the external radius $r_e=0.5$ m. A three-dimensional model is analysed through a tetrahedral-based discretization made of 8329 elements, assuming the arch to have a thickness of 0.1m. The elastic properties of the material are $E = 10,000$ MPa and $\nu = 0.1$. A radial pressure of 0.1 MPa acts along the external surface of the arch; a horizontal live load F , with $F = 1$ kN and increasing with the multiplier λ , is applied at approximately half of the height of the arch. This structure was originally investigated in [10] to compare the value of the collapse multiplier computed through a no-tension complementary energy formulation to the result achieved by a conventional limit analysis suggesting a four-hinges collapse mechanism and an ultimate load multiplier $\lambda_c = 0.272$. The solid line in Figure 3 shows the diagram of the horizontal displacement of the point loaded by the horizontal force versus the load multiplier λ , as computed in the original reference [10] through a plane strain discretization. A much finer 3D mesh is herein implemented to capture the behaviour of the arch at incipient collapse with increased accuracy. The dotted line in

Figure 3 connects results achieved by the proposed optimization procedure for independent analyses carried out at increasing values of the parameter λ . A good agreement is found in the first part of the curve, whereas the ultimate value of the load multiplier for which the optimization algorithm finds convergence is not far from the value of the collapse multiplier, λ_c , predicted by limit analysis.

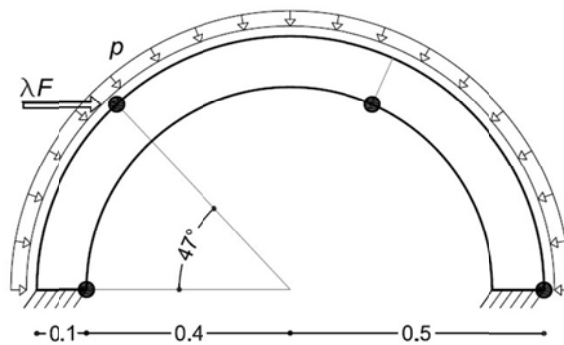


Figure 2. Semi-circular arch: geometry and load conditions

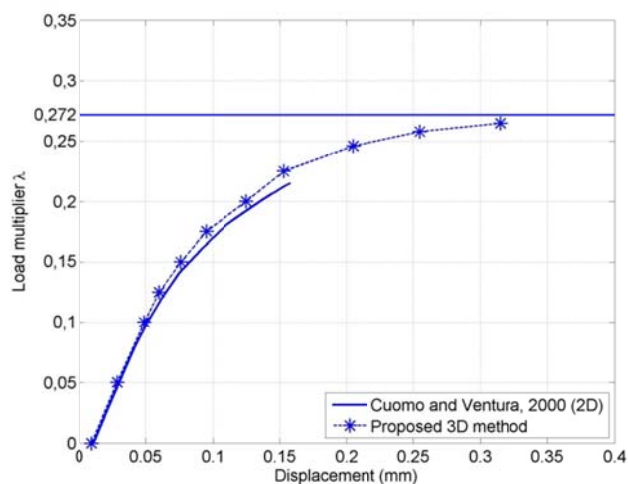


Figure 3. Semi-circular arch: load-displacement diagram obtained through the proposed numerical method vs. benchmark results [10]. The collapse load multiplier given by limit analysis is also shown

Figure 4 shows the (magnified) deformed geometry computed by the proposed procedure at incipient collapse, which matches the expected four-hinge mechanism. The highest strains are localized within limited regions of the three-dimensional domain, whereas the remaining parts of the structure exhibit an almost rigid response.

3.2. Groin vault

A groin vault given by the intersection of two barrel vaults with internal radius $r_i=0.8$ m and external radius $r_e=1.0$ m is dealt with. The material properties are assumed to be equal to those used in the previous example. A discretization with 12456 elements is employed to investigate the structural

response of the vault under the effect of self-weight, see Figure 5. Lateral confinement is enforced by suitably constraining the horizontal displacements of the sides of the vault.

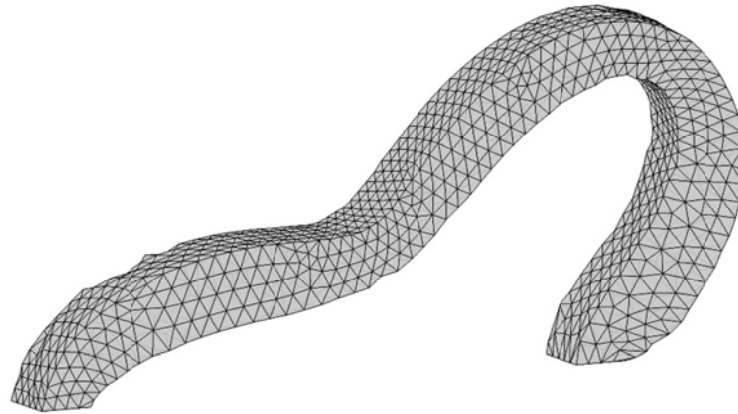


Figure 4. Semi-circular arch: magnified deformed shape at incipient collapse

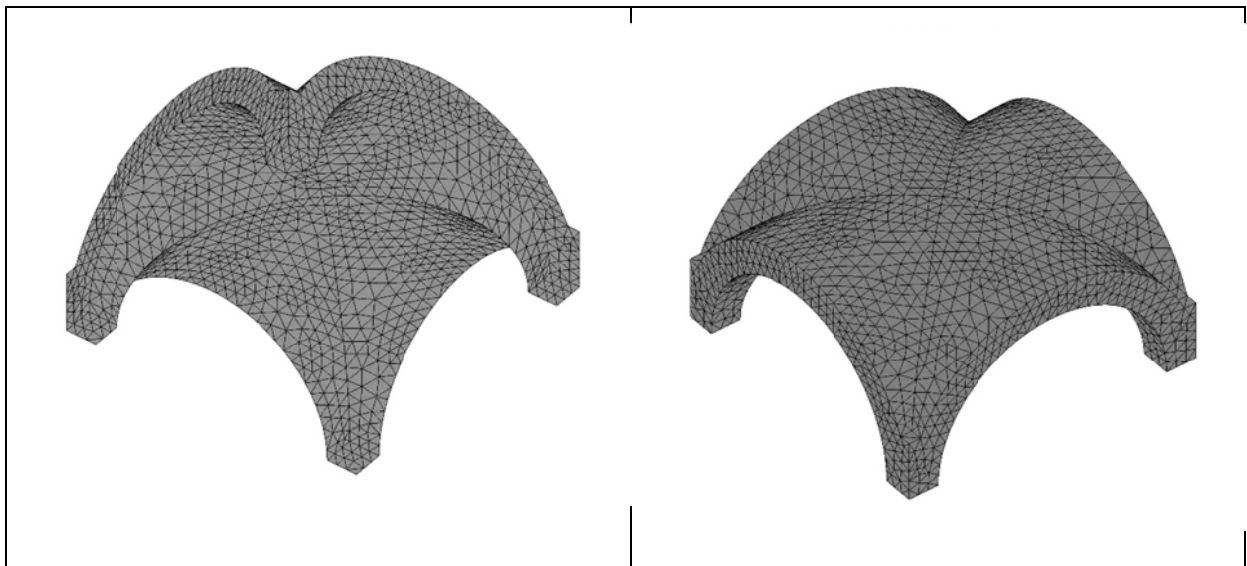


Figure 5. Groin vault: views of the adopted three-dimensional discretization

First, the vault is analysed assuming a linear elastic behaviour of the material both in compression and in tension. Figure 6 and Figure 7 show, respectively, the contour maps of the principal stresses σ_I and σ_{II} . σ_{III} is not reported here, as its order of magnitude is much lower than that of σ_I and σ_{II} . As one may easily see from the referenced figures, positive principal stresses exist both at the intrados and at the extrados, in the upper part of the structure.

The no-tension model is then adopted to investigate the structural response of the vault neglecting the tensile strength of masonry. Figure 8 and Figure 9 show, respectively, the contour maps of the principal stresses σ_I and σ_{II} , according to the results of the analysis performed through the proposed algorithm. Apparently, no tensile-stress is found in any region of the vault, whereas the maximum absolute values of the principal compressive stresses increase with respect to those obtained by a linear elastic analysis.

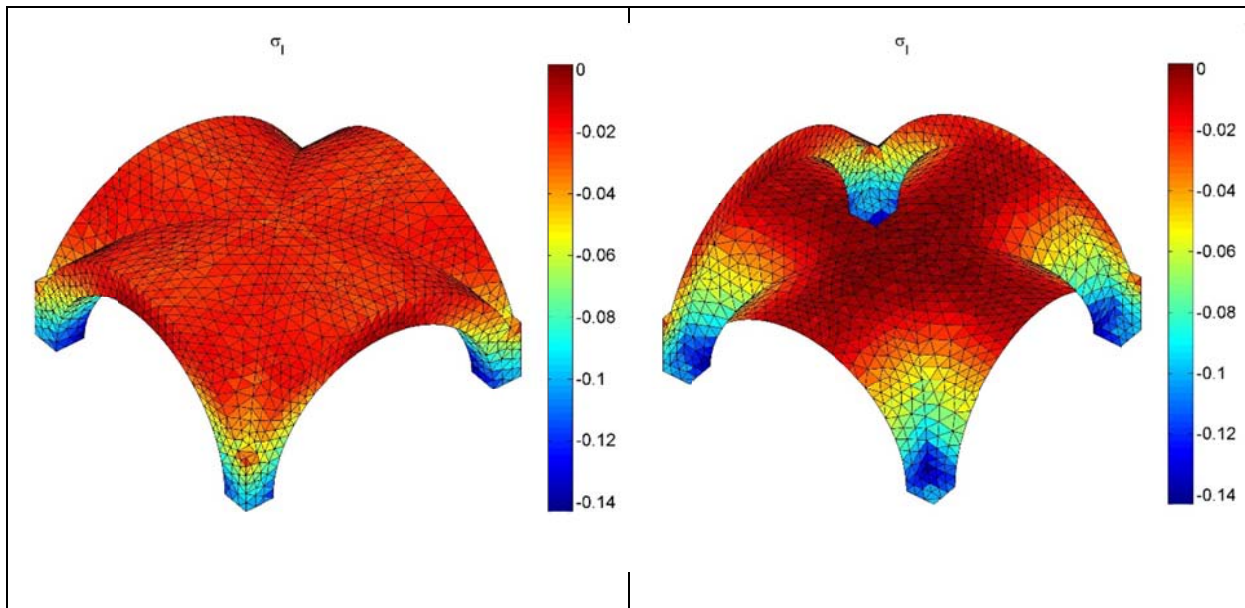


Figure 6. Groin vault: map of the principal stress σ_I (extrados and intrados, with $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$) under the assumption of linear elastic behavior

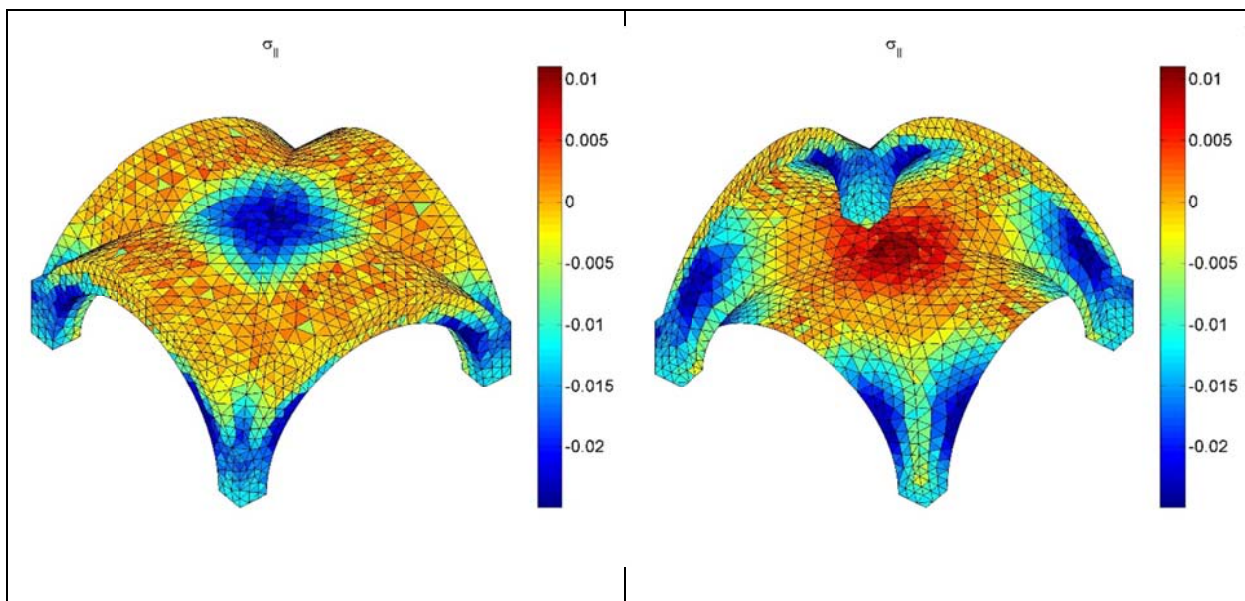


Figure 7. Groin vault: map of the principal stress σ_{II} (extrados and intrados, with $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$) under the assumption of linear elastic behavior

Regions where the stress vanishes correspond to regions experiencing cracking strains. In the upper part of the intrados, the vault is fully cracked a two principal stresses vanish. At the extrados, cracks arise perpendicularly to one principal direction (corresponding to σ_{II}) in wide regions along the perimeter of the vault.

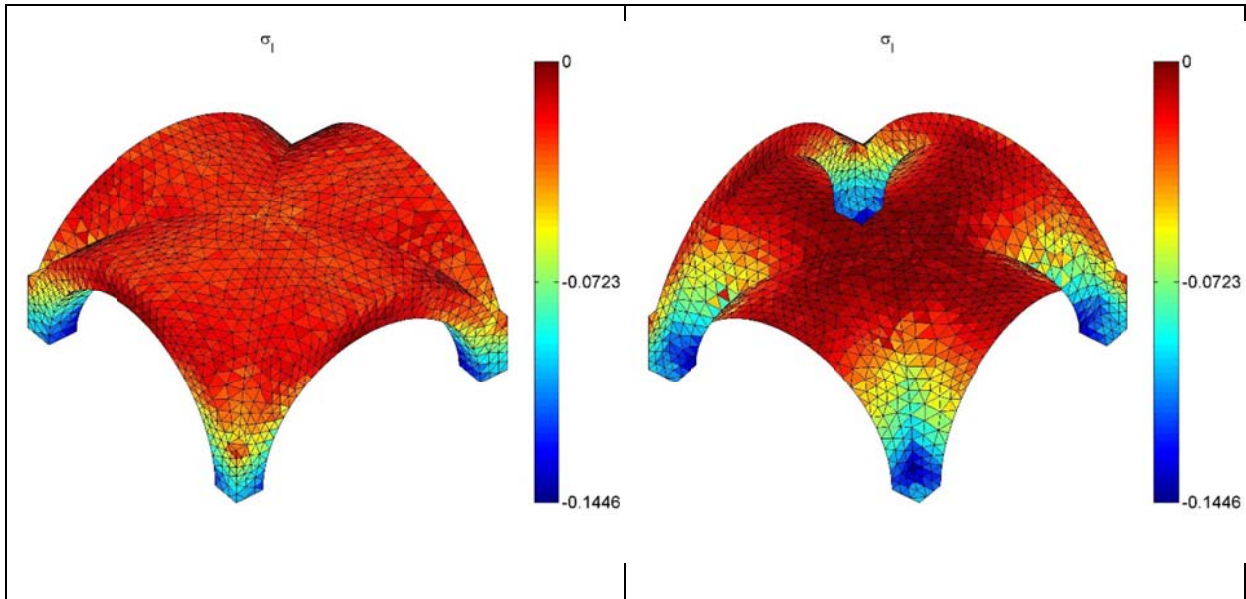


Figure 8. Groin vault: map of the principal stress σ_I (extrados and intrados, with $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$) under the assumption of no-tension behavior

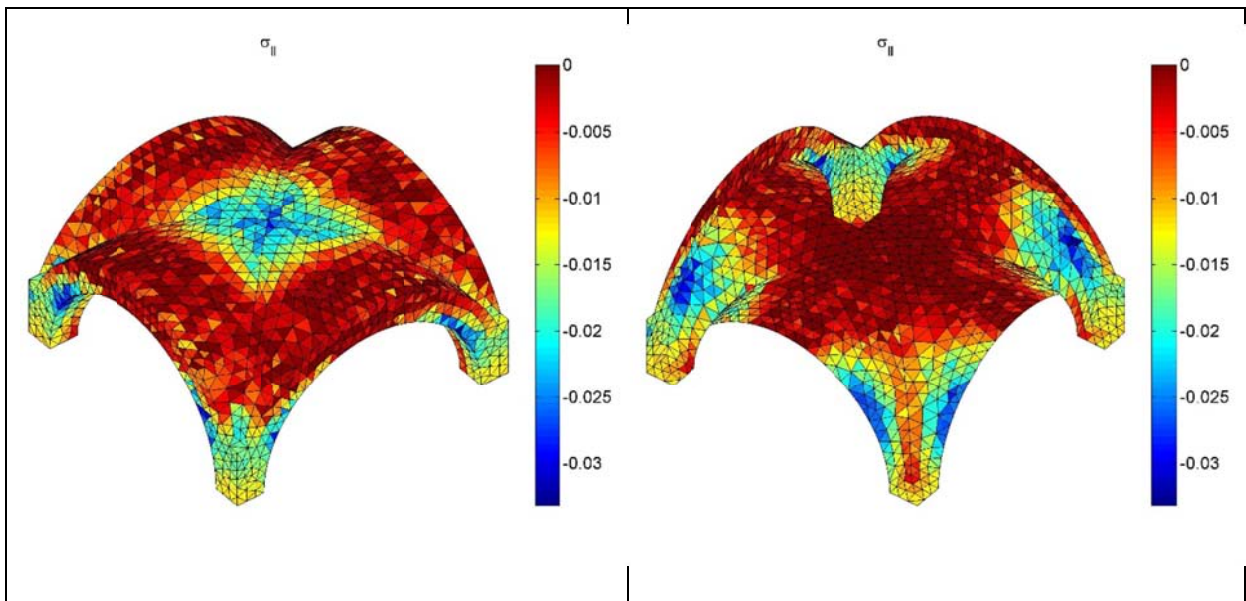


Figure 9. Groin vault: map of the principal stress σ_{II} (extrados and intrados, with $\sigma_I \leq \sigma_{II} \leq \sigma_{III}$) under the assumption of no-tension behavior

4. CONCLUSIONS

Following a recent proposal for 2D no-tension structures [5], a numerical method is presented to perform the analysis of no-tension 3D structural elements under given loads according to an energy-based non-incremental algorithm. The strain energy of a body made of an equivalent orthotropic material is minimized, so as to avoid tensile stresses throughout the structure. An interpolation typical of topology optimization [6] is employed to define the elastic properties of the equivalent material, so that a negligible stiffness is obtained along the direction(s) of the tensile principal stress(es). In the formulation implemented herein, the nondimensional “densities” that define the elastic moduli of the

equivalent material and the orientation of the relevant symmetry axes are both sets of minimization variables for the strain energy.

The proposed algorithm correctly captures the typical crack pattern observed in masonry vaults. Also, the collapse mechanisms and the collapse load multipliers of these vaults can be estimated without any a-priori hypothesis regarding the position of the “plastic hinges” (Sec. 3).

In the continuation of the work, the simplification adopted so far, according to which masonry is macroscopically isotropic, will be removed to take elastic anisotropy into account. The cracking strains predicted by the proposed approach will be also compared with those obtained by incremental analyses carried out with commercial FE (or XFE) programs. Finally, the possibility of defining optimal reinforcing layouts will be dealt with, extending the formulation adopted here to distribute the equivalent orthotropic material over the vault to define the distribution and the orientation of a tension-only strengthening layer, see in particular [11].

REFERENCES

- [1] Heyman, J. (1966). The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*, 2, 249-279.
- [2] Lourenço, P. (2001). Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations. In: *Historical Constructions*, P. Lourenço & P. Roca (Eds.), Guimarães, (P), 91-116.
- [3] Benvenuto, E. (1991). An introduction to the history of structural mechanics, II: Vaulted structures and elastic systems. New York: Springer.
- [4] Angelillo, M., Cardamone, L., Fortunato, F. (2010). A numerical model for masonry-like structures, *Journal of the Mechanics of Materials and Structures*, 5, 583-615.
- [5] Bruggi, M. (2014). Finite element analysis of no-tension structures as a topology optimization problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 50(6), 957-973.
- [6] Bendsoe, M., Sigmund, O. (1999). Material interpolation schemes in topology optimization. *Archives of Applied Mechanics*, 69, 635-654.
- [7] Mehrabadi, M.M., Cowin, S.C. (1990). Eigentensors of linear anisotropic elastic materials. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 43(1), 15-41.
- [8] Papa, E., Taliercio, A. (2005). A visco-damage model for brittle materials under monotonic and sustained stresses. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(3), 287-310.
- [9] Svanberg, K. (1987). Method of moving asymptotes - A new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods Engineering*, 24, 359-373.
- [10] Cuomo, M., Ventura, G. (2000). Complementary energy formulation of no tension masonry-like solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 189(1), 313-339.
- [11] Bruggi, M., Taliercio A. (2013). Topology optimization of the fiber-reinforcement retrofitting existing structures. *International Journal of Solids and Structures*, 50(1), 121-136.

Analysis of the influence of the block in the dynamic properties of domestic buildings with masonry structure.

Vázquez-Vicente, Enrique¹; Sánchez, J.²; Rodríguez-León, M.T.³

ABSTRACT

The modal analysis of a building, performed by finite element method, is usually made in a building isolated model. In the case of traditional buildings with masonry structure, this simplification can be very unrealistic, particularly in the case of buildings with shared party walls. The influence of the adjacent buildings, in the modal results of domestic masonry buildings is discussed in this paper.

The ultimate goal of the presented work is to quantify the influence of the block in modal results, compared with traditional calculation of isolated buildings. And we are very interested in seeing how the block affects the modal results of damaged buildings, for example, with a significant crack between bearing walls and shear walls due to an important settlement of the foundation. For this work, we have focused on the traditional Sevillian building with a masonry structure. We found that, in the case of buildings with flexible floor disconnected from shear walls and with cracks between bearing walls and shared walls, the dynamic response perpendicular to facade rise hugely. For this particular case, the block has little effect on the response in that direction.

Keywords: Masonry; Clustered buildings; Ambient vibration test; Damage detection; Steady state analysis.

1. INTRODUCTION

This study is part of a research project, which studies the application of vibration analysis technique on damaged auscultation in domestic buildings with masonry structure. The purpose of the research project is to verify the possibility of making a diagnosis of integrity of masonry structures, using simple dynamic tests in specific areas of the building. Unlike studies in more important buildings, rather than testing the entire structure and analyze it using operational modal analysis (OMA) techniques, we intend to make only a few assays at appropriate points and make sure these readings correspond to expected ones but if on the contrary, they are very far from that expected value. This idea comes after the work done in the church of *Santa María la Blanca* in Seville[4], [5] and after analyzing some anomalous results in the dynamic tests performed in traditional buildings in Seville.

Therefore, before running the tests, we need to know how the behavior of buildings, in a situation of structural integrity, should be and in case with various damages. Following this reasoning, the project is being developed in two phases. In the first one the behavior of these structures will be analyzed

¹ Dpto. Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). ev@us.es
(Corresponding author)

² Dpto. Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). josess@us.es.

³ Dpto. Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). mtrl@us.es

using finite element method (FEM). Later, in a second phase, the results of these models will be compared with those obtained on real buildings using an accelerometer test (Fig. 1).

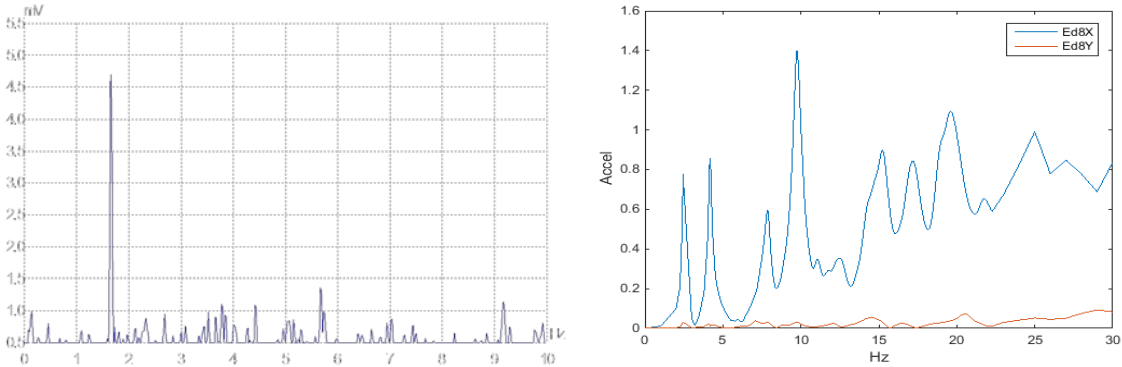


Figure 1. Response diagrams obtained by accelerometer (left) and FEM (right).

In order to simplify the problem, we have reduced the study focus. We have focused on traditional residential buildings with masonry structures, located in the historic center of Seville. This has simplified quite a number of variables, such as the construction type, the usual catalog of damages, etc. These variables have been synthesized from the work of Perez Galvez *et al.*[1], [2] and Huete Fuertes *et al.*[3].

In particular, we studied the effect of a very common problem in Seville and this structural type: the differential settlement between bearing walls and shear walls. This phenomenon has two main causes: On one hand, the ground on which the foundation is located is very poor, soft, with a first layer which can be defined as anthropic stuffing and also has variable thickness; and on the other hand, an improperly designed foundation, with minimal and too similar dimensions in bearing walls and shear walls. During our professional activity in structural diagnosis and repair of this kind of building we have seen how these events cause higher settlement at bearing walls than shear walls and therefore breakages occur in the walls.



Figures 2 y 3. Offset between tiled baseboards.

In the case of Seville, these fractures usually occur at the junction between load-bearing walls and shear wall, probably because there is little joining between them.

The seats on the walls, can be seen in the tiled plinth (fig. 2, 3 and 4). We suppose that this coating was not constructed with the gap we can see today.

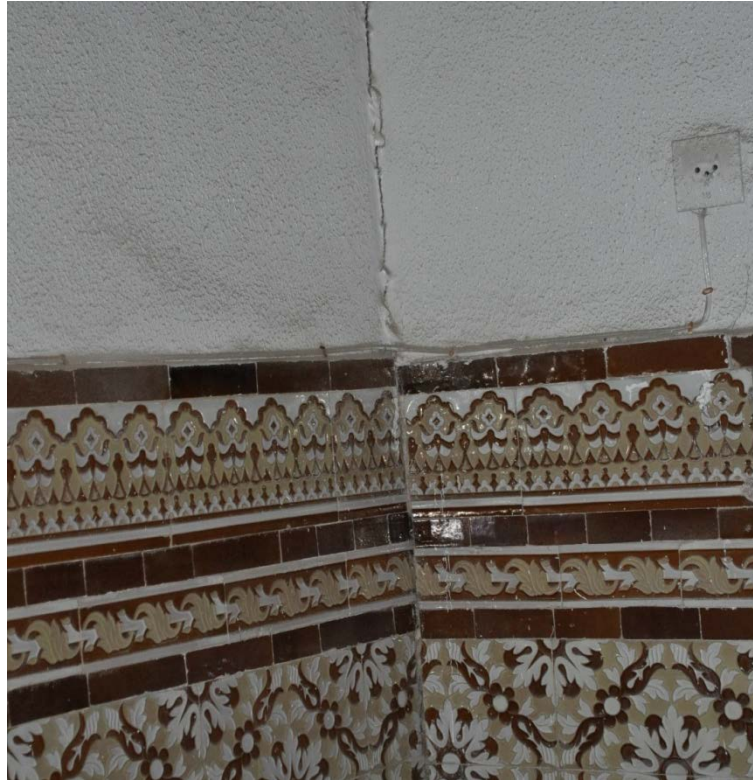


Figure 4. *Offset between tiled baseboards and cracks in the ground floor walls.*

However, the results still depend on many factors, eg the architectural type, the characteristics of the materials, the dimensions of the construction elements (walls and floors) or the position of the building within the block and the features of the surrounding buildings .

One of the most interesting aspects in the main research is the influence of the other buildings of the block in the dynamic response of the building under study. The influence of the clustered buildings in the structural behavior and in the proposal for repair of a building has been studied by Binda y Saisi[6], [7], Da Porto[8], or Valluzi[9], [10]. In order to simplify some decisions, our study is based on the findings of Da Porto [8].

This paper discusses just this influence and focuses on the following issues:

- How are the dynamic responses of a building modified, by it's position inside the block?
- How much change results between an analysis of an isolated building and another building within a block?
- Do clustered buildings affect the results of damaged buildings?

All these issues have been studied in combination with various floor solutions and with several states of structural integrity. More precisely, we have studied the case, described above, in which there is a crack in the joint between the bearing walls and the shared party walls.

2. METHODS

We carried out various dynamic analysis on a FEM model of a building located within a block. To this end, we have chosen a medium type block and we have selected a building located in the middle of one of its edges.

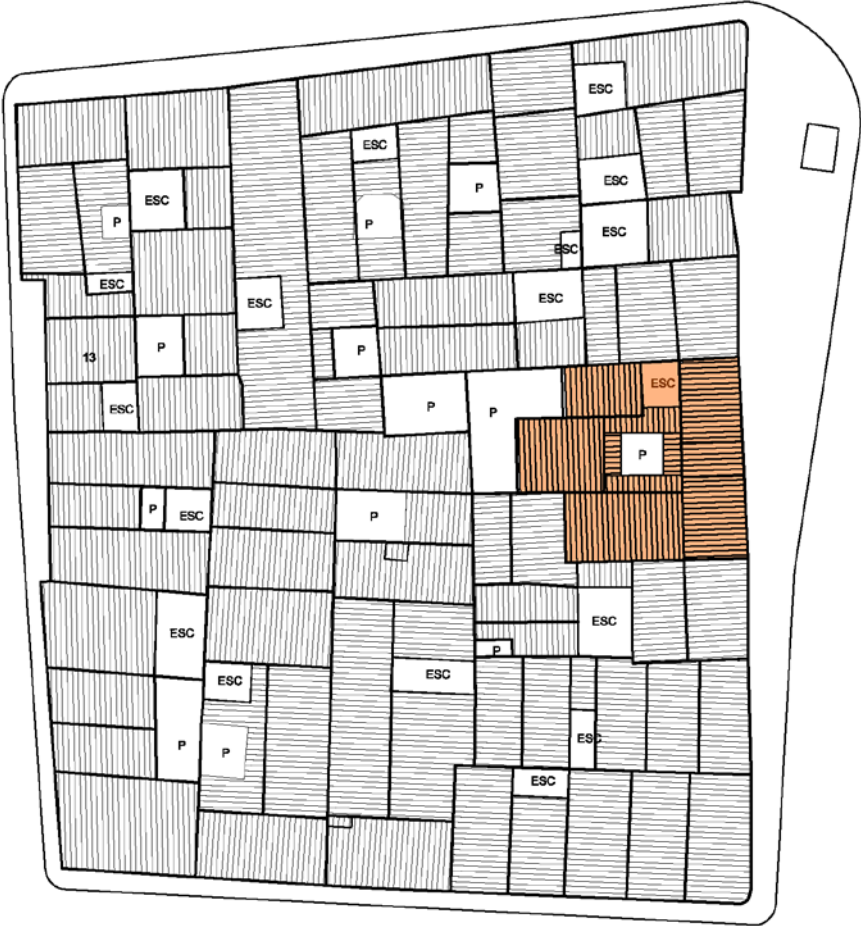


Figure 5. Block scheme, indicating the situation of the selected building.

The selected building fits the target of the research project: It is a three-storey building with traditional masonry structure. It has a first span parallel to the facade, a central courtyard with a perimeter gallery, two lateral bays and one end bay perpendicular to the facade.

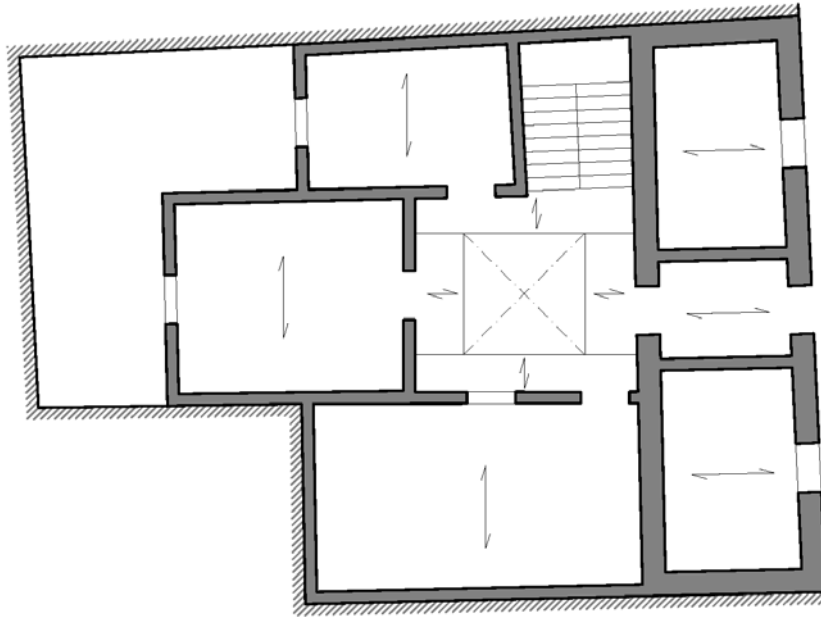


Figure 6. Floor scheme of the selected building.

The dynamic response analysis was carried out by the finite element method (FEM), using the computer program Sap2000. On all calculated models, we have discretized walls and floors with surface elements (*shell*) and beams with linear elements (*frame*). In fig. 7 and 8 there are represented FEM models of the isolated building and the full block.

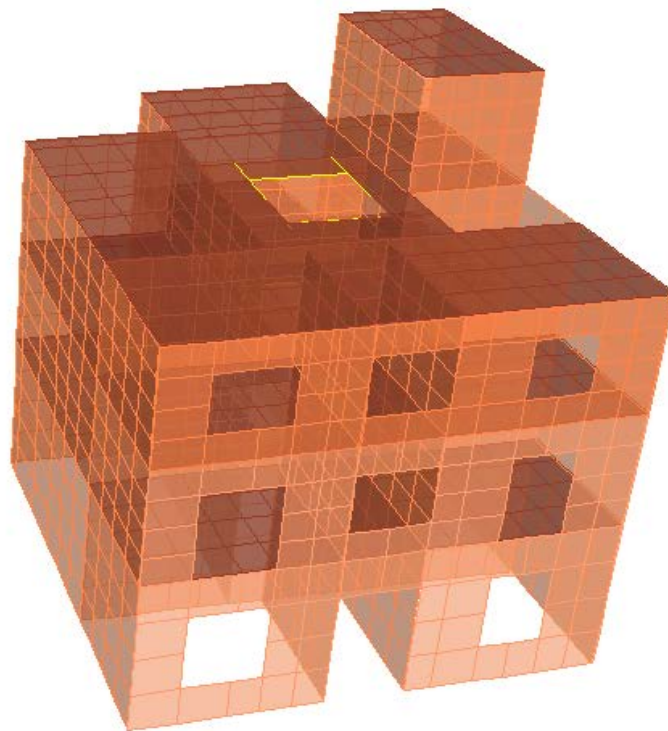


Figure 7. 3D presentation of isolated building FEM model.

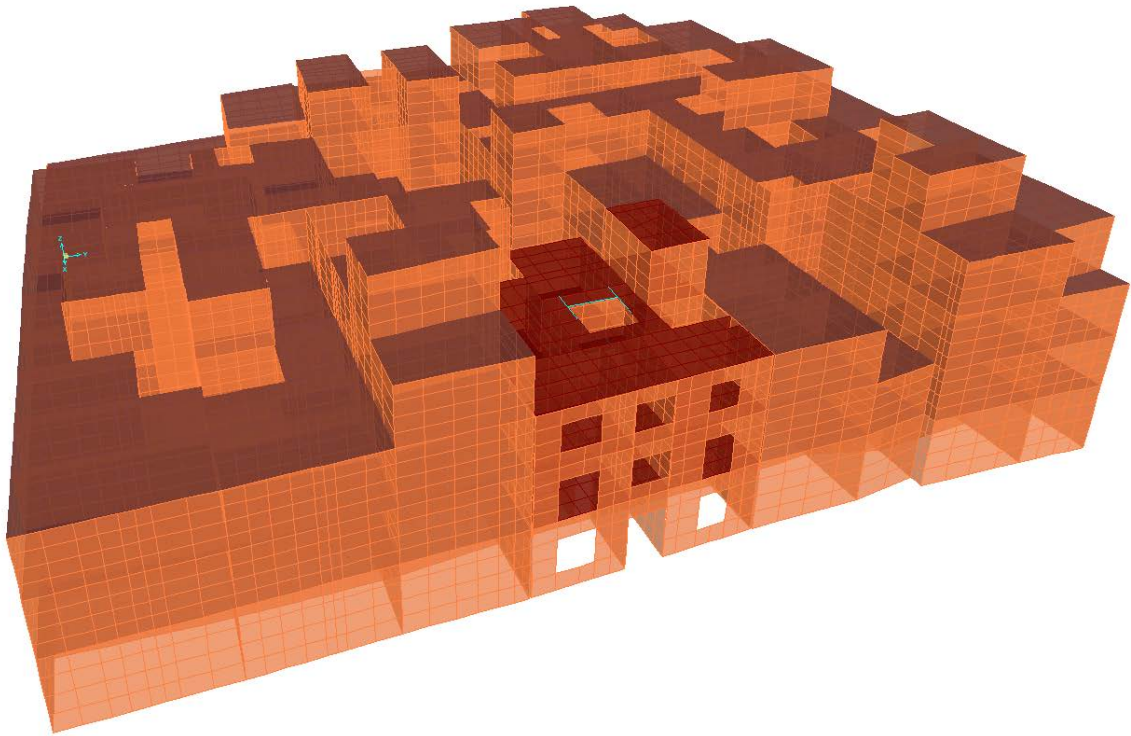


Figure 8. *3D presentation of the block FEM model.*

The walls have been disconnected from the floors, as the bearing walls has been disconnected from the shear wall. It is easy to simulate the efforts transfer between slabs and bearing walls, a disconnection between floor and shear wall or a cracks between walls. To do this, we have created constraints between nodes, which allow to define the kind of effort that is transmitted.

We have applied a two-foot section on the first two floors of bearing walls and a foot on the upper floors walls and on the entire shear wall.



Figure 9. *Floor constructed with wooden beams and planking.*

The floor has been discretized by assimilation to a flat slab. We have used a constant modifier for the longitudinal bending stiffness (M_{11}). In the several calculations, we have used modifiers to reduce transverse bending stiffness (M_{22}) and the floor stiffness to tangential stresses (F_{12}). In this way we can simulate slabs and one way slabs with or without a compression coat (Fig. 9).

Obviously, the diaphragm effect of the floor will affect the dynamic response of the building, as the numerous specific bibliography (Tena-Colunga & Abrams[11], [12]; Brignola, Pampanin & Podestà[13]–[15]), or international standards shows(ASCE/SEI 41-06 2007; FEMA 356 2000). In the case study we are dealing with, to simulate a floor constructed by joists and simple wooden planking (Fig. 8), we have used a value of 0.0025 for the F_{12} modifier. This value is a simplification of the results presented in (Brignola, Pampanin & Podestà[13]–[15]).

As we discussed above, some of the damages that can significantly modify the results of dynamic response are those that deconstruct the building, eg. cracks between bearing walls and shear walls, or disconnection between shear walls and flexible floor.

Of the various damages, we have selected those located on the first bay (Fig. 10). In this position and due to the positioning of the joists perpendicular to the facade, the stiffening effect of the block is obviously lower than the inner region.

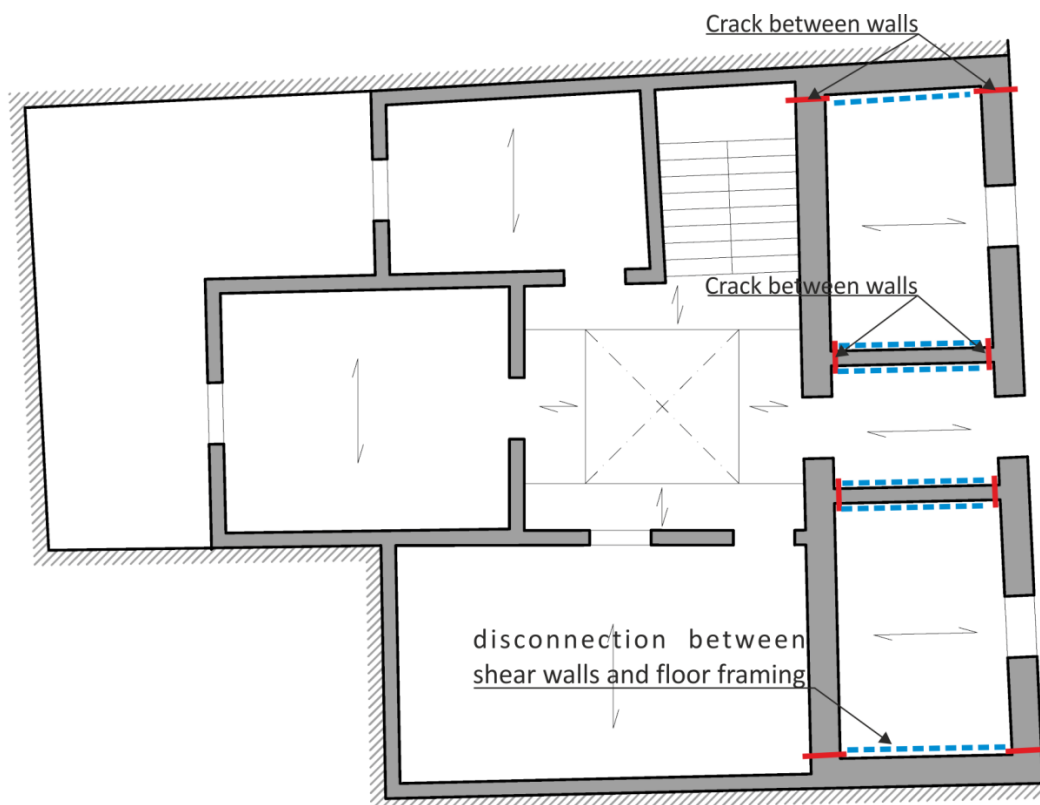


Figura 10. Esquema del edificio con indicación de las lesiones que se han introducido.

The purpose of this research project is to verify whether it is possible to diagnose the integrity of this kind of masonry structure by running simple dynamic tests at selected points of the building. To this end, we propose to compare the frequency/acceleration graphics obtained by FFT analysis

of the signal obtained by the accelerometers transducer, with the graph obtained in the FEM model.

Specifically, we propose to compare the FFT graph, with the results of a Steady State analysis. As described in Sap2000 user handbook[16] and exposes clearly Barret[17], This analysis calculates the dynamic response to a set of harmonically varying loads at specified frequency increments. It seeks the steady state response, thus assuming an indefinite harmonic loading and all transient response has died down.

SteadyState analysis was performed at a point on the roof of the building, near the north end of the facade, in two orthogonal directions, perpendicular to front (X direction) and parallel to front (Y direction).

So far the test program was completed for only 11 case studies. Half of them, with isolated building and the other half with the building included in the block. The type of floor framing, the inclusion or the omittance of the diaphragm effect, and the presence of various damages has been considered. Described below, in Table 1, the cases studied:

Tabla 1. Descripción de los casos analizados

<i>Caso</i>	<i>Descripción</i>
1	Isolated building with rigid floor. Without damages.
2	Clustered building with common party wall. Rigid floor. Without damages.
3	Isolated building with rigid floor. Cracks between bearing walls and shear walls.
4	Clustered building with common party wall. Rigid floor. Cracks between bearing walls and shear walls.
5	Isolated building with rigid floor disconnected from shear walls. Cracks between bearing walls ar shear walls.
6	Isolated building with flexible floor. Without damages.
7	Clustered building with common party wall. Flexible floor. Without damages.
8	Isolated building with flexible floor. Cracks between bearing walls and shear walls.
9	Isolated building with flexible floor disconnected from shear walls. Cracks between bearing walls and shear walls.
10	Clustered building with common party wall. Flexible floor. Cracks between bearing walls and she walls.
11	Clustered building with common party wall. Flexible floor disconnected from shear walls. Cracks between bearing walls and shear walls.

3. RESULTS

After calculating the 11 models by FEM software Sap2000, the dynamic response graphs, in the studied point and directions, has been obtained. The results can be better analyzed after being processed by Matlab, because we can overlay charts from different models.

First, we expose the graphs (fig. 11, 12, 13 and 14) corresponding to flexible floor cases.

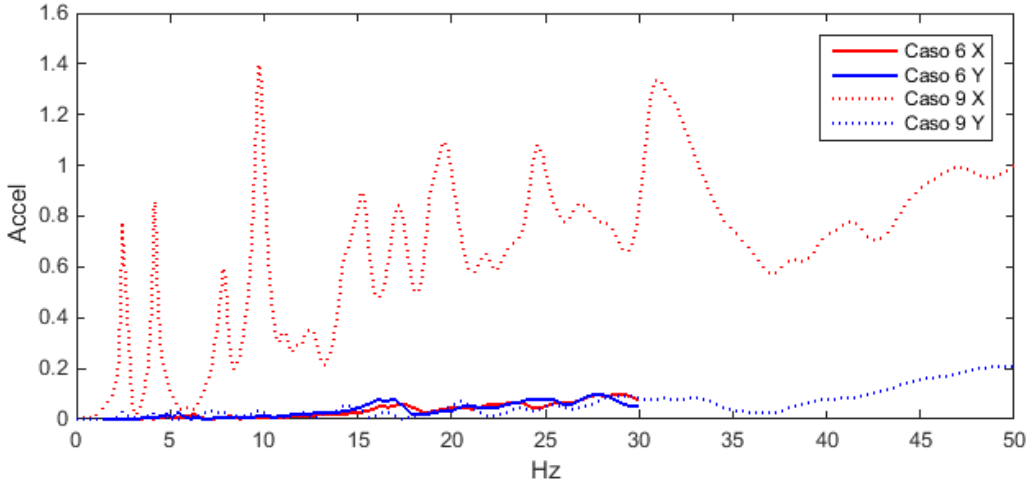


Figura 11. Dynamic response graph for the studied point. Case 6 (isolated building with flexible floor and without damages) and case 9 (isolated building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

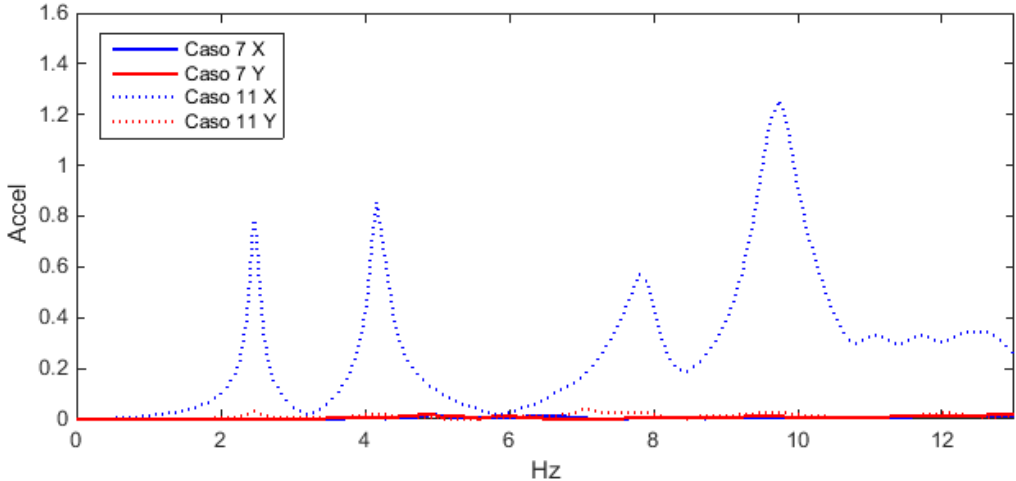


Figura 12. Dynamic response graph for the studied point. Case 7 (Clustered building with common party wall, flexible floor and without damages) and case 11 (clustered building with common party wall, flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

We found that when the floor only has a wood plank (without diaphragm effect) instead a compression layer, a significant difference in terms of scale appears on the curve corresponding to response in the X direction (perpendicular to facade). In Fig. 11, we can see the difference between case 6 (isolated building with flexible floor and without damages) and case 9 (isolated building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

In a similar study (Fig 12) including the block (cases 7 and 11), we can see that a great difference

appears again in X direction (perpendicular to facade).

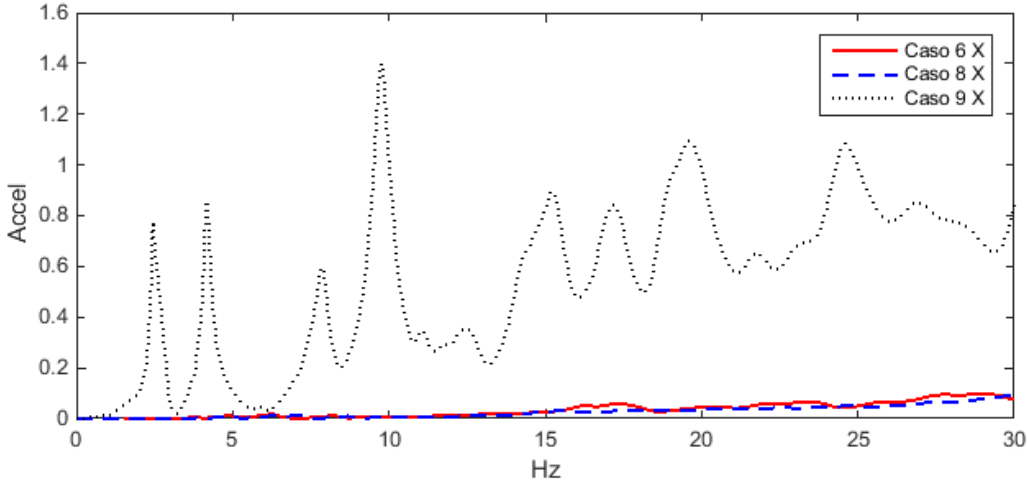


Figura 13. Dynamic response graph for the studied point. Case 6 (isolated building with flexible floor and without damages), case 8 (isolated building with flexible floor and crack between bearing walls and shear walls) and case 9 (isolated building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

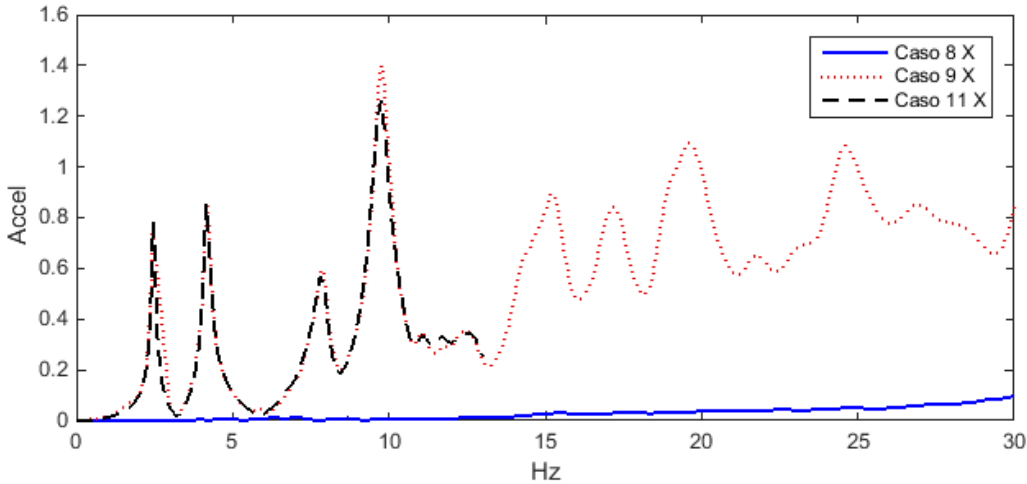


Figura 14. Dynamic response graph for the studied point. Case 8 (isolated building with flexible floor and crack between bearing walls and shear walls), 9 (isolated building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls) and 11 (clustered building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

In figure 13 we have focused on the response in the X direction (perpendicular to facade) and cases 6, 8 and 9 have been overlapped. We can see that the response of Case 8 (isolated building

with flexible floor and cracks between bearing walls and shear walls) is very similar to Case 6 (isolated building with flexible floor and without damages).

Moreover, in Fig. 14 we can see how the block (case 11) does not affect the dynamic response of the building. Curves 9 and 11 almost directly coincide.

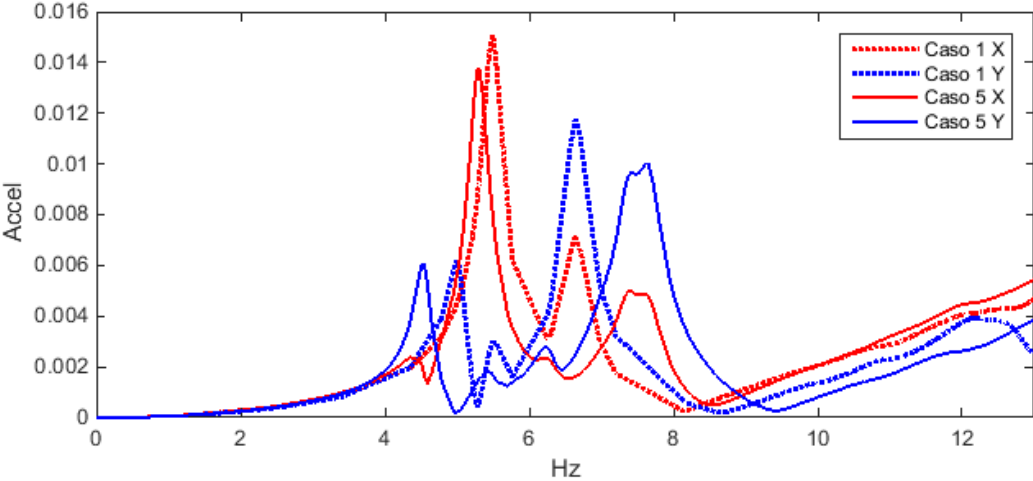


Figure 15. Dynamic response graph for the studied point. Case 1 (isolated building with rigid floor and without damages) and case 5 (isolated building with rigid floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

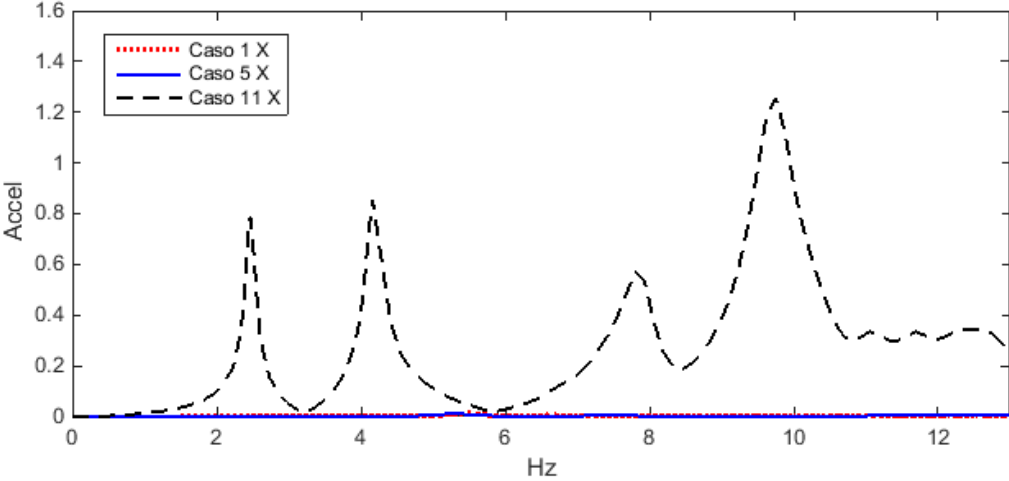


Figure 16. . Dynamic response graph for the studied point. Case 1 (isolated building with rigid floor and without damages), case 5 (isolated building with rigid floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls) and case 11 (clustered building with flexible floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls).

Fig. 15 corresponds to cases with a rigid floor frame (with diaphragm effect). In it, we find that the difference between Case 1 (isolated building with rigid floor and without damages) and Case 5 (isolated building with rigid floor disconnected from shear walls and cracks between bearing walls and shear walls) are quite subtle. We have changed the vertical scale (accel.) to tell the difference.

In fig. 16 we have superimposed case 11 on the graph of fig. 15, in order to see the difference between the rigid and flexible floor framing, when the floor is disconnected from shear wall

4. CONCLUSIONS

In the results presented in the previous section, we note that, in the case of buildings with a flexible floor disconnected from shear walls and with cracks between bearing walls and shared walls, the dynamic response perpendicular to the facade rise hugely. For this particular case, the block has little effect on the response in that direction, as shown in Figure 14.

However, when the floor is connected with shear walls, or when the floor framing is rigid, the change in the dynamic response is too weak to identify by few simple tests, as we can deduce from the figures 15 and 16. Therefore, in these cases, the block doesn't causes significant effects on the dynamic response of the building.

REFERENCES

- [1] F. Pérez Gálvez, C. Rodríguez Liñan, and A. Jaramillo Morilla, "Las obras de fábrica en la arquitectura doméstica sevillana de los siglos XVIII y XIX: características constructivas y parámetros resistentes," Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Departamento de Construcciones Arquitectónicas I, Sevilla, 2004.
- [2] F. Pérez-Gálvez, C. Rodríguez-Liñán, and P. Rubio, "Determinación de las características mecánicas de los muros de fábrica de ladrillo en la arquitectura doméstica sevillana de los siglos XVIII Y XIX," *Inf. la Construcción*, vol. 61, no. 514, pp. 19–28, Jun. 2009.
- [3] R. Huete Fuertes, A. Jaramillo-Morilla, C. Rodríguez-Liñán, V. Sanz Cuesta, and L. Suárez Samaniego, *Protocolo de inspección técnica de edificaciones ITE*. Sevilla, 2005.
- [4] E. Vázquez Vicente and J. M. Estero Tendero, "Análisis dinámico de edificios históricos. La espadaña de la Iglesia de Santa María de la Blanca, Sevilla," *Star Struct. Archit.*, vol. 9, 2004.
- [5] E. Vázquez Vicente, J. M. Estero Tendero, F. Escrig Pallarés, and J. Sánchez Sánchez, "Análisis dinámico de edificios antiguos. Una metodología para un caso concreto.," in *Master Erasmus*

- Mundus Peritacion Reparacion Edificios 2008-2013*, Sevilla. España: Starbooks, 2013, pp. 27–40.
- [6] L. Binda and A. Saisi, “Knowledge of the building, on site investigation and connected problems,” in *Eurocode 8 perspectives from the Italian Standpoint Workshop*, 2009, pp. 213–224.
- [7] L. Binda and A. Saisi, “Research on historic structures in seismic areas in Italy,” *Prog. Struct. Eng. Mater.*, vol. 7, no. 2, pp. 71–85, Apr. 2005.
- [8] F. da Porto, M. Munari, A. Prota, and C. Modena, “Analysis and repair of clustered buildings: Case study of a block in the historic city centre of L’Aquila (Central Italy),” *Constr. Build. Mater.*, vol. 38, pp. 1221–1237, Jan. 2013.
- [9] M. R. Valluzzi, “On the vulnerability of historical masonry structures: analysis and mitigation,” *Mater. Struct.*, vol. 40, no. 7, pp. 723–743, Oct. 2006.
- [10] M. R. Valluzzi, G. Cardani, L. Binda, and C. Modena, “Seismic vulnerability methods for masonry buildings in historical centres: validation and application for prediction analyses and intervention proposals,” in *13 th World Conference on Earthquake Engineering*, 2004, no. 2765.
- [11] A. Tena-Colunga, “Seismic Evaluation of Unreinforced Masonry Structures with Flexible Diaphragms,” *Earthq. Spectra*, vol. 8, no. 2, pp. 305–318, 1992.
- [12] A. Tena-Colunga and D. P. Abrams, “Seismic Behavior of Structures with Flexible Diaphragms,” *J. Struct. Eng.*, vol. 122, no. April, pp. 439–445, 1996.
- [13] M. Betti, L. Galano, and A. Vignoli, “Comparative analysis on the seismic behaviour of unreinforced masonry buildings with flexible diaphragms,” *Eng. Struct.*, vol. 61, pp. 195–208, Mar. 2014.
- [14] A. Brignola, S. Pampanin, and S. Podestà, “Experimental Evaluation of the In-Plane Stiffness of Timber Diaphragms,” *Earthq. Spectra*, vol. 28, no. 4, pp. 1687–1709, 2012.
- [15] A. Brignola, S. Pampanin, and S. Podestà, “Evaluation and control of the in-plane stiffness of Timber floor for the performance-based retrofit of URM buildings,” *Bull. New Zeal. Soc. Earthq. Eng.*, vol. 42, no. 3, pp. 204–221, 2009.
- [16] I. Computers and Structures, *CSI Analysis Reference Manual*, no. April. 2009.
- [17] A. R. Barrett, “Dynamic Testing of In-Situ Composite Floors and Evaluation of Vibration Serviceability Using the Finite Element Method (unpublished PhD. thesis),” Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.

Applying photoelasticity to masonry structures analysis

Mencías, David¹; García, Julián²; Magdalena, Fernando³

ABSTRACT

Photoelastic analysis is proposed to study the behaviour of discontinuous and orthotropic media subjected to loads. These media are considered to be a suitable model for certain types of materials such as dry masonry. A series of tests have been carried out on similar models previously proposed by other authors, to compare the results with two numerical simulation methods commonly used for this type of structures. The results show similarities in terms of irregularity in the distribution of stresses and differences in their dispersion degree. Hence, it appears that this is a phenomenon to consider for the local behavior of this type of structures and that the stiffness of the material plays an important role to be considered in further studies.

Keywords: masonry, walls, photoelasticity, blocky structures, fem analysis, stress fields

1. INTRODUCCIÓN

1.1. La fotoelasticidad aplicada al análisis estructural

La fotoelasticidad es un procedimiento clásico para medir deformaciones y tensiones. Desarrollada a principios del siglo XX, requiere, como cualquier procedimiento experimental, de una cierta metodología práctica (extremadamente sencilla, ya que apenas son necesarios algunos aparatos ópticos de coste moderado y un modelo en material fotosensible de la pieza a estudiar) pero ofrece datos de gran interés: permite establecer fácilmente patrones de esfuerzo, áreas de concentración de tensiones, entender el comportamiento general del elemento estudiado, servir como método didáctico muy directo,.... El progresivo avance de los métodos numéricos apoyados en medios computacionales, a partir de los años 60 del siglo pasado, no permitió su uso generalizado, aunque ha sobrevivido en algunos ámbitos muy concretos.

Esta técnica, más habitualmente empleada en el estudio de sistemas continuos, apenas se ha aplicado para el estudio de obras de fábrica y en algunas investigaciones, como la de Robert Mark para las secciones transversales de catedrales góticas, los modelos empleados obviaban la condición discontinua de las fábricas, así como su organización interna, más o menos ortótropa. Por ello se ha llevado a cabo un método de ensayo con la idea de identificar, al menos a nivel cualitativo, el efecto de la discontinuidad del material sobre las corrientes de tensiones de contacto provocados por las acciones exteriores impuestas. La realidad constructiva y la experiencia en intervención del

¹ Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). dameca@gmail.com (*Corresponding author*)

² Escuela Técnica Superior de Edificación de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). julian.garciam@upm.es

³ Escuela Técnica Superior de Edificación de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA). fernando.magdalena@upm.es

patrimonio existente, demuestra que en las estructuras de fábrica, tanto más importante que las propias piezas, es la junta entre ellas y en muchos casos no es posible anticiparse numéricamente a su comportamiento. En otros casos un acercamiento mediante las leyes de la aleatoriedad permite conocer un determinado conjunto de situaciones posibles de comportamiento, pero no las más probables.

1.2. Antecedentes de fotoelasticidad aplicada en fábricas

Para la obtención de estas representaciones fotoelásticas, los modelos ensayados se fabrican bien mediante planchas de resinas epoxídicas o bien mediante metacrilatos (ya se vayan a aplicar bajas o altas cargas, respectivamente) a las que se realizan una serie de cortes, que reproducen la labra o los bloques de ladrillos. Debido a la propiedad óptica de la birrefringencia y empleando el polariscopio, al aplicar las cargas exteriores, es posible obtener imágenes muy explícitas del comportamiento de la estructura.

Los ensayos fotoelásticos resultan de probada utilidad en la visualización (y eventualmente de medición) de tensiones en medios discontinuos permitiendo visualizar el carácter anisótropo de la respuesta del material por la formación de corrientes de tensión. En medios discontinuos más organizados, como las fábricas, los ejemplos de su utilización son más recientes y más escasos.

La referencia más notable en la aplicación de esta técnica al análisis de estructura son los trabajos encabezados por Davide Bigoni (Bigoni et al. [1]), que analiza un modelo de 187 piezas de 20x10x6 mm de diferentes materiales como PC, PSM-9 o PMMA que conforman un paño de dimensiones totales 230x180x6 mm. En el trabajo que aquí se describe, se ha partido del mismo modelo a pesar de emplear técnicas y aproximaciones diferentes, que permite establecer, las semejanzas y diferencias que se comentarán posteriormente.

1.3. Comparación de métodos de análisis

Otro de los objetivos planteados en este trabajo es comparar los resultados de los ensayos fotoelásticos con otros métodos numéricos de análisis de fábrica más extendidos, para conocer el grado de aproximación entre ellos. Entre los métodos implementados está por un lado el análisis mediante bloques rígidos con condiciones de contacto aleatorias y por otro el método de los elementos finitos, con diferentes modelos ensayados.

2. ENSAYO FOTOELÁSTICO DE MODELO DE BLOQUES DE RESINA

La metodología empleada en este primer grupo de ensayos es la propia del análisis fotoelástico, llevada al estudio de la distribución de tensiones en medios discontinuos: en este caso, una fábrica en seco. La fotoelasticidad es considerada una técnica apropiada para el estudio de medios continuos, si bien diversos trabajos de otros autores (Bigoni et al. [2]) la han empleado ya para el análisis de fábricas.

2.1. Modelo. Materiales y condiciones de ensayo

El modelo físico es similar, en lo posible, tanto al empleado en los ensayos referencia como a los modelos matemáticos descritos en los apartados que siguen. Es, en esencia, un modelo compuesto por un conjunto de sólidos, en este caso bloques de resina, dispuestos en contacto seco y directo.

El material empleado es uno de los más habituales en ensayos fotoelásticos, una resina epoxídica de dos componentes polimerizada a temperatura ambiente. La base es una variante comercial de la epiclorohidrina; el agente endurecedor, un monómero tipo BPA. La resina curada resultante es un producto transparente, con matices amarillentos, para el que pueden estimarse una resistencias a compresión, tracción y flexión de 580, 460 y 570 kg/cm² respectivamente, y un coeficiente de contracción lineal del 0,1%. El material se ha mezclado y colado en moldes de vidrio, produciendo placas planas de un centímetro de espesor. Éstas se han cortado después con una cortadora laser estándar. El corte se ha realizado combinando una alta potencia (150 W), para que el haz de laser atravesase por completo la placa, con una velocidad media-baja del brazo (0,01 m/s), para evitar el quemado de la resina.

Los diferentes bloques se han montado en su posición de ensayo dentro de una caja de confinamiento de PMMA (Polimetil metacrilato de anilo). La caja se ha diseñado como un conjunto de placas y cercos que permita ensayar modelos planos de hasta 200 x 300 mm en posiciones vertical y horizontal. Las caras principales limitan frontalmente la tendencia al pandeo de los modelos; los cercos laterales pueden, cuando es necesario, contener los empujes, aunque ésta no ha sido la intención de los ensayos que se detallan a continuación. En las caras anterior y posterior de la caja de confinamiento se han añadido dos filtros polarizadores de polivinilo alcohol-iodino sin distorsión de color y de alta eficiencia de polarización (puede estimarse una transmisión cruzada de 0.002 a 570 nm), convirtiendo al conjunto, de facto, en un polariscopio diseñado específicamente para ensayos a compresión de modelos de bloques a pequeña escala.

2.2. Implementación

Se han realizado diferentes ensayos fotoelásticos. En todos ellos se solicitaron a compresión, dentro de la caja de confinamiento descrita, distintas piezas de resina epoxídica. La compresión se ejerció con medios mecánicos convencionales, empleando diversas piezas interpuestas de PMMA y, como durmiente, un pequeño bloque de resina, de 20x10x10mm. Los ensayos realizados son de carácter cualitativo, no cuantitativo (esto es: pretenden dar una idea de los rangos de distribución de las tensiones, no de su intensidad) por lo que los valores absolutos de cargas y tensiones internas no son relevantes. No obstante, puede estimarse una Q puntual de 100 N aplicada sobre durmiente, una tensión en las piezas más solicitadas de 0,5 N/mm² y una tensión media en la base de 0,09 N/mm².

El primer ensayo (Fig. 1a) se realizó sobre una pieza única, continua, de 180x220x10mm. La intención de este acercamiento inicial era la de confirmar las propiedades teóricas de material, ya que, al tratarse de productos obtenidos por colada, las irregularidades internas podían distorsionar, en alguna medida, el resto de los ensayos. El resultado, como puede observarse, se ajusta a los parámetros habituales para las resinas empleadas en el estudio de medios continuos: el bulbo de presiones que se manifiesta como efecto de la compresión ejercida es razonablemente simétrico; se aprecian líneas isocromáticas coherentes con los valores resistentes del material, antes

mencionados; y se puede estimar que la deformación obtenida es coherente con el módulo de elasticidad previsto.

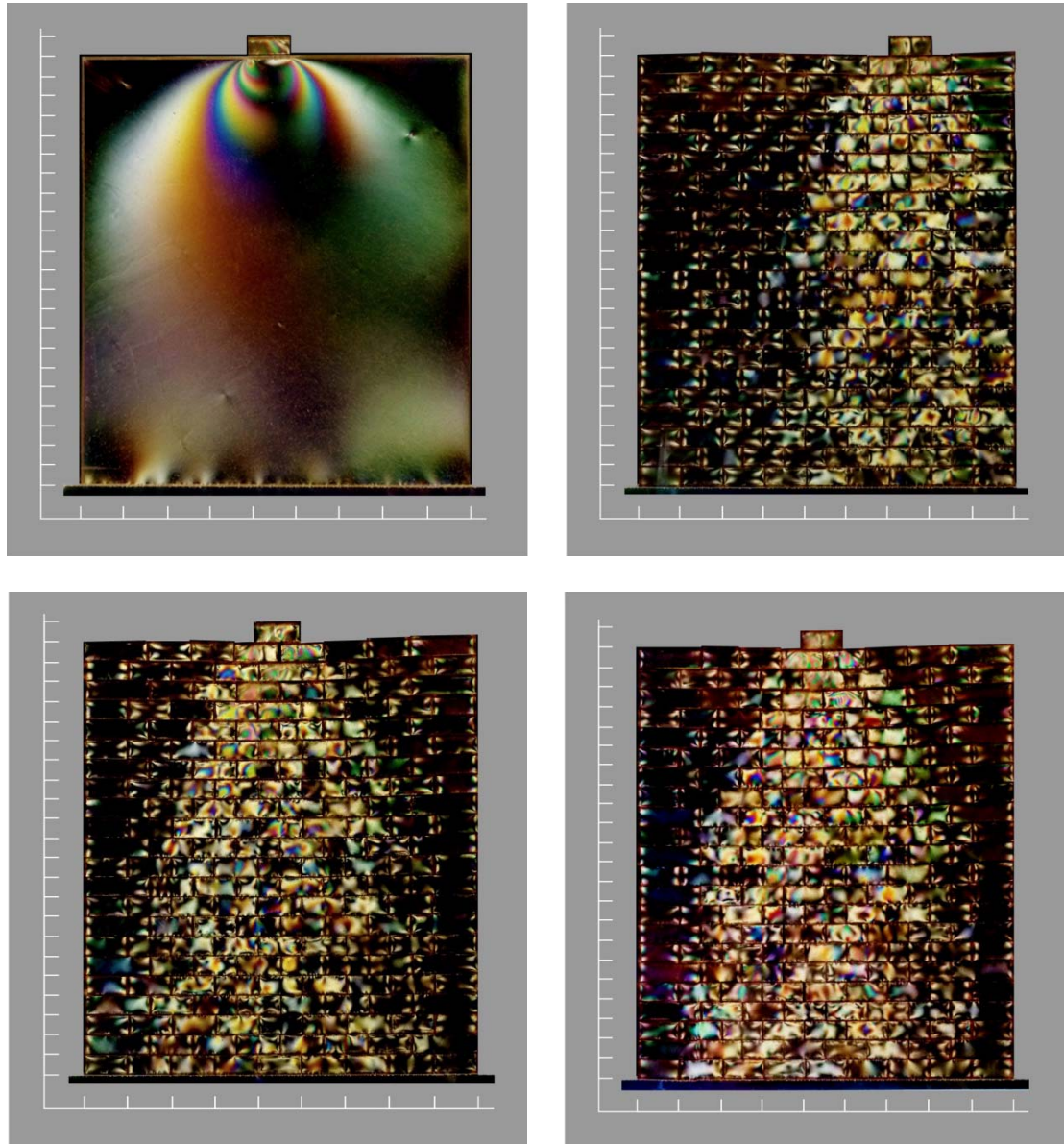


Figura 1a. Resultados obtenidos en el ensayo de una muestra continua. **Figuras 1b, 1c y 1d.** Resultados obtenidos en tres de los casos estudiados con modelos de bloques.

Los ensayos posteriores (Fig. 1b, 1c y 1d) se realizaron sobre un modelo cuya geometría replica la de una fábrica de bloque construida con un aparejo a soga convencional, en una disposición idéntica a la de los modelos matemáticos que se detallan en los apartados siguientes. Para ello se emplearon los pequeños bloques de 20x10x10 y 30x10x10 mm dispuestos en un conjunto de 180 mm de ancho por 220 de altura. Fueron necesarios 187 de estos bloques. Se realizaron 14 ensayos de este tipo, reordenando en todos los casos los 187 bloques de forma aleatoria.

2.3. Resultados

Se registraron fotográficamente los diferentes ensayos descritos, obteniendo diferentes patrones de irisación de los modelos ensayados. Como ya se ha dicho, la intención de estos registros es la de estudiar la relevancia de la aleatoriedad en la transmisión de esfuerzos. Ya el primer modelo (Fig. 1a) permite apreciar que, como sucede en la realidad, la superficie de contacto entre los bloques es imperfecta, lo que provoca una distribución aleatoria de los puntos de aplicación de las fuerzas de contacto. Esto es notable en las líneas isocromas del modelo: en la zona de la izquierda pueden observarse hasta cinco bulbos isocromas, mientras que apenas se manifiestan cuatro bajo el apoyo derecho del durmiente.

Ésta irregularidad se pone de manifiesto, en los ensayos de bloques colocados a hueso, en las amplias zonas sin carga y las corrientes de fuerzas que muestran los registros fotográficos. Comparando las figuras adjuntas puede observarse no solo la existencia de estas zonas sin carga, claramente visibles (Fig. 1b, 1c y 1d) sino su variabilidad, en tamaño y posición, en los distintos ensayos. Lo mismo puede decirse del grado de dispersión de las corrientes de tensiones, extremadamente concentradas en puntos concretos y variables debido en gran medida a la aleatoriedad en la sucesión de contactos. Este tipo de irregularidades en la distribución de las tensiones puede tener un efecto significativo en el comportamiento del muro a nivel local.

3. MODELO DE BLOQUES RÍGIDOS CON CONDICIONES DE CONTACTO ALEATORIAS

El método propuesto se encuadra entre los que Roca et al. [2], en su reciente revisión de métodos aplicables al estudio de las construcciones históricas de fábrica, clasifican como "**Advanced Computer Developments Based on Limit Analysis: Analysis of Blocky Structures**".

3.1. Modelo

Se emplea un modelo compuesto por un conjunto de sólidos rígidos en contacto unilateral, seco y directo, con rozamiento finito (Fig. 2). Se asume que la superficie de contacto entre los bloques es imperfecta y que esto provoca una distribución aleatoria de los puntos de aplicación de las fuerzas de contacto.

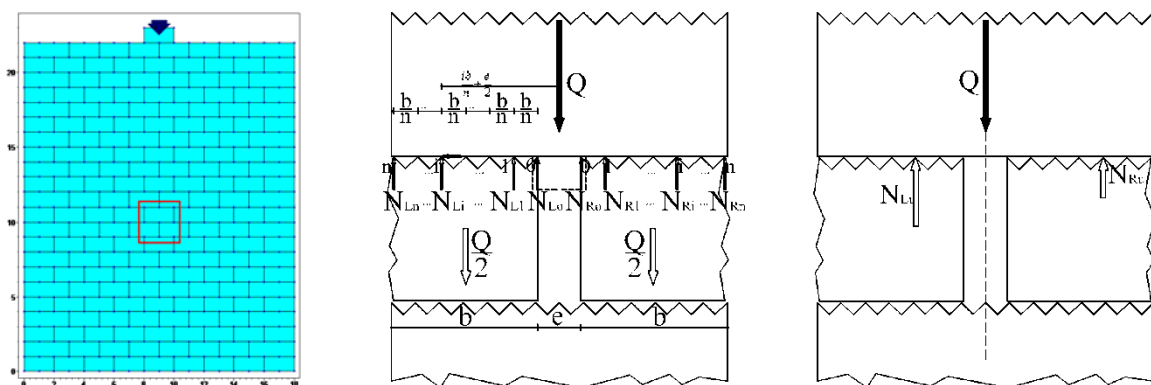


Figura 2. El modelo y su elemento básico constituyente: el contacto aleatorio en las superficies de contacto.

Tal tipo de modelo ignora la deformabilidad del material, y sus consecuencias sobre la distribución de tensiones, y resalta su carácter discontinuo. Trata de representar un material con resistencia a compresión muy superior a las compresiones a las cuales está sometido y escasa o nula resistencia a tracción.

No considerar la aportación de la resistencia a tracción del material de la junta está del lado de la seguridad. Un modelo de estas características es adecuado para un análisis simplificado de las construcciones históricas de fábrica, en las que no se dispone de un historial de los daños sufridos a lo largo del tiempo por dicho material y, en algunos casos, ni siquiera se tiene la seguridad de que éste exista en la actualidad.

3.2. Implementación

Dada la naturaleza elemental del problema en estudio su implementación es muy sencilla y consta de los siguientes pasos:

- 1) Se plantean las ecuaciones de equilibrio para cada uno de los bloques teniendo en cuenta que el contacto es unilateral y sólo se admiten tensiones de compresión en las superficies de contacto.
- 2) Se eligen aleatoriamente los puntos de aplicación de las fuerzas de contacto utilizando una distribución uniforme. Otro tipo de distribución sería posible pero dada la rigidez del material la uniforme se considera la más adecuada.
- 3) Se busca una solución de equilibrio factible para la fuerza externa aplicada utilizando Programación Lineal.
- 4) Si no se encuentra una solución factible, porque las condiciones de contacto añadidas han convertido el problema en sobredeterminado se rechaza.
- 5) Si se encuentra, ésta será una de las posibles soluciones buscadas.

Alternativamente, si el número de intentos que acaban en rechazo es demasiado alto, se puede optar por no determinar el punto de aplicación en todas las superficies de contacto. La Programación Lineal encontrará sin problemas una solución factible en el problema si éste está indeterminado. Esta segunda opción, aunque es mucho más eficaz en términos computacionales, puede producir un sesgo en los resultados.

3.3. Resultados

Dado que no se pretende realizar una comparación numérica con los otros métodos empleados, sino realizar tan sólo una comparación a nivel cualitativo con ellos, se incluyen a continuación (Fig. 3) tres casos bien diferenciados de entre los resultados obtenidos. Los trazos en rojo, en proporción a su anchura, representan las tensiones de contacto.

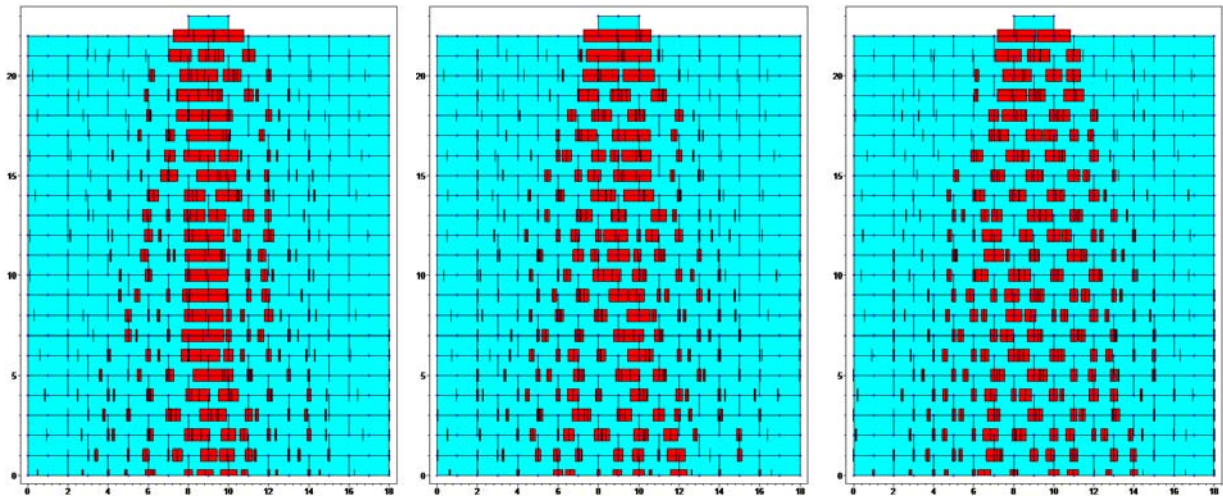


Figura 3. Resultados obtenidos en tres de los casos estudiados.

Se puede observar que debido a la aleatoriedad en los contactos, el grado de dispersión de las tensiones de contacto a lo ancho del modelo es muy variable. Cabe señalar que esta irregularidad en la distribución de las tensiones puede tener un efecto significativo en el comportamiento del muro a nivel local.

4. ANÁLISIS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El análisis que se describe a continuación tiene por objeto emplear el método de los elementos finitos para determinar las tensiones verticales producidas por una carga exterior y así servir para localizar el trazado de las cargas en el interior de un muro de fábrica, para lo que se emplea el software de análisis mediante el método de elementos finitos SAP2000 [3]. Con el fin de poder comparar con los ejemplos anteriormente descritos, el objetivo es determinar, mediante esta metodología, el “camino” que recorre las cargas en el interior de la fábrica en lugar de precisar las tensiones de cada uno de los bloques. Tampoco se tiene por objeto el describir las deformaciones, con lo que la caracterización del material no es de determinante en este análisis cualitativo.

4.1. Modelo

4.1.1. Modelo continuo (MC)

El modelo continuo que se analiza, denominado MC1, se configura mediante una malla de 71 x 87 elementos tipo “Shell - Thin” de espesor de constante de 10 mm y de dimensiones 2,5x2,5 mm. La placa analizada tiene, por tanto, unas dimensiones totales de 177,5 mm de ancho por 217,5 mm de alto. En la parte superior, con objeto de simular la aplicación de la carga de manera continua, se remata con un añadido de 17,5x10,0 mm, con el mismo mallado que el resto del modelo. Denominado por Baraldi et al. [4] como modelo continuo plano.

4.1.2. Modelo continuo con juntas verticales (MCV)

El segundo modelo se configura mediante la superposición de piezas básicas de 7 x 4 elementos tipo Shell – Thin” de las mismas características que los anteriores, que resulta en bloques rectangulares de 17,5 mm x 10,0 mm y en los extremos de las filas pares con piezas de “Shell – Thin” 27,5 mm x 10,0 mm, con el fin de cuadrar el rectángulo general. Con el objeto de simular la posibilidad de no

transmisión de tensiones horizontalmente entre las piezas, se han separado las mismas un módulo, es decir 2,5 mm. Asimismo se aplica la carga mediante una pieza superior de transición.

4.1.3. Modelo discontinuo con juntas verticales (MJ)

Partiendo de las mismas dimensiones totales y de piezas del ejemplo anterior, en este caso se ha permitido un espacio entre las juntas verticales del paso de malla, esto es, 2,5 mm. Para modelizar el contacto continuo a través de la junta, y como el objetivo es conocer el comportamiento tensional cualitativo en el interior de las piezas que representan los ladrillos, se han situado una serie de barras tipo "frame" de rigidez infinita, en comparación con el resto del modelo y longitud el mismo módulo de 2,5 mm que conectan los nodos inferiores de la malla con los superiores. Para permitir la transmisión exclusiva de axiles, se ha impedido la transmisión de otro tipo de sollicitaciones entre los ambos extremos de las barras.

4.1.4. Modelo discontinuo sin juntas (MD)

El presente modelo se diferencia del anterior exclusivamente en que se permite la transmisión de axiles horizontalmente, mediante la modelización de la junta vertical de la misma manera que en el modelo MJ se realiza la horizontal. Esto es, mediante la incorporación de barras horizontales que conectan los nodos entre los bloques de ladrillo.

4.1.5. Modelo discontinuo con apoyo aleatorio (MDA1, MD3, MDA1)

Para la realización el modelo discontinuo, se ha partido de la misma malla y dimensiones de bloques que en todos los ejemplos anteriores, así como del tamaño del paño de fábrica. Para poder comparar con los modelos de contacto aleatorio, se ha introducido esta condición, mediante un contacto único entre las posibles nodos, tal y como muestra la Fig. 4. Las barras se colocan verticalmente siguiendo un patrón aleatorio de contacto, de manera que, de entre los tres bloques que pueden estar en contacto, sólo sea uno, mediante dos barras verticales con el bloque inferior. Este patrón se toma a partir de los datos obtenidos por una hoja de cálculo que determina la posición aleatoria entre 3 en el caso de piezas centrales y de 7 en los extremos. Este modelo se denomina por Baraldi et al. [4] como modelo de elementos finitos heterogéneos (FEM Hetero) añadiendo la particularidad del contacto entre piezas de manera aleatoria.

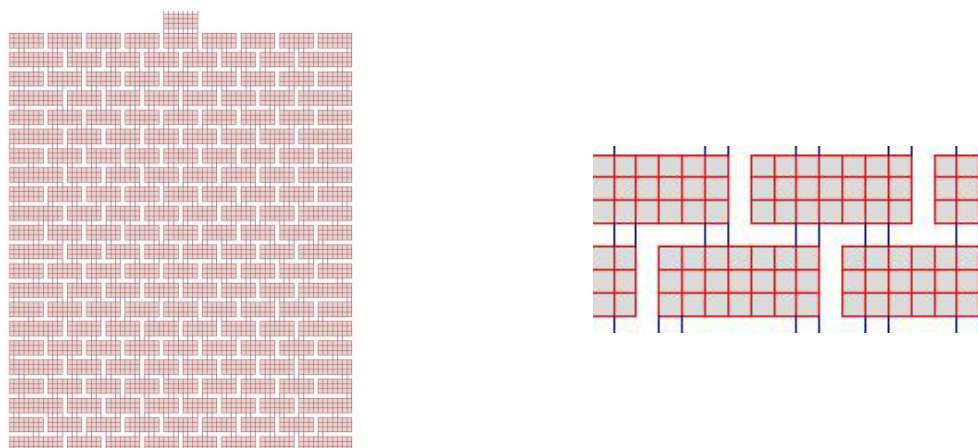


Figura 4. Descripción geométrica global y local de uno de los modelos analizados (MD3)

4.1.6. Material y coacciones.

Para la definición del material se han establecido los siguientes parámetros, obtenidos a partir de los trabajos de Narayanan et al. [5], que se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Caracterización del material para el análisis

Propiedad	Valor
	Fábrica de ladrillo
Peso específico	15 kN/m ³
Resistencia a compresión	4 N/mm ²
Resistencia a tracción	0.4 N/mm ²
Módulo de elasticidad	4.000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0,25

Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, el objetivo no es cuantificar las tensiones sino poder determinar el recorrido de las cargas, por lo que los valores mostrados en la Tabla 1, puede variarse sin modificarse sustancialmente los resultados, salvo en la relación peso propio – carga exterior, que habría que ponderarlo proporcionalmente.

En todos los modelos las coacciones se encuentran situadas en los vértices de la fila inferior y los apoyos empleados son de tipo rígido, quedando coartados todos los movimientos y giros. Asimismo tampoco se ha coartado lateralmente los modelos ensayados

4.1.7. Cargas y combinaciones de carga. Análisis

La carga aplicada tiene el valor de 1 N en el sentido negativo del eje Z, en cada uno de los 8 vértices del elemento superior. Con el objetivo de poder distinguir claramente las tensiones con origen en el peso propio de la fábrica y de las cargas exteriores, las tensiones se visualizan con una combinación de acciones de relación 250:1 entre las cargas exteriores y las cargas de peso propio. Se realiza un análisis plano, anulando las fuerzas en el eje Y, así como los giros en torno a los ejes X y Z. Se obtienen las tensiones S22, que corresponden son las tensiones principales en el eje Z.

4.2. Resultados

Como en los casos anteriores, como la intención es hacer un análisis cualitativo, no se han incluido los valores numéricos de tensiones pero sí los diagramas, que permiten conocer cómo se comporta en material. Para hacer más evidente y producir mayor contraste visual en la cuantificación de las tensiones se mostrado gráficamente un rango determinado, con el fin de destacar las tensiones a lo largo del eje vertical de la fábrica y reducir la importancia de la concentración de tensiones bajo los puntos de aplicación de la misma, visualizando un rango de tensiones entre los - 0.20 N/mm² y los 0 N/mm², en todos los modelos.

La Fig. 5 muestra los resultados del análisis para el MC ante peso propio Fig. 5a, carga exterior Fig. 5b y la combinación de ambas en el Fig. 5c. Asimismo se muestra el resultado de la combinación de acción exterior y peso propio para los modelos MCV en la Fig 6a, MJ en la Fig 6b, y MD en la Fig 6c. Por último se muestran las tensiones verticales de tres modelos de contacto aleatorio Fig. 7.

4.2.1. Modelo continuo (MC)

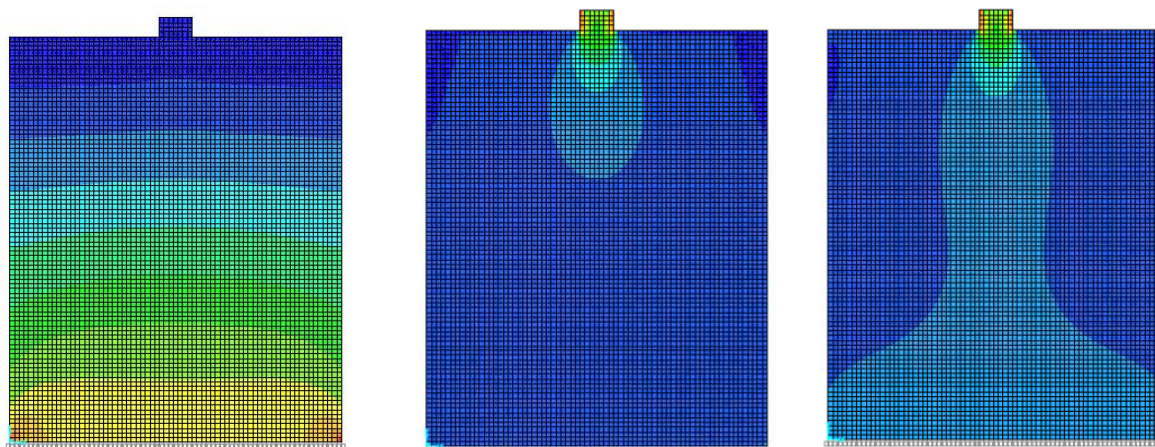


Figura 5. Resultados del análisis del MC: tensiones verticales

4.2.2. Modelos discontinuos MCV, MJ y MD.

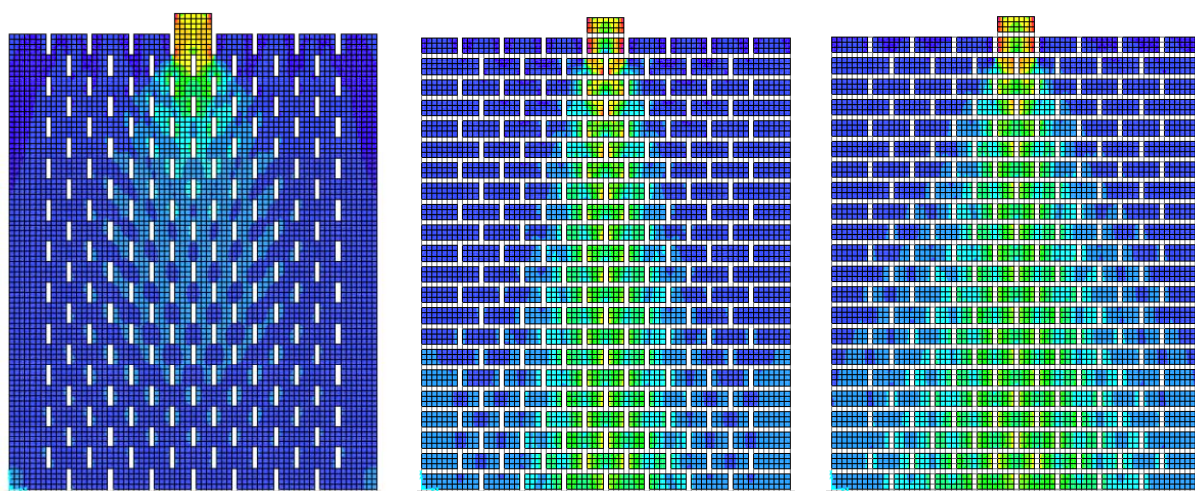


Figura 6. Resultados del análisis de los MCV, MJ y MD: tensiones verticales ante combinación de acciones

4.2.3. Modelo discontinuo con apoyos continuos (MDA1 – MDA2 – MDA3)

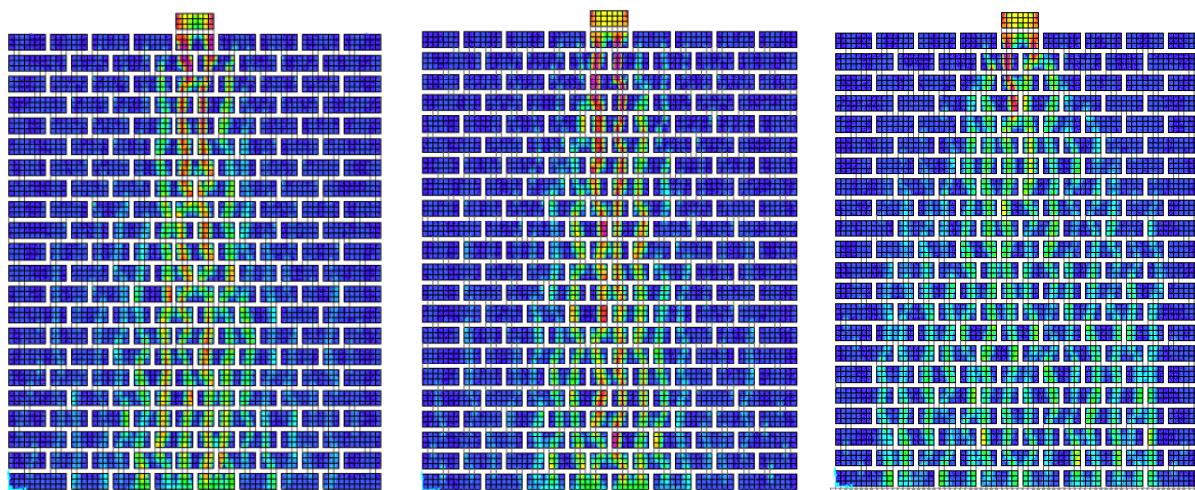


Figura 7. Resultados del análisis de los MCV, MJ y MD: tensiones verticales ante combinación de acciones

5. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

La comparación entre los resultados de los tres métodos planteados, y entre estos y los ensayos de referencia (Bigoni et al. [1]) permitirá establecer algunas conclusiones de interés. Antes, sin embargo, es necesario realizar algunas precisiones.

Por lo que respecta a los ensayos fotoelásticos incluidos en la presente comunicación hay que resaltar que se han realizado con un único material, una resina epoxídica, a diferencia de los acometidos por Bigoni y Noselli, para los que emplearon diferentes materiales fotosensibles. Los resultados obtenidos en nuestros ensayos son coherentes con los registros fotoelásticos de los ensayos de referencia; sin embargo, al emplear un único material nuestro rango de respuestas es más limitado. La intención de estos ensayos, en todo caso, ha sido la de comparar los resultados fotoelásticos, de carácter indicial, no con otros del mismo tipo, sino con diferentes modelos matemáticos.

También es importante notar que la resina empleada es un material elástico, lo que puede, en alguna medida, distorsionar los resultados. Así, el ángulo de apertura obtenido entre la superficie de aplicación de la fuerza y la reacción en la base es algo mayor, en casi todos los casos, al obtenido en los diferentes modelos matemáticos, lo que puede ser atribuible a la mayor rigidez de estos últimos.

6. CONCLUSIONES

El comportamiento global de una fábrica no se diferencia notablemente si se analiza como medio continuo o discontinuo. A nivel local, si se aprecian grandes diferencias si se considera un medio u otro, especialmente si se tienen en cuenta los contactos no conocidos, que pueden producirse entre unas piezas y otras, efectos que ocurren en muchos casos en fábricas históricas. La aparición de islotes de tensiones muy bajas o nulas dentro de la fábrica, tiene gran relevancia en el comportamiento a nivel local, pasando desapercibidas cuando se analiza globalmente.

El método fotoelástico de análisis de estructuras de fábrica ha demostrado su utilidad para visualizar las corrientes de fuerzas en el interior de los elementos constructivos permitiendo reparar en el comportamiento cualitativo de la fábrica.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor quiere agradecer a la Fundación Juanelo Turriano, el apoyo a este trabajo por medio de la concesión de la beca para la realización de la tesis doctoral.

REFERENCIAS

- [1] Bigoni, D. & Noselli, G. (2010). Localized stress percolation through dry masonry walls. Part I – Experiments & Part II - Modelling *European Journal of Mechanics A/Solids*, 29, 291–298 & 299–307.

- [2] Roca, P., Cervera, M. & Gariup, G. (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 299-325. doi:10.1007/s11831-010-9046-1.
- [3] SAP2000 Advanced 14.0.0 (2009). Programa de análisis estructural. Computers and Structures, Inc.,
- [4] Baraldi, D., Cecchi, A., Tralli, A. (2015). Continuous and discrete models for masonry like material: A critical comparative study. *European Journal of Mechanics A/Solids* 50 (2015) 39e58
- [5] Narayanan, S. P. & Sirajuddin, M. (2013). Properties of Brick Masonry for FE modeling. *Recent Advances in Structural Engineering RASE2013. American Journal of Engineering Research (AJER)*. 1, 06-11

Automatic counterfort retaining wall design by simulated annealing and extreme value estimation

Yepes, Víctor¹; Martí, José V.²

ABSTRACT

This paper focusses on the automatic design and cost minimization of reinforced concrete buttress earth-retaining walls using a Simulated Annealing (SA) algorithm and the Extreme Value Theory (EVT). The study involves a counterfort earth-retaining wall which measures 11.00 m in height, which includes 32 discrete design variables. An objective methodology based on the EVT and the bootstrap technique is used to determine the number of experimental tests required to provide a solution with user-defined accuracy as compared to a global optimum solution. Analysis of the results indicate that the local optima found by SA fits a three-parameter Weibull distribution so the estimated location parameter can be used as an estimation of the global minimum cost solution. The difference between the minimum value obtained after 1400 runs and the extreme value estimated was €16.11, a difference of just 0.62% compared to the theoretical minimum value.

Keywords: Optimization, reinforced concrete; Weibull distribution, extreme value theory, counterfort retaining walls.

1. INTRODUCCIÓN

Los muros de hormigón armado para el sostenimiento de rellenos de tierra constituyen una de las estructuras más comúnmente utilizadas en las obras civiles y en la edificación. El proyecto de estos elementos de contención constituye un problema de interacción entre el suelo y la estructura cuya finalidad consiste en retener un material de forma suficientemente segura y económica. Sin embargo, cuando la altura de un muro ménsula empieza a ser importante, el canto del alzado y por tanto, el volumen de hormigón requerido, empiezan a ser considerables. A partir de unos 8-10 m de altura, los muros con contrafuertes compiten económicamente con los muros ménsula, a pesar de que el ferrallado, el encofrado, el hormigonado y el relleno de tierras sea más complejo.

La pantalla de estos muros resiste los empujes del terreno trabajando como una losa continua apoyada en los contrafuertes. Los contrafuertes suelen situarse en la zona del trasdós, pues en ella la losa frontal funciona como cabeza de una sección en T para resistir los momentos flectores producidos por los empujes [1]. La opción de contrafuertes en el intradós, además, presenta un claro inconveniente estético. Las aplicaciones de esta estructura son muy diversas. Son abundantes en obra

¹ ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil. Universitat Politècnica de València (España). vyepesp@cst.upv.es (Corresponding author)

² ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil. Universitat Politècnica de València (España). jvmartia@cst.upv.es

civil para pasos superiores e inferiores de carreteras, o como muros de contención de taludes. Otras aplicaciones se tienen en obras de ferrocarril, como estribos de pasos a distinto nivel, muros de contención de taludes o de la plataforma ferroviaria, etc. Además, es un ejemplo de estructura muy empleada en la industria de la prefabricación.

El método empleado habitualmente en el proyecto de estructuras requiere la validación de un diseño inicial que se modifica sucesivamente hasta cumplir con todas las condiciones requeridas; y cuya mejora posterior depende de la experiencia del proyectista. Este procedimiento es el utilizado habitualmente en el proyecto de muros, si bien el empleo de reglas prácticas o tablas ha facilitado el predimensionamiento estructural (ver Figura 1). Es frecuente disponer juntas de dilatación cada tres o cuatro vanos, y para que los momentos de la losa en su apoyo en los contrafuertes debidos a la flexión horizontal de la misma sean iguales, se dispone una luz entre contrafuertes en los vanos de junta del orden de 0,82 veces la separación entre contrafuertes [1]. Sin embargo, aún con buenas fórmulas de dimensionamiento previo, es posible realizar una optimización estructural que reduzca los costes sin comprometer los estados límite ni las restricciones a los que está sometida la estructura.

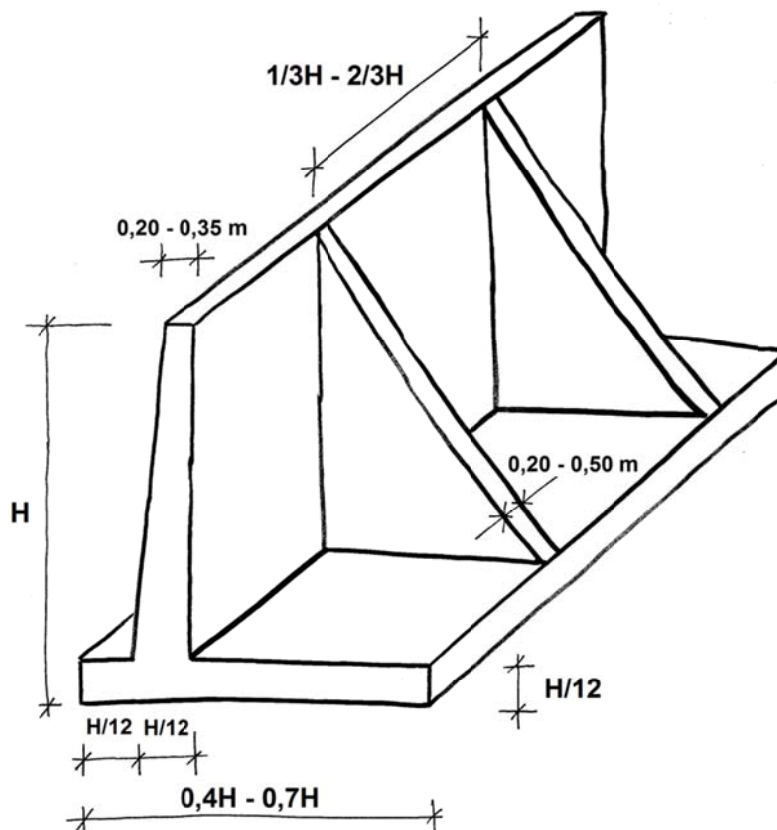


Figura 1. Predimensionamiento habitual en un muro de contrafuertes.

Si bien las primeras aportaciones en el diseño de mínimo peso de estructuras metálicas empiezan en el siglo XIX con Maxwell y Levy, y a comienzos del siglo XX, con Mitchell, es con la aparición de medios informáticos baratos y masivos cuando estas técnicas se emplean de forma habitual en las ciencias, las ingenierías y los negocios [2]. Al principio se trataba de procedimientos de optimización matemática exacta, pero pronto se comprobó la limitación de estos métodos a problemas de pocas

variables, al crecer el tiempo de ćculo de forma exponencial con la dimensi3n del problema. Sin embargo, es posible utilizar en el ́mbito de la optimizaci3n estructural t́cnicas aproximadas de optimizaci3n heurística, que proporcionan buenas soluciones en tiempos de ćculo razonables. Este grupo de t́cnicas comprende procedimientos basados en procesos f́sicos o bioinspirados, tales como los algoritmos genéticos [3], el recocido simulado [4], las colonias de hormigas [5] o las nubes de part́culas [6], entre otros. Cohn y Dinovitzer [7] tras revisar los ḿtodos empleados en la optimizaci3n de estructuras destacan el vacío existente entre los estudios te3ricos y las aplicaciones reales, indicando además que numerosos estudios se han centrado en las estructuras de acero mientras que una porci3n muy pequeña de estos se ha ocupado del hormig3n estructural.

Tanto los primeros trabajos de optimizaci3n de las estructuras de hormig3n [8] como gran parte de los estudios posteriores, han empleado los algoritmos evolutivos. Una revisi3n de la aplicaci3n de este tipo de algoritmos al diseño estructural puede consultarse en el trabajo de Kicinger et al. [9]. Sin embargo, nuestro grupo de investigaci3n ha presentado recientemente trabajos tanto con t́cnicas evolutivas [10,11], como no evolutivas [12-21], donde se han optimizado estructuras de hormig3n armado y pretensado. En particular, se han optimizado econ3micamente y desde el punto de vista de las emisiones de CO₂ muros ménsula de contenci3n de tierras [22,23].

Este tipo de algoritmos, debido a que incluyen un gran ńmero de decisiones aleatorias, alcanzan un resultado distinto en cada ejecuci3n. Aś, un problema aadido radica en determinar las veces que el algoritmo se debería ejecutar para que la mejor soluci3n obtenida tuviera una calidad suficiente. Además, sería de gran interés conocer lo alejada que se encuentra dicha soluci3n del 3ptimo global del problema. Ello supone encontrar un criterio objetivo de parada para un algoritmo multiarranque que conciliase la calidad de la soluci3n con el tiempo de ćculo necesario para su obtenci3n. Si se acepta que el 3ptimo local encontrado por un algoritmo de b́squeda estocástico puede considerarse como una soluci3n extrema de una muestra aleatoria simple constituida por las soluciones visitadas, entonces se podría aplicar la teoría del valor extremo (Extreme Value Theory: EVT) para estimar el 3ptimo global del problema. El empleo de la EVT a los ḿtodos heurísticos ya ha sido descrita en trabajos preliminares como en McRoberts [24] y Golden et al. [25]. Giddings et al. [26] han realizado una revisi3n muy reciente de las t́cnicas de estimaci3n estadística de los 3ptimos en los problemas de optimizaci3n combinatoria.

En la comunicaci3n se describe una metodología que determina el ńmero de veces que un algoritmo heurístico debe reiniciarse para que el mejor resultado obtenido no difiera más de un umbral predeterminado respecto al valor te3rico obtenido mediante la EVT. Para ello, se ha desarrollado una aplicaci3n que diseña de forma automática y optimiza muros de contrafuertes empleados en la contenci3n de tierras, donde las dimensiones, los materiales y las armaduras de refuerzo son dadas de antemano y son variables discretas. Este m3dulo evalúa el coste de la soluci3n y comprueba que se cumplen con las restricciones impuestas por todos los estados ĺmite relevantes.

El art́culo se organiza de la siguiente forma: en la secci3n 2 se describe el problema de optimizaci3n, en la secci3n 3 se analiza la aplicabilidad de la distribuci3n de Weibull, los resultados se discuten en la secci3n 4, y por ́ltimo, en la secci3n 5 se recogen las conclusiones principales.

2. OPTIMIZACIÓN DEL COSTE DE LOS MUROS DE CONTRAFUERTE

El problema consiste en minimizar el coste de un muro de contrafuertes de hormigón armado, representado por la función objetivo F de la Eq. (1), de modo que satisfaga las restricciones formuladas en la Eq. (2).

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1, r} p_i \cdot m_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (2)$$

$$x_i \in (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq_i}) \quad (3)$$

Obsérvese que x_1, x_2, \dots, x_n son las variables de diseño del problema, que pueden tomar uno de los valores discretos indicados en la Eq. (3). La función objetivo es el coste por metro lineal de muro de contrafuertes definido en la Eq. (1), donde p_i son los precios unitarios (Tabla 1) mientras que m_i son las mediciones de las unidades de obra necesarias. La Eq. (2) indica las restricciones geométricas y de constructibilidad, así como todos los estados últimos y de servicio que la estructura ha de cumplir. El esfuerzo principal en computación se requiere para evaluar las restricciones impuestas por los estados límites. Es importante resaltar que en este trabajo no se aceptan soluciones que incumplan las condiciones impuestas por los estados límite.

Tabla 1. Precios unitarios de la función de coste

Unidad de obra	Coste (€)
m ² encofrado	23,31
kg acero B400	1,29
kg acero B500	1,31
m ³ relleno de tierras	4,81
m ³ hormigón HA-25	79,10
m ³ hormigón HA-30	82,71
m ³ hormigón HA-35	98,47
m ³ hormigón HA-40	106,50
m ³ hormigón HA-45	113,45
m ³ hormigón HA-50	119,40

Los costes unitarios incluyen los costes de la mano de obra, materiales, medios auxiliares y los costes indirectos. La unidad de excavación incluye los costes de las operaciones de excavación, carga, transporte a vertedero y hormigón de limpieza. El coste de los encofrados comprende su colocación, sujeción y la retirada tras el fraguado del hormigón. El coste de la ferralla incluye el material, su elaboración, su transporte a obra y su colocación. El coste del hormigón incluye los costes de los materiales, la fabricación, la colocación, el vibrado y el curado. Finalmente, la unidad de rellenos comprende la preparación del material, su transporte, el extendido por tongadas y la compactación. No se incluyen unidades comunes que sean independientes de la geometría del muro por no

introducir diferencias en la comparación de los costes de las diversas soluciones (drenajes, taludes de excavación y relleno, juntas, etc.).

2.1. Variables de diseño y parámetros

Cada solución queda completamente definida por 32 variables de diseño. Estas variables son discretas para facilitar la construcción efectiva de la estructura real optimizada. Las variables representan un número desorbitado de posibles soluciones, debido a la explosión combinatoria generada, que es del orden de $1,64 \cdot 10^{15}$, lo que justifica el uso de algoritmos heurísticos. Se incluyen entre ellas seis variables geométricas (Figuras 2 y 3), una variable que indica el tipo de hormigón, otra que indica el tipo de acero y 24 variables que indican la disposición del armado. El canto de la zapata oscila entre $H/20$ a $H/6$, con incrementos de 1 cm. El espesor del muro y de los contrafuertes, entre 25 y 224 cm, con incrementos de 1 cm. La puntera, entre 20 y 219 cm, con incrementos de 1 cm. El talón entre 20 y 619 cm, con incrementos de 1 cm. La distancia entre los contrafuertes, entre $H/4$ y $H/2$, con incrementos de 1 cm. Las variables que definen la resistencia característica de los hormigones varían entre 25 MPa a 50 MPa, en escalones de 5 MPa. Las armaduras pueden ser B400 o B500. Por último, son necesarias 24 variables para definir la disposición del armado (Figuras 4 y 5).

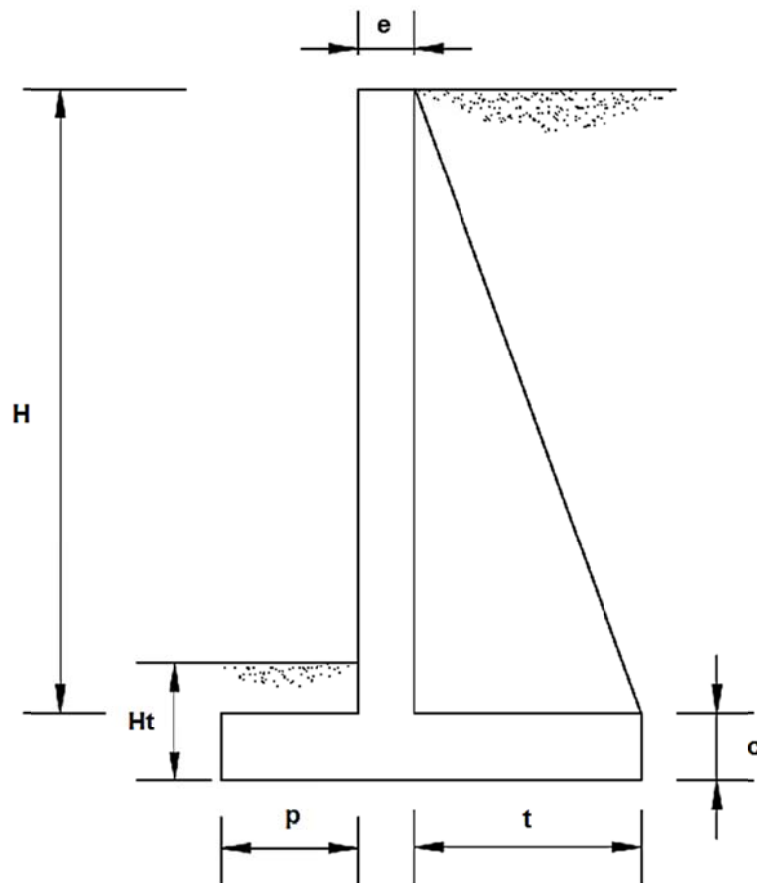


Figura 2. Variables geométricas (I).

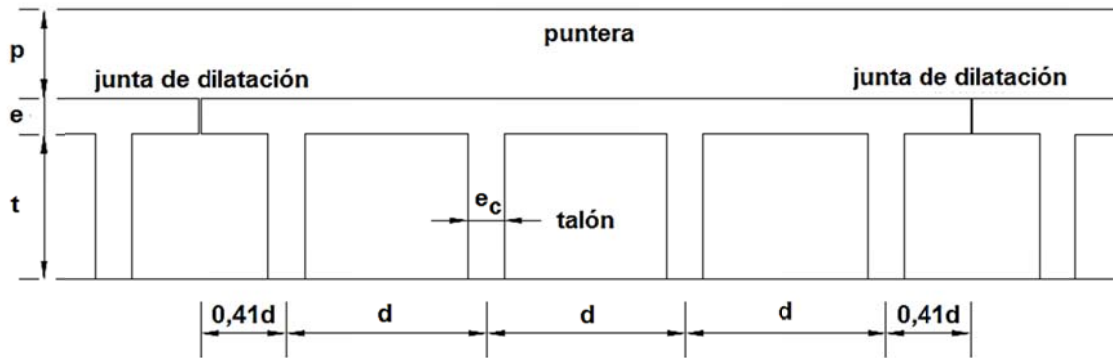


Figura 3. Variables geométricas (II).

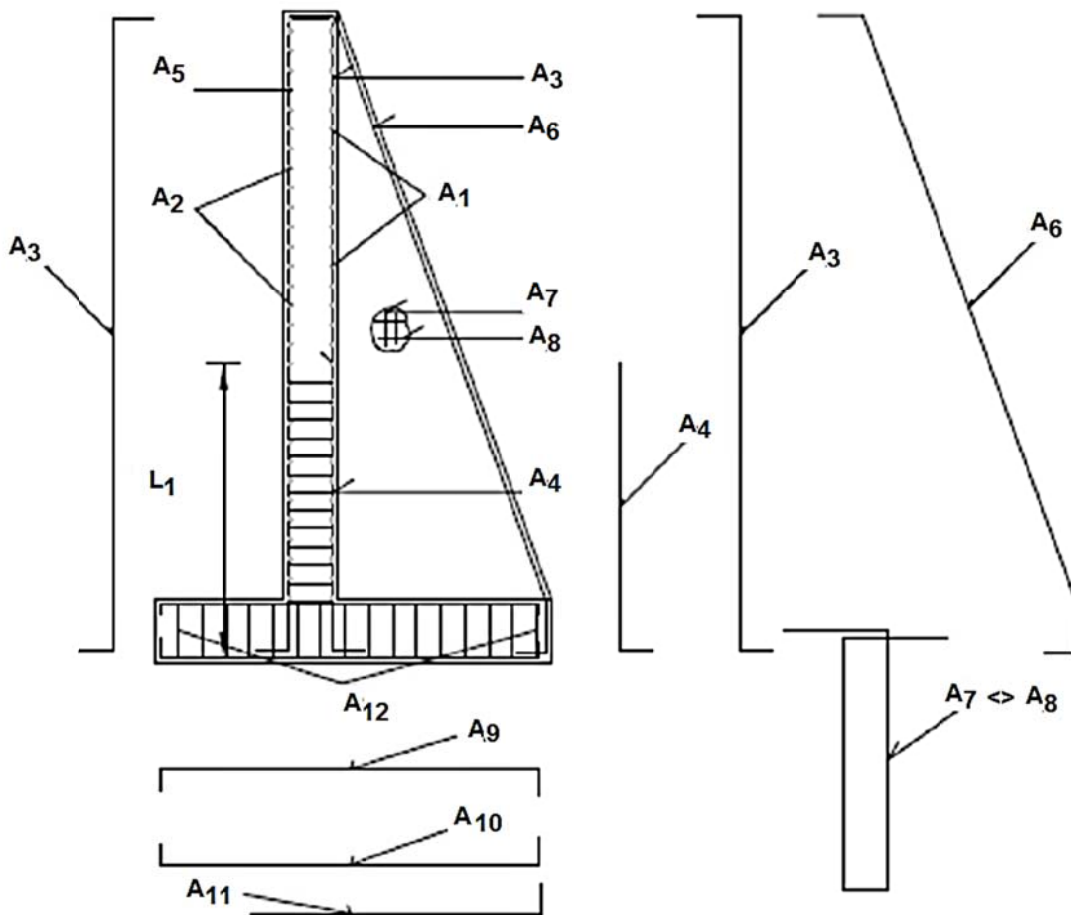


Figura 4. Variables de armado (I).

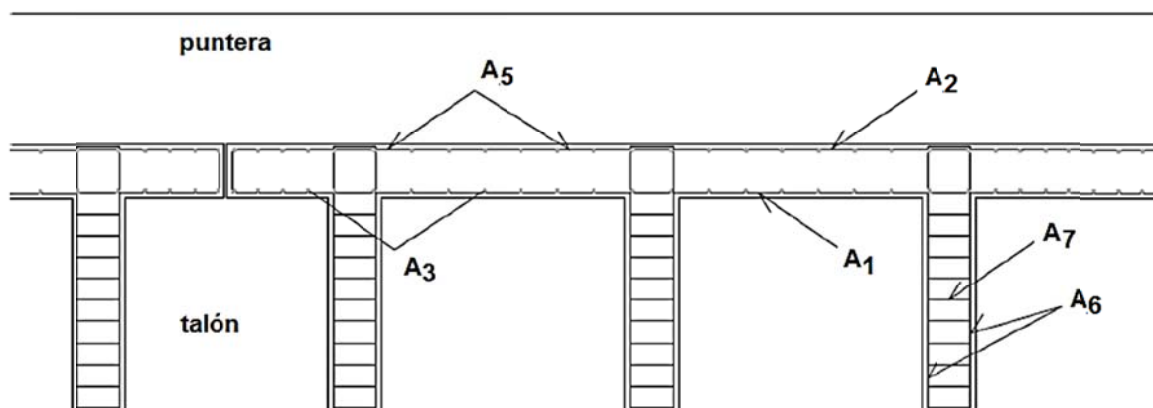


Figura 5. Variables de armado (II).

Los parámetros del análisis son las magnitudes fijas y que, por tanto, no son objeto de optimización. Son los valores geométricos, de carga, de coeficientes de seguridad y de exposición. La Tabla 2 resume los parámetros empleados.

Tabla 2. Parámetros del problema

Parámetros	Valores
Altura del alzado	11,00 m
Altura de tierras en puntera	0,50 m
Tensión admisible del terreno	0,30 N/mm ²
Ángulo de rozamiento interno del relleno	30º
Coefficiente de rozamiento zapata-suelo	20º
Peso específico del relleno	18,00 kN/m ³
Sobrecarga de coronación en el trasdós	10,00 kN/m ²
Coefficiente de seguridad al deslizamiento	1,50
Coefficiente de seguridad al vuelco	1,80
Coefficiente de seguridad del hormigón en estado límite último	1,50
Coefficiente de seguridad del acero en estado límite último	1,15
Nivel de control	normal
Tipo de exposición de la estructura	Ila

2.2. Restricciones estructurales

El artículo se centra en los muros de contrafuertes que contienen terraplenes de obras viarias. Tanto la estructura como el relleno del terraplén se ejecutan "in situ". La zapata presenta un plano horizontal de cimentación (sección constante) y no dispone de tacón. El espesor del alzado se mantiene constante. No se considera la posibilidad de un nivel freático actuando sobre el muro ni supresiones bajo la cimentación. Se admite que existe un terreno con capacidad portante suficiente. No se consideran las acciones sísmicas y sí una sobrecarga única repartida sobre la superficie de la coronación del trasdós en una longitud infinita. Estas hipótesis no modifican la metodología de la optimización presentada.

Cada combinación de las 32 variables que define una solución debe comprobarse para validar su diseño. El muro puede fallar por vuelco y deslizamiento, por agotamiento de la capacidad portante del terreno de cimentación y por fallos en el comportamiento estructural. No se consideran otro tipo de mecanismos de fallo como la rotura por deslizamiento profundo del terreno que dependerá de consideraciones geotécnicas que escapan a los objetivos del artículo. La magnitud de los empujes del terreno sobre el paramento que lo contiene depende de la deformabilidad de éste. En los muros el terreno ejerce sobre el alzado el denominado empuje activo, al tratarse de estructuras con suficiente deformabilidad. La obtención de estos empujes puede realizarse con el modelo de Coulomb admitiendo que el terreno es granular, suficientemente drenado y que la coronación del relleno es un plano. Por otra parte, en el terreno frente a la puntera se moviliza un empuje pasivo trapezoidal que actúa sobre el canto de la zapata, oponiéndose al movimiento de la estructura. Su evaluación se ha realizado según la teoría de Rankine para materiales granulares sin cohesión. La comprobación de las tensiones sobre el terreno de cimentación en condiciones de servicio se realiza considerando una distribución rectangular. Sin embargo, la incertidumbre en la determinación de ángulo de rozamiento interno del material de relleno puede provocar un incremento no despreciable del empuje sobre el muro. Se ha comprobado además, según propone Calavera [1], que un incremento del 50% en los empujes no supera en dos veces la presión admisible del terreno. La Eq. (2) representa las restricciones impuestas por las normas [27] para el diseño de este tipo de estructuras de hormigón e incluyen la comprobación de los estados límites últimos de flexión y cortante para la envolvente de esfuerzos originados. El cálculo de la estructura se ha realizado siguiendo las consideraciones recogidas por Calavera [1] y por la guía de cimentaciones en obras de carretera[28].

2.3. Algoritmo de recocido simulado

El algoritmo empleado en este estudio es el “recocido simulado” (*simulated annealing* –SA-). Kirkpatrick et al. [4] y Černý [29] propusieron de forma independiente esta técnica inspirándose en los trabajos sobre Mecánica Estadística de Metrópolis et al. [30]. El nombre “recocido” al que hace referencia el método es el proceso consistente en calentar y enfriar un material de manera controlada. La energía de un sistema termodinámico se compara con la función de coste evaluada para una solución admisible de un problema de optimización. Si existe un descenso suave de la temperatura, el metal adquirirá una estructura cristalina que corresponderá a un estado termodinámico de mínima energía. Si se enfría demasiado rápido, las moléculas pueden llegar a estados meta-estables, sin alcanzar configuraciones adecuadas. Este símil termodinámico es el que ha permitido el diseño de un algoritmo de optimización heurística, considerando que los estados alcanzados son cada una de las soluciones y que la energía es la función objetivo.

El criterio de aceptación de nuevas soluciones está gobernado por la expresión de Glauber [31] $1/(1+\exp(-\Delta E/T))$, donde ΔE es el incremento del coste y T es un parámetro denominado temperatura. El algoritmo comienza con una solución generada aleatoriamente y con una temperatura inicial elevada. La solución de trabajo inicial se modifica por un pequeño movimiento al azar de los valores de las variables. La nueva solución se comprueba en términos de coste, aceptándose algunas de mayor coste cuando un número aleatorio entre 0 y 1 es más pequeño que la expresión $\exp(-\Delta E/T)$. Dicha solución se comprueba estructuralmente, y si es factible se adopta como nueva solución. La temperatura inicial se reduce geoméricamente ($T=kT$) por medio de un coeficiente de enfriamiento k .

En cada paso de temperatura se ejecutan un número determinado de iteraciones denominado cadena de Markov. El algoritmo se detiene cuando la temperatura queda reducida a un porcentaje pequeño de la temperatura inicial γ , simultáneamente, no hay mejoras en un número consecutivo de cadenas de Markov. Este método, es capaz de sobrepasar óptimos locales en temperaturas de rango alto-medio para converger gradualmente cuando la temperatura se reduce a cero.

El método del SA requiere la calibración de la temperatura inicial, de la longitud de las cadenas de Markov y del coeficiente de enfriamiento. En este caso, la calibración para el problema del muro de contrafuertes de 11 m de altura, llevó a un coeficiente de enfriamiento de 0,95, una longitud de 50000 en la cadena de Markov y un movimiento de variación simultánea del 15% de las variables. La temperatura inicial se calcula siguiendo el método propuesto por Medina [32]. Como criterio de parada se eligió el cumplimiento de una reducción mínima del 10% de la temperatura inicial y seis cadenas sin mejora.

3. LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL

La función de distribución de Weibull puede expresarse como:

$$F_X(x_0) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x_0 - \gamma}{\eta}\right)^\beta\right\}, & x_0 > \gamma \\ 0, & x_0 \leq \gamma \end{cases} \quad (3)$$

con

$$\eta, \beta > 0 \quad (4)$$

donde γ es el parámetro de posición, η es el parámetro de escala y β es el parámetro de forma.

Esta función fue desarrollada por Weibull [33] para estimar el comportamiento tensional de los materiales. La función pertenece a la familia de distribuciones de valores extremos. Fisher y Tippett [34] demostraron que si se extraen muestras de tamaño m de una población cuyo valor extremo es γ , conforme crece el valor de m , la distribución formada por los valores extremos de dichas muestras tienden a una distribución Weibull de tres parámetros, donde γ es el parámetro de posición de la función.

La aplicación de esta función de distribución se basa en que el óptimo local alcanzado por el algoritmo constituye un mínimo respecto a un amplio conjunto de soluciones consideradas durante el proceso de búsqueda. La población de soluciones del problema de optimización considerado es extraordinariamente alto, pero finito, por lo que se asume que el espacio discreto de soluciones se aproxima suficientemente bien a esta distribución continua. Si es posible ajustar el conjunto de óptimos locales obtenidos mediante la heurística SA a una distribución Weibull, entonces el parámetro γ puede estimar el óptimo global del problema. Para ello, se va a utilizar una metodología

similar a la propuesta por nuestro grupo en la optimización de pórticos de edificación [35], bóvedas de pasos inferiores en carreteras [13] y estructuras realizadas con hormigón de muy alta resistencia [20].

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El algoritmo fue programado en MATLAB versión R2013a. Un ordenador personal con un procesador INTEL® Core TMi7 CPU X980 con 3,33 GHz necesitó alrededor de 17 minutos de media para procesar el algoritmo. La Figura 6 muestra el histograma obtenido para los 1400 óptimos locales encontrados con el algoritmo SA para el muro de contrafuertes de 11 m de altura. La descripción estadística de la muestra es la siguiente: los valores máximos y mínimos son 2697,86€ y 2610,71€, respectivamente; la media muestral vale 2642,48€, con un intervalo de confianza de $\pm 0,816\%$; la mediana vale 2642,04€. La desviación típica muestral es de 15,564€, mientras que la desviación entre la media y el mínimo apenas supera el 1,22%. La distribución es platicúrtica (coeficiente de curtosis de 0,148) y asimétrica negativa (coeficiente de asimetría de 0,426). El percentil del 5% vale 2618,39€.

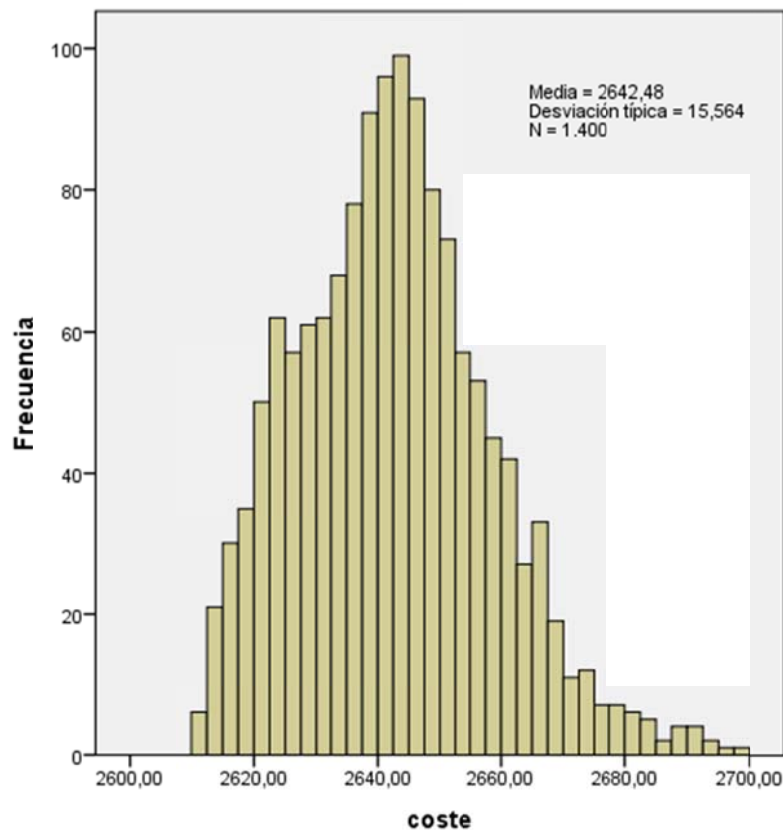


Figura 6. Histograma de 1400 óptimos locales obtenidos mediante el algoritmo SA.

En la Tabla 3 se han recogido los resultados del muro de menor coste encontrado. Se puede ver que el muro presenta un canto de zapata y de alzado que ligeramente inferior a $H/25$, lo cual representa mayor esbeltez que las fórmulas de predimensionamiento habituales de $H/12$. La separación entre contrafuertes es aproximadamente $H/2$, lo cual es coherente con el predimensionamiento habitual; también es coherente la longitud de la zapata, que es aproximadamente $2/3H$. En cuanto a los

materiales, se ha empleado el hormigón de menor resistencia característica posible, HA-25, y el acero el B500, que suele ser el elegido normalmente por su mejor capacidad frente al precio.

Tabla 3. Resultados del muro de contrafuertes de 11 m de menor coste

Resultado	Valor
Presupuesto	2610,71€/m
Canto de la zapata	0,81 m
Espesor del muro	0,47 m
Longitud de la puntera	0,43 m
Longitud del talón	6,15 m
Espesor del contrafuerte	0,25 m
Distancia entre contrafuertes	4,10 m
Tipo de hormigón	HA-25
Tipo de acero	B500
Volumen de hormigón	16,078 m ³ /m
Peso de acero	312,455 kg/m

A continuación vamos a comprobar que se puede aplicar la teoría del valor extremo a la muestra de soluciones obtenida. En primer lugar se debe verificar que no existen evidencias significativas de que la muestra de 1400 resultados obtenidos por SA procede de una distribución Weibull de tres parámetros; en segundo lugar, se debe comprobar que las 1400 soluciones de mínimo coste encontradas por el algoritmo SA son independientes (ver Fisher y Tippet [34]); por último, el coeficiente de correlación del ajuste de los resultados a la distribución debe ser suficientemente alto.

Para comprobar el ajuste a una distribución se pueden emplear pruebas no paramétricas como las de Kolmogorov-Smirnov y la de χ^2 de Pearson (ver, por ejemplo, Conover [36]), siempre que se asuma la independencia del muestreo. Se verifica que ambos estadísticos se encuentran muy por debajo del valor crítico correspondiente a un nivel de significación del 0,05. Por tanto, no existe razón para rechazar la hipótesis de pertenencia de la muestra a la distribución de Weibull.

Una de las premisas subyacentes en la teoría del valor extremo es la independencia de cada una de las muestras, es decir, que cada una de las soluciones obtenidas por el algoritmo SA debe ser independiente de las restantes. Este supuesto se basa en que el proceso de búsqueda del algoritmo SA se inicia desde una solución aleatoria. Para confirmar la independencia se ha empleado el contraste de rachas de Wald-Wolfowitz a las 1400 soluciones obtenidas siguiendo el orden en que aparecieron (ver, por ejemplo, Conover [36]). En nuestro caso, se comprueba que no es posible rechazar la hipótesis nula de que los resultados sean independientes. Los datos, pues, proceden de una muestra aleatoria.

Finalmente, se deben calcular los parámetros que mejor encajen con la muestra de 1400 resultados obtenidos por SA y cuantificar dicho ajuste. Pueden utilizarse distintos métodos de estimación como el método de los momentos, el de máxima verosimilitud, de mínimos cuadrados, etc. (ver Dannenbring [37], Golden et al. [25], Vasko y Wilson [38]). En este trabajo se ha manejado el software de ReliaSoft's Weibull++7 [39] para estimar los tres parámetros de la distribución de Weibull. Se han utilizado tanto los métodos de máxima verosimilitud como el de regresión en Y (de acuerdo con el

principio de mínimos cuadrados, que minimiza la distancia vertical entre los datos y la función de densidad de probabilidad), dando ambas estimaciones el valor de $\gamma = 2594,60\text{€}$ para el parámetro de posición. Esta magnitud constituye la estimación que la teoría del valor extremo proporciona para el óptimo global del problema en el caso de utilizar la heurística SA. El resto de parámetros obtenidos para la regresión en Y son $\eta = 52,9759$ y $\beta = 3,6641$. El coeficiente de correlación del ajuste es $\rho = 0,9863$, que es suficientemente alto para los resultados numéricos. La diferencia entre el mínimo obtenido por las 1400 ejecuciones y el parámetro estimado es de $16,11\text{€}$, apenas una diferencia del $0,62\%$ respecto al valor teórico. La diferencia detectada es lo suficientemente pequeña como para aceptar el óptimo local encontrado con el algoritmo SA desde el punto de vista del ingeniero estructural.

El número ejecuciones del algoritmo que debemos realizar tendría que asegurar que la diferencia entre el mínimo valor encontrado y el estimado por la distribución de probabilidad es inferior a un umbral previo. Sin embargo, la estimación del parámetro γ está sujeta a variabilidad, pues depende de la muestra empleada. Para analizar este hecho, se utiliza la metodología propuesta por Paya et al. [35] para obtener un intervalo de confianza para el parámetro γ . Del conjunto de 1400 soluciones se extraen 9 muestras con reemplazamiento de tamaño 5, 10, 25, 50, 100, 500 y 1000. En cada muestra se determina el valor de coste mínimo, C_{\min} , y se estima el parámetro γ de la distribución de Weibull correspondiente. En la Figura 7 se ha representado, el coste mínimo (C_{\min}) y los valores máximo (γ_{\max}) y mínimo (γ_{\min}) del parámetro de posición de las 9 muestras extraídas de un tamaño determinado.

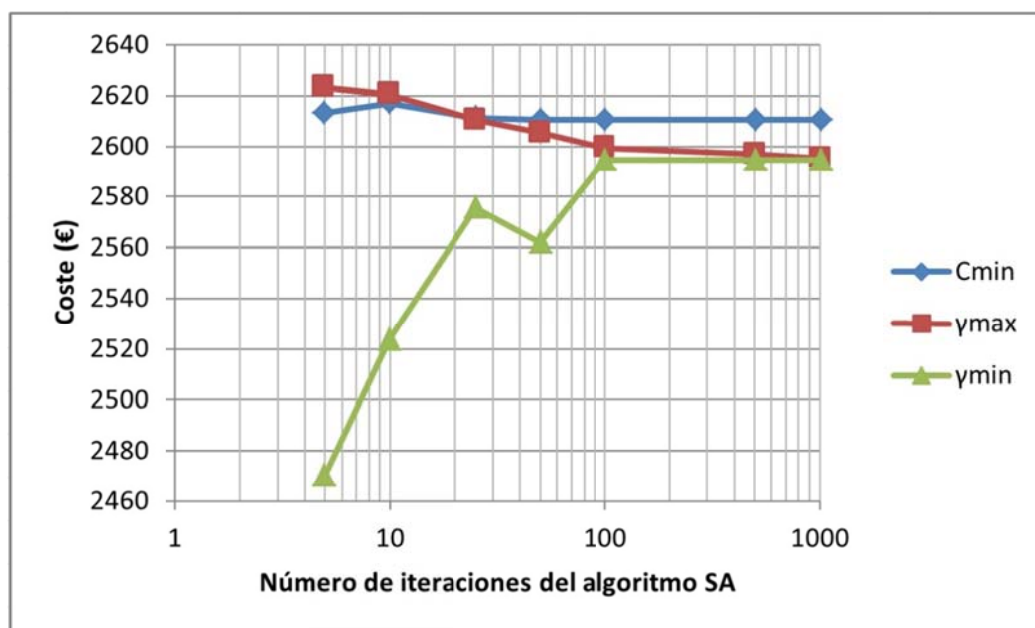


Figura 7. Coste mínimo y parámetros de posición estimados para 9 muestras extraídas con reemplazamiento.

En la Tabla 4 se evidencia que la variabilidad del parámetro de posición se puede estimar mediante la diferencia entre γ_{\max} y γ_{\min} . Este rango baja con el número de ejecuciones, así la diferencia relativa respecto a γ_{\min} pasa del $6,197\%$ para 5 ejecuciones, hasta un $0,019\%$ en el caso de 1000. Este descenso también se observa cuando se analiza la diferencia relativa entre el coste mínimo y el parámetro γ_{\min} estimado, disminuyendo del $5,808\%$ al $0,621\%$ cuando las ejecuciones suben de 5 a 1000,

respectivamente. También se advierte que, si bien la diferencia entre γ_{\max} y γ_{\min} baja consecutivamente, la divergencia entre C_{\min} y γ_{\min} se estabiliza a partir de las 100 ejecuciones.

Tabla 4. Coste mínimo y parámetros estimados para 9 muestras mediante extracción con reemplazamiento del conjunto de 1400 ejecuciones

Ejecuciones	C_{\min}	γ_{\max}	γ_{\min}
5	2613,42	2623,03	2469,96
10	2616,88	2620,46	2523,96
25	2611,24	2610,39	2575,54
50	2610,71	2605,33	2561,97
100	2610,71	2599,48	2594,60
500	2610,71	2597,08	2594,60
1000	2610,71	2595,10	2594,60

Como el número de óptimos locales conocidos depende de las ejecuciones realizadas, se puede aplicar la técnica *bootstrap* [40] para estimar los parámetros. Ésta técnica se basa en tratar una muestra aleatoria de n observaciones como si fuera toda la población, de la cual se extraen nuevas muestras utilizando el reemplazamiento de los individuos seleccionados. Este método se ha empleado con éxito en problemas que serían complicados de resolver mediante herramientas estadísticas tradicionales o en situaciones donde las técnicas clásicas no son aplicables [41].

Se ha repetido la estimación de la variabilidad del parámetro de posición mediante 9 muestras obtenidas mediante la selección aleatoria con reemplazamiento de entre el conjunto de óptimos locales encontrados. En la Figura 8 se ha representado la evolución del coste mínimo y de los parámetros γ_{\max} y γ_{\min} correspondientes a las 9 muestras extraídas mediante *bootstrap* para 5, 10, 25, 50, 100, 500 y 1000 ejecuciones.

La diferencia relativa entre γ_{\max} y γ_{\min} baja con el número de ejecuciones, pasando del 1,509% en el caso de 5, al 0,030% en el caso de 1000. En cuanto a la diferencia relativa entre el coste mínimo y el parámetro γ_{\min} estimado, ésta se ha mantenido del 1,903% al 0,621%, cuando se pasa de 5 a 1000 ejecuciones del algoritmo SA (Tabla 5).

Con la metodología explicada se puede establecer un criterio de parada que sea objetivo para un algoritmo multiarranque basado en la búsqueda local SA. En efecto, partiendo desde una solución aleatoria, se puede emplear una búsqueda local que nos lleve a una solución de coste mínimo. Con distintos arranques se obtiene una muestra de óptimos locales que permiten, mediante la técnica *bootstrap*, extraer 9 muestras para determinar la diferencia entre el coste mínimo alcanzado hasta ese momento y el mínimo teórico estimado mediante una distribución Weibull, además de la diferencia entre el valor máximo y mínimo de los parámetros γ estimados. El algoritmo multiarranque se detendrá cuando tanto la diferencia entre el mínimo encontrado y el teórico como la variabilidad de los parámetros de posición no superen determinada cota. En el caso estudiado, si se establece que es suficiente que la variabilidad en la determinación del parámetro de posición γ sea inferior al 1% y que la diferencia entre el coste mínimo alcanzado y el teórico sea inferior al 1%, interpolando en la Tabla 5, hubieran sido necesarias 82 ejecuciones de SA.

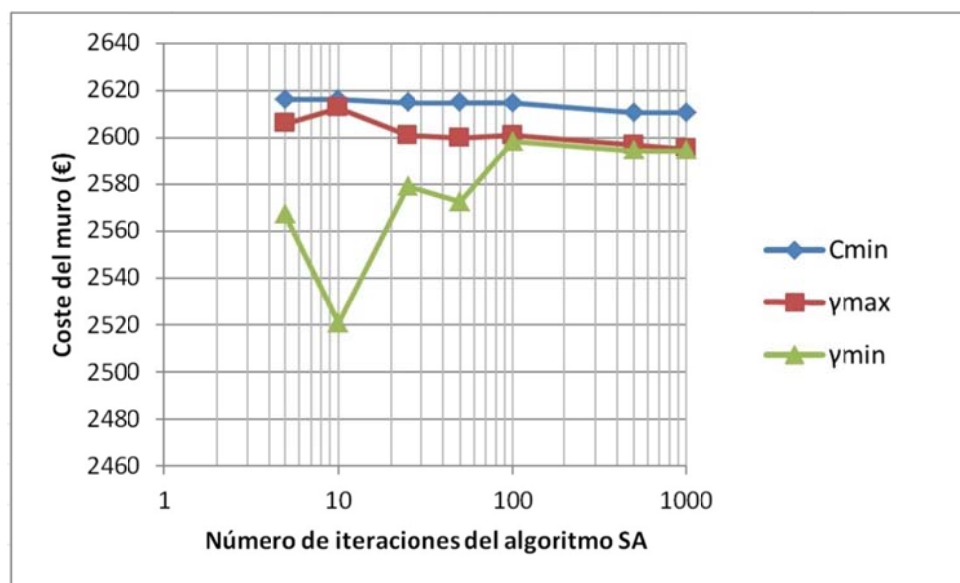


Figura 8. Coste mínimo y parámetros de posición estimados mediante bootstrap para 9 muestras.

Tabla 5. Coste mínimo y parámetros estimados para 9 muestras mediante extracción con reemplazamiento del conjunto de 1400 ejecuciones

Ejecuciones	C_{min}	$\gamma_{m\acute{a}x}$	$\gamma_{m\acute{i}n}$
5	2616,15	2606,02	2567,29
10	2616,15	2612,73	2520,79
25	2614,96	2601,05	2579,20
50	2614,96	2599,99	2572,66
100	2614,65	2601,05	2598,50
500	2610,71	2597,08	2594,60
1000	2610,71	2595,39	2594,60

5. CONCLUSIONES

Los óptimos locales encontrados por un algoritmo de recocido simulado (SA) para optimizar el coste de muros de contrafuertes de hormigón armado constituyen valores extremos que conforman una muestra aleatoria simple que ajusta a una distribución Weibull de tres parámetros, siendo el de situación γ y una estimación del óptimo global al que podría llegar dicho algoritmo. El trabajo comprueba el siguiente criterio de parada objetivo para un algoritmo multiarranque basado en SA: que tanto la diferencia entre el mínimo coste encontrado y el parámetro γ , así como el intervalo de confianza para dicho parámetro estén acotados, por ejemplo, a un 1%. La estimación de los parámetros se realiza sobre 9 muestras extraídas mediante la técnica *bootstrap*. Para el muro de contrafuertes de 11 m de altura estudiado, la diferencia entre la solución de menor coste obtenida tras 1400 ejecuciones del algoritmo SA y el valor teórico obtenido de la distribución es de 16,11€, apenas una diferencia del 0,62%. Además, esta metodología es fácilmente adaptable a otros problemas de optimización.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto de Investigación BIA2011-23602) y de la Universitat Politècnica de València (Proyecto de Investigación SP20120341).

REFERENCIAS

- [1] Calavera, J. (2001). Muros de contención y muros de sótano. 3ª Edición. Madrid: Intemac.
- [2] Yepes, V., & Medina, J.R. (2006). Economic heuristic optimization for the heterogeneous fleet VRPHESTW. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 132(4), 303-311.
- [3] Goldberg, D.E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-New York: Wesley.
- [4] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., & Vecchi, M.P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
- [5] Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colorni, A. (1996). The ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, 26(1), 29-41.
- [6] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, vol. IV (pp. 1942-1948).
- [7] Cohn, M.Z., & Dinovitzer, A.S. (1994). Application of structural optimization. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 120(2), 617-649.
- [8] Coello, C.A., Christiansen, A.D., & Santos, F. (1997). A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams. *Engineering with Computers*, 13, 185-196.
- [9] Kicinger, R., Arciszewski, T., & de Jong, K. (2005). Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art. *Computers & Structures*, 83, 1943-1978.
- [10] Martínez, F.J., González-Vidosa, F., Hospitaler, A., & Yepes, V. (2010). Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections. *Computers & Structures*, 88(5-6), 375-386.
- [11] Martí, J.V., Yepes, V., & González-Vidosa, F. (2015). A memetic algorithm approach to designing of precast-prestressed concrete road bridges with steel fiber-reinforcement. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 141(2), 04014114.
- [12] Carbonell, A., González-Vidosa, F., & Yepes, V. (2011). Design of reinforced concrete road vaults by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*, 42(4), 151-159.
- [13] Carbonell, A., Yepes, V., & González-Vidosa, F. (2012). Automatic design of concrete vaults using iterated local search and extreme value estimation. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 9(6), 675-689.
- [14] García-Segura, T., Yepes, V., Martí, J.V., & Alcalá, J. (2014). Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 11(7), 1190-1205.

- [15] Martí, J.V., González-Vidosa, F., Yepes, V., & Alcalá, J. (2013). Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures*, 48, 342-352.
- [16] Martínez-Martín, F.J., González-Vidosa, F., Hospitaler, A., & Yepes, V. (2013). A parametric study of optimum tall piers for railway bridge viaducts. *Structural Engineering and Mechanics*, 45(6), 723-740.
- [17] Paya, I., Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F., & Hospitaler, A. (2008). Multiobjective optimization of reinforced concrete building frames by simulated annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 23(8), 596-610.
- [18] Paya-Zaforteza, I., Yepes, V., Hospitaler, A., & Gonzalez-Vidosa, F. (2009). CO₂-efficient design of reinforced concrete building frames. *Engineering Structures*, 31(7), 1501-1508.
- [19] Perea, C., Alcala, J., Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F., & Hospitaler, A. (2008). Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*, 39(8), 676-688.
- [20] Torres-Machí, C., Yepes, V., Alcalá, J., & Pellicer, E. (2013). Optimization of high-performance concrete structures by variable neighborhood search. *International Journal of Civil Engineering*, 11(2), 90-99.
- [21] Yepes, V., & Martí, J.V., & García-Segura, T. (2015). Cost and CO₂ emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm. *Automation in Construction*, 49, 123-134.
- [22] Yepes, V., Alcalá, J., Perea, C., & González-Vidosa, F. (2008). A parametric study of optimum earth retaining walls by simulated annealing. *Engineering Structures*, 30(3), 821-830.
- [23] Yepes, V., Gonzalez-Vidosa, F., Alcalá, J., & Villalba, P. (2012). CO₂-optimization design of reinforced concrete retaining walls based on a VNS-threshold acceptance strategy. *ASCE Journal of Computing in Civil Engineering*, 26(3), 378-386.
- [24] McRoberts, K. (1971). A search model for evaluating combinatorially explosive problems. *Operations Research*, 19(6), 1331-1349.
- [25] Golden, B.L., & Alt, F.B. (1979) Interval estimation of a global optimum for large combinatorial problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 26(1), 69-77.
- [26] Giddings, A.P., Rardin, R.L., & Uzsoy, R. (2014). Statistical optimum estimation techniques for combinatorial optimization problems: a review and critique. *Journal of Heuristics*, 20(3), 04014010.
- [27] Ministerio de Fomento (2008). Instrucción de Hormigón Estructural EHE. Madrid.
- [28] Ministerio de Fomento (2009). Guía de cimentaciones en obras de carretera. Madrid.
- [29] Černý, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulated algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45, 41-51.
- [30] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., & Teller, E. (1953). Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.

- [31] Glauber R. J. (1963). Time-dependent statistics of the Ising model. *Journal of Mathematical Physics*, 4, 294.
- [32] Medina, J.R. (2001). Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE*, 127(4), 213-221.
- [33] Weibull, W. (1951). A statistical distribution of wide applicability. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 18(3), 293-297.
- [34] Fisher, R.A., & Tippett, L.H.C. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24, 180-190.
- [35] Payá-Zaforteza, I., Yepes, V., González-Vidosa, F., & Hospitaler, A. (2010). On the Weibull cost estimation of building frames designed by simulated annealing. *Meccanica*, 45(5), 693-704.
- [36] Conover, W.J. (1971). *Practical nonparametric statistics*. New York: Willey.
- [37] Dannenbring, D.G. (1977). Procedures for estimating optimal solution values for large combinatorial problems. *Management Science*, 23(12), 1273-1283.
- [38] Vasko, F.J., & Wilson, J.R. (1984). An efficient heuristic for large set covering problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 31(1), 163-171.
- [39] ReliaSoft (2007). *Weibull++7 user's guide*. Tucson: Reliasoft.
- [40] Efron, B. (1979). Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*, 7(1), 1-26.
- [41] Zoubir, A.M., & Boashash, B. (1998). The bootstrap and its application in signal processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 15(1), 56-67.

Bond strength of galvanized steel: experimental and numerical study based on pull-out tests

Luna Molina, Francisco Javier¹; Fernández Ruiz, Manuel Alejandro²; Hernández Montes, Enrique³;
Alonso Alonso, María Cruz⁴

ABSTRACT

The construction of more durable structures is becoming a mandatory requirement. Different alternatives are followed in reinforced concrete structures, as the use of galvanized reinforcement to increase the service life. Due to the fact that the interaction between concrete and galvanized steel is different from the carbon steel case, the bond strength might call into question. The present article studies the bond stress development of conventional and hot-dip galvanized steel reinforcement embedded in concrete made with Ordinary Portland Cement (OPC). Results indicate that maximum bond stress measured for galvanized steel is similar to that of conventional reinforcement. Furthermore, the numerical model developed with ABAQUS notably reproduces the contact between concrete and galvanized steel with the help of the experimental pull out tests carried out, showing a practical implementation for future structural element analysis.

Keywords: Bond strength, galvanized steel, pull-out, numerical model.

1. INTRODUCTION

Reinforced concrete is nowadays one of the most widely used construction material all over the world. It has a lot of advantages (inexpensive, it can be cast to take the shape required, relatively high compressive strength, etc.), but it has a great weakness: the potential for the steel reinforcement to corrode (especially in certain exposure conditions). This is a big problem because it provokes a reduction of the area of steel and the cracking and failure of the surrounding concrete, reducing the service life of the structure (and consequently increasing the costs of maintenance and rehabilitation). A solution can be the following: the use of galvanized steel as reinforcement in RC structures [1].

The hot-dip galvanized steel, that is the most used galvanizing method, has an impervious metallic zinc barrier around the bar that isolates it from the surrounding concrete. This galvanized coating, among other improvements, increases the chloride concentration threshold for corrosion, besides

¹ Construction Department. Eduardo Torroja Institute for Construction Sciences (SPAIN). j.luna@ietcc.csic.es
(Corresponding author)

² Structural Mechanics Department. University of Granada (SPAIN). malejandrofr@ugr.es

³ Structural Mechanics Department. University of Granada (SPAIN). emontes@ugr.es

⁴ Construction Department. Eduardo Torroja Institute for Construction Sciences (SPAIN). mcalonso@ietcc.csic.es

that the corrosion rate of this layer is lower than in bare steel [2]. It is obvious that the inclusion of this galvanized coating is a good solution to prevent the corrosion, but also it is true that it affects the steel-concrete bond in some way.

In a reinforced concrete structure, it is essential to guarantee a perfect functionality of concrete and reinforcement, being the bond between them a critical point. This interaction has been studied over the past few decades theoretically and experimentally in the literature [3-4], but it continues having some uncertainties and unknowns to resolve.

The comparison of published results is not an easy task because the materials and testing conditions differ from each other. For example, not all research has been performed in concrete, also using bars embedded in cement pastes or mortars [5, 6] and not always ribbed reinforcement were employed [7]. In addition to this, the conditions of the pull-out tests vary [8-9] and beam tests are also employed [10], increasing the heterogeneity of the experimental campaigns carried out in the literature. Besides that, lots of factors affect the bond strength between concrete and reinforcement as can be w/c ratio, compression and tensile strength of concrete, type of aggregate and its maximum size, rebar composition and surface geometry, rebar superficial state (rust, coating, etc.), rebar diameter, or even the position of the rebar in the block of concrete and bond length, without forgetting the different mechanical test used for bond strength determination. The importance of the rebar surface geometry and the superficial state of the rebar [1, 11] explains the importance of carrying out a specific research when galvanized steel is used as reinforcement, especially due to the lack of studies related with this theme (and in some cases obtaining contradictory results) [1, 12].

Nowadays finite element analysis is widely used for modeling the behavior of reinforced concrete structures. Among the components that constitute these structures there are steel bars in contact with concrete, being a crucial part of the structural behavior the correct simulation of the bond between them. It is not always a good idea to model the rebar embedded in the concrete (assuming that both have the same strain in points initially in contact). In some cases (high stresses in the reinforcement) the best option is to model the bond behavior with the help of a pull out test (experimental or analytical), where the strain of the bar is different than the strain of the concrete in points initially in contact.

In this study, a method to model numerically in ABAQUS [13] the bond behavior between steel and concrete based on experimental results of pull-out tests is developed in order to take it into account when a reinforced concrete member is analyzed.

The development process of a numerical model is not a simple task, and it is even more laborious if the complexity of the problem increases (contact interaction, material and geometrical non-linearity, etc.). In Henriques et al. [14] a numerical study to simulate composite beam to reinforced concrete wall joints using the finite element software ABAQUS [13] is defined. They use a traction-separation law to model the bond behavior of steel bars and concrete, using the formulation presented in Gan [15] and obtaining respectable results. Here, the same formulation is used in order to simulate the experimental tests in ABAQUS [13] and to be able to model a reinforced concrete member with this contact interaction verified experimentally.

2. EXPERIMENTAL WORK

2.1. Tests

For the determination of the bond strength, pull-out tests have been carried out following the prescriptions proposed in [16]. The specimens consist in a 200x200x200 mm concrete cube with a rebar of 16 mm of diameter embedded in its center. The contact between the bar and the concrete is located along a length of 5ϕ (80 mm) and the rebar is covered by a plastic tube in the remaining length inside the concrete (120 mm), impeding the contact between them. The bar must have enough length in both extremes to apply the tensile load in the one and to record the slip in the other. The tensile load is applied at 300 mm from the cube in the longest extreme of the rebar and the measure of the slip is taken 50 mm from the cube in the free extreme according with [16]. The rebar is tensioned by a 160 kN hydraulic jack that reacts to a 110 kN load cell and an iron plate resting in the concrete cube. The tensile load increases at a constant rate, in this case 0,14 kN/s, that depends on the rebar diameter according to the formulation proposed in [16] (see Eq. [1]).

$$p=0,56d^2(\xi) \quad (1)$$

Where d is the rebar diameter.

In the free extreme, three 10 mm linear voltage displacement transducers (LVDT's) are placed around the rebar at 50 mm from the cube in order to measure the displacement with a precision of 0,005 mm. The tensile load and the displacement are recorder during the test for their posterior treatment. A general view of the used equipment can be observed in Figure 1.

To convert the value of the tensile force applied in the rebar (F_a) into bond stress (τ_{dm}), the formulation proposed in [16] is used (see Eq.(2)).

$$\tau_{dm} = \frac{1}{5\pi} \frac{F_a f_{cm}}{\phi^2 f_c} \quad (1)$$

Where f_{cm} and f_c are the mean and the characteristic compressive strength of the concrete respectively and ϕ is the rebar diameter.

Two campaigns of tests have been carried out. In each campaign, for the pull-out tests, two specimens have been made for each steel-concrete configuration and for each age (7 and 28 days). For the mechanical characterization of the concrete were made two 100x200 mm cylindrical specimens for each type of test. In summary, the number of specimens for each test is described with more detail in Table 1.

The employed steel was the standardized B500SD of 16 mm diameter, all from the same supplier. Half of steel rebars were submitted to a hot-dip galvanizing process through its immersion in a hot bath of Zinc (99% purity) at 450 °C during approximately 1 minute followed by a cooling process at the atmosphere. The galvanized coating presented transversal continuity (shown in Figure 2) and it is constituted by several sub layers with different proportions of Fe/Zn alloyed sub layers plus an external pure zinc layer as described in [1]. As it can be observed in Table2, which shows the mean values of 3 rebars for each steel, the galvanizing process has not affected the mechanical properties of the rebars.

Table 1. Number of specimens for each test

Test		Age (days)	
		7	28
Pull-out test	Carbon steel rebars	4	4
	Galvanized steel rebars	4	4
Compression test		4	4
Tensile test		4	4



Figure 1. General view of the bond test arrangement

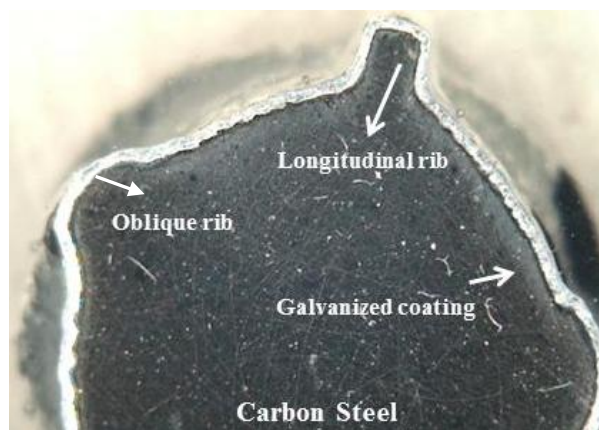


Figure 2. Detail of hot-dip galvanized steel rebars coating

Table 2. Mechanical properties of the rebars

Steel	Elastic limit (MPa)	Yield strength (MPa)
Non galvanized	550,00 ± 7,00	657,63 ± 4,15
Hot-dip galvanized	554,63 ± 3,56	663,60 ± 0,69

The employed concrete contains 842 kg of 6/12 mm aggregates, 802 kg of sand and 385 kg of cement per cubic meter, presenting a water/cement ratio of 0,6. In Table 3 the mechanical characteristic of the concrete are shown.

Table 3. Compressive and tensile strength of concrete (MPa)

Compressive strength		Tensile strength	
7 days	28 days	7 days	28 days
17.6 ± 2.0	27.3 ± 0.3	2.45 ± 0.00	2.80 ± 0.25

All specimens were cured in a chamber at 20 °C and 95% relative humidity until the age of testing according to EN 12390-2:2009 [17].

2.2. Experimental results

The experimental results of the bond tests for the two campaigns are presented in Figures 3-7:

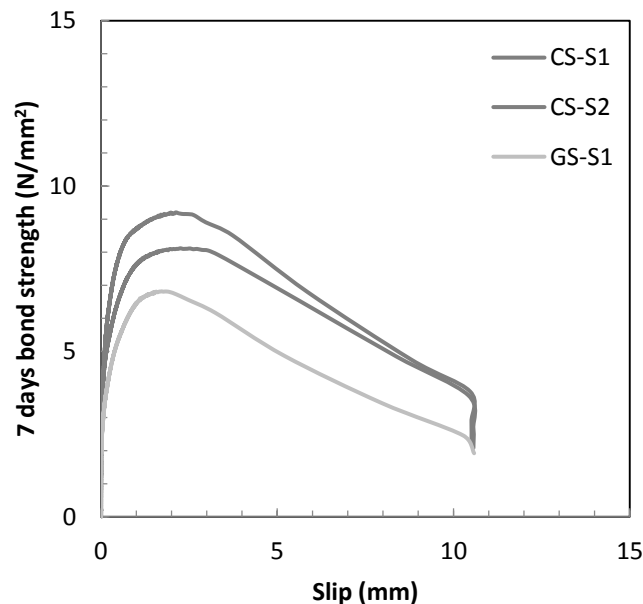


Figure 3. Bond stress development at 7 days – Campaign 1

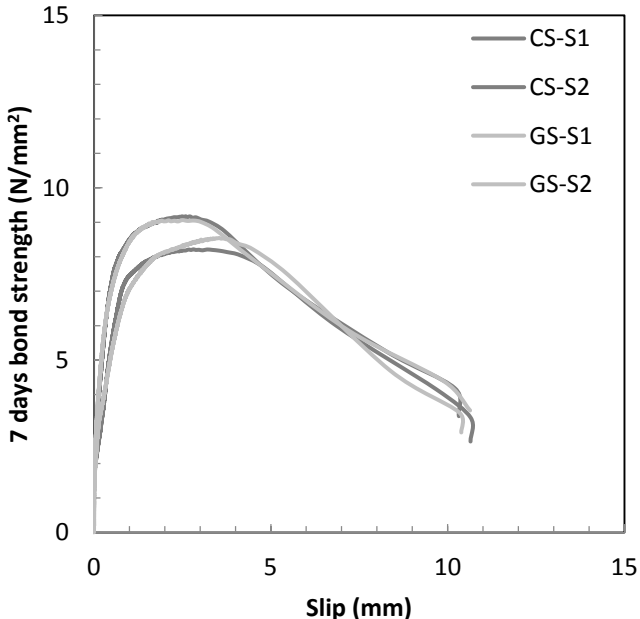


Figure 4. Bond stress development at 7 days – Campaign 2

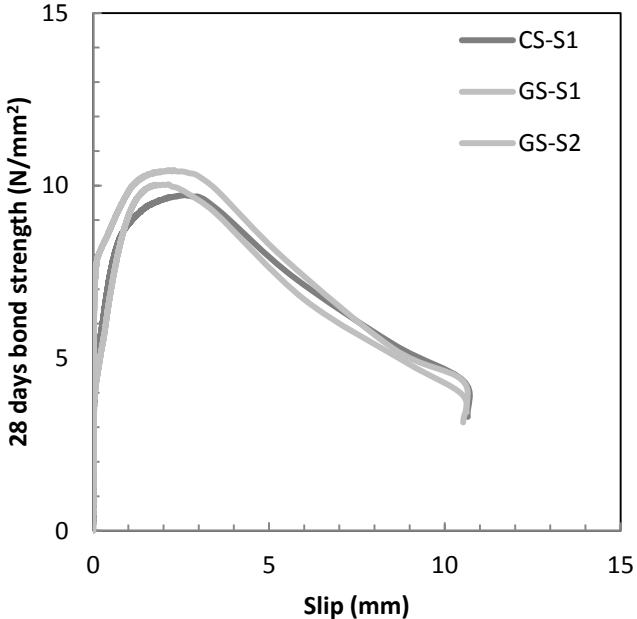


Figure 5. Bond stress development at 28 days – Campaign 1

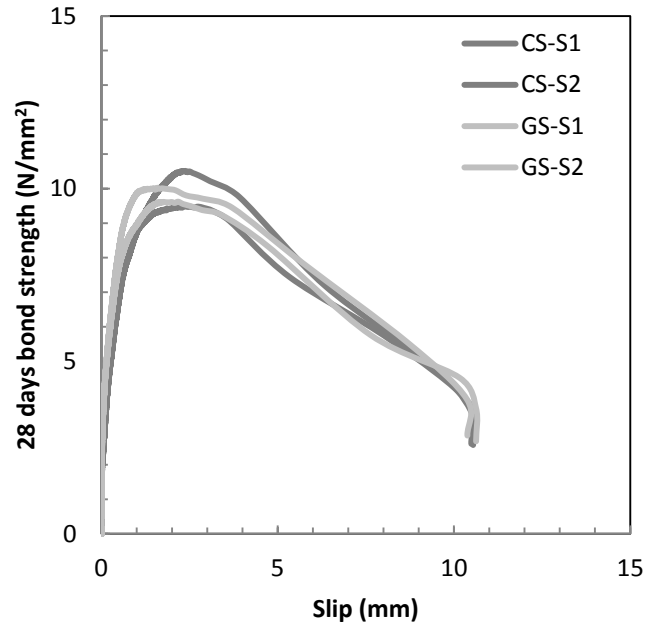


Figure 6. Bond stress development at 28 days – Campaign 2

Where CS: carbon steel rebar and GS: hot-dip galvanized steel rebar.

Hot-dip galvanized steel rebars present a smaller value of the maximum bond strength at 7 days than the one of the carbon steel rebars and a similar value for 28 days (Table 4). The result obtained at 28 days shows that the new superficial geometry due to the galvanized coating does not affect in a negative way the ultimate bond strength. Besides that the interaction with concrete in the interface between it and the galvanized steel just slightly decrease the strength at early ages (Table 3), becoming sometimes harmless (Figure 4). The results at 7 days are in agreement with the reported in [2, 12] but Sena et al. [12] showed that galvanized rebars also develop lower bond stress at the age of 28 days. The reason may be attributed to the fact that in Sena et al. the specimens had a longer length of the rebar than in the present work and therefore the influence of the interaction concrete/zinc could affect in a negative way for a longer period.

The slip associated to the ultimate bond strength (see Table 4) also provides information that must be taken into account in order to define with a higher accuracy the bond behavior. Not only that, the numerical model shown later considers the yield point as an essential parameter to analyze the structural element.

As it can be observed, galvanized steel rebars develop a slightly higher ultimate bond stress with concrete at the age of 28 days, however it is notable to point out that the bond failure happens for a lower displacement than the non-galvanized ones. Regarding to early ages, there are no differences in the slip at the yield point.

Table 4. Ultimate bond stress with concrete and associated slip for both types of steel reinforcement

Age (days)	Campaign	Carbon steel		Galvanized steel	
		Ultimate bond stress (MPa)	Slip at ultimate bond stress (mm)	Ultimate bond stress (MPa)	Slip at ultimate bond stress (mm)
	Campaign 1	8.66 ± 0.77	2.19 ± 0.09	6.82 ± n/c	1.72 ± n/c
7	Campaign 2	8.70 ± 0.68	2.65 ± 0.22	8.80 ± 0.37	3.02 ± 0.74
	Average	8.68 ± 0.02	2.42 ± 0.23	7.81 ± 0.99	2.37 ± 0.65
	Campaign 1	9.73 ± n/c	2.58 ± n/c	10.24 ± 0.30	2.22 ± 0.11
28	Campaign 2	10.00 ± 0.73	2.39 ± 0.001	9.82 ± 0.29	1.87 ± 0.43
	Average	10.00 ± 0.73	2.39 ± 0.001	9.82 ± 0.29	1.87 ± 0.43

3. NUMERICAL SIMULATION

3.1. Description of the general finite element model

In this study the numerical tool used to model the pull-out test described in the experimental work is the non-linear finite element program ABAQUS (v6.13.1). This software is very extended within the academic field because it provides a flexible and complete solution for a large range of problems. The full description of the characteristics and techniques that includes ABAQUS is outside the scope of this study, for more detailed information about the software see [13].

A three-dimensional ABAQUS/Standard finite element model has been done. The whole model is comprised of deformable, eight-node with reduced integration (to avoid shear locking) hexahedral elements (C3D8R), elements selected after a sensitivity analysis in order to check the type and the mesh density.

The model is constituted of two components: the concrete block and the steel bar. The concrete block is a 20x20x20 cm cube with a cylindrical hole through its center, hole that has exactly the same diameter than the rebar in the part where there is contact between the steel bar and concrete and has a diameter 2 mm greater than the rebar in the part in where there is contact between concrete and the reinforcement bar surrounded of plastic (see Figure 7). This separation ensures that there is not any kind of contact between the bar and the concrete in this region, locating all the material interaction just in the prescribed bond length, the final 8 cm. As it is explained in the experimental work, the concrete block is supported by a table which is immobile, so the bottom face of the concrete block is considered clamped (no translations and rotations at all). Owing to the fact that the hydraulic jack is supported by the top face of the concrete block, a uniform pressure σ equal to the traction force divided by the top area (subtracting the hole of the rebar) is applied. Regarding the bar, a cylinder of 65 cm and 16 mm of diameter is generated and it is placed into the hole of the concrete

block so that there is enough length in its extremes in order to apply the load and to measure the displacement. The external action is introduced in the model by means of a fixed displacement δ in the bottom surface of the rebar. All the boundary conditions explained above are sketched in figure 7.

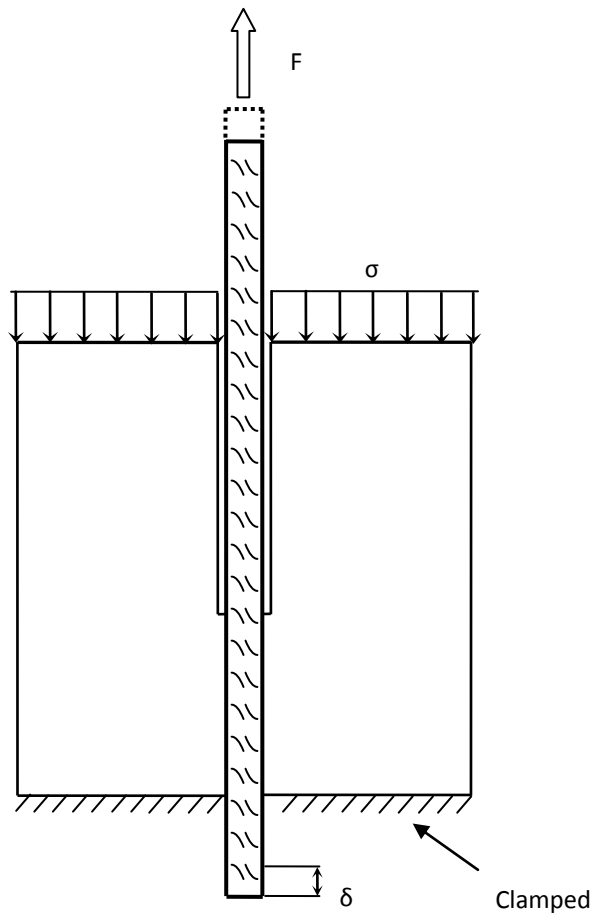


Figure 7. Sketch of the restrictions and geometry of the concrete block in the finite element model.

Despite this, due to the symmetry of the tests only a quarter of it has been modeled in the numerical analysis (see Figure 8). A static analysis with displacement control has been performed, having into account the nonlinearities of the materials.

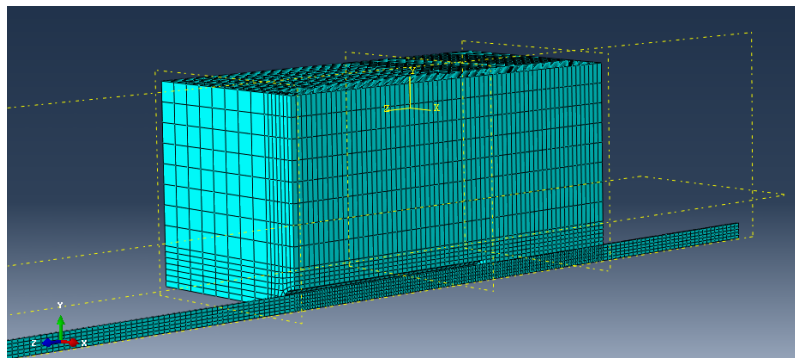


Figure 8. 3D finite element executed in ABAQUS [13].

3.2. Constitutive laws and materials properties

ABAQUS [13] has a quite large material library and, depending of the type of analysis, some models of the same material are more suitable than others. After the analysis of the different concrete materials, the Concrete Damaged Plasticity was chosen because it is more stable for the numeric calculation and its modeling is simpler. This model consists of the combination of nonassociated multi-hardening plasticity and scalar (isotropic) damaged elasticity in order to describe the irreversible damage that occurs during the fracturing process. To define the Concrete Damaged Plasticity model it is necessary to specify the uniaxial tension and compression response of concrete and 5 parameters: ψ the dilation angle, ε the flow potential eccentricity, f_{b0}/f_{c0} the ratio of initial equibiaxial compressive yield stress to initial compressive yield stress, k the ratio of second stress invariant on the tensile meridian and μ the viscosity parameter. There is not information about these parameters from the experimental test, so default values presented in Table 5 are assumed [13].

Table 5. Default parameters to define Concrete Damaged Plasticity constitutive model

ψ	ε	f_{b0}/f_{c0}	k	μ
38	0.1	1.16	0.667	0.667

For the mechanical characterization of the concrete only the usual parameters of the compression and tension strength are reported and then the entire stress-strain curve is not available so a non-linear stress-strain relation for compression and tension proposed by Eurocode 2 [18] has been assumed (Figure 9).

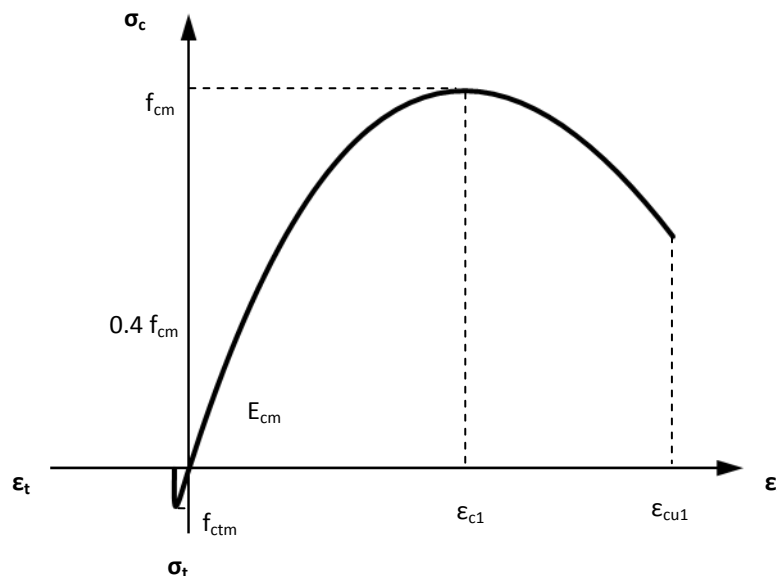


Figure 9. Concrete uniaxial stress-strain law in compression and tension proposed by Eurocode 2 [18].

In tension, the behavior of concrete is assumed linear (elastic) up to the onset of cracking (until f_{ctm} is reached), where tension decreases to 0 almost immediately (there is not tension-stiffening, the contact between steel and concrete is going to be modeled with cohesive behavior).

The model of the behavior of the steel is an elasto plastic with hardening stress-strain law. To represent the initial behavior, a linear law is defined with the elastic mechanical properties of the steel (E_s and ν , the elastic modulus and the Poisson coefficient respectively). For the following part of the model, the stress-strain material curve available from the experimental tests is considered.

3.3. Steel bar – concrete block contact interaction

In this case, the importance of the model of the bar forces to build it with 3D solid elements. Selected this option, the interaction between these two materials can be embedded or specifying the bond behavior.

The embedded option corresponds to a perfect bond behavior that implies the rigid connection between the bar and the concrete nodes (physically the two parts are superposed). This technique is based on master and slave regions, where the nodes of the embedded region (the steel bar, slave) has the same strain as the closest node of the host region (the concrete block, master), obtaining a perfect bond between the master and the slave regions. This option is easier to define and is the best choice in regions where the stress transfer is medium, but in regions with high stresses (for instance near cracks) it is not suitable. In these regions, the reinforcement has a different strain than the concrete (the loss of bond produces a slip between the materials), so if the embedded option is used in this case an excessive stress in concrete and stiffer response of the reinforcement are going to be obtained.

The other choice is to model the interaction concrete-steel with a bond-slip law. The main difference with the embedded technique is that the steel bar and the concrete block are not superposed and each one can have different strain, which is suitable in high-stressed regions as it is said above. The disadvantage is that is more difficult to define and its implementation is more time consuming. Again, two options to model the bond behavior in the steel-concrete interface are available: cohesive elements and contact with cohesive behavior. The use of surface-based cohesive behavior is easier than the cohesive elements, and both provide the same results in general and common contacts. In more complex interactions the best choice is the cohesive element, but in this case the surface-based behavior is chosen due to the simplicity of the contact interaction.

To sum up, the contact interaction between the concrete block and the steel bar is model with a surface-based cohesive behavior where the interpenetration between both surfaces is prevented by contact.

The stress-slip relation proposed by Eligehausen et al.[19] is considered the theoretical basis for the modeling of the reinforcement-concrete interaction and it is prescribed by the Model Code 2010 [20]. Figure 10 shows the bond-slip model proposed by Eligehausen et al.[19], where the initial penetration of the ribs into the mortar matrix is represented with the ascending part, up to a maximum stress (τ_{bmax}), followed by a plateau only for confined concrete. Finally, the descending part refers to the reduction of bond resistance as concrete corbels between the ribs are sheared off before a constant residual level is reached (ultimate frictional bond resistance, τ_{bf}).

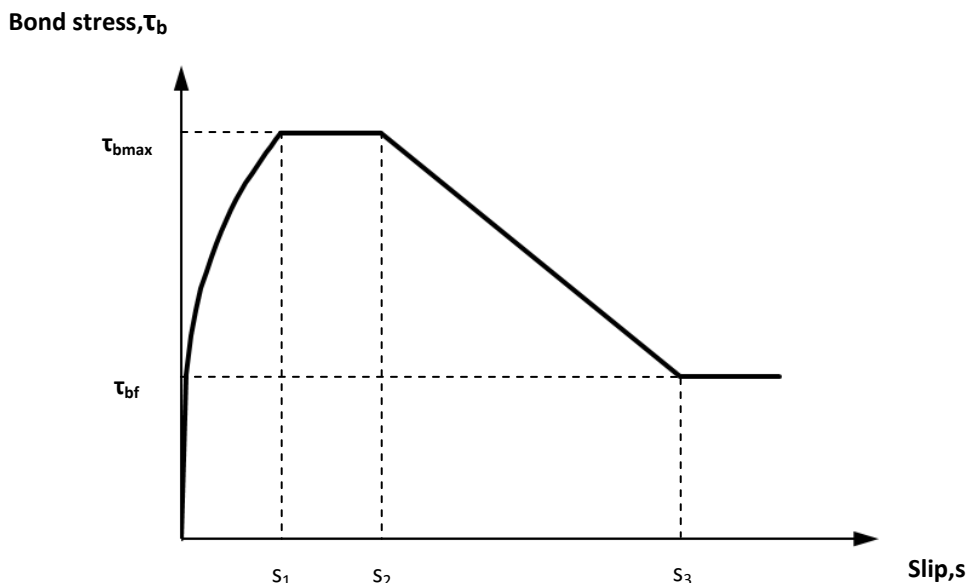


Figure 10. Bond-slip model proposed by Eligehausen et al.[19] and prescribed by the Model Code 2010 [20].

In ABAQUS [13] the bond-slip relationship described above can be approximated by a traction-separation law (Figure 11). At first there is an ascending linear branch until a maximum value is reached (t_n^0 (t_s^0 , t_t^0), δ_n^0 (δ_s^0 , δ_t^0), maximum tensiles and separations respectively), it marks the beginning of the damage. Afterwards there is a descending part that models the evolution of the damage until the traction becomes null.

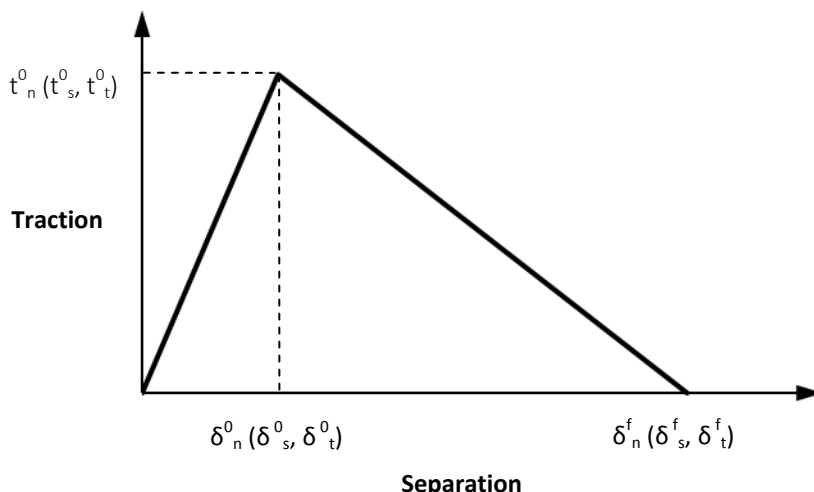


Figure 11. Traction-separation law available in ABAQUS [13].

The elastic behavior is written in terms of an elastic constitutive matrix that relates nominal tensile stresses and nominal strains. In ABAQUS [13], if a surface-based cohesive behavior is chosen, deformations are considered directly as separations (displacements). The elastic constitutive matrix can be coupled or uncoupled, due to the lack of information on how to determine all the stiffness coefficients of the coupled option the uncoupled option is chosen, as expressed in Eq.(3).

$$T = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = K\delta \quad (3)$$

In Eq.(3) T is the nominal traction stress vector that consists of three components: t_n , t_s and t_t , which represent the normal and the two shear tractions respectively. Similarly, the separation vector is composed by the three components δ_n , δ_s , δ_t , which are respectively the displacements related with the normal and transversal directions. Finally K_{nn} , K_{ss} and K_{tt} are the stiffness coefficients.

According to [14] and [15] K_{ss} and K_{tt} are obtained by approximation of the bond-slip relation showed in Figure 10 as expressed in Eq.(4) and the stiffness of the normal traction is higher than in the shear direction as expressed in Eq.(5).

$$K_{ss} = K_{tt} = \frac{\tau_{max}}{s_1} \quad (4)$$

$$K_{nn} = 100K_{ss} = 100K_{tt} \quad (5)$$

In accordance with the above-mentioned, the true bond-slip laws are available and the values of K_{ss} and K_{tt} (and consequently K_{nn}) are exactly calculated (τ_{max} is the maximum shear stress and s_1 is the displacement when τ_{max} is reached), see Figure 12. To define the damage initiation (that marks the beginning of degradation of the cohesive response at a contact point) a maximum separation criterion is assumed. Afterwards the damage evolution is defined, that describes the rate at which the cohesive stiffness is degraded once the corresponding initiation criterion is reached. A decreasing linear evolution based on the energy that is dissipated as a result of the damage process (also called the fracture energy) is used. The fracture energy is equal to the area under the traction-separation curve, and its value is the same as the area under the true bond-slip relation obtained in the tests (see Figure 12).

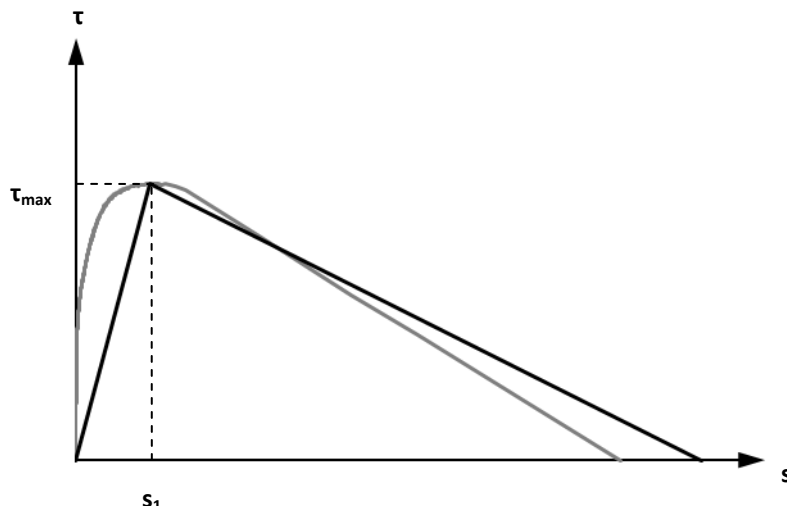


Figure 12. Approximation of the real bond-slip relation (grey line) with a traction-separation law (black line). Both have the same area under each curve.

3.4. Numerical results

Now with the help of the experimental results, the behavior of the bond between steel and concrete is simulated in ABAQUS [13] in order to check the accuracy of the software to compute this kind of contact. Known the maximum shear stress and the slip when it is reached in each test of each campaign, a mean value can be calculated. With these mean values, the linear traction-separation laws for both types of steel can be introduced in ABAQUS [13], obtaining the results shown in Figure 13 and Figure 14 for carbon steel and galvanized steel respectively.

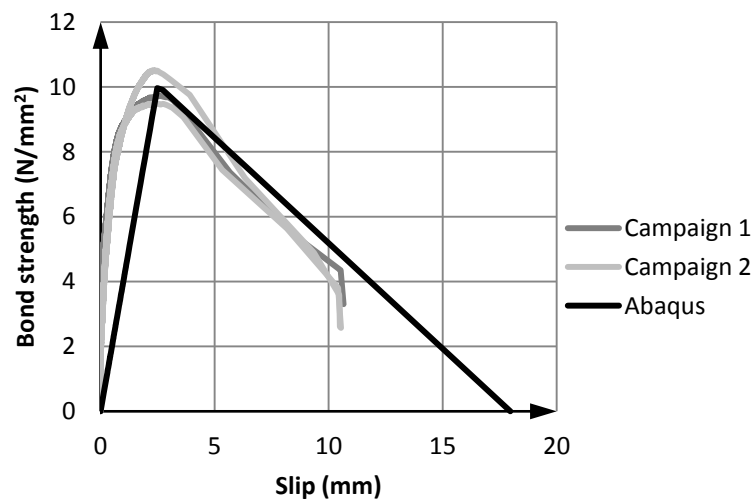


Figure 13. Numerical simulation of the experimental campaigns using carbon steel reinforcement and reference concrete at 28 days.

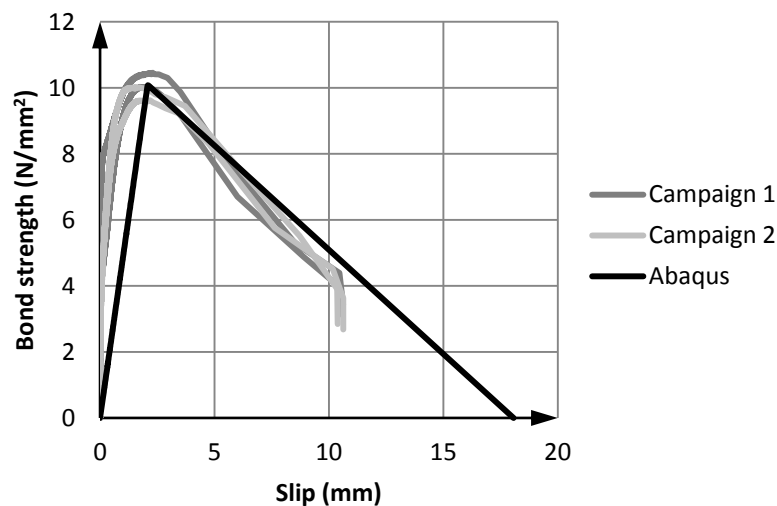


Figure 14. Numerical simulation of the experimental campaigns using galvanized steel reinforcement and reference concrete at 28 days.

As it can be seen in Figure 13 and Figure 14, ABAQUS [13] can simulate the contact between different types of steel (carbon and galvanized steel) with an adequate level of accuracy.

4. CONCLUSIONS

The pull-out test done have shown that galvanized steel rebars develop the same ultimate bond strength at 7 days than conventional ones do and that the use of hot-dip galvanized steels rebars slightly modify the bond behavior of a conventional steel reinforcement with concrete at the age of 28 days. It can be said that if galvanized steel is used, the value of the maximum bond strength is a bit higher than the obtained for the carbon steel and it is developed for a displacement a bit smaller (more tests and studies are needed to ensure this affirmation). The main conclusion according the obtained results is that galvanized steel bars are as valid as conventional carbon steel bars for its use in reinforced concrete structures.

A finite element analysis has been carried on, checking the accuracy of ABAQUS [13] modeling the bond behavior between steel and concrete in order to use it in a real analysis of RC structures. The results of the numerical model have been satisfying, concluding that ABAQUS [13] is able to model this kind of contacts with the help of an experimental pull out test or an analytical bond stress-displacement law.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge Ministerio de Economía y Competitividad (MEC) for payment of the study through the project BIA 2011-22760. Javier Luna specially thanks Ministry the FPI grant (BES-2012-61300). Authors also thank Grupo Cementos Portland Valderrivas (for the cement) and GALESA (galvanized steels rebars).

BIBLIOGRAPHY

- [1] Yeomans, S.R. (2004). Galvanized steel reinforcement in concrete, p.316. Camberra, Australia
- [2] Ebell, G., Burkert, A., Lehmann, J. & Mietz, J. (2012). Electrochemical investigations on the corrosion behavior of galvanized reinforcing steels in concrete with chromate-reduced cements. *Materials and Corrosion*, 63, 791-802.
- [3] Arel, H.S. & Yazici, S. (2012). Concrete reinforcement bond in different concrete classes. *Construction and building materials*, 36, 78-83.
- [4] Torre-Casanova, A., Jason, L., Davenne, L. & Pinelli, X. (2013). Confinement effects on the steel-concrete bond strength and pull-out failure. *Engineering Fracture Mechanics*, 97, 92-104.
- [5] Yan, D., Reis, S., Tao, X., Chen, G., Brow, R.K. & Koenigstein (2012). Effect of chemically reactive enamel coating on bonding strength at steel/mortar interface. *Construction and Building Materials*, 28, 512-518.
- [6] Fayala, I., Dhoubi, L., Nóvoa, X.R. & Ben Oueddou, M. (2013). Effect of inhibitors on the corrosion of galvanized steel and on mortar properties. *Cement and Concrete Composites*, 35, 181-189.
- [7] Lutz, L. A. (1970). Analysis of stress in concrete near a reinforcing bar due to bond and transverse cracking. *Journal of the American Concrete Institute*, 67, 778-787.
- [8] Arezoumandi, M., Wolfe, M.H. & Volz, J.S. (2013). A comparative study of the bond strength of reinforcing steel in high-volumen fly ash concrete and conventional concrete. *Construction and Building Materials*, 40, 919-924.

- [9] Zhao, Y., Lin, H., Wu, K. & Jin, W. (2013). Bond behavior of normal/recycled concrete and corroded steel bars. *Construction and Building Materials*, 48, 348-359.
- [10] Hamad, Bilal S. and Mike, John A. (2005). Bond strength of hot-dip galvanized reinforcement in normal strength concrete structures. *Construction and Building Materials*, 19, 275-283.
- [11] Lee, H.S., Noguchi, T. & Tomosawa, F. (2002). Evaluation of the bond properties between concrete and reinforcement as a function of the degree of reinforcement corrosion. *Cement and Concrete Research*, 32, 1313-1318.
- [12] Sena-Cruz, J., Cunha, V.M.C.F., Camões, A., Barros, J.A.O. & Cruz, P. Modelling of bond between galvanized steel rebars and concrete. Congress of Numerical Methods in Engineering. Barcelona.
- [13] Dassault and Systèmes (2013). Abaqus 6.13 CAE User's manual.
- [14] Henriques, J., Simões da Silva, L. & Valente, I.B. Numerical modeling of composite beam to reinforced concrete wall joints. Part I: Calibration of joints components (2013). *Engineering Structures*, 52, 747-761.
- [15] Gan, Y. (2000). Bond stress and slip modeling in non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures. Toronto: University of Toronto.
- [16] EN.10080:2005, *Steel for the reinforcement of concrete. Weldable reinforcing steel. General*.
- [17] EN.12390-2:2009, *Testing hardened concrete. Part 2: Making and curing specimens for strength tests*.
- [18] EC2, *Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. EN 1992-1-1*. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [19] Eligehausen, R., Popov, E.P. & Bertero, V.V. (1983). Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations, p.169. Berkeley: University of California.
- [20] FIB, Model Code 2010. Model Code 2010 – Final draft, Vol, 1. Fib Bulletin No.65. (2012). Lausanne: International Federation for Structural Concrete.

Comparative study of trusses to determine the influence of the geometry in the structural efficiency, according to the directions of the principal stresses.

Part II

Señís, Roger¹; Brufau, Robert¹; Sastre, Ramon²; Carbajal, Eusebio Carlos³

ABSTRACT

This study compares flat lattice girders mounted on two supports, based on various design parameters, to determine which have better structural performance and what geometries are more efficient. The fundamental goal is to determine the relationship of performance and structural behavior of each type of framework structure, with respect to the principle of optimization and improvement in the efficiency of the trusses if their geometry adapts to the directions of the principal stresses and, of course, to the trajectory of the isostatic lines of the equivalent continuous structural resistant element under the loading actions. In this study, 256 models of lattice girders, with different triangulations, are analyzed to determine their performance and structural behavior. The results conclude that the trusses gain up to 25-35% efficiency when they identify the trajectory of the isostatic lines generated by the acting loads.

Keywords: Lattice girders (trusses), structural performance, structural optimization, directions of the principal stresses, isostatic lines.

1. INTRODUCCIÓN Y METODOLOGÍA

Con una clara intención continuista del estudio comparativo inicial, ya realizado, sobre el rendimiento estructural de vigas de celosía planas biapoyadas [1], con el presente artículo se presentan dos estudios complementarios sobre armaduras, en base a sus parámetros de diseño, para determinar cuáles tienen un mayor rendimiento y qué geometrías son más eficientes. De igual forma que en el estudio previo, el objetivo fundamental de los dos estudios que se llevan a cabo es determinar la relación de dicho rendimiento estructural, de cada una de las triangulaciones, respecto al principio de optimización y de mejora de la eficiencia estructural de las vigas trianguladas si su geometría, se adapta a las direcciones de las tensiones principales y, en definitiva, a la trayectoria de las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes bajo las acciones solicitantes. El análisis de las direcciones de las tensiones principales se realiza mediante el modelado en elementos finitos en 2D (MEF), de una viga apoyada en los extremos según la combinación de

¹ Departamento de Estructuras en la Arquitectura, Escuela Técnica Superior de Arquitectura del Vallés (ETSAV), Sant Cugat del Vallès (ESPAÑA).

² Departamento de Construcciones Arquitectónicas I, Escuela Técnica Superior de Arquitectura del Vallés (ETSAV), Sant Cugat del Vallès (ESPAÑA).

³ Departamento de Construcciones Arquitectónicas II, Escuela Politécnica Superior de Edificación de Barcelona (EPSEB), Barcelona (ESPAÑA).

Persona de contacto/Corresponding author: roger.senis@upc.edu (R. Señís)

acciones más desfavorable, de acuerdo a la normativa utilizada, con el fin de determinar la trayectoria de las líneas del elemento estructural en concreto (Fig. 1).

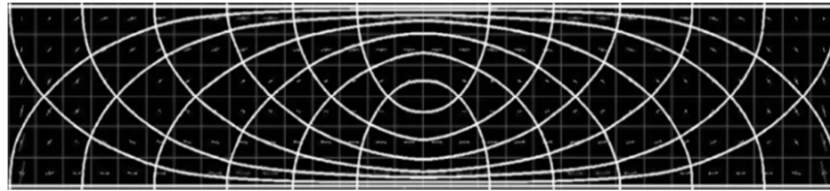


Figura 1. Representación de la trayectoria de las líneas isostáticas de una viga de alma llena biapoyada para cargas verticales. (Imagen propia adaptada del SAP 2000 v.15).

Es de dominio común, en esta temática, la influencia de la forma en la eficiencia y la rigidez de las estructuras, y en definitiva en el comportamiento y el rendimiento estructural como se desprende del estudio básico realizado con ocho estructuras trianguladas simples [2]. Atendiendo a dicha relación entre la forma y la función estructural, así como teniendo en cuenta que las vigas de celosía pueden adoptar varias geometrías, permitiendo distintas triangulaciones, de manera que cada una de ellas tendrá un rendimiento y comportamiento estructural diferente de acuerdo a su forma. Este concepto se muestra en la figura 2 donde se representan los diagramas de esfuerzos axiales de dos vigas de celosía con diagonales “en forma de K”. El esquema de esfuerzos axiales de la figura 2a corresponde a una viga “en K” con las diagonales orientadas para una transmisión “lógica” de los esfuerzos identificando, en la medida de lo posible, las líneas isostáticas que se generan en forma de “arcos” y “catenarias”, mientras que en la figura 2b se muestra el esquema de los esfuerzos axiales de una celosía “en K” con las diagonales invertidas, tal y como exponen [2][3][4].

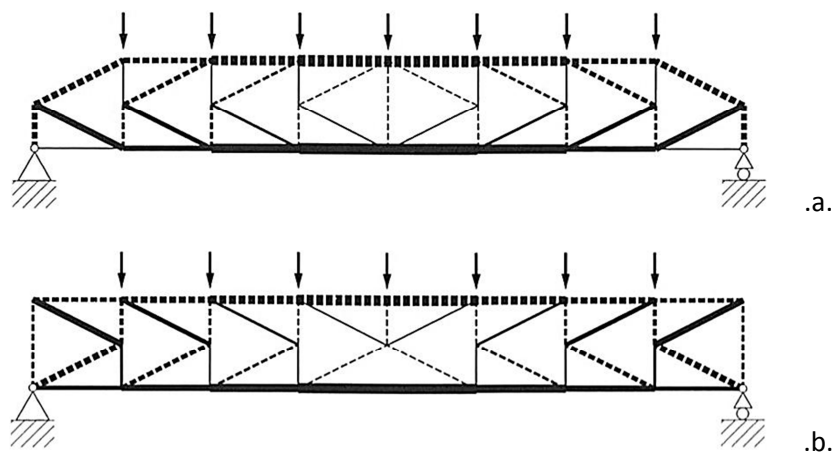


Figura 2. a) Viga “en K” con orientación de las diagonales de acuerdo a la transmisión “lógica” de los esfuerzos, b) Viga “en K” con orientación invertida de las diagonales. (Imágenes tomadas de [2]).

De acuerdo a la argumentación de [3][4] acerca de las geometrías de las vigas de celosía “en K” según la similitud, o no, en la orientación de las diagonales con la transmisión “lógica” de los esfuerzos, cuando se haga mención a dichas geometrías se hará uso de la denominación de viga “en K” para la geometría de la figura 2a, mientras que para hacer referencia a la armadura representada en la figura 2b se utilizará la denominación de viga “en K invertida”, al disponer las diagonales con una orientación invertida, de acuerdo a [2].

De igual forma se observa en la figura 2 que el comportamiento estructural, de acuerdo a los diagramas de esfuerzos representados, es totalmente diferente en ambas celosías y, como se verá en los estudios comparativos de vigas de celosía que se presentan, su rendimiento estructural también es totalmente opuesto, a pesar de ser dos tipologías con los mismos metros lineales de barras y peso propio de la estructura, si se toman las mismas dimensiones en alzado y secciones de barras.

Establecer esta relación, entre el comportamiento y rendimiento estructural de las vigas de celosía con el concepto de optimización expuesto en base a las líneas isostáticas, es el objeto fundamental de los dos estudios que se presentan, como continuación del estudio previo, en el cual el rendimiento estructural se establece en base a las deformaciones (flecha máxima) con los mismos perfiles en los cordones y con los mismos perfiles en las barras de relleno de todas las geometrías analizadas. Los dos estudios que se presentan sobre el rendimiento se describen a continuación:

Estudio comparativo 1: comparativo del rendimiento estructural resistente, R_r , (expresión (1)) en base al peso propio, así como a la carga distribuida máxima, Q , que resiste cada triangulación estudiada para obtener una misma limitación de deformación («parámetro de control») y los mismos perfiles tubulares en los cordones y los mismos perfiles tubulares para las barras de relleno en todas las vigas de celosía analizadas.

Estudio comparativo 2: comparativo del rendimiento estructural resistente, R_r , (expresión (1)) en base al peso propio de cada triangulación estudiada variando el grosor de los perfiles tubulares que conforman los cordones para obtener una misma limitación de deformación («parámetro de control»), así como un mismo estado de cargas.

2. OBJETIVOS DE LOS ESTUDIOS

En cuanto a los objetivos se refiere, no se trata únicamente de un estudio comparativo acerca del rendimiento estructural de las distintas triangulaciones de vigas de celosía, sino que se pretende obtener resultados válidos para el posterior estudio de estructuras tridimensionales como elementos resistentes de edificios singulares. Los objetivos de los estudios sobre vigas de celosía que se llevan a cabo en el presente trabajo, se exponen a continuación.

- Establecer sí el «parámetros de control» utilizado, igualando deformaciones para ELS, es válido para determinar el rendimiento y la eficiencia estructural de las vigas de celosía o armaduras.
- Determinar qué triangulaciones o vigas de celosía ofrecen un mejor comportamiento o mayor rendimiento estructural y, en consecuencia, determinar qué geometrías son más eficientes.
- El último objetivo del presente estudio comparativo, y de alto grado de definición en la temática, es determinar y cuantificar el rendimiento estructural de las distintas tipologías de celosías, cuando su geometría se adapta o se asemeja a la trayectoria de las líneas isostáticas de tensiones del elemento estructural equivalente de alma llena. Se pretende establecer la relación entre el rendimiento de una viga de celosía y su geometría en base a la identificación de la dirección de los esfuerzos o tensiones principales. Este objetivo se plantea en base a los conceptos de optimización de estructuras estudiados en [2], de acuerdo a autores como Robert Maillart (1872-1940), Emil Mörsch (1872-1950), Eduardo Torroja (1899-1961), Pier Luigi Nervi (1891-1979), Ricardo Morandi (1902-1989) o Félix Candela (1910-1997), entre otros.

3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Los resultados más relevantes se muestran en las figuras y tablas del presente apartado, de acuerdo a los siguientes parámetros de diseño y de dimensionado genéricos:

- Ocho triangulaciones o geometrías de celosía distintas. Se analizan la viga Pratt, la viga Howe, la viga “en K”, la viga “en K invertida”, la viga “en X”, la viga “en X” sin montantes, la viga Warren con montantes intercalados y la viga Warren con doble montante.
- Armaduras apoyadas en los extremos (armaduras biapoyadas) y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno.
- Cuatro luces consideradas, L: 14,0, 21,0, 28,0 y 35,0 m.
- Limitación de deformación de acuerdo a la normativa: 1/500 (valor flecha/luz).

De acuerdo a los parámetros de diseño, y para una misma limitación de deformación de acuerdo a las bases de cálculo definidas anteriormente, se definen las características y criterios propios de cada estudio:

Estudio comparativo 1: La primera opción de análisis posible consiste en determinar la carga distribuida máxima, Q , que resiste cada una de las vigas de celosía para ELS atendiendo a la normativa utilizada y dimensionado correcto para ELU. Posteriormente, se establece el rendimiento estructural resistente, R_r . Para ellos, se analizan 192 modelos de vigas de celosía biapoyadas, de acuerdo a los siguientes criterios y cantos de las celosías:

- Todos los perfiles tubulares de los cordones y todos los perfiles tubulares de las barras de relleno, son de la misma sección.
- Canto de la celosía. Se analizan seis cantos distintos de viga, H: 1,0, 1,4, 1,8, 2,2, 2,6 y 3,0 m.

Estudio comparativo 2: La segunda opción de análisis se plantea con el mismo fin, rendimiento estructural resistente, R_r , de acuerdo a la expresión (1), para una misma limitación de deformación atendiendo a la normativa. Para ello, se analizan 64 modelos, en este caso variando el grosor de los cordones para obtener la flecha admisible para un mismo estado de carga, de acuerdo a los siguientes criterios y cantos de las celosías:

- Dos cantos distintos entre 1.0-3.0 m según la luz de cada celosía analizada:
 - Viga biapoyada de 14,0 m: 1,4 y 1,6 m de canto.
 - Viga biapoyada de 21,0 m: 1,8 y 2,0 m de canto.
 - Viga biapoyada de 28,0 m: 2,2 y 2,4 m de canto.
 - Viga biapoyada de 35,0 m: 2,6 y 2,8 m de canto.
- La carga aplicada en los nudos del cordón superior será la misma para todos los casos analizados, cambiando únicamente el peso propio de las celosías de acuerdo a la geometría de

éstas, así como las dimensiones y los espesores de los perfiles de las barras que se definirán, en cada caso, para la obtención de la flecha admisible.

- Se predimensionan las barras de acuerdo a las dimensiones de cada caso (luz y canto). Las barras de relleno serán una constante para todas las tipologías de un mismo canto, y se modificará el espesor de los cordones de forma que obtengamos la flecha admisible para cada caso.
- Se dimensionan todas las barras eligiendo el perfil de mínimo peso, dentro de la serie europea de perfiles, que cumpla todas las condiciones de dimensionado para ELS y ELU.

Al tratarse de dos estudios de estructuras trianguladas, es decir, geometrías acordes al principio de las pequeñas deformaciones, se realiza un análisis lineal para determinar las deformaciones máximas (flechas) en estados límite de servicio (ELS), de las distintas armaduras analizadas en los estudios comparativos. De esta forma se limitan los efectos de segundo orden producidos por el pandeo, para realizar la comprobación tensional de los perfiles de dichas vigas de celosía, en estados límite últimos (ELU), tanto a nivel de barra como a nivel de sección, (considerando también las características geométricas y mecánicas de las secciones eficaces de los perfiles de clase 4), de acuerdo a la normativa utilizada.

3.1. Evaluación del rendimiento estructural

En este epígrafe se describe a continuación la expresión para determinar el rendimiento estructural resistente, R_r , de las vigas de celosía, utilizado en [5][6]. El rendimiento estructural resistente, R_r , es un parámetro adimensional que, como se describe en [5], relaciona la carga soportada, Q , y el peso propio de la estructura, P_e , de acuerdo a la siguiente expresión:

$$R_r = \alpha \frac{Q}{P_e} \quad (1)$$

donde,

α , es el coeficiente constante de ajuste a la escala de ordenadas;

Q , es la carga total aplicada en la estructura;

P_e , es el peso total de la armadura analizada.

El coeficiente de ajuste α en la escala de ordenadas es un valor constante que permite visualizar de forma más correcta los resultados en las gráficas representativas de los resultados de los rendimientos de las distintas vigas.

3.2. Acciones consideradas

De acuerdo al Código Técnico de la Edificación, CTE [7] para ELS, se toman las combinaciones característica, frecuente y casi permanente, de acuerdo a la normativa mencionada y descritas en [8].

3.3. Comparación de resultados

A continuación, se presentan y comparan los resultados de rendimiento estructural resistente, R_r , de las armaduras, de acuerdo a los distintos parámetros de diseño considerados.

En las figuras 3 y 4 se presentan todos los resultados R_r del primer estudio comparativo, igualando deformaciones para distintos estados de carga. En concreto, se muestran las ocho celosías, biapoyadas, de 14,0 m y 21,0 m de luz para cargas distribuidas y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno. La tabla 1 corresponde a los resultados para las vigas de H: 1,8 m.

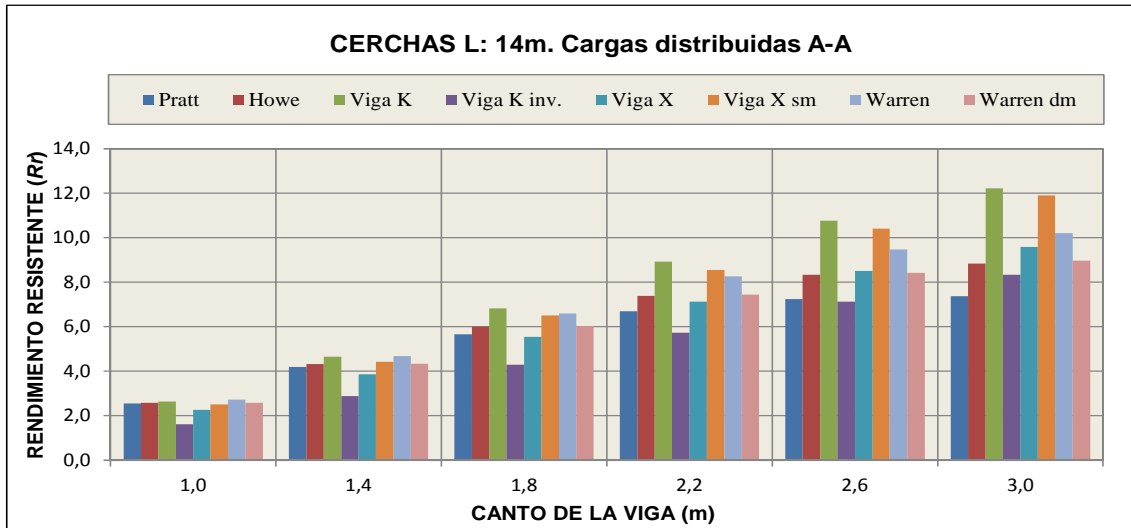


Figura 3. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 14,0 m para distintos estados de cargas [2].

Tabla 1. Resultados de L: 14,0m y H: 1,8 m.

L: 14.0 m	Flecha	Cord.	C-150x150x5mm			Diag.	C-125x125x5mm			Peso	Q total	
H: 1.8 m	cm	m	cm ²	kg/ml	kN	m	cm ²	kg/ml	KN	KN	KN/ml	R_r
Pratt	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	36,577	5,651
Howe	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	38,889	6,008
Viga K	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	47,69	24,0	18,46	8,80	15,05	51,356	6,824
Viga K inv.	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	47,69	24,0	18,46	8,80	15,05	32,275	4,289
Viga X	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	56,37	24,0	18,46	10,41	16,65	46,154	5,543
Viga X sm	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	43,77	24,0	18,46	8,08	14,33	46,599	6,505
Warren	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	30,88	24,0	18,46	5,70	11,95	39,445	6,602
Warren dm	2,800	28,00	29,0	22,31	6,25	36,28	24,0	18,46	6,70	12,95	39,078	6,037

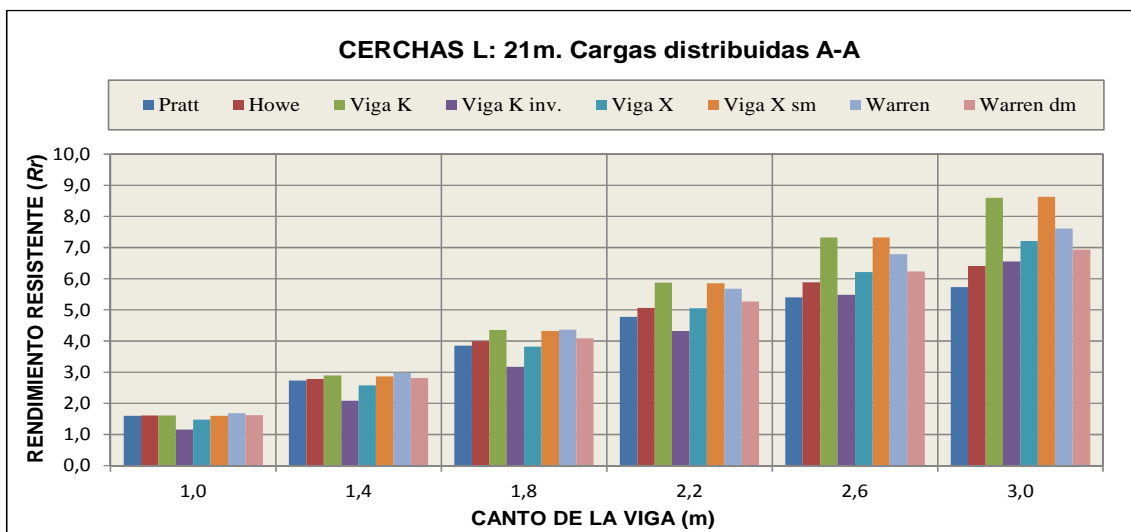


Figura 4. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 21,0 m para distintos estados de cargas.

En las figuras 5 y 6 se presentan todos los resultados R_r del primer estudio comparativo, igualando deformaciones para distintos estados de carga. En concreto, se muestran las ocho celosías, biapoyadas, de 28,0 m y 35,0 m de luz para cargas distribuidas y uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno. La tabla 2 corresponde a los resultados para las vigas de H: 2,2 m.

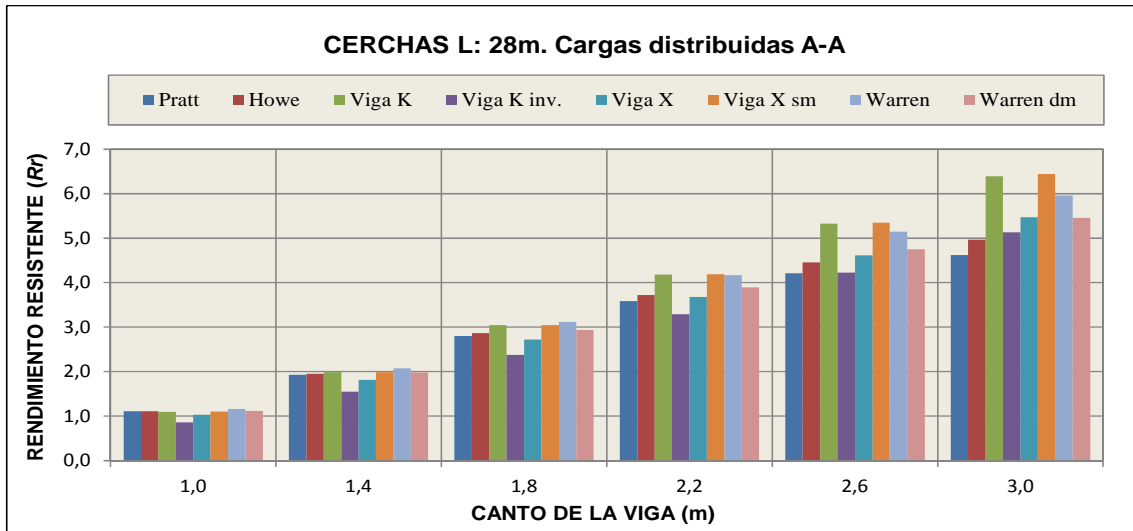


Figura 5. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 28,0 m para distintos estados de cargas [2].

Tabla 2. Resultados de L: 28,0m y H: 2,2 m.

L: 28.0 m	Flecha	Cord.	C-260x260x14.2			Diag.	C-200x200x6			Peso	Q total	
H: 2.2 m	cm	m	cm ²	kg/ml	kN	m	cm ²	kg/ml	kN	kN	kN/ml	R_r
Pratt	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	32,173	3,589
Howe	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	33,356	3,721
Viga K	5,600	56,00	140	107,4	60,15	103,5	46,6	35,82	37,09	97,24	40,682	4,184
Viga K inv.	5,600	56,00	140	107,4	60,15	103,5	46,6	35,82	37,09	97,24	31,966	3,287
Viga X	5,600	56,00	140	107,4	60,15	127,4	46,6	35,82	45,62	105,8	38,897	3,678
Viga X sm	5,600	56,00	140	107,4	60,15	94,36	46,6	35,82	33,80	93,94	39,372	4,181
Warren	5,600	56,00	140	107,4	60,15	66,98	46,6	35,82	23,99	84,14	35,108	4,173
Warren dm	5,600	56,00	140	107,4	60,15	82,38	46,6	35,82	29,51	89,65	34,899	3,893

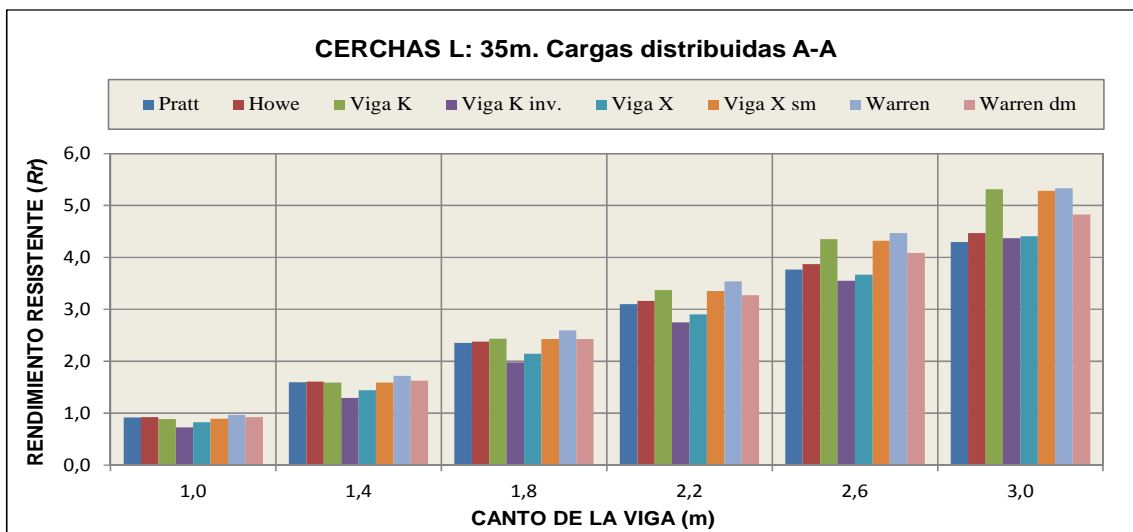


Figura 6. Resultados R_r estudio 1 de ocho triangulaciones de 35,0 m para distintos estados de cargas [2].

En las figuras 7 y 8, se presentan los resultados de rendimiento estructural resistente, R_r , obtenido en el segundo estudio comparativo, igualando deformaciones ajustando el grosor de los perfiles de los cordones, para ocho tipologías de vigas de celosía biapoyadas, de 14,0 m, 21,0 m, 28,0 m y 35,0 m de luz entre apoyos. Se muestran los resultados para las mismas cargas puntuales en los nudos superiores, con las uniones articuladas A-A en los extremos de las barras de relleno.

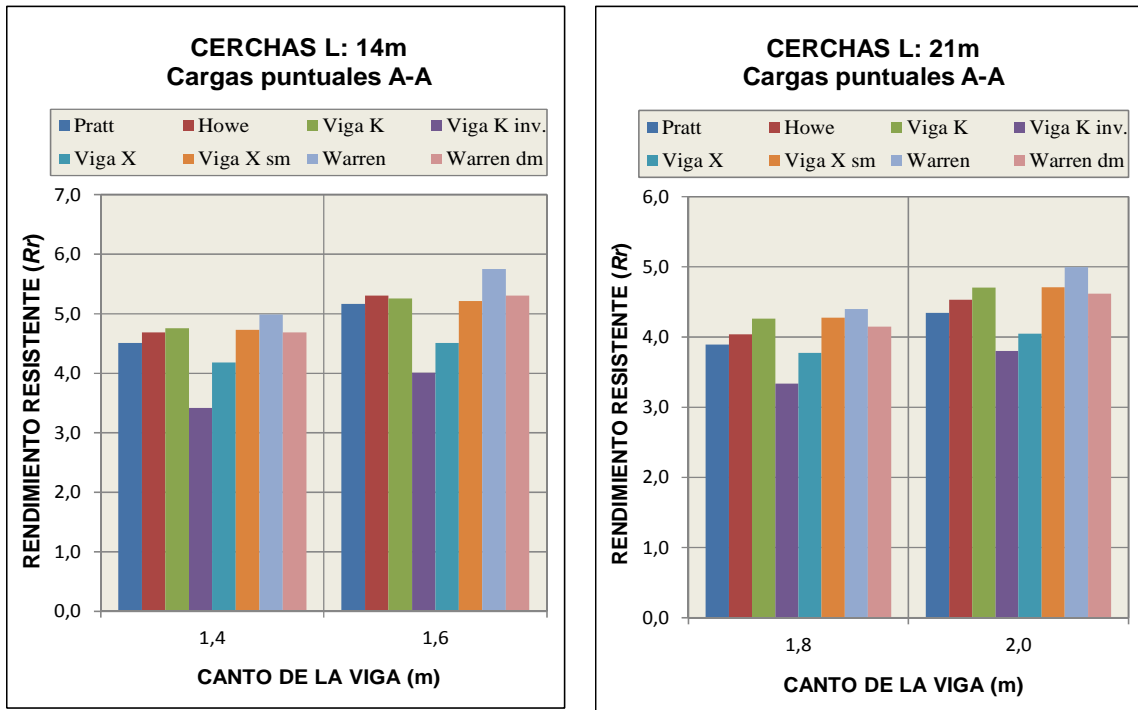


Figura 7. Resultados R_r , estudio 2 de ocho triangulaciones de 14,0 y 21,0 m para cargas puntuales [2].

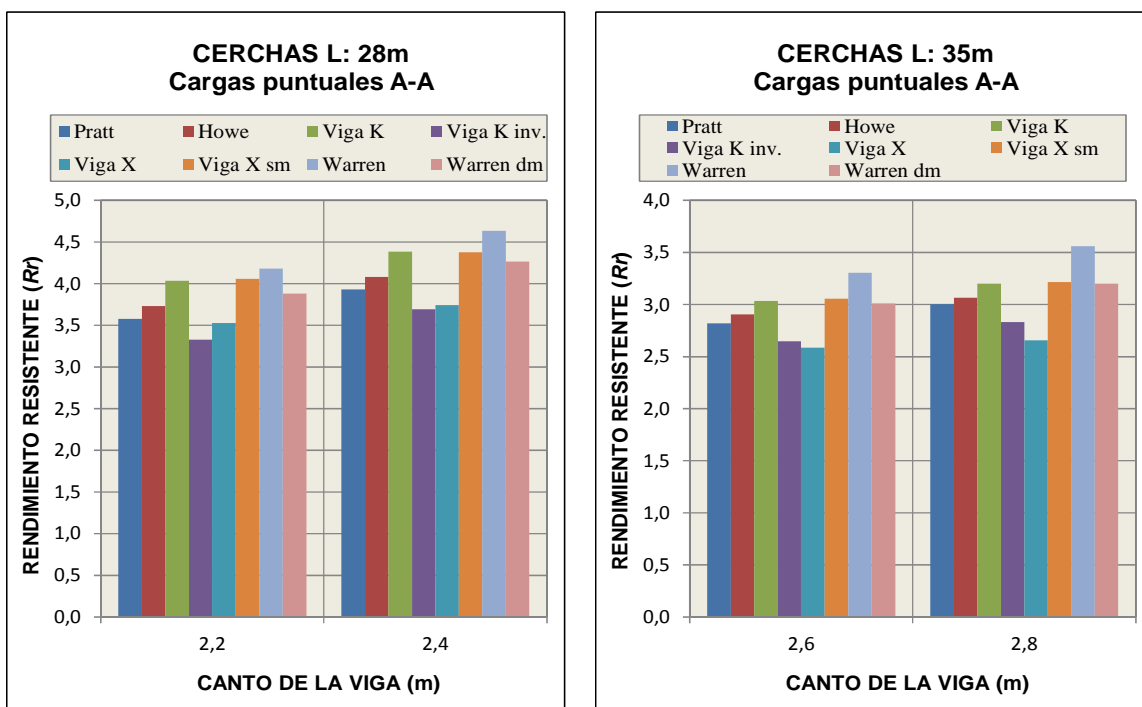


Figura 8. Resultados R_r , estudio 2 de ocho triangulaciones de 28,0 y 35,0 m para cargas puntuales [2].

4. CONCLUSIONES

En todos los comparativos realizados, los resultados obtenidos con limitación de deformaciones para ELS en ambos estudios se han obtenido resultados similares de rendimiento para las distintas triangulaciones analizadas. Con ello, se confirma que el «parámetro de control» utilizado es válido para determinar el rendimiento y la eficiencia estructural de de estructuras de entramado, en este caso, para estructuras o vigas de celosía.

Las celosías cuyo diseño identifica las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes tienen un mejor rendimiento y, por lo tanto, eficiencia estructural. En este sentido, generalmente, las celosías que ofrecen un mejor comportamiento estructural son la viga “en K”, la viga Warren y la viga “en X” sin montantes, con un rendimiento superior de hasta el 30-35% con respecto a las armaduras de menor rendimiento y de un 10-15% con respecto a al rendimiento promediado para todas las triangulaciones de un mismo estudio comparativo.

En la figura 9 se muestra la geometrías de las viga “en K”, la cual ofrece, por lo general, un mejor rendimiento estructural, ya que la orientación de sus barras de relleno permite que los esfuerzos axiales se transmitan de forma más “lógica” y racional, de acuerdo a las líneas isostáticas que forman “arcos” y “catenarias”, las cuales se muestran en la figura 10, obteniendo así, estructuras más óptimas y eficientes.

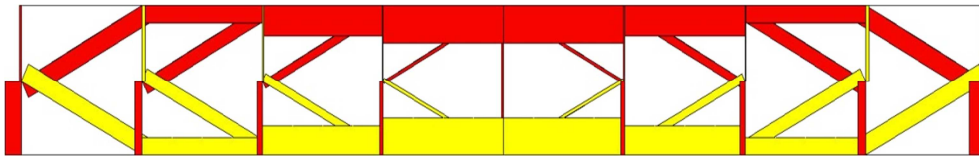


Figura 9. Diagrama de esfuerzos axiales de la viga “en K” con apoyos en los extremos de luz $L: 14.0$ m y canto de la viga, $H = 1.8$ m.

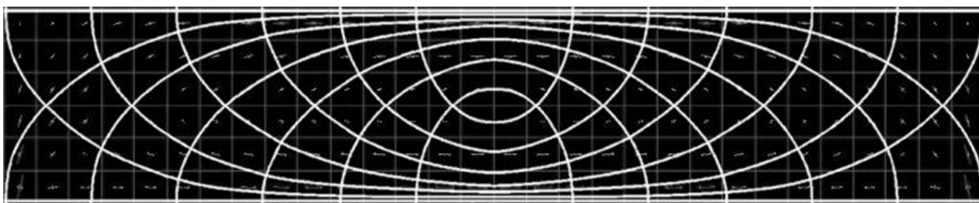


Figura 10. Líneas isostáticas de la viga biapoyada con carga distribuida en la parte superior. (Imagen propia adaptada del SAP 2000 v.15).

En el mismo sentido, la viga Warren, la cual se muestra en la figura 11, merece una mención especial. Debido a su distribución de las barras y ligereza visual, también ofrece un rendimiento estructural elevado, muy parecidos a la viga “en K”, e incluso en algunos casos, aunque de forma aislada, ofrece el mayor rendimiento, al identificar líneas isostáticas de tracción y de compresión.

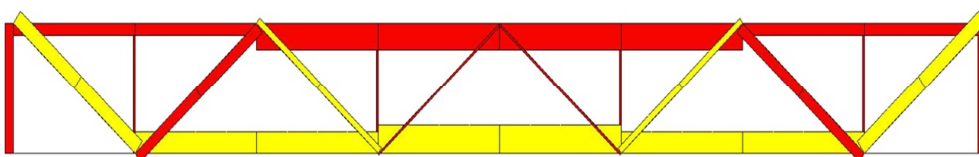


Figura 11. Diagrama de esfuerzos axiales viga Warren con apoyos en los extremos de luz $L: 14.0$ m y canto de la viga, $H: 1.8$ m.

No obstante, es necesario destacar que la viga Warren tiene diagonales de grandes dimensiones, si lo comparamos con el resto de triangulaciones, trabajando a tracción y compresión alternativamente, con la limitación para estados límite últimos que ello conlleva. Sin embargo, el número de nudos que constituyen dicha celosía, hacen de ella, una tipología más económica que triangulaciones como la viga “en K” y la viga “en X”, compensando así el incremento de sección de las barras sometidas a compresión por efectos locales de pandeo.

Finalmente, destacar que las armaduras tienen un mejor comportamiento estructural cuando su geometría identifica la trayectoria de las direcciones principales y, en definitiva de las líneas isostáticas de los elementos resistentes de alma llena equivalentes de acuerdo al estado de cargas actuante.

En este contexto, es sumamente representativo comparar los resultados de la viga “en K” y la viga “en K invertida”. Para un mismo peso propio de las estructuras, el rendimiento de ambas geometrías es meridianamente opuesto, ya que en el caso de la viga “en K”, se obtiene un rendimiento superior del orden del 25-35% con respecto a la viga “en K invertida”, dependiendo de las dimensiones (luz y canto) consideradas.

5. REFERENCIAS

- [1] Señís, R., Brufau, R., Sastre, R., Carbajal, E.C. (2015). Estudio comparativo de vigas de celosía para determinar la influencia de la geometría en la eficiencia estructural, en base a las direcciones principales. *Informes de la Construcción*. [En revisión]
- [2] Señís, R. (2014). Optimización de mallas estructurales de acero envolventes de edificios en altura. Análisis de las direcciones principales identificadas por sus líneas isostáticas. Tesis Doctoral. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Identificador de la Tesis: <http://www.tdx.cat/handle/10803/146178>
- [3] Brufau, R. (2004). La flexió a les estructures metàl·liques. Les encavallades. Barcelona: Escola Professional Josep M^a Sert, COAC.
- [4] Muttoni, A. (2011). The Art of Structures. Introduction to the Functioning of Structures in Architecture. Lausanne: EPFL Press.
- [5] Estévez-Cimadevila, F.J., Martín-Gutiérrez, E. (2002). Influencia de los parámetros de diseño en el rendimiento estructural de vigas de celosía. *Informes de la Construcción*, 54(479), 17-28.
- [6] Estévez-Cimadevila, F.J., Martín-Gutiérrez, E. (2003). Análisis del rendimiento estructural de vigas Vierendeel. *Informes de la Construcción*, 54(483), 27-37.
- [7] CTE. (2006). Documento Básico SE-AE (Seguridad Estructural: Bases de Cálculo y Acciones en la edificación), Madrid: Código Técnico de la Edificación.
- [8] Señís, R., Sastre, R., Brufau, R., Carbajal, E.C. (2014). Estudio para la optimización de mallas estructurales de acero envolventes de edificios en altura según sus solicitaciones, en base al análisis de sus líneas isostáticas. *Informes de la Construcción*, 66 (EXTRA-1): m005, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.13.094>.

Damage assessment in a reinforced concrete pedestal based on rotating machinery vibration analysis

Erik Rosado Tamariz¹, Alberto López López¹, David Porras-Navarro González¹

¹*Civil Engineering Department, Instituto de Investigaciones Eléctricas (México).*
erosado@iie.org.mx, alopezl@iie.org.mx, david.porras@iie.org.mx

ABSTRACT

A critical operational condition to be considered in the fatigue damage evaluation in reinforced concrete pedestals of power plants generation is the caused by the dynamic effects transmitted by the turbo-generator in terms of vibrations. The structural behavior of the turbo-generator under dynamics conditions is affected by its dimensional characteristics, the weight of each components and the performance of each supports on terms of stiffness and damping.

In this study, a coupled finite element model FEM of the turbo-generator and reinforced concrete pedestal were developed in order to evaluate the dynamic behavior of the structure and the fatigue damage for different real operational conditions according to data obtained from field measurements. The FEM developed for the pedestal considers the inclusion of reinforcing steel structural elements within the concrete. The methodology was implemented to determine the critical zones to fatigue failure and an estimate of remaining fatigue life in the pedestal.

Keywords: Damage Assessment, Reinforced Concrete, Power Plant Pedestal, Numerical Analysis.

1. INTRODUCTION

As part of its improvements process the Mexican electrical system they carry out different actions, including the modernization of some of the critical components of the power plants generation; with the aim to increase its production, as well as to improve their guaranteed net capacities and the net unit heat consumptions. In addition to this modernization process, it is necessary to assess the effects of these changes in the components that not were modified with respect to the original design of the generating unit and interacting directly with upgraded components.

The study case shown in the present work focuses on the evaluation of the dynamic behavior and the estimation of remaining fatigue life in the reinforced concrete pedestal of an upgraded steam turbine for the unit generation of simple cycle as part of its retrofit process. The system analyzed in this study consists of a reinforced concrete pedestal that supports the turbo-generator of the unit generation through eight radial supports and a support of axial type.

The reinforced concrete pedestal of the turbo-generator is formed by a rigid structural system of reinforced concrete frames, which has six bays on the east-west direction and one bay on the north-south direction; the dimensions of length and width of structure are 51.50m and 16.50m respectively,

with three levels of main floor. Since manufacturing and structural drawings [1], the 3D CAD model was developed using commercial CAD software “SolidWorks”. In the Figure 1, shows the global view of the geometrical model for the pedestal. The total mass of the pedestal was verified with respect to data reported in design specifications [2].

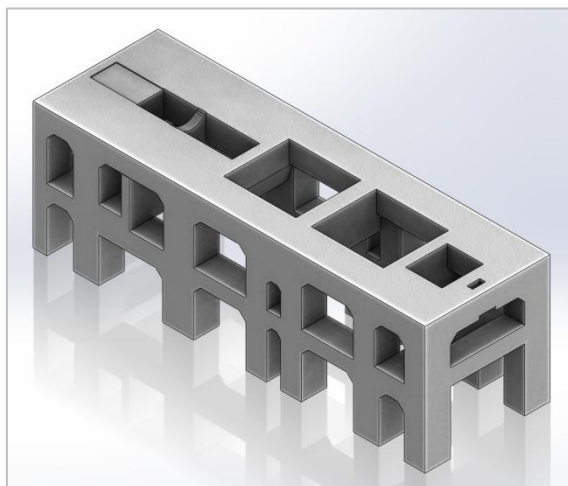


Figure 1. Geometrical model of the reinforced concrete pedestal.

Five components comprise the turbo-generator of the generation unit, a rotor of a high pressure (HP), the first rotor of low-pressure turbine (LP1), the Jack Shaft (JS), the second rotor of low-pressure turbine (LP2) and the rotor of electrical generator. Figure 2, shows the distribution and the geometrical model of these components for the turbo-generator.

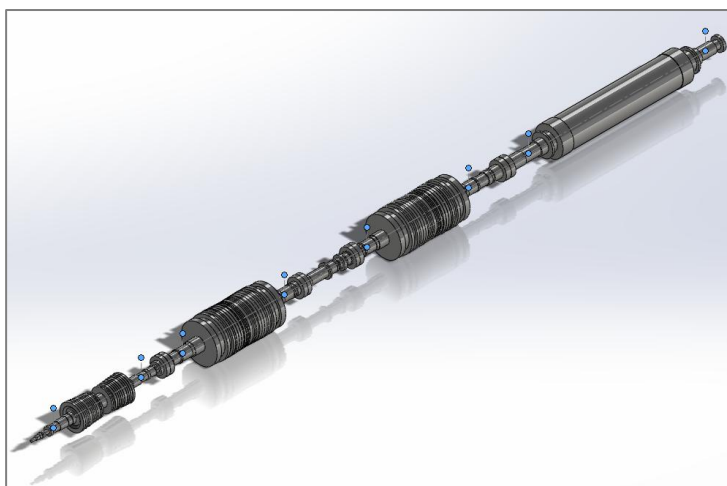


Figure 2. Distribution and geometrical model of the components that comprise the turbo-generator of the generation unit.

In order to support the turbo-generator on the reinforced concrete pedestal are used in total nine bearings, of which six are of type cylindrical hydrodynamic located in the high pressure turbine and in the two low pressure turbines, as well as two tilting pads bearings located on the generator. These bearings carry the entire turbo-generator to prevent displacements in the vertical and horizontal directions at the extremities of each turbine and generator. Additionally, there is an axial thrust bearing to prevent displacements along the longitudinal axis at the level of Jack Shaft; which are caused mainly by the sum of the loads at the different stages of the turbines. Figure 3 shows a top

view of the location (in red) of bearings of turbo-generator with respect to concrete pedestal that supports it.

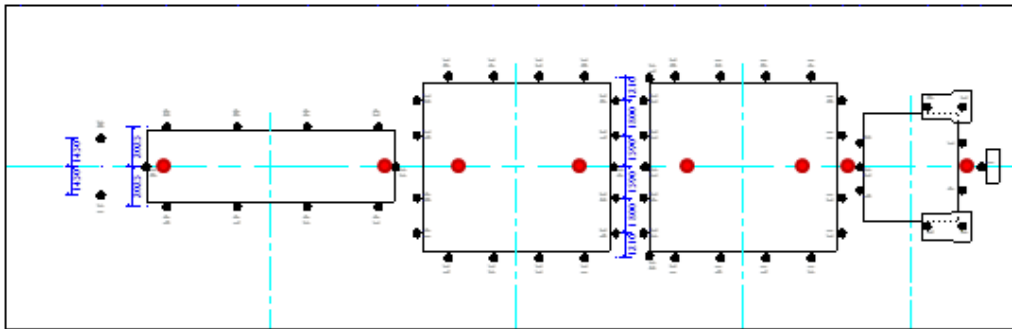


Figure 3. A top view of the location (in red) of bearings of turbo-generator.

2. FINITE ELEMENT METHOD

Generally, the finite element stress analysis of a practical engineering component consists of three phases: (a) modeling, (b) analysis, and (c) results interpretation.

Phase I: Modeling

In this phase, which is known as the pre-processing phase, an actual engineering component is represented by an accurate model of a finite element mesh together with specified loading and boundary conditions. The basic aspects for modeling within the finite element method are: (a) element selection, (b) geometrical modeling, (c) material modeling, (d) load modeling, and (e) boundary condition modeling.

Phase II: Analysis

The basic steps of the analysis phase may be summarized as follows:

Step 1: Selection of the field variable models.

In the selection of the field variable models, this step is treated as a separate problem and the field functions (i.e. displacements) inside the element are expressed in terms of nodal displacements and shape functions.

Step 2: Formulation of element stiffness matrices.

The displacements, strains and stresses vectors within each element are derived by using the strain-displacement relationships and Hooke's law (constitutive equations), it follows that the strains are constant within each element, if the displacements vary linearly. Then, using a variation (energy) formulation, the governing equation for each element is derived.

Step 3: Assembly of the equations for the whole domain.

This step may depend on the type of equation solver employed. In this step the evaluation of element stiffness matrices for all elements in the structure and the assembly of them into the overall stiffness matrix are carried out. This is achieved by adding together contributions of the individual element stiffness matrices and nodal element vectors at common nodes.

Step 4: Application of boundary conditions.

This step results in a reduced system of linear or no-linear equations. The linearity of the equations depends upon the analysis required.

Step 5: Solution of the reduced system of equations.

In this step, either direct or iterative procedures may be employed for the solution of linear systems of equations. The popular direct methods are: the Gauss elimination, Choleskifactorization, and Gauss-Jordan methods, whilst the common iterative solvers are the Gauss-Seidel, and Conjugate Gradient methods.

Phase III. Results Interpretation

This is the post-processing phase, in which the basic interpretation and assessment of finite element results are carried out. Analyst should be aware of the accuracy limitations of finite element results; therefore, results validation or checking out that the results obtained are correct and reliable is an essential step to be considered. The relevant results may be tabulated or represented graphically. Stress contours are advantageous in displaying critical stress-concentration zones. Finite element stress analysis results are usually checked against relevant theories of failure. Figure 4 shows a general scheme for the finite element analysis.

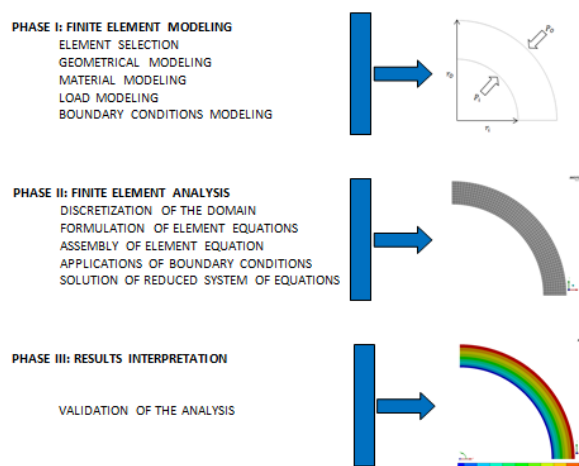


Figure 3. General scheme of finite element analysis.

3. DYNAMIC ANALYSIS OF THE STRUCTURE

The dynamic behavior of the turbo-generator and the effects transmitted to the pedestal in terms of vibrations are affected by its dimensional characteristics, the weight of each components and the performance of each supports on terms of stiffness and damping. Therefore, it is important to establish in the numerical analysis of the coupled model, levels of effective stiffness that consider the effects of rotor - bearings - concrete pedestal interaction.

A coupled numerical model of the turbo-generator and reinforced concrete pedestal of a power plant generation was developed in order to evaluate the dynamic behavior of the structure. The numerical model was developed based on the technique of Finite Element Method (FEM) using the commercial code ANSYS [3]. In the dynamic evaluation of the structure were not modeled geometrically and numerically components that do not contribute to the stiffness of the pedestal such as casings, mobile and stationary blades, nozzles and structures of the main bearings. These components were considered as a mass added to the structure.

To simulate the effects of the eight radial bearings that support the turbo-generator, connections coupling for rotor - bearing and bearing - pedestal systems were performed using beam type elements capable of limiting the displacements and rotations so that this element only work in the required direction. Furthermore, the coefficients of stiffness of each element were calibrated with respect to calculated values as reported by the manufacturer on each bearing and each direction were calibrated.

Numerical Model

As a starting point to begin working on dynamic behavior of the structure it was necessary to obtain a 3D CAD model to describe the geometric characteristics of the pedestal and turbo-generator. In the Figures 1 and 2, is shown the details of the 3D CAD models for each component separately. Additionally, in the Figure 4 is shown the 3D geometric coupled model of the turbo-generator and the reinforced concrete pedestal.

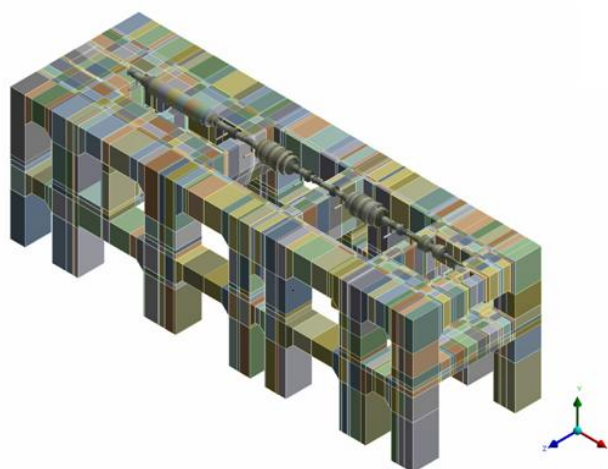


Figure 4. 3D geometric coupled model of the turbo-generator and the pedestal.

For the numerical model of the turbo-generator type beam elements were used, settled geometric features of each section of the rotors according to their lengths, inner and outer diameters and the area of the cross section of each component, to reproduce its geometry as nearly as possible. It should be noted that the numerical model was developed using type beam elements, since the convergence of results in terms of modal shapes and natural frequencies between FEM model of the turbo-generator using 3D solid elements and other using beam type elements. In the Figure 5, is shown the numerical model of the turbo-generator.

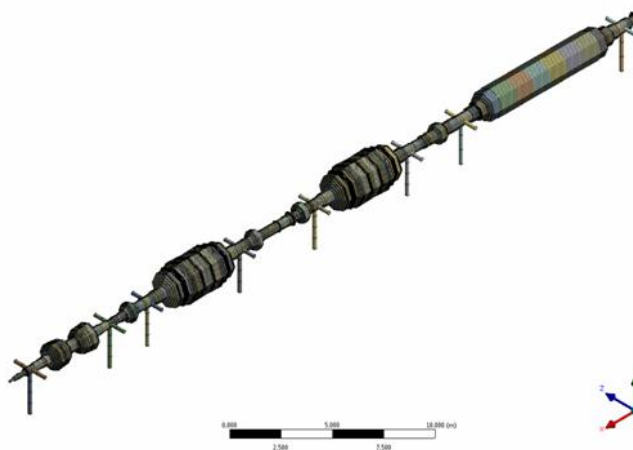


Figure 5. Numerical model of the turbo-generator, using beam elements.

The numerical model of the pedestal was developed using solid 3D elements of linear formulation [eight nodes] to model the simple concrete combined with the link type elements using to model the longitudinal steel reinforcement in the concrete columns and beams. Additionally, the element Revolute Joint is used to transmit the loads between the turbo-generator and the pedestal. Similar to be shown for the turbo-generator, in the Figure 6 is shown the numerical model of the reinforced concrete pedestal.

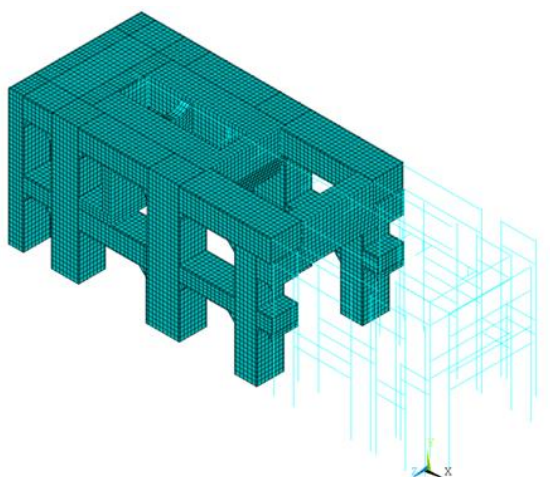


Figure 6. Numerical model of the reinforced concrete pedestal.

The coupled finite element model of the turbo-generator and reinforced concrete pedestal consists of 288,731 nodes and 71,240 elements in total.

Boundary Conditions

Boundary conditions of the coupled numerical model were established to restrict the displacements and translations of the pedestal on its three directions (x, y, and z) at the level of the foundation, as shown in the Figure 7.

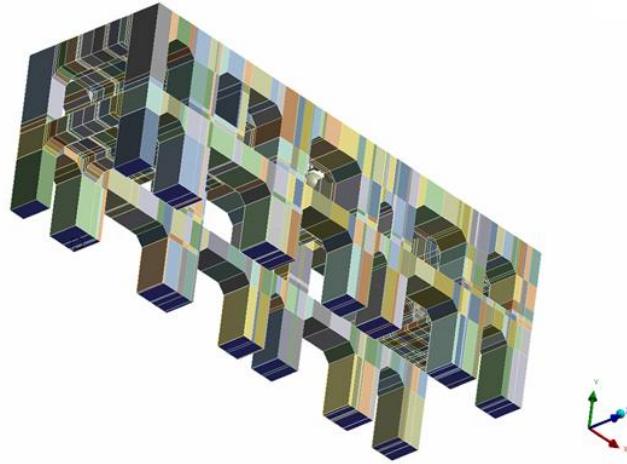


Figure 7. Boundary conditions of the coupled numerical model.

Materials Properties

The materials used in the manufacture of turbine rotors and electric generator consist of a NiCrMoV alloy steel, while the pedestal was designed with a material consisting of a resistant reinforced concrete compression ($f'c$) equal to 280 kg/cm^2 . Table 1, shows the types of materials for each rotor and the concrete pedestal, as well as some of its main mechanical properties [4, 5].

Table 1. Types of materials for each component

Component	Material		Properties				
			Modulus of Elasticity [Pa]	Density [kg/m^3]	Poisson ratio	Yield strength [MPa]	Tensile strength [MPa]
High Pressure Rotor	ST565S Class 2	23 CrNiMo 7-4-7	$2.03 \cdot 10^{11}$	7,850	0.3	585	690
Low Pressure Rotors	ST565S Class 1	23 CrNiMo 7-4-7	$2.03 \cdot 10^{11}$	7,850	0.3	635	740
Jack Shaft	ST573S	-	$2.03 \cdot 10^{11}$	7,850	0.3	700	800
Electric Generator	-	27 NiCrMo 15-6	$2.03 \cdot 10^{11}$	7,850	0.3	600	700
Pedestal	Concrete $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$		$2.486 \cdot 10^{10}$	2.325	0.17	-	-

Load Cases

During normal operation of the unit generation and according to their frequency of occurrence, two main types of load case can be induce damage to the pedestal; these load case include constant load or permanent actions, in addition to the repeated loads arising from the operation of the turbo-generator and their corresponding unbalance vibrations (oscillating loads).

Different load cases were defined based on reports by the manufacturer and are described below:

Permanents Loads

Gravitational Forces are applied at each support knowing weight of each component.

Torque Forces, in the case of the three turbines (LP1, LP2 and HP) are those for the reaction torque resulting from the static parts of the rotation of the turbine rotor (opposite in direction to the rotation of the rotor). For the case of electric generator is the resulting torque to the reaction of the magnetic field of the rotor on the stator windings.

Vacuum Forces are due that in the condenser of low pressure modules have a pressure less than atmospheric pressure.

Friction Forces these horizontal forces correspond to the thermal expansion of High Pressure, Low Pressure and Generator modules.

In the Figures 8 to 11, shows the different types of permanent loads acting on the concrete pedestal.

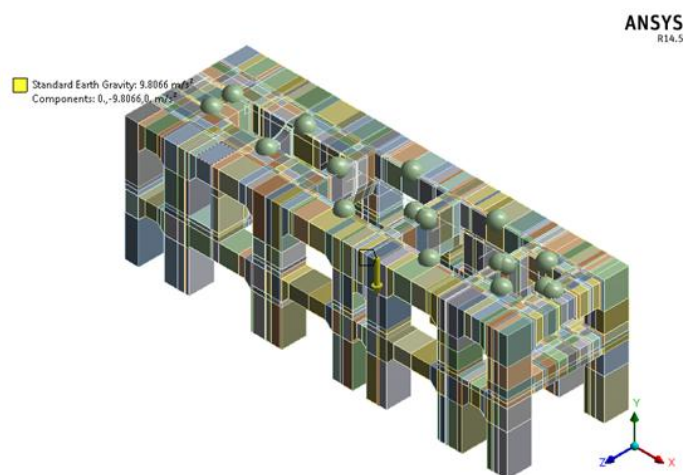


Figure 8. *Distribution of gravitational forces on the concrete pedestal.*

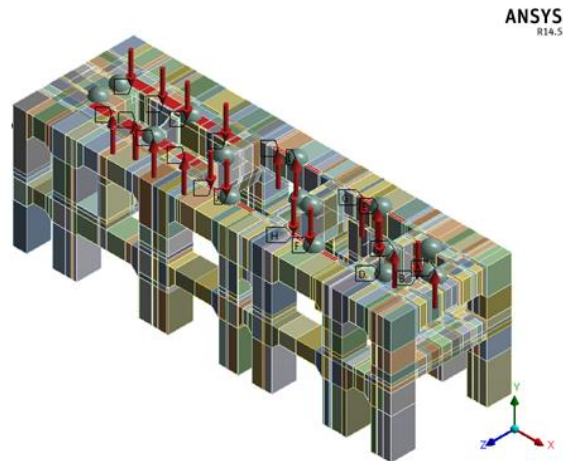


Figure 9. *Distribution of torque forces on the concrete pedestal.*

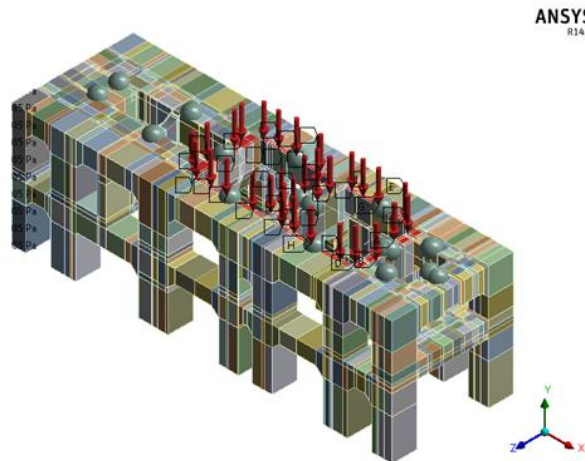


Figure 10. *Distribution of vacuum forces on the concrete pedestal.*

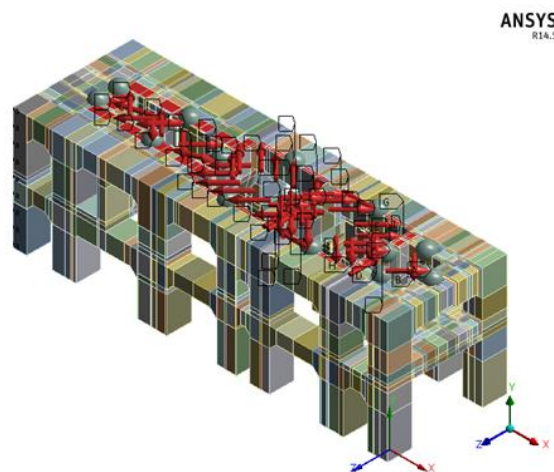


Figure 11. *Distribution of friction forces on the concrete pedestal.*

Oscillating loads

These conditions are important fluctuating loads generated by resonant vibratory phenomena either continuous or temporary; these resonance conditions are caused mainly by the turbo-generator unbalances that occur during normal operation due to the by vibration levels recorded in eight bearings that support the turbo-generator. The two different conditions of oscillating loads cases are described below.

Nominal Unbalance

This operational condition refers to existing vibrations in the turbo-generator at the nominal frequency operation of the generation unit, with resonant oscillations in the High Pressure Rotor (1ST mode) and the Rotor of the Electric Generator (2nd mode). These effects can be observed in the relative displacements measurements at real time in the bearings one and eight for the HP y GE Rotors as shown in Figure 12.

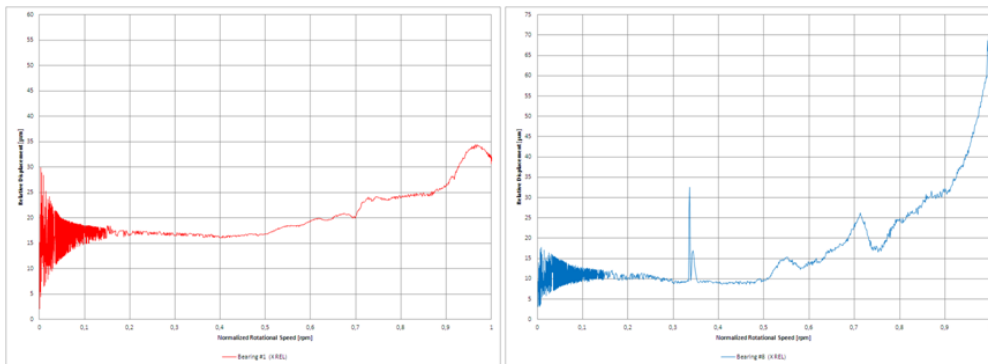


Figure 12. Vibration data collection in two of eight turbo-generator bearings during a cold startup.

This load case is developed by a dynamic analysis, which represents the maximum relative displacement peak to peak between the rotor and the bearings, equivalent to the alarm settings currently used for the real operation condition of the turbo-generator. This effect was developed assigning in the balancing planes for each rotor, harmonic forces that cause an unbalance in the turbo-generator as shown in Figure 13.

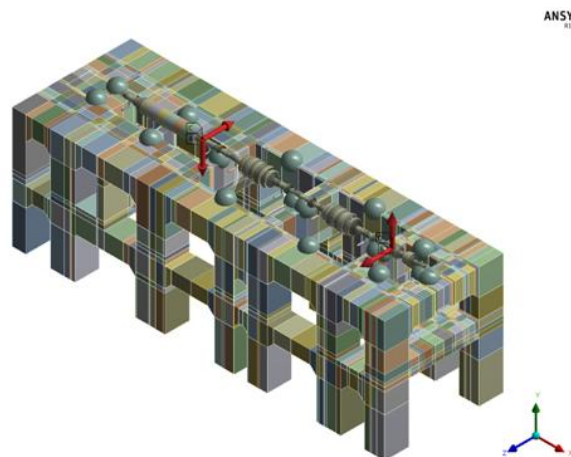


Figure 13. Harmonic forces in the balancing planes for the HP and GE rotors.

Startup and Shutdown

This operating condition is due to the unbalance of the rotors of Low Pressure and Electric Generator of the turbine, when they passage through its first critical speed for increased or decreased load on a process start or shutdown for the generation unit. This operational condition is not continuous and occurs only a few times each year. As in the case load of nominal unbalance, it is necessary to excite the numerical model until vibration limit on peak to peak at resonant frequencies for rotors of LP and GE. In the Figure 14, is shown the harmonic forces that cause an unbalance in these rotors.

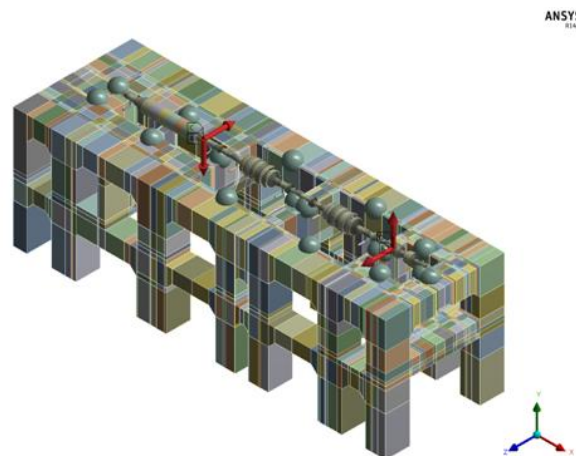


Figure 13. Harmonic forces in the balancing planes for the LP and GE rotor during startup or shutdown.

Numerical Results

In the numerical analysis of the structure the permanent loads remain during all time and are combined separately with each oscillating loads to determinate the dynamic behavior of the structure. The stress evaluation is presented for the nominal unbalance and the startup-shutdown conditions.

The Figure 14 is shown the numerical response of the Rotors of HP and GE (vertical and horizontal) at the nominal frequency operation of the generation unit for the nominal unbalance condition. Likewise, in the Figure 15 shows the critical zones and stress distribution in the reinforced concrete pedestal for nominal unbalance condition. Similarly, in the Figures 16 and 17 are shown the numerical response of the Rotors of LP and GE (vertical and horizontal) at the startup-shutdown condition. Likewise, in the Figures 18 and 19 are shown the critical zones and stress distribution in the reinforced concrete pedestal for this load condition.

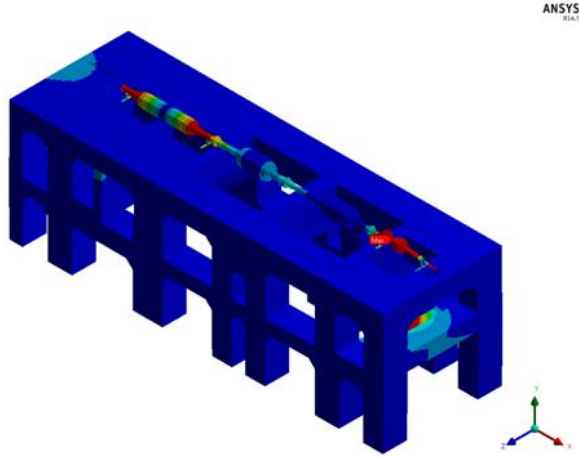


Figure 14. Response of the Rotors of HP and GE at the nominal frequency operation of the generation unit for the nominal unbalance condition.

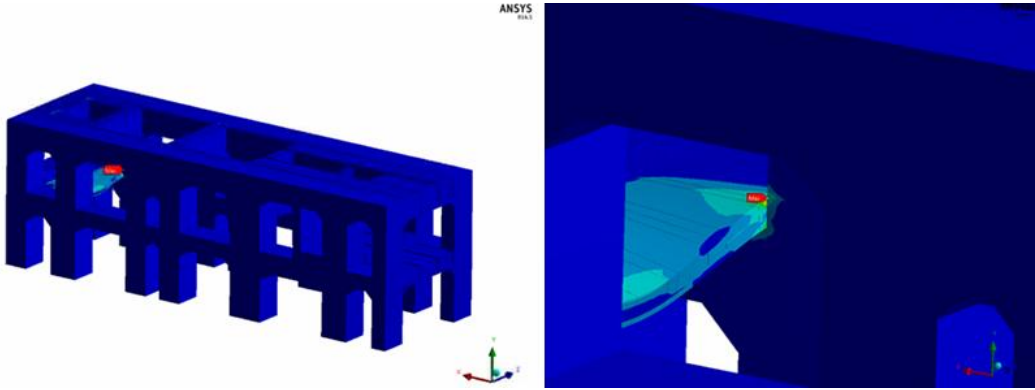


Figure 15. Critical zones and stress distribution in the reinforced concrete pedestal for nominal unbalance condition.

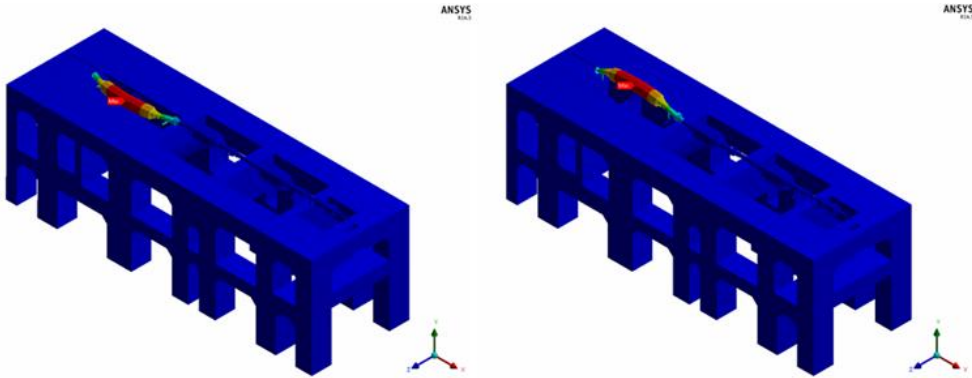


Figure 16. Numerical response of the GE Rotor (vertical and horizontal) at the startup-shutdown condition.

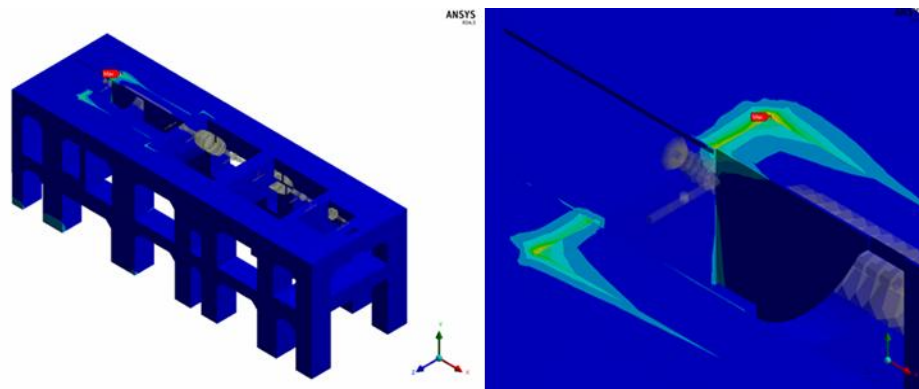


Figure 17. Critical zones and stress distribution in the reinforced concrete pedestal for the startup-shutdown condition of the GE Rotor.

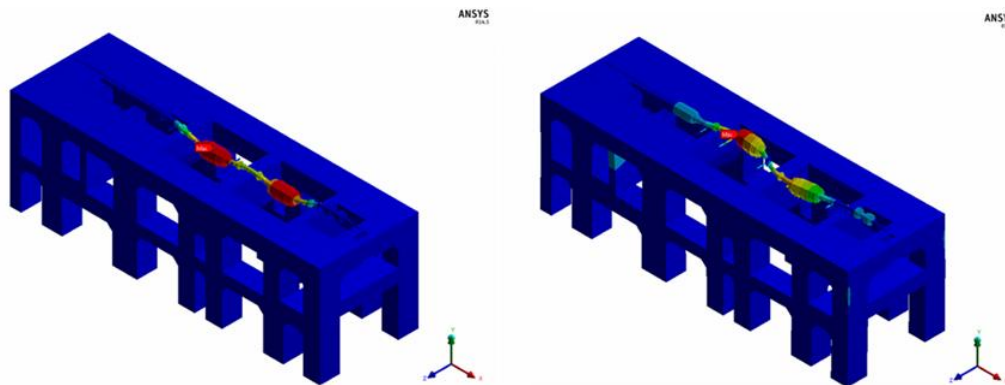


Figure 18. Numerical response of the LP Rotors (vertical and horizontal) at the startup-shutdown condition.

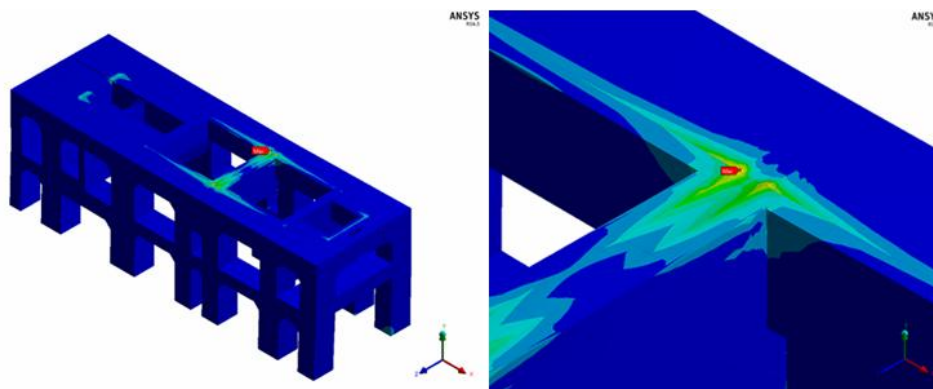


Figure 19. Critical zones and stress distribution in the reinforced concrete pedestal for the startup-shutdown condition of the LP Rotors.

4. DAMAGE ASSESSMENT OF THE STRUCTURE

A methodology for the study of fatigue of reinforced concrete elements subjected to high load cycles under the criteria of Stress-Life is presented. This approach is based on life curves called S-N (stress-number of cycles) obtained for alternating stresses in pure tension and compressive-tension stress, which determine the behavior of reinforced concrete using the nCode Design Life module for Ansys fatigue code.

High cycles criteria of damage assessment for the reinforced concrete pedestal was established, because the stress levels obtained in the dynamics evaluation of the structure are low and the behavior of the structure remains in the linear range. Also, the exposition time of the structure at these loads conditions is highest by its nature, which represents a phenomenon of high cycle's fatigue.

High cycle fatigue is controlled by the level of cyclic stress and uses an approach according to the equation Stress-Life (S-N) or Basquin equation [6], assumed that the failure occurs after a large number of cycles and shows the relationship between the stress amplitude about the failure, as shown in the following equation:

$$\frac{\sigma}{2} = \sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (1)$$

Where:

σ_f' , is the fatigue strength coefficient.

b , is the fatigue strength exponent

N_f , is the fatigue life.

σ_a , is the alternating stress.

The fatigue damage (d_i) can be defined as the ratio of load cycles (n_i) under certain operating conditions between the cycles of life of the component before failure (N_f); such that the total accumulated damage in a component exposed to different loads conditions during normal operation according the high cycles fatigue uses the linear damage accumulation rule or Palmgren-Miner rule [7], which is a linear sum of individual damage induced to component for each load cycle during operation. This rule is denoted by the following expression:

$$D = \sum_{i=1}^n d_i \quad (2)$$

The failure occur when the sum of the damage for each operating condition or cumulative total damage of the material or greater than unit.

Fatigue Properties of Concrete

Recently, authors such as Lü et al [8] proposed a method to assess the fatigue under direct tension stresses and alternating compression-tension stresses on simple concrete, which is expressed by the following equations:

$$\log N = 12.02 - 10.64 \left(\frac{\sigma_{max}}{f_t} \right) - 4.39 \left(\frac{\sigma_{min}}{f_c} \right) \text{ for tension-compression stresses} \quad (3)$$

$$\log N = 16.67 - 16.76 \left(\frac{\sigma_{max}}{f_t} \right) + 5.17 \left(\frac{\sigma_{min}}{f_t} \right) \text{ for direct tension stresses} \quad (4)$$

Where:

σ_{max} , is the maximum stress.

σ_{min} , is the minimum stress.

f_c , is the compression stress.

f_t , is the tension stress.

R , is the stress ratio.

N , is the fatigue life.

Based on equation 1, 3, 4 and considering that the tensile stress of the reinforcing steel elements were 10.5 MPa, diverse SN curves were developed for the case alternating compression-tension stresses and direct tension stresses, varying the value of stress ratio R, as shown in Figure 20.

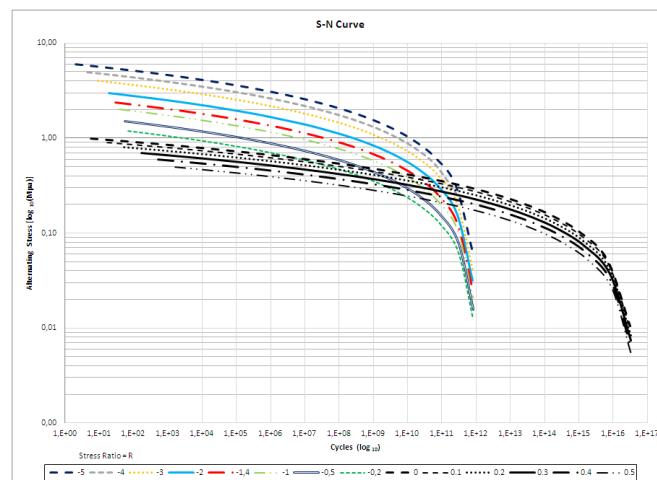


Figure 20. S-N curves under direct tension stresses and tension-compression stresses for the pedestal.

Fatigue Results

Based on the results from the evaluation of the dynamic behavior of the reinforced concrete pedestal, considering the criterion of high cycle fatigue S-N curves, the periods of occurrence of each load condition and the material properties of each column and beam which considered the inclusion of steel reinforcement; damage and life of the structure for each load condition are determined as well as a cumulative damage.

In the Figures 21 to 24, are shown the global distribution of life and damage for each load condition as well as the combination of them. In similar form for each condition and combination of loads, the Figures 25 to 28 shows the global distributions of damage to the reinforced concrete pedestal.

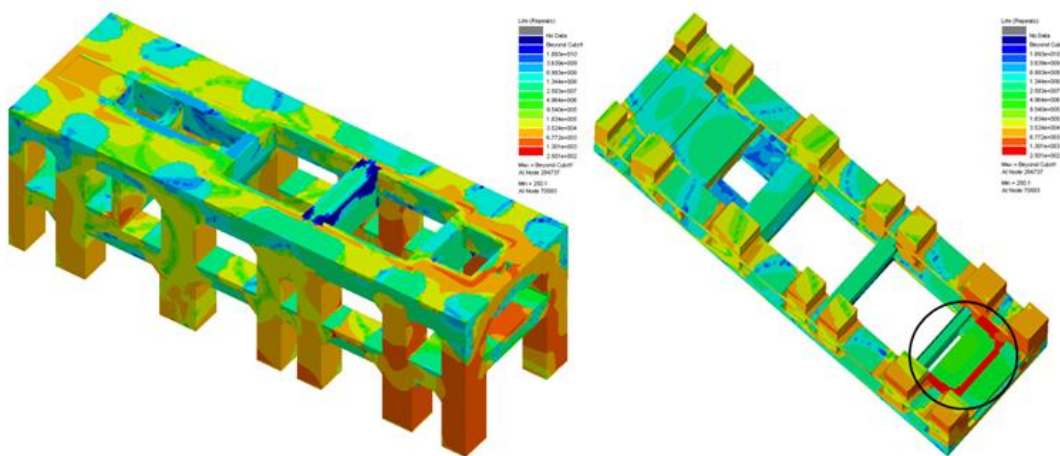


Figure 21. Global distribution of life in the pedestal under nominal unbalance load condition.

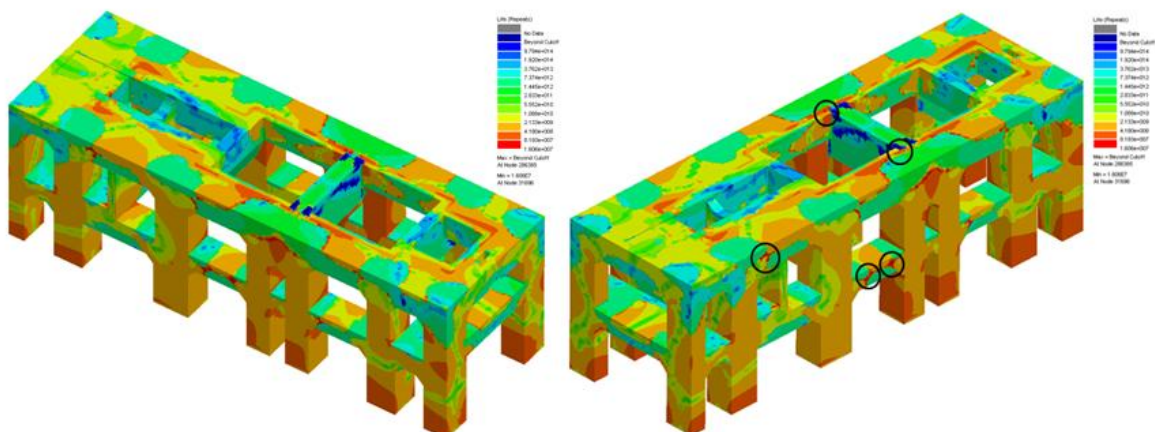


Figure 22. Global distribution of life in the pedestal under LP startup-shutdown load condition.

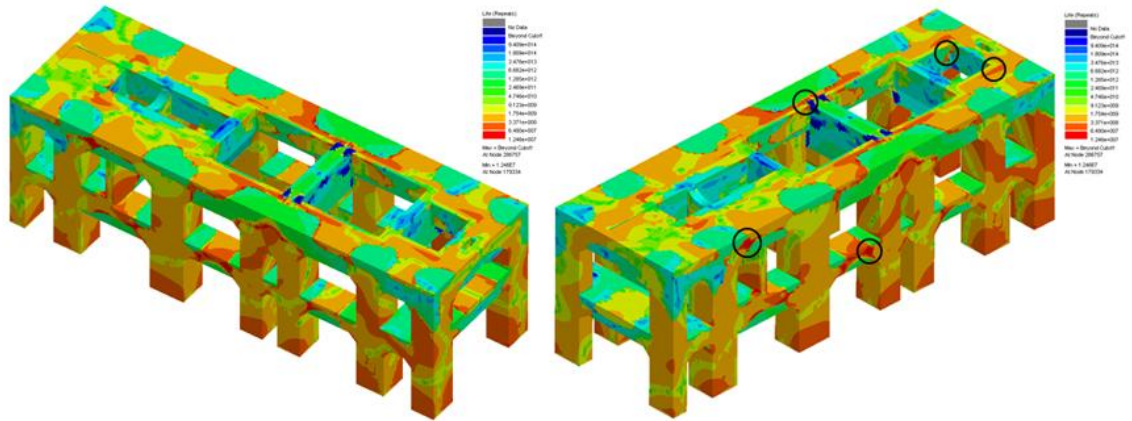


Figure 23. Global distribution of life in the pedestal under GE startup-shutdown load condition.

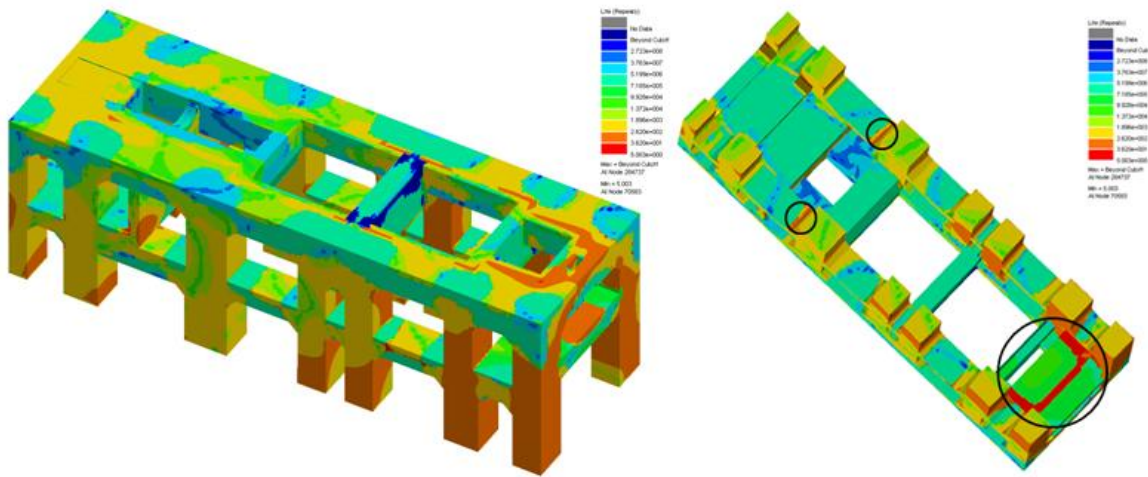


Figure 24. Global distribution of life in the pedestal under the combination of load conditions.

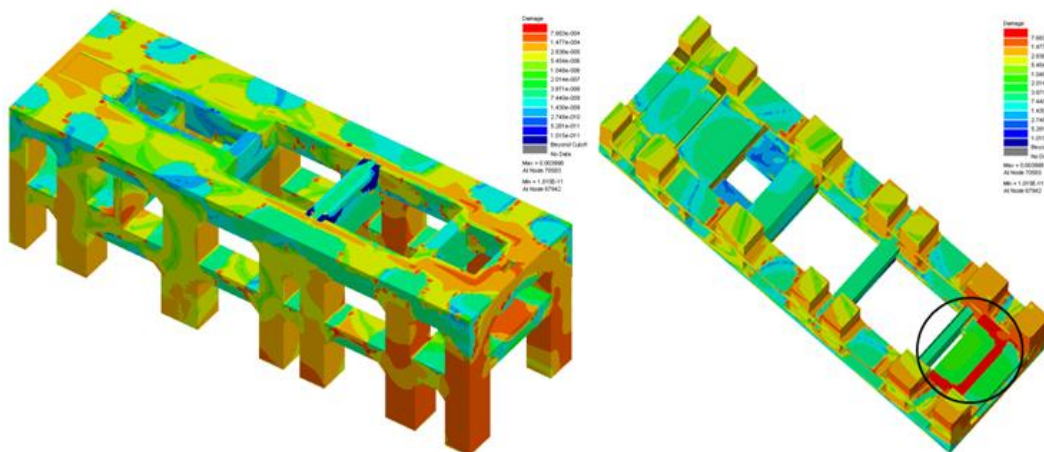


Figure 25. Global distribution of damage in the pedestal under nominal unbalance load condition.

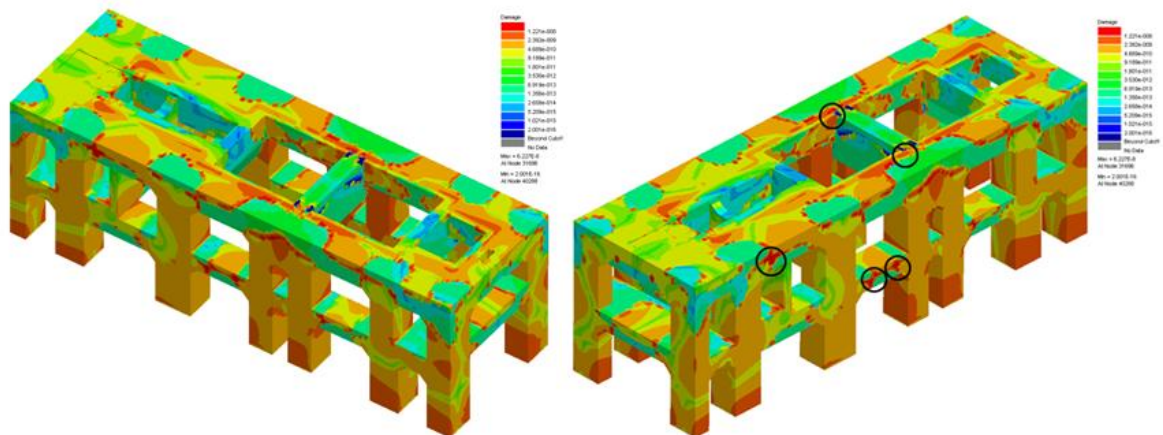


Figure 26. Global distribution of damage in the pedestal under LP startup-shutdown load condition.

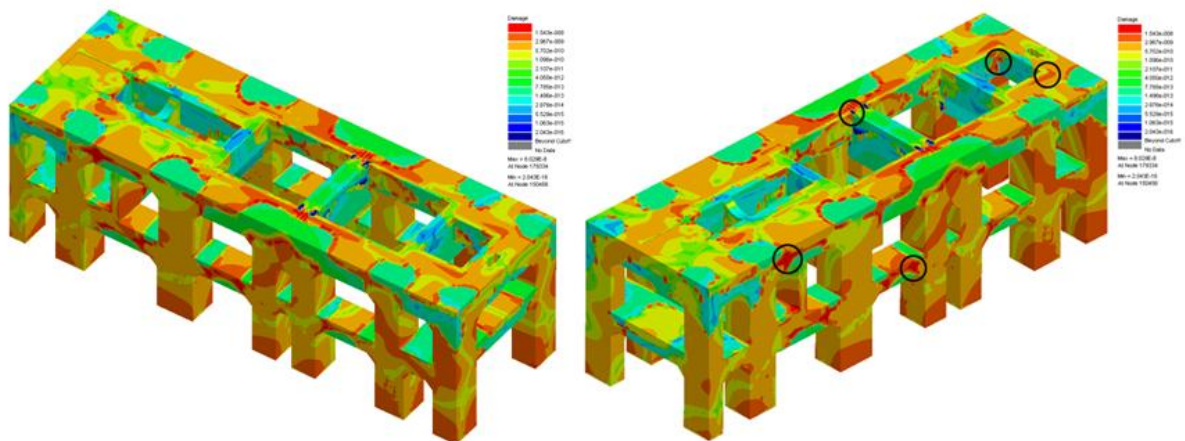


Figure 27. Global distribution of damage in the pedestal under GE startup-shutdown load condition.

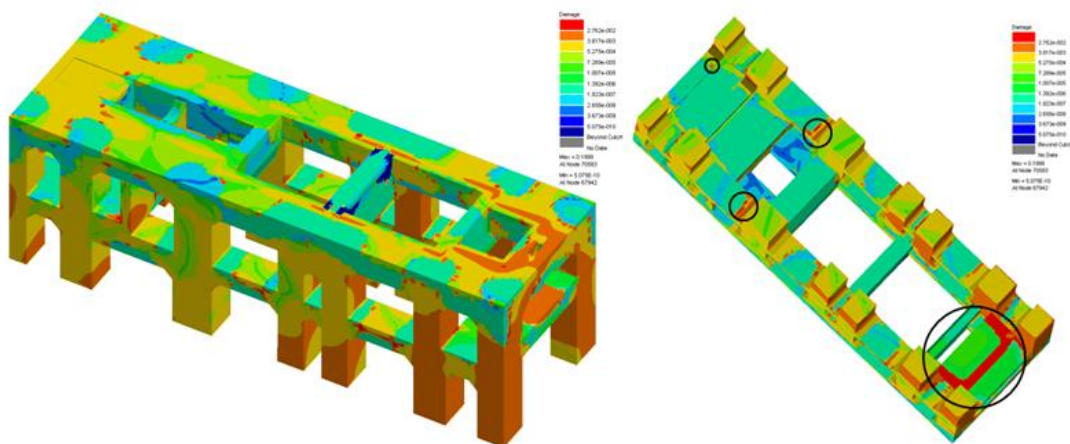


Figure 28. Global distribution of damage in the pedestal under the combination of load conditions.

5. CONCLUSIONS

New considerations on the methodology were implemented to assess the fatigue resistance of reinforced concrete in relation to the definition of the S-N Curves for reinforced concrete and its tensile stress. Also, were determine the critical zones to fatigue failure and an estimate of remaining fatigue life in the pedestal, which shows that after 50 years of service life consumption is 15.84 %. Then, 315 years of service are required to consume 100% of life in the pedestal. The dynamic behavior of the turbo-generator, as well as the remaining life in the pedestal can be improved if the stiffness levels of the bearings are modified in the high pressure rotor and electric generator.

It is important to consider that the cumulative damage will grow if other loading cases are presented as they would be, for example, an accidental unbalance in turbines or the seismic effect.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to express their thanks to the Electrical Research Institute (IIE) and The Federal Electricity Commission (CFE) for supporting this work.

REFERENCES

- [1] General Foundations and Static and Dynamic Loads Transmitted to the Concrete Pedestal of the Turbine Unit - Retrofit Project, Federal Electricity Commission (CFE, in Spanish). 2010.
- [2] Turbine, Frames and Equipment's Assembly Drawing - Retrofit Project, Federal Electricity Commission (CFE, in Spanish). 2010.
- [3] ANSYS, User's Manual for Structural and dynamics Stress Analysis V14.5.
- [4] Turbine Components Materials - Retrofit Project, Federal Electricity Commission (CFE, in Spanish). 2010.
- [5] ASTM A471 / A471M. Standard Specification for Vacuum-Treated Alloy Steel Forgings for Turbine Rotor Disks and Wheels.
- [6] Chai Y.H., Romstad K.M.(1996), "Characterization of structural damage under high-intensity seismic loading" , Elsevier Science Ltd, Eleventh World Conference on Earthquake Engineering.
- [7] M.A. Miner (1945). Cumulative damage in fatigue, p. A159-A-164. Transactions, American Society of Mechanical Engineering Vol. 67.
- [8] P. Lü, Q. Li and Y Song (2004). Damage constitutive of concrete under uniaxial alternate tension-compression fatigue loading based on double bounding surfaces, p. 3151-3166. Elsevier Ltd., International journal of solids and structures, Vol. 41.

Definition and Characterization of a historical building by using Digital Photogrammetry and Operational Modal Analysis. San Juan de los Caballeros Church (Cádiz, Spain)

Pachón, Pablo¹; Compán, Víctor²; Rodríguez, Esperanza³; Jiménez-Alonso, Javier F.⁴; Pinto, Francisco⁵

ABSTRACT

Nowadays, the preservation of the architectural heritage is a fundamental aspect in the cultural development of modern cities. This heritage has to be preserved and different technical analysis are usually necessary to ensure its proper preservation. The main problem is that the greatest difficulty for the analytical analysis of kind of buildings is the high level of uncertainty associated with many factors [1]. For example, slight modifications of the geometry or the mechanical properties of the structural materials can be the cause of great differences between the results obtained from an analytical analysis and others estimated experimentally. Due to this fact, before performing these analysis, non-destructive techniques are usually an indispensable tool to provide information about the current geometry and the structural behaviour of the building. Thus, the use of photogrammetric techniques [2] and ambient vibration tests allows the right definition of the current geometry and the dynamic characterization of the building, respectively.

Keywords: Historical structures, Photogrammetric technique, Ambient Vibration Tests.

1. INTRODUCCIÓN

Estudiar el comportamiento estructural de las construcciones históricas se presenta como un hecho fundamental a la hora de preservar nuestro patrimonio arquitectónico. Para ello, hoy en día, es habitual el uso de modelos numéricos que caractericen fielmente el comportamiento de dichas construcciones. Sin embargo, el mayor problema reside precisamente en caracterizar dichos modelos numéricos para que presente un comportamiento estructural similar al real. Las mayores dificultades suelen estar relacionadas tanto con el levantamiento geométrico del modelo, como con la caracterización de los elementos que definen el mismo. Pequeñas modificaciones de alguno de estos elementos conducen a resultados muy dispares, resultando por tanto fundamental su correcta definición. En este sentido, encontramos técnicas no destructivas que resultan de gran utilidad para reducir considerablemente las diferencias entre el comportamiento estructural del modelo numérico y el real de la estructura, tanto estáticas como dinámicas. Entre estas técnicas, la fotogrametría y las pruebas de vibración ambiental

¹ Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering. University of Seville (SPAIN). ppachon@us.es.
(Corresponding author)

² Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering University of Seville (SPAIN). compan@us.es.

³ Dep. of Continuum Mechanics and Structural Analysis. University of Seville (SPAIN). espe@us.es.

⁴ Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering. University of Seville (SPAIN). ifjimenez@us.es.

⁵ Dep. of Architectural Graphic Expression. University of Seville (SPAIN). fspp@us.es

aparecen como técnicas de gran utilidad para definir fielmente la geometría del objeto de estudio y caracterizar dinámicamente el mismo, respectivamente. A partir de las propiedades dinámicas de un objeto, los valores característicos de los elementos que definen el modelo numérico del mismo pueden ser actualizados de forma que el comportamiento dinámico de ambos sea similar. De esta forma, una vez que los parámetros modales de la construcción histórica han sido identificados experimentalmente, los errores existentes en el modelo de elementos finitos de la estructura pueden ser corregidos.

En el presente estudio se presenta el uso de técnicas fotogramétricas y pruebas de vibración ambiental sobre la capilla de la Jura, situada en la Iglesia de San Juan de los Caballeros (Fig. 1). Se llevará a cabo un recorrido por el objeto de estudio, tanto por los aspectos históricos más importantes como por su configuración arquitectónica. Posteriormente nos centraremos en el uso de la técnica fotogramétrica para el levantamiento geométrico del modelo, para continuar con la caracterización dinámica de la capilla a través de pruebas de vibración ambiental. Se presentará de igual forma el tratamiento de dichos datos mediante la técnica de Análisis Modal Operacional. Finalmente se discutirán los resultados obtenidos y se presentaran las principales conclusiones a los que dichos resultados nos han conducido.



Figura 1. Vista exterior de la Iglesia de San Juan de los Caballeros.

2. OBJETO DE ESTUDIO: CAPILLA DE LA JURA

La capilla de la Jura, que data del siglo XVI, se encuentra en la iglesia de San Juan de los Caballeros, una de las seis iglesias históricas creadas por el rey Alfonso X el Sabio sobre las antiguas mezquitas en Jerez de la Frontera (Cádiz, España). La capilla se sitúa en el lado del Evangelio del gran ábside, frente por frente a la Capilla Comisario (Fig. 2).

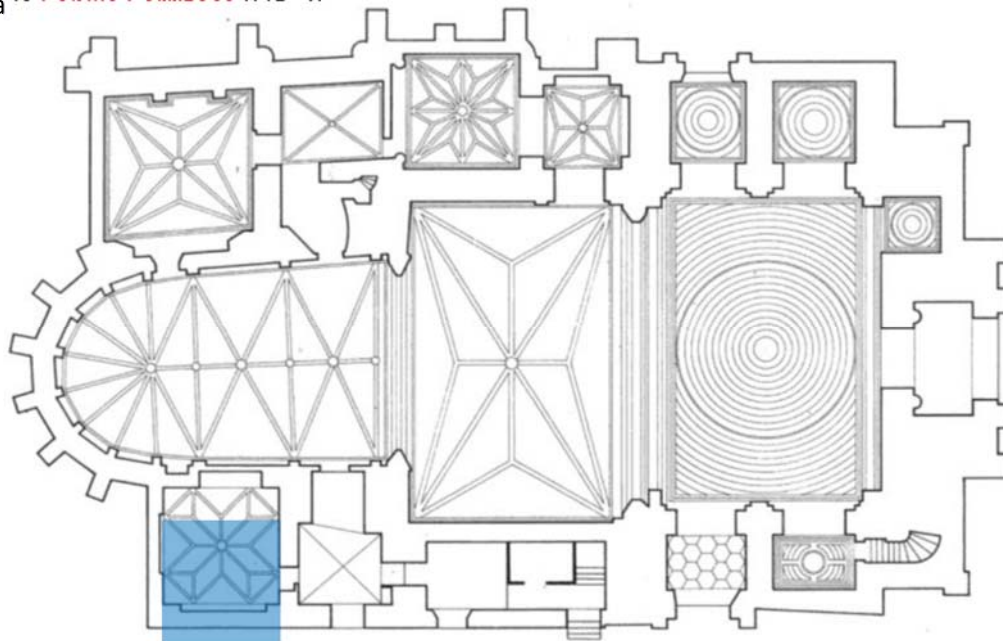


Figura 2. Situación de la Capilla de la Jura.

El recinto posee planta cuadrada, se levanta en cantería y se cubre con una bóveda estrellada cuyos plementos son de ladrillo (Fig. 3). Los nervios descansan sobre columnillas suspendidas con capiteles fitomorfos. El perfil de los nervios consiste en varias molduras que terminan en un baquetón de remate plano. Por otro lado, sus muros están levantados a partir de un aparejo pétreo, que se remata con un perfil de ladrillo (Fig. 3).



Figura 3. Vista interior y exterior de la capilla de la Jura.

Con el fin de analizar el estado de conservación de la bóveda se llevó a cabo un estudio geométrico de la misma (Fig.4). Sin embargo, una vez llevado a cabo dicho levantamiento geométrico observamos la necesidad de recurrir a técnicas fotogramétricas para reflejar fielmente la geometría actual de la bóveda, la cual no se ha podido ser reflejada mediante un levantamiento teórico. Dicha imposibilidad es tal debido a los desplazamientos, grietas y desplomes que han sufrido algunos de los elementos constituyentes del conjunto. Dichas lesiones pueden ser fácilmente observadas en la figura 5.

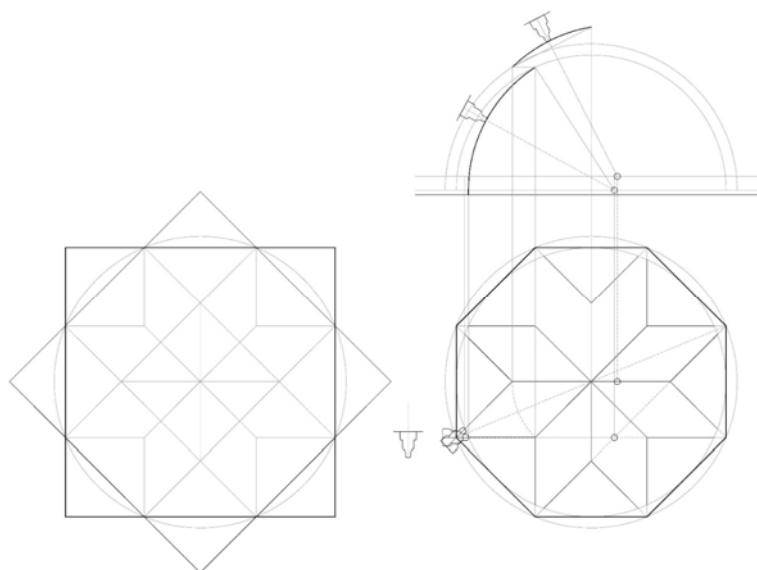


Figura 4. Estudio geométrico de la bóveda.



Figura 5. Grietas y desplazamientos en los nervios.

3. FOTOGRAMETRÍA

El uso de la técnica fotogramétrica se presenta en el objeto de estudio como una herramienta interesante para poder llevar a cabo el levantamiento geométrico del mismo, debido a la imposibilidad de llevar a cabo dicho levantamiento de forma teórica por los motivos expuestos en el apartado

anterior. En nuestro caso de estudio para llevar a cabo la técnica fotogramétrica se ha utilizado el software PhotoScan [3] (Fig. 6).



Figura 6. Levantamiento fotogramétrico del trasdós de la bóveda. Con un total de 5E6 caras y con un error del orden de 2 píxeles.

PhotoScan es un software diseñado para procesar imágenes digitales y, mediante técnicas de fotogrametría digital, genera una reconstrucción 3D del objeto, todo ello con un error del orden de 2 píxeles. Funciona generando nubes de puntos editables a partir de múltiples imágenes, utilizando siempre sistemas de referencia cartográficos estándar (Fig. 7). En nuestro caso de estudio, dichas nubes de puntos fueron tratadas con el software Catia V5 [4], con el fin de editar y completar el modelo tridimensional para realizar el posterior mallado tridimensional de EF. (Fig. 7).

El escalado y orientación del modelo tridimensional se realizó mediante tres puntos de referencia en el espacio. La identificación de las coordenadas de los puntos de referencias se realizó mediante una estación total. Una vez escalado y orientado el modelo 3D el error entre el levantamiento topográfico y el modelo generado en PhotoScan es del orden de 1 cm.



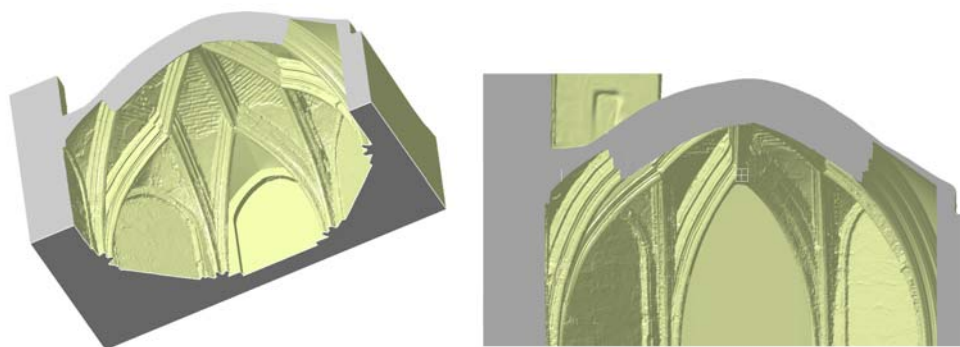


Figura 7. Levantamiento fotogramétrico del intradós y posterior tratamiento en CATIA V5.

Son numerosas las ventajas que ha presentado la utilización de esta técnica en nuestro caso de estudio. Entre ellas, su bajo coste económico comparándolo con el coste que supone hacer un escaneado tridimensional, el hecho de simplificar el levantamiento topográfico permitiendo la medición rápida de entornos complejos cuando dispone de un buen punto de vista, minimizar los tiempos de medición. Por último, señalar la ventaja que supone el modelar fielmente la geometría actual del conjunto, puesto que a la hora de actualizar el modelo numérico los parámetros de actualización no tendrán que absorber los errores provocados por una inexacta definición geométrica. Por otro lado, también señalamos algunos de los inconvenientes detectados. Entre ellos destacan la necesidad de utilizar dianas para barridos en diferentes días y el elevado coste computacional en lo relativo al tamaño del archivo generado, compuesto por millones de puntos.

4. ANALISIS MODAL OPERACIONAL

Las pruebas de vibración ambiental están consolidadas desde hace años como uno de los principales métodos experimentales para evaluar el comportamiento dinámico de estructuras a gran escala. La excitación artificial de grandes estructuras conlleva una gran complejidad, lo que hace recurrir al análisis modal operacional (OMA) para la identificación modal de las propiedades dinámicas de la estructura [5, 6]. En los últimos años son numerosas las aplicaciones de las pruebas de vibración ambiental que podemos encontrar asociadas al mundo de la arquitectura. Los buenos resultados obtenidos de estas aplicaciones, el bajo coste económico que supone hacer este tipo de pruebas y la no interrupción del normal funcionamiento del edificio mientras las pruebas son realizadas, son algunos de los motivos que han hecho que éstas sean muy populares en los últimos años. Sin embargo, en el caso concreto de construcciones históricas de fábrica, donde el uso de técnicas no destructivas es un factor fundamental, los casos de aplicación de OMA son menos numerosos debido a dificultades añadidas [7, 8]. Aun menos extendida es la aplicación de la técnica OMA sobre elementos concretos.

A continuación, se presenta brevemente la aplicación del análisis modal operacional como técnica para identificar experimentalmente las propiedades dinámicas de la cubierta de la capilla de la Jura. Son consideradas tanto la fase de toma de datos como la fase de tratamiento de los mismos.

La aplicación del Análisis Modal Operacional requiere de la generación de un modelo de elementos finitos previo. La utilidad del mismo es la identificación de los primeros modos de vibración y, dentro de los mismos, los puntos con mayor desplazamiento modal. De esta forma se decide la posición de los acelerómetros en el ensayo in situ que se llevará a cabo posteriormente. Se modeló utilizando el modelo generado previamente a partir de la técnica fotogramétrica con un mallado constituido por elementos sólidos de 8 nodos. Como podemos ver en la figura 8, y tras realizar un primer cálculo modal de dicho modelo, en los puntos con mayor desplazamiento modal se situaron los dos acelerómetros de referencia. El resto de los acelerómetros se fueron moviendo a lo largo de los 15 puntos restantes situándose en las tres direcciones principales, de forma que fue necesario realizar 11 medidas de 10 minutos cada una de ellas.

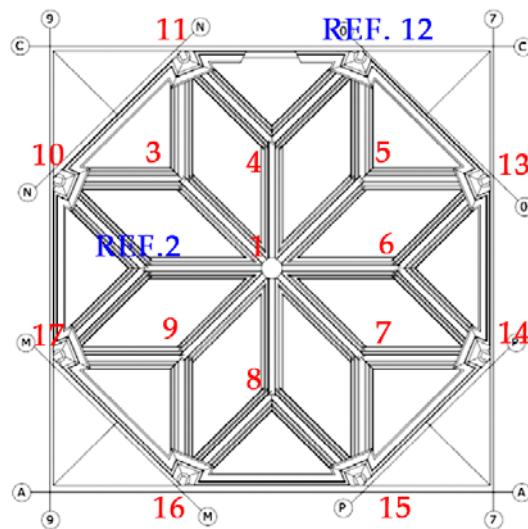


Figura 8. Puntos de medida. Acelerómetros de referencia en los puntos 2 y 12.

Para llevar a cabo la toma de datos se utilizó un equipo compuesto por ocho acelerómetros uniaxiales de fuerza balanceada Episensor de la casa comercial KINEMATRICS, con ancho de banda de 0-200 Hz, y una central de adquisición de datos tipo GRANITE de la misma marca (Fig. 9).



Figura 9. Equipo de medida.

Tras llevar a cabo la campaña experimental se procedió al tratamiento de los datos. Para ello se utilizó el software [9] (Fig. 10), el cual tiene implementado los dos métodos de identificación modal utilizados: el método de Descomposición mejorada en el dominio de la frecuencia (EFDD) y el método de Identificación en el Subespacio Estocástico (SSI).

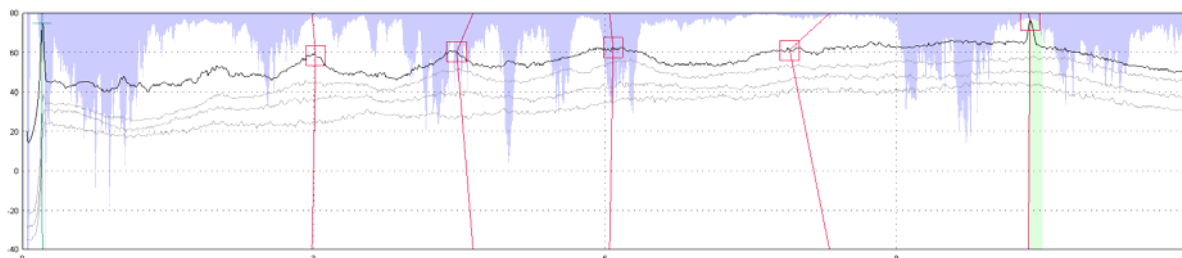


Figura 10. Espectro de respuesta. Identificación de los parámetros modales mediante el método EFDD.

Con ambos métodos se identificaron seis modos de vibración en un rango de frecuencias de 0 a 12 Hz. La similitud de los valores de las frecuencias obtenidos por ambos métodos, así como la proximidad del parámetro MAC a 1, avalan la veracidad de los datos obtenidos (tabla 1). El valor MAC (Modal Assurance Criterion) compara de forma cuantitativa todas las combinaciones posibles de pares de formas modales.

Tabla 1. Resultados Experimentales

Modo	Frecuencia Natural			MAC
	EFDD [Hz]	SSI [Hz]	Error [%]	
1	0.198	0.201	1.49	0.88
2	2.977	2.995	0.66	0.98
3	4.598	4.417	3.93	0.91
4	6.007	6.001	0.10	0.89
5	8.029	7.828	2.50	0.85
6	10.38	10.38	0.00	0.98

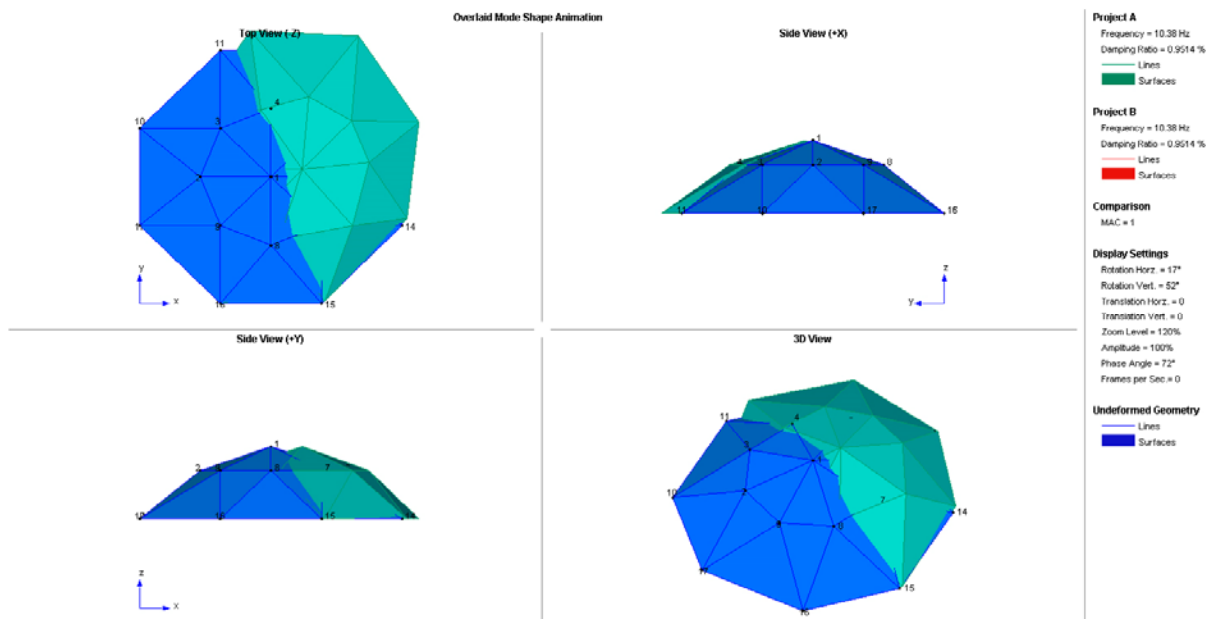


Figura 11. Desplazamientos modales relativos al modo 6 con una frecuencia de 10.38 Hz.

5. CONCLUSIONES

En el presente artículo se ha llevado a cabo la aplicación de la técnica fotogramétrica y de pruebas de vibración ambiental sobre la capilla de la Jura, en Jerez de la Frontera. El objetivo marcado fue caracterizar tanto geométricamente como dinámicamente el objeto de estudio, para en fases posteriores poder actualizar nuestro modelo de elementos finitos y así analizar numéricamente el comportamiento estructural del conjunto.

Por un lado, el uso de la técnica fotogramétrica nos lleva a concluir la idoneidad de utilizar dicha técnica sobre este tipo de construcciones donde parece evidente que un levantamiento teórico no proporciona un modelo fiel del objeto. Como ya se ha expuesto, son numerosas las ventajas que ha presentado la aplicación de dicha técnica, destacando el bajo coste tanto económico como temporal.

Por otro lado, una vez realizada la campaña experimental y el tratamiento de los datos, seis modos de vibración fueron identificados en un rango de frecuencia de 0 a 12 Hz. Los porcentajes de diferencia entre los dos métodos de identificación modal utilizados (EFDD y SSI) siempre fueron menores al 4%, y el valor MAC de comparación entre ellos superior a 0,8, lo cual nos asegura la existencia de los mismos. Todo ello nos lleva a concluir la eficacia que presenta el Análisis Modal Operacional como técnica para identificar experimentalmente propiedades dinámicas en elementos concretos, es decir, con un carácter local.

Como futuro trabajo, en la actualidad se están utilizando las propiedades dinámicas identificadas para actualizar el modelo tridimensional de elementos finitos, generado con la técnica fotogramétrica. De esta forma se minimiza en gran medida el nivel de incertidumbre inicial que existe tanto en la geometría como en las propiedades mecánicas reales de los materiales constituyentes. Una vez el modelo este actualizado se podrá hacer un análisis estructural exhaustivo de la capilla de la Jura.

AGRADECIMIENTOS

Agradecer al proyecto de excelencia de la junta de Andalucía P12-TEP-2068, "Tratamiento y Recuperación del Patrimonio Edificado. La Inyección como Método de Consolidación de Estructuras de Fábrica", el apoyo proporcionado para realizar el presente estudio.

REFERENCIAS

- [1] Atamturktur, S. & Laman, J. (2012). Finite Element Model Correlation and Calibration of Historic Masonry Monuments. *Structural Design of Tall and Special Buildings*, 21(2), 96-113.
- [2] Ramos, A.P. & Prieto, G.R. (2015). 3D virtualization by close range photogrammetry indoor gothic church apses. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*, 40 (5W4), 201-206.
- [3] Agisoft PhotoScan. <<http://www.agisoft.com/>>; 2015.
- [4] Dassault Systemes, CATIA V5. <<http://www.3ds.com/productos/catia-v5>> ; 2013.

- [5] Ramos, L. (2007). *Damage Identification on Masonry Structures Based on Vibration Signatures (PhD Thesis)*. University of Minho.
- [6] Rodrigues, J. (2004). *Identificação Modal Estocástica, Métodos de Análise e Aplicações em Estruturas de Engenharia Civil (PhD Thesis)*. University of Porto.
- [7] Ramos, L. F., Aguilar, R., Lourenço, P., Moreira, S. (2012). *Dynamic Structural Health Monitoring of Saint Torcato Church. Portugal. Mechanical Systems and Signal Processing*.
- [8] Gentile, C., Saisi, A. (2004). *Dynamic-based F.E. Model Updating to Evaluate Damage in Masonry Towers, Proceedings of the 4th International Seminar on Structural analysis of Historical Constructions. Padova, Italy*.
- [9] SVS. ARTeMIS Extractor 2010 release 5.0. <<http://www.svibs.com>>; 2010.

Design and calculation of dowel-type joints in timber structures. Behaviour of load against displacement

Manuel Domínguez¹, José G. Fueyo² and José A. Cabezas³

ABSTRACT

A joint system widely used in the construction of timber structures is based on the use of dowels, which transmit efforts between the timber elements. In these connections, it is attempted to reduce the diameter of the dowel, because large diameters increase the possibility of brittle fracture. In the present work, based on the approach of the European Yield Model that provides the load capacity of the joint, the stress distribution is analyzed in detail and a model is proposed. This model takes into account the slip of the joint and the propagation of the yield areas near the contact surfaces between dowel and timber, as the load increases. An iterative method that links load and slip equations is developed. It also provides information to improve the joint design, especially taking into account its stiffness behaviour. The results obtained from this analytical model have been compared with those from empirical tests of different samples, showing a good agreement.

Keywords: structures, timber, dowel, test, slip.

1. INTRODUCTION

The mechanical basis for designing and calculating joints with dowel-type elements in timber structures is included in the Eurocode 5 [1]. These procedures are also integrated in the Spanish Technical Building Code, and more specifically in the section 8.3 of the Basic Document on Structural Safety for timber structures, CTE DB SE M [2]. The method is based on a theory developed in Europe in 1949 by Johansen [3], and provides the load limit in dowel-type joints with different forms or modes of failure. In North America, it has been adopted as the "European Yield Model", according to Rodd [4].

The calculation must consider the main characteristics of the timber and the connecting elements, in particular the orthotropic behaviour of timber and possible failure modes of plastic type, with development of hinges in the dowel and crushing in certain areas of the timber. In the present work, to optimize the calculation of the joint deepening in its mechanical behavior, tension hypotheses derived of the bending of the dowel are analyzed, assuming no axial stress in the fastener and neglecting the contribution from friction to the load capacity of the joint $F_{v,Rk}$. According to these assumptions, is

¹Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). mdominguez1@usal.es
(Corresponding author)

²Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). fueyo@usal.es

³Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). jacf@usal.es

possible to obtain the load limit with fairly simple expressions. Each of the expressions is related to a particular failure mode, giving a minimum load capacity per shear plane and per fastener.

Furthermore, the testing techniques of this type of joint are mainly related with two standards that could be considered complementary: UNE-EN 383 [5], which determines the crushing strength and the modulus of crushing for dowel-type joints; and UNE-EN 26891 [6], transposition of ISO 6891, which identifies the strength and slip characteristics of joints build with mechanical fasteners. The first one analyzes the crushing modulus, but only between a piece of timber and a dowel; without taking into account other factors involved in the joint, as the thicknesses of the different pieces of timber or reinforcements such as coupling nuts and washers on the dowel ends. The second standard establishes a test procedure for various metallic fasteners, not just dowels, setting a maximum displacement of 15 mm, regardless of the relative dimensions of the specimens, the size of the context of the joint or the boundary conditions acting on the structure.

2. LOADING BEHAVIOUR OF THE JOINT

As a starting point, it is necessary to specify precisely the characteristics of the joint under study: geometry and mechanical properties of dowel and timber parts, transmitted load and type of support. Although the possibilities of combining the elements of the joint can be large, the usual double shear symmetric distribution has been chosen, as shown in Fig. 1, in order to avoid eccentricities. It should be ensured the use of timber with guarantees of homogeneity, allowing dimensions and strength classes applicable to structural systems. The dowel is made of steel with appropriate specifications for structural applications.

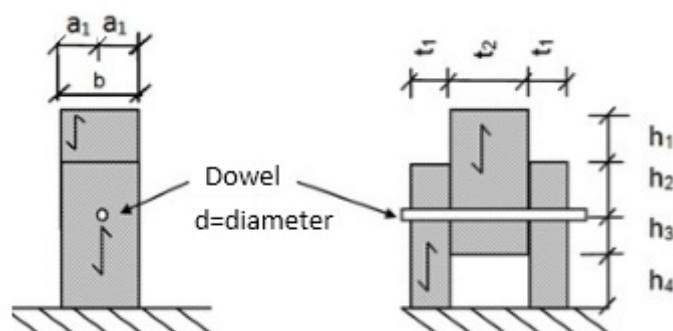


Figure 1. Dimensions and geometry of the dowel-type connection in double shear.

The geometric arrangement of the dowel must prevent undesirable failure modes. It should be placed sufficiently separated from the edges to avoid cracks. Besides this possible type of failure, it must be considered those described specifically for dowel-type joints in the Eurocode 5 [1]: crushing of the external pieces of timber (failure mode 1), crushing of the central piece of timber (failure mode 2), plastic deformation of the dowel with a hinge in its center (failure mode 3) and plastic deformation of the dowel with three hinges, one in its center and the two others in the external pieces of timber (failure mode 4).

The criterion of minimal slip of the joint is usually associated with larger and stiffer dowels, which means that the dowel is subjected to shear forces and the timber is exposed to higher local stresses. This may

induce a design against the principles of economy. The calculation of a stiffer dowel leads to failure modes 1 and 2 (with timber crushing in the external and central parts respectively) and also implies a weakening of the net section of the beam (or a design with an increased section to compensate it).

To achieve an improvement in the redistribution of stresses in the dowel and increase the rope effect, it is profitable the formation of the plastic hinges characteristics of the failure modes 3 and 4. The failure mode 4 shown in Fig. 2 is of special interest because it presents more distributed forces on the dowel, increasing the load capacity of the joint. In Fig. 2 it can be seen the rotation angle of the dowel θ related to the plastic hinges and the crushing widths b_1 and b_2 of the external and central pieces respectively. If the slip of the joint u is small, the rotation θ is virtually nonexistent; but it increases with the slip, as shown in the figure on the right. Meanwhile, the size of the zone in the timber which transmits the load is related to the crushing widths b_1 and b_2 of the external and central pieces respectively.

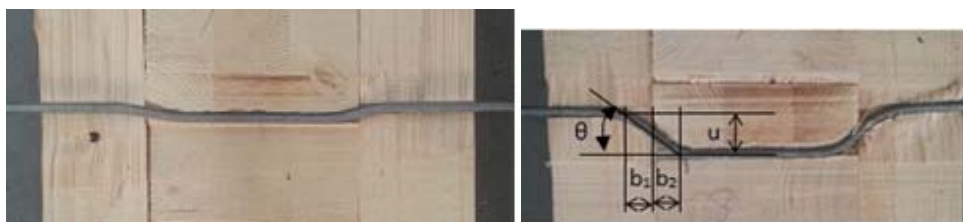
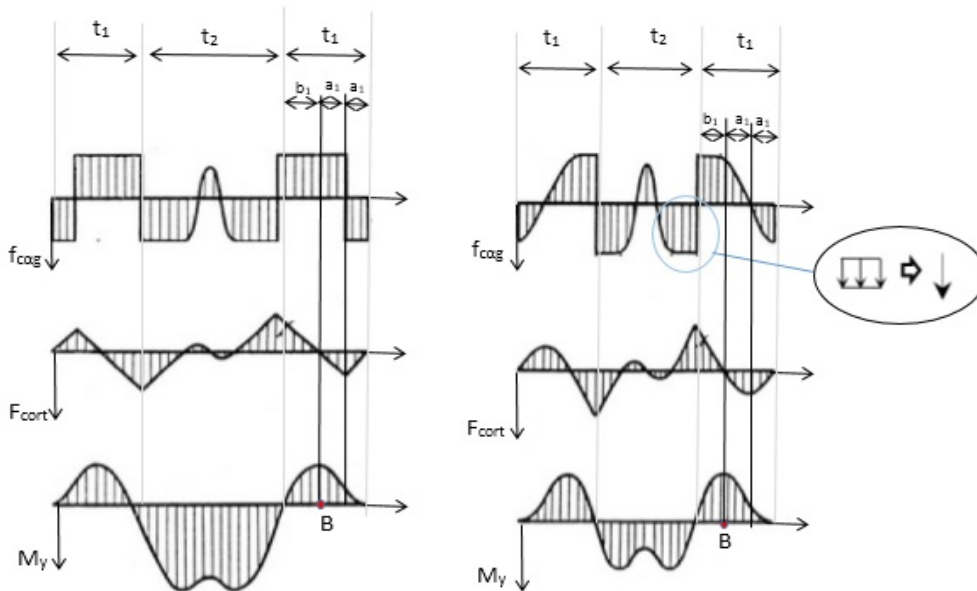


Figure 2. Geometric parameters that characterize the crush zone.

The model proposed by Johansen [3] provides the ultimate load of the joint, considering that the failure can be caused by timber crushing or by formation of plastic hinges in the dowel. The load capacity of the fastening elements is deduced assuming that the stress-strain curve of the fastener has a rigid-plastic behaviour and the crushing occurs in a timber slab with thickness equal to the diameter of the dowel d . Fig. 3 shows the stress distributions proposed by Johansen [3] for the failure modes 3 and 4.



Failure mode 3 (a central hinge) Failure mode 4 (hinges in the center and sides)

Figure 3. Stress distribution in the dowel.

Taking into account the above simplifications and the static equilibrium equations, it is possible to obtain the load capacity per shear plane $F_{v,Rk}$ from the characteristic crushing strength $f_{h1,\alpha,k}$, the dowel diameter d , and the following width of crushing

$$b_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot M_{y,Rk}}{f_{h1,\alpha,k} \cdot d}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \quad (1)$$

with:

- $M_{y,Rk}$ characteristic plastic moment of the dowel.
- $f_{h1,\alpha,k}$ characteristic crushing strength of the piece with thickness t_1 .
- d dowel diameter (assumed to be equal to the hole).
- β crushing ratio of the two members, defined according to

$$\beta = \frac{f_{h1,\alpha,k}}{f_{h2,\alpha,k}} \quad (2)$$

that can also be related to the crushing widths:

$$f_{h1,\alpha,k} \cdot b_1 \cdot d = f_{h2,\alpha,k} \cdot b_2 \cdot d \rightarrow \beta = \frac{b_1}{b_2} \quad (3)$$

The total crushing width can be calculated as a function of the ratio of the two crushing members β and the crushing width of one of the parts b_1 according to

$$b_t = b_1 + b_2 = b_1 + \frac{b_1}{\beta} = b_1 \cdot \frac{\beta + 1}{\beta} \quad (4)$$

The value of coefficient β is particularly relevant when the timber parts are of different strength class or when there are changes in the angle of relative orientation of the timber fibres α , for instance if there are beams that require different directions in the structural composition.

3. TEST PROCEDURE

The behaviour of the joint exposed to loads can be studied from tests, which present a complex problematic for these type of joint because the orthotropy and heterogeneity of the timber and the influence of other environment variables. Overall, the technical regulations have attempted to perform an independent analysis of the failure variables, including timber crushing and dowel bending, as described by authors like Ariza [7]. In Europe, the traditional rules belonged to the so call "approach of the basic stresses" (with samples of small size and generally free of defects), focused on working with

homogeneous materials like steel and concrete. However, is necessary a treatment closer to the nature of structural timber.

The development of the tests involves the use of samples with an exhaustive control of variables such as its moisture or density. Testing machines must be calibrated and verified with accuracies according to the standard UNE-EN 26891 [6], which implies that the device measures the slip of the joint under load with an accuracy of $\pm 1\%$ or more, and for slip below 2 mm with an accuracy of ± 0.02 mm. In this work, a compressive test has planned as shown in Fig. 4, with load durations that guarantee a static behaviour. The loading procedure includes the premises given in the standard UNE-EN 26891 [6], with an estimated load F_{est} initially calculated from the load per shear plane $F_{v,Rk}$.

The load is applied at a constant speed to a value of $0.4 \cdot F_{est}$, and it is maintained for 30 s. Then, it is reduced to $0.1 \cdot F_{est}$ and maintained for another 30 s. Next, it is increased until reaching the final estimated load or a 15 mm displacement. Below $0.7 \cdot F_{est}$ it must be used a constant rate of loading corresponding to $0.2 F_{est}$ per minute with a tolerance of $\pm 25\%$. Above $0.7 \cdot F_{est}$ it is possible to increase this speed until the specimen reaches the final load or a 15 mm slip in an additional time of testing of 3-5 min. The total test time should be between 10 and 15 min. Fig. 4 shows the composition of the sample in the testing machine.



Figure 4. *Composition of the sample in the testing machine.*

The slip and load tests allow observing the different stages of the behaviour of the joint. It is possible to identify the evolution from the initial formation of the contact between the timber and the dowel, until the transition from the elastic zone to a plastic behaviour, which is associated with a reduction of stiffness and a maximum level of load on a plateau, until reaching a final and definitive failure. These phases have been documented by Dorn [8] and are shown in the Fig. 5.

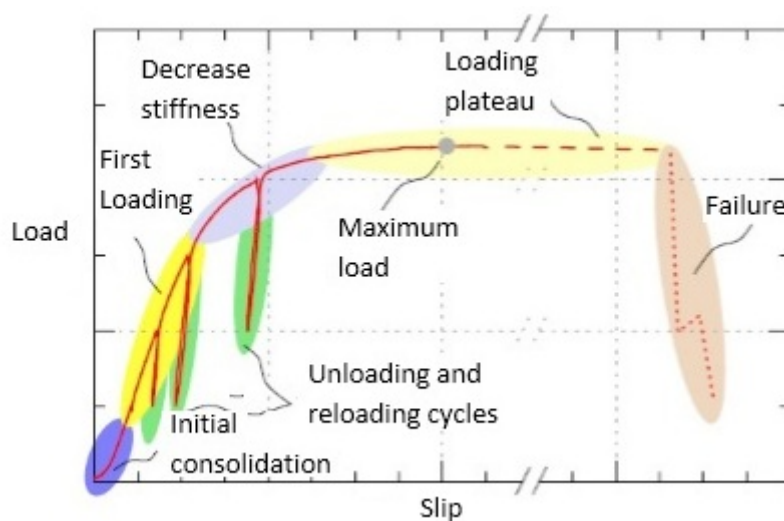


Figure 5. Individual load phases of a typical dowel-type connection, by Dorn [8].

The initial consolidation involves contact connections which typically show very low stiffness at the start of loading process. This low initial stiffness is probably due to the imperfect contact between dowel and timber, resulting from the geometric roughness in the contact area and the imperfections in the contact surfaces. Geometric imperfections lead to a lower and irregular stiffness factor in the first loading steps, until it spreads to the entire length of the dowel.

The first load is identified in the phase that directly follows the consolidation process, and wherein the load-slip curve describes a non-linear path in the most tests. It can be approximated by a straight line in dowels with small sections or joints with very stiff behaviour as the case of using epoxy adhesive. The perfect linearity can not be expected, since the consolidation is still in progress, and the material behaviour of timber begins to be nonlinear (plasticity of compression).

It may present one or more cycles of unloading and reloading. The stiffness in the unloading and reloading significantly exceeds the maximum stiffness of the first load. Unlike the first load, they show an approximately linear elastic behaviour. The deformations in the contact area between the steel and timber remain, and the timber is not restored back to its original shape. During reloading, the dowel fits perfectly in the timber around it, without consolidation behaviours unlike what happens in the first phase. When it is loaded beyond this level, and slips exceed the level achieved prior to unloading, the curve tends to reduce the slope and recover the continuity of the first load. This behaviour is identical to dowels with the same stiffness during unloading and reloading and at different stages of the process, regardless of the density or thickness of the timber parts.

Afterwards, the stiffness decreases and a plateau is presented. With increasing load, stiffness decreases dramatically, and the maximum capacity of the joint is reached. The decrease in stiffness is due to the stresses exceed the yield strength in certain areas, with the growth of plastic deformations. In dowels with medium and high slenderness, the tendency to form plastic hinges intensifies. That is, the failure mode with central and double hinge in the dowel described in the previous section. The maximum load and ductility are significantly dependent on the density, friction behaviour, and the side constraints on the dowel arising from the reinforcements (such as fasteners with washers and nuts on the ends). The

slips until failure differ considerably, and in some specimens (eg. with very dense timber) the plateau of yield is hardly reached. In the case of a long yield plateau, brittle fracture occurs locally in the timber matrix (shear failure), which however does not affect the overall ductile behaviour.

The failure is identified in the last stage of the load-slip curve. It occurs spontaneously and leads to a sudden drop in load. The failure mode depends on the same parameters mentioned above in relation to the maximum load, namely density, friction, and the lateral reinforcements of the dowel.

4. CALCULATION MODEL BASED ON THE EVOLUTION OF THE SLIP

As an alternative to obtain the value of the load capacity of the joint as indicated by Johansen [3], this section develops constitutive equations relating load and slip, that allow identify the stiffness behaviour, from the study of the forces and moments involved in the behaviour of the dowel. To define the free-body diagrams, portions of the joint will be taken according to the pictures shown in Fig.6.

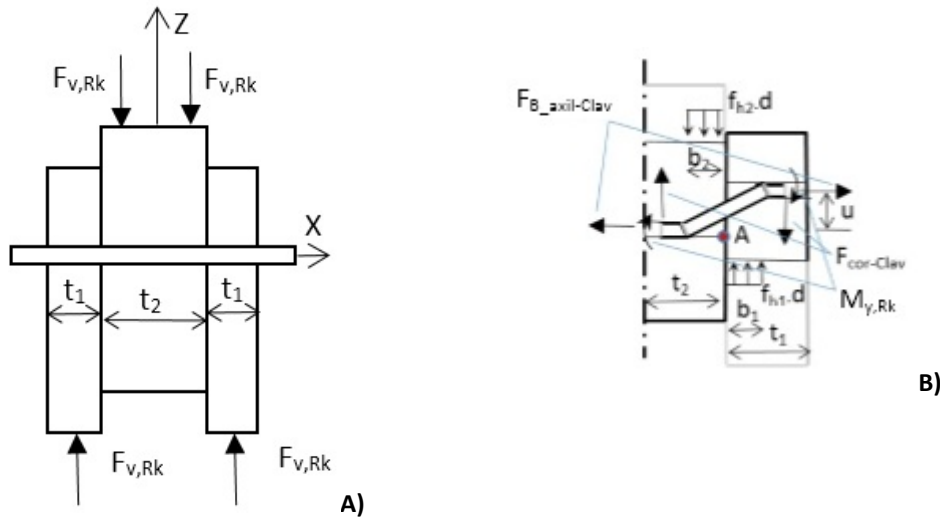


Figure 6. Scheme of loads on the joint. A) Joint assembly. B) Zone exposed to plastic deformation.

Since during the evolution of the loading process yield effects are identified in the dowel (and these are related to the propagation of crushing in the contact areas), the free-body diagrams should initially consider several forces and moments. An equilibrium equation of moments about point A (shown in Fig. 6B) is proposed. The values of shear force represent a contribution to the work of the dowel, but they make difficult the calculation of the efforts as a whole. In order to avoid the introduction of shear stresses in the equilibrium equation of moments, a section of dowel is analyzed until the maximum bending stress point, and therefore zero shear, which would occur at point B, as indicated in Fig. 3. The contribution from the rope effect related to the axial force acting on the dowel $F_{B_axil-Clav}$ is neglected. The development of this equation of static equilibrium of moments leads to

$$\sum M_z^A = 0 \rightarrow 2 \cdot M_{y,Rk} + F_{B_axil-Clav} \cdot u = f_{h1,\alpha,k} \cdot d \cdot b_1 \cdot \frac{b_1}{2} + f_{h2,\alpha,k} \cdot d \cdot b_2 \cdot \frac{b_2}{2} \quad (5)$$

from where the width of crushing b_1 is obtained:

$$b_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot M_{y,Rk} + F_{Baxil-clav} \cdot u}{f_{h1,\alpha,k} \cdot d \cdot \left(\frac{\beta + 1}{2 \cdot \beta}\right)}} \quad (6)$$

This expression generalizes the Eq. (1) of Johansen's work [3], integrating the components of the rope effect. Assuming the simplification of stress transmission in a flat slab, as it is discussed in the Eurocode 5 [1] and the theory of Johansen [3], the next equation is reached:

$$F_{vR,k} = f_{h1,\alpha,k} \cdot d \cdot b_1 \cdot \frac{\beta^2 + 1}{\beta} \quad (7)$$

4.1. Plastic moment of the dowel

The development leads to the need to identify the plastic moment that produces the complete yielding of the dowel. It can be treated similarly to the case of nails, whose moment is defined by the test described in the standard UNE-EN 409 [9]. In this form is included in the Eurocode 5 [1], which also proposes to calculate it analytically as a function of the steel ultimate strength $f_{u,k}$. However, although the dowel can present yielding, does not reach its final breaking point. The ultimate strength would be reached in advanced deformation situations of the dowel, which could not work in the early stages. On the other hand, the yielded areas present stresses that increase from the yield strength to the ultimate strength while the bending of the dowel progresses. Using the value of the steel ultimate strength as a variable in the structural calculations could be counterproductive, since it leads to improving the carrying capacity of the joint, increasing, for example, its hardening capabilities, which could open the possibility of using brittle materials. The safety criteria tend to use a ductile behaviour, which "alert" from a possible failure with a long period of yield to adsorb energy.

The above considerations make it advisable to calculate the plastic moment of the dowel as a function of its characteristic yield strength $f_{y,b}$ and the angle of rotation θ , because stress increases with the deformation of the dowel. By introducing variables as the angle (or crushing widths) initially unknown, it is difficult to obtain an equation related to the strength of the plastic hinges in the dowel. Authors like Awaludin [10] give indications to calculate the plastic moment as a function of the yield stress and the dowel rotation according to

$$M_{y,Rk} = \frac{\xi \cdot f_{yb} \cdot d^3}{6} \quad (8)$$

where:

- $f_{y,b}$ characteristic yield strength of the dowel element
- ξ plasticity index of the dowel

The plasticity index of the dowel is a function of the angle at the hinge θ . By the geometrical considerations shown in Fig. 2, the slip u can be related with the total width of crushing b_1+b_2 and with the rotation angle in the dowel θ

$$\tan(\theta) = \frac{u}{b_1 + b_2} \quad (9)$$

Eq. (8) is based on works of Blass [11], which establish the plasticity index ξ as

$$\xi = \min \left\{ \begin{array}{l} (0,866 + 0,00295 \cdot \theta) \cdot \left(1 - e^{\left(\frac{-0,248 \cdot \theta}{0,866} \right)} \right) \\ 1 \end{array} \right. \quad (10)$$

that it is shown in Fig. 7. When the plastic hinge of the dowel develops an angle of 45°, with large slip, a limit value of plasticity index is taken, $\xi = 1.0$, leaving a safety margin.

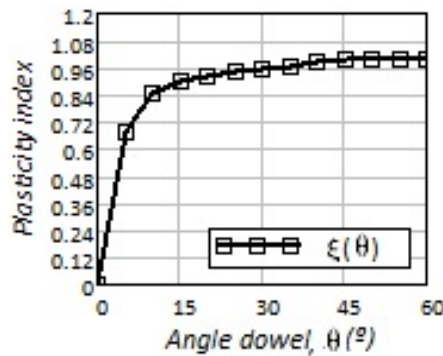


Figure 7. Evolution of plasticity index.

4.2. Calculation technique

The above expressions lead to an iterative algorithm. Beginning with a start value b_1 according to Johansen expressions (Eq. (1)), the Eq. (9) with a slip $u = 15$ mm (as indicated in standard of tests UNE-EN 26891 [6]) is used to obtain the angle of the hinge θ , and the plasticity index ξ applying Eq. (10). These values are introduced in Eq. (8) to calculate the yield moment of the dowel $M_{y, RK}$, which allows calculating a new value of b_1 according to Eq. (6) that corrects the initial value. With this, the iteration cycle is closed, starting the process again. The results converge quickly to a stable solution, which provides information about the slip and the crushing width. When the error is small enough, the iteration loop is ended and the Eq. (7) applied. A summary of the calculation process can be seen in the flowchart shown in Fig. 8.

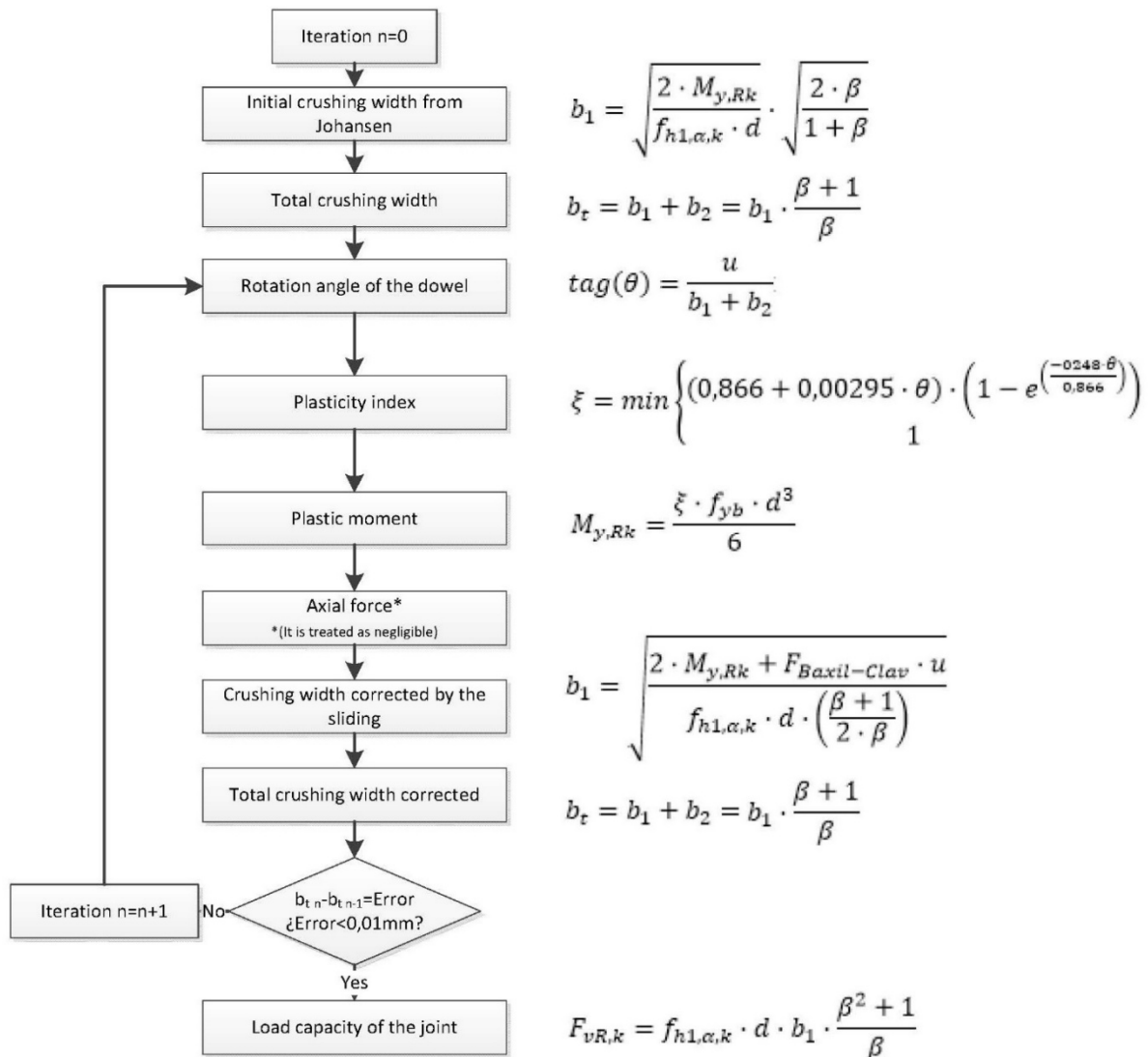


Figure 8. Summary flowchart for determining the load on the joint from the slip.

5. VALIDATION OF RESULTS

5.1. Materials and geometry of the models

As an example of application of the model using the calculation technique described in the preceding paragraph, the parameters of the joint have been set according to Table 1. This table also contains the parameters needed to calculate others variables, such as the crushing strength of the timber $f_{h1,\alpha,k}$, whose expression is described in Eurocode 5 [1].

Table 1. Mechanical characteristics of the joint.

Joint assembly: Symmetric timber-timber joint, with a dowel in double shear.	
Timber	GL24 h softwood
• Characteristic density	$\rho_{g,k} = 380 \text{ kg/m}^3$
Geometry. Commercial dimensions:	
○ Thickness of the external pieces	$t_1 = 80 \text{ mm}$
○ Thickness of the central piece	$t_2 = 160 \text{ mm}$
• Safety factor against crushing of timber of the joint	$\gamma = 1.3$
• Relative orientation of the timber fibres between external and central pieces	$\alpha = 0^\circ$
Steel dowel with quality 5.6:	
• Dowel diameter	$d = 10 \text{ mm}$
• Yield strength of the steel	$f_y = 300 \text{ N/mm}^2$
• Ultimate strength of steel	$f_u = 500 \text{ N/mm}^2$
• Safety factor of the dowel	$\gamma = 1.1$
Load coefficients:	
• Modification factor for service class 1 and medium-term load	$k_{mod} = 0.8$
Rope effect of reinforcement elements:	
• Threaded dowel with washers and nuts on the ends	No
• Axial grip of the dowel caused by the adhesive	No
Friction in contact zones:	
• Axial grip caused by the friction timber-dowel	$\mu = 0$
• Reinforcements of the interfaces with nail plates, connectors or a similar	No
• Friction between timber interfaces	$\mu = 0$

The results obtained from the analytical model based on the equations described above have been compared with those from the tests of different samples, which have been built according to the arrangement of Fig. 1. The samples have a depth a_1+a_1 equal to the width t_2 , that is, 160 mm; with the dowel centred at the lateral faces, and equidistant 115 mm from the upper face of the central timber element and the supports ($h_1 + h_2 = h_3+h_4 = 115\text{mm}$).

5.2. Comparison between analytical and experimental results

The proposed calculation, unlike the Standard (which sets a unique value of the load capacity), allows a comparison of the load with the slip. Therefore, the model can be validated by contrasting its results with those of the tests. Fig. 9 shows the load-slip curve obtained from the proposed analytical model, compared with those from the tests of three specimens with a smooth dowel. All of them correspond to analogous conditions and show the same trend. The evolution of the model leads to a load-slip curve consistent with the development of the test (a first load with decreased stiffness and a plateau region) taking into account that the equation must be corrected with parameters such as the initial clearance. Moreover, the dowels may present special features for large slip, as the contribution of the rope effect that should be an improvement of the proposed method. In the tests, the displacement of 15 mm was

overtaken to study a broader segment of the yielded zone. The limitation of the dowel length causes that it was embedded into the hole (with displacement over 40 mm), whereby the contact surfaces were modified, entering the load capacity in negative slopes. It should be noted that, in the theoretical model, it has not yet been considered axial components of rope effect or friction, which would also modify the plateau region.

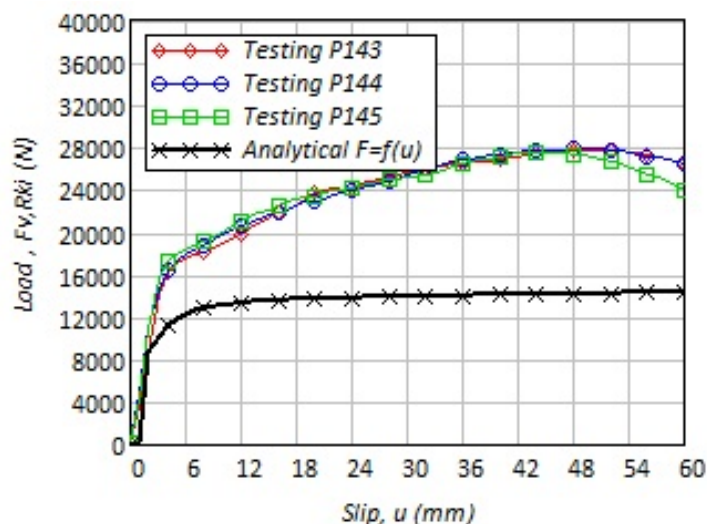


Figure 9. Individual load phases of a typical dowel connection.

5.3. Comparison of the results with the Standard values

The equations of the plastic moment, defined in Eurocode 5 [1], are not a function of the joint slip. Therefore, it can not be established a direct relationship between load and slip over the entire range of slip. But the plastic moment and the crushing width must ratify the results with the asymptotic trend of the plasticity index shown in Fig. 7. In Fig. 10, it can be identified how the analytical equations describing the evolution of the rotation angle of the dowel, the plastic moment and the crushing width evolve to approach the limits established in Eurocode 5 [1] leaving a margin of safety.

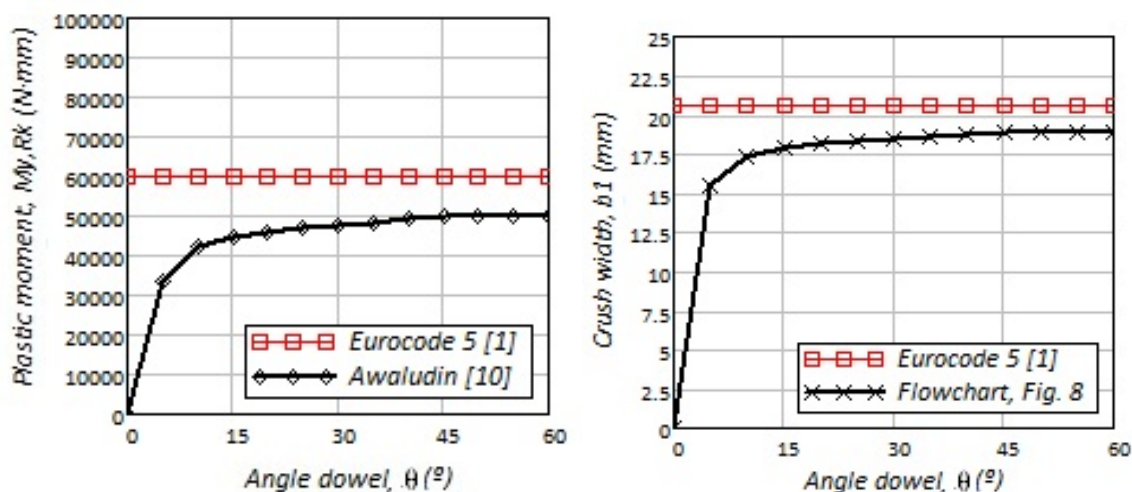


Figure 10. Evolution of the plastic moment and the crushing width.

6. CONCLUSIONS

A model based on iterative calculation has been developed, which expands the design and calculation of structural dowel-type joints, establishing a relationship between slip and load. It was possible to compare the results of this analytical model with the evolution of tests carried out, and calculate parameters characterizing the behaviour of the joint, such as the width of crushing and the angle formed in the plastic hinge for an applied load. The use of the proposed model allows to know how the joint works, avoiding to perform expensive destructive tests.

The use of this technique has significant advantages, because it identifies the evolution of the crushing width b_1+b_2 and the maximum bending moment $M_{y,Rk}$ as a function of the slip. Furthermore, the calculation uses the characteristic yield strength of the dowel f_{yd} instead of the ultimate strength f_{uk} .

It can be determined the evolution of the rotation angle of the dowel θ , which can be used as a dimensionless factor to limit deformations and stiffness, as an alternative to the constant displacement of 15 mm (independent of the piece size) established in the technical regulations.

Moreover, this approach opens the possibility of incorporating the axial force that can be applied to the dowel, to evaluate the crushing width b_1+b_2 and the slope in the plateau region, in the same set of constitutive equations relating load with slip.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work has been developed thanks to the research project BIA2012-36766, funded by Ministry of Economy and Finance, under the VI National Plan for Scientific Research, Development and Technological Innovation. The authors also thank the collaboration of the Institute of Materials and Construction of Zamora (INZAMAC), for facilitate the use of their testing machines to perform the experimental part of this work; and the company REARASA SL, for the manufacture of the specimens used for testing.

REFERENCES

- [1] Eurocódigo 5, UNE EN 1995-1-1 (2006). Proyecto de estructuras de madera. Parte 1.1: Reglas generales y reglas para la edificación, *Asociación Española de Normalización y Certificación*. Madrid: AENOR.
- [2] Documento básico de seguridad estructural. Madera CTE DB SE M (2009), *Código Técnico en la Edificación*, p. 132, Madrid: Ministerio de Fomento.
- [3] Johansen, K.W. (1949). Theory of timber connections. *International Association of Bridge and Structural Engineering*, 6, 249-262. Basel.
- [4] Rodd, P. D., Leijten, A. J. M. (2003). High performance dowel type joints. *Progress In Structural Engineering and Materials*, 5, 77-89., Brighton.

- [5] UNE-EN 383 (2007). Estructuras de madera: Métodos de ensayo. *Asociación Española de Normalización y Certificación*. Madrid: AENOR.
- [6] UNE-EN 26891 (1992). Estructuras de madera. Uniones realizadas con elementos de fijación mecánicos. *Asociación Española de Normalización y Certificación, AENOR* Madrid: AENOR.
- [7] Ariza, I. (2002). El nuevo enfoque en los ensayos mecánicos de la madera aserrada para uso estructural en la normativa europea. *Madera y Bosques*, 3-16.
- [8] Dorn, M., Borst, K. d., & Eberhardsteiner, J. (2013). Experiments on dowel-type timber connections. *Engineering Structures*, 67-80.
- [9] UNE-EN 409. (1998). Estructuras de madera. Métodos de ensayo. *Asociación Española de Normalización y Certificación*. Madrid: AENOR.
- [10] Awaludin A., Hirai T., Toshiro T., Sasaki Y., & Oikawa A. (2007). Effects of pretension in bolts on hysteretic responses of moment-carrying timber joints. *J Wood Sci.*, 114-120.
- [11] Blass H.J., Bienhaus A., & Kramer V. (2000). Effective bending capacity of dowel-type fasteners. *Proceedings of the 33rd CIB-W18*, 139-150.

Designing compression structures by Topological Mapping

Carbonell-Márquez, Juan Francisco¹; Gil-Martín, Luisa María²; Hernández-Montes, Enrique³

ABSTRACT

The Force Density Method has been traditionally employed to seek the equilibrium shape of tension structures. Recently, the use of a process based on topology has been introduced to provide a first network in which the Force Density Method can be applied. Compression-only structures such as vaults and domes can also be modelled by means of the former approach if this is modified to get a design process similar to the Gaudí's one based on hanging models. The conjunction of Topological Mapping and the Forced Density Method is first explained in the form-finding process of tension structures and, later on, the modifications to that approach are introduced so that an iterative procedure is obtained to get equilibrium shapes of compression-only structures. The versatility of this novel approach is presented by means of the analysis of some representative examples

Keywords: Force Density Method, Topological Mapping, Compression structures, Gaudí, Design techniques.

1. INTRODUCTION

The work of the Spanish architect Antonio Gaudí (1852-1926) is well known by, among other features, the employment of hanging models and graphical analysis in the design of his structures. A clear example: the Colonia Güell church in Barcelona, Fig. 1. In Gaudí's own words, the logic form comes out from the necessities [1] so that design and structural analysis are linked from the very beginning of the process [2].

However, the use of hanging models could be questioned nowadays since architects and structural engineers have powerful and price-affordable computers and software on hand which allow them to create the geometry of their designs and, afterward, to analyze their structural behavior. But, in spite of this, the structural analysis and geometry conception may require large time investments and does not effortlessly allow going back and making changes in the original creation. Precisely this was the problem Gaudí was solving with his hanging models and, in this way, some approaches have been proposed that tackle the design similarly as hanging models do [3]–[5].

¹ Department of Mathematics and Engineering. Universidad Loyola Andalucía (SPAIN). jfcarbonell@uloyola.es
(Corresponding author)

² Department of Structural Mechanics. University of Granada (SPAIN). mlgil@ugr.es

³ Department of Structural Mechanics. University of Granada (SPAIN). emontes@ugr.es

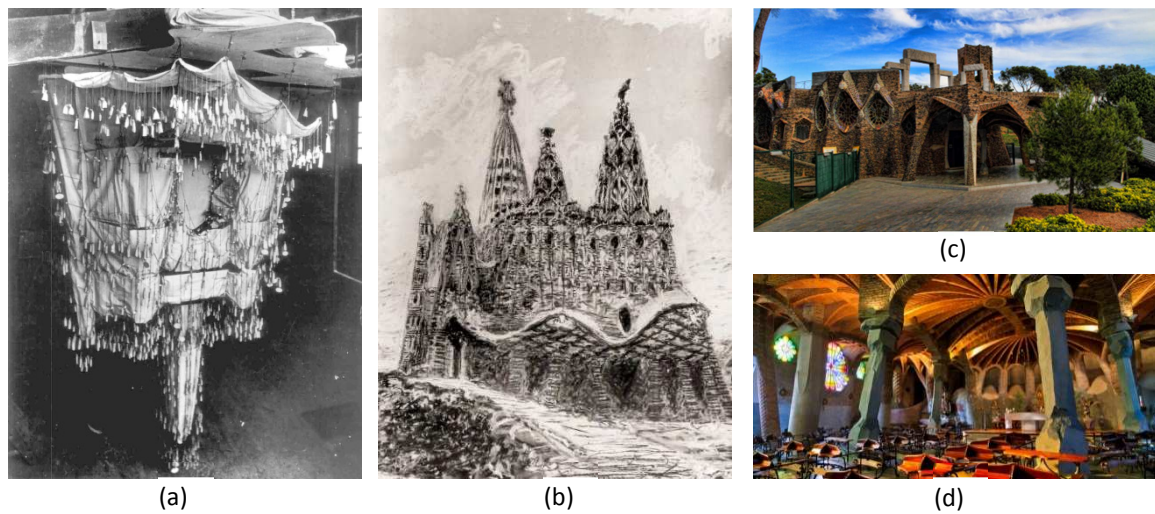


Figure 1. *The church in the Colonia Güell: (a) original hanging model; (b) view of the designed church painted over a 180° turned photo of the hanging model; (c) external view of the built part (crypt) of the church; (d) internal view of the crypt*

The present work proposes a new method in the design of compression structures using the analogy of the Gaudí's hanging models. This approach makes use of the so-called Force Density Method (FDM) [6]–[8], widely employed to seek the equilibrium configuration of tension and tensegrity structures [9], [10]. The proposed method considers the self-weight of the mesh of nodes and branches introduced in FDM as the resulting polygons in the network were built, for instance, in concrete. In this way, a virtual hanging model is obtained and can be turned upside down to get a compression structure. Controlling the force density values in the branches of the mesh, a huge variety of structures can be designed including those with arch ribs.

As it has been above mentioned, FDM needs a mesh of nodes and branches where to be applied. This mesh is provided by the Topological Mapping (TM) technique, as introduced by Hernández-Montes [11]. The main novelty and difference of TM in contrast with other mapping methods is found in the fact that the designer does not need to think about any initial shape and its contour since the mesh is first built in topology and, after this, translated to the space by FDM.

This procedure has been implemented into a computer application that hands over the needed input and provides the resulting form of the compression structure, allowing the user to get many different possible designs modifying just few parameters. The authors of this work have uploaded this computer application for free download [12].

2. THE CONJUNCTION BETWEEN FORCE DENSITY METHOD AND TOPOLOGICAL MAPPING

2.1. Force Density Method

The Force Density Method (FDM) was presented by Linkwitz and Schek [6] as a procedure to solve linearly an originally highly non-linear problem [8]: the form-finding of a pin-joint network. This method converts the problem into a set of linear equations by introducing the force-length ratios or force densities for each branch constituting the mesh or network.

Let us consider the following problem (Fig. 2): a load $P = P_3$ has to be held by two bars 1 and 2 which are pinned to points 1 and 2, respectively; the bars are linked one to another at the point where the load is hung.

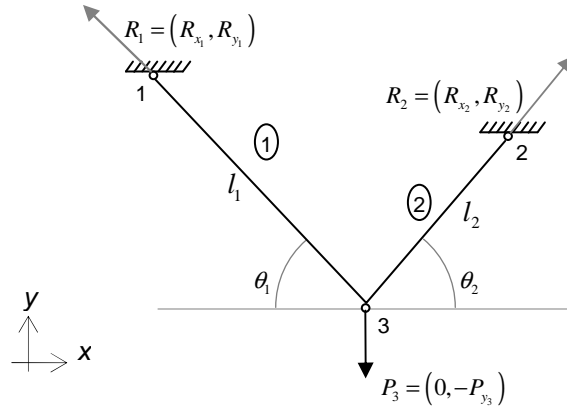


Figure 2. Simple example to be solved by FDM

By observation of the geometry of the problem, the equilibrium in FIGURE 2 dictates that:

$$\left. \begin{aligned}
 S_1 \frac{x_1 - x_3}{l_1} &= R_{x_1} \\
 S_1 \frac{y_1 - y_3}{l_1} &= R_{y_1}
 \end{aligned} \right\} @1$$

$$\left. \begin{aligned}
 S_2 \frac{x_2 - x_3}{l_2} &= R_{x_2} \\
 S_2 \frac{y_2 - y_3}{l_2} &= R_{y_2}
 \end{aligned} \right\} @2$$

$$\left. \begin{aligned}
 S_1 \frac{x_1 - x_3}{l_1} + S_2 \frac{x_2 - x_3}{l_2} &= 0 \\
 S_1 \frac{y_1 - y_3}{l_1} + S_2 \frac{y_2 - y_3}{l_2} &= P_{y_1}
 \end{aligned} \right\} @3$$
(1)

where, S_1 and S_2 are the forces in the bars and l_1 and l_2 are their lengths which depend on the position of point 3, (x_3, y_3) , so that:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} \\
 l_2 &= \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}
 \end{aligned}$$
(2)

A priori, the only known parameters are the position of points 1 and 2, (x_1, y_1) and (x_2, y_2) respectively, and the load $P = P_3$. If the coordinates of point 3 are to be determined, the resulting problem is nonlinear, Eq. (2), and undetermined, 6 equations and 8 unknowns ($S_1, S_2, R_{x_1}, R_{x_2}, R_{y_1}, R_{y_2}, x_3, y_3$). Therefore, the two parameters need to be introduced in order to determine a particular solution of the problem. The FDM introduces what is called the force densities which in bars 1 and 2 are defined as:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \frac{S_1}{l_1} \\
 q_2 &= \frac{S_2}{l_2}
 \end{aligned}$$
(3)

Introducing the force densities as known parameters in the equilibrium equations at point 3, its position can be solved easily as they constitute a linear and determined system of equations:

$$\left. \begin{aligned} (x_1 - x_3)q_1 + (x_2 - x_3)q_2 &= 0 \\ (y_1 - y_3)q_1 + (y_2 - y_3)q_2 &= P_{y_1} \end{aligned} \right\} @3 \quad (4)$$

Therefore, in order to solve the problem in this manner, it is essential to provide the q values. The power of the method is found in the fact that for different values of q , the equilibrium will be different so that the position of point 3 will be modified.

The approach can be formulated in a more general way: if \mathbf{u} is the difference vector of coordinates x for the extreme nodes in each branch and \mathbf{v} the same vector for the y coordinate:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \\ \mathbf{v} &= \begin{pmatrix} y_1 - y_3 \\ y_2 - y_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

they can be related to the coordinate vectors of the nodes:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{Y} &= \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

through the connectivity matrix \mathbf{C} , according to:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{C}\mathbf{X} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{C}\mathbf{Y} \end{aligned} \quad (7)$$

being \mathbf{C}

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

The connectivity matrix \mathbf{C} can be generally defined for a mesh with n_n nodes and n_b branches as a $n_b \times n_n$ matrix. If the branch j in the mesh connects the nodes $i(j)$ and $k(j)$, with $i < k$, then \mathbf{C} remains:

$$\mathbf{C} = C(j, r) = \begin{cases} 1 & \text{if } i(j) = r \\ -1 & \text{if } k(j) = r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

On the other hand, the parameters defined as the force densities can be positioned in a n_b -dimensional diagonal matrix \mathbf{Q} so that the force density q_j of the branch j is placed at the row and column j . Considering Eqs. (5)-(8) and taking into account that the problem can be set up in three

dimensions, if \mathbf{P}_x , \mathbf{P}_y and \mathbf{P}_z are the vectors that group the nodal forces in x , y and z directions respectively, Eq. (4) can be rewritten as:

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{X} + \mathbf{P}_x &= 0 \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{Y} + \mathbf{P}_y &= 0 \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{Z} + \mathbf{P}_z &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Therefore, the spatial equilibrium configuration of any mesh subjected to a specific set of external loads (vectors \mathbf{P}_x , \mathbf{P}_y and \mathbf{P}_z), with a given fixed nodes and a determined connectivity matrix \mathbf{C} , can be established provided the force densities in the branches composing the network, \mathbf{Q} , just by means of the resolution of the linear system of equations (9).

2.2. Topological Mapping

The Topological Mapping (TM) was proposed by Hernández-Montes et al. [11] as a novel tool to build and provide the connectivity matrix \mathbf{C} to be introduced into the FDM to perform the form-finding of tension structures. The main advantage of the TM is that the network of branches and nodes can be initially constructed without any idea of the final configuration of the mesh, in contrast to other methods that carry out the mapping firstly assuming a determined contour of the tensile structure.

The TM generates two types of triangulated meshes: closed and open. In the first case, the network is built by means of successive concentric rings of branches, Fig. 3 (a); for open networks, successive parallel steps of branches are added, Fig. 3 (b). The way of connecting the nodes of two successive set of branches depends on their basic topological relationship, which can be of type A, B or C. Relationship A corresponds to a pattern in which a node at a determined set of branches is linked to three more nodes at the following set, Fig. 3 (c). For relationships B, the nodes in a set of branches are connected to two nodes in the next set of branches Fig. 3 (d). Finally, in C relationships each node at a given set is linked alternatively to one or three nodes in the following set Fig. 3 (e).

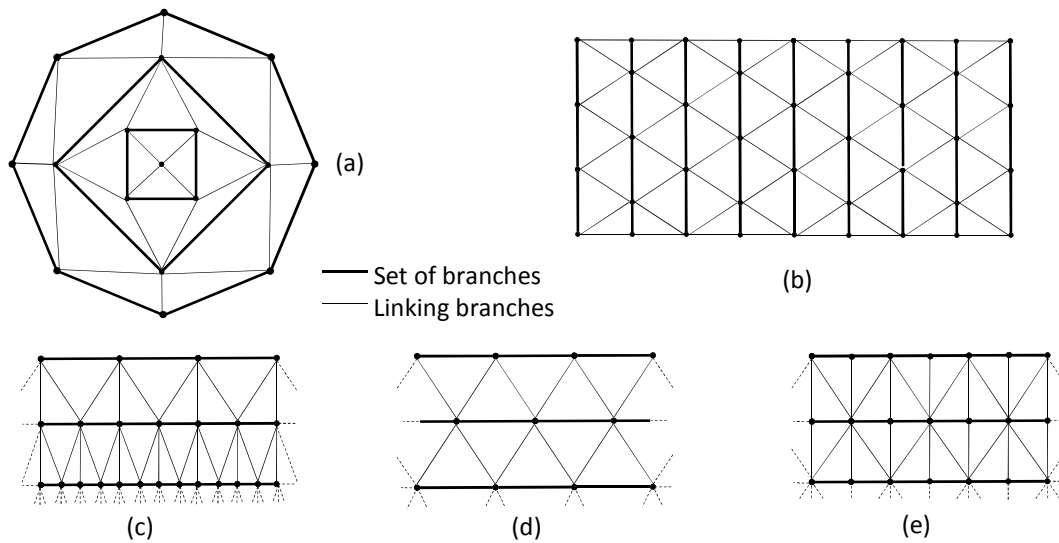


Figure 3. Types of networks built by the TM: (a) open mesh; (b) open mesh; (c) relationship type A; (d) relationship type B; (e) relationship type C

Thus, once the type of mesh to be built is chosen (open or closed), the needed inputs to the TM to generate a mesh are:

- i. Number of nodes in the first step or ring
- ii. Number of total steps or rings
- iii. Topological relation between successive steps (can be changed from a ring to another)

Once the mesh is built by the TM, Fig. 4 (a), it is driven from topology to geometry by the FDM, Figs. 4 (b) and (c). Prior to this, it is essential to assign the correspondence between the fixed nodes and the nodes in the last set of branches and this is done distributing those nodes proportionally to the real distance among the fixed points. The resulting tensile structure shown in Fig 4 remarks the ability of the conjunction TM-FDM to perform the form-finding of a tensile structure whose plan view corresponds to a complex polygon, i.e., a polygon which intersects itself. In what follows, the present work only deals with closed networks of type B.

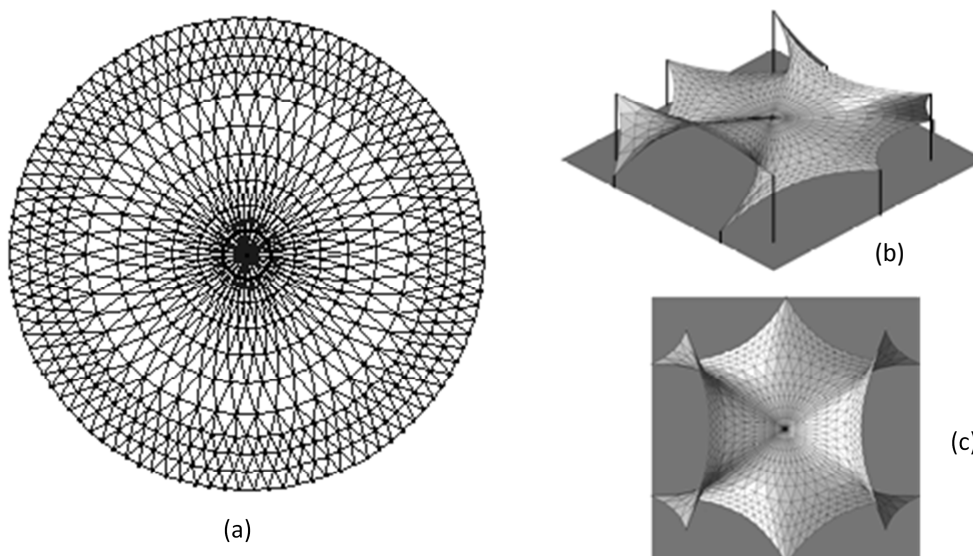


Figure 4. Results from the FDM-TM: (a) mesh from the TM; (b) general view of the resulting tensile structure; (c) plan view

3. TM-FDM IN THE DESIGN OF COMPRESSION STRUCTURES

The applicability of the TM together with FDM in the determination of the equilibrium shape of tension structures has been above explained. This approach can be modified in order to perform the design of compression structures based on pseudo hanging models. If the mesh's self-weight is considered as it were built in a specific structural material, for instance concrete, the equilibrium configuration of the mesh as a tension structure can be determined and, afterwards, turned upside down to get a compression only structure.

The consideration of the mesh's self-weight introduces nonlinearities to the original set of equations of the FMD, Eqs. (9), concretely the equilibrium equations in the direction in which gravity acts, z direction, need to be modified to introduce the mesh's weight as a set of vertical nodal loads, $\mathbf{P}_{z,s-w}$.

Therefore, the new equilibrium equation is nonlinear since the area of the mesh will depend on the position of the nodes in the space:

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{X} + \mathbf{P}_x &= 0 \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{Y} + \mathbf{P}_y &= 0 \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{z} + \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_{z,s-w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

The mesh's weight, which corresponds to the summation of each triangle's self-weight, is applied distributedly to the nodes so that each node is loaded with a third of the weight of every triangle that contains the node as a vertex, Fig. 5. To compute the area of every triangle, the norm of the cross product of two of the vectors composing two connected sides of the triangle is performed.

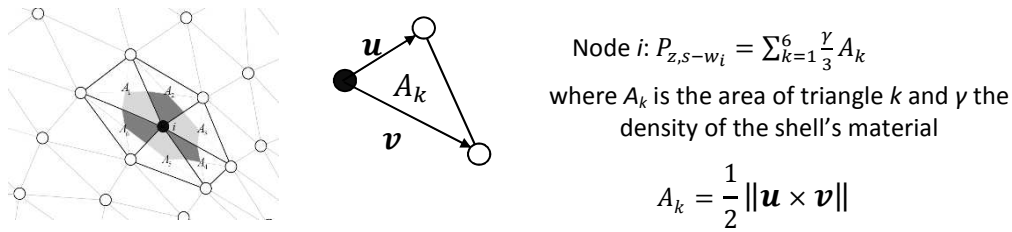


Figure 5. Weight of triangles affecting a generic node i

Let us consider the adjacency matrix \mathbf{A} so that the element in that matrix equals to 1 if the node i is linked to the node j and 0 otherwise, Eq. (11). Employing this adjacency matrix \mathbf{A} , the component i of the vector $\mathbf{P}_{z,s-w}$, Fig. 5 can be computed according to Eq. (12).

$$\mathbf{A} = A(i, j) = a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ is linked to } j \\ 0 & \text{otherwise, including } i = j \end{cases} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{z,s-w_i} = \sum_{j=1}^{n_n-1} \sum_{k>j}^{n_n} \left[(a_{ij} \cdot a_{ik} \cdot a_{jk}) \frac{\gamma}{3} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{ij} \times \mathbf{ik}\| \right) \right] \quad (12)$$

where γ is the specific gravity of the material in which the mesh is built and \mathbf{ij} is the vector that starts at node i and ends at j . The cross product in Eq. (12) is the reason why new nonlinearities are introduced in the FDM equations.

Despite the introduced nonlinearities, Eqs. (12) are solved linearly by iterations. Thereby, once the equilibrium configuration of the mesh is found without considering its self-weight, using the size of the triangles in this first iteration, the self-weight is calculated and applied to the nodes, computing again the equilibrium configuration, and so on. The vector \mathbf{z}^{nit} contains the z coordinate of the nodes in the mesh for the iteration nit . The process is considered to be finished when

$$\Delta z^{nit} = \|\mathbf{z}^{nit} - \mathbf{z}^{nit-1}\| < \Delta z_{max} \quad (12)$$

where Δz_{max} is the convergence criterion established by the designer.

However, the process does not offer convergence in every case but it may not find a possible solution with the given set of the force densities in the branches of the mesh. The reason for the no convergence of the calculations can be found in a very simple example. Let us imagine a spring with a coefficient k determining the relationship between force F and the elongation Δl in the spring, $F = k\Delta l$, and a body whose weight, p , depends linearly on the elongation undergone by the spring according to a specific parameter γ , $p = p_0 + \gamma\Delta l$, Fig. 6. If equilibrium is to be found, $k > \gamma$.

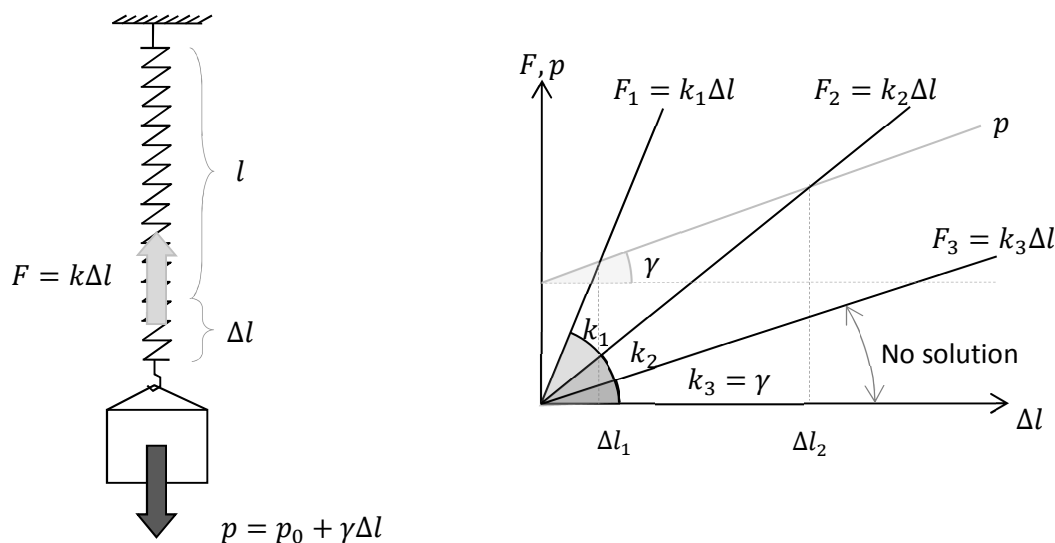


Figure 6. Analogy of the body hung of the spring to explain the possibility of no convergence in the TM-FDM if an appropriate set of force densities is not assigned to the branches in the mesh

Similarly to this problem, the set of force densities assigned to each branch in the mesh needs to be such that the resulting forces in the branches increase faster than the weight of the mesh does. If this condition is not met, equilibrium is not ever reached.

4. EXAMPLES PRESENTING THE VERSATILITY OF THE APPROACH

As stated as one of its inventors, the linearization done by the FDM allows making changes back and forth to the design and investigate many different feasible forms with minimal effort and in a playful spirit [8]. Furthermore, with the introduction of the TM as provider of the mesh to be feed to the FDM, the range of possible designs gets much wider. Fig. 7 presents a compression only structure that curls around some of its edges, similarly as done with the tensile structure presented in Fig. 4. This one is a clear example of the capabilities that the conjunction TM-FDM provides.

Another singularity of the method at the authors' knowledge is the capability of designing compression structures with ribs and buttresses. Since the force densities in the branches can be introduced individually for each one, the designer can assign a higher value of force density to a particular set of branches in order to make them to withstand more loads. The following example illustrates the commented capability. Let us consider a pentagonal vault built in concrete – $f_{ck} = 40$ MPa, self-weight $\gamma = 22\text{kN/m}^3$ – with a thickness of 0.3 m and with with an irregular basis whose five

sides are 11, 10, 12, 12, and 8 m long. The network generated by the TM consists of 10 rings with 43 nodes each. Table 1 shows the coordinates of the fixed nodes.

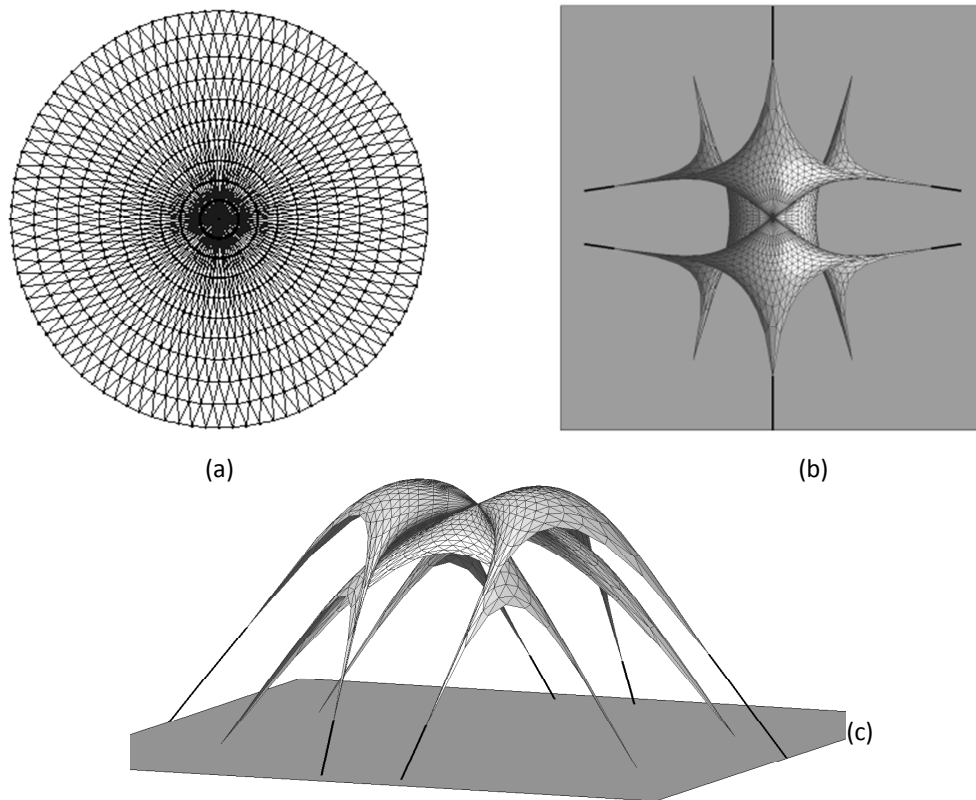


Figure 7. Curling compression structure: (a) initial mesh from the TM; (b) plan view of the resulting compression structure; (c) perspective

Table 1. Fixed nodes of the irregular pentagon

Node	X_f (m)	Y_f (m)	Z_f (m)
1	3.4911	0.0000	0.0000
2	14.4911	0.0000	0.0000
3	15.9544	9.8923	0.0000
4	6.5014	17.2843	0.0000
5	0.0000	7.1981	0.0000

To perform an initial analysis of the structure's free form, the interior branches are assigned a force density of 10 kN/m and the branches in the external ring 20 kN/m. Establishing a convergence criterion of $\Delta z_{max} = 10^{-5}$ m, the resulting structure is shown in Fig. 8 (a).

If some ribs are to be created, the force density in a series of branches that go from the fixed points to the central node is increased to 50 kN/m. Since the existence of those ribs provides the structure with a stiffer sustaining system, the structure becomes shorter in height, Fig. 8 (b). In order to avoid that, to get a more voluminous structure, the force density in the interior branches is decreased to 4 kN/m, the force density in three of the ribs is set as 60 kN/m and in the rest of the ribs 40 kN/m. Furthermore, all the branches in the external ring are assigned a force density of 15 kN/m but the branches in the shorter edge that are assigned a q vale of 10 kN/m. With all these modifications from

the original attempt, the structure gets a maximum height of 9.64 m, Fig. 8 (c). This new structure is divided in five domes each of the one rests in its corresponding edge and rib arches. The way in which the new structure behaves is completely different from the way in which the original one does, Fig. 8 (a), where the load is driven to the edge arches and from them to the foundation.

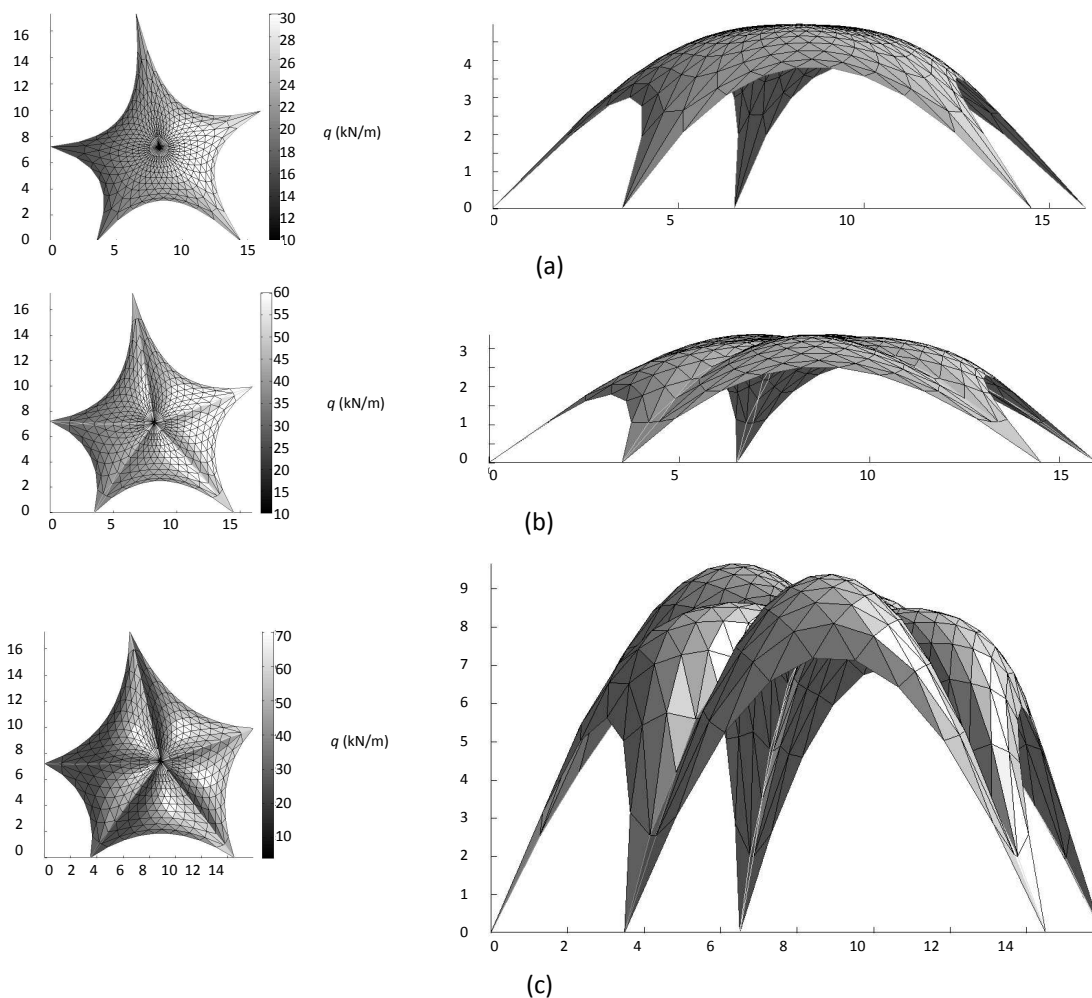


Figure 8. Developed example: (a) compression structure with the initial input; (b) compression structure obtained increasing the force densities in the branches that compose the diagonal buttresses; (c) obtained structure with the final force density assignment

5. CONCLUSIONS

The conjunction TM-FDM has been reviewed in the form finding of tension structures. This original method can be modified introducing the mesh's self-weight and computing the equilibrium position. Due to this self-weight consideration, nonlinearities are introduced. However, tackling the problem in an iterative way, it can be again linearly solve as in the original FDM. When the shape of equilibrium is found, the model can be turned upside down just as Gaudí used to do with his hanging chain models.

Thanks to the employment of the TM, it has been shown that a wider range of solutions are provided to the designer. The presented approach can be a very useful and attractive tool for architectural desing: complex vaults, domes and other compression-only structures can be modelled almost

effortlessly. After analyzing the obtained structure, its equilibrium configuration can be changed by modifying the force densities in the branches or the mesh's topology. Some examples showing the capabilities of the modified TM-FDM have been presented proving how the structure changes his behavior as the branches' force density assignment is modified.

ACKNOWLEDGEMENTS

The present work has been partially financed by Universidad Loyola Andalucía. This support is gratefully acknowledged by the authors of the work

REFERENCES

- [1] Gómez-Serrano, J. (2002). Arcos catenarios, in Gaudí, la búsqueda de la forma: espacio, geometría, estructura y construcción (pp. 97–101), D. Giralt-Miracle, Ed. Barcelona: Lunwerg,
- [2] Huerta, S. (2006). Structural Design in the Work of Gaudí. *Architectural Science Review*, 49(4), 324–339.
- [3] Bletzinger, K.-U., Wüchner, R., Daoud, F. & Camprubí, N. (2006) Computational methods for form finding and optimization of shells and membranes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(30–33), 3438–3452.
- [4] Kilian, A. (2004). Linking Hanging Chain Models to Fabrication. In Proceedings of the 23rd Annual Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture and the 2004 Conference of the AIA Technology in Architectural Practice Knowledge Community (pp. 110–125).
- [5] Brew, J. S., Lewis, W. J. (2007). Free hanging membrane model for shell structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 71, 1513–1533.
- [6] Linkwitz, K. & Schek, H.-J. (1971). Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen. *Ingenieur-Archiv*, 40(3), 145–158.
- [7] Schek, H.-J. (1974). The force density method for form finding and computation of general networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(1), 115–134.
- [8] Linkwitz, K. (1999). About formfinding of double-curved structures. *Engineering Structures*, 21(8), 709–718.
- [9] Koohestani, K. (2012). Form-finding of tensegrity structures via genetic algorithm. *International Journal of Solids and Structures*, 49(5), 739–747.
- [10] Pauletti, R. M. O. & Pimenta, P. M. (2008). The natural force density method for the shape finding of taut structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(49–50), 4419–4428.
- [11] Hernández-Montes, E., Jurado-Piña, R. & Bayo, E. (2006). Topological Mapping for Tension Structures. *Journal of Structural Engineering*, 132(6), 970–977.
- [12] Carbonell-Márquez, J. F., Gil-Martín, L. M., Hernández-Montes, E. & Jurado, R. (2012) Gaudi 1.0: Manual de usuario, p 27. Granada: Godel Impresiones Digitales.

DYNAMIC BEHAVIOR OF MASONRY CHIMNEY WITH DIFFERENT REINFORCEMENT SCHEMES

Bru, David¹; Baeza, F. Javier²; Brotóns, Vicente³ and Ivorra, Salvador⁴

ABSTRACT

This paper presents a structural analysis of a masonry chimney built in the 1950's, which is currently being catalogued as local interest heritage. These structures exhibit insufficient tensile strength to resist the seismic action because the masonry is not reinforced. For this reason, the aim of this work is to analyze different structural reinforcement schemes so the chimney is capable of withstanding seismic actions. Ten numerical models, for nine reinforcement configurations, have been defined using Ansys software. A glass fiber reinforced cement composite was always used as reinforcement. For each model, a modal analysis and time history analyses were made. Five different synthetic accelerograms were used for the structural analysis, according to NCSE02 Spanish standard. The final reinforcement, capable of resisting the seismic action, consisted of a helicoid wrap and eight longitudinal stripes along the shaft, and the inner and outer reinforcement of all masonry walls of the base.

Keywords: Masonry structures, seismic vulnerability,

1. INTRODUCCIÓN

Tras el terremoto sufrido en Lorca (España), el 11 de Mayo de 2011, surge una preocupación especial en todo el territorio nacional para conservar y proteger las construcciones existentes. Esta necesidad cubre tanto a viviendas familiares como el resto de construcciones civiles, y especialmente aquellas con elevado interés desde el punto de vista del patrimonio histórico. Por este motivo, diversos autores inician una campaña de investigación, analizando el estado actual de las construcciones, así como los cambios producidos en las propiedades dinámicas de las edificaciones tras el paso del terremoto [1, 2], y analizan el fenómeno sismológico en la región de Murcia [3, 4].

Las estructuras de mampostería, y especialmente las chimeneas industriales, son edificaciones con un nivel de ductilidad muy reducido, por lo que son elementos susceptibles de sufrir daños e incluso colapsarse tras un evento sísmico debido a baja resistencia a tracción de la fábrica [5-8]. Por estos motivos, desde la Universidad de Alicante, surge la necesidad de determinar un esquema de refuerzo capaz de evitar el colapso de las estructuras frente a la posibilidad de otro evento sísmico dentro del territorio Español, en la línea de los trabajos realizados por otros investigadores [9, 10]. Por otro lado, estas tipologías estructurales han mostrado una especial sensibilidad a modos de fallo diferentes a los

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). david.bru@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). fj.baeza@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). vicente.brotons@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). sivorra@ua.es (Corresponding author)

normalmente establecidos para edificaciones convencionales. De esta forma, diversos autores destacan la importancia de los modos de vibración superiores, diferentes al modo fundamental, como causa principal de colapso [11]. De esta forma el principal objetivo de esta investigación es evaluar la vulnerabilidad sísmica de una chimenea industrial de mampostería, mediante un análisis no lineal en el dominio del tiempo, de tal forma que se pueda evaluar la influencia de las diferentes configuraciones de refuerzo aplicadas a fin de evitar los modos de fallo asociados a los modos de vibración excitados durante la acción sísmica.

2. METODOLOGÍA

2.1. Características generales y patologías

Se ha analizado el comportamiento dinámico de una chimenea de mampostería situada en la localidad española de Crevillente (Alicante), Fig. 1.a y 1.b. La estructura objeto de estudio (Fig. 1.c), como todas las chimeneas de esta tipología, se puede dividir en tres partes: base, fuste y coronación. Los tres elementos presentan sección transversal circular, la base con un diámetro de 3 m, mientras que el fuste y la coronación tienen un diámetro variable entre 2.90 m en su parte inferior y 1.25 m en la zona superior. La altura total es de 30.3 m, mientras que el espesor de la fábrica de ladrillo se ha considerado de 40 cm en la base y 25 cm en el fuste, Fig. 1.d.



Figura 1. (a) Localización general. (b) Situación de la estructura en Crevillente. (c) Vista general de la chimenea, y (d) sección longitudinal y principales dimensiones.

En general, la chimenea no presenta graves patologías como otras estructuras similares [8]. No se han detectado importantes fisuras a lo largo del fuste, siendo la principal patología observada la pérdida de mortero, tanto en las zonas más expuestas al viento, como en la base debido a un problema de humedad capilar. Además, existen problemas locales en los ladrillos cercanos a un cartel metálico en la parte alta del fuste, presentando restos de productos de la corrosión. Por último, la coronación ha perdido parte del material cerámico de las últimas hiladas.

2.2. Análisis estructural

Para estudiar la estabilidad de la estructura frente a las acciones sísmicas existentes en la zona, se han preparado dos modelos numéricos diferentes utilizando el software de elementos finitos ANSYS.

Ambos modelos de la chimenea sin reforzar se han construido mediante elementos SOLID65 para representar la mampostería. El primero de ellos, que se empleará para estudiar el comportamiento modal de la estructura en su estado actual, está formado por 26640 nodos y 19890 elementos. Mientras que el segundo modelo se compone únicamente de 10296 nodos y 6820 elementos. De esta manera, y una vez comprobado que este último ofrecía resultados adecuados, se procedió a añadir elementos de refuerzo fabricados con un material compuesto de matriz cemento reforzado con fibras de vidrio (GFRCC). Para modelizar los elementos de refuerzo se emplearon SHELL181, y el contacto se calculó mediante elementos CONTA173 y TARGE170.

La *Tabla 1* recoge las principales propiedades mecánicas de cada uno de los materiales, tanto la mampostería como el refuerzo con GFRCC. Para la fábrica se han escogido los valores de acuerdo a las recomendaciones incluidas en las referencias [12-13]. Mientras que los parámetros del material compuesto se han definido para una capa de mortero de cemento de 1 cm de espesor con tejido bidireccional de fibra de vidrio.

Tabla 1. Características mecánicas de los materiales

Propiedad	Material	
	Mampostería	GFRCC
Densidad	1600 kg/m ³	2550 kg/m ³
Resistencia a compresión	6.3 MPa	25 MPa
Resistencia a tracción	0.48 MPa	4.5 MPa*
Módulo de elasticidad	1100 MPa	25000 MPa
Coefficiente reductor de fisura abierta, β_t	0.15	
Coefficiente reductor de fisura abierta, β_t	0.75	
Criterio de rotura	William-Warnke	Máxima tensión

* resistencia por cada capa de tejido de fibra de vidrio

En total se definieron diez modelos numéricos diferentes, el primero de ellos se corresponde con la chimenea sin reforzar, y los nueve restantes, incluidos en la Fig. 2, se reforzaron con diferentes disposiciones de GFRCC. La configuración específica de cada uno de ellos se ha recogido en la *Tabla 2*, diferenciando cuatro tipos de refuerzo principalmente: anillos exteriores, refuerzo longitudinal en forma de espiral, bandas longitudinales, y revestimiento de todo un paramento, exterior o interior. La relación entre la superficie reforzada y la superficie total de la chimenea se varió entre el 1.5% y el 42.5%, para el modelo 1 y el modelo 9 respectivamente. Para tratar de optimizar el refuerzo se realizó un modelo adicional, que trataba de reducir la cantidad de GFRCC necesaria limitando la longitud del mismo hasta 2/3 de la altura de la chimenea. En este caso el porcentaje de superficie reforzada se conseguía reducir hasta el 34.6%. Sin embargo, como se verá en la discusión de resultados, este modelo 10 no será capaz de resistir las acciones sísmicas durante el tiempo necesario.

Para el estudio de vulnerabilidad sísmica de cada uno de los modelos se realizó un análisis *Time History* que evalúa el efecto de hasta cinco acelerogramas sintéticos, como el de la Fig. 3.a, que se calcularon a partir del espectro de respuesta elástica correspondiente a la localización de la chimenea, y siguiendo las recomendaciones de Gasparini y Vanmarcke [14]. La Fig. 3.b incluye el espectro de aceleraciones calculado para Crevillente ($a_b = 0.15g$) y adaptado para un factor de amortiguamiento $\xi = 3\%$. En primer lugar se sometió a la estructura original a dichas cinco señales, que fueron

aplicadas en dos direcciones diferentes: una coincidente con el eje de la base, y otra a 45° respecto de la primera. A partir de estos resultados se seleccionó el sismo más desfavorable, que producía el colapso de la chimenea en menor tiempo. Este acelerograma se utilizó para evaluar la eficacia de cada esquema de refuerzo, y una vez obtenido el refuerzo capaz de resistirlo, en dicho modelo se volvieron a aplicar todas las señales como en el caso sin reforzar.

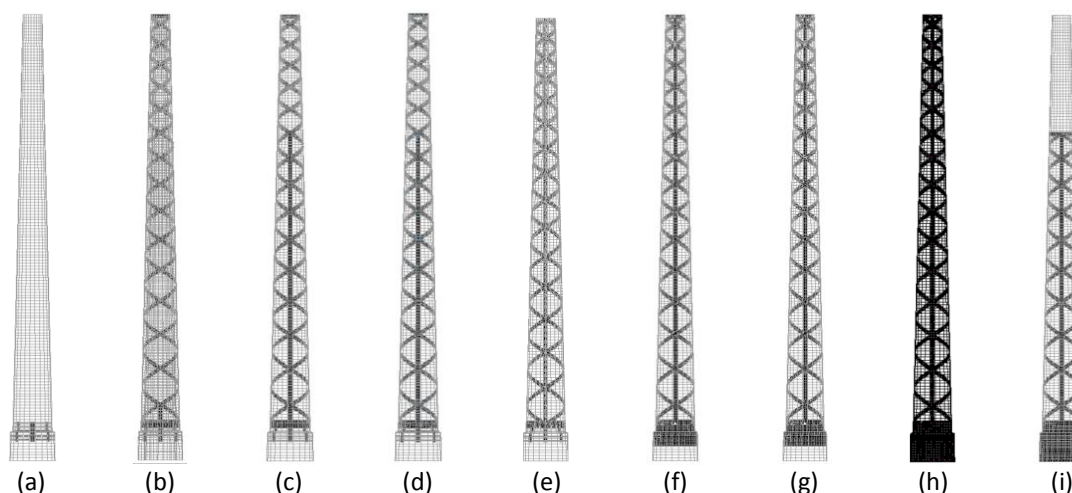


Figura 2. Modelos numéricos calculados con nueve esquemas de refuerzo diferentes.

Tabla 2. Tipologías de los refuerzos de GFRCC

	Refuerzo interior	Refuerzo exterior
Modelo 1	-	-
Modelo 2	-	Transición del fuste a la base
Modelo 3	-	Modelo 2 + espiral en todo el fuste
Modelo 4	-	Modelo 3 + 2 bandas longitudinales en el fuste hasta 2/3 de la altura en caras opuestas
Modelo 5	-	Modelo 3 + 4 bandas longitudinales en el fuste hasta 2/3 de la altura en cuatro ejes opuestos
Modelo 6	-	Modelo 3 + 4 bandas longitudinales en toda la altura del fuste en cuatro ejes opuestos
Modelo 7	-	Modelo 6 + refuerzo de la mitad superior de la base
Modelo 8	Mitad superior de la base y 4 bandas longitudinales en todo el fuste	Modelo 6 + refuerzo de la mitad superior de la base
Modelo 9	Refuerzo en toda la base y 4 bandas longitudinales en todo el fuste	Modelo 6 + refuerzo en toda la base
Modelo 10	Modelo 9 recortando las bandas longitudinales hasta 2/3 de la altura	Modelo 9 recortando las bandas longitudinales y el refuerzo en espiral del fuste hasta 2/3 de la altura

Una vez terminado el cálculo se analizó la aparición y crecimiento de las fisuras hasta el colapso de la estructura, de forma que se fueron reforzando progresivamente sólo las zonas dónde era necesario. Es decir, en cada nuevo modelo se diseñó el tipo de refuerzo adecuado para evitar el fallo producido en su predecesor. Este proceso, tal y como se ilustra en la Fig. 4, se repitió hasta conseguir un diseño de refuerzo que fuese capaz de soportar todos los acelerogramas en ambas direcciones.

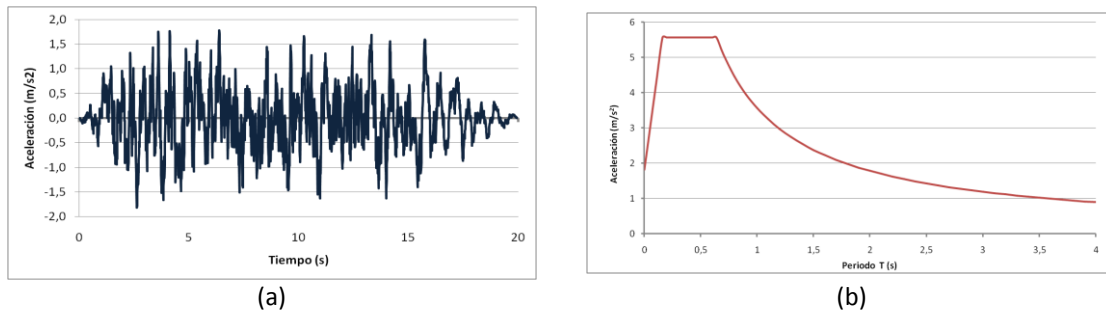


Figura 3. (a) Ejemplo de acelerograma sintético para el cálculo de vulnerabilidad sísmica. (b) Espectro de aceleraciones para la localización de la chimenea y un amortiguamiento del 3%.

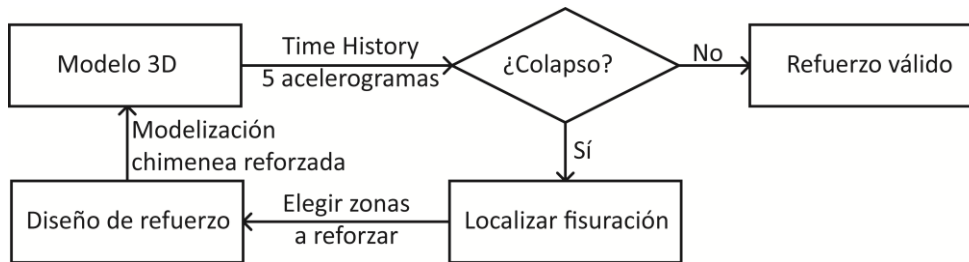


Figura 4. Diagrama del proceso iterativo utilizado para el diseño del refuerzo de la chimenea.

3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

3.1. Análisis modal

Como paso previo, antes de empezar con el análisis de vulnerabilidad sísmica, se incluyen a continuación los resultados del análisis modal para la chimenea sin reforzar. Las formas modales obtenidas se muestran en la Fig. 5. Estos cuatro primeros modos de vibración movilizan un total de 35010 kg, lo que supone un 51% de la masa total de la chimenea. Por otra parte, en la *Tabla 3*, se recogen los valores de frecuencias y masas modales para los cuatro primeros modos de vibración. Para evaluar el efecto del refuerzo sobre el comportamiento modal se han incluido los datos de frecuencia y porcentaje de masa movilizada para el modelo 9, que como se discutirá a continuación es el único capaz de resistir los cinco acelerogramas sintéticos durante 20 s.

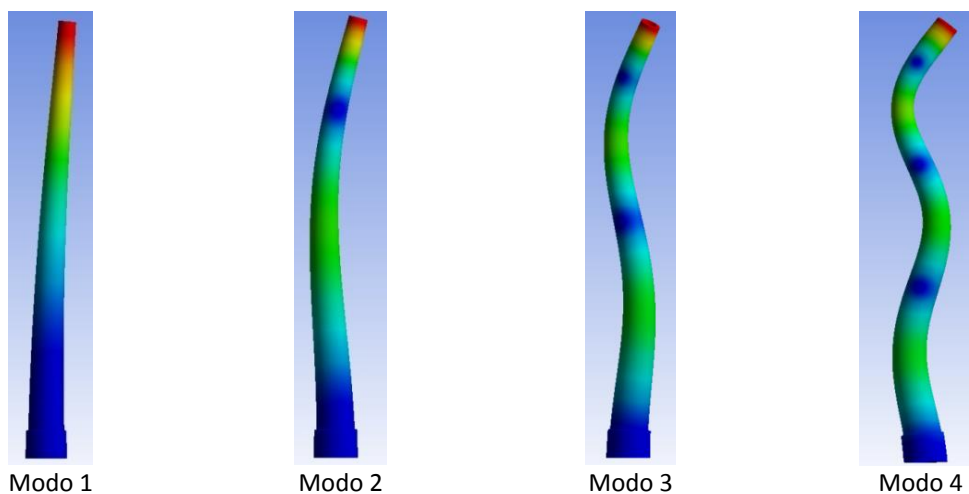


Figura 5. Formas modales para la chimenea en su estado actual, sin ningún tipo de refuerzo.

Tabla 3. Frecuencias y masas modales para el modelo sin reforzar y el refuerzo óptimo.

Modo	Modelo 1 (sin reforzar)			Modelo 9 (refuerzo óptimo)		
	Frecuencia	Periodo	Masa modal	Frecuencia	Periodo	Masa modal
1	0.505 Hz	1.980 s	29.8%	0.622 Hz	1.607 s	44.9%
2	2.221 Hz	0.450 s	13.4%	2.743 Hz	0.365 s	18.5%
3	5.369 Hz	0.186 s	4.9%	6.612 Hz	0.151 s	8.7%
4	9.625 Hz	0.104 s	3.0%	11.781 Hz	0.085 s	5.3%

3.2. Diseño del refuerzo

En primer lugar se realizó el análisis para el modelo correspondiente al estado actual. De esta forma se justifica la necesidad de intervenir para garantizar la estabilidad frente a sismo. En el procedimiento de diseño, explicado en la Fig. 4, el primer paso es detectar el momento de colapso de la chimenea, que en caso de producirse antes de los 20 s que dura el sismo indicará la necesidad de un refuerzo estructural. La *Tabla 4* recoge, para todos los modelos calculados (*Tabla 2*), los valores de tiempo en los cuales aparece la primera fisura y aquéllos en los que se produce el colapso. Además se incluye la forma modal principalmente responsable del fallo, determinada a partir de los patrones de fisuración y la distribución de tensiones.

Tabla 4. Tiempo de aparición de la primera fisura y tiempo mínimo de fallo para cada modelo correspondiente al acelerograma sintético que produce antes el colapso del modelo 1.

Modelo	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 3	Mod. 4	Mod. 5	Mod. 6	Mod. 7	Mod. 8	Mod. 9	Mod. 10
$t_{\text{fisura}} \text{ (s)}$	2.64*	2.64	2.64	2.63	2.44	2.62	2.62	2.63	2.63	2.63
$t_{\text{fallo}} \text{ (s)}$	2.90	3.21	3.70	5.80	5.53	8.85	8.50	13.45	-	18.15

* En otro acelerograma sintético la primera fisura del modelo sin reforzar se produjo a los 1.82s

Una vez comprobada la falta de resistencia, se estudiará el patrón de fisuración que generó el fallo. En la Fig. 6 se incluyen las distribuciones de fisuras para el instante final de cada análisis. Se han representado dos alzados ortogonales de la chimenea, y se han remarcado las secciones críticas en caso de existir. Adicionalmente, se ha incluido una tercera imagen para cada modelo con el estado tensional únicamente de los elementos de refuerzo. A continuación se irá analizando cada uno de los casos supuestos, justificando la nueva solución de refuerzo planteada al ir aumentando la cuantía de GFRCC.

En primer lugar se estudió el comportamiento de la chimenea sin reforzar frente a los cinco acelerogramas sintéticos calculados. En el caso más desfavorable el colapso de la estructura se produjo a los 2.90 s, poco después de aparecer la primera fisura a los 2.64 s. En la Fig. 6 se ve como el fallo se produce en la transición entre la base y el fuste, debido a la reducción de sección existente en esta zona, en la Fig. 7.a se ha incluido un detalle de dicho estado de fisuración. Además, la Fig. 7.b incluye un diagrama de desplazamientos en este estado límite último. A partir de las distribuciones de

las tensiones máximas de tracción, representadas en la Fig. 8, puede deducirse que en este caso el fallo está relacionado con la primera forma modal de flexión.

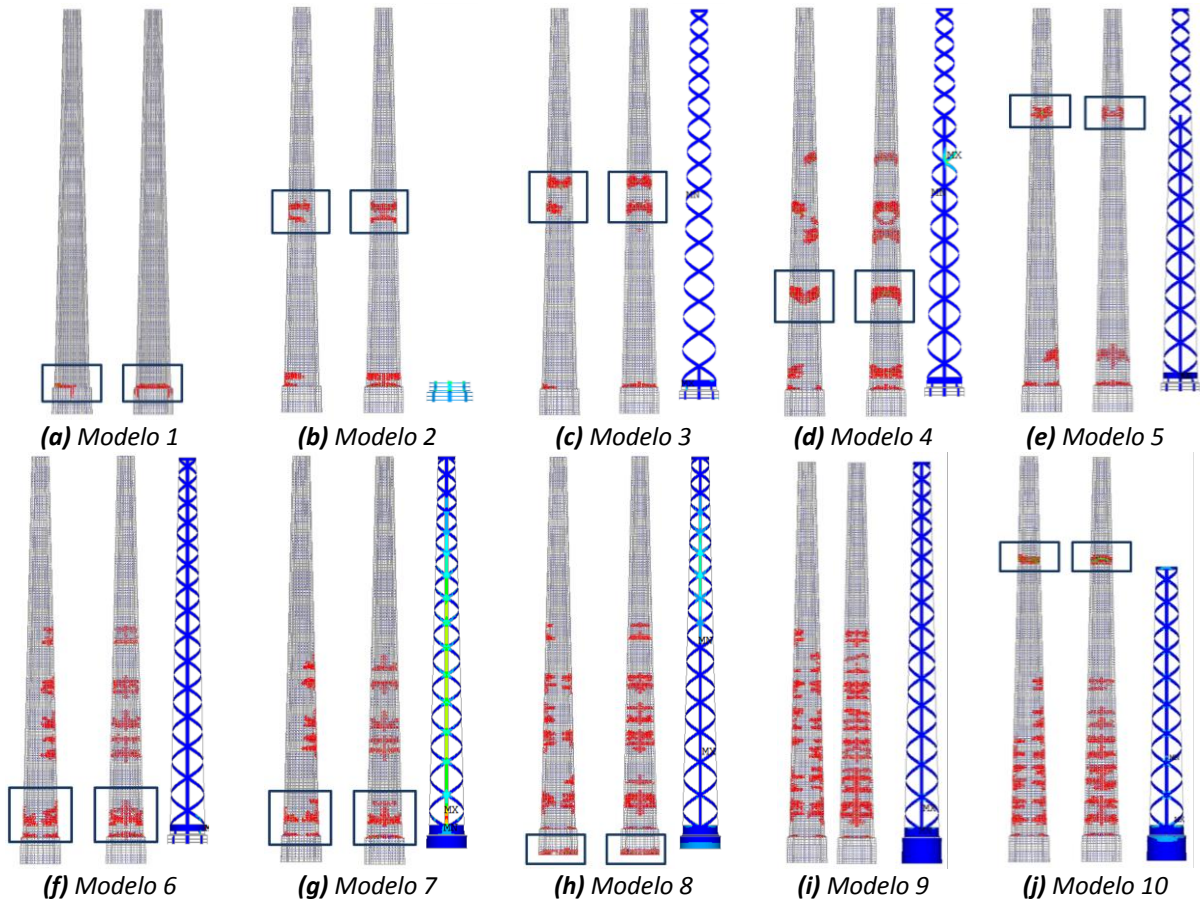


Figura 6. Fisuración en situación de fallo (en caso de producirse) para cada uno de los refuerzos calculados.

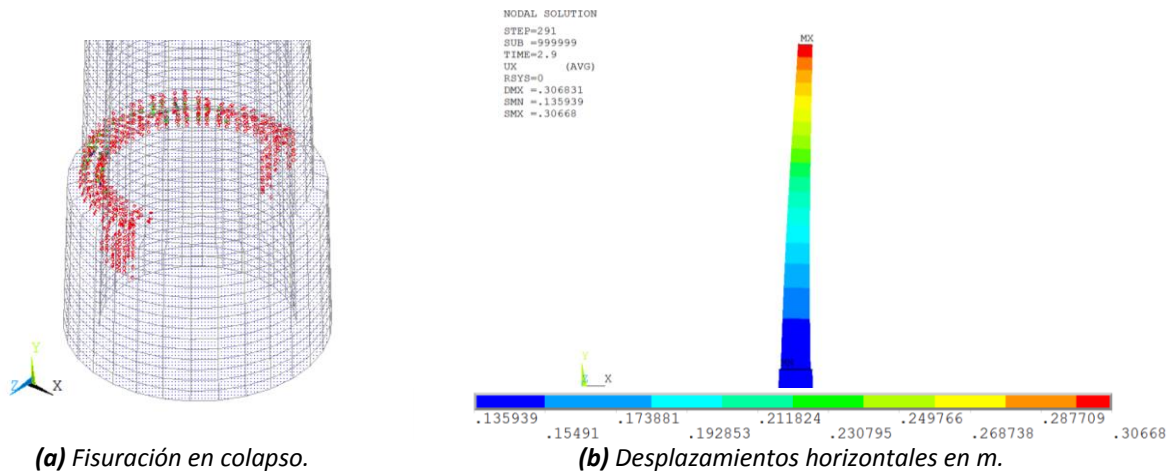


Figura 7. Movimientos horizontales y estado de fisuración para el momento de fallo de la estructura original.

Consecuentemente, el modelo 2 se basa en reforzar la zona de unión entre la base y el fuste. La geometría de este refuerzo se conforma por ocho bandas verticales de 25 cm de ancho, con una distribución en planta cada 45° en la sección transversal. Además se añadieron seis anillos perimetrales, tres en cada elemento (base o fuste), de 5 cm de ancho con una separación de 20 cm.

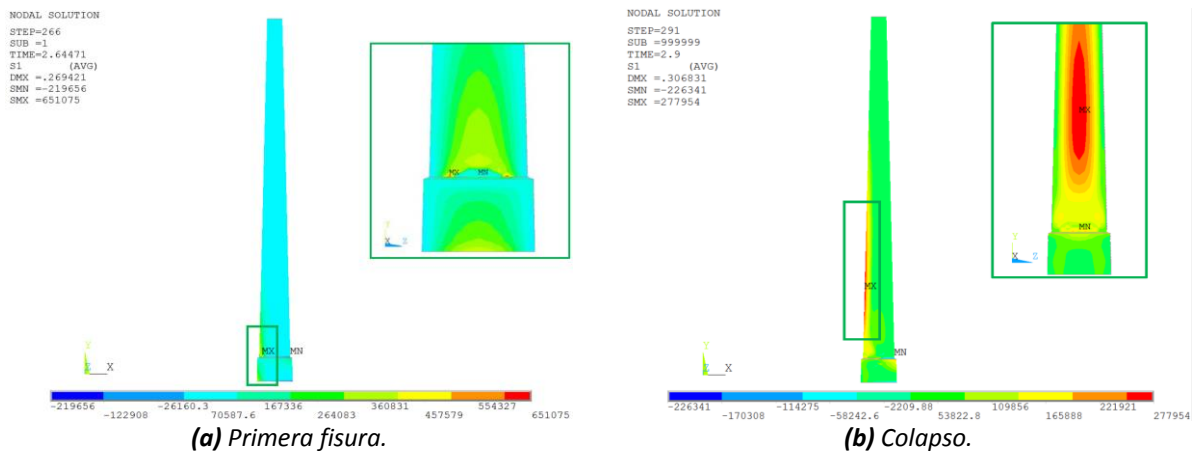


Figura 8. Distribución de tensiones máximas de tracción para **(a)** la aparición de la primera fisura y **(b)** colapso.

En este caso, si bien no se consigue retrasar la aparición de las primeras fisuras, ya que aparecen de la misma manera entre el fuste y la base, sí que se ha conseguido evitar el fallo anterior, al absorber el refuerzo los esfuerzos adicionales que aparecen en la base, principalmente asociados con el primer modo de vibración. Sin embargo, a los 2.96 s aparecen nuevas fisuras en el fuste aproximadamente a mitad de la altura, que producirán el colapso casi inmediatamente.

Para evitar la fisuración en el centro del fuste se planteó el modelo 3, añadiendo un refuerzo longitudinal en toda la altura en forma de espirales entrelazadas. Se dispusieron por tanto cuatro bandas de 25 cm de ancho, que partiendo de dos puntos diametralmente opuestos ascienden con un ángulo de 45°, dos en cada sentido de giro. Para conectar todas las bandas se añadieron dos anillos de 25 cm de ancho en ambos extremos, y se amplió la jaula de refuerzo del modelo anterior en su encuentro con las nuevas espirales. El comportamiento global de este modelo es muy similar al modelo 2, puesto que el fallo de la estructura se produce prácticamente en la misma sección transversal. El refuerzo produjo dos cambios en la propagación de las fisuras de dicha sección crítica: los dos planos de fisuras están más separados y se propagan a -45° respecto de la horizontal (Fig. 6.c). Además el colapso no se produce hasta fisurar completamente la sección de la chimenea, como se ilustra en la Fig. 9.b.

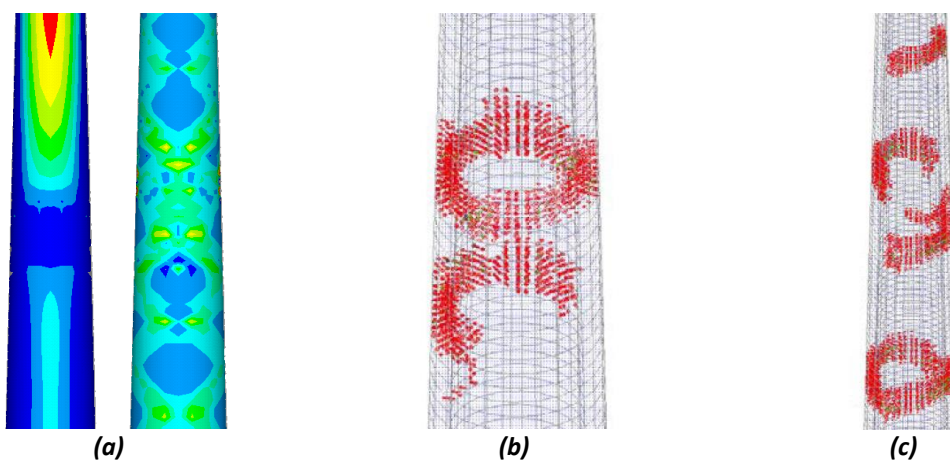


Figura 9. **(a)** Máximas tracciones en la mampostería del modelo 1 y 3 en rotura. Fisuración en el momento del colapso para **(b)** modelo 3 con refuerzo en espiral y **(c)** modelo 4 con refuerzo en espiral y vertical.

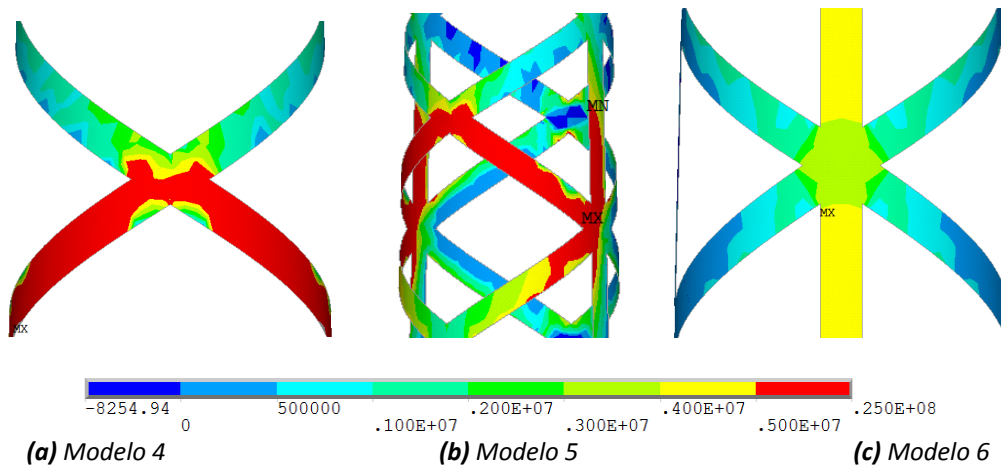


Figura 10. Distribución de tensiones máximas de tracción en el refuerzo para $t=3s$.

Al no ser suficiente las espirales como refuerzo longitudinal, se añadieron dos bandas verticales de 25 cm de ancho, que empiezan en el diámetro perpendicular al inicio de las espirales, y se extienden hasta 2/3 de la altura de la chimenea. Este refuerzo, Fig. 6.d, ya sí supone una mejora en la resistencia de la estructura, que prácticamente duplicó su tiempo de fallo. El plano superior de fisuración ascendió hasta la altura final del nuevo refuerzo vertical, que es capaz de impedir la propagación de dichas fisuras, no pudiendo abrirse completamente hasta hacer fallar esta sección. Por lo tanto, la estructura es capaz de desarrollar nuevas fisuras en el primer tercio del fuste, que pueden relacionarse con el tercer modo de vibración (Fig. 5), y que son responsables del nuevo modo de fallo una vez afectan a todo el contorno del fuste.

El siguiente modelo de refuerzo, Fig. 6.e, incluye dos bandas adicionales desde el punto inicial de las espirales y hasta 2/3 de la altura. Si bien este diseño no supone una resistencia adicional, sí consigue reducir notablemente la fisuración en el fuste. Además, el modo de fallo cambia completamente y la sección crítica se traslada al punto final de las bandas verticales. Por lo tanto, haciendo necesaria la prolongación de las cuatro bandas de refuerzo hasta la coronación de la chimenea. Este nuevo diseño, modelo 6 de la Fig. 6.f, presenta menos planos de fisuras en el fuste, que adicionalmente son controlados gracias al refuerzo vertical. En la Fig. 10 se incluye una comparativa, para los modelos 4, 5 y 6, de las tensiones máximas de tracción en el refuerzo situado coincidente con los planos de fisuras del centro del fuste. El tiempo de fallo prácticamente se ha triplicado con respecto al de la estructura sin refuerzo, pero de nuevo vuelve a producirse el fallo en la sección inicial del fuste (Fig. 11.a). Este hecho hace necesario modificar el refuerzo inicial planteado en el modelo 2, cambiando la rejilla existente hasta el momento por un refuerzo continuo desde la mitad de la base hasta el anillo de arranque de los refuerzos longitudinales. Este refuerzo del modelo 7, Fig. 6.g, resulta totalmente insuficiente, produciéndose el mismo tipo de fallo que para el modelo 6.

En este momento, se decide cambiar la estrategia de refuerzo y añadir un refuerzo en el paramento interior, que se compone de cuatro bandas verticales coincidentes con sus homólogas en la cara exterior, así como sus respectivos anillos de cierre en la parte superior de la coronación y la inferior del fuste. Por último, también se duplica el refuerzo de la parte superior de la base por su cara interna. Lógicamente, la fisuración del modelo 8 (Fig. 6.h) para el tiempo de fallo del modelo anterior es mucho menor en el fuste al haber duplicado parte del refuerzo en el interior. Sin embargo, a los

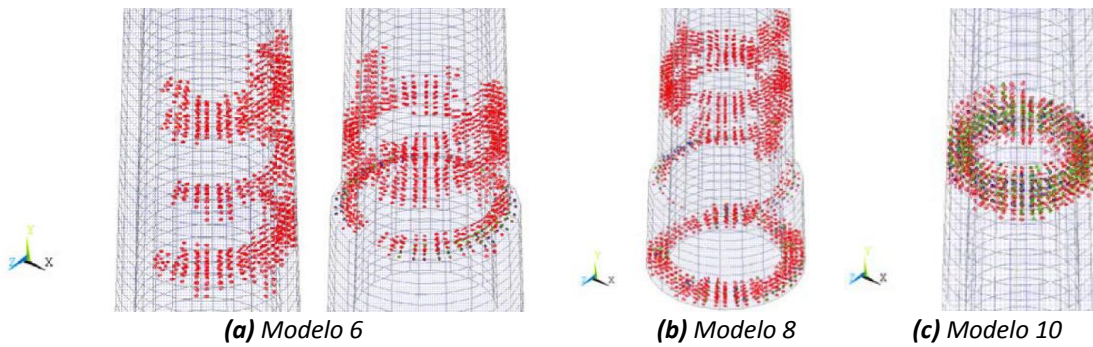


Figura 11. Fisuración en el momento del colapso de **(a)** modelo 6 en mitad del fuste y encuentro base-fuste; **(b)** modelo 8 en la base; y **(c)** modelo 10 en la sección superior de refuerzo.

13.5 s se produce el fallo en la base de la chimenea (Fig. 11.b), por lo que en el modelo 9 se plantea extender el refuerzo inferior a toda la base. Este modelo (Fig. 6.i) ha sido el único capaz de resistir los 5 acelerogramas de cálculo aplicados en cualquier dirección sin colapsar. El último modelo de cálculo (Fig. 6.j) trata de reducir la superficie de GFRCC recortando los refuerzos longitudinales hasta 2/3 de la altura del fuste. Sin embargo, en esta estructura se produce el fallo justo en la sección superior del refuerzo (Fig. 11.c).

4. CONCLUSIONES

Reforzar la estructura solo en la zona inferior resulta insuficiente debido a la excitación del segundo modo de vibración. Para limitar o incluso frenar la fisuración fue necesario emplear simultáneamente espirales y bandas verticales. Se debe disponer el refuerzo en toda la altura del fuste para evitar colapsos en la sección superior del refuerzo. El refuerzo interior es capaz de mejorar la capacidad resistente de la estructura sin ocasionar impactos visuales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno Español y a la Generalitat Valenciana, su apoyo en los trabajos aquí presentados. Estos trabajos han sido financiados gracias a los organismos antes mencionados, por medio de los proyectos BIA2012-34316 y ACOMP/2014/289.

REFERENCIAS

- [1] Vidal, F., Navarro, M., Aranda, C., Enomoto, T. (2014). Changes in dynamic characteristics of Lorca RC buildings from pre- and post- earthquake ambient vibration data. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 12, 2095-2110.
- [2] Romao, X., Costa, A.A., Paupério, E., Rodrigues, H., Vicente, R., Varum, H., Costa. A. (2013). Field observations and interpretation of the structural performance of constructions after the 11 May 2011 Lorca earthquake. *Engineering Failure Analysis*, 34, 670-692.
- [3] Salgado-Gálvez, M.A., Carreño, M.L., Barbat, A.H., Cardona, O.D. (2015). Probabilistic seismic risk assessment of Lorca trough scenario simulations. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*.

- [4] Marínea-Díaz, J.J., Bejar-Pizarro, M., Álvarez-Gomez, J.A., Mancilla, F., Stich, D., Herrera, G., Morales, J. (2012). Tectonic and seismic implications of an intersegment rupture: The damaging May 11th 2011 Mw 5.2 Lorca, Spain, earthquake. *Tectonophysics*, 546-547, 28-37.
- [5] Pallarés, F.J., Agüero, A., Martín, M. (2006). Seismic behavior of industrial masonry chimneys. *International Journal of Solids and Structures*, 43, 2076-2090.
- [6] Pallarés, F.J., Agüero, A., Ivorra, S. (2008). A comparison of different failure criteria in a numerical seismic assessment of an industrial brickwork chimney. *Materials and Structures*, 42, 213-226.
- [7] Peña, F., Lourenço, P.B., Mendes, N., Oliveira, D.V. (2010). Numerical models for the seismic assessment of an old masonry tower. *Engineering Structures*, 32, 1466-1478.
- [8] Ivorra, S., Baeza, F.J., Bru, D., Varona, F.B. (2014). Seismic behavior of a masonry chimney with severe cracking condition: Preliminary study. *Key Engineering Materials*, 628, 117-122.
- [9] Ghobarah, A., Baumer, T. (1992). Seismic response and retrofit of industrial brick masonry chimneys. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 19, 117-128.
- [10] Pallarés, F.J., Ivorra, S., Pallarés, L., Adam, J.M. (2009). Seismic assessment of a CFRP-Strengthened masonry chimney. *Structures and Buildings*, 162, 291-299.
- [11] Minghini, F., Milani, G., Tralli, A. (2014). Seismic risk assessment of a 50 m high masonry chimney using advanced analysis techniques. *Engineering Structures*, 69, 255-270.
- [12] Kaushik, H.B., Rai, D.C., Jain, S.K. (2007). Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 19, 728-739.
- [13] Ivorra, S., Pallarés, F.J., Adam, J.M. (2011). Masonry bell towers: dynamic considerations. *Structures and Buildings*, 164, 3-12.
- [14] Gasparini, D., Vanmarcke, E. (1976). Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra, Report R76-4 of the Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.

Dynamic characterization, modelling and model updating of a lively footbridge

Ibán, Norberto¹; Castaño, Javier¹; Soria, José M².; Díaz, Iván M.²; Lorenzana, Antolín³

ABSTRACT

This paper presents finite element analyses, experimental measurements and finite element model updating of a lively footbridge consisting on an arched main span 40m long and several shorter access spans. Firstly, a finite element model of the bridge is created in a commercial CAE software and static and modal response are numerically estimated. Then, experimental measurements using static loading test and ambient vibration tests are performed. Initial finite element model is adjusted to match with the static response by fitting some selected parameters. Modal parameters (natural frequencies, mode shapes and modal damping) are extracted and after that the current finite element model is updated. Among the selected parameters, semi-rigid connections in some joints, concrete Young's modulus and mass density of the concrete deck (to account on pavement mass) are selected to minimize the differences between numerical and experimental structural response. Sensitivity of the modal response to these parameters is also shown. At the end of the study, good agreement between analytical and experimental results is achieved, revealing the suitability of the entire process.

Keywords: Operational Modal Analysis, Static Loading Test, Vibration, Civil Structures.

1. INTRODUCTION

Although in the past, civil engineering sector made extensive use of approximate models to estimate the dynamic response of bridge type structures, nowadays is usual to model the structure using current CAE abilities. Simple discrete models have proved insufficient for the accurate modelling of slender footbridge structures as they cannot represent some effects as the closely spaced modes of vibration which frequently occur in practice. Additionally, modern footbridges become increasingly slender and prone to oscillate under pedestrian loading, so there is a much greater need for vibrations to be considered at the design stage. Having the FE methods the capability for the accurate modelling of the dynamic behaviour, and becoming CAE software more affordable, civil engineering practitioners do not hesitate in their use. However, with regard to lively structural design, there is a lack of expertise in FE modelling, particularly with regard to their vibration serviceability performance, being not rare that the model does not match with the real structure.

The way forward for developing such expertise is by linking modal testing and FE analysis by the updating of the models of representative structures and extract general design guidelines. This type of

¹ Mechanical Engineering Division. Cartif Research Center (Spain). noriba@cartif.es, javcas@cartif.es

² Dpto. CMM and Theory of Structures. ETSICCP, UPM (Spain). jm.soria@upm.es; ivan.munoz@upm.es

³ EII/ITAP, University of Valladolid (Spain). ali@eii.uva.es (Corresponding author)

approach is the usual in, for example, the aerospace engineering sectors [1-6], but it is only recently that the civil engineering community has begun to adopt this advanced technology [7-11].

The aim of the paper is to describe a procedure for the use of test data in the manual and automatic updating of FE models. The exercise is done using the ANSYS FE code [12] in conjunction with FEMTools [13], a state-of-the-art updating software.

2. STRUCTURE DESCRIPTION

The footbridge is an urban link with several minor access spans and one main 40m long arched central lively span. Most of the structural members are constructed using tubular steel profiles. An aerial photograph of the footbridge and 3D isometric view of its FE model is depicted in Figure 1. More information about the structure can be found in [14].



Figure 1. Footbridge under study: photograph and numerical FE model.

3. FE MODELLING

The initial FE model, comprising over 600 beam 3D elements for the steel members and 120 shell elements for the deck, modelled in ANSYS [12] is suitable, after minor changes, for importation to the FEMtools [13] software. Several cross section types are considered for the steel skeleton but for the deck just one constant thickness element (200mm) is used. The handrails on the bridge, although are rigidly attached to the deck, are considered non-structural and then not modelled. However, additional mass for their consideration can be taken into account and distributed over the deck.

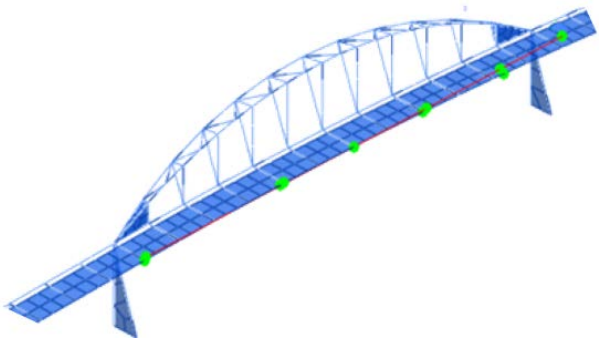


Figure 2. FEM mesh and signal acquisition points.

The FE mesh is given in Figure 2 together with the experimental test grid (green points). Note that, when the model is going to be correlated with the results from test data, it is important to ensure that the nodes of the FE mesh are coincident with the locations of the test points [15, 16].

Using this initial model, maximum deflection for the nominal static loading case was 24.17mm and the first three vibration modes and natural frequencies are shown in Figure 3 . Note than in the first mode, torsional effects are predominant, in the second one the main effect is vertical bending while the third one is mainly transversal bending (as shown in the additional Figure 3c).

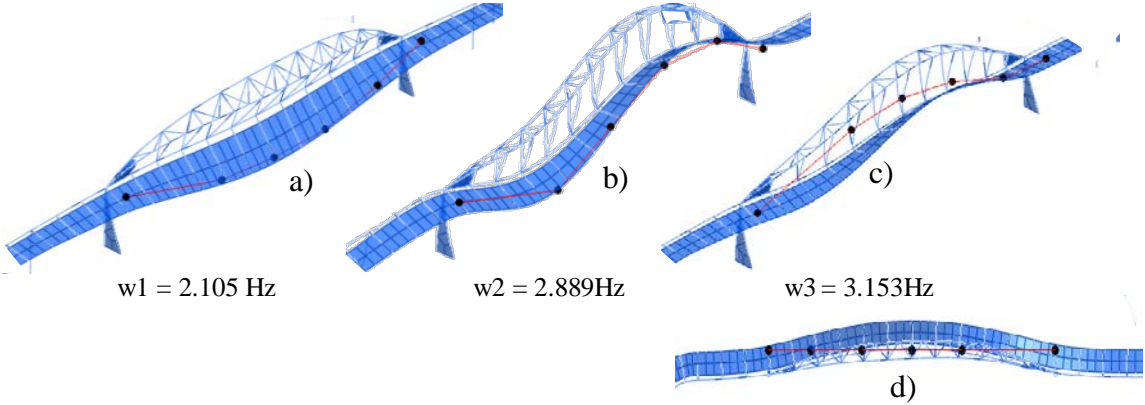


Figure 3. First three natural mode shapes.

4. TESTING

A simple static loading test is carried out to determine the central deflection when a load of 20 tonnes is placed on the central span deck, resulting in 32mm. Also a simple modal ambient testing programme is conducted. Ten minutes recordings for vertical acceleration in the 4 selected central points (Figure 2) are registered at 200Hz. Figure 4 shows the data and, after postprocessing using SSI method (using MATHLAB), estimated frequencies and dampings are shown in Table 1. Similar results can be obtained using FEMTools routines, based on a global poly-reference Least Squares Complex Frequency (pLSCF) method. The damping values reported in Table 1 are not used in the following updating exercise, they are included to realise how low they are. Corresponding mode shapes are over-displayed in Figure 3 (black polygonal line).

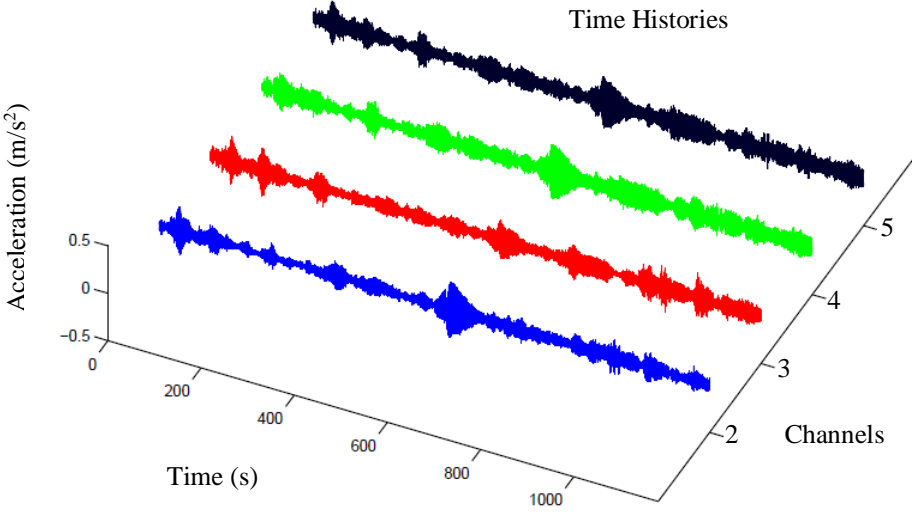


Figure 4. 10 minutes ambient vibration records corresponding to the testing points shown Figure 2.

Table 1. Modal frequencies and dampings estimated using operational modal analysis.

Mode	Frecuency (Hz)	Damping (%)
w1	2.081	0.31
w2	2.502	0.75
w3	2.877	0.60

5. CORRELATION BETWEEN MODELS AND MANUAL UPDATING

Table 2 shows the comparison of natural frequencies of experimental (OMA) and FE vertical modes. Obviously, although MAC values are high, updating is needed for the frequency values, but before proceed with the selection of the parameters to be changed, static considerations are going to be taken into account. Note that the third mode is include just for checking purposes (it is maily a horizontal mode and only vertical accelerations are recorded)

Table 2. Experimental and initial numerical (FE model #0) frequencies.

Mode	OMA	FEM#0	MAC
w1	2.081	2.105	99.1
w2	2.502	2.889	98.7
w3	2.877	3.153	

Prior to attempting to update the FE model in FEMtools in an automatic way, it is recommended to experiment with selected input parameters by hand. The initial FEM is not accounting for the inherent flexibility of the steel joints and other effects. It is because of that the experimental static deflection was 33% larger than the numerical one. Once identified that most of the flexibility were concentrated in the connections between the lower chord of the arch and the transverse beams that support the deck, a semi-rigid joint was defined and their value manually adjusted to match with the measured deflection, resulting in a bending lost of about $F=83\%$ (considering that a perfect rigid joint has a value of 0% and an hinge one is 100%). After introducing this effect, the static deflection is the expected one (32mm) and the numerical modal response turned, has shown in Table 3.

Table 3. Experimental and numerical (FE model #1) frequencies. Semi-rigid joints.

Mode	OMA	FEM#1	MAC
w1	2.081	1.988	99.4
w2	2.502	2.689	99.1
w3	2.877	2.939	

This reduction in the bending capacity of the connections is considered too large to be consistent with the joint design and welding procedure, so other sources of discrepancies should be searched. In this case, after having a look to the deformed configuration under the static loading and realizing about the significant rigidity of the deck (that was acting like an arch itself), it is decided to decrease the Young's modulus of elasticity used to simulate the concrete of the deck (E_c). In doing so, several pairs of values for F and E_c can be found. After a detail modelling of the referred steel connection, value for F was adjusted to 21%. With this value for F , the corresponding value for E_c is $0.9 \cdot 1010N/m^2$. Note that this finding suppose a 70% decrement (initial value was $E_c=3 \cdot 1010N/m^2$). In nominal conditions it is not

consistent such a big reduction but after knowing the on-site construction procedure carried through in pouring the concrete, in more than one layer, and the self-supporting formwork used (generating about 50% reduction in the concrete thickness in about 50% of the plant surface), the results obtained was assumed to make sense. Note that the structural effect is similar to reduce the thickness of the shell elements used for modelling the concrete. In this new assumption, modal estimations are shown in Table 4. Although the adjusted FE model is closed enough to the real structure, additional improvement are possible, as presented in the next section.

Table 4. Experimental and numerical (FE model #2) frequencies.

Semi-rigid joints and reduced concrete modulus.

Mode	OMA	FEM#2	MAC
w1	2.081	1.939	99.3
w2	2.502	2.583	99.3
w3	2.877	2.680	

6. AUTOMATIC UPDATING

At this point, for conducting the automatic updating exercise it is necessary to choose additional parameters to change. It is recommended to act over the parameters with more indeterminacy. At this stage, the mass distribution along the deck (including steel formwork, reinforcement bars, concrete, pavement and hand railing) is chosen as a local parameter for each of the 120 shell elements considered in the central span.

Initial density for the shell elements was $\rho_c = 2300\text{kg/m}^3$ and final values after the automatic modal updating are shown (in a chart way showing percentage of change) in Figure 5. Changes in the range of +50% and -75% are accepted. Final values for the density of the 120 shell elements cover all the range. The resulting mean value for the 70 elements in the central span is 2168kg/m^3 . Note that this value is a bit low for any reinforced concrete slab. This result, together with the low E_c found in the previous section (70% reduction), suggests that if the deck thickness had been reduced (from 200mm to, for example, 150mm), both parameters (E_c and mean density) had been not change that much (but that exercise is out of the scope of this paper). Besides, the tendency is to remove mass from the middle and to add it near the supports in the central span. This tendency is consistent with the existence of a big manhole cover in the central part of the deck.

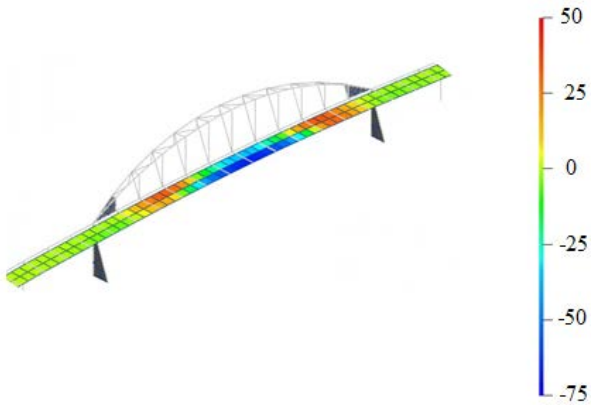


Figure 5. Percentage changes for the mass distribution on the deck elements.

Table 5. Experimental and numerical (FE model #2u) frequencies.

Semi-rigid joints, reduced concrete modulus and unequal mass distribution.

Mode	OMA	FEM#2u	MAC
w1	2.081	2.0809	99.4
w2	2.502	2.5022	99.6
w3	2.877	2.680	

For the referred values, modal response is presented in Table 5, that shows the best agreement after the manual and automated updating. For the automatic procedure, MAC values of the analytical and measured mode shape pairs together with natural frequencies values were used as an updating criterion. FEMtools updating software uses well-proven iterative, parametric, modal and FRF-based updating algorithms using sensitivity coefficients and weighting values (Bayesian estimation). The procedure can be configurated with different confidence level for the different targets (natural frequencies, mode shapes, etc). It is also recommended to physically examine the mode shapes and assign lower confidence factors if the shapes appear to be erratic or even not pairing them (as has been done for mode 3) if they are weakly correlated. The following Table 6 shows the best-fitted values that the automatic updating procedure can achieve for the models #0 and #1 when unequal mass distribution is allowed and confidence level for mode 1 is set to 99% and for mode 2 to 95%.

Table 6. Experimental and best numerical frequencies for models #0 and #1 with unequal mass distribution.

Mode	OMA	FEM#0u	FEM#1u
w1	2.081	2.0789	2.0798
w2	2.502	2.5858	2.5761

7. SENSITIVITY ANALYSIS

As former described, manual updating is important, as it enables the analyst to quantify the possible effect that each selected parameter may have on the static and modal response of the structure. This is extremely important as it provides a basis for judging whether the results obtained from the automatic procedure are suitable. Besides, unless reasonable starting values of the updating parameters are given, the FEMtools software may have difficulty in improving the correlation between the experiments and the analysis. The software has the possibility to know, through a sensitivity analysis, if the selected parameters are worthy to change or not. Besides, note that without additional information (static deflection, connection flexibility, ...), automatic updating would not have been able to adjust the model in the way done manually. In this work, automatic updating is reserved for final adjustment to match with the modal response without affect to the static deflection. This highlights one of the potential problems of the blind application of automatic updating procedures.

Figure 6 shows the sensitivity of the selected parameters to the first, second and third modes. Note that when concrete density ρ_c is considered global, it affect in the same direction to all the considered

modes, so, to move up the first frequency and down the second one (as required in model #0, #1 and #2) is not possible simultaneously.



Figure 6. Concrete flexibility (E_c), concrete density (ρ_c) and semi-rigid joints (F) sensitivity.

When concrete density is considered local, the corresponding sensitivity chart is the one presented in Figure 7a (for mode 1) and Figure 7b (for mode 2)

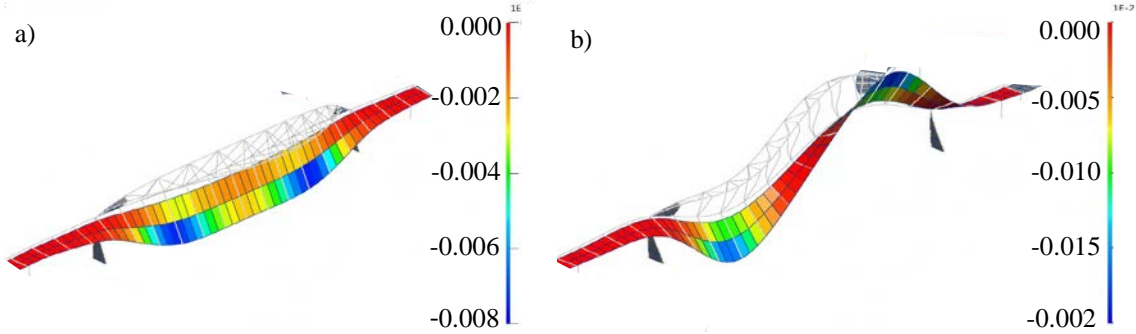


Figure 7. Local concrete density sensitivity for mode 1 (a) and mode 2 (b).

8. DYNAMIC RESPONSE

The structural damping has been introduced using the Rayleigh damping procedure. The damping coefficients alpha and beta have been set to achieve an approximate damping of 0.35% for all the considered modes. This damping ratio has been obtained adjusting the exponential free-decay curve in the structural response shown in Figure 8 in the range 32 to 60 seconds. Figure 8 shows the dynamic test consisting in a controlled input force (via electrodynamic shaker) in the middle of the footbridge from second 4 to second 32 just at the first frequency of the structure. After that, the shaker is turned off (although some force is recorded, as the moving mass of the shaker is moving together with the structure).

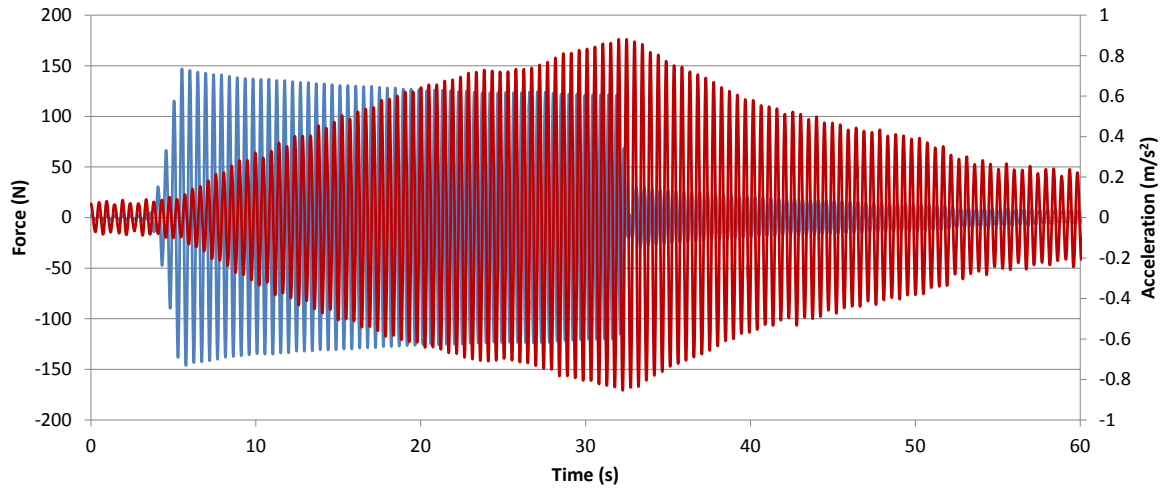


Figure 8. Experimental input force and corresponding response.

In order to check that the updated model is able to estimate the measured forced response, to simulations are performed. For that, a theoretical sinusoidal input force (from 4 s to 32 s, amplitude 130N, at resonance) is applied, equivalent to the experimental one, as shown in Figure 9.

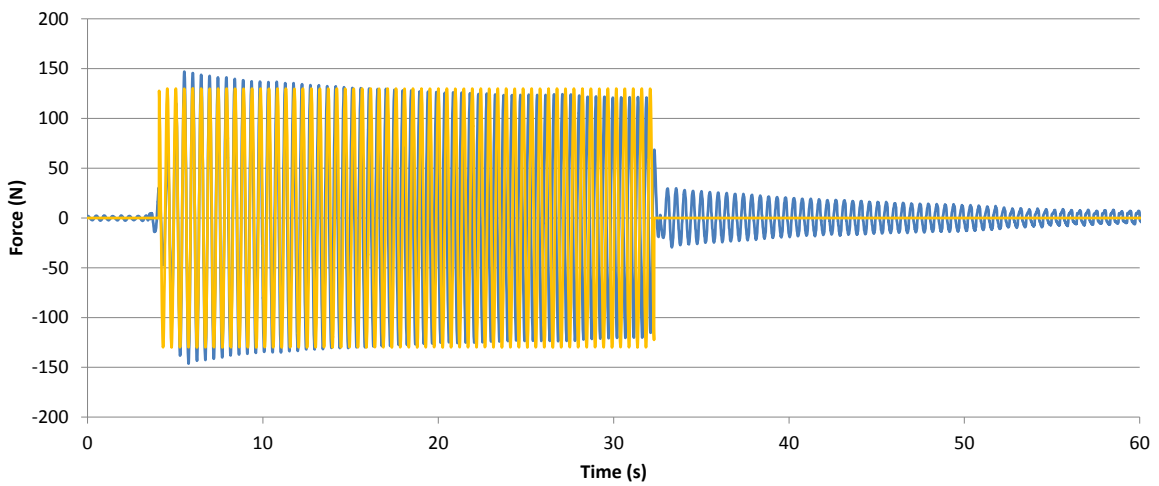


Figure 9. Real and theoretical input forces

The simulated responses are shown in Figure 10. Note the good agreement to the real one.

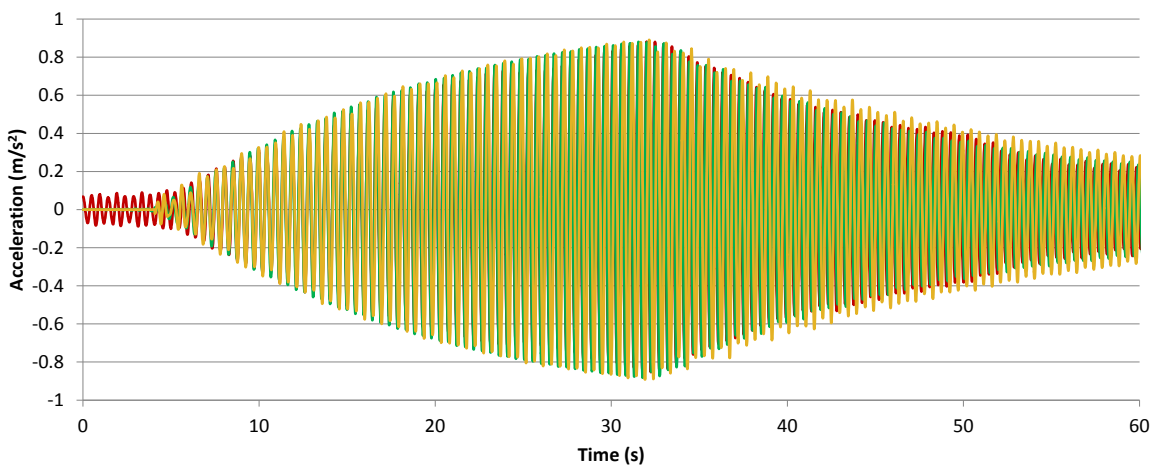


Figure 10. Simulated responses compared with the real one

9. CONCLUSIONS

The procedure of FE model updating using static test data and modal test data of full-scale structures has been applied successfully to a particular lively footbridge. Progressive updating steps are shown in Figure 11. Three based steps (FEM#1, FEM#2 and FEM#2u) are enough to get a FE model matching with the static and modal test data.

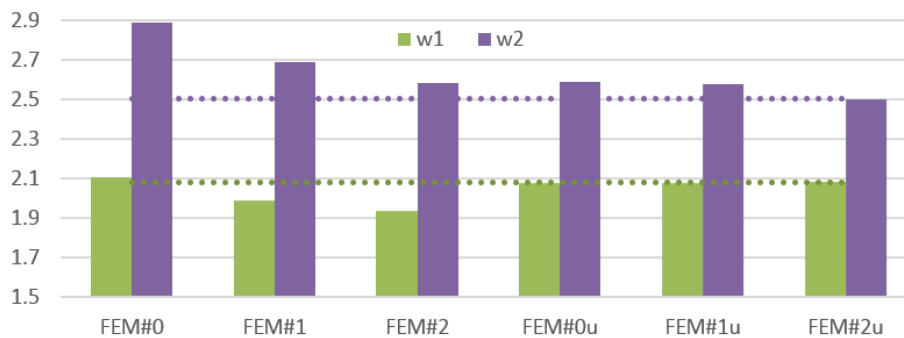


Figure 11. Successive adjustments.

Unlike aerospace or automotive engineering, the designs for most civil engineering structures are one-off. This requires designers to ensure, first time, that the structure performs satisfactorily. Hence, the immediate benefit of updating models of existing civil structures, which are already designed and built, is not as obvious as, for example, in other engineering design industrial sectors. It is important to stress here that the main advantage of this exercise for students and civil engineers is not in the improvements of existing prototypes and their numerical models. The principal benefit is a more reliable modelling to assist in future designs of similar structures. Consequently, increased knowledge, from the updating of FE models, based upon prototype [17] or full scaling testing could be extremely valuable to designers in the future.

The blind application of the automatic updating procedures built in purposely developed software can easily produce meaningless results. It is critical the practitioner assistance over the complete process.

Unless the initial input parameters are sufficiently close to the final values, any highly sensitive updating software may not find a good solution. In addition, if only natural frequencies are used for updating, then unrealistic values for the selected parameters may be predicted.

Once the model is properly updated, it can be used to estimate the dynamic response of the structure.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank D. Javier Henche (Grahen Ingenieros S.L.) and D. Victor Darder (Melchor Mascaró) for giving us the opportunity to work with them. Also authors wish to acknowledge to the partial support through Research Project BIA2011-28493-C02-02 (MINECO, Spanish Government).

REFERENCES

- [1] Modak S.V., Kundra T.K., Nakra B.C., (2005). Studies in dynamic design using updated models, *Journal of Sound and Vibration* 281 (3–5) 943–964.
- [2] Zarate B. A., Caicedo J. M., (2008). Finite element model updating: multiple alternatives, *Engineering Structures*, vol. 30, no. 12, pp. 3724–3730.
- [3] Bayraktar, A., Altunisik, A.C., Sevim, B. and Turker, T. (2007). Modal testing and finite element model calibration of an arch type steel footbridge, *Steel. Compos. Struct.*, 7(6), 487-502.
- [4] Li W.M., Hong J.Z., (2011) New iterative method for model updating based on model reduction, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 1, pp. 180–192.
- [5] Imergun, M., and Visser, W.J., (1991). A Review of Model Updating techniques, *Journal of Sound and vibration*, ASME, 9-20.
- [6] Kim G.H., Park Y.S., (2004). An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimisation technique, *Mechanical Systems and Signal Processing* 18 (1) 59–78.
- [7] Mottershead J. E., Friswell M. I., (1993) Model updating in structural dynamics: a survey, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 167, no. 2, pp. 347–375.
- [8] Friswell M., Mottershead J.E., (1995). *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer, Dordrecht.
- [9] Wu J.R., Li Q.S., (2004). Finite element model updating for a high-rise structure based on ambient vibration measurements, *Engineering Structures* 26 (7) 979–990.
- [10] Ribeiro, D., Calçada, R., Delgado, R., Brehm, M., Zabel, V., (2012). Finite element model updating of a bowstring-arch railway bridge based on experimental modal parameters, *Engineering Structures*, 40 413-435.
- [11] Zivanovic, S., Pavic, A. and Reynolds, P. (2007), Finite element modelling and updating of a lively footbridge: the complete process, *J. Sound. Vib.*, 301, 126-145
- [12] ANSYS v15. (2014). *User's Manual*, ANSYS.
- [13] FEMtools Model Updating Theoretical Manual, (2008) *Dynamic Design Solution*, Leuven.
- [14] Chulvi M., Henche J., (2011). Pasarela sobre la vía de cintura MA-20 en Palma de Mallorca, V Congreso nacional de ACHE, Asociación científico-técnica del hormigón estructural, Barcelona.
- [15] Zivanovic S., Pavic A., Reynolds P., (2006). Modal testing and finite element model tuning of a lively footbridge structure, *Engineering Structures* 28 (6) 857–868.
- [16] Pavic, A., Hartely, M. J. & Waldron, P. (1998) *Updating of the Analytical Models of Two Footbridges Based on Modal Testing of Full-Scale Structures*. ISMA23.
- [17] Zapico, J.L., González, M.P., Friswell, M.I., Taylor, A.J. and Crewe, A.J. (2003). Finite element model updating of a small scale bridge, *J. Sound. Vib.*, 268, 993-1012

Estimating robust optimum parameters of tuned mass dampers using multi-objective genetic algorithms

Jiménez-Alonso, Javier Fernando¹; Sáez, Andrés²

ABSTRACT

Tuned mass dampers (TMD) are a well-known control device widely used to control the vibratory problem originated by the pedestrian action on footbridges. The main purpose of this study is the robust multi-objective optimization design of a TMD using genetic algorithms to control the structural vibrations of a footbridge due to the pedestrian action. The performance of the TMD has been improved designing optimally its parameters, including, mass, stiffness and damping ratio using multi-objective genetic algorithms. Moreover, in order to take into account the uncertainties existing in the system, a robust design optimization procedure has been performed. As an example, a slender steel footbridge, modelled by 3-D frame elements, is used to assess numerically the performance and accuracy of the proposed method. The pedestrian action has been simulated by an equivalent harmonic force. The proposed approach is compared with the classical Den Hartog's proposal. This comparison shows that this approach is more effective than the classical reported method and more feasible due to the smaller TMD parameters.

Keywords: pedestrian, structural control, tuned mass damper, robust design optimization, multi-objective genetic algorithms.

1. INTRODUCTION

A tuned mass damper (TMD) is a passive control system formed by mechanical components such as mass, spring and viscous damper. This damping device has been installed in slender footbridges for controlling vibrations. Although active vibration control is more effective for control of civil engineering structures, its high cost and unreliability favour the practical use of passive control techniques. TMDs are commonly used for retrofit of footbridges experiencing vibratory problems, as these devices can be easily attached to the deck of the structure without any condition ([Figure 1.a](#)). Large advances have been performed in the design of this type of dampers to control the response of buildings under the earthquake action [[1](#)]. However, when it comes to control the response of a slender footbridge under a pedestrian flow, the current standards [[2](#)] still maintain the design principles proposed by Den Hartog [[3](#)] that considered only an undamped main system with a single degree of freedom.

¹ Department of Building Structures. University of Seville (Spain). jffimenez@us.es (Corresponding author)

² Department of Continuum Mechanics. University of Seville (Spain). andres@us.es

In this paper, the multi-objective genetic algorithms (MGA) are utilized to find the optimum parameters of a TMD which is implemented in the mid-span of a footbridge. A program has been developed for the optimization of the TMD parameters (mass, stiffness and damping coefficient). None of the TMD parameters have been preselected in order to obtain an economical result. As optimization criteria both the vertical acceleration at the mid-span of a steel footbridge under pedestrian flows and the mass of the TMD have been considered. In order to take into account the uncertainties existing in the system, a robust design optimization (RDO) procedure has been performed. A non-deterministic optimization approach has been implemented which probabilistic uncertainties have been considered for uncertain parameters and a stochastic optimal design has been applied. A numerical pedestrian footbridge, reported in the literature [4], under the crossing of different pedestrian densities has been used and the results have been compared with the classical Den Hartog's proposal [3] in order to show the efficacy of the proposed approach.

2. EQUATIONS OF MOTION

The implementation of the TMD-footbridge interaction model (Figure 1.b) has been performed from the following equations [5]

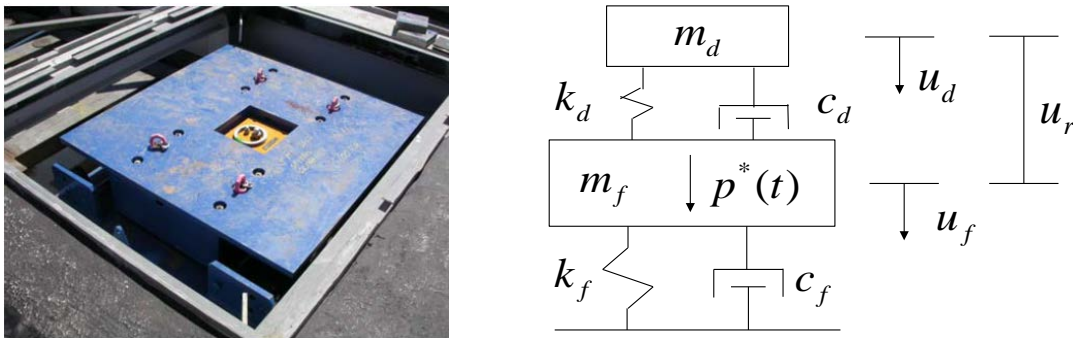


Figure 1. a) TMD installed under the deck of a footbridge [2]. b) TMD-footbridge interaction model.

$$m_f \cdot \ddot{u}_f + c_f \cdot \dot{u}_f + c_d \cdot (\dot{u}_f - \dot{u}_d) + k_f \cdot u_f + k_d \cdot (u_f - u_d) = p^*(t) \quad (1)$$

$$m_d \cdot \ddot{u}_d + c_d \cdot (\dot{u}_d - \dot{u}_f) + k_d \cdot (u_d - u_f) = 0 \quad (2)$$

$$p^*(t) = p(t) \cdot \phi(x) = G \cdot \cos(w_f \cdot t) \cdot n \cdot \psi \cdot \phi(x) \quad (3)$$

where:

$\ddot{u}_f, \dot{u}_f, u_f$ is the acceleration, velocity and displacement of the footbridge [m/s², m/s, m].

$\ddot{u}_d, \dot{u}_d, u_d$ is the acceleration, velocity and displacement of the TMD [m/s², m/s, m].

$u_r = u_d - u_f$ is the relative displacement between m_d and m_f [m].

m_f is the modal mass of the footbridge [kg].

$c_f = 2 \cdot m_f \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_f \cdot \zeta_f$ is the modal damping of the footbridge [Ns/m].

$k_f = m_f \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_f)^2$ is the modal stiffness of the footbridge [N/m].

f_f is the natural frequency of the considered vibration mode of the footbridge [Hz].

ζ_f is the modal damping ratio of the footbridge [%].

m_d is the mass of the TMD [kg].

$c_d = 2 \cdot m_d \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_d \cdot \zeta_d$ is the damping of the TMD [Ns/m].

$k_d = m_d \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_d)^2$ is the stiffness of the TMD [N/m].

f_d is the natural frequency of the TMD [Hz].

ζ_d is the modal damping ratio of the TMD.

$p(t)$ is the equivalent harmonic pedestrian load [2].

G is the dynamic component of the pedestrian step load (280 N for vertical direction [2]).

n' is the equivalent number of the n pedestrians on the footbridge [2]. Its value may be determined from the following equation according to the pedestrian density, d , (P =Person/m²).

$$n' = \begin{cases} 10.8 \cdot \sqrt{\zeta_f \cdot n} & \text{if } d < 1.00 \text{ P/m}^2 \\ 1.85 \cdot \sqrt{n} & \text{if } d \geq 1.00 \text{ P/m}^2 \end{cases} \quad (4)$$

ψ is the reduction coefficient to take into account the probability that the footfall frequency approaches the natural frequency under consideration [2]. In the vertical direction, it may be estimated from the following equation according to the considered natural frequency of the footbridge, f_f

$$\psi = \begin{cases} 0 & f_f \leq 1.25 \text{ Hz} \\ 2.22 \cdot (f_f - 1.25) & 1.25 < f_f < 1.70 \text{ Hz} \\ 1 & \text{if } 1.70 \leq f_f \leq 2.10 \text{ Hz} \\ 1 - 5 \cdot (f_f - 2.10) & 2.10 < f_f < 2.30 \text{ Hz} \\ 0 & f_f \geq 2.30 \text{ Hz} \end{cases} \quad (5)$$

$\phi(x)$ is the considered numerical vibration mode.

Substituting these relations in the overall dynamic equilibrium equation of the structure and organizing information in a matrix form, the following model of interaction is obtained.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_f & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_f + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_f + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix}; \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} p^*(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{u}_f(t) \\ \ddot{u}_d(t) \end{bmatrix}; \dot{\mathbf{u}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{u}_f(t) \\ \dot{u}_d(t) \end{bmatrix}; \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_f(t) \\ u_d(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Considering the nature of the resulting system, the use of a β -Newmark integration method is proposed, with parameters $\beta=1/4$ and $\gamma=1/2$, thus ensuring an unconditionally stable system.

3. TMD DESIGN BASED ON A CLASSICAL APPROACH

The design procedure proposed by international standards [2] for the optimum design of a TMD, based on the classical Den Hartog's proposal (DH) [3], may be summarized as follows:

(i) Choice of TMD mass, m_d , based on the mass ratio $\mu = m_d/m_f$, being typical values in the range from 0.01 to 0.05.

(ii) Calculation of the optimum TMD ratios: frequency, δ_{opt} , and damping ratio, ζ_{opt} .

$$\delta_{opt} = 1/(1 + \mu) = f_d/f_f \quad (9)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{3\mu/(8 \cdot (1 + \mu)^3)} \quad (10)$$

(iii) Calculation of the TMD constants: spring and damping constant.

$$k_d = m_d \cdot (2 \cdot \pi \cdot \delta_{opt} \cdot f_f)^2 \quad (11)$$

$$c_d = 2 \cdot m_d \cdot 2 \cdot \pi \cdot \delta_{opt} \cdot f_f \cdot \zeta_{opt} \quad (12)$$

In this way, the design consists of selecting of the minimum mass ratio, μ , that reduces the acceleration of the structure under an allowable value, a_{adm} , according to the established comfort level of the structure [2]. Further, the relative displacement, u_r , between the TMD and the footbridge must check a physical limit established by the manufactured (20 mm for this study).

4. TMD DESIGN BASED ON MULTIOBJECTIVE GENETIC ALGORITHMS

In the multi-objective optimization process several objective functions are minimized, offering an optimal set of solutions rather than one optimal value and being difficult to find which set dominate the others. The optimal solutions are called Pareto front. The determination of the set optimal solution, inside the Pareto front, will be made considering additional information based on the physical knowledge of the problem. It is well-accepted that genetic algorithms work adequately to solve multi-objective optimization problems. In this study, the multi-objective optimization is performed by a program developed in Matlab software [6]. In multi-objective optimization, the purpose is to find a design vector $\mathbf{x} = \{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n\}^T$ which could optimize k objective functions $\mathbf{f} = \{f_1 \ f_2 \ \dots \ f_k\}^T$. in a search domain, being n number of design variables.

5. ROBUST DESIGN OF THE TMD SYSTEM.

The dynamic response of a footbridge is conditioned by its natural frequencies, mode shapes and its damping. Therefore, in this study, it is assumed that the natural frequencies and the damping ratio of the footbridge may vary from the values considered originally in deterministic analyses, treating these parameters as uncertain by normal probabilistic distributions. These uncertainties can affect the

design performance based on deterministic optimization, so they must be taken into account. A procedure for their consideration is the application of a robust design optimization [7]. In order to simulate this stochastic behaviour, the main procedure used in robust design method is Monte Carlo simulation. According to this method, random variables are generated assuming pre-defined probabilistic distributions for the uncertain parameters. The structure is then simulated considering each of these randomly generated variables, reflecting the percentage of cases situated in the failure region, defined by a limit state function, the probability of failure. Subsequently, the goal of the method is to minimize the mean and variance of each objective function simultaneously.

6. NUMERICAL EXAMPLE

We have selected an example, which exists in the literature [4], in order to present the method of optimization of the TMD parameters using MGA. The footbridge studied is a concrete-steel composite structure with an only span of 38.25 m. Its longitudinal profile is curved to a radius of 450 m. The framework is configured by two Warren-type lateral beams with a constant depth of 1.215 m. These beams are connected by floor beams located at the level of the lower member. A precast reinforced concrete slab, 10 cm thick, rest on these crossbeams. The distance between the two lateral beams (center lines) is about 2.90 m, giving a horizontal clearance of 2.50 m (Figure 2).

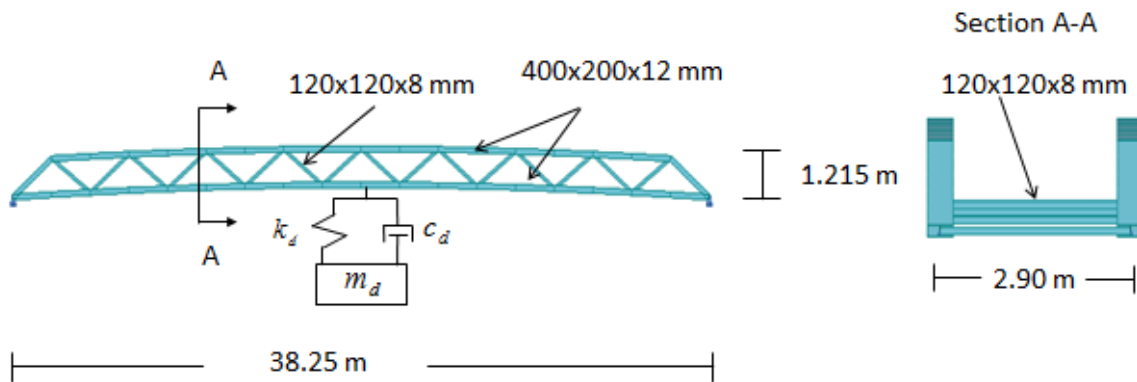


Figure 2. Elevation of the considered footbridge [3] and location of the TMD.

A finite element model of the footbridge has been developed by the software Ansys [8]. A numerical modal analysis of the footbridge has been performed under five load cases (L.C.) according different values of the pedestrian density, d , estimated on the footbridge. A medium pedestrian mass of 70 kg has been considered. The change of modal mass, m_f , and the first natural frequency, f_f , of the footbridge is shown in Table 1.

Table 1. Change of the dynamic properties of the footbridge versus the load scenario.

L.C.	d [P/m ²]	a_{adm} [m/s ²]	n [P]	m_f [kg]	f_f [Hz]	a_{max} [m/s ²]
I	<0.20	0.50	15	34706	2.14	1.05
II	0.20	0.50	19	35984	2.10	1.16
III	0.50	0.50	48	37710	2.05	1.74
IV	0.80	0.50	76	39500	2.00	2.08
V	1.00	0.50	96	40750	1.97	4.96

Subsequently, the maximum vertical acceleration under the five load case has been determined, considering, as it is recommended by different authors [2, 9], a variable damping modal ratio according to the displacement of the footbridge $\zeta_f = \min(0.3 + 0.3/0.005 \cdot u_f, 0.6)\%$. The demanded comfort level, a_{adm} , is not checked (Table 1).

6.1. Deterministic TMD design

In order to reduce the vibration level of the footbridge a TMD device has been added at the maximum deflection location of the first vertical vibration mode (Figure 2). The parameters of the TMD have been obtained numerically from two deterministic approaches, the classical Den Hartog's proposal (DH) and the proposed multi-objective optimization using genetic algorithms (MGA). In the DH proposal the minimum value of the mass ratio, μ , has been obtained by its iterative variation in order to check that the maximum vertical acceleration, a_{max} , under the five load conditions was lower than the allowable acceleration, a_{adm} . For the genetic algorithm optimization, the multi-objective function is defined as follows:

$$\mathbf{f} = \left\{ \mu \quad \max(a_{max}^I/a_{lim} \quad \dots \quad a_{max}^V/a_{lim}) \right\} \quad (13)$$

being a_{max}^i the maximum vertical acceleration at mid-span under the load conditions I, and a_{lim} the allowable acceleration. Only one parameter (μ) has been considered for the evaluation of the Den Hartog's proposal while three parameters (μ , δ_{opt} , ζ_{opt}) have been determined in the multi-objective optimization. To avoid ill-conditioning problems, a search domain has been developed, constraining the problem, $\mu \in [0.01 - 0.10]$, $\delta_{opt} \in [0.85 - 1.15]$ and $\zeta_{opt} \in [0.05 - 0.20]$. The diagram of Pareto front of this optimization process is shown in Figure 3.a. From Figure 3.a it may be determined the first value of the function f_1 that produces on the function f_2 a value less than the unity. This point allows establishing the set optimal solutions (Table 2).

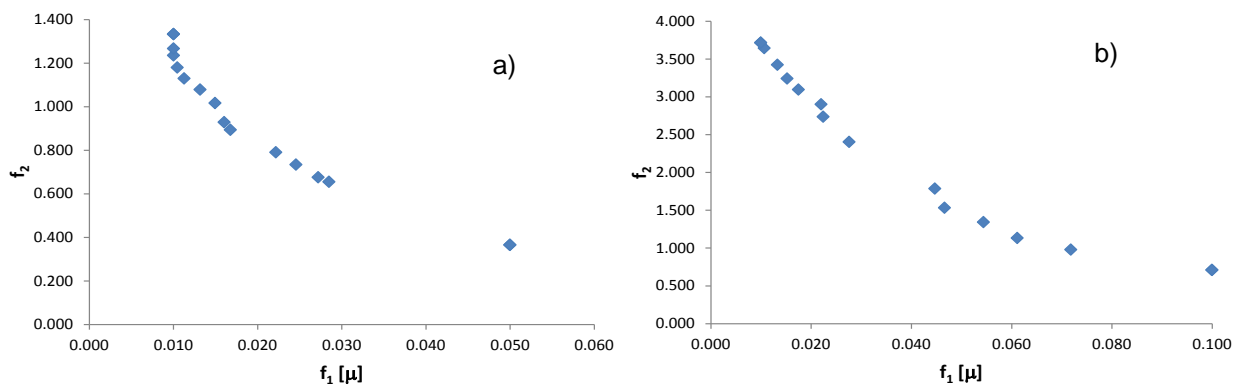


Figure 3. Diagram of Pareto front of the TMD. a) Deterministic design and b) Robust design.

The parameters of the TMD, according the two considered deterministic approaches, are shown in Table 2. The implementation of the MGA allows achieving a clear reduction of the parameters of the TMD (mass 54.14 %, stiffness 55.11 % and damping ratio 76.55 %).

Table 2. Design of TMD according to deterministic approaches.

Method	μ [%]	δ_{opt}	ζ_{opt} [%]	m_d [kg]	k_d [N/m]	c_d [Ns/m]	a_{max} [m/s ²]	a_{adm} [m/s ²]
DH	3.49	0.96	10.87	1211	204465	3420	0.49	0.50
MGA	1.60	0.95	5.61	555.30	91780	802	0.47	0.50

The maximum vertical acceleration at mid-span of the footbridge corresponding to the fifth load case is shown (**Table 2**). For both methods (DH and MGA), the comfort limit is checked with the demanded maximum level ($a_{adm} = 0.50 \text{ m/s}^2$).

6.2. Robust TMD design

Subsequently, in order to take account in the design the uncertain of the system, a stochastic robust design optimization procedure has been performed. 50 possible variations of the original footbridge have been determined considering a variation of 20 % of the deterministic first vertical natural frequency of the structure and its damping ratio. In the DH method the minimum value of the mean mass ratio, μ , has been estimated in this case.

On the other hand, for the stochastic robust design optimization, the multi-objective function is defined as follows:

$$\mathbf{f} = \left\{ \mu \quad E(\max(a_{max}^I/a_{lim} \quad \dots \quad a_{max}^V/a_{lim})) + 2 \cdot \sigma(\max(a_{max}^I/a_{lim} \quad \dots \quad a_{max}^V/a_{lim})) \right\} \quad (14)$$

being $E()$ the mean value and $\sigma()$ the standard deviation.

The design variables and the search domain are the same one defined in the deterministic procedure. The diagram of Pareto front of this robust MGA process is shown in **Figure 3.b**. From **Figure 3.b** it may be determined the first value of the function f_1 that produces on the function f_2 a value less than the unity. This point allows establishing the set optimal solutions (**Table 3**).

Table 3. Robust design of TMD.

Method	μ [%]	δ_{opt}	ζ_{opt} [%]	m_d [kg]	k_d [N/m]	c_d [Ns/m]	a_{max} [m/s ²]	a_{adm} [m/s ²]
DH	9.60	0.91	16.54	3332	501466	13518	0.48	0.50
MGA	7.20	0.99	14.90	2498	442786	9912	0.49	0.50

The parameters of the TMD, according the two considered non-deterministic approaches, are shown in **Table 3**. Again, the implementation of the robust MGA allows achieving a clear reduction of the parameters of the TMD (mass 25.00 %, stiffness 11.70 % and damping ratio 26.67 %).

The maximum vertical acceleration at mid-span of the footbridge corresponding to the fifth load case is shown (**Table 3**). In both methods (robust DH and MGA), the comfort limit is checked with the demanded maximum level ($a_{adm} = 0.50 \text{ m/s}^2$).

7. CONCLUSIONS

The object of this paper is to determine the optimum parameters of TMD in order to reduce the responses of footbridge under pedestrian walking action. Optimum parameters must be minimum physical, practical and economical values. Multi-objective genetic algorithms are used to optimize the parameters of TMD (mass, stiffness and damping). The response of a footbridge under a pedestrian flow is checked during the optimization process being the pedestrian action simulated as a harmonic load. The uncertainties existing in the footbridge, variation of its modal parameters from its deterministic values has been considered by the implementation of a robust design optimization procedure in the optimization design process. The efficiency of the method is validated comparing the results between the proposed method and the classical Den Hartog's proposal. The TMD parameters obtained from the proposed methodology are smaller than the values obtained from the compared method which is beneficial for both the footbridge, the force applied by the damper is less, and the damping device also because its cost is also less. However, further studies are needed in order to apply the methodology under different optimization methods and asses experimentally the efficiency of the tuned mass dampers on real footbridges.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially funded by the Junta de Andalucía under research project P12-TEP-2546 and P12-TEP-2068.

REFERENCES

- [1] Bekdas, G., Nigdeli, S.M.. (2011). Estimating optimum parameters of tuned mass dampers using harmony search. *Engineering Structures*, 33, 2716-2723.
- [2] SYNPEX Guidelines (2007). European Project on Advanced Load Models for synchronous Pedestrian Excitation and Optimized Design Guidelines for Steel Footbridges.
- [3] Den Hartog JP. Mechanical vibrations. 3rd Ed. New York: McGraw-Hill; 1947
- [4] Setra (2006). Guide méthodologique passerelles piétonnes (Technical guide footbridges: Assesment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading). Setra.
- [5] Clough RW, Penzien J. Dynamics of structures. New York: McGraw-Hill Book Company; 1993.
- [6] Matlab R2011a.
- [7] Pourzeynali, S., Salimi, S., Eimani Kalesar, H. (2013). Robust multi-objective optimization design of TMD control device to reduce tall building responses against earthquake excitations using genetic algorithms. *Scientia Iranica*, 20 (2), 207-221.
- [8] Ansys Mechanical Release.
- [9] Georgakis, C., Jorgesen, N.G. (2013). Topics in Dynamics of Bridges, Volume 3: Proceedings of the 31st IMAC.. Chapter 4. Change in Mass and Damping on Vertically Vibrating Footbridges Due to Pedestrians. The Society for Experimental Mechanics, Inc.

Experimental validation of usual numerical models of cracked beams for damage detection approaches

Benjumea, Antonio J¹; Solís, Mario¹

ABSTRACT

The performances of damage detection approaches are often tested by using numerical solutions of undamaged and damaged structures. However, the numerical results used for a preliminary analysis are useful as far as they can provide a good approach to real experimental results. This paper presents a collection of numerical results obtained from three different finite element models that are extensively used in the literature for the analysis of damage detection approaches, and compare them with experimental results. The paper considers beam, plate and solid models. Natural frequencies and mode shapes of the beams are analyzed. The results show that the results obtained with 1D models are not likely to be well related to a specific experimental test, whereas 2D and 3D models provide good results if the damage is a notch, but, they do not if it is a fatigue crack.

Keywords: Damage detection, Modal analysis, Numerical Model.

1. INTRODUCTION

In the last decades, a significant number of papers have addressed the damage detection in structures through many different perspectives. A promising and well established approach is vibration based methodology. It is based in the analysis of changes of natural frequencies and mode shapes induced by damage.

In order to reduce experimental costs, numerical simulations of undamaged and damaged structures are extensively used to avoid setting up real experiments when developing and testing new damage detection methods. However, it is obvious that numerical simulations always lack of some realistic phenomena. One of these phenomena is experimental noise, which is usually simulated in the end by adding some artificial noise to the numerical results. On the other hand, the numerical model is always an approximation to the real structure and it may not consider nonlinear effects, geometrical imperfections, etc. For these reasons, although numerical simulations can be useful at a first stage of a research, it is necessary to finally test any damage detection methodology with real experimental examples. However, since numerical results are considered as benchmark, they should be able to provide a good approach to realistic results.

This paper is focused on the analysis of several types of finite element models that can be used to obtain the natural frequencies and mode shapes of cracked beams and that have already been analyzed in

¹ *Department of Continuum Mechanics, E.T.S. Ingeniería, Universidad de Sevilla (Spain)*
msolis@us.es (Mario Solís)

previous papers from a numerical as well as from a experimental point of view. The beams are simple rectangular cross section specimens made of steel, as they are frequently used in lab research.

Three different finite element models are considered by using beam, plate and solid elements. The damage (crack) is simulated by modelling the actual geometry of the damaged beam, considering the damage as a loss of material of certain volume (a saw cut type of damage) or simply a disconnection between adjacent nodes.

The numerical results are compared to real experimental results reported in the literature. The paper analyzes an undamaged beam with two [1] and one ends fixed [2], an undamaged beam with an added mass and two ends fixed [1], a beam with a notch and one [3,4] and two ends fixed [5], a simply supported beam with a notch [6] and with an added mass [7], a cantilever beam [4] and a simply supported beam [8] with a fatigue crack.

2. FINITE ELEMENT MODELS

The three different finite element models of the beam are used to obtain natural frequencies and mode shapes assuming a linear behavior of the structure. They have been built using Ansys software. The Mechanical APDL environment have been used in order to obtain results in an easy and efficient way for different boundary conditions, different length and cross section of the beam, different position and size of damage, and different position and size of added nonstructural mass, etc. Fig.1 shows some schematic views of the different models.

When modeling a notch, it is considered by eliminating its corresponding volume. Thus, the geometry of the FE model exactly represents the actual geometry of the beam, including the notch. The presence of damage in a beam have been extensively considered in that way for experimental [7,9,10,11] as well as for numerical analysis [12,13,14].

The beam model considers a reduced section of the beam according to the notch. The BEAM188 element from Ansys element library has been chosen. The plane model is built with PLANE182 element from Ansys library. The mid plane (plane of symmetry) of the beam is modelled considering a plane stress approach. The profile of the notch is part of the boundary of the finite element mesh. For the solid model, the SOLID187 element from Ansys library is chosen.

3. VALIDATION OF MODELS

Table 1: Natural frequencies for a fixed-fixed beam.

Mode number	Frequencies(Hz)			
	Low [8]	Beam model	Plate model	Solid model
First	25'15	25'21	26'33	25'33
Second	69'52	69'48	72'55	69'61

3.1.2. Cantilever beam

The experimental results for this case are obtained from the work of Qian, Gu y Jiang [2]. The beam is 0,2m long, 1mm wide and 7,8mm high. The paper indicates that the beam is made of steel, but the mechanical properties are not provided. For the numerical simulations, the following properties are considered: $E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=7850\text{kg/m}^3$.

Table 2 shows the experimental natural frequencies are accurately approached by the three finite element models.

Table 2: Natural frequencies for a cantilever beam.

Mode number	Frequencies(Hz)			
	Qian et al. [9]	Beam model	Plate model	Solid model
First	162'65	162'73	163'76	162'85
Second	1019'24	1012'58	1019'14	1013'43
Third	2862'82	2803'60	2822'84	2806'46

3.2. Effect of nonstructural added mass

3.2.1. Fixed-fixed beam

The experimental results of this section were obtained by Low [1]. In that paper, the first two natural frequencies are obtained for different positions of the added mass along the beam, and different sizes of the mass are also considered. The properties of the beam are the same of that already presented in section 3.1.1 (1m long, 14,946mm wide, 4,765mm high, $E=207\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=7810\text{kg/m}^3$).

Fig.2 compares the experimental and numerical results for all positions and sizes of the mass. It can be seen that the natural frequency changes according to the corresponding mode shape. More significant changes (drops) in natural frequency is obtained as the added mass approaches the areas of higher modal amplitudes.

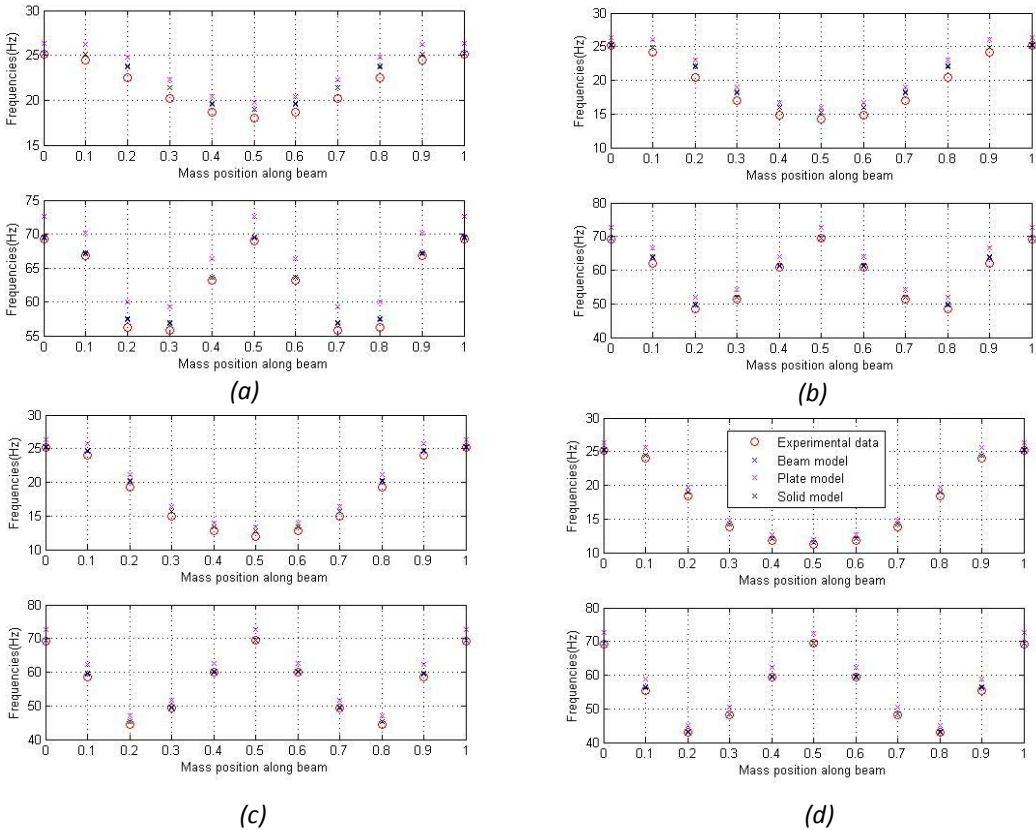


Figure 2: First two experimental and numerical natural frequencies for different positions of added mass along the beam and for different sizes of the mass: a) 0,30 b) 0,67 c) 1,12 and d)1,48 times the mass of the beam.

The numerical results are in very good agreement with the experimental results for all cases. However, a better correlation is obtained for higher values of the added mass.

3.3. Beam with a notch

3.3.1. Cantilever beam

The results for this case are obtained from the work of Gudmunson [3,4]. Firstly [3], he analyzed the effect of a notch up to a depth of 40% the height of the beam. The beam was 0,2m long and 7,8mm high. The width is not specified in the paper. A value of 10mm has been used for the numerical models. The beam was made of steel. No specific values for mechanical properties were specified in the original

paper. Standard values were considered for the finite element models ($E=207\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=7810\text{kg/m}^3$).

The crack was artificially induced by a saw cut, which is the most usual way to induce damage in steel beams for damage detection analysis. The width of the notch was 0,7mm and the depth was 0mm (no damage), 1mm (12% of the height of the beam), 2mm (25%) and 3mm (40%). Several specimens were tested with different locations of the damage.

Fig. 3 shows the experimental results presented in [3] as well as the corresponding numerical values obtained with the three difference finite element models. The results are presented in terms of relative change in natural frequency (ratio between undamaged and damaged values) for the different sizes of the notch and different positions. The first three natural frequencies are analyzed when damage is at 0,025L (measured from the fixed end), the first and fourth values when damage is at 0,2L, and the fourth value when damage is at 0,5L.

The results presented in fig. 3 show that the beam model is not able to approach the experimental results. Thus, this type of model for which only some beam elements in the damaged area change their properties (section, stiffness, etc.) are not good for providing realistic results. A beam model may be used for testing numerically a damage detection approach but the results it provides cannot be directly related to a real damage. Since results are far from being good for this model, it is not going to be considered in the following sections.

The plate and solid models are in good agreement with experimental results. However, results are worst for increasing size of damage modes and higher modes.

Gudmunson [4] also obtained results for a notch of up to 90% the height of the beam. In that case, the beam was 0,3m long, 5mm wide, 25mm high and it was made of steel. The notch was also induced by a saw cut (0,4mm wide) and different depths were considered: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 and 23mm. Damage was located at two different positions (0,1L and 0,3L). For all this damage scenarios, the second and third natural frequencies were obtained.

Fig. 4 shows the experimental and numerical results. It can be observed that both the plate and solid models provide accurate results even for such a severe damage in the beam. On the other hand, both models provide almost identical results.

3.3.2. Fixed-fixed beam

Hu et al [5] obtained the first three mode shapes for a beam with a double notch induced by a saw cut on top and bottom sides of the beam. The length of the beam was 0,6m, the width was 0,05m and the height was 0,006m. The mechanical properties of the beam were $E=70\text{GPa}$, $\nu=0.3$ and $\rho=2700\text{kg/m}^3$.

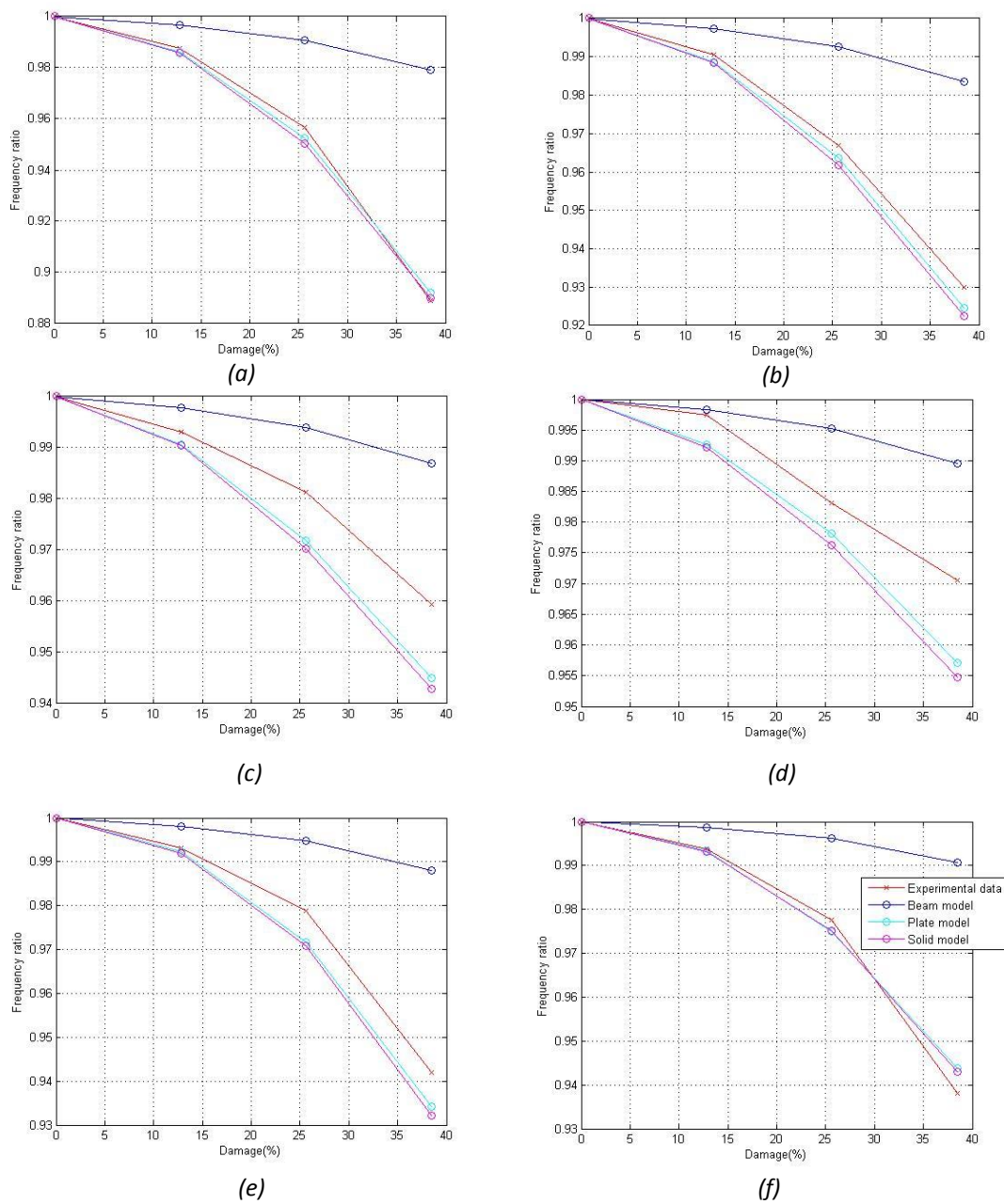


Figure 3: Relative value of natural frequency for a cantilever beam with a notch at 0,025L (a, b, c for first, second and third values of natural frequency respectively), 0,2L (d, e for first and fourth values respectively) and 0,5L (f for fourth value).

The notch was located at 0,255m from the left end. Fig.5 shows how the numerical mode shapes are in good agreement with the experimental mode shapes.

3.3.3. Simply supported beam

The experimental results for a simply supported beam has been obtained by Christides and Barr [6]. The beam was 0,575m long, 31,75mm high and 9,525mm wide. Its mechanical properties were $E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$ and $\rho=7850\text{kg/m}^3$.

The beam has a double notch at the midpoint. Its width is not specified in the paper, so it is assumed a 0,5mm width for the numerical simulations. Fig. 6 shows the relative variation of the first natural

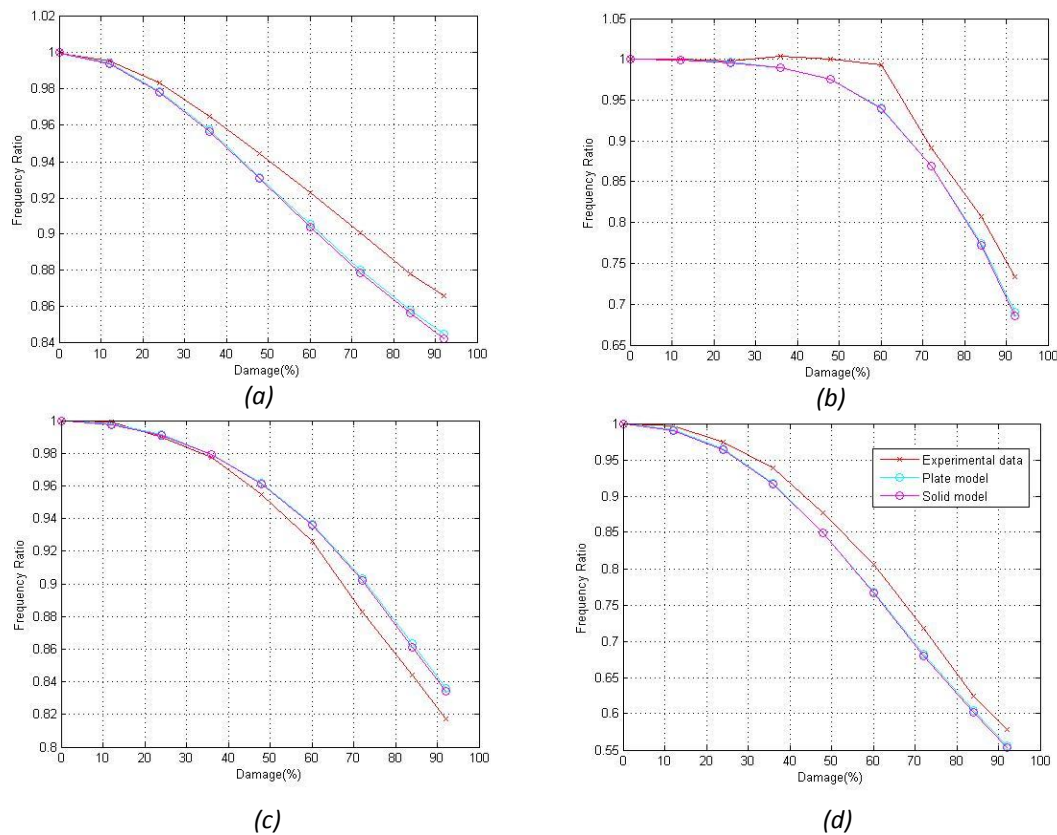


Figure 4: Relative value of second (a, c) and third (b, d) natural frequency for a cantilever beam with a notch at 0,1L (a, b) and 0,3L (c, d).

frequency for different depths of the notch. The numerical results for the solid model are in good agreement with the experimental ones.

3.3.4. Influence of the width of the notch

Silva y Gomes [15] analyzed the effect of the thickness of the notch. They obtained the natural frequencies for a free-free beam of rectangular cross section (0,016m x 0,032m) and 0,72m long, with a notch at 0,09m from one end of thickness from 0,2mm to 2mm. The notches were induced precisely by a milling machine. The beam was made of steel ($E=206\text{GPa}$, $\nu=0.29$ and $\rho=7650\text{kg/m}^3$).

Table 3 shows the values of natural frequencies for different thickness of the notch. It can be observed that the thickness has very little influence on the natural frequencies of the beam. The experimental tests conducted by Silva and Gomes simulated free-free boundary conditions by means of a soft suspension at the ends of the beam. The stiffness of the suspension is not specified in the paper and the numerical model did not include it. The different boundary conditions may explain the difference between the experimental and numerical results. However, the trend is similar for both sets of results and it can be concluded that both the numerical model and the real beam are not sensitive to the width of the notch.

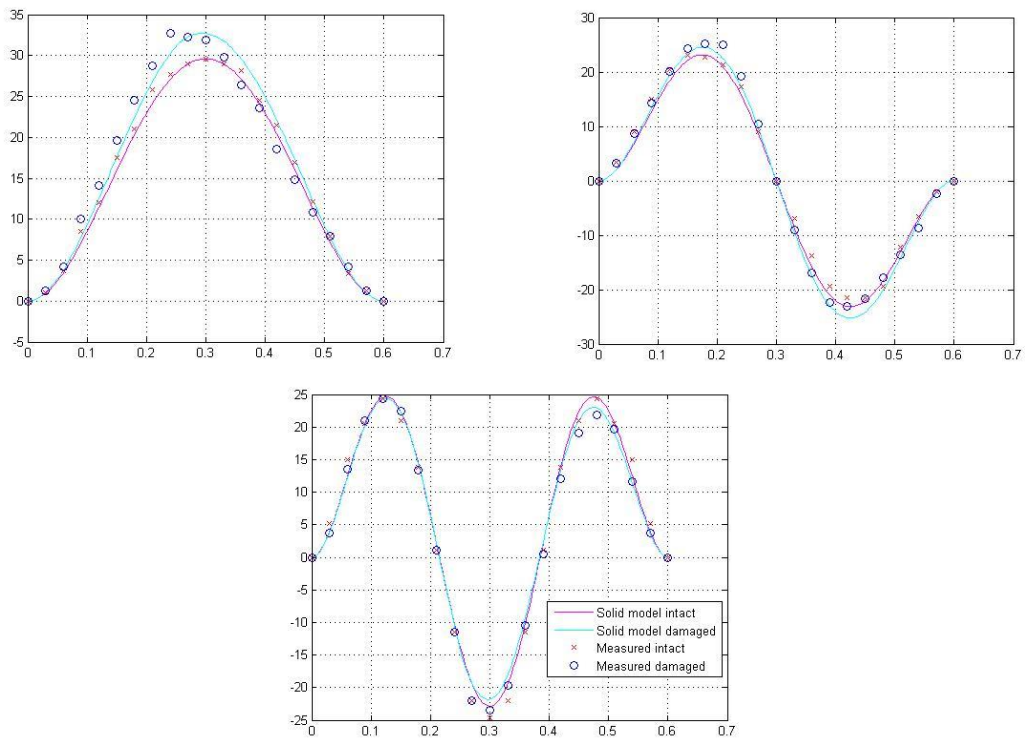


Figure 5: Mode shapes for a fixed-fixed beam with a double notch at 0,255m

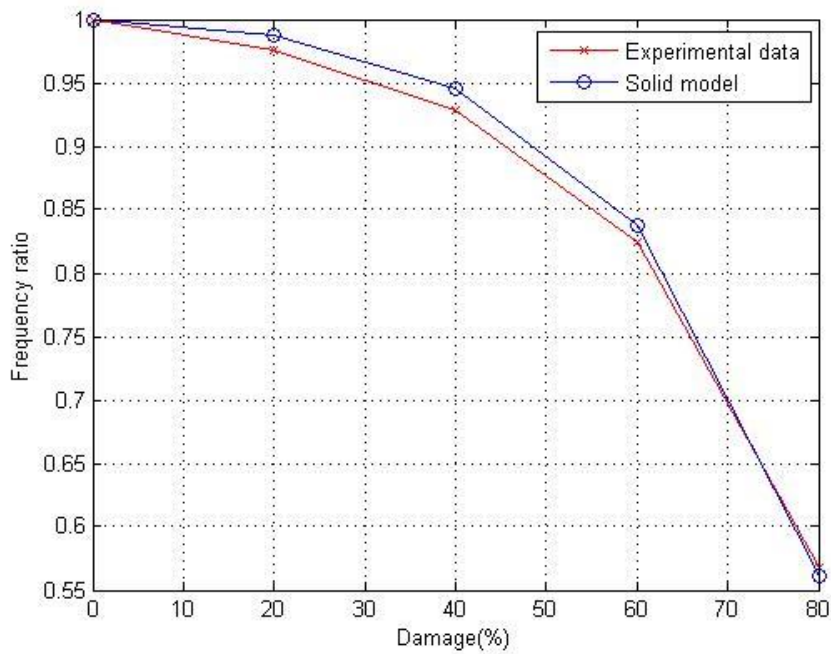


Figure 6: relative variation of the first natural frequency for a simply supported beam.

Table 3: Influence of the thickness of the notch in the natural frequencies of a free-free beam.

Mode number	Case	Frequencies (Hz)				
		Notch 2mm	Notch 1'5mm	Notch 1mm	Notch 0'5 mm	Notch 0'2 mm
First	FEM	0'28	0'29	0'29	0'29	0'29
	Silva[15]	0'65	0'65	0'65	0'65	0'65
Second	FEM	1'79	1'76	1'71	1'63	1'60
	Silva[15]	4'20	4'05	4'00	3'90	3'90
Third	FEM	4'44	4'37	4'22	4'10	4'02
	Silva[15]	9'80	9'25	9'05	8'95	8'90
Fourth	FEM	6'52	6'45	6'27	6'13	6'05
	Silva[15]	11'85	11'75	11'65	11'65	11'65

3.4. Added mass and notch

3.4.1. Simply supported beam

The results for this case has been obtained by Zhong and Oyadji [7], they analyzed a 2,4m long beam made of aluminum, with a rectangular cross section of 0,025m x 0,1m. The mechanical properties for the numerical model were assumed to be $E=70\text{GPa}$, $\nu=0.33$ and $\rho=2700\text{kg/m}^3$.

The notch was induced with a saw cut at 0,4m from one end. Its depth was 5mm. The thickness was not specified in the paper, so it is assumed a value of 1mm for the numerical simulations. The added mass was located at different positions along the beam in order to see its effect on the natural frequencies of the beam. Two different values of the mass were considered, 2 and 4kg, corresponding to 12,3 and 25% of the mass of the beam respectively.

Fig. 7 shows that the numerical solid model predicts accurately the experimental results. A constant

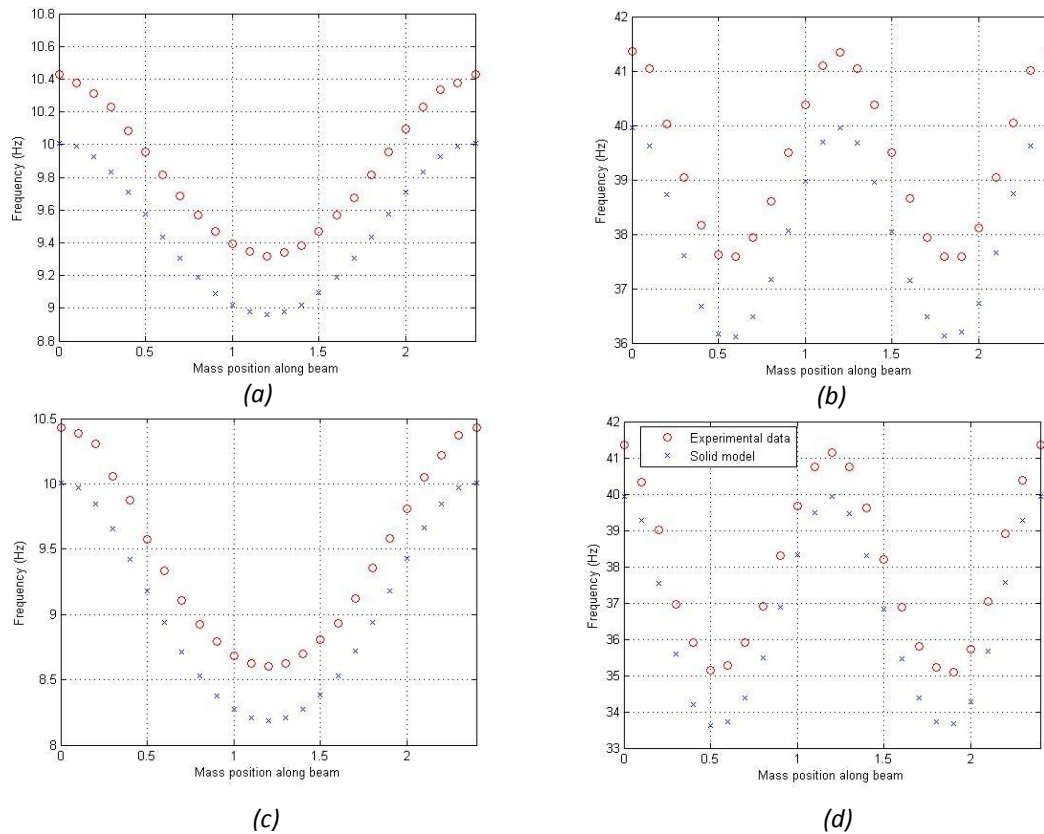


Figure 7: First (a,c) and second (b,d) natural frequencies for a simply supported beam with a notch and 2 kg (a,b) or 4 kg (c,d) added mass.

drift is present between the two sets of results. It may be due to some inaccurate assumptions in the numerical model (namely the mechanical properties of the material).

3.5. Crack

3.5.1. Cantilever beam

Gudmunson [4], studied the effect of a fatigue crack in a beam (0,3m long, 5mm width and 25mm high). For the numerical simulations, it was assumed that the beam was made of steel ($E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$ and $\rho=7850\text{kg/m}^3$).

The crack was induced by vibrating the beam with a small notch at 15mm from the fixed end. It is assumed a 1mm wide crack in the numerical model. Fig. 8 shows that the effect of the crack on the second and third natural frequencies of the beam is much more significant in the numerical model than in the experimental setup. Thus, the model is not able to provide realistic values for this type of crack.

3.5.2. Simply supported beam

Dimarogonas, Yao and Chondros [8] obtained results for a simply supported beam (235mm long, 23 mm wide and 7mm high) made of aluminum ($E=72\text{GPa}$, $\nu=0.35$ and $\rho=2800\text{kg/m}^3$). The crack was induced at the mid-section of the beam. A small notch was induced and then a fatigue crack was induced by

vibrating the beam at its first natural frequency. The first natural frequency was obtained for different sizes (depth) of the crack. Two different type of tests were carried out, in order to analyze the effect of the breathing of the crack. In the first one, the breathing of the crack takes place so nonlinear effects may be present. In the second one, a small mass is added in order to keep the crack open. The added mass makes the natural frequency to decrease 1,5% approximately.

As in the previous section, fig. 9 shows that, since the numerical model is not considering nonlinear effects and no contact forces takes places at the faces of the crack, the numerical results are more influenced by the presence of the crack than it really happens experimentally. When the crack is forced to be open in the tests, then the numerical results are in better agreement to the experimental results.

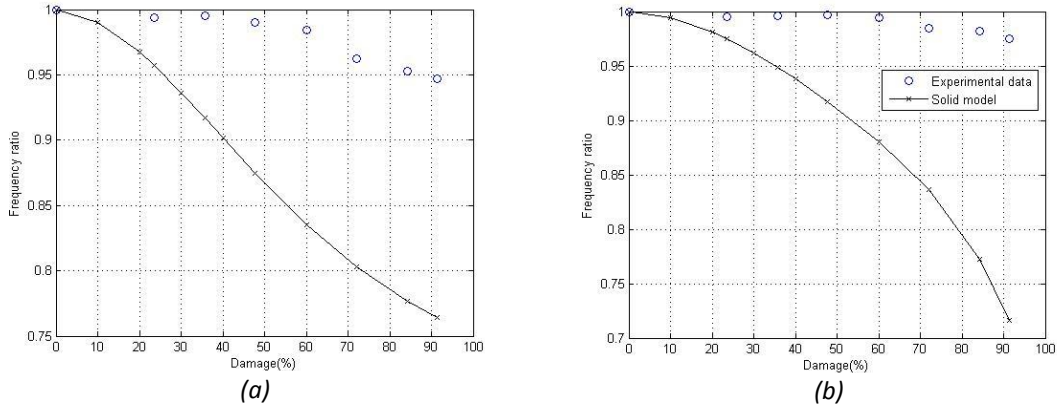


Figure 8: Relative value of second (a) and third (b) natural frequencies of a cantilever beam with a fatigue crack.

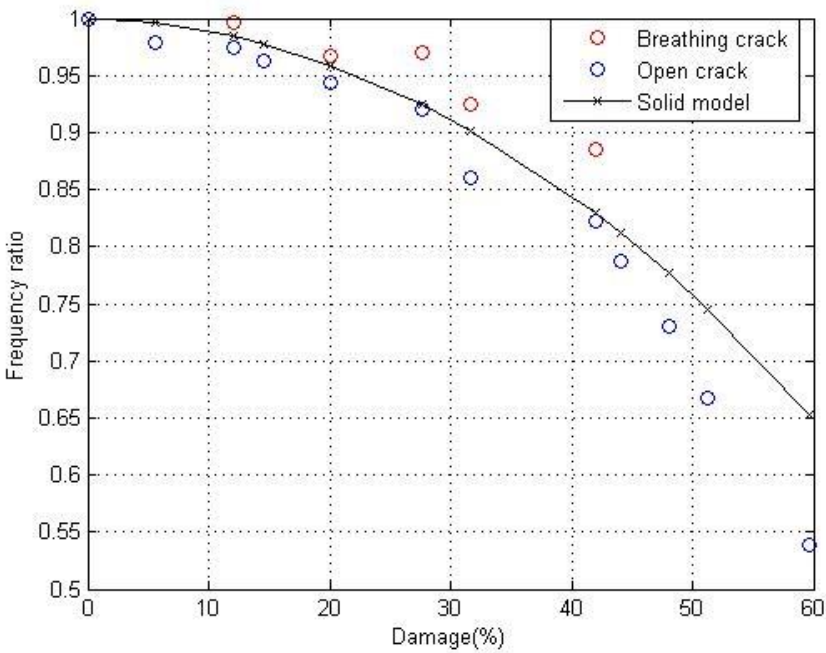


Figure 9: Relative natural frequencies of a simply supported beam with a fatigue crack.

4. CONCLUSIONS

The results obtained with the numerical models show that natural frequencies of beams with a notch can be accurately predicted with a solid and plate model, although the solid model is more precise. The mode shapes can also be obtained numerically in order to simulate a real experiment. A beam model can only be used with caution since the values cannot be directly related to a real situation.

Nevertheless, a real nonlinear crack may not be properly modelled with a linear finite element model, even if the thickness of the notch in the model is reduced to a null value. The stiffening effect due to the contact forces between the faces of the crack is not considered in the numerical model and lower values of natural frequencies are obtained numerically (significant errors are shown in the paper). Thus, from a damage detection point of view, the numerical response of the beam will emphasize the effect of damage and could make that the sensitivity of a damage detection methodology is artificially and improperly magnified. This effect can be avoided from an experimental point of view if a mass is added to the beam so the crack is enforced to keep open.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Consejería de Economía, Innovación, Ciencia y Empleo of Andalucía (Spain) under project P12-TEP-2546. The financial support is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] Low, K.H. (1999). Comparisons of experimental and numerical frequencies for classical beams carrying a mass in-span. *International journal of mechanical sciences*, 41(12):1515-1531.
- [2] Qian, G-L., Gu, S-N., & Jiang, J-S. (1990). The dynamic behaviour and crack detection of a beam with a crack. *Journal of sound and vibration*, 138(2):233-243.
- [3] Gudmundson, P. (1982). Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 30(5):339-353.
- [4] Gudmundson, P. (1983). The dynamic behaviour of slender structures with cross-sectional cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 31(4):329-345.
- [5] Hu, N., Wang, X., Fukunaga, H., Yao, Z.H., Zhang, H.X., & Wu, Z.S. (2001). Damage assesment of structures using modal test data. *International Journal of solids and structures*, 38(18):3111-3126.
- [6] Christides, S., & Barr, A.D.S. (1984). One-dimensional theory of cracked bernouilli-euler beams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 26(11):639-648.
- [7] Zhong, S., & Oyadiji, O. (2008). Analytical predictions of natural frequencies of cracked simply supported beams with a stationary roving mass. *Journal of Sound and Vibration*, 311(1):328-352.
- [8] Chondros, T.G., Dimarogonas, A., & Yao, J. (2001). Vibration of a beam with a breathing crack. *Journal of Sound and Vibration*, 239(1):57-67.

- [9] Khiem, N.T., & Toan, L.K. (2014). A novel method for crack detection in beam-like structures by measurements of natural frequencies. *Journal of Sounds and Vibratiron*, 333(18), 4084-4103.
- [10] Solís, Mario, Algaba, Mario, & Galvín, Pedro (2013). Continuous wavelet analysis of mode shapes differences for damage detection. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 40(2), 645-666.
- [11] Hu, Chuanshuang & Afzal, Muhammad (2006). A wavelet analysis-based approach for damage localization in wood beams. *Journal of Wood Science*, 52(5), 456-460.
- [12] Rucka, M., & Wilde, K. (2006). Crack identification using wavelets on experimental static deflection profiles. *Engineering structures*, 28(2), 279-288.
- [13] Khan, Irshad A., & Parhi, Dayal R. (2013). Finite element analysis of double cracked beam and its experimental validation. *Procedia Engineering*, 51, 703-708.
- [14] Orhan, Sadettin (2007). Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam. *Ndt & E International*, 40(6), 443-450.
- [15] Gomes, A.J.M.A., & Silva, J.M.M.E., (1990). Experimental dynamic analysis of cracked free-free beams. *Experimental Mechanics*, 30(1), 20-25.

Influence of micromechanics in composite panels buckling loads

Martín, Alberto¹; Ibiza, Carlos²; Rodríguez-Tembleque, Luis³

ABSTRACT

In-plane compression loads may cause buckling of fiber-reinforced composite panels. An accurate knowledge of these critical buckling loads is essential for structural design. In all cases of buckling of panels, critical loads increases with the increase in the thickness of the panel, however, more economical solutions can be obtained by keeping the thickness of the plate as small as possible and increasing the stability by considering micromechanical aspect such as: fiber orientation relative to axial direction, fiber aspect ratio or fiber volume fraction. This paper presents some parametric studies to study the influence of micromechanics in the critical buckling load of fiber-reinforced plates and curved panels.

Keywords: Buckling, Composite panels, Fiber-reinforced composites, Micromechanics, Finite element analysis.

1. INTRODUCTION

Fiber-reinforced composite panels are widely applied in many structural systems in Aerospace, Automobile, Building and Civil Engineering [1]. In many of these applications, the structural systems are subjected to in-plane compression loads what may cause buckling failure. The study of buckling of laminated composite panels has a relatively short history in comparison with isotropic homogeneous panels. Recently, Rikards et al. [2] and Mallela and Upadhyay [3] have studied buckling in composite panels using a finite element analysis (FEA). However, these works do not pay attention to the influence of the micromechanics in the stability (i.e. critical buckling load and mode shapes) of fiber-reinforced panels under axial compression.

The present work considers different micromechanical aspects such as: fiber orientation relative to axial direction (ϕ), fiber aspect ratio ($r_{asp} = l/d$, l and d being the fiber length and diameter, respectively) and fiber volume fraction (v_f), and analyzes their influence in the critical buckling load of fiber-reinforced plates and curved panels. So a linear buckling FEA is carried out considering two micromechanical models for continuous and short fiber reinforced composites. The Hopkins and Chamis model [4,5] is considered for continuous fiber-reinforced composites and the Halpin-Tsai model [6] is considered for short fiber-reinforced materials. The proposed numerical model will be applied to compute the critical buckling load and buckling mode shapes of different composite panels, what will makes it possible to show the significant influence on the stability of the these structural systems.

¹ Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: a.martin.casas46@gmail.com

² Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: caribigra@alum.us.es

³ Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla (SPAIN). E-mail: luisroteso@us.es

2. FINITE ELEMENT MODELING

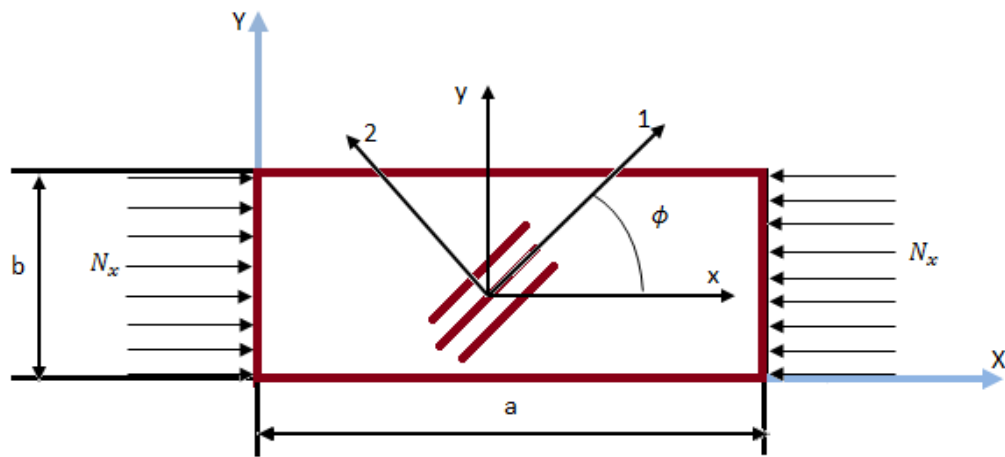
In the present work the eigen-buckling analysis is performed for the fiber-reinforced composite panels by using the finite element software ANSYS 14. Modelling panels needs care in defining the proper element, so in this work the ANSYS shell element SHELL281 has been used for the analysis of fiber-reinforced plates and curved panels.

Fig. 1 (a) shows a fiber-reinforced composite rectangular plate in compression whose dimensions are: $a=0.7$ m and $b=0.35$ m, and the thickness $t=0.0002$ m. In this problem a single layer is considered, being the fiber orientation ϕ , the angle between the fiber direction and the x-axis (i.e. compression direction). The finite element mesh details are presented in Fig. 1 (b). After a mesh sensitivity analysis, the plate is discretized using 20 elements in Y direction and 30 elements in X direction. The boundary conditions for all the edges are simply supported as Fig. 1(b) shows.

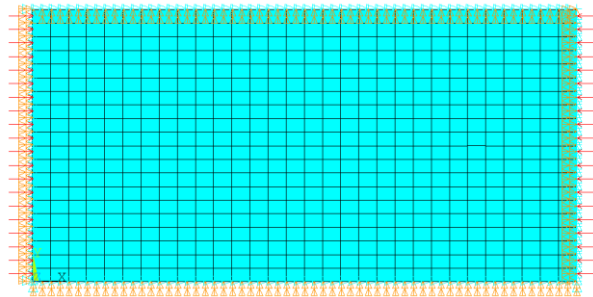
A fiber-reinforced composite curved panel under axial compression is presented in Fig. 2 (a). In this case, a curvature parameter is defined as h/R , so we recover the plate panel when $h/R=0$ and the cylindrical shell for $h/R=1$. Fig. 2 (b) presents the finite element details and the boundary conditions. In this case, the eigen-buckling analysis needs a finer mesh compute accurately critical buckling loads and the buckling mode shapes, so the mesh is refined when the curvature parameter increases.

Stability of both panels are analyzed under axial compression. The fiber-reinforced plastic (FRP) is a carbon FRP with a carbon fiber IM7 and 8551-7 epoxy resin as a matrix (IM7 Carbon/ 8551-7). The mechanical properties of fiber and matrix can be found in [7,8] (Table 1). So the composite elastic constants are computed the using the micromechanical equations for continuous FRP (1-9) and short FRP (11-12) presented in Appendix A and B, respectively.

Several examples will be considered using those numerical models varying micromechanical aspects: fiber orientation (ϕ), fiber volume fraction (v_f) or fiber aspect ratio (r_{asp}), and the geometrical aspect h/R (i.e. the curvature parameter aspect ratio). The range for the fiber volume ratio will be $v_f=\{0.45, 0.60, 0.75, 0.8\}$. In the case of the short fiber micromechanical model, the range of fiber aspect ratio $r_{asp}=\{10,20,50,100,1000\}$ will be considered. Finally, the influence of the curvature parameter (h/R) on the will be also considered for curved panels. These variations in micromechanical and geometrical parameters will have important consequences in the linear buckling loads ($N_{x,cr}$) and mode shapes of these panels. In the following sections, the obtained results for $N_{x,cr}$ will be presented and commented.



(a)



(b)

Figure 1. (a) Fiber-reinforced composite plate in compression.(b) Finite element mesh details.

Table 1. Mechanical characterization of materials

Fiber properties	IM7	Matrix Properties	8551-7 Epoxy
E_{f1}	276 GPa	E_m	4.08 GPa
E_{f2}	19 GPa	ν_m	0.38
E_{f3}	19 GPa	G_m	1.478 GPa
G_{f12}	27 GPa		
ν_{f12}	0.2		
ν_{f13}	0.2		
G_{f23}	7 GPa		

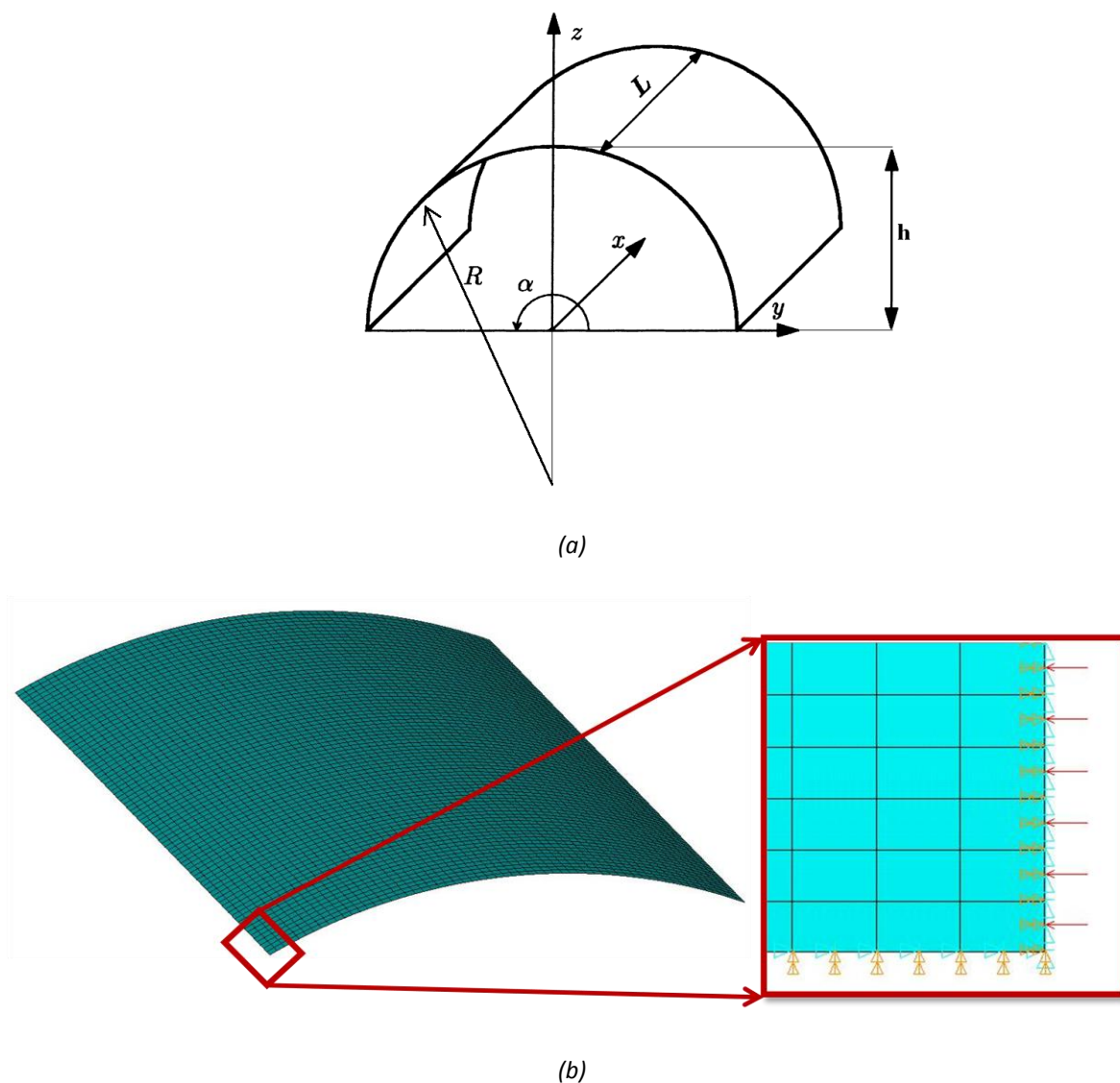


Figure 2. (a) Fiber-reinforced composite curved panel under axial compression. (b) finite element details.

3. BUCKLING OF A FIBER-REINFORCED COMPOSITE PLATE UNDER AXIAL COMPRESSION

3.1. Influence of fiber orientation and fiber volume fraction

In this section the influence of fiber orientation over the critical buckling load and buckling mode shapes is presented for $\phi = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$, under continuous and short fiber micromechanical model assumptions. The range for the fiber volume ratio $v_f = \{0.45, 0.60, 0.75, 0.8\}$ will be also considered in the numerical test.

Fig. 3 shows the critical load $N_{x,cr}$ as a function of continuous fiber orientation and different fiber volume fractions. The buckling load $N_{x,cr}$ is expressed relative to $N_o = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.45)$ ($N_o = 5.1378 \text{ N/m}$) and presents a maximum for $\phi = 45^\circ$ for every fiber volume fraction. Moreover, there is another fact that stands out: buckling loads are higher for $\phi = 90^\circ$ than for $\phi = 0^\circ$ for every fiber volume ratio considered. This last point shows something interesting because if the tests were considering traction loads, the tendency would be the opposite, the ultimate load would be higher for $\phi = 0^\circ$ than for $\phi = 90^\circ$.

Buckling mode shapes for several orientations and $v_f = 0.45$ are presented in Fig. 4. In this figure we can see how the number of half-waves in X direction (i.e. load direction) increases with the fiber orientation (ϕ).

Same results are observed for short fibers reinforced composite (i.e. Halpin-Tsai model) in Fig. 5. In Fig. 5 (a) the fiber aspect ratio is $r_{asp} = 10$ and the relative load is $N_o = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.45, r_{asp} = 10)$. In Fig. 5 (b) $r_{asp} = 100$ and $N_o = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.45, r_{asp} = 100)$. It can be observed in both figures that the tendencies are the same as those seen for continuous fiber. One fact that can be extracted from this figure is that aspect ratio does not change the tendencies of buckling loads with orientation.

Fig. 6 shows the variation of the relative buckling load with the fiber orientation and the fiber aspect ratio $r_{asp} = l/d = \{10, 20, 50, 100, 1000\}$. The lower values for $N_{x,cr}$ are obtained for lower values r_{asp} . Furthermore, if we increase r_{asp} , the values for the critical loads converge to the continuous fiber model.

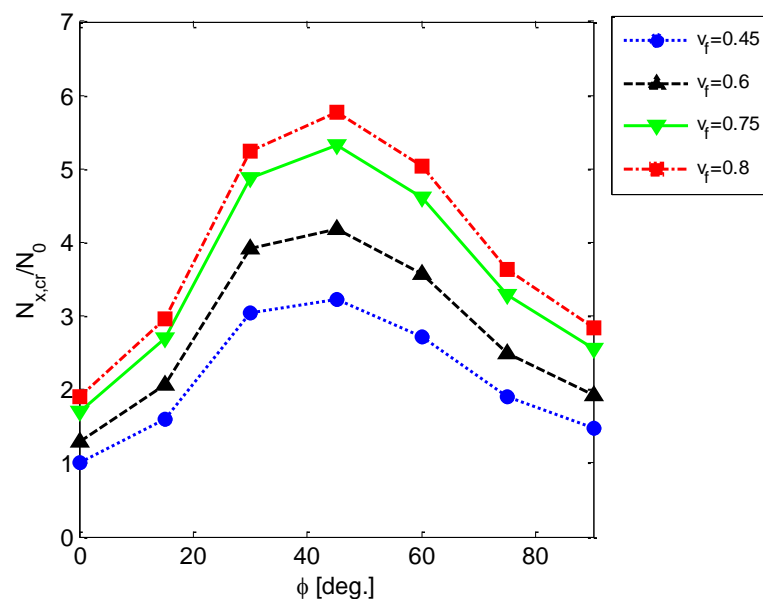


Figure 3. Influence of fiber orientation and fiber volume fraction on the buckling load of a continuous fiber reinforced plate.

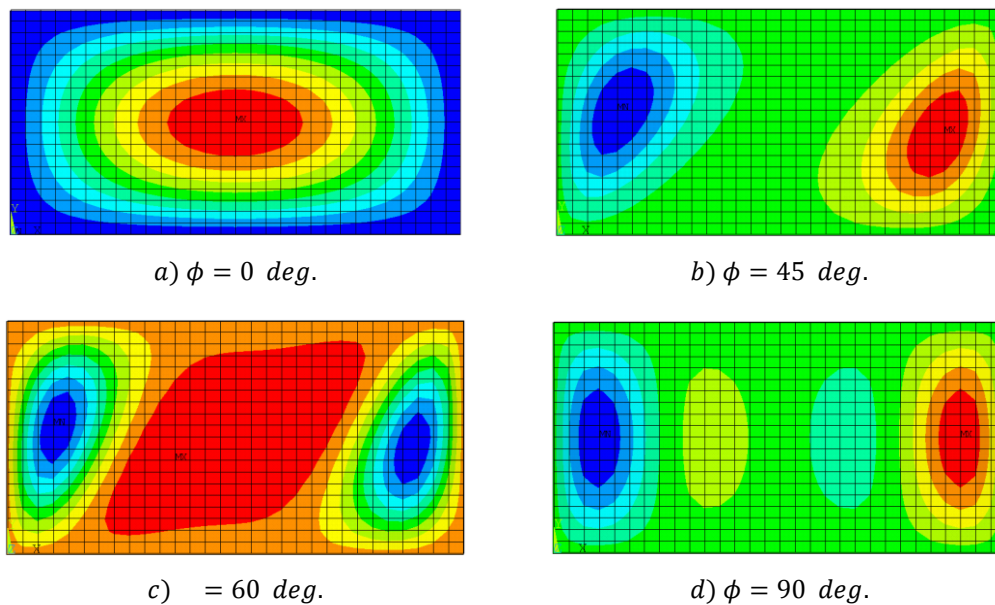


Figure 4. Buckling modes shape for a continuous fiber reinforced plate with a fiber volume fraction $v_f = 0.45$.

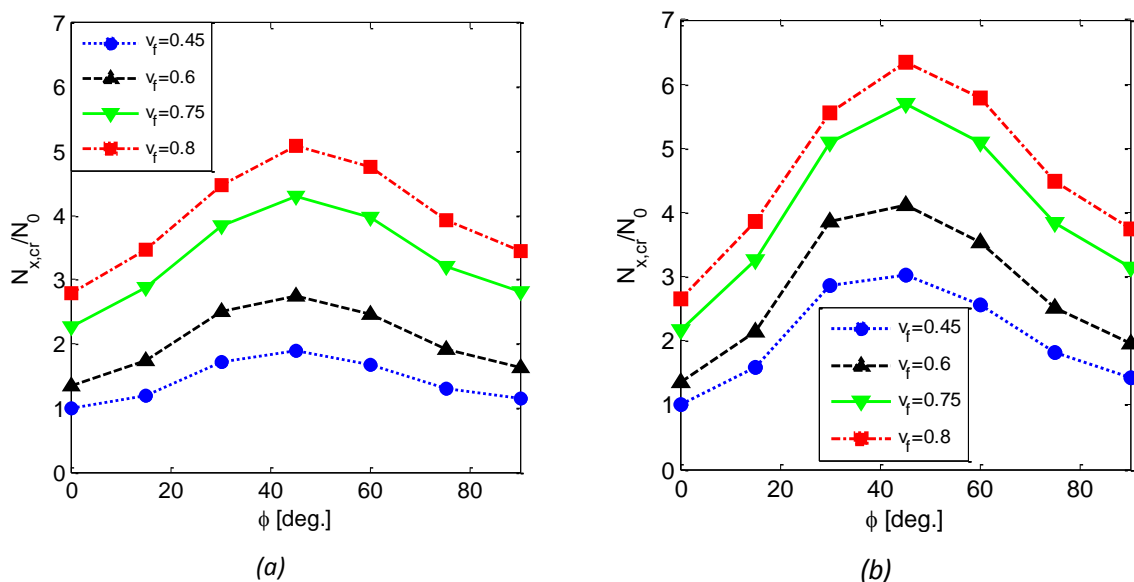


Figure 5. Influence of fiber orientation and fiber volume fraction on the buckling load of a short fiber reinforced plate. The fiber aspect ratios consider are: (a) $r_{asp} = 10$ and (b) $r_{asp} = 100$.

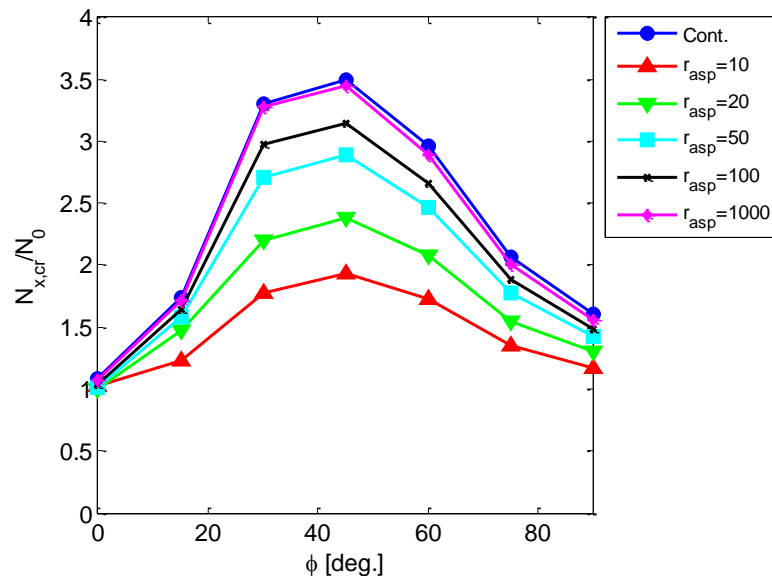


Figure 6. Influence of fiber orientation and fiber volume fraction on the buckling load of a short fiber reinforced plate.

3.2. Influence of fiber aspect ratio

This section studies the influence of the fiber aspect ratio in the critical buckling loads and mode shapes. Fig. 7 (a) and (b) present the variation of $N_{x,cr}/N_o$ with the fiber aspect ratio. In both figures, the orientations have been taken as a parameter and the fiber volume ratio is fixed. N_o in Fig. 7 (a) and (b) are: $N_o = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.45, r_{asp} = 20) = 4.7217 \text{ N/m}$ and $N_o = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.75, r_{asp} = 50) = 10.6200 \text{ N/m}$, respectively.

Analyzing both figures, we can be observed that critical buckling loads increase its values as aspect ratio does it. In addition, the maximum increments take place when fiber orientation is $\phi = 45^\circ$ and the maximum is always reached for every aspect ratio and fiber volume fraction at this orientation. In Fig. 7 (a), buckling loads for $\phi = 30^\circ$ are higher than for $\phi = 60^\circ$ despite r_{asp} increases. However, this tendency change when the fiber volume fraction increase. In Fig. 7 (b) we can see how there is a certain aspect ratio that stops the tendency. Finally, if we compare the maximums along the two graphics (Fig. 7 (a) and (b)), both N_o grow with v_f so the relative critical load $N_{x,cr}/N_o$ varies from 1 to 2 for $r_{asp} = 10$. However, $N_{x,cr}/N_o$ decreases when the fiber volume fraction and the fiber aspect ratio increase. This fact can have interesting conclusions according to a structure design that is limited in terms of weight.

Finally, Fig. 8 (a) and (b) present the variation of buckling modes shapes with the fiber orientation. A fiber volume fraction of 0.45 and two different fiber aspect ratios are considered. In both figures, we can observed that, for a fiber orientation lower than 45 degrees, the number of half waves in x direction decreases when fiber aspect ratio increases. Nevertheless, for angles higher than 45 degrees occurs the opposite.

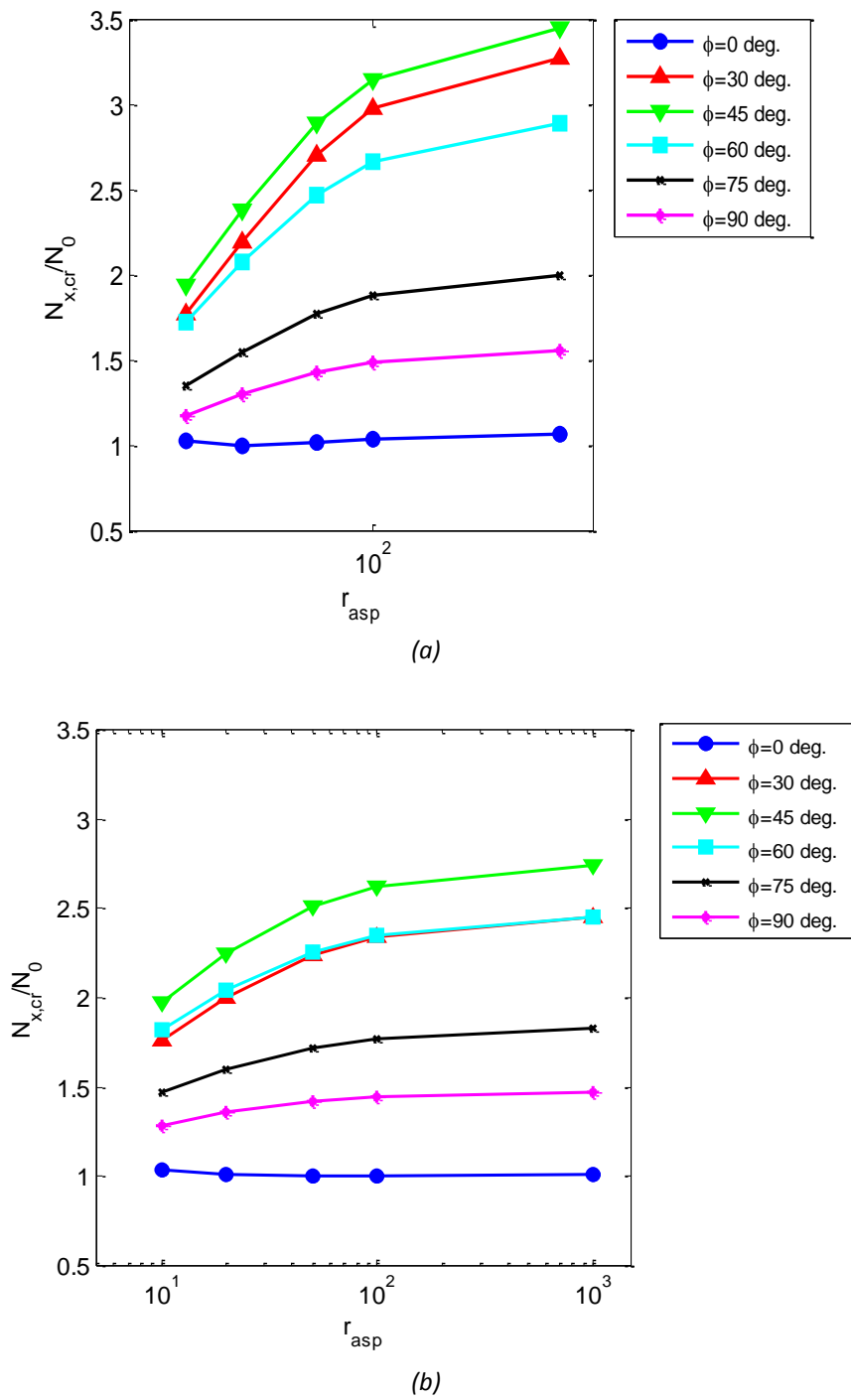


Figure 7. Influence of the aspect ratio on the buckling load for:(a) $\nu_f = 0.45$ and (b) $\nu_f = 0.75$.

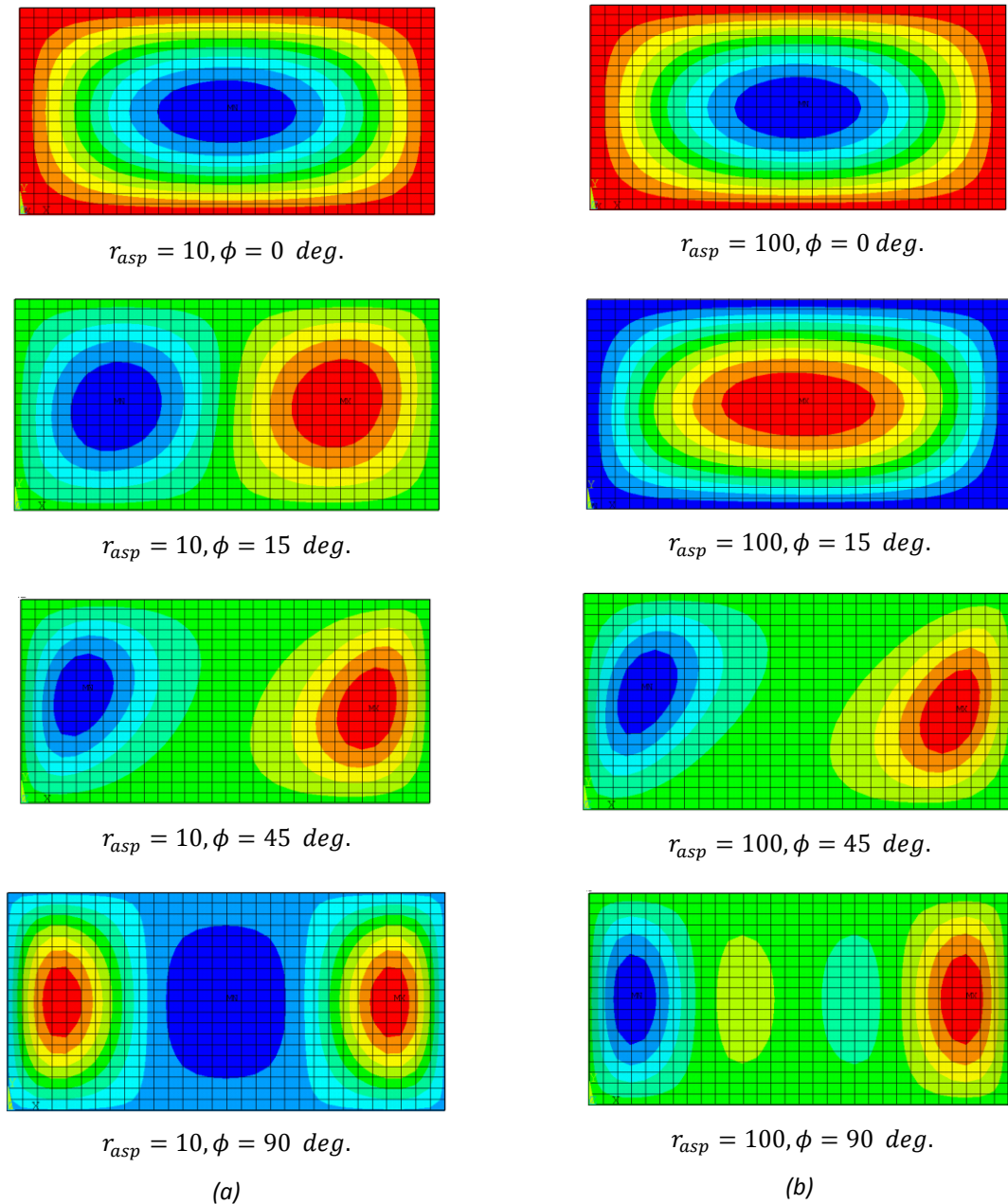


Figure 8. Buckling modes shape for a short fiber reinforced plate with two fiber aspect ratios: (a) $r_{asp} = 10$ and (b) $r_{asp} = 100$.

4. BUCKLING OF COMPOSITE CURVED PANEL UNDER AXIAL COMPRESSION

From the beginning of this study, the analysis of a composite panel under compression was focused on the effects of the fiber orientation, the fiber aspect ratio and the percent of fiber volume fraction over the critical buckling load in plates. In this section, these effects are going to be considered on panels which are not perfectly flat. So a new geometrical parameter has to be introduced to study the stability of composite curved panel under axial compression. This parameter is the relation between

the panel width and its curvature: h/R . (See Fig. 2). In this section, the critical load are presented in Fig. 9 and Fig. 10 relative to $N_0 = N_{x,cr}(\phi = 0^\circ, v_f = 0.45) = 5.1378 \text{ N/m}$, as a function of the curvature parameter h/R and fiber orientation, respectively.

4.1. Influence of curvature parameter h/R variation

Using the same FE model previously mentioned in section 2, the curvature parameter h/R is introduced as a geometry parameter. Considering $h/R=0$ as a completely flat panel and $h/R=1$ as a cylindrical curved panel, the relation between the critical buckling load and h/R is shown in Fig. 9.

One of the most significant results is the fact that just increasing h/R a 10%, the critical buckling load is increased 100 or 200 times its value. Moreover, it is important to remark that the increment of the critical buckling load respect to the h/R variation is more pronounced when h/R parameter rounds its minimum values. Different gradients are shown in Fig 9. It is also interesting to stand out the fact that the evolution of the critical buckling load respect of the increment of h/R is different. It depends on the fiber orientations (this fact will be analyzed in the next section).

Moreover the buckling shape mode is also affected by the panel curvature. The fact of increasing h/R has the result of increasing the number of half waves in the cylinder axis direction while h/R value is between $h/R=0$ and $h/R=0.1$. However, from $h/R=0.1$ to $h/R=1$, the half waves are expanded over all the shape, as is shown on the following Fig. 10 in the circumferential axis direction.

4.2. Influence of fiber orientation

The critical buckling load of a composite plate under compression showed a remarkable for having a maximum when the fiber orientation was around the 45 degrees. However, if we observe Fig. 11, when the curvature parameter increases, the maximum value of the critical buckling load as a function of the fiber orientation changes completely. On one hand, values of h/R close to 0 (i.e. flat panels) has the maximum critical buckling load for orientations between 30 and 45 degrees. On the other hand, values of h/R close to 1 (i.e. cylindrical panels) has the maximum critical buckling load for fiber orientation of 0 and 90 degrees.

5. CONCLUSIONS

This work studied the influence of micromechanics (i.e. fiber orientation relative to axial direction, fiber aspect ratio and fiber volume fraction) in the critical buckling load of fiber-reinforced plates and curved panels. A linear buckling FEA considering two micromechanical models for continuous and short fiber reinforced composites has been used to compute the critical buckling load and buckling mode shapes of different composite panels. The results presented show significant influence of micromechanics in the stability of these complex structural systems. So its effect can be essential for structural design.

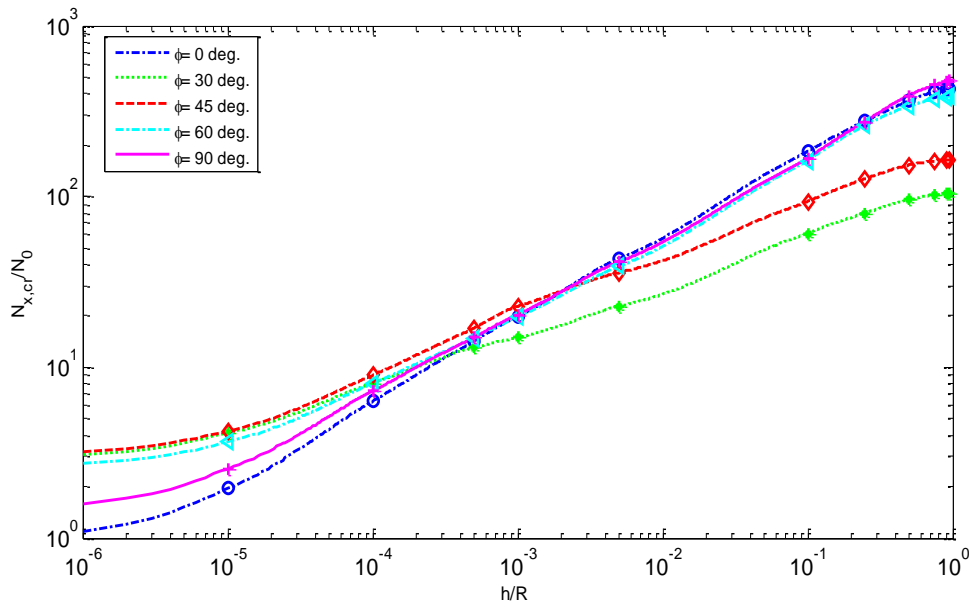


Figure 9. Influence of the curvature parameter h/R on buckling load.

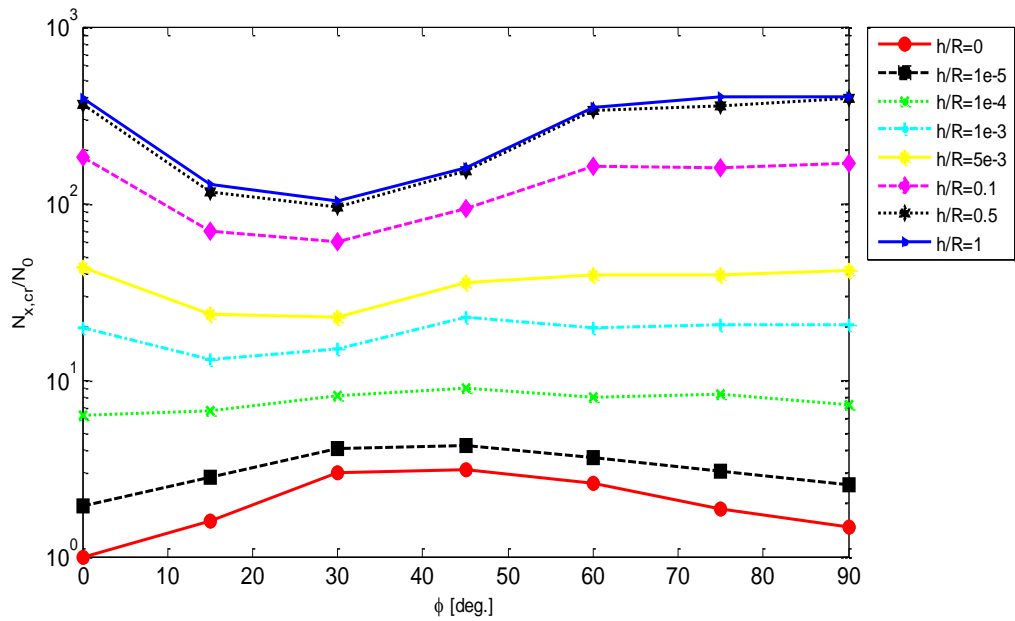


Figure 10. Influence of fiber orientation on curved panels critical buckling load.

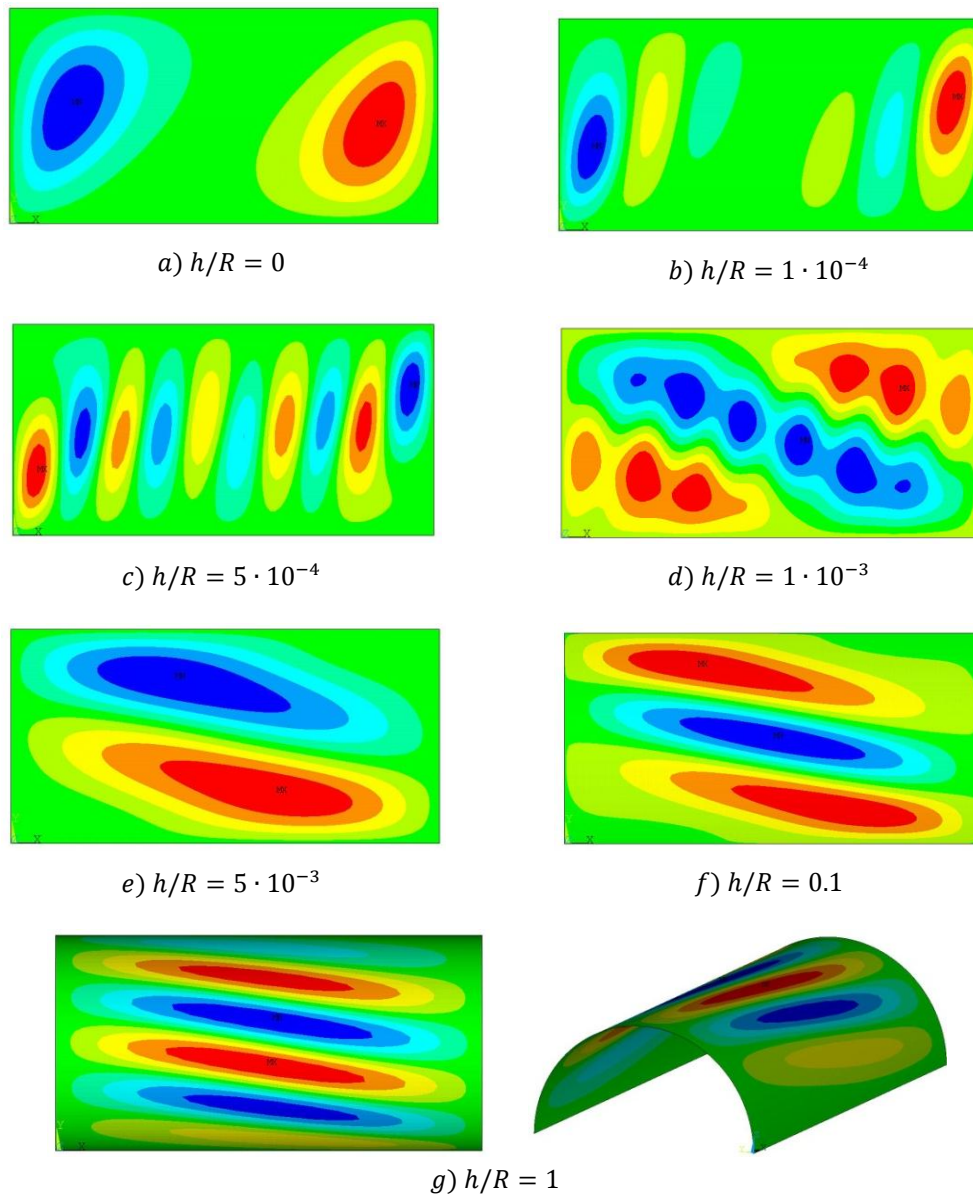


Figure 11. Buckling mode shapes for $\nu_f = 0.45$ and several h/R values.

ACKNOWLEDGEMENTS

The research leading to these results has received funding from the Ministerio de Ciencia e Innovación (Spain) and by the Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa, Junta de Andalucía (Spain), through the research projects: DPI2013-43267-P and P12-TEP-2546, respectively.

APPENDIX A. Micromechanics equations for continuous fiber-reinforced materials

Expressions of Hopkins and Chamis [4,5] for the micromechanics approach of the elastic constants:

$$E_1 = E_{f1}v_f + E_m v_m \quad (1)$$

$$E_2 = \left(\frac{\sqrt{v_f}}{E_{b2}} + \frac{1 - \sqrt{v_f}}{E_m} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$G_{12} = \left(\frac{\sqrt{v_f}}{G_{b12}} + \frac{1 - \sqrt{v_f}}{G_m} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$G_{23} = \left(\frac{\sqrt{v_f}}{G_{b23}} + \frac{1 - \sqrt{v_f}}{G_m} \right)^{-1} \quad (4)$$

$$\nu_{12} = \nu_{f12}v_f + \nu_m v_m \quad (5)$$

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{2G_{23}} - 1 \quad (6)$$

being

$$E_{b2} = \sqrt{v_f}E_{f2} + (1 - \sqrt{v_f})E_m \quad (7)$$

$$G_{b12} = \sqrt{v_f}G_{f12} + (1 - \sqrt{v_f})G_m \quad (8)$$

$$G_{b23} = \sqrt{v_f}G_{f23} + (1 - \sqrt{v_f})G_m \quad (9)$$

APPENDIX B. Micromechanics equations for short fiber-reinforced materials

Expressions of Halpin-Tsai [6] for the micromechanics approach of the elastic constants:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{1 + \xi\eta v_f}{1 - \eta v_f} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{P_f}{P_m}\right) - 1}{\left(\frac{P_f}{P_m}\right) + \xi} \quad (12)$$

where:

- P : Laminate properties such as E_1, E_2, G_{12}, G_{23} and ν_{23} .
- P_f : Reinforcement properties like E_{f1}, G_{f12}, G_{f23} y ν_{f23} .
- P_m : Matrix properties like E_m, G_m y ν_m .
- ξ : Non dimensional empirical parameter that takes into account the geometry of the reinforcement, the volume package fraction and boundary conditions.
- ν_f : Fiber volumen fraction .

REFERENCES

- [1] Bank, L.C. (2006). *Composites for Construction - Structural Design with FRP Materials*, John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Rikards, R., Chate, A. y Ozolinsh, O.(2001). Analysis for buckling and vibrations of composite stiffened shells and plates. *Composite Structures*, 51, pp. 361-370.
- [3] Mallela, U.K. y Upadhyay, A.(2006). Buckling of laminated composite stiffened panels subjected to in-plane shear: A parametric study. *Thin-Walled Structures*, 44, pp. 354-361.
- [4] Kollar, L.P. y Springer, G. S.(2009). *Mechanics of Composite Structures*. Cambridge University Press.
- [5] Hopkins, D.A., Chamis, C.C.A. (1988). Unique set of micromechanics equations for high temperature metal matrix composites. In: *Testing Technology of Metal Matrix Composites*, ASTM STP 964. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 159-176.
- [6] Tucker, C. L. y Liang, E. (1999). Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation. *Composite Science and Technology*, 59, pp. 655-671.
- [7] Kaddour, A.S., Hinton, M. J. (2012). Input data for test cases used in benchmarking triaxial failure theories of composites, *Composite Materials*, 54, pp. 2295-2312.
- [8] Maurin, R., Davies, P., Baral, N. Baley, C. (2008). Transverse Properties of Carbon Fibres by Nano-Indentation and Micromechanics, *Applied Composite Materials*, 15, pp. 61-73.

Linearly elastic seismic evaluation of masonry historical buildings in Santiago, Chile: The case of the Pereira Palace

Valledor, Roberto¹; López-García, Diego²; Sandoval, Cristián³

ABSTRACT

Seismic assessment of the Pereira Palace by means of linear elastic analysis using finite elements techniques is the purpose of this work. Three static analysis based on the provisions of the current Chilean seismic code were performed, along with modal spectral and time-history analyses (response-spectrum-compatible records). Aiming to obtain from the analysis the same shear strain distribution and the current deteriorated building conditions, acceleration records experienced by the building on February 2010 were also used. Maximum shear stress obtained on the masonry elements were compared against an experimental value obtained from an in-situ test. The results obtained provide a first approach to the diagnosis of the building performance while proving the limitations and gaps on the current codes with respect to the seismic evaluation of these types of buildings.

Keywords: seismic analysis, historical buildings, linear analysis

1. INTRODUCCIÓN

Producto de los terremotos ocurridos en Chile en las últimas décadas muchas construcciones históricas y tradicionales de mampostería han sufrido daños severos [1]. Estos eventos han puesto de manifiesto la necesidad de mejorar el comportamiento sísmico de dichas construcciones, muchas de ellas parte del patrimonio arquitectónico local. Sin embargo, la normativa sísmica chilena actual [2], principalmente orientada al diseño de construcciones convencionales, no contiene criterios específicos de diseño y evaluación para construcciones históricas. La falta de criterios específicos para estas tipologías constructivas en la normativa chilena ha llevado esencialmente a dos escenarios: (1) abandono o falta de mantención de las estructuras por ausencia de estudios apropiados, y (2) adaptaciones de las estructuras a los criterios de la normativa sísmica actual mediante la introducción de elementos de hormigón armado o de acero estructural.

En este contexto, este artículo presenta los resultados preliminares de la evaluación sísmica llevada a cabo sobre la estructura del edificio histórico *Palacio Pereira*, ubicado en Santiago, Chile, como caso de estudio. El *Palacio Pereira*, cuya construcción data de 1872, es un edificio de mampostería simple de dos niveles con muros de 60 cm de espesor severamente dañado luego de los terremotos del 3 de marzo de 1985 (Mw 8.0) y del 27 de febrero de 2010 (Mw 8.8). La falta de mantención y de adecuadas reparaciones, así como las debilidades y/o deficiencias en el diseño original del edificio (falta de

¹ Department of Structural and Geotechnical Engineering. Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago, Chile. rivalled@puc.cl

² Department of Structural and Geotechnical Engineering. Pontificia Universidad Católica de Chile. National Research Center for Integrated Natural Disaster Management CONICYT/FONDAP/15110017, Santiago, Chile. dlq@ing.puc.cl

³ Department of Structural and Geotechnical Engineering and School of Architecture. Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago, Chile. csandoval@ing.puc.cl (Corresponding author)

diafragma rígido, empleo de muros esbeltos), han determinado la condición de deterioro que presenta en la actualidad. De forma general, los principales daños estructurales del *Palacio Pereira* están relacionados con la desconexión de muros perpendiculares, desplome de fachadas principales y fisuración de dinteles de puertas y ventanas, principalmente en sus fachadas principales.

El estudio preliminar de la estructura se desarrolló mediante la modelación por elementos finitos sometido a diversos análisis lineales elásticos, pese a que como es conocido este tipo de análisis es en principio inadecuado para simular el comportamiento de estructuras de mampostería [3]. Los análisis fueron desarrollados en base a la norma chilena de diseño sísmico de edificios [2]. Esta norma proporciona dos métodos para el análisis de estructuras convencionales: (1) análisis estático y (2) análisis modal espectral (AME). Sin embargo, la norma permite únicamente el análisis estático en estructuras de mampostería simple. Para evaluar la precisión de este análisis estático se implementaron dos AMEs, uno de ellos basado en el espectro de aceleración de la norma sísmica, y otro basado en el espectro de aceleración de movimientos sísmicos registrados durante el terremoto de Febrero de 2010 en lugares cercanos al lugar de emplazamiento del *Palacio Pereira*. Además, se realizaron análisis Tiempo-Historia (TH) con las mismas demandas empleadas en los AME, con el objetivo de considerar de manera más realista la demanda sísmica sobre la estructura y de detectar en cada instante de tiempo aquellas zonas en donde la resistencia de corte del material es superada.

Estos análisis fueron implementados en el software comercial *SAP2000* y procesados en un computador de uso comercial con el objetivo de emplear los mismos recursos computacionales (hardware y software) disponibles para cualquier oficina de cálculo, y de comparar los costos computacionales de cada tipo de análisis. Si bien los análisis linealmente elásticos empleados ofrecen un buen punto de partida para la etapa de diagnóstico, no predicen con precisión el estado actual de la estructura debido a que ésta claramente ha sufrido deformaciones inelásticas, las cuales serán descritas más adelante. Los resultados obtenidos en este artículo serán complementados y contrastados en una siguiente etapa de la investigación, en la cual se incorporarán modelos no lineales de análisis, modelos no lineales en las constitutivas de materiales, y acumulación de daño producto de la historia sísmica de la estructura.

2. EL PALACIO PEREIRA

2.1 Descripción arquitectónica

El Palacio Pereira fue proyectado por el arquitecto Francés Lucien Ambroise Hénault en 1872 por encargo de Luis Pereira Cotapos. Se desconoce la fecha de término, pero se estima que finalizó en 1874. Actualmente tiene una superficie de 2741 m² y su estilo arquitectónico es neoclásico francés. La fachada es un volumen continuo de dos pisos que alcanza los 14 metros de altura [4]. El palacio tiene declaratoria de monumento nacional desde el 28 de agosto de 1981. La Figura 1 muestra una vista general del edificio.



Figura 1: Vista general del Palacio Pereira

La techumbre de las galerías principales son de estructura metálica, la cubierta de hierro galvanizado, el pavimento interior es de mármol así como también el revestimiento exterior del zócalo y las gradas. Para ornamentar los muros interiores y exteriores se empleó estuco, además de rejas de hierro forjado procedentes de Francia. Puertas talladas de roble y vidrios de colores terminaban de decorar la galería central.

2.2 Descripción Estructural

La estructura del Palacio está compuesta por muros de corte de mampostería de ladrillo cerámico de arcilla, no reforzada. Los muros tienen un espesor promedio de 70 cm en una de sus fachadas. Algunos muros interiores tienen un espesor de 60 cm. Estos muros son los que concentran la mayor parte de la masa del edificio y se apoyan sobre fundaciones corridas materializadas en piedra [5]. Los sistemas originales de piso estaban conformadas por un armazón de vigas principales de madera de roble americano mientras que la techumbre está conformada principalmente por cerchas de madera con cubierta metálica. Sobre las galerías principales y el crucero, la estructura de cubierta es metálica. Debido a esta estructuración, el edificio no cuenta con un sistema de diafragma rígido capaz de compatibilizar los desplazamientos horizontales de la estructura.

A lo largo de sus más de cien años, el Palacio Pereira ha sufrido constantes remodelaciones en sus recintos interiores, ampliaciones en el segundo piso y también apertura y modificaciones de muros. Estas modificaciones, impulsadas a causa de los distintos usos albergados por la estructura y a los diversos sismos sufridos, han alterado el comportamiento de la estructura y han contribuido a su constante deterioro.

2.3 Usos del edificio

Desde su construcción y hasta el año 1930, el Palacio albergó a la familia Pereira. En 1932 el edificio fue adquirido por el arzobispado de Santiago para instalar allí algunas oficinas administrativas hasta que finalmente lo vendió en 1942 a la Caja de Empleados Públicos, quienes lo emplearon para los mismos fines [6]. En 1960 se instaló una galería comercial que no tuvo éxito y cerró sus puertas al público al cabo de pocos meses.

En la década de 1960 el edificio fue arrendado por el Ministerio de Educación y comenzó a alojar el internado del Liceo N°3 de niñas. Es este uso el que mayor trascendencia tiene para la construcción por sus alteraciones en la estructura resistente. Se habilitaron nuevos recintos interiores para albergar más salas de clases, se cerraron accesos interiores y se borraron gran parte de las decoraciones interiores del palacio. Debido a los bajos recursos que la administración destinó al inmueble, el palacio

comenzó a deteriorarse. Quedaron a la vista las vigas en el segundo piso y comenzó a desaplomarse la fachada Oriente [7].

En 1968 el Liceo trasladó sus dependencias a otra comuna con lo cual el edificio dejó de albergar actividades regulares y pasó a ser utilizado por jóvenes estudiantes idealistas que impulsaban la revolución social de la época en Chile [8]. En 1973 el inmueble fue allanado por el ejército en búsqueda de armamento y un año más tarde, el 26 de noviembre de 1974, fue declarado monumento histórico nacional. Sin embargo, fue desafectado de dicha categoría el 22 de agosto de 1975 a petición de los propietarios producto del estado ruinoso en el cual se encontraba. Junto con la declaración de monumento histórico cesó cualquier tipo de actividad albergada por el Palacio y también cualquier tipo de mantención, lo que dio inicio a su deterioro progresivo.

2.4 Comportamiento sísmico histórico y condición actual

El Palacio ha debido soportar siete sismos con una magnitud sobre 7 en la escala de Richter. En particular, los sismos de septiembre de 1958, marzo de 1965, julio de 1971, marzo de 1985 y su réplica en abril, y febrero de 2010 y su réplica en marzo. Los terremotos de 1985 y de 2010 son los que más fuertemente han deteriorado la estructura. Estos eventos han provocado un daño progresivo de la estructura que se encuentra actualmente en pie.

Reportes indican que el terremoto de 1985 provocó el desplome de algunos muros y daño estructural en las fachadas [9]. El estado del ala norponiente era preocupante, por lo que se optó por demoler algunos de sus elementos. En total fueron 10 los recintos interiores que fueron demolidos luego del terremoto de 1985. Actualmente es posible apreciar las fundaciones de la zona demolida. La Figura 2 muestra una reconstitución tridimensional del Palacio a partir de un levantamiento "laserscan". En ella es posible apreciar la zona demolida (sector superior izquierdo de la figura).

En cuanto a la fachada Oriente, ésta se encuentra desaplomada alrededor de 20 cm en la cota superior del segundo piso. Esta situación ha provocado el desacople de algunos de los muros perpendiculares a la fachada, lo que debilita el apoyo en las losas y vigas de madera del segundo piso. Ello se traduce en grietas o la pérdida total del entablado de madera. Desde el interior del edificio se puede apreciar el desacople de los muros que llegan de forma perpendicular a dicha fachada. Por el interior se aprecia también la ausencia de gran parte de las losas y entablado de madera que se apoyan en dichos muros. Esta situación se puede apreciar en la Figura 3.

Los daños al interior de la construcción tienen relación con la inexistencia del entablado del segundo piso en gran parte de su planta, especialmente en las zonas aledañas a las fachadas y a aquellos muros desacoplados. Esto ha debilitado el comportamiento de diafragma flexible en dichas zonas, lo que impide compatibilizar los desplazamientos entre el mismo nivel de losa y a su vez impide la correcta distribución de esfuerzos a muros, machones y columnas. La Figura 4 muestra el daño existente en el entablado del segundo piso.

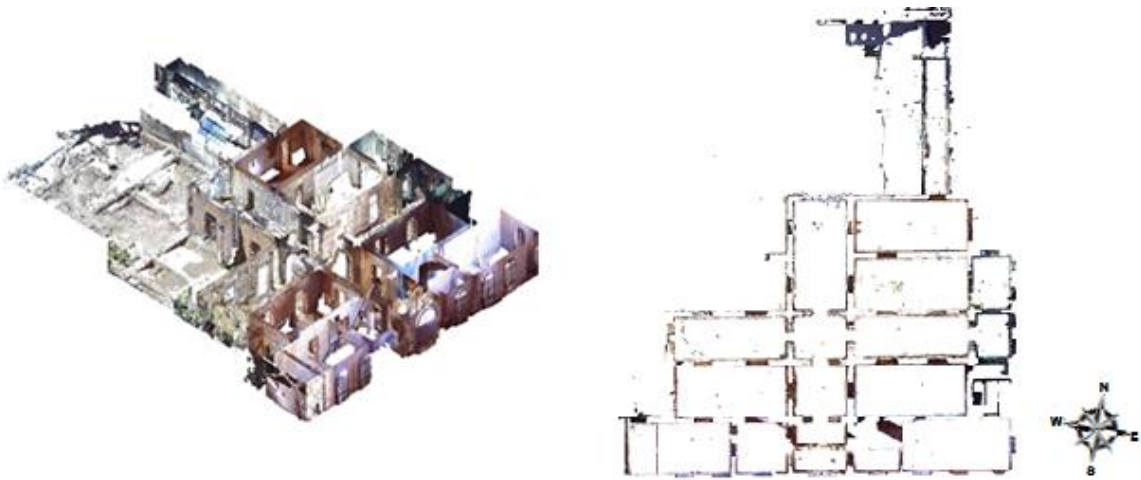


Figura 2: Reconstitución 3D del primer piso del Palacio Pereira y planta del primer piso.



Figura 3: Izquierda: Desacople de muros perpendiculares a fachada Este. Derecha: Rotura de losas en muros perpendiculares a fachada Este.



Figura 4: Daño en entablado de madera en losa del segundo piso.

Asimismo, dentro de los daños observados, se aprecia el colapso parcial o total de muros de grandes dimensiones que carecen de elementos horizontales que colaboren en su resistencia fuera del plano. Esto se repite tanto para muros de gran altura como en muros de gran longitud. La falla de este tipo se caracteriza por las grietas verticales que atraviesan la fábrica de mampostería. La Figura 5 muestra dos muros colapsados al interior del Palacio Pereira luego del terremoto de febrero de 2010. Este daño puede observarse en los recintos ubicados entre la galería en dirección este-oeste y la fachada de calle sur. Para impedir el colapso por volcamiento o vaciado de muros interiores del edificio se han ejecutado medidas de emergencia basadas en su apuntalamiento mediante cables y puntales de madera. En general, todos los muros apuntalados carecen de vigas o columnas que limiten su dimensión y que colaboren a su resistencia fuera del plano.



Figura 5: Grietas verticales y colapso del muro. Derecha: colapso de muro de 11.5 m de altura

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ANÁLISIS

3.1. Propiedades materiales adoptadas

La mampostería que compone los muros está constituida por ladrillos artesanales de arcilla de 60 cm de largo, ± 9 cm de alto y 20 cm de ancho cada unidad. Los ladrillos se encuentran unidos por mortero confeccionado en base a cal, arena y cemento.

Los ladrillos que componen la mampostería fueron ensayados a compresión uniaxial de acuerdo con la norma chilena NCh 167 [10], resultando en una resistencia a la compresión de $f_b = 5.2$ MPa. Además, las unidades de ladrillo muestran un porcentaje de absorción de agua de 18.2% según la misma norma.

Ante la imposibilidad de llevar a cabo un ensayo de laboratorio o ensayo in-situ para caracterizar las propiedades medias a compresión de la mampostería, se han adoptado valores a partir de relaciones sugeridas de la literatura. La resistencia a compresión de la mampostería f_k se estimó como la resistencia promedio luego de aplicar la Eq. (1) propuesta por Monk [12] y la Eq. (2) propuesta por la norma ACI 530 [13], ambas expresiones basadas únicamente en la resistencia a compresión del ladrillo f_b . Por su parte, el módulo de Young (E_k) de la mampostería se estima mediante la Eq. (3) propuesta por Kaushik [11], donde f_k corresponde a la resistencia a la compresión del compuesto.

$$f_k = -0,0015f_b^2 + 0,5228f_b \quad (1)$$

$$f_k = 2,8 + 0,2f_b \quad (2)$$

$$E_k = 550f_k \quad (3)$$

La resistencia al corte de la mampostería se ha determinado mediante un ensayo de corte in-situ. Dicho ensayo consistió en la aplicación de una carga cuasi-estática controlada en el punto medio de un machón interior del primer piso de la estructura. Para llevar a cabo el ensayo se generó un espécimen de geometría rectangular, de 2 m de alto por 1 m de ancho, con un espesor aproximado de 650 mm y construido por aparejos de hiladas trabadas en doble capa. La Figura 6 muestra el montaje del ensayo de corte, mientras la Figura 7 muestra la curva tensión-distorsión angular obtenida luego del ensayo. De dicho ensayo se ha adoptado 0.23 MPa como el valor de resistencia máxima a corte de la mampostería del edificio. La Tabla 1 resume las principales propiedades mecánicas usadas en los análisis.



Figura 6: Ensayo de corte in-situ al interior de la estructura

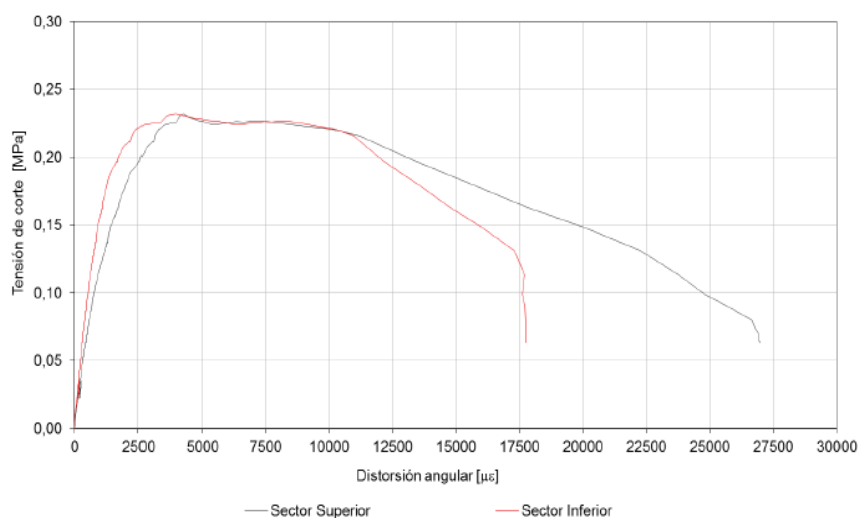


Figura 7: Curva tensión de corte-Distorsión angular del ensayo de corte en terreno

Tabla 1. Propiedades mecánicas empleadas en el modelo

Densidad (kg/m ³)	Módulo de Young (MPa)	Relación de Poisson	Tensión máxima de corte (MPa)	Amortiguamiento (%)	Resistencia a compresión de la mampostería [Mpa]
1800	1787,40	0,20	0,23	5,00	3,25

3.2 Modelo geométrico

Para el análisis lineal del Palacio Pereira se ha empleado el software comercial SAP2000. Se ha elegido este software por ser la herramienta más utilizada en las empresas dedicadas al análisis estructural y diseño de estructuras en Chile. La modelación se realiza mediante elementos *shell* de concreto con las propiedades elásticas de la mampostería.

Se emplea la técnica de Elementos Finitos para capturar la deformación y las tensiones en los elementos tipo *shell*. El refinamiento de la malla de Elementos Finitos se realizó de manera manual de tal forma de obtener una discretización simétrica en pórticos y dinteles. Se emplearon elementos cuadriláteros de cuatro nodos tanto en muros como dinteles. Para reducir el costo computacional del modelo, se ha empleado una discretización de la malla de Elementos Finitos más gruesa en los muros de la estructura. La discretización empleada en muros fue de un tamaño promedio de elemento de 60x80 cm, y la empleada en pórticos y dinteles de un tamaño promedio de elementos de 20x25 cm. El modelo de la estructura emplea un total de 29060 elementos *shell*. La Figura 8 muestra la discretización de muros y dinteles realizada en una elevación interior de la estructura.

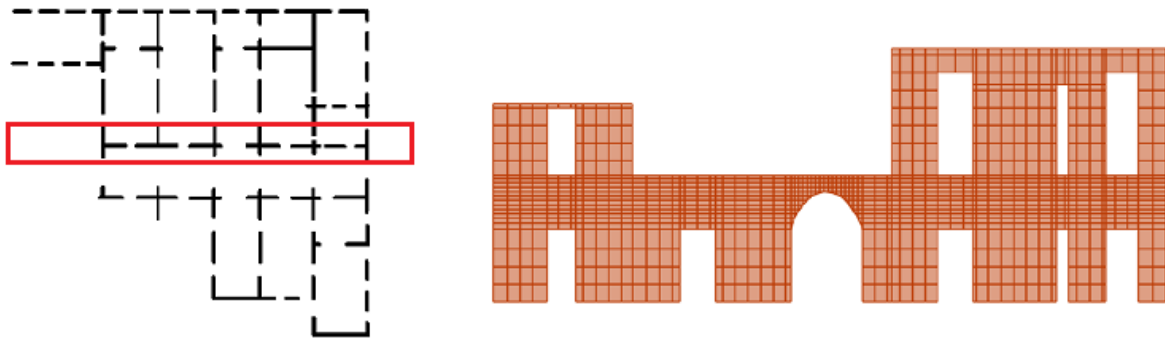


Figura 8: Izquierda: Planta del primer piso del Palacio Pereira. Derecha: Discretización empleada en muro de galería central

3.3 Planteamiento de los análisis

Con el objetivo de desarrollar un diagnóstico de la estructura y de obtener conclusiones preliminares acerca de su condición actual, se realizaron diversos análisis elásticos lineales ante diversas sollicitaciones sísmicas. Con el objetivo de estudiar la fiabilidad de las herramientas de análisis propuestas por la norma [2], aplicadas a estructuras patrimoniales de mampostería, se realizó un análisis estático aplicando las sollicitaciones indicadas en dicha norma. Además se proponen dos

métodos de análisis estáticos adicionales. En estos análisis la solicitación sísmica se modeló como fuerzas estáticas equivalentes obtenidas a partir del peso sísmico de la estructura, según lo indicado en las disposiciones de la normativa sísmica chilena.

Para obtener una representación computacional del estado de deformación de la estructura a causa de un sismo real, se realizó un AME considerando el espectro de respuesta del registro obtenido en la estación Santiago Centro durante el terremoto de febrero de 2010. Además, para comparar los resultados y la facilidad de implementación del AME con los de los métodos estáticos, se realizó un segundo AME, esta vez considerando el espectro de respuesta estipulado en la norma chilena de diseño sísmico de edificios. Los AMEs realizados permiten predecir de mejor manera el comportamiento tridimensional de la estructura. Para reducir los costos computacionales, se consideraron 60 modos de vibración, los cuales representan aproximadamente el 75% de la masa traslacional de la estructura, tanto en la dirección Este-Oeste como en la dirección Norte-Sur.

Con el objetivo de validar al AME como una herramienta fiable para el estudio de estructuras patrimoniales de mampostería, se realizaron dos análisis TH que permiten representar de mejor manera la respuesta de la estructura ante solicitaciones sísmicas. Para una comparación válida de los resultados obtenidos mediante AME y TH, se empleó primero un registro sísmico compatible con el espectro de aceleraciones de la norma chilena de diseño sísmico de edificios, y se empleó luego el registro de aceleraciones obtenido en la estación Santiago Centro en el terremoto de febrero de 2010.

En cada uno de los análisis realizados se comparó la distribución de tensiones de corte predicha por el modelo con la resistencia máxima de corte de la mampostería obtenida experimentalmente. En los lugares donde la tensión de corte predicha supera el valor de la resistencia de corte experimental, cabría esperar un estado fisurado de la estructura. Como resultado, se realizó un análisis comparativo entre las zonas de tensión de corte superior a $0,23 \text{ N/mm}^2$ y el estado fisurado de la estructura. Esta comparación permitió valorar la capacidad de diagnóstico de cada uno de los métodos de análisis tanto cuantitativa como cualitativamente.

4. ANÁLISIS ESTÁTICO

La norma chilena de diseño sísmico de edificios [2] exige aplicar una fuerza estática equivalente en los centros de masa de cada uno de los niveles de la estructura. Este procedimiento es realista en el caso de estructuras con presencia de diafragma rígido, en las cuales la carga pueda ser capturada por todos los muros que se encuentran adheridos al diafragma. En el caso de la estructura considerada en este estudio, al no poseer diafragma rígido la carga es resistida en su totalidad por el muro más cercano al centro de masa, lo cual por supuesto no es realista en absoluto y entrega resultados que carecen de sentido. En consecuencia, se descarta el uso de método indicado en [2], y se proponen 3 alternativas de análisis:

1. Método de Fuerzas Nodales: En este método se realiza la asignación de las cargas a todos los nodos del modelo. Con este método, la fuerza en cada dirección del sismo se divide por el total de nodos de los elementos *shell* que se encuentran en la misma dirección de análisis. Luego, cada nodo en la dirección resistente es cargado con la fuerza determinada. Éste método supone una distribución de carga homogénea 2D según el tamaño del elemento y tiene la ventaja de prescindir de la rigidez de cada elemento estructural. Un ejemplo de resultados obtenidos mediante este análisis se ilustra en la Figura 9b.
2. Método de las Fuerzas Distribuidas: En este método se realiza la asignación de la carga estática equivalente como una carga lineal distribuida aplicada en la cota de cada piso. Para cada eje

resistente se determina la rigidez de cada uno de los dos pisos. La rigidez de cada muro se determina, aplicando una fuerza horizontal V_i en cada cota de piso y determinando el desplazamiento δ_i de cada piso. La rigidez para el primer piso queda definida por la Eq. (4), mientras que la rigidez del segundo piso queda definida por la Eq. (5).

$$K_1 = \frac{V_1 + V_2}{\delta_1} \quad (4)$$

$$K_2 = \frac{V_2}{\delta_2 - \delta_1} \quad (5)$$

En donde δ_i es el desplazamiento horizontal del nodo central del muro en la cota del piso i . A continuación, se calcula la fuerza que debe resistir cada muro distribuyendo la fuerza indicada por [2] según la rigidez de cada muro. Un ejemplo de resultados obtenidos mediante este análisis se ilustra en la Figura 9a.

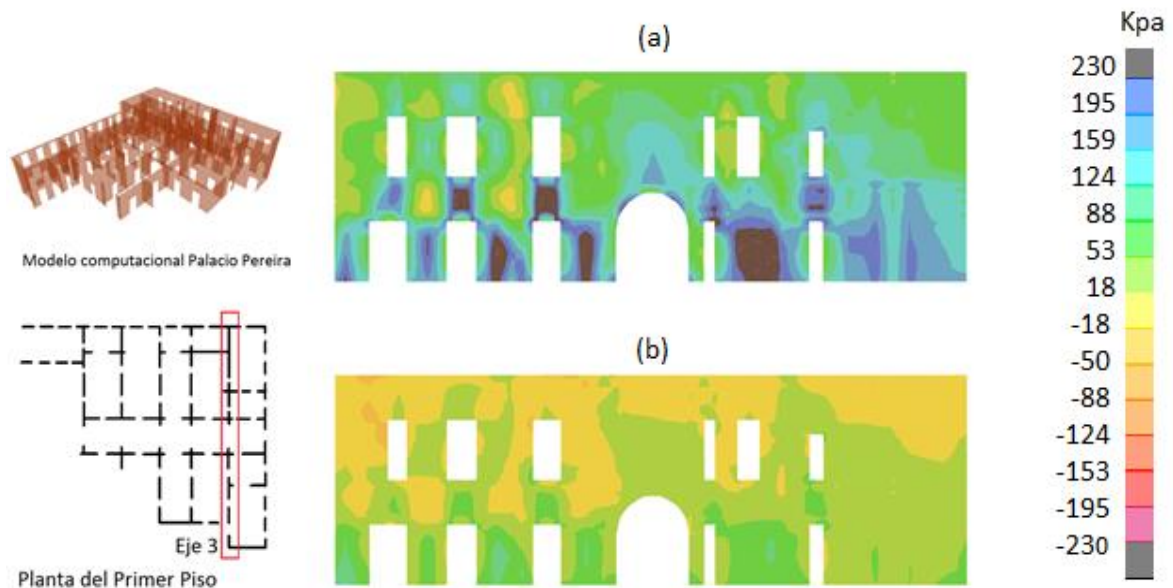


Figura 9: Tensiones de corte en los muros del eje 3: (a) Método de Fuerza Distribuida y (b) Método de Fuerzas Nodales. El color negro indica las zonas en donde las tensiones de corte superan la resistencia del material.

3. **Método de las Tensiones Admisibles:** Mediante este método se calcula el corte que resiste cada muro del primer piso, en base a la ponderación del área de cada muro sobre el área total de muros en cada dirección. A continuación se obtiene la tensión de corte, dividiendo la fuerza por el área del muro. Esta tensión de corte es comparada con la tensión de corte resistente del material para verificar si el muro es capaz de resistir las solicitaciones.

Para representar la rigidez al corte de cada muro, se asumió un *stick-model* de la estructura. De esta manera la rigidez al corte queda determinada por la Eq. (6), que es función del módulo de

elasticidad del material (E) y de las propiedades geométricas del muro, espesor (t), largo (L) y altura (H).

$$k_s = \frac{E \cdot t}{4\left(\frac{H}{L}\right)^3 + 3\left(\frac{H}{L}\right)} \quad (6)$$

Los resultados obtenidos son tabulados y comparados con la tensión máxima de corte del material. Se indica para cada muro además un factor de utilización, el cual indica la relación entre demanda y resistencia, tal como se expone a modo de ejemplo en la Tabla 2. De acuerdo con este método y a un sistema de identificación de los muros que aquí no se explicita, los muros 6 y 7 han superado la resistencia al corte, por lo que se esperaba daño en tales muros.

Tabla 2: Propiedades y demanda sobre los muros del eje 3 por método de tensiones admisibles

Muro	Rigidez al corte [tonf/m]	Fuerza [tonf]	Tensión [Mpa]	Factor de Utilización
1	9.82	6.05	0.05	0.22
2	14.30	8.82	0.06	0.28
3	37.37	23.04	0.12	0.51
4	35.25	21.74	0.11	0.50
5	0.86	0.53	0.01	0.04
6	130.37	80.40	0.25	1.07
7	302.17	186.35	0.38	1.63

5. ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL (AME)

5.1 AME considerando el espectro de la normativa chilena

Se consideran las disposiciones de la norma chilena de diseño sísmico de edificios [2] en lo relativo al AME. Se consideran 3 espectros de respuesta. El primero de ellos se construye considerando un factor de reducción de la aceleración espectral $R^* = 1$, de manera de no reducir la aceleración espectral. Este espectro es aplicado tanto en la dirección Norte-Sur como en la dirección Este-Oeste del modelo, lo que corresponde a las dos direcciones principales del edificio. Los otros dos espectros fueron calculados siguiendo la expresión (6-10) de la norma chilena de diseño sísmico de edificios [2] que realiza la corrección del espectro mediante el factor de reducción de la aceleración espectral, que se calcula según la Eq. (7). En esta ecuación T^* es el período del modo con mayor masa traslacional equivalente en la dirección de análisis, T_o es un parámetro que depende del tipo de suelo de fundación y R_o es un factor de modificación de la respuesta estructural para el AME.

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0.1T_o + \frac{T^*}{R_o}} \quad (7)$$

Los factores empleados en la Eq. (7) corresponden a la categoría de suelo B, según la norma chilena de diseño sísmico de edificios. En ambos casos se emplea un factor de reducción de modificación de respuesta $R_o = 2$ según norma [2], el parámetro $T_o = 0.3$, que corresponde a los parámetros para un suelo con $V_{s30} \geq 500$ m/s y a una resistencia de compresión simple del suelo $q_u \geq 0.3$ Mpa. La Figura

10 muestra un segmento continuo de los espectros de respuesta empleados para este análisis en cada dirección.

Los cortes basales obtenidos deben estar acotados por el máximo y por el mínimo estipulado por la norma. En este caso, tanto el espectro reducido en dirección X, como en dirección Y, quedan acotados por estos valores, por lo que no es necesario modificar las solicitaciones de los elementos. Para el espectro sin reducir, es decir con $R^* = 1$, se decidió no acotarlo por lo estipulado por la norma.

5.2 AME considerando el espectro de respuesta del registro obtenido en Santiago Centro 2010

Con el objetivo de predecir el estado de daño actual del Palacio Pereira se ha decidido aplicar el espectro de respuesta de un sismo que haya afectado al edificio. El espectro escogido corresponde al del terremoto de febrero de 2010, registrado en la estación de Santiago Centro, cuya ubicación es muy cercana al lugar de emplazamiento del edificio. Los espectros de respuesta, para cada dirección de análisis se ilustran en línea segmentada en la Figura 10 , junto con los espectros de respuesta compatibles con la norma chilena de diseño sísmico de edificios.

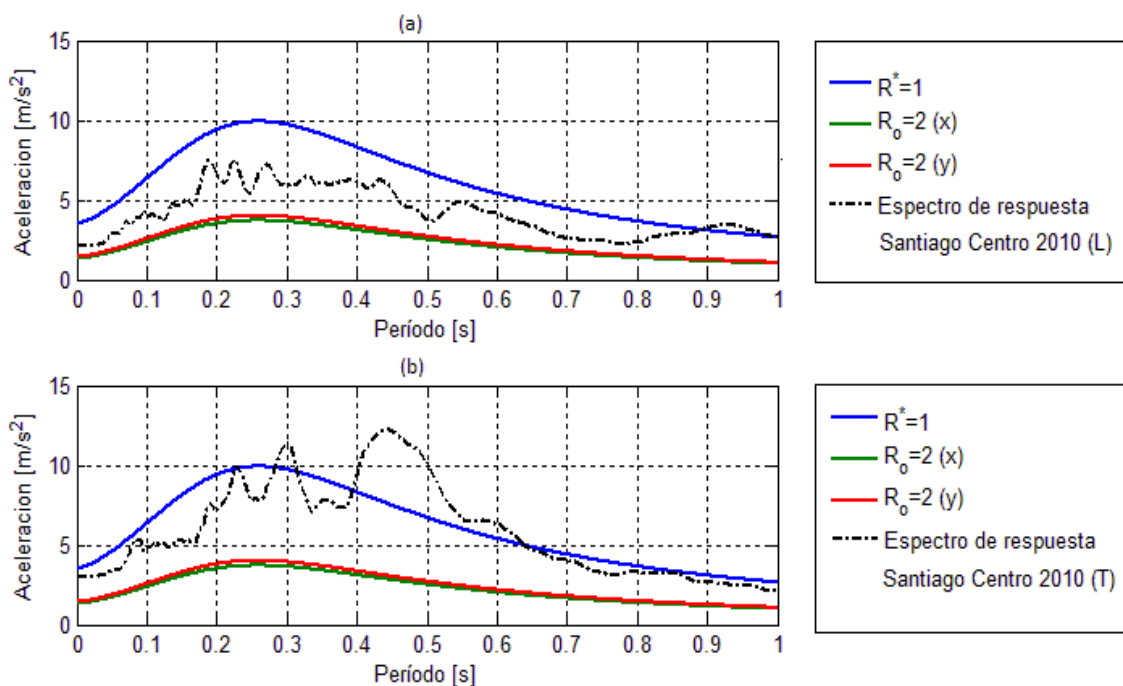


Figura 10: Espectros de aceleración empleados en AME y en análisis TH. En segmento continuo se grafican los espectros de la norma NCh433 [2] y en segmento entre cortado los espectros de respuesta del terremoto del 27 de febrero, estación Santiago Centro: (a) Dirección Longitudinal; (b) Dirección Transversal

El espectro de respuesta obtenido en la dirección longitudinal se aplica de manera que sea coincidente con el eje Y, lo que corresponde al eje paralelo a la dirección Este-Oeste del modelo. Por otro lado se aplica el espectro de respuesta en dirección transversal de manera que sea coincidente con la dirección Norte-Sur. Estos espectros fueron aplicados de manera independiente y también de forma simultánea.

6. ANÁLISIS TIEMPO-HISTORIA (TH)

Con el propósito de evaluar la idoneidad de los resultados del AME en estructuras de mampostería sin diafragma rígido, se ha sometido la estructura a diversos análisis TH.

6.1. Análisis TH considerando registros modificados:

Se realiza un análisis TH lineal al Palacio Pereira empleando dos registros basados en los registros obtenidos en la estación de Santiago Centro durante el terremoto de febrero de 2010. Los registros empleados son:

1. Santiago centro (l) modificado: Corresponde a la componente longitudinal del registro de Santiago centro. Este registro fue modificado de tal manera que el espectro de respuesta es compatible con el espectro de aceleraciones empleado en el AME para $R^* = 1$.
2. Santiago centro (t) modificado: Corresponde a la componente transversal del registro de Santiago centro. Este registro también fue modificado de tal manera que el espectro de respuesta es compatible con el espectro de aceleraciones empleado en el AME para $R^* = 1$.

En la Figura 11: Registros de aceleraciones modificados del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centrose muestran los registros empleados:

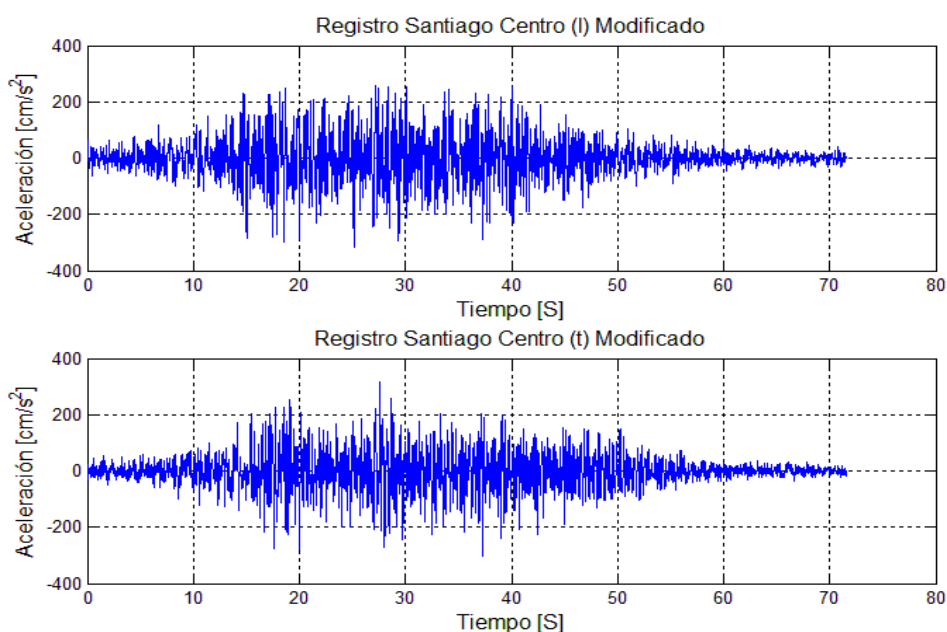


Figura 11: Registros de aceleraciones modificados del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centro

Ambos registros se aplican de manera independiente en la dirección Norte-Sur y en la dirección Este-Oeste. Se emplea para todos ellos un paso de tiempo de 0.005 y 14323 intervalos de tiempo. Se emplea integración modal con el mismo número de modos empleados en el AME. La Figura 12 muestra las tensiones de corte luego de aplicar el registro modificado en la dirección Este-Oeste al Palacio Pereira. En dicha figura es posible observar aquellos elementos en donde se supera la resistencia al corte (zonas de color negro) y, por tanto, cabría esperar daño.

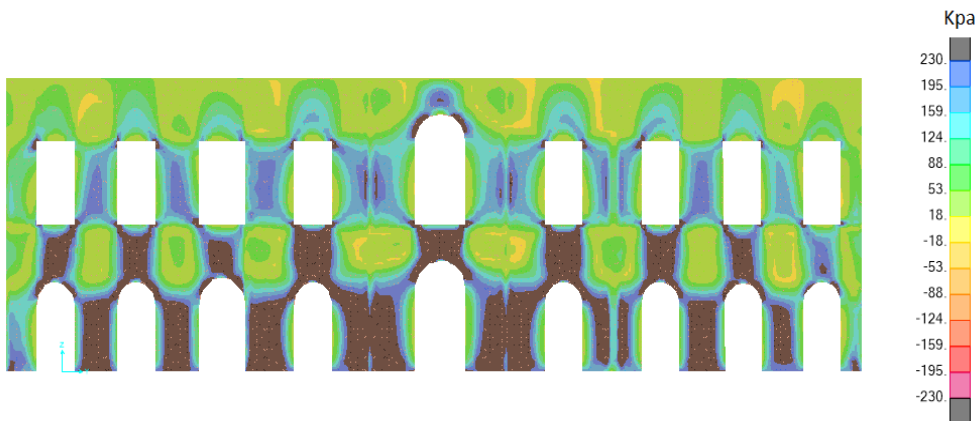


Figura 12: Envolvente de las tensiones de corte en fachada Norte producto de análisis Tiempo Historia

6.2 Análisis TH considerando el registro de Santiago Centro 2010

Con el fin de representar computacionalmente el daño real del edificio en la actualidad, se desarrolla un análisis TH con los registros obtenidos durante el terremoto de febrero de 2010 en la estación de Santiago Centro. En la Figura 13 se muestran los registros empleados para el análisis:

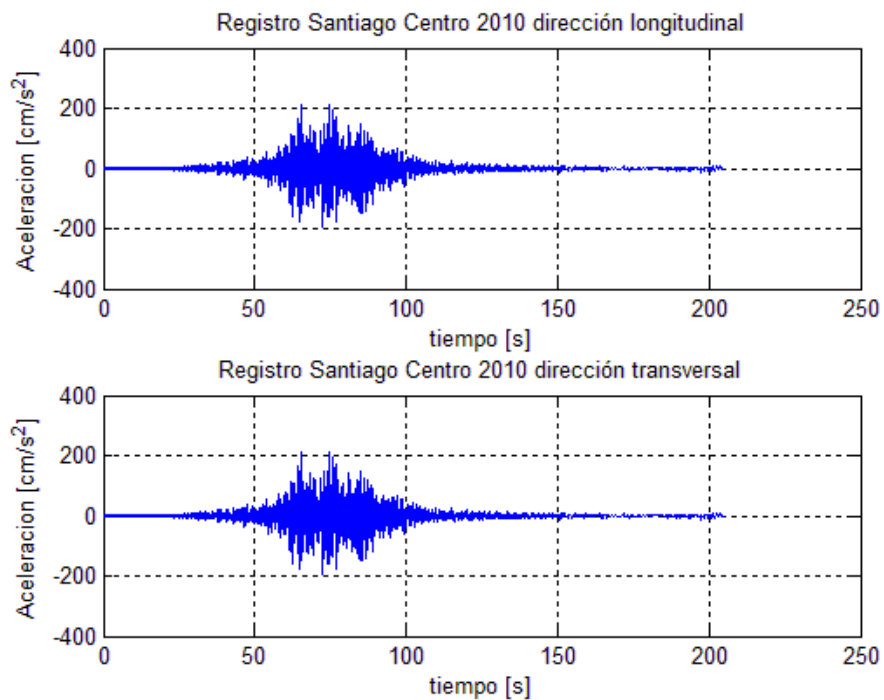


Figura 13: Registros de aceleración del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centro

Se aplica el registro Santiago Centro dirección longitudinal de manera que sea coincidente con la dirección Este-Oeste. En simultáneo se aplica el registro en dirección transversal de manera que sea coincidente con la dirección Norte-Sur. En orden a reducir el costo computacional del análisis, se realiza integración modal empleando 60 modos, al igual que el AME. La Figura 14 muestra resultados del

análisis TH con el registro de aceleración del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centro. En negro se muestran aquellas zonas que han sobrepasado la tensión de corte máxima de 0.23 MPa.

Los resultados para el análisis TH se obtienen luego de 5 días de procesamiento del *software*, mientras que los resultados del AME se obtienen luego de 12 horas de procesamiento.

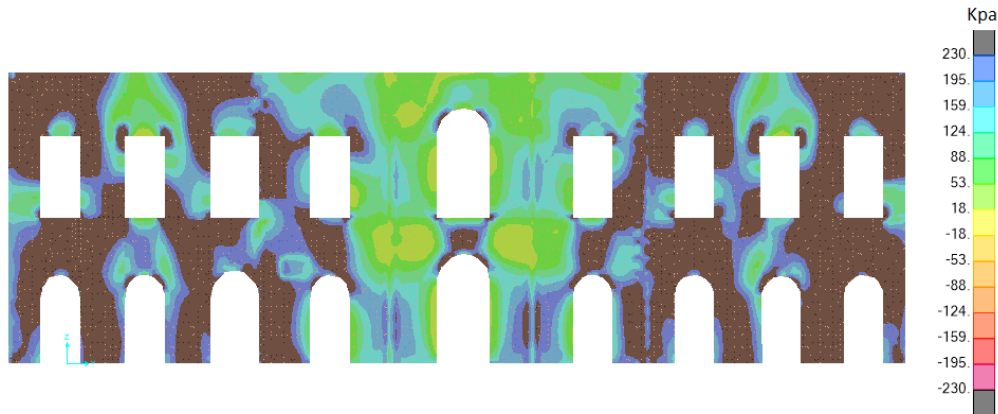


Figura 14: Envolvente de tensiones de corte. Resultados análisis TH para registro de aceleraciones del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centro.

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

7.1. Estimación de zonas con daño y comparación de métodos

En general y de acuerdo con los resultados obtenidos en la presente investigación, los métodos de análisis estáticos son más simples de implementar computacionalmente, y además son menos costosos que los métodos más avanzados, como el análisis TH. Sin embargo, los métodos estáticos no permiten visualizar el estado tensional de la estructura ni tampoco el comportamiento local en zonas interiores. Además, las tensiones obtenidas en los elementos estructurales con estos métodos no siempre son una buena aproximación a las tensiones reales. Se observó además que los resultados obtenidos mediante los tres métodos de análisis estáticos propuestos difieren entre sí en cuanto a las zonas en que se ve superada la tensión de corte y que por lo tanto se esperaba daño.

El método de las Fuerzas Distribuidas es más demandante computacionalmente en comparación al método de las Fuerzas Nodales. Sin embargo, el estado tensional predicho por este método muestra una mejor coherencia con el estado de daño actual de la estructura tanto en muros del primer piso, como en dinteles y marcos de puertas y ventanas. Además, el método de las Fuerzas Distribuidas tiene la ventaja que no requiere un refinamiento detallado de la malla de elementos finitos, lo que reduce el costo computacional del análisis. Por otro lado, el resultado de éste análisis se puede visualizar de manera gráfica, lo que no es posible mediante el método de las Tensiones Admisibles.

Por su parte, el método de las Tensiones Admisibles propone una aplicación simple para la verificación de las solicitaciones en los muros. Por un lado, éste método es de fácil implementación y de muy bajo costo computacional. Sin embargo, los resultados obtenidos en cuanto al daño esperado no siempre concuerdan con el estado real de la estructura. Por otro lado, los resultados no son detallados y sólo permite predecir el daño en aquellos elementos intensamente solicitados del primer piso. Además, mediante este método no es posible determinar qué zonas específicas de cada muro han sido dañadas. En un estudio de evaluación estructural, conocer el estado de tensiones en zonas irregulares como pórticos y dinteles debiera ser requerido.

Un análisis de los resultados obtenidos permite concluir que existe una buena correlación en términos cualitativos entre el AME y el método de las Fuerzas Nodales. Ambos predicen un estado de tensiones similar tanto en pórticos como en muros del primer piso. La mayor diferencia se observa en los muros y pórticos del segundo nivel, donde el AME es más exigente. En cuanto al método de las Fuerzas Distribuidas, éste no tiene una buena correlación con el AME. Éste último método estático solo predice el posible agrietamiento en algunos pórticos del primer piso. La Figura 15 compara el estado tensional obtenido mediante los métodos de análisis estáticos de (a) Fuerza Distribuida, (b) método de las Fuerzas Nodales y (c) método de AME.

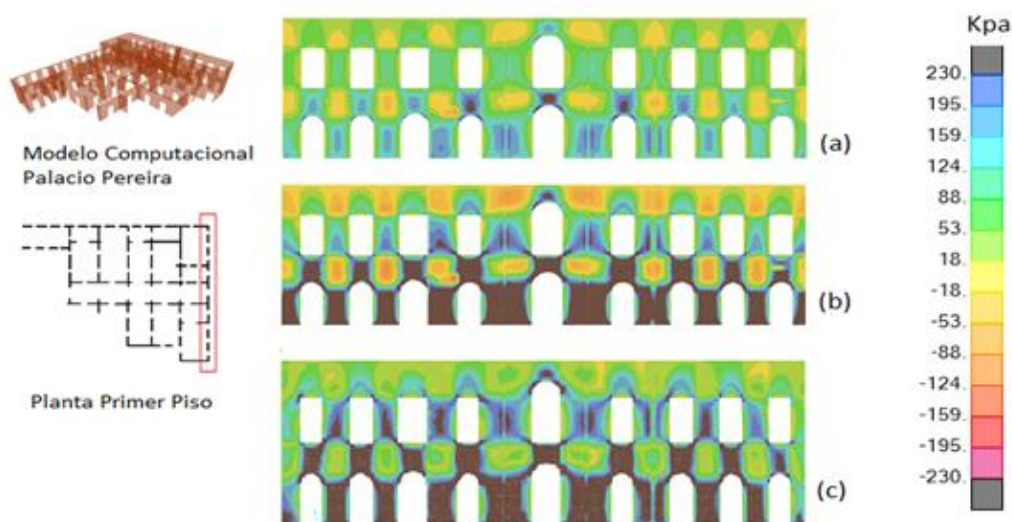


Figura 15: Envoltura de tensiones de corte en fachada Sur. Comparación de métodos de análisis estáticos con Análisis Modal Espectral. (a) Método de Fuerza Distribuida, (b) Método de Fuerzas Nodales, (c) AME

Si bien el método estático de las Fuerzas Nodales es capaz de predecir de buena manera aquellas zonas donde se espera agrietamiento de muros, los resultados en cuanto a las tensiones máximas obtenidas con el AME divergen. Mientras el AME presenta una tensión máxima de 630 Kpa, el método estático muestra una tensión máxima de 530 Kpa, lo que significa una diferencia de un 15%. Por otro lado, con el método de las Fuerzas Distribuidas, se obtiene una tensión máxima de corte de 445 Kpa, lo que corresponde a un 70% de la tensión máxima de corte obtenida mediante el análisis AME.

El AME, a diferencia de los análisis estáticos, permite capturar el comportamiento local de la estructura. Pese a que éste método predice un mayor daño al presentado actualmente por la estructura, sí permite incorporar efectos tridimensionales en la aplicación de aceleraciones biaxiales de la estructura. Además, el AME permite una mejor distribución de fuerzas en la estructuras en comparación con el análisis estático.

En cuanto a los resultados obtenidos con el análisis TH, estos presentan una buena correlación en cuanto al daño esperado y una buena correlación en términos cualitativos con el AME. En la Figura 16: Envoltura de tensiones de corte en fachada Sur para registro del terremoto de febrero de 2010, estación

Santiago Centro. Comparación de resultados entre (a) AME y (b) análisis es posible apreciar una mayor exigencia en las tensiones en el AME, cuya tensión máxima de corte sobrepasa en un 130% a la tensión máxima obtenida en el análisis Tiempo-Historia. En el AME se aprecia que gran parte de los pórticos y muros ha sobrepasado la tensión máxima de corte, mientras que el análisis TH muestra que dos pórticos del primer piso y dos del segundo piso no alcanzan la resistencia máxima de corte.

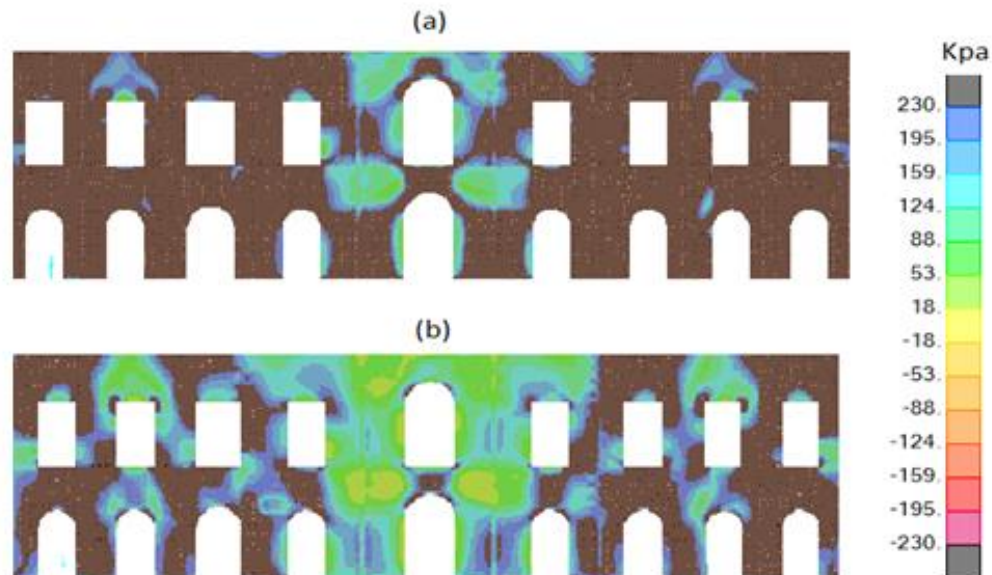


Figura 16: Envolvente de tensiones de corte en fachada Sur para registro del terremoto de febrero de 2010, estación Santiago Centro. Comparación de resultados entre (a) AME y (b) análisis TH

7.2 Costos computacionales

En cuanto a los costos computacionales asociados a los métodos de análisis, los que requieren menos recursos son los métodos estáticos. Si bien el más fácil de implementar es el método de las Tensiones Admisibles, es también el método que menos información entrega y que menor predicción de daño entrega. Por un lado el método de las Fuerzas Nodales será el más adecuado para el análisis de estructuras regulares, de muros continuos entre pisos y de fácil refinamiento de malla. Esto debido a la simplicidad de su implementación y a su alta sensibilidad al refinamiento de malla de elementos finitos. Por otro lado el método de las Fuerzas Distribuidas tiene ventajas para ser aplicado en estructuras irregulares en las cuales se presentan zonas que requieren de una discretización más reducida de malla. Sin embargo, este método requiere el cálculo previo de las rigideces para cada eje resistente de la estructura.

En cuanto al AME y al análisis TH, estos requieren de un elevado costo computacional al ser realizados en estructuras que carecen de diafragma rígido. Los análisis TH son los más demandantes y los más difíciles de implementar. Los resultados obtenidos muestran una buena correlación entre el AME y el análisis TH. Esto hace preferible el uso del AME cuando no se cuenta con los recursos computacionales adecuados.

Los resultados obtenidos muestran que los mayores costos computacionales de realizar un análisis TH se justifican al predecir con mayor exactitud el estado actual de la estructura. El análisis TH es menos exigente que el AME, pese a esta menor exigencia, ambos métodos de análisis predicen de buena manera el estado actual de la estructura.

8. CONCLUSIONES

En relación a las estructuras patrimoniales, la normativa chilena es muy limitada y no ofrece métodos de análisis para estas estructuras. En este contexto, el análisis de estructuras patrimoniales de mampostería es realizado comúnmente en base a la norma chilena de diseño sísmico de edificios [2]. Esta norma actualmente no sugiere el uso de técnicas de análisis más avanzadas como el AME o análisis TH en estructuras de mampostería patrimoniales, aun cuando la correlación de daños obtenida por estos métodos se acerca de mejor manera al estado actual de la estructura.

Los modelos de análisis empleados en este trabajo permiten evaluar a la normativa chilena actual en cuanto al análisis sísmico de estructuras de mampostería simple. Se observó que el método estático exigido por la normativa actual de diseño sísmico de edificios [2] no es una buena herramienta de análisis para estructuras que carecen de diafragma rígido ya que: (1) no es posible obtener el estado tensional de los elementos estructurales, (2) no permite asignar de manera exacta las fuerzas sísmicas en la estructura, (3) no hay redistribución de esfuerzos en aquellas zonas próximas a una falla y (4) tampoco permite, una vez calibrado el modelo, realizar estudios orientados a definir posibles estrategias de refuerzo.

Los resultados obtenidos mediante los análisis llevados a cabo en esta investigación no reflejan de manera precisa el estado de daño actual del Palacio Pereira. Dentro de las limitaciones de los modelos y análisis empleados están: (1) linealidad en los análisis realizados y en las relaciones constitutivas adoptadas, (2) la no acumulación del daño progresivo de la estructura, (3) solicitaciones sísmicas producto de un único terremoto y (4) bajos recursos computacionales disponibles. Sin embargo, ofrecen un buen punto de partida para evaluar las técnicas a emplear en la siguiente etapa de análisis debido a la simplicidad de estas técnicas en comparación con las más complejas. Por otro lado, permiten calibrar los modelos computacionales de manera iterativa con mayor agilidad que al realizar estudios más avanzados.

En cuanto a la linealidad de las relaciones constitutivas empleadas, esta no permite predecir el deterioro de zonas irregulares y complejas, como dinteles y pórticos, que son especialmente sensibles en estructuras de mampostería simple. Esta relación constitutiva lineal no permite una redistribución de esfuerzos, lo que vuelve errática la predicción del agrietamiento de la estructura. Sin embargo las relaciones constitutivas lineales se presentan como un primer acercamiento al estado actual de la estructura, permitiendo tener una noción preliminar de aquellas zonas más sensibles o vulnerables a experimentar daño en caso de sismos severos.

Los resultados preliminares aquí mostrados sugieren que el método AME se presenta como la mejor herramienta de análisis en casos de evaluación sísmica de una construcción de mampostería existente sin diafragma rígido. Su ventajas comparativas frente a los otros métodos de análisis son facilidad de implementación, buena coherencia entre la predicción de daño vs costo computacional, y posibilidad de evaluar por cada modo de vibración, el estado de tensiones en la estructura.

Para obtener un mayor detalle y una mejor correlación entre los daños obtenidos computacionalmente y los reales, se empleará en una segunda etapa de la investigación, modelos de tipo no lineal, considerando ecuaciones constitutivas apropiadas para representar el material.

REFERENCIAS:

- [1] D'Ayala, D., & Benzoni, G. (2012). Historic and traditional structures during the 2010 Chile earthquake: observations, codes, and conservation strategies. *Earthquake Spectra*, 28(S1), S425-S451.
- [2] Instituto Chileno de Normalización (2009). Norma Chilena Oficial NCh 433.Of1996 Modificada en 2009. Santiago, Chile.
- [3] Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., & Pela, L. (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advances approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 299-325.
- [4] Rojas, M., & Imas, F. (15 de Marzo de 2013). Brugmann Restauradores. Recuperado el 3 de Enero de 2015
- [5] De la Cerda, E. (2014). *Sostiene Pereira*. Santiago: Dirección de bibliotecas, archivos y museos.
- [6] Egaña, M. J. (2013). *Las más de siete vidas del Palacio Pereira*. (54).
- [7] Booth, R. (2014). *La ruina pedagógica*. En *Palacio Pereira: Historia de una recuperación patrimonial*. Santiago: Dirección de bibliotecas, archivos y museos.
- [8] Herman, P. (2001). *Arqchile*. Recuperado el 15 de Enero de 2014, de http://www.arqchile.cl/palacio_pereira.htm
- [9] Contreras, S. *Informe estado estructural*. En *Palacio Pereira: Historia de una recuperación patrimonial*. Santiago: Dirección de bibliotecas, archivos y museos.
- [10] Instituto Chileno de Normalización INN (2001). *Construcción Ladrillos Cerámicos-Ensayos*, NCh167Of.2001. Santiago. Chile.
- [11] Kaushik, H.B., Rai, D.C., & Jain, S.K. (2007) Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression. *Journal of materials in Civil Engineering*, 19(9), 728-739.
- [12] Monk, C. (1967). *A historical survey and analysis of the compressive strength of brick masonry*. Report. No.12, Structural Clay Products Research Foundation. Geneva, IL.
- [13] ACI 530 (1999) ACI committee 530. *Building code requirements for masonry structure*. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.

Mathematical Model for Soil-Structure-Interaction in inverted pendulum type structures

Hernández-Barríos, Hugo¹; Arce León, Carlos² and Rivera Vargas, Darío²

ABSTRACT

Considering that mass rotational inertia in a structure with an inverted pendulum shape increases period of vibration of structure. Such increase depends on location of mass center, on relation of considered mass inertia, on relation of rigidity between structure and foundation, and on relation of system stiffness. In this work expressions that allow to identify importance of such parameters are proposed, for cases in which the oscillator is supported on hard soil or soft soil. It is defined the magnitude error that occurs when not considering mass rotational inertia in calculation for period is defined.

keywords: Soil-structure interaction, inverted pendulum, bridge.

1. INTRODUCTION

Inverted pendulum type structures have three common characteristics: (1) the upper section mainly concentrates its mass, (2) the development of one single plastic articulation in a column is enough to produce its collapse, and (3) the influence of gravitational forces decreases its capacity to withstand lateral stress.

Flexural momentums at superior ends of columns in this type of structures have special concern. To a great extent its design is ruled by such moments induced by seismic loads, as well as in column as in pavement or cover.

In some of these type of structures, besides horizontal flexural moments also torsion arise in relation to an horizontal axe in roof system, both due to horizontal inertial strengths. By these reasons, specially as stability depends on resistance of one single plastic articulation, inverted pendulums had been very vulnerable to earthquakes [1].

If torsion effect is restricted, as occurs in viaduct type structures, the effect of rotational inertia around bridge longitudinal axe is more important than the one produced around vertical axe. If superstructure width is equal or greater than the height of column, mass center displacements of a column stack as depicted on Fig. 1, can have vertical axe displacements of superstructure which are

¹ Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. hugohernandezbarrios@yahoo.com.mx (Corresponding author)

² Departamento de Análisis de Riesgos Naturales y Antropogénicos, Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM, México. arce@apolo.acatlan.unam.mx / dario.arna@hotmail.com

compared in magnitude with lateral displacements. This system cannot be properly represented with one degree of freedom system because the rotational inertia of superstructure could modify the fundamental period, and induce important magnitude moments in mass center, such moments can be positive, or negative, in relation to the base moment at any time, as consequence of response of two degrees of freedom system.

An incorrect modeling of these type of systems can cause to underestimate shear strengths in the column during design process [2].

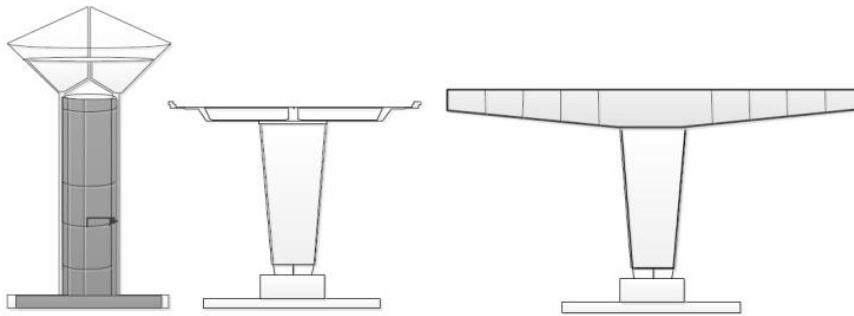


Figure 1. Inverted pendulum type structural systems.

2. DYNAMIC EQUATIONS

Considering an oscillator with mass m supported on an element that provides lateral rigidity with height, L , deep foundation, and mass center position, y_c , measured from joint between elements that provides lateral rigidity to system (Figure 2), the restitution strength referred to an inertial system, is

$$F_R = m\ddot{U}_g + m\ddot{z} + m y_c \ddot{\theta} \quad (1)$$

where \ddot{U}_g is ground acceleration and θ is rotation angle of mass center.

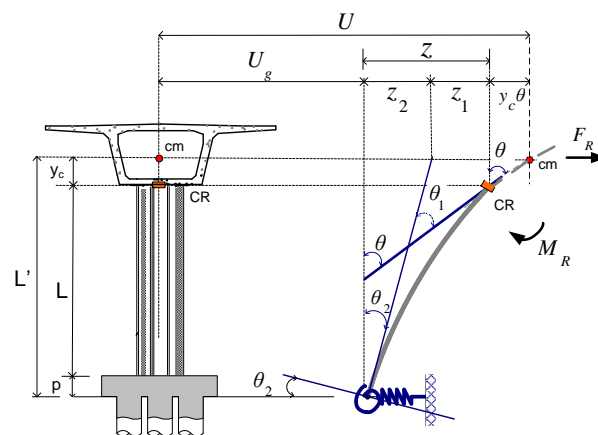


Figure 2. Two DOF structure on flexible base.

Restitution momentum due to mass rotation is:

$$M_R = I_{cm} \ddot{\theta} + F_R y_c \quad (2)$$

where I_{cm} is mass inertial momentum in relation to the mass center. Replacing equation (1) in equation (2), is obtained,

$$M_R = [I_{cm} + m y_c^2] \ddot{\theta} + m \ddot{U}_g y_c + m \ddot{z} y_c \quad (3)$$

And as inertia mass moment, in relation to mass base, is,

$$I_b = I_{cm} + m y_c^2 \quad (4)$$

Equation (3) can be expressed,

$$M_R = I_b \ddot{\theta} + m \ddot{U}_g y_c + m \ddot{z} y_c \quad (5)$$

Without considering foundation mass, and considering ground and foundation with properties of translation rigidity, k_c , and with rotational rigidity, k_ϕ , such that,

$$z = z_1 + z_2 \quad (6)$$

where z_1 is mass lateral displacement and z_2 is mass lateral displacement due to base rotation, and

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (7)$$

Where θ is total angular displacement of mass center and θ_2 is base rotation. Replacing equations (6) and (7) in (1) and (5), there is an equations system that represents oscillator dynamic balance, for the case that it is founded in flexible soil,

$$F_R = m \ddot{U}_g + m \ddot{z}_1 + m \ddot{z}_2 + m y_c \ddot{\theta}_1 + m y_c \ddot{\theta}_2 \quad (8)$$

$$M_R = I_b \ddot{\theta}_1 + I_b \ddot{\theta}_2 + \ddot{U}_g m y_c + \ddot{z}_1 m y_c + \ddot{z}_2 m y_c \quad (9)$$

Considering a harmonic excitation,

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 &= \omega^2 z_1 \\ \ddot{z}_2 &= \omega^2 z_2 \\ \ddot{\theta}_1 &= \omega^2 \theta_1 \\ \ddot{\theta}_2 &= \omega^2 \theta_2 \\ \ddot{U}_g &= \omega^2 U_g \end{aligned} \quad (10)$$

Equations (8) and (9) can be expressed like

$$F_R = m \omega^2 [U_g + z_2 + z_1] + y_c m \omega^2 [\theta_1 + \theta_2] \quad (11)$$

$$M_R = I_{cm} \omega^2 [\theta_1 + \theta_2] + y_c m \omega^2 [U_g + z_2 + z_1 + y_c \theta] \quad (12)$$

Considering that,

$$\alpha = \frac{F_R}{k} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{M_R}{k_r} \quad (14)$$

Equations (6) and (7), are

$$z_1 = \frac{F_R}{k} + \frac{M_R}{k_r} \delta \quad (15)$$

$$\theta_1 = \frac{F_R}{k} \varepsilon + \frac{M_R}{k_r} \quad (16)$$

Due to foundation spin,

$$\theta_2 = \frac{M_0}{k_\varphi} \quad (17)$$

Where k_φ represents foundation angular rigidity and M_0 is foundation momentum. If small displacements are considered, mass center displacement due to foundation spin is,

$$z_2 = \theta_2 L' \quad (18)$$

where,

$$L' = p + L + y_c \quad (19)$$

The foundation horizontal strength is,

$$F_0 = F_R \quad (20)$$

And foundation momentum,

$$M_0 = M_R + F_R L' \quad (21)$$

equations (17) and (18) lead to:

$$\theta_2 = \frac{M_R}{k_\varphi} + F_R \frac{L'}{k_\varphi} \quad (22)$$

and

$$z_2 = M_R \frac{L'}{k_\varphi} + F_R \frac{(L')^2}{k_\varphi} \quad (23)$$

The ground horizontal displacement is,

$$U_g = \frac{F_0}{k_c} = \frac{F_R}{k_c} \quad (24)$$

where k_c represents the translation rigidity of the foundation. The equation (11) can be written,

$$\begin{aligned} \frac{1}{m\omega^2} &= \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k_c} + \frac{L'^2}{k_\varphi} \right] + y_c \left[\frac{\varepsilon}{k} + \frac{L'}{k_\varphi} \right] + \\ &+ \left[\frac{M_R}{F_R} \right] \left[\left[\frac{\delta}{k_r} + \frac{L'}{k_\varphi} \right] + y_c \left[\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_\varphi} \right] \right] \end{aligned} \quad (25)$$

From equation (12),

$$\left[\frac{M_R}{F_R} \right] = \frac{I_b \omega^2 \left[\left[\frac{\varepsilon}{k} + \frac{L'}{k_\varphi} \right] + \frac{m^*}{I_b} \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k_c} + \frac{L'^2}{k_\varphi} \right] \right]}{1 - I_b \omega^2 \left[\left[\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_\varphi} \right] + \frac{m^*}{I_b} \left[\frac{\delta}{k_r} + \frac{L'}{k_\varphi} \right] \right]} \quad (26)$$

where $m^* = m y_c$. Replacing (26) in (25) and sorting terms is obtained the equation that allows to calculate oscillator circular frequencies considering soil-structure interaction (SSI),

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[E \pm \sqrt{E^2 - \frac{4}{D}} \right] \quad (27)$$

Where,

$$D = I_b m [AB - C] \quad (28)$$

and

$$E = \frac{Am + I_b B}{D} \quad (29)$$

$$A = \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k_c} + \frac{L'^2}{k_\varphi} \right] + y_c \left[\frac{\varepsilon}{k} + \frac{L'}{k_\varphi} \right] \quad (30)$$

$$B = \left[\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_\phi} \right] + y_c \frac{m}{I_b} \left[\frac{\delta}{k_r} + \frac{L'}{k_\phi} \right] \quad (31)$$

$$C = \left\{ \left[\frac{\delta}{k_r} + \frac{L'}{k_\phi} \right] + y_c \left[\frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_\phi} \right] \right\} \left\{ \left[\frac{\varepsilon}{k} + \frac{L'}{k_\phi} \right] + y_c \frac{m}{I_b} \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k_c} + \frac{L'^2}{k_\phi} \right] \right\} \quad (32)$$

Considering that the oscillator is supported on hard soil, then:

$$A = \left[\frac{1}{k} \right] + y_c \left[\frac{\varepsilon}{k} \right] \quad (33a)$$

$$B = \left[\frac{1}{k_r} \right] + y_c \frac{m}{I_b} \left[\frac{\delta}{k_r} \right] \quad (33b)$$

$$C = \left\{ \frac{\delta}{k_r} + y_c \frac{1}{k_r} \right\} \left\{ \frac{\varepsilon}{k} + y_c \frac{m}{I_b} \frac{1}{k} \right\} \quad (33c)$$

It can be verified that results that are obtained with equations (33) are equal to the ones obtained when oscillator is founded in hard soil. Alternatively, the equation (27) can be written,

$$\Omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[F_1 \pm \sqrt{F_1^2 - F_2} \right] \quad (34)$$

Where,

$$F_1 = 1 + 3r_1 + 3r_1^2 + 3r_2 + \alpha + \alpha s \left[1 + 2 \left(\frac{r_1}{\tau} \right) + \left(\frac{r_1}{\tau} \right)^2 + \frac{r_2}{\tau^2} \right] \quad (35)$$

$$F_2 = 3r_2 \left[1 + 4\alpha + 4\alpha s \left[1 - \frac{1}{2\tau} \right] \right] + r_2 \left[\frac{\alpha s}{\tau^2} \right] [4 + 4\alpha - 6\tau] \quad (36)$$

Consider the following relationships,

$$r_1 = \frac{y_c}{L} \quad (37)$$

$$r_2 = \frac{r^2}{L^2} \quad (38)$$

where r is mass spin radius measured in relation to mass center, and the stiffness relationship is represented by

$$s = L'^2 \frac{k_c}{k_\varphi} \quad (39)$$

And relationship of translation rigidity by,

$$\alpha = \frac{k}{k_c} \quad (40)$$

It can be considered that deep of foundation is:

$$p = 0.10L \quad (41)$$

so that,

$$\tau = \frac{L'}{L} = r_1 + 1.10 \quad (42)$$

Periods of vibration relationship can be written as,

$$\frac{T_{1e}}{T} = \Omega_1 \quad (43)$$

$$\frac{T_{2e}}{T} = \Omega_2 \quad (44)$$

Where T represents oscillator period of vibration considering it like SDOF in translation supported on hard soil, T_{1e} is oscillator period of vibration coupled in translation and T_{2e} is oscillator period of vibration coupled in rotation; both considering effects of rotational inertia and with SSI.

As can be seen on equation (37) oscillator period of vibration where effects of rotational mass besides effects of soil-structure interaction are considered, depends on position of mass center, y_c , on the relationship between mass spin radius and column height; on the relationships between oscillator and foundation rigidities, as well as on the deep of foundation.

It will be analyzed the case in which mass is considered as concentrated in the upper section of column, $r = 0$ ($r_2 = 0$) and mass center coincides with the junction point between column and mass base, $y_c = 0$ ($r_1 = 0$), then oscillator periods of vibration considering SSI are,

$$T_{1e} = \sqrt{1 + \alpha(1+s)} = T_{0e} \quad (45)$$

$$T_{2e} = 0 \quad (46)$$

Where T_{0e} is oscillator fundamental period considering mass concentrated and with SSI. In Figure 3 are shown the values of equation (45) by changing $s = 0, 1, 2, 3$; and α from 0 to 2.

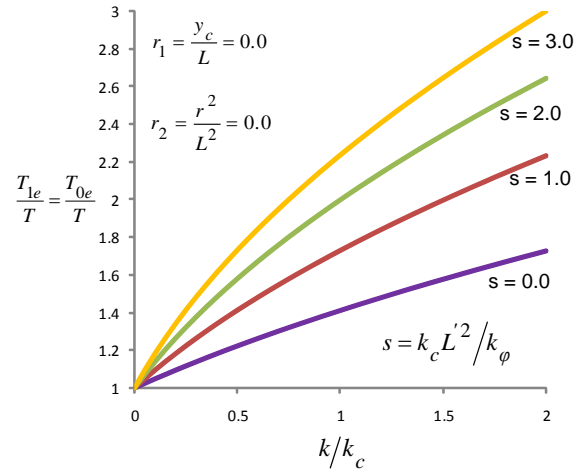


Figure 3. Effect of SSI on oscillator fundamental period without considering rotational inertia.

Results shown on Figure 3 correspond to the ones reported by Mylonakis [3] for the case of an oscillator with concentrated mass where the effect of Soil-Structure Interaction is considered, in other words, without considering the effects of mass rotational inertia (Figure 4a).

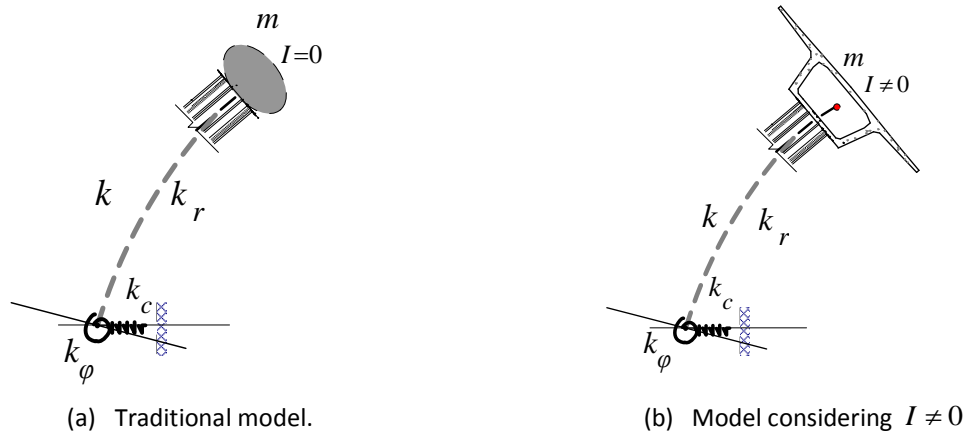


Figure 4. Models that consider SSI.

Considering values suggested by Mylonakis [3] of $s = L'^2 k_c / k_\phi$ of 0, 1 and 3; and of $\alpha = k/k_c$ varying from 0.0 to 2.0; for different values of relationship mass spin radius-resistant element height, $r_2 = r^2/L^2$ from 0.0 to 0.50.

Figure 5 shows the relationship between oscillator period considered like 2 DOF system with SSI, T_{1e} , and oscillator period of vibration considered like SDOF system, T founded on hard soil. Such relationship increases as the value of $s = L'^2 \frac{k_c}{k_\phi}$ is increased. Being greater for case of $s = 3$. Such

relationship also increases as rigidity relationship increases $\alpha = \frac{k}{k_c}$.

Being greater for $k/k_c = 2$. Dotted line, $r = r_2 = 0.0$ represents the case of oscillator with SSI, with concentrated mass, that is to say, like a SDOF oscillator (Figure 3a), whose period corresponds to T_{0e} . On the right side, the relationship between oscillator lateral period with SSI and considering mass inertia, T_{1e} , and period with SSI, but considering concentrated mass, T_{0e} is shown. The relationship T_{1e}/T_{0e} is greater for small values of $\alpha = \frac{k}{k_c}$, and decreases as this value increases; being smaller than or equal to 1.10 for: $s = 0$ and $\alpha = 2$.

When $s = 3$ and $\alpha = 2$ such relationship is smaller than or equal to 1.18, for values of r_2 analyzed. The smallest value of relationship T_{1e}/T_{0e} that can be seen is 1.06 and the greatest is 1.52.

In Figure 6 the relationship between oscillator period of vibration in rotation considering SSI and rotational mass, T_{e2} is shown, (Figure 4b) regarding that oscillator period is considered like SDOF founded in hard soil. The increase of period, T_{e2} , regarding T is barely sensitive to variation of $s = L'^2 k_c / k_\varphi$, then the plots of each one of the analyzed values are almost the same.

It is observed that oscillator period of rotation considering effect of soil-structure interaction, mainly depends from relationship k/k_c increasing as such relation increases. Periods relationship, T_{e2}/T , is from 0.18 to 0.40 for small values of k/k_c and for values of $k/k_c = 2$, the increase of such relationship varies from 0.33 for $r_2 = 0.05$, up to 0.97 for values of $r_2 = 0.50$.

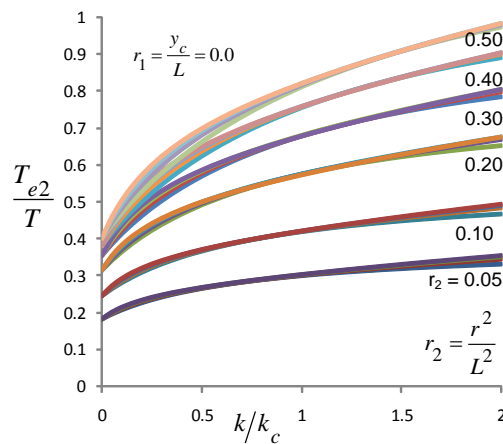
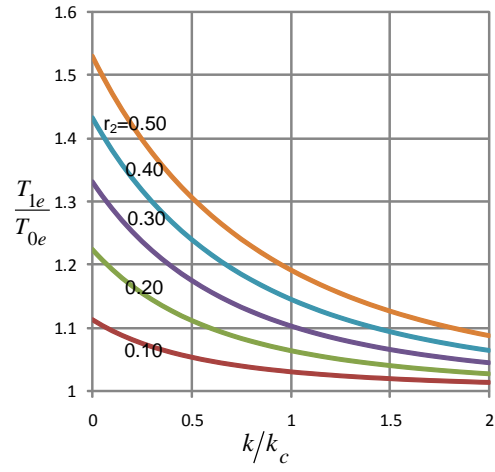
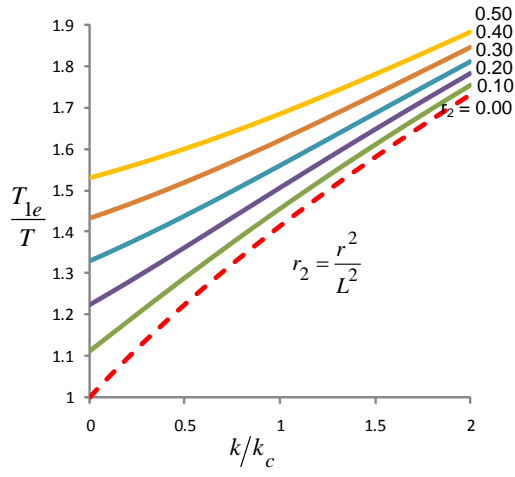
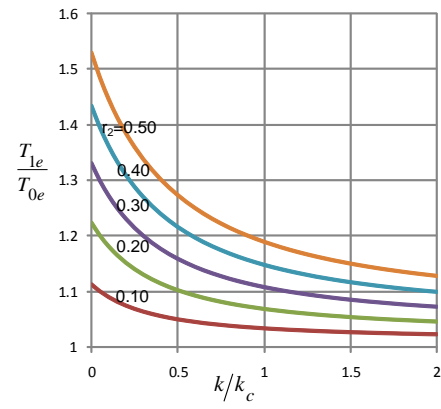
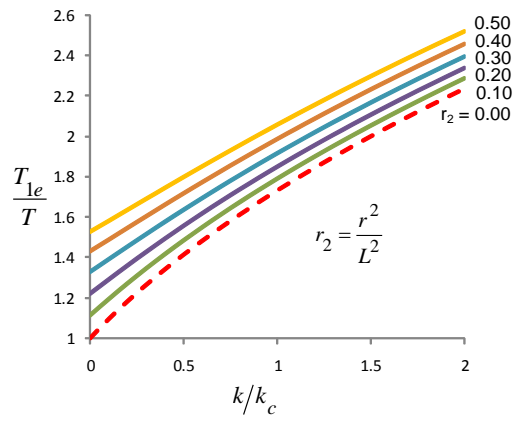


Figure 6. Relationship of period of rotation with SSI and oscillator transversal period in hard soil.

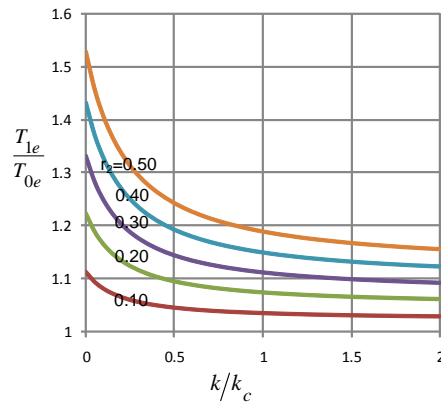
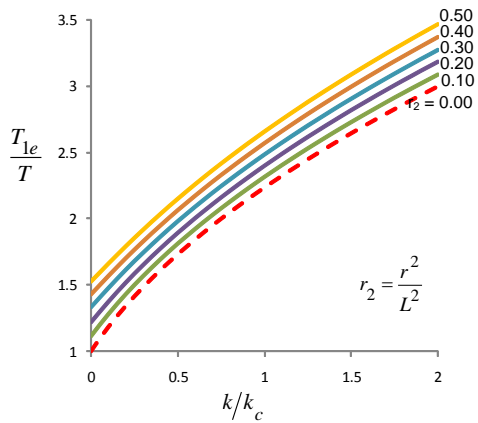
In Figure 7 on left side the relationship between periods T_{1e}/T for the case that portion of mass center is at a distance of $y_c = 0.20L$ measured from the joint of oscillator resistant lateral element is shown. The relation of periods increases as value of s increases, being greater for case of $s = 3$. Such increase is also greater as value of $\alpha = k/k_c$ being greater for $k/k_c = 2$. In the analyzed cases there is always an increase in lateral period if the influence of inertial rotation in movement equation is considered.



$$s = k_c L'^2 / k\phi = 0.0$$



$$s = k_c L'^2 / k\phi = 1.0$$



$$s = k_c L'^2 / k\phi = 3.0$$

Figure 5. Relationship of periods T_{1e}/T and T_{1e}/T_{0e} considering $r_1 = y_c/L = 0.0$.

Comparing values of relationship T_{1e}/T shown in Figure 5, $y_c = 0.0$ and values shown on Figure 7, $y_c = 0.20L$, it can be observed that these last ones are greater, in other words, the relation between transversal periods, T_{1e} and T is greater if mass center is further from upper node of oscillator resistant lateral element.

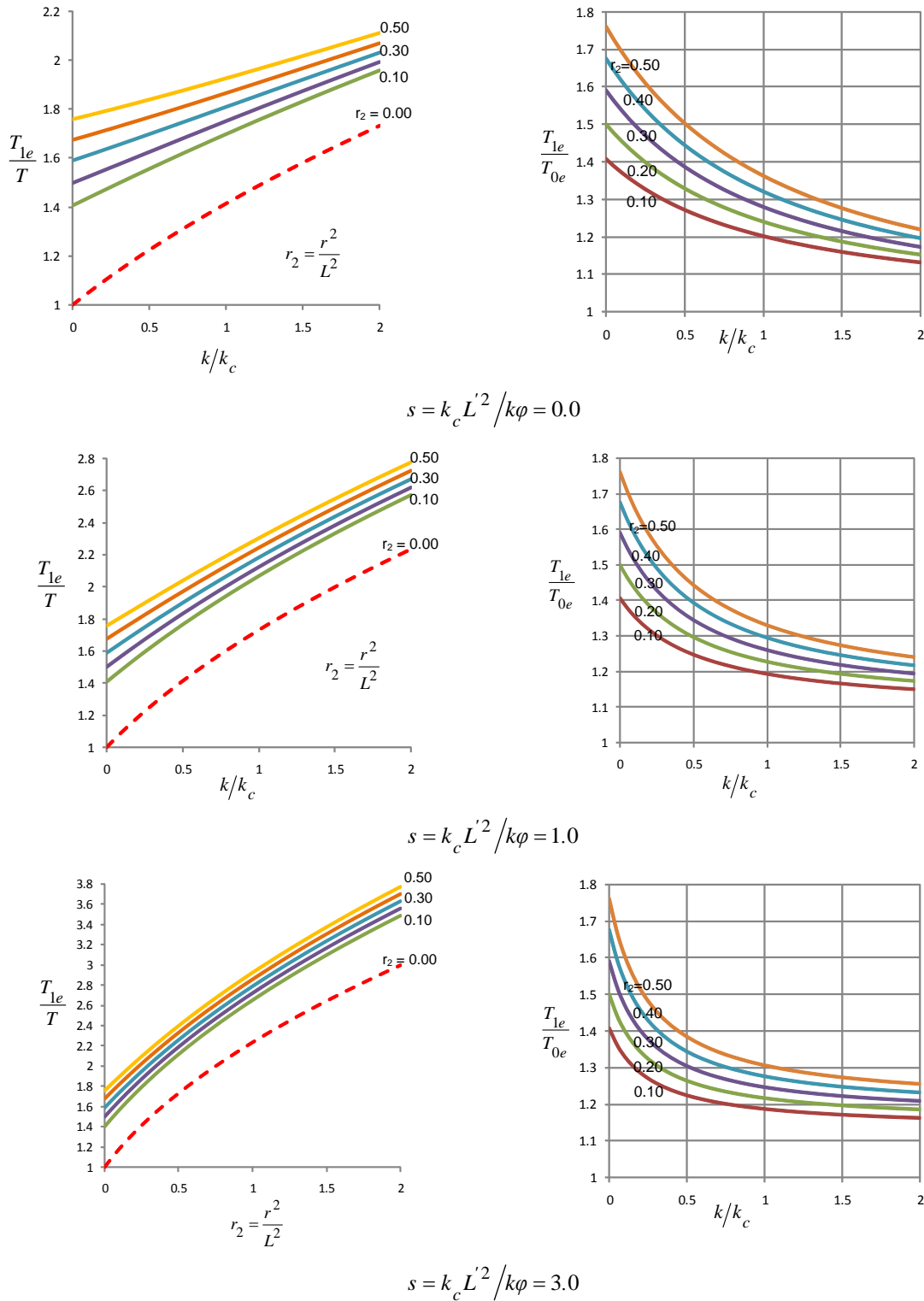


Figure 7. Relationship of periods T_{1e}/T and T_{1e}/T_{0e} considering $y_c = 0.20L$.

In Figure 7, on right side, the relation between periods T_{1e} and T_{0e} for the case in which $y_c = 0.20L$ is shown. Such relation is greater for small values of $\alpha = k/k_c$ and decreases as this value increases; being smaller than or equal to 1.22 for $s = 0$ and $\alpha = 2$. When $s = 3$ and $\alpha = 2$ such relation is smaller than or equal to 1.26. The minimum value of this relationship of periods is 1.13 and the maximum is 1.76.

Comparing the values on the right side of Figures 5 and 7, it is observed that not considering the effects of inertial mass, in calculation of lateral period is more critical if oscillator mass center, y_c , is located higher than the upper point of oscillator resistant lateral element.

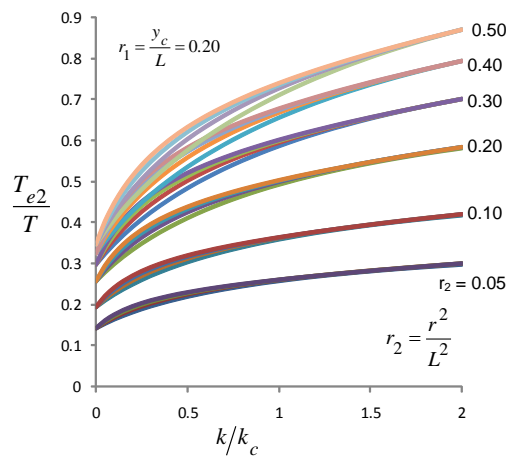


Figure 8. Relationship of periods of rotation with SSI and transversal without SSI; $r_1 = 0.20$.

In Figure 8 the relationship of oscillator period of vibration in rotation considering SSI, T_{e2} and oscillator period considered as SDOF founded in hard soil is shown. The increase in period, T_{e2} regarding, T , is barely sensitive to variation of $s = L^2 k_c/k_\phi$; therefore, the plots of each one of the analyzed values is almost the same. It is observed that relationship T_{e2}/T depends directly on the relation k/k_c , increasing as this relation increases. The relation of periods, for small values of k/k_c is from 0.14 to 0.34, and for values of $k/k_c = 2$ the increase of such relation varies from 0.30 for $r_2 = 0.05$, up to 0.87 for values of $r_2 = 0.50$.

3. CONCLUSIONS

In this work expressions that allow to estimate importance of rotational mass in calculation of periods of vibration in translation and rotation, in an inverted pendulum type oscillator supported on hard or soft soil were developed. For cases in which oscillator is supported on hard soil, the translation and rotation periods are coupled and depend on the position of mass center and on the relation rotational inertia-height of resistant element.

It is considered in all cases that mass rotational inertia increases the period of vibration for oscillator. When inverted pendulum type structures rest on soft soil, the phenomenon of ground-structure dynamic interaction plays a predominant role. In this case, translation and rotation periods are also coupled, and also depend on parameters that define an unstable soil, on relation of stiffness between oscillator and soil, and on relation of oscillator stiffness. In all analyzed cases there is an increase on lateral and rotation periods, if mass rotational inertia is considered in movement equation. Similar results are obtained for case of viaduct type structures.

ACKNOWLEDGEMENTS

The first author thanks the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo for providing the necessary support to complete this work through the Coordination of Scientific Research and the Faculty of Civil Engineering. The co-authors gratefully acknowledge the financial support from FESA UNAM, through project number PAPIIT IT 101513.

REFERENCES

- [1] Rosenblueth E. and Newmark N. M. (1982) *Fundamentos de Ingeniería Sísmica*, Edit. Diana, México, ISBN 968-13-0408-X
- [2] Priestley, M. N. J. and Seible, F. (1996) *Seismic Design and Retrofit of bridges*, John Wiley and Sons, Inc., New York, ISBN 0-471-57998-X.
- [3] Mylonakis G. and Gazetas G. (2000) "Seismic Soil-Structure Interaction: Beneficial or Detrimental?", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 4, No. 3, 277-301, Imperial College Press.

Maximum values of angular distortion associated with plastic yielding and collapse of straight concrete sections

Rubén Darío Cano Marín¹

¹Grupo de investigación TEP 018. Universidad de Sevilla. rubendariocano@gabinete-rdc.com

ABSTRACT

The capacity of a reinforced concrete structure to assume an angular distortion depends among other factors on the stiffness and ductility of each section. Therefore, global values such as those established by the CTE-DB-C (2006) for the E.L.S. may be conservative or risky depending on the geometric characteristics of the section, their assembly, or material strength.

The aim of this Communication is to establish a range of maximum values of angular distortion associated with the initial plastic yielding of the material and collapse of straight concrete section.

To do this we use the modification of the classic diagram pivots and compatibility equations, as well as the method of nonlinear iterative calculation in order to obtain a balance between efforts and curvature of the section.

Keywords: differential movement, reinforced concrete, angular distortion, limit states

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Hipótesis de partida.

El empleo de determinados coeficientes de seguridad en el cálculo de una estructura permite que la misma pueda absorber ciertas deformaciones admisibles sin que ello afecte a su estabilidad, es decir podrá asumir un incremento de cargas o de deformación antes de alcanzar el límite de su estado elástico lineal y no lineal o de su estado plástico hasta alcanzar su rotura.

Por tanto bajo condiciones únicamente de las cargas habituales de servicio, se podría llegar a admitir una sollicitación externa adicional antes de alcanzar el colapso de la estructura, como puede ser el momento flector y el cortante asociado a una distorsión angular.

Conocidos los rangos de deformación por los que pasará la pieza antes de su rotura, así como el rango asociado a la situación de servicio, podremos conocer el incremento admisible de deformación hasta que los materiales comiencen a plastificar o la pieza alcance la rotura.

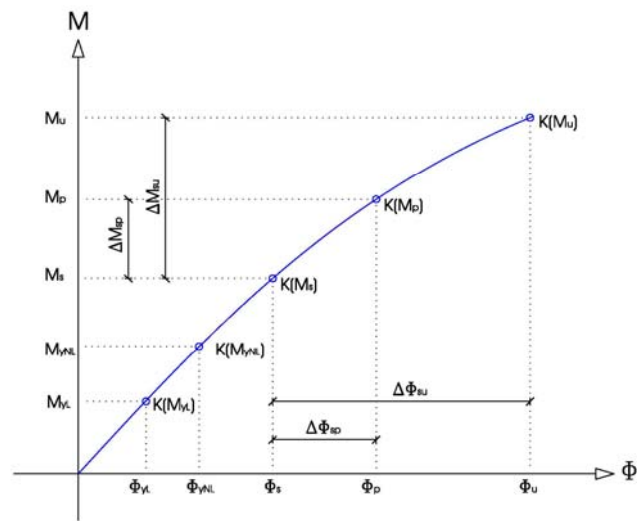


Figura 1. Incremento admisible de momento flector y curvatura de una sección sometida a las cargas habituales de servicio.

Conocida la curvatura para la situación de servicio ϕ_s , la máxima curvatura asociada al inicio de la plastificación ϕ_p , y la curvatura asociada a la rotura ϕ_u , podremos determinar el incremento admisible de deformación desde la situación de servicio hasta cada rango de deformación, $\Delta\phi_{sp}$ y $\Delta\phi_{su}$.

1.2. Iteración de cálculo del momento flector

Tomamos como partida el planteamiento gráfico propuesto por Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A., Marí Bernat A.R. (1993) [1].

Esta propuesta está definida por dos etapas fundamentales e iterativas. La primera etapa resuelve mediante un cálculo lineal el valor de la rigidez asociada al momento flector para el cálculo lineal M_1 . En esta fase los esfuerzos equilibran a las acciones, sin embargo esta solución, representada en una sección genérica de la estructura por el punto M_1, ϕ_1^L , no cumple con las deformaciones reales del material, que vendrá definida por M_1, ϕ_1^{NL} .

La diferencia entre ambos puntos dará lugar a un incremento de curvatura $\Delta\phi_1$, diferencia de la curvatura real y la obtenida en el cálculo de estas etapas, y a una reducción asociada del momento flector ΔM_1 , que dará lugar al punto M_2, ϕ_2^L , siendo esta la segunda etapa del cálculo. Este proceso se puede repetir de forma iterativa hasta converger en un único resultado, según refleja el gráfico siguiente.

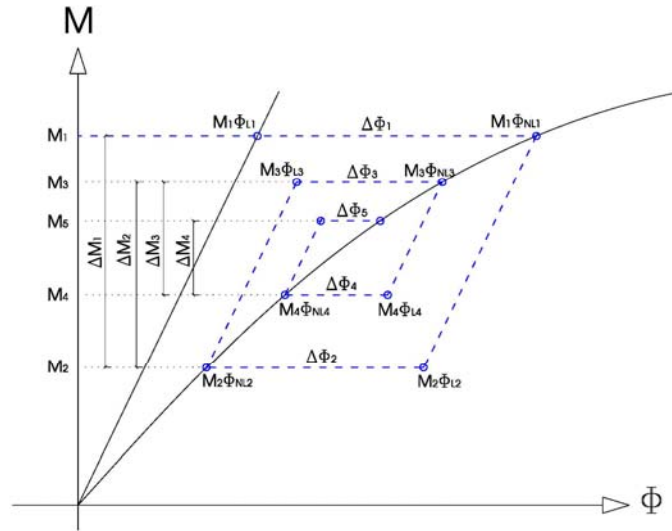


Figura 2. Modelo gráfico de la iteración de cálculo

Las dos etapas fundamentales del cálculo iterativo: estarían definidas por los siguientes pasos:

- | | |
|--|---|
| 1. Obtención de la curvatura lineal asociada al momento M_1 | $\phi_{1L} = M_1 / K_L$ |
| 2. Obtención de la curvatura no lineal asociada al momento M_1 | $\phi_{1NL} = M_1 / K(M_1)$ |
| 3. Obtención del incremento de curvatura | $\Delta\phi_1 = \phi_{1NL} - \phi_{1L}$ |
| 4. Obtención del incremento de momento asociado a $\Delta\phi_1$ | $\Delta M_1 = \Delta\phi_1 K_L$ |
| 5. Momento flector tras la primera iteración de cálculo. | $M_2 = M_1 - \Delta M_1$ |

Según Cano Marín R.D. (2014) [2], las ecuaciones anteriores quedan definidas mediante la una matriz con valor de $2 \leq k < \infty$, siendo el momento flector $M_0 = 0$, que responde al siguiente algoritmo, mediante el que se consigue una iteración del cálculo hasta la obtención de un valor convergente entre el momento flector y la rigidez de la sección.

$$M_k = M_{k-1} \cdot \left(2 - \frac{K_L}{K(M_{k-1})} \right) + M_{k-2} \cdot \left(\frac{K_L}{K(M_{k-2})} - 1 \right) \quad (1)$$

1.3. Comportamiento de los materiales.

Si consideramos para el acero un modelo tensión-deformación bilineal, sin endurecimiento y simétrico según EC2 [3], el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación $\varepsilon_{sy} = \pm f_{yd} / E_s$, momento a partir del cual plastificará hasta alcanzar su rotura para un valor de ε_{su} .

Tomando para el hormigón el modelo parábola rectángulo de la figura 2, contemplando la relación tensión deformación del hormigón traccionado planteada por Collins y Mitchell [4], podemos considerar que el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación $\varepsilon_{cy} = f_{cd} / E_c$, elástico y no lineal hasta alcanzar la deformación de rotura del hormigón a compresión simple ε_{cp} , y un régimen plástico desde dicho valor hasta su rotura por flexión equivalente a una deformación ε_{cu} .

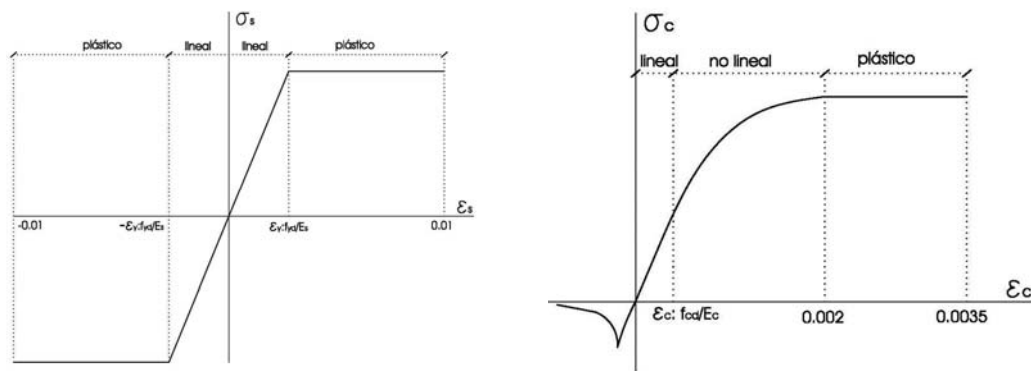


Figura 3. Modelo tensión deformación del acero y el hormigón

Si trasladamos los anteriores valores de deformación a un diagrama de pivotes y consideramos el agotamiento de la pieza definido por los máximos valores de deformación establecidos para cada fase de estudio, tendremos dos dominios para una deformación lineal y elástica definidos por los planos que pivotan en los valores ε_{sy} y ε_{cy} , cuyo máximo momento flector será M_y , dos dominios para una deformación no lineal definidos por los pivotes ε_{sy} y ε_{cp} con flector asociado M_p , y dos dominios de deformación por los que pasarán los planos de rotura definidos por los pivotes ε_{su} y ε_{cu} , cuyo momento flector será M_u , según reflejamos en la siguiente.

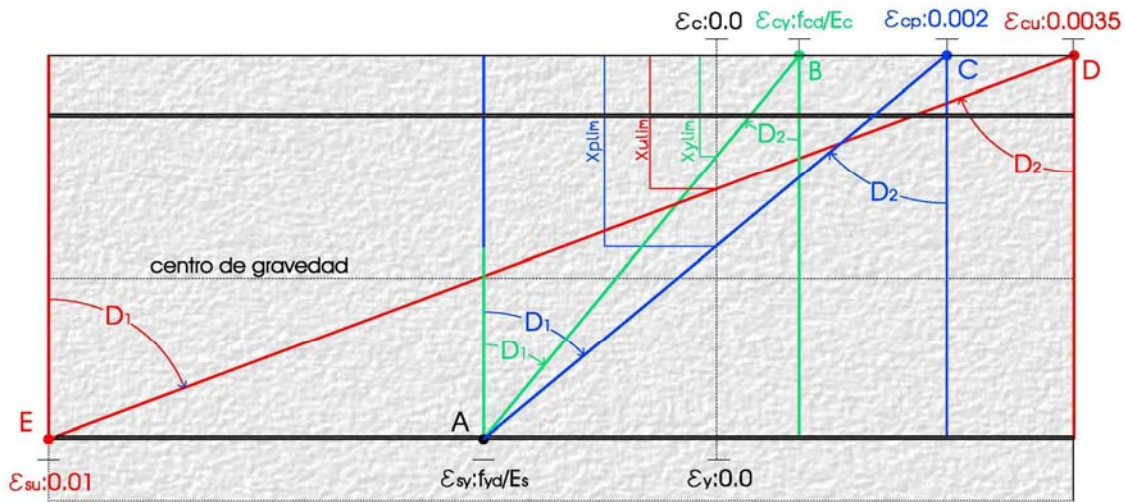


Figura 4. Modificación del diagrama clásico de pivotes

1.4. Definición de los dominios de deformación.

Admitiendo la hipótesis de que las deformaciones normales a la sección sigan una ley plana y por tanto una variación lineal, al conocerse las deformaciones en dos fibras de la sección las deformaciones quedan definidas en todas sus fibras según las ecuaciones de compatibilidad:

$$\phi(x) = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_y}{x-y} = \frac{\epsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\epsilon_{s2}}{x-d'} \quad (2)$$

La deformación del acero traccionado y comprimido, así como la deformación de la hormigón en cualquier fibra de la sección situada a una distancia "y", queda por tanto definida como sigue:

Deformación a una distancia "y"

$$\epsilon(x, y) = \phi(x) \cdot (x - y) \quad (3)$$

Deformación del acero traccionado en flexión positiva

$$\epsilon_{s1}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d) \quad (4)$$

Deformación del acero comprimido en flexión positiva

$$\epsilon_{s2}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d') \quad (5)$$

Considerando que los planos de deformación pivotarán sobre los valores de deformación impuestos a los materiales, ε_{cy} , ε_{cp} ó ε_{cu} para la deformación a compresión del hormigón y ε_{sy} ó ε_{su} para la deformación a tracción del acero, la curvatura asociada quedaría:

Curvatura máxima para un comportamiento lineal

$$\phi_y(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{y\text{lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cy}}{x} & \text{si } x_{y\text{lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (6)$$

Curvatura máxima para un comportamiento no lineal

$$\phi_p(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{p\text{lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cp}}{x} & \text{si } x_{p\text{lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (7)$$

Curvatura asociada a la rotura

$$\phi_u(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{u\text{lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } x_{u\text{lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (8)$$

Donde el valor de la profundidad de la fibra neutra que definirá el cambio de dominio x_{lim} , se puede deducir despejando la expresión (2) como sigue:

$$x_{y\text{lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} \quad (9)$$

$$x_{p\text{lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sp}} \quad (10)$$

$$x_{u\text{lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \quad (11)$$

Mediante las leyes de equilibrio de esfuerzos deducimos la rigidez de la sección y el momento flector máximo asociado a cada rango de deformación.

Esfuerzo axial

$$N_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot dy \quad (12)$$

Momento flector

$$M_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy \quad (13)$$

Máximo axial que soporta la sección en su plano de rotura

$$N(x, \phi) = N_c(x, \phi) + A_{s1}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) + A_{s2}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \quad (14)$$

Máximo momento flector que soporta la sección en su plano de rotura en flexión positiva

$$M(x, \phi) = M_c(x, \phi) + A_{s1}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) + A_{s2}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (15)$$

Conocido el axial $N(x, \phi)$, que al tratarse de una viga consideramos igual a cero, podemos determinar el valor de la profundidad de la fibra neutra x_y, x_p, x_u de la curvatura máxima correspondiente al comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura.

Conocido el valor de "x" se puede deducir el valor del momento flector $M_y(x, \phi), M_p(x, \phi)$ y $M_u(x, \phi)$, así como la rigidez asociada $K_y(x), K_p(x)$ y $K_u(x)$ cociente del flector y la curvatura.

Conocidos los puntos que definen el comportamiento del material podemos trazar el gráfico momento – curvatura definido por las rectas que unen los puntos anteriores.

Para obtener un cálculo más preciso del momento-curvatura se pueden obtener un número indefinido de puntos, dados por los infinitos planos de deformación de los materiales.

Para ello únicamente sería necesario imponer un desarrollo de cálculo matricial definido por $M_{\varepsilon_s, \varepsilon_c}(x)$ y $\phi_{\varepsilon_s, \varepsilon_c}(x)$, donde $0 \leq \varepsilon_s \leq 0.01$ y $0 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035$ en valores absolutos.

Conocido el diagrama momento curvatura podemos determinar el valor del momento flector de servicio tras la redistribución de esfuerzos dada por la iteración del cálculo, cuyo procedimiento matemático desarrollamos en las hipótesis de partida.

Conocido el momento de servicio redistribuido M_η podemos conocer el incremento admisible de momento flector hasta alcanzar el límite para el comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura de la sección, que vendrá definido por la diferencia entre el momento asociado a dichos rangos de deformación:

Incremento admisible para el límite elástico lineal

$$\Delta M_y = M_y(x_y) - M_\eta \quad (16)$$

Incremento admisible para el límite elástico no lineal

$$\Delta M_p = M_p(x_p) - M_\eta \quad (17)$$

Incremento admisible para el límite plástico o de rotura

$$\Delta M_u = M_u(x_u) - M_\eta \quad (18)$$

La distorsión angular admisible asociada a cada rango de deformación de la pieza será:

Distorsión angular admisible para el límite elástico lineal

$$\Delta \delta_y = \alpha \frac{\Delta M_y L^2}{6K_y(x_y)} \quad (19)$$

Distorsión angular admisible para el límite elástico no lineal

$$\Delta \delta_p = \alpha \frac{\Delta M_p L^2}{6K_p(x_p)} \quad (20)$$

Distorsión angular admisible el límite plástico o de rotura

$$\Delta \delta_u = \alpha \frac{\Delta M_u L^2}{6K_u(x_u)} \quad (21)$$

2. RESULTADOS

Resolviendo los cálculos anteriores para piezas de geometrías y cargas variables, para secciones de hormigón armado HA25 y acero B500S, obtenemos los valores máximos de distorsión angular asociados al inicio de la plastificación y rotura en función del cociente Luz / canto útil de la pieza.

Los valores distorsión inferiores a los reflejados para el inicio de la plastificación corresponderán a secciones que mantienen tras su deformación un rango de deformación elástica lineal o no lineal.

Por último reflejamos en rojo los valores de distorsión angular asociados a la rotura frágil por compresión del hormigón, correspondiendo el resto a valores asociados al colapso a una rotura dúctil por plastificación del acero.

Tabla 1. Valores de distorsión angular asociados a la plastificación y rotura de las piezas

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m ²		10kN/m ²		15kN/m ²	
			Plastificación	rotura	Plastificación	rotura	Plastificación	rotura
			L/δ	L/δ	L/δ	L/δ	L/δ	L/δ
4	20	10	383	100	383	102	341	127
		15	237	68	297	131	453	170
		20	187	86	402	130	597	137
		25	249	96	587	108	1978	115
	40	10	317	82	386	101	398	105
		15	255	67	243	68	211	93
		20	174	47	187	86	309	122
		25	120	53	255	98	385	102
	60	10	288	73	347	90	383	100
		15	229	59	258	68	239	68
		20	193	51	170	58	187	86
		25	124	33	154	71	251	96
5	20	10	409	107	367	113	360	165
		15	205	86	423	169	513	179
		20	260	112	475	138	652	146
		25	301	101	700	116	389	121
	40	10	341	88	419	110	386	103
		15	246	65	231	83	274	124
		20	172	55	261	112	359	129
		25	146	67	315	104	450	109
	60	10	305	78	374	97	412	108
		15	241	63	256	68	226	83
		20	184	49	157	72	260	113
		25	133	46	218	93	301	102
6	20	10	403	106	347	134	463	203
		15	212	98	468	177	551	188
		20	314	125	520	145	656	152
		25	341	106	774	123	1181	127
	40	10	361	94	410	108	373	103
		15	241	64	218	96	368	155
		20	163	66	326	128	406	135
		25	188	83	362	109	504	115
	60	10	323	83	398	104	405	107
		15	263	69	249	69	212	98
		20	185	50	191	87	318	125
		25	127	53	264	101	347	107

3. APLICACIÓN PRÁCTICA

Los planteamientos de cálculo establecidos en la presente comunicación tienen una aplicación práctica en el análisis de las estructuras de hormigón sometidas a movimientos diferenciales.

Tomamos como ejemplo el caso propio de estudio realizado en una vivienda unifamiliar entre medianeras en Encinas Reales, Córdoba, sometida a un asiento diferencial de su cimentación como consecuencia de su apoyo en rellenos mal compactados.

Para el análisis de la estabilidad estructural realizamos una nivelación topográfica de la planta baja y primera del inmueble, mediante la que calculamos la posible distorsión angular entre vanos.

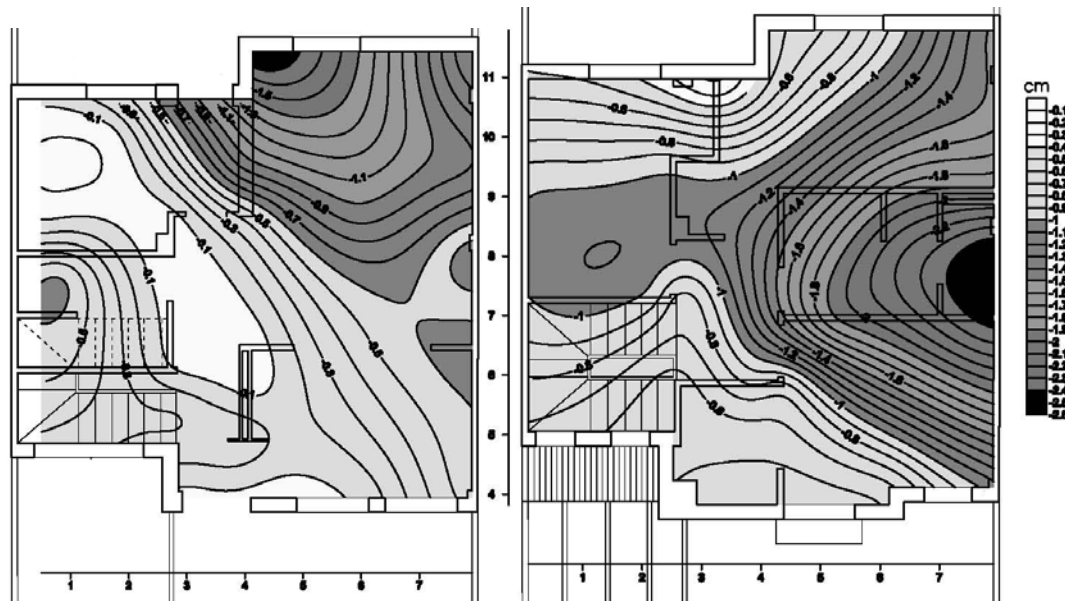


Figura 5. Nivelación topográfica. Caso propio de estudio.

Recurrimos a los valores definidos en la tabla 1 para determinar el régimen de deformación en el se encuentra cada uno de los pórticos afectados por el asiento diferencial en función a su geometría y la distorsión angular que experimenta, recurriendo a los valores más restrictivos correspondientes a las variables geometrías más cercanas a las de estudio.

Tabla 2. Análisis de la estabilidad. Caso propio de estudio

Planta	Pórtico	Luces	L/d	b	Asiento diferencial	Distorsión angular	Rango de deformación
baja	P5 - P4	4,50m	18	40	1,1cm	L/227	Elástica
	P1 - P4	5,30m	21	40	2,2cm	L/240	Plástica
primera	P5 - P4	4,50m	18	40	0,8cm	L/312	Elástica
	P1 - P4	4,30m	17	40	2,0cm	L/265	Elástica

4. CONCLUSIONES

En líneas generales podemos deducir que una pieza en situación de servicio podrá experimentar una distorsión de $L/300$ antes de que el hormigón y/o el acero plastifiquen, es decir, antes de que exista una afección a la estabilidad de la estructura.

Sin embargo comprobamos que secciones muy rígidas de gran canto, podrán plastificar ante distorsiones angulares inferiores a la establecida por el CTE-DB-C (2006) [5] para el E.L.S.

De forma general se puede establecer que la totalidad de las estructuras de hormigón podrán asumir antes del colapso una distorsión angular que variará entre $L/80$ y $L/150$.

A pesar de los resultados dispares propios del cálculo no lineal, la capacidad de deformación elástica de una pieza dependerán de la geometría y la carga empleada, de tal modo la reducción de la relación L/d así como el aumento de las cargas por superficie penalizará la capacidad de deformación elástica de la pieza.

Por último se puede observar que las piezas de geometría reducida, grandes luces y secciones pequeñas, presentarán una rotura frágil como consecuencia de la necesaria movilización de mayores compresiones en la sección.

REFERENCES

- [1] Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A., Marí Bernat A.R. (1993). Hormigón armado y pretensado. Barcelona, España: Universidad Politécnica de Cataluña.
- [2] Cano Marín R.D. (2014). Análisis de la estabilidad de las estructuras de hormigón sometidas a movimientos diferenciales. Tesis doctoral inédita. Sevilla: Universidad de Sevilla
- [3] EUROCÓDIGO 2. Proyecto de estructuras de hormigón. 1992.
- [4] Collins M.P. y Mitchell D, "Prestressed Concrete Structures", Prentice-Hall, New Jersey, 1991
- [5] CTE-DB-C (2006). Código Técnico de la Edificación Documento Básico Cimientos

Maximum values of deformation associated with the structural collaboration of the brick masonry

Rubén Darío Cano Marín¹

¹Grupo de investigación TEP 018. Universidad de Sevilla. rubendariocano@gabinete-rdc.com

ABSTRACT

El comportamiento de un edificio frente a un movimiento diferencial de la cimentación dependerá entre otros factores de la rigidez relativa cimentación-estructura-albañilería, de tal modo edificaciones con la rigidez suficiente tenderán a sufrir giros que evitarán deformaciones impuestas en la estructura, y por consiguiente la aparición de daños en la obra secundaria.

Se plantea en la presente comunicación un método para determinar los valores de distorsión angular asociados a la fisuración de los paramentos de albañilería, momento a partir del cual los movimientos diferenciales habrán dado lugar a deformaciones impuestas en la estructura.

Keywords: differential movement, brick masonry, angular distortion, cracking.

1. INTRODUCCIÓN

La distorsión angular derivada del movimiento diferencial de la cimentación afecta de un modo más severo a los paramentos verticales de una edificación, particiones, medianeras y cerramientos, debido a que la inercia de estos elementos resulta siempre muy superior a la de la estructura, como consecuencia de la rigidez asociada a la relación longitud/altura.

Antes de su fisuración los paramentos verticales soportan parte de la tensión derivada de la deformación impuesta, sin embargo en el momento de su fisuración trasladan dichos esfuerzos a la estructura.

Una vez figurados los paramentos verticales podrá volver a asumir tensiones frente a un incremento de la deformación de la estructura, lo que daría lugar a una nueva distribución de esfuerzos en la albañilería que generalmente implicará la agravación de las fisuras y grietas existentes.

Por lo anteriormente expuesto cuando un movimiento diferencial ha dado lugar a distorsiones angulares en la estructura, previamente habrá provocado daños por fisuración en las particiones interiores de la edificación.

Por tanto para deducir el comportamiento de una edificación frente a este tipo de efectos, resultará necesario contrastar al menos dos tipos de lecturas, una medición de los movimientos diferenciales experimentados y un levantamiento de los daños en la obra secundaria, Cano Marín, R.D., et al (2014)

[1], con objeto de establecer de forma aproximada dónde y cómo se producen las deformaciones asociadas a un movimiento de la cimentación.

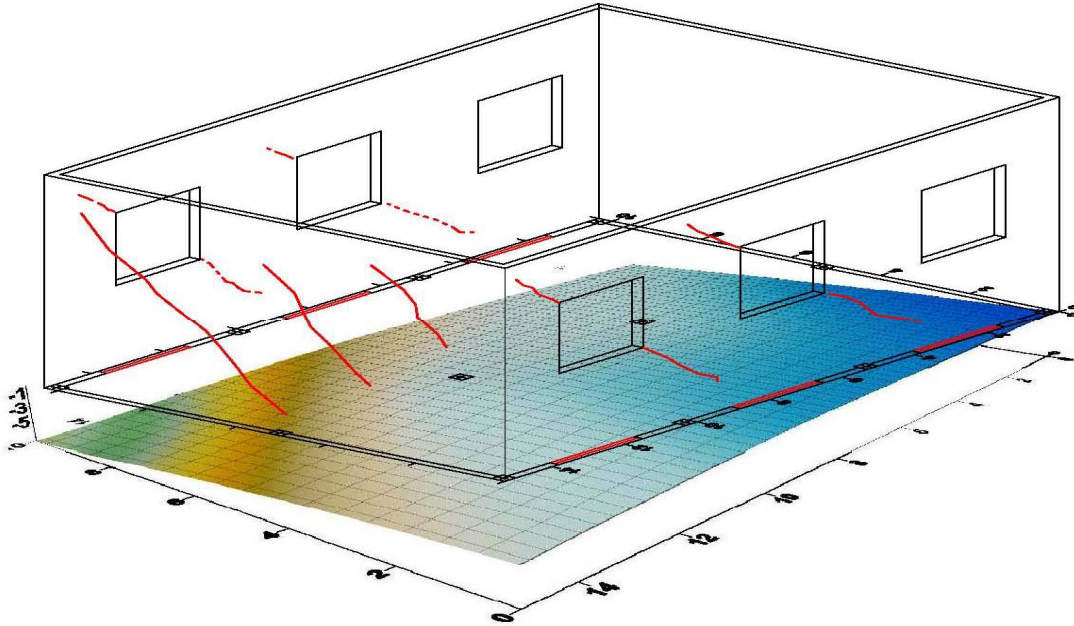


Figura 1. Caso propio de estudio. Nivelación topográfica y levantamiento de daños

Con objeto de delimitar las distorsiones asociadas a la fisuración de los paramentos verticales, y por tanto el momento a partir del cual la estructura asume la totalidad de los esfuerzos derivados de un movimiento diferencial, se plantea a continuación un procedimiento de cálculo que permitirá relacionar dichos valores de distorsión con la resistencia a cortante del paramento.

2. DESARROLLO DE CÁLCULO

Según Tena, A., Miranda, E. (2003) [2], la deformación total que resiste un elemento de mampostería sometido a deformaciones impuestas será la suma de la deformación resistida por cortante y la deformación resistida por flexión según la expresión siguiente:

$$\delta_T = \delta_c + \delta_f \quad (1)$$

Considerando la deformación en función de la longitud del paño "L", tendremos que la distorsión angular máxima admisible antes de la fisuración será:

$$\frac{\delta_T}{L} = \frac{\delta_c}{L} + \frac{\delta_f}{L} \quad (2)$$

Donde:

Deformación por cortante

$$\delta_c = \alpha \frac{V_\delta \cdot L^3}{E \cdot I} \quad (3)$$

Deformación por flexión

$$\delta_f = \frac{V_\delta \cdot L}{A \cdot G} \quad (4)$$

Siendo

A	Área de la flexión
I	Inercia de la sección del cerramiento $I = B \cdot H^3 / 12$
G	Módulo de rigidez del cerramiento o elasticidad a cortante.
E	Módulo de elasticidad secante instantáneo.
V_δ	Esfuerzo cortante
α	Coficiente que depende de las restricciones a las deformaciones de los extremos, y que consideramos igual a 1 como empotramiento perfecto.

La normativa NBE-FL-90 (1990) [3] considera que si la fábrica no está sometida a tensiones de compresión, como podrían ser las procedentes de las cargas gravitatorias transmitidas por el forjado al paramento, siendo la deformación de la pieza el único esfuerzo actuante, podemos considerar que la máxima tensión a tracción en la fábrica es igual a la tensión de cortante τ , lo que depende del esfuerzo a cortante al que se ve sometida y del área de la sección, según la expresión siguiente:

$$\sigma' = \tau = \frac{V_\delta}{A} \quad (5)$$

Por otra parte para que se produzca la fisuración en el elemento de mampostería la tensión de cortante τ debe ser igual o superior a la resistencia a cortante f_{vk} .

Como pretendemos conocer la resistencia de la estructura ante una deformación, consideramos que la tensión de cortante será igual a la resistencia a cortante de la fábrica, $\tau = f_{vk}$.

Despejando el valor del esfuerzo a cortante V_δ tendremos:

$$V_{\delta} = A \cdot f_{vk} \quad (6)$$

Sustituyendo el valor anterior en las expresiones de la deformación por cortante y flexión tendremos que la máxima deformación admitida por el paramento para dichos esfuerzos:

Deformación por cortante

$$\delta_c = 12 \cdot \frac{f_{vk} \cdot L^3}{E \cdot H^2} \quad (7)$$

Deformación por flexión

$$\delta_f = \frac{f_{vk} \cdot L}{G} \quad (8)$$

La suma de ambas expresiones en función a la longitud L del paramento será la distorsión angular asociada a su fisuración, Cano Marín R.D. (2013b) [4], según la expresión siguiente:

$$\frac{\delta_T}{L} = f_{vk} \left[\frac{12}{E} \cdot \left(\frac{L}{H} \right)^2 + \frac{1}{G} \right] \quad (9)$$

El CTE-DB-SE-F (2006) [5] toma de forma simplificada un valor del módulo de elasticidad secante instantáneo "E", 1000 veces la resistencia compresión de la fábrica f_k , por lo que la expresión de la distorsión angular quedaría como sigue:

$$\frac{\delta_T}{L} = \frac{f_{vk}}{1000 f_k} \left[12 \cdot \left(\frac{L}{H} \right)^2 + 2.5 \right] \quad (10)$$

Tenemos por tanto que el valor de la distorsión angular asociado a la fisuración de la fábrica depende de la relación L/H, la resistencia a cortante y la resistencia a compresión, antes definida.

3. RESULTADO

El CTE-DB-SE-F (2006) toma como resistencia media a compresión f_k de un paramento de fábrica valores variables entre 2MPa y 11MPa en función al tipo de pieza cerámica a emplear, bloques huecos, aligerados, perforados ó macizos con o sin junta delgada.

Asimismo dicha instrucción establece como resistencia característica a cortante, f_{vk} , de una fábrica con mortero ordinario y juntas llenas los siguientes valores:

Mortero ordinario y juntas llenas

$$f_{vk} = f_{vko} + 0.36\sigma_k \leq 0.065f_b \quad (11)$$

Mortero ordinario y llagas a hueso

$$f_{vk} = f_{vko} + 0.45\sigma_k \leq 0.045f_b \quad (12)$$

Mortero ordinario y tendel hueco

$$f_{vk} = f_{vko} \cdot \frac{g}{t} + 0.36\sigma_{kd} \leq 0.05f_b \quad (13)$$

Siendo

f_{vko} Resistencia a corte puro con tensión de compresión nula, que para morteros ordinarios puede estimarse según el tipo de pieza cerámica y el tipo de mortero entre 0.1 y 1.25MPa.

σ_k Si hay compresión, la tensión característica normal media perpendicular a la tabla, debida a la compresión debida a las cargas permanentes sobre el nivel considerado

f_b Es la resistencia normalizada a compresión de las piezas de fábrica, con el esfuerzo actuando perpendicular a la tabla, valores establecidos entre 10-25MPa

La resistencia a cortante estará por tanto entre los valores $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 1.25MPa$, siendo sin embargo los valores comunes $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 0.4MPa$

Tomando los valores de $6MPa \leq f_k \leq 10MPa$ para la resistencia media a compresión, obtenemos ecuaciones de dos variables que relaciona la distorsión asociada a la fisuración de la pieza, con la resistencia característica a cortante f_{vk} , para la que tomamos un rango convencional de $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 0.4MPa$, y la relación L/H para la que tomamos un rango de $1 \leq L/H \leq 2$.

Tabla 1. Valores de distorsión asociados a la fisuración de la fábrica de ladrillo

L/H	$f_k = 6MPa$			$f_k = 8MPa$			$f_k = 10MPa$		
	f_{vk} 0,10MPa	f_{vk} 0,20MPa	f_{vk} 0,40MPa	f_{vk} 0,10MPa	f_{vk} 0,20MPa	f_{vk} 0,40MPa	f_{vk} 0,10MPa	f_{vk} 0,20MPa	f_{vk} 0,40MPa
1	4138	2069	1034	5517	2759	1379	6897	3448	1724
1,5	2034	1017	508	2712	1356	678	3390	1695	847
2	1188	594	297	1584	792	396	1980	990	495
2.50	950	450	220	1032	516	258	1290	645	323

4. CONCLUSIONES

De los resultados de cálculo anterior deducimos que un muro de 3 metros de altura H y 3 metros de longitud L , es decir un valor adimensional de $L/H = 1$, con una resistencia a compresión de 7MPa y una resistencia a cortante igual a 0.25MPa, podrá admitir una distorsión angular máxima de $L/d=2000$, momento a partir del cual el muro se fisurará por los esfuerzos derivados de la deformación.

Comprobamos por último que las estructuras de fábrica presentan una rigidez tan elevada, que distorsiones angulares entre $L/500$ y $L/2000$ producirán su fisuración, valores que dependerán de la relación L/H y por tanto de la rigidez de la sección.

REFERENCIAS

- [1] Cano Marín, R.D., Jaramillo Morilla, A., Benal Serrano, F.J., Moreno Rangel, D. (2014). *Un estudio de caso: Rehabilitación singular de edificios de viviendas en la barriada del Parque Alcosa, análisis de daños constructivos comunes y propuesta de intervención*. Informes de la Construcción. Vol 66, pp 534.
- [2] Tena, A., Miranda, E. (2003). *Edificaciones de Mampostería para vivienda*. (2ª ed), cap 4, pp 103-132, México: Sergio Alcocer.
- [3] NBE-FL-90 (1990). Norma Básica de la Edificación Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo.
- [4] Cano Marín R.D. (2013b). Resistance calculation of a masonry structure against a deformation due to a seismic movement. Proceedinf of 5th International Congress on Energy and Environment Engineering and Management, Lisbon, pp 142-150.
- [5] CTE-DB-F (2006). Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Fábrica.

Mechanical characterization of sportive tracks made with materials recycled from end-of-life tyres

Caracterización mecánica de pistas deportivas fabricadas con materiales procedentes de neumáticos fuera de uso (NFU)

Morales-Gámiz, F.J.¹; Escriba, S.²; García-Villena, F.A.³; Bermejo, J.M.⁴; Saiz, L.⁵

ABSTRACT

The European Framework Directive 2008/98/EC on waste established as priority reuse and recycling before other recovery alternatives. In this normative reference, one the main waste flows identified are the end-of-life tyres, as a material whose mechanical properties could provide advantage in the construction of new structures.

This paper presents the mechanical characterization of a layer made with shredded tires out of use, inside a section of a sportive track which included a sand layer. The use of the shredded tires out of use provides special features related with elasticity and damping to the sportive surface.

In order to do that, a new test based on UNE-14809 was designed. A number of tests were performed using different configuration of sand and shredded tires. From the results obtained, a numerical model was implemented in FEA software.

Keywords: shredded, tyre, modelization, properties, elasticity

1. INTRODUCCIÓN

La Directiva marco de residuos (Directiva 2008/98/CE) [1] establece la jerarquía de residuos, donde tras la prevención y la reutilización, el reciclado de los residuos es prioritario frente a otras alternativas de valorización. Uno de los flujos prioritarios identificados en la misma a los que debe prestarse especial atención son los Neumáticos Fuera de Uso (NFU), que, por su cantidad, características y propiedades de los materiales que lo componen, pueden dar lugar a aplicaciones, entre otras, en nuevas estructuras aportándoles una serie de propiedades ventajosas.

En este artículo se trata la oportunidad de valorizar los NFU como parte de una sección tipo para pistas deportivas en la que se aprovechan distintas propiedades como la elasticidad y el alto índice de huecos del material. Estas construcciones deportivas son sencillas en cuanto a su estructura pero muy

¹ Departamento de I+D. CEMOSA (ESPAÑA). javier.morales@cemosa.es

² Departamento de I+D. CEMOSA (ESPAÑA). sergio.escriba@cemosa.es

³ Departamento de Ingeniería. CEMOSA (ESPAÑA). fantonio.garcia@cemosa.es

⁴ Departamento de Desarrollo de Mercados. SIGNUS Ecovalor (ESPAÑA). jbermejo@signus.es

⁵ Departamento de Desarrollo de Mercados. SIGNUS Ecovalor (ESPAÑA). isaiz@signus.es

exigentes en cuanto a sus características superficiales y comportamiento mecánico del conjunto, formado por capas de diferentes materiales y espesores.

Las condiciones de uso de diferentes pistas deportivas profesionales en condiciones óptimas exige el cumplimiento de determinados valores en parámetros tales como la absorción de impacto, elasticidad y deformación vertical, determinados mediante el empleo de un dispositivo denominado “atleta artificial”, según la norma UNE-EN 14809 [2] que simula los esfuerzos a los que se ven sometidas estas superficies. En algunos tipos concretos de instalaciones, existen diversos sistemas comerciales patentados que garantizan el cumplimiento de estos parámetros de calidad. De un análisis pormenorizado de las características técnicas y funcionales de estos sistemas, surge la idea de incluir en la sección de la pista capas de materiales obtenidos del tratamiento del NFU a tamaño de centímetros, producto comúnmente denominado como “chip”. Las ventajas que se intuyen del empleo de este material frente a los sistemas actuales son, una mayor absorción de la energía de impacto, un coste mucho menor que los sistemas patentados, por supuesto y sobre todo, un claro beneficio medioambiental.

La pista deportiva estudiada en este artículo está formada por una capa de arena y otra de “chip” de NFU, espesores variables. Este conjunto se ha ensayado a escala real en un cajón indeformable dotado de una serie de acelerómetros. Sobre el prototipo construido se han llevado a cabo los ensayos prescritos para la caracterización de la superficie de pistas deportivas y, adicionalmente, por medio de ensayos de placa de carga dinámica se han obtenido una serie de parámetros que han permitido la caracterización mecánica de las distintas configuraciones estudiadas. En cada impacto se han registrado las aceleraciones producidas en cada capa de material, indicativas de su comportamiento dinámico.

En una segunda fase del estudio se ha llevado a cabo la modelización del sistema por medio de elementos finitos y la simulación en el mismo de los ensayos dinámicos. Dicha modelización tuvo por objeto determinar los parámetros que definen el comportamiento mecánico de cada material para posteriormente, extrapolar a otras configuraciones no ensayadas en laboratorio. Para ello, se usaron diferentes modelos de comportamiento dinámico basados en los factores de amortiguamiento de Rayleigh [3], hasta lograr reproducir con fiabilidad los resultados obtenidos en los ensayos reales.

De esta forma, fue posible obtener los valores de amortiguamiento característicos de cada material, arena y NFU, y analizar su contribución al comportamiento general de la pista deportiva.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS DE CARACTERIZACIÓN

2.1. Introducción

En este apartado se presentan los ensayos que deben realizarse sobre la superficie de las pistas deportivas con el objeto de conocer su respuesta ante la carga dinámica a la que se somete durante su uso, esto es, el impacto de una pisada.

En la actualidad, el ensayo de referencia para la caracterización de pistas deportivas profesionales es el de “atleta artificial”, el cual está regulado por la norma UNE-EN 14809:2006 [3]. El dispositivo para

llevar a cabo estos ensayos presenta una gran complejidad y no es fácil de encontrar en España, por ello, para el desarrollo de esta investigación se ha fabricado un equipo equivalente sobre la base del equipo de placa de carga dinámica, que es mucho más manejable y su uso está mucho más extendido.

2.2. Ensayo “atleta artificial”

2.2.1. Descripción

El ensayo “atleta artificial” se encuentra descrito en la norma UNE-EN 14809:2006 [3] y generalmente se utiliza para la determinación de la deformación vertical de las superficies deportivas. La denominación “atleta artificial” responde al hecho de la simulación de la pisada de un atleta en condiciones de práctica deportiva normal.

El principio de funcionamiento del equipo es la medida de la deceleración de una masa en caída libre sobre una superficie. La masa en caída libre es la simulación del impacto de la pisada sobre el suelo. Por integraciones sucesivas, se deducen las velocidades antes y después del impacto. El conjunto de valores obtenidos permite caracterizar la superficie desde el punto de vista de su respuesta mecánica ante el impacto.

El esquema del dispositivo de atleta artificial se muestra en la siguiente figura (Figura 1), donde se pueden distinguir los distintos componentes del mismo.

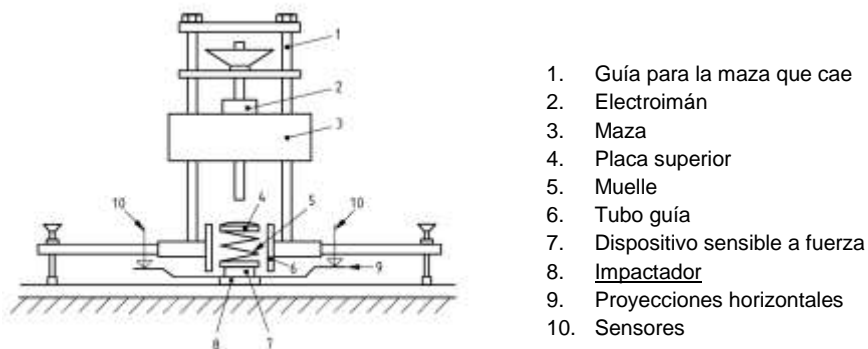


Figura 1. Dispositivo de ensayo “atleta artificial”

2.2.2. Interpretación de resultados

El ensayo “atleta artificial” permite caracterizar las superficies por medio de tres parámetros los cuáles se describen a continuación.

2.2.2.1. Absorción de impacto

Representa la fuerza máxima del impacto sobre la superficie. Se calcula a través de la siguiente fórmula que representa la segunda ley de Newton.

$$= \text{masa} \times \text{deceleración máxima}$$

Donde

F: es la fuerza máxima del impacto sobre la superficie en Newton (N)

Masa: es la masa de la maza con la que se realiza el golpe en kilogramos (Kg)

Deceleración máxima: es el valor máximo de aceleración en sentido de la gravedad que se produce en la superficie donde se realiza el golpe en metros por segundo cuadrado (m/s²).

El resultado se puede describir como la fuerza de reacción del suelo al impacto. En consecuencia, cuanta más pequeña sea la fuerza, mayor será la absorción de impacto.

2.2.2.2. Energía de restitución (o elasticidad)

Este parámetro, definido de forma imprecisa como Elasticidad en la norma de referencia, representa la energía de restitución de la superficie, esto es, el porcentaje de energía que el sistema devuelve a la maza tras el impacto. Este parámetro se calcula a través de la siguiente expresión:

$$Er (\%) = (\text{velocidad de ascenso en el rebote})^2 / (\text{velocidad de descenso en el impacto})^2$$

Los sensores instalados en el entorno del lugar de ensayo registran las aceleraciones que, tras su filtrado e integración, permiten obtener las velocidades necesarias para el cálculo de este parámetro.

De esta forma el ensayo permite calcular la energía de restitución de la superficie después de un impacto. Se trata de un criterio de rendimiento vertical de la superficie. Cuanto más grande sea su valor, más reactivo es el suelo y por tanto permite más rapidez de evolución.

Este parámetro depende principalmente del módulo de deformación de los materiales y de su coeficiente de amortiguamiento.

2.2.2.3. Deformación vertical

Al igual que en el caso de la absorción de impacto, este parámetro está influenciado por la resistencia a cortante de la superficie, aunque no de forma tan clara como el primero.

Representa la deformación física de la superficie en mm en el lugar del impacto. Se define también como la flexibilidad del suelo.

2.3. Ensayo de placa de carga dinámica

2.3.1. Descripción

Los ensayos de placa de carga dinámica se utilizan para determinar el módulo de deformación de terraplenes y capas granulares de firmes de carretera principalmente. El módulo de deformación es un parámetro de suma importancia en el diseño y control de calidad de obras de carretera, a tenor de la normativa existente.

El ensayo de placa dinámica de carga más habitual cuenta con un plato de impacto de 300 mm de diámetro, utiliza una maza de accionamiento manual como elemento de carga y un dispositivo electrónico de medida de los movimientos de la placa. Este equipo ligero y versátil permite la

obtención del módulo de deformación de forma instantánea y muy fiable. Además, su operatividad y rapidez de ejecución permite realizar un alto número de ensayos con un coste y tiempo muy razonables, lo que conlleva la obtención de módulos más representativos que en un ensayo más largo y costoso.

El equipo para la realización del ensayo de placa de carga dinámico comprende una serie de elementos (Figura 2) entre los que destacan:

- La placa de carga
- Medidor de asiento situado en el centro de la placa de carga en ángulo recto con la superficie receptora de la carga
- Equipo de carga consistente en peso suspendido, conjunto de muelles y barra o tubo guía con un resorte de liberación

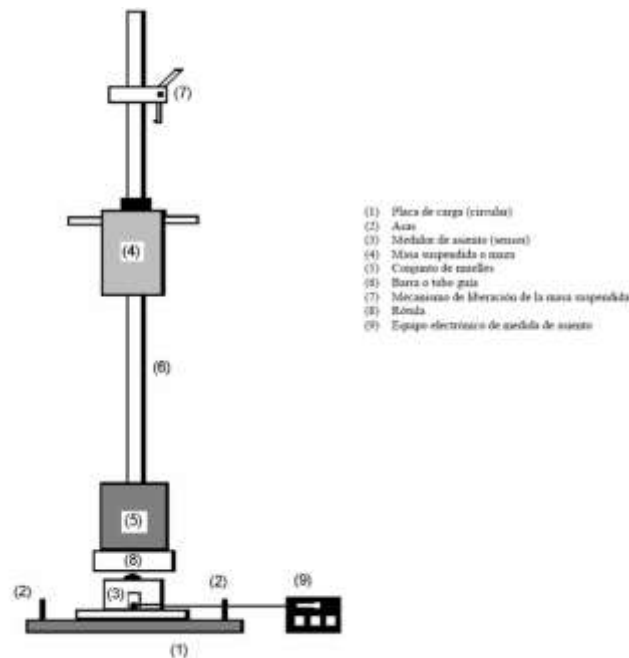


Figura 2. Dispositivo de ensayo de placa dinámica de carga

2.3.2. Interpretación de resultados

2.3.2.1. Asentamientos

El ensayo de placa de carga dinámica permite obtener los valores del asentamiento en cada uno de los golpes. Estos valores se obtienen directamente a través del dispositivo electrónico conectado con la placa.

2.3.2.2. Módulo de deformación vertical

El módulo de deformación vertical bajo carga cíclica se define mediante la relación de Boussinesq:

$$E_{vd} = \frac{1 - \nu^2}{2r} k \quad (1)$$

Dónde:

E_{vd} : es el módulo de deformación vertical bajo carga dinámica (MN/m²)

ν : es el coeficiente de Poisson del suelo

k : rigidez del suelo (N/mm)

r : radio de la placa (mm)

Para el ensayo de placa de carga dinámica la forma de obtención del parámetro viene dado por el dispositivo electrónico conectado a la misma. Este detecta y calcula los asientos resultantes para cada uno de los tres impactos exigidos para la medición. El módulo dinámico de deformación se calcula a través de la siguiente ecuación que relaciona la máxima tensión normal bajo la placa de carga, el diámetro de la placa y el valor medio de los tres asientos medidos, de la siguiente forma:

$$E_{vd} = 1,5 \cdot r \cdot \frac{\sigma_{max}}{s_{max}} = 1,5 \cdot 0,15 \cdot \frac{0,1}{s_{max}} = \frac{22,5}{s_{max}} \quad (2)$$

Dónde:

r : es el radio de la placa de carga igual a 0,15 metros

σ_{max} : es el valor de la tensión normal bajo la placa igual a 0,1 MN/m²

s_{max} : es el valor medio de los tres asientos medidos en milímetros.

El valor resultante ofrece información acerca de la rigidez de la sección donde se realice el ensayo.

3. MONITORIZACIÓN Y REALIZACIÓN DE LOS ENSAYOS EN LABORATORIO

3.1. Realización de prototipos

Para la obtención de resultados experimentales se procedió a la construcción de una serie de prototipos a escala real sobre los cuáles se pudieran realizar los ensayos anteriormente descritos. Estos prototipos simularían diferentes secciones de pista deportiva que incluían diferentes espesores de arena y del material obtenido del neumático fuera de uso, como capas portantes. Sobre dicha sección se realizarían los ensayos de atleta artificial y de placa de carga dinámica.

Para la construcción de los prototipos se utilizó un cajón metálico de dimensiones suficientes, y debidamente reforzado para evitar deformaciones.

3.2. Sistema de monitorización

El sistema de monitorización durante la realización de los ensayos incluía una serie de acelerómetros repartidos homogéneamente a lo largo de las capas del material obtenido del neumático y la arena. Dichos acelerómetros registraban a una frecuencia de 800 Hz cualquier variación de aceleración en el punto donde se encontraban instalados en un rango de $\pm 16G$.

4. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

4.1. Generalidades

En este apartado se presenta una breve descripción de la implementación computacional del modelo constitutivo descrito en una formulación de elementos finitos.

En particular en este trabajo se adoptó un análisis transitorio que permitía la variación en el tiempo de las cargas inducidas al sistema y que por tanto se adecuaba a las características del ensayo “atleta artificial”.

4.2. Caracterización de los materiales

La arena y sobre todo el material obtenido del NFU requirió un análisis previo de comportamiento antes de proceder a su ajuste. Para ello se ha llevado a cabo una búsqueda bibliográfica sobre trabajos de investigación donde ya se han caracterizado estos materiales, aunque para aplicaciones diferentes.

En cuanto al material del NFU, existe una gran variabilidad en los parámetros encontrados, como puede observarse en la Tabla 1, debido fundamentalmente a que los tamaños de partícula de cada uno de los estudios difiere considerablemente. Tras su análisis, se decidió emplear como valores iniciales los correspondientes a la última referencia (Iberinsa I+D) dada su mayor similitud con el caso en estudio. El peso específico se tomó de la referencia Shalaby y Khan (2005).

Tabla 1. Propiedades de los NFU en bibliografía

Fuente	Propiedad			
	Tamaño máximo (mm)	Peso específico (kN/m ³)	Módulo elástico (kPa)	Coefficiente de Poisson
Cecich et al. (1996) [1]	12,5	5,51-5,86	-	-
Youwai (2003) [2]	-	6,97	-	-
Lee et al. (1999) [3]	50	6,3	1129	-
Moo-Young (2003) et al. [4]	50-100	7,25	-	-
Shalaby (2005) [5]	50-300	5,886	-	0,30
Humphrey et al. (1993) [6]	38	6,064	770	0,32
Yang (2002) [7]	10	5,73	1129	0,28
Iberinsa I+D	-	-	350	0,32

En la arena, por su parte, la bibliografía existente es mucho más amplia. Sirva la Tabla 2 como una muestra de los valores encontrados. En este caso, se tomaron inicialmente los valores correspondientes a “arena floja”.

Tabla 2. Parámetros elásticos típicos de suelos arenosos [8]

Material	Propiedad		
	Densidad (kg/m ³)	Módulo elástico (MPa)	Coefficiente de Poisson
Arena floja	1400-1650	10,5-24,0	0,20-0,40
Arena media	1900	17,0-27,0	0,25-0,40
Arena densa	2080	34,5-55,0	0,30-0,45
Limo arenoso	1400-1500	10,5-17,5	0,20-0,40

Así, para los primeros tanteos se consideraron los siguientes parámetros:

Tabla 3. Características representativas de los materiales en el primer tanteo

Material	Propiedad		
	Densidad (kg/m ³)	Módulo elástico (MPa)	Coefficiente de Poisson
Arena	1650	10,5	0,30
Limo arenoso	600	0,35	0,32

4.3. Modelos constitutivos

4.3.1. Elección del modelo

Debido a la corta duración y elevada energía del impacto, el modelo empleado tanto para la arena como para el material obtenido del NFU es el viscoelástico, es decir, comportamiento elástico con amortiguamiento.

Uno de los principales retos ante los que se encuentra cualquier problema dinámico es la resolución de la ecuación del movimiento que se muestra a continuación y que describe el comportamiento total del sistema en términos de masa, rigidez y amortiguamiento, características también presentes en dicha expresión.

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + ku = F(t) \quad (1)$$

En esta ecuación, M es la matriz de masas, C es la matriz correspondiente al amortiguamiento viscoso y K es la matriz de rigidez, con F(t) representando la fuerza aplicada. Estas características están basadas en las propiedades físicas de los materiales del sistema y en las condiciones de contorno existentes, las cuáles influyen decisivamente en las vibraciones y respuesta dinámica del propio sistema.

Cuando el material considerado es un suelo, la matriz de rigidez y de amortiguamiento no es necesariamente constante ante un esfuerzo cortante. Tanto el amortiguamiento como el módulo de cortante varían con la deformación del suelo durante la aplicación de la carga. En este caso, sin embargo, dada la escasa magnitud del esfuerzo aplicado, puede considerarse que estos parámetros permanecen constantes sin cometer errores importantes.

4.3.2. Amortiguamiento

Una de las principales características de los materiales de comportamiento elástico con amortiguamiento es, precisamente, su amortiguamiento. Este factor interviene en el movimiento relativo de sus partículas y su fricción interna, claramente presentes tanto en la arena como en el NFU. Los modelos de elementos finitos introducen este parámetro a través de la siguiente expresión que relaciona la matriz de rigidez con dos parámetros α y β , conocidos como parámetros de amortiguamiento de Rayleigh.

$$C^R = \alpha^R M + \beta^R K \quad (2)$$

Donde:

M es la matriz de masas del sistema

K es la matriz de rigidez

C es la matriz de amortiguamiento

Las fórmulas que permiten calcular los parámetros de amortiguamiento de Rayleigh son:

$$\alpha^R = \xi \left(\frac{4\pi}{T} \right) \left(\frac{n}{n+1} \right) \quad (3)$$

$$\beta^R = \xi \left(\frac{4\pi}{T} \right) \left(\frac{n1}{n+1} \right) \quad (4)$$

Donde:

T es el periodo fundamental de vibración del material

ξ es el objetivo de amortiguamiento buscado

n es número entero que corresponde el número de modo de vibración m para el cual el objetivo de amortiguamiento coincide, calculándose el mismo como $n=2m-1$

Como se observa el valor de ambos parámetros depende del periodo de vibración del material y de los modos de vibración del sistema.

Los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh también han sido aproximados en primera instancia a partir de valores existentes en la bibliografía. En el caso del material obtenido del NFU, los valores iniciales (Tabla 4) se fueron ajustando libremente según los resultados de los ensayos llevados a cabo en los prototipos. En el caso de la arena, dada la cantidad, profundidad y detalle de

los estudios encontrados, se optó por emplear directamente valores de la bibliografía (Tabla 5) y se eligió aquella que mejor reflejaba el comportamiento en el prototipo construido.

Tabla 4. Coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh para el NFU según bibliografía [9]

Material	Parámetros de Rayleigh	
	α^R	β^R
NFU	0.6103	0.002276

Tabla 5. Coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh para la arena según bibliografía [10]

Material	Coeficiente de amortiguamiento global (%)	Parámetros de Rayleigh	
		α^R	β^R
Arena	1,5	0,31102	0,00026
Arena	5,5	1,1404	0,00095
Arena	9,5	1,96978	0,00165
Arena	13,5	2,79916	0,00234
Arena	17,5	3,62854	0,00304

4.3.3. Cargas aplicadas

El ensayo utilizado para la calibración del modelo ha sido el de placa de carga dinámica, dado que por su mayor energía y superficie de impacto su resultado es representativo del comportamiento global del prototipo. La carga aplicada en este ensayo, según se especifica en la norma UNE-103807-2, corresponde a un impacto (fuerza de valor F_s) transmitido mediante la caída de un peso desde una altura dada, sobre una placa de carga circular de ciento cincuenta milímetros de radio ($r=150$ mm) y de espesor suficiente para considerarla rígida. El dispositivo está calibrado para que la fuerza producida sea tal que la tensión normal σ bajo la placa del ensayo alcance los 0,1 MPa.

La norma presenta unas figuras con la ley de fuerzas y de asientos que se debería de obtener en el impacto (ver Figura 1).

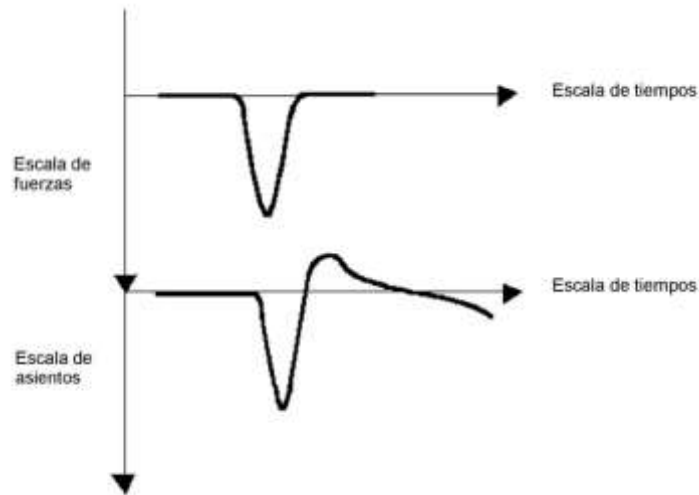


Figura 3. *Secuencia temporal de la fuerza de impacto ejercida por el dispositivo de carga y del asiento que genera en la placa*

Siguiendo estas premisas, en el modelo se ha considerado una presión variable tipo impulso de corta duración (17 ms) y con un pico máximo correspondiente a los 0,1 MPa, aplicada sobre una superficie circular de 150mm de radio, según se establece en dicha norma

4.4. Calibración del modelo

4.4.1. Introducción

La calibración del modelo numérico consiste en la modificación de las características de los materiales hasta que los resultados teóricos se ajusten a los resultados obtenidos en todos los prototipos. En concreto, la modificación de los parámetros elásticos (módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson) tienen mayor influencia en la salida de deformaciones, mientras que la variación de los coeficientes de amortiguamiento causan modificaciones en las curvas de aceleración.

El procedimiento de calibración comienza con el ajuste de uno de los prototipos. A continuación se comprueba si los resultados de ensayo en el resto de prototipos también se reproducen correctamente con los parámetros seleccionados o si por el contrario es necesario un nuevo ajuste. En ese caso, se procede de forma iterativa hasta que la simulación sea válida para todos los casos ensayados.

El análisis de deformaciones es directo y no precisa mayor explicación. La comparación de aceleraciones, sin embargo, requiere un procesamiento previo de los datos de laboratorio que pasa a describirse a continuación.

4.4.2. Filtrado de los acelerogramas reales

El registro de datos brutos procedentes de los acelerómetros instalados en el cajón debe de ser filtrado previo a su utilización con el fin de eliminar las frecuencias procedentes de las vibraciones secundarias del cajón o de otro tipo de interferencias. Para ello se utiliza la técnica de filtro pasa-banda. La determinación de las frecuencias representativas se llevó a cabo mediante un análisis frecuencial del registro de mediciones de aceleraciones. Dichos análisis llevaron a establecer los modos de vibración principales asociados al golpe de la placa de carga dinámica sobre el cajón. Estos

vendrán dados por una serie de picos dentro de la gráfica relacionados con una mayor energía asociada a la frecuencia en la que se encuentren.

Por otra parte, mediante el modelo numérico se obtienen los modos de vibración teóricos y sus frecuencias asociadas (Tabla 6).

Tabla 6. Modos de vibración procedentes del modelo numérico

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)
1	26,14
2	40,89
3	49,67
4	51,40
5	53,50

A continuación, se seleccionaron en los acelerogramas sólo aquellas frecuencias próximas los principales modos de vibración teóricos. Los resultados obtenidos para los casos en estudio se pueden observar en la Figura 4. En ella se muestran los registros de aceleraciones obtenido directamente de uno de los acelerómetros colocados bajo la placa del ensayo de placa dinámica de carga. En la Figura 5 se presentan los espectros de frecuencia obtenidos tras para los mismos acelerogramas tras el análisis frecuencial.

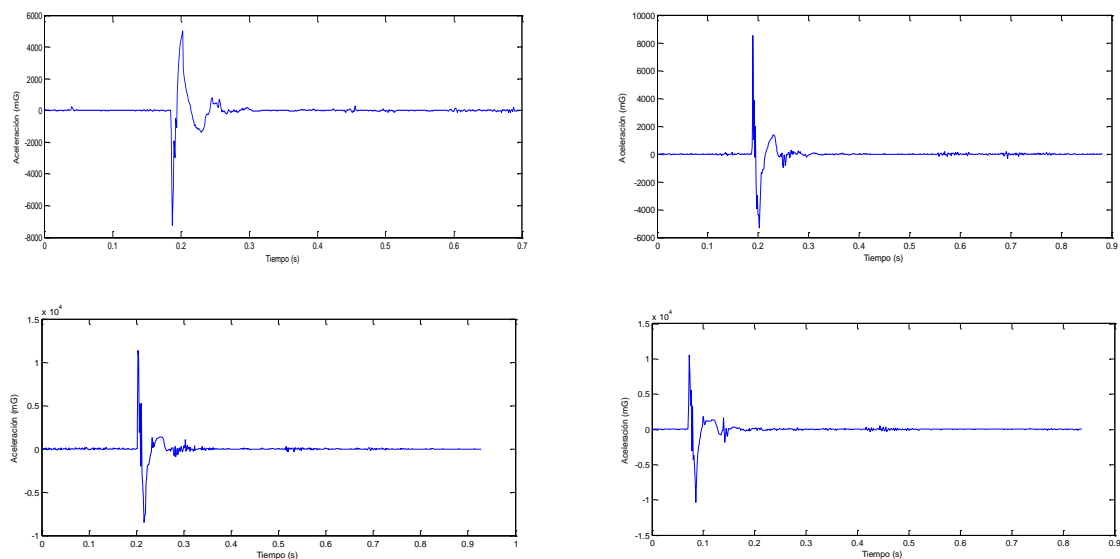


Figura 4. Acelerogramas obtenidos

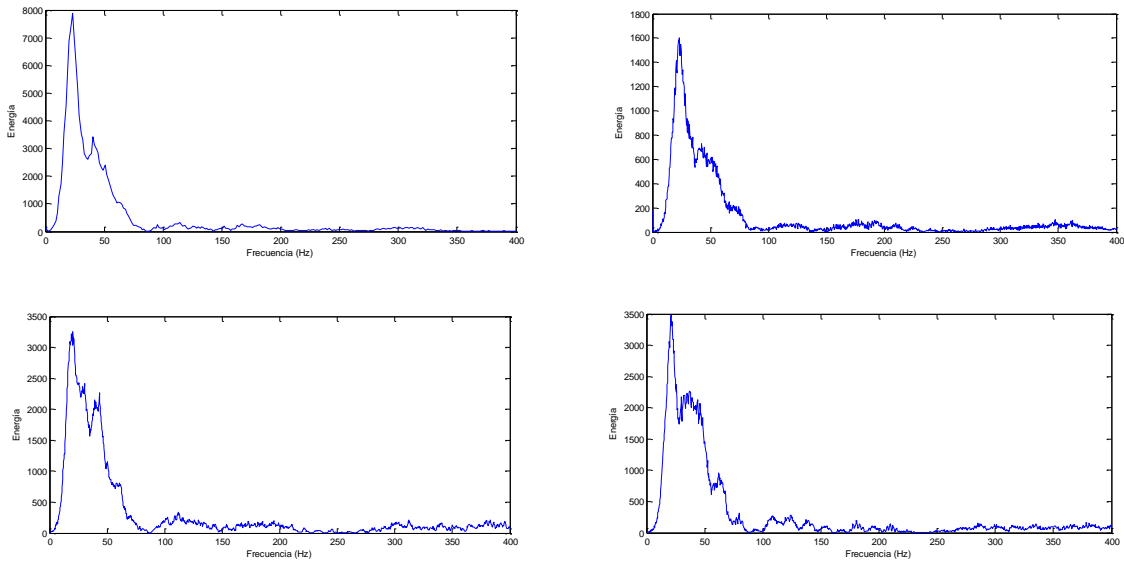


Figura 5. Análisis espectral de frecuencias

Se puede comprobar como los valores de los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh α y β , son bastante diferentes a los encontrados en la bibliografía.. Esto es debido a la gran diferencia de espesores de material de NFU entre los prototipos de este proyecto y los casos documentados en la bibliografía, ya que estos últimos van orientados al relleno de trasdós de muros y por tanto sus dimensiones son de varios metros.

4.4.3. Obtención de curvas de aceleraciones con el modelo numérico

A partir del modelo del cajón de ensayo y tras calcular la respuesta ante la carga teórica aplicada se puede obtener la curva de aceleraciones en cualquier punto del modelo. En particular, para la calibración interesa conocer la respuesta teórica en los lugares donde se ubican los acelerómetros.

El proceso iterativo de ajuste de la curva de aceleraciones al acelerograma filtrado comienza por la asignación inicial de coeficientes α y β de amortiguamiento de Rayleigh al NFU y a la arena. Estos valores debían de cumplir un criterio de homogeneidad entre ellos y estar asociados a un determinado valor de amortiguamiento global del material.

En la Figura 6 se muestra un ejemplo del proceso de ajuste de las curvas de aceleración, donde se fueron variando los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh.

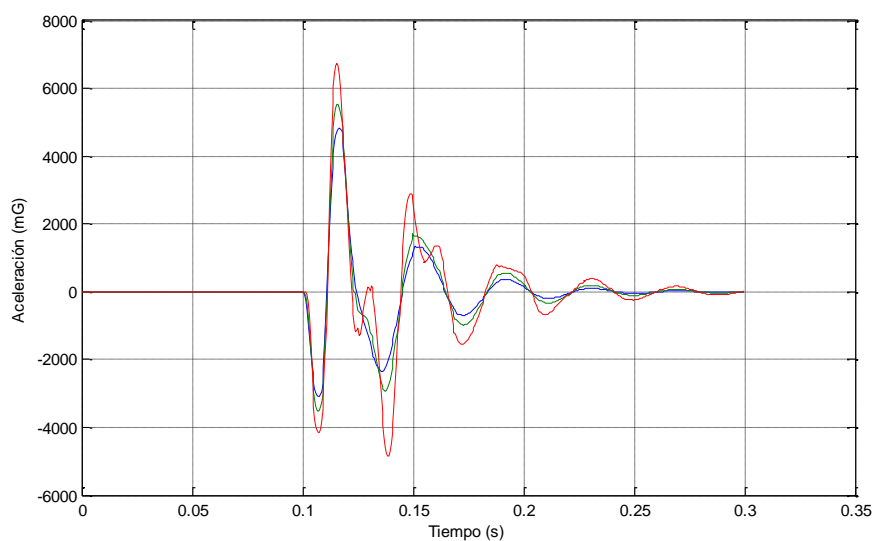


Figura 6. Proceso iterativo de ajuste de la curva de aceleraciones mediante variación de los coeficientes de Rayleigh

Como resultado, se obtuvo que los parámetros de arena y NFU necesarios para conseguir un buen ajuste de la curva de aceleraciones son los representados en la siguiente tabla:

Tabla 7. Parámetros finales asignados a los materiales

Material	Parámetros				
	Densidad (kg/m ³)	Módulo elástico (MPa)	Coefficiente de Poisson	α^R	β^R
NFU	1650	8.5	0.36	3.62854	0.00304
Arena	600	0.1	0.29	6.68	0.0251

En la figura 7 se puede comprobar como las aceleraciones teóricas y las reales coinciden casi a la perfección.

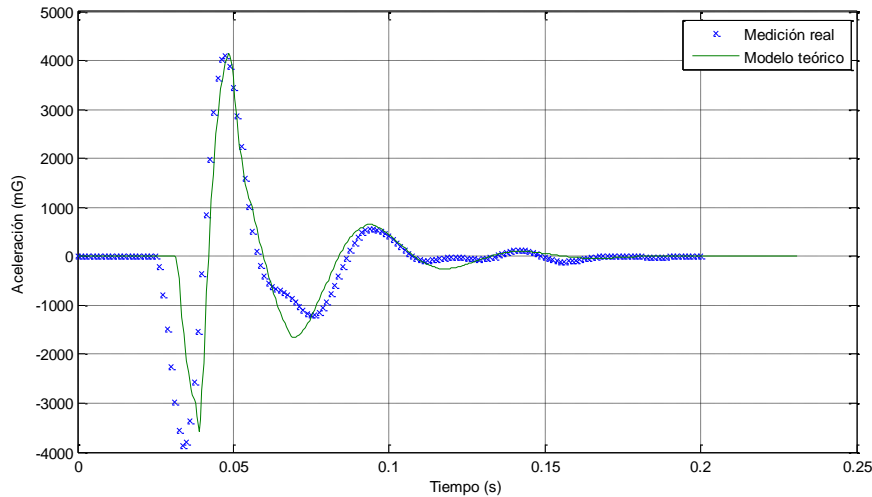


Figura 7. Comparación de resultados teóricos y reales de aceleraciones tras el ajuste

Se puede comprobar como los valores de los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh α y β , difieren un poco respecto a los de la bibliografía encontrada al respecto. Esto es debido al pequeño espesor de la capa de NFU que se utilizó para los ensayos y los espesores de capa estudiados en la bibliografía, ya que estos últimos van orientados al relleno de trasdós de muros y por tanto sus dimensiones son de varios metros.

4.5. Validación del modelo numérico

El siguiente paso es comprobar si con los coeficientes elásticos y de amortiguamiento seleccionado el modelo numérico logra reproducir otras configuraciones geométricas, en particular las correspondientes a los demás prototipos ensayados. El parámetro empleado como comprobación es la elasticidad o energía de restitución, obtenida mediante golpeo a través del dispositivo “atleta artificial”. La energía de restitución se calcula a partir de las velocidades registradas en la superficie del modelo, tanto de descenso en el impacto como de ascenso en el rebote. En la Tabla 8 se comparan los resultados teóricos así obtenidos con los calculados anteriormente a partir de datos reales.

Tabla 8. Energía de restitución o elasticidad en los modelos numéricos y en los ensayos de laboratorio

Prototipo	Espesor de arena (cm)	Espesor de NFU (cm)	Elasticidad obtenida en el modelo computacional (%)	Elasticidad obtenida en laboratorio (%)	Desviación
1	30	20	35,40	37,60	-5,85%
2	20	20	39,02	38,70	0,83%
3	20	10	30,64	30,10	1,79%
4	20	5	34,64	34,10	1,58%

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado la caracterización mecánica de una capa construida con un material obtenido del procesado de neumático fuera de uso como capa portante dentro de la sección de una pista deportiva. Las buenas propiedades de este tipo de material respecto a los valores de elasticidad y amortiguamiento hacían altamente recomendable su uso junto con el beneficio ambiental que supone dar salida a materiales obtenidos a partir de residuos.

La realización de una serie de ensayos de caracterización mecánica especialmente diseñados para este tipo de superficies junto con la monitorización del comportamiento de las capas en unos prototipos que se fabricaron en laboratorio dieron por resultado, una serie de acelerogramas que se utilizaron como base para el desarrollo y calibración de un modelo de elementos finitos.

El modelo de elementos finitos desarrollado, exigía la definición de una serie de parámetros intrínsecos del material junto con una ley de comportamiento. En base a la bibliografía existente y por la propia experiencia del empleo de este tipo de materiales, se definió un modelo viscoelástico, dotando a la capa del material obtenido del neumático de unas propiedades físicas determinadas.

Tras una serie de iteraciones y ajustes del modelo computacional, los resultados a nivel de aceleraciones consiguieron reproducir con bastante exactitud los obtenidos en los ensayos de laboratorio. Como consecuencia, la energía de restitución, parámetro característico de las pistas deportivas, presentó una excelente correlación entre los valores teóricos obtenidos con el modelo computacional y los reales obtenidos en laboratorio.

De esta forma, se pudo obtener una caracterización precisa de parámetros de amortiguamiento, módulo elástico y coeficiente de Poisson de la capa construida utilizando materiales obtenidos del tratamiento del neumático fuera de uso. Esta caracterización resulta muy útil puesto que permitirá la optimización de la sección de la pista deportiva en la búsqueda de las propiedades más adecuadas para la práctica deportiva que se desee en función de los parámetros que se obtienen del ensayo "atleta artificial", sin necesidad de realizar ensayos físicos en laboratorio.

REFERENCIAS

- [1] «Directiva 2008/98/CE del Parlamento Europeo y del Consejo de 19 de noviembre de 2008, sobre los residuos y por la que se derogan determinadas directivas. L312/3 de 22.11.2008,» 2008.
- [2] AEN/CTN 41, «Superficies deportivas. Determinación de la deformación vertical,» AENOR, Madrid, 2006.
- [3] O. Farhang, N. Deng y J. Roesset, «Estimating Total System Damping for Soil-Structure interaction Systems,» Proceedings Third UJNR Workshop on Soil-Structure Interaction, Menlo Park, California, USA, 2004.

- [4] V. Cecich, L. Gonzales, A. Hoisaeter, J. Willilams y K. Reddy, «Use of Shredded Tires as Lightweight Backfill Material for Retaining Structures,» *Waste Management and Research*, 1996.
- [5] S. Youwai y D. Bergado, «Strength and deformation characteristics of shredded rubber tire-sand mixtures,» *Canadian Geotechnical Journal*, 40, 2003.
- [6] H. Lee y H. Roh, «The use of tire chips to minimize dynamics earth pressure during compaction of backfill,» *Construction and Buildings Materials*, 21, 2007.
- [7] H. Moo-Young, K. Sellasie, D. Zeroka y G. Sabnis, «Physical and Chemical properties of Recycled tire shreds for use in construction,» *Journal of Environmental Engineering*, 129(10), 2003.
- [8] A. Shalaby y R. Khan, «Design of unsurfaced roads constructed with large-size shredded rubber tires: a case study,» *Resources, Conservatorion and Recycling*, 44, 2005.
- [9] D. Humphrey, T. Sandford, M. Cribbs y W. Manion, «Shear Strength and Compressibility of Tire Chips for Use as Retaining Wall Backfill,» *Transportation Research Record*, 1422, 1993.
- [10] S. Yang, R. Lohnes y B. Kjartanson, «Mechanical Properties of Shredded tires,» *Geotechnical Testing Journal*, 25, 2002.
- [11] *Geotecnia II*, 40 ICA, «El Solido elástico,» UAX, Madrid, 2005.
- [12] E. Huggins, «Numerical and reliability analysis of gravity cantilever retaining walls backfilled with shredded tires subjected to seismic loads,» *Clem University. TigerPrints.*, 2012.
- [13] C. Hsein, P. Kok Kwang, A. Puppala, R. Green y G. Fenton , «Damping in sands,» *Proceedings of GeoRisk: Geotechnical Risk Assessment and Management*, ASCE, Atlanta, 2011.

Mechanical model to approximate the behaviour of dowel-type joints with expansive kits in timber structures

Fueyo, José G.¹; Domínguez, Manuel²; Cabezas, José A.³

ABSTRACT

This work presents some advanced 3D mechanical models, developed using the finite element method, for dowel-type joints with and without expansive kits used in timber structures. Some key points in the design of the models are the correct calculation of the design load working on the joint, the approximation of the mechanical behaviour of the different materials which constitute these joints, the accurate description of the contact zone between timber and dowel and finally the mechanism proposed to model the effect of the expansive kit using the tools available in the commercial finite element program used. The results obtained from the models have shown a good agreement with a battery of empirical tests carried out to complete the work, and the comparisons between the results of the models with and without expansive kits show very interesting outcomes.

Keywords: structures, timber, FEM, dowel-joints, expansive-kits

1. INTRODUCTION

In the last decades, in countries like Spain, the use of timber structures has grown due to the environmental and aesthetic advantages of this structural material compared with other materials such as concrete or steel. Just like in any other kind of structures, in timber structures, joints are one of the key points in their designs. The most widely used types of joints are those using dowels and nails, and they can have different shapes and configurations. All of them have in common that the loads are transmitted between the different timber parts through shear stresses in the dowels. Furthermore, they are also subject to moments and compressive stresses. Figure 1 shows some real cases of this type of joints.

Eurocode 5 [1] is the European Standard which provides technicians and builders with the procedures and methodologies to design and calculate timber structures. From this European technical rule come the standards which are used in the different European Countries. The Spanish version of this standard is known as CTE DB-SE-M [2], and is included in a set of structural and construction regulations called Technical Building Code. The section 8.3 of the Spanish standard includes the procedures for a safe design of dowel-type joints. These procedures are based on the mechanical

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). fueyo@usal.es (Corresponding author)

² Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). mdominguez1@usal.es

³ Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Salamanca (España). jacf@usal.es

models suggested in 1950 by Johansen [3]. Figure 2 shows the four possible failure mechanisms proposed by Johansen for double shear joints. The Standard covers other possibilities, for example, when the joints work under single shear, or when there are materials other than timber.

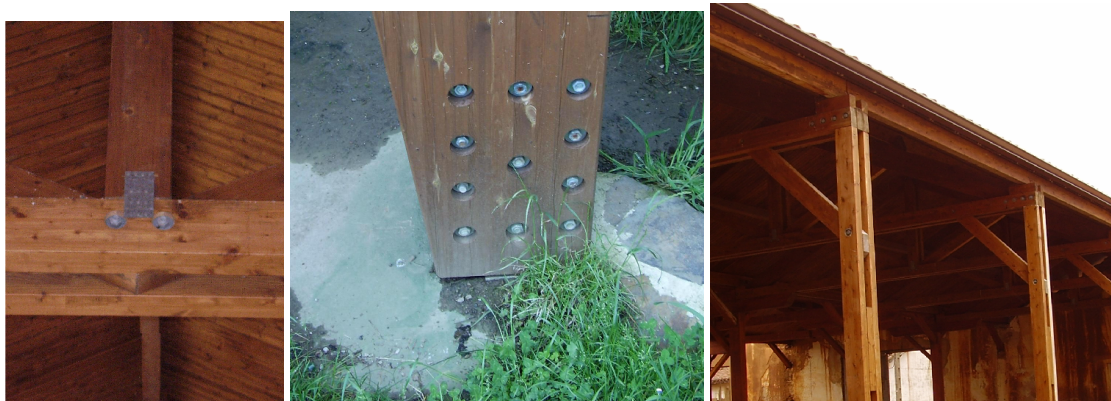


Figure 1. Examples of some real dowel-type joints

Type a. Failure in the external wood.	Type b. Failure in the internal wood.	Type c. Failure in wood plus 1 plastic hinge in the dowel.	Type d. Failure in wood plus 3 plastic hinges in the dowel.
$R_{d,a} = f_{h,1,d} t_1 d$	$R_{d,b} = 0.5 f_{h,1,d} t_2 d \beta$	$R_{d,c} = \frac{f_{h,1,d} t_1 d}{2 + \beta} \left\{ \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta) M_{y,d}}{f_{h,1,d} d t_1^2}} - \beta \right\}$	$R_{d,d} = \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2 M_{y,d} f_{h,1,d} d}$

Figure 2. Failure modes of dowel-type fasteners in double shear

The variables in the equations of Figure 2 are:

- R_d Design load-carrying capacity per shear plane and per fastener. Because in this case there are two shear planes, the total capacity will be $2R_d$
- t_i Timber board thickness or penetration depth of each member
- d Fastener diameter
- $f_{h,i,d}$ Design embedment strength in timber member i
- $\beta = f_{h,2,d} / f_{h,1,d}$... Ratio between the embedment strength of the members
- $M_{y,d}$ Design fastener yield moment

The so-called expansive kits are widely used in structural materials just like steel and concrete. It allows introducing stresses in the joint which modify its mechanical behaviour [4]. The aim of this work was to determine the advantages and disadvantages of using this technique on dowel-type joints in timber structures. To achieve this goal a mechanical model of the system has been developed and implemented in the commercial finite element program Abaqus. This mechanical model is especially complex due to the presence of nonlinearities associated with the contact between dowel and timber parts, and with the occurrence of elastoplastic behaviour in particular areas of both materials (steel and timber) [5]. These problems, difficult to overcome by themselves, become more complicated because of the particularly complex constitution of timber and its related mechanical behaviour: it is an anisotropic material with different stress-deformation relationships in the different directions. More specifically, the values of the properties in the (longitudinal) fibre direction differ significantly from their values in the transversal plane to the fibre. In this transversal plane these variations are much smaller. Taking into account all these circumstances, timber is considered as a transversely isotropic material. This complex mechanical behaviour required a correct design of the model that has been carefully implemented in Abaqus. The results obtained have been compared with others reached through some empirical tests.

2. MODEL

The development of a mechanical model capable of approximating the actual behaviour of this type of joint is a very complicated process which can be divided in several steps. The first step is to determine the loads which will work on the joint. Secondly, a geometric model must be defined, which must represent, as closely as possible, the real case with its dimensions and boundary conditions. Then, the mechanical behaviour of the different materials which compose the joint must be proposed. In this case there are three different materials: timber, steel in the dowel, and the material of the expansive kit. After that, a very important point is the accurate definition of the contact zone. Finally, it is necessary to correctly approximate the effect of the expansive kit. The following sections expose one by one how each of these steps have been developed in the proposed model.

2.1. Loads

Figure 3 shows a model of the joint. The load coming from the structure through the beam is transmitted to the pillar thanks to the dowel. The whole joint system must be reduced and simplified around this position.

The proposed model is loaded with a vertical force whose value, $2 \cdot R_d$, is the smallest of the values obtained with the Johansen equations shown in Figure 2 for the four possible failure modes. These equations involve different variables: design embedment strengths, embedment strengths ratio, thickness of the timber elements, design yield moment and diameter of the dowel. Figure 4 shows the variation of the design load-carrying capacity R_d with respect to the diameter of the dowel for the four possible failure modes.

2.2. Finite element model

There are different possibilities to model the dowel-type joints. One option is to propose a model very close to that suggested by Johansen. In this model the actual 3D joint is simplified to a plane 2D model

whose thickness is equal to the diameter of the dowel. The advantages of this model are two. First, the 2D approximation allows studying the case with 2D finite elements which imply less computing power. The second advantage is that this model follows the Johansen approximation, and therefore it gives results closer to those obtained by applying the analytical equations proposed by this scholar. On the other hand, its disadvantage is that it replaces the real 3D system by other which is 2D, which implies differences in material distribution and geometries. This means a different stress redistribution respect to the 3D real case. Figure 5 shows the 2D model that was used during the early stages of the study.

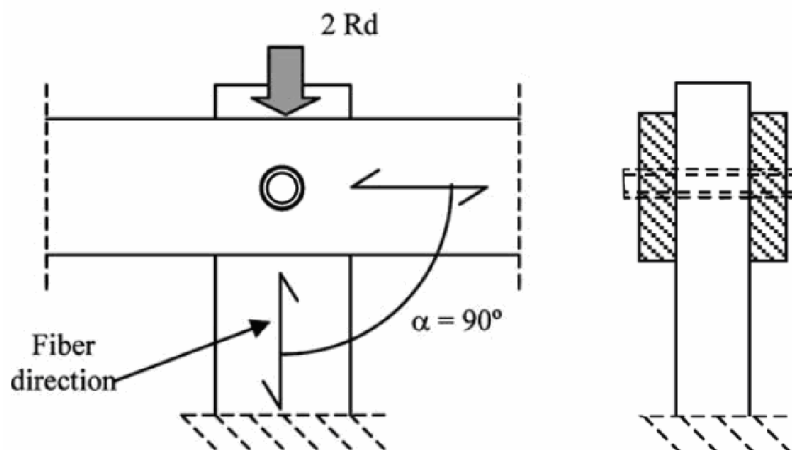


Figure 3. Simplified model of the joint with the design load

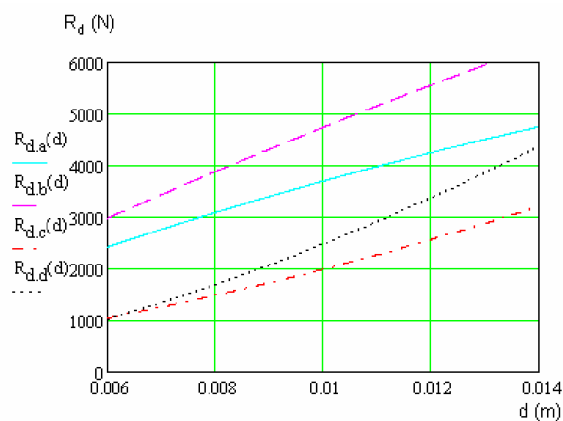


Figure 4. R_d values vs. dowel diameter for the four possible failure mechanisms

In order to improve the results and get closer to the real 3D case, the latest versions of the model were also 3D. They imply the drawback of employing a much larger number of elements, which requires the use of more powerful computers and longer time to perform the calculus. Therefore, because of the complexity of these models, it is necessary to employ methodologies that reduce the number of mathematical operations. Because the case studied was the joint in double shear, it was possible to apply double symmetry conditions, which reduce the model to its quarter, thereby reducing the number of finite element needed. Figure 6 shows the lines representing the whole

model, and in solid colour the quarter obtained by applying the symmetry conditions. A second possibility to reduce the number of elements is to use a general coarse mesh but applying a fine mesh to particularly interesting areas. In this case, the most interesting areas are those of the timber and dowel close to the contact zone between them. The way in which this option was implemented will be specified later, when the implementation of the contact zone is discussed in detail.

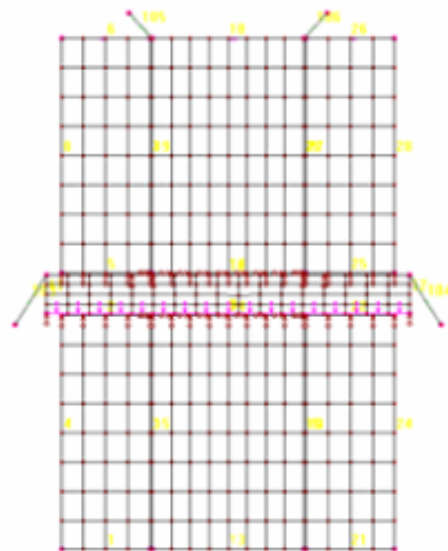


Figure 5. 2D model used in the early stages of the study

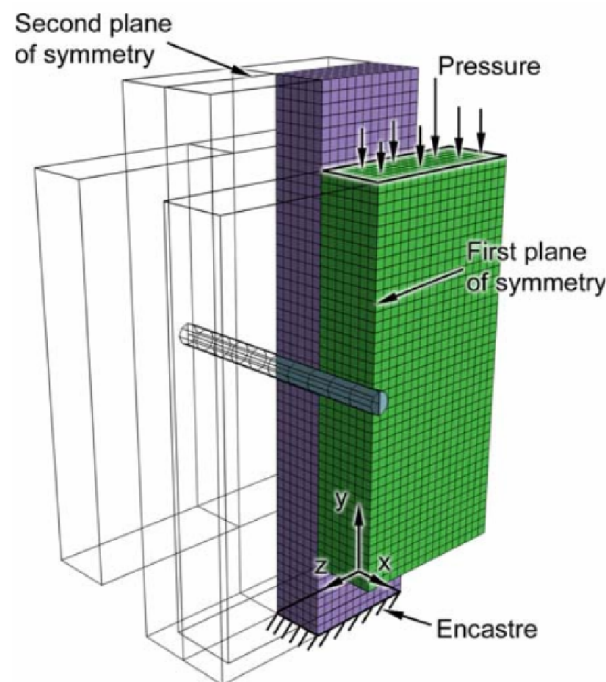


Figura 6. 3D advanced model with double symmetry boundary constraints

The type of element used to build the model was C3D8R. This kind of element was used for all the parts of the joint: wood, dowel and expansive kit. This is a continuum solid 3D element with eight

nodes and reduced integration. More specific characteristics of this type of element can be found in the Abaqus user's manual [6].

2.3. Material approximations

The wood strength class selected was C18, as defined in UNE EN 338 [7]. This corresponds to a softwood timber whose strength values and other mechanical characteristics are shown in Table 1.

Table 1. Strength properties (N/mm²), elastic modulus (N/mm²) and density (kg/m³) of class C18

Bending strength	$f_{m,k}$	18
Tensile strength parallel to grain	$f_{t,0,k}$	11
Tensile strength perpendicular to grain	$f_{t,90,k}$	0.5
Compressive strength parallel to grain	$f_{c,0,k}$	18
Compressive strength perpendicular to grain	$f_{c,90,k}$	2.2
Shear strength parallel to grain	$f_{v,k}$	2.0
Modulus of Elasticity		
parallel to grain	$E_{0,mean,average}$	9000
	$E_{0,k}$	6000
perpendicular to grain	$E_{90,mean,average}$	300
Transversal elasticity module	$G_{mean,average}$	560
Density	ρ_k	320

Table 1 shows the relatively low strength of the timber in tension perpendicular to grain compared with tension parallel to grain. The difference is also significant between bending and axial strengths, and it does not exist in other common structural materials like steel. Following the Eurocode 5 [1], from the characteristic strengths shown in Table 1, it is possible to obtain the design strengths by the equation:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (1)$$

where X_k is the characteristic strength and γ_m is the material partial safety factor for limit states design. In fundamental combinations, γ_m equals 1.3. K_{mod} is the modification factor, which takes into account the effect of moisture and load duration on strength. In this study it was assumed that the service class was 1 or 2, and the loads were a combination of a permanent one and another with medium duration. With both hypotheses, we have a medium term load case, so that the K_{mod} coefficient is 0.8. With the above assumptions, the design strengths were calculated. Other important parameter for calculating a dowelled connection is the characteristic density ρ_k indicated in kg/m³. From this parameter, using the EC-5 European Standard [1], it is possible to obtain the characteristic embedment strength value using the following equations:

$$f_{h,0,k} = 0.082 (1 - 0.01 d) \rho_k \text{ in N/mm}^2 \quad (2)$$

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (3)$$

where α is the angle between the force direction and the grain for each part of the connection. For softwoods,

$$k_{90} = 1.35 + 0.015 d \quad (4)$$

Considering a dowel diameter $d = 10\text{mm}$, $k_{90} = 1.5$ is obtained and the characteristic embedment strengths at 0° and 90° are 23.6 and 15.7 N/mm^2 . As a result, using equation 1, the corresponding design embedment strengths are 14.5 and 9.7 N/mm^2 .

The second material in the joint is the steel that constitutes the dowel. From its characteristic tensile strength $f_{u,k}$ in N/mm^2 it is possible to obtain the characteristic value of the yield moment. For cylindrical steel dowels, following the European standard, the next equation must be used:

$$M_{y,k} = 0.3f_{u,k}d^{2.6} \quad (5)$$

From it, the design yield moment can be obtained by

$$M_{y,d} = \frac{M_{y,k}}{\gamma_M} \quad (6)$$

being γ_M the material partial safety factor for steel. In the studied case, the steel selected has a characteristic tensile strength $f_{u,k} = 240 \text{ N/mm}^2$ and, as usual, $210,000 \text{ N/mm}^2$ of Elastic modulus. For a dowel diameter $d = 10\text{mm}$, the characteristic yield moment results $M_{y,k} = 28,664 \text{ N}\cdot\text{mm}$ and, with a safety factor $\gamma_M=1.1$, the corresponding design yield moment is $M_{y,d} = 28,058 \text{ N}\cdot\text{mm}$.

Isotropic elasto-plastic constitutive behaviour has been used to model the steel dowel, while orthotropic elasto-plastic behaviour has been considered to model the performance of timber in compression [8]. Tensile behaviour of the timber, parallel and perpendicular to the grain, was modelled using orthotropic elasticity [4]. Figure 7 shows the material model representations.

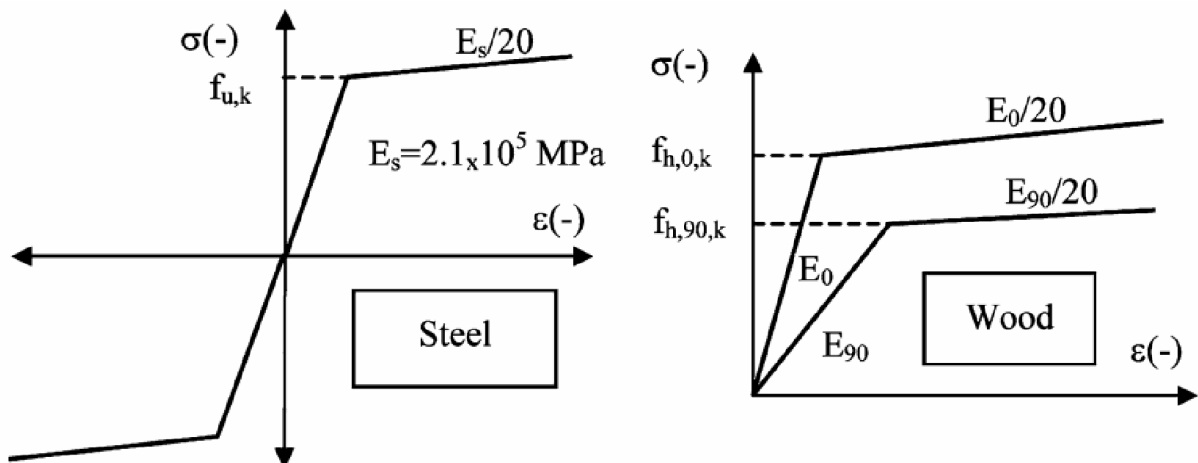


Figure 7. Material approximations used in the model

2.4. Expansive kit model

A suitable modelling of the expansive kit is one of the key points for the success of the whole model. The procedure followed in this case was to design the dowel with a diameter slightly smaller than the real one and also smaller than the diameter of the hole in the timber members. Then, the dowel is carefully placed in its position in the assembly and an expansion process is applied on it. This expansion process is imposed during an auxiliary step previous to the load steps. The expansion is obtained using the same tools that Abaqus has to impose thermal expansions and contractions in any other model. The process implies to apply a predefined field of temperature to the dowel, which has a thermal expansion coefficient previously assigned. The thermal expansion obtained has been calculated to equal the mechanical expansion obtained using the expansive kit. Figure 8 shows the dowel in red, positioned in the assembly, and the yellow squares indicate the presence of a predefined field of thermal increments.

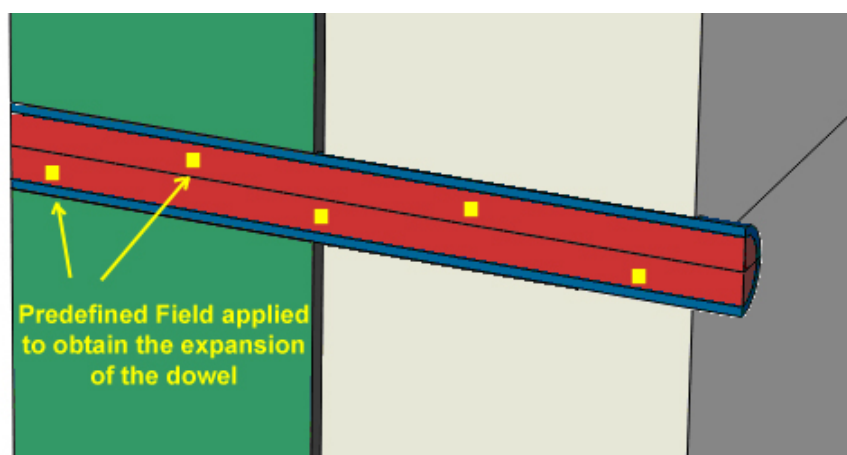


Figure 8. Predefined field applied on the dowel to simulate the mechanical expansive effect

After the thermal expansion, the diameter of the dowel plus the kit does not reach the dimension that it would have under a free expansion, because the expansion is constrained by the timber material which surrounds it. Equilibrium must be reached between the expansion of the dowel plus the kit and the contraction of the timber which contacts with it. This situation provokes the appearance of compressive stresses in all the parts in contact. The level of these stresses will be a function of the interference (difference between the diameter that the expanded dowel plus the expansive kit would have if they could expand freely and the initial diameter of the empty hole in the timber members). These compressive stresses are precisely the key point to study in these new advanced dowel joint designs, trying to determine their positive and negative effects.

2.5. Contact zone design

Finally, Figure 9 shows the area of contact between the expansive kit and the wood. This contact area will transmit the forces coming through the dowel from one timber member to another. The dowel works under shear stresses in the border area between the two timber elements.

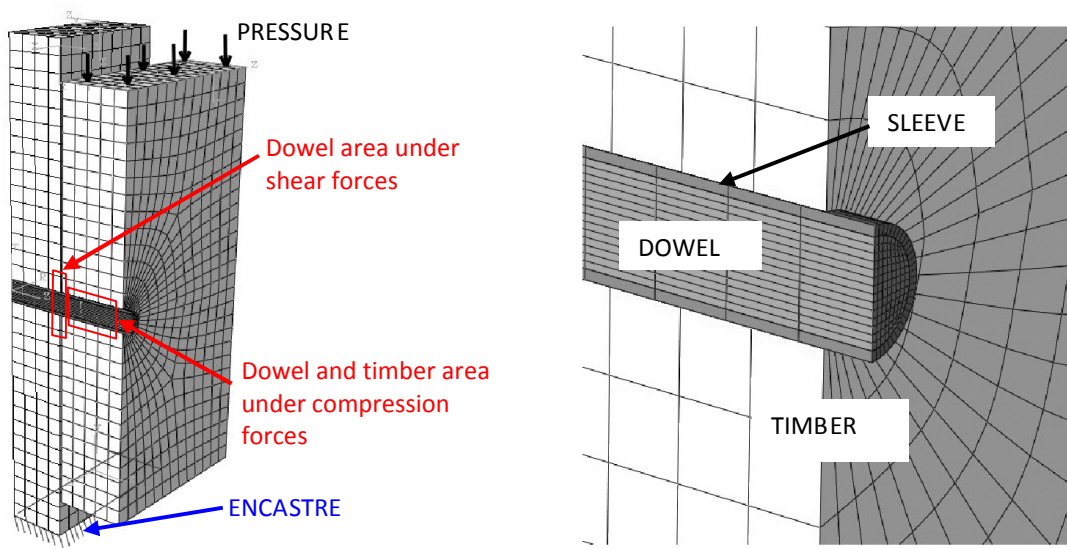


Figure 9. Contact zone design

A correct design of the contact area is paramount to obtain a model that adequately describes the mechanical behaviour of the joint. Also the mesh around this zone should be optimized, trying to make it as dense as possible, but without excessively increasing the time to calculate the whole model. It must be remembered that owing to the presence of nonlinearities in the problem (because of the elastoplastic mechanical behaviour of the materials and the presence of the contact zone) it is required that the model must be recalculated several times in an incremental procedure. This means that the model must be kept as simple as possible, in order to avoid long time calculations. For this purpose, different meshes were investigated using the Abaqus partition tool, which allows dividing the whole model into sections to be meshed with different criteria and sizes. Not all the parts of the model require the same level of accuracy in their calculations. For example, the contact area between the wood and the expansive kit, is the most sensitive and interesting zone. In this area the mesh should be as fine as possible. Meanwhile, in other zones, far from the contact area, the number of elements per volume can be significantly reduced without affecting the accuracy of the results. Figure 9 shows how the different parts of the model have different meshes following these criteria and using the Abaqus meshing tools [6].

3. RESULTS

It is not the main purpose of this article to describe in detail the results obtained from the application of this mechanical model, but to explain how it was made and how it has been applied to this structural case. If the reader wants to see these results in detail, their comparison with the experimental tests performed or how much they match the Johansen equations, he can consult previous works of the authors [9, 10]. Anyway, to complete this paper, a brief summary of some results and comparisons are going to be shown, so that the accuracy and good agreement of the model can be checked. First, in Figure 10, it can be seen some of the stress results comparing the model without and with expansive kit.

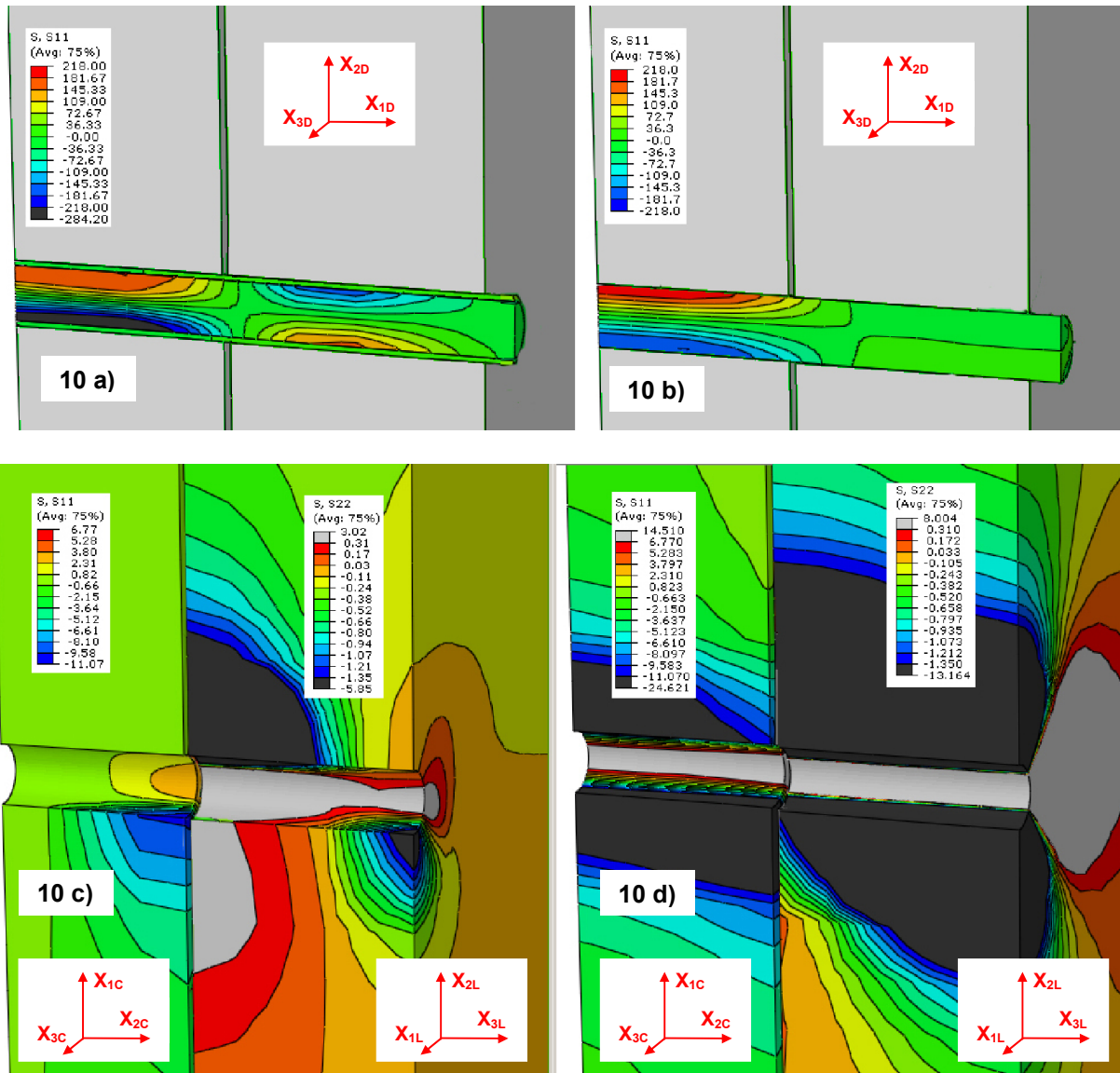


Figure 10. Abaqus results using or not the expansive kit

Figure 10 a) shows the stresses in the steel dowel in its longitudinal direction without using the expansive kit. The stress distribution and magnitudes match the Navier bending law. Comparing with the design strength of the steel, it can be seen that, in the most external fibres of the dowel, they are very close to the yield point. Figure 10 b) presents the same stresses for the case with expansive kit, allowing appreciate a clear variation in the stresses between the two cases.

Regarding the timber, Figures 10 c) and d) display the same comparison of the stresses in the direction of the transmitted force R_d , in both timber elements, between the models with and without expansive kits. The stresses of Figure 10 c) correspond to these considered in the Johansen equations approach (Figure 2).

As it can be seen in the Figure 3, the directions of the timber fibre in the beam and the pillar are rotated 90° relative to each other. Consequently, the direction of the fibre are different in both parts, and two different coordinate systems must be used, one in each timber member. In figures 10 c) and d) the symbols X_{1C} and X_{2C} respectively indicate the axes 1 and 2 of the central timber part, and similarly X_{1L} and X_{2L} for the lateral part. Number 1 denotes the direction of the fibre in each timber part. A third coordinate system is used for the dowel, which is represented by the subscript “D” in figures 10 a) and b).

In the central timber part, the direction of the transmitted load coincides with the direction of the grain. Because of this, the scale shown on the left side of Figures 10 c) and d) has its maximum and minimum limits in relation to the strengths in direction parallel to the grain of the timber class used. These limits are $f_{t,0,d} = 6.77 \text{ N/mm}^2$ for tensile stresses and $f_{c,0,d} = 11.07 \text{ N/mm}^2$ for compressive stresses. Meanwhile, in the lateral timber element other range is used, because in this part the stresses provoked by the transmission of the load work in direction perpendicular to the grain. Therefore, the scale limits are the strengths perpendicular to the grain: $f_{t,90,d} = 0.31 \text{ N/mm}^2$ under tensions and $f_{c,90,d} = 1.35 \text{ N/mm}^2$ under compressions. Again, the difference between the stresses with and without expansive kit is remarkable. More detail explanations about these differences can be found in previous works of the authors [9].

The results obtained with the Abaqus mechanical model were also compared with a battery of experimental tests specifically performed to reproduce this type of joints. The tests were carried out following the European standard EN 26891 [11], which specifies the procedure to be follow in this type of tests and the parameters that must be considered, just like the variation of the load vs. time and the load vs. displacement. The load must be a percentage of the maximum value that is supposed the joint resists, and therefore must be approximately calculated in advance. Meanwhile, the displacement, which determines the end of the test, is always a constant value of 15mm. Once this value is reached, it is assumed that the maximum value which the joint can resist under safety conditions has been reached. Anyway, during the tests, this displacement value has been exceeded, in order to see if there is some remaining strength capacity in the joint, and also to obtain a more deformed tested joint showing more clearly the failure mechanism that has been taken place among those proposed by Johansen.

As an example of the comparisons performed in previous works of the authors [10], Figure 11 shows the load-displacement curves obtained with and without expansive kits. It can be seen that there is some improvement when using the expansive kit, especially in the early stages of the tests. Also, after reaching the displacement of 15mm, there is almost no remaining strength capacity in the joint. The results of the mechanical model prepared in Abaqus show a good agreement with those obtained from the experimental tests.

This agreement can also be appreciated in the comparison of Figure 12, which shows the similarity between the deformed shapes obtained after the empirical test and those coming from the finite element model. In both representations it can be seen that the failure mechanism reached was the type d from those indicated in Figure 1. This failure mechanism involved the appearance of four plastic hinges in the dowel and yielded areas in the corners of the timber members. The analytical study using the Johansen equations also indicated the same failure mechanism. These verifications

confirm that the model development in this work approximately matches the mechanical behaviour observed in the empirical tests.

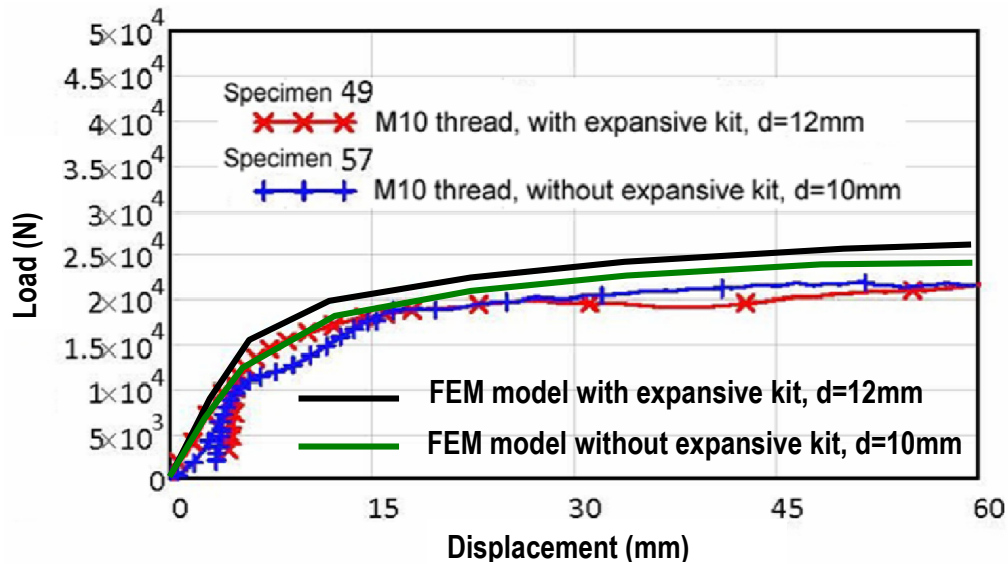


Figure 11. Comparative results when using specimens with and without expansive kit

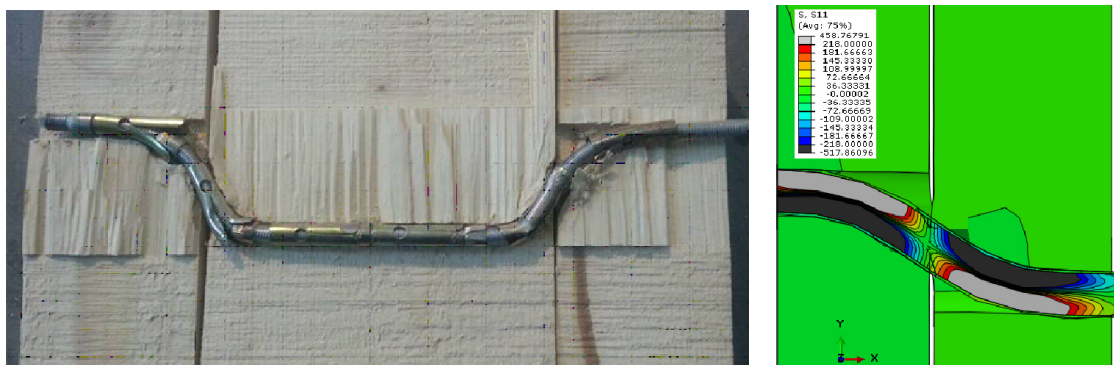


Figure 12. Comparison of results from the experimental test and the Abaqus mechanical model

4. CONCLUSIONS

The procedures used to calculate and design dowel-type joints following the Spanish CTE DB-SE-M and the European Eurocode 5 standards are based on the mechanical models suggested by K.W. Johansen in 1950 [3]. These models, although useful, are very simple and do not take advantage of all the powerful tools that can be used nowadays, just like the finite element method. The present work has used this technique to model the case of dowel-type joints using expansive kits.

To adequately model these complicated joints, several key points must be taken into account. Timber is an anisotropic material with a very complex mechanical behaviour which must be carefully approximated by the material models available in Abaqus. The contact zone involves nonlinearities which can cause difficulties, even abort the calculation process. Especially important is to design a

good mesh, which gives very accurate results, but without slowing down the calculation process. Finally, the expansive kit must be simulated using the dilatation techniques available in Abaqus.

The results of the proposed mechanical model, developed and implemented in Abaqus, have shown a good agreement with a battery of empirical tests carried out to complete the work. Once this point has been checked, the results from the models with and without expansive kit could be compared. Discussion from these comparisons of the results can be found in previous publications of the authors [10, 11].

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was funded by the Spanish government, VI Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica del Ministerio de Economía y Competitividad, within the framework of the research project BIA2012-36766.

REFERENCIAS

- [1] European Committee for Standardization (2004). EN 1995-1-1. Eurocode 5, Design of timber structures. Part 1-1. Brussels.
- [2] Código Técnico Edificación. (2008). Documento básico SE-M. Seguridad estructural. Madera, p.53. Madrid
- [3] Johansen, K.W. (1949). Theory of timber connections. International Association of Bridge and Structural Engineering, 9, 249-262.
- [4] Guan, Z.W., Rodd, P.D. (2001). Hollow steel dowels - a new application in semi-rigid timber connections. Engineering Structures, 23, 110–119.
- [5] Kharouf, N., McClure, G., Smith, I. (2003). Elasto-plastic modeling of wood bolted connections. Computers and Structures, 81, 747–754.
- [6] Hibitt, Karlson & Sorensen Inc. (2013). Abaqus user's manual, version 6.13. Pawtucket, USA.
- [7] AENOR. Comité técnico AEN/CTN 56 Madera y Corcho. (2003). UNE EN 338, Madera estructural. Clases resistentes, p.1-16, Madrid: España.
- [8] Holmberg, S., Persson, K., Petersson, H. (1999). Nonlinear mechanical behaviour and analysis of wood and fibre materials. Computer and Structures, 72,459–480.
- [9] Fueyo, J.G., Domínguez, M., Cabezas, J.A. Empirical study of the mechanical behaviour of dowel-type joints with expansive kits in timber structures. In I6th International Conference in experimental mechanics (ref. PJP4D833). Cambridge
- [10] Fueyo, J.G., Domínguez, M., Cabezas, J.A. Stress redistributions provoked by the use of expansive systems in timber structures. In 4th International Conference on integrity, reliability & failure (ref. 3964). Funchal: Edições INEGI

- [11] AENOR Comité técnico AEN/CTN 56 Madera y Corcho. (1992). UNE EN 26891, Estructuras de madera. Uniones realizadas con elementos de fijación mecánicos. Determinación de las características de resistencia y deslizamiento, p.1-10, Madrid: España.

Model updating of a historical building by using ambient vibration tests. Chapel of the Würzburg Residence (Germany)

Compán, Víctor¹; Pachón, Pablo²; Cámara, Margarita³; Sáez, Andrés⁴

ABSTRACT

One of the first difficulties that can be detected in finite element models of historical buildings is the high level of uncertainty associated with many factors affecting the actual behaviour of the structure [1]. Often the inaccuracies in this model will arise because of poorly known boundary conditions, unknown material properties or simplification in the modelling. These uncertainties in the modelling process cause the predicted dynamics of a structure to be different from the measured dynamics of the real structure. If accurate measured data is available, then this data could be used to improve the numerical model in general and some uncertain parameters of the model in particular. Thus, among the Operational Modal Analysis method [2], the finite element model updating from the dynamic structural parameters identified experimentally, allows the adjustment of these models in order to obtain a more accurate estimation of behaviour of the structure.

Keywords: Historical structures, FE model updating, Genetic algorithm, Operational Modal Analysis.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro del estudio del comportamiento estructural de las construcciones históricas se ha convertido en práctica habitual el desarrollo de un modelo de elementos finitos al objeto de determinar numéricamente su respuesta ante las acciones de naturaleza estática y dinámica. Para desarrollar un modelo numérico adecuado de la estructura es necesario reducir el número de errores matemáticos a un nivel aceptable, estableciendo con cuidado las hipótesis en las que se apoya el mismo. Sin embargo, incluso con los más cuidadosos y detallados modelos numéricos, desarrollados a partir de los datos disponibles y del mejor juicio técnico, se producen habitualmente diferencias entre los resultados obtenidos experimentalmente y los estimados, por contrapartida, de forma numérica. Esto se debe, de forma típica, a las inevitables incertidumbres asociadas al propio modelado de la estructura, las condiciones de contorno de la misma, las propiedades de los materiales constituyentes y el efecto, no siempre adecuadamente considerado, de los elementos no estructurales. Normalmente, los errores estimados entre las frecuencias naturales estimadas experimental y numéricamente no son despreciables, siendo actualmente aceptado que las propiedades modales identificadas experimentalmente son más fiables que las procedentes del modelo de elementos finitos, como indican

¹ Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering. University of Seville (SPAIN). compan@us.es.

² Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering University of Seville (SPAIN). ppachon@us.es.
(Corresponding author).

³ Dep. of Building Structures and Geotechnical Engineering. University of Seville (SPAIN). mcamara@us.es.

⁴ Dep. of Continuum Mechanics and Structural Analysis. University of Seville (SPAIN). andres@us.es.

los resultados de estudios realizados sobre construcciones existentes. Una vez que los parámetros modales de la construcción histórica han sido identificados experimentalmente, los errores existentes en el modelo inicial de elementos finitos de la estructura pueden ser corregidos, denominándose dicho proceso de mejora, actualización de los modelos de elementos finitos.

En este artículo, se presenta en primer lugar el objeto de estudio, una capilla situada en el interior del Palacio Würzburg (Alemania). Se hará un breve recorrido tanto por los aspectos históricos más relevantes, como por su configuración arquitectónica. A continuación, se llevará a cabo la introducción a la metodología de actualización de los modelos de elementos finitos a partir de parámetros de la estructura obtenidos de forma experimental. Posteriormente, se aplica la técnica descrita al ajuste del modelo de elementos finitos de nuestro objeto de estudio. Se describe, en primer lugar, tanto la campaña experimental seguida, como el tratamiento de los datos que nos conducen a la identificación de las propiedades modales de la estructura. Seguidamente se presenta el estudio de sensibilidad de los principales parámetros físicos que presentan un mayor influencia en los parámetros modales de la estructuras. A partir de dichos parámetros, y tras un ajuste manual previo, basado en la comprensión del comportamiento global de la estructura, se desarrolla una actualización automática del modelo de elementos finitos. Para finalizar, se discutirán los resultados obtenidos y se presentarán las correspondientes conclusiones.

2. CAPILLA DEL PALACIO DE WÜRZBUG

La capilla, objeto de estudio, se encuentra integrada en el palacio de Würzburg [1] (Fig. 1), una gran construcción perteneciente al Barroco Alemán, la cual fue declarada Patrimonio de la Humanidad por la UNESCO en el año 1981.



Figura 1. Palacio de Würzburg (Alemania).

La construcción del palacio se remonta a principios del siglo XVIII cuando la familia Schönborn, que dominaba el principado episcopal de Würzburg, decidió construir un palacio con el fin de trasladar la sede del episcopado. Friedrich Karl von Schönborn era de la opinión de que un proyecto de esa envergadura no podía abordarlo una sola persona, por lo que contrató a personalidades de relevancia como Johann Lukas von Hildebrandt y Johann Dientzenhofer, encargado de dirigir las obras. Más adelante, Balthasar Neumann [4] fue contratado para ayudar a Dientzenhofer. Neumann demostró su capacidad para el trabajo y se convirtió en el maestro principal de una obra que iba a tenerle ocupado durante más de treinta años.

En las diferentes fases de diseño la capilla se posicionó en diferentes lugares, hasta que Balthasar Neumann la trasladó al sur este del palacio (Fig. 2). Su diseño lo consultó en París con Robert de Cotte y Gabriel Germain Boffrand, de prestigio reconocido y grandes conocedores de este tipo de edificios. Del primero de ellos, cabe destacar el diseño de la escalera principal, resuelta mediante una bóveda de gran interés, no sólo por los frescos pintados en ella, sino también por la solución estructural y constructiva propuesta.

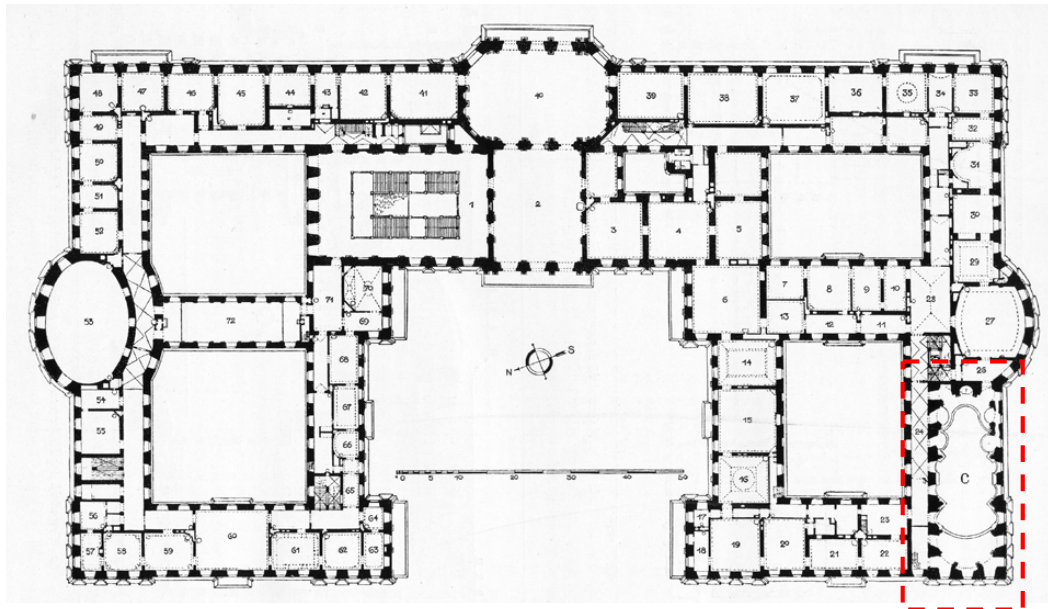


Figura 2. Situación de la capilla en la planta del Palacio de Würzburg.

2.1. Configuración Arquitectónica

Profundizando en la configuración arquitectónica de la capilla, destacamos que Balthasar Neumann presenta una lectura espacial de claro carácter longitudinal. La capilla se organiza mediante la composición de tres celdas longitudinales principales conectadas mediante otras dos claramente transversales (Fig. 3). La intersección de dichas celdas se resuelve utilizando el mismo recurso que desarrolló Christoph Dientzenhofer, es decir, según un nervio alabeado generado mediante la intersección de dos cilindros de distinto diámetro.

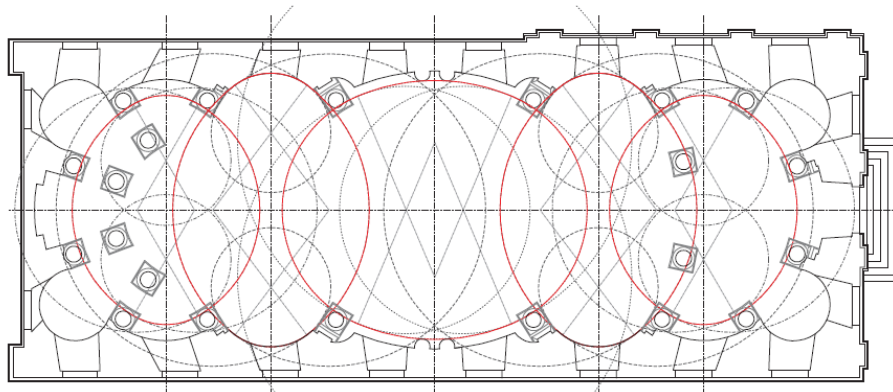


Figura 3. Estudio de la traza de la planta y de la sección de la capilla del palacio de Würzburg.

Los espacios interiores son piezas que se diseñan independientemente de su embalaje. Esto provoca un desconocimiento total de lo que se aloja en el interior de esa caja hasta que no pasamos el umbral. El nexo de unión se realiza a través de las ventanas, elementos cuya disposición está dominada por la composición de fachada. Llama la atención la importante desmaterialización de los muros, aspecto unido al innovador concepto sobre el tratamiento de la luz que incluye Neumann en sus obras. Totalmente en contra de la idea de un elemento de gran espesor y suficientemente opaco como para poder soportar los empujes horizontales de la cubierta que sustentan. Se trata, por el contrario, de un muro suficientemente esbelto, con una altura de 15.2 metros y 1.5 m de espesor, y con un elevado porcentaje de huecos, de más del 50% de la superficie de fachada. El sistema de lunetos queda resuelto antes de llegar a las bóvedas, lo que simplifica el encuentro de los arcos superiores de los lunetos [3].

En cuanto a la cubierta, la utilización del nervio alabeado como recurso compositivo es fundamental, ya que organiza los espacios, marcando donde se encuentra su inicio y su final. Realmente se trata, desde un punto de vista estructural, de un falso nervio de dudosa capacidad portante, ya que Neumann realiza superficies continuas sin esqueleto estructural. Para poder reforzar la secuencia espacial se ve obligado a expresar dicho nervio en el interior mediante un recocado de yeso (Fig. 4).



Figura 4. Vista desde el interior de la capilla.

Las bóvedas son superficies de mampostería de ladrillo de 30 cm de espesor, desarrolladas en una única capa, reforzadas en su base por medio del aumento del espesor en 15 cm. Refuerzo que también se hace presente en nervios radiales, los cuales presentan una sección de 45x45 cm (Fig. 5).

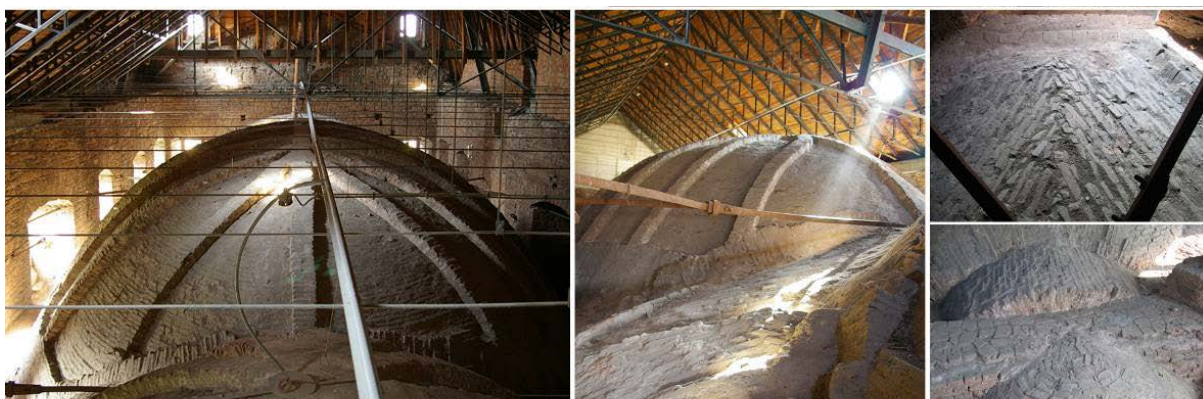


Figura 5. Vista desde el trasdós de las bóvedas.

3. INTRODUCCIÓN TEÓRICA PARA LA ACTUALIZACIÓN DE LOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

La actualización de los modelos de elementos finitos basados en los resultados de los parámetros dinámicos de la estructura (frecuencias naturales y modos de vibración) puede desarrollarse desde dos perspectivas distintas: los métodos directos y los métodos iterativos [5].

Durante los primeros años de aplicación del método, el ajuste del modelo se realizaba, de forma directa, a través de la introducción de alteraciones en las matrices de rigidez y/o de masa de la estructura, lo que presentaba la ventaja de permitir un ajuste del modelo con datos experimentales a través de un algoritmo directo sin necesidad de realizar iteración alguna. Dicha metodología presentaba numerosos inconvenientes, destacándose que el proceso de actualización de las matrices se desarrolla sin significado físico alguno. Estos inconvenientes provocan al aparición de otra familia de métodos denominados iterativos donde la actualización del modelo [6], en base a los parámetros modales, se plantea a través de la introducción de cambios en algunos parámetros estructurales elegidos por el usuario y con un significado físico bien definido. En este caso, los parámetros modificados no están linealmente relacionados con los parámetros modales por lo que el proceso de ajuste necesita el uso de algoritmos de optimización para problemas no lineales, siendo necesario aplicar un proceso iterativo.

La forma más sencilla de realizar la actualización de los modelos de elementos finitos es minimizar las diferencias entre los resultados numéricos y experimentales [7]. La ecuación constituida con dicho objetivo es usualmente definida a partir de la formulación de un problema de mínimos cuadrados.

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^m [z_j(\theta) - \tilde{z}_j]^2 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^m r_j(\theta)^2 = \frac{1}{2} \cdot \|r(\theta)\|^2 \quad (1)$$

donde: $z_j(\theta)$ son magnitudes resultantes del modelo numérico, que están relacionadas con las variables del modelo θ (parámetros físicos de la estructura, tales como el módulo de elasticidad de los materiales constituyentes, la rigidez del suelo...), que serán objeto del ajuste; las variables \tilde{z}_j representan las mismas magnitudes obtenidas de forma experimental. Las diferencias entre los parámetros experimentales y numéricos se designan como residuos $r_j(\theta)$. Se aconseja que el número m de residuos sea mayor que el número de variables ajustadas θ . En algunos casos, puede resultar interesante establecer diferentes variables peso w_j para cada uno de los residuos, modificando, de esta forma, la forma de la función objetivo. Ambos residuos (frecuencias naturales y modos de vibración), son aplicados en la ecuación anterior según la siguiente formulación:

$$r_f(\theta) = \frac{\lambda_j(\theta) - \tilde{\lambda}_j}{\tilde{\lambda}_j}, j = 1, 2, \dots, m_f \quad (2)$$

donde $\lambda_j(\theta)$ y $\tilde{\lambda}_j$ son los valores propios de la estructura.

$$r_s(\theta) = \frac{\varphi_j^l(\theta)}{\varphi_j^r(\theta)} - \frac{\tilde{\varphi}_j^l}{\tilde{\varphi}_j^r}, j = 1, 2, \dots, m_f \quad (3)$$

donde φ_j^l y φ_j^r son las componentes del modo numérico de vibración j y $\tilde{\varphi}_j^l$ y $\tilde{\varphi}_j^r$ son las componentes obtenidas experimentalmente.

La anterior función objetivo debe minimizarse mediante la aplicación de un algoritmo de optimización. Dentro de los dos grupos de algoritmos existentes, locales y globales, los segundos serán utilizados en el desarrollo de la presente aplicación ya que por su mayor robustez la solución final no depende del punto inicial seleccionado en el proceso de búsqueda. Dentro de los métodos de optimización global, unos de los más frecuentemente utilizados, algoritmos genéticos, serán empleados en el desarrollo del estudio descrito en el presente artículo. Dichos algoritmos se basan en la analogía con la evolución natural donde los miembros de una población compiten entre sí para sobrevivir y reproducirse, presentando los mejores individuos un código genético que los ponen en ventaja respecto al resto de la población.

Finalmente, se comprueba la bondad del proceso de actualización a través de la comparación de las frecuencias naturales, de las formas modales y determinando el criterio del aseguramiento modal M.A.C., obtenido según la siguiente ecuación.

$$MAC_{j,K} = \frac{(\varphi_j^T \cdot \varphi_k)^2}{(\varphi_j^T \cdot \tilde{\varphi}_j) \cdot (\varphi_k^T \cdot \varphi_k)} \quad (4)$$

donde φ_j es el primer modo comparado, φ_k es el segundo modo comparado y T es la función traspuesta. Se ha considerado como criterio de aceptación de la bondad del ajuste que el valor de dicho parámetro sea superior a 0.90.

Una vez realizada la introducción teórica para la actualización de los modelos de elementos finitos a partir de las propiedades dinámicas de una estructura, a continuación, se presenta la campaña experimental realizada sobre nuestro objeto de estudio.

4. PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

En el presente estudio, se ha realizado un estudio inicial mediante un análisis modal operacional (OMA), el cual nos proporciona los datos necesarios para poder actualizar nuestro modelo de elementos finitos [2, 8]. Como primer punto en el proceso de aplicación del análisis modal operacional se generó un modelo geométrico para decidir la situación de los acelerómetros [2, 9]. Este modelo tridimensional fue generado eliminando todos los componentes ornamentales y considerando únicamente la parte estructural (Fig. 6). A la hora de definir las propiedades mecánicas de la fábrica de ladrillo nos encontramos el gran nivel de incertidumbre que presentan debido a múltiples factores, por lo que posteriormente, como veremos en el siguiente apartado, se procedió a la actualización del mismo.

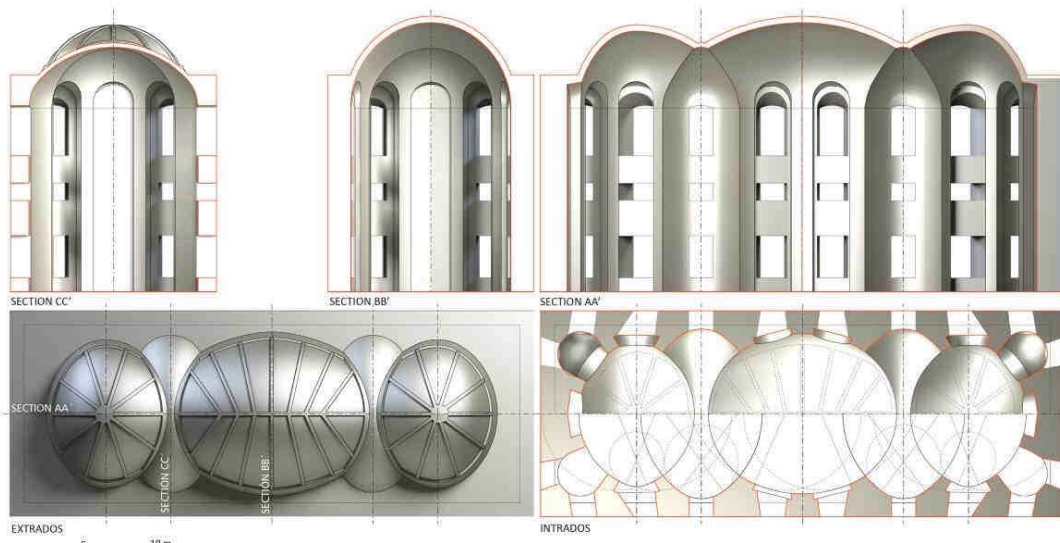


Figura 6. Modelo tridimensional

Con la ayuda del modelo de elementos finitos se localizaron los puntos más adecuados para la colocación de los acelerómetros de referencia, que fueron aquellos con mayor desplazamiento modal en los diferentes modos. Estos puntos se localizan en la intersección entre cúpulas y en el lateral de la misma. La monitorización de la estructura y la toma de datos se realizó con un equipo compuesto por ocho acelerómetros uniaxiales de fuerza balanceada Episensor de la casa comercial KINEMATRICS, con ancho de banda de 0-200 Hz, y una central de adquisición de datos tipo GRANITE de la misma casa (Fig. 7).

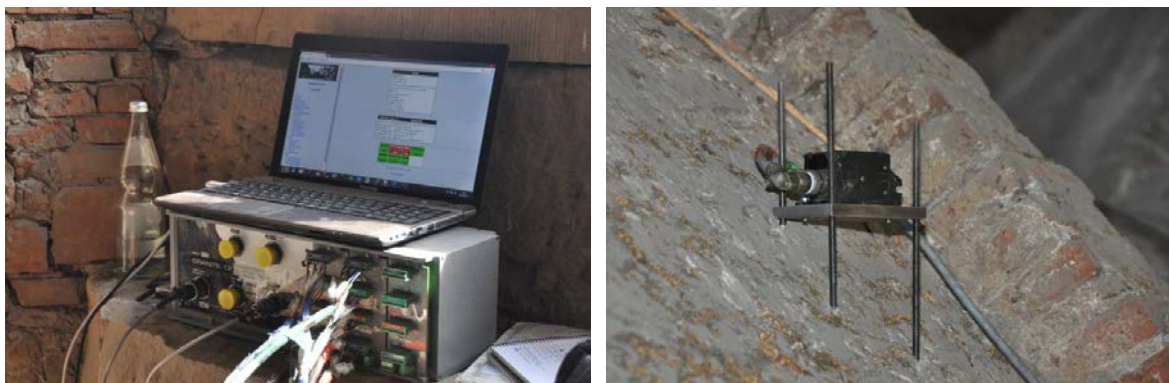


Figura 7. Central de Adquisición de datos, equipo informático y acelerómetro de fuerza balanceada.

Se midieron experimentalmente un total de 51 puntos donde los acelerómetros se situaron según las tres direcciones principales (vertical, transversal y longitudinal), de forma que se realizaron un total de veintiséis series de medidas con ocho acelerómetros cada una, siendo la duración de cada una de ellas de 10 min. Una vez tomados los datos, se procedió al tratamiento de los mismos (Fig. 8). Se estudió el comportamiento dinámico utilizando dos métodos de identificación modal: el método de Descomposición mejorada en el dominio de la frecuencia (EFDD) y el método de Identificación en el Subespacio Estocástico (SSI), ambos implementados en el programa comercial ARTEMIS.

Figura 8. Espectro de respuesta. Parámetros modales identificados mediante el método EFDD.

Con ambos métodos se identificaron cinco modos de vibración en un rango de frecuencias de 0 a 10 Hz. Los resultados obtenidos, así como la comparación del valor MAC entre ellos, se ilustran en la tabla 1. Dicho valor MAC (Modal Assurance Criterion) es el encargado de comparar las formas modales asociadas a cada uno de los modos. Cuanto más cercano a la unidad sea, mayor correlación entre las formas modales.

Tabla 1. Comparación de parámetros modales obtenidos mediante EFDD Y SSI.

Modo	Frecuencia Natural			MAC
	EFDD [Hz]	SSI [Hz]	Error [%]	
1	2,769	2,764	0,18	0,99
2	3,210	3,285	2,28	0,83
3	4,446	4,539	2,04	0,80
4	5,249	5,262	0,24	0,90
5	6,481	6,481	0,00	0,81

Se puede concluir mediante la observación de los modos de vibración identificados experimentalmente que los modos 1 y 3 presentan un comportamiento en flexión transversal, mientras que el segundo se corresponde más con una flexión longitudinal de la capilla. Por otro lado, los modos 4 y 5 son modos locales de parte de la cubierta por lo que los desplazamientos relativos de los diferentes puntos medidos no son tan marcados. Se considera por tanto que la bondad de los resultados en estos dos últimos modos no es suficiente para considerar dichas coordenadas en el proceso de actualización del modelo de elementos finitos de la estructura.

5. ACTUALIZACIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

5.1. Modelo Inicial de Elementos Finitos

Una vez localizados los parámetros modales de la estructura, retomamos el modelo inicial de elementos finitos con el objetivo de llevar a cabo una primera estimación numérica. Dicho modelo se compone por una malla de elementos sólidos (62.144 nodos y 251.267 elementos). Debido a la complejidad de las formas un elemento volumétrico de 8 nodos ha sido seleccionado. Al objeto de centrar el estudio en la cúpula, el efecto de los muros laterales se ha determinado, de forma simplificada, mediante elementos tipo muelle por nodo que representan el efecto de la rigidez a flexión del muro en la dirección considerada. Se han definido cuatro zonas en la estructura, muros 1 y 4 correspondientes a las dos bóvedas laterales y muros 2 y 3 correspondientes a la nave central (Fig. 9).

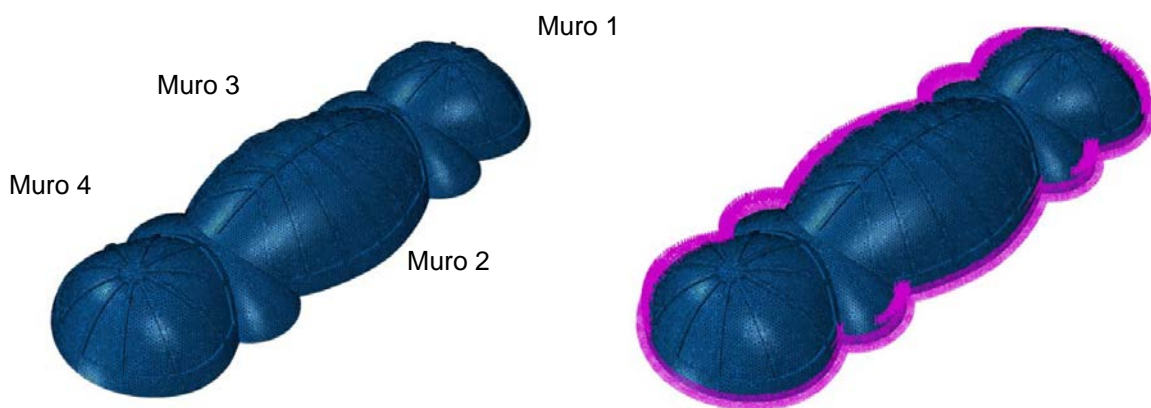


Figura 9. Modelo de elementos finitos

Inicialmente se llevó a cabo un primer análisis numérico modal para estimar las frecuencias naturales de la capilla (Tabla 2). Se presentan como referencia los tres primeros modos de vibración de la estructura, aquellos que van a ser utilizados durante el proceso de actualización.

Tabla 2. Modos de vibración numéricos originales/experimentales.

Modo	Frecuencia Natural [Hz]			MAC
	EFDD [Hz]	SSI [Hz]	Error [%]	
1	3.362	2.764	21.63	0.93
2	3.431	3.285	4.44	0.77
3	3.988	4.539	12.13	0.29

Como puede observarse en la Tabla 2, los errores entre los parámetros modales experimentales y numéricos son elevados, a pesar del empleo de un modelo de elementos finitos muy detallado, siendo por tanto necesario realizar un ajuste del modelo de elementos finitos de la estructura con el objeto de que el mismo sea capaz de representar de forma adecuada el comportamiento de la estructura.

5.2. Proceso de Actualización

En primer lugar, fueron determinados los parámetros físicos de la estructura que presenten mayor incertidumbre o sensibilidad con el comportamiento estructural de la misma. Para ello se realizó un estudio de sensibilidad entre los diferentes parámetros posibles. Una vez llevado a cabo dicho estudio de sensibilidad, 6 parámetros de actualización fueron seleccionados como aquellos que presentan mayor sensibilidad con el comportamiento dinámico de la estructura (Tabla 3). La selección de un número mayor de parámetros dificultaría en exceso la comprensión física del fenómeno de ajuste. Finalmente, se ha realizado la actualización del modelo mediante la implementación del algoritmo genético descrito anteriormente en el programa MATLAB.

Tabla 3. Parámetros de actualización.

Parámetros	Mínimo	Actualizado	Máximo
Modulo E Cúpulas [MPa]	1000	1440	1600
Rigidez Trans. Muro 2 [kN/m]	200	410	1000
Rigidez Trans. Muro 3 [kN/m]	10	21	200
Rigidez Long. Muro 2/3 [kN/m]	800	1161	1300
Rigidez Long. Muro 1/4 [kN/m]	800	1152	1300
Rigidez trans. Muro 1/4 [kN/m]	10	64	200

En este caso, la función objetivo fue definida a partir de los residuos generados por la diferencia entre las frecuencias naturales de vibración correspondientes a los tres primeros modos de vibración y los correspondientes valores MAC de cada uno de los modos. Bajo dicho criterio la función objetivo queda definida por 6 residuos (3+3) y optimizada mediante el empleo de un método de búsqueda con carácter global, algoritmos genéticos, usando una población de 1000 vectores, y alcanzándose el mínimo tras 50 iteraciones. Podemos ver en la figura 10, la gráfica que resume el proceso de actualización seguido.

Figura 10. Gráfica de Actualización del algoritmo genético

5.3. Resultados del Proceso de Actualización

Una vez llevada a cabo la implementación del proceso, podemos ver en la Tabla 4 como se mejora claramente la correlación entre las frecuencias naturales experimentales y numéricas, reduciendo la diferencia relativa entre frecuencias naturales e incrementando los valores de los ratios MAC (Fig. 11). Todos los parámetros modificados presentan valores que están dentro de su rango físico aceptable, facilitando el adecuado entendimiento del proceso de actualización y validando la convergencia del proceso de optimización empleado.

Tabla 4. Modos de vibración actualizados/experimentales.

Modos	Frecuencias naturales [Hz]			M.A.C.
	Actualizadas	Experimentales [SSI]	ERROR [%]	
1	2.762	2.764	0.07	0.95
2	3.283	3.285	0.06	0.91
3	4.533	4.539	0.13	0.89

1º Modo:

2º Modo:

3º Modo:

MODELO NUMÉRICO

MODELO EXPERIMENTAL

Figura 11. Modos de vibración

6. CONCLUSIONES

Por un lado, las pruebas de vibración ambiental realizadas, nos llevan a concluir la eficacia que presenta el Análisis Modal Operacional como técnica para identificar experimentalmente propiedades dinámicas en elementos concretos. Hemos certificado la utilidad de la técnica para identificar los parámetros modales de una cubierta ligera de fábrica. Cinco modos de vibración fueron identificados en un rango de frecuencia de 0 a 10 Hz con diferencias entre los EFDD y SSI siempre menores al 3%, y el valor MAC superior a 0,8. Esto nos indica una buena correlación entre los modos, lo cual nos aporta la seguridad necesaria para corroborar la existencia de los mismos.

En lo que se refiere al proceso de actualización, la correlación entre las frecuencias naturales, experimentales y numéricas, y los valores del M.A.C. de los tres modos de vibración estudiados se ha incrementado de forma notable. Todos los cambios en los parámetros están dentro de sus límites físicos aceptables, lo que facilita su interpretación técnica y valida el éxito global del proceso de actualización. El ajuste de los parámetros sugiere que la principal variable que controla el comportamiento dinámico de los primeros tres modos de vibración de la capilla es la rigidez de los muros, siendo esta inferior a la inicialmente considerada en el modelo de elementos finitos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecer al proyecto de excelencia de la junta de Andalucía P12-TEP-2068, "Tratamiento y Recuperación del Patrimonio Edificado. La Inyección como Método de Consolidación de Estructuras de Fábrica", el apoyo proporcionado para realizar el presente estudio.

REFERENCIAS

- [1] Atamturktur, S. & Laman, J. (2012). Finite Element Model Correlation and Calibration of Historic Masonry Monuments. *Structural Design of Tall and Special Buildings*, 21(2), 96-113.
- [2] Ramos, L. (2007). *Damage Identification on Masonry Structures Based on Vibration Signatures (PhD Thesis)*. University of Minho.
- [3] Compán, V. (2012). *Comportamiento estructural de las geometrías arquitectónicas del Barroco Centroeuropeo (unpublished PhD thesis)*. Universidad de Sevilla.
- [4] Christian, F. Otto. (1979). *Space into Light. MIT Press Series. 0-262-15019-0*.
- [5] Mottershead, J.E., Friswell, M.I. (1993). *Model Updating in structural dynamics: a survey. Journal of Sound and Vibration* 167, 347-375.
- [6] Zivanovic, S., Pavic, A., Reynold, R. (2007). *Finite element modelling and updating of a lively footbridge. The complete process. Engineering Structures* 301(1-2), 126-145.
- [7] Teughels A. (2003). *Inverse modelling of civil engineering structures based on operational modal data (PhD. Thesis)*. Katholieke Universiteit Leuven.
- [8] Rodrigues, J. (2004). *Identificação Modal Estocástica, Métodos de Análise e Aplicações em Estruturas de Engenharia Civil (PhD Thesis)*. University of Porto.

Modelling crack growth in quasi-brittle materials using mesh fragmentation technique

Maedo, Michael¹; Manzoli, Osvaldo²; Bitencourt Jr., Luís³; Rodrigues, Eduardo⁴

ABSTRACT

The modelling of discontinuities with new finite element techniques (X-FEM and E-FEM) is cumbersome due to the need of algorithm tracking to simulate the crack growth. Therefore, a new technique to capture strong discontinuities in quasi-brittle materials without the need of a crack tracking scheme is presented. The method consists of inserting solid finite elements with high aspect ratio (ratio of the largest to the smallest dimension) between the bulk elements of the original mesh. Hence, when the ultimate tensile strength is reached only these interface elements are activated. Since the analyses are performed integrally in the context of the continuum mechanics, there is no need to use tracking algorithms to simulate the formation of cracks. The study is performed using different specimens in order to cover the cases that can show up in practice. Numerical results show that the technique is able to represent crack growth.

Keywords: solid finite elements with high aspect ratio, tensile damage model, quasi-brittle materials, crack growth, strong discontinuities.

1. INTRODUCTION

The formation and propagation of cracks involves many engineering fields. In concrete, the crack process rules the nonlinear behaviour of the material, so that significant cracks can lead the material to a structural collapse. On the other hand, in soil mechanics the formation and propagation of cracks may affect the soil, decreasing its strength and sometimes causing erosions.

In recent years, there are many techniques to represent crack growth in quasi-brittle materials. In the context of the finite element method, some methods such as E-FEM[1,2,3] and X-FEM[4,5] require tracking algorithms to represent crack growth. These tracking techniques are simple to represent a few cracks in 2D analyses, but are very complex for 3D problems.

Thus, in order to describe the crack process without the need of crack tracking schemes, a new technique that consists of introducing in special interface elements between the regular elements of the mesh is proposed [6,7]. Thereby, these special elements must be able to represent the discontinuities, and consequently, the cracks develop along the boundaries of the regular elements.

¹ Department of Mechanical Engineering. UNESP – Sao Paulo State University (BRAZIL). michaelmaedo@yahoo.com.br (Corresponding author)

² Department of Civil Engineering. UNESP – Sao Paulo State University (BRAZIL). omanzoli@feb.unesp.br

³ Polytechnic School. USP – University of Sao Paulo (BRAZIL). luis.bitencourt@usp.br

⁴ Polytechnic School. USP – University of Sao Paulo (BRAZIL). eduardoalex@usp.br

However, instead of zero-thickness interface elements this work presents a new technique that uses solid finite elements with high aspect ratio (ratio of the largest to the smallest dimension) to represent discontinuities. Throughout this paper it is shown that, as the aspect ratio increases, the element strain also increase, approaching the kinematics associated to the discontinuity, as in the case of Continuum Strong Discontinuity Approach (CSDA) [8,9]. Thus, based on the same principles of the CSDA, bounded stresses are obtained from unbounded strains.

To model the nonlinear behaviour of the interfaces, a tensile damage constitutive model that relates stress to strain is described. Since the analyses are performed integrally in the context of the continuum mechanics, complex crack patterns and 3D cracks can be properly addressed using the technique proposed.

2. INTERFACE SOLID FINITE ELEMENT

Let us consider a three-node triangular finite element, with base b given by the distance between nodes 2 and 3, and height h formed by the segment between node 1 and its projection on the base of the element, as shown in Fig. 1.

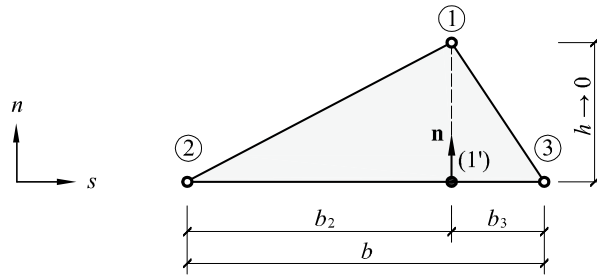


Figure 1. Interface triangular element in the coordinate system (s, n) [10]

Assuming the coordinate system (s, n) , where \mathbf{n} is the unit normal to the base of the element, the strain tensor for any point can be written as follows [10]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1)$$

with

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

and

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

where $u_n^{(i)}$ and $u_s^{(i)}$ are the components of the displacement of node i in the n and s directions, respectively; and $[[u]]_n = u_n^1 - u_n^{1'}$ and $[[u]]_s = u_s^1 - u_s^{1'}$ are the components of the relative displacement between node 1 and its projection on the base (1').

The part of the strain tensor that depends on the height h , which is expressed by Eq. (3), can be written in a more general form as:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^S \quad (4)$$

where $(\cdot)^S$ is the symmetric part of (\cdot) , $[[\mathbf{u}]]$ is relative displacement between node 1 and the projection (1') and \otimes is the dyadic product. Thus, substituting Eq. (4) into (1), we obtain:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{bounded}} + \underbrace{\frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^S}_{\text{unbounded}} \quad (5)$$

Taking the limit as $h \rightarrow 0$, the strain component $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ remains bounded while $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ becomes unbounded. In this case, the deformations of the element are almost exclusively defined by the displacements between node 1 and its projection on the base of the element. Note that, when h tends to zero, node 1 and the projection (1') converge to the same material point. Therefore, $[[\mathbf{u}]]$ becomes the measure of the strong discontinuity.

The strain field given by Eq. (5) consists of the kinematics of the CSDA, and consequently, the same applications of the CSDA can be treated with finite elements with high aspect ratio [6].

3. TENSILE DAMAGE MODEL

The tensile damage model is designed to describe crack growth in quasi-brittle materials. The damage criterion is based on the component of the tensile stress normal to the base of the element with high aspect ratio, so that the model is able to represent the crack process in mode I. It is worth mentioning that this model degrades all components of the effective stress, and therefore the crack initiation can evolve in mixed mode.

3.1. Continuum constitutive model

The continuum damage model proposed is defined by the following constitutive relation:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (6)$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ is the stress tensor, $d \in [0,1]$ is the damage variable, and $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ is the effective stress tensor expressed as:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

where $\mathbf{C} = 2G\mathbf{I} + (K + 2/3G)\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ is the fourth order elastic tensor, G is the shear modulus, K is the bulk modulus, \mathbf{I} is the fourth order unit tensor, and $\mathbf{1}$ is the second order unit tensor.

The damage criterion is based on the component of the stress normal to the base of the element, in other words:

$$\phi = \sigma_{nn} - q(r) \leq 0 \quad (8)$$

Where q and r are the stress and strain-like internal variables, respectively

Dividing Eq. (8) by $(1 - d)$, the damage criterion can be rewritten as:

$$\bar{\phi} = \bar{\sigma}_{nn} - r \leq 0 \quad (9)$$

Since $r = q/(1 - d)$, the damage evolution rule is given by

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (10)$$

The constitutive model is completed by the Kuhn-Tucker relations

$$\bar{\phi} \leq 0; \dot{r} \geq 0; \dot{r} \bar{\phi} = 0 \quad (11)$$

and the consistency condition

$$\dot{r} \bar{\phi} = 0 \text{ if } \bar{\phi} = 0 \quad (12)$$

Based on Eqs. (9), (11), and (12), the evolution law for the strain-like internal variable can be expressed as:

$$r(t) = \max_{s \in [0, t]} [\bar{r}(s), f_t] \quad (13)$$

Thus, r assumes the maximum value that $\bar{\sigma}_{nn}$ reaches throughout the loading process, starting from the initial tensile strength of the material f_t .

3.2. Discrete constitutive relation

In the limit case of strong discontinuity, the continuum constitutive relation given by Eq. (6) becomes a discrete constitutive relation that relates the interface stresses to the components of the displacement jump. Therefore,

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= \lim_{h \rightarrow 0} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \lim_{h \rightarrow 0} (1 - d) \mathbf{n} \cdot \mathbf{C} : (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \lim_{h \rightarrow 0} (1 - d) \mathbf{n} \cdot \mathbf{C} : \left(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [\![\mathbf{u}]\!]^S) \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 - d)}{h} \mathbf{n} \cdot \mathbf{C} : [h \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + (\mathbf{n} \otimes [\![\mathbf{u}]\!]^S)] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \underbrace{\left[\frac{(1 - d)}{h} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{n}) \right]}_{\hat{\mathbf{K}}} \cdot [\![\mathbf{u}]\!] = \lim_{h \rightarrow 0} \hat{\mathbf{K}} \cdot [\![\mathbf{u}]\!] \end{aligned} \quad (14)$$

where $\mathbf{t} = \{\sigma_{nn} \sigma_{ns} \sigma_{nt}\}^T$, $[[\mathbf{u}]] = \{[[u]]_n \ [[u]]_s \ [[u]]_t\}^T$ and

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{(1-d)}{h} \begin{bmatrix} 4/3G + K & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (15)$$

According to CSDA, the stresses remain bounded even for unbounded strains. In the case of the element with high aspect ratio, to maintain the stresses bounded when $h \rightarrow 0$, the components of the displacement jump must tend to zero in the elastic regime ($d = 0$). On the other hand, in the inelastic regime ($[[\mathbf{u}]] \neq 0$), the damage variable d must tends to 1 to hold the stresses bounded.

Assuming Poisson's ratio null ($\nu = 0$), we obtain:

$$4G/3 + K = E \text{ and } G = E/2 \quad (16)$$

and therefore, the discrete relation can be written in terms of the Young's modulus.

Table 1 shows the continuum and discrete constitutive expressions for the tensile damage model.

Table 1. Continuum and discrete tensile damage models

	Continuum model	Discrete model
Constitutive relation	$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$	$\mathbf{t} = \hat{\mathbf{K}} \cdot [[\mathbf{u}]]$
Equivalent stress	$\bar{\tau} = \bar{\sigma}_{nn}$	$\bar{\tau} = \bar{\sigma}_{nn} = \frac{1}{h} E [[u]]_n$
Damage criterion	$\bar{\phi} = \bar{\tau} - r \leq 0$	$\bar{\phi} = \bar{\tau} - r \leq 0$
Evolution law for the strain-type variable	$r = \max_{s \in [0,t]} [\bar{\tau}(s), f_t]$	$r = \max_{s \in [0,t]} [\bar{\tau}(s), f_t]$
Damage evolution	$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$	$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$
Hardening law	$q(r)$	$q(r)$

The evolution of the normal stress for a normal displacement monotonically increasing in mode I (i.e. $[[\dot{u}]]_n \geq 0$, $[[u]]_n |_{t=0} = 0$, $[[u]]_s = [[u]]_t = 0$) is:

$$\sigma_{nn}([[u]]_n) = \frac{(1-d)}{h} E [[u]]_n = \begin{cases} 1/h E [[u]]_n & \text{if } [[u]] \leq [[u_0]]_n \\ q(1/h E [[u]]_n) & \text{if } [[u]] > [[u_0]]_n \end{cases} \quad (17)$$

with $[[u_0]]_n = h f_t/E$.

Let us assume that the hardening law is governed by the following exponential equation:

$$q(r) = f_t e^{A h (1-r/f_t)} \quad (18)$$

where f_t is the tensile strength of the material and A is the softening parameter. Thus, the energy dissipated in a complete degradation process in mode one of the interface element is

$$\begin{aligned}
 G_f &= \int_0^\infty \sigma_{nn}(\llbracket u \rrbracket_n) d\llbracket u \rrbracket_n = \int_0^{\llbracket u_0 \rrbracket_n} \sigma_{nn}(\llbracket u \rrbracket_n) d\llbracket u \rrbracket_n + \int_{\llbracket u_0 \rrbracket_n}^\infty \sigma_{nn}(\llbracket u \rrbracket_n) d\llbracket u \rrbracket_n \\
 &= \int_0^{\llbracket u_0 \rrbracket_n} 1/h E \llbracket u \rrbracket_n d\llbracket u \rrbracket_n + \int_{\llbracket u_0 \rrbracket_n}^\infty q(1/h E \llbracket u \rrbracket_n) d\llbracket u \rrbracket_n = \frac{(f_t^2 h/2 + f_t^2/A)}{E}
 \end{aligned} \tag{19}$$

Taking the limit as $h \rightarrow 0$, the fracture energy becomes:

$$G_f = \frac{f_t^2}{A E} \tag{20}$$

From Eq. (20), we can define the softening parameter in terms of the material properties, i.e.

$$A = \frac{f_t^2}{G_f E} \tag{21}$$

4. NUMERICAL EXAMPLES

The 2D numerical analyses were performed using three-node triangular finite element, while in 3D cases, tetrahedron finite elements were used in simulations. To describe crack growth, interfaces elements are inserted between the bulk (regular) elements of the mesh. Although in some cases the entire mesh is fragmented, in general only the part of the mesh corresponding to the region of study is fragmented, reducing computational effort and consequently time process.

As previously mentioned, the interfaces are represented using elements with high aspect ratio, which are modelled using the tensile damage model equipped with exponential softening.

4.1. Gravity dam

In order to show the capability of the technique to predict cracks in quasi-brittle materials, the gravity dam, tested experimentally by Carpinteri et al. [11], is analysed by assuming the geometry and boundary conditions shown in Fig. 2. The thickness of the specimen is 300 mm and the depth of the notch of the dam is 150 mm.

For the numerical analyses, the behaviour of the bulk elements is governed by the linear elastic model with $E = 35.7$ GPa, and $\nu = 0.1$. On the other hand, for the elements with high aspect ratio the following material properties are assumed: $E = 35.7$ GPa, $\nu = 0$, $G_f = 184$ N/m, and $f_t = 3.6$ MPa.

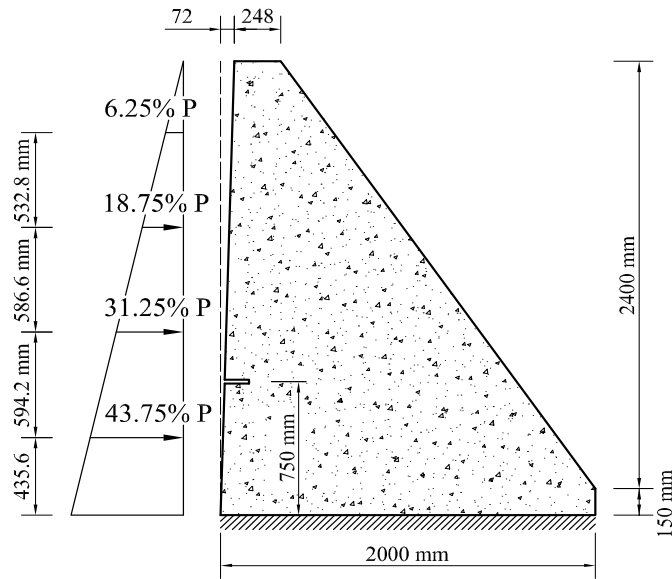


Figure 2. Gravity dam: geometry and boundary conditions.

The analyses were performed using three unstructured meshes with different refinements. Fig. 3 shows the crack pattern at the end of the analysis for all meshes studied. As can be seen from Fig. 4a, the structural responses, in terms of the load vs. CMOD (Crack Mouth Opening Displacement), derived from the numerical results are compared with the experimental one. Moreover, the numerical and experimental crack trajectories were contrasted as illustrated in Fig. 4b.

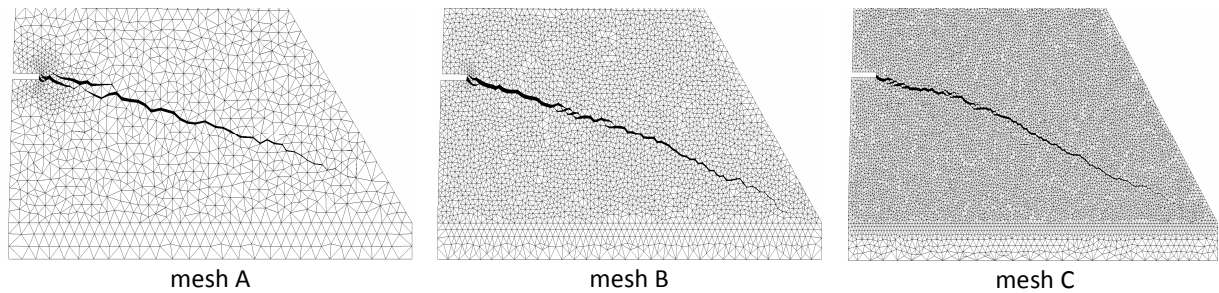


Figure 3. Gravity dam: deformed meshes.

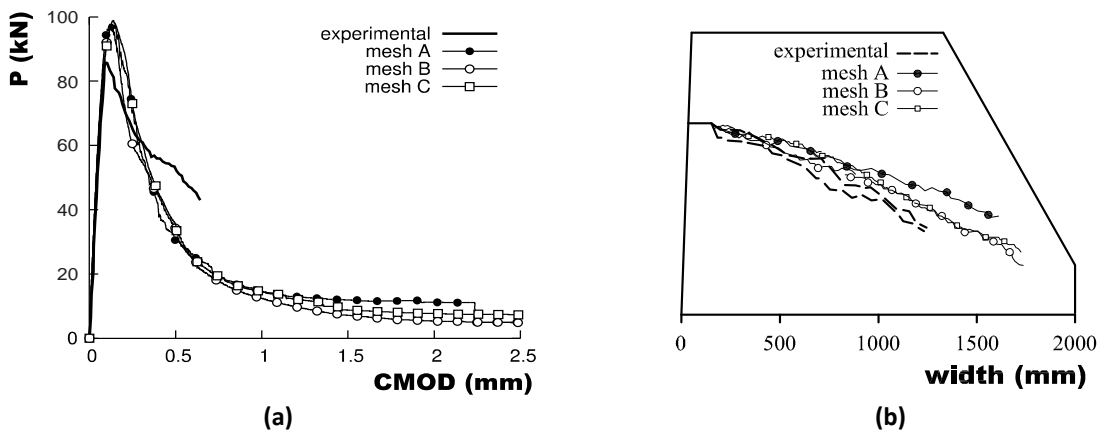


Figure 4. Gravity dam: (a) structural responses; (b) crack paths.

4.2. Four point bending test

In order to study the technique with respect to the mesh dependency, the notched beam tested by Arrea and Ingraffea [12] is simulated. The geometry and the boundary conditions of the problem are sketched in Fig. 5, where the thickness is 150 mm.

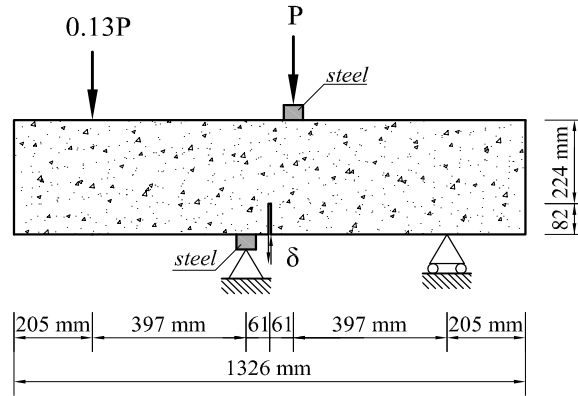


Figure 5. Four point bending test: geometry and boundary conditions.

The considered material properties of the bulk elements are $E = 28.8$ GPa and $\nu = 0.18$. For the interface elements, the following material parameters have been adopted: $E = 28.8$ GPa, $\nu = 0$, $G_f = 100$ N/m, and $f_t = 2.8$ MPa.

Six meshes, three unstructured and three structured, were used to study mesh dependency. Fig. 6 shows the crack trajectory for the six meshes, where the A, B and C meshes are the unstructured ones, and the A', B' and C' meshes are structured.

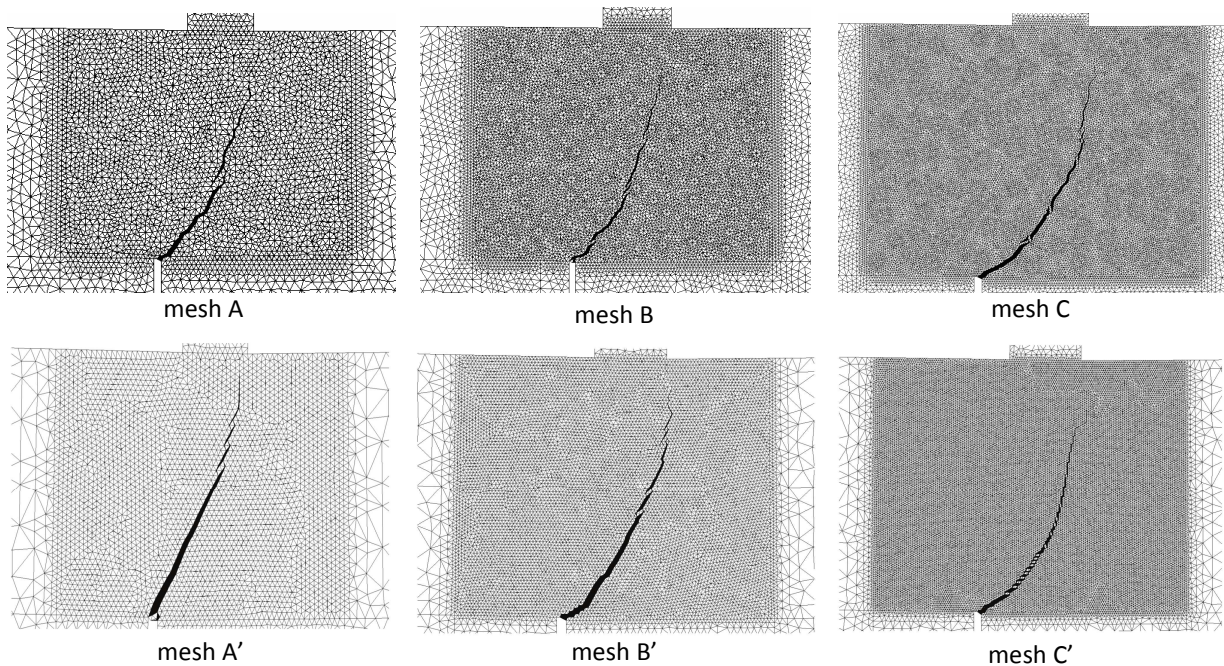


Figure 6. Four point bending test: deformed meshes.

Fig. 7a-c illustrates the numerical and experimental results in terms of load vs. δ (which is the crack mouth sliding displacement). Thus, in Fig. 7a the curves of the unstructured meshes are shown to fit very well in the experimental region. On the other hand, the structural response of the structured meshes deviates from the experimental band in some cases. Fig 7c compares all obtained results. Fig. 7d-f presents the load-deflection at the point where P is applied. Thereby, Fig. 7d and 7e show the load-deflection curve of the unstructured and structured meshes, respectively. Analogously to Fig. 7c, the response of the six meshes is shown in Fig. 7f.

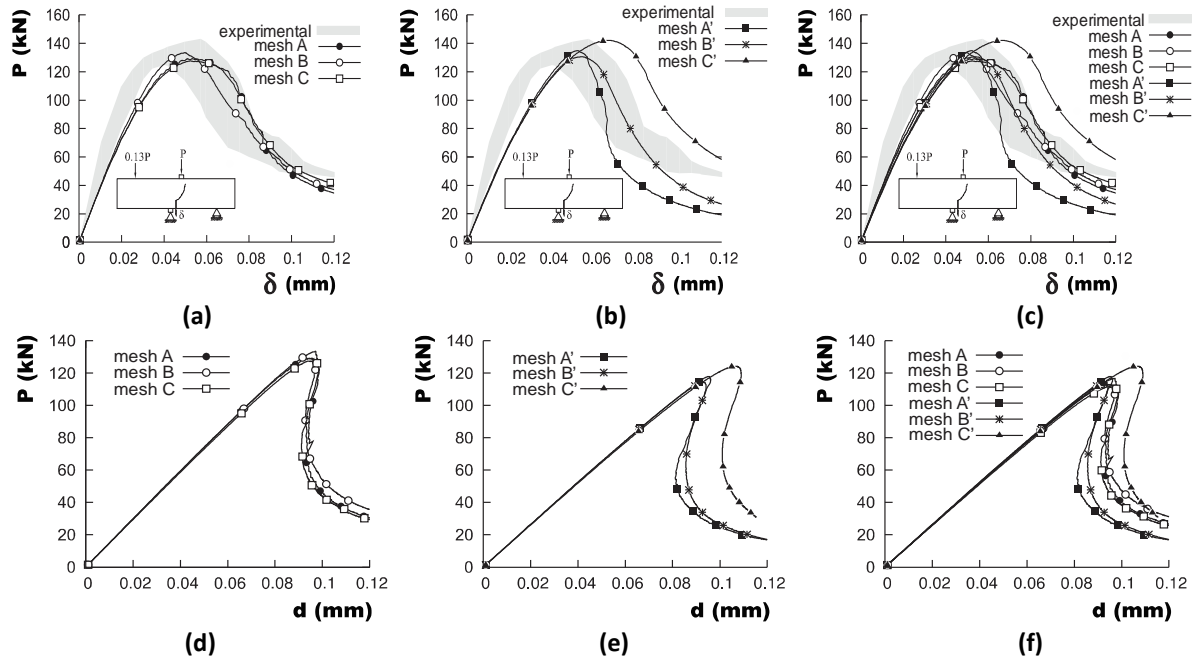


Figure 7. Four point bending test: (a) load vs. CMSD curves of the unstructured meshes; (b) load vs. CMSD curves of the structured meshes; (c) load vs. CMSD curves of the unstructured and structured meshes; (d) load-deflection curves of the unstructured meshes; (e) load-deflection curves of the structured meshes; (f) load-deflection curves of the unstructured and structured meshes.

4.3. Three point bending test

This test is performed to show that the technique is also able to predict crack growth by assuming a three-dimensional analysis. Hence, the three point bending test reported by Béllego et al. [13] was studied by considering both 2D and 3D analyses. The dimensions and the boundary conditions of the problem are indicated in Fig. 8 and the thickness of the specimen is 40 mm.

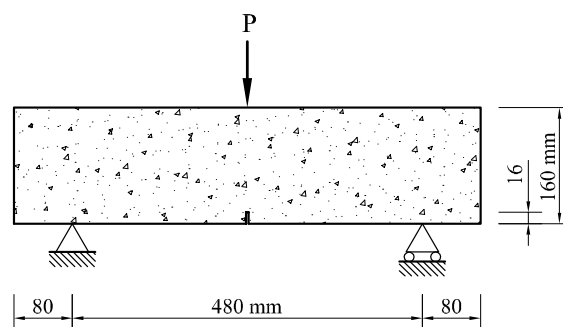


Figure 8. Three point bending test: geometry and boundary conditions.

The material parameters of the bulk elements are $E = 38.5$ GPa and $\nu = 0.24$. In the case of the interface elements, we assume $E = 38.5$ GPa, $\nu = 0.24$, $G_f = 50$ N/m, and $f_t = 3.6$ MPa.

The analyses were performed using three different 2D unstructured meshes and three different 3D meshes. The crack paths for 2D and 3D analyses are shown in Figs. 9 and 10, respectively.

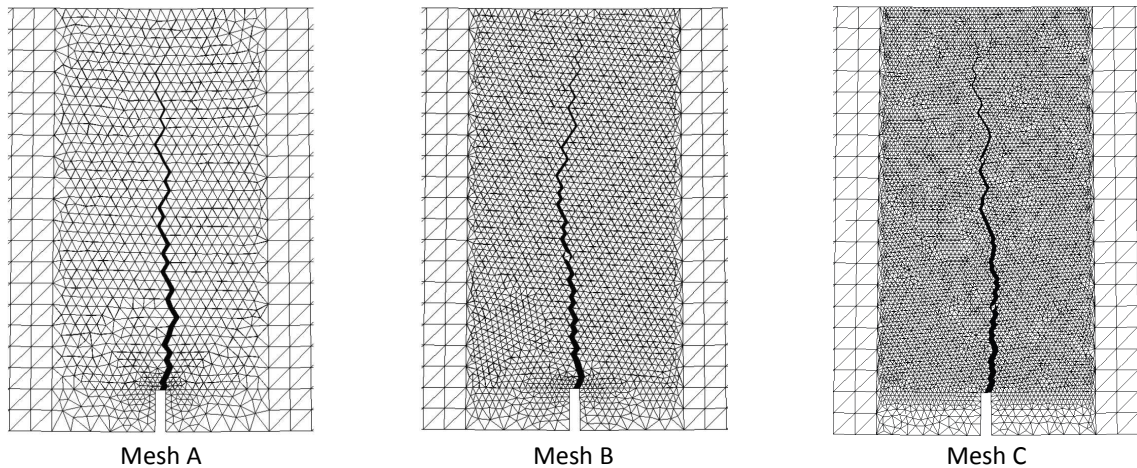


Figure 9. Three point bending test: 2D deformed meshes.

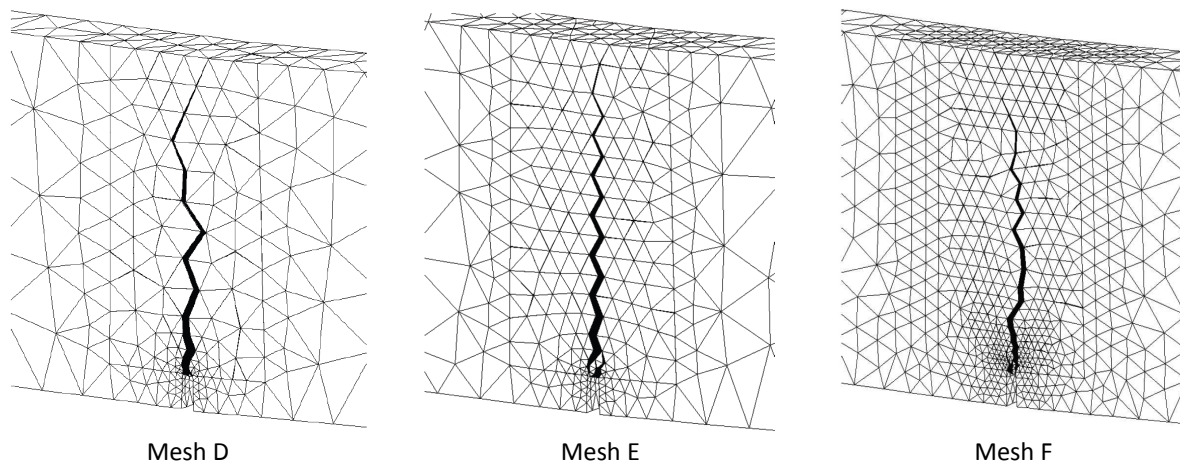


Figure 10. Three point bending test: 3D deformed meshes.

Figs. 11a and 11b show the obtained results, in terms of the load vs. displacement at the point where the load is applied, for 2D and 3D analyses respectively. Finally, Fig. 11c contrasts 2D and 3D structural responses.

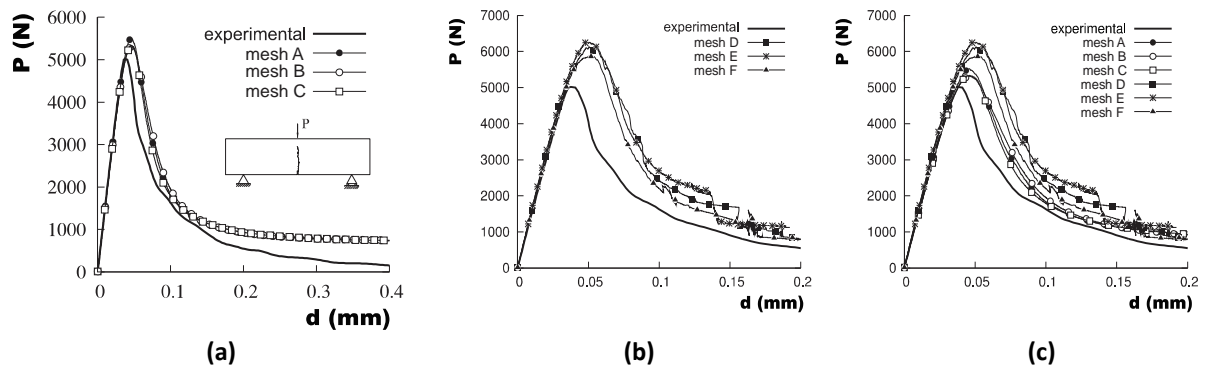


Figure 11. Three point bending test: (a) structural responses for 2D analyses; (b) structural responses for 3D analyses; (c) structural responses for 2D and 3D analyses.

5. CONCLUDING REMARKS

Triangular finite elements in 2D and tetrahedron finite elements in 3D are able to describe the kinematics of strong discontinuities. Thereby, these elements can be employed to simulate crack growth in the context of the CSDA.

The tensile damage model based on the component of the tensile stresses normal to the base of these interface elements is able to depict the crack process in quasi-brittle materials. In the limit situation of strong discontinuity the continuum damage model tends to a discrete (cohesive) damage model, so that the softening law is related to the fracture energy.

The mesh fragmentation technique, which consists of inserting elements with high aspect ratio between the regular elements of the mesh, shown be properly to represent crack growth in quasi-brittle materials. As mentioned before, since the analysis is performed integrally in the context of the continuum mechanics, there is no need of tracking algorithms during the analysis. As a consequence, 3D analysis can be properly addressed with the proposed technique.

Although the technique seems to be dependent of the mesh, no significant mesh dependency is observed when it is used unstructured meshes. The zigzag crack path caused by the technique affects neither the structural responses nor the crack pattern predictions.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the financial support provided by FAPESP (Sao Paulo Research Foundation), as well as CNPQ (National Council for Scientific and Technological Development) and CAPES (Coordination for Improvement of Higher Education Personnel).

REFERENCES

- [1] Oliver, J., Huespe, A. E., Pulido, M. D. G., & Chaves, E. (2002). From continuum mechanics to fracture mechanics: the strong discontinuity approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 69(2), 113-136.
- [2] Oliver, J., Huespe, A. E., & Samaniego, E. (2003). A study on finite elements for capturing strong discontinuities. *International journal for numerical methods in engineering*, 56(14), 2135-2161.
- [3] Oliver, J., Huespe, A. E., Samaniego, E., & Chaves, E. W. V. (2004). Continuum approach to the numerical simulation of material failure in concrete. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(7-8), 609-632.
- [4] Belytschko, T., & Black, T. (1999). Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International journal for numerical methods in engineering*, 45(5), 601-620.
- [5] Belytschko, T., Gracie, R., & Ventura, G. (2009). A review of extended/generalized finite element methods for material modeling. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 17(4), 043001.
- [6] Manzoli, O. L., Maedo, M. A., Rodrigues, E. A., & Bittencourt, T. N. (2014). Modeling of multiple cracks in reinforced concrete members using solid finite elements with high aspect ratio. *Bicanic et al., editors. Computational modeling of concrete structures*, 1, 383-92.
- [7] Sánchez, M., Manzoli, O. L., & Guimarães, L. J. (2014). Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, 62, 27-39.
- [8] Oliver, J., Cervera, M., & Manzoli, O. (1999). Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. *International journal of plasticity*, 15(3), 319-351.
- [9] Oliver, J. (1996). Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Part 1: Fundamentals. *International journal for numerical methods in engineering*, 39(21), 3575-3600.
- [10] Manzoli, O. L., Gamino, A. L., Rodrigues, E. A., & Claro, G. K. S. (2012). Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. *Computers & Structures*, 94, 70-82.
- [11] Carpinteri, A., Cornetti, P., Barpi, F., & Valente, S. (2003). Cohesive crack model description of ductile to brittle size-scale transition: dimensional analysis vs. renormalization group theory. *Engineering fracture mechanics*, 70(14), 1809-1839.
- [12] Arrea, M., Ingraffea, A.R. (1982). Mixed-mode crack propagation in mortar and concrete (Technical Report 81-13). New York: Cornell University.
- [13] Le Bellégo, C., Dubé, J. F., Pijaudier-Cabot, G., & Gérard, B. (2003). Calibration of nonlocal damage model from size effect tests. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 22(1), 33-46.

Modelling of the behavior of post-tensioned concrete structures subjected to long term thermal loads

Medina Reguera, Fernando¹; Cifuentes Bulté, Héctor²; Medina Encina, Fernando³

ABSTRACT

The effect of the reduction of concrete material strength and the deformations and stress level due to the non-uniform temperature distribution within a structural element such as a storage tank has a coupled negative effect on the post-tensioned concrete design. Heated strands embedded in a heated concrete element will elongate, hence reducing the post-tensioning force. This reduction will reduce the confinement of concrete, which added to the temperature gradient derived tension results in a greater level of damage and cracking. This study sets up a strongly non-linear model that attempts to account for all these effects. The results show that cracking localization grows surrounding the tendon duct, producing a sharp decrease in the post-tensioning force and a significant reduction of global stiffness

Keywords: Post-tensioned, Concrete, Thermo-mechanical, Damage, Fracture.

1. INTRODUCTION

The effect of high temperature in concrete has been addressed in a variety of ranges and applications, from relatively low increases, e.g. due to sun radiation to elevated temperatures during a short exposition, such as fire. For temperatures up to 80°C, it is widely accepted by concrete standards and codes that the alterations of the material properties can be addressed as an instantaneous stress-strain relation alteration, which may be maintained regardless the duration of the exposition. Concrete shows a significant reduction in its strength, both compressive and tensile, as well as in its stiffness due to a decrease of the modulus of elasticity. Besides, fracture energy drops also with temperature increase, diminishing the ductility of the structural element.

The change of these properties onto a certain structural element, which has a previous stress level due to external loads needs to be studied. Furthermore, the non-uniform temperature distribution that the concrete structure may exhibit due to its thermal boundary conditions on its sections will generate a differential thermal expansion. The strain compatibility will generate a thermally induced stress field that may result in unexpected cracking of concrete and larger global displacements.

¹ Grupo de Estructuras Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. .fermedreg@alum.us.es (Corresponding author)

² Grupo de Estructuras Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. bulte@us.es

³ Grupo de Estructuras Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. medinaencina@us.es

This issue gains relevance in post-tensioned concrete, where the hoop (circumferential) compressive stress field generated by the strands tension is dependent of the deformation of the structural element after post-tensioning.

A model is developed to evaluate the coupled effect of temperature in post-tensioned concrete, including the material properties affection as well as the evolution of the thermo-mechanical non-linear relation with the post-tensioning force transmitted to the element.

The structural element considered is a post-tensioned concrete cylindrical storage tank. The regularity of this typology allows for global modeling simplifications that are necessary to maintain a size-efficient model. In applications where the inner pressure transmitted to the concrete wall is uniform, the storage volume is increased through the height, resulting in apparently slender structures. That leaves a main part of the shaft where the cylinder expands radially and vertically. Hence, a representative volumetric slice, including circumferential and vertical rebar, as well as a tendon duct, can be studied independently. A wedge can also be extracted from it as well, discarding the local effects of tendon anchors, hence allowing for a strongly non-linear three-dimensional study of the element. Figure 1 (below) shows the conceptual simplification procedure adopted for the case study.

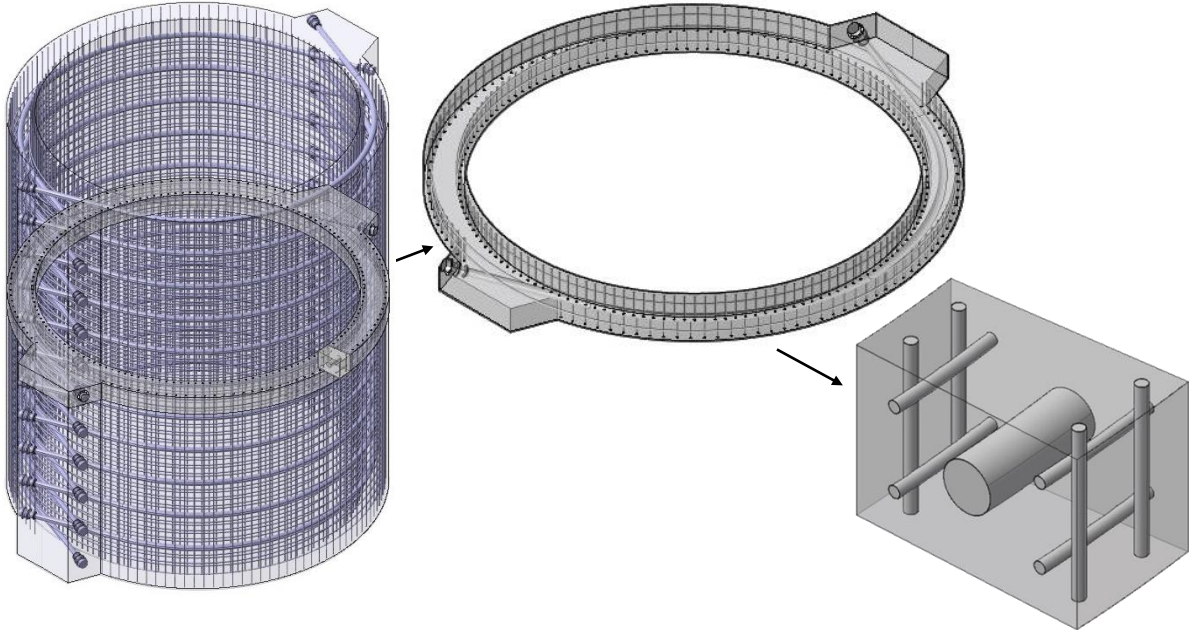


Figure 1. Structure description. Model genesis

The generalization of the use of high and ultra-high strength concrete has made viable the design of these tanks for energy storage systems, which impose temperature levels on the inner side of the shaft much higher than those measured at the outer face of the concrete wall. While regardless the stored material, insulating elements may maintain the concrete inner temperature within the desired range, the gradient of temperature occurs indisputably, and the described effects will appear. An inner radial and vertical pressure is also included as an external load, the value of which is associated

to the temperature level, so that the total effect of the hot stored material is accounted for. Besides, developing a model and a methodology to optimize the post-tensioning force, to increase the maximum transmitted temperature and hence reduce the insulation, and to control cracking is necessary to improve the efficiency-cost relation of these structures. In general terms, designing a cracked post-tensioned section reduces the cost of the structure.

A material model combining macro-cracking, continuous displacement fields, damage and plasticity has been used to characterize concrete. The main model parameters are considered as temperature dependent. Elastic-plastic models are used for the embedded steel rebars, tendon and duct, and a fictitious no-tension steel strand host is included within the steel duct in order to model the discharge arch of the radial compressive force generated through strand tensioning and to maintain a strain compatibility that can reproduce the coupled thermo-mechanical dependency of the post-tensioning force.

The set-up of this model to evaluate of the effect and parametric influence of the temperature in the structural post-tensioned concrete is the main goal of this study. The results attempt to show that the consideration of temperature dependent fracture parameters is essential to evaluate properly the stress level of the section, the post-tensioning force and the measurable strains. The convenience of post-tensioning vertically the structure is also shown for certain ranges of pressure that may be associated to a temperature gradient.

2. THEORETICAL BACKGROUND

2.1. Temperature dependent parameters

The models describing the temperature dependency of the tensile strength, fracture and stiffness of concrete that have been used to characterize concrete in this model are those included in [1]. The formulation is valid for temperatures ranging between 0°C and 80°C. Other models that establish a temperature dependency relationship ranging much elevated temperatures may be found in [2].

In order to introduce the parameters in the models, 7 temperatures T_{ii} have been applied, from $T_1=20^\circ\text{C}$ to $T_7=80^\circ\text{C}$.

The parameters that are directly dependent with temperature express their relationship to their values at 20°C. These are:

Mean value of Compressive Strength:

$$f_{cmT(ii)} = f_{cm} \cdot (1.06 - 0.003 \cdot T_{ii}) \quad (1)$$

Mean value of Tensile Strength:

$$f_{ctmT(ii)} = f_{ctm} \cdot (1.16 - 0.008 \cdot T_{ii}) \quad (2)$$

Modulus of Elasticity:

$$E_{ciT(ii)} = E_{ci} \cdot (1.06 - 0.003 \cdot T_{ii}) \quad (3)$$

Crushing Energy:

$$G_{clT(ii)} = G_{cl} \cdot (1.06 - 0.003 \cdot T_{ii}) \quad (4)$$

Fracture Energy:

$$G_{f.IT(ii)} = G_{f.I} \cdot (1.06 - 0.003 \cdot T_{ii}) \quad (5)$$

As for the Crushing Energy, this relationship is not included in [1]. An assumption has been made that the relationship between G_{cl} at 20°C and T_{ii} is the same as that for most of the other parameters.

A regular high strength C50 concrete is used in this analysis, following a formulation valid only for the studied temperature range that has been used.

2.2. Uniaxial behavior characterization

The uniaxial stress-strain relationship with temperature dependency has been derived both in tension and compression, even though no compressive damage occurs for the loading and temperature conditions studied. Several definitions of the stress-strain curve have been studied in order to evaluate the sensitivity of the model to the shape of the curve, with special emphasis on the strain softening curve after reaching the tensile strength and the damage parameter associated to it. As for the basic parameters, the temperature dependence is indicated through the variable ii and a subindex T where a reference value for 20°C exists.

The uniaxial compression stress-strain characterization has been divided by the compressive strength into two branches. The parabolic pre-peak branch defined by the Model Code 2010 has been used up to the strain at maximum compressive stress.

$$\sigma_{c.MCT}(\varepsilon_c, ii) = -f_{cmT(ii)} \cdot \left[\frac{k_T(ii) \cdot \eta(\varepsilon_c, ii) - \eta(\varepsilon_c, ii)^2}{1 + (k_T(ii) - 2) \cdot \eta(\varepsilon_c, ii)} \right] \quad (6)$$

Where

$$k_T(ii) = \frac{E_{ciT(ii)}}{E_{c1}} \quad \eta(\varepsilon_c, ii) = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1T(ii)}} \quad \varepsilon_{c1T(ii)} = -\frac{f_{cmT(ii)}}{E_{c1}} \quad (7), (8), (9)$$

For the Post-peak branch, a comparative study has been developed with the work of [3] and [4].

$$\sigma_{c.KPT}(\varepsilon_c, ii) = -f_{cmT}(ii) \cdot \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot E_{c1} \cdot \gamma_{cT}(l_c, ii) \cdot (\varepsilon_c + |\varepsilon_{c1T}(ii)|)^2} \right] \quad (10)$$

Where the descent function is

$$\gamma_{cT}(l_{eq}, ii) = \frac{\pi^2 \cdot f_{cmT}(ii) \cdot |\varepsilon_{c1T}(ii)|}{2 \cdot \left[\frac{G_{c1T}(ii)}{l_{eq}} - \frac{1}{2} \cdot f_{cmT}(ii) \cdot \left[|\varepsilon_{c1T}(ii)| \cdot (1 - b_c) + b_c \cdot \frac{f_{cmT}(ii)}{E_{c1T}(ii)} \right]^2 \right]} \quad (11)$$

And the Compressive Parameter, also used for the Damage definition, is

$$b_c = 0.70 \quad (12)$$

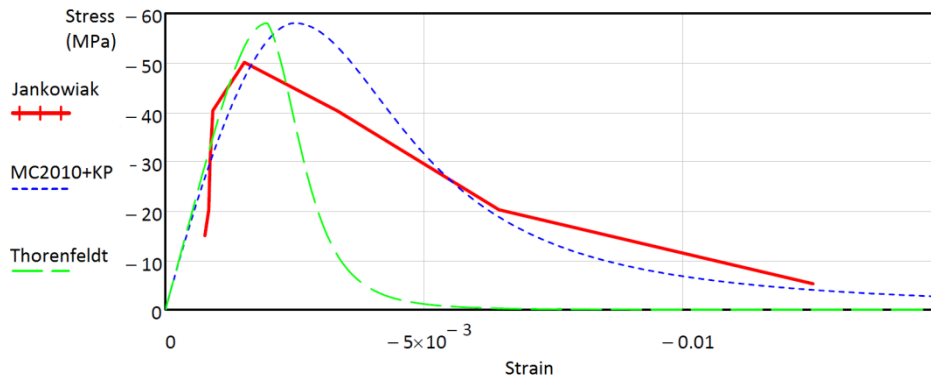


Figure 2. Compressive Stress-Strain Relationship for Concrete Grade 50

The latter author uses experimental data for a concrete similar to that used in this study (C50). Both curves are also compared to the model by [5] as used in [6], which does not depend on the crushing energy or the element size, but only on the mean compressive strength. This last model, while commonly used by several commercial software packages, is not recommended in accordance with [7].

In Figure 2 a comparison of the three curves is presented, showing a match between experimental data by [4] and the model in [1], while the curve by [5] seems to assign a less ductile post-peak behavior to the material, enclosing a much smaller crushing energy.

The post-peak response by [8] has been finally chosen for this study given the similarities with the experimental data and the conclusions of [3].

As for the tensile stress-strain relationship, four different models have also been studied. The Model Code 2010 proposes a bilinear pre-peak curve as well as bi-linear post-peak strain softening curve. The experimental data of [4] is also compared, as well as the simple linear-linear model. The fourth model is the linear pre-peak, non-linear post-peak curve as defined by [9]. The analytical models have been

derived using the same fracture energy, which is similar to that obtained experimentally for this grade of concrete.

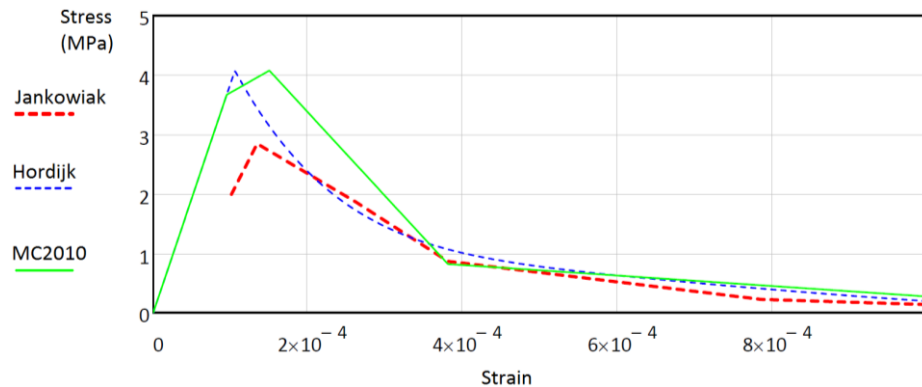


Figure 3. *Compressive Stress-Strain Relationship for Concrete Grade 50*

The overlaid plots in Figure 3 show the similarities of the non-linear and bilinear model, as well as their good fit with the experimental data. Conceptually, the pre-peak bi-linear branch (green curve above) accounts for the preliminary micro-cracking in concrete. For this reason, the model described in [1] has been used in this study.

2.3. The Fracture Mechanics Approach: Inelastic damage model for Concrete

This study has been developed using the finite element software Abaqus. The model developed by Lubliner et al and elaborated by Lee and Fenves (see [10]) called Concrete Damage Plasticity (CDP) is based on the Smeared Crack Model by [11] and uses a yield surface in the plane p-q of the Drucker-Prager type, isotropic damage and non-associated flow. Based on the smeared crack concept, this model can account for the effect of crack opening and closing in cyclic unloading and re-loading through compressive and tensile recovery parameters. The damage evolution functions define the stiffness degradation after the peak strength is reached.

Other parameters allow for a better fitting of the model to experimental results, such as the relationship between 2D stresses in order to reproduce the Kupfer curve (see [12]). The necessary experimental data and a procedure to adjust the parameters of this model can be found in [4].

As for reducing the mesh dependency, the key aspect is that the strain softening be defined as the stress-crack opening relationship in a specimen, which is in fact independent of the size of the specimen, since it represents the elongation of the localized crack band in the uniaxial tension test. The software converts this relationship into stress-strain, which implies that finite elements should not have a characteristic length any smaller than the crack bandwidth, since localization will occur in one row of elements, while the adjacent ones start recovering their initial state. There is also a limitation to the maximum element size, but this is related to numerical instabilities. As a total strain model, the CDP assumes that an element is a box containing microcracks that will relax and a crack band (with a

fixed width). If the element is too large, the elastic recovery (shortening) of the element may be larger than the crack opening (elongation), thus resulting in a snap-back. For this reason, elements close to the crack bandwidth will produce a sufficiently small elastic shortening during cracking, so that the fracture energy related crack opening results in a total elongation of the element, and hence an increase of the element strain.

The CDP model however uses a characteristic length, i.e. the $\sqrt[3]{V_{elt}}$, to convert the displacement w into strain. This implies that the displacement that an element will withstand while decreasing its stress level is in proportion to the element length normal to the crack direction and the characteristic length. Practically squared elements are recommended in order to maintain a certain level of accuracy in the results. This is impractical however, and the displacement results shall be obtained for several discretization.

As for the damage evolution function, the stiffness reduction is defined independently for tension and compression. The damage parameter represents the percentage of the initial modulus of elasticity remaining when a fictitious crack (or overlapped crack in compression ([13]) is developed up to a certain point. The damage function is inverse to the strain softening curve, and the damage is maximum for the maximum strain. If the model were capable of showing a real crack splitting the continuum, the stiffness would be zero and the damage would be 100%. Cyclic data such as that from Reinhardt and Cornelissen for tension and Sinha et al for compression (see [3]) may be used to calibrate the damage parameter. For the specific approach of this study, the damage parameter is indirectly temperature dependent as can be seen in Figure 4, where the damage evolution functions are shown for 20°C (red) and 80°C (blue).

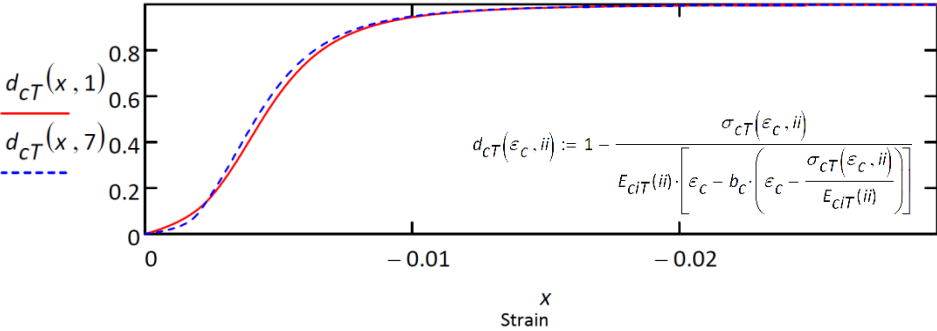


Figure 4. Compressive Damage

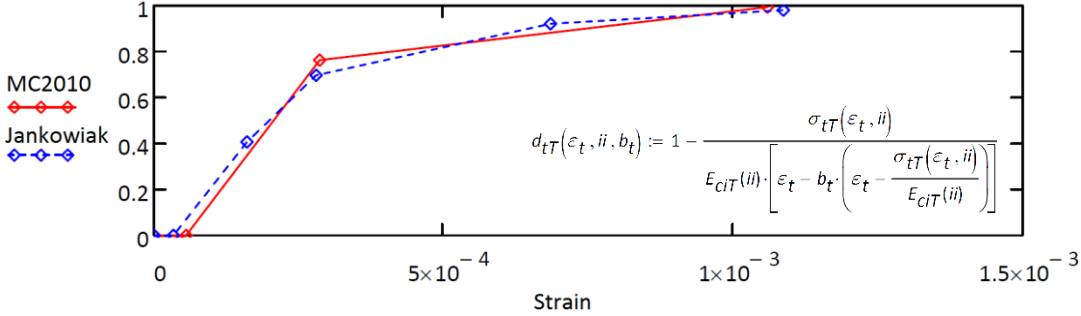


Figure 5. Tensile Damage

The tensile damage curves plotted in Figure 5 show how the value that has been adopted for the damage parameter b_t , applied to the post-peak branch of the bi-linear model, fits the experimentally based work by [4]

As a final comment regarding Abaqus model, it must be noted that this is a fixed crack model. The cracking direction is stored by the solver and used in subsequent increments and steps ([10]). Therefore, this model cannot account for changes in the principal directions along the loading step in these elements, opposite to the rotating crack models. While this type of cracking seems more realistic (once the crack appears, it does not make physical sense to rotate it), the fixed crack usually produces models that are too stiff ([14]). Besides, there is a shear retention effect that the rotating models do not need to calibrate, since the tension vector at the the crack plane is always normal to it.

2.4. Material model for Steel

None of the steel elements in the model reach the yield stress of the material for the considered thermal and pressure loading combinations. Although primarily the Menegotto-Pinto relationship was obtained in accordance with [1], the numerical solution shows that an elastic model is sufficient. Direct temperature dependency of modulus of elasticity has been neglected in this study.

2.5. Uniaxial Behavior Temperature Dependency

The significant reduction of the compressive and tensile strength of concrete is shown in Figure 6 and Figure 7 respectively, for temperatures of 20°C and 80°C following the equations in [1] as described in section 2.2.

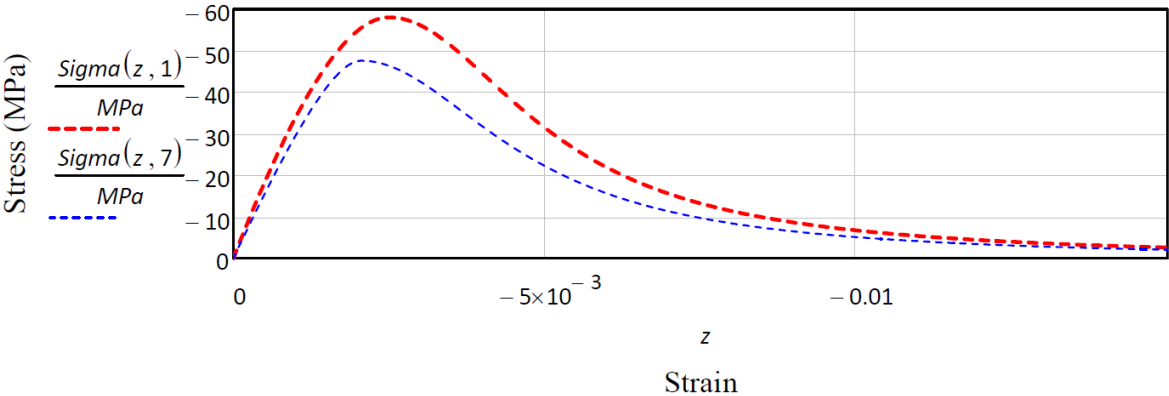


Figure 6. Compressive Stress-Strain curve. Comparative results for 20°C and 80°C.

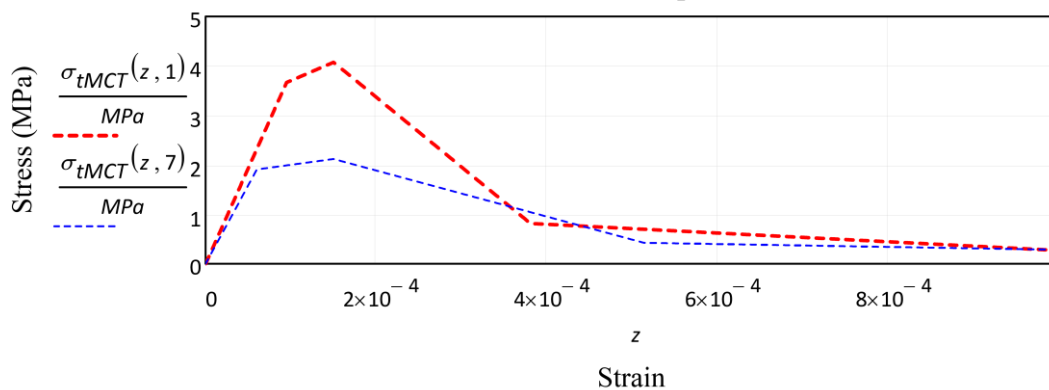


Figure 7. Tensile Stress-Strain curve. Comparative results for 20^o and 80^o.

Figure 6 shows a reduction of in the mean compressive strength of a 18%, while Figure 7 shows a drastic decrease in the maximum tension of a 48%.

3. NUMERICAL MODEL

3.1. Geometrical description

Following the assumptions described in the first section of this study, a wedge is modeled in order to analyze the nonlinear effect of temperature and pressure in a post-tensioned concrete cylindrical tank. The section has been pre-designed analytically to account for post-tensioning instantaneous losses such as friction due to curvature and wedge penetration, as well as long-term losses related to rheological effects in concrete and relaxation of prestressing steel. None of these losses have been considered to be affected by temperature in this study. Tensile stresses are expected at the outer face of the wall so that cracking occurs.

The post-tensioned wall is 500mm wide and it contains a tendon of 27 strands of 0.62" Y1860S7 separated vertically 350mm. The post-tensioning stress considered in the analysis is 775MPa, which corresponds to a post-tensioning at a stress level of the 70% of the tensile strength 1860MPa, with a total loss of the 40% of it. For short tendons with large curvature this is not such an overestimation of losses as it may seem.

The wall also includes passive reinforcement $\phi 25$ of in both vertical and circumferential directions, distributed at 150mm and 175mm respectively. This way, the analyzed wedge contains a tendon and two rebars of each kind to capture the three-dimensional effects of the interaction between repetitive sections.

The tendon duct diameter is 125mm, made of structural steel duct 3mm thick. The duct is injected with high strength grout after post-tensioning so that a bonded tendon can be considered. Modeling considerations on this are presented later in this section.

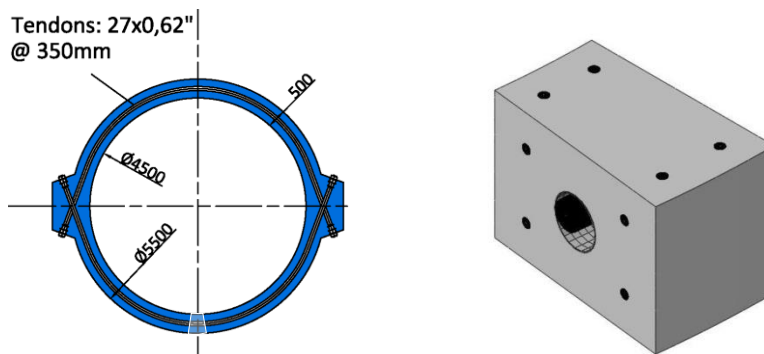


Figure 8. Structure geometry description. Cross Section and Wedge Perspective (prior to tendon grout injection).

The schematics in Figure 8 show the cross section of the two-buttress studied tank and the geometry of the post-tensioned representative volume considered in the analysis, including the reinforcement bars as well as the tendon inside the duct.

3.2. Thermal and Pressure Loads and Boundary Conditions

The model loading is divided into two steps: post-tensioning of the tendon and thermal plus pressure concomitant loading.

Post-tensioning is implemented through fictitious thermal cooling of the embedded 1D element hosted by the no-tension transfer solid attached to the tendon duct. Although this methodology has been used for decades, including the tendon as a reinforcement connected to a host allows for an effective reactive component in the model. This way, radial stress is transmitted in a similar manner to what strands contact would transfer to the duct. The no-tension transfer solid produces automatically a discharge arch without stiffening significantly the steel duct. For this reason, the radial tensile forces transmitted by the duct on the back (closer to the outer face of concrete) are only due to fully bonding of the contact pair duct-concrete, i.e., no external load is applied to the duct nodes where the strands would not contact them. This allows also for the deformation of the shape of the duct, which has been found to be critical for the results of this model, since cracking surrounds the duct, relaxing the post-tensioning force. Bond-slip conditions between duct and concrete are within the objectives of further studies on this model.

A steady state solution to the thermo-dynamical problem has been adopted here. If we consider a fixed temperature set on the inner face of the wall as well as a convective boundary condition on the outer face (air flow around the cylinder), after a brief period of time the temperature distribution within the concrete wall thickness becomes linear. Slow loading up to full temperature is considered in this study so that no inertial or transient effect needs to be considered.

It is a key aspect of this study that the differential temperature between the two faces of the wall will produce an increase in the circumferential and vertical compressions in the inner face and the opposite effect, i.e. increase of tension, on the outer wall, which already happens to be the less compressed face by the post-tensioning. One can picture the wall as if split into two centered cylinders, each one

of them with half the thickness and a different average uniform temperature. The hottest cylinder (the inner) will expand while the colder (outer) will expand less. To compatibilize these expansions, the inner tube must be compressed from its free expansion, and the outer one must be tensioned to adapt to the pressure received.

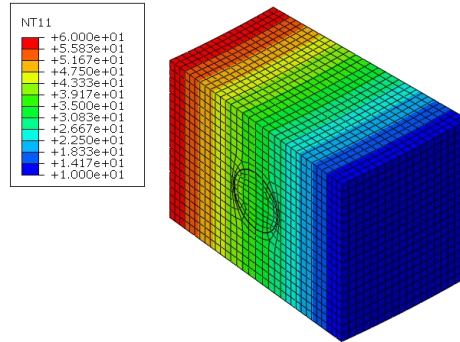


Figure 9. *Temperature gradient affecting every element in the model. Initial ambient temperature of 20° scaled as zero.*

The temperature field as shows in Figure 9 varies linearly in the radial direction, being constant both circumferentially and vertically.

In industrial and energy applications is common that the stored material applies on the inner face of the wall an isostatic pressure the value of which is associated to the temperature. For this reason, both thermal and pressure loads are assumed to increase together. The loading rate has been assumed to be linear and proportional during the loading stage for simplicity. A vertical pressure is also included to account for the vertical resultant on the tank cap.

The model includes boundary conditions in cylindrical coordinates so that the angular displacement is constrained (cyclic symmetry of the model). The top and bottom face are assumed to remain horizontal, which requires the use of a equation constraint of nodes from the top elements, linking the vertical displacement d.o.f. of all of them but one, to that of the excluded node. The effects of this assumption are discussed in the following section.

3.3. Structural pattern

The boundary conditions that will be applied to the wedge model imply the imposition of a three-dimensional solution pattern. This is not unique, and may be a goal of further studies in this model. From a vertical plane cross section, the pattern chosen imposes that the arbitrary cracking occurring in one wedge be symmetrical with the wedge immediately above it. The solution of both wedges together is repeated in a vertical pattern for all the height of the tank that is assumed to be far enough from bottom and cap local effects. The cracking pattern that result from the analysis is presented through mirror and translation in Figure 10 to display the discussed pattern:

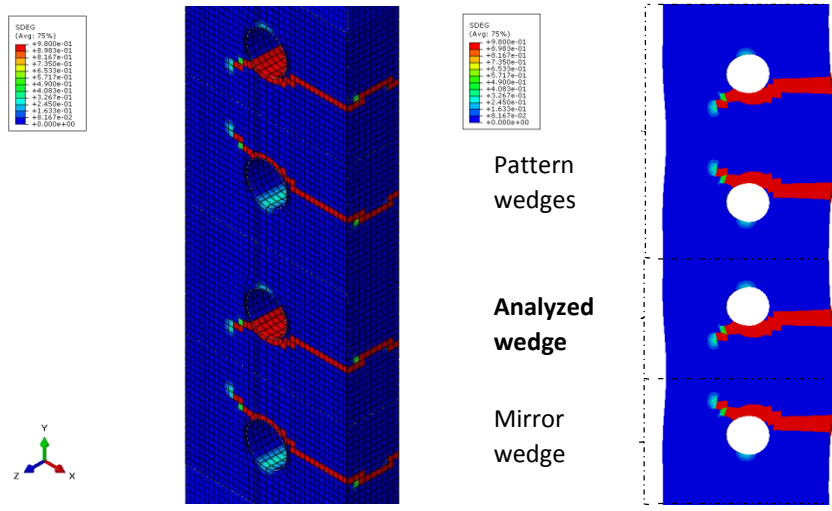


Figure 10. Adopted Pattern of Results

3.4. Mesh discretization

The model contains solid linear hexaedron type C3D8R (reduced integration) elements to model concrete, the no-tension transfer solid that hosts the tendon and the injected grout that is activated in the model after the post-tensioning step is done. As described previously in the theoretical background of the model, the mesh size for the concrete damage plasticity should not be less than the crack bandwidth. An average size of 16 mm has been used for most of the case studies, assuming maximum aggregate for the C50 high-strength concrete used will be 6 to 8mm.

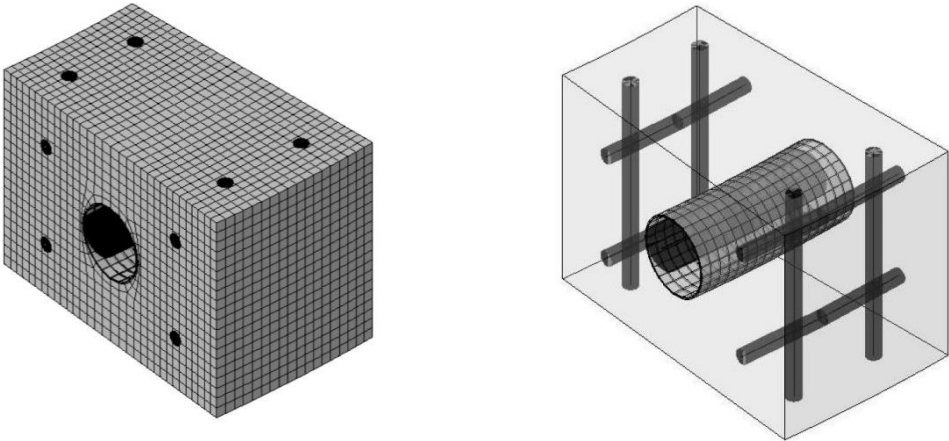


Figure 11. Mesh discretization. 3D Concrete + 2D Duct + 1D Tendon and Rebars (solid render view)

The steel duct is modeled with linear quadrilateral plate elements S4R, with a fully bonded connection outwards to the concrete and inwards to the fictitious no transfer solid and the injected grout. The rebar and the tendon are modeled with linear truss elements T3D2, with a constraint of the type “Embedded region”, assigning as host the solid regions around them. In Figure 11, the mesh

discretization is displayed for the 3D elements of the concrete region as well as the 2D and 1D elements using the render capabilities of the software.

Special emphasis must be made in the no-tension transfer solid that hosts the tendon (blue region within the duct in Figure 12 below).

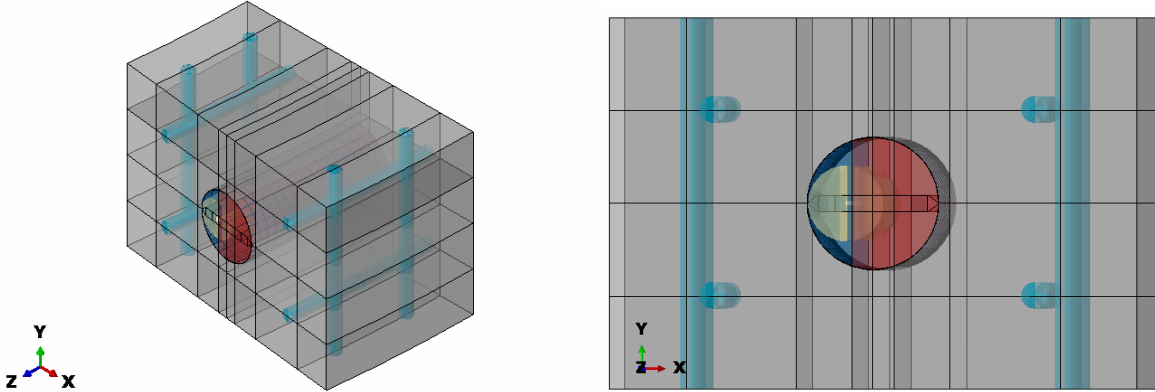


Figure 12. Region modeling. No-tension Tendon Host and Injected Grout activated through Model Change Interaction

This solid allows to host a tendon modeled using truss elements. Therefore, the element will only show axial forces, which is convenient to analyze the post-tensioning force variations. This solid is stiff as the concrete surrounding the duct on the outside, but has no tension strength. For this reason, it can only push the duct inwards during post-tensioning, occupying the space where the strands would be in the real structure. The no-tension condition allows for an automatically distributed normal pressure from the truss element to the duct, and then to the concrete. This space cannot be grouted afterwards in any case, so that when the red part in Figure 12 above appears only occupies the rest of the duct to account for bonded post-tensioning strain compatibility. This way, the tendon is fully reactive to the strains caused by both its own thermal expansion due to heating and the progressively cracked concrete strain field that is caused by the thermal and pressure loading.

4. MAIN RESULTS

The results are presented for the model referenced as W3, the main characteristics of which are described in Table 1 below.

Reference	Global Mesh Size	Temperature Dependency	Temperature at inner-outer face (°C)	Inner Radial / Vertical Pressure (MPa)	Load Case	Tension Stiffening Model	Damage Parameter (bt)
W3	16 mm	Temp_Dependent Concrete	80-30	1 / 2	1 load step. Temp+Press simultaneously	MC2010	0.75

Table 1. Model description summary

The evolution of the main output variables can be evaluated as the simultaneous action of the thermal gradient and pressure load act simultaneously. The load factor presented indicates the percentage of both the vertical and horizontal applied pressure, as well as the nodal temperature for the whole field. Concomitant linear increase at the same rate is considered for both actions.

4.1. Reference Model: W3

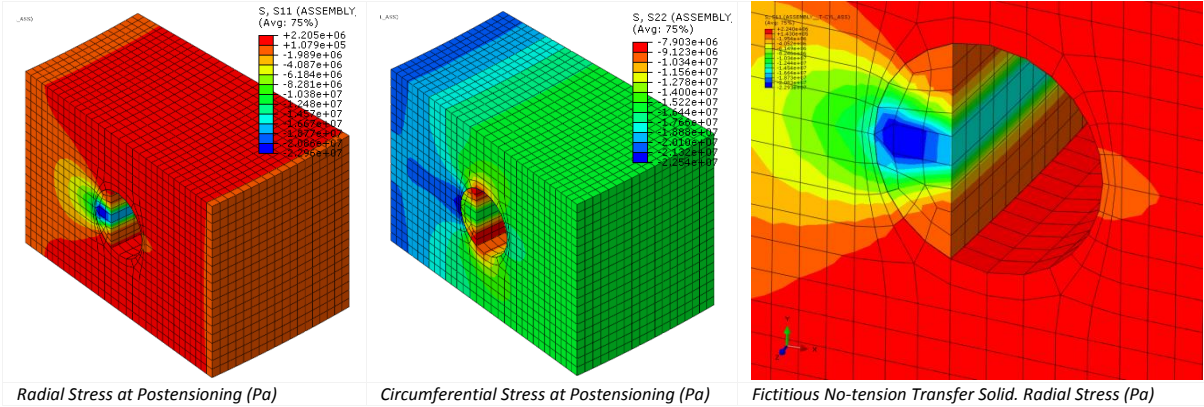


Figure 13. Postensioning through Embedded Bar within a No-Tension Fictitious Solid Host

Since the host of the tendon does not resist any tension, a discharge arch is generated from the elements where the tendon bar is embedded towards the duct. As seen in Figure 13 (right), this is similar to the stress distribution that strands would produce through contact with the duct without the complexity of introducing material discontinuous material for each of the strands or friction contact for a solid made of steel for which cable axial stress would hardly be possible to identify. As for the post-tensioning effect, circumferential compression is shown in Figure 13 (middle). A stress difference of 5MPa along the thicknedd is displayed, 21MPa in the outer concrete face to 17MPa in the inner face. This means that posttensioning is a 20% less effective when compressing the outer face than expected if design were made considering a uniform pressure distribution. The deformability of the duct achieved by not filling it with any material but that acting as the strands in contact during post-tensioning is partially responsible for this. Figure 14 demonstrates how the duct is able to deform pushing the inner face inwards, which also has a smaller average radius, resulting in a total larger compressive force.

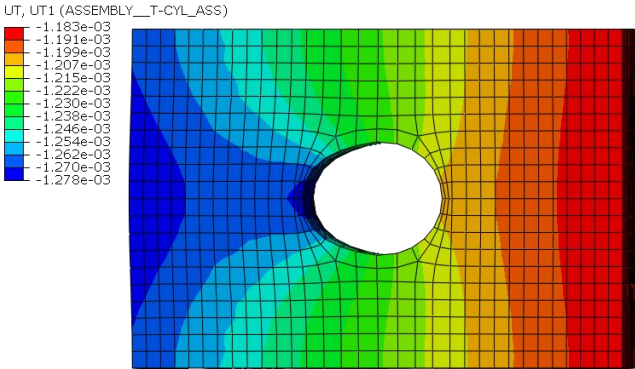


Figure 14. Duct deformation during postensioning. Radial displacement (in m)

As for the damage analysis, a small initiation is found in the vertical direction, on the quadrants of the duct. Because full bond is assumed in this study, the likely slip that would occur as the duct tends to pass from a circle to an oval is reproduced as damage in these models. The evolution of damage is presented in Figure 15, where the combined pressure + temperature field load factor is indicated below each progressive contour plot. No significant cracking occurs until 60% of the thermal and

pressure load is reached. Localization of the cracks can be seen, forming two main cracks at the lowest level of the duct and at the middle of the height of the wedge.

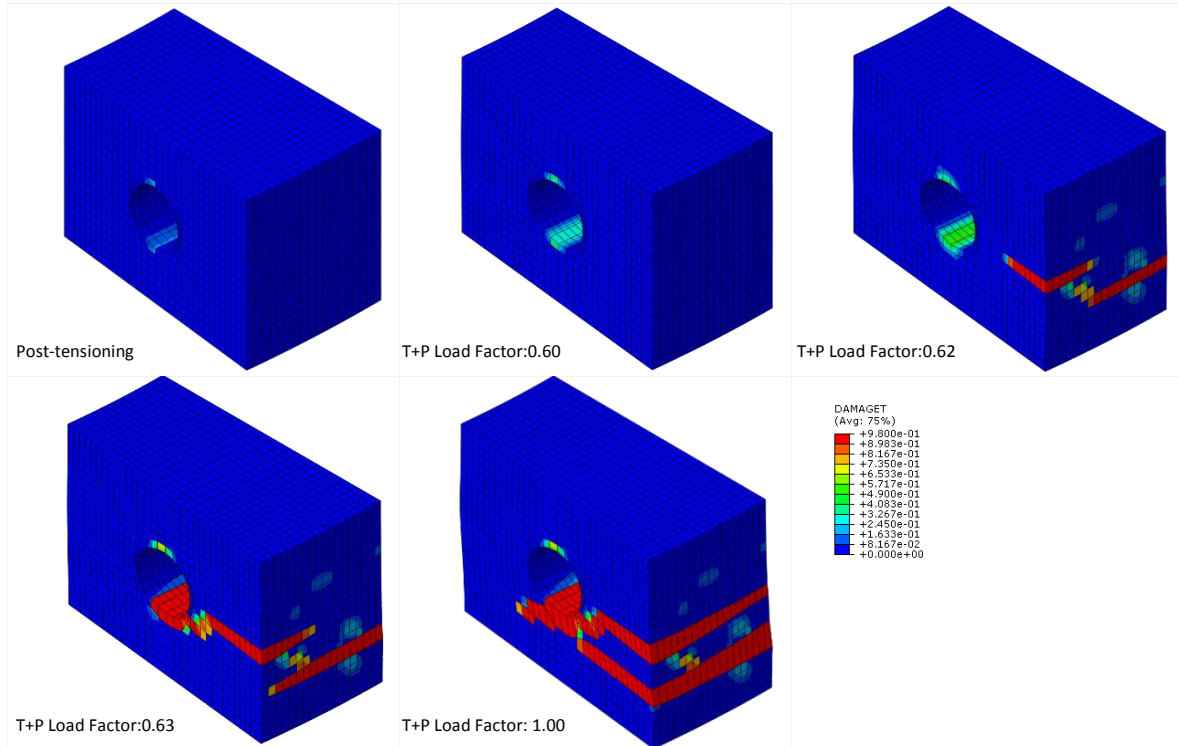


Figure 15. Damage evolution with thermal and pressure loading. Crack localization.

4.2. Evolution of results

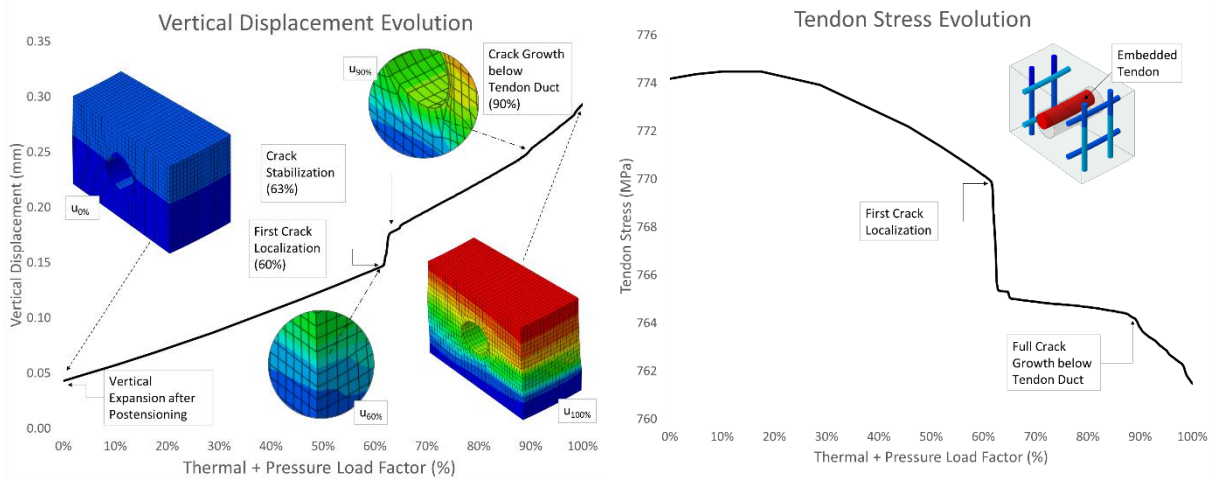


Figure 16. Vertical displacement and Tendon Stress

The crack localization at 60% of the load can be seen in both plots in Figure 16. The tendon post-tensioning force suffers a drop at first cracking and then another significant stiffness change when the crack is fully developed beneath the duct at 90% of the load. An initial increase in the force is also shown due to expansion in concrete, which elongates the tendon (up to 20% of the loading as seen in Figure 16 on the right). Expansion in steel and cracking end up increasing the post-tensioning force losses an additional 2% that may not have been considered without this type of analysis.

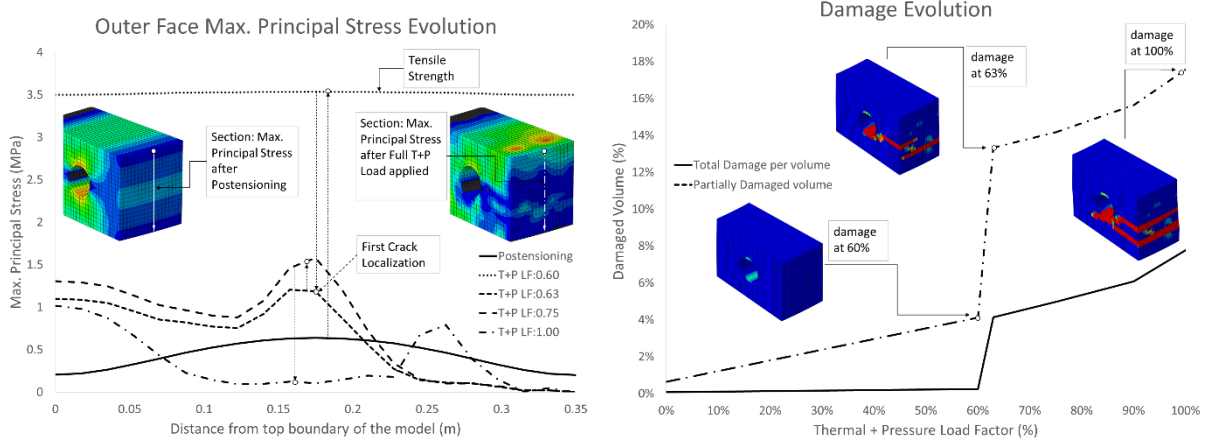


Figure 17. Outer face Principal Stress and Damage

The outer face is less compressed by postensioning and suffers the greater tension increase due to thermo-mechanical expansion. That leaves an unconfined concrete subjected to vertical tension due to thermal gradient and vertical traction. The principal stress profiles in Figure 17 on the left show how the tensile strength is reduced to 3.5MPa at 60% of the final temperature (30°C on the outer face) from 4.1MPa at 20°C. The arrows in the plot indicate the progressive localized cracking and relaxation of the adjacent elements that while they go back through the elastic curve.

Two accumulated damage progression curves are showed in Figure 17 on the right. These are the sum of every element damage percentage divided by the number of elements and as the number of damaged elements divided by the total number of elements. The latter is an upper boundary of the damage in the model. This case presents a total 8% damage. The final objective of this model for further studies is the evaluation of the variation of this percentage with cyclic loading.

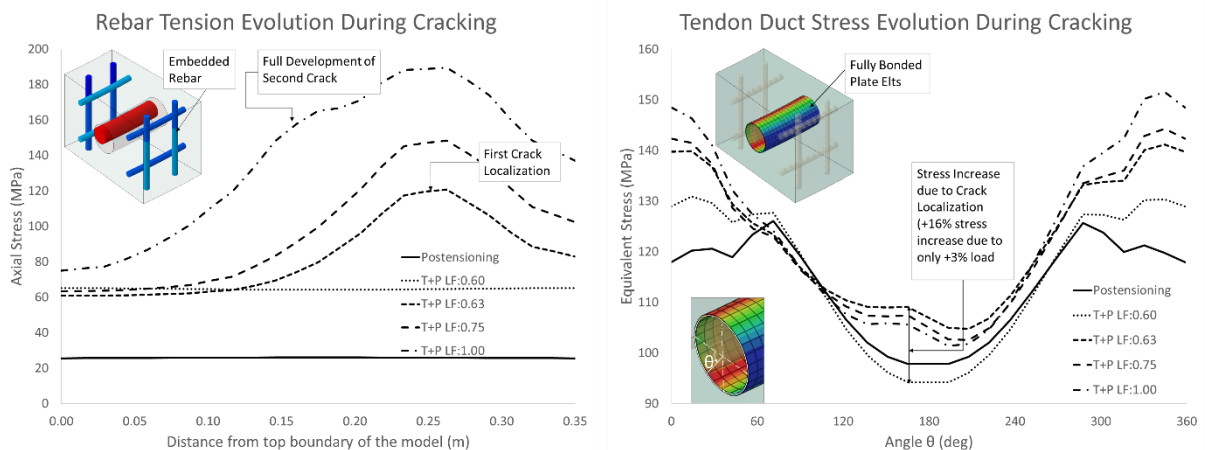


Figure 18. Rebar tension and Duct Stress

Embedded rebars modeled as 1D elements in a solid host simulate a fully bonded condition between rebar and concrete. Smear Cracked Models with fully bonded rebars initiate the transfer of the tension from concrete to the steel in rebar from the element containing the reinforcement where the localized crack grows. The axial stress increase in the rebar is transmitted in both directions from the

crack, producing an elongation of the steel element. Since nodes are attached to the host element in the embedded formulation, the bar expands the concrete element where it is hosted to making it fail through smeared cracking. This concept is different to that of a bond-slip model, where the nodes of the hosted bar can separate from the original nodes in the solid host. However, the global results are similar in these cases where the reinforcement stress level is still below from its yield stress. In a similar manner, the tendon steel duct nodes are attached to concrete, and the loss of bond is reproduced by degradation of the concrete material elements in contact with them. The duct stress gap seen in Figure 18 right, curves for 60% and 63% of the load show an increase of 16% with only +3% of the load, reproducing the transfer of stress from the concrete to the steel. Figure 18 left show the tensile stress evolution on the indicated rebar. Comparing damage plots at 100% of the thermo-mechanical load in Figure 15 and Figure 17, and the 100% rebar stress curve in Figure 18 helps understanding the stress increase due to the development of the second localized crack. The associated effect in concrete is displayed in Figure 19, where the deformed mesh indicates the sewing effect of the rebar in the main crack and the debonding of the duct.

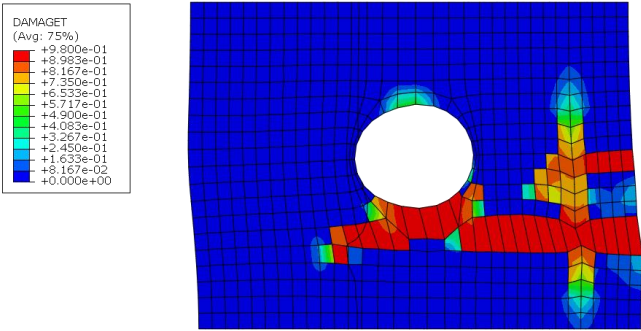


Figure 19. Damage around embedded rebar

5. CONCLUSIONS

The model developed attempts to simulate the behavior of post-tensioned concrete including temperature dependency from two perspectives: the temperature dependent nonlinear fracture mechanics applied to concrete and the coupled thermo-mechanical action in the reactive tendon stress to the progressively cracked strain field. It also accounts for thermal expansion of the tendon and rebar.

The introduction of the duct and a no-tension transfer solid to host the tendon allows for the deformation of the duct while modeling the tendon itself. The latter activation of the injected grout ensures the bonded behavior of the strands.

It has been shown that the dependency of the strength, the stiffness and both the crushing and fracture energy should be taken into account in order to capture the actual losses in the tendon stress, which may result in a loss of confinement that will increase cracking. Consequently, the loss of stiffness will alter the mechanical expansion producing an unpredictable strain field that may result in both a significant increase or decrease in the prestressing force.

The material temperature dependent properties however should be calibrated for the specific concrete, since the literature contains contradictory experimental data regarding this, specially for high strength and high performance concrete.

Further studies shall be focussed in analyzing cyclic thermal loading. It is expected that during the concomitant pressure and temperature unloading process, confinement may vary significantly around already formed cracks, producing crack growth or even compressive crushing.

BIBLIOGRAPHY

- [1] Fib, *Model code 2010 Vol.1*. 2012.
- [2] J. V. Carstensen, "Material modelling of reinforced concrete at elevated temperatures," Technical University of Denmark, 2011.
- [3] V. Birtel and P. Mark, "Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure," in *2006 ABAQUS Users' Conference*, 2006, pp. 95–108.
- [4] T. Jankowiak and T. Lodygowski, "Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model," *Found. Civ. Environ. ...*, no. 6, pp. 53–69, 2005.
- [5] E. Thorenfeldt, A. Tomaszewics, and J. J. Jensen, "Mechanical properties of high-strength concrete and applications in design," in *Proc. Symp. Utilization of High-Strength Concrete (Stavanger, Norway)*, 1987.
- [6] "Diana Finite Element Analysis User's Manual 9.6." TNO DIANA BV, 2014.
- [7] Rijkswaterstaat. Ministerie van Infrastructuur en Milieu, "Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Scope," 2012.
- [8] W. B. Krätzig and R. Pölling, "An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters," *Comput. Struct.*, vol. 82, pp. 1201–1215, 2004.
- [9] D. a. Hordijk, "Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses," *Heron*, vol. 37. pp. 1–79, 1992.
- [10] D. Systemes, "Abaqus Theory Guide 6.14." Dassault Systemes, 2014.
- [11] Z. P. Bažant, "Analysis of Work-of-Fracture Method for Measuring Fracture Energy of Concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 122, no. 2. pp. 138–144, 1996.
- [12] H. Cifuentes Bulté and F. Medina Encina, *Mecánica de la fractura aplicada al hormigón*. 2014.
- [13] M. Paggi, M. Corrado, G. Mancini, and a. Carpinteri, "The overlapping crack model for uniaxial and eccentric concrete compression tests," *Mag. Concr. Res.*, vol. 61, no. 9, pp. 745–757, 2009.
- [14] U. Häussler-Combe, *Computational Methods for Reinforced Concrete Structures*. 2015.

Modelling Unreinforced, TRM-strengthened and FRP-strengthened brick masonry walls subjected to eccentric compressive load

Bernat-Maso, Ernest¹; Gil, Lluís²; Roca, Pere Roca³

ABSTRACT

The mixed bending/buckling collapse mode of brick masonry walls might be prevented by installing strengthening systems which provide tensile strength. Among others, the Textile Reinforced Mortar (TRM) and Fibre Reinforced Polymers (FRP) laminates are the most common solutions. Their structural response under second order bending effects is studied by means of implementing a numerical simulation adaptable for unreinforced and strengthened walls. The proposed model is based on a bi-dimensional simplification and the use of simplified micromodelling techniques. The use of contact elements has proved to be essential at simulating this type of structures. The obtained results are compared with the experimental evidences on 44 real-scale tests, concluding that the implemented numerical model is accurate at predicting the load-bearing capacity of masonry walls subjected to eccentric compressive loads.

Keywords: Simplified micromodel; Masonry walls; Fibre Reinforced Polymer; Textile Reinforced Mortar; Cohesive Zone Model.

1. INTRODUCTION

The structural response and failure modes of load-bearing brick masonry walls is characterised by the almost negligible tensile strength of this material. Among the possible collapse mechanisms, the buckling-bending mixed failure is significant because of its sudden development. Using Fibre Reinforced Polymer (FRP) or Textile Reinforced Mortar (TRM) have been proved to be effective strengthening solutions to provide tensile strength and avoid this failure mode in previous researches [1,2].

Strengthening masonry structures with FRP laminates is a common actuation among the conservation and maintenance tasks carried out on masonry buildings which require structural upgrading or rehabilitation. The FRP is specially indicated for those interventions which require limiting the lateral deflection of the walls and look for a less flexible out-of-plane response of the structure because of its outstanding stiffness. However, the drawbacks of this strengthening system (water vapour impermeability and insufficient mechanical compatibility with the masonry), which have been pointed out by several authors (see, for example the work by Baratta et al. [3], or the articles by Papanicolaou

¹ Department of strength of materials and engineering structures. Polytechnic University of Catalonia (SPAIN). ernest.bernat@upc.edu (Corresponding author)

² Department of strength of materials and engineering structures. Polytechnic University of Catalonia (SPAIN). lluis.gil@upc.edu

³ Department of Construction Engineering. Polytechnic University of Catalonia (SPAIN). pere.roca.fabregat@upc.edu

et al. [4,5]), might make other techniques more suitable for general structural interventions on masonry.

This is the case of the TRM (also called Fabric Reinforced Cementitious Matrix, FRCM), which is a composite material consisting of a textile grid embedded into an inorganic matrix. This textile grid should be made of a high strength material like glass, basalt or carbon fibres, whereas the inorganic matrix is typically a cement or lime mortar. It is the physical properties of these inorganic matrixes what allows better physical compatibility with masonry substrates than other adhesives used, for example, in the FRP solutions. In this study field, the experimental studies about the use of TRM at strengthening masonry walls have been focused on analysing the structural response against in-plane loads [6,7] or out-of-plane cyclic loads [8]. However, the second order bending effects on TRM strengthened masonry walls, which might be crucial in non-seismic areas, has deserved less attention, and a few contributions, like [9], are available.

Numerical modelling techniques provide an interesting and inexpensive tool for designing and assessing structures. Nevertheless, little bibliography on the numerical simulation of unreinforced, TRM-strengthened or FRP-strengthened brick masonry walls is available for the case of eccentric compression loading configuration. About the numerical modelling of unreinforced masonry walls, different finite element approaches have been proposed from simplified one-dimensional (1D) beam descriptions approaches (see [10]) to three-dimensional (3D) models, like the one proposed by Martini [11]. Between these two approaches, the sophisticated micro-models presented by Lourenço [12] have to be highlighted. As a compromise between computational cost and result's accuracy, there is a growing tendency to work in homogenised 2D models to represent masonry structures. The required homogenisation techniques have been studied by many researchers ([13,14]).

Regarding the numerical modelling of TRM-strengthened masonry walls, there are only a few publications about the simulation of these type of structures, like the previous work [15]. Similarly, researches dealing with the numerical simulation of the structural response of the TRM as a sole material have been recently published [16], whereas other researchers have studied how to model the TRM-masonry interaction using masonry prisms as reference samples [17]. To some extent, the modelling of TRM reinforced concrete can be considered as a reference case and may provide some insight at modelling TRM reinforced masonry structures. In this line, some authors have dealt with the numerical modelling TRM-strengthened reinforced concrete beams subjected to flexural loading conditions [18], other have been focused on the shear strengthening [19].

Finally, there are not known researches about the numerical simulation of FRP-strengthened masonry walls subjected to eccentric compressive loads which take into account the second order bending effects. However, other structural configurations have been modelled, like the in-plane response [20] or the out-of-plane behaviour [21].

To sum up, there is little research about the numerical modelling of masonry walls subjected to eccentric compressive loads. In addition, there are even less evidences if the considered walls are TRM-strengthened and finally, there are not known studies about the finite element calculation of FRP-strengthened masonry walls subjected to eccentric compressive loads. Thus, the aim of the current

research is to model the mentioned cases and to compare the obtained results to enhance the understanding about the effect of strengthening masonry walls.

2. METHODOLOGY

The methodology consisted of implementing a numerical model for predicting the load-bearing capacity of unreinforced brick masonry walls subjected to eccentric compressive loads (see [22]). Then, this model was adapted to take into account the effect of the TRM (see [15]), which is continuously distributed, and the contribution of the FRP, which is applied as discrete laminates following different orientations. It is this last adaptation procedure, the one which is analysed with more detail in this paper. The three resulting numerical models are to be understood as the same approach that evolved so it is significant to describe, compare and discuss the adaptability of the model to the different structural configurations. Comparison with experimental results is also provided to assess the accuracy of the model.

2.1. Samples

Forty-four full scale brick masonry walls were tested up to failure due to an eccentrically applied compressive load. All walls were tested in a pinned-pinned configuration with the aim of clearly identifying the boundary conditions and to ease the comparison with the numerical models. Twenty of these walls were unreinforced (W#1-W#20), nine were TRM-strengthened (W#21-W#29) and fifteen were FRP-strengthened (W#30-W#44). In the corresponding cases, the strengthening system (TRM or FRP) was placed on the side of the wall subjected to tensile stresses. The main geometric characteristics of these structures and the corresponding typology of strengthening are summarised in Tables 1, 2 and 3. The first five columns of these tables correspond to the name of the wall, the width of the wall, b , the effective height of the wall, H_{ef} (measured in vertical direction between the two hinges used to set the pinned-pinned configuration), the thickness of the wall, t , and the eccentricity of the load at mid-height at the beginning of the test, e_0 . The last column presents the dimensionless measurement of the load-bearing capacity of the wall, ϕ , calculated as the experimental maximum applied force out of the maximum compressive force that a cross section of the wall could bear under uniform stress distribution hypothesis. For the unreinforced cases (Table 1), the compressive strength of the masonry, f_c , and its flexural strength, f_x , are presented in the sixth and seventh columns respectively. The Young's modulus of the masonry was 780MPa for unreinforced and TRM-strengthened walls and the average density of the used masonry was 1732kg/m³ for all cases. For the TRM-strengthened cases the compressive strength of the masonry was 10.8MPa, its flexural strength was 0.36MPa (see [2]). The last five columns in Table 2 are dedicated to characterise the TRM and they include the type of strengthening mortar (M for the Portland based mortar, R for the lime-based mortar and X for the pozzolanic mortar as presented in [2]), the type of fibre grid (G for glass and C for carbon), the presence of connectors, the number of fibre grids installed into the mortar layer and the real thickness of the TRM layer.

Finally, the strengthening patterns of the FRP-strengthened walls are detailed in Table 3. Columns sixth to ninth present the number of vertical laminates uniformly distributed on the width of the strengthened face, $\#_{v,FRP}$, the number of horizontal laminates uniformly distributed on the height of the strengthened face, $\#_{h,FRP}$, and the number of inclined laminates placed at the same section – constant height –, $\#_{i,FRP}$, considering two directions at an angle of $\pm\alpha$ (°).

Table 1. Geometry of the unreinforced brick masonry walls

Wall	b (mm)	H _{ef} (mm)	t (mm)	e ₀ (mm)	f _c (MPa)	f _x (MPa)	Φ(%)
W#1	900	2,947	132	5.6	18.2	0.23	7.8
W#2	900	2,927	132	19.6	12.9	0.36	4.3
W#3	870	2,922	132	1.2			8.7
W#4	870	1,980	132	7.0			37.8
W#5	900	2,917	132	33.7			15.6
W#6	875	2,857	132	13.1	13.7		1.8
W#7	885	2,872	132	-7.6			8.3
W#8	879	2,942	132	21.5			8.0
W#9	888	2,892	132	0.2			6.7
W#10	888	1,865	132	13.9	10.8		33.0
W#11	870	1,892	132	1.6			28.9
W#12	882	1,841	132	31.8			36.7
W#13	900	1,861	132	21.2			6.5
W#14	900	1,861	132	29.0			40.4
W#15	895	1,845	132	19.5			18.4
W#16	894	1,860	132	88.0			31.8
W#17	894	1,905	270	20.8			38.3
W#18	871	1,197	132	30.3			62.6
W#19	871	1,220	132	33.0			53.5
W#20	868	1,865	132	5.6	11.9		

Table 2. Geometry of the TRM-strengthened brick masonry walls

Wall	b (mm)	H _{ef} (mm)	t (mm)	e ₀ (mm)	TRM mortar	Fibre grid	Connectors	# fibre grids	t _{TRM} (mm)	Φ(%)
W#21	865	1,832	132	30.3	M	G	0	1	13.0	24.3
W#22	872	1,827	132	33.2	M	G	0	1	8.0	26.4
W#23	868	1,822	132	33.9	R	G	0	1	9.5	21.9
W#24	867	1,840	132	25.4	R	G	0	1	9.0	23.1
W#25	868	1,828	132	32.7	R	G	0	2	7.5	33.5
W#26	869	1,823	132	29.7	M	G	0	2	8.0	31.5
W#27	873	1,822	132	30.4	X	C	0	1	8.0	27.8
W#28	871	1,828	132	23.7	X	C	6	1	9.0	25.2
W#29	868	1,827	132	31.4	X	C	9	1	11.0	26.7

Three failure modes were experimentally observed: the mixed bending/buckling failure of most of the unreinforced brick masonry walls due to the mechanism formation collapse (a masonry joint opened), the tensile failure of the TRM associated with a mechanism formation process (only for W#21 and W#23) and the shear/compressive failure near the endings of the wall for the rest of the strengthened walls. The real geometric imperfections were measured and introduced into the numerical model through the geometry definition later on. The measurement process consisted on determining the distance between a vertically aligned profile and the wall when it was placed in the testing position. A laser sensor was used for this purpose and measurements were carried out every two masonry rows at the two largest edges of one of the two biggest faces of the walls. These measurements allowed determining the shape of the wall.

Table 3. Geometry of the FRP-strengthened brick masonry walls

Wall	b (mm)	H _{ef} (mm)	t (mm)	e ₀ (mm)	# _{v,FRP}	# _{h,FRP}	# _{i,FRP}	α (°)	Φ(%)
W#30	837	1,798	126.5	29.5	2	0	0	---	27.3
W#31	840	1,815	125.9	31.9					28.6
W#32	838	1,798	126.1	29.8					28.9
W#33	829	1,811	126.4	29.7	3	0	0	---	31.5
W#34	833	1,814	126.3	31.2					31.5
W#35	837	1,824	126.3	29.4					39.2
W#36	843	1,788	126.1	29.4	2	2	0	---	31.3
W#37	835	1,792	124.4	32.7					31.9
W#38	827	1,797	124.7	30.1					33.1
W#39	833	1,777	123.8	28.7	3	5	0	---	29.1
W#40	830	1,784	124.7	27.2					27.9
W#41	831	1,761	124.5	27.6					24.1
W#42	826	1,830	124.3	26.8	0	0	4	61	34.5
W#43	831	1,831	124.6	28.8					24.0
W#44	827	1,812	123.8	27.4					30.7

2.2. Numerical model for unreinforced cases

The implemented models assume the hypothesis of plane strain applied to simplify the three-dimensional (3D) real case into a bi-dimensional (2D) model. In addition, simplified micromodelling has been used because this approach does not require so much information of the material properties as detailed micromodelling but performs better than macromodels. The proposed method models each brick together with the surrounding mortar as a homogenised material, called masonry, and uses the corresponding experimental properties. Finally, the numerical model considers large deformations to accurately represent the buckling phenomena originated by the second order bending effects. The definition of materials, contacts and geometry have been set as general as possible to assure that the model can be reproduced in general purpose Finite Element Analysis (FEA) packages, like the used one: ANSYS®.

2.2.1. Geometry

The geometric model is defined as a series of piled rectangular parts corresponding to the different masonry rows existing in the analysed wall. Two extra bodies, which are two triangles, one at each end of the wall (see Figure 1), are defined to easily represent the hinges of the pinned-pinned configuration considered for all cases. These triangles allow placing the load application point accurately and setting the rotation axes. In addition, the real shape of each wall is used to create the corresponding model, taking into account its initial out-of-plane imperfections, which might affect the development of second order bending effects.

2.2.2. Materials and contacts

The mechanical response of the brick masonry is orthotropic because of the pattern of the joints. In addition, depending on the properties of the components (units, mortar and interfaces) of this composite material, the masonry shows different failure modes. This complex response is not considered to avoid using advanced simulation tools, which would be against the first aim of the implemented models: keeping them as simple as possible.

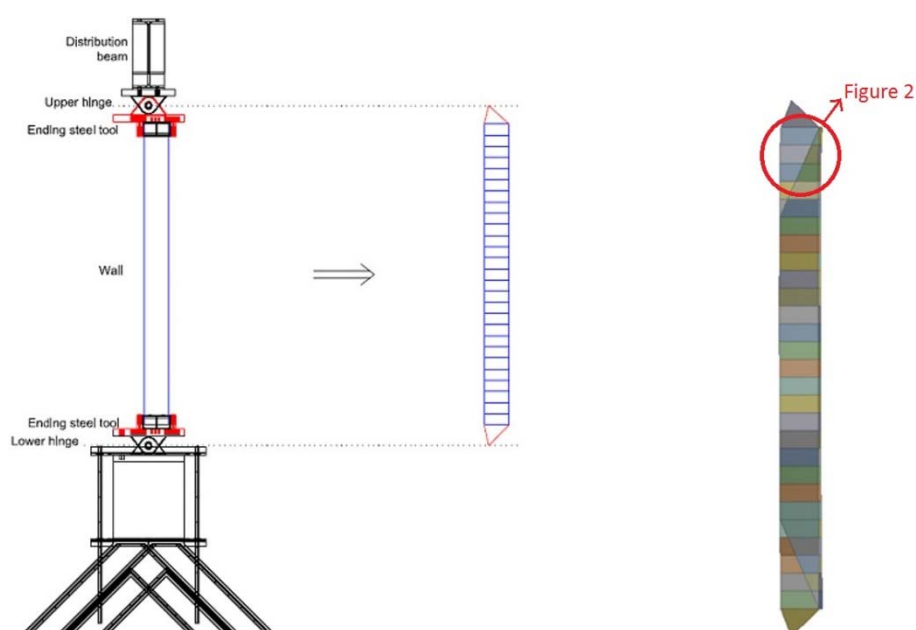


Figure 1. Geometric definition of a general wall

Thus, masonry is modelled as a homogeneous material, whose compressive response is defined with an isotropic linear elastic with perfect plasticity constitutive model. Thus, only the compressive strength and the Young's modulus are required to characterise the compressive response in the model. On the other hand, the tensile behaviour is controlled by contact elements, which have neither thickness nor elastic properties. The current steel definition included in the FEA software is used to model the material of the parts corresponding with the hinges.

Apart from the experimentally determined properties of the masonry presented before (see section 2.1), the Poisson's coefficient is set to 0.35. This assumption is based on bibliographic evidences like the work by Bosiljkov et al. [23], who proposed values of Poisson's ratio up to 0.4 when using mortar with low content of cement. In fact, according to these authors, the highest Poisson's values corresponded with the lowest values of Young's modulus.

The tensile response of the masonry is modelled using contacts, which are placed between masonry rows. These contacts are "bonded" at the first calculation step, meaning that the corresponding nodes of the adjacent parts are set to move equally and together. The stress increase on every contact, which is associated to the step by step loading process described in section 2.2.4, might cause the opening (debonding) of these contacts accordingly with a bilinear constitutive law. This response is implemented using a cohesive zone model (CZM) that was originally proposed by Alfano et al. [24]. The CZM sets an elastic behaviour up to the brittle failure of the contact. When the tensile strength is reached, the contact opens and the corresponding stress decreases linearly with a slope that is defined by the corresponding fracture energy. Thus, only two parameters (tensile strength and the corresponding

fracture energy) are required to use CZM and it is believed that this is the simplest and most general way to represent the tensile response of the masonry.

The flexural tensile strength, f_x (summarised in Table 1), which was experimentally determined carrying out bond-wrench tests, is used instead of the direct tensile strength in the CZM definition. It is because the flexural tensile strength is considered to be more representative of the response of the masonry under the second order bending phenomena. In fact, the contacts between masonry rows can be bended or compressed but not subjected to a tensile axial effort under the considered loading configuration. In addition, the fracture energy, G_f^I , is estimated using Eq. (1). This expression has been adjusted using the experimental results presented in [25] and was previously used in [26,27].

$$(N/m) G_f^I = 36.65 \cdot f_x (MPa) \quad (1)$$

The sliding failure between masonry rows is not considered because it was not experimentally observed. Finally, as long as the tested walls and the steel hinges were always in contact during the experiments, the debonding process is not considered in these contacts.

2.2.3. Mesh

Figure 2 shows a typical mesh. Masonry is meshed with 8-nodes uniform structured quadrilateral elements with quadratic integration of the displacements. The average size of the elements is 5mm for the masonry of the walls with an effective height below 2m, and 20mm for the taller walls. The parts representing the steel hinges (triangles) are meshed with an unstructured uniform mesh composed by 6-nodes triangular elements and 8-nodes quadrilateral elements with quadratic integration of the displacements and an average size of 5mm.

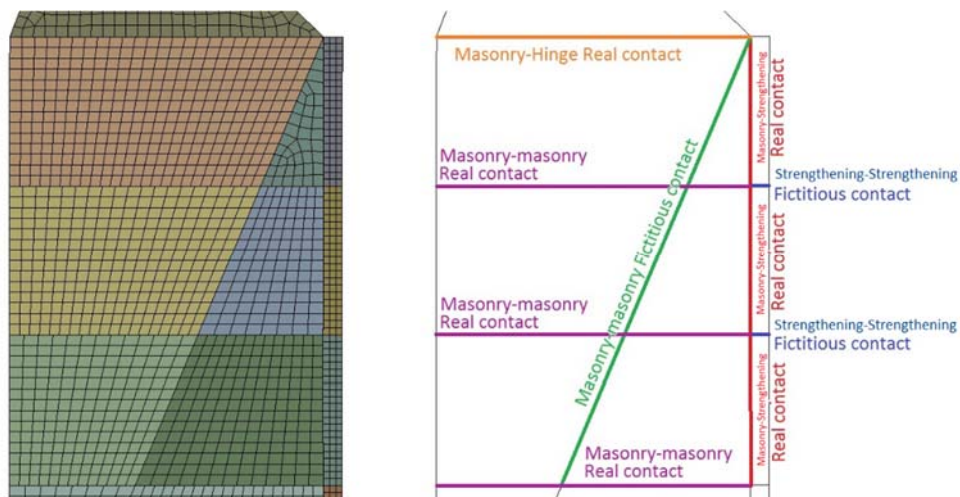


Figure 2. Finite Element mesh and position of the contacts for strengthened walls

2.2.4. Boundary conditions and loading process

The boundary conditions of the model consisted of fixing the displacement of the lower hinge by restraining the horizontal and vertical movements of the lowest vertex of the corresponding triangular. Additionally, the horizontal displacement of the top vertex of the triangular part representing the upper

hinge is fixed. These constraints allow the structure to rotate around the restrained nodes while impeding any possible lateral displacement at the wall's ends.

The load is indirectly applied as a vertical descending displacement of the top vertex of the model. This movement is applied at a constant rate (step by step calculation) and the force reaction at the application point is taken as the measurement of the applied load for comparing with the experimental values. This displacement-controlled simulated loading process makes it possible to calculate some steps after reaching the maximum load, clarifying the interpretation of the failure pattern. The calculation is performed step by step so each new displacement increase is applied on the deformed configuration of the wall due to the previous loading steps.

2.3. Adaptation of the numerical model for the TRM-strengthened cases

The previously described numerical model for unreinforced brick masonry walls was updated to include the possibility of calculating TRM-strengthened walls subjected to eccentric compressive loads. This adaptation required modifying the geometry, the materials and contact descriptions and the mesh definition. Only the modifications are described below so the rest of the definition is the same than for unreinforced masonry walls.

2.3.1. Geometry

Two main changes in the geometry were necessary to represent the TRM-strengthened walls: a) considering additional parts to model the TRM layer and b) dividing the masonry parts near the ends of the walls following an inclined line to allow the compressive/shear failure of the masonry observed in the experimental tests.

The TRM layer was modelled using rectangular bodies placed next to the ones representing the masonry. There were as many TRM parts as masonry rows and the contacts between them were defined to allow the tensile failure of the TRM, which was observed in two experimental cases (see [2]). The interfaces between masonry parts and TRM parts were also described by means of contact elements. The thickness of the TRM parts was considered constant along the wall's height and equal to real TRM thickness at mid-height for every wall.

In addition, fictitious contacts were placed in an inclined line crossing and dividing the masonry bodies near the extremes of the walls (see Figure 1) to model the compressive/out-of-plane shear collapse mode, which was experimentally observed in most of the TRM strengthened walls. This failure mode was characterised by the opening of one diagonal crack, which always started from one extreme of the strengthened side of the wall and grew to the compressed side of the structure. The chosen orientation for these dividing lines was set to be constant and corresponded to the average inclination of the experimental collapses.

2.3.2. Materials and contacts

The compressive behaviour of the TRM is governed by the mortar matrix, whereas the tensile response is influenced by a) the mortar matrix (at low loads, before cracking and mobilising the fibre mesh), b)

the fibre grid and c) the adherence between the mortar matrix and the fibre grid (at larger loads, after cracking). Thus, it is a complex response which depends on different parameters. However, a simplified material model was used to represent the TRM to assure an efficient calculation of the load bearing capacity of the TRM strengthened walls. Hence, TRM was modelled as an isotropic and homogeneous material in compression. Its compressive response was set to be linear elastic with perfect plasticity, whereas the tensile response was controlled by the contact elements defined using the CZM.

The compressive behaviour of the TRM is defined by the Young's modulus (E_m) and compressive strength the strengthening mortar (f_{cm}), whose values are summarised in Table 4. The first variable was experimentally determined whereas the Young's modulus was provided by the producer of the mortar.

Table 4. Properties of the strengthening mortars for the TRM solutions

Mortar	Flexural strength, f_{xm} (MPa)	Compressive strength, f_{cm} (MPa)	Bonding strength, f_{bm} (MPa)	Modulus of elasticity, E_m (MPa)
M	8.1 (0.18)	42.2 (0.27)	2 *	11000 *
R	6.6 (0.03)	14.5 (0.08)	0.8 *	8000 *
X	9.4 (0.10)	34.5 (0.08)	0.8 *	15000 *

Depending on the location of the contacts (see Figure 2), these might be classified into real contacts and fictitious contacts. The first ones corresponded with the joints of the masonry (described in section 2.2.2) and the interface between the TRM and the masonry. In contrast, the second ones were set in order to allow the development of the experimentally observed failure modes. All contacts for TRM-strengthened walls are summarised in Table 5.

Table 5. Properties of the contacts for the TRM walls

Contact	Walls	Contact Failure	f_{xt} (MPa)	G_f^I (N/m)	τ_{max} (MPa)	G_f^{II} (N/m)
Real. Masonry-TRM	All TRM	None	---	---	---	---
Fictitious. Masonry-Masonry (inclined)	All TRM	Debonding and Sliding	2.8*	100	0.56	20
	W#21 W#22	Debonding	8.1	295		
	W#23 W#24	Debonding	6.6	240		
	Fictitious. TRM-TRM	W#25	Debonding	12.0	440	---
W#26		Debonding	11.3	412		
W#27		Debonding	20.0	733		
W#28		Debonding	17.8	652		
W#29		Debonding	14.5	533		

* This value corresponds to the direct tensile strength, not to the flexural tensile strength.

The real contacts between masonry and TRM parts were defined as “bonded”, so neither opening nor sliding processes are allowed, which corresponded to the experimental observations. The fictitious contacts between pairs of TRM parts were defined to allow the opening but not the sliding between TRM parts. Thus, they make the TRM tensile failure (experimentally observed in walls W#21 and W#23) possible. This tensile response follows a bilinear constitutive law, which is characterised by the tensile strength and the corresponding fracture energy. The first parameter, f_{xt} , is calculated as the maximum

between: (a) the flexural tensile strength of the strengthening mortar and (b) the direct tensile strength of the fibre grid uniformly distributed on the area of the TRM section. In the case (a) the tensile force associated with the flexural tensile stresses on the mortar of the TRM is greater than the direct tensile resistance of the fibre grid embedded, which actually works in direct tension. On the other hand, the case (b) assumes that the force associated with tensile strength of the fibre grid (45kN/m for the used glass fibre grid and 160kN/m for the used carbon fibre grid) is greater than the resistance developed by the mortar in bending configuration. Thus, in the case (b) the fibre grid can bear larger load in direct tension than the mortar matrix up to its bending cracking time. It has to be noticed that (b) is the most likely case for practical strengthening applications. For these contacts the corresponding fracture energy was calculated using the expression presented in Eq. (1).

The second type of fictitious contacts were used in the two inclined lines that divide the five masonry rows near each end of a single wall to simulate the compressive/shear failure observed in most of the experimental tests on TRM strengthened walls (and for all of the FRP-strengthened walls later on). These enabled the debonding and the sliding possibilities. Both tensile and shear responses were characterised by bilinear constitutive laws defined by the tensile or tangential strength and the corresponding fracture energy (first, G_f^I , and second, G_f^{II} , modes respectively). The tensile strength between two masonry parts of the same row, which were separated by the inclined discontinuity, was taken to be equal to the direct tensile strength of the ceramic pieces because the direct tensile strength is understood to be more representative than the flexural one. The corresponding fracture energy was also calculated using Eq. (1).

The shear strength (τ_{max}) was analytically calculated from the experimental data as showed below in Eq. (2). The corresponding fracture energy is calculated using Eq. (1) where the flexural strength is replaced by the shear strength.

$$\tau_{max} = \frac{T}{bm} \quad (2)$$

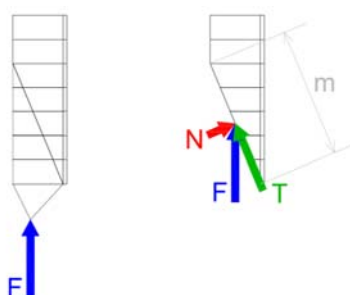


Figure 3. Normal and tangential force components on the failure plane

The load components, which are normal (N) and tangential (T) to the failure plane, are calculated from the maximum applied force (F) and the observed failure modes (inclination of the crack in walls W#22 and W#24 to W#29) as shown in Figure 3. Then, the tangential component (T) is supposed to be

uniformly distributed on the area ($b \cdot m$) of the observed discontinuity plane. This allows obtaining the maximum shear strength, where b is the width of the wall and m the length of the failure plane.

It has to be highlighted that the used CZM model considers both fracture processes (opening and sliding of the contact) together, so the shear response is sensible to the normal response and vice versa. The mixed failure criterion characterised by the power law energy criterion presented in the following Eq. (3) is used, where G^I and G^{II} are, respectively, the normal and tangential energy of fracture for the case of combined failure.

$$\frac{G^I}{G_f^I} + \frac{G^{II}}{G_f^{II}} = 1 \quad (3)$$

2.3.3. Mesh

8-nodes uniform structured quadrilateral elements with quadratic integration of the displacements with an average size of 3mm was used to mesh the TRM.

2.4. Novel adaptation of the numerical model for the FRP-strengthened cases

The previously described numerical model for TRM-strengthened brick masonry walls has been adapted to consider the use of discrete FRP laminates instead of continuous TRM layers. The required modifications are described below so the rest of the definition is the same than for TRM-strengthened walls.

2.4.1. Geometry

Similarly to the TRM, the FRP has been modelled as a group of rectangles (1.2mm thickness) in the bidimensional section for all the analysed strengthening patterns. These rectangles correspond to the division of the strengthening layer in as many parts as masonry rows are defined. These divisions allows implementing different definitions of the masonry-FRP contacts to model the restraining effect of the crossed strengthening patterns (W#36-44).

2.4.2. Materials and contacts

In contrast to the previous simulations, the design compressive strength of the masonry has been calculated on the basis of the work by Brencich et al. [28], to improve the previous models. These authors suggested that the eccentric compressive strength (21.3 MPa) might be calculated from the concentric compressive strength (18.1 MPa) using the analytical expression presented in equation 15 of [28]. In addition, the representative relationship between the Young's modulus and the compressive strength, which is defined in the fourth table of the work by Brencich et al. [28], is used too. A ratio of $E/f_c = 120$ is assumed taking into account the data presented in this reference and a Young's modulus of 2560 MPa is obtained applying this ratio. The flexural strength, density and Poisson's coefficient of the masonry had the same value than for the previous models.

FRP is also defined as isotropic linear elastic in compression, although this assumption is not significant since the FRP is only considered to be placed on the side of the wall where tensile efforts were developed. The contacts associated with the models of the FRP-strengthened walls that change from the previous ones are: the real contact between masonry and FRP and the fictitious contacts between

FRP parts. The first ones have been defined to allow the sliding (defined by the shear strength, f_{sFRP} , and the corresponding fracture energy $G_{f_{int}^{\parallel}}$) and debonding (defined by the bonding strength, f_{bFRP} , and the corresponding fracture energy $G_{f_{int}^{\perp}}$) phenomena. The FRP-FRP contacts have been set to be “bonded” because no tensile failure of the FRP was observed in the experimental tests.

Moreover, considering the bidimensional simplification of the FRP strengthening system requires a non-conventional material definition. In this line, the density (ρ_{FRP}), Young’s modulus (E_{FRP}), FRP-masonry bonding strength (f_{bFRP}), FRP-masonry tangential strength (f_{sFRP}) and tensile strength of the FRP (f_{tFRP}) are modified to represent the real amount of FRP laminate distributed along the width of the wall. Only the vertical laminates (or part of the vertical component of the inclined ones) are considered in this simplification accordingly with the experimental results. The modified variables have been calculated from the original ones using equation Eq. (4) or Eq. (5) depending if the laminates were vertical or inclined respectively. In this last case, only $\frac{3}{4}$ parts of the capacity of the installed laminates is considered in agreement with the experimental evidences, which showed that the inclined laminates that were not in contact with the masonry along all their length mobilise half the strain than the laminates in perfect contact with the masonry, averaging 75% overall. In Eq. (4) and Eq. (5), K represents the generic original property, and K^* the modified one. These equations are valid for all the previously listed properties except the density: E_{FRP} , f_{bFRP} , f_{sFRP} and f_{tFRP} . The modification of the density for the inclined cases does not need the $\frac{3}{4}$ factor. The variable b_{FRP} is the width of the laminate (80mm) and \bar{b} is the average width of the walls (833mm). It has to be noticed that assuming a linear distribution on the width of the wall of the FRP-masonry tensile and shear strengths is a first approach arisen from the bidimensional simplification that should be taking into account when analysing the results.

$$K^* = K \cdot \frac{\#_{v,FRP} \cdot b_{FRP}}{\bar{b}} \quad (4)$$

$$K^* = K \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\#_{i,FRP} \cdot b_{FRP}}{\bar{b} \cdot \sin \alpha} \quad (5)$$

The calculated values of the mechanical equivalent properties are summarised in Table 6. In agreement with the experimental results, the horizontal laminates are not considered to directly contribute at the resistance of the walls against the bending/buckling phenomena so they have been not considered in the numerical model. It is also necessary to remark that the fracture energies corresponding to the tensile, shear or bonding strengths of the FRP have been calculated using Eq. (1) and these results are also presented in Table 6.

Finally, it was assumed that the contact between masonry and FRP was perfectly bonded (not sliding nor opening of the contact was allowed) at the positions (height) where laminates cross ones over others. This hypothesis is oriented to model the restraining effect that laminates might develop ones over others when they are applied following a crossed pattern (W#36-44 cases).

2.4.3. Mesh

8-nodes uniform structured quadrilateral elements with quadratic integration of the displacements with an average size of 2mm was used to mesh the FRP.

Table 6. Modified properties of the FRP to model it as an equivalent uniform layer

	f_{tFRP}^* (MPa)	f_{bFRP}^* (MPa)	G_{fint}^* (N·m)	f_{sFRP}^* (MPa)	G_{fint}^{**} (N·m)	ρ_{FRP}^* (kg/m ³)	E_{FRP}^* (MPa)
Original FRP (^)	3100	5.40	200	1.67	60.0	160.0	170000
W#30-32 and W#36-38	595	1.04	38	0.32	11.7	30.7	32650
W#33-35 and W#39-41	893	1.56	57	0.48	17.6	46.1	48980
W#42-44	1021	1.78	65	0.55	20.2	70.3	56000

(^)

 The properties of the first row are not modified and correspond to the ones provided by the manufacturer or are directly calculated from these by using Eq. (1).

3. RESULTS AND DISCUSSION

The different versions of the numerical model described before have been applied to calculate the corresponding cases (unreinforced, TRM-strengthened or FRP-strengthened walls subjected to eccentric compressive load) in order to compare their results with the experimental ones.

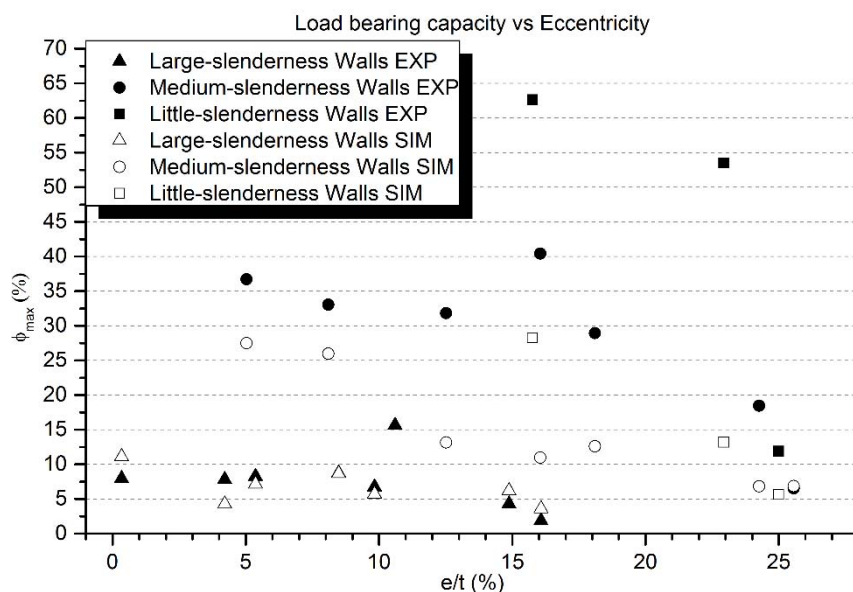


Figure 4. Results for the Unreinforced brick masonry walls

The model for unreinforced walls has been applied for all cases except Wall#5, whose experimental result was inconsistent with the rest of the experiments. Figure 4 shows the comparison between the experimental and simulated results. The graphs shows the dimensionless force ($\phi = F/F_u$ where F_u is the maximum force that a cross section can bear under uniform compressed state) versus the dimensionless measurement of the eccentricity as the ratio of this parameter (e) out of the thickness of the wall (t). The best agreement is obtained for the most slender walls (W#1-W#9), with an average relative error of 38.4%. This accuracy level is acceptable because it is within the range of the common scatter obtained in the experimental tests. In fact, the scatter of the experimental results this study is compared with is larger than the average relative error of the numerical model. For the taller walls, the results show no general over- or underestimation. Thus, the proposed model behaves better for the

most slender walls. For the medium (W#10-16) and less slenderness (W#18-20) walls, the numerical results are consistently conservative. The error decreases as the eccentricity increases. This result indicates that the numerical model is more suitable for calculating the load-bearing capacity of slender and eccentrically loaded walls. The average relative errors are 43.2% and 61% for medium and little slenderness walls, respectively. However, the errors for the most eccentric tests are 5.1% and 52.8% for medium and less slenderness walls, respectively. The ultimate load calculated with the numerical model follows the trend of the experimental load measurement (see Figure 4) and is accurate within the limits of the experimental scatter. The behaviour of the model could be improved by implementing a constitutive equation to account for the over-strengthening of masonry in compression, e.g., the increase of the compressive strength for eccentric loading noticed by other authors [28]. The inclusion of the over-strengthening in compression would cause higher load-bearing capacities when the crushing failure process is significant, as in the case of less slender walls subjected to concentric or moderately eccentric loads.

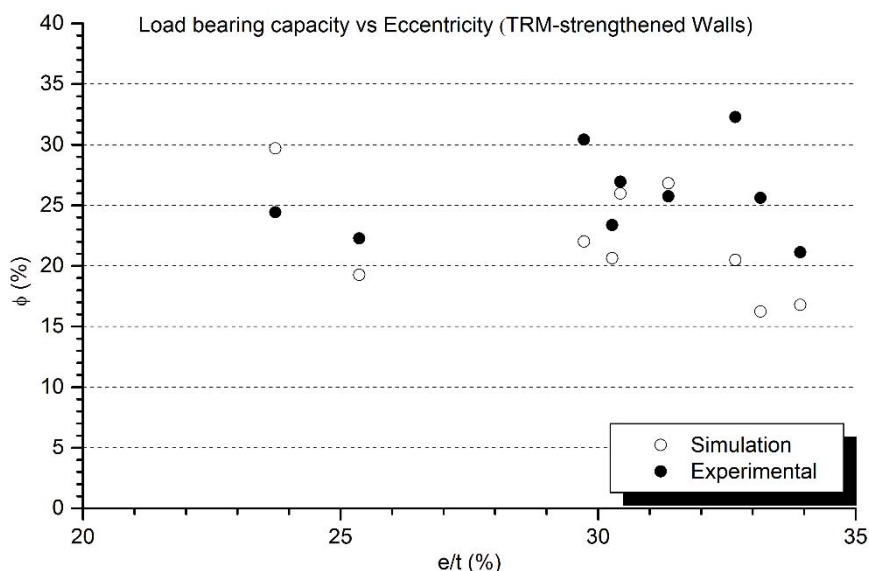


Figure 5. Results for the TRM-strengthened brick masonry walls

The results of the numerical simulations of TRM-strengthened walls and their comparison with the experimental evidences are represented in Figure 5. A relative error of 19.5% is obtained when comparing the numerically predicted load-bearing capacities with the experimental evidences. The model tends to underestimate the load-bearing capacity of the walls, especially in those cases whose eccentricity of the load is higher. In addition, the numerical results plotted in Figure 5 seem to point out that the eccentricity of the compressive load influences on the load-bearing capacity (the walls with major eccentricity are predicted to support minor loads). However, this tendency is not clear for the experimental results. Moreover, it has to be noticed that the proposed numerical model tends to underestimate the load-bearing capacity of the tested walls except for the cases strengthened with carbon fibre meshes. Also, it has to be said that proposed numerical model is applicable for a wide range

of cases (possible strengthening patterns) and affords the simulation of a large variety of failure modes. Finally, the dispersion of the numerically calculated load-bearing capacity of comparable walls is greater than the particular scattering of the experimental tests in this case (comparing walls W#21 and W#22 between them and W#23 with W#24).

Figures 6, left shows the tangential stress distribution along the fictitious inclined contacts of the masonry for a case which fails due to masonry compressive/shear collapse near the ends of the wall, according with the numerical results. In this figure, the circled parts of the contact lines have reached the shear strength. This situation affects more than a half of the contact line causing the failure of the wall.

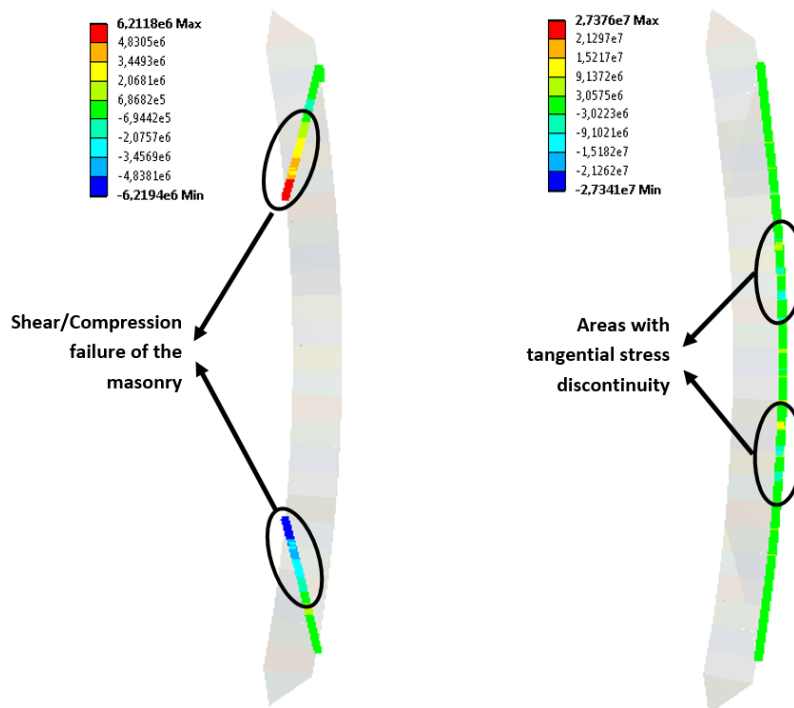


Figure 6. Numerical simulation of the inclined contacts of the masonry (left) and the contacts between the masonry and the FRP (right)

The results of the numerical simulations of the FRP-strengthened walls are presented in Table 7. The third, fourth and fifth columns of this table correspond to the dimensionless values of the vertical displacement, lateral displacement at mid-height and applied force at the failure moment. The predicted load bearing capacity of each wall is shown in the sixth column, whereas the seventh column summarises the absolute value of the relative error of the calculated ultimate load in comparison with the experimental value. In the last column, the average error for each series is shown. Observing the results of this table, it has to be highlighted that the implemented finite element analysis tends to overestimate the load-bearing capacity of the studied walls. The load-bearing capacity is predicted with an average error of 25.1%, which is within the typical scattering of experiments on masonry structures (around 30%). Taking all this information together, it seems likely that the used definition of the applied FRP might be stiffer than the real solution in the vertical direction but more flexible than the used material in the lateral orientation. This effect might be explained by the contribution of the adhesive layers, which were not considered in the model and were thicker than proposed by the producers due

to applicability limitations, combined with the possible underestimation of the Young's modulus of the masonry. In this line, placing a thicker layer of adhesive might have contributed to limit the experimental lateral deformation of the tested walls because it means introducing an additional material stiffer than masonry. Furthermore, the error of the numerical model might be related with the definition of the materials. In particular, the compressive behaviour of the masonry and the fracture energies of masonry, FRP and interfaces between them might be defined in a more realistic way to model the experimental response of the studied structures with more accuracy. Regarding the compressive response of the masonry, two improvements are possible: implementing a parabolic stress-strain compressive response and using a more representative value of the Young's module. However, the first improvement will be against the aim of keeping the model definition as simple as possible. The possible underestimation of the Young's modulus of the masonry used in the numerical model might explain the error in the lateral deformation. In addition, higher values of the Young's modulus of the masonry would result in lower lateral deformations and a better adjustment of the experimental data. In contrast, increasing the Young's modulus of the masonry will derive in a larger load-bearing capacity, accentuating the current overestimation trend of the model, so other variables seem to be necessarily changed. About the fracture energies, it seems necessary to develop analytical approaches to determine each fracture energy as function of the corresponding strength among other possible parameters. This improvement will provide a scientifically justified alternative to the first approach of using of the same relationship for all fracture phenomena, which has been adopted herein to avoid providing arbitrary values. In fact, the used definition of the fracture energies might explain a great deal of the obtained error and improving it would help to reach more accurate results. Another simplification which might have contributed to the error of the numerical model is the uniform linear distribution of the mechanical properties of the discrete strengthening system (laminates) along the width of the wall to allow the bidimensional hypothesis. This fact might be related with the overestimation of the load-bearing capacity of the walls because the used simplification assumes a uniform stress distribution on the interfaces although it is known that, for example, the tangential stress distribution is not uniform and there are sections with minor shear strength than the assumed one.

In addition, for the FRP-strengthened cases, the predicted failure modes shows agreement with the experimental observations. In particular, reaching the tangential strength of the fictitious inclined contact in the masonry near the ends of the wall is pointed out as the collapse cause of the studied FRP-strengthened walls in agreement with the numerical results. In addition, it has to be remarked that the definition of the contacts oriented to represent the effect of the laminates crossing over others causes a particular stress distribution in the masonry-FRP contact (see Figure 6, right). In fact, there is a slight discontinuity in the tangential stress distribution due to the bonded restrain imposed at the positions where the laminates were crossed ($1/3$ and $2/3$ of the wall's height for the W#38 case represented in Figure 6 right). This result indicates that the restraining effect of the horizontal laminates might lead to increasing the tangential stress of the masonry-FRP contact in punctual areas, which might cause adherence problems in the simulated model. Thus, installing horizontal crossing laminates to avoid the debonding phenomena might be counter-productive because the tangential stress distribution of the vertical ones is modified increasing the possibility of a punctual sliding failure that starts a global failure of the laminate adherence. However, this ultimate effect has not been experimentally observed nor numerically predicted.

Table 7. Results of the numerical model at calculating FRP-strengthened walls

Wall	$v_{\max}/H_{\text{ef}} (\cdot 10^{-3})$	h_{\max}/t (%)	ϕ_{\max} (%)	$F_{\max}^{\text{SIM}}(\text{kN})$	Abs. rel. err. (%)	Av. err. (%)
W#30	5.2	30.0	33.6	763.4	45.8	
W#31	5.0	29.7	31.1	707.0	28.9	26.9
W#32	3.1	16.0	25.9	587.6	6.0	
W#33	4.8	26.1	34.0	761.8	27.3	
W#34	4.6	24.7	33.1	745.7	24.1	18.8
W#35	4.3	23.2	31.5	713.4	5.0	
W#36	3.3	17.2	26.8	610.3	1.0	
W#37	3.6	20.3	24.5	545.0	9.3	8.1
W#38	4.8	28.4	31.9	703.9	13.9	
W#39	4.6	24.9	32.7	722.1	32.4	
W#40	3.6	18.5	30.7	681.7	30.0	36.5
W#41	3.7	19.4	30.0	665.6	46.9	
W#42	4.2	22.1	33.8	744.0	15.6	
W#43	4.3	22.8	32.6	722.0	59.8	35.4
W#44	4.4	23.2	34.0	746.0	31.0	

Comparing the results of the finite element analysis among them, it is noticed that restraining the masonry-FRP contacts to represent the presence of horizontal laminates causes a load-bearing capacity decrease (comparing W#30-32 with W#36-38 and W#33-35 with W#39-41). This is in line with the previous comment. Thus, according with the model, and for the proposed structural configuration and loading pattern, including horizontal FRP laminates is not effective. In contrast, the model reproduces the effect of installing three vertical laminates (W#33-35) in comparison with the cases with two laminates (W#30-32). A minor load-bearing capacity increase is predicted when adding vertical laminates as experimentally observed. Finally, it has to be remarked that the average load bearing capacity predicted by the model for the cases W#42-44 and W#33-35 are practically the same. This fact supports the hypothesis of assuming a reduction factor ($\frac{3}{4}$) for the FRP properties associated with inclined laminates in the described configuration.

4. CONCLUSIONS

The objective of implementing a numerical model, which was capable of predicting the load-bearing capacity of Unreinforced, TRM-strengthened and FRP-strengthened walls subjected to eccentric compressive load at a low computational cost, has been achieved. The particular adaptation for each case have bring specific conclusions. Thus, for the simulation of unreinforced walls, it might be concluded that the numerical model is more accurate for the cases with high eccentricity and more slenderness. In addition, the obtained results emphasise that a realistic description of the joint behaviour is essential to accurately predict the load-bearing capacity of unreinforced masonry walls, especially when the failure mode is primarily second-order bending.

Regarding TRM-strengthened walls, it is important to remark that the load-bearing capacity predicted by the model correctly adjusts the experimental results. The average error is within the typical experimental scattering of destructive tests on masonry walls, around 30%, and it is better than the error obtained for the unreinforced walls. This fact agrees with the greater uniformity of the structural

response showed by the TRM-strengthened walls in comparison with the behaviour of unreinforced masonry walls. In addition, it can be concluded that the influence of the compressive strength of the masonry and its Young's modulus is very significant in those cases with small load eccentricities, which failed by shear/compression. In contrast, the response of the walls that fail due to bending/buckling phenomena, which are the ones with the larger load eccentricities and/or slenderness, is less influenced by these parameters. Moreover, the load-bearing capacity of the walls subjected to larger load eccentricity tends to be underestimated by the proposed numerical model. A conservative definition of the mechanical variables which directly describe the bending response of the walls might explain this underestimation tendency.

Also in relation with the numerical modelling of TRM-strengthened walls, it is worth noticing that the numerical model only overestimates the experimental cases of the walls strengthened with carbon fibre grids. This result might point out that the adherence between the inorganic matrixes and the carbon fibre grids is not reliable. Finally, it has been observed that the compressive/shear failure mode happens, in the numerical simulations, when the shear strength is reached in more than a half of the considered dividing line on the masonry.

The analysis of the results of the numerical simulation of FRP-strengthened walls, allows concluding that the proposed model accurately predicts the experimentally observed failure mode and the small influence of the strengthening pattern on the resistance of the analysed cases. In addition, it might be concluded that a significant part of the error of the numerical model might be due to the approximate and maybe controversial definition of the fracture energies.

As general conclusions, it is important to highlight that considering a more realistic formulation to represent the compressive response of the masonry might help improving the obtained results. In addition, a realistic Young's modulus must be used because it determines the deformation leading to the geometric instability associated with buckling failure. Thus, future works might include accurately obtain the Young's modulus of masonry elements, performing parametric analyse or developing three-dimensional models including the out-of-plane shear in the study.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge the support of the companies BASF, MAPEI and RUREDIL who provided the strengthening materials for carrying out the experimental part of the current research. In addition, we would like to recognise the collaboration of COMSA-EMTE at the development of the research about FRP strengthening techniques.

REFERENCES

- [1] Corradi, M., Borri, A., Vignoli, A. (2002). Strengthening techniques tested on masonry structures struck by the Umbria–Marche earthquake of 1997–1998. *Construction and Building Materials*, 16, 229–239.

-
- [2] Bernat, E., Gil, L., Roca, P., Escrig, C. (2013). Experimental and analytical study of TRM strengthened brickwork walls under eccentric compressive loading. *Construction and Building Materials*, 44, 35–47.
- [3] Baratta, A., Corbi, O. (2007) Stress analysis of masonry vaults and static efficacy of FRP repairs. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 8028–8056.
- [4] Papanicolaou, C.G., Triantafillou, T.C., Karlos, K., Papathanasiou, M. (2006). Textile-reinforced mortar (TRM) versus FRP as strengthening material of URM walls: in-plane cyclic loading. *Materials and Structures*, 40, 1081–1097.
- [5] Papanicolaou, C.G., Triantafillou, T.C., Papathanasiou, M., Karlos, K. (2007). Textile reinforced mortar (TRM) versus FRP as strengthening material of URM walls: out-of-plane cyclic loading, *Materials and Structures*, 41, 143–157.
- [6] Augenti, N., Parisi, F., Prota, A., Manfredi, G. (2011). In-Plane Lateral Response of a Full-Scale Masonry Subassemblage with and without an Inorganic Matrix-Grid Strengthening System. *Journal of COMposites for Construction*, 15, 578-590.
- [7] Papanicolaou, C., Triantafillou, T., Lekka, M. (2011). Externally bonded grids as strengthening and seismic retrofitting materials of masonry panels. *Construction and Building Materials*, 25, 504–514.
- [8] Harajli, J., ELKhatib, M.H., Tomas San-Jose, J. Masonry Walls Strengthened Using Fibre Textile-Mortar System: Experimental Evaluation of Out-of-Plane Cyclic Response. In: CSHM-3 (pp. 19–32). Ottawa-Gatineau, Canada.
- [9] García, D. (2009). Experimental and numerical analysis of stone masonry walls strengthened with advanced composite Materials (PhD. Thesis). Bilbao: Escuela de Ingenieria de Bilbao.
- [10] Dawe, J.L., Liu, Y. (2003). Analytical modeling of masonry load-bearing walls. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 30, 795-806.
- [11] Martini, K. Finite element studies in the two-way out-of-plane failure of unreinforced masonry. In 6th National COnterence on Earthquake Engineering (pp.1-12). Seattle: Earthquake Engineering Research Institute.
- [12] Lourenço, P.B. (1994). Analysis of masonry structures with interface elements. Theory and applications. Delft: TNO Building and Construction Research.
- [13] Sacco, E. (2009). A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry. *European Journal of Mechanics Part A/Solids*, 28, 109-222.
- [14] Milani, G., Lourenço, P.B., Tralli, A. Homogenised limit analysis of masonry walls, Part I: Failure surfaces. *Computers and Structures*, 84, 166-180.
- [15] Bernat-Maso, E., Gil, L. Numerical study of the performance of TRM strengthened brickwork walls against second order bending effects. In 9th International Masonry Conference (pp. 1-12). Guimaraes: Universidade do Minho. Departamento de Engenharia Civil.
- [16] Larrinaga, P., Chastre, C., Biscaia, H.C., San-José, J.T. (2014). Experimental and numerical modeling of basalt textile reinforced mortar behavior under uniaxial tensile stress. *Materials and Design*, 55, 66-74.

- [17] Carozzi, F.G., Milani, G., Poggi, C. (2014). Mechanical properties and numerical modeling of Fabric Reinforced Cementitious Matrix (FRCM) systems for strengthening of masonry structures. *Composite Structures*, 107, 711-725.
- [18] Elsanadedy, H.M., Almusallam, T.H., Alsayed, S.H., Al-Salloum, Y.A. (2013). Flexural strengthening of RC beams using textile reinforced mortar – Experimental and numerical study. *Composite Structures*, 97, 40-55.
- [19] Al-Salloum, Y.A., Elsanadedy, H.M., Alsayed, S.H., Iqbal, R.A. (2012). Experimental and Numerical Study for the Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Textile-Reinforced Mortar. *Journal of Composite Construction*, 16, 74-90.
- [20] Cecchi, A., Milani, G., Tralli, A. (2004). In-plane loaded CFRP reinforced masonry walls: mechanical characteristics by homogenisation procedures. *Composite Science Technology*, 64, 2097-2112.
- [21] Milani, G. (2008). Homogenized limit analysis of FRP-reinforced masonry walls out-of-plane loaded. *Computational Mechanics*, 43, 617-639.
- [22] Bernat, E., Gil, L., Roca, P., Sandoval, C. (2013). Experimental and numerical analysis of bending–buckling mixed failure of brickwork walls. *Construction and Building Materials*, 43, 1–13.
- [23] Bosiljkov, V., Totoev, I.Z., Nichols, J.M. (2003). Shear modulus and stiffness of brickwork masonry : An experimental perspective. *Structural Engineering and Mechanics*, 20, 21-44.
- [24] Alfano, G., Crisfield, M.A. (2001). Finite Element Interface Models for the Delamination Analysis of Laminated Composites: Mechanical and Computational Issues. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 50, 1701-1736.
- [25] Pluijm, R. Material properties of masonry and its components under tension and shear. In 6th Canadian Masonry Symposium (pp. 675-686). Saskatoon, Saskatchewan, Canada: V.V. Neis.
- [26] Sandoval, C., Roca, P., Bernat, E., Gil, L. (2011). Testing and numerical modelling of buckling failure of masonry walls. *Construction and Building Materials*, 25, 4394-4402.
- [27] Bernat-Masó, E., Sandoval, C., Gil, L., Roca, P. Numerical modeling for the prediction of the buckling failure of masonry walls. In XXXVII IAHS World Congress on Housing Science. Santander: L. Villegas
- [28] Brencich, A., Corradi, C., Gambarotta, L. (2008). Eccentrically loaded brickwork: Theoretical and experimental results. *Engineering Structures*, 30, 3629-3643.

MONUMENTAL TREE PROTECTION BY AN UNIQUE PEDESTRIAN BRIDGE

Ivorra, Salvador¹; Alvado, Joaquín²; Crespo, Miguel Angel³

¹Department of Civil Engineering. University of Alicante (Spain). sivorra@ua.es

²Department of Design. Architectonic projects. University of Alicante (Spain). Joaquin.alvado@ua.es

³Department of Civil Engineering. University of Alicante (Spain). Guia Consultores. Crespo@guiaconsultores.com

ABSTRACT

This paper describes the conceptual design, the structural analysis and the results of a viewpoint pedestrian bridge, situated in Daya Vieja (Alicante-Spain). This structure is designed to protect a land-mark palm-tree from wind loads. This six – trunk palm tree was declared monument by the Valencian government in 2012. The structure that now protect it appears to fly around de palm tree creating a helicoidally skywalk made of steel, while retrofitting the lateral trunks of the tree to protect them from collapse. An 18 m long straight beam starts on the top of this helix, and stretches towards a lookout point that offers a view of the whole village and its surroundings. The reduction of the visual impact of the structure on the tree was a major aim for the project design. The structural elements are as slender as possible to avoid the visual obstruction of tree. This structure has been a finalist in the Architecture Awards for the 2010-2014 best construction projects, held by the Diputación of Alicante.

Keywords: *Steel structure, pedestrian bridge, trees loads, elevated pile cap, tree wind loads.*

1. INTRODUCTION

The structure described in this paper is specifically designed to help a unique six-trunk palm tree bear strong wind loads. This palm tree is in Daya Vieja, a small town located in the south east of Spain in the province of Alicante. The tree appears in the catalogue "Arboreal Monumental Heritage of Valencia", published by the Valencia Region Government in 2006 and its new version (that includes the modification and enlargement of it) that was published in 23/11/2012 [1], once the construction of this structure was already finished. As a catalogued tree, the law enforces its preservation and enhancement. The tree is a Phoenix Dactylifera variety more than 210 years old, with a height of 20.50 m and a perimeter of about 18.85 m; it is located in the main square of the town. The decision to design a structure to retrofit the tree was taken after the collapse of one of its trunks during an episode of strong wind.

The first requirements that were imposed on the project were that it should neither harm the tree nor acquire a higher prominence than it. The project was designed to highlight and to protect the tree, while it has a specific use. The project was step by step adjusted from the initial conception to the final version considering many different options. The three dimensional steel frame structure was finally chosen as the one that best complies with the prerequisites both in service and during its construction.

The final proposal was based on the external geometry of the Guggenheim Museum in New York. The structure consists of a helical steel truss beam that completes three ascending laps enveloping half the height of the trunks, embracing completely the tree. At the top, there is a steel ring where each trunk of this palm is anchored through cables in several points. Those cables significantly reduce the forces and moments that wind loads generate on the base of the trunks and their clamping with the ground. It reduces the possible breakage and / or excessive deformation of each trunk due to wind. [2]

The design also intended to visually connect the town center with the surrounding fields to show the visitors the relationship between the town and its surroundings and the change of the landscape along the different seasons. A

lookout landmark, with a spiraling promenade that culminates in a narrow overpass that juts out over a major town thoroughfare, was created. El Mirador de la Palmera offers stunning views of the “Vega Baja”, “Rojales” and “La Marina” areas. The result of this special structure is the "Variation Guggenheim 3", or "Viewpoint from the Palm Grove," a three dimensional steel frame spiraling walkway. Despite the fact that this construction certainly uses more materials and takes up more space than a simply retrofitting system, the designed structure allows visitors walking closer to the trees, to live an especially pleasant experience, and to create a valuable architecture icon as well. In addition to the alluring views and the fun pedestrian walk, the idea of making the tree a focal point and, conversely, to extol it, is an example of the sustainable thinking that infiltrates much of today’s architecture.

The tower resembles a roller coaster made for pedestrians. This roller coaster offers, instead of speed, awesome 360° views of Daya Vieja and unique points of view of the palm tree, while protecting it from collapse.

El Mirador de la Palmera designed in Spain, serves both as a spiraling walkway/lookout tower and a brace for the unique palm tree that embraces.

In 2014 this structure has been finalist on the Architecture Awards held by the Diputación de Alicante for the 2010-2014 best construction projects.

2. PRELIMINARY STUDIES

The choice of the foundation design was strongly influenced by the characteristics of the soil and the location of the roots of the tree which must be protected. In order to design it, a series of geotechnical tests were carried out.

- (i) Surveys: They indicated that the groundwater table level was at 1.2 m from the surface, this level vary considerably during the different seasons reaching up to 1.0 m depth. A 10 m depth lithological column was obtained consisting of loose fine sand and silt with some soft clay layers in between.
- (ii) Tomography: Performed to detect the location of the tree roots and bulb, where the three trunks meet. The detection of these elements of the rooting system was crucial to avoid damaging them during the construction of the foundation. A soil tomography test with Ground Penetrating Radar (GPR) was conducted using a 500 MHz antenna. A diameter of 15 m around the palm tree was tested making longitudinal sections (Figure 1a). This system allowed knowing the characteristics variations of the materials up to 2 m below the location of the GPR [3].

Finally, the deep foundation using micro-piles option was the most suitable one due to its better performance in terms of damages reduction to the bulb where the trunks of the palm tree meet, its adaptable bearing capacity able to provide sufficient strength only enlarging the micro-piles through the existing layers of soft soil, the reduction of the expected settlements and the small size of the machinery needed to do the work. The foundation system were completed with a concrete floating ring pile cap elevated 200 mm above the current level of the ground, avoiding any damage to the roots due to its construction, while performing perfectly its duty and having the shape and functionality of a bench.

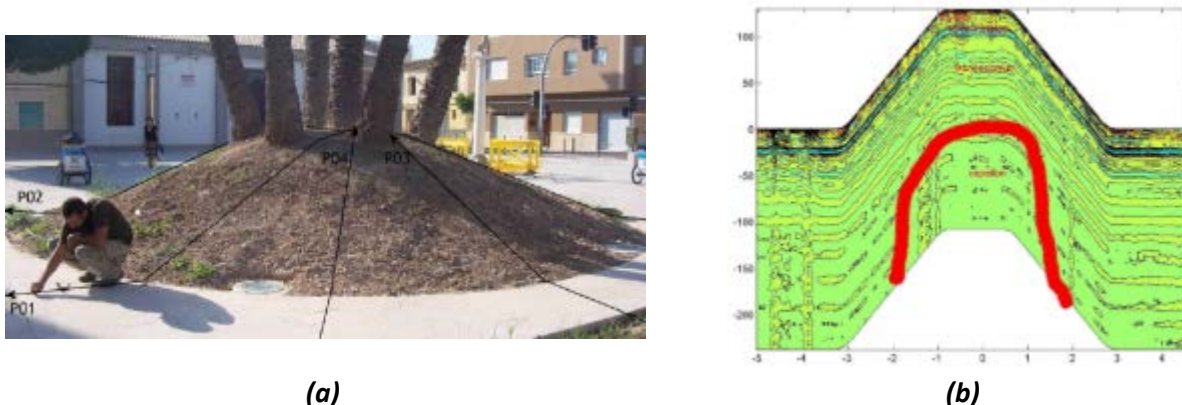


Fig. 1. Preliminary research: GPR (a) longitudinal sections studied. (b) Location of the main root of the tree

3. GEOMETRICAL DESCRIPTIONS

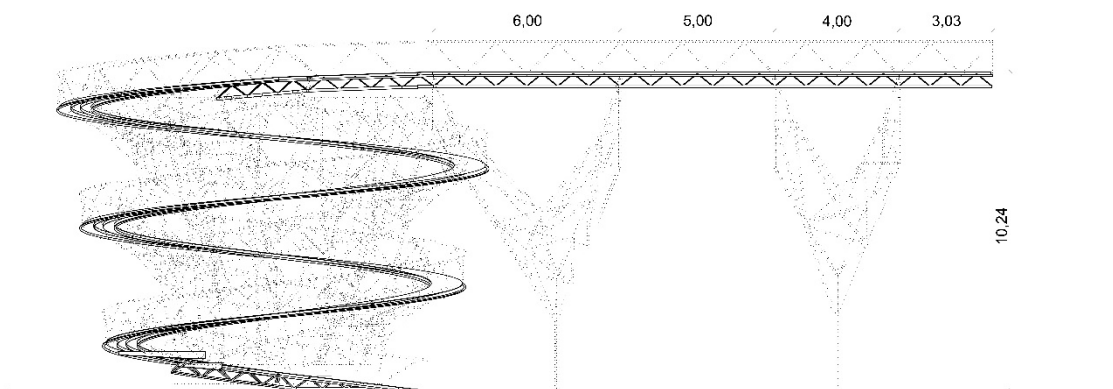
The main structure is a double spiral-shaped steel three dimensional frame structure. The spiral radius grows at the same time that it goes up along the complex shape. The exterior radius at the foundation level is 3.5 m. and ends with a length of 5 m at the top. The double spiral-shape was designed to balance the momentum loads triggered by the spatial steel walkway along with those due to the wind exposure of the structure itself and the palm tree. The distance between the main double-spiral bars is 1.15 m. The spatial frame (wire-like) structure, has a shape similar to an inverted cone.

In order to rationalize the structure, it was designed using bars of the same diameter, easing the construction and providing rhythm and neatness at the same time. To support the spiral three dimensional frame, 24 twisting solid steel bars $\varnothing 63.3 \times 15$ mm were laid on to circles over the concrete ring foundation, twelve in each one. The rhythmical staggered disposition, and the twisted shape, responds to the idea of dividing the double spiral into equal segments, 3 m long. The main supporting structure is made of quasi-vertical components retrofitted one to another that laid on the foundation and reach the level of 9.5 m. These elements end attached to a planar ring-shaped beam that provides rigidity to the whole supporting structure. Finally, in order to reduce buckling lengths of the slender rods were designed pinned round bars connectors $\varnothing 20$ mm were added between the two layers of the quasi-vertical elements.

This structure supports a triangular truss helix beam made by round bars $\varnothing 63.3 \times 4$ mm. The steel walkway is 1 m wide and it is separated from the main structure a distance greater than 2 m. (Fig. 2). The supporting structure of the pedestrian bridge is anchored to the backbone by a spatial structure (so-called duck beak) and horizontal bars that are articulated to the supports to avoid the appearance of additional bending moments in these very slender elements (Fig. 3). This geometry is intended to create a blurred view, like looking through an irregular fabric, avoiding interferences of regular patterns to the tree view that would have changed the natural perception of it.

The truss beam that forms the pedestrian pathway stretches to reach the level of the main street of the town resting on two tree-shaped pillars 10 m high. It provides a lookout at an elevation of 11.0 m over the street, more than any other construction in the town with the exception of the church tower.

The section of the footbridge was made up of a tetrahedral triangulated truss beam. The lower tubular profile is a steel round bar $\varnothing 88.9 \times 4$ mm. The upper base plate has two stiffening gussets and diagonal profiles $\varnothing 20$ mm. Because the section design of the beam the side rails were very light and their structural contribution was only to absorb pedestrian loads. This continuous beam placed the observation point farther than 15 m from the main structure, ending its closure on a glass railing that generates greater freedom of vision.



(a)

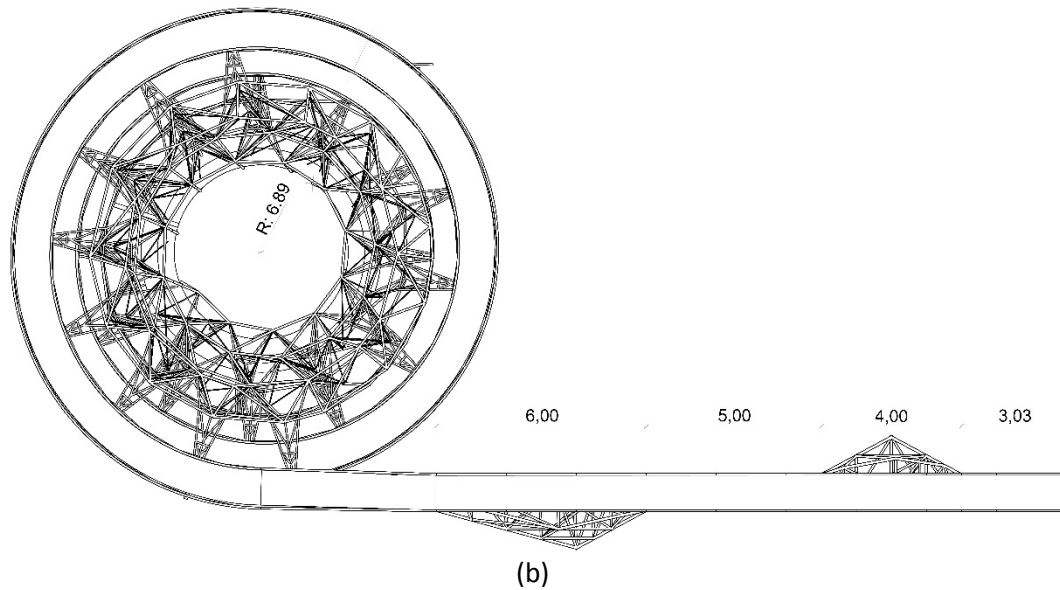


Fig. 2. General geometrical description. (a) Lateral view (b) Plan view.

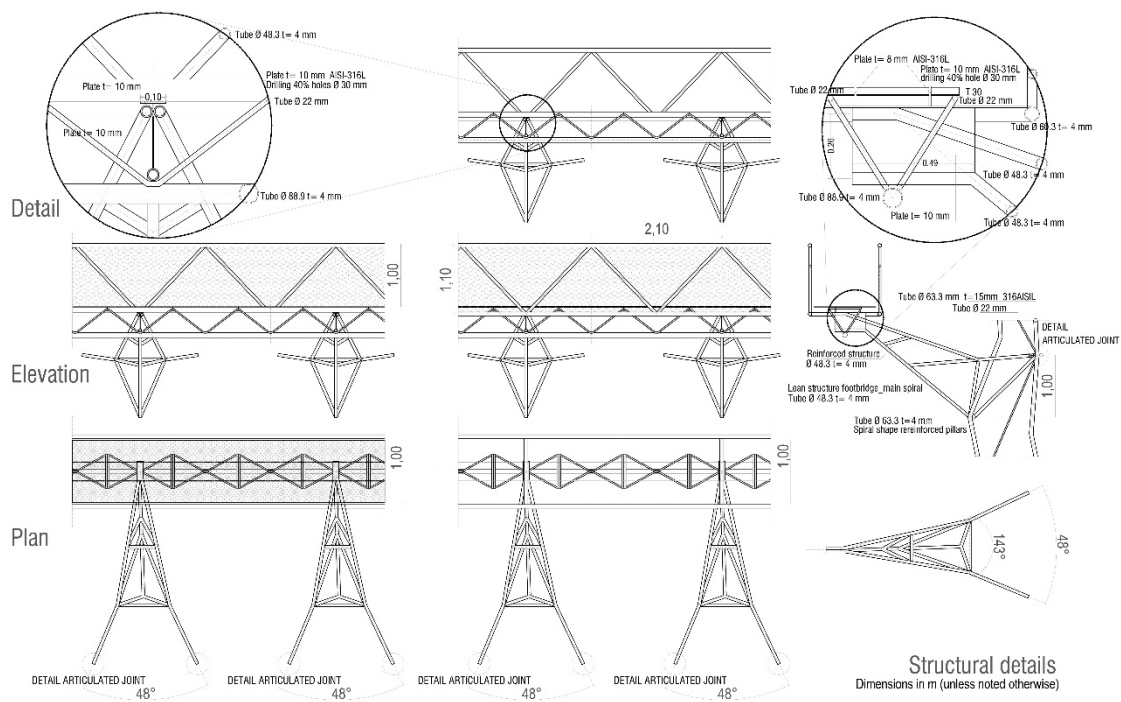


Fig. 3. Structural system to support the helical walkway on the main structures.

The tree-shaped pillars were made of steel tubular sections $\varnothing 80 \times 20$ mm, three-dimensionally triangulated and reinforced with steel gusset plates at the starting and/or supporting points (Fig. 4). The clamps of these elements to the foundation have small stiffness in the longitudinal direction of the bridge. This forces the main structure to provide the main longitudinal bracing to the complete structure and, conversely to bear the subsequent load effects. In

contrast, the rigidity of the pillars in the transversal direction is high, due to their truss configuration, not needing any helping from the rest of the structure.

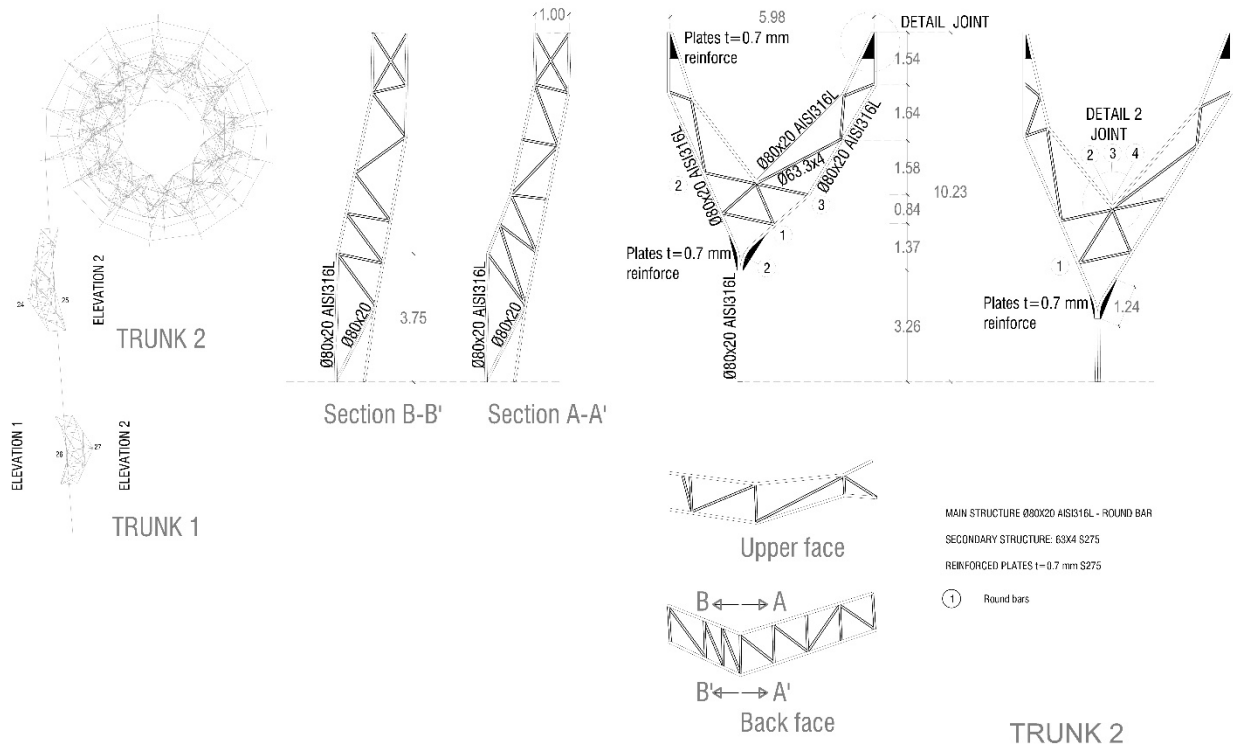


Fig. 4. Structural details of the tree-shaped pillars

A deep foundation was designed as result of the preliminary studies. Sixteen $\text{Ø}100$ mm concrete-steel micropiles 15 m in length were bored and constructed through the bulb and raw system of the palm tree. They are located under the pile cap: a circular ring 1.0 m high, with 7 and 5 m of outer diameter for the former and inner diameter for the later, made of reinforced concrete. The micropiles are clamped to the pile cap in a staggered configuration, seven to the inner part and eight to the outer part of the ring. The pile cap is floating 300 mm over the ground and has the shape of a public bench (Fig. 5).

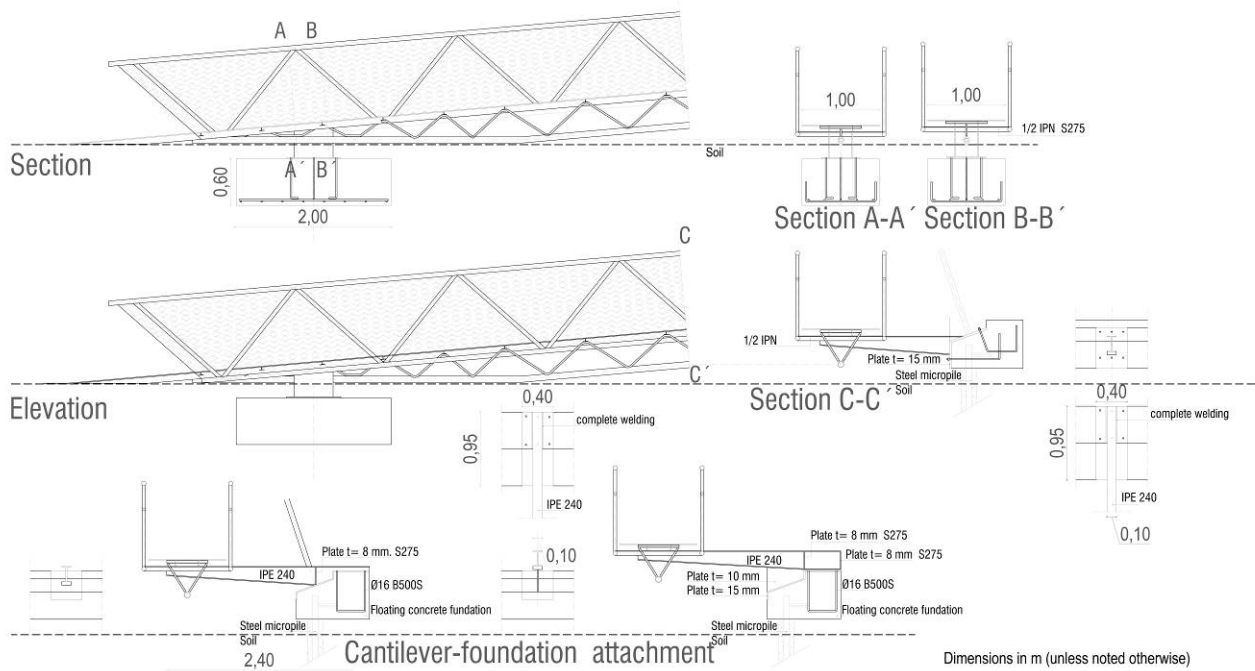


Fig. 5. Structural details of the walkway and the pile cap.

4. STRUCTURAL ANALYSES

Structural analysis software [4] was used to create a 3D model of the pedestrian bridge by the Finite Element Method (FEM). Different structural alternatives were defined to reach the existing shape. The project design was developed together between expert agricultural engineers, the architect and the structural engineers to adapt the geometry and loads to the final geometry to verify the Ultimate Limit States, the Serviceability Limit States and to assure the integrity of the tree to wind loads.

“Frame” elements were used to simulate the 27554 degrees of freedom model in all the structure, “shell” elements were used to simulate the deck segments and “link” elements were used to simulate the boundary conditions with the soil. (Fig. 6)

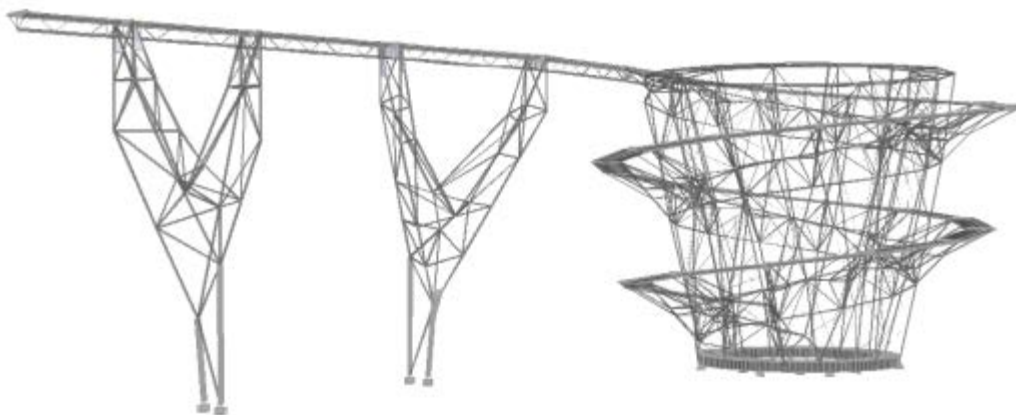


Fig. 6. Overall geometry and mesh finite element model, frame elements.

For analyzing the structural behaviour, the classical loads defined by the standards were considered: Self weight, pedestrian’s live load, snow, seismic loads, wind and thermal effects [5-8]. In Addition, a particular load was considered on the structure: the load generated by wind on the branches of the palm tree and transmitted to the structure [9]. To estimate these loads, 12 branches of each trunk with a total exposed wind surface of 12.5 m² were considered. Each branch was assumed as a flag, with a pressure coefficient of 1.2 and a force coefficient for flag of 0.25. The wind

velocity considered for each branch was 34 m/s. A force of each trunk on the structures of 0.28 kN was calculated. This simplified procedure presented results accurate with the ones obtained by [10] a Phoenix canariensis palm tree applying Eurocode 1 and its dynamic effects. These six loads were distributed on the top circular ring. They were anchored to the structure by stainless steel cables. European and Spanish standards have been used to the final design of the complete structure. [11-13]

6. CONCLUSIONS

The steel spatial walkway and lookout now connects the center of the town Daya Vieja with the surroundings, the fields and the landscape. It was decided to achieve two things at the same time: a structural solution for the monumental six-headed tree and an audacious footbridge to provide a view of the surrounding territory. The design plan was to construct a three-dimensional light steel frame structure to protect the palm tree and to protect the palm tree while projecting a unique structure aimed to promote the image of this small southeastern Spanish village (Figure 7).

The experimental design was iteratively designed on the computer in order to get the most accurate shape to the structural function and to the plan for the town. Different software was used to rationalize the dimensional thickness and the floating sensation for the walkway. The whiteness of the main frame structure provides the construction with an abstract composition that contrast with the spatial green walkway that today floats in the town center. The “Variation Guggenheim 3” is a new facility for the citizens to understand the natural and artificial nature of Daya Vieja.

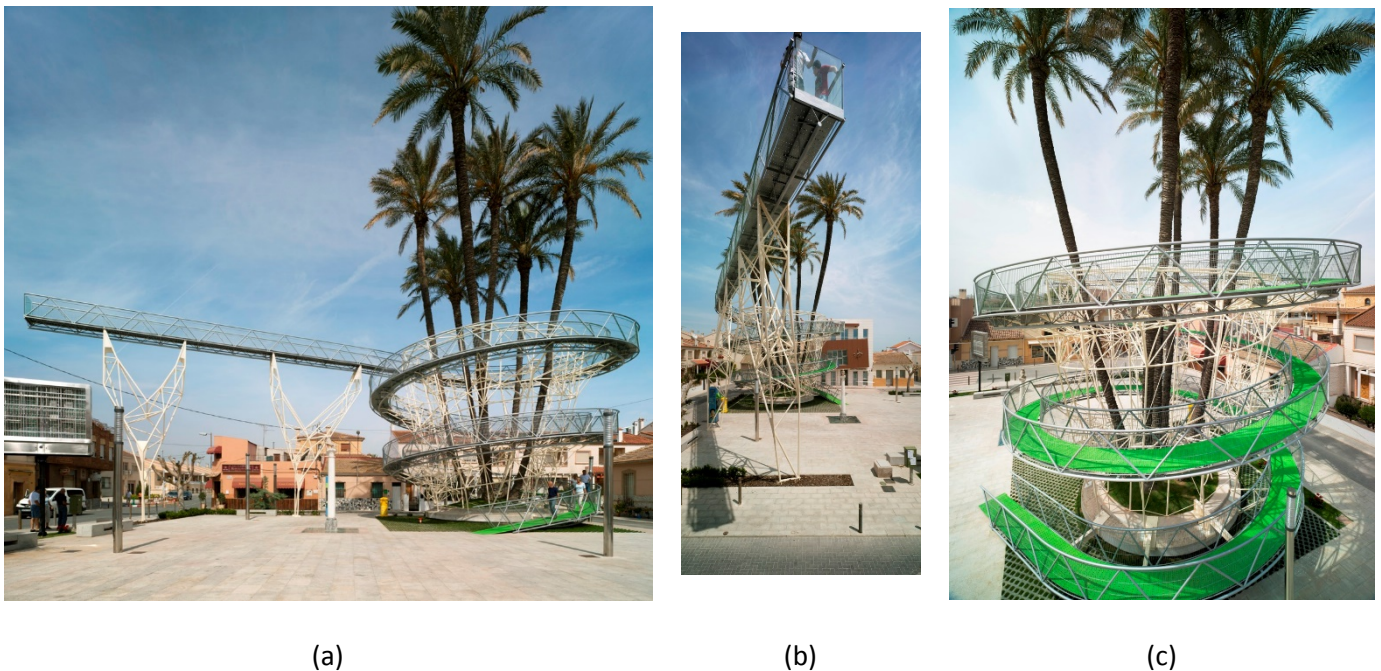


Fig. 7 General view of the structure. (a) Lateral view. (b) Bottom view. (c) Helyce's view.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to acknowledge the financial support of *Diputación de Alicante*, the town Council of Daya Vieja; Rafael Gillen, and David Jimenez for the technical Collaboration.

REFERENCES

- [1] Catálogo de Árboles Monumentales y Singulares de la Comunitat Valenciana. *Diari oficial de la Comunitat Valenciana*. 23/11/2012. 33999-34024 [in Spanish]

- [2] Aly Mousaad et al. Wind loading on trees integrated with a building envelope. *Wind and Structure* , Vol. 17, No. 1(2013) 069-085
- [3] Hruska, J., Cermak, J., Sustek, S. (1999). Mapping tree root system with ground-penetrating radar. *Tree Physiology* 19, pp 125-130
- [4] SAP2000TM CSI Analysis Reference Manual ver. 14.1. *Computers and Structures*, Inc. Berkeley, California, USA, 2009
- [5] EN 1990: Eurocode 0: Basis of Structural Design. Brussels (Belgium): CEN Central Secretariat, rue de Stassart 36, b-1050
- [6] EN 1991: Eurocode 1: Actions on structures. Brussels (Belgium): CEN Central Secretariat, rue de Stassart 36, b-1050
- [7] Spanish Standard IAP-98. Actions in highway bridges. Road Directorate, Spanish Ministry of Public Works, Madrid, 1998.
- [8] Spanish Standard NCSP-07. Seismic resistant constructions: Bridges Road Directorate, Spanish Ministry of Public Works, Madrid, 2007.
- [9] James, K. Haritos, N. Ades, P. Mechanical stability of trees under dynamic loads. *Am. J. Bot.* October 2006 93:1522-1530
- [10] Sterken, P. 2005. A Guide For Tree-Stability Analysis. Ed. Peter Sterken, 2005
- [11] EHE08. Spanish Structural Concrete Code. Publicaciones del Ministerio de Fomento. Secretaría General Técnica. (2008)
- [12] EN 1992: Eurocode 2: Design of concrete structures. Brussels (Belgium): CEN Central Secretariat, rue de Stassart 36, b-1050
- [13] EN 1993: Eurocode 3: Design of Steel Structures. Brussels (Belgium): CEN Central Secretariat, Rue de Stassart 36, B-105

Nonlinear seismic analysis of concrete buildings considering different models of plastic hinges

López-López, Andrés¹; Tomás, Antonio²

ABSTRACT

Pushover analysis is one of the most frequently used methods for the seismic analysis of structures. The accurate modelling of the plastic hinges generated during the pushover analysis is crucial. The response curve of plastic hinges can be defined with empirical expressions that obtain the yielding and ultimate states of the cross-sections.

The main objective of this work is to study the influence of different plastic hinge models on the structural nonlinear behaviour. Several pushover analyses have been executed with the software ETABS[®], considering the following plastic hinge models: (i) the model of FEMA-356 included in ETABS[®], and (ii) a model proposed by the authors using empirical expressions calibrated with a database of tests.

The results obtained show that the empirical expressions can be used by structural engineers to model plastic hinges in concrete structures with a theoretical response closer to the real one.

Keywords: nonlinear seismic analysis, concrete buildings, plastic hinge models, calibrated expressions

1. INTRODUCCIÓN

La predicción y simulación del comportamiento sísmico de estructuras mediante modelos numéricos ha sido un campo de investigación de interés en los últimos años, debido a la importancia de conocer de forma precisa los efectos y consecuencias provocados por la acción sísmica en las estructuras.

El análisis sísmico de estructuras se puede realizar siguiendo diferentes procedimientos, dependiendo de la precisión a alcanzar en los resultados. El análisis estático no lineal o *pushover* constituye uno de los métodos empleados con mayor frecuencia por el ingeniero estructural, debido a su relativa simplicidad y a las prescripciones dispuestas en la normativa de diseño para su implementación. Este tipo de análisis proporciona información relevante desde el punto de vista sísmico, como es la capacidad resistente y de deformación de la estructura. El análisis *pushover* se puede implementar siguiendo diferentes estrategias, como el *modal pushover* [1], el *consecutive modal pushover* [2], el *upper bound pushover* [3], el *mass proportional pushover* [4] y el *adaptive pushover* [5]. Concretamente, en este trabajo se ha implementado la estrategia convencional [6].

El adecuado conocimiento del comportamiento seccional de los elementos estructurales en los estados de plastificación y último es necesario para caracterizar las rótulas plásticas que se generan durante el

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Cartagena (ESPAÑA). atl10@alu.upct.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Cartagena (ESPAÑA). antonio.tomas@upct.es
(Corresponding author)

análisis no lineal. Así, conceptos como el momento de plastificación M_y , el giro de plastificación ϑ_y y el giro último ϑ_u de la sección se emplean para modelizar las curvas de respuesta momento-giro que definen el comportamiento de las rótulas plásticas durante el análisis.

En el análisis sísmico resulta conveniente el uso de expresiones empíricas capaces de reproducir los estados de plastificación y último de la sección de un elemento estructural [7, 8, 9]. Estas expresiones resultan eficientes desde el punto de vista computacional y presentan una adecuada precisión, debido a su relativa simplicidad y al hecho de estar calibradas con ensayos experimentales.

El principal objetivo de este trabajo es estudiar la influencia del tipo de rótula plástica en el comportamiento no lineal de la estructura. Para ello, se han implementado varios análisis *pushover* de dos estructuras de hormigón armado, considerando los siguientes tipos de rótulas plásticas:

- Rótulas plásticas incluidas en el *software* ETABS® por defecto [10, 11]
- Rótulas plásticas caracterizadas con las expresiones empíricas de Biskinis y Fardis [8, 9]
- Rótulas plásticas propuestas en [12], modelizadas mediante expresiones calibradas con una selección de ensayos

En el análisis *pushover*, resulta importante el estudio de los puntos de plastificación global y de colapso de la estructura, los cuales proporcionan información acerca de su ductilidad. Por tanto, se han obtenido algunos conceptos para dichos puntos, como el desplazamiento del nudo de control de la estructura, el esfuerzo cortante en la base y la aceleración del sistema equivalente de un grado de libertad. Adicionalmente, se han obtenido las curvas de capacidad de la estructura. Finalmente, se han contrastado los resultados obtenidos con los diferentes tipos de rótulas plásticas, estableciéndose ciertas conclusiones acerca de su validez para la realización de análisis *pushover*.

2. EXPRESIONES DE COMPORTAMIENTO SECCIONAL

Existen diversas expresiones empíricas capaces de proporcionar conceptos relativos a los estados de plastificación y último de secciones de hormigón armado a partir de su geometría, configuración de armadura y resistencia de los materiales. Algunos ejemplos los constituyen las expresiones de Panagiotakos y Fardis [7] para obtener el momento de plastificación M_y , el giro de plastificación ϑ_y y el giro último ϑ_u , calibradas con una base de datos de más de 1000 ensayos, compuesta por vigas, pilares y muros de cortante; las expresiones de Biskinis y Fardis [8, 9], calibradas con una base de ensayos correspondientes a elementos de nueva ejecución y rehabilitados; y las expresiones propuestas por el EC-8 [13] para determinar los giros de plastificación y último de la sección.

Los autores han propuesto otras expresiones capaces de determinar M_y , ϑ_y y ϑ_u [12]. Estas expresiones se han obtenido calibrando las ecuaciones de Biskinis y Fardis [8, 9] con una selección de ensayos correspondientes a vigas y pilares de hormigón armado con sección rectangular, realizada a partir de la base de datos disponible en [7]. Para confeccionar la selección se impusieron sobre la base de datos inicial las prescripciones sísmico-constructivas establecidas por los principales códigos de diseño, es decir, la instrucción EHE-08 [14], la norma NCSE-02 [15], los eurocódigos EC-2 [16] y EC-8 [17] y el código ACI-318-08 [18]. Las expresiones calibradas con la selección de ensayos son aplicables, por tanto, a

elementos estructurales empleados en edificios habituales de hormigón armado situados en zonas sísmicas.

3. DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRUCTURAS ANALIZADAS Y PARTICULARIDADES DEL ANÁLISIS PUSHOVER

Los alzados de las estructuras utilizadas en los análisis se muestran en la Fig. 1. Se trata de dos pórticos planos de hormigón armado de 5 y 8 plantas, presentando ambos pórticos tres vanos de 5 m de longitud y una altura de planta de 3 m.

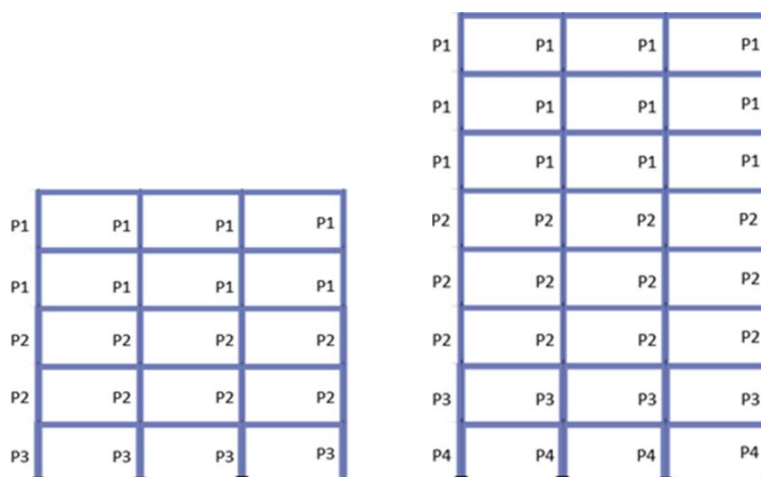


Figura 1. Alzado de los pórticos analizados.

Las Fig. 2 y 3 muestran la geometría y la configuración de armadura de las secciones de las vigas y los pilares de los pórticos mostrados en la Fig. 1. Las vigas son planas y los pilares presentan una sección cuadrada. El hormigón considerado es HA-25 y el acero de las armaduras es B 500 SD.

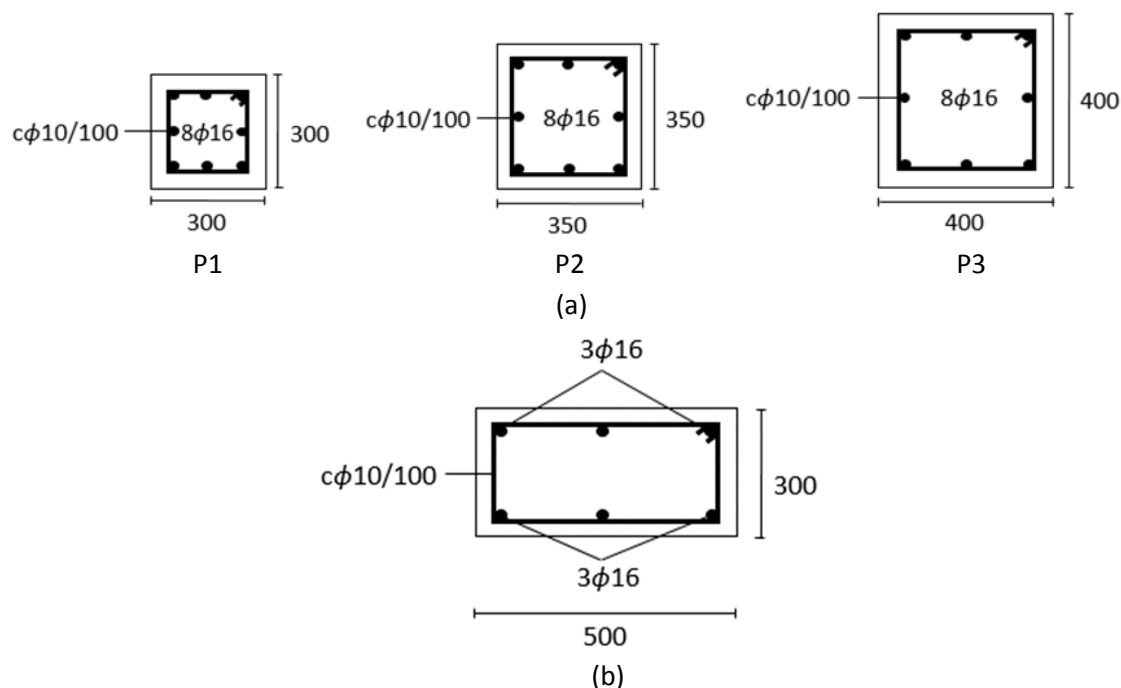


Figura 2. Secciones transversales del pórtico de 5 plantas. (a) Pilares. (b). Vigas.

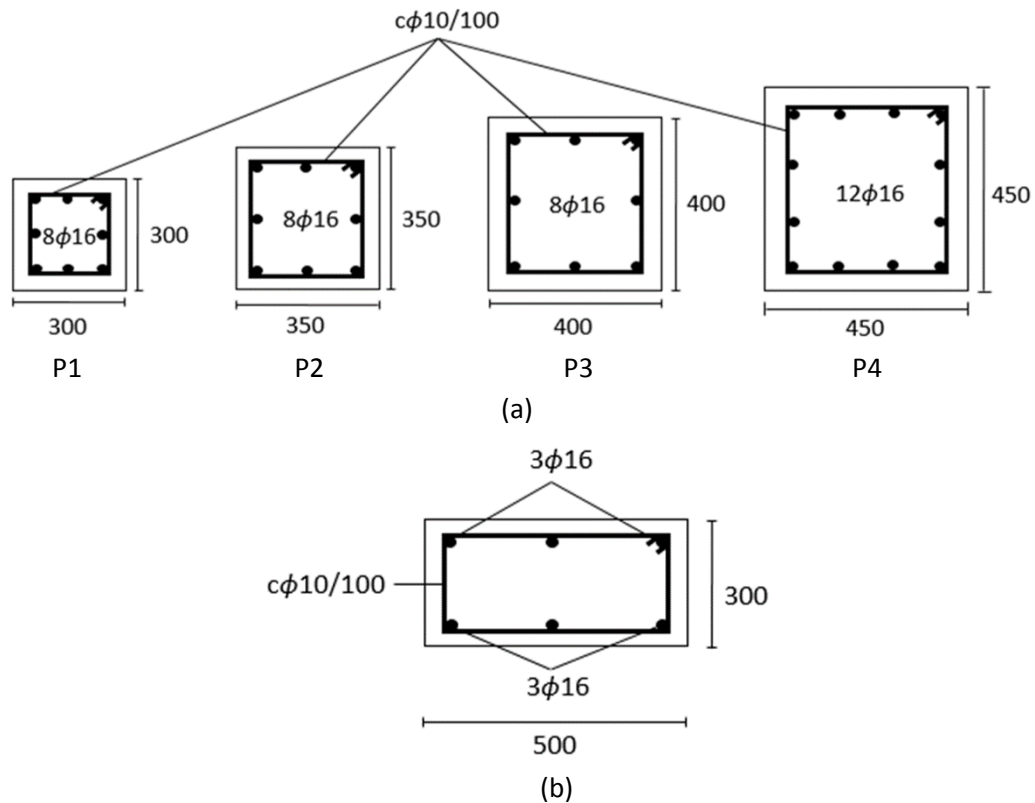


Figura 3. Secciones transversales del pórtico de 8 plantas. (a) Pilares. (b) Vigas.

De acuerdo con lo dispuesto en el EC-8, en todos los análisis realizados se han considerado dos distribuciones de carga lateral: (i) una distribución uniforme, constituida por fuerzas laterales proporcionales a las masas de las plantas con independencia de su altura, y (ii) una distribución modal que considera los desplazamientos horizontales de las plantas de la estructura en el modo fundamental de vibración.

Los análisis *pushover* se han realizado mediante el *software* ETABS® [10]. Se han considerado rótulas plásticas tipo *lumped*, de dimensión nula, cuya localización debe definirse previamente a la realización del análisis. Concretamente, se ha dispuesto que las rótulas se generen únicamente en los extremos de las vigas y los pilares.

Las rótulas plásticas presentan curvas de respuesta momento-giro definidas por control de deformación. Las curvas de respuesta consideradas varían en función del tipo de rótula plástica empleada en el análisis. Así, las rótulas plásticas incluidas en ETABS® por defecto presentan como curva de respuesta la mostrada en la Fig. 4, definida en la FEMA [11], mientras que las curvas de respuesta modeladas mediante las expresiones de Biskinis y Fardis [8, 9] y las expresiones calibradas [12] son de tipo elastoplástico.

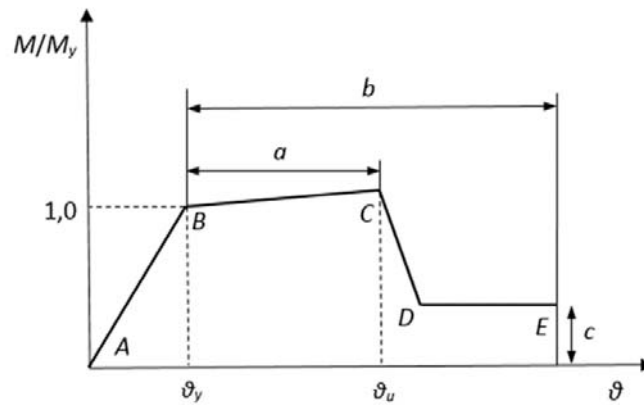


Figura 4. Curva de respuesta momento-giro para rótulas plásticas de hormigón armado, FEMA [11].

4. CURVAS DE RESPUESTA Y DE PLASTIFICACIÓN

Las Fig. 5 y 6 muestran las curvas de respuesta obtenidas mediante diferentes métodos para las vigas y los pilares de los pórticos analizados. La expresión calibrada [12] ofrece unos valores de momento de plastificación M_y superiores a los obtenidos con la expresión de Biskinis y Fardis [8] y lo que ETABS® proporciona por defecto [11]. Las curvas de respuesta modelizadas con la expresión calibrada [12] ofrecen una capacidad de deformación intermedia a las proporcionadas por los otros dos métodos.

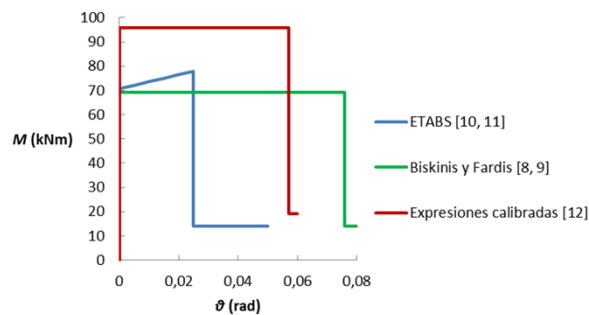
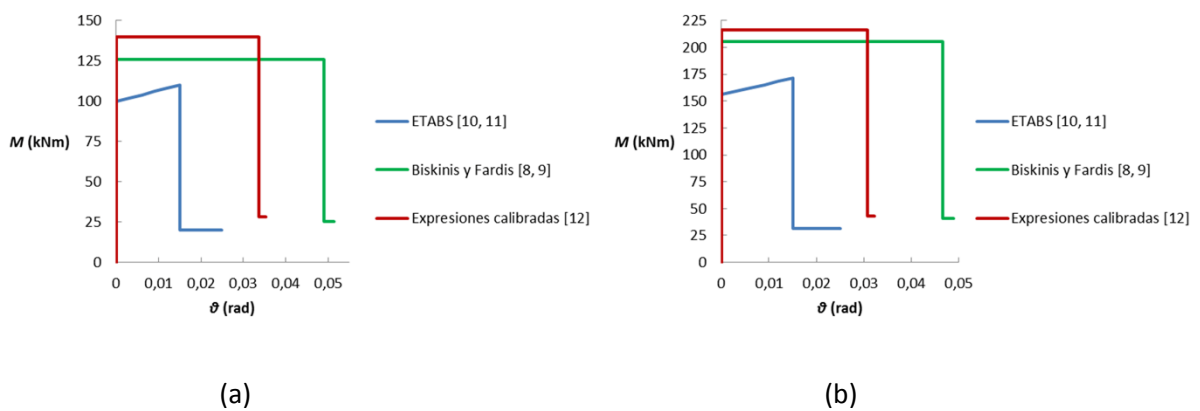


Figura 5. Curvas de respuesta momento-giro de las rótulas plásticas generadas en las vigas.



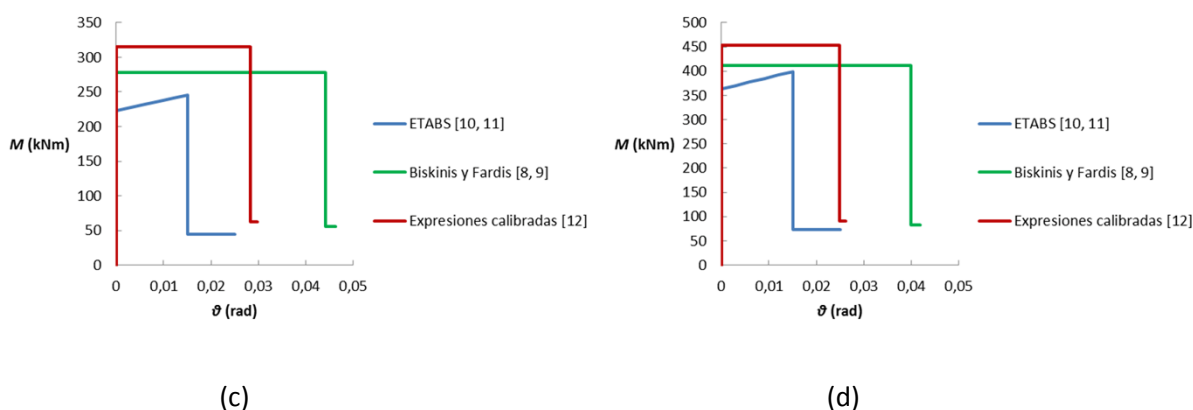


Figura 6. Curvas de respuesta momento-giro de las rótulas plásticas generadas en los pilares. (a) P1. (b) P2. (c) P3. (d) P4.

A diferencia de otros estudios como el especificado en [19], en este trabajo se han definido curvas de plastificación esfuerzo axil-momento de plastificación para considerar la influencia del esfuerzo axil N en la obtención del momento de plastificación de la sección de los pilares a lo largo del análisis *pushover*.

La Fig. 7 muestra las curvas de plastificación de los pilares de los pórticos analizados, obtenidas mediante diferentes métodos. Las curvas obtenidas con la expresión calibrada [12] presentan los máximos valores de M_y . Resulta necesario destacar que las curvas obtenidas con la expresión de Biskinis y Fardis [8] presentan valores superiores de M_y a partir de ciertos valores de esfuerzo axil.

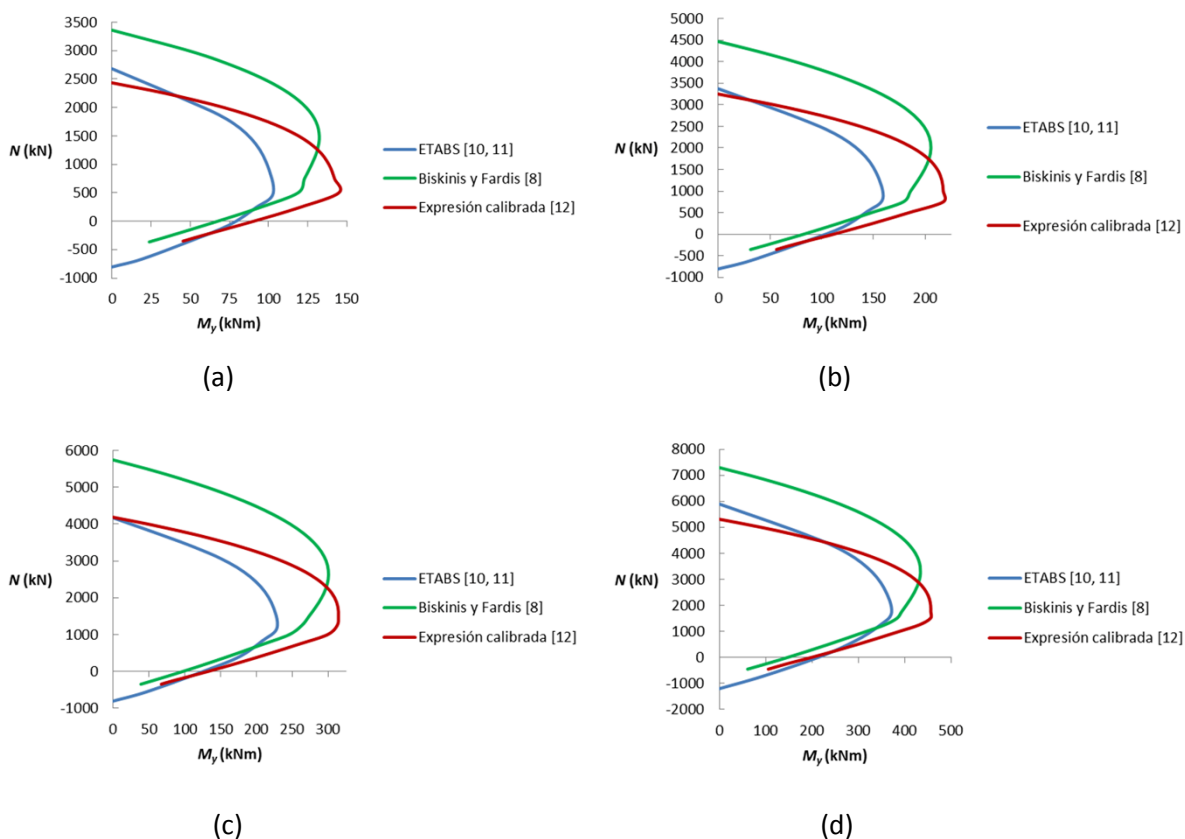


Figura 7. Curvas de plastificación en los pilares. (a) P1. (b) P2. (c) P3. (d) P4.

5. CURVAS DE CAPACIDAD DE LA ESTRUCTURA

Las Fig. 8 y 9 muestran las curvas de capacidad de los pórticos analizados empleando rótulas plásticas modelizadas mediante diferentes métodos para los casos de carga lateral uniforme y modal. En todos los casos analizados se deduce que las rótulas plásticas empleadas en ETABS® por defecto [11] y las modelizadas con las expresiones de Biskinis y Fardis [8, 9] proporcionan valores similares del esfuerzo cortante en la base F_b para desplazamientos del nudo de control δ de hasta 250 mm.

Resulta necesario destacar la relación existente entre F_b y el momento de plastificación M_y de las rótulas plásticas, aumentando el valor de F_b con los valores de M_y . Este aspecto justifica que los máximos valores de F_b se alcancen al considerar las rótulas plásticas modelizadas mediante las expresiones calibradas [12], pues, de acuerdo con las Fig. 5 y 6, éstas presentan los mayores valores de M_y . Otro aspecto relevante lo constituye el hecho de que las curvas de capacidad obtenidas al aplicar las expresiones calibradas [12] y las ecuaciones de Biskinis y Fardis [8, 9] se cruzan para un cierto valor de δ , ya que, de acuerdo con la Fig. 7, dichas expresiones pueden adoptar el mismo valor de M_y y, en consecuencia, de F_b .

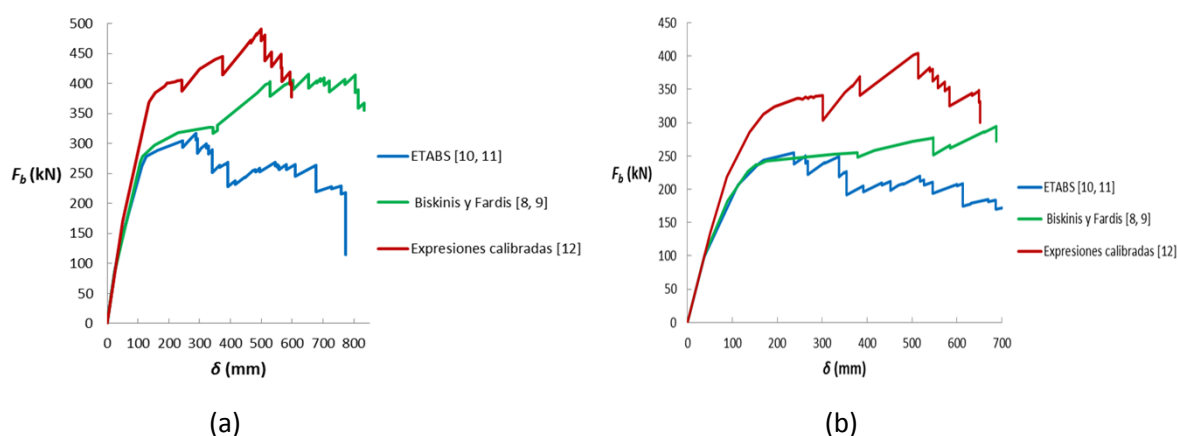


Figura 8. Curvas de capacidad del pórtico de 5 plantas. (a) Carga lateral uniforme. (b) Carga lateral modal.

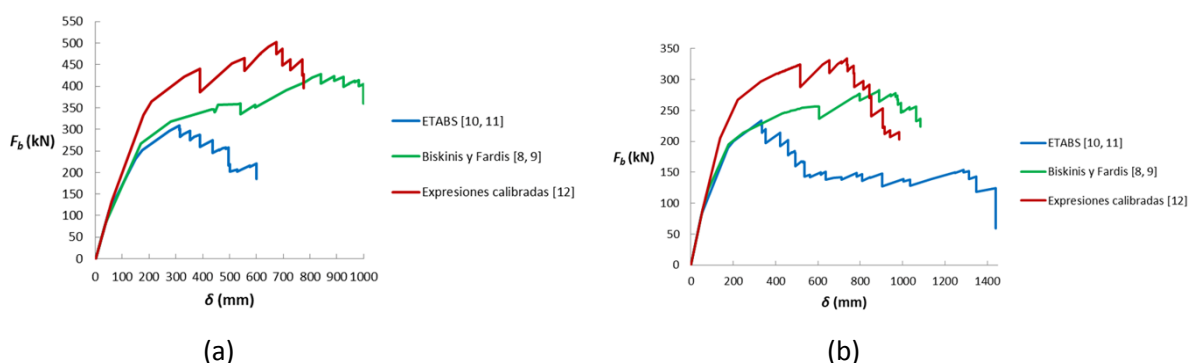


Figura 9. Curvas de capacidad del pórtico de 8 plantas. (a) Carga lateral uniforme. (b) Carga lateral modal.

6. RESULTADOS EN EL PUNTO DE PLASTIFICACIÓN Y COLAPSO DE LA ESTRUCTURA

Algunos autores definen la plastificación global de la estructura como el punto de la curva de capacidad en el que la estructura deja de comportarse de forma elástica y lineal [19]. Las *Tablas 1 y 2* muestran los valores obtenidos para el desplazamiento del nudo de control δ , el esfuerzo cortante en la base F_b y la aceleración S_a/g del sistema equivalente de un grado de libertad en el punto de plastificación global de las estructuras analizadas. Para obtener el valor de S_a/g , resulta necesario transformar la curva de capacidad $F_b - \delta$ en el espectro de capacidad en formato aceleración-desplazamiento ($S_a - S_d'$) para el sistema equivalente de un grado de libertad, aplicándose las ecuaciones propuestas en [20].

Las rótulas plásticas modelizadas con las expresiones calibradas [12] proporcionan los mayores valores de δ , F_b y S_a/g para todos los casos analizados, debido a que dichas expresiones ofrecen los mayores valores de M_y . Las diferencias están comprendidas entre el 7 y el 25 % para δ y el 10 y el 45 % para F_b , obteniéndose valores superiores hasta un 58 % en S_a/g . Al analizar las diferencias en δ respecto a lo obtenido con otros métodos, las expresiones calibradas [12] proporcionan mayores diferencias al aumentar la altura de la estructura analizada y al considerar el patrón de cargas laterales modales.

Tabla 1. Resultados en el punto de plastificación global del pórtico de 5 plantas

Tipo de rótula plástica	Cargas uniformes			Cargas modales		
	δ (mm)	F_b (kN)	S_a/g	δ (mm)	F_b (kN)	S_a/g
ETABS® [10, 11]	128	278	0,197	169	243	0,189
Biskinis y Fardis [8, 9]	116	279	0,204	176	243	0,186
Expresiones calibradas [12]	138	370	0,282	194	324	0,250

Tabla 2. Resultados en el punto de plastificación global del pórtico de 8 plantas

Tipo de rótula plástica	Cargas uniformes			Cargas modales		
	δ (mm)	F_b (kN)	S_a/g	δ (mm)	F_b (kN)	S_a/g
ETABS® [10, 11]	175	251	0,109	175	189	0,093
Biskinis y Fardis [8, 9]	169	267	0,118	179	195	0,108
Expresiones calibradas [12]	210	364	0,172	220	267	0,127

Resulta de interés la obtención de ciertos parámetros en el punto de colapso de la estructura. El concepto de colapso resulta subjetivo, siendo en ocasiones un aspecto a considerar en función del nivel de seguridad que se quiera adoptar para la estructura. Así, algunos autores suponen el colapso de la estructura al producirse en la curva de capacidad una disminución del 20 % en F_b [19]. Otros consideran que se produce la rotura de la sección transversal de un elemento al registrarse una reducción del 15 % en la carga lateral aplicada en el ensayo [7]. En este estudio se ha considerado que se produce el colapso de las estructuras al tener lugar el primer descenso mayor o igual del 15 % en F_b .

Las *Tablas 3 y 4* muestran los resultados obtenidos en el punto de colapso de los pórticos analizados. Si se analiza la influencia de la altura de la estructura, la mayor flexibilidad de los pórticos de ocho plantas propicia generalmente la obtención de valores superiores de δ e inferiores para F_b y S_a/g . Las

expresiones de Biskinis y Fardis [8, 9] obtienen los mayores valores de δ , llegando a proporcionar el doble de lo obtenido por ETABS® [10, 11]. Estas expresiones presentan además los menores porcentajes de disminución de F_b para el punto de colapso, habiéndose considerado como excepción valores inferiores al 15 %. Las expresiones calibradas propuestas [12] proporcionan los mayores valores de F_b , obteniéndose diferencias de hasta el 79 % respecto a lo ofrecido por otros métodos. En lo que respecta a S_a/g , las expresiones calibradas propuestas obtienen valores superiores hasta un 95 % a los ofrecidos por otros métodos.

Tabla 3. Resultados en el punto de colapso del pórtico de 5 plantas

Tipo de rótula plástica	Cargas uniformes				Cargas modales			
	δ	F_b	S_a/g	Disminución	δ	F_b	S_a/g	Disminución
	(mm)	(kN)		de F_b	(mm)	(kN)		de F_b
ETABS® [10, 11]	391	269	0,217	15	354	226	0,153	15
Biskinis y Fardis [8, 9]	805	414	0,308	15	547	277	0,212	10
Expresiones calibradas [12]	565	449	0,345	16	545	380	0,299	15

Tabla 4. Resultados en el punto de colapso del pórtico de 8 plantas

Tipo de rótula plástica	Cargas uniformes				Cargas modales			
	δ	F_b	S_a/g	Disminución	δ	F_b	S_a/g	Disminución
	(mm)	(kN)		de F_b	(mm)	(kN)		de F_b
ETABS® [10, 11]	496	258	0,125	22	537	167	0,074	14
Biskinis y Fardis [8, 9]	998	405	0,216	13	967	278	0,144	11
Expresiones calibradas [12]	773	462	0,242	15	843	291	0,138	15

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado la influencia del tipo de rótula plástica en el comportamiento no lineal de dos pórticos planos de hormigón armado. Para ello se ha realizado una serie de análisis *pushover* empleando rótulas plásticas modelizadas mediante diferentes procedimientos, entre los que se incluye la utilización de diversas expresiones empíricas de comportamiento seccional, capaces de ofrecer conceptos relativos a los estados de plastificación y último de la sección.

La mayor capacidad resistente y de deformación de la sección ofrecida por las expresiones calibradas propuestas [12] respecto a lo modelizado en ETABS® [10, 11] justifica la obtención de valores superiores en F_b y δ , aspecto que implica una mayor resistencia y capacidad de deformación a nivel estructural. Sin embargo, los valores superiores obtenidos para S_a/g implican la introducción de esfuerzos superiores en la estructura.

Estas circunstancias pueden hacer plantearse al ingeniero estructural el método de modelización de rótulas plásticas a introducir en un código comercial de cálculo para la realización de análisis *pushover*, pudiendo comprobarse si lo que el código considera por defecto conduce a resultados excesivamente conservadores. Dicha comprobación resulta tanto más interesante cuanto mayor es la altura de la estructura, aspecto que incrementa las diferencias obtenidas entre los distintos métodos de modelización de rótulas.

El hecho de que las expresiones propuestas en [12] estén calibradas con una selección de ensayos que cumple las prescripciones sísmico-constructivas de los principales códigos nacionales e internacionales, hace que las rótulas modelizadas con dichas expresiones tengan un mayor campo de aplicación que las rótulas ofrecidas en un código comercial de cálculo por defecto, las cuales pueden estar caracterizadas mediante valores correspondientes a elementos de hormigón armado empleados en un país determinado, o grupo de países que emplean una normativa concreta.

Por otro lado, la mayor homogeneidad de la selección de ensayos con la que se calibraron las expresiones propuestas en [12] respecto a la base de datos con la que se calibraron las ecuaciones de Biskinis y Fardis [8, 9], hace que dichas expresiones resulten más apropiadas para la modelización de rótulas plásticas en estructuras convencionales.

8. REFERENCIAS

- [1] Chopra, A.K., Goel, R.K. (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31(3), 561-582.
- [2] Poursha, M., Khoshnoudian, F., & Moghadam, A.S. (2009). A consecutive modal pushover procedure for estimating the seismic demands of tall buildings. *Engineering Structures*, 31(2), 591-599.
- [3] Jan, T.S., Liu, M.W., & Kao, Y.C. (2004). An upper-bound pushover analysis procedure for estimating seismic demands of high-rise buildings. *Engineering Structures*, 26(1), 117-128.
- [4] Kim, S.P., Kurama, Y.C. (2008). An alternative pushover analysis procedure to estimate seismic displacement demands. *Engineering Structures*, 30(12), 3793-3807.
- [5] Aydinoglu, M.N. (2003). An incremental response spectrum analysis procedure based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 1, 3-36.
- [6] Taghavipour, S., Majid, T.A. & Liang, L.T. (2013). Effect of different lateral load distribution on pushover analysis. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 7(4), 133-142.
- [7] Panagiotakos, T.B., Fardis, M.N. (2001). Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate. *ACI Structural Journal*, 98(2), 135-148.
- [8] Biskinis, D., Fardis, M.N. (2010). Deformations at flexural yielding of members with continuous or lap-spliced bars. *Structural Concrete*, 11(3), 127-138.
- [9] Biskinis, D., Fardis, M.N. (2010). Flexure-controlled ultimate deformations of members with continuous or lap-spliced bars. *Structural Concrete*, 11(2), 93-108.
- [10] ETABS. (2013). [Software]. Extended Three Dimensional Analysis of Building Systems. Berkeley: Computers & Structures, Inc.
- [11] Federal Emergency Management Agency. [FEMA]. (2000). Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA-356. Washington, D.C., USA: FEMA.
- [12] López-López, A.T, Tomás, A., & Sánchez-Olivares, G. (2015). Estimación del comportamiento de secciones de hormigón armado mediante calibración con ensayos experimentales. *Dyna*, 90(2), 210-218.
- [13] Comité Européen de Normalisation. [CEN]. (2005). EN 1998-3, Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance. Part 3: assessment and retrofitting of buildings. Brussels, Belgium: CEN.
- [14] Comisión Permanente del Hormigón. [CPH]. (2008). Instrucción de hormigón estructural: EHE-08. Madrid, España: Ministerio de Fomento.

- [15] Comisión Permanente de Normas Sismorresistentes. [CPNS]. (2002). Norma de construcción sismorresistente: NCSE-02. Parte general y edificación. Madrid, España: Ministerio de Fomento.
- [16] Comité Européen de Normalisation. [CEN]. (2004). EN 1992-1-1, Eurocode 2: design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels, Belgium: CEN.
- [17] Comité Européen de Normalisation. [CEN]. (2004). EN 1998-1, Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance. Part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels, Belgium: CEN.
- [18] ACI Committee 318 [ACI]. (2008). Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary (318R-08). USA: ACI.
- [19] Inel, M., Ozmen, H.B. (2006). Effects of plastic hinge properties in nonlinear analysis of reinforced concrete buildings. *Engineering Structures*, 28(11), 1494-1502.
- [20] Applied Technology Council [ATC]. (1996). Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. ATC-40. California, USA: ATC.

Numerical and experimental study of mode I delamination failure in composite laminates

Mesas Díaz, Álvaro Antonio¹ Castillo López, Germán¹; García Sánchez, Felipe¹

ABSTRACT

Delamination is one of the most critical failure mechanisms in laminated composites. Usually it is assumed that delamination grows in a combination of modes I and II, but dominated by the mode I.

In this work an experimental and numerical study of mode I delamination of laminated glass/epoxy [0/90]_{8s} manufactured by resin infusion has been carried out. The value of G_{IC} has been obtained by the Double Cantilever Beam (DCB) test. Digital Image Correlation (DIC) has been used to measure the crack's length.

The numerical simulation was performed using two numerical techniques: Virtual Crack Closure Technique (VCCT) and the Cohesive Zone Model (CZM).

Both techniques predict the onset of delamination. The VCCT is simple to use but it needs to define the area where delamination is going to start. The CZM allows the determination of the initial delamination area but it requires defining correctly the properties of the cohesive element.

Keywords: delamination, DCB, FEM, VCCT, CZM.

1. INTRODUCCION

Es sobradamente conocido que uno de los parámetros de diseño que más ha influido en la evolución de los sistemas resistentes es su ligereza. En el sector de la automoción este parámetro puede ser crítico habida cuenta de que el peso influye directamente en el consumo y, por ende, en las emisiones de los vehículos (hasta un 75% del consumo y las emisiones de un automóvil está relacionado con su peso estructural [1]). Por estos y otros motivos, el uso de los materiales compuestos, y entre ellos los de matriz orgánica, por sus elevadas propiedades específicas crece día a día. Este crecimiento es más patente en sectores como el aeronáutico donde los materiales compuestos pueden suponer más de un 50% del peso estructural como, por ejemplo, en el Airbus A350 o el 787 Dreamliner de Boeing. En el sector de la automoción esta evolución ha llevado a la creación de alianzas entre fabricantes de automóviles y de fibra de carbono: Daimler y Toray, Ford y Dow Chemical, GM y Teijing o la reciente alianza entre BMW, Toyota, Volkswagen y SGL para formar SGL automotive. La irrupción de los coches

¹ Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación. Universidad de Málaga (ESPAÑA).
alvaromesas@gmail.com, gcastillo@uma.es (Corresponding author), fqsanchez@uma.es.

eléctricos en este sector ha dado un impulso aún mayor a esta necesidad de aligerar la estructura para mejorar la autonomía de este tipo de vehículos.

Sin embargo un sistema resistente liviano puede ver comprometidas otras de sus características y, entre ellas, una de las más importantes es su durabilidad. Con el objetivo de mejorar ésta es necesario tener un profundo conocimiento de los mecanismos que producen los fallos que puedan comprometerla. En concreto, en el caso de los materiales compuestos laminados, uno de los mecanismos de fallo más críticos es el conocido como delaminación (Fig.1) [2], que puede suponer una considerable pérdida de capacidad portante, puede ser de difícil detección visual y su evolución condiciona el posterior fallo catastrófico del material.

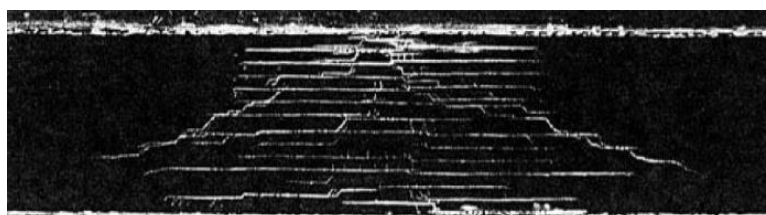


Figura 1. Fractografía transversal de un material compuesto impactado [2]. Las líneas horizontales representan el fallo interlaminar del composite y las oblicuas el fallo de las láminas.

El comportamiento interlaminar de un composite viene caracterizado por su tenacidad a fractura interlaminar en los tres modos que contempla la mecánica de la fractura elástica lineal (LEFM). Ahora bien, según Jensen & Sheinman [3] la contribución del modo III en los fenómenos de delaminación es imperceptible. Por tanto es común asumir que la delaminación de un composite laminado crece en una combinación de los modos I y II, dominada por el modo I.

En este trabajo se ha llevado a cabo un estudio numérico experimental de la delaminación en modo I de un laminado vidrio/epoxi $[0/90]_{85}$ fabricado mediante infusión de resina.

El ensayo más utilizado para obtener el valor de G_{IC} es el ensayo DCB (ASTM D 5528). En este trabajo se ha utilizado la correlación digital de imagen (DIC) para hacer el seguimiento del avance de la grieta. La razón de ello ha sido que, una vez puesta la técnica a punto utilizando rutinas de MATLAB, en un futuro se quiere utilizar la misma técnica a diferentes velocidades con objeto de analizar su influencia con vistas a condiciones de impacto de baja energía.

Existen diferentes técnicas numéricas que permiten llevar a cabo la simulación del crecimiento de grieta entre dos láminas de material compuesto.

Entre las técnicas numéricas de simulación que más ampliamente se han implementado en los códigos de cálculo comerciales destacan el método VCCT (Virtual Crack Closure Technique) y el CZM (Cohesive Zone Model) [4]. En ambos métodos, se parte de la energía de fractura.

2. MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO INTERLAMINAR DE MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS

2.1. Introducción

El proceso de delaminación está caracterizado por la tasa de liberación de energía (G). Dicho valor es una medida de la energía que se libera por unidad de anchura del espécimen al crecer la longitud delaminada un valor diferencial:

$$G = \frac{1}{B} \frac{dU}{da}, \quad (1)$$

donde U es la energía unitaria de deformación, B es el ancho del espécimen y a es la longitud de grieta.

El inicio de la delaminación ocurre cuando el valor de G alcanza su valor crítico según alguno de los tres modos de fractura tal y como se muestran en la Fig. 2, o una combinación de ellos.

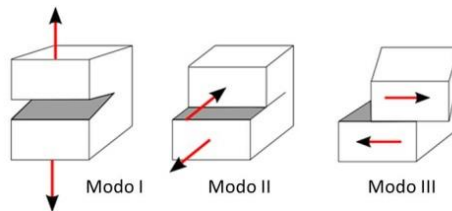


Figura 2. Modos de fractura.

Los criterios para predecir la propagación de la delaminación en modo mixto están normalmente definidos en términos de la tasa de liberación de energía (G) de cada uno de los diferentes modos de fractura. Existen métodos de ensayo normalizados para el Modo I (Double Cantilever Beam (DCB)), para el Modo II (End-Notched Flexure (ENF) o el End-Loaded Split (ELS)) y para el Modo III (Edge Crack Torsion (ECT)). Sin embargo para el caso de ensayos de modo mixto, únicamente está establecido el método Mixed Mode Bending (MMB) para ensayos de modo mixto I-II, no existiendo ensayos de modo mixto que incluyan el Modo III [5]. Es por ello por lo que la mayoría de los criterios propuestos para determinar el crecimiento de la delaminación están establecidos para modos mixtos I y II. Algunos autores [5] definen el concepto de tasa de liberación de energía de cizalladura como la suma de las de los modos II y III.

El criterio más extendido para predecir el inicio de la delaminación es el denominado Power Law Criterion:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^\beta = 1, \quad (2)$$

donde G_I , G_{II} , G_{IC} y G_{IIC} ; son, respectivamente, las tasas de liberación de energía para los modos I y II así como sus valores críticos y α y β son constantes obtenidas para cada material mediante ensayos MMB. En este trabajo únicamente analizaremos la delaminación en modo I por lo que $\alpha = 1$ y $\beta = 0$.

La modelización de la delaminación de materiales compuestos laminados es un problema complejo que se puede abordar mediante diferentes estrategias [6]: (i) los modelos basados en la mecánica de la fractura, entre los que destaca el VCCT ([7], [8], [9]) que son precisos y eficaces para simular la propagación de las delaminaciones pero que no son capaces de predecir el inicio de la delaminación y (ii) los modelos basados en la mecánica del daño continuo, también llamados modelos de zona cohesiva, CZM ([5], [10], [11]) más complejos en su empleo debido a que la discretización geométrica del modelo afecta en los resultados, pero que son capaces de predecir el inicio y la propagación de la delaminación.

2.2. Virtual Crack Closure Technique (VCCT)

El método VCCT es un método simple pero general de obtener la tasa de liberación de energía (G) Ec. (1). Si se considera el caso de un modelo de elementos finitos en tensión plana Fig. 3, se puede observar que para que la grieta avance una longitud a (igual al tamaño del elemento) será necesario vencer la fuerza F . Así cuando la fuerza necesaria para mantener los dos nodos de la superficie de fractura es alcanzada, se liberan dichos nodos y la grieta avanzará la cantidad Δa .

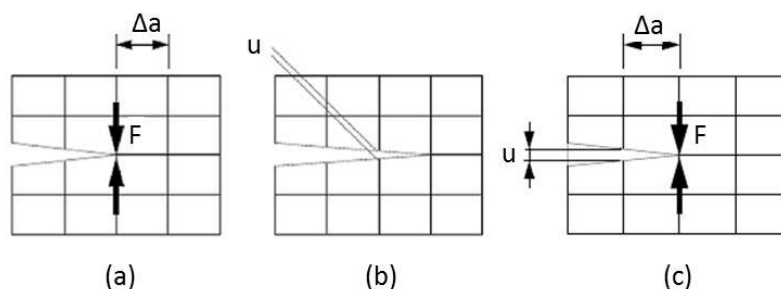


Figura 3. VCCT en tensión plana [12].

Así la tasa de liberación de energía queda definida:

$$G = \frac{Fu}{2\Delta a} \quad (3)$$

Donde F es la fuerza que mantiene la grieta cerrada Fig.3 (a) y u es el desplazamiento, Fig.3 (b), que se obtiene cuando se produce el avance de grieta Δa y representa el desplazamiento relativo entre ambos nodos una vez se ha producido dicho avance (Fig.3 (c)).

En el caso de modos mixtos, los desplazamientos y reacciones son transformados en un sistema de coordenadas local para, de esta manera, descomponer la contribución de cada carga a los diferentes modos de fractura, obteniéndose así:

$$G_I = \frac{F_y u_y}{2a}; G_{II} = \frac{F_x u_x}{2a}; G_{III} = \frac{F_z u_z}{2a} \quad (4)$$

Siendo, por tanto, la tasa de liberación de energía total:

$$G_{tot} = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (5)$$

2.3. Modelos de zona cohesiva (CZM)

En este caso, la zona en la que se produce el avance de grieta, o delaminación, es modelizada mediante el uso de elementos cohesivos que incorporan las superficies que se separarán durante el proceso de delaminación. La Fig. 4 esquematiza un elemento 3D cohesivo de 8 nodos, que se reduce a un modelo 2D anulando las coordenadas v_1 (tipo Shell) o v_3 (tipo Solid 2D) de la Fig. 4.

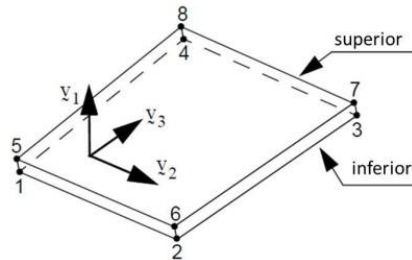


Figura 4. Elemento cohesivo 3D [12]

El elemento cohesivo únicamente tiene en cuenta los desplazamientos relativos, expresados en la componente normal y dos componentes transversales, entre los planos superior e inferior, expresadas en un sistema de coordenadas local:

$$v_n = v_1^{superior} - v_1^{inferior}$$

$$v_s = v_2^{superior} - v_2^{inferior} \quad (6)$$

$$v_t = v_3^{superior} - v_3^{inferior}$$

El desplazamiento de apertura efectivo vendrá dado por la Ec.7:

$$v = \sqrt{v_n^2 + v_s^2 + v_t^2} \quad (7)$$

Existen diferentes leyes constitutivas de materiales cohesivos, todas ellas definidas en términos de tensiones normales y tangenciales al plano de referencia. La Fig. 5 muestra los tres más habituales.

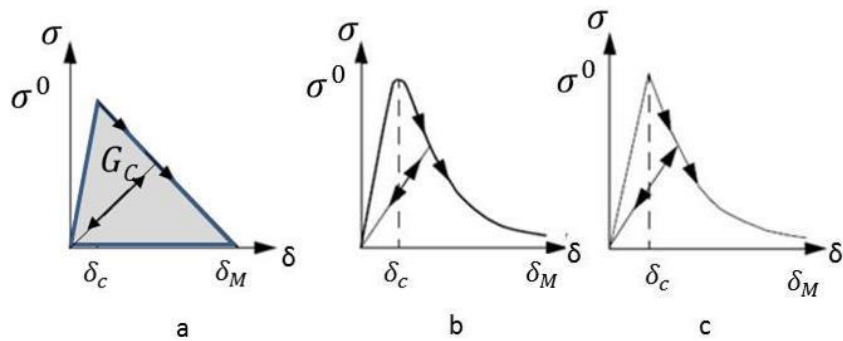


Figura 5. Leyes constitutivas de materiales cohesivos (a) bilineal, (b) exponencial, (c) lineal-exponencial

Teniendo en cuenta el comportamiento del material cohesivo, se puede calcular la distribución de tensiones σ en el elemento en función de su desplazamiento de apertura efectivo. Así para una ley bilineal:

$$\sigma = \frac{2G_C}{\delta_M} \frac{\delta}{\delta_C} \text{ si } 0 \leq \delta \leq \delta_C$$

$$\sigma = \frac{2G_C}{\delta_M} \left(\frac{\delta_M - \delta}{\delta_M - \delta_C} \right) \text{ si } \delta_C \leq \delta \leq \delta_M \quad (8)$$

$$\sigma = 0 \text{ si } \delta > \delta_M$$

Donde δ_C es el desplazamiento de apertura crítico, δ es el desplazamiento de apertura efectivo en un instante determinado, δ_M es el desplazamiento de apertura máximo y G_C es la tasa de liberación de energía (energía cohesiva). Para una σ^0 y una G_C (área ley de comportamiento cohesivo) determinadas, el valor de δ_M queda perfectamente establecido. Sin embargo el valor de δ_C puede ser seleccionado variando con ello la rigidez del elemento cohesivo (Fig. 6).

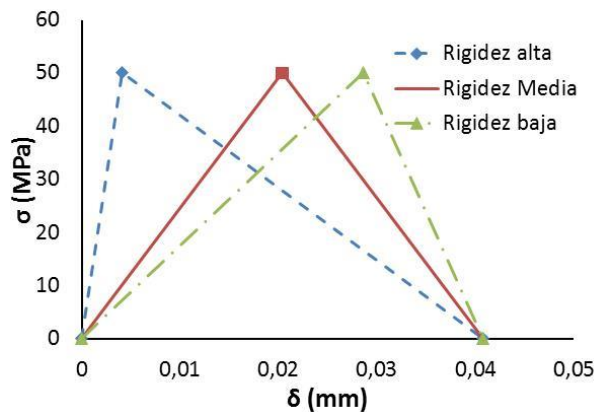


Figura 6. Rigidez del material cohesivo.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES.

3.1. Materiales y proceso de fabricación

El material empleado ha sido un tejido biaxial 0/90 en el que las láminas no están entretejidas y únicamente un pequeño porcentaje de fibra se utiliza en sentido perpendicular para mantener unido el conjunto (non woven) de fibra de vidrio de 440 gr/m² y resina epoxi. Se ha fabricado mediante infusión de resina un laminado [0/90]_{8s} obteniéndose un espesor total nominal de 5,5 mm. A partir de las placas fabricadas se ha caracterizado el material. Las propiedades elásticas de la lámina elemental se pueden ver en la *Tabla 1*.

Tabla 1. Propiedades elásticas de la lámina elemental

Propiedad	Valor
E_x (MPa)	$31 \pm 2,2$
E_y (MPa)	$6,7 \pm 0,76$
G_{xy} (MPa)	$3,3 \pm 0,37$
ν_x	$0,13 \pm 0,01$

3.2. Ensayos DCB

La norma ASTM D5528 [13] es la más empleada para caracterizar el comportamiento interlaminar en modo I. La delaminación inicial de la probeta se ha creado colocando una lámina de Teflón (© DUPONT) de 12,5 μm en el plano de simetría del laminado antes de realizar la infusión de resina. La delaminación es forzada a propagarse en modo I puro al separar las dos partes delaminadas entre sí mediante fuerzas perpendiculares al plano de delaminación, Fig. 7. Los dos brazos de la probeta se comportan como sendas vigas en voladizo (Double Cantilever Beam (DCB)) cuya longitud aumenta mientras la delaminación se propaga.

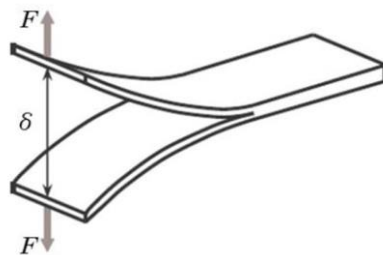


Figura 7. Descripción esquemática de un ensayo DCB [14].

Las dimensiones de las probetas son: longitud total 220 mm, 65 mm de longitud de la pre-grieta y 25 mm de anchura, Fig.8.

El espesor, e , y la longitud inicial de la pre-grieta, a_0 , han sido elegidos de forma que se cumplan las condiciones descritas por la norma ASTM D5528 [13] a partir del módulo de elasticidad longitudinal del laminado y la G_{IC} estimada Ec. 9.

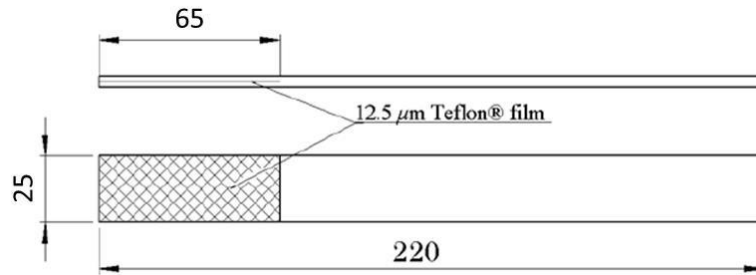


Figura 8. Geometría y dimensiones (en mm) de las probetas DCB.

$$a_0 \leq 0,042 \sqrt{\frac{e^3 E_1}{G_{IC}}} \quad (9)$$

$$e \leq 8,28 \left(\frac{G_{IC} a_0^2}{E_1} \right)^{1/3}$$

Las probetas han sido ensayadas en una máquina de ensayos Servosis con una célula de carga de 5 kN y una velocidad de 5 mm/min. La aplicación de la carga se realiza mediante bloques de aluminio haciendo que la longitud inicial de la pre-grieta (a_0) sea de 50 mm.

La medición del crecimiento de grieta se hace a partir de las imágenes capturadas con el programa VIC Snap [15], Fig 9. Para ello se ha empleado una cámara Stingray F-504 de 5 Mpixel de Allied Vision Technologies con un objetivo Pentax C7528-M (75 mm). Se han adquirido imágenes a una frecuencia de 1 Hz sincronizado con la adquisición de fuerza y desplazamiento de la máquina de ensayos.

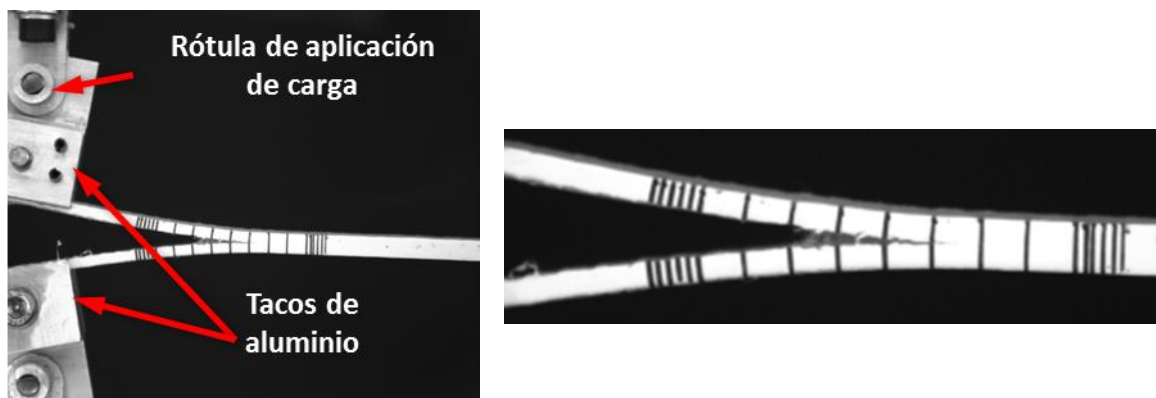


Figura 9. Imágenes del crecimiento de grieta.

La determinación del crecimiento de grieta se ha realizado mediante Correlación Digital de Imágenes (DIC) en 2D. Dicho método se basa en la identificación de una zona de la imagen (subset) y su

posterior comparación con otras imágenes posteriores. Para evaluar el desplazamiento del subset, se compara este entre imágenes sucesivas. La localización del subset en la nueva imagen se realiza mediante el uso de algoritmos de correlación. A cada píxel del subset se le asigna un número en función de su nivel de gris (100 blanco, 0 negro), Fig.10.

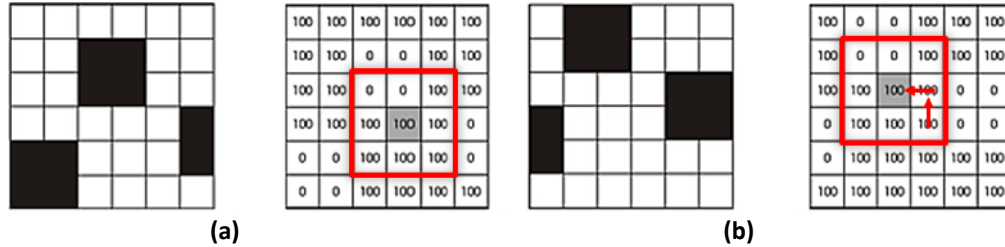


Figura 10. Imágenes y valores de grises (a) referencia (b) deformada [16].

Uno de los algoritmos de correlación más utilizados es el de la suma de las diferencias, entre los valores de cada píxel, al cuadrado, cuya expresión es:

$$C(x, y, u, v) = \sum_{i,j=-\frac{n-1}{2}}^{\frac{n-1}{2}} (I(x + i, y + j) - \Gamma(x + u + i, y + v + j))^2 \quad (9)$$

Siendo:

- $C(x, y, u, v)$ el valor de la función de correlación para un píxel determinado situado en la posición (x, y) dentro de la imagen de referencia, y que ha sufrido un desplazamiento horizontal (u) y un desplazamiento vertical (v).
- n el tamaño del subset.
- $I(x + i, y + j)$ el valor asociado al píxel situado en la posición $(x + i, y + j)$ (imagen de referencia).
- $\Gamma(x + u + i, y + v + j)$ el valor asociado al píxel situado $(x + u + i, y + v + j)$ (imagen deformada).

Se ha implementado una rutina de Matlab [17] para el tratamiento de las imágenes. Para ello se selecciona de la imagen donde comienza a apreciarse la grieta, un Subset A (Fig. 11) en el que se localiza el frente de grieta. A partir de este, la rutina selecciona un Subset B (Fig. 11) centrado en el anterior y de tamaño mayor. La función de correlación de imagen `xcorr2(A,B)` de Matlab [17], se encarga en realizar la correlación de imágenes entre ambos Subset y de esta forma se consigue determinar el avance de la grieta.

El método de ensayo puesto a punto permitirá hacer los ensayos de crecimiento de grieta a elevadas velocidades, utilizando para ello una cámara de alta velocidad.

Para la obtención de G_{IC} se ha empleado el MBT (Modified Beam Theory) desarrollado por Hashemi et al [18] y recomendado en la norma ASTM D5528 [13] que tiene en cuenta la rotación y el desplazamiento de la punta de la viga y el acortamiento de esta debido a las grandes deformaciones. La tasa de liberación de energía en modo I (G_I) de una probeta DCB ideal, es decir, considerando

ambos brazos de la probeta como vigas perfectamente empotradas, desarrollada a partir de la teoría de vigas, Ec. 10.

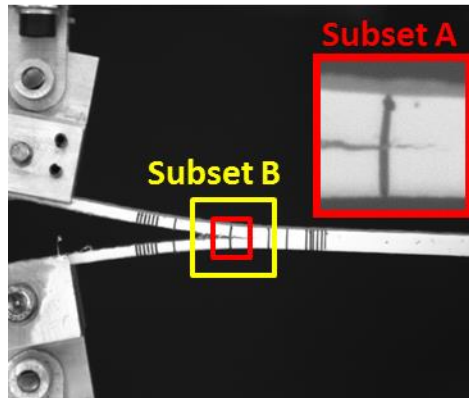


Figura 11. Selección de los Subset para DIC.

$$G_I = \frac{3F\delta}{2ba} \quad (10)$$

siendo F la fuerza aplicada, δ la apertura de la probeta, a la longitud de grieta y b la anchura de la probeta.

En la práctica, esta expresión sobreestima los valores de G_I dado que las vigas no presentan un empotramiento perfecto en el frente de grieta, sino que permite cierta rotación. Una forma de corregir esta rotación es considerar una delaminación ligeramente superior ($a + \Delta$) donde Δ se determina experimentalmente de la relación entre la flexibilidad ($C^{1/3}$) en función de la longitud de grieta (a) (Fig. 12). Siendo la flexibilidad de la probeta (C) el ratio entre la apertura y la carga aplicada sobre la probeta δ/F .

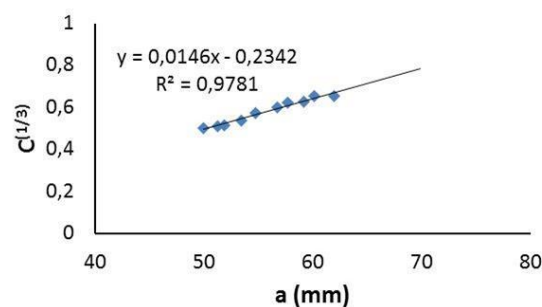


Figura 12. Obtención del valor de Δ [13].

La tasa de liberación de energía G_{IC} se ha obtenido mediante la Ec. 11:

$$G_I = \frac{3F_C\delta}{2b(a + \Delta)} \quad (11)$$

Donde F_C es la carga crítica. De acuerdo con la ASTM D5528 [13], F_C se calcula a partir de la curva fuerza-desplazamiento (Fig. 13) como el valor de fuerza en el que se produce el inicio del crecimiento de grieta.

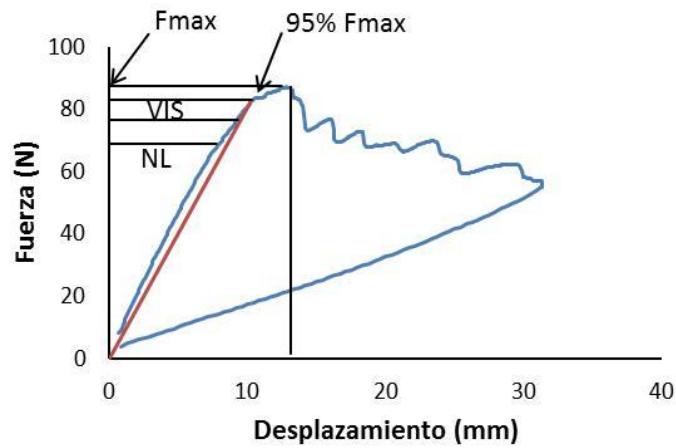


Figura 13. Determinación de la fuerza de inicio de crecimiento de grieta.

Este punto puede ser determinado como el inicio de la no linealidad (NL), el punto en el que se observa visualmente el inicio de la delaminación (VIS) o el valor en el que la carga es un 5% inferior a su valor máximo. En este caso se ha calculado la G_{IC} para este último valor. En la Tabla 2 se pueden ver los resultados obtenidos

Tabla 2. Resultados obtenidos modo I

Variable	Valor
F_{max} (N)	82,6
δ_{max} (mm)	10,3
G_{IC} (N/mm)	1,02

4. SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

4.1. Modelo de elementos finitos

La simulación del ensayo DCB se ha llevado a cabo mediante el solver implícito no lineal (SOL400) de Nastran [19]. Se ha modelizado el ensayo mediante elementos en tensión plana de 4 nodos (CQUAD4) con formulación estándar (Fig. 14).

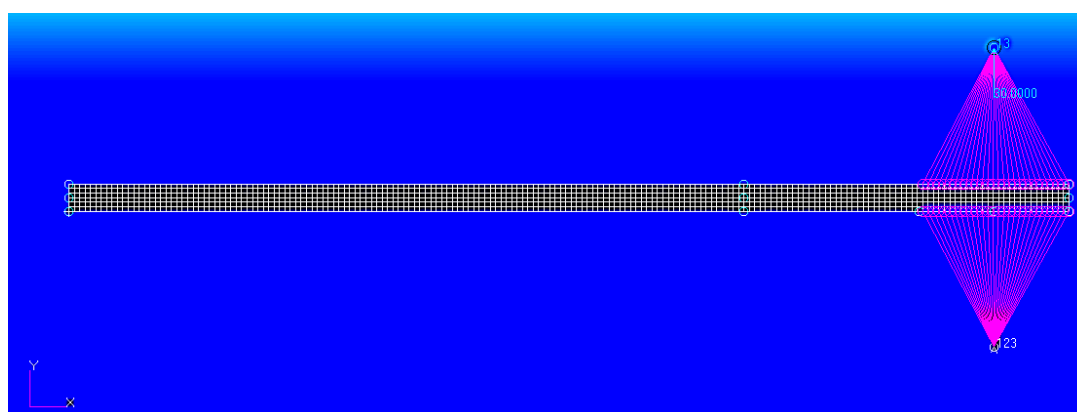


Figura 14. Modelo de elementos finitos 2D.

Se ha empleado un material con características ortótropas 2D obtenido empleando la teoría de placas laminadas, equivalente al laminado estudiado. En la Tabla 3 se pueden ver las características del material ortótropo utilizado. La G_{IC} empleada ha sido de $1,02 \text{ N/mm}$.

Tabla 3. Propiedades ortótropas 2D

Propiedad	Valor
$E_x \text{ (MPa)}$	19000
$E_y \text{ (MPa)}$	6700
ν_x	0,13
$G_{xy} \text{ (MPa)}$	3300

Para simular los tacos de carga de aluminio, se han empleado elementos rígidos, RBE2, Fig. 14, que unen el punto de aplicación de la carga con la zona donde se sujetan los bloques de carga. El empleo de estos elementos supone que la zona de sujeción es perfectamente rígida.

Como condiciones de contorno, se ha impuesto desplazamientos nulos al punto inferior de los elementos rígidos y se ha impuesto al punto superior un desplazamiento $y = 30 \text{ mm}$, impidiendo cualquier otro desplazamiento, Fig. 14.

Para la resolución del problema numérico se ha supuesto un cálculo en grandes desplazamientos, un incremento adaptativo con un time step mínimo de 0,01, máximo de 0,1, un time step factor de 1,2 y un máximo número de iteraciones de 50. El método iterativo empleado ha sido Newton-Raphson completo.

El tamaño de elemento (especialmente para el modelo CZM) se ha seleccionado a partir de un estudio de sensibilidad de la longitud de zona cohesiva (Fig. 15) [20]. Se han seleccionado tres tamaños de malla, uno considerado muy fino con un tamaño de elemento $L_e = 0,1 \text{ mm}$, uno intermedio $L_e = 0,25 \text{ mm}$ y otro de $L_e = 0,5 \text{ mm}$. La longitud de zona cohesiva obtenida ha sido de $0,75 \text{ mm}$.

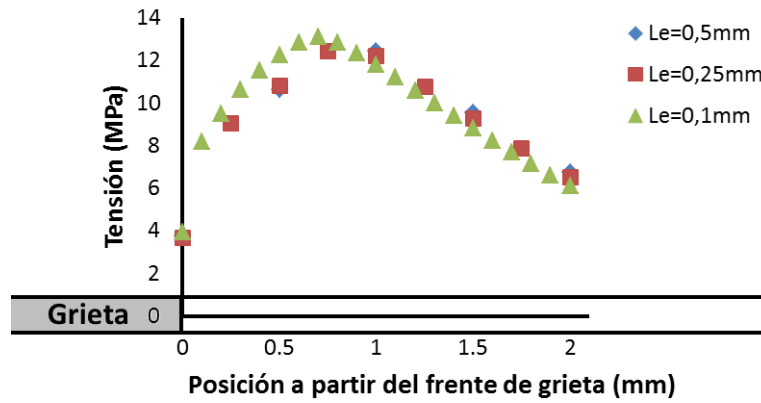


Figura 15. Determinación de la longitud de zona cohesiva a partir del frente de grieta.

4.2. Virtual Crack Closure Technique (VCCT)

En este caso es necesario definir la zona de delaminación. Para ello se definen los dos cuerpos en contacto (Fig. 16) con un tipo de unión GLUED y el frente de grieta.

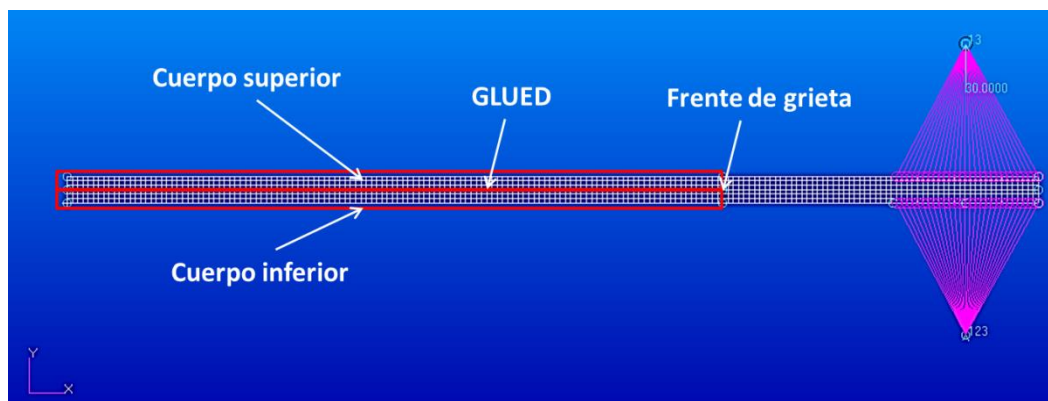


Figura 16. Definición de los cuerpos en contacto y la frente de grieta.

En el modelo VCCT una vez definida la G_{IC} el único parámetro que puede ser elegido es el tamaño de elemento. Tal y como hemos visto la longitud de zona cohesiva obtenida es de $0,75 \text{ mm}$. Por ello se ha estudiado la influencia del tamaño de elemento. Para ello, se han analizado tres tamaños de elemento: $L_e = 0,25, 0,5$ y 1 mm . Los resultados para las diferentes simulaciones se pueden ver en la Fig. 17.

Tal y como se puede apreciar, Fig. 17, las tres mallas utilizados predicen correctamente el inicio de la delaminación. La utilización de un tamaño de elemento superior a la longitud cohesiva muestra un crecimiento de grieta inestable y un valor de fuerza máxima superior. Con longitudes de elemento inferiores a la longitud cohesiva los resultados son muy similares entre ellos.

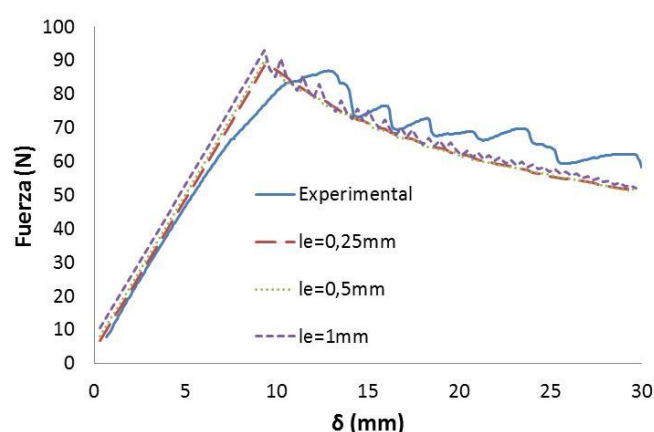


Figura 17. Influencia del tamaño de elemento.

4.3. Modelo de zona cohesiva (CZM)

La modelización de la zona cohesiva ha sido realizada mediante elementos cohesivos bilineales de $0,1 \text{ mm}$ de espesor. Se ha seleccionado un tamaño de elemento de la zona cohesiva de $0,25 \text{ mm}$ de forma que tengamos tres elementos en la longitud de zona cohesiva.

En la modelización CZM, existen diferentes parámetros que pueden ser seleccionados:

- Tensión máxima. Teniendo en cuenta que el área de la curva $\sigma - \delta$ representa la G_{IC} , la selección de la tensión máxima implica un valor de desplazamiento máximo δ_M .
- Rigidez de las superficies cohesivas. Para un valor de tensión máxima, es posible modificar la rigidez del elemento cohesivo mediante la selección del desplazamiento crítico δ_C .

4.3.1. Influencia de la tensión máxima del elemento cohesivo

Mediante ensayos ILSS (Interlaminar Shear Strength) se ha obtenido una tensión de cizalladura interlaminar de $13,6 \text{ MPa}$. A partir de este valor y de la G_{IC} se ha obtenido un valor de desplazamiento máximo de $\delta_M = 0,25 \text{ mm}$.

Para analizar la influencia de la resistencia de la superficie cohesiva se han analizado tres valores de tensión máxima para una misma rigidez de la superficie cohesiva, Tabla 4.

Tabla 4. Tensión máxima de la superficie cohesiva ($k = 190 \text{ N/mm}^3$)

	$\delta_M = 0,15 \text{ mm}$	$\delta_M = 0,2 \text{ mm}$	$\delta_M = 0,25 \text{ mm}$
$\sigma \text{ (MPa)}$	13,6	10	8

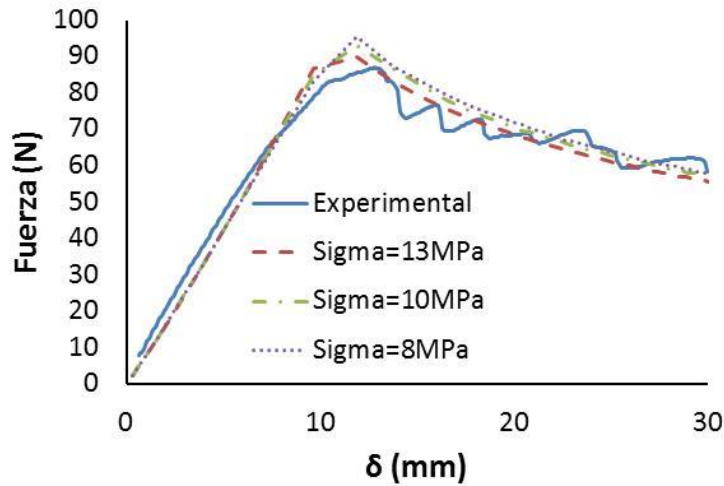


Figura. 18. Influencia de la resistencia del elemento cohesivo

En la Fig. 18 se pueden ver los resultados obtenidos. Tal y como se puede apreciar la rigidez inicial se mantiene constante, sin embargo el valor máximo de la fuerza se reduce ligeramente al aumentar la tensión máxima de la superficie cohesiva, lo que para una G_{IC} dada implica un aumento del desplazamiento máximo δ_M . Los resultados corroboran las conclusiones de Alfano y Crisfield [21], así la reducción de la tensión máxima tiene el efecto de alargar la zona cohesiva y de esta forma no es necesario utilizar mallados muy pequeños.

4.3.2. Influencia de la rigidez de las superficies cohesivas

Con objeto de no modificar sustancialmente la rigidez a lo largo del espesor de la probeta, es necesaria una rigidez mínima del elemento cohesivo en dicha dirección. Así Turón [20] definiendo la zona cohesiva como “superficie cohesiva” es decir para un espesor de elemento cohesivo nulo, proponen una $k = 10^6 N/mm^3$. Sin embargo Alfano y Crisfield [21] han mostrado que la variación de este parámetro no afecta en gran medida a los resultados finales y sin embargo, su disminución mejora notablemente la convergencia numérica. En la Tabla 4 se pueden ver los valores de rigidez cohesiva utilizados.

Tabla 4. Rigidez superficie cohesiva ($\sigma = 13,6MPa$)

	$\delta_{C=} = 0,01mm$	$\delta_{C=} = 0,07mm$	$\delta_{C=} = 0,12mm$
$k (N/mm^3)$	1360	194	113

En la Fig. 19 se pueden ver los resultados obtenidos. Tal y como se puede apreciar, efectivamente la reducción de la rigidez de la superficie cohesiva introduce una flexibilidad adicional, sin embargo su influencia resulta despreciable dada la flexibilidad global del modelo. Por otro lado, el valor máximo de la fuerza se reduce ligeramente al disminuir la rigidez. Los resultados corroboran las conclusiones de Alfano y Crisfield [21].

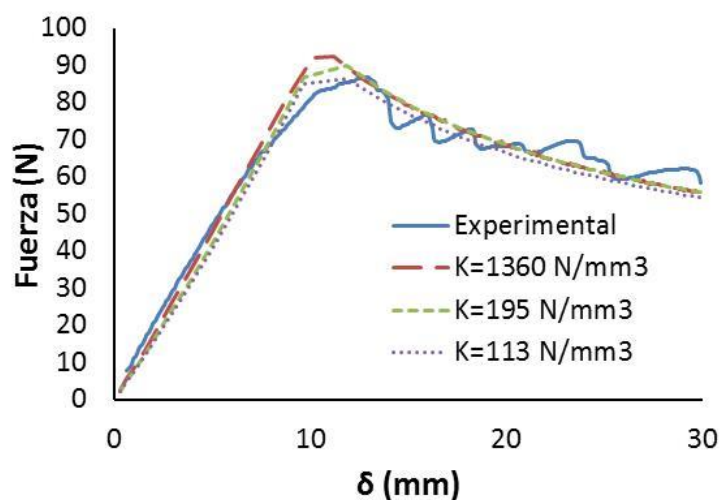


Figura 19. Influencia de la rigidez de la superficie cohesiva.

5. CONCLUSIONES

Se corrobora que tanto el método VCCT como el CZM permiten predecir el inicio de la delaminación así como su avance. En ambos casos el tamaño de elemento de la zona delaminada debe ser inferior a la longitud de zona cohesiva.

El VCCT resulta más simple de utilizar ya que una vez determinada la G_{IC} su utilización únicamente depende de la elección de tamaño de elemento. En contrapartida presenta el problema de que es necesario presuponer la zona de inicio de la delaminación. Los modelos de zona cohesiva (CZM) basados en la mecánica del daño continuo presentan la ventaja de predecir el inicio de la delaminación. Su utilización sin embargo resulta más compleja ya que es necesario seleccionar los parámetros del material cohesivo (resistencia y rigidez de la superficie cohesiva).

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación de este trabajo a la Junta de Andalucía mediante el Proyecto de Excelencia P09-TEP-5054.

REFERENCIAS

- [1] Friedrich, K., Almajid, A.A., (2013). Manufacturing aspects of advanced polymer composites for automotive applications. *Applied Composite Materials*, 20(2), pp.107–128.
- [2] Chester, R.J., Clark, G., (1992). Modelling of impact damage features in graphite/epoxy laminates. *Damage detection in composite materials, ASTM Special Technical Publication, 1128*, pp.200–212.
- [3] Jensen, H.M., Sheinman, I., (2001). Straight-sided, buckling-driven delamination of thin films at high stress levels. *International Journal of Fracture*, 110(1995), pp.371–385.
- [4] Mollon V., Bonhomme J., Elmarakbi, Argüelles A., Viña J., (2012). Finite element modelling of mode I delamination specimens by means of implicit and explicit solvers. *Polymer Testing* 31 (2012) 404-410; doi:10.1016/j.polymertesting.2011.12.008.

- [5] Camanho P.P, Dávila C.G, De Moura M.F., (2003). Numerical Simulation of Mixed-mode Progressive Delamination in Composite Materials. *Journal of Composite Materials*, Vol 37, No.16 (2003)
- [6] Tay, T.E., (2003). Characterization and analysis of delamination fracture in composites: an overview of developments from 1990 to 2001. *Applied Mechanics Reviews*, 56,p.1.
- [7] Krueger R., (2002). The Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications. *Contract*, 57(2),p.109.
- [8] Shivakumar, K.N. & Raju, I.S., (1992) An equivalent domain integral method for three-dimensional mixed-mode fracture problems. *Engineering fracture mechanics*, 72(11), pp.1251-1256.
- [9] Claydon, P.W., (1992). Maximum energy release rate distribution from a generalized 3D virtual crack extension method. *Engineering fracture mechanics*, 42(6), pp.961-969.
- [10] Pinho, S.T., (2005). Modelling failure of laminated composites using physically-based failure models (PhD. Thesis). Imperial College London.
- [11] Aymerich, F., Dore, F. & Priolo, P., (2009). Simulation of multiple delamination in impacted cross-ply laminates using a finite element model based on cohesive interface elements. *Composites Science and Technology*, 69 (11), pp. 1699-1709.
- [12] Manual de MARC (2014), Vol.A. Theory and User Information. MSC Software Company.
- [13] ASTM 5528-01. Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites. *ASTM International*.
- [14] Blanco, N., (2005). Variable mixed-mode delamination in composite laminates under fatigue conditions: testing & analysis (PhD thesis). Universitat de Girona.
- [15] Vic Snap 2010. Correlated Solutions.
- [16] University of South Carolina, Digital Image Correlation: Principles and Software, Correlated Solutions, Inc
- [17] Matlab. Mathworks, Inc
- [18] Hashemi, S., Kinloch, A.J. & Williams, J.G., (1990). The analysis of interlaminar fracture in uniaxial fibre-polymer composites. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 427 (1872), pp.173-199.
- [19] NASTRAN 2012. MSC Software Company.
- [20] Turon A., Dávila C.G., Camanho P.P, Costa J. (2007). An engineering solution for mesh size effects in the delamination using cohesive zone models. *Engineering Fracture Mechanics* 74 pp. 1665-1682.
- [21] Alfano, G, Crisfield M.A., (2001). Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues. *Journal of Numerical Methods in Engineering* 77(2) pp111-170.

Numerical modeling for the rebar bond behaviour in normal and high strength concrete

Varona, F.Borja¹; Navarro, Miguel²; Baeza, F.Javier³; Ivorra, Salvador⁴

ABSTRACT

This paper presents a finite element model for the analysis of the bond behavior between steel rebars and concrete. This behavior is defined by the bond vs. slip curve in European standards (e.g. the CEB-90) for normal strength concrete (NSC). Pull-out tests have been performed on both NSC and high strength concrete (HSC) specimens and the resulting curves are compared to numerical models implemented in a FEM software. In these models the contact behavior has been defined according to the Model Code CEB-2010 and a position controlled loading has been performed in order to trace the load-slip curve for comparison with experiments. The FEM model has been calibrated with basic mechanical parameters from both types of concrete (compressive and tensile stress, elastic moduli). The numerical modelling has proven suitable for the NSC bond behaviour. However, the CEB standard should be improved to account for the HSC bond behaviour.

Keywords: bond strength; concrete structures; high strength concrete; concrete damaged plasticity; finite element analysis.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La calidad del comportamiento adherente entre las barras de acero corrugado soldable y el hormigón es de suma importancia en la respuesta de los elementos de hormigón estructural, especialmente bajo sollicitaciones dinámicas por sismo. En situaciones de servicio habituales, la transferencia de fuerza por adherencia entre acero y hormigón influye en la anchura y abertura de las fisuras. En situaciones de agotamiento, la adherencia es la responsable de la resistencia del anclaje de los redondos y de los nudos con solapamiento de refuerzos y también tiene influencia en la capacidad de rotación de las rótulas plásticas y en la disipación de energía frente a las acciones sísmicas. El Código Modelo [1] recoge la formulación para la ley local de la tensión de adherencia (*bond stress*) frente al deslizamiento relativo (*slip*) entre la barra y el hormigón. El objetivo de este trabajo es comprobar la validez de la aplicación de esta ley local en hormigones de alta resistencia. Para ello se ha realizado una campaña experimental sobre un hormigón de resistencia convencional (*normal strength concrete*, NSC) y un hormigón de alta resistencia (*high strength concrete*, HSC). Se han realizado ensayos de adherencia mediante el procedimiento de pull-out [2, 3], determinando las curvas de carga frente al deslizamiento. En paralelo, se ha creado un modelo de elementos finitos que trata de simular el ensayo de pull-out y que ha sido calibrado con las propiedades básicas de los hormigones ensayados. En este modelo numérico se ha

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). borja.varona@ua.es

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). miguel.navarro@ua.es

³ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). fj.baeza@ua.es

⁴ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Alicante (ESPAÑA). sivorra@ua.es (Corresponding author)

implementado un contacto basado en la ley de adherencia propuesta en [1]. Finalmente, se han contrastado las curvas experimentales y las curvas resultantes de la modelización numérica para comprobar la validez de la ley analítica del Código Modelo y plantear ajustes para su aplicación a HSC.

2. DESCRIPCIÓN DE LA CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Los modelos numéricos empleados en el presente trabajo se han calibrado gracias a los resultados de una campaña experimental. En la Tabla 1 se recogen las dosificaciones de los dos hormigones preparados, siendo NSC un hormigón convencional y HSC un hormigón de alta resistencia. Las fibras de polipropileno no se han añadido con función estructural sino para evitar problemas de *spalling* explosivo al someter estos hormigones a altas temperaturas (hasta 825°C) en otra campaña experimental [4].

Tabla 1. Dosificación de los hormigones fabricados

Material	Tipo de hormigón	
	NSC	HSC
Cemento CEM II/B-M (S-L) 42.5 R	288 kg/m ³	-
Cemento CEM I 52.5 R	-	440 kg/m ³
Humo de sílice	-	44 kg/m ³
Agua	168 l/m ³	176 l/m ³
Árido fino 0-4	755 kg/m ³	846 kg/m ³
Árido grueso 5-11	1048 kg/m ³	846 kg/m ³
Plastificante	-	4,88 kg/m ³
Superplastificante	3,11 kg/m ³	9,76 kg/m ³
Fibras de polipropileno	1,45 kg/m ³	2,60 kg/m ³

En la Tabla 2 se recogen los resultados de las propiedades que se han medido en ambos tipos de hormigón. Se indican valores medios y coeficientes de variación. El módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson fueron medidos en ensayos no destructivos mediante ultrasonidos, empleándose las ecuaciones Eq. (1) y Eq. (2):

$$E_d = \rho \cdot V_s^2 \cdot \frac{4 \cdot V_s^2 - 3 \cdot V_p^2}{V_s^2 - V_p^2} \quad (1)$$

$$\nu_d = \frac{V_p^2 - 2 \cdot V_s^2}{2 \cdot V_p^2 - 2 \cdot V_s^2} \quad (2)$$

donde E_d y ν_d son, respectivamente, el módulo de elasticidad longitudinal dinámico y el coeficiente de Poisson dinámico; ρ es la densidad del hormigón; V_p y V_s son, respectivamente, las velocidades de propagación de las ondas longitudinales y transversales.

La resistencia a compresión (correspondiente a probeta cilíndrica) y la resistencia a tracción se han medido conforme a los ensayos UNE-EN 12390-3 y 12390-6, respectivamente. Los ensayos de adherencia se realizaron mediante el ensayo de pull-out según RILEM/CEB/FIP [2] y teniendo en cuenta

las observaciones de Windisch (1985) [3]. La configuración de este ensayo de pull-out se ilustra en la Fig. 1. Estos ensayos fueron realizados mediante control por posición.

Tabla 2. Propiedades mecánicas medidas

Propiedad	NSC		HSC	
	Media	CV (%)	Media	CV (%)
Resistencia a compresión	26,16 MPa	3,4%	84,55 MPa	4,5%
Resistencia a tracción	2,15 MPa	15,8%	3,88 MPa	10,9%
Módulo de elasticidad	35,1 GPa	2,0%	38,6 GPa	3,2%
Coefficiente de Poisson	0,24	9,1%	0,34	3,3%

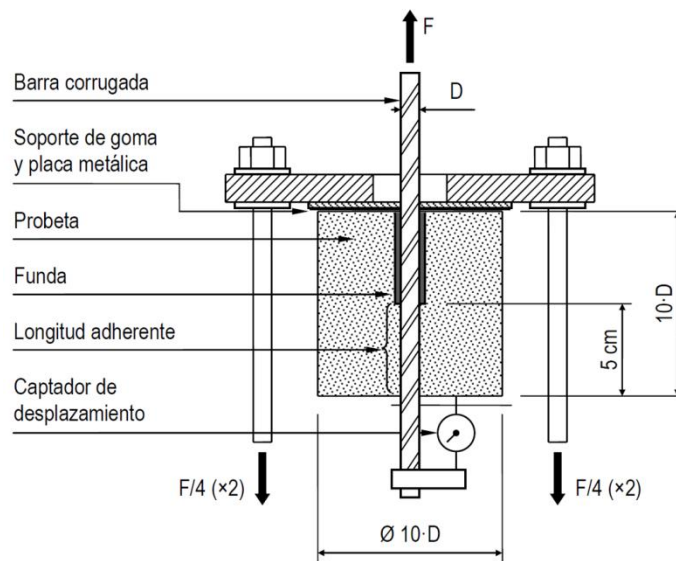


Figura 1. Configuración experimental del ensayo de adherencia mediante pull-out.

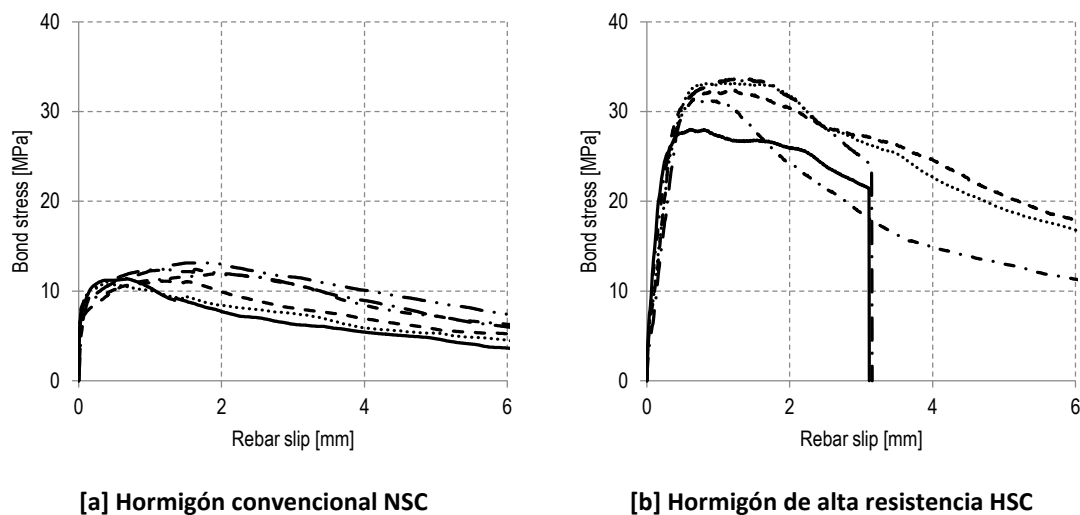


Figura 2. Curvas de tensión de adherencia (bond stress) frente al deslizamiento relativo entre la armadura y la probeta de hormigón (slip) obtenidas en los ensayos experimentales de pull-out.

Como puede verse en la Fig. 2, tras alcanzar la máxima tensión de adherencia entre hormigón y acero, se produce un daño en la interfaz y, a medida que se incrementa la carga, disminuye paulatinamente la

capacidad de transmisión de fuerza entre ambos. En el hormigón HSC se produjo una diferencia apreciable respecto del NSC, puesto que 2 de las 5 probetas ensayadas fallaron por *splitting*, partiéndose la probeta en dos.

3. BASES DE CÁLCULO DE LA ADHERENCIA

3.1. Planteamiento inicial

La adherencia es el principio básico del funcionamiento del hormigón armado como material estructural, siendo el mecanismo de transmisión de tensiones entre el acero y el hormigón en el que están embebidas las armaduras. Para analizar el comportamiento adherente entre las armaduras pasivas y el hormigón que las rodea, se diferencian dos niveles de estudio:

- Comportamiento local: Éste es un análisis a nivel sección, es decir, consiste en analizar la interacción entre el acero y el hormigón adyacente en una determinada sección de la armadura. Este nivel de estudio se caracteriza por curvas en las que se representan la tensión tangencial de adherencia frente al deslizamiento local y que reproducen el comportamiento constitutivo del fenómeno adherente.
- Comportamiento global: Consiste en sumar el comportamiento local a lo largo de una barra anclada o de un grupo de éstas; por lo tanto, es un estudio a nivel estructura. Se caracteriza por la fuerza total en el anclaje en una barra o grupo de ellas, así como por el deslizamiento en el extremo cargado de la misma.

El presente trabajo se centra en el estudio del fenómeno adherente a nivel local, puesto que el objeto de evaluación es el comportamiento constitutivo de adherencia.

3.2. Análisis del comportamiento adherente

Seguidamente se expone el comportamiento constitutivo de adherencia [5]. En la Fig. 3 se muestra una curva típica tensión tangencial de adherencia-deslizamiento local ($\tau-\delta$). El comportamiento observado puede explicarse a través de la evolución que se produce en la microfisuración alrededor de la barra:

- Inicialmente, hasta que se alcanza el punto A en la curva ($\tau-\delta$) de la Fig. 3, la tensión tangencial de adherencia se produce por adhesión química, alcanzándose niveles tensiones y de deslizamiento reducidos.
- Una vez que se sobrepasa el punto A, los deslizamientos comienzan a ser significativos, la adhesión superficial se pierde y se movilizan fuerzas de apoyo de las corrugas sobre el hormigón (interacción mecánica) y fuerzas de fricción, tanto en las corrugas como en el cuerpo cilíndrico de la barra.
- A medida que aumenta el deslizamiento, las fuerzas de fricción sobre el cuerpo cilíndrico de la armadura se reducen, de manera que el principal mecanismo de transferencia de fuerzas entre el acero y el hormigón pasa a ser el de interacción mecánica entre ambos materiales. Las tensiones tanto de compresión como tangenciales que se generan en las superficies de contacto generan tensiones de tracción en el hormigón que producen fisuras transversales. Esta

fisuración modifica la respuesta del hormigón frente a la carga y reduce su rigidez (punto B de la Fig. 3).

- Si no existe armadura de confinamiento, aparecen fisuras longitudinales que se desarrollan radialmente. Cuando estas fisuras alcanzan la superficie del hormigón la adherencia cae bruscamente hasta anularse (fallo por splitting o desgarramiento en el punto C de la Fig. 3). Si el hormigón está confinado, la carga puede continuar incrementándose. Cuando se alcanza la carga máxima (punto D en la Fig. 3), se generan fisuras de cortante en el hormigón comprendido entre las corrugas. Una vez superado este punto, la curva decrece por el desarrollo de estas fisuras hasta el punto E, en el que el único mecanismo que persiste es la resistencia de fricción. En este caso, el fallo se produce por pull-out o arrancamiento.

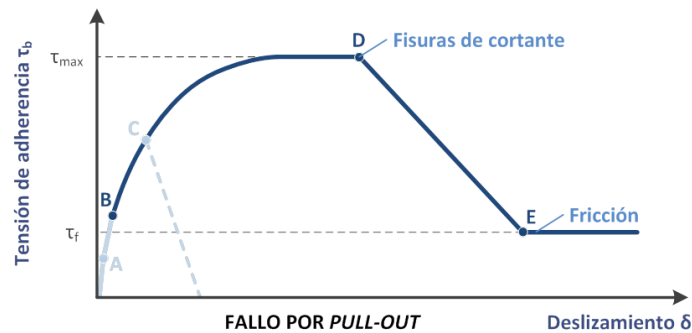


Figura 3. Relación típica de tensión de adherencia-deslizamiento (τ - δ) [5].

3.3. Modelos constitutivos de adherencia

A lo largo de las últimas décadas se han formulado distintos modelos constitutivos para reproducir el comportamiento adherente acero-hormigón, entre los que se incluyen los modelos formulados por Eligehausen, Popov y Bertero (1983), y por Harajli (1995). El modelo constitutivo de adherencia adoptado en la presente investigación es el modelo planteado por el Código Modelo CEB-FIP 2010 [1]. Este modelo representa una relación simplificada tensión de adherencia local-deslizamiento basada en resultados experimentales, mediante una curva de valores medios estadísticos de los resultados obtenidos (Fig. 4). Se distingue entre rotura por *pull-out* y rotura por *splitting*, diferenciándose en este último caso entre hormigón con estribos y hormigón no confinado.

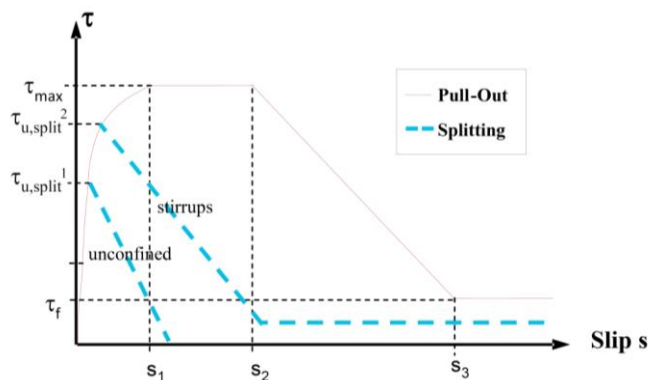


Figura 4. Relación tensión de adherencia-deslizamiento del Código Modelo CEB-FIP 2010 [1].

El modelo propuesto por el Código Modelo CEB-FIP 2010 está basado en una ley no lineal que relaciona la tensión de adherencia local τ con el deslizamiento relativo entre la barra de acero y el hormigón. Para

el modo de fallo por arrancamiento o pull-out, que es el estudiado en el presente trabajo, la curva está formada por cuatro tramos, definidos por las Eq. (3)-(6):

- Primer tramo: representa el estado en el que las corrugas están adheridas al hormigón y comienza a aparecer la microfisuración.

$$\tau = \tau_{max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad \text{para } 0 \leq s \leq s_1 \quad (3)$$

- Segundo tramo: es un tramo horizontal con un valor de la tensión correspondiente a la tensión máxima de adherencia.

$$\tau = \tau_{max} \quad \text{para } s_1 < s \leq s_2 \quad (4)$$

- Tercer tramo: se trata de un tramo descendente que representa la disminución de adherencia debido a la aparición de fisuras en el hormigón.

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \quad \text{para } s_2 < s \leq s_3 \quad (5)$$

- Cuarto tramo: indica la tensión de adherencia residual.

$$\tau = \tau_f \quad \text{para } s > s_3 \quad (6)$$

En la Tabla 3 se detallan los parámetros que tiene en cuenta este modelo (s_1 , s_2 , s_3 , α , τ_{max} y τ_f) según las condiciones de adherencia (buenas u otras).

Tabla 3. Parámetros que definen la relación entre tensión de adherencia local y deslizamiento según el Código Modelo CEB-FIP 2010 [1]

PARÁMETRO	BUENAS CONDICIONES DE ADHERENCIA	OTRAS CONDICIONES DE ADHERENCIA
τ_{max}	$2,5 \sqrt{f_{ck}}$	$1,25 \sqrt{f_{ck}}$
s_1	1,0 mm	1,8 mm
s_2	2,0 mm	3,6 mm
s_3	Distancia entre corrugas	Distancia entre corrugas
α	0,4	0,4
τ_f	$0,40 \tau_{max}$	$0,40 \tau_{max}$

4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El modelo numérico se ha desarrollado mediante el software ABAQUS [6], basado en el Método de los Elementos Finitos. Este programa puede simular adecuadamente tanto la no linealidad del hormigón como la relación de contacto entre el acero corrugado y el propio hormigón.

4.1. Modelos utilizados para los materiales

4.1.1. Modelo para el hormigón

El modelo escogido de ABAQUS para el hormigón se denomina *Concrete Damaged Plasticity*. En este modelo se asume que el hormigón presenta dos posibles modos de fallo que son la fisuración y el aplastamiento.

Comportamiento uniaxial

En la Fig. 5 se puede ver que en compresión el material se comporta como elástico lineal hasta que alcanza la tensión σ_{c0} . A partir de ese punto comienza un comportamiento plástico con endurecimiento isótropo hasta que la tensión alcanza el valor σ_{cu} (tensión última del material). A continuación el material sufre un reblandecimiento. El punto más destacable es la aparición de una variable de daño d_c cuyo valor mínimo es 0 (material intacto) y cuyo valor máximo es 1 (material totalmente dañado). Este valor marca la pendiente de la rama de descarga, así si E_0 es el módulo de rigidez del material elástico lineal, el módulo de la rama de descarga pasa a ser $(1-d_c)E_0$.

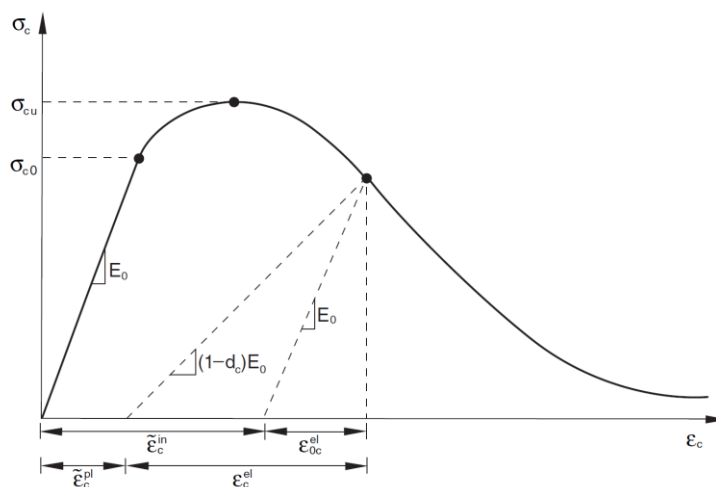


Figura 5. Comportamiento uniaxial a compresión. *Concrete damaged plasticity* [6].

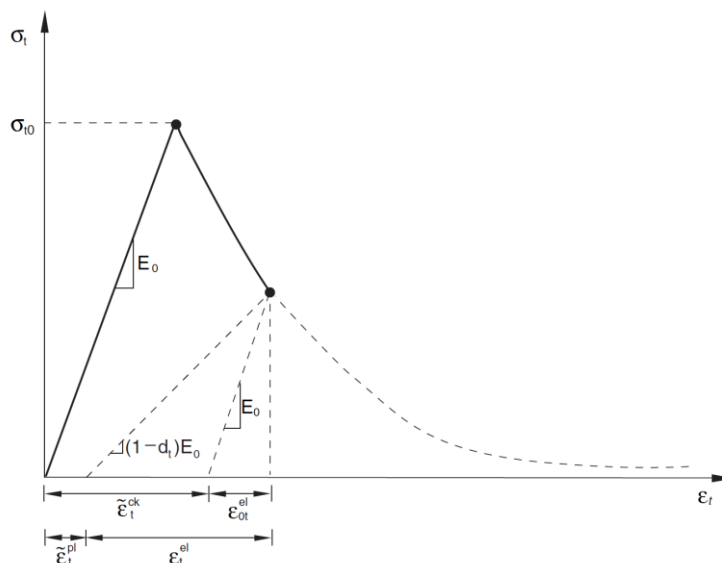


Figura 6. Comportamiento uniaxial a tracción. *Concrete damaged plasticity* [6].

El comportamiento a tracción se caracteriza por una rama inicial elástica lineal que se prolonga hasta alcanzar el valor de la tensión de fisuración σ_{t0} . A partir de este punto la tensión de tracción que

transmite el material no desaparece sino que va decreciendo a medida que la deformación aumenta. Este comportamiento simula la interacción entre las armaduras y el hormigón, y además aporta estabilidad numérica mejorando la convergencia. Al igual que en el caso de compresión hay un parámetro de daño d_t que varía entre 0 y 1 y que reduce la rigidez de la rama de descarga (Fig. 6).

Comportamiento multiaxial

El modelo de daño plástico es una modificación del criterio de Drucker-Prager (1952), basándose en el criterio de Lubliner (1989) e incorpora las modificaciones propuestas por Lee y Fenves (1998) para considerar la evolución de las resistencias a compresión y a tracción. Con tensiones principales no nulas en más de una dirección, la relación tensión-deformación del material se define en la Eq. (7).

$$\sigma = \frac{(1 - D)D_0^{el}}{(\varepsilon - \varepsilon^{pl})} \quad (7)$$

donde D_0^{el} es la matriz elástica inicial (sin daño).

La plasticidad es no asociada y, por lo tanto, la matriz de rigidez de la estructura resulta no simétrica. La forma de la superficie de plastificación es similar a la del modelo de fisuración distribuida. La Fig. 7 representa una sección de esta superficie para el caso de tensión plana.

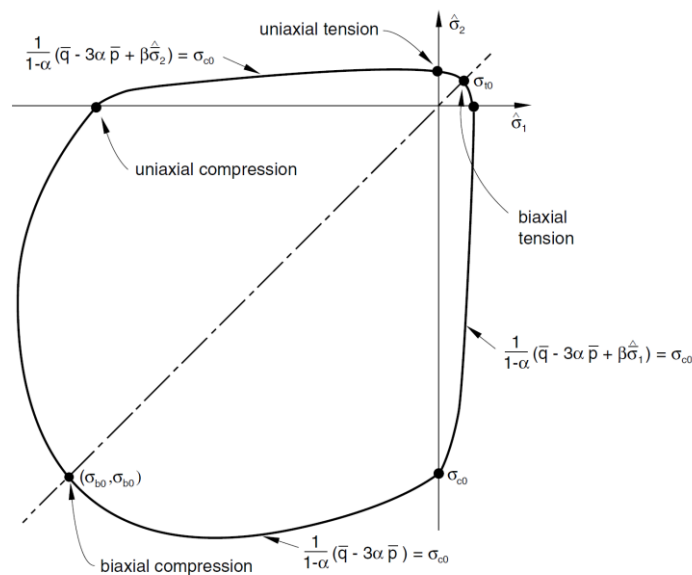


Figura 7. Superficie de plastificación y fisuración para tensión plana. Concrete damaged plasticity [6].

Otros parámetros del modelo

Además de las curvas de comportamiento en tracción y compresión y de las curvas de daño del material, hay que introducir una serie de parámetros necesarios para definir la forma de la superficie de plastificación:

- Ángulo de dilatancia: indica la cantidad de deformación plástica volumétrica desarrollada durante un esfuerzo de corte plástico, asumiéndose constante durante la plastificación. Físicamente se interpreta como el ángulo de fricción interna del hormigón.
- Excentricidad: define el ratio donde el potencial de flujo hiperbólico se aproxima a su asíntota.
- Viscosidad (sólo necesario para dar estabilidad al modelo).
- Un parámetro de forma de la superficie de plastificación que se denomina K_c : físicamente representa la relación entre las distancias entre los ejes hidrostáticos y respectivamente el meridiano de compresión y el meridiano de tracción en el plano desviatorio (Fig. 8).
- Relación entre la tensión a compresión máxima uniaxial y biaxial: describe el punto en el cual el hormigón experimenta el fallo bajo compresión biaxial.

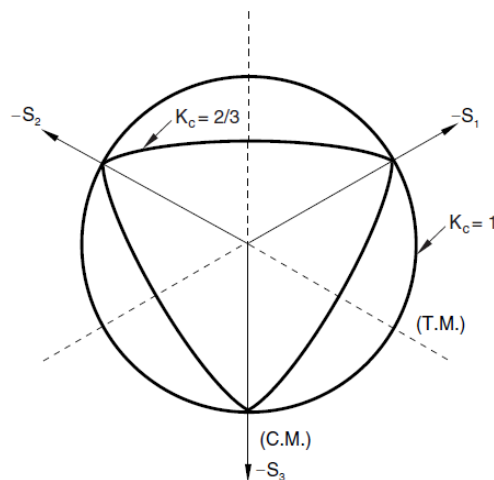


Figura 8. Superficies de plastificación en el plano desviatorio, correspondientes a diferentes valores de K_c . Concrete damaged plasticity [6].

4.1.2. Modelo para el acero

Para el acero se ha optado por un modelo elástico lineal con endurecimiento isótropo. Por lo tanto, tras una primera rama lineal hasta que se alcanza el límite elástico, la superficie de plastificación varía su tamaño uniformemente en todas las direcciones según la tensión plástica aumenta o decrece en todas las direcciones de tensión a la vez que se produce deformación plástica. Se aplica el criterio de plastificación de Von Mises.

4.1.3. Modelo para el contacto acero-hormigón

Para el contacto entre acero y hormigón se ha elegido el modelo *Cohesive behavior* de ABAQUS. Las superficies cohesivas son adecuadas para la modelización de situaciones en las que el espesor de la interfaz de contacto es despreciable o nulo, como es el caso de la adherencia entre acero y hormigón.

El modelo *Cohesive behavior* asume las siguientes particularidades (Fig. 9):

- La ley tensión-desplazamiento previa al daño es elástica y lineal.
- El fallo del comportamiento en la interfaz se caracteriza por una degradación progresiva de la rigidez cohesiva, a través de un proceso de daño.

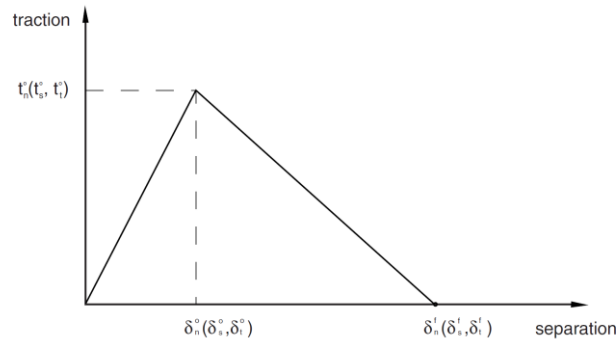


Figura 9. Comportamiento tensión-deslizamiento. Cohesive behavior [6].

Comportamiento elástico y lineal previo al daño

El comportamiento elástico previo al daño se define en términos de una matriz elástica constitutiva que relaciona las tensiones normales y tangenciales con los desplazamientos normales y tangenciales a lo largo de la superficie (Eq. (8)). El vector de tensión \mathbf{t} consta de tres componentes (dos componentes en problemas bidimensionales): t_n , t_s y, en problemas tridimensionales, t_t , las cuales representan la tensión normal y las dos tensiones tangenciales, respectivamente. Los correspondientes desplazamientos se denotan mediante δ_n , δ_s y δ_t .

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{ns} & K_{nt} \\ K_{ns} & K_{ss} & K_{st} \\ K_{nt} & K_{st} & K_{tt} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

El comportamiento elástico y lineal previo al daño es acoplado: los movimientos según la dirección normal no generan fuerzas cohesivas tangenciales, y los movimientos según las direcciones tangenciales no generan fuerzas cohesivas normales. Únicamente deben definirse K_{nn} , K_{ss} y K_{tt} . Puede definirse comportamiento cohesivo en una única dirección, ya sea normal o tangencial. Para ello, hay que definir comportamiento no acoplado y especificar como nulas los valores de K correspondientes a las otras dos direcciones. En este caso, para estas direcciones se activa por defecto el comportamiento compresivo normal.

Modelización del daño

La modelización del daño permite simular la degradación y el eventual fallo de la adherencia entre dos superficies cohesivas. El mecanismo de fallo consta de dos fases: *iniciación* del daño y *evolución* del daño.

La iniciación del daño consiste en el inicio de la degradación de la respuesta cohesiva en los puntos de contacto. El proceso de degradación se inicia cuando las tensiones de contacto o los desplazamientos de contacto satisfacen el criterio de iniciación del daño escogido (criterio de máxima separación en este caso) reflejado en la Eq. (9):

$$\max \left\{ \frac{\delta_n}{\delta_n^0}, \frac{\delta_s}{\delta_s^0}, \frac{\delta_t}{\delta_t^0} \right\} = 1 \quad (9)$$

donde δ_n^0 , δ_s^0 y δ_t^0 son los valores pico de las tensiones de contacto cuando la separación es puramente normal a la interfaz o puramente en la primera o segunda dirección tangencial, respectivamente.

La ley de evolución del daño describe el ratio al cual la rigidez cohesiva se degrada una vez alcanzado el correspondiente criterio de iniciación del daño. Una variable de daño escalar, D , representa el daño total en el punto de contacto. Esta variable inicialmente tiene un valor inicial nulo y posteriormente evoluciona monótonicamente de 0 a 1 con el aumento de carga. Las componentes tensionales de contacto están afectadas por el daño de acuerdo con las Eq. (10), (11) y (12):

$$t_n = \begin{cases} (1 - D)\bar{t}_n, & \bar{t}_n \geq 0 \\ \bar{t}_n & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (10)$$

$$t_s = (1 - D)\bar{t}_s \quad (11)$$

$$t_t = (1 - D)\bar{t}_t \quad (12)$$

Donde \bar{t}_n , \bar{t}_s y \bar{t}_t son las componentes de las tensiones de contacto predichas por el comportamiento elástico y lineal sin daño para los desplazamientos considerados. La ley de evolución del daño se define en términos de desplazamiento: se especifica la diferencia entre la separación efectiva a fallo total y la separación efectiva en la iniciación del daño. Como forma de reblandecimiento, se define una ley tabular: se toman pares de puntos D -desplazamiento plástico.

4.2. Comportamientos constitutivos de los materiales

4.2.1. Comportamiento constitutivo del hormigón

Comportamiento del hormigón a compresión

Para el comportamiento uniaxial del hormigón en compresión se ha optado por la utilización del Diagrama de Sargin, modelo constitutivo recogido por la EHE-08 [7] en el artículo 21 (Fig. 10).

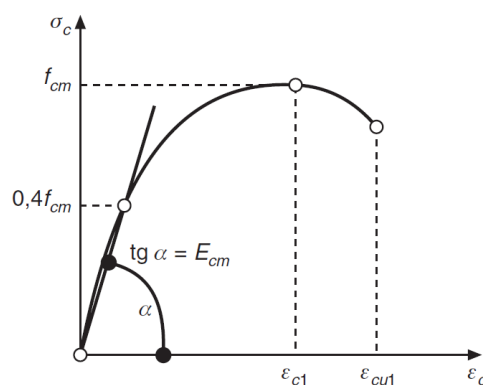


Figura 10. Comportamiento del hormigón a compresión. Diagrama de Sargin [7].

El diagrama tensión-deformación viene definido por la siguiente ecuación expresada en términos de los valores medios de las propiedades del hormigón, según las Eq. (13), (14) y (15):

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \cdot f_{cm} \quad \text{para } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \quad (13)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{para } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \quad (14)$$

$$k = 1 + 2 \cdot \exp\left(-\frac{f_{cm}}{40}\right) \quad (15)$$

donde:

- σ_c : tensión a compresión del hormigón para un valor dado de ε_c .
- ε_c : deformación unitaria del hormigón en compresión.
- f_{cm} : resistencia media del hormigón $\approx f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2$.
- E_{cm} : módulo de deformación longitudinal secante del hormigón.
- ε_{c1} : deformación del hormigón para la tensión máxima, Eq. (16):

$$\varepsilon_{c1} = \left[4 + 3k + \sqrt{(4 + 3k)^2 - 40}\right] \cdot \frac{f_{cm}}{10 \cdot E_{cm}} \quad (16)$$

- ε_{cu1} : deformación máxima del hormigón, Eq. (17):

$$\varepsilon_{cu1} = \left(k - \frac{k - 1}{k^3}\right) \cdot \varepsilon_{c1} \quad (17)$$

Comportamiento del hormigón a tracción

Para el comportamiento uniaxial del hormigón en tracción se ha escogido el modelo constitutivo basado en la energía de fractura propugnado por Hillerborg [8] (Fig. 11), adecuado para la modelización de hormigón en masa u hormigón armado con baja densidad de refuerzo.

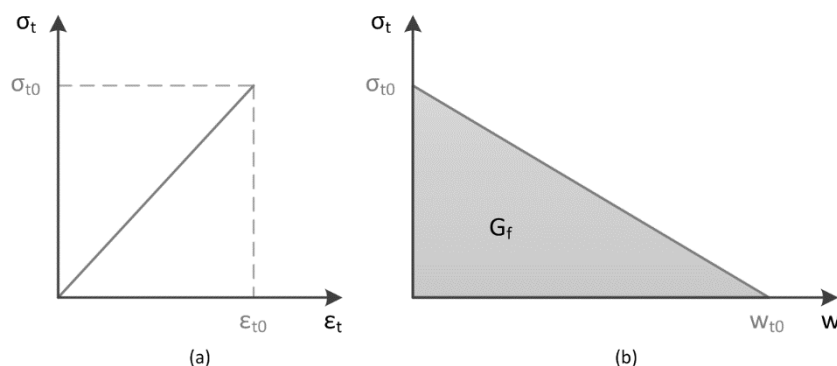


Figura 11. Comportamiento del hormigón a tracción. Modelo de Hillerborg: (a) previo a la fisuración; y (b) reblandecimiento tras la formación de fisuras. [8].

Este modelo asume una relación lineal tensión-deformación previa a la fisuración y una pérdida lineal de la resistencia a tracción después de la fisuración, a través de los siguientes parámetros:

- G_f : energía de fractura requerida para propagar una fisura de tracción por unidad de área.
- σ_{t0} : resistencia a tracción del hormigón.
- ε_{t0} : deformación correspondiente a una tensión σ_{t0} .
- w_{t0} : apertura de fisura correspondiente a una tensión σ_{t0} y a una energía de fractura G_f y definida mediante la Eq. (18):

$$w_{t0} = \frac{2G_f}{\sigma_{t0}} \quad (18)$$

4.2.2. Comportamiento constitutivo del acero

Para el acero se ha elegido como comportamiento constitutivo, en consonancia con el modelo de ABAQUS considerado para su modelización, el diagrama definido en el artículo 3.2.7 del documento de reglas generales y para edificios en el diseño de estructuras de hormigón del Eurocódigo 2 [9]. Se trata de un diagrama bilineal simétrico respecto del origen, constituido por dos ramas, una elástica y una plástica.

4.2.3. Comportamiento constitutivo del contacto acero-hormigón

Para la modelización del comportamiento adherente entre el acero y el hormigón que lo rodea, se ha considerado el modelo constitutivo propuesto por el Código Modelo CEB-FIP 2010 [1] (Fig. 4) para buenas condiciones de adherencia y fallo por pull-out (Tabla 3).

4.3. Parámetros mecánicos de los materiales

4.3.1. Parámetros mecánicos del hormigón

En la Tabla 4 se exponen los parámetros mecánicos del hormigón utilizados en los cálculos:

Tabla 4. Parámetros mecánicos del hormigón

Parámetro	NSC	HSC
f_c (resistencia a compresión)	25,86 MPa	78,09 MPa
f_{ct} (resistencia a tracción)	2,15 MPa	3,88 MPa
E (módulo de elasticidad)	35,1 GPa	38,6 GPa
ν (coeficiente de Poisson)	0,24	0,34
ψ (ángulo de dilatancia)	31°	31°
ϵ (excentricidad)	0,1	0,1
μ (viscosidad)	0,001	0,001
K_c (parámetro de forma)	2/3	2/3
σ_c (compresión máxima uniaxial/biaxial)	1,16	1,16
G_f (energía de fractura)	$73f_c^{0.18}$ N/m	$73f_c^{0.18}$ N/m

4.3.2. Parámetros mecánicos del acero

En la Tabla 5 se exponen los parámetros mecánicos del acero utilizados en los cálculos:

Tabla 5. Parámetros mecánicos del acero

Parámetro	Valor
f_y (límite elástico)	500 MPa
f_u (resistencia a la rotura)	550 MPa
E (módulo de elasticidad)	200 GPa
ν (coeficiente de Poisson)	0,3
ϵ_{max} (deformación máxima)	0,01

4.4. Modelización numérica

El modelo propuesto para analizar la adherencia consiste en la reproducción del ensayo de pull-out. Por lo tanto, se aplica una fuerza de tracción en una barra de acero embebida en una probeta de hormigón para evaluar la adherencia entre ambos materiales. Las dimensiones de las probetas a modelizar, de acuerdo con las utilizadas en la campaña experimental, se indican en la Fig. 12. Las condiciones de contorno que completan la definición del sistema físico en estudio son las siguientes:

- Apoyos fijos según los ejes X e Y para representar el eje de axisimetría (eje paralelo al eje Y).
- Apoyos fijos según los ejes X e Y en la parte superior de la probeta de hormigón para simular el efecto de la placa de apoyo de la máquina de ensayo.

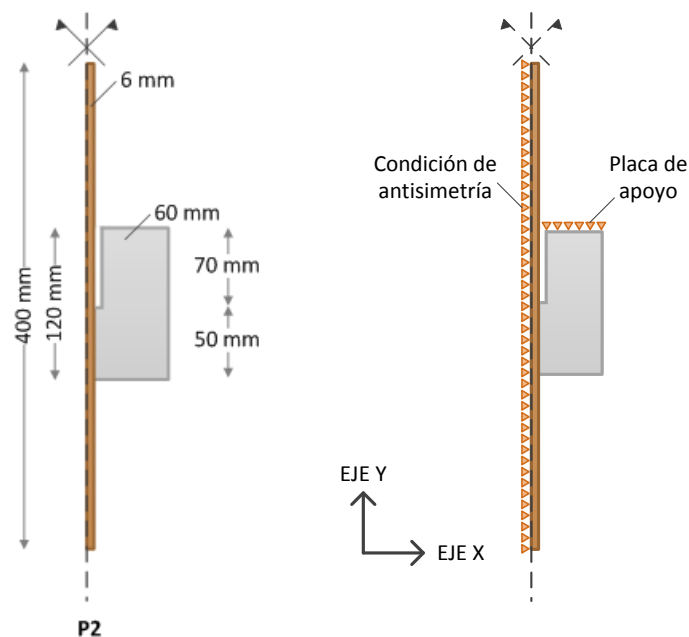


Figura 12. Dimensiones y condiciones de contorno de las probetas del modelo.

Para reproducir el ensayo de pull-out se ha optado por la variante de control por desplazamiento, en detrimento de la de control por carga. Esto es debido a que una vez que se alcanza la tensión máxima de adherencia y se inicia la caída de resistencia, un análisis mediante control por carga conlleva una variación de los desplazamientos súbita y de mayor módulo que en el caso de control por desplazamiento. Esto generaría importantes problemas de convergencia para el análisis en un software que utilice el método de los elementos finitos. Por lo tanto, la única carga a aplicar en el modelo es un

desplazamiento positivo según el eje Y en el extremo superior de la barra de acero, con una variación lineal a lo largo del tiempo (Fig. 13).

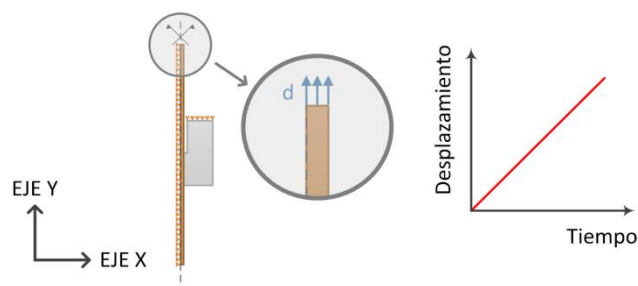


Figura 13. Proceso de carga del modelo de elementos finitos.

Los tipos de elementos finitos utilizados han sido los siguientes:

- Elementos finitos para el hormigón y el acero: CAXR8 (cuadrilátero de 8 nodos bicuadrático axisimétrico con integración reducida), con una densidad de malla de 2x2 mm.
- Elementos finitos para la adherencia hormigón-acero: superficies cohesivas.

El procedimiento de cálculo empleado es el de *Dynamic Implicit* con respuesta cuasi-estática, y sus características son las siguientes:

Tabla 6. Características del procedimiento de cálculo

Parámetro	Valor
Time period	1 seg.
Nlgeom	On
Application	Quasi-static
Include adiabatic heating effects	Off
Type	Automatic
Maximum number of increments	10000
Initial increment size	0,001 seg.
Minimum increment size	1,000E-15 seg.
Maximum increment size	0,001 seg.
Half-increment Residual	Off
Matrix storage	Use solver default (Unsymmetric/Symmetric)
Solution technique	Full Newton
Convert severe discontinuity iterations	Off
Default load variation with time	Ramp linearly over step
Extrapolation of previous state at start of each increment	Linear
Initial acceleration calculation at beginning of step	Bypass

5. RESULTADOS Y VALIDACIÓN

Se exponen seguidamente los resultados del modelo numérico comparados con los datos obtenidos en la campaña experimental. Estos datos experimentales se representan a través de la media de las

distintas probetas ensayadas y los del intervalo de confianza bi-lateral del 95%. Puesto que se trata de muestras de tamaño pequeño, se ha empleado el estadístico de Student para su definición.

5.1. Curvas tensión de adherencia-deslizamiento

La Fig. 14 y la Fig. 15 representan la tensión adherente (*bond stress*) frente al deslizamiento relativo (*slip*) de la barra de acero. La curva "Test (mean)" es la media de los ensayos experimentales y el intervalo de confianza está definido por las curvas "C.I.inf." y "C.I.sup.". El resultado del modelo de elementos finitos creado en ABAQUS está representado en la curva "FEM Model". La Fig. 14 corresponde al hormigón convencional NSC y la Fig. 15 corresponde al de alta resistencia HSC.

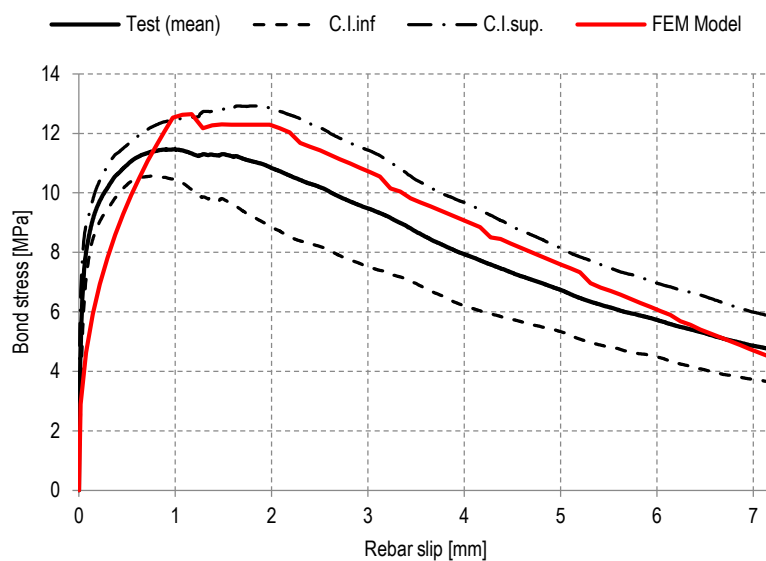


Figura 14. Curvas tensión de adherencia-deslizamiento para hormigón convencional (NSC).

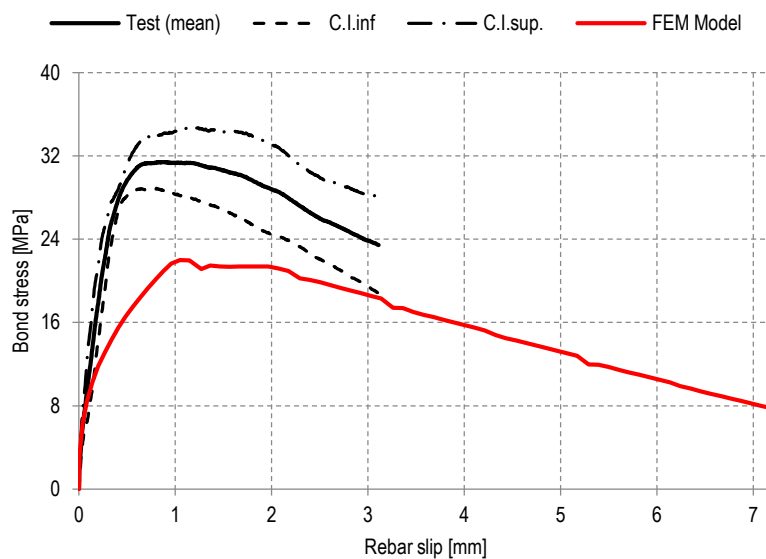
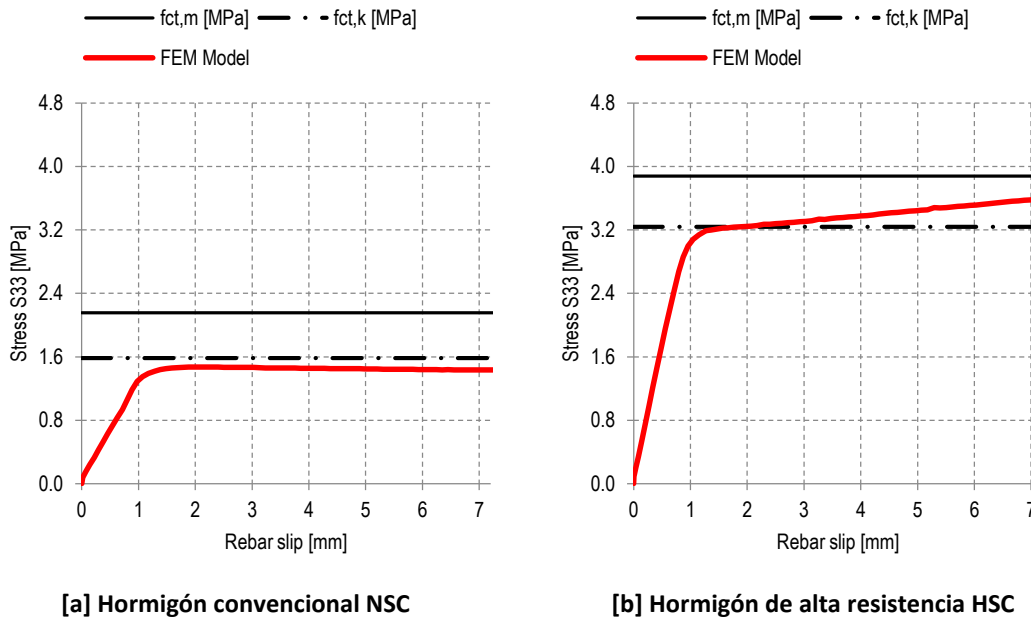


Figura 15. Curvas tensión de adherencia-deslizamiento para hormigón de alta resistencia (HSC).

En la Fig. 15, correspondiente a HSC, la curva experimental se interrumpe en un valor de deslizamiento relativo ligeramente superior a 3 mm porque varias probetas fallaron por *splitting*. (como se recogió en la Fig. 2-[b]). Como puede observarse, el modelo de elementos finitos basado en la ley de adherencia local de [1] permite anticipar adecuadamente el comportamiento real obtenido en los ensayos experimentales. Sin embargo, esa misma ley local implementada en el modelo no reproduce correctamente el resultado real experimental. Esto induce a pensar que la ley propuesta por el Código Modelo [1] no es apta para hormigones de alta resistencia.

5.2. Curvas tensión radial-deslizamiento

En la Fig. 16 se representa la evolución de la tensión normal perpendicular al plano de axisimetría (tensión radial, stress S33) a medida que aumenta el deslizamiento relativo (*slip*). La Fig. 16-[a] corresponde al hormigón NSC y la Fig. 16-[b] corresponde al hormigón HSC. En estas curvas se ha representado el valor de la resistencia a tracción deducida de la campaña experimental: se ha representado el valor medio (recta “fct,m [MPa]”) y el valor característico inferior correspondiente al percentil del 5% (recta “fct,k [MPa]”), calculado este último mediante el estadístico de Student.



[a] Hormigón convencional NSC **[b] Hormigón de alta resistencia HSC**
Figura 16. Curva tensión radial-deslizamiento obtenida en el modelo de elementos finitos (FEM Model) y comparación con los valores experimentales de resistencia a tracción.

Como puede apreciarse en la Fig. 16-[b] la tensión radial crece por encima del valor característico inferior para valores de deslizamiento de entre 2 y 4 mm. Esto está en consonancia con los resultados experimentales, donde 2 de las 5 probetas de pull-out ensayadas fallaron por *splitting* con fisuración en el plano de axisimetría.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una implementación de la ley local de adherencia entre acero y hormigón propuesta por el CEB en un modelo numérico que ha sido calibrado con resultados experimentales. El modelo numérico creado para hormigones de resistencia convencional es

suficientemente representativo al compararlo con las curvas obtenidas experimentalmente en probetas reales.

Sin embargo, a la hora de implementar el modelo en un hormigón de alta resistencia, la ley local de adherencia recogida en la normativa no es capaz de predecir el comportamiento experimental observado. Por lo tanto, será necesario proponer factores correctores que solucionen este problema.

Por último, los fallos por *splitting* en las probetas de alta resistencia han podido ser explicados por el modelo numérico, al representar la evolución de las tensiones normales al plano de axisimetría. Mientras que en el modelo numérico para hormigones convencionales no llegaron a desarrollarse tensiones normales suficientemente elevadas como para degenerar en este tipo de fallo, lo que concuerda con la campaña experimental realizada.

AGRADECIMIENTOS

El presente estudio ha podido ser llevado a cabo gracias a la colaboración de la Universidad Politécnica de Valencia, Sika España y Grupo FerroAtlántica.

REFERENCIAS

- [1] FIB Special Activity Group 5 (2010). Model Code 2010 – First Complete Draft. Fédération Internationale du Béton (FIB), 2010.
- [2] RILEM/CEB/FIP (1973). Bond Test for Reinforcing Steel: 1-Beam test (7-II-28 D). 2-Pullout test (7-II-128): Tentative Recommendations. *Materials and Structures*, 6-32, 96-105.
- [3] Windisch A. (1985). A Modified Pull-out Test and New Evaluation Methods for a More Real Local Bond-Slip Relationship. *Materials and Structures*, 18-3, 181-184.
- [4] Varona, F.B., Baeza, F.J., Ivorra, S., Bru, D. (2015). Experimental analysis of the loss of bond between rebars and concrete exposed to high temperatures. *DYNA*, 90, pp. 78-86.
- [5] Girard, C., Bastien, J.Y. (2002). Finite Element Bond-Slip Model for Concrete Columns under Cyclic Loads. *Journal of Structural Engineering*, V. 128, nº 12, pp. 1502-1510.
- [6] SIMULIA (2010). ABAQUS Version 6.10 Documentation. Dassault Systemes.
- [7] Comisión Permanente del Hormigón (2011). EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural.
- [8] A. Hillerborg, M. Modéer, P.E. Petersson (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement Concrete Res*, 6, pp. 773-782.
- [9] CEN (European Committee for Standardization) (2004). Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.

On the Insurmountable Size of Truss-like Structures

Olmedo Rojas, Carlos¹; Vázquez Espí, Mariano²; Cervera Bravo, Jaime³

ABSTRACT

Galileo postulated the existence of an insurmountable size for stone columns bearing a useful load as the size for which the structure is only able to resist its self-weight. Herein a method for the determination of the unsurmountable size for truss-like structures is shown, given the form of these structures and the ratio between the allowable stress and the specific weight of the material (the material structural scope). Three types of bars are considered: straight bars, with solid and hollow rectangular cross-section, and catenary bars with circular cross-section—a limit and theoretical case for estimating a meaningful upper bound of the structural scope—. An approximate rule to estimate the structural efficiency—here named GA rule—is shown, and is compared with numerical solutions using the proposed method.

Keywords: structural design, insurmountable size, structural scope, trusses, self-weight.

1. THE GALILEO PROBLEM AND THE AROCA RULE

In a first approximation, we can represent the physical cost of a structure by its self-weight, as many cost during the manufacturing, but not all, are approximately proportional to the self-weight of the structure: CO₂ emissions, mineral resources consumption, etc. For a given structural problem, we define the structural efficiency as the ratio between the useful load and the whole load (i.e., the useful load plus the self-weight) required to solve that problem in a particular structure.

Galileo [1] postulated the existence of insurmountable sizes for structures, as well as the relationship between the size of a structure and its ability to resist a useful load: let us imagine a cylindrical stone column, at the limit of its resistance only as a result of its self-weight; we name *structural scope* of the column to the height (\mathcal{L}) of this column, which cannot resist any additional load, hence being null its efficiency. A useful column with the same base must have therefore a height L smaller than \mathcal{L} . This new column can resist an additional useful load (Q), the value of which is at most the weight difference between the two columns. According to the previous definition of efficiency:

$$r \leq \frac{\mathcal{L} - L}{\mathcal{L}} = 1 - \frac{L}{\mathcal{L}} = 1 - t \quad (1)$$

¹ Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (Spain).
ce.olmedo@alumnos.upm.es (Corresponding author)

² Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (Spain).
mariano.vazquez.espi@upm.es

³ Departamento de Estructuras y Física de Edificación. Universidad Politécnica de Madrid (Spain).
jaime.cervera@upm.es

We define *structural (or relative) size* (t) as the ratio between the height L of a column and its scope \mathcal{L} . This structural size t can have values between 0 and 1. Note that Eq.(1), that we name Galileo's rule, is exact in the case of linear pieces with no tangential stress, but it is not proved that it would be a general rule. We define cost (k) as the inverse of efficiency, hence always higher than unity. Then, the self-weight of the column is:

$$P = (k - 1)Q \quad \text{with } k = 1/r \quad (2)$$

Let us define the *material structural scope* (\mathcal{A}), a characteristic length, as the ratio between the admissible stress and its specific weight [2]. This amount is the only information that we will need to obtain the structural scope of the structure itself, besides its geometry and the useful load distribution to be supported. In the case of cylindrical columns, the scope of the columns is the scope of the material: let f be the admissible stress of the material, and let A be the area of the cross-section, equating the strength capacity of the column base to the weight of the column of maximum height, we obtain $f A = \mathcal{L} A \rho$ (where ρ is the specific weight of the material). Then:

$$\mathcal{L} = \frac{f}{\rho} = \mathcal{A} \quad (3)$$

Maxwell [3] found the way to compare structural costs for a given structural problem. We name [4] *Maxwell problem* to the problem that consist of defining a structure capable of supporting a equilibrated set of external forces defined both in position and magnitude, and we name *Maxwell structure* to the structure that resolves a Maxwell problem and is built out of elements that work uniaxially, in tension or in compression. Maxwell showed that for two of those structures solving the same problem, the difference in cost is proportional to the difference in the *stress volume* \mathcal{V} of each, defined as:

$$\mathcal{V} = \sum |e| \ell \quad (4)$$

where e is the value of the internal force in each element of the structure and ℓ its length.

Later Michell [5] showed that the self-weight of a structure is minimal if its stress volume \mathcal{V} is also minimal. Also he found a necessary criterion so that a Maxwell structure would be an absolute minimum, from which are derived some optimal layouts for some specific problems. We have defined [6] Michell's number (v) to the dimensionless ratio between the stress volume of a structure and the product of the total useful load times the size of the problem (the height in the case of columns, the span for beams, etc.):

$$v = \frac{\mathcal{V}}{QL} \quad (5)$$

Then a structural form is an absolute minimum when its Michell number is lesser or equal to any other structure solving the same Maxwell problem.

The contributions of Maxwell and Michell on the measure of structural efficiency do not take into account the self-weight, as it can be seen in the definition of Maxwell problem. Ricardo Aroca [2], [4], [6], [7], [8] joined the theories of Galileo and the theories of Maxwell and Michell: given a Maxwell problem and a structure with stress volume \mathcal{V} that resolves it, the volume and the self-weight of such structure are:

$$V = \frac{\mathcal{V}}{\sigma} \quad \mathcal{V} = \nu QL \quad P = V\rho = \frac{\mathcal{V}}{\mathcal{A}} = \nu \frac{QL}{\mathcal{A}} \quad (6)$$

But previous expressions are only accurate for the null size, since they do not take into account that the self-weight must also be equilibrated. So for structures with $t > 0$:

$$\mathcal{V} \neq \nu QL \quad P \neq \nu \frac{QL}{\mathcal{A}} \quad (7)$$

Usually the distribution of self-weight will be different to the useful load, but in many cases of interest (for example, in bending structures) both distributions can be represented by distributions of similar forces. We can then estimate the scope of the structural form as the size $L = \mathcal{L}$ for which the structure just resists its self-weight, without possibility of adding any additional load. It results then the following *approximate* expression, substituting the useful load Q by the self-weight P in the last side of last expression into Eq. (6):

$$P \approx \nu \frac{P\mathcal{L}}{\mathcal{A}} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L} \approx \frac{\mathcal{A}}{\nu} \quad (8)$$

These expressions are Aroca's rule. Substituting the last expression in Eq. (1), we have the following rule for the efficiency (which we name GA rule, honoring both Galileo and Aroca):

$$r \approx 1 - \nu \frac{L}{\mathcal{A}} \quad (9)$$

This estimate of the efficiency will be exact for linear structures whose distribution of self-weight is isomorphic to useful load distribution and whose equilibrium requires no tangential stress. In any other case it will be only an approximation whose usefulness must be proved.

2. THE GALILEO PROBLEM FOR TRUSS-LIKE STRUCTURES

Here we propose a similar approach to that described above, now for the case of trusses with useful load arranged as forces applied at the nodes, to obtain the structural scope of these structures, subjected to the following limitations: (i) bars are of constant cross-section; (ii) identical tension-compression patterns on bars due to both useful load and self-weight (i.e., equal sign of the internal force in each bar in these two independent load conditions); (iii) the material has the same absolute value of allowable stress in tension than in compression; and (iv) buckling of compressed bars is not

taken into consideration. The aim is to obtain a first estimate of the structural scope for a given structural form, and the structural efficiency.

The method proposed here aim to include the cost of transmitting the distributed self-weight along the length of each bar to its extremes, because in large structure this cost will generally be important in relative terms. Rozvany [9] proposed an optimization method that include self-weight but that require bars with variable cross-section —excluded in our approach, limitation (i)—, in fact adopting an exponential function. Such form for bars (close to the so named 'constant maximum stress design') require a stress tensor that does not fulfil the differential equations of equilibrium [17], so the solutions obtained cannot be considered feasible solutions for the problem. Other authors [10], [11], [12], circumvent the problem of having to consider any bending effects including only half of the bar weight in each of its nodes, but then smart algorithms, as Simulated Annealing, will choose solutions with very large length, as the bending is free of cost [10]. The difficulties of tackling with self-weight in truss-like structures disappear in continuous structures using for example FEM [13], [14]. The selected limitations are justified for several reasons. (i) has a practical meaning. With (ii), we avoid special cases whereby the self-weight of a structure can be equilibrated by the external loading, as pointed out by Bendsoe [15]. With (iii) and (iv), we keep the model simple, but (iii) it is not difficult to overcome and (iv) maybe be suppressed in future research applying new results on this subject [16].

2.1. Equilibrium equations with useful loads and self-weight

Let be \mathbf{N}_Q the internal forces in a Maxwell structure under the action of the useful load \mathbf{Q} (hereafter bold capital denote vector or arrays). Suppose that we have solved the problem of designing with bars that include their self-weight. Such bars represent an additional load due to its self-weight that we can introduce using statically equivalent forces at their ends, \mathbf{P} . The local equilibrium of the self-weight at interior points of the bar depends on the type of bar: for straight beams, on its bending; for cables or bars without bending stiffness, on the curvature of the bar itself. The Maxwell structure will have to develop additional internal forces for these new loads, \mathbf{N}_P . We can consider that the design problem is solved if it results that for each bar an axial internal force in the χ direction defined by its ends is developed, $N_\chi = N_Q + N_P$, and the bar is dimensioned to strictly resist the resulting stresses. The above (ii) limitation can now be expressed saying that $\text{sgn}(N_P) = \text{sgn}(N_Q)$, and hence $\text{sgn}(N_\chi) = \text{sgn}(N_Q)$.

The equilibrium equations are the same for both set of loads:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{H}\mathbf{N}_Q \quad \mathbf{P} = \mathbf{H}\mathbf{N}_P \quad \mathbf{Q} + \mathbf{P} = \mathbf{H}\mathbf{N}_\chi \quad (10)$$

Let ω_i be the ratio between the equivalent weight due to self-weight in the vertex i of the bar and the internal force, i.e., $\omega_i = P_i/N_\chi$. Then:

$$\mathbf{P} = \mathbf{\Omega}_L \mathbf{N}_\chi \quad (11)$$

In this expression Ω_L is the matrix of coefficients ω_{ij} of each bar j for each component i of \mathbf{P} , depending on L , the size of the structure. Of course, each column of Ω_L has only two non-null components. Therefore,

$$\mathbf{Q} + \Omega_L \mathbf{N}_\chi = \mathbf{H} \mathbf{N}_\chi \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{H} - \Omega_L) \mathbf{N}_\chi \quad (12)$$

Note that these equations are nonlinear, as Ω_L depends on the size L of the structure and on the sign pattern of $\mathbf{N}_\mathbf{Q}$, which is given.

When $\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{0}$, i.e., when the structure cannot resist more than its self-weight (and its size L is then equal to the scope \mathcal{L} of its form), results:

$$(\mathbf{H} - \Omega_L) \mathbf{N}_\chi = \mathbf{0} \quad (13)$$

And the value of \mathcal{L} is determined as the lowest value of L for which $(\mathbf{H} - \Omega_L)$ is singular, excluding $L = 0$.

2.2. Beams (straight bars)

Let ℓ be the length of the bar, and β the angle formed by the bar and the horizontal, see Fig. 1. The expressions for the internal forces along the bar (tension is positive, compression is negative) are:

$$N(s) = N_\chi + \rho A \sin \beta \left(s - \frac{1}{2} \ell \right); \quad M(s) = \frac{1}{2} \rho A \cos \beta \cdot s (\ell - s) \quad (14)$$

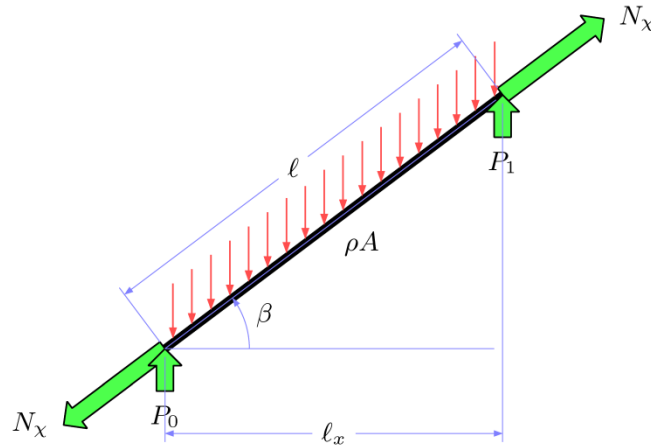


Figure 1. Beam.

We will use the following design conditions: the bars have defined the depth h and the radius of gyration i as fractions of the length ℓ of the bar: $h = k_1 \cdot \ell$ $i = k_2 \cdot h = k_3 \cdot \ell$

The maximum normal stresses depending on s (position on the χ axis of the bar) are:

$$\sigma(s) = \frac{N(s)}{A} \pm \frac{M(s)}{W} \quad (15)$$

$$\sigma(s) = \frac{N(s)}{A} \pm \frac{hM(s)}{2Ai^2} = \frac{N(s)}{A} \pm \frac{k_1M(s)}{2Ak_3^2\ell} \quad (16)$$

$$A\sigma(s) = N(s) \pm \frac{2k_4M(s)}{\ell}; \quad \text{with } k_4 = \frac{1}{4} \frac{k_1}{k_3^2} = \frac{1}{4k_1k_2^2} \quad (17)$$

$$A\sigma(s) = N_\chi + \rho As \left(\left(1 - \frac{\ell}{2s}\right) \sin \beta \pm k_4 \left(1 - \frac{s}{\ell}\right) \cos \beta \right) \quad (18)$$

The stress is maximum for $s = k_{5i}\ell$, with

$$k_{5i} = \frac{k_4 \cos \beta \pm \sin \beta}{2k_4 \cos \beta} \quad (19)$$

$$k_{5T} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{k_4} \tan \beta\right), \text{ in the situation with lower compression or with higher tension} \quad (20)$$

$$k_{5C} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{k_4} \tan \beta\right), \text{ in the situation with lower tension or with higher compression} \quad (21)$$

which means that for β such that $\tan \beta \geq k_4$, the stress is maximum at the ends of the bar.

Taking $k_{6T} = \min\{1, k_{5T}\}$:

$$A\sigma_T = N_\chi + \rho A k_{6T} \left(\sin \beta \left(1 - \frac{1}{2k_{6T}}\right) + k_4 \cos \beta (1 - k_{6T}) \right) \ell \quad (22)$$

By grouping the parameters corresponding to the bar, with the following definition of a new constant k_i :

$$k_i = k_{6T} \left(\sin \beta \left(1 - \frac{1}{2k_{6T}}\right) + k_4 \cos \beta (1 - k_{6T}) \right) \quad (23)$$

we can write:

$$A\sigma_T = N_\chi + \rho A k_i \ell \quad (24)$$

and similarly:

$$A\sigma_C = N_\chi - \rho A k_i \ell \quad (25)$$

Being f the allowable stress of the material; making $\sigma_T = -\sigma_C = f$ to select the appropriate constant cross-sectional area A , it results, depending on the sign of N_χ :

$$\frac{A}{N_\chi} = \pm \frac{1}{f - \rho k_i \ell} \quad (26)$$

The coefficients ω_i of the matrix $\mathbf{\Omega}$ are:

$$\omega_i = \pm \rho \frac{\ell A}{2 N_\chi} = \text{sgn}(N_Q) \frac{1}{2 \left(\frac{A}{\ell} - k_i \right)} \quad (27)$$

As the Eq. (18) only considers the component σ_χ of the stress tensor with the model based on the hypothesis of Navier only appropriate for very slender beams, for which the effects of Saint Venant's principle can be neglected, the expression in Eq. (27) is a good approximation for the self-weight of very slender beams. We keep us on this simple model in this initial work for the sake of simplicity. More accurate models will be used in future research.

2.2.1. Bars with rectangular section

With rectangular section, $k_2 = 1/\sqrt{12}$, being the width b the *free* design parameter. The cross-sectional area is $= h \cdot b = k_1 b \cdot \ell$. Using this value of k_2 to calculate k_i , from Eq.(27) we can calculate the values of ω_i for given values of k_1 .

2.2.2. Bars with hollow rectangular section

The radius of gyration of a hollow rectangular section with depth h , width b and thickness t is:

$$i = \sqrt{\frac{12ht^3 - 6h^2t^2 - 6bht^2 + 3bh^2t - 8t^4 + 4bt^3 + h^3t}{-24t^2 + 12ht + 6bt}} \quad (28)$$

Eliminating terms with powers of t , we obtain the value of i when $t \rightarrow 0$:

$$i = \sqrt{\frac{3bh^2 + h^3}{12(h + b)}} \quad (29)$$

Taking for this case as an additional design decision that the width b is proportional to the depth ($b = k_b h$), resulting the value of k_2 :

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{3k_b + 1}{k_b + 1}} \quad (30)$$

being the thickness t the free design parameter. Now for given values of k_1 and k_b , we can take the area of the section as $A = 2(h + b)t = 2(1 + k_b)k_1 t \cdot \ell$, and using this value of k_2 we can calculate the values of ω_i .

2.3. Catenary bars of constant cross-section

Among all the alternatives for design with constant cross-section and self-weight, the catenary arc, see Figure 2(a), is the better known in respect to efficiency, because there is no tangential stress involved [17].

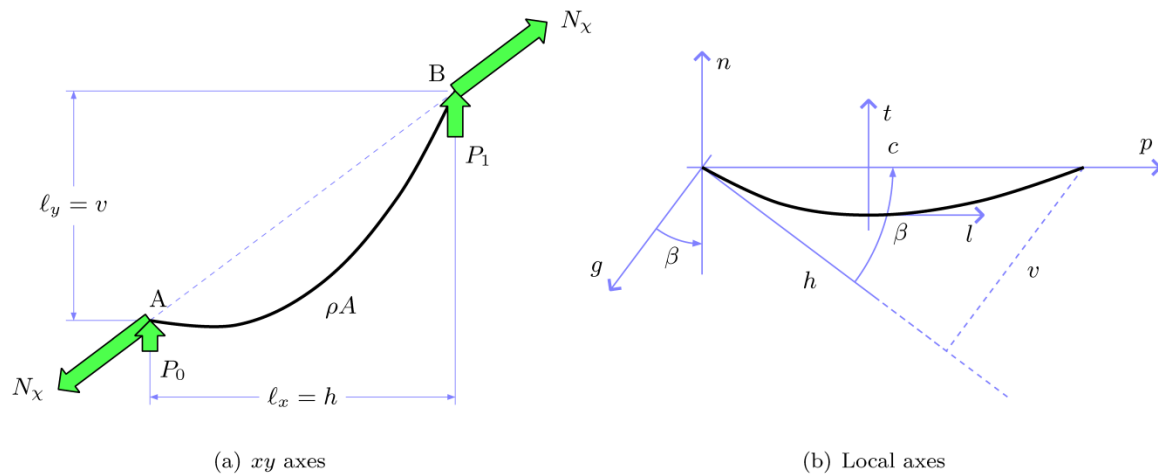


Figure 2. Catenary arc.

Of course this is a theoretical solution, very difficult to build in practice. But as the optimal solutions from Michell's theory –in fact, funicular structures and hence intrinsic instable ones– their study lead to theoretical limits that no other solution with constant cross-section can exceed.

Let p, n be axes such that axis p follows direction χ , see Figure 2(b). The gravity axis is g , so β is the angle formed by horizontal axis and p . The chord of the catenary arc is c , its height is v , and its base is h ($h = c \cos \beta$; $v = c \sin \beta$).

The basic equation result from the equilibrium of a differential arc ds : the variation of the internal force plus the weight must be null:

$$d\vec{N} + \rho A(-\sin \beta, -\cos \beta)ds = \vec{0} \quad (31)$$

and it can be integrated as:

$$\vec{N} = \rho A(s \sin \beta + K_1, s \cos \beta + K_2) \quad (32)$$

Let s_0 be the point of the curve with parallel tangent to p axis:

$$\vec{N}(s_0) = N(s_0) \cdot (1,0) = \rho A(s_0 \sin \beta + K_1, s_0 \cos \beta + K_2) \quad (33)$$

Furthermore, $N(s_0)$ is the oblique component of the internal force, O hereafter, i.e., the component in the chord direction for the oblique p, g axes, i.e. N_χ . Hence:

$$\vec{N}(s) = (N_p, N_n) = \rho A((s - s_0) \sin \beta + k, (s - s_0) \cos \beta), \quad \text{with } k = \frac{O}{\rho A} \quad (34)$$

Now, changing to the l, t axes of the figure, $s_0 = 0$, $l(0) = 0$, y $t(0) = 0$:

$$\vec{N}(s) = (N_l, N_t) = \rho A(s \sin \beta + k, s \cos \beta), \quad \text{with } k = \frac{O}{\rho A} \quad (35)$$

Note the definition of the s coordinate: s grows with the concavity on the left, i.e., in the growing direction of dt/dl . In the figure, s grows to the right and the concavity points up. As a result, c will be negative for a compression arch, accordingly with the definition of h and v as function of c and β above.

Defining $\tan \alpha$ as the slope of the tangent to the curve,

$$\tan \alpha = \frac{N_t}{N_l} \quad \cos \alpha = \frac{N_l}{\sqrt{N_l^2 + N_t^2}} \quad \sin \alpha = \frac{N_t}{\sqrt{N_l^2 + N_t^2}} \quad (36)$$

and the parametric equations for this curve can be obtained by integration :

$$l(s) = \int \cos \alpha \, ds \quad t(s) = \int \sin \alpha \, ds \quad (37)$$

Defining

$$\phi_1(s) = k \sinh^{-1} \left(\frac{s + k \sin \beta}{k \cos \beta} \right) \quad \phi_2(s) = \sqrt{k^2 + s^2 + 2ks \sin \beta} \quad (38)$$

The parametric equations are

$$l(s) = (\phi_1(s) - \phi_1(0)) \cos^2 \beta + (\phi_2(s) - \phi_2(0)) \sin \beta \quad (39)$$

$$t(s) = -(\phi_1(s) - \phi_1(0)) \sin \beta \cos \beta + (\phi_2(s) - \phi_2(0)) \cos \beta \quad (40)$$

Note that the limit of $l(s)$ for $\pm\pi/2$ is $\pm(s - |k|) + k$, and the limit of $t(s)$ is null (a vertical line).

The modulus of the axial force is:

$$|\vec{N}(s)| = \rho A \sqrt{k^2 + s^2 + 2ks \sin \beta} = \left| \frac{O}{k} \right| \phi_2(s) \quad (41)$$

The coordinates s_1 and s_2 are determined by the fact that the ends of the arc must be the points (l_1, t_1) and (l_2, t_2) with the conditions $l_2 - l_1 = c$ and $t_1 = t_2$, i.e.:

$$l(s_1) = l_1, \quad t(s_1) = t_1; \quad l(s_2) = l_1 + c, \quad t(s_2) = t_2; \quad (42)$$

Accordingly, defining $\Phi_i(s) = \phi_i(s) - \phi_i(0)$:

$$(\Phi_1(s_2) - \Phi_1(s_1)) \cos^2 \beta - (\Phi_2(s_2) - \Phi_2(s_1)) \sin \beta = c \quad (43)$$

$$\{(\Phi_1(s_2) - \Phi_1(s_1)) \sin \beta + (\Phi_2(s_2) - \Phi_2(s_1))\} \cos \beta = 0 \quad (44)$$

The failure criterion is the additional equation for determining k . For example, if $k > 0$ y $\beta > 0$, the maximum slope with the horizontal line is at s_2 and $N(s_2) = fA$ for strictly choosing the value of the constant cross-sectional area A :

$$\sqrt{k^2 + s_2^2 + 2ks_2 \sin \beta} = \mathcal{A} \quad (45)$$

Hence, in general

$$\sqrt{k^2 + s_i^2 + 2ks_i \sin \beta} = \mathcal{A} \quad \text{with } i = 1 \text{ or } 2 \quad (46)$$

$\{k, s_1, s_2\}$ is the solution of $\{(43), (44), (46)\}$. In this way, k, s_1, s_2 can be determined numerically for given values of $|c|, \beta, \mathcal{A}$ and $\text{sgn}(N_Q)$.

The weights on the Maxwell structure are determined with the ω coefficients:

$$\omega_{p=0} = \frac{P_{p=0}}{N_\chi} = -\frac{s_1}{k} \quad \omega_{p=c} = \frac{P_{p=c}}{N_\chi} = \frac{s_2}{k} \quad (47)$$

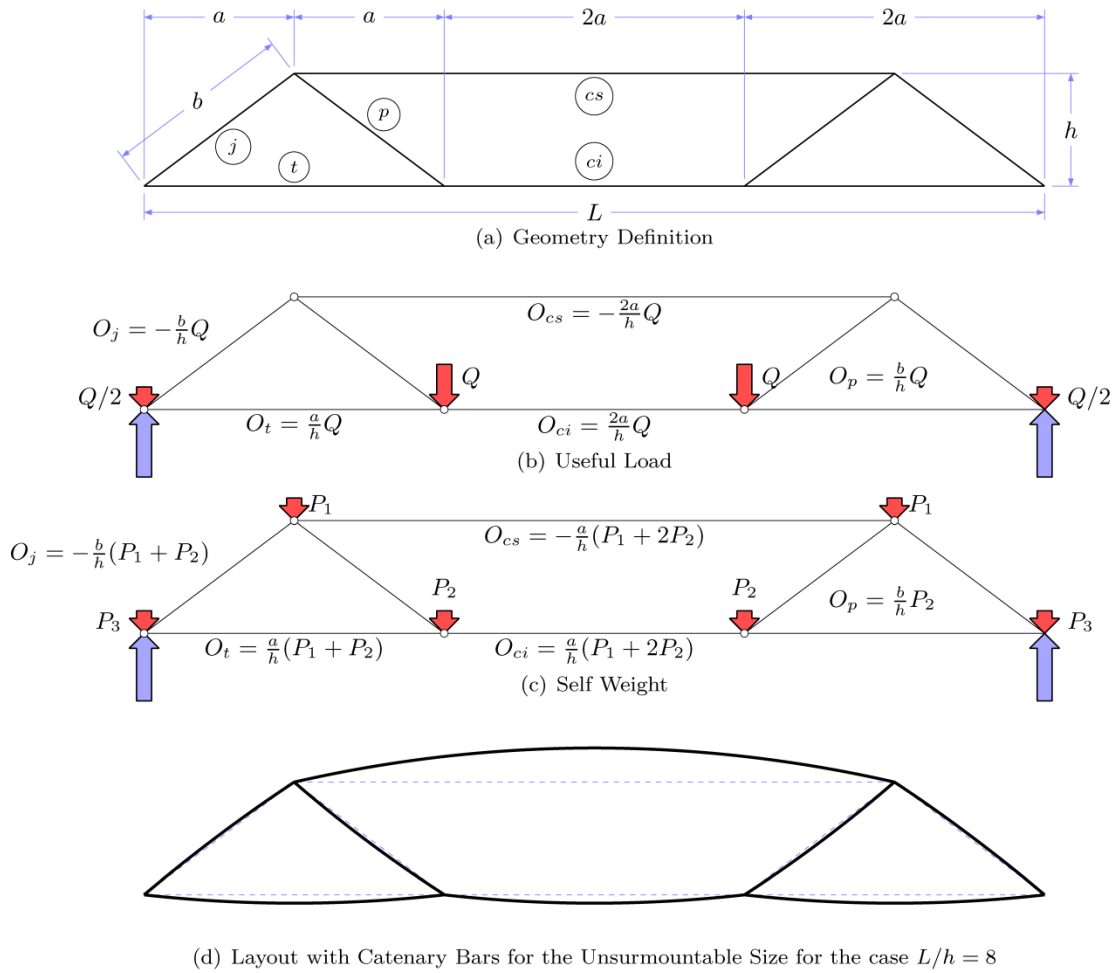
3. AN EXAMPLE

We will use the example from Figure 3 as a study case.

The equilibrium equations (10) at nodes 1,2,3 with point loads (H_i, V_i) and the equations (11) relating coefficients ω with weights P and oblique internal forces O are:

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ V_1 \\ H_2 \\ V_2 \\ H_3 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & -1 & 0 & 0 \\ -K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} O_j \\ O_p \\ O_{cs} \\ O_t \\ O_{ci} \end{bmatrix} \quad \text{with } K_1 = a/\sqrt{a^2 + h^2}; \quad K_2 = h/\sqrt{a^2 + h^2} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ P_1 \\ 0 \\ P_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{j1} & \omega_{p1} & \omega_{cs1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{p2} & 0 & \omega_{t2} & \omega_{ci2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{\Omega}} \begin{bmatrix} O_j \\ O_p \\ O_{cs} \\ O_t \\ O_{ci} \end{bmatrix}$$


Figure 3.

To obtain the expression of the efficiency we need besides to know the value of P_3 :

$$P_3 = \omega_t N_t + \omega_j N_j \quad (49)$$

Hence $r = Q/(Q + P_1 + P_2 + P_3)$.

To obtain the structural scope \mathcal{L} we must solve the equation $|\mathbf{H} - \mathbf{\Omega}| = 0$, determining the value of coefficients ω for each type of bar. In the case of straight bars, for given values of h/l for solid and hollow rectangular cross-sections and additionally for given values of b/h for hollow cross-sections, we determine directly (Eq. 27) the values of such coefficients ω_i , that depend only on L/\mathcal{A} . From the solutions of the equation, we choose the lowest real value, which corresponds to the value \mathcal{L}/\mathcal{A} for the form. In the case of catenary bars, for each step of an iterative process depending on the value

of L , we calculate numerically the value of the coefficients ω_{ij} (Eq. 47) for each bar, working with lengths relatives to \mathcal{A} , and the resulting solution is the value of L/\mathcal{A} for which $|\mathbf{H} - \mathbf{\Omega}| = 0$. The sign of the coefficients ω is chosen according to the sign of the internal forces due to useful loads \mathbf{Q} .

3.1. A concrete case

We resolve the concrete problem of Figure 3 when the depth/span ratio is $1/8$, i.e. the proportion or slenderness λ of the structure equal to 8.

Table 1 shows the results for different cases of solid and hollow rectangular sections, beside the case of catenary bars, obtained with the proposed method. It is also include real values of structural scope in each case for a normal steel.

From the definition (5) and data from Figure 3 the Michell number in this case is $\nu = 89/54$ and following GA rule the result is $L/\mathcal{A} \approx 1/\nu = 0.6067$, and the scope for steel is 1,395 m. Comparing with data of Table 1, it is clear that GA rule offers a correct order of magnitude, but not a precise figure for the structural scope (the insurmountable size).

Table 1. Scopes for the structure of the example with $\lambda = 8$. In the right column appear the values of the scope using normal steel with 2.3 km of material structural scope

h/l	b/h	L/\mathcal{A}	$\mathcal{L}(\text{steel})(\text{m})$
Rectangular cross-sections, straight bars			
0.10		0.177	407
0.20		0.299	688
Hollow rectangular cross-sections, straight bars			
0,10	0.50	0.264	607
0,10	1.00	0.299	688
0.20	0.50	0.397	913
0.20	1.00	0.430	989
Circular cross-section, catenary bars			
		0.662	1,523

3.2. A family of cases: the structural schema

Given one truss-like structural form for an equilibrated set of external forces, one may consider affine changes in one specific direction of that layout [18]. In the study case of Figure 3, we select the perpendicular direction to the span L , hence that kind of transformations corresponds to changes in depth in the drawn structural layout sustaining the useful load, i.e. the drawing of that figure is a representative of an infinite family of structural forms in which only the h/L ratio varies. In this manner each value of the slenderness $\lambda = L/h$ and each size L select a member of the set. We name this set *structural schema*, following prof. Ricardo Aroca, who has proposed in his doctorate courses —never formally published— to consider the structural form as composite of four fundamental properties: size L , proportion or slenderness λ , schema (the drawing of Figure 3

interpreted without any size and with variable h), and thickness (i.e., the cross-sectional area of the bars in our case study). Our aim now is search for some fundamental relationships among slenderness, insurmountable size and efficiency of the structural schema derived from figure 3.

From Eq.(5), Michell's number for this structural schema is:

$$v(\lambda) = \frac{5\lambda}{27} + \frac{12}{9\lambda} \quad (50)$$

and equating its derivative to zero, we get the optimal slenderness for the case of null span L :

$$\lambda_{opt}(L = 0) = \frac{6}{\sqrt{5}} = 2.6833 \quad (51)$$

The GA rule predicts an insurmountable size for this slenderness of $1.006\mathcal{A}$. Is this value accurate? Not too much: with the proposed method the correct value is $1.1849\mathcal{A}$ for this slenderness. Is this slenderness the corresponding one to the maximum span for any form into this schema? The answer is no again: with a slenderness slightly lesser (2.455) we get an insurmountable size slightly greater of $1.1851\mathcal{A}$.

The following question arises: is the GA rule a good or useful rule? To discuss this issue, we draw the Figure 4. We picture two cases: $\lambda = 8$ and $\lambda = 2.455$ (the optimal slenderness from the point of view of the maximum insurmountable size of the schema). Apart of the numerical calculations with the proposed method (thick lines) and the GA rule (thin lines), we draw too Galileo's rule using the insurmountable size from the proposed method ("modified GA rule", thin, dashed lines).

From this figure, it is clear that GA rule underestimates the scope so that overestimates cost in poor efficient structures (with low useful load), but it is a superb approximation for small structures, i.e., efficient structures, the structures the practitioners would wish to use. Note, as an example, that most famous suspended bridges at their epoch have been of a structural size at most a 10% with respect to their insurmountable size relative to the structural scope of the material which they were built [17].

Can we improve the GA rule? A simple attempt consists in using Galileo's rule with the insurmountable size from the proposed method: this new approximation underestimate the cost in all cases, so it is worse than the original one, but yet a correct approximation of the order of magnitude.

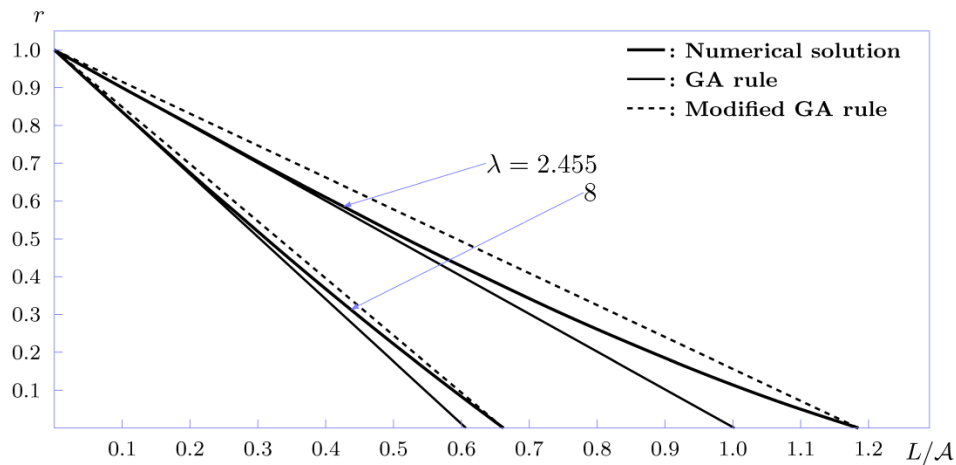


Figure 4. Comparing obtained results of efficiency with results applying GA and modified GA rules for two slenderness cases of the example.

Figure 5 shows a graphic relating the values of insurmountable size for the truss with catenary bars (thick line) and for the truss with beams (dashed lines) as function of λ with the function obtained from the GA rule (thin line). It results a good approximation for estimate the scope, better for higher slenderness, but even in the case of lower slenderness (near to optimal), the GA rule anticipates the value of this optimum with a great accuracy. A drawback of the GA rule is that the optimal slenderness does not varies with the span L , i.e., it does not account the difference between the optimal slenderness for $t = 0$ and $t = 1$ that we found with the proposed method: this drawback is inherent to the formulation of the rule.

It is worth of noting that GA rule does not approximate in any manner the case of beams. This is because GA rule only accounts the stress volume of the average value of normal stress in the direction χ . A similar rule appropriate for trusses formed with beams must be formulate accounting that the normal stress varies with bending due to self-weight, and the corresponding stress volume will be then greater, as from definition (4) we must integrate the absolute value of the stress times the differential of volume.

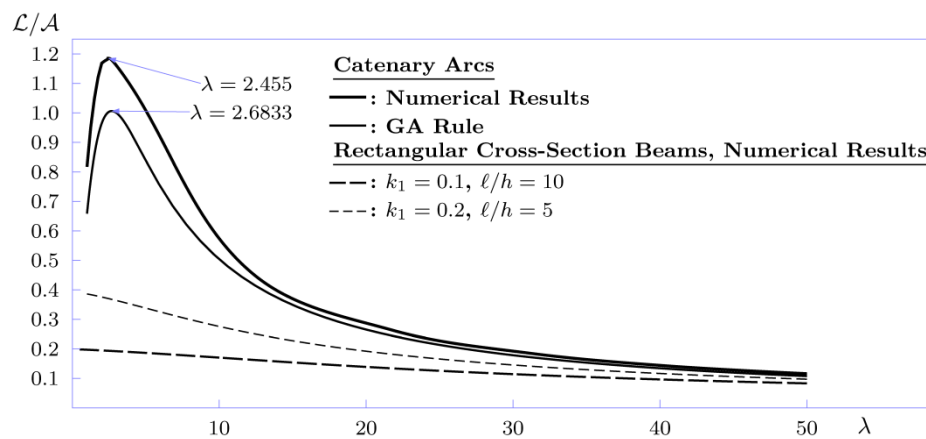


Figure 5. *Scopes for the schema of the example depending on slenderness.*

4. THE PRACTICAL USEFULNESS OF GALILEO'S RULE

Recall the concrete case of 3.1 and Table 1. Let us suppose that a solution for the Maxwell problem of Figure 3(b) is to be found with the geometry of Figure 3(a) working with normal steel and solid rectangular cross-section. We cannot use now GA rule, but we can obtain order of magnitude with Galileo rule and the structural scope in Table 1.

If the size of the problem is 50 m, we can estimate that the efficiency of the structure will be approx. $1 - 50/407 = 0.88$, i.e., 88%; further more we can estimate the self-weight as $1 - 1/0.88 = 0.14$, i.e., up to 14% of the useful load of the problem. So we can try a preliminary design with a total load of 1.14 times useful load using standards design procedures.

But if the size of the problem would be 150 m, for example, the figures would be now 62% and 59%, i.e., the self-weight of the structure is more than half the useful load and probably we would feel compelled to search for a better form, perhaps reducing the original slenderness of 8, as a way of reducing the cost of the solution.

Of course, if the size is small enough, say 10 m, the structural size will be 0.025, the efficiency of 98%, and the self-weight negligible (a standard assumption for real, not large structures). Galileo's rule justifies in this manner the normal assumption about self-weight in normal structures built with contemporary structural materials. But the rule, qualitatively, also it is important when we tackle with historic or contemporary structures built with material of small strength, like brickwork (masonry), earth-brick (adobe), etc. For example, earth-brick has structural scope about 20 m (although it varies very much depending on the quality of the mud mixture used), hence in the case of a medieval castle with walls of 12 m height, the self-weight can represent 67% of the total load, providing that the design would be strict. Actually, as the medieval design was not strict in any way, the self-weight frequently is the unique load worth of consideration, as the roof and floor loads are negligible generally.

Let us outline that the above procedure consist in a few and very simple calculations at the first step of the design procedure, providing we have at our disposal the kind of data of the Table 1 for the Maxwell problem under consideration. The teaching of this practice and the associated design theory are included into the curriculum for graduate students of the School of Architecture of Madrid since three decades ago.

5. CONCLUSIONS

In this paper we have presented a numerical method to deal with the self-weight load before the cross-sections of its bars are known. When applied to well definite Maxwell problems the method can be used to resolve concrete structural form determining the thickness of its bars, its total self-weight and its structural efficiency. Besides, the method can be used to explore the space of solutions associated to the Maxwell problem and to a definite structural schema, determining the relationships between size, slenderness, insurmountable size, and efficiency of each solution in the search space.

With this method we have checked the GA rule (i.e., Galileo-Aroca rule), an approximated but simple formulation to determine the insurmountable size and efficiency of structural forms or schemata, outlining its advantages and drawbacks, and suggesting further research to resolve the latter ones.

The proposed method could be improved in several ways: (i) incorporating a more realistic model of the stress distribution for beams (straight bars with bending); (ii) managing different values for tension and compression allowable stress; (iii) considering the local buckling of beams and compressed catenary arcs. In this way, this work can be considered as a reconsideration of the seminal problem of a theory of structural design, formulated by Galileo in 1638, and the approximate solution envisaged by Ricardo Aroca for first time in the eighties of the last century. We hope that this work can contribute to new and promising researches in the future.

REFERENCES

- [1] Galilei, Galileo (1638). *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche*. Leiden: Elsevierii.
- [2] Cervera Bravo, J. (1990). Las estructuras y el peso propio. *Informes de la Construcción*, 42.407, 73-85.
- [3] Maxwell, J. C. (1870). On reciprocal figures, frames and diagrams of forces. In *Scientific Papers II* (pp. 160-202). Cambridge Univ. Press.
- [4] Cervera Bravo, J. (1989). Tres teoremas fundamentales de la teoría del diseño de estructuras. *Informes de la Construcción*, 40.339, 57-66.
- [5] Michell, A.G.M. (1904). The limits of economy of material in frame-structures. *Philosophical Magazine Series 6*, 8.47, 589-597.
- [6] Cervera Bravo, J., Vázquez Espí, M. (2011). Galileo, Maxwell, Michell, Aroca: measuring the structural efficiency. In *Structural Milestone in Architecture and Engineering*. International Conference on Research in Construction. Madrid: Instituto de Ciencias de la Construcción (CSIC).

- [7] de Miguel Rodríguez, J.L. (1974). Trabajo estructural: un Nuevo escalar de las estructuras. PhD thesis, ETS de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid.
- [8] Fernandez Cabo, J.L. (1998). Estructura: tamaño, forma y proporción. PhD thesis, ETS de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid. <http://oa.upm.es/14488/>
- [9] Rozvany, G.I.N. (1984). Structural layout theory: the present state of knowledge. In *New Directions in Optimal Structural Design*. E. Atrek and R.H. Gallagher and K.M. Ragsdell and O.C. Zienkiewicz (eds). (pp.167-195). John Wiley & Sons Ltd.
- [10] Orta Rial, M.B. (2005). Parámetros de forma en láminas y su incidencia en la eficacia estructural. PhD thesis, ETS de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid.
- [11] Pritchard, T.J., Gilbert, M., Tyas, A. (2005). Plastic Layout Optimization of Large-Scale Frameworks Subject to Multiple Load Cases, Member Self-Weight and with Joint Length Penalties. In 6 th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization. Rio de Janeiro, 30 May - 03 June 2005, Brazil.
- [12] Alvarez, F., Carrasco, M. (2005). Minimization of the expected compliance as an alternative approach to multiload truss optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 29(6), 470-476.
- [13] Lee, E., James, K.A., Martins, J.R. (2012). Stress-constrained topology optimization with design-dependent loading. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 46(5), 647-661.
- [14] Kegl, M. Brank, B. (2006). Shape optimization of truss-stiffened shell structures with variable thickness. *Comput methods appl. mech. eng.* 195, 19/22, 2611-2634. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2005.05.020>
- [15] Bendsoe, M.P. (1995). Optimization of Structural Topology, Shape and Material. Vienna: Springer-Verlag.
- [16] Cervera, J. Ortiz, J., Vázquez, M., Aznar, A. (2013). Dimensionado en compresión en acero: el peso del pandeo. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. 29(2), 79-9. DOI:10.1016/j.rimni.2013.04.005
- [17] Antuña, J., Vázquez Espí, M. (2012). ¿Existen problemas estructurales irresolubles? Una cuestión abierta. *Informes de la Construcción*, 64.525, 103-109.
- [18] Cervera Bravo, J., Vázquez Espí, C., Vázquez Espí, M. (2015). On the layout of a least weight single span structure with uniform load. Some comments and improvements. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, (submitted).

Optimal TMD-based Control Strategy for Human-induced Vibrations

Wang, Xidong¹; Díaz, Iván M.²; Pereira, Emiliano³; Xu, Qimen⁴

ABSTRACT

Civil engineering structures such as office floors and singular footbridges may present vibration modes locally spatially distributed with closely spaced natural frequencies. A set of tuned mass dampers (TMDs) may control several vibration modes at the same time and make the control system more robust. However, under these circumstances, Den Hartog's theory may not be applicable. In this paper, an optimum algorithm to design a set of TMDs is proposed to cancel effectively human-induced vibrations for floor structures. A comparative study is carried out in terms of the same performance indicator to find the optimum system, considering different configurations by Den Hartog's classical approach and this optimal algorithm. This proposed algorithm will contribute to motivate future researches on passive vibration control (PVC) for floor vibrations with closely spaced natural frequencies.

Keywords: Structural control, Passive vibration control, Tuned mass damper, Human-induced vibration, Floor vibration.

1. INTRODUCTION

The current trend towards lighter and more slender structures has resulted in structures with less inherent damping and lower natural frequencies, which are sometimes prone to excessive human-induced vibrations. Examples of significant vibrations induced by human motions have been reported in footbridges and open-plan office floors, amongst other structures. Passive, semi-active and active vibration control systems have been proposed to mitigate vibrations [1]. Passive vibration control (PVC) improves the vibration response of a structure by increasing its damping (i.e. energy dissipation) and/or stiffness (i.e. energy storage) through the application of forces generated in response to the movement of the structure [2] without requiring any external power source. That is, no control forces are applied directly to the structural system [3].

¹Universidad Politécnica de Madrid, Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 28040, Madrid (Spain).
wangxidong@caminos.upm.es (Corresponding author)

² Universidad Politécnica de Madrid, Department of Continuum Mechanics and Theory of Structures
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 28040, Madrid (Spain).
ivan.munoz@upm.es

³Universidad de Alcalá de Henares, Department of Signal Theory and Communications
Escuela Politécnica Superior, 28805, Alcalá de Henares (Spain).
emiliano.pereira@uah.es

⁴Beihang University, Department of Civil Engineering, 100191, Beijing (China).
qimenxu@gmail.com

Tuned mass dampers (TMDs) have been extensively used in PVC to reduce human-induced vibrations due to the fact that they are simple, low cost, and low maintenance mechanical devices, which can be installed without interrupting operational or human activities in the structure. However, as compared with active control device, one TMD (i.e., only one mass, spring and damper) is designed to a particular vibration mode and its effectiveness is highly sensitive to variations of the modal parameters of the vibration modes. Therefore, the use of a set of TMDs might be motivated by the following reasons: i) to control at the same time several vibration modes prone to be excited by human loading [4], and ii) to make the control system more robust to variations or uncertainties in modal parameters [5].

Structures, such as office floors or singular footbridges, may present several vibration modes locally spatially distributed with closely spaced natural frequencies. Under these circumstances, Den Hartog's theory [6] may not be applicable since a TMD designed for a particular vibration mode affects the response due to other vibration modes. That is, there exists a coupling between all the vibration modes of the structure and the used TMDs designed for the selected vibration modes [4]. To control these modes effectively, the number of TMDs must be equal or larger than the number of the vibration modes taken into consideration. In addition, the optimal location and optimal parameters of each TMD depend on the dimensions and supporting conditions of the floor structure and the number of controlled vibration modes [7].

This work builds on the framework presented in [8] for active control of human-induced vibration and considers the design of a set of TMDs for a multi-mode structure as a feedback control system ([9] and [10]). In [8], an optimization process that minimises a functional, which depends on the amplitude and duration of vibration all throughout the structure, is presented. Thus, the framework of [8] is used in this paper to design a set of TMDs to cancel effectively human-induced vibrations in an example of a floor structure. The first step of the optimization process consists of finding the optimum TMD system for a predefined set of possible locations and the second step is to select the optimum locations.

The optimum algorithm is tested by considering a rectangular plate, where supports are placed at the four corners and at midpoints of the longer spans. This is a typical example of simple floor configurations in which closely-spaced natural frequencies appear. This illustrative example shows the importance of considering the set of TMDs and significant vibration modes to improve the vibration reduction. The design problem of finding the optimal set of TMDs is modelled by state-space representation of the structure example, which is excited by heel-drop perturbations and controlled by one of the following solutions: i) only one TMD designed by Den Hartog's theory for the vibration mode most likely to vibrate, ii) only one TMD designed by the proposed algorithm, iii) two TMDs (each one for one of the two vibration modes most likely to vibrate) designed by Den Hartog's theory, and iv) two TMDs designed by the proposed algorithm. The comparison of these control designs in terms of the same performance index illustrates the contribution of this work to find the optimum TMD system. In addition, this work shows that the design of a set of TMDs by the proposed optimization algorithm process will contribute to motivate future research on PVC for floor vibrations with closely spaced natural frequencies.

2. TMD-BASED CONTROL STRATEGY

2.1. General control strategy

Fig. 1 shows the block diagram of general control strategy in which the floor structure and TMD system with p devices have been represented using state-space models.

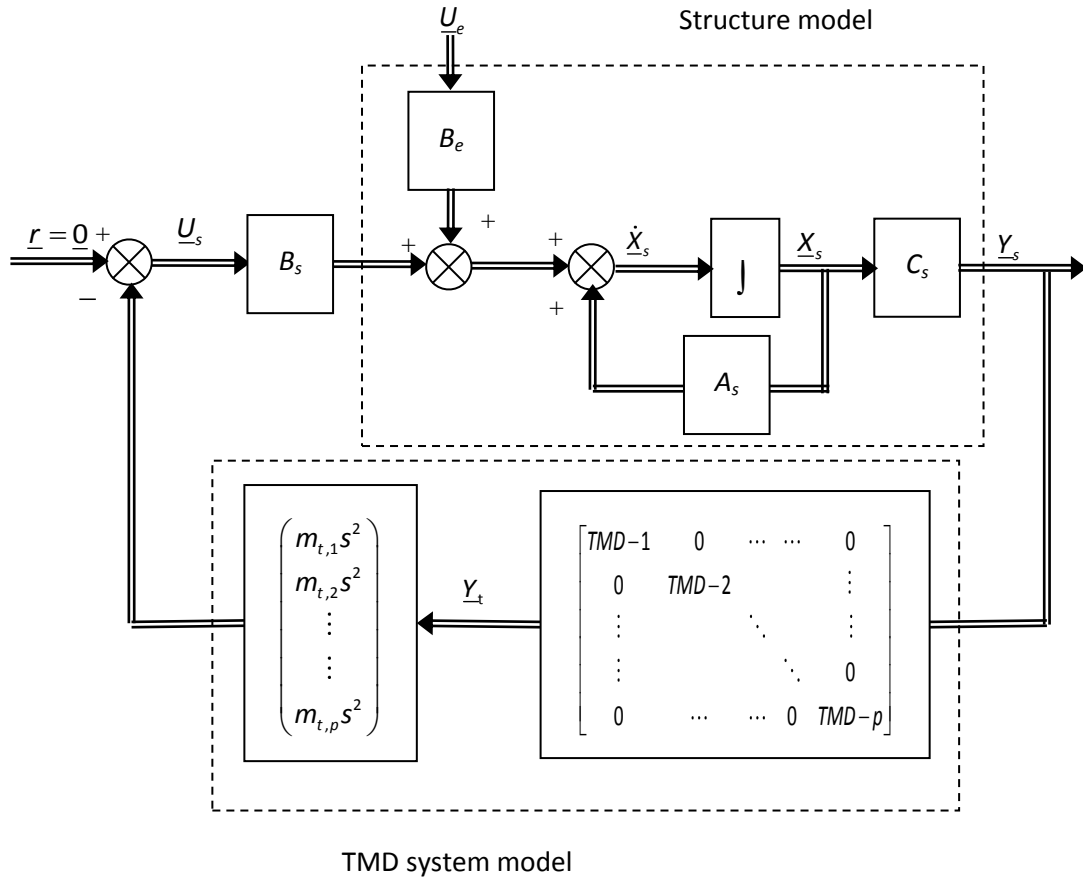


Figure 1. General control strategy.

2.2. State-space model of the floor structure

A distributed parameter system (like a floor structure) can be discretized (using the finite element method, FEM) such that mass, damping and stiffness properties are lumped at n degrees of freedom. The dynamic behaviour is represented by n -coupled second-order differential equations that can be expressed in matrix form as

$$M\ddot{\underline{u}}(t) + D\dot{\underline{u}}(t) + K\underline{u}(t) = \underline{F}(t) \tag{1}$$

where $\underline{u}(t) = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ is the displacement vector, $\underline{F}(t) = [F_1, F_2, \dots, F_n]^T$ is the force vector and M, D and $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ are the mass, damping and stiffness matrices. Using the modal analysis and the mode superposition method (or separation of variables), the displacement vector is expressed as a linear combination of a generalised coordinates (usually known as normal or modal coordinates) $\underline{\eta}(t) = [\eta_1, \dots, \eta_m]^T$, m being the number of vibration modes considered into the analysis. That is,

$$\underline{u}(t) = \Phi \underline{\eta}(t) \quad (2)$$

where $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times m}$ is the modal transformation matrix which contains the modal shapes in columns,

$$\Phi = [\underline{\phi}_1 \ \dots \ \underline{\phi}_m], \text{ with } \underline{\phi}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1} \text{ and } i = 1, \dots, m. \quad (3)$$

Thus, $\underline{\phi}_i$ are the base vectors and η_i are the coordinates of the modal model. The substitution of Eq. (2) into Eq. (1) and pre-multiplying by Φ^T , yield a set of m -decoupled second-order differential equations. Its matrix representation considering mass-normalised mode shapes is as follows

$$I \ddot{\underline{\eta}}(t) + \Sigma \dot{\underline{\eta}}(t) + \Lambda \underline{\eta}(t) = \Phi^T \underline{F}(t) \quad (4)$$

where I is the identity matrix, $\Sigma = \text{diag}(2\zeta_1\omega_1, \dots, 2\zeta_m\omega_m)$, $\Lambda = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_m^2)$ and $\Phi^T \underline{F}(t)$ are respectively the modal participation factors, ζ_i and ω_i are the damping ratio and natural frequency associated to the i -vibration mode.

Consider a state-space representation of Eq. (4) in which subscripts s and e indicate structure and excitation, respectively,

$$\dot{\underline{X}}_s(t) = A_s \underline{X}_s(t) + B_s \underline{U}_s(t) + B_e \underline{U}_e(t); \underline{Y}_s(t) = C_s \underline{X}_s(t) \quad (5)$$

in which the state vector is $\underline{X}_s = [\eta_1, \dots, \eta_m, \dot{\eta}_1, \dots, \dot{\eta}_m]^T$, the system matrix

$$A_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times m} & I_{m \times m} \\ -\Lambda & -\Sigma \end{bmatrix} \quad (6)$$

the control input (i.e. force due to the acceleration of the TMD mass) $\underline{U}_s = [F_{F1}, \dots, F_{Fp}]^T$ for p TMDs, the input matrix

$$B_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times p} \\ \Phi_a \end{bmatrix}, \text{ with } \Phi_a = \begin{bmatrix} \phi_{1,F1} & \dots & \phi_{1,Fp} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{m,F1} & \dots & \phi_{m,Fp} \end{bmatrix} \quad (7)$$

where $\Phi_a \in \mathbb{R}^{m \times p}$ and $\phi_{i,Fj}$ is the value of the modal shape i at the position of the TMD j . The output vector is $\underline{Y}_s = [y_{s,1} \ \dots \ y_{s,p}]$, in which is assumed that the displacement is the quantity measured at p points where the set of TMDs is placed. The output matrix is as follows

$$C_s = [\Phi_s \ \mathbf{0}_{p \times m}], \text{ with } \Phi_s = \begin{bmatrix} \phi_{1,S1} & \dots & \phi_{m,S1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1,Sp} & \dots & \phi_{m,Sp} \end{bmatrix} \quad (8)$$

where $\Phi_s \in \mathbb{R}^{m \times p}$ and $\phi_{i,Sj}$ is the value of the modal shape i at the position of the TMD j . Finally, B_e is perturbation input matrix and $\underline{U}_e(t)$ is the perturbation input.

From the state-space representation of Eq. (5), the characteristic equation is given by [11]

$$|\lambda_s I - A_s| = 0 \tag{9}$$

λ_s being the open-loop poles of the structure (or eigenvalues of A_s).

2.3. TMD dynamic behaviours

TMD is a PVC device mounted in structures to reduce the amplitude of mechanical vibrations by dissipating energy and changing the value of the natural frequencies of the structures. A TMD or a set of TMDs (see Fig. 2) consist of a mass, a damper and a spring attached to a structure. The TMD design consists of tuning these mechanical parameters and locates the position of the TMD to reduce mechanical vibrations. In Den Hartog’s classical approach, the optimal TMD parameters are those that minimise the maximum value of the resonant peak at a point for a structure with vanishing damping. Generally, this assumption can be adopted and the TMD is installed where occurs the maximum displacement of the controlled vibration mode.

Fig. 2 shows the model to simulate a floor structure equipped with a TMD system (p TMDs). In Fig. 2, subscripts s and t indicate structure and TMD respectively, $m_{t,j}$, $k_{t,j}$, $c_{t,j}$, $y_{t,j}$ are the mass, stiffness, damping and vertical displacement of the j -TMD respectively, while $y_{s,j}$ being the local vertical displacement (the displacement at this particular position) of the floor where the j -TMD is placed. The dynamics of each TMD is as follows:

$$m_{t,j}\ddot{y}_{t,j} + c_{t,j}\dot{y}_{t,j} + k_{t,j}y_{t,j} - c_{t,j}\dot{y}_{s,j} - k_{t,j}y_{s,j} = 0 \tag{10}$$

The vector $\underline{U}_s(t)$ is obtained by multiplying the vector \underline{Y}_t by $[m_{t,1}, \dots, m_{t,p}]$ and derivating two times.

In Den Hartog’s theory, the optimal $k_{t,j}$ (Eq. (13)), $c_{t,j}$ (Eq. (14)) can be obtained easily from Eqs. (10) and (11), once the $m_{t,j}$ is selected using mass ratio μ_j (Eq. (12)), if the j -TMD and the structure are separated from the others as a two-degree-of-freedom system.

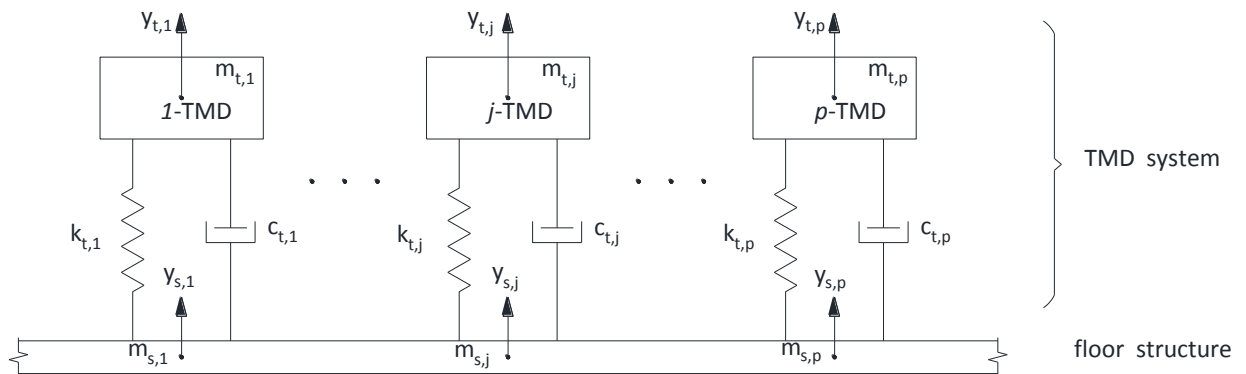


Figure 2. Floor structure and a TMD system.

$$m_{s,j}\ddot{y}_{s,j} + (c_{t,j} + c_{s,j})\dot{y}_{s,j} + (k_{t,j} + k_{s,j})y_{s,j} - c_{t,j}\dot{y}_{t,j} - k_{t,j}y_{t,j} = U_{e,j}(t) \quad (11)$$

$$\mu_j = \frac{m_{t,j}}{m_{s,j}} \quad (12)$$

$$k_{t,j} = m_{t,j}\omega_{t,j}^2 = m_{t,j} \cdot (2\pi f_{t,j})^2, \text{ with } f_{t,j} = \frac{1}{2\pi} \omega_{t,j} \quad (13)$$

$$\zeta_{t,j} = 2 \cdot m_{t,j} \omega_{t,j} \zeta_{t,j}, \text{ with } \zeta_{t,j} = \sqrt{\frac{3\mu_j}{8(1+\mu_j)^3}} \quad (14)$$

where $\omega_{t,j}, f_{t,j}, \zeta_{t,j}$ are respectively the angular frequency, natural frequency, damping ratio and of the j -TMD, $U_{e,j}(t)$, $m_{s,j}$ and $f_{s,j}$ are respectively the perturbation at this position of the structure, the modal mass and natural frequency of the structure for this vibration mode.

However, this approach may not be applicable for floor vibrations with closely-spaced natural frequencies. Because there exists a coupling between all the vibration modes of the structure and the used TMD designed for the selected vibration mode [4]. To control these modes effectively, the number of TMDs must be equal or larger than the number of the vibration modes taken into consideration.

2.4. Human vibration perception

2.4.1 Frequency weighting

The vibration that can be perceived by a human depends on the direction of incidence to the human body and the frequency content of the vibration (for a given amplitude), among other factors. As such, the variation of sensitivity of frequency for a body position can be taken into account by attenuating or enhancing the system response for frequencies where perception is less or higher sensitive, respectively. The degree to which the response is attenuated or enhanced is referred to as frequency weighting. Thus, frequency weighting functions are applied in order to account for the different acceptability of vibrations for different directions and body positions. ISO 2631 [12] and BS 6841 [13] provide details for frequency and direction weighting functions that can be applied which are all based on the barycentric coordinate system shown in Fig. 3. These have been included in current floor design guidelines such as the SCI guidance [14]. According to ISO 2631, for z-axis vibration and standing and seating, the frequency weighting function is W_k . This curve and its asymptotic definition are graphed in Fig. 4. Thus, the frequency weighted state vector is obtained as follows in frequency domain

$$\underline{X}_{s,w}(s) = \underline{X}_s(s) \cdot W_k(s) \quad (15)$$

in which $W_k(s)$ is the transfer function (or Fourier transform) of the frequency weighting function. Eq. (15) can also be expressed in time domain as

$$\underline{X}_{s,w}(t) = \underline{X}_s(t) * w_k(t) \quad (16)$$

where (*) denotes the convolution process and $w_k(t)$ is the impulse response function of $W_k(s)$.

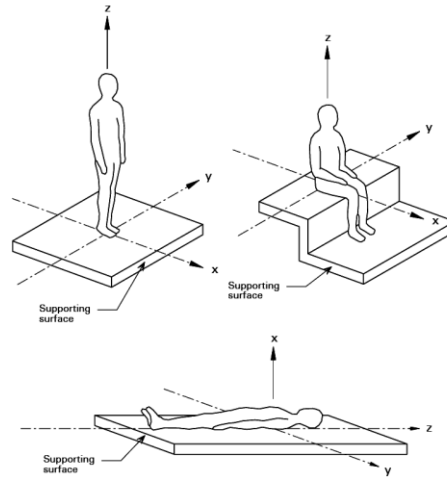


Figure 3. Directions for vibration according to ISO 2631 [12] and BS 6841 [13] (after [14]).

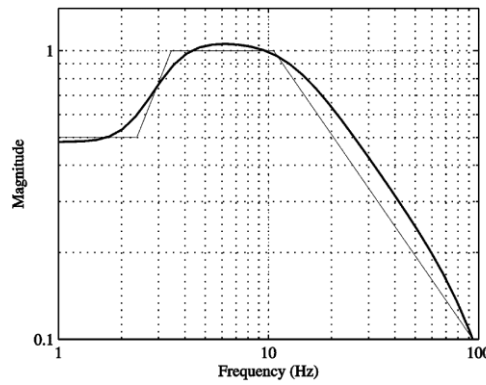


Figure 4. W_k frequency weighting function (thicker curve) and its asymptotic definition (thinner curve) [12].

2.4.2 Time weighting

As has been mentioned before, the human comfort to vibration is directly related to the duration of sustained vibration. Thus, persistent vibrations should be penalised in the control design, giving more importance to transient vibration of long-duration than those of short-duration. As it was commented before, the control design proposed in this work consists of minimizing a PI that depends on the energy of the system after an initial condition. Therefore, exponential time weighting will be suitable for this application. The time weighted state \hat{X}_s is computed from the state vector \underline{X}_s as follows

$$\hat{X}_s(t) = e^{\alpha t} \cdot \underline{X}_s(t), \text{ with } \alpha \geq 0 \quad (17)$$

Note that the exponential time weighting adds a constraint in the relative stability of the controlled system. Note also that persistent states are more penalised as α is increased. Finally, if the state vector is time weighted by Eq. (17) and frequency weighted by Eq. (16), the time and frequency weighted state is as follows

$$\hat{X}_{s,w}(t) = \hat{X}_s(t) * w_k(t) \quad (18)$$

2.5. Design algorithm

The purpose of this section is to provide a procedure to find the optimal locations and stiffness (or natural frequencies) of a given number of TMDs, as is illustrated in Fig. 1.

2.5.1. TMD design as a feedback loop

It is now demonstrated that each TMD can be considered as a control system working as a feedback controller. For a given mass and damping, the stiffness is the only parameter to be designed for a prescribed location. Thus, the proposed algorithm finds simultaneously the optimal location for each TMD and the optimal natural frequency (equivalent to design the stiffness since the mass is fixed) through a feedback loop. From Fig. 1, the TMD system model depends mainly on the diagonal matrix which contains p TMD transfer functions, which can be explained clearly by the transfer function of the j -TMD.

$$TMD_{-j}(s) = \frac{y_{t,j}(s)}{y_{s,j}(s)} = \frac{c_{t,j}s + k_{t,j}}{m_{t,j}s^2 + c_{t,j}s + k_{t,j}} = \frac{2\zeta_{t,j}\omega_{t,j}s + \omega_{t,j}^2}{s^2 + 2\zeta_{t,j}\omega_{t,j}s + \omega_{t,j}^2} \quad (19)$$

2.5.2. Design process

The design process is based on the minimisation of a performance index (PI) related to the dissipation energy of the whole structure due to the PVC action for a given excitation. The PI is calculated using the time and frequency weighted structure states as follows (see Eq. (18) and Fig. 4)

$$J(K, \underline{z}) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \hat{\underline{X}}_{s,w}^T(t) Q \hat{\underline{X}}_{s,w}(t) \quad (20)$$

in which the weighting matrix $Q \in \mathbb{R}^{2m \times 2m}$ is a positive definite matrix, $\underline{z} \in \mathbb{R}^p$ is the position of the TMDs (obviously, \underline{z} must be included into the spatial domain of the structure) and t_f is the final time used to compute the PI. This time should be sufficiently long such that the system energy is totally dissipated due to the control action. The weighting matrix is taken as [15]

$$Q = \begin{bmatrix} \omega_1 \phi_{1,\max}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & \omega_m \phi_{m,\max}^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \phi_{1,\max}^2 & \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & & & \phi_{m,\max}^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

in which $\phi_{i,\max}$ is the maximum value of the i -th eigenvector $\underline{\phi}_i$. Note that the displacement states are weighted by the natural frequencies, making thus the displacement states comparable to the velocity states.

The design process proposed for the TMDs location and the diagonal matrix can be divided into the following steps:

Step 1: Obtain a model of the structure considering m vibration modes defined at n points spatially distributed along the structure.

Step 2: Obtain the eigenvalues of open-loop structure (Eq. (9)), choose parameter α as

$$\alpha \leq \min_i \left| \operatorname{Re}(s_i) \right|, \quad \forall i = 1, \dots, 2m \quad (22)$$

choose the final time used to compute the PI as

$$t_f \geq 10/\alpha \quad (23)$$

decide the frequency weighting function to be used [12], the number of TMDs, p , and the excitation. As a perturbation, a model of a heel-drop at all the points of the floor structure can be considered.

A heel-drop impact is a convenient excitation to evaluate transient response because it is easy to implement analytically and experimentally. Physically, the standard heel-drop impact is the force created by an 86.1 kg person standing on their toes and dropping their heels to impact the floor. Analytically, this force is estimated by a 2670 N decreasing function with a 50 ms duration [16].

Step 3: For each possible combination of positions of the p TMDs, find the optimal diagonal matrix by minimising the PI (Eq.(20)), but updated for exponentially weighted states. Mathematically, the problem may be established as

$$J(\underline{Z}) = \min_K J(K, \underline{Z}) \quad (24)$$

where the vector K is formed by the frequencies of the TMDs in the form of $[f_{t,1}, \dots, f_{t,p}]$.

Step 4: When the optimal matrix gain for each possible combination of TMDs position is obtained, the combination of positions \underline{Z}^* , together with its corresponding matrix, that provides the minimum PI is the solution searched

$$J^* = \min_{\underline{Z}} J(\underline{Z}) \quad (25)$$

3. DESIGN EXAMPLE

3.1. Description of a floor structure model

The study is undertaken for a rectangular isotropic plate of dimension 12×8 m and a depth of 0.25 m, whose general view is shown in Fig. 5. The plate is supported by 6 simple supports, 4 of them at the corners and 2 at the mid-points of the longer spans. The material properties considered are: modulus of elasticity $E = 20 \times 10^9$ N/m², Poisson's ratio $\nu = 0.15$ and density $\rho = 3000$ kg/m³. The density has been increased from 2500 kg/m³ (the characteristic value for reinforced or pre-stressed concrete) to 3000 kg/m³ in order to include a portion of the imposed load and the total dead load [14]. Fig. 6 shows the 1st and 2nd vibration mode shapes of the structure and the obtained natural frequencies. The damping ratios for all the modes have been taken as 0.01. This value is representative of partially fully fitted out floors. Note that the structure model can be obtained experimentally, through

experimental modal analysis, or numerically, through the FEM. Current experimental modal identification procedures use a state-space realisation, such as [17].

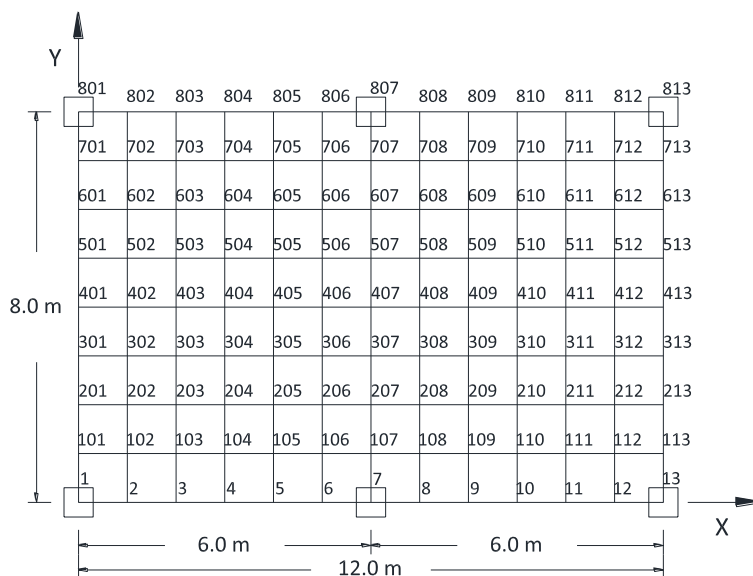


Figure 5. Plane layout and the mesh grid of the plate simulated.

For the particular example considered here, the structure model is obtained through FEM. Fig. 5 shows the mesh grid used. Isotropic shell elements are equidistant, and 1 meter has been used. A coarse grid has been used in order to make in order to make this grid similar to a possible experimental grid. The research is mainly focused on the first two vibration modes, whose natural frequencies are 4.4820Hz and 5.5379Hz respectively. Not only the natural frequencies are closely spaced, but also the positions of maximum displacement are only at a distance of 3 meters, the coordinates of which being (9m,4m) and (12m,4m).

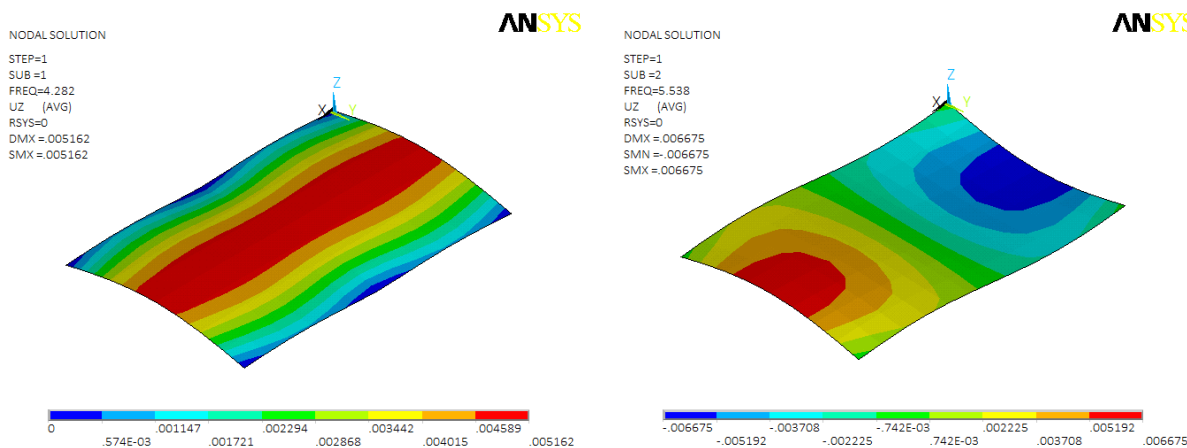


Figure 6. First two vibration mode shapes of the floor.

3.2. Comparison among different TMD systems

In this part, different control systems are compared in terms of the aforementioned functional J . The floor model is excited by heel-drop perturbations at all the nodes of the floor and the following solutions are considered: i) only one TMD designed by Den Hartog's theory for the vibration mode at 4.2820 Hz, ii) only one TMD is designed by the proposed algorithm, iii) two TMDs (one for mode at 4.2820 Hz and the other for mode at 5.5379 Hz) designed by Den Hartog's theory, and iv) two TMDs designed by the proposed algorithm.

For all the cases, the mass of each TMD is fixed as 700kg, which makes the mass ratio of TMD to 1st and 2nd vibration mode 0.0187 and 0.0312, respectively, which are quite common for real-life TMDs. All the damping ratios of TMDs are fixed as a common value 0.10. When the damping and mass value are set, the natural frequency, which is quadratic proportional to the stiffness, is computed as a close-loop system and the optimal positions are obtained meanwhile.

In the classical approach, however, the TMD is designed only to control one particular (1st or 2nd) vibration mode, thus being placed at the maximum displacement of corresponding mode. Once the mass (or mass ratio) is selected, other key parameters like stiffness and damping can be calculated using Eq. (13) and Eq. (14).

Table 1 shows the comparison between Den Hartog's classical approach and the proposed algorithm when only one TMD is designed for the system, where the input is chosen as heel-drop impacts [15]. Also, the PIs of the structure without control system are listed in *Table 1*. Firstly only the first vibration of the structure is considered and then four modes are taken into account. As is shown, in both approaches the control system varies in the TMD frequency and position with the number of controlled modes. A smaller value of PI indicates a better expected effect of the control system, which can explain why the TMD system becomes less efficient when the number of controlled modes increases. In classical approach, no matter how many modes are expected to be controlled, the TMD stays the same, which is designed to control particularly the 1st mode.

Table 2 shows the cases when two TMDs are designed for the TMD systems. As can be seen from *Table 1 and Table 2*, the proposed algorithm always provides smaller PIs than Den Hartog's classical approach and the PIs improve when more modes are taken into consideration. In addition, when considering four vibration modes, increasing the number of TMDs improves the performance of TMD system, both in Den Hartog's classical approach and proposed optimal approach.

Table 1. Control systems consisting of 1 TMD

Structural modes considered	1 mode	4 modes
Optimal approach		
PI	$3.12 \cdot 10^{-3}$	$3.30 \cdot 10^{-3}$
Position	(3,4)	(6,4)
TMD frequency	4.2939 Hz	4.3094 Hz
Classical approach		
PI	$3.20 \cdot 10^{-3}$	$4.03 \cdot 10^{-3}$
Position	(3,4)	(3,4)
TMD frequency	4.2036 Hz	4.2036 Hz
Structure without control		
PI	$182.55 \cdot 10^{-3}$	$182.67 \cdot 10^{-3}$

Table 2. Control systems consisting of 2 TMDs

Structural modes considered	2 modes	4 modes
Optimal approach		
PI	$2.09 \cdot 10^{-3}$	$2.18 \cdot 10^{-3}$
Positions	(9,4), (4,4)	(7,4), (4,4)
TMD frequencies	4.0613 Hz, 4.5305 Hz	4.0504 Hz, 4.5994 Hz
Classical approach		
PI	$2.79 \cdot 10^{-3}$	$2.92 \cdot 10^{-3}$
Positions	(3,4), (12,4)	(3,4), (12,4)
TMD frequencies	4.2036 Hz, 5.3705 Hz	4.2036 Hz, 5.3705 Hz

4. CONCLUSIONS

This paper has proposed an optimal TMD-based strategy for human-induced vibrations, in which an optimal set of TMDs can be designed by minimising the PI (representative of the dissipation energy). The design process considers also the time and frequency weighting for the states. Different TMD

systems are designed using this optimal approach and compared with those by Den Hartog's classical theory, which demonstrates the advantage of this approach over the classical theory.

This proposed optimization algorithm process will contribute to motivate future research on PVC for floor vibrations with closely spaced natural frequencies. The authors are now working on FEM to assess the TMD system designed by this approach, and also plan to apply this methodology to real-life structures, particularly in-service open-plan office floors.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author, Xidong Wang, wishes to thank China Scholarship Council (CSC) for financial support for a 4-year study at Universidad Politécnica de Madrid. The work in this paper is also part of the Spanish project DPI2013-47441-P.

REFERENCES

- [1] M. J. Hudson, P. Reynolds. (2012). Implementation considerations for active vibration control in the design of floor structures. *Engineering Structures*, 44, 334–358.
- [2] Nyawako D, Reynolds P. (2007). Technologies for mitigation of human-induced vibrations in civil engineering structures. *Shock Vibration Digest*, 39, 465–93.
- [3] Housner GW, Klink BA, Kausel E. (1996). Proceedings of the first world conference on structural control. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 15, 147–9.
- [4] M. Abé, T. Igusa. (1995). Tuned Mass Dampers for structures with closely spaced natural frequencies. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 24, 247-261.
- [5] Lei Zuo. (2009). Effective and robust vibration control using series multiple tuned-mass dampers. *Journal of Vibration and Acoustics*, 131(3).
- [6] J. P. Den Hartog. (1956). *Mechanical Vibrations*, 4th edition, McGraw-Hill, New York.
- [7] Marcos Daniel Souza dos Santos, Daniel Valença Fiuza Lima, Jorge Eliécer Campuzano Carmona, Suzana Moreira Avila, Graciela Nora Doz de Carvalho. (2013). Vibration Control of a Gym Floor Using Tuned Mass Dampers: A Numerical Analysis. *Modern Mechanical Engineering*, 3, 9-16.
- [8] Pereira E., Díaz I.M., Hudson E. and Reynolds P. (2014). Optimal control-based methodology for active vibration control of pedestrian structures. *Engineering Structures*, 80, 153-162.
- [9] Arash Mohtat, Ehsan Dehghan-Niri. (2011). Generalized frame work for robust design of tuned mass damper systems. *Journal of Sound and Vibration*, 330, 902–922.
- [10] L. Zuo, S.A. Nayfeh. (2004). Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration* 272, 893-908.
- [11] R. S. Burns. (2001). *Advanced Control Engineering*. Butterworth-Heinemann.
- [12] ISO 2631-1. (1997). Mechanical vibrations and shock – evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1. General requirement. International Organization for Standardization.

- [13] BS 6841. (1997). Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock. British Standards Institute.
- [14] A. L. Smith, S. J. Hicks, and P. J. Devine. (2007). Design of floors for vibration: A new approach (P354). The Steel Construction Institute.
- [15] L. M. Hanagan, E. C. Kulasekere, K. S. Walgama and K. Premaratne. (2000). Optimal placement of actuators and sensors for floor vibration control. *Journal of Structural Engineering* 126(12), 1380–1387.
- [16] Murray, T. M. (1975). Design practice to prevent floor vibrations. *Engrg. J., AISC*, 12(3), 82-87.
- [17] F. J. Cara, J. Capio, J. Juan and E. Alarcón. (2012). An approach to operational modal analysis using the expectation maximization algorithm. *Mechanical Systems and Signal Processing* 31, 109–129.

Optimización de una cimentación pilotada y de la superestructura de un centro comercial mediante simulación de la interacción terreno-estructura en suelos licuefactables con un caso de sismo dimensionante. Análisis comparativo de los resultados con y sin interacción terreno estructura

Carames, Carlos¹; Ibañez, Javier²; Cantó, José Vicente³

ABSTRACT

Soil-structure interaction techniques have been widely written about and largely used in the Energy domain, even if they are still not commonly used among Civil Engineers. Nevertheless, these techniques have been introduced in the latest versions of earthquake codes and their use can lead to large optimizations.

The aim of this article is to show a practical methodology to take into account soil-structure interaction in seismic design applied to buildings through a real case where structural optimizations lead to savings valued in 17.5 M€.

The structural study is done using a classical modal - spectral seismic analysis completed with the addition of dynamic impedances that reproduce soil structure interaction. This approach accurately incorporates the effects of the soil deformation by shifting the natural frequency of the structure and increasing the global damping of the system. The amount of energy dissipated in the soil is demonstrated in the analysis of the modal damping.

Keywords: soil-structure interaction, liquefiable soils, seismic analysis, optimization.

1. INTRODUCCIÓN

El dominio de conocimiento del problema de la interacción terreno estructura se encuentra a medio camino entre el cálculo estructural y la geotecnia.

La mayoría de ingenieros civiles que resuelven un caso sísmico asumen apoyos fijos en la base de la estructura que se quiere analizar. Por otro lado, los ingenieros geotécnicos intentan reproducir el comportamiento de los suelos, típicamente con modelos no lineales, independientemente de la estructura soportada, sin tener en cuenta las frecuencias propias de las estructuras cimentadas.

Aunque la teoría de la interacción suelo-estructura está expuesta y desarrollada en multitud de artículos de la bibliografía, no existe de manera generalizada una guía de aplicación de estas técnicas

¹Partner at Dynamis Ingenieros Consultores (SPAIN). c.carames@dynamisassociates.com

²Partner at Dynamis Ingenieros Consultores (SPAIN). j.ibanez@dynamisassociates.com

³Associate at Dynamis Ingenieros Consultores (SPAIN). jv.canto@dynamisassociates.com

de cálculo en el ámbito de los ingenieros de estructuras. Su aplicación concluye generalmente en una optimización de la estructura y cimentación y como consecuencia en sus costes.

El objeto de este artículo es la exposición de un caso real en el que la consideración de la interacción terreno estructura para el caso sísmico se ha traducido en una optimización considerable (7% del coste global del proyecto). Para ello se han realizado dos simulaciones en el dominio de la frecuencia de una estructura tipo, representativa de un centro comercial en construcción en Francia. En la primera de las simulaciones se han efectuado cálculos en el dominio de la frecuencia con el fin de obtener las rigideces del terreno (impedancias dinámicas). En la segunda simulación se ha efectuado un análisis clásico modal-espectral acoplando las funciones de impedancias obtenidas en la primera fase con las frecuencias principales de la estructura.

La comparativa de los resultados con y sin interacción terreno-estructura nos permite, en una primera fase, evaluar el impacto de dicho efecto en las frecuencias fundamentales del sistema y en los amortiguamientos modales asociados y en una segunda fase nos permite evaluar las diferencias en términos de desplazamientos y esfuerzos cortantes. También se discutirán los niveles de optimización de la estructura obtenidos ajustándonos a la normativa existente.

2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL SISTEMA ESTRUCTURAL

El centro comercial INTER IKEA situado en Bayona, Francia, tiene por objetivo la realización de un foro comercial de unos 42 000 m² (~ 200m x 200m) en planta y sobre 3 niveles:

- Nivel 0: zona de aparcamiento situada en la cota 3.0 NGF,
- Nivel 1: zona de tiendas, este nivel se encuentra en la cota 7.7 NGF,
- Nivel 2: zona de tiendas y restaurantes, este nivel se encuentra en la cota 13.00 NGF.

Al norte del edificio se encuentra un parking exterior con una superficie de 18 825m². Las vías de acceso se encuentran principalmente localizadas en las caras este y oeste del edificio.

La superestructura del edificio se compone de treinta bloques independientes separados por juntas de dilatación. Todos los bloques reposan sobre encepados pilotados que se conectan entre sí por vigas riostras. El análisis de los planos permite dividir los treinta bloques en tres familias tipo.

El presente artículo abarca únicamente el análisis del BLOQUE 1, que se considera el más representativo (constituye aproximadamente el 70% de los bloques). El análisis de los BLOQUES 2 y 3 se ha efectuado de manera análoga.

La huella en planta del bloque estudiado es de 32m x 48m. Está compuesto por 3 plantas siendo la altura total de la edificación de 10.5m.

El sistema estructural está principalmente compuesto por los siguientes elementos:

- Pilares de hormigón armado de dimensiones $75 \times 85 \text{cm}^2$ a lo largo de toda la altura
- Muros de cortante en la planta baja para limitación de desplazamientos según la dirección transversal del edificio
- Vigas pretensadas *PP6* de dimensiones $50 \times 155 \text{cm}^2$ y vigas de hormigón armado *R20* de dimensiones $40 \times 110 \text{cm}^2$ sobre el nivel del primer piso
- Vigas pretensadas *PP* de dimensiones $40 \times 120 \text{cm}^2$ y vigas de hormigón armado *R10* de dimensiones $40 \times 100 \text{cm}^2$ sobre el nivel de la segunda planta
- Vigas pretensadas *PR* de dimensiones $35 \times 90 \text{cm}^2$ y vigas de hormigón armado *R2* de dimensiones $40 \times 105 \text{cm}^2$ sobre el nivel de terraza.

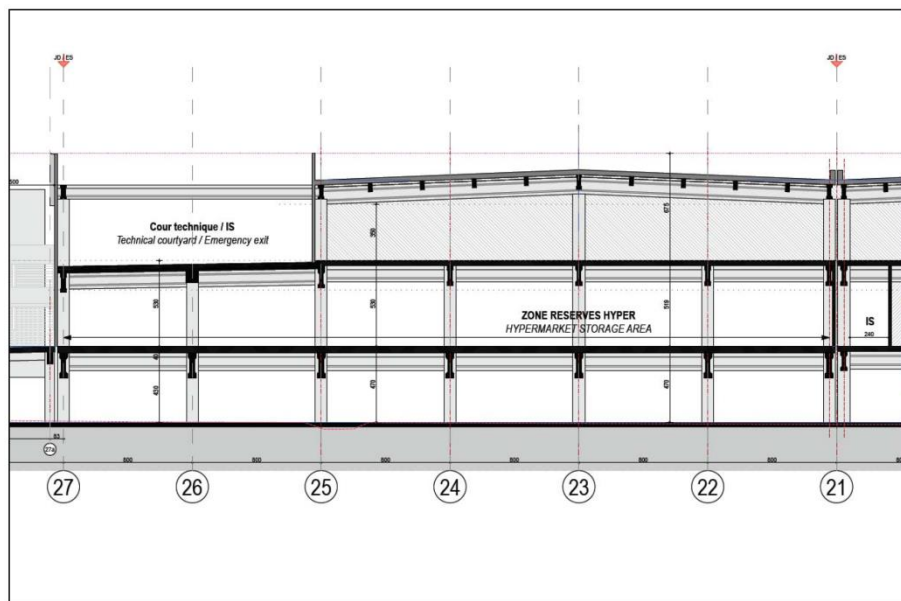


Figura1. Sección del bloque tipo analizado

El bloque está cimentado sobre 27 pilotes (uno por pilar) de 65 metros de longitud con los siguientes diámetros: $\Phi 1.00\text{m}$, $\Phi 1.20\text{m}$, $\Phi 1.40\text{m}$. Los encepados están unidos entre sí mediante vigas riostras.

Los pilotes se anclarán al menos 3 diámetros en el estrato sano.

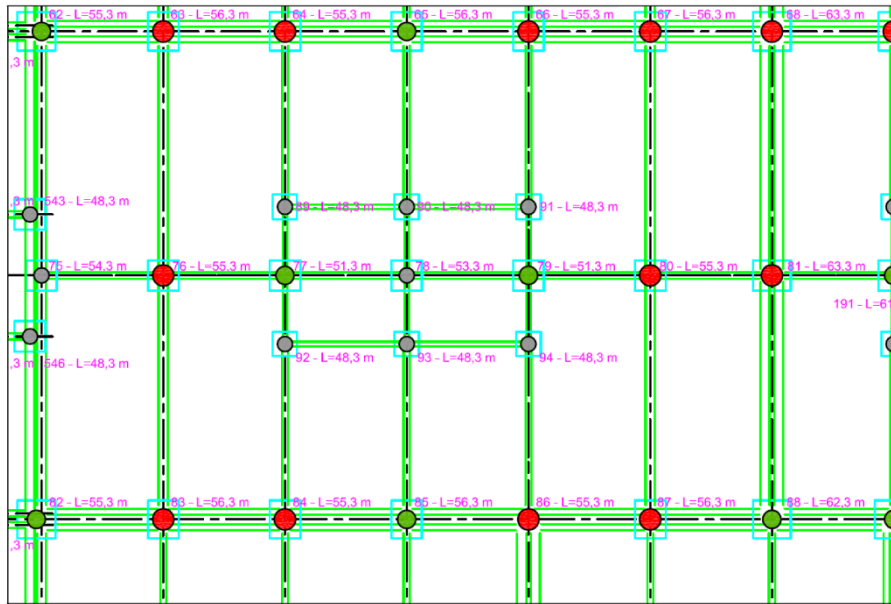


Figura 2. Planta de cimentación

3. NIVEL SISMICO DEL EMPLAZAMIENTO

El espectro de cálculo se define de acuerdo con el Eurocódigo 8 y en conformidad con los Decretos nº 2010-1254 y 2010-1255 del 22 de octubre de 2010 relativo a la clasificación y a las reglas sísmicas para construcciones normales. La zona de Bayona se encuentra en zona III según dicha normativa.

El informe geotécnico establece que la velocidad media V_{s30} de las ondas de corte es de 173 m/s. Por lo tanto se clasifica el suelo como suelo de tipo D.

El espectro elástico que se empleará en los cálculos dinámicos del edificio se da a continuación en la figura 3 para un amortiguamiento de 5%.

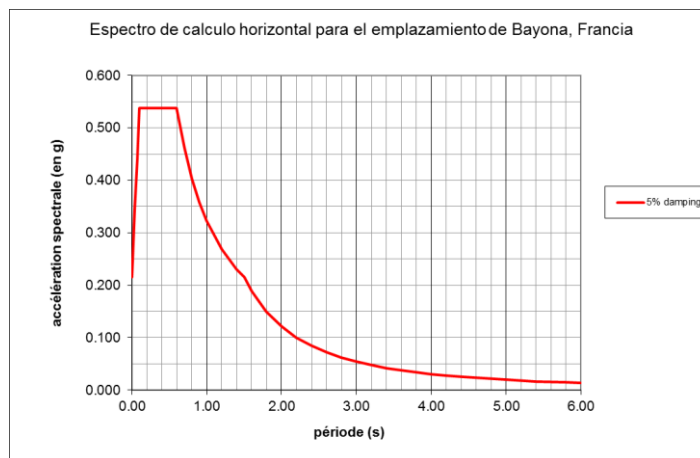


Figura 3. Espectro de dimensionamiento definido según el Eurocodigo 8

El cálculo de espectro para otros amortiguamientos se efectúa según la formulación del Eurocódigo 8 que define el coeficiente corrector de la manera siguiente:

$$\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0,55$$

Donde el parámetro ξ representa el coeficiente de amortiguamiento viscoso en porcentaje.

4. CÁLCULO DE LAS FUNCIONES DE IMPEDANCIA DINAMICAS

4.1. Datos geotécnicos

Se identifica la siguiente estratigrafía:

- Estrato de 14 metros de arcillas (V_s en el rango [115m/s ; 160m/s])
- Estrato de 8 metros de arenas potencialmente licuefactables (V_s en el rango [237m/s ; 283m/s])
- Estrato de 27 metros de arcillas (V_s en el rango [170m/s ; 250m/s])
- Estrato de 8 metros de substrato de degradado (V_s en el rango [300m/s ; 320m/s])
- Estrato sano (V_s en el rango [400m/s ; 450m/s])

Se han empleado las siguientes relaciones básicas de la dinámica de suelos:

Relación entre la velocidad de las ondas de volumen “s” y el módulo de cortante G:

$$G = \rho V_s^2$$

Relación entre la velocidad de las ondas de volumen “s” y “p”:

$$\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 = \frac{2(1 - \nu)}{1 - 2\nu}$$

Siendo V_s y V_p las ondas de volumen y ν el coeficiente de Poisson del suelo.

El siguiente perfil de módulo de cortante dinámico G_{max} es el siguiente:

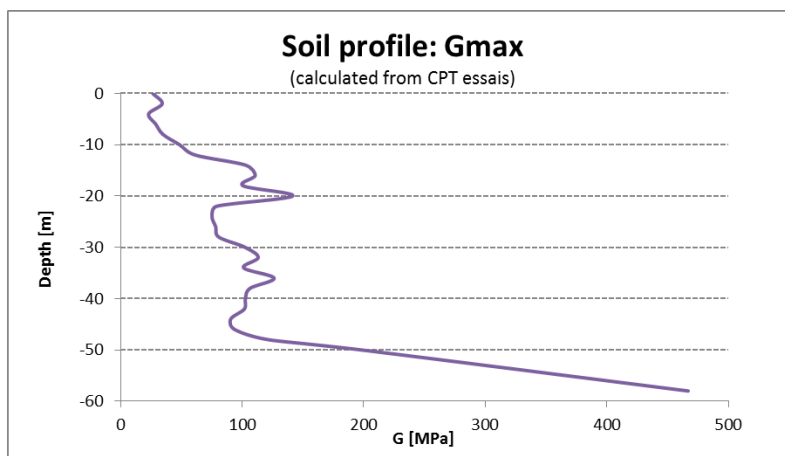


Figura 4. Perfil medio de G_{max} en función de la profundidad.

De acuerdo con el Eurocodigo, para tener en cuenta la distorsión del terreno, para una aceleración de 0.21g, se define un coeficiente de abatimiento $G/G_{\max} = 0.8$ que corresponde con el valor calculado con el programa Shake.

4.2. Metodología de calculo

Las impedancias dinámicas corresponden a la matriz de rigidez del sistema terreno-cimiento para una carga armónica de pulsación ω aplicada en el punto de control O. Los términos de rigidez de la matriz de impedancia corresponden a las reacciones ejercidas sobre el cimiento considerado sin masa cuando se le aplican desplazamientos armónicos unitarios. Para tener en cuenta de forma rigurosa la interacción suelo estructura se requiere del uso de un modelo global de la cimentación que tenga en cuenta el efecto de grupo.

Para calcular la matriz de impedancia del sistema global y local, se ha utilizado un modelo elementos finitos de la cimentación sin masa y se ha calculado la respuesta del sistema en el punto de control O sometido a sollicitaciones armónicas de frecuencia variable entre 0 y 10 Hz. El suelo se representa por capas viscoelásticas semi-infinitas que reposan sobre un semi-espacio infinito, de esta forma se puede calcular de forma exacta el amortiguamiento geométrico. Se obtiene así la matriz de flexibilidad compleja del sistema terreno-cimientos. La matriz de rigidez se obtiene invirtiendo la matriz de flexibilidad del sistema.

Los términos de rigidez y de amortiguamiento se calculan mediante las expresiones siguientes:

$$\underline{\underline{K}}(\omega) = \text{Re} \left(\underline{\underline{Z}}(\omega) \right)$$

$$\underline{\underline{C}}(\omega) = \frac{\text{Im} \left(\underline{\underline{Z}}(\omega) \right)}{\omega}$$

Donde:

$\underline{\underline{Z}}(\omega)$ es la matriz compleja de impedancia para la frecuencia ω ;

$\underline{\underline{K}}(\omega)$ es la matriz de rigidez del sistema terreno-cimientos;

$\underline{\underline{C}}(\omega)$ es la matriz de amortiguamiento del sistema terreno-cimientos.

Teniendo en cuenta el método de cálculo el valor del amortiguamiento se limitada al 30%.

4.2.1. Impedancias locales

Con el fin de ajustar la correcta rigidez local vertical y de giro de los pilotes, se calculan las impedancias dinámicas para cada uno de los pilotes pertenecientes a las tres familias $\phi 1.4\text{m}$, $\phi 1.2\text{m}$, $\phi 1.0\text{m}$. A continuación se presentan las curvas de impedancia dinámica en función de la frecuencia para cada uno de los tipo de pilote y las los grados de libertad horizontal, vertical y giro.

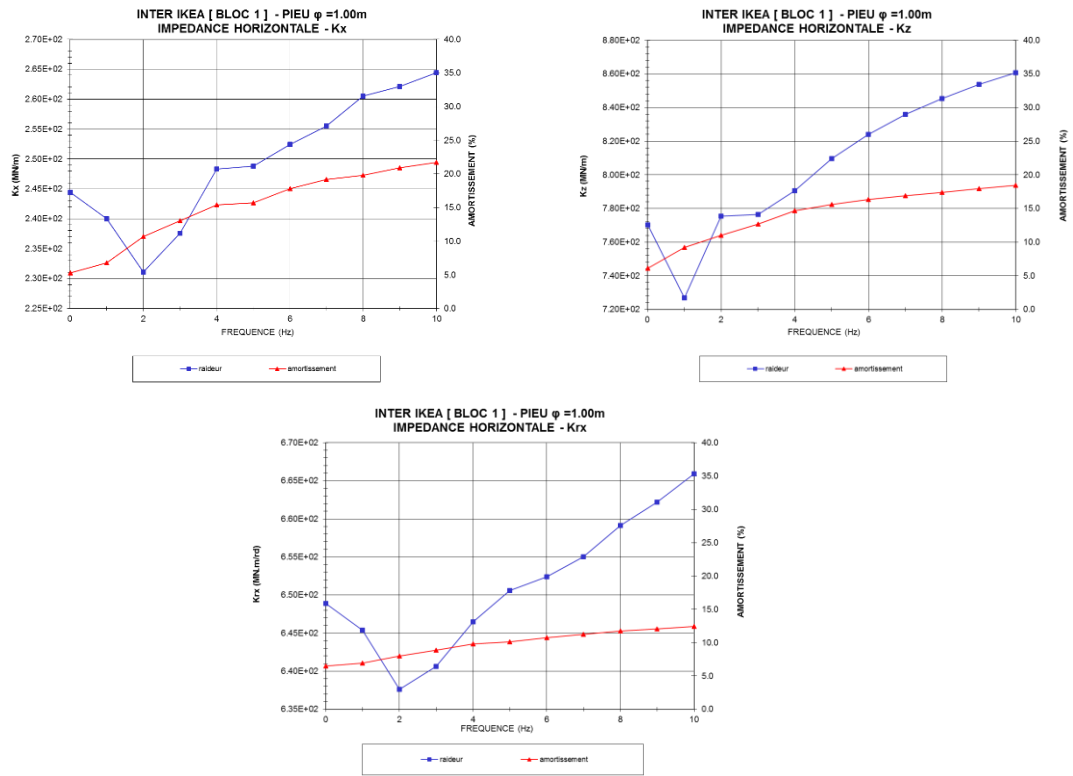


Figura 5. Curvas de impedancia local – pilotes 1.0m

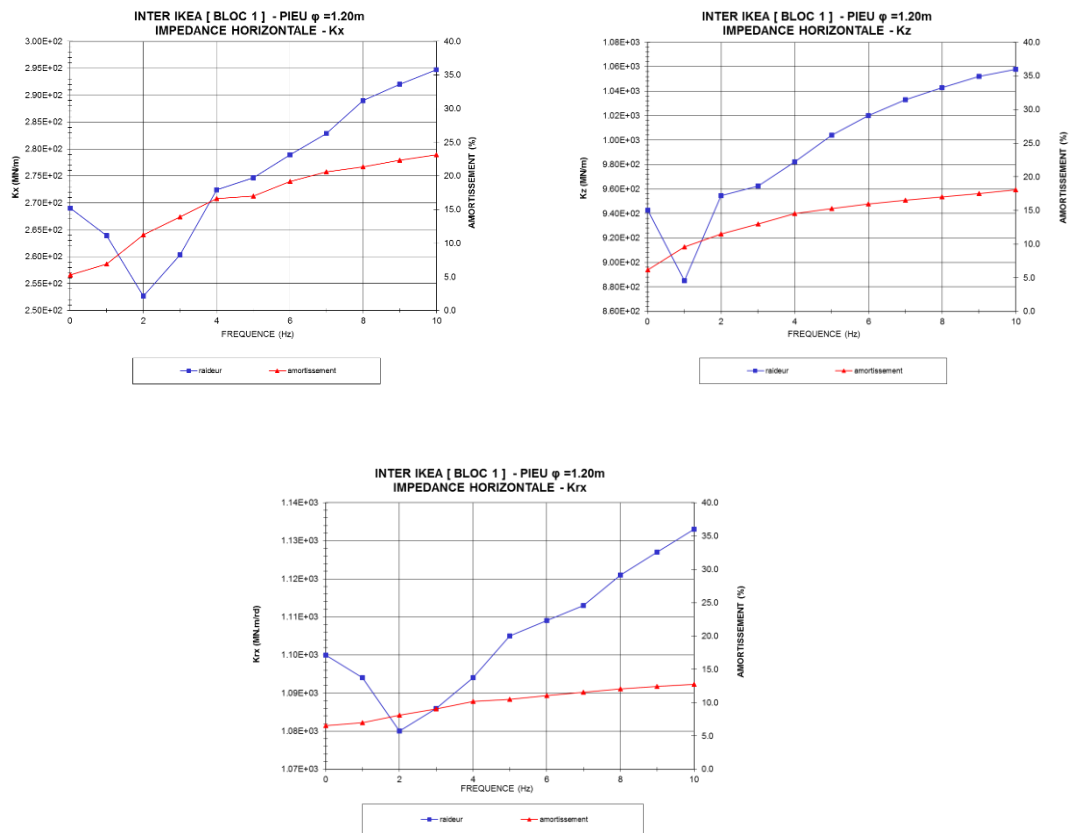


Figura 6. Curvas de impedancia local – pilotes 1.2m

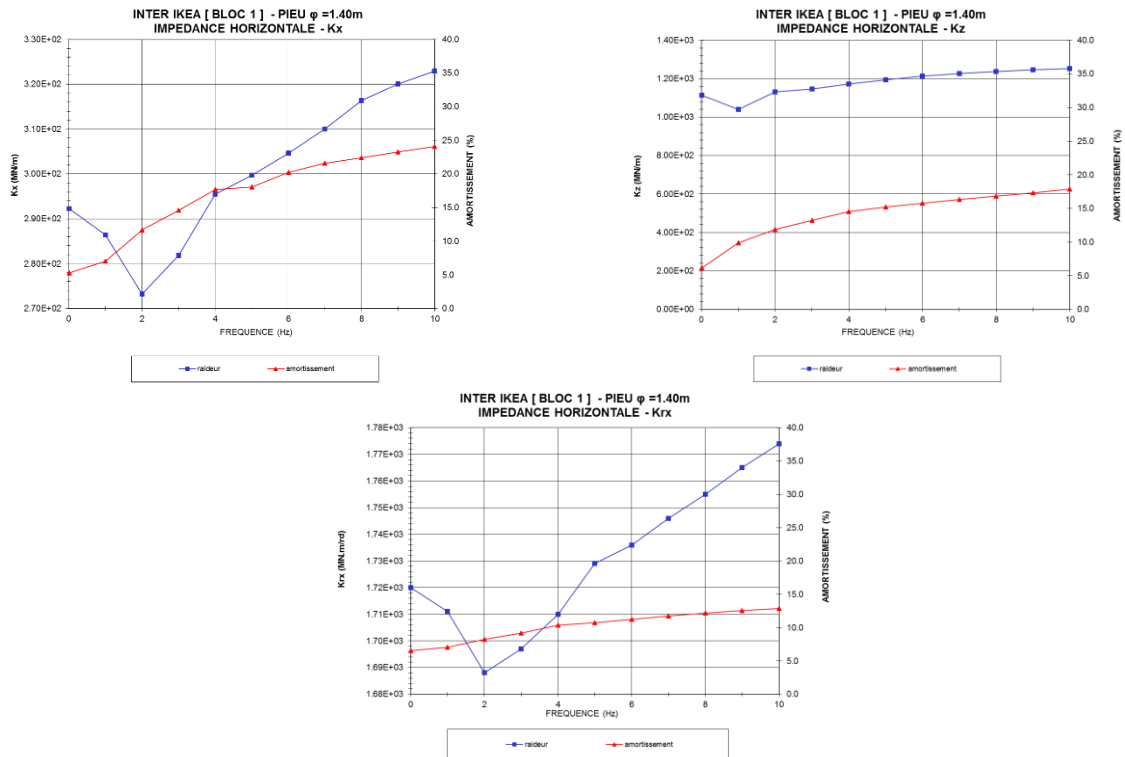


Figura 7. Curvas de impedancia local – pilotes 1.4m

4.2.2. Impedancias globales

Con el fin de ajustar la correcta rigidez global en los modos de translación del bloque, se calculan las impedancias dinámicas del sistema global utilizando un modelo de elementos finitos del total de la cimentación.

A continuación se presentan las curvas de impedancia dinámica en función de la frecuencia para los modos globales de translación:

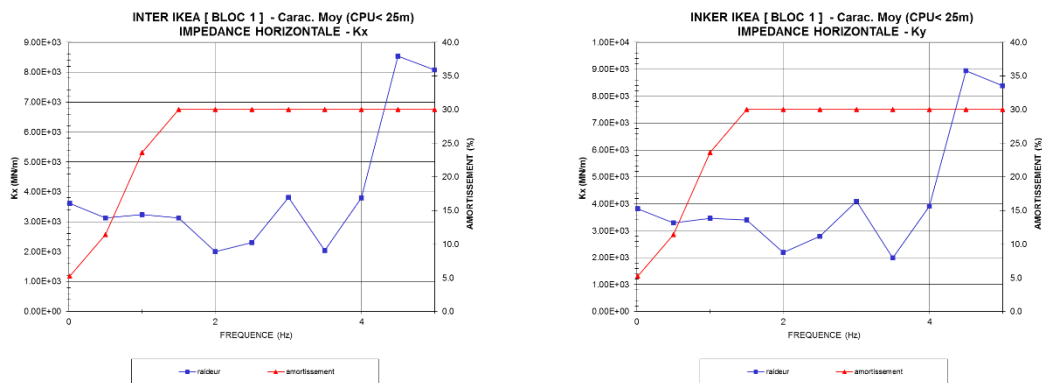


Figura 8. Curvas de impedancia global

Se observa que para un modo de translación global a partir de 1Hz, el amortiguamiento radiativo de la cimentación supera el 20%.

5. MODELIZACION DE LA SUPERSTRUCTURA

El análisis sísmico de la estructura se realiza mediante el cálculo modal-espectral sobre un modelo 3D del edificio elaborado mediante código ASTER. El modelo tiene en cuenta los elementos siguientes:

- Sistema estructural compuesto por pórticos (pilares y vigas)
- Muro de cortante en la planta baja
- Forjados sin masa para reproducir el efecto de diafragma rígido
- Vigas riostras entre encepados
- Conjunto de muelles visco-elásticos que representan las impedancias dinámicas

5.1. Propiedades mecánicas del modelo

El modelo de elementos finitos se compone de:

- Elementos de tipo viga con seis grados de libertad que se usan para modelizar los pilares y las vigas
- Elementos de tipo placa con 5 grados de libertad que se utilizan para modelizar los forjados y los muros de cortante en la planta baja
- Resortes y amortiguadores lineales según los grados de libertad deseados para modelizar las impedancias dinámicas.

La figura siguiente presenta una vista del modelo 3D de la estructura modelizada:

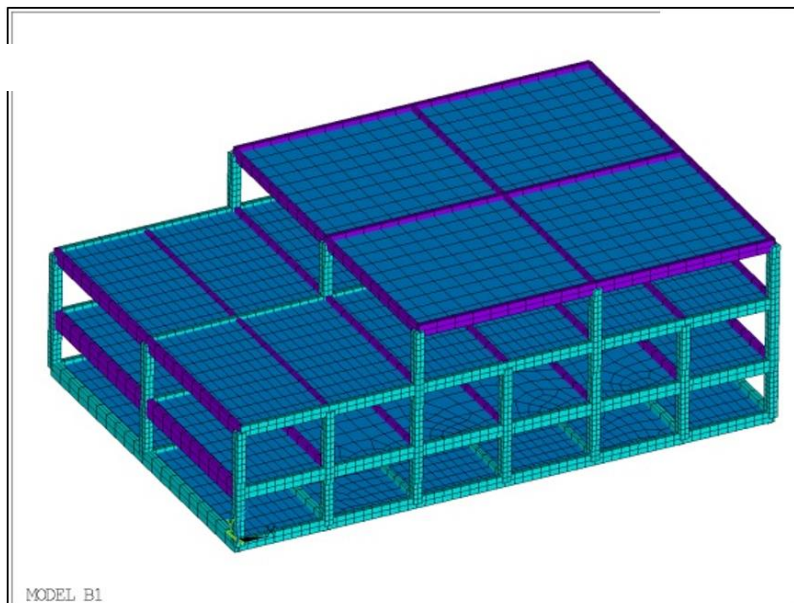


Figura 9. Vista 3D del modelo elementos finitos

El tipo de material utilizado para modelizar el comportamiento del hormigón sin fisurar es el siguiente:

- $E_{dyn} = 30\ 000\ \text{MPa}$
- Peso específico de $25\ \text{kN} / \text{m}^3$
- Amortiguamiento del 5%

Un primer cálculo se realiza teniendo en cuenta las propiedades dinámicas sin fisurar. Si al realizar las verificaciones pertinentes se observa que los elementos flexionados fisuran o que alguno de los pilares esta en tracción se aplicará un módulo de Young reducido de $E_{dyn}/2$, véase $15\ 000\ \text{MPa}$.

Para los elementos pretensados, si se aprecia algún tipo de figuración, se aplica un módulo de Young reducido de $21\ 000\ \text{MPa}$.

5.2. Modelización de la interacción suelo-estructura a partir de las impedancias dinámicas

La modelización de la interacción suelo-estructura se efectúa introduciendo dos tipos de resortes.

Por un lado un grupo de resortes en la base de cada pilar que tienen por objetivo representar la rigidez local vertical y de giro de los pilotes. Dichos resortes se obtienen de las curvas de impedancias locales presentadas en el apartado 4.2.1.

Como ya se ha indicado, se debe considerar que la interacción global entre pilotes se produce principalmente en los modos de translación horizontal. Para tener en cuenta dicho efecto, los resortes horizontales de cada pilote se unen a un resorte global que calibra el efecto de grupo que se quiere reproducir así como el amortiguamiento global del sistema de cimentación.

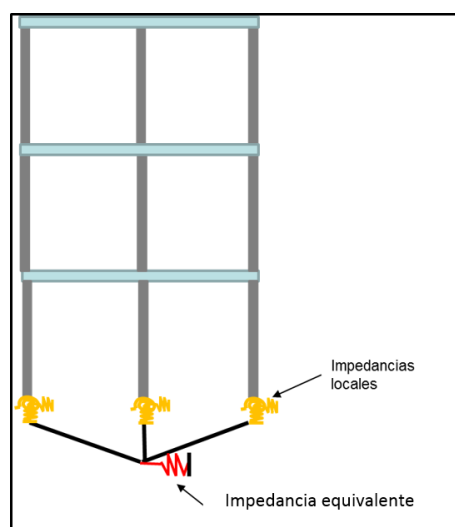


Figura 10. Esquema de modelización de la interacción suelo estructura

Con el fin de acoplar la respuesta del terreno y de la estructura, se efectuará un proceso iterativo durante el cálculo modal del sistema {terreno-estructura} de forma que se haga coincidir la frecuencia propia de la estructura con el valor de las impedancias dinámicas para dicha frecuencia. Dicho análisis tendrá en cuenta:

- La variación de las frecuencias del sistema debido a la flexibilidad de las condiciones de contorno
- Variación del amortiguamiento asociado a cada uno de los modos debido al amortiguamiento radiativo del suelo.

5.3. Balance de masa

Para efectuar el análisis modal del sistema, se procede a efectuar un abatimiento de las sobrecargas de uso del 50%. La masa total del sistema analizado es de 11 880 toneladas.

6. ANÁLISIS SÍSMICO

Se efectúa un análisis modal-espectral del sistema [suelo-estructura] acoplado según dos direcciones ortogonales horizontales y una dirección vertical.

Se calcula el número de modos necesario para llegar a un porcentaje de masa modal acumulada superior al 90% o hasta la frecuencia de corte (33Hz). Si el porcentaje de masa modal acumulado a 33Hz es inferior al 90%, se añade un pseudo-modo o modo residual.

6.1. Análisis modal

A continuación se presenta la síntesis del análisis modal según dos direcciones ortogonales horizontales que son los casos de interés para nuestro análisis.

6.1.1. Método clásico sin interacción terreno-estructura

La tabla 1 presenta la síntesis del análisis modal sin tener en cuenta la interacción suelo estructura.

FRECUENCIAS PROPIAS Y MASAS MODALES								
INTER IKEA - Bloque 1 - sin ISS								
Syntesis análisis modal EC8								
MODE	FREQ Hz	AMO	MASS FRACTION			CUMULATIVE MASS FRACTION		
			X	Y	Z	X	Y	Z
1	2.03	5.00%	77.78%	0.00%	0.00%	77.78%	0.00%	0.00%
2	2.75	5.00%	0.01%	80.85%	0.00%	77.79%	80.85%	0.00%
3	3.91	5.00%	0.00%	1.41%	0.00%	77.79%	82.27%	0.00%
4	4.39	5.00%	19.38%	0.00%	0.00%	97.17%	82.27%	0.00%
5	5.56	5.00%	0.83%	0.00%	0.00%	98.00%	82.27%	0.00%
6	6.17	5.00%	0.00%	1.10%	0.00%	98.00%	83.36%	0.00%
7	6.84	5.00%	0.00%	0.00%	0.00%	98.00%	83.36%	0.00%
8	7.73	5.00%	0.00%	0.00%	0.00%	98.00%	83.36%	0.00%
9	12.02	5.00%	0.00%	9.00%	0.00%	98.00%	92.36%	0.00%
10	14.47	5.00%	0.00%	0.00%	26.66%	98.00%	92.36%	0.00%
11	16.67	5.00%	0.00%	0.00%	50.43%	98.00%	92.36%	26.66%
12	17.23	5.00%	0.00%	0.59%	0.00%	98.00%	92.95%	77.09%

Tabla1. Síntesis del análisis modal sin tener en cuenta la interacción suelo-estructura

Se pueden apreciar un modo fundamental según la dirección X a 2.03Hz y un modo fundamental según la dirección Y a 2.75Hz. Se trata de dos modos clásicos de flexión. El modo según la dirección Y

es más rígido debido a los muros de cortante en la planta baja. El amortiguamiento modal como era de esperar es constante e igual a 5%.

6.1.2. Incluyendo interacción terreno-estructura

La tabla2 presenta la síntesis del análisis modal teniendo en cuenta la interacción suelo estructura.

FRECUENCIAS PROPIAS Y MASAS MODALES								
INTER IKEA - BLOQUE 1 con ISS								
Síntesis modal EC8								
MODE	FREQ Hz	AMO	MASS FRACTION			CUMULATIVE MASS FRACTION		
			X	Y	Z	X	Y	Z
1	1.59	17.6%	79.8%	0.0%	0.0%	79.8%	0.0%	0.0%
2	1.87	24.1%	0.0%	89.8%	0.0%	79.8%	89.8%	0.0%
3	2.75	17.2%	0.0%	0.6%	0.0%	79.8%	90.4%	0.0%
4	3.00	15.8%	18.7%	0.0%	0.0%	98.5%	90.4%	0.0%
5	3.28	12.8%	0.0%	9.5%	0.0%	98.5%	99.9%	0.0%
6	4.28	7.5%	0.0%	0.1%	0.0%	98.5%	100.0%	0.0%
7	4.41	18.6%	0.0%	0.0%	0.6%	98.5%	100.0%	0.6%
8	4.92	9.0%	1.2%	0.0%	0.0%	99.7%	100.0%	0.6%
9	4.95	20.7%	0.2%	0.0%	0.0%	99.9%	100.0%	0.6%
10	5.61	5.5%	0.1%	0.0%	1.5%	100.0%	100.0%	2.2%
11	5.69	19.0%	0.0%	0.0%	97.4%	100.0%	100.0%	99.6%
12	6.21	5.1%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	100.0%	99.6%

Tabla2. Síntesis del análisis modal sin tener en cuenta la interacción suelo-estructura

Se pueden apreciar un modo fundamental según la dirección X a 1.59Hz y un modo fundamental según la dirección Y a 1.87Hz. Se trata de dos modos clásicos de interacción suelo-estructura. El amortiguamiento es de 17.6% para el primero y de 24.1% para el segundo.

Se recuerda que el amortiguamiento modal de cada uno de los modos del sistema se obtiene ponderando el amortiguamiento de cada uno de los elementos que componen el sistema por su energía potencial.

6.1.3. Comparación

Se puede observar un claro efecto de la interacción suelo-estructura añadiendo más flexibilidad al sistema y una clara influencia del amortiguamiento introducido por el suelo en el sistema (disipación de energía).

6.2. Análisis espectral

6.2.1. Método clásico sin-interacción terreno-estructura

Analizando los resultados del análisis espectral, sin tener en cuenta la interacción suelo-estructura, para un sismo con componente horizontal X obtenemos un cortante global en la base de 22.59MN y de 19.65MN para un sismo con componente horizontal según Y.

6.2.2. Incluyendo interacción terreno-estructura

Analizando los resultados del análisis espectral teniendo en cuenta la interacción suelo-estructura, para un sismo con componente horizontal X obtenemos un cortante global en la base de 16.4MN y de 13.36MN para un sismo con componente horizontal según Y.

6.2.3. Comparación

Se puede observar una reducción en el esfuerzo cortante en la base del 25% aproximadamente en ambas direcciones. Podemos concluir que la interacción suelo-estructura juega un papel fundamental en esta estructura, no solo desplazando las frecuencias principales del sistema sino introduciendo la parte de amortiguamiento radiativo que se produce debido a la refracción de las ondas sísmicas.

7. OPTIMIZACION Y RECALCULO

Como se ha comprobado en el punto 6, la interacción suelo estructura reduce de forma considerable los esfuerzos inerciales generados para el sistema estudiado. En nuestro caso concreto se traduce en una reducción de las dimensiones de los pilares de 75x85 cm² a 65x75 cm², en una reducción de los diámetros de los pilotes de 100cm a 90cm, de 120cm a 110cm y de 140cm a 130cm y en la supresión de los muros de cortante en la planta baja.

Con el fin de optimizar al máximo la estructura y su cimentación se procede de forma iterativa hasta alcanzar la sección mínima que cumpla los criterios de diseño. Un recálculo es necesario, para verificar que las frecuencias fundamentales no disminuyen demasiado y con ello el amortiguamiento del sistema completo.

8. VERIFICACION DE LA CIMENTACION EN SUELOS CON LICUEFACCION

La verificación de los pilotes en suelo con licuefacción se efectúa una vez optimizada la estructura y con los esfuerzos inerciales resultantes de dicho recálculo.

8.1. Enfoque normativo

La normativa existente sobre el tema de dimensionamiento de pilotes en suelos potencialmente licuefactables es muy escasa. Ni el Eurocodigo 8, ni las normas locales francesas PS92 tratan esta problemática en detalle.

Para localizar normativa que trate de forma explícita este caso, nos tenemos que ir hasta Japón.

El código JRA (1996) contiene una metodología bastante simplificada y algo conservadora basada en resortes equivalentes que pretende modelizar la pérdida de rigidez en las capas que presentan licuefacción. De igual modo, indica un método para evaluar de forma algo inexacta mediante presiones equivalentes el efecto del conocido "lateral spreading".

El "Railway Code" de Japón, por el contrario, presenta una metodología que a día de hoy representa el state-of-the-art, utilizadas en proyectos internacionales de investigación como LESSLOSS (Risk Mitigation for Earthquakes and Lands lides Integrated Projects").

8.2. “Seismic Deformation Method” (SDM)

Con el fin de evaluar los esfuerzos generados durante el sismo en los pilotes efectuamos un cálculo no-lineal teniendo en cuenta las no lineales geométricas y materiales, tanto en los pilotes como en el suelo. Para ello empleamos el método SDM que consiste en combinar las fuerzas inerciales a la vez que le aplica la compatibilidad cinemática a los pilotes. Ambas acciones se detallan en los párrafos siguientes.

8.2.1. Efectos Inerciales

Las fuerzas inerciales generadas durante el sismo en los pilotes se extraen del análisis modal espectral con interacción suelo estructura presentado en los párrafos anteriores. Para cada pilote se obtiene un torsor que se aplica en cota inferior del encepado.

8.2.2. Compatibilidad cinemática

El método SDM tiene en cuenta la compatibilidad cinemática que actúa en cada pilote mediante esfuerzos transmitidos por medio de los resortes que modelizan el terreno sometidos a los desplazamientos en campo libre o en situación de “lateral spreading”.

Las curvas esfuerzo desplazamiento de los resortes de suelo, sin tener en cuenta la licuefacción, se calculan utilizando la formulación bi-lineal del “Fascicule 62” como función del módulo presiométrico del suelo, el diámetro de pilote y el límite plástico p_l caracterizados en los ensayos.

$$k_h = \frac{12E_M}{\frac{4}{3} \frac{B}{0.6} (2.65 \frac{B}{0.6})^\alpha + \alpha}$$

$$p_y = B \cdot p_l$$

siendo:

- E_M el módulo presiométrico
- B el diámetro del pilote
- α un coeficiente que depende del estado de consolidación del terreno
- p_l la presión límite del terreno

Para el estrato que presenta licuefacción empleamos el enfoque clásico normativo (JRA 1996) que consiste en modificar el valor k_h y la presión máxima en el suelo p_y en las curvas esfuerzo-desplazamiento de los resortes con unos factores δ y β :

$$k_{hl} = \delta \times k_h$$

$$p_{yl} = \beta \times p_y$$

Basado en los experimentos llevamos a cabo por *Tokimatsu et Al* (1998), los valores de δ y β son muy próximos y están comprendidos en el rango [0.05; 0.20].

La deformada en campo libre se calcula a partir de un modelo de suelo sometido a un triplete de acelerogramas consistentes con el espectro de diseño. La figura 11 presenta de la deformada (máximos temporales) en campo libre adoptada por del depósito de suelo de nuestro emplazamiento.

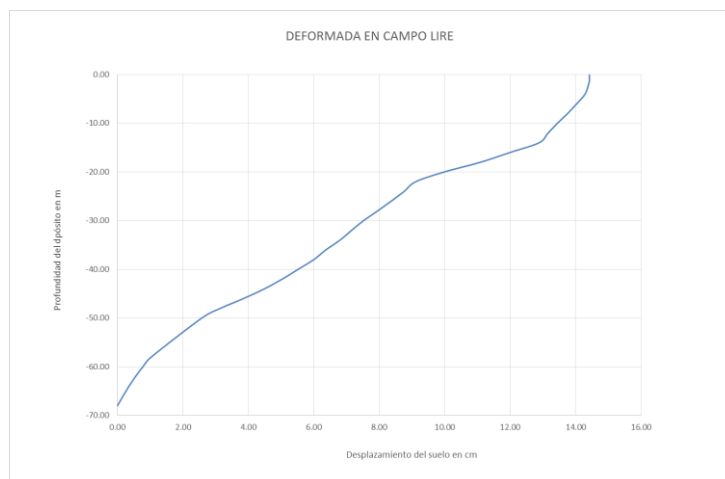


Figura 11. Deformada en campo libre del depósito de suelo (valores máximos de la serie temporal)

En nuestro caso de aplicación el “lateral spreading” se evita mediante compactación de zonas colindantes con la edificación. El riesgo de licuefacción en zonas localizadas interiores a la construcción no puede ser descartado.

8.3. Criterios y verificación de los pilotes

Para la verificación de los pilotes se imponen los siguientes criterios:

- Figuración: $\epsilon > 0,0001$
- Deformación máxima en el recubrimiento del hormigón: $\epsilon > 0,002$
- Deformación máxima en el núcleo del hormigón: $\epsilon > 0,0035$
- Plastificación del acero: $\epsilon > 0,0025$
- Rotura de acero: $\epsilon > 0,01$

A continuación se presenta el esquema de modelización que se emplea para el análisis de los pilotes aplicando de forma concomitante los esfuerzos inerciales y la compatibilidad cinemática:

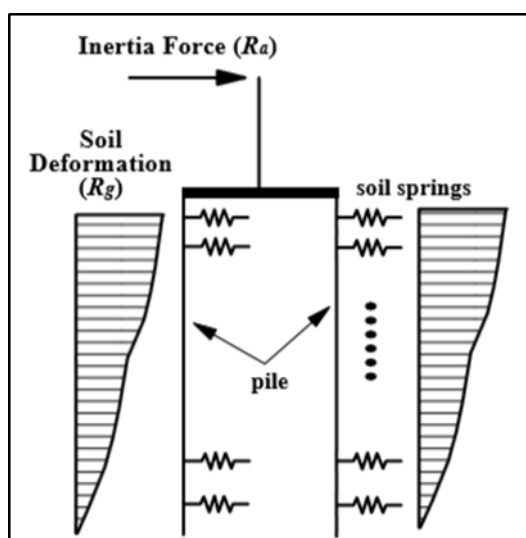


Figura 12. Esquema de modelización de los pilotes

Para el caso que nos ocupa se toma como coeficientes reductores δ y β el valor 0.1. El valor de α se toma igual a $2/3$, considerando el tipo de suelo como normalmente consolidado.

Las verificaciones llevadas a cabo en los pilotes muestran que con el ratio mínimo de armadura longitudinal propuesto en el Eurocodigo 8 (0.8%), los pilotes teniendo en cuenta la bajada de cargas establecida pueden resistir la carga sísmica establecida para la zona de Bayona teniendo en cuenta la reducción de las propiedades en las arenas licuefactadas.

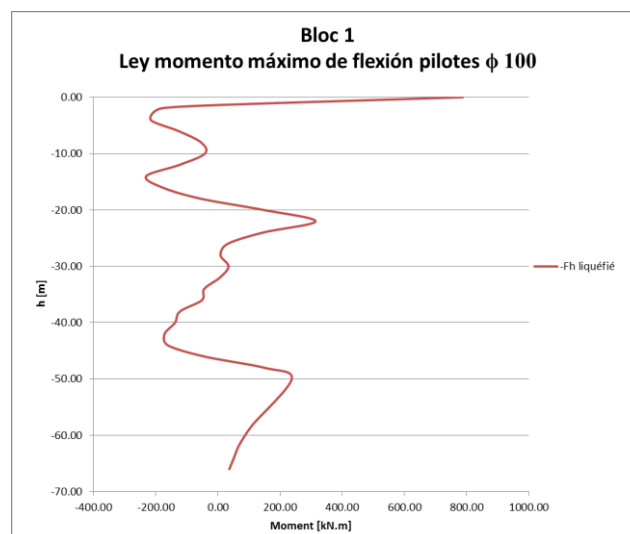


Figura 13. Momento máximo de flexión en los pilotes

9. CONCLUSIONES

El presente artículo expone el análisis sísmico, conforme a la normativa aplicable en Francia, del foro comercial INTER IKEA localizado en Bayona, ubicado en zona III. Para ello se ha efectuado un modelo 3D en elementos finitos y realizado un análisis modal espectral teniendo en cuenta la interacción terreno estructura y la posible licuefacción de la capa de arenas.

Se han efectuado dos estudios en paralelo con el fin de comparar los resultados y poder cuantificar el nivel de optimización. El primero parte de cálculo modal espectral clásico sin tener en cuenta la interacción suelo-estructura manteniendo el amortiguamiento constante de la estructura. El segundo cálculo incluye en el análisis modal espectral los efectos de la interacción suelo-estructura y por lo tanto tiene en cuenta la energía disipada en el suelo durante el sismo.

Se puede observar una disminución del 25% en los esfuerzos sísmicos lo que nos da pie a reducir la talla de los elementos estructurales. Esto se traduce directamente en un ahorro del coste global (250M€) del 7% (17.5 M€). La consideración global del sistema suelo-estructura hace que el análisis reproduzca de forma más realista el comportamiento de la edificación y se puedan identificar de forma más exacta los principales mecanismos de disipación de energía.

REFERENCES

- [1] LYSMER J., OSTADAN F., TABATABAIE M., VAHDANI S., TAJIRIAN F. - SASSI - A system for analysis of soil-structure interaction. Geotechnical Engineering Division, Civil Engineering Department, University of California, Berkeley and Bechtel Power Corporation, San Francisco, 2000.
- [2] SCHNABEL P.E., LYSMER J., SEED H.B. - SHAKE - "A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites" - Report EERC 72-12. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, (1972).
- [3] EUROCODE 8 - Design of Structures in seismic regions. Commission Européenne de Normalisation, Doc CEN/TC250/SC8/N335, (2003).
- [4] ARRETE DU 22 OCTOBRE 2010 – relatif à la classification et aux règles de construction parasismique applicables aux bâtiments de la classe dite « à risque normal » telle que définie par les décrets n° 2010-1254 et 2010-1255 du 22 octobre 2010, J.O. de la République Française du 24 octobre 2010.
- [5] REGLES PS92 - Règles PS applicables aux bâtiments - PS92 - Norme NFP-06-013 (Eyrolles Eds. 1996).
- [6] FASCICULE 62 - Titre V du CCTG - Règles techniques de conception et de calcul des fondations des ouvrages de génie civil, Ed. Eyrolles (Février 1999).
- [7] PRINCIPE DE JUSTIFICATION DES PIEUX DU PROJET EN CAS DE LIQUEFACTION DE SOLS – OGER INTERNATIONAL – 35/09 I. Charara, ind.A 06/12/2013.
- [8] ASTER - Analyse des Structures et Thermomécanique pour des Etudes et des Recherches – Version de développement stabilisée 9.3.22 – EDF R&D 1991 – 2008.
- [9] JRA (1996). Japanese Road Association, Specification for Highway Bridges, Part V, Seismic.
- [10] Railway Code, Japan 1999.
- [11] LESSLOSS. Risk Mitigation for Earthquakes and Landslides Integrated Projects. Deliverable 12 – Reports on methods of slope stabilization.
- [12] Ramos, R., Abdoun, T. H., and Dobry, R. (1999). "Centrifuge modeling of effect of superstructure stiffness on pile bending moments due to lateral spreading." Seventh U. S. – Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction, Report NCEER-99-0019, SUNY, Buffalo, NY, pp. 599 – 608.
- [13] TOKIMATSU K. - Performance of pile foundations in laterally spreading soils - Proceedings 2nd International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Vol 3, pp 957-964, Balkema 1999.

Optimization of connections for spatial modular structures

Rodríguez-León, M.T.¹; Sánchez, J.² & Vázquez, Enrique³

ABSTRACT

Every year Seville's city Council orders the construction of a giant gateway for the celebration of the April Fair. These constructions, whose dimensions are approximately 50 meters length, 40 meters height and variable depth of 4 to 5 meters, are spatial modular structures composed of steel tubular elements connected by clamps and covered by wood boards.

The consideration or not of the eccentricities introduced by the connection element as well as the determination of the stiffness to consider is one of the major problems when developing the analysis model. The construction company aims to achieve their optimization in order to reduce the final cost.

This paper investigates about how different ways of modeling these connections affects the optimization of the final model. The extent to which the modification of the position of the eccentricities influences the optimization is also discussed, as this aspect is difficult to control on site.

Keywords: framework, eccentricity, offset, clamp, stiffness.

1. INTRODUCTION

Seville April Fair gateways are a perfect example of spatial modular structures. They are constituted by tubular elements connected by clamps in a modular design, so that efforts are distributed in an isotropic network, and then in a uniform way.

It consists of vertical planes separated 1'00 m in the OX direction, hatched with horizontal planes separated 1'70 m in the OZ direction and transverse planes whose separation is variable, thus generating simple prismatic modules which are diagonalized in every face (Fig. 1). These prismatic modules are repeated in the front elevation and in the transverse direction to fit the contour defined by the given shape, which is different every year, thus forming an orthogonal grid (Fig. 2).

The tube section is constant throughout the model, with an outer diameter of 48 mm and an inner diameter of 42 mm. They are made of A42b, according to the former nomenclature for steel, taking into account that these tubes are reused every year, now equivalent to S235 JR. The main characteristics of A42b steel are: $\rho = 78'50 \text{ kN/m}^3$, $E = 2'1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$, $f_y = 260.000 \text{ kN/m}^2$ and $f_u = 420.000 \text{ kN/m}^2$.

¹ Department of Mechanics and Structures. University of Seville (SPAIN). mtrl@us.es

² Department of Mechanics and Structures. University of Seville (SPAIN). joseess@us.es

³ Department of Mechanics and Structures. University of Seville (SPAIN). ev@us.es

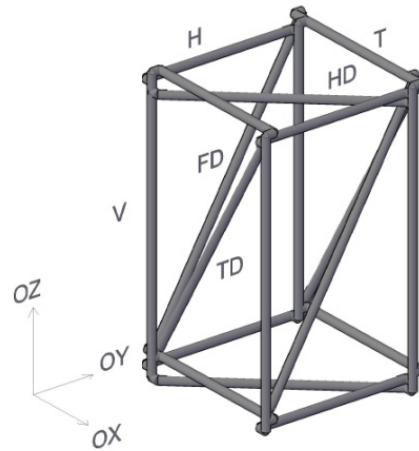


Figure 1. Prismatic module, $OX = 1'00m$, $OY = Variable$, $OZ = 1'70 m$.



Figure 2. Spatial structure during the building process.

1.1. Continuous bracing members

The tubes considered every year are continuous, so that each braced member must be connected at intermediate points to define the simple prismatic module with the considered dimensions. This connection is solved with coupling clamps in the case of orthogonal planes (Fig. 3) or with screwed inner sleeves- extension joints, when it comes to giving continuity thereto. With couplers it is ensured an effort transmission of 20 kN both in tension and compression, whereas extension joints are dimensioned to withstand the total resistant capacity of the tubes.

In the case of the couplers, the torque applied to the screw closure of the two half-rings of the coupler generates the force opposed to sliding. With this orthogonal coupler it is always possible to solve any union between two tubes without having to resort to swivel couplers, since it is always possible in our structural configuration to seek for orthogonal unions.



Figure 3. Clamp element for the connection of tubes in orthogonal planes.

The goal of this paper is to determine how to represent appropriately the couplers for orthogonal unions, provided the computer can cope, since any deviation in the geometry or the mechanical properties of these lead to erroneous results. There are two important aspects on which further:

Firstly, it is necessary to determine the elastic stiffness characteristics for the couplers, since it is supposed that the flexibility of these connections affects the behavior of the matrix structure.

Moreover, it can be observed that the solution considered produces eccentricities in the transmission of forces. The modeling of such eccentricities complicates the analysis model, since it is necessary to take into account that the joint can reach up to a maximum of six directions, which corresponds to a total of twelve tubes, one in each sense for each direction, but this is further complicated when multiple tubes are arranged in parallel to achieve the necessary strength. Therefore, it is necessary to assess the influence of the consideration of these eccentricities on the final results.

2. DETERMINATION OF ELASTIC STIFFNESS CHARACTERISTICS FOR COUPLERS

It was impossible to test a model coupler to discover its elastic stiffness characteristics, by not having the means to do so. Therefore, it was decided to extrapolate these values from a test performed on a similar model coupler [1]. The measurement of the coupler characteristics was determined according to Figure 4, where a short vertical tube with its ends clamped is connected with a coupler to a horizontal tube, and different load conditions are applied to obtain the coupler's elastic characteristics, which are referred in Table 1. For the directions in which the model coupler is relatively stiff, i.e. 1, 3 and 9, the elastic characteristics are difficult to ascertain, because of very small deflections occurring. Therefore, a conjectural stiffness of 10^9 kN/m was for these directions, producing fixity factors almost up to unity (i.e. virtually rigid).

Table 1. Model coupler elastic stiffness characteristics for the referenced test

k1=k3 (kN/m)	k5 (kN·m)	k7=k11 (kN·m)	k9 (kN/m)
10^9	$15'80 \cdot 10^{-3}$	$16'80 \cdot 10^{-3}$	10^9

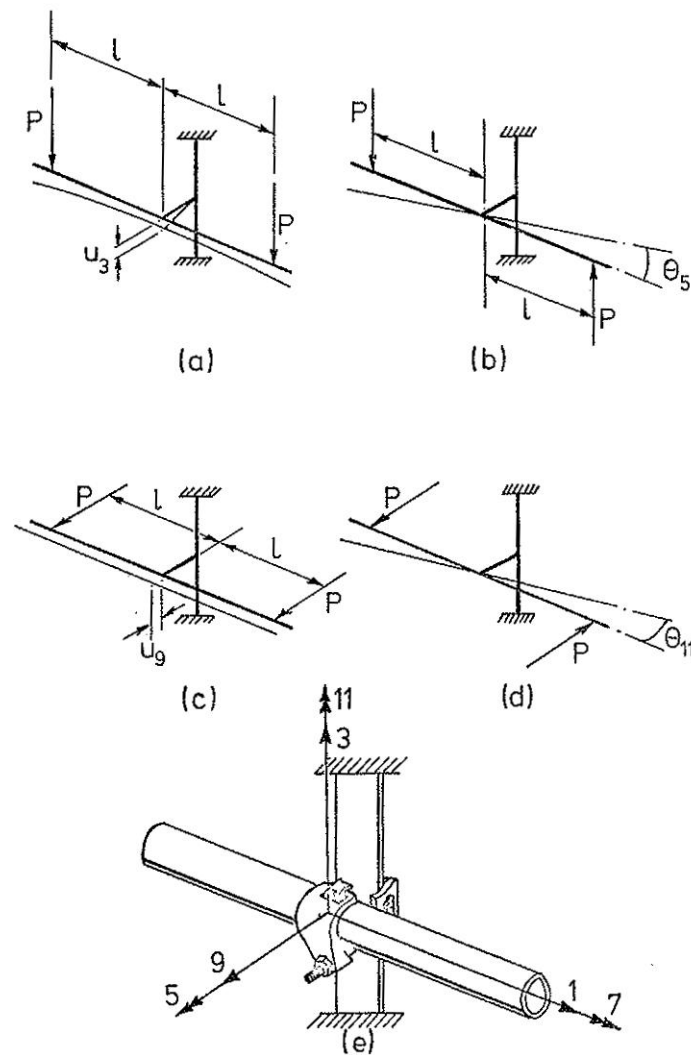


Figure 4. Numbered directions on coupler's stiffness characteristics test.

To extrapolate the stiffness characteristics obtained in the referenced test it is necessary to consider the geometrical and mechanical properties of the tubular elements tested in comparison with the ones used at Fair gateways (Table 2). In particular they will be taken as reference values for extrapolation the values of moment of inertia and modulus of elasticity of the tubular member. Then, the elastic stiffness characteristics for the couplers used at Seville Fair gateways are determined (Table 3).

Table 2. Geometrical and mechanical properties for tubular elements

	ϕ (m)	A (m ²)	I (m ⁴)	E (kN/m ²)	G (kN/m ²)
Fair gateways	$48'00 \cdot 10^{-3}$	$424'00 \cdot 10^{-6}$	$107.800 \cdot 10^{-12}$	$210'00 \cdot 10^6$	$80'77 \cdot 10^6$
Referenced test	$6'35 \cdot 10^{-3}$	$31'50 \cdot 10^{-6}$	$79'30 \cdot 10^{-12}$	$30'00 \cdot 10^6$	$4'30 \cdot 10^6$

Table 3. Model coupler elastic stiffness characteristics for Fair gateways

k1=k3 (kN/m)	k5 (kN·m)	k7=k11 (kN·m)	k9 (kN/m)
$9'52 \cdot 10^{13}$	1503'49	1598'65	$9'52 \cdot 10^{13}$

3. EVALUATION OF ELASTIC AND ECCENTRIC CONNECTIONS FOR FAIR GATEWAYS

For a first approach a simple model will be used, that will consist of the repetition of three simple modules in the OX direction, two simple modules in the OY direction and four simple modules in the OZ direction (Figure 5). This model will have pinned joints at its base, and the necessary links for the provision of the symmetrical plane corresponding to OYZ will be provided. The actions considered will be the permanent load due to the wood panels that cover the structure, whose value is $0'20 \text{ kN/m}^2$, and the wind load, whose value is $0'85 \text{ kN/m}^2$.

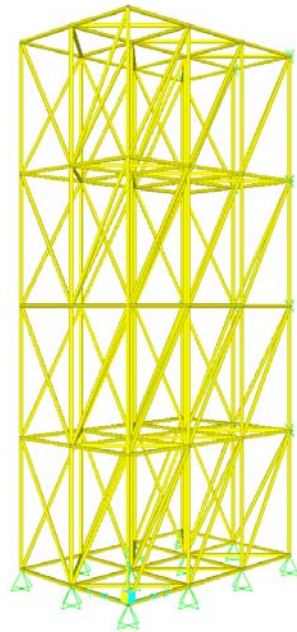


Figure 5. Analysis model considered for the study.

The following analyzes were performed on the model thus generated for further comparison, using the software SAP2000 v.11.

Analysis 01: No offset + Rigid joints.

Analysis 02: No offset + Released joints.

Analysis 03: No offset + Elastic joints (no extrapolated values).

Analysis 04: No offset + Elastic joints (extrapolated values).

Analysis 05: Offset + Rigid joints.

Analysis 06: Offset + Released joints.

Analysis 07: Offset + Elastic joints (no extrapolated values).

Analysis 08: Offset + Elastic joints (extrapolated values).

For the eccentricities considered in the analysis models developed in SAP2000, the only known information is that the actual distance measured between the axes of the tubular elements to be joined is 5'50 cm, due to the presence of the coupler element. Taking into account that it is not possible to overlap the tubes, the distance between tubes will always be 5'50 cm or multiple of this value. In the analysis model these eccentricities will not be symmetrical, although the overall geometry will present symmetry (Figure 6).

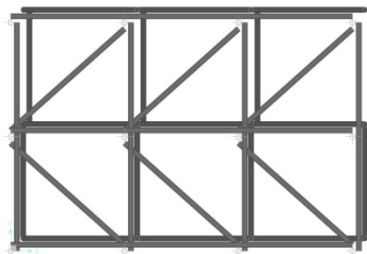


Figure 6. Analysis model with representation of the eccentricities. Top view (OXY).

When modeling the eccentricities detailed before, it is necessary to consider a point of reference against which to set the position of the ends of that spatial element. It will be taken as reference point the end of vertical tubes, so that these will be the sole spatial components whose ends will not have an eccentric position. For this reason, when considering elastic joint, vertical tubes will always be considered rigid at its ends [2].

In addition to this, the eccentricities considered by the software SAP2000 are not geometric eccentricities. When consulting the coordinates on the ends of any element, it can be checked that these coordinates are not displaced, so that these eccentricities are only considered for calculation but not for modeling. That is why this option does not allow to generate curved geometries, and it is only valid for orthogonal geometries [3, 4].

Regarding the loads consideration, the different loads corresponding to different load cases will never be applied in joints, since the eccentricity has been assigned to the end of the tubular element and then eccentricities would not be considered. For this reason, it is necessary to apply loads to the end of the bar elements.

Once the definition of the analysis model has been set, it is time to compare and summarize the different analysis performed (Tables 4-5):

Table 4. Comparison between different analysis cases (01, 02, 03, 04) (D·1'35 + W·1'5)

	Displacement OY (m)		Axial Force (kN)	
	Joint 85		Frame 1	
Case a	0'004		15'444	
Case b	0'004		15'467	
Case c	0'004		15'500	
Case d	0'004		15'438	

Table 5. Comparison between different analysis cases (05, 06, 07, 08) (D·1'35 + W·1'5)

	Displacement OY (m)		Axial Force (kN)	
	Joint 85		Frame 1	
Case e	0'005		12'955	
Case f	0'010		7'617	
Case g	0'010		7'660	
Case h	0'005		12'936	

For analysis cases 05, 06, 07, 08, which represent models that consider eccentricities, it is shown that for analysis case (05) and for analysis case (08) the axial stress distribution at vertical tubes is homogeneous, but when it comes to analysis case (06) or analysis case (07) joints are no longer elastic and they become plastic (Figures 7-8) [5,6].

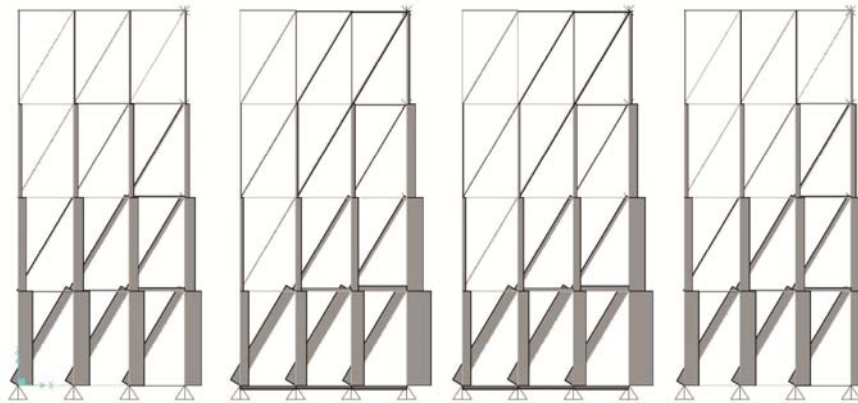


Figure 7. Axial force diagram for analysis cases 05, 06, 07, 08. Front view (OXZ).

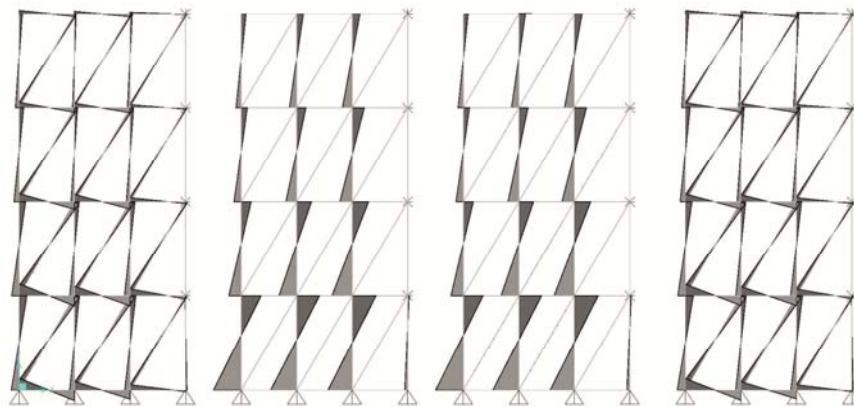


Figure 8. Moment 3-3 diagram for analysis cases 05, 06, 07, 08. Front view (OXZ).

3.1. Consideration of different stiffness values

The analysis performed so far shows that stiffness values are not influential if eccentricities are not considered (01, 02, 03, 04), but they become quite important when these eccentricities are modeled (05, 06, 07, 08) [7]. So the next question is to assess the importance of the stiffness values adopted, taking into account that so far only two different values have been adopted: those obtained from the experimental referenced test, and those obtained from extrapolation of the previous ones. After this assessment, it is noted that in case of elastic joints with stiffness of order 10^3 kN·m the results obtained are very similar to those obtained for rigid joints, and over the order 10^5 kN·m they are identical (Table 6) [8].

Table 6. Analysis cases with eccentricities considering different stiffness values ($D \cdot 1'35 + W \cdot 1'5$)

Offset + Elastic joints				
k (kN·m)	Displacement OY (m) Joint 85	Difference with rigid joints (%)	Axial force (kN) Frame 1	Difference with rigid joints (%)
k7=k11=0'1176 k5=0'1106	0'010	79'11%	7'900	63'98%
k7=k11=1'176 k5=1'106	0'010	68'39%	9'414	37'61%
k7=k11=11'76 k5=11'06	0'007	41'96%	11'851	9'31%

k7=k11=117'60 k5=110'60	0'006	11'82%	12'746	1'64%
k7=k11=1176'0 k5=1106'0	0'006	1'66%	12'929	0'20%
k7=k11=11760 k5=11060	0'005	0'18%	12'953	0'01%
k7=k11=117600 k5=110600	0'005	0%	12'955	0%

3.2. Consideration of randomness in the position of eccentricities

The position of the eccentricities has been considered constant during the overall construction of the structure but in fact this aspect is very difficult to control on site. For example, it is difficult to ensure if horizontal tubes are connected to vertical ones on the left or on the right side (Figure 9). This aspect will be considered for the analysis model to assess how this situation affects the results obtained (Table 7):



Figure 9. Different positions considered for eccentricities between horizontal and vertical tubes. Top view (OXY).
 1: Horizontal tubes at left side of vertical tubes; 2: Horizontal tubes at right side of vertical tubes; 3: Horizontal tubes at both sides of vertical tubes.

Table 7. Comparison between different positions considered for eccentricities between horizontal and vertical tubes

Static Linear Analysis (D·1'35 + W·1'5) Offset + Rigid joints		
	Displacement OY (m) Joint 85	Axial force (kN) Frame 1
Model 1	0'005	12'955
Model 2	0'005	12'434
Model 3	0'005	13'286

4. APPLICATION TO SEVILLE FAIR GATEWAYS

The analysis models corresponding to the Fair gateways considered and used for the real construction of these structures have been solved with released joints and no eccentricities, but this solution does not really correspond to the real construction process that takes place, since eccentricities do really exist and they must be considered for an accurate analysis [9].

To avoid modeling eccentricities it could have been chosen to introduce a bending moment equal to the axial force multiplied by the distance to the tube axis, but this solution will also complicate the calculation process, so that finally the solution adopted is to penalize the maximum permissible compression load when performing the dimensioning process. Moreover, from the point of the dimensioning process, there is a factor that keeps this analysis on the side of safety: considering released joints when in fact couplers don't allow totally free rotations means that tubes are dimensioned for a higher bending moment than the real one, so that somehow, the penalty for eccentricities is being compensated.

From the point of view of the dimensioning process for the structure [10], this solution could be adopted as valid, but nevertheless, with this solution the deformability of the global model introduced by eccentricities that has been demonstrated is not being considered. Therefore, it is necessary to compare the actual analysis model for Fair gateways solved without eccentricities and released joints against another analysis model in which eccentricities are considered as well as stiffness values extrapolated from the above analysis (Table 8).

Table 8. Seville Fair gateway 2011. Consideration or not of eccentricities, and adoption of different stiffness values

	No offset + Rigid joints	Offset + Rigid joints	Offset + Elastic joints
Period T1 (s)	0'463	0'475	0'475
Displacement OY (m)	0'133	0'136	0'136

Axial efforts obtained for each analysis model at vertical tubes corresponding to the front plane subjected to compression stress are also compared (Figure 10), and it is noted that the results obtained in the second and third proposal are virtually identical, and differ somewhat with respect to the first proposal.



Figure 10. Seville Fair gateway 2011. Front view (OXZ). Axial efforts (kN). 1: No offset + Released joints; 2: Offset + Rigid joints; 3: Offset + Elastic joints.

5. CONCLUSIONS

The first conclusion has been obtained from the consideration or not of eccentricities. When considering eccentricities it is necessary to evaluate the stiffness of the joint element, but if eccentricities are not considered, there is no difference between rigid, released or elastic joints, as long as the prismatic module is diagonalized in every direction.

As in our particular structure eccentricities do exist, the analysis model should consider these eccentricities, and then, the stiffness of the coupler must be evaluated and considered for the analysis model. However, it is really difficult to consider eccentricities because this structure does not only work with unitary sections, but it considers multiple sections from the unitary one. Each multiple section presents different eccentricity, so that the analysis model becomes really complicated to be determined.

With regard to the joint stiffness, if using the stiffness values extrapolated from the referenced test it is possible to obtain similar results to those obtained with rigid joints. In fact, with samples of material available, it seems that rotations are prevented around any of three local axes, so it is recommended to work with rigid joints so that the results may be similar to the ones obtained for the real unknown stiffness values.

The second conclusion has been obtained from the consideration of the randomness of the position of the eccentricities, so that this randomness does not affect significantly the final results.

REFERENCES

- [1] Lightfoot, E., LeMessurier, A. Instability of space frames having elastically connected and offset members. In Proc. of the 2nd Int. Conf. on Space Structures (pp. 143-149). England: Guilford.
- [2] Subramanian, N. & Ganapathy Chettiar, C. (1980). The computer analysis of space frames with offset members. *Computer & Structures*, 11, 297-303.
- [3] *CSI Analysis Reference Manual*. Rev.8 Berkeley, California, USA.
- [4] Rodríguez-León, M.T. *Análisis estructural de las portadas de la Feria de Sevilla: dimensionado, validación experimental y optimización*. Dirigida por D. José Félix Escrig Pallarés y D. José Sánchez Sánchez. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, 2014.
- [5] Chandramouli, S., Wang, S. & Blandfor, G. (1994). Stability response of flexibly connected cold-formed steel spaceframes. *Thin-walled structures*, 18, 333-346.
- [6] Razzaq, Z. & Moossa, N. (1980). Elastic instability of unbraced space frames. *Journal of the Structural Division*, Vol. 106, nº 7, 1389-1400.
- [7] Richard Liew, J.Y., Chen, H., Shanmugam, N.E. & Chen, W.F. (2000). Improved nonlinear plastic hinge analysis of spaceframe structures. *Engineering Structures*, 22, 1324-1338.
- [8] Richard Liew, J.Y. & Tang, L.K. (2000). Advanced plastic hinge analysis for the design of tubular spaceframes. *Engineering Structures*, 22, 769-783.
- [9] Wardenier, J. (2002). *Perfiles tubulares en aplicaciones estructurales*. Álava: Instituto para la construcción tubular.
- [10] Eekhout, M. et al. (2002). *Analysis, design and construction of steel space frames*. London: Thomas Telford.

Pelli Tower in Sevilla: A new concept in the building architecture

Ignacio Hinojosa Sánchez-Barbudo¹; José Raul Garrido Conejero, Blas Medina Gil, José Vicente Vicent Velasco

ABSTRACT:

Pelli Tower is being built in the City of Sevilla. A new concept of building Architecture is born. Singularities are being described in the article: structural typology, materials, loads considered in the calculations (seism and wind tunnel Test), and construction methods used in the execution.

A list of the main quantities used in the Pelli Tower is included to emphasize the importance of the execution.

Keywords: Tower, slabs, metallic roof, wind tunnel test, seismic study

1. INTRODUCTION

This article describes the main characteristics of the structure of the Pelli Tower that was erected in the City of Seville, in the Autonomous Community of Andalusia, Southern Spain.

This article deals with the architectural project currently being carried out, the structure of which now completely finished.

The text includes a brief description of the project to help familiarise the reader and also details the main issues of interest relevant to the project of the tower's structure.

¹Agua y Estructuras, S.A. AYESA. Avda. Marie Curie, 2 Parque Tecnológico de la Cartuja, 41092 Sevilla, (SPAIN)
Corresponding Author; e-mail address (ihinojosa@ayesa.com)

2. GENERAL DATA

The Pelli Tower is part of the project being carried out by the “Puerto Triana” Tertiary Services Centre, in a plot measuring approximately 350 x 110 m², on the Island of the Cartuja, to the West of the historic centre of Sevilla.

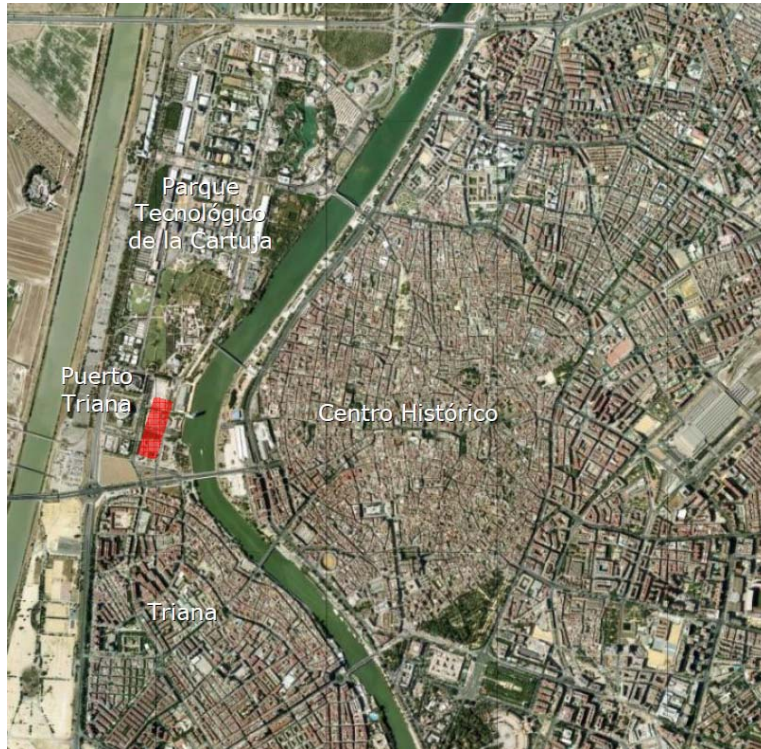


Figure 1: Map of the city of Sevilla with the Project location

The project is situated on the old stream of the river, which was modified in a series of works in order to protect the city from floods.



Figure 2: Comparison between the different streams of the river

In 2006 the Owner held a competition in which six internationally renowned teams of architects participated. The proposal presented by the Pelli Clarke Pelli Architects Studio won the competition, with the architect César Pelli as project leader.

The project includes a high-rise building, whose ground floor occupies an area of approximately 1500 m². The rest of the building works included in the project occupy around 36,000 m² in ground floor space and have a maximum height of 3 floors in a limited area.

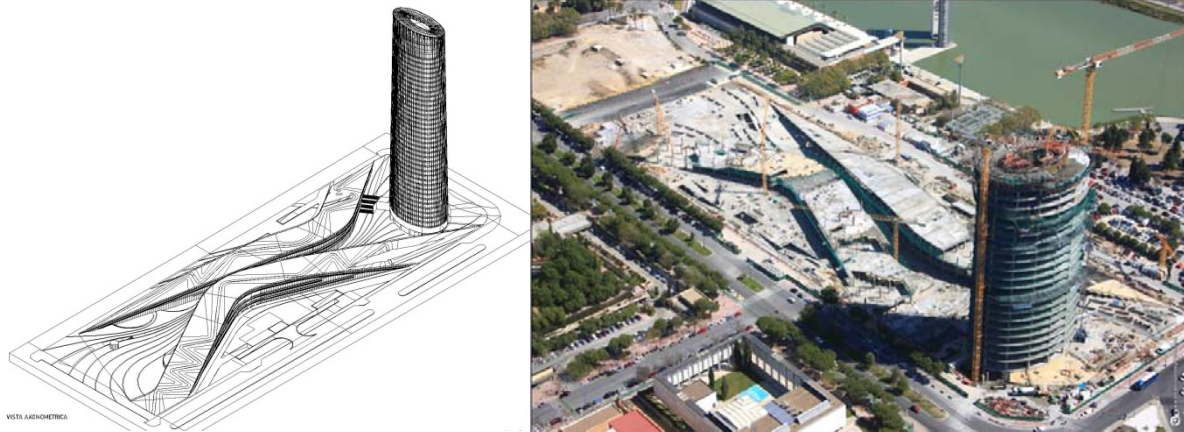


Figure 3: General view of the construction. Panoramic view.

Regarding the structures, the area of the floor slabs (foundations not included) measures approximately:

- Tower: 53,000 m².
- Rest: 152,000 m².

The project deals with a tower 180 m above ground, with four basements that add around 17 m. To date, it is the highest building to be erected in Andalusia.

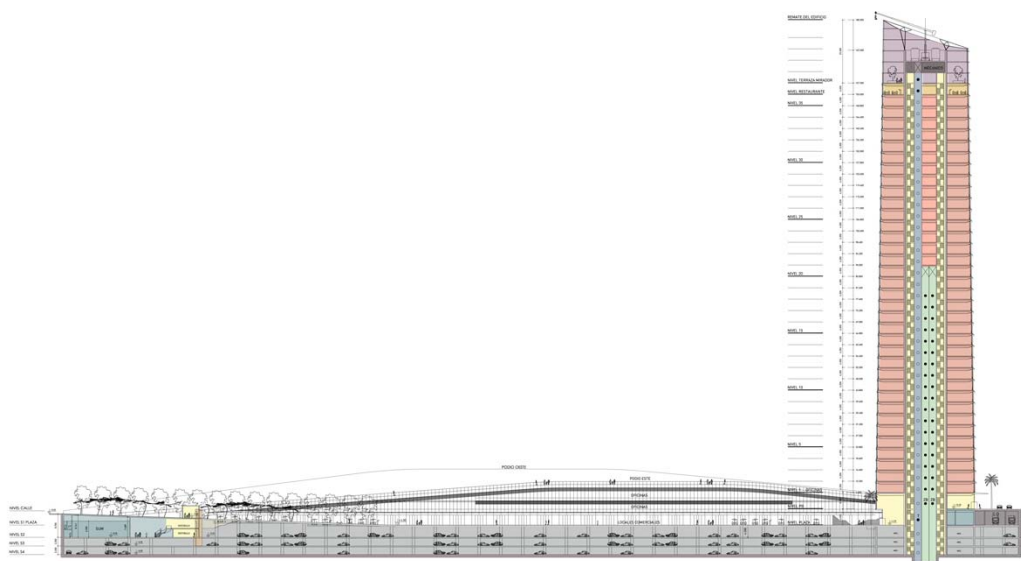


Figure 4: Longitudinal section of the whole Project.

3. GEOMETRY

The perimeter of each floor of the building is oval shaped (two curved radii), each floor slab at an equidistance (6 cm) from the lower slab, so that the building tapers as its height increases.

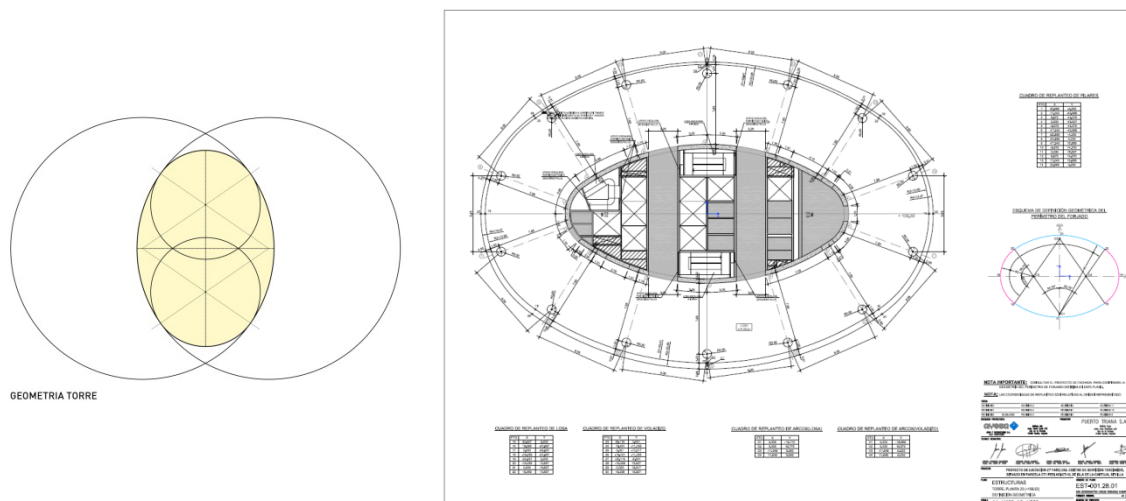


Figure 5: Example of a geometrically.

The vertical elements that the floor slabs support are a central interior core and 14 perimetral columns:

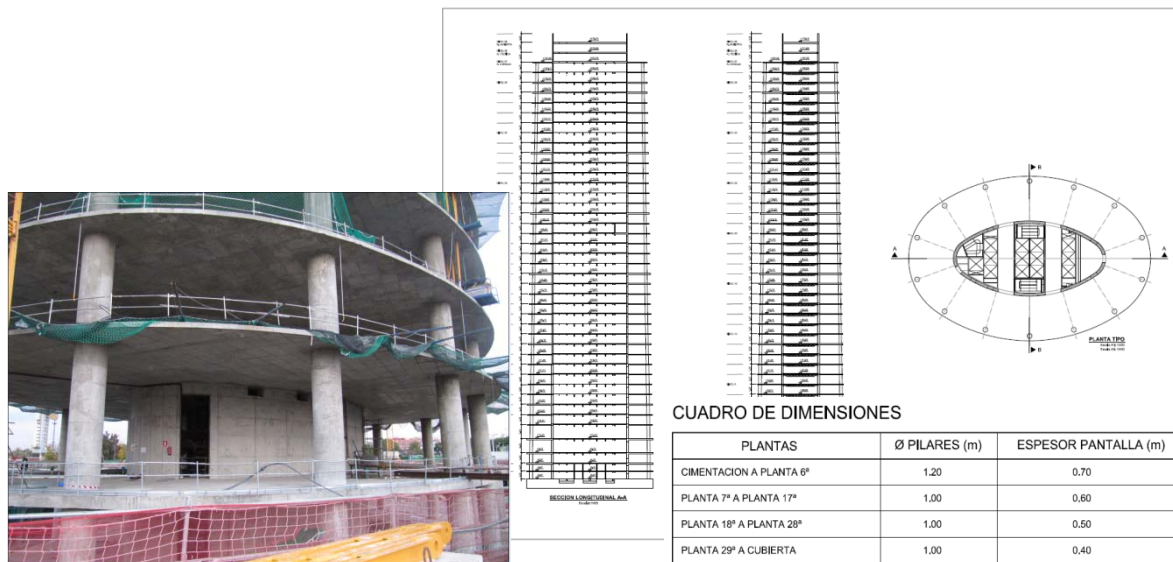
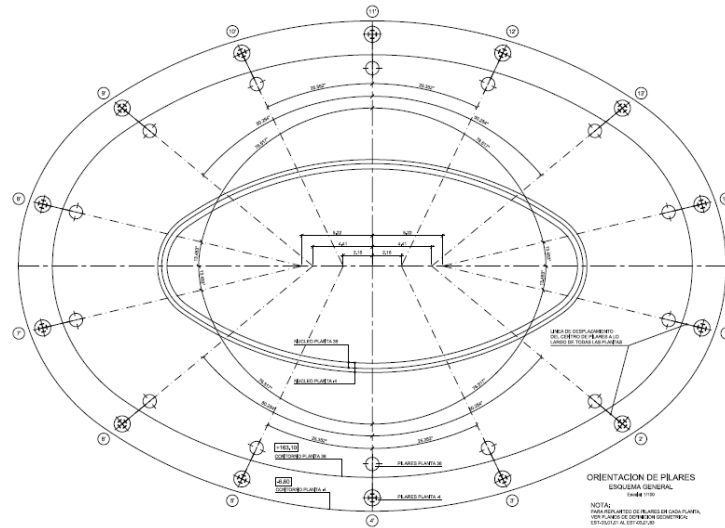


Figure 6: Column's geometry.



The columns are “dual sloped” in order to adapt to the geometry of the façade:

The tower’s foundations are deep, consisting of 4 m high pile caps supported by two concentric rings of screens measuring 28 m deep (equivalent to the height of a conventional building of over ten floors) achieving a total hinged in the resistant marlstone layer, typical of Seville’s substratum.

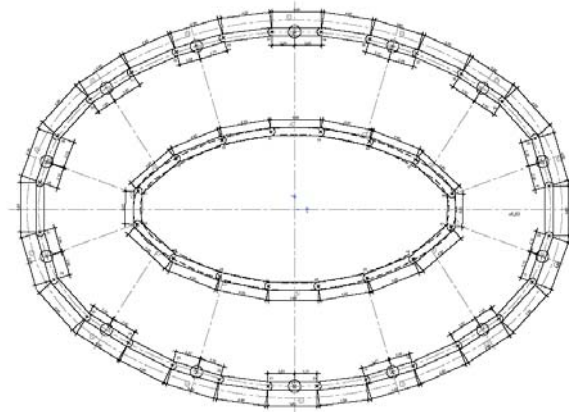
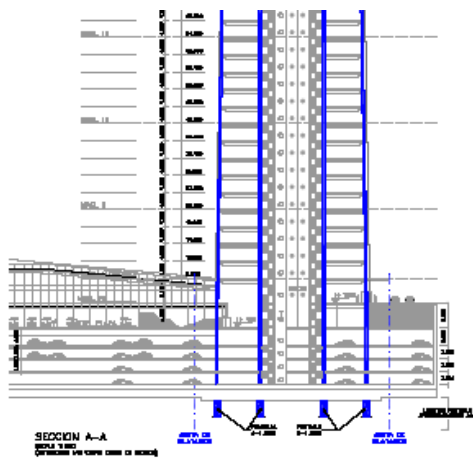


Figure 7: Tower’s foundations drawing.

The tower will have a sloped roof, solved with a metallic structure.



Figure 8: *Sloped roof.*

4. STRUCTURAL TYPOLOGY AND MATERIALS

The structural framework described is good for this structure type, displaying two interesting characteristics:

- Interior core that provides strong resistance from horizontal wind and seismic forces (important in this kind of building), situated at the symmetrical centre.
- Laid out vertical elements (columns and core) to avoid imbalanced span and excessive inclination in relation to the vertical slope.

The main material used is reinforced concrete. A metal structure is employed in the interior slabs of the core and in the upper roof.

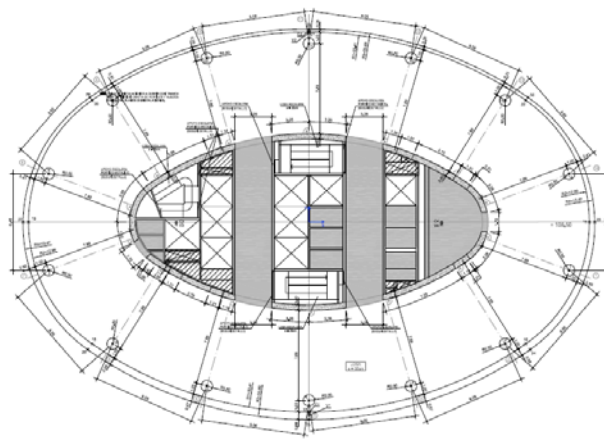
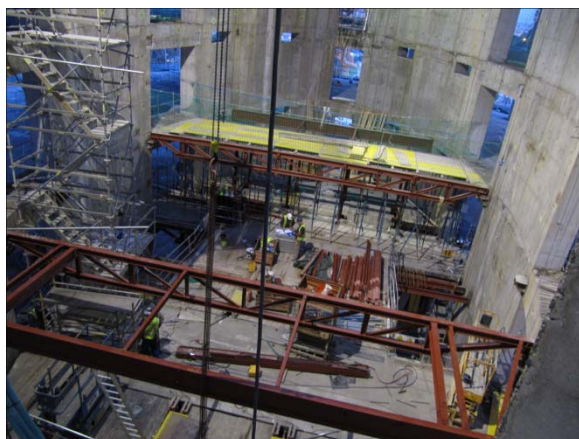


Figure 9: *Detail of the interior slabs.*

At the Preliminary Design Stage several structural solutions were considered. Indeed, for the slabs on core's exterior, the option of a metallic structure was suggested and then ruled out because of the following disadvantages it implied for this specific case:

- Need for more thickness on the slabs in order to resolve the structure because of the difficult design of the real architectural heights and the spatial requirements for the facilities;
- The reduction of the perimeter because of the slabs due to the height and the “dual sloped” of the columns meant that it would be impossible to apply type details, due to the variability of the lengths and the union angles with the core,

On the other hand, some of the known advantages of reinforced concrete are:

- Better behaviour when exposed to fire
- Better behaviour when exposed to terrorist attacks
- It requires less maintenance

However, the use of this material requires a heavier structure. For this reason, in order for the structure itself to weigh less and to maintain the dimensions of the columns to a desirable degree, two special kinds of concrete are employed in the project:

High resistance concrete (RC-65) in the columns on the lower floors, which allows to get a higher degree of resistance in case of equal section;

Lightweight aggregate concrete (LAC-35) floor slabs which allows for a reduction of the structure's weight, thus reducing the strain on the columns, core and foundations.

5. HORIZONTAL ACTIONS

5.1. Wind

Given that we are dealing with a high- rise building, a study was carried out on wind forces. To achieve this, wind tunnel tests were conducted by the University of Ontario (Canada).

Tests were carried out on two models:

- Tower complex – surroundings, to the scale of 1: 400
- Roof tower plus five floors, to the scale of 1: 65

Varied information was obtained from these tests:

- Pressures on the façade and wind loads to apply to the structure
- Comfort study on higher floors (maximum acceleration)
- Comfort and pedestrian safety study in the surroundings
- Wind loads on the metallic roof

Pressure was measured in a total of 243 points of which 110 were distributed in the podiums (low-rise buildings).

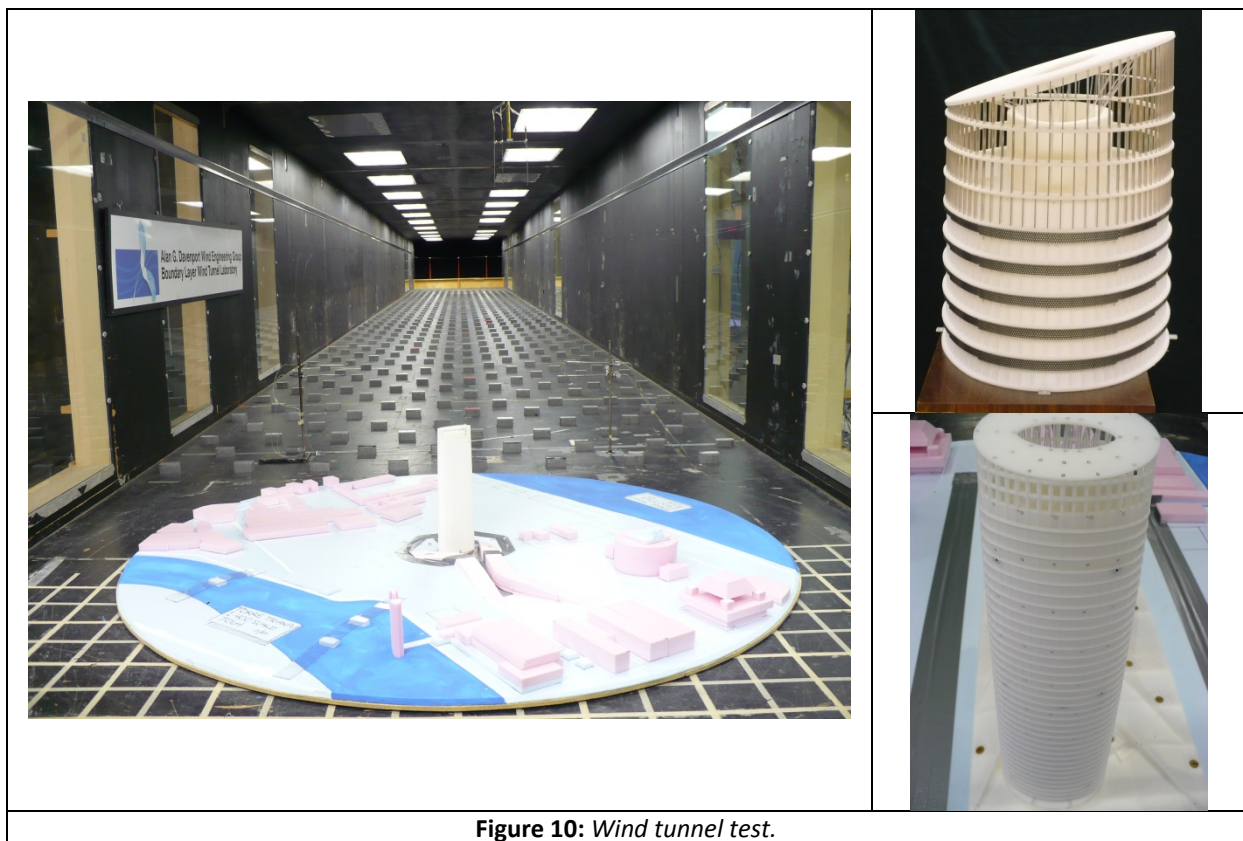


Figure 10: Wind tunnel test.

The entire project includes a pedestrian street between the low-rise buildings (podiums), with a similar configuration to the commercial streets in the centre of Seville. This street, of variable width, has some of its endpoints located at the base of the tower. The wind tunnel tests allowed for a comfort and pedestrian safety test of this zone's users to take place, based on wind velocity and its period of re-occurrence.

To do so, velocity measures were taken at 26 points in total.

Table 1. Criteria that establish Levels of Comfort and Pedestrian Safety based on the probability of the occurrence of determined wind velocities (Kapoor et al. 1990).[1]

CRITERIA	DESCRIPTION	AVERAGE VELOCITY EXCEEDED 5% OF THE TIME
Comfort Level 4	Recreation, reading, leisure	4 m/ s
Comfort Level 3	Short recreational use	6 m/ s
Comfort Level 2	Walks	8 m/ s
Comfort Level 1	Transit	10 m/ s
CRITERIA	DESCRIPTION	AVERAGE VELOCITY EXCEEDED ONCE A YEAR
Safety Level 2	Safe all the time	15 m/ s
Safety Level 1	Safe only in good weather	20 m/ s

The results were satisfactory and did not involve the need to change the initial architectural designs.

The acceleration experienced by users of the tower, as a consequence of wind forces, was also studied. The findings indicate that highest acceleration, 7.8 thousandth of gravity, occurred at the points corresponding to the semi-major axis of the higher floors. This maximum acceleration, below 10 thousandth of gravity, with a return period of ten years, is below the usual limits applied to this kind of building, even for residential use:

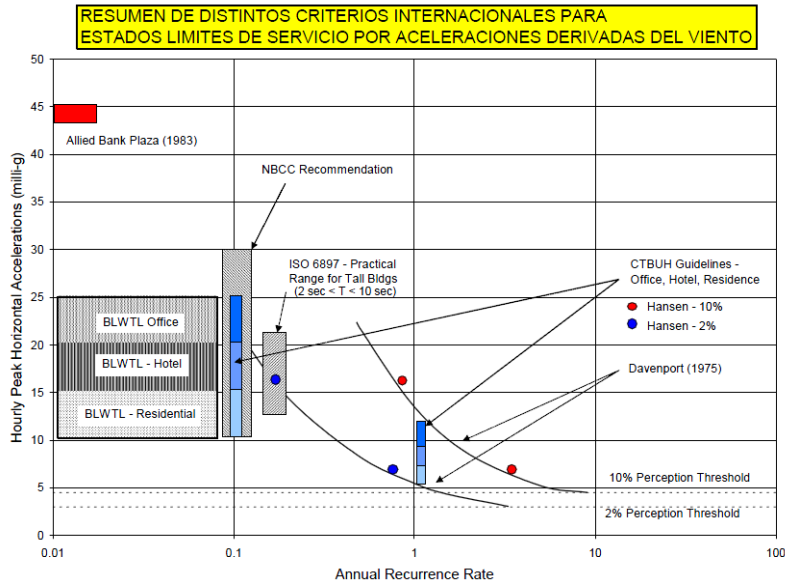


Figure 11: Various wind-induced Acceleration Criteria (J. Kilpatrick).

Special attention was also paid to the wind action on the roof of the tower, being an open, lightweight structure, situated in the highest part of the building.

Pressures were applied to more than 170 points of the higher, lower, rising etc. areas. The estimation of the forces and moments was made based on the integration of the temporary series of local forces in each one of the tributary areas in which these areas are divided. Based on the obtained results, the most unfavorable loads are estimated to be (maximum and minimum peak values):

- Total moments around six axes, three in each direction
- Support loads (vertical) and dragging (horizontal) more unfavorable

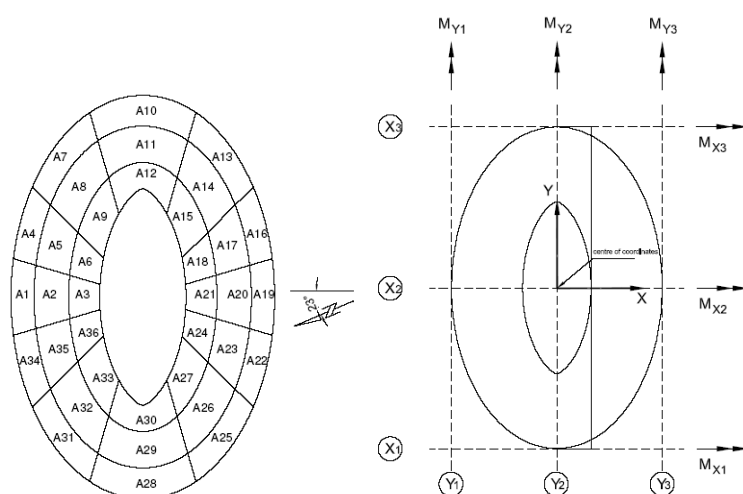


Figure 12: Estimated Loads.

5.2. Seism

Regarding seismic action, a modal spectrum analysis was conducted, recording seismic forces, consequently reinforcing them.

The results of the calculation demonstrate that the preferred structural system (rigid core situated at the centre of symmetry) is more than sufficient to support the relevant seismic action in Sevilla. It should nevertheless be pointed out that seismic action in Sevilla is of low intensity, not being in anyway comparable to the seismic action in other parts of the world, such as Japan, Mexico City or the West coast of the United States.

6. CALCULATION MODELS EMPLOYED IN THE PROJECT

Different calculation **software packages** were employed mainly based on the **finite elements** theory [2], in order to obtain a complete, detailed and reliable modelling of the behaviour of the **structure**, its **foundations** and the **land** supporting it.

For the **pre-dimensioning** of the structure, simplified models and manual calculations were made which allowed for approximate knowledge of the behaviour of the structure complex and the necessary dimensions for the different structural elements.

In the first calculations, some simplifications were made, such as simulating the central core, using a simple bar with the relevant geometrical and mechanical characteristics.[3][4][5]

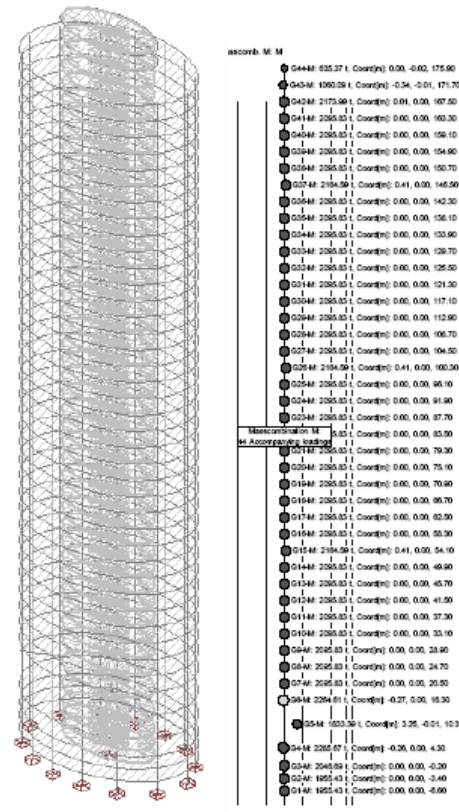


Figure 13: Global model for pre-dimensioning

For the calculation of the structure, a complete modelling of the tower was carried out using the calculation programme Ansys.

Various calculations were made on this model: subjected it to gravity loads, seisms, wind (from the results of the wind tunnel test). [6][7][8]

The forces in the core were obtained from the main model, that involved macro post-processing using a calculation sheet to define the needs of the reinforcing needs of the areas and to identify the areas with the most needs, in order to study them separately and in more detail, as is the case of the lintel over the doors:

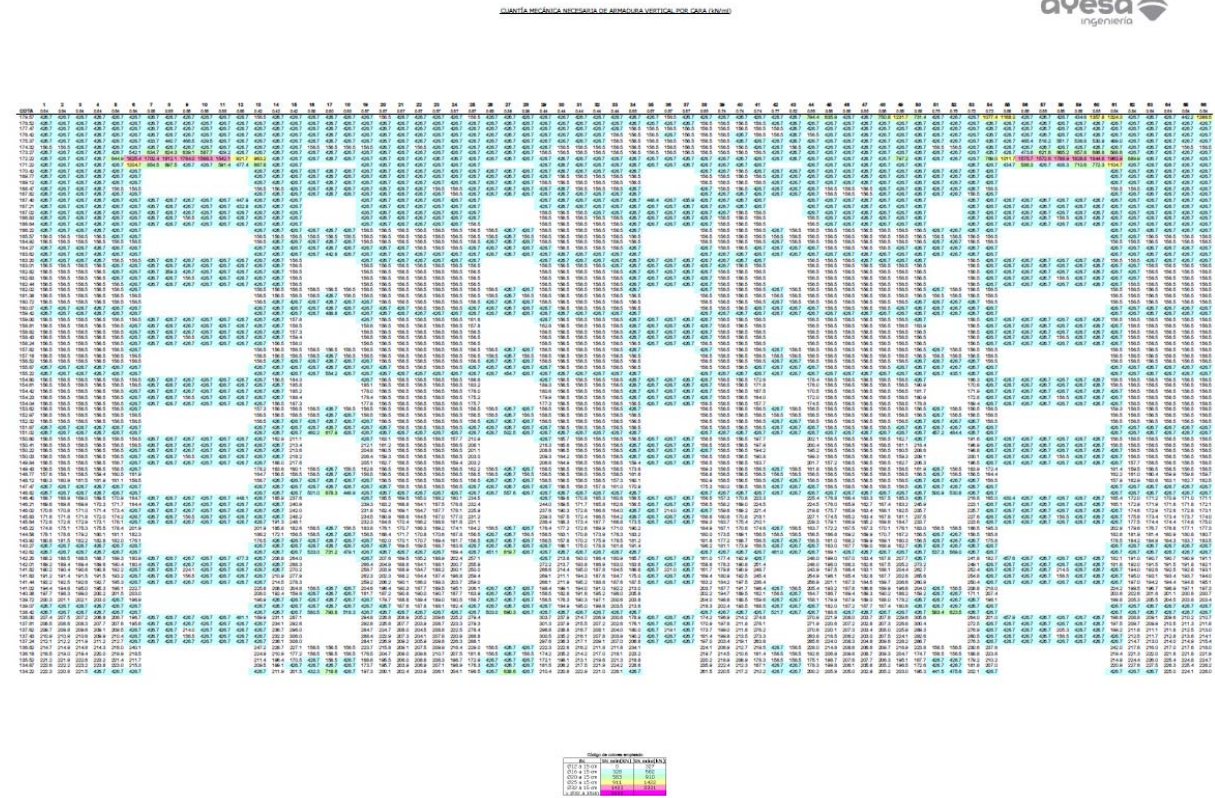


Figure 14: Design of the lintels over the doors.

In addition to the main model, local models were also made, for example those employed to analyses the force received by the floor slabs, by means of the finite element programme SAP2000 or those models used for the calculation of the roof.

A specific calculation model was also made to analyses the foundation and the soil-structure interaction.

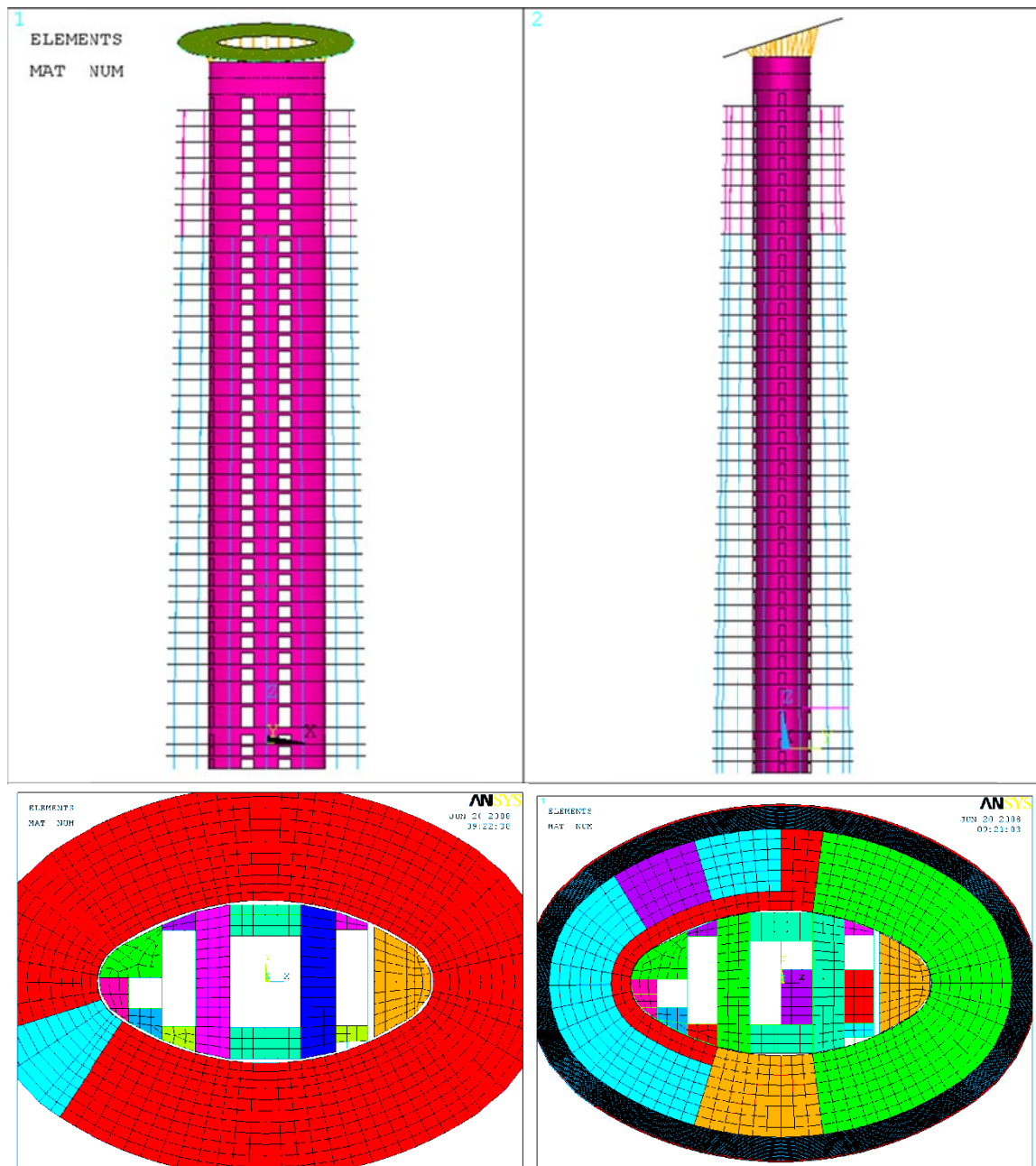


Figure 15: Global model (distribution of gravity loads to the floor slabs).

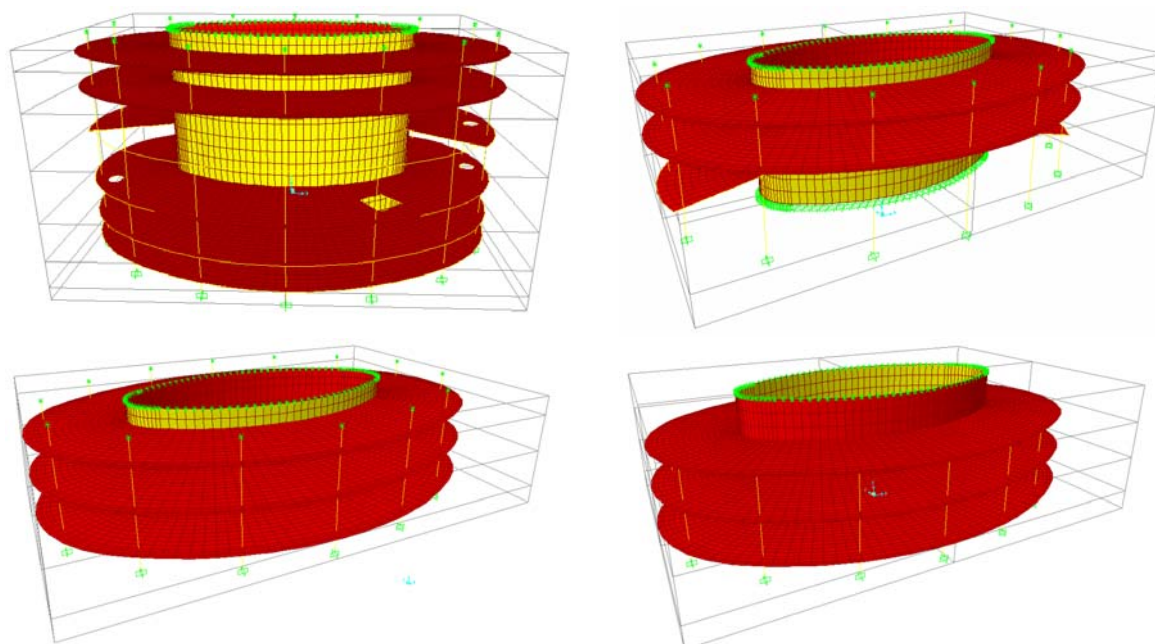


Figure 16: Local models for the calculation of floor slabs

The calculation of the foundations was performed in parallel to the calculations of the tower structure, so that the interaction of both elements (transmission of loads and compatibilisation of deformities) was updated in the two calculation process at every moment.

For the calculation of the foundations, various models were made using the programme FLAC 3D, allowing the simulation of the structure and the adjoining ground in one single model, thus permitting the simulation of behaviour as a whole (interaction) of the two parts.

This software is based on the finite differences method, which makes it possible to take into account issues such as the nonlinear behaviour of the material and the construction process.

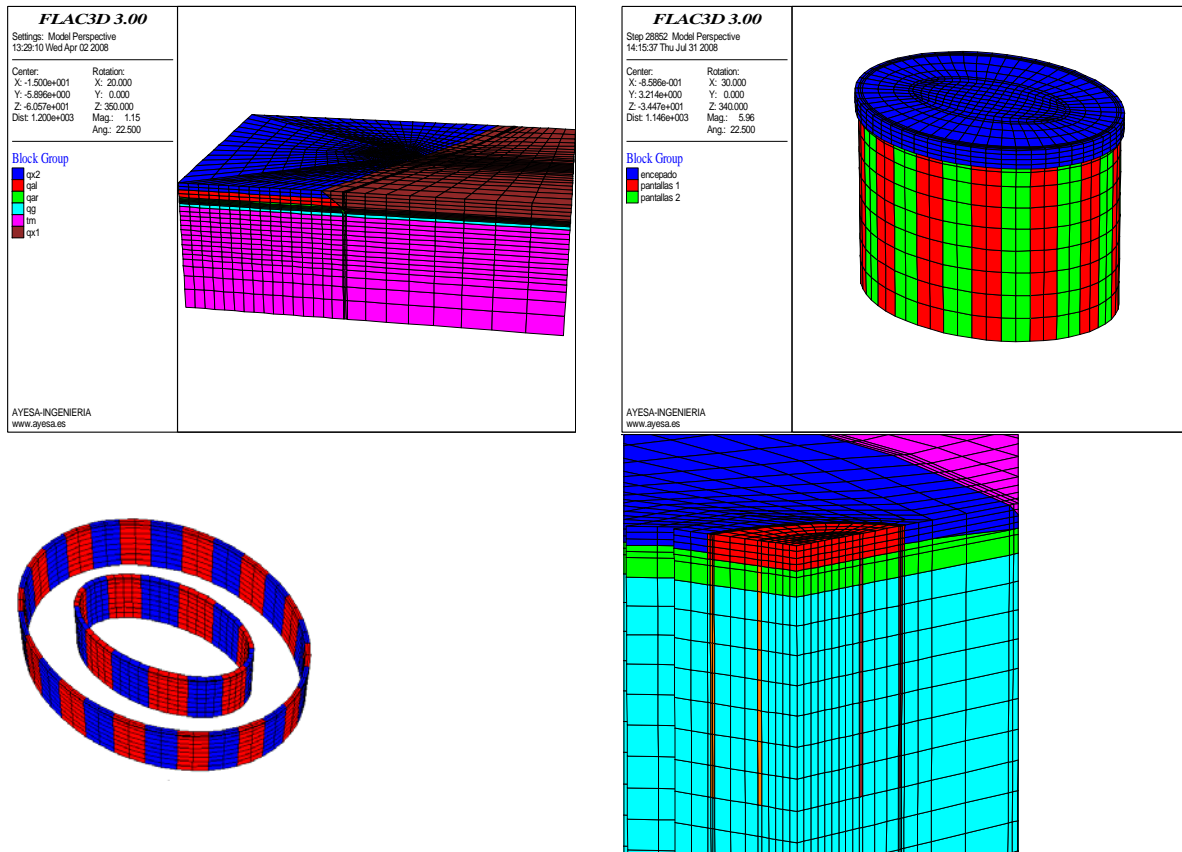


Figure 17: Simulation of the structure and the adjoining ground in the single model in FLAC 3D.

7. OTHER CONSIDERATIONS TAKEN FROM THE CALCULATION

7.1. Relative shortening columns- core

Additional calculations were made on the models, such as the study of the relative shortening between the columns and the central core. In this case, this relative shortening is cushioned, eliminating its effects, by:

- Keeping the column section in the upper third of the tower so that tensions from working on the columns are relatively low.
- Employing mixed columns (metal profiles embedded in concrete) on the lower floors, which in addition to increasing the resistance of the columns; reduce the shortening of the latter.
- Correcting deviations during the execution of the tower thanks to the construction process.

7.2. Column- slab nodes

Due to the employment of high resistance concrete with $f_{ck}= 65$ MPa in the columns of the lower floors, and lightweight concrete with $f_{ck}=35$ MPa of the floor slabs, a detail was defined in the Project in which the section of slabs that define the intersection column- slab node is encased in concrete first, using concrete with similar characteristics to those of the concrete columns.

On the other hand, to guarantee complete concrete- steel behaviour in the columns of the mixed section, welded connectors were employed in the wings of the profiles.

7.3. Geotechnical campaign

For the correct simulation of the properties of the terrain, a wide- reaching, geotechnical campaign was carried out, including surveys that reached around 60 m deep.

Special studies were performed, such as seismic studies of surface waves through passive and active waves, that allowed for the confirmation of the module values of dynamic deformation for the calculation of the foundations exposed to the action of horizontal weights.

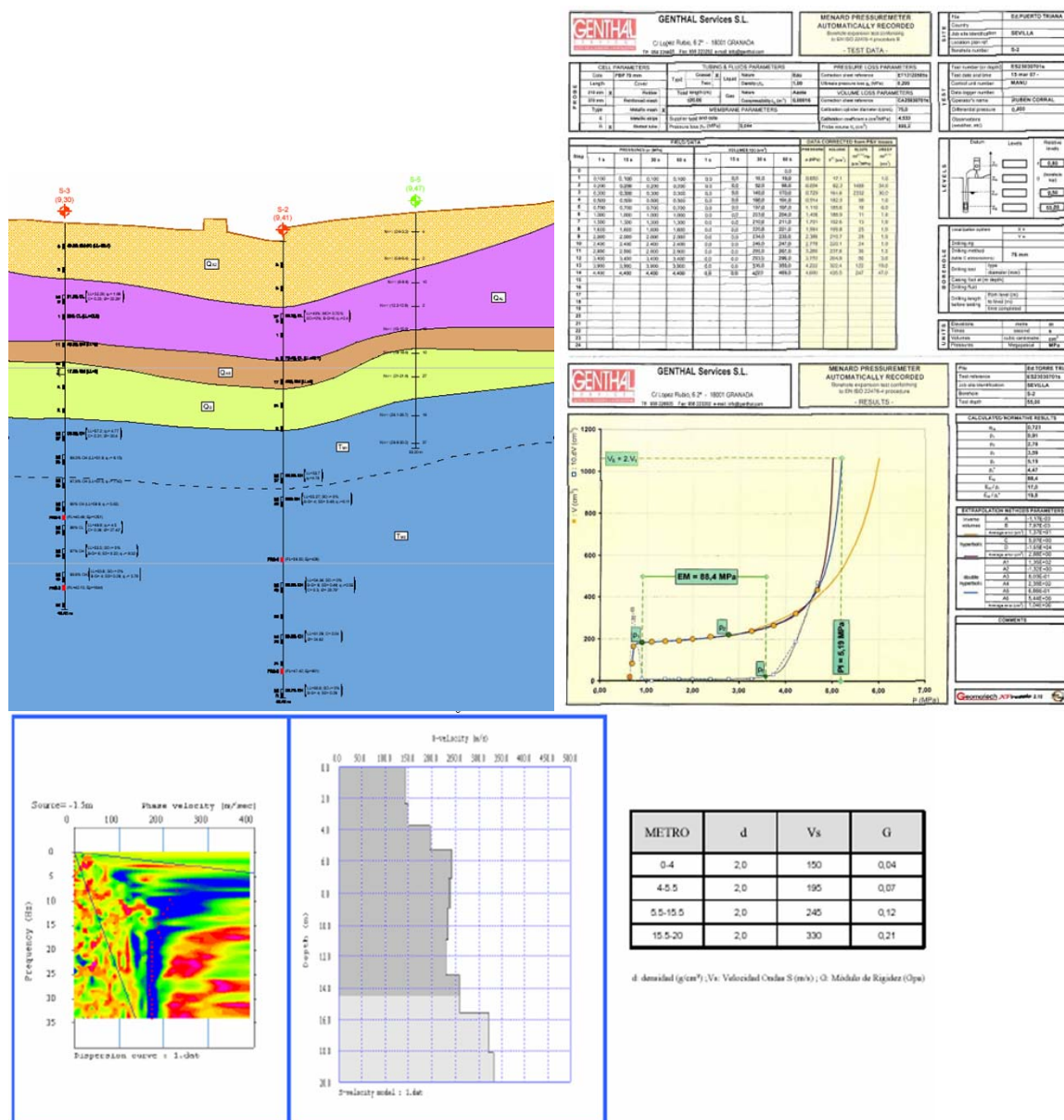


Figure 18: Results of the seismic study with superficial waves

7.4. Behaviour when exposed to terrorist acts

The Owner considered it pertinent to perform a global study on terrorist attacks. The study was carried out by a British Engineer specialising in the field, who in his investigations included an analysis of the possible consequences of the impact of an aeroplane coming into contact with the tower.

In this part of the study, calculations were made by means of simulation, using computerised models to obtain conclusions on the behaviour of the structure upon impact with an aeroplane in several possible configurations.

For security reasons, images of these studies are not shown but it may be said that the results were satisfactory, making it clear that the employment of reinforced concrete columns over a wide section, also provide advantages from this point of view.

8. SOME COMMENTS ON THE EXECUTION

The pile cap was encased in concrete in six stages, with some points receiving reinforcement of eight layers of ϕ 32 mm bars:

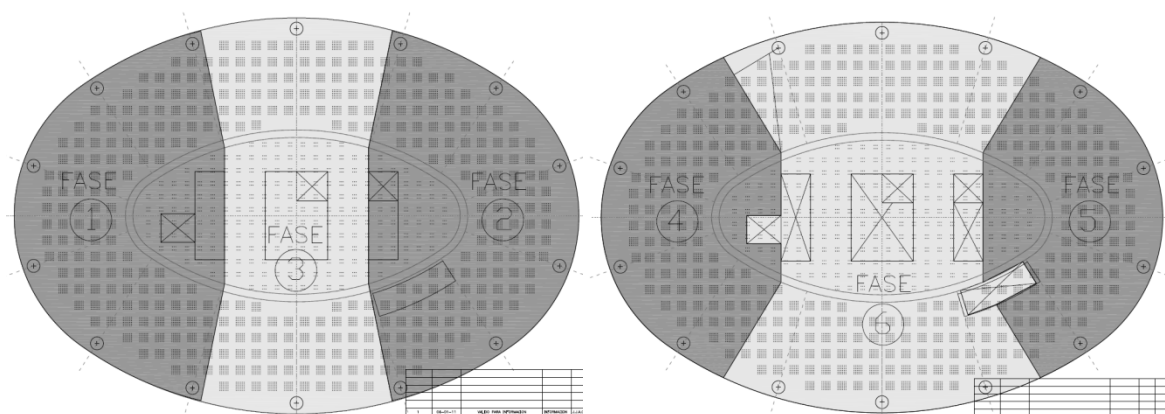


Figure 19: Stages of pilecap execution.

The core was constructed using self-climbing formwork on the interior face, compatible with the project's design for the interior floor slab- core union, that was defined as rigid, following the conventional framework in the order of execution: wall- slab- wall.

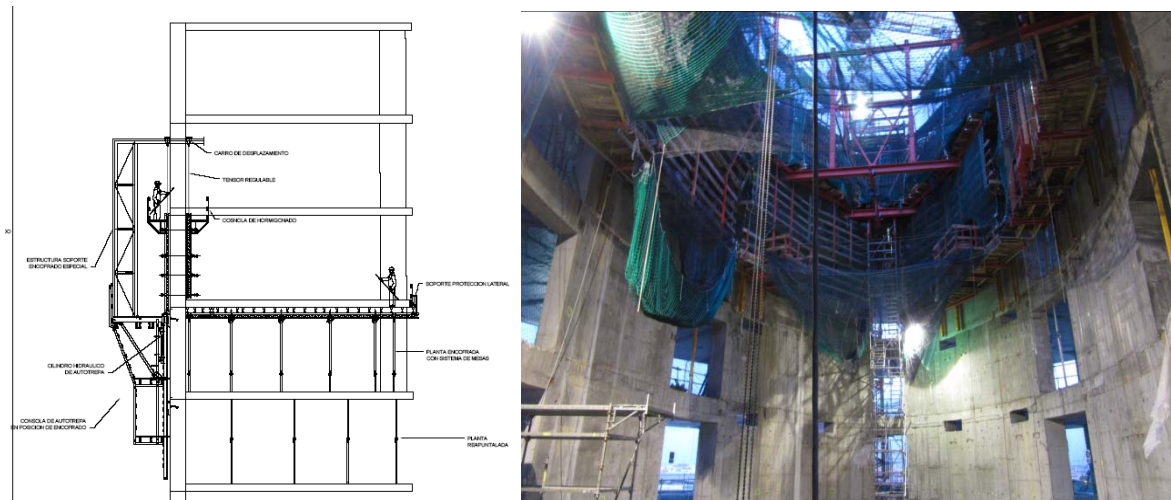


Figure 20: Self-climbing formwork used in the core execution.

The climbing formwork system employed in the works for the floor slabs consisted of reusable tables with adjustable legs. A compatibility study of the stripping times, evolution of resistance in time, and work and project loads, was carried out prior to their use.

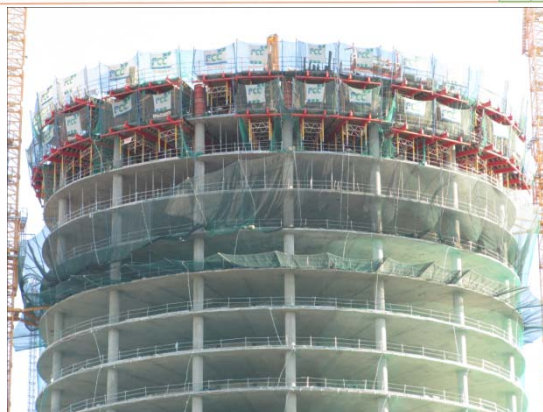
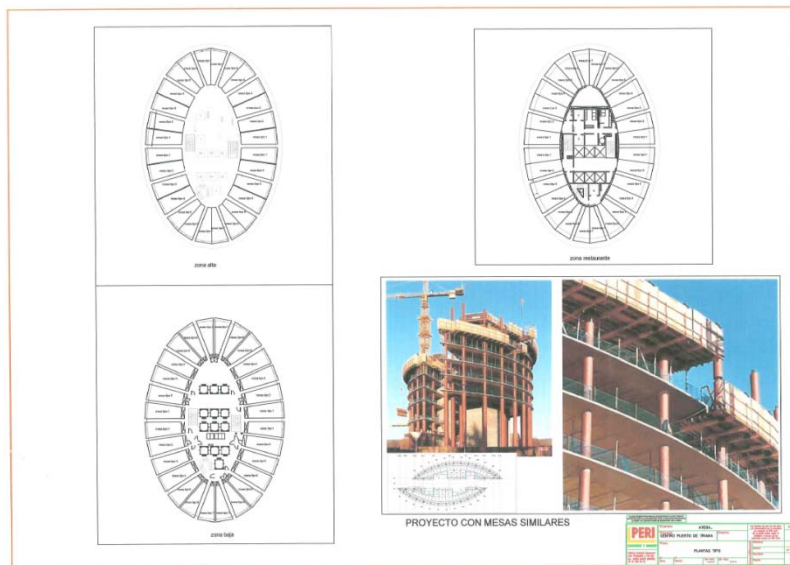


Figure 21: Reusable tables with adjustable legs.

Another aspect of the project that also received special attention, both during the Project and execution stages, was the reinforcement of the lintels on door gaps in the core, being heavily reinforced areas as a result of the concentration of forces mostly caused by horizontal actions.

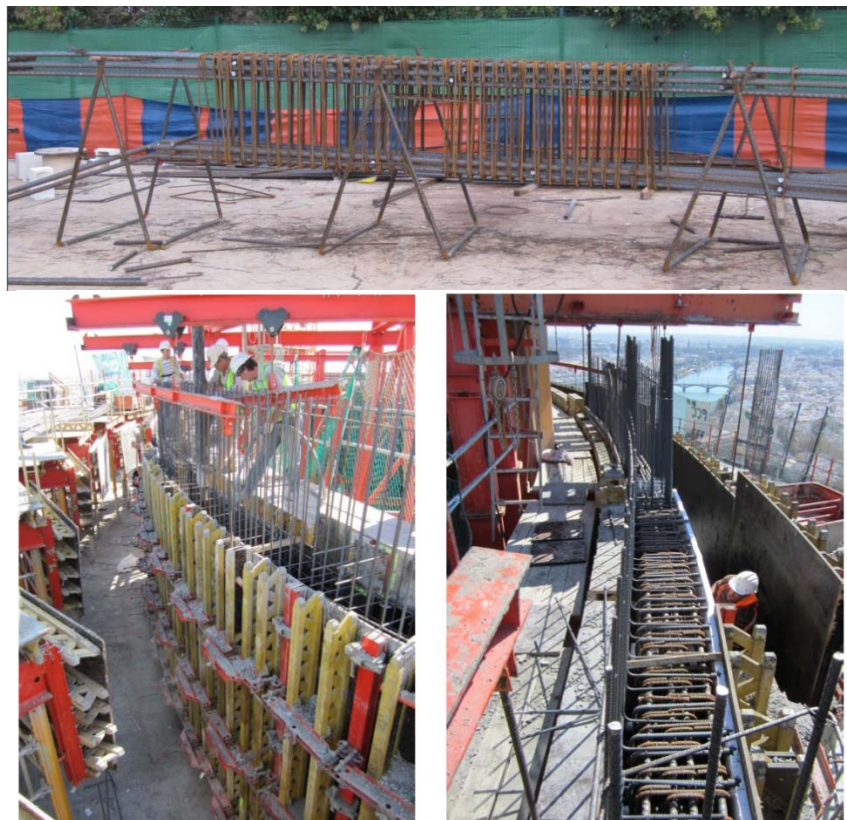


Figure 22: Reinforcement of the lintels on door gaps in the core.

The metallic roof consists on a light triangular cover, defined with a ball and rod system working at axial tow compression. This roof tower includes a series of metallic oval slats, in keeping with the slats of the façade of the last complete floor of the building.

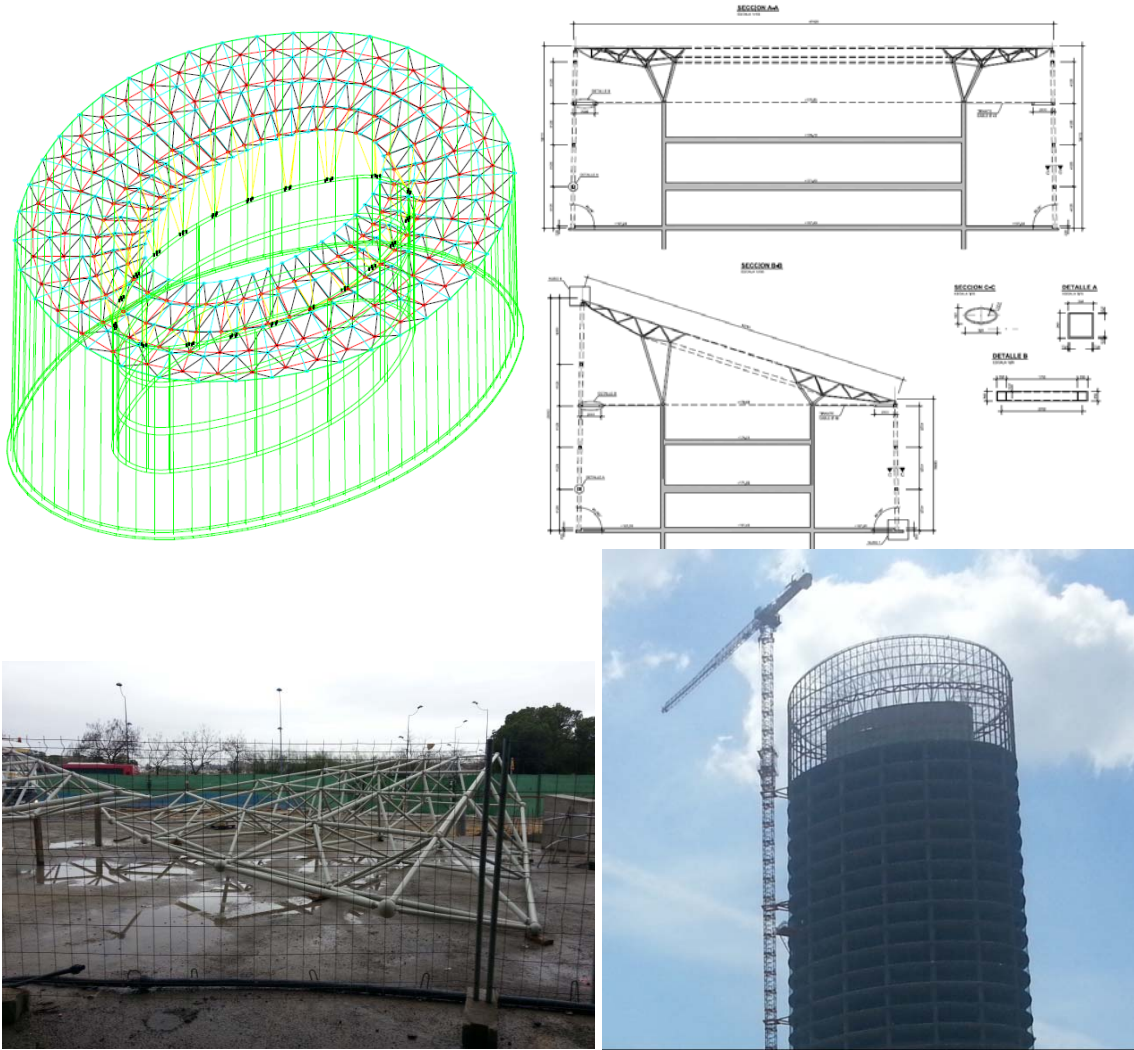


Figure 23: Metallic oval slats used in the roof tower


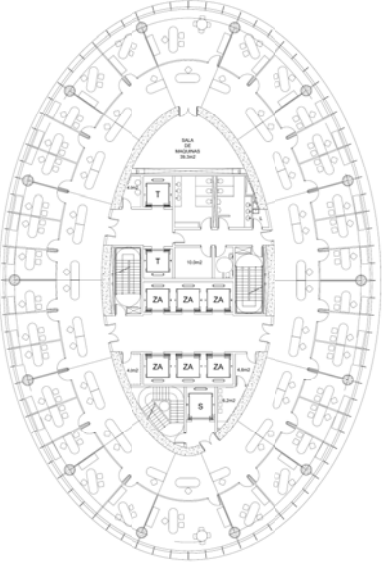
9. QUANTITIES

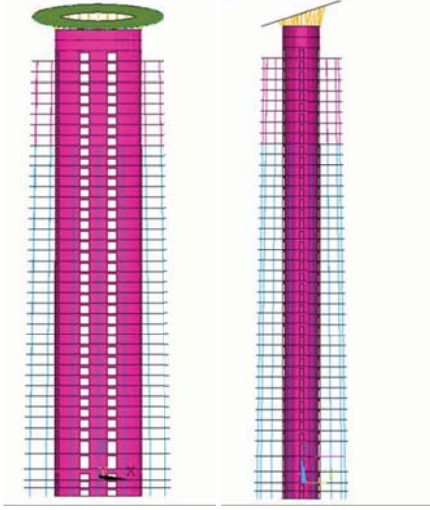
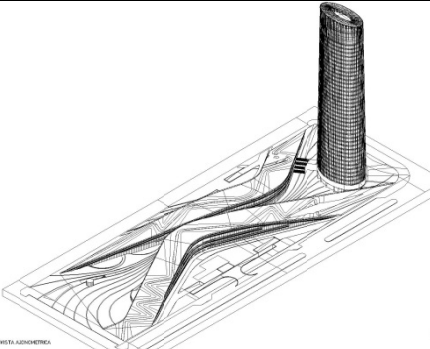
Some of the quantities used in the project are detailed below:

•Area of slab foundations:	1,537.05 m ²
•Volume of concrete:	5,822.57 m ³
•Weight of passive steel reinforcement (kg):	1,383,681.41 Kg
•Unit weight of shear columns:	496,38 Kg (425 columns)
•Ground floor dimensions of the columns:	1.5 m x 1.5 m
•Slab cement type:	CEM IV/B (V) 32.5 N
•Slab additive type:	Superplasticiser
•Screen cement type:	CEM-II/A-M 42.5R
•Slab additive type:	Superplasticiser
•Concreting phases:	Two 2 m deep layers Three fractions per layer 62.5 m ³ /hour Provided by two floors

Table 2. Characteristics and specifications table EHE

CHARACTERISTICS AND SPECIFICATIONS TABLE EHE			
STRUCTURAL ELEMENT		LOCALISATION	
		PILE CAP	SCREENS
REINFORCED CONCRETE (Art. 30)	CLASSIFICATION (Art.39.2)	HA-35/B20/IIa	HA-30/F/20/IIa+Qa
	COATING (MIN,+MARG) (Art. 37)	45+5=50 mm	70+5= 75 mm
	COEF, PARC, Seg (ELU) (Art. 15.3)	1.50	1.50
	CONTROL OF CONCRETE (Art 88.4)	STATISTIC	STATISTIC
REINFORCING OF STEEL (Art. 31)	DESIGNATION (Art. 31.2)	B 500 SD	B 500 SD
	COEF, PARC, Seg (ELU) (Art. 15.3)	1.15	1.15
	CONTROL OF OF STEEL	NORMAL LEVEL	NORMAL LEVEL

<p>PICTURE(S)</p> 	<p>PROJECT DESCRIPTION</p> <p>Type / occupancy: Offices</p> <p>Storeys/height: 38 storeys (180,50 m)</p> <p>Frame Cost: 23.388.824,02 euros</p> <p>Construction period: 2007 – 2012</p>
	<p>PROJECT TEAM</p> <p>CLIENT: CaixaBank</p> <p>ARCHITECT: Pelli, Clarke, Pelli Architects & AYESA</p> <p>STRUCTURAL ENGINEER</p> <ul style="list-style-type: none"> - Basic Project and Construction project: Ayesa - Technical consultant in Concept Design and Basic project: Fhecor Ingenieros, Consultores. <p>M&E ENGINEER: Ayesa</p> <p>MAIN CONTRACTOR : UTE FCC-INABENSA</p> <p>Project Manager: Aynova</p> <p>Works and construction supervision: AYESA</p>

	<p>STRUCTURAL SOLUTION</p> <p>Stability system: Elliptical reinforced concrete core (32.00 x 16.00)</p> <p>Foundation: Deep foundation with two rings of diaphragm concrete walls.</p> <p>Columns: Sloping composite columns with 1.2 – 1.0 diameter. HA-65 to HA-30.</p> <p>Core: Thickness between 0.70 and 0.40 m and concrete grade HA-40.</p> <p>Floor slabs: Light weight concrete slab with 350 mm depth and maximum span of 9.60 m.</p>
	<p>OTHER INFORMATION</p> <p>The Pelli Tower is an office skyscraper in the south of Seville, built under the masterplan of Puerto Triana. It is situated in La Cartuja, former zone of the Universal Exposition of 1992 (Expo'92). The whole construction comprises over 200.000 m² of singular structure in an built-up area of 110m * 350m.</p>

REFERENCES

- [1] KAPOOR, V., PAGE, C., STEFANOWICZ, P., LIVESEY, F., ISYUMOV, N, "PEDESTRIAN LEVEL WIND STUDIES TO AID THE PLANNING OF A MAJOR DEVELOPMENT", STRUCTURES CONGRESS ABSTRACTS, AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS, 1.990.
- [2] ARIZA, P. AND SÁEZ, A. 1.999, "MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. INTRODUCCIÓN A ANSYS". PUBLICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE SEVILLA. MANUALES UNIVERSITARIOS.
- [3] EUROCODE 3. "DESIGN OF STEEL STRUCTURES". 1.993.
- [4] ECCS Nº 22, 1.976. "MANUAL ON STABILITY OF STEEL STRUCTURES".
- [5] EHE-08. INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL. MINISTERIO DE FOMENTO. GOBIERNO DE ESPAÑA.
- [6] "PROYECTO DE EDIFICIOS ALTOS". WORK GROUP 1/5. MONOGRAFÍA 20/21. ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL. ACHE.
- [7] "MONOGRÁFICO DEDICADO AL CONJUNTO URBANO CUATRO TORRES BUSSINESS AREA (CTBA) EN MADRID". REVISTA HORMIGÓN Y ACERO. Nº 249. JULY-SEPTEMBER 2.008.
- [8] "CONSTRUCCIÓN Y CONTROL DE EDIFICIOS ALTOS", WORK GROUP 3/6, "COMISIÓN 3. EJECUCIÓN".

Relevant Features in Steel Structures Teaching in Building Construction by Project-Based Learning

Delgado, Antonio¹; de Justo, Enrique²; Molina, Marta³; Rodríguez-Mayorga, Esperanza⁴

ABSTRACT

New approaches to teaching are moving towards a learning ever more active, practical and closer to professional sector, and have converged in a competence based education proposed by the European higher education area. Moreover, advances in computer calculations and its applications for structural analysis have brought a revolution in the professional area of structural engineering.

Considering these circumstances, we have designed and implemented an educational program for teaching steel structures based on a Project based Learning (PBL) method.

In this paper (i) we summarize the main features of the educational program, its implementation, results and evaluation; (ii) we analyze the performance of PBL in our context and compare some aspects of traditional teaching and our PBL; and finally (iii) we identify the most important characteristics required by teaching steel structures through the project based learning method.

Keywords: Project-based learning, Structural engineering education, Architectural engineering, Steel structures.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Estado de la Docencia de Estructuras

En el campo profesional la aparición del ordenador y el desarrollo de aplicaciones informáticas de análisis estructural han producido un cambio drástico en el modo de proyectar estructuras. Sin embargo en la docencia de estructuras el uso del ordenador se ha ido imponiendo muy lentamente durante los últimos 30 años. Brohn [1] afirmaba en 1992: “Creo que el nuevo paradigma es el creciente y definitivo dominio del uso del ordenador en todas las fases del análisis y el diseño, lo cual demandará un enfoque radicalmente nuevo en la enseñanza de Estructuras”. Dos décadas después Owens [2] sigue abogando por el cambio y reclama una reducción sustancial de la atención dedicada a

¹ Departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). delgadotru@us.es

² Departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). ejem@us.es

³ Departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). martamolina@us.es (Corresponding author)

⁴ Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Universidad de Sevilla (ESPAÑA). espe@us.es

los métodos manuales y un énfasis en la aplicación práctica y en la verificación de los resultados del análisis por ordenador.

El segundo motor del cambio es el nuevo enfoque de docencia por competencias, germinado en los años noventa, y contemplado en los nuevos planes de estudio en el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES).

Uniendo ambos motivos de cambio, algunos investigadores (e.g. May [3]) proponen que el aprendizaje debe centrarse en las principales tareas que realizarán los graduados en la práctica profesional: diseñar la estructura, modelar la estructura para su análisis, calcular la estructura, verificar los resultados del cálculo, interpretar los resultados y mejorar el diseño a partir de los resultados obtenidos.

Tradicionalmente los mayores esfuerzos se han dedicado a calcular la estructura, que es, precisamente, lo que ahora hace el ordenador. Actualmente el aprendizaje debe dirigirse, de modo práctico, a las demás tareas necesarias para proyectar estructuras. En este sentido, el diseño estructural es el fin primordial del proyecto de estructura; el análisis estructural debe orientarse a validar, modificar y mejorar el diseño.

1.2. Aprendizaje Basado en Proyectos

Bajo la denominación de Aprendizaje basado en proyectos (ABP) existen muchos enfoques con objetivos y características diferentes.

Thomas [4] utiliza cinco criterios para responder a la cuestión "¿Qué debería tener un proyecto para considerarlo como instancia del Aprendizaje basado en proyectos?": (a) "Los proyectos son el centro del currículo, no son periféricos"; (b) "los proyectos se centran en cuestiones o problemas que 'dirigen' a los estudiantes para encontrar (y debatir) los conceptos y principios centrales de la disciplina"; (c) "los proyectos involucran a los estudiantes en una investigación constructiva"; (d) "los proyectos son dirigidos por los estudiantes en un grado significativo"; y (e) "los proyectos son reales, no ejercicios académicos". El resume: "Los cinco criterios son centralidad, cuestiones conductoras, investigaciones constructivas, autonomía y realismo".

Para muchos autores el trabajo en equipo es esencial en el ABP (e.g. Kolmos [5], Ravitz et al. [6]). En esta línea, consideramos que la colaboración debe ser considerada como un sexto criterio.

2. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación es un estudio evaluativo de la implementación del método de ABP en una asignatura de Estructuras de Acero en la Escuela de Arquitectura de Sevilla. El estudio abarca los cuatro primeros años de implantación del ABP en la asignatura Estructuras 2 (cursos 2009/10 a 2012/13).

La evaluación del programa se realiza mediante un modelo de evaluación basado en el modelo CIPP (Context, Input, Process, Product) de Stufflebeam [7]. La evaluación del contexto (Context) permite

concretar el contexto en el que se va a desarrollar la intervención e identifica las necesidades de la población a la que se dirige el programa; la evaluación del diseño de programa (Input) analiza la adecuación entre los objetivos, las estrategias y la planificación; la evaluación del proceso (Process) analiza la aplicación e implementación del programa; la evaluación de los resultados (Product) compara los resultados obtenidos con los objetivos previstos y proporciona información útil para la toma de decisiones de revisión y mejora.

La obtención y análisis de datos se realiza mediante un enfoque mixto que incluye métodos cualitativos, útiles de cara a explicar la realidad compleja del programa, y métodos cuantitativos, que permiten considerar un rango de datos más representativo y contrastar la percepción de los distintos agentes implicados.

Los instrumentos empleados para la obtención de datos han sido: (i) observación de los evaluadores, (ii) resultados académicos, (iii) encuestas a estudiantes, de respuesta abierta y de respuesta cerrada, y (iv) grupos de discusión de profesores. Los instrumentos (i) y (ii) se han aplicado los cuatro cursos académicos objeto de evaluación. Los otros dos instrumentos se analizan aquí en sus resultados del curso 2012/13, que es el curso de implantación en todos los grupos del nuevo plan de estudios.

Las encuestas a estudiantes se realizaron el último día de clase del curso. 252 estudiantes completaron la encuesta, el 76.1% de la población total. El cuestionario consta de 30 cuestiones de respuesta cerrada con una escala de valoración tipo Likert con cinco niveles de respuesta, y 3 cuestiones de respuesta abierta, sobre puntos fuertes, puntos débiles y propuestas de mejora. Los datos de las respuestas abiertas de las encuestas a los estudiantes y de los grupos de discusión de profesores fueron clasificados en categorías de puntos fuertes y puntos débiles. En el caso de las respuestas de estudiantes se obtuvo la frecuencia de aparición de cada categoría. En los dos grupos de discusión del curso 2012/13 participaron los 9 profesores de la asignatura. El proceso de análisis fue similar al de las encuestas de estudiantes, y además se seleccionaron las categorías en las que se alcanzó consenso entre los profesores.

Para la evaluación del programa se ha planteado una evaluación integrada en la propia actividad educativa, con ciclos sucesivos de evaluación y mejora.

3. LA ASIGNATURA ESTRUCTURAS 2 DEL PLAN 2010

3.1. Antecedentes

En el plan de estudios de 1998 de la titulación de Arquitecto en la Universidad de Sevilla, las asignaturas de estructuras tenían una metodología docente tradicional: clases expositivas de teoría, clases prácticas de problemas, y evaluación mediante exámenes.

En el curso 2009 2010 iniciamos una experiencia piloto aplicando ABP en uno de los seis grupos de Estructuras 2, asignatura dedicada a las estructuras de acero. Las razones de esta experiencia fueron la insatisfacción con los resultados académicos deficientes y la cercana implantación del Plan 2010, que debía estar adaptado a las premisas del EEES. Esta experiencia piloto se mantuvo durante tres cursos, hasta la desaparición de esta asignatura en el Plan 1998. La evaluación de esta experiencia facilitó el diseño de la nueva asignatura de Estructuras 2 en el plan 2010.

El nuevo plan de estudios del grado de Arquitectura en la Universidad de Sevilla es un plan muy innovador, adaptado al EES, de cinco cursos de duración más el proyecto fin de carrera. En cada semestre hay 5 asignaturas de 6 créditos europeos. Hay 12 a 14 grupos en cada curso, con unos 25 estudiantes por grupo, sin distinción entre grupos teóricos y subgrupos prácticos. El plan prescribe el empleo de metodologías activas y la evaluación continua de los aprendizajes. Todo ello facilita la docencia por competencias, la transversalidad entre asignaturas y la mejora de los resultados académicos.

Las tres asignaturas de estructuras tienen unos contenidos principales similares al plan anterior, pero ahora con un enfoque por competencias.

3.2. Diseño del programa de la asignatura de Estructuras 2 del plan 2010

Las bases de partida, que ya habíamos probado con éxito en la experiencia piloto, son: (i) un enfoque por competencias; (ii) un método de Aprendizaje basado en Proyectos (ABP): la actividad principal del curso es proyectar una estructura de acero, para un edificio real de arquitectura relevante, en varias fases, aplicando el ABP; (iii) el empleo del ordenador para analizar, de modo similar al contexto profesional, y además para aprender; y (iv) una evaluación formativa y sumativa en la que el peso principal es el proyecto; en cada fase del proyecto se mejora la fase anterior.

Los objetivos principales de la asignatura son, por una parte, el aprendizaje de la competencia específica *proyectar estructuras de acero*, y por otra, el desarrollo de las competencias transversales de *trabajo en equipo*, *aprendizaje autodirigido* y *resolución de problemas*. Otro objetivo es conseguir una tasa de rendimiento superior al 80%.

El desarrollo de la competencia *proyectar estructuras de acero* se concreta en una serie de resultados de aprendizaje, que sintetizan lo que los estudiantes deben saber hacer al finalizar el curso (tabla 1).

Tabla 1. Resultados de aprendizaje en cada fase del proyecto. Método ABP. Curso 2012/13

Fase del proyecto	Resultados de aprendizaje
Fase Diseño estructural	a) Diseñar estructuras de acero, adecuadas al proyecto arquitectónico, con determinación de geometría, material (clase de acero), sistema de estabilización horizontal y vínculos, forjados, perfiles y predimensionado.
	(Afianzar los resultados de aprendizaje de la fase anterior)
Fase Análisis estructural 1	b) Realizar un modelo inicial, adecuado a la estructura diseñada, que incluya geometría, material, secciones, vínculos, hipótesis simples de acciones permanentes y variables, coeficientes de seguridad y combinaciones de hipótesis. c) Analizar los esfuerzos y deformadas del modelo, mediante hipótesis simples, combinaciones y envolventes. d) Verificar los Estados Límite Últimos de resistencia de secciones. e) Verificar los Estados Límite de Servicio de flecha y desplome.

	(Afianzar los resultados de aprendizaje de la fase anterior)
Fase Análisis estructural 2	f) Realizar un modelo completo, adecuado a la estructura diseñada, que incluya los contenidos del modelo inicial, más la acción sísmica, las perfecciones geométricas, la torsión y la racionalidad, las condiciones de apoyo y de apoyo fijo. g) Verificar los Estados Límite Últimos de Resistencia de la barra (fenómenos de pandeo). h) Reajustar tanto el diseño de la estructura como el modelo estructural para su mejor adecuación. i) Dimensionar uniones frecuentes viga pilar y pilar cimentación.

Como puede apreciarse, el ABP ha obligado a una adaptación de la secuencia de aprendizaje habitual en asignaturas de este tipo al proceso de realización de un proyecto de estructuras, modificando el esquema tradicional de contenidos y su ordenación temporal. En la figura 1 se muestran algunos planos del proyecto realizado por uno de los equipos de estudiantes del curso 2012/13.

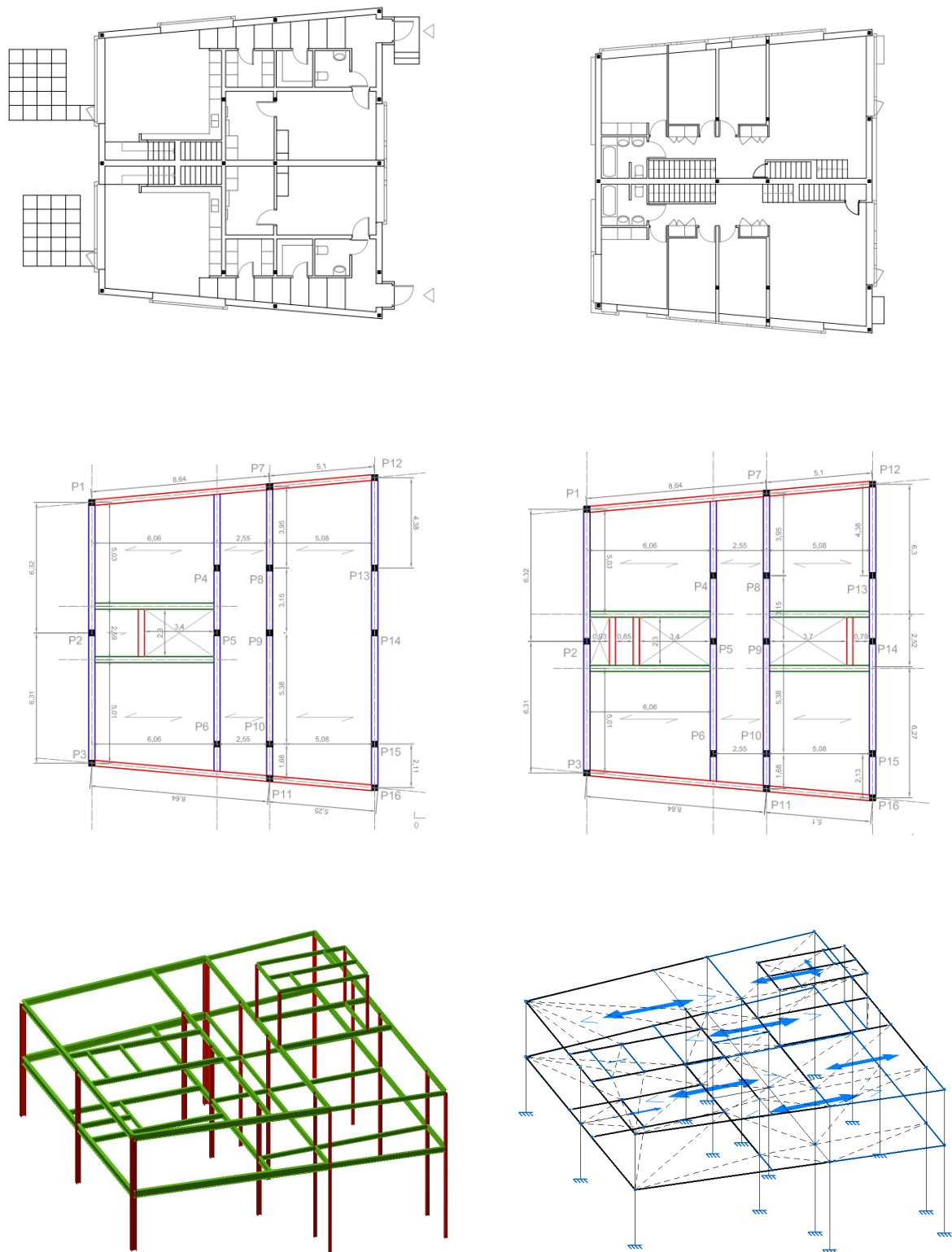


Figura 1. Proyecto realizado por uno de los equipos de estudiantes en el curso 2012/13 para la Nora house, Danderyd, Suecia, 2005 (arquitectos: Tham y Videgård Hansson). Plantas arquitectónicas, plantas de la estructura diseñada, vista extruida y vista de alambre en la aplicación NM3D de CYPE, utilizada para el análisis estructural

4. RESULTADOS

De entre todos los resultados obtenidos, se muestran los principales para la obtención de conclusiones relevantes.

La figura 2 muestra los valores medios de la tasa de asistencia a clase (estudiantes que asisten a clase / estudiantes matriculados), y la figura 3 recoge la tasa de rendimiento (estudiantes aptos / estudiantes matriculados).

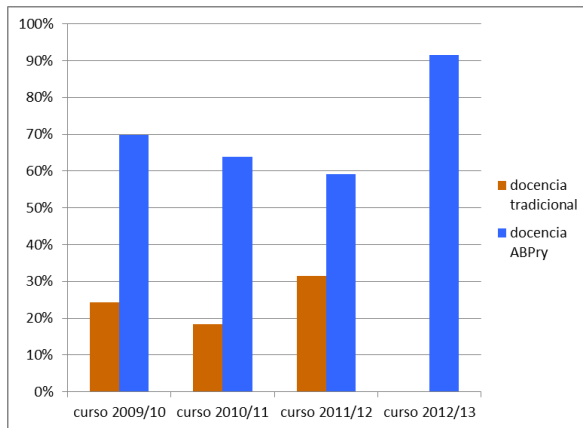


Figura 2. Tasa de asistencia a clase

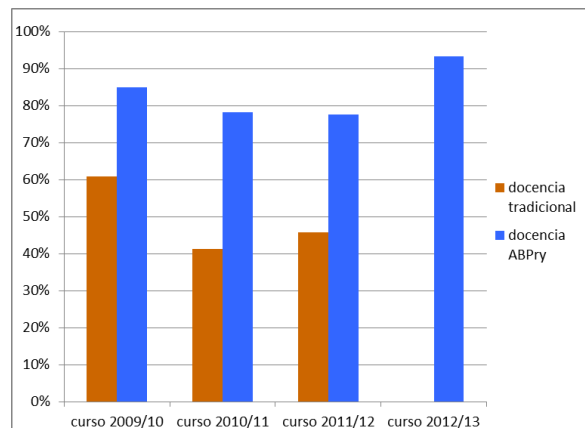


Figura 3. Tasa de rendimiento

Las figuras 4 y 5 muestran las categorías de puntos fuertes y de puntos débiles que presentan mayor frecuencia en las encuestas de respuesta abierta a los estudiantes en el curso 2012/13.

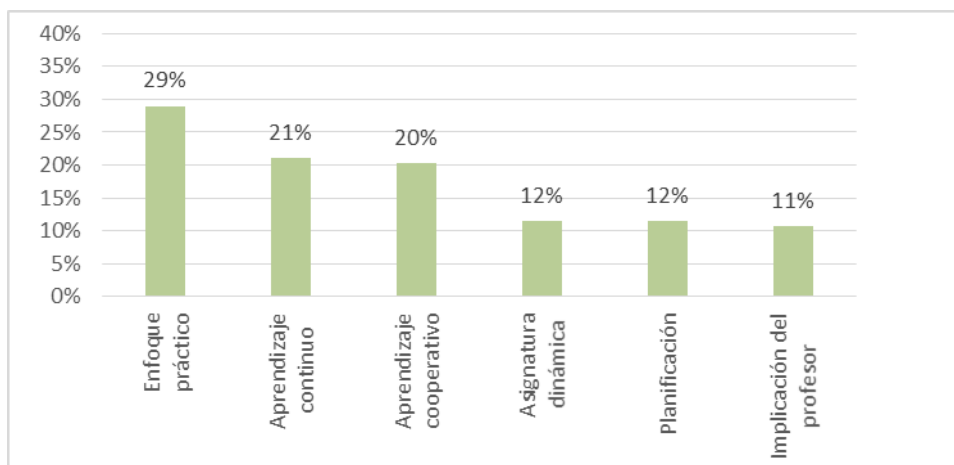


Figura 4. Principales puntos fuertes indicados por los estudiantes (curso 2012/13)

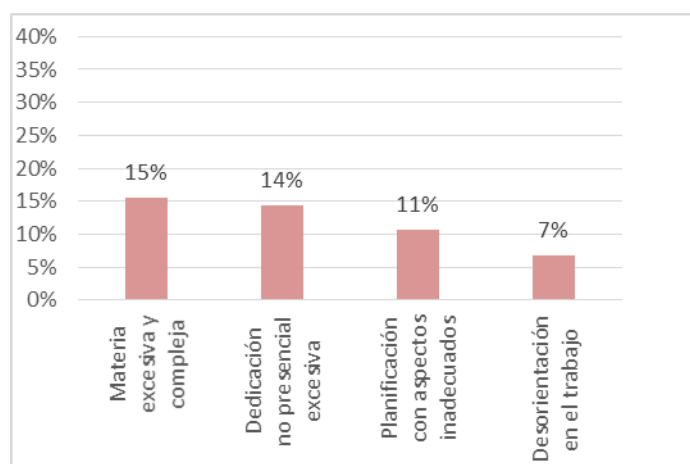


Figura 5. Principales puntos débiles indicados por los estudiantes (curso 2012/13)

La tabla 2 contiene las categorías de aspectos positivos y negativos en los que se alcanzó consenso en los grupos e discusión de profesores el curso 2012/13.

Tabla 2. Principales fortalezas y debilidades con consenso entre los profesores (curso 2012/13)

Aspectos positivos	Aspectos negativos
Método de Aprendizaje basado en proyectos	Contenidos excesivos en relación al tiempo disponible
Aprendizaje y evaluación continuos	Excesiva cantidad de trabajo en el proyecto en relación al tiempo disponible
Ordenador para aprender	
Motivación del estudiante	
Asistencia a clase	

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1. Funcionamiento del ABP en nuestro contexto: bases, fortalezas y eficacia

Esta investigación nos ha permitido aproximarnos a la comprensión del funcionamiento complejo del ABP. Hay numerosos conceptos en varios niveles diferentes, que establecen relaciones de interdependencia. Entre estos conceptos destacan las características básicas de implantación del ABP, las consecuencias que se producen, y finalmente el grado de calidad de los resultados en relación a los objetivos perseguidos.

Bases

El nuevo enfoque por competencias en la docencia de estructuras de acero nos ha llevado a realizar múltiples cambios respecto a la docencia tradicional. Los principales cambios introducidos son tres: el uso del ordenador, el proyecto de estructura de acero y el método ABP.

El uso del **ordenador** como herramienta para analizar estructuras, pero sobre todo para aprender a proyectar estructuras, ha quedado validado en nuestra investigación. En palabras de nuestros

estudiantes, no es un punto fuerte del nuevo enfoque. El trabajo en CYPE, la capacidad de ida y venida en el proyecto, de facilidad de análisis". En este sentido, Cowan [9] afirma que:

"Mucho de lo que los alumnos aprenden y hacen, en la actualidad es obsoleto, porque es lo que ya hacen las máquinas, y lo hacen mejor que los humanos. En el futuro, los estudiantes deberán trabajar en un nivel cognitivo más elevado, no en métodos y tareas rutinarias que puede hacer el ordenador".

La actividad principal es la realización de un **proyecto de estructura de acero**, en coherencia con la competencia específica de la asignatura. Tal como indica Biggs [10], establecemos alineamiento constructivo entre los objetivos de la materia, las actividades de los estudiantes, y el sistema de evaluación: los estudiantes aprenden a proyectar estructuras realizando proyectos de estructuras, y esto es lo que se evalúa.

En nuestro método de ABP el proyecto de estructura es el generador del aprendizaje, y no una aplicación práctica de los conocimientos aprendidos previamente.

Fortalezas

El uso del ordenador y el proyecto de estructura nos conducen a un **enfoque más práctico y real**. Este enfoque práctico es uno de los aspectos positivos más resaltado por nuestros estudiantes: *"Trabajar sobre un proyecto acerca más a la realidad y ayuda a entender mejor los conceptos teóricos", "El aprendizaje realizado hace que realmente se afiancen los conceptos y sobre todo sepan aplicarse y aprender a realizar diseño y cálculo de estructuras"*.

Nuestro método está intrínsecamente unido al alcance de las competencias transversales: **aprendizaje de resolución de problemas, aprendizaje autodirigido, y aprendizaje cooperativo**. Nuestros estudiantes resaltan como aspectos positivos: *"Realizar el proyecto de forma autónoma", "más libertad y mejor aprendizaje", "Aprender a resolver dificultades que se nos presentan en la estructura por nosotros mismos"*.

De estos tres objetivos, el mejor valorado por los estudiantes es el **aprendizaje cooperativo**: *"aprender con tus compañeros, aprender de tus compañeros", "poder comparar con otros compañeros las dudas y aprender de todos", "El trabajo en grupo te ayuda a enfrentarte mejor ante los conceptos y problemas difíciles"*. La interdependencia positiva como una de las bases del aprendizaje cooperativo (Johnson et al. [11]) ha quedado patente en nuestra investigación.

Nuestro ABP se organiza con sesiones tutoriales semanales en clase y trabajo no presencial individual durante la semana. Este proceso incentiva la organización y planificación del estudio y trabajo de los estudiantes de modo constante. Por ello, el **aprendizaje y evaluación continuos** es otro de los puntos fuertes más valorados por los estudiantes: *"Este método es mucho más instructivo, ya que lo trabajas durante todo el año, en vez de estudiar dos días antes del examen que realmente ahí no se aprende nada", "Aprendizaje continuo, día a día. Se anclan mejor los conceptos"*.

Con nuestro método la **motivación del estudiante** se incrementa apreciablemente. Esto se muestra con claridad en la satisfacción del estudiante respecto al proceso y resultados de su aprendizaje. Para nosotros la motivación no es un fin, sino un medio para alcanzar los objetivos de la materia. Nuestros estudiantes afirman: *"Estás conectado al curso con intensidad y motivación desde el principio", "La*

metodología ABP me parece muy buena, motiva a no dejar la asignatura y a esforzarse desde el primer momento”.

Todas las mejoras anteriores producen una asistencia a clase muy elevada, claramente superior que en la docencia tradicional (figura 2).

Eficacia

Finalmente, se alcanzan en grado muy alto los objetivos principales y los resultados de aprendizaje previstos. Así lo indican los **resultados de eficacia objetiva** (tasa de rendimiento) mucho más elevados con el nuevo método que en la docencia tradicional (figura 3). La mejor comprensión del comportamiento estructural, de modo activo, práctico y continuo, conduce a un **aprendizaje más profundo**. Uno de nuestros estudiantes indica: *“Realizar un proyecto de estructura hace que te involucres más y entiendas realmente las cosas, además surgen problemas que nos surgirán en el futuro, al contrario que haciendo ejercicios/problemas preparados”*.

5.2. Debilidades del ABP en nuestro contexto y propuestas de mejora

Profesores y estudiantes indican **extensión y complejidad excesivas de la materia**. En palabras de los estudiantes: *“La gran cantidad de conceptos puede causar que no se aprendan todos los puntos”, “Dificultad al aplicar la teoría a la práctica porque la teoría es compleja”*.

En la docencia tradicional también está presente esta dificultad, y es una de las razones de la escasa asistencia a clase de los bajos resultados académicos, mucho peores que con el ABP (figuras 2 y 3).

Con el ABP los estudiantes están motivados, y no abandonan ante esta dificultad, pero muchos necesitan una **dedicación no presencial excesiva**. En las encuestas del curso 2012/13 el 88,5% de los estudiantes señalan que han dedicado más de 6 horas no presenciales semanales, que es lo que corresponde a esta asignatura según sus créditos europeos.

Estos puntos problemáticos han sido reseñados en varias investigaciones sobre ABP: es difícil cubrir todos los contenidos del temario (Van Barneveld & Strobel [12]) y el estudiante puede necesitar una dedicación excesiva (Fernandes et al. [13]).

Para solucionar estas dificultades proponemos varios mecanismos.

En primer lugar, hemos ido **disminuyendo los contenidos tradicionales**, desde el primer año de implantación de la experiencia piloto; debemos seguir explorando este camino. La reducción de los contenidos es un problema que va perdiendo importancia en la evolución de la docencia universitaria, a medida que progresa el aprendizaje de las competencias transversales adecuadas. En nuestro caso el aprendizaje autodirigido y el aprendizaje de resolución de problemas preparan al estudiante para su etapa postuniversitaria, a su *“long life learning”*.

Con nuestro método se aprende menos cantidad de contenidos, pero el aprendizaje es más práctico y profundo. Nuestros estudiantes indican: *“Es una asignatura con un contenido muy complicado, pero el proyecto ayuda a comprender mejor los conceptos”, “Gracias a la metodología docente utilizada por el*

profesor, las clases han sido mucho más dinámicas, participativas y hemos aprendido conceptos importantes en el diseño estructural que no se nos olvidarán”.

En segundo lugar se introducen y potencian **actividades complementarias** al proyecto. Su objetivo es clarificar los conceptos principales y facilitar las tareas más complejas del proyecto. Son actividades breves con el ordenador (aplicaciones de análisis estructural) sobre aspectos parciales, y también actividades para aplicar estrategias adecuadas de verificación e interpretación.

Por último, proponemos **mejorar la guía del profesor**. En nuestro contexto, hemos funcionado con un modelo de tutor flotante, que en la sesión tutorial va rotando entre los diversos equipos de estudiantes. Esto complejiza el rol de tutor del profesor, ya que por sí difícil en el ABP (Hmelo Silver [14]). Debemos ampliar la formación del profesor para ejercer de facilitador del aprendizaje en vez de transmisor de conocimientos.

AGRADECIMIENTOS

A todos los estudiantes y profesores de la asignatura en los cursos objeto de esta investigación, por las facilidades prestadas para su realización. A la Universidad de Sevilla, por su apoyo a esta investigación a través de los planes propios de docencia.

REFERENCIAS

- [1] Brohn, D. M. (1992). A new paradigm for structural engineering. *The Structural Engineer*, 70(13), 239-242.
- [2] Owens, G. (2011). Transforming undergraduate structural engineering education in the 21st century. *The Structural Engineer*, 89(2), 18-20.
- [3] May, I. M. (2009). The teaching of structural analysis. *2009 Annual Academics Conference: Structural Engineering Education in the 21st Century. The Institution of Structural Engineers*, London.
- [4] Thomas, A. (2000). A review of research on project based learning.
- [5] Kolmos, A. (2009). Problem based and project based learning. In *University science and mathematics education in transition* (pp. 261-280). Springer US.
- [6] Ravitz, J., Hixson, N., English, M., & Mergendoller, J. (2012, April). Using project based learning to teach 21st century skills: Findings from a statewide initiative. In *American Educational Research Association Conference, Vancouver, Canada* (Vol. 16).
- [7] Stufflebeam, D. L. (2003). The CIPP model for evaluation. In *International handbook of educational evaluation* (pp. 31-62). Springer Netherlands.
- [8] ETSAS (2010). Plan de estudios del Título Oficial de Graduado/a en Arquitectura de la Universidad de Sevilla. [http://www.etsa.us.es/estudios/plan de estudios 2010](http://www.etsa.us.es/estudios/plan%20de%20estudios%202010)
- [9] Cowan, J. (2006). *On becoming an innovative university teacher* (2nd ed.). New York: Society for Research into Higher Education & Open University Press.
- [10] Biggs, J. (1999). *Teaching for Quality Learning at University*. Open University Press, Buckingham.

- [11] Johson, D. W., Johson, R. T., & Smith, K. A. (2006). *Active learning: Cooperation in the college classroom* (3rd ed.). Edina: Interaction book company.
- [12] Van Barneveld, A., & Strobel, J. (2009). Problem based learning: Effectiveness, drivers, and implementation challenges. En X. Du, E. De Graaff & A. Kolmos (Eds.), *Research on PBL practice in engineering education* (pp. 35-44). Rotterdam: Sense Publishers.
- [13] Fernandes, S., Flores, M., & Lima, R. (2009). Using the CIPP model to evaluate the impact of project led education: A case study of engineering education in Portugal. En X. Du, E. De Graaff & A. Kolmos (Eds.), *Research on PBL practice in engineering education* (pp. 45-56). Sense Publishers.
- [14] Hmelo Silver, C. E. (2004). Problem based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235-266.

Reliability-Based Optimization of Steel Structures using Genetic Algorithms and Nonlinear Finite Elements

Celorrío Barragué, Luis¹

ABSTRACT

Uncertainties are inherent in material properties, geometry parameters and loading in structural design problems. In a realistic design, it is necessary to consider these types of uncertainties to ensure safety and quality. Design constraints are formulated in probabilistic terms such as probability of failure or reliability index. The process of design optimization enhanced by the addition of reliability constraints is referred as Reliability-Based Design Optimization (RBDO). Most of RBDO methods use classical mathematical optimization algorithms and require the gradients of objective function and constraints. This task sometimes can be cumbersome and hard because reliability constraints are implicit functions of design variables. However, the increased power of computers has made possible to apply heuristic methods, especially Genetic Algorithms in RBDO problems. In this paper Genetic Algorithm is combined with OpenSees, a nonlinear Finite Element Reliability Analysis software, to solve RBDO problems. Two numerical examples show the performance of the implementation.

Keywords: Reliability Based Design Optimization, Nonlinear Finite Elements, Genetic Algorithms, Discrete Design Variables, Uncertainty.

1. INTRODUCCIÓN

El área de la optimización estructural ha progresado sustancialmente en los últimos 20 años. Recientemente, los programas de análisis y diseño basados en elementos finitos han añadido opciones de análisis de sensibilidad y de optimización. La mayoría de estos desarrollos tratan únicamente con parámetros deterministas. Sin embargo, las variables de diseño y los parámetros estructurales tales como propiedades del material, dimensiones geométricas, y sobre todo, las cargas, están afectados de incertidumbres. Debido a ello, es necesario considerar estos tipos de incertidumbres en el diseño de cualquier sistema de ingeniería para asegurar la seguridad y la calidad. Tradicionalmente, estas incertidumbres se han considerado de forma implícita en los códigos de diseño estructural mediante los llamados coeficientes parciales de seguridad. Sin embargo, el empleo de estos coeficientes de seguridad no proporciona una medida cuantitativa del margen de seguridad en el diseño, ni de la importancia que tiene la incertidumbre de cada variable sobre la prestación del sistema. Es crucial, por tanto, considerar las incertidumbres de forma explícita en el diseño estructural.

La consideración de las incertidumbres de las variables en problemas de optimización estructural ha suscitado el interés de muchos investigadores y se han desarrollado diferentes métodos de diseño. En

¹ *Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de La Rioja (ESPAÑA). luis.celorrío@unirioja.es (Corresponding author)*

el área de la optimización estructural se conoce con el nombre de Diseño Óptimo Basado en Fiabilidad (en inglés, Reliability Based Design Optimization, RBDO) al estudio de métodos de optimización estructural aplicables a problemas en los que las variables que intervienen son inciertas y las restricciones o prestaciones de la estructura se escriben en términos de fiabilidad o, alternativamente, en términos de probabilidad de fallo. Los métodos RBDO clásicos utilizan algoritmos de optimización matemática y requieren el cálculo de gradientes tanto de la función objetivo como de las restricciones. Esta tarea puede ser muy difícil y costosa en cuanto a tiempo de cálculo puesto que generalmente las restricciones son no lineales y son funciones implícitas de las variables de diseño. Por otro lado, el espectacular aumento de la potencia de los ordenadores y las instalaciones de computación paralela han hecho posible el desarrollo de métodos de optimización basados en heurísticas. La principal ventaja de los métodos heurísticos es que no requieren el cálculo de gradientes. También hay que mencionar que estos métodos precisan todavía un gran esfuerzo computacional.

En este artículo se ha combinado un algoritmo de optimización basado en Algoritmos Genéticos con métodos Fiabilidad Estructural para valorar las restricciones probabilistas. Las restricciones de fiabilidad se formulan en términos de índices de fiabilidad y se evalúan utilizando las posibilidades de análisis de fiabilidad mediante elementos finitos que ofrece el software OpenSees.

En ingeniería estructural, los fallos se producen cuando se ha superado algún estado límite. Los estados límite se expresan generalmente en términos de tensiones y desplazamientos. Las violaciones de estado límite ocurren generalmente cuando las estructuras soportan acciones naturales extremas como las producidas por fuertes vientos, movimientos sísmicos, impacto de olas, etc. En estos casos el análisis estructural lineal podría ser impreciso y es preciso realizar un análisis no lineal que considere tanto la no linealidad del material como la no linealidad geométrica producida por grandes deformaciones. Un análisis de este tipo es el análisis pushover que se utiliza para determinar la capacidad de una estructura frente a sismos. En este artículo se ha usado un software de análisis por elementos finitos de libre distribución llamado OpenSees con excelentes prestaciones para el análisis de elementos finitos no lineales y cálculo de fiabilidad estructural. [1], [2].

Los métodos clásicos de RBDO consisten en un procedimiento de doble lazo anidado. En el lazo externo, se produce la optimización del diseño utilizando métodos de optimización matemática. Esta optimización precisa del cálculo de los gradientes de la función objetivo y de las restricciones de fiabilidad. Se utilizan métodos de optimización matemática como Programación Cuadrática Secuencial (SQP), Programación Lineal Secuencial (SLP) y otros métodos de optimización restringida no lineal. Las restricciones de fiabilidad y sus gradientes se evalúan en el lazo interno utilizando métodos específicos de fiabilidad estructural.

Además de los métodos clásicos de doble lazo, se han desarrollado otros métodos basados en gradientes para resolver problemas RBDO, como los métodos de lazo simple y los métodos desacoplados. En la literatura se pueden consultar varias revisiones sobre estos métodos. [3] [4]

La potencia de cálculo de los ordenadores existentes en la actualizada hace posible desarrollar métodos RBDO basados en heurísticas, como por ejemplo métodos de Computación Evolutiva. En este artículo se propone el uso de los Algoritmos Genéticos (AGs) para resolver problemas RBDO. Existe una amplia lista de aplicaciones de los AGs en optimización estructural determinista [5], [6]. Sin embargo, se han realizado menos trabajos que aborden la aplicación de los AGs en problemas de optimización estructural considerando incertidumbres. Dimou y Koumouisis [7] AGs con múltiples poblaciones para resolver problemas RBDO de estructuras articuladas planas. Múltiples poblaciones de individuos compiten entre ellas por los recursos de cálculo y un meta algoritmo genético asigna estos recursos a las subpoblaciones con mejor ajuste. Shauanfar et al. [8] desarrollaron un método RBDO basado en AG y lo aplicaron tanto a problemas analíticos como estructurales. Sin embargo, ellos consideran solo estructuras con comportamiento elástico lineal. Se han empleado también Algoritmos Genéticos Multiobjetivo (MOGA) para resolver problemas RBDO [9][10]. En estos problemas se definen como funciones objetivo el peso de la estructura y los índices de fiabilidad de las restricciones probabilísticas.

Cuando actúan acciones extremas sobre las estructuras se pueden producir fallos debido a la superación de algún estado límite. Estas situaciones son las que son objeto de análisis de la fiabilidad estructural y debido a la magnitud de las acciones es preciso considerar comportamiento no lineal de la estructura. En este artículo se propone un método RBDO basado en AG aplicado a estructuras no lineales. Se estudian dos ejemplos numéricos. En el primer caso, se realiza la optimización probabilista de una estructura articulada tridimensional utilizada como torre de telecomunicaciones. El programa desarrollado proporciona las secciones óptimas de las barras, considerando variables de diseño discretas. En el segundo ejemplo se realiza un diseño óptimo de un pórtico plano metálico de tres pisos y tres cuerpos. Se considera análisis pushover. La restricción de fiabilidad se formula en función del desplazamiento horizontal del techo de la estructura. Los perfiles de los miembros son perfiles normalizados discretos del tipo IPE. El programa determina los perfiles óptimos a emplear para las columnas y las vigas.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Un problema RBDO puede formularse como la minimización de una función objetivo sujeta a restricciones deterministas y probabilistas. Además también puede considerarse restricciones laterales o cotas superior e inferior para las variables de diseño. La función objetivo es el coste de la estructura y puede incluir el coste de construcción y los costes que se produzcan a lo largo de su ciclo de vida, tales como costes de mantenimiento, costes de reparación cuando ocurra el fallo y costes de demolición. Generalmente la probabilidad de fallo es muy pequeña y el coste de reparación puede ser despreciable respecto al coste de primera construcción. Las restricciones describen las condiciones y normas impuestas en los códigos de diseño y se escriben como funciones de estado límite o funciones de prestación.

La formulación matemática más utilizada en la literatura para un problema RBDO es:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_X} f(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_X, \boldsymbol{\mu}_P) \\ & s. a. P_{f_i} = P[g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0] \leq P_{f_i}^t, \quad i = 1, \dots, n \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U, \quad \boldsymbol{\mu}_X^L \leq \boldsymbol{\mu}_X \leq \boldsymbol{\mu}_X^U \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{d} \in R^k$ es el vector de variables de diseño deterministas. \mathbf{d}^L y \mathbf{d}^U son las cotas inferior y superior respectivamente del vector \mathbf{d} . $\mathbf{X} \in R^m$ es el vector de variables de diseño aleatorias, es decir, es un vector de variables aleatorias cuyos valores medios, $\mu_{\mathbf{x}}$ son variables de diseño. $\mu_{\mathbf{x}}^L$ y $\mu_{\mathbf{x}}^U$ son las cotas superior e inferior del vector $\mu_{\mathbf{x}}$, respectivamente. $\mathbf{P} \in R^q$ es el vector de parámetros aleatorios. $\mu_{\mathbf{p}}$ es el vector de valores medios del vector aleatorio \mathbf{P} . $f(\cdot)$ es la función objetivo, n es el número de restricciones de fiabilidad, k es el número de variables de diseño deterministas, m es el número de variables de diseño aleatorias y q es el número de parámetros aleatorios. $g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P})$ es la i -ésima función de estado límite. P_{fi} es la probabilidad de fallo para la i -ésima restricción probabilista y P_{fi}^t es la probabilidad de fallo objetivo o admisible para la i -ésima restricción probabilística.

Las restricciones fiabilistas se expresan en función de los desplazamientos nodales o en términos de los esfuerzos internos de una o varias secciones de los miembros de la estructura. Si estos desplazamientos o esfuerzos internos exceden un valor umbral se produce el fallo. Las funciones de estado límite se definen de forma tal que el dominio de fallo corresponde con $g_i(\cdot) \leq 0$. Entonces, la probabilidad de fallo para la función de estado límite i -ésimo P_{fi} podría calcularse usando la integral multidimensional:

$$P_{fi} = \int_{g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

donde $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ es la función de densidad de probabilidad conjunta del vector de variables aleatorias \mathbf{X} . No existe, en general, una solución analítica de esta integral múltiple y las soluciones numéricas se han obtenido solo para dimensiones 4 o 5. Para resolver esta integral se dispone de métodos numéricos aproximados y métodos de simulación. Los métodos de simulación de tipo Simulación de MonteCarlo (MCS) burda o con Muestreo por Importancia necesitan un tiempo de cálculo prácticamente prohibitivo y generalmente no se usan. Entre los métodos aproximados, el Método de Fiabilidad de Primer Orden (FORM) proporciona una buena aproximación de la fiabilidad. En este trabajo se ha usado FORM para calcular P_{fi} para cada restricción de fiabilidad. Es más común expresar la fiabilidad de una función de estado límite como un índice de fiabilidad, que está relacionado con la probabilidad de fallo obtenida mediante el FORM mediante la siguiente expresión:

$$P_{fi} \approx \Phi(-\beta_i) \quad (3)$$

donde Φ es la Función de Distribución Acumulada normal estándar (CDF). Por tanto, el problema RBDO se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \mu_{\mathbf{x}}} f(\mathbf{d}, \mu_{\mathbf{x}}, \mu_{\mathbf{p}}) \\ & s. a. \beta_i \geq \beta_i^t, \quad i = 1, \dots, n \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U, \quad \mu_{\mathbf{x}}^L \leq \mu_{\mathbf{x}} \leq \mu_{\mathbf{x}}^U \end{aligned} \quad (4)$$

donde β_i^t es el índice de fiabilidad admisible correspondiente a la restricción i -ésima.

El primer paso en el método FORM es transformar la función de estado límite desde el espacio de variables aleatorias original al espacio de variables aleatorias normales estándar no correlacionadas

usando una transformación probabilistas como, por ejemplo, la transformación de Nataf. A continuación, cada función de estado límite se aproxima mediante una función de primer orden usando el desarrollo en serie de Taylor alrededor de un punto determinado en el espacio normal estándar. En FORM se calcula iterativamente el índice de fiabilidad partiendo desde un punto inicial en el espacio normal estándar y alcanzando, en caso de que exista convergencia, un punto llamado punto de diseño o Punto Más Probable (MPP). El valor de la función de estado límite y sus gradientes con respecto a las variables aleatorias se calcula para cada iteración. En diseño estructural, las funciones de estado límite no dependen explícitamente, en general, de las variables de diseño. Son funciones implícitas y por ello cada iteración en FORM implica una llamada a un software de análisis estructural por elementos finitos para calcular la respuesta y los gradientes de la respuesta con respecto a las variables de diseño.

En este artículo se ha empleado el software OpenSees para obtener la respuesta del análisis estructural. OpenSees es software libre con código fuente abierto desarrollado en la Universidad de California en Berkeley. Dispone de potentes capacidades para el análisis de sensibilidad y de fiabilidad estructural. Por ejemplo, implementa el método FORM, el Método de Fiabilidad de Segundo Orden (SORM) y el método de Muestreo por Importancia basado en Simulación de MonteCarlo. Existe dos opciones respecto al cálculo de gradientes de las funciones de estado límite: el método de Diferencias Finitas hacia Adelante (FFD) y el Método de Diferenciación Directa (DDM). En esta investigación se ha empleado DDM puesto que es más eficiente que FFD.

3. ALGORITMOS GENÉTICOS

Los AGs son algoritmos bien conocidos que se llevan aplicando desde hace tiempo con gran éxito en problemas de optimización y clasificación. Como otros procedimientos de Computación Evolutiva, los AGs se inspiran en los principios de selección natural y simulan el comportamiento adaptativo de los seres vivos. Su funcionamiento es sencillo: los AGs parten de una población de soluciones potenciales inicial que evoluciona mediante la aplicación de unos operadores genéticos que actúan de forma muy similar a las leyes de selección natural [11]. Los operadores más importantes son:

Selección: Este operador se usa para seleccionar individuos de la población actual para la etapa de reproducción. Los individuos seleccionados se llaman padres y dan lugar a la siguiente generación. Hay varios tipos de operadores de selección. El AG selecciona generalmente los individuos que tienen mejores valores de una función llamado función de ajuste. La función de ajuste se toma igual a la función objetivo en los problemas de optimización no restringida. En el caso de problemas de optimización restringida la función de ajuste se obtiene sumando a la función objetivo una función de penalización. Los operadores de selección son estocásticos puesto que se basan en generadores de números aleatorios. Este hecho explica la capacidad que ofrecen los AGs para explorar espacios de búsqueda complejos de variables de diseño. En los problemas RBDO formulados en este artículo se ha usado un operador de selección por torneo.

Elitismo: Los AGs pasan directamente las mejores soluciones de la población anterior a la nueva población mediante un mecanismo que se denomina elitismo. Se suele tomar un número reducido de mejores soluciones que pasan a la siguiente generación.

Cruce: Este operador toma pares de padres resultantes del proceso de selección y los combina o intercambia sus genes para generar los hijos. Hay varios tipos de operadores de cruce: máscara, por un único punto, por dos puntos, heurístico, etc.

Mutación: Este operador trabaja después del operador de cruce y hace pequeños cambios aleatorios en algunos padres resultantes del proceso de selección. Estos cambios se aplican en genes seleccionados estocásticamente. El operador de mutación proporciona diversidad genética y permite al AG buscar en dominios de búsqueda más complejos.

Los AGs presentan algunas ventajas con respecto a los métodos de optimización clásicos. Mientras que los métodos de optimización matemática desarrollan la búsqueda del óptimo considerando solo una solución en cada instante, los AGs trabajan con una población de individuos en cada generación. Cada individuo es una versión codificada de las variables de diseño de la estructura. La función objetivo y las restricciones se evalúan para todos los individuos. Además, los AGs son un método de optimización que no precisa el cálculo de gradientes. Esta característica hace posible tratar problemas con funciones objetivo y restricciones con dificultades matemáticas tales como funciones discontinuas o no derivables. Tanto la población inicial como los hijos en las siguientes generaciones se generan estocásticamente. Esto permite mantener varias trayectorias de búsqueda y explorar espacios de búsqueda complejos. De esta forma se evita sustancialmente la convergencia prematura a óptimos locales, aunque se hayan elegido malos puntos de inicio para el algoritmo. Todos estos aspectos aumentan la posibilidad de encontrar la solución óptima global, incluso en problemas con espacios de búsqueda difíciles con múltiples mínimos locales.

La principal desventaja de estos métodos es que requieren un coste computacional muy alto. Los métodos clásicos basados en gradiente para la resolución de problemas RBDO requieren un número elevado de evaluaciones de función objetivo y de restricciones probabilísticas. En el caso de aplicaciones estructurales, cada valoración de restricción de fiabilidad requiere varias ejecuciones del análisis estructural. Y esta estructura se modela generalmente mediante elementos finitos no lineales, de solución más costosos que el análisis elástico lineal. La sustitución de los métodos de optimización matemática por AGs aumenta incluso más el tiempo de cálculo puesto que consisten en calcular varias soluciones de diseño a la vez. Sin embargo, los recursos de computación paralela y las técnicas de computación de altas prestaciones permiten tratar problemas RBDO complejos considerando como método de optimización los AGs. En este trabajo se ha empleado la implementación del Algoritmo Genético Simple que existe en el Global Optimization Toolbox de MATLAB para la optimización del diseño que se lleva a cabo en el lazo externo en la solución del problema RBDO mediante el método de doble lazo.

4. EJEMPLO: ESTRUCTURA ARTICULADA PARA TORRE DE TRANSMISIÓN

Este ejemplo aborda el diseño de la estructura de nudos articulados espacial mostrada en la *Figura 1*. Esta estructura es un ejemplo clásico de torre de transmisión y de aplicación de diferentes métodos de optimización. La estructura consta de 25 barras y 10 nudos. Está sometida a las cargas nodales representadas en la *Figura 1*. Está construida de acero cuya relación tensión – deformación se representa mediante un modelo bilineal, mostrado en la *Figura 2*. El módulo elástico, E y la tensión

límite, f_y , se consideran variables aleatorias. El ratio de endurecimiento por deformación b es determinista. Los elementos barras se modelan como elementos finitos no lineales usando el comando `corotTruss` de OpenSees. Por tanto, se emplea la formulación corrotacional para modelar la no linealidad geométrica. Las 25 barras se agrupan en 8 grupos. Las barras del mismo grupo tienen el mismo área en su sección transversal. Existen, por tanto 8 variables de diseño aleatorias. Además, las cargas nodales se modelan como variables aleatorias lognormales. La *Tabla 1* contiene toda la información sobre las variables aleatorias del problema de optimización probabilística.

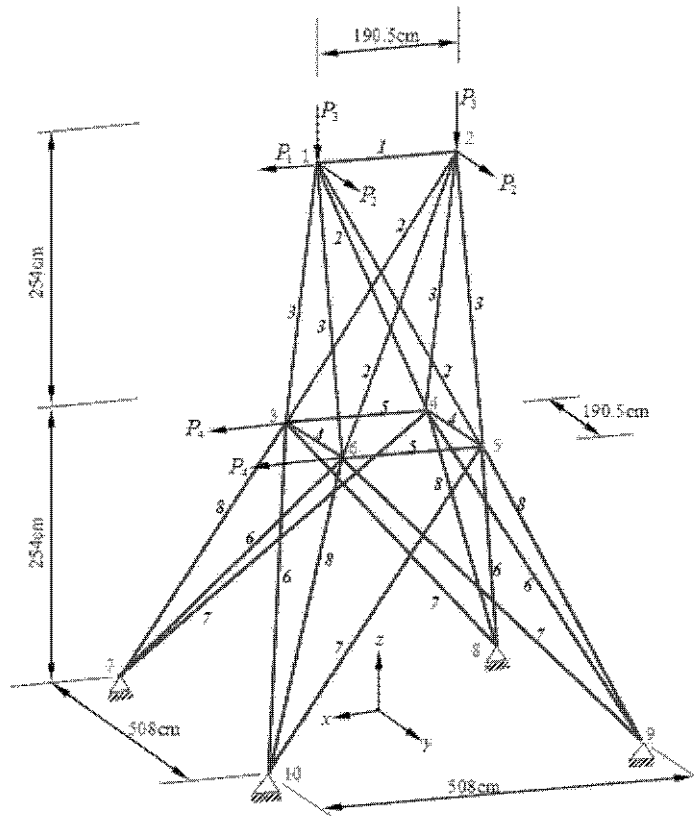


Figura 1. Estructura Articulada espacial para torre de Transmisión.

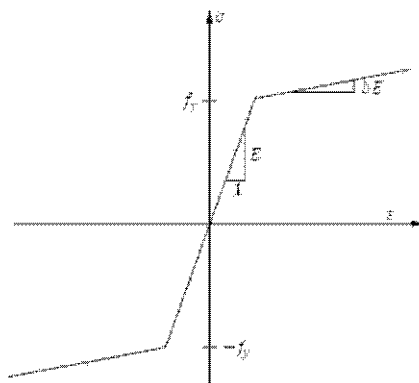


Figura 2. Modelo de comportamiento no lineal para el acero.

Tabla 1. Variables aleatorias en el ejemplo de estructura de Torre de Trasmisión

Variable Aleatoria	Descripción	Dist.	Media	CoV
A_1, \dots, A_8	Áreas de las Barras	N	V. de Diseño	0.1
E	Módulo Elástico	LN	210E+6 kPa	0.05
f_y	Tensión Límite	LN	250E+3 kPa	0.05
b	Coefficiente de Endurecimiento		Determinista	0.00
P_1	Carga Horizontal	LN	60 kN	0.1
P_2	Carga Horizontal	LN	100 kN	0.1
P_3	Carga Vertical	LN	200 kN	0.1
P_4	Carga Horizontal	LN	60 kN	0.1

El problema RBDO para la torre de transmisión se formula como:

$$\min_{\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8}} V(\mu_A, \mu_P) = \sum_{i=1}^8 \mu_{A_i} \sum_{j=1}^{nb_i} l_i \quad (5)$$

s. a. $\beta_{ij} \geq \beta_{ij}^t = 3.7 \quad i = 1, 2 \quad j = x, y$

$P[g_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{P}) \leq 0] < \Phi(-\beta_i^t) \quad i = 1, 2 \quad j = x, y$

Donde nb_i es el número de barras del grupo i -ésimo. Las restricciones de fiabilidad se escriben en función de los desplazamientos según los ejes x e y de los nudos 1 y 2. Estas restricciones son:

$$g_i(\mathbf{A}, \mathbf{P}) = 1 - \frac{u_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{P})}{u_{max}} \quad i = 1, 2 \quad j = x, y \quad (6)$$

en las que el máximo desplazamiento permitido es $u_{max} = 2\text{cm}$. Las variables de diseño son variables de diseño discretas. Estas variables toman valores de un conjunto de 20 valores discretos:

$$[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30] \text{ cm}^2$$

El tamaño de la población es 40 con una dimensión del vector de variables de diseño igual a 8. La población inicial se ha creado por selección uniforme, es decir, todos los individuos se han seleccionado aleatoriamente a partir de un rango inicial. El AG no trabaja directamente con los valores medios de las áreas de las barras, sino que trabaja con una versión codificada formada por los números enteros en el rango $[1, \dots, 20]$. El número máximo de generaciones usadas es 300.

En cuanto al operador de elitismo, se toman los 2 individuos con mejor ajuste de la población actual y pasan directamente a la siguiente generación. El resto de individuos para la siguiente generación se forma aplicando los operadores de cruce y de mutación sobre el conjunto seleccionado como padres en la población actual. Se ha empleado un operador de cruce por un solo punto, cuya fracción de cruce es 0.8. Por tanto, el porcentaje de individuos de la siguiente generación que se crean mediante

cruce son el 80% del total de la población después de descontar los creados por elitismo. Los demás se crean mediante mutación utilizando el operador de mutación Gaussiano.

El problema de optimización probabilista se ha resuelto para varios tipos de análisis estructural y para comportamientos de material diferentes. Esto muestra la flexibilidad del método propuesto.

Inicialmente, se ha resuelto el caso no lineal para el cual se tienen en cuenta las no linealidades geométrica y del material. La convergencia se alcanza en 76 generaciones. Se considera como resultado óptimo el conjunto de valores de las variables de diseño con mejor ajuste en la última generación en caso de convergencia del algoritmo. El volumen óptimo es el correspondiente a este conjunto y es 51967 cm^3 , y los valores medios de las áreas de las barras son $\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8} = 1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16 \text{ cm}^2$

En el óptimo se verifican las cuatro restricciones probabilísticas y la función de penalización es igual a la función de ajuste. Los valores de los índices de fiabilidad para el diseño óptimo son:

$$\beta_{1x} = 5.246, \quad \beta_{1y} = 3.713, \quad \beta_{2x} = 5.156, \quad \beta_{2y} = 4.166.$$

Estos resultados se muestran como el caso 1 de la *Tabla 2*.

Vale la pena notar que la restricción más crítica es la segunda. Esta limita el desplazamiento del nudo 1 a lo largo del eje y. Además, su valor, 3.713 es ligeramente superior al valor del índice de fiabilidad admisible 3.7. La razón de esta diferencia es que el problema de optimización trata con variables de diseño discretas.

El caso 2 considera no linealidad geométrica y material elástico lineal. En el caso 3 el comportamiento del material es no lineal y existe no linealidad geométrica. Y, finalmente, el caso 4 corresponde con análisis elástico lineal. Los resultados para estos casos se escriben también en la *Tabla 2*.

Tabla 2. Resultados para el ejemplo de torre de transmisión.

Caso	$\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8} \text{ (cm}^2\text{)}$	Volumen (cm^3)	$\beta_{1x}, \beta_{1y}, \beta_{2x}, \beta_{2y}$
1	1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16	51967	5.246 ; 3.713 ; 5.156 ; 4.166
2	8, 14, 3, 2, 2, 2, 1, 14	49129	14.075; 3.812; 14.294; 4.984
3	1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16	51967	5.246 ; 3.713 ; 5.156 ; 4.165
4	4, 14, 2, 2, 3, 4, 1, 16	54136	8.564 ; 3.752 ; 8.381 ; 4.570

5. EJEMPLO: ESTRUCTURA DE PÓRTICO PLANO DE ACERO.

En este ejemplo se aplica el método RBDO basado en AG para determinar las secciones transversales óptimas que minimizan el peso de una estructura de pórtico plano construida en acero. Se ha considerado una restricción probabilista en desplazamientos. Esta se expresa como: la probabilidad de que el desplazamiento lateral del tejado exceda un umbral (2 cm) tiene que ser menor que una determinada probabilidad de fallo admisible.

El análisis "pushover" estático es un método de análisis estructural bien conocido en el campo de la ingeniería sísmica. Consiste en sustituir el movimiento sísmico del terreno que afecta a la base de la estructura por cargas laterales equivalentes aplicadas en las diferentes plantas o pisos de la estructura. Estas cargas aumentan con la altura a la que está situado cada piso. El análisis "pushover" es el método más común para determinar la capacidad que tienen las estructuras de edificación para soportar terremotos. Se usa para valorar la demanda de desplazamiento lateral sobre las estructuras.

Aquí también se ha empleado la formulación corrotacional para considerar la no linealidad geométrica caracterizada por grandes desplazamientos con pequeñas deformaciones en los elementos. Además, también se ha modelado el comportamiento del material como no lineal. La *Figura 3* muestra la estructura de nudos rígidos en acero del ejemplo. Se trata de una estructura porticada de 3 cuerpos y 3 plantas. Su fiabilidad estructural fue analizada en Haukkas y Scott [2]. Los miembros de la estructura se agrupan como es típico en la práctica de construcción de edificios. Todos los miembros del mismo grupo se diseñan con perfiles de la misma sección transversal. Los grupos contienen los siguientes miembros:

Columnas Laterales (LC) : (1), (2), (3), (10), (11), (12)

Columnas Centrales (CC): (4), (5), (6), (7), (8), (9).

Vigas (B): (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21).

Cada miembro se discretiza en 4 elementos basados en desplazamientos del tipo `dispBeamColumnNL` en OpenSees. Para tener en cuenta la no linealidad geométrica se precisa esta discretización que toma varios elementos basados en desplazamientos por miembro. Los miembros de los grupos se diseñan con secciones de tipo doble T seleccionadas del conjunto de perfiles normalizados de acero de la serie IPE.

Como hay tres grupos de miembros, se precisan tres variables de diseño discretas. Cada variable de diseño toma un valor entero que representa un código de identificación (ID) en el rango [1,...,18]. La *Tabla 3* representa la relación entre el espacio de representación (genotipo) y el espacio de búsqueda (fenotipo). Las secciones transversales se caracterizan mediante 4 variables geométricas: d , b_f , t_f y t_w representadas en la *Figura 4*.

El modelo de comportamiento del material es el mismo que el usado anteriormente para la torre de transmisión y que se muestra en la *Figura 2*. El diagrama de tensiones – deformaciones está definido por tres variables aleatorias: módulo de elasticidad, E , tensión de límite elástico, f_y ; y H_{kin} , el coeficiente de endurecimiento cinemático.

Además de los parámetros del material, también se consideran inciertas las dimensiones de las secciones transversales de los miembros. Así, las dimensiones h , b_f , t_f , y t_w de la sección transversal de los miembros de cada grupo siguen distribuciones normales. Los valores medios de estas variables de diseño correspondientes a cada identificador se muestran en la *Tabla 3*. El coeficiente de variación de estas variables se toma como 2%.

El módulo de elasticidad, E , la tensión de límite elástico, f_y y el coeficiente de endurecimiento cinemático, H_{kin} para cada grupo de miembros son variables aleatorias lognormales. Por tanto, 21 variables aleatorias caracterizan los parámetros inciertos de la estructura (3 grupos, con 7 variables aleatorias por grupo).

Las cargas gravitatorias y las cargas laterales son también lognormales. El valor medio de las cargas gravitatorias es 50 kN en los nudos externos que unen las columnas laterales y las vigas, y 100 kN en los nudos internos, entre las columnas centrales y las vigas. Las cargas laterales aumentan con la altura en el análisis “pushover”. Hay 3 cargas laterales que se distribuyen según variables aleatorias lognormales con valores medios de 133 kN, 267 kN and 400 kN. La *Tabla 4* contiene toda la información sobre todas las variables aleatorias del modelo estructural.

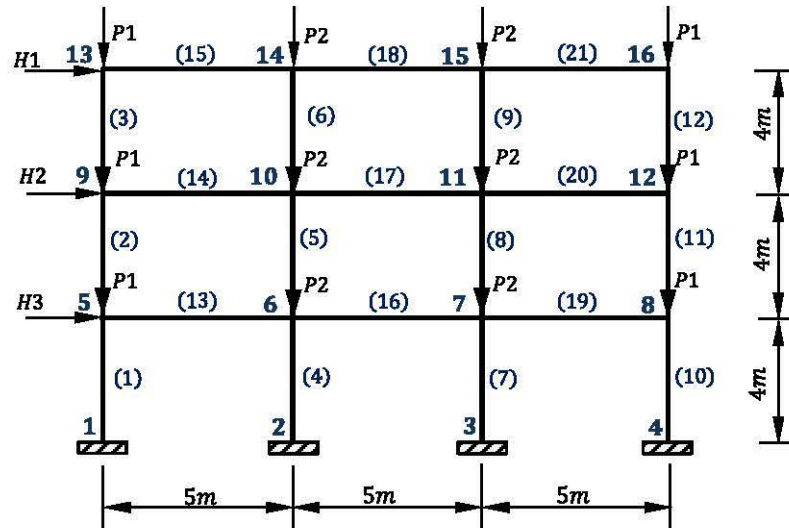


Figura 3. Pórtico plano de acero de tres cuerpos y tres pisos.

Tabla 3. Parámetros Geométricos de los perfiles IPE

ID	IPE	h (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)
1	80	80	46	3,8	5,2
2	100	100	55	4,1	5,7
3	120	120	64	4,4	6,3
4	140	140	73	4,7	6,9
5	160	160	82	5,0	7,4
6	180	180	91	5,3	8,0
7	200	200	100	5,6	8,5
8	220	220	110	5,9	9,2
9	240	240	120	6,2	9,8
10	270	270	135	6,6	10,2
11	300	300	150	7,1	10,7
12	330	330	160	7,5	11,5
13	360	360	170	8,0	12,7
14	400	400	180	8,6	13,5
15	450	450	190	9,4	14,6
16	500	500	200	10,2	16,0
17	550	550	210	11,1	17,2
18	600	600	220	12,0	19,0

Tabla 4. Variables aleatorias para el pórtico plano de acero.

Variable Aleatoria	Distribución	Media	CoV	Variable de Diseño
h_{LC}	N	-	0.02	ID_LC
b_{fLC}	N	-	0.02	ID_LC
t_{fLC}	N	-	0.02	ID_LC
t_{wLC}	N	-	0.02	ID_LC
h_{CC}	N	-	0.02	ID_CC
b_{fCC}	N	-	0.02	ID_CC
t_{fCC}	N	-	0.02	ID_CC
t_{wCC}	N	-	0.02	ID_CC
h_B	N	-	0.02	ID_B
b_{fB}	N	-	0.02	ID_B
t_{fB}	N	-	0.02	ID_B
t_{wB}	N	-	0.02	ID_B
E_{LC}	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,LC}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_{LC}$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
E_{CC}	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,CC}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_{CC}$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
E_B	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,B}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_B$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
H_1	LN	400 kN	0.05	-
H_2	LN	267 kN	0.05	-
H_3	LN	133 kN	0.05	-
P_1	LN	50 kN	0.05	-
P_2	LN	100 kN	0.05	-

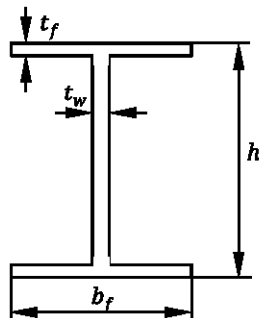


Figura 4. Parámetros geométricos de los perfiles de acero IPE.

El problema RBDO para la estructura porticada se formula matemáticamente como:

$$\min_{ID_{LC}, ID_{CC}, ID_B} W = \rho_{st} \sum_{i=1}^3 \mu_{A_i} \sum_{j=1}^{nb_i} l_i \tag{7}$$

s. a. $\beta \geq \beta^t = 3.7$

$P_f = P[g(\mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0] < \Phi(-\beta^t)$

donde W es el peso de la estructura, ρ_{st} es la densidad del acero, μ_{Ai} es el valor medio del área de la sección transversal de las barras del pórtico pertenecientes al grupo i . β^t es el valor del índice de fiabilidad admisible para la restricción de fiabilidad. ID_{LC} , ID_{CC} , y ID_B son los códigos de identificación o variables de diseño discretas que representan las secciones transversales IPE.

La restricción de fiabilidad limita la probabilidad de que el desplazamiento total del último piso exceda el 3% de la altura total. La función de estado límite es:

$$g = 3\% \cdot 12m - u_{13} \quad (8)$$

donde u_{13} es el desplazamiento horizontal en el nudo 13

El problema se ha resuelto mediante la implementación realizada del método RBDO basado en AG. El índice de fiabilidad de la restricción anterior se ha calculado mediante FORM usando OpenSees.

El tamaño de población se establece en 12 individuos. Hay solo 3 variables de diseño que toman valores discretos enteros en el rango $[1, \dots, 18]$. El número máximo de generaciones es 50. En cuanto al operador de elitismo se ha considerado que el mejor individuo de la población actual pasa directamente a la siguiente generación. El operador de cruce aplicado es el de cruce por un punto con una fracción de cruce de 0.8. El tipo de operador de mutación es gaussiano.

En primer lugar, se ha ejecutado el análisis "pushover" no lineal descrito anteriormente y al que se ha denominado caso 1. Se considera como resultado óptimo el individuo con menor valor de la función de ajuste de la última generación cuando exista convergencia del algoritmo. Este diseño óptimo probabilístico permite que la estructura pueda resistir la demanda de desplazamiento lateral con una fiabilidad específica. En el caso 2 se considera un análisis estructural con no linealidad geométrica y comportamiento elástico lineal del material. En el caso 3 se realiza un análisis con linealidad geométrica y no linealidad del material. Finalmente, en el caso 4 tanto la geometría como el material son lineales. Los resultados de los cuatro casos se registran en la *Tabla 5*.

Los resultados indican que los pesos en los casos 2 y 4, en los que el comportamiento del material es elástico lineal, son prácticamente iguales. Sin embargo, las secciones de los perfiles IPE correspondientes a los óptimos probabilísticos son muy diferentes. Cuando se considera la no linealidad geométrica, como en los casos 1 y 3, el peso de la estructura es mayor y los índices de fiabilidad en los respectivos óptimos están más próximos al índice de fiabilidad admisible u objetivo. El diseño más realista es el obtenido en el caso 1, ya que el modelo de análisis considera ambas no linealidades y es el que debe elegirse para la estructura.

Podría obtenerse un diseño más optimizado usando un mayor número de grupos en los que agrupar los miembros de la estructura. Por ejemplo, una decisión constructiva práctica común es considerar un grupo para las vigas que están en la misma planta. El caso extremo es considerar tantos grupos como miembros existan en la estructura. En dicho caso, el coste computacional también aumentaría considerablemente.

Tabla 5. Resultados obtenidos para el diseño óptimo basado en fiabilidad del pórtico plano de acero.

Caso	Columnas Laterales	Columnas Centrales	Vigas	Peso (kg)	β
1	IPE 300	IPE 550	IPE 400	3417	3.86
2	IPE 240	IPE 400	IPE 300	2232	4.44
3	IPE 300	IPE 500	IPE 450	3634	3.70
4	IPE 200	IPE 550	IPE 270	2242	4.07

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado un método RBDO que combina AGs para la optimización externa con Análisis de Fiabilidad mediante Elementos Finitos no lineales. El método propuesto se ha aplicado a estructuras de ingeniería. Los parámetros geométricos, las propiedades del material y las cargas aplicadas sobre las estructuras son valores inciertos. Estas incertidumbres se tienen en cuenta de forma explícita en el diseño estructural probabilístico, que se aplica fundamentalmente en los casos en los que las estructuras están sometidas a acciones extremas causadas por acciones naturales aleatorias. En estas situaciones, se pueden dar grandes desplazamientos y el análisis de la estructura debe tener en cuenta las no linealidades geométrica y del material. El método implementado puede aplicarse a este tipo de estructuras. El diseño obtenido verifica los requisitos de seguridad estructural con mínimo coste. Además se han considerado diferentes tipos de análisis estructural con el fin de comparar el diseño obtenido.

Se han presentado dos ejemplos de estructuras metálicas en los que se ha aplicado el método propuesto. Los resultados se obtuvieron en un moderado espacio de tiempo. La ejecución más lenta precisó de 60 minutos aproximadamente de tiempo de cálculo en un ordenador de sobremesa. El método propuesto es aplicable en el diseño de estructuras de hormigón armado.

Es posible aplicar otros algoritmos evolutivos avanzados para resolver el lazo externo de optimización de diseño, tales como AGs Paralelos, AGs Coevolutivos, AGs Multiobjetivo,. De esta forma se podrían abordar problemas RBDO más complejos. Futuras investigaciones se dirigirán hacia estas líneas.

REFERENCIAS

- [1] OpenSees: Open System for Earthquake Engineering Simulation. <http://opensees.berkeley.edu>
- [2] Haukaas, T. and Scott, M.H. 2006. Shape Sensitivities in the Reliability Analysis of Nonlinear Frame Structures, *Computer and Structures*, v. 84, 15-16, p 964-977.
- [3] Celorrio-Barragué, L. 2010. Metodología eficiente de optimización de diseño basada en fiabilidad aplicada a estructuras. Doctoral Thesis. Logroño, Universidad de La Rioja. <http://dialnet.unirioja.es/descarga/tesis/21557.pdf>
- [4] Celorrio-Barragué, L. 2012. Development of a Reliability-Based Design Optimization Toolbox for the FERUM Software. In 6th International Conference Scalable Uncertainty Management, LNAI 7520, pp. 273–286, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- [5] Pezeshk, S. and Camp, C.V. (2002). State of the Art on the use of Genetic Algorithms in Design of Steel Structures. In S. Burns, editor, Recent Advances in Optimal Structural Design. Reston, VA.
- [6] Foley, C.M. (2007). Structural Optimization using Evolutionary Computation. In Optimization of Structural and Mechanical Systems. World Scientific. Singapore. Chapter 3, 59-120.
- [7] Dimou, C.K. and Koumoussis, V.K. 2003. Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design. *J Adv. Eng. Software* 34, 11-12, pp. 773-785.
- [8] Shayanfar, M., Abbasnia, R., and Khodam, A. 2014. Development of a GA-based method for reliability-based optimization of structures with discrete and continuous design variables using OpenSees and Tcl. *Finite Elements in Analysis and Design*. 90, 61–73.
- [9] Mathakari, S. Gardoni, P. Agarwal, P Raich A. and Haukaas T,. 2007. Reliability-Based Optimal Design of Electrical Transmission Towers Using Multi-Objective Genetic Algorithm, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22 (4), 282-292.
- [10] Deb, K.; Gupta, S.; Daum, D.; Branke, J.; Mall, A.K.; Padmanabhan, D. 2009. Reliability-Based Optimization Using Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. vol.13, no.5, pp.1054-1074.
- [11] Golberg, David E. 1989. *Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.

Replacement of cables of the cover archs carbon park in As Pontes (A Coruña)

Santamarta Martínez, Jaime¹; Alonso Raso, Jose Ignacio²

ABSTRACT

The work done by Acciona Engineering at the coal yard located in As Pontes, is included within the maintenance plan established by Endesa for the period 2010-2020. This consists of predictive, preventive and corrective actions on the cables of the roof structure, which ultimately will allow extending the useful life of the facilities of the power plant.

Several pathologies were detected in numerous cables, and in particular, "cable 15 of arch n^{er}15", suffered an advanced state of degradation with significant loss of its resistant section. This led to recommend its replacement, for which an engineering detail design project was carried out. Therefore, a structural model of the whole arch affected by the pathology was done to allow the analysis of the structural behaviour of the cover during the replacement of the cable.

To achieve this goal, the model was performed by implementing a three-dimensional system of nodes and bars processed with GtStrudl structures software.

Keywords: maintenance, pathology, replacement, cable, model.

1. INTRODUCCIÓN

La Central Térmica de As Pontes, situada en la localidad de Puentes de García Rodríguez, en La Coruña (España) y perteneciente a la empresa eléctrica Endesa, es una de las instalaciones de mayor importancia en España en el ámbito de la generación de energía. Ésta consta tanto de un ciclo convencional de carbón de 1468 MW de potencia como de un ciclo combinado de gas natural de 800 MW, gracias a los cuales se cubre el 5% de la demanda total del territorio nacional. Las instalaciones están formadas por un complejo donde destacan el propio edificio de la central donde se encuentran las calderas y las turbinas, los silos de escorias, las torres de refrigeración, el centro de transformación y el parque de carbones.

En lo que respecta al parque de carbones, hay que resaltar que en él se acopian 400.000 T de lignito para abastecer la central a través de tres líneas de cintas transportadoras que recorren el parque longitudinalmente desde su extremo sur hasta el extremo norte, lo que significa una distancia total de 592 m. A ambos lados de dichas cintas se disponen las cuatro parvas de carbón que se ven protegidas

¹ Structural Engineering Department. Acciona Ingeniería (SPAIN). jaimе.santamarta.martinez@acciona.com
(Corresponding author)

² Structural Engineering Department. Acciona Ingeniería (SPAIN). joseignacio.alonso.raso@acciona.com

de la lluvia y en general de la intemperie gracias a la cubierta que fue proyectada y construida a principios de los años 80.

La solución adoptada para dicha estructura consiste en una sucesión de arcos poligonales metálicos de sección circular pretensados, de los cuales se suspende la cubierta y donde se lleva a cabo un cerramiento a dos niveles para permitir la correcta ventilación en la instalación.

Dicha cubierta tiene una superficie total de 96.000 m² y está formada por 16 arcos de 160 m de luz. Combinando la estructura metálica convencional y la técnica del pretensado, la cubierta se caracteriza por su ligereza, flexibilidad y estabilidad, habiendo significado un hito en el diseño de cubiertas de grandes luces. A modo de analogía, para tener un orden de magnitud de las dimensiones de la superficie cubierta, bajo ella se podrían albergar hasta 12 campos de fútbol.

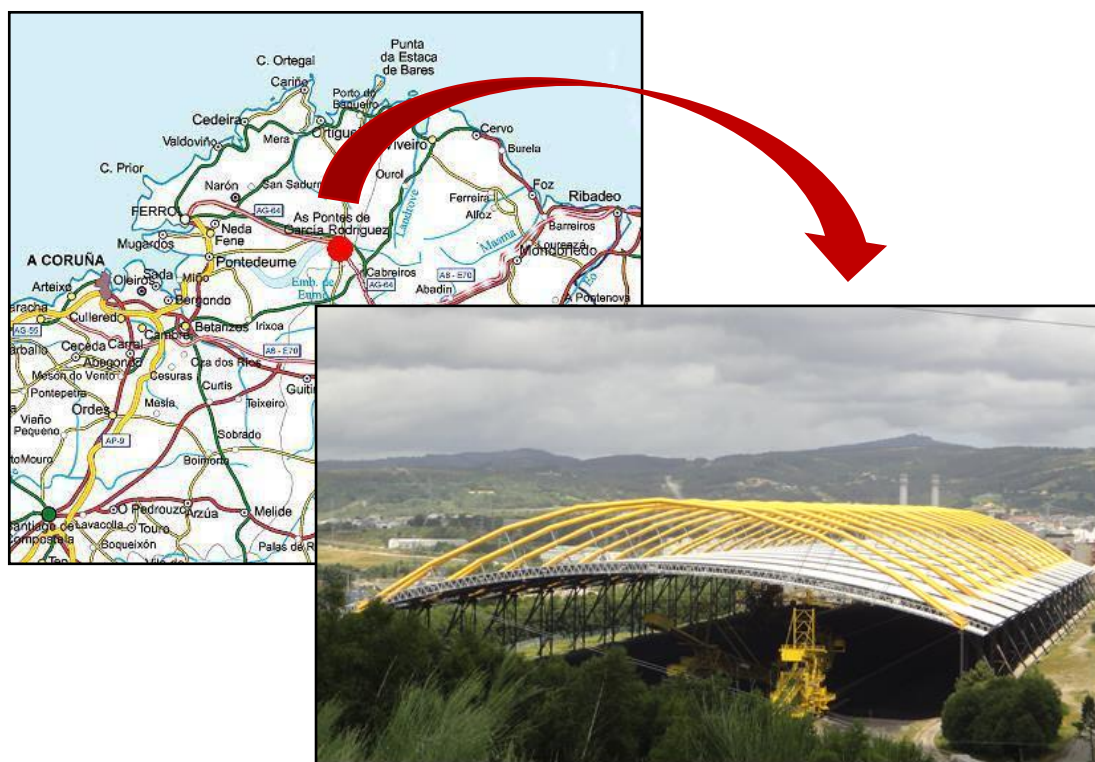


Figura 1. Localización y vista general de la cubierta del Parque de Carbones

2. ANTECEDENTES

Actualmente, los trabajos que desarrolla Acciona Ingeniería en el parque de carbones de la central, se engloban dentro del plan de mantenimiento establecido por Endesa, para el período 2010-2020. Estos, consisten en una serie de actuaciones predictivas, preventivas y correctivas sobre las péndolas y los anclajes de cimentación de la estructura de la cubierta, que a la postre permitirán prolongar la vida útil de las instalaciones de la central térmica.

A continuación se enumeran cada una de las operaciones de mantenimiento llevadas a cabo y se describen de manera resumida aquellas que atañen de forma específica a las péndolas de la cubierta.

2.1. Mantenimiento predictivo y preventivo

Las operaciones de mantenimiento predictivo y preventivo que se indican más adelante, pretenden ser una serie de actuaciones que permitan anticiparse a la aparición de patologías graves que obliguen a llevar a cabo una reparación exhaustiva de la estructura, lo cual en general, a la postre acaba suponiendo un ahorro a medio plazo en las inversiones de mantenimiento de la central.

- Inspección de anclajes de cimentación y puesta en carga
- Análisis de las aguas subterráneas
DENOMINACIÓN DE LAS PÉNDOLAS
- Inspección de péndolas de la cubierta:

Con una periodicidad de 6 años, de entre el conjunto de los 16 arcos existentes, se inspeccionan las 16 péndolas de 8 de los arcos de la cubierta. El procedimiento de ensayo consiste en obtener mediante ensayo indirecto de cuerda vibrante la frecuencia fundamental de vibración de la péndola para así conocer la carga de trabajo y el porcentaje de carga de rotura. Asimismo, se lleva a cabo una inspección visual del estado de las vainas y una propuesta de actuaciones futuras fundamentada en los resultados obtenidos, consistente en la recomendación de reparación de vainas y/o la sustitución de péndolas defectuosas.

Tabla 1. Características de las péndolas

Péndola	Tipo	L (mm)	L ₁ (mm)	L ₂ (mm)	Composición
201	I	8.592	410	705	8 torones Ø 0,5". Tubo exterior Ø 219 ⁶ -8 ¹⁸
203	II	22.320	710	1.255	3 torones Ø 0,5". Vaina polietileno Ø53x2,8
205	I	15.397	460	730	8 torones Ø 0,5". Tubo exterior Ø 219 ⁶ -8 ¹⁸
207	III	22.555	660	920	8 torones Ø 0,5". Vaina polietileno Ø53x2,8
209	III	19.869	460	715	8 torones Ø 0,5". Vaina polietileno Ø53x2,8
211	III	22.425	660	740	8 torones Ø 0,5". Vaina polietileno Ø53x2,8

2.2. Mantenimiento correctivo

En aquellos casos en los que se detecta un inadecuado funcionamiento estructural de los elementos que son objeto del mantenimiento predictivo y preventivo, resulta preciso abordar una reparación que quedará recogida dentro de la planificación del mantenimiento correctivo, el cual engloba las siguientes actividades.

- Sustitución de anclajes de cimentación defectuosos
- Reparación de vainas de las péndolas:

Las péndolas con defectos subsanables en las vainas se reparan mediante un procedimiento de ejecución consistente en el corte de las mismas, picado de la lechada, pasivación, colocación de nueva vaina e inyección. Durante el proceso de reparación, en caso de detectar una pérdida de sección, se propone la sustitución de la péndola.

- Sustitución de péndolas defectuosas:

Se elabora un proyecto de ingeniería de detalle en el que se modeliza el arco afectado por la patología, para así analizar el comportamiento estructural de la cubierta durante la sustitución de la péndola. El procedimiento de ejecución se realiza mediante transferencia de cargas, para lo cual se instalan unos tirantes provisionales cuyo diseño se incluye en el proyecto junto con la definición y dimensionamiento de la nueva péndola y de los detalles metálicos que la componen. Se incorpora también un sistema de monitorización permanente de la tensión en los nuevos elementos instalados.

2.3. Justificación de la acción correctiva

A tenor de la planificación recogida en el programa de mantenimiento, y tras las últimas pruebas de inspección patológica llevadas a cabo en las péndolas de la cubierta, se determinó la recomendación de sustitución de la péndola 15 del arco 15 debido a que ésta presentaba un estado de degradación muy avanzado, con pérdida significativa de su sección resistente.



Figura 2. Fotografías en las que se puede observar el grado de deterioro de la péndola

Los ensayos indicaban que el valor de la tensión de la péndola estaba en torno al 35% de la carga máxima de rotura para el 100% de la sección teórica resistente, y que no existía ninguna péndola contigua sobrecargada. Sin embargo, se determinó que era preciso sustituir dicha péndola de manera urgente ya que la degradación sufrida afectaba a más del 50% de su sección resistente. Por tanto, la tensión de la péndola realmente representaba un porcentaje de la carga de rotura muy superior al 35%, pudiéndose dar el caso de que estuviera próximo a la rotura, ante lo cual sí podrían entonces sobrecargarse otras péndolas afectando consecuentemente al estado tensional y de deformaciones en el conjunto del arco.

Para visualizar claramente el porcentaje de carga de rotura al que se encontraban las péndolas del arco 15 en el momento de la realización de los ensayos, se incluye a continuación la siguiente tabla.

ARCO 13									
4	211	22.425	11.23	22581.35	4.79	518108.79	52.87	35.25	
5	211	22.425	11.23	22581.35	4.88	537761.34	54.87	36.58	
6	209	19.869	11.23	17727.07	5.57	549980.69	56.12	37.41	
7	207	22.555	11.23	22843.92	4.47	456442.15	46.58	31.05	
8	203	22.320	8.34	16615.38	3.28	178754.90	18.24	32.43	
9	203	22.320	8.34	16615.38	3.09	158645.30	16.19	28.78	
10	207	22.555	11.23	22843.92	4.52	466710.49	47.62	31.75	
11	209	19.869	11.23	17727.07	5.57	549980.69	56.12	37.41	
12	211	22.425	11.23	22581.35	4.79	518108.79	52.87	35.25	
13	211	22.425	11.23	22581.35	5.06	578163.89	59.00	39.33	
14	209	19.869	11.23	17727.07	4.52	362171.21	36.96	24.64	
15	207	22.555	11.23	22843.92	3.24	16615.38	3.24	31.64	
16	203	22.320	8.34	16615.38	3.24	174421.61	17.80	31.64	

Tabla 2. Cálculo del porcentaje sobre la carga de rotura en base a los ensayos de cuerda vibrante

	PÉNDOLA	TIPO	LONGITUD L (m)	MASA m (kg/m)	FACTOR $K=4mL^2$	FRECUENCIA F (Hz)	AXIL N (N) = KF^2	AXIL N (Tn) = KF^2	% Carga de Rotura
ARCO 15	1	203	22.320	8.34	16615.38	3.56	210576.67	21.49	38.20
	2	207	22.555	11.23	22843.92	4.76	517588.48	52.82	35.21
	3	209	19.869	11.23	17727.07	5.54	544072.25	55.52	37.01
	4	211	22.425	11.23	22581.35	4.80	520274.34	53.09	35.39
	5	211	22.425	11.23	22581.35	4.62	481985.40	49.18	32.79
	6	209	19.869	11.23	17727.07	5.54	544072.25	55.52	37.01
	7	207	22.555	11.23	22843.92	4.52	466710.49	47.62	31.75
	8	203	22.320	8.34	16615.38	3.42	194340.12	19.83	35.25
	9	203	22.320	8.34	16615.38	3.52	205871.20	21.01	37.35
	10	207	22.555	11.23	22843.92	4.70	504622.26	51.49	34.33
	11	209	19.869	11.23	17727.07	5.54	544072.25	55.52	37.01
	12	211	22.425	11.23	22581.35	4.57	471609.27	48.12	32.08
	13	211	22.425	11.23	22581.35	4.61	479901.14	48.97	32.65
	14	209	19.869	11.23	17727.07	5.50	536243.98	54.72	36.48
	15	207	22.555	11.23	22843.92	4.75	515416.02	52.59	35.06
	16	203	22.320	8.34	16615.38	3.51	204703.14	20.89	37.13

3. METODOLOGÍA

Una vez tomada la decisión de que la péndola 15 del arco 15 debía sustituirse, se procedió al estudio en oficina técnica de la mejor solución para la sustitución por una nueva péndola, para lo cual se tuvo en cuenta la documentación histórica del proyecto de construcción de la cubierta del parque de carbones. Se redactó un proyecto de ingeniería de detalle en el que se modelizó el arco afectado por la patología en todo su conjunto para que de este modo, se pudiera analizar el comportamiento estructural que experimentaría el mismo durante el proceso de sustitución de la péndola.

Para alcanzar este objetivo, la modelización se efectuó mediante la implementación de un sistema tridimensional de nudos y barras procesado con el software de cálculo de estructuras GtStrudl. Con la intención de calibrar adecuadamente el modelo, los resultados tanto de los esfuerzos obtenidos en las péndolas como de las reacciones en las torretas, se contrastaron respectivamente con los valores recogidos en los informes de inspección del mantenimiento predictivo (*ver tabla 2*). Una vez establecido y validado el modelo junto con las ponderaciones de cargas, el nivel de tesado en los cordones de pretensado de las cerchas del arco y el nivel de tesado en las péndolas, se analizó su respuesta bajo los siguientes dos supuestos.

- **Caso A:**

Estado de esfuerzos y desplazamientos en los nudos ante un posible fallo completo de la péndola antes de ser sustituida.

- **Caso B:**

Estado de incremento de esfuerzos y deformaciones debido al proceso de ejecución durante la sustitución de la péndola.

El procedimiento de ejecución se planteó mediante transferencia de cargas, para lo cual se diseñó la instalación de unos tirantes provisionales que permitieran no someter a la cubierta a esfuerzos ni deformaciones por encima de los tolerables. Así pues, en el proyecto constructivo, junto con la definición de la nueva péndola se incluyó también el dimensionamiento de dichos tirantes provisionales así como de los detalles de las piezas metálicas auxiliares para el anclaje de los mismos al arco de la cubierta.

Este procedimiento distinguía cuatro fases bien diferenciadas:

- **FASE 1:**

Colocación y puesta en carga del sistema de tirantes provisionales con la consiguiente descarga de la péndola a sustituir.

- **FASE 2:**

Corte y retirada de los cordones de la péndola a sustituir. Su carga residual se transferiría a la estructura del resto del arco y a las barras del sistema provisional.

- **FASE 3:**

Colocación y puesta en carga de la nueva péndola al 65% de la carga teórica final.

- **FASE 4:**

Corte y retirada del sistema provisional de barras. Su carga residual se transferiría al resto de la estructura del arco y a la nueva péndola llegando su tensión al axil teórico de trabajo.

3.1. Diseño y justificación del modelo estructural

Tal como se ha mencionado anteriormente, el modelo de cálculo implementado en el proyecto de sustitución de la péndola 15 del arco 15 (en el modelo péndola tipo 207) se basa en la utilización del cálculo matricial de barras y nudos en 3D mediante el empleo del software de cálculo de estructuras GtStrudl. Los datos geométricos necesarios para la definición de dicho modelo a través del cual se discretiza la estructura del arco en todo su conjunto, se obtuvieron a partir de los planos del proyecto de ejecución elaborado por IBERINSA en mayo-junio de 1980.

3.1.1. Descripción de la estructura modelizada

La cubierta consiste en la disposición de una serie de arcos en paralelo separados entre sí 40 m y que cubren un ancho de 12 m cada uno con una luz de 160 m. Estos 12 m conforman el nivel de cubierta superior, mientras que los 28 m existentes entre arcos adyacentes dan lugar a la cubierta de nivel inferior, la cual se sustenta mediante una estructura metálica a base de cerchas transversales.

En particular, la estructura del arco de la cubierta modelizado, se caracteriza por estar formada por los siguientes elementos principales:

- Dos cerchas que hacen las veces de cordón inferior de la estructura, unidas entre sí mediante perfiles transversales y arriostramientos en diagonal para formar un entramado horizontal que alberga las dos aceras longitudinales, los contrapesos y los cerramientos. En cada una de estas dos cerchas, se apoya lateralmente la estructura metálica de cubierta del nivel inferior, la cual consiste en paneles de chapa grecada. Los dos cordones, inferior y superior de cada cercha, se encuentran pretensados por unos cables dispuestos en el interior de cada perfil tubular, definido éste mediante dos “U” metálicas e inyectadas con mortero.

- Cordón de compresión del arco de tubo metálico compuesto por un tramo central circular y en sus extremos abierto con dos patas en forma de “Y” invertida para conectar con los puntos de apoyo.



Figura 3. Vista de los arcos y de las cerchas desde la cubierta del nivel inferior

- Péndolas pretensadas rellenas con lechada de hormigón que unen el arco superior con los dos cordones inferiores formados por las cerchas.



Figura 4. Vista de las péndolas desde la cubierta del nivel superior

- Todo el arco se cimenta en el terreno mediante una torreta de estructura metálica que recibe el apoyo del arco en la parte superior y cuyos extremos inferiores se anclan al terreno con las correspondientes zapatas. Para soportar las tracciones presentes en la misma se disponen anclajes al terreno en las zapatas.

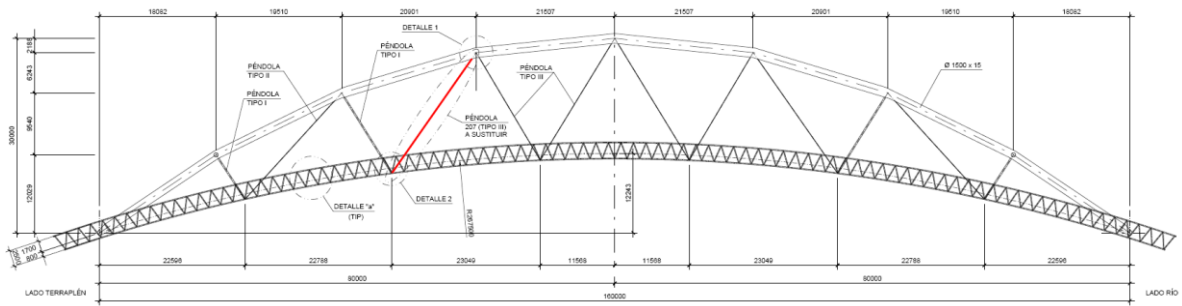


Figura 5. Alzado del arco 15

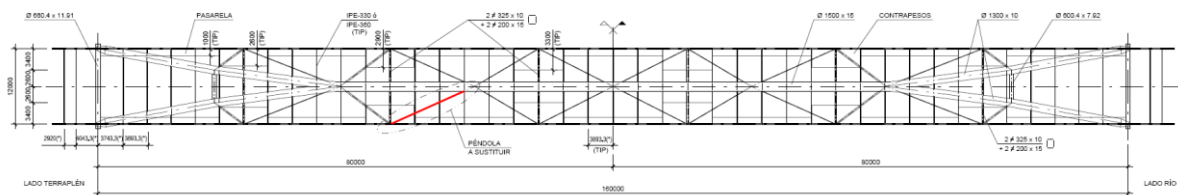


Figura 6. Planta del arco 15

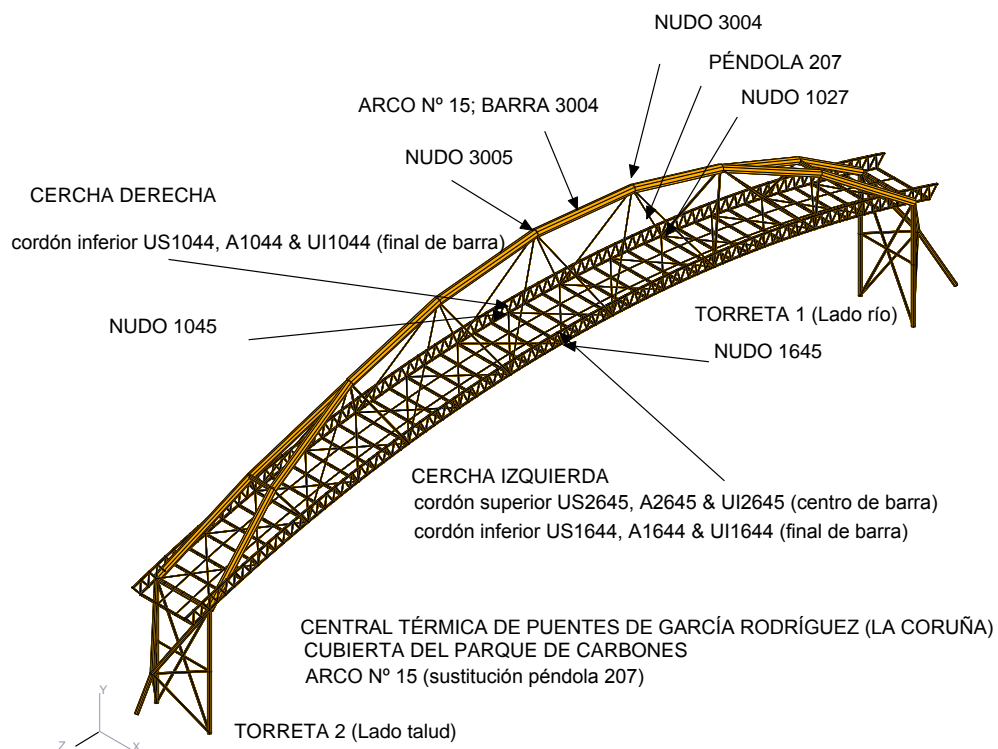


Figura 7. Esquema del modelo estructural

3.1.2. Acciones implementadas en el modelo

Las acciones introducidas en el modelo fueron las siguientes:

- Peso propio de la estructura metálica y morteros de los elementos estructurales del arco nº15 generado por el propio programa de cálculo a partir de sus características mecánicas y las densidades de los materiales de cada barra.
- Pretensado del cordón superior e inferior de cada una de las dos cerchas del arco nº15 introducido como contracción térmica de cada barra que representa cada tramo de los tendones pretensados. Se consideran tesados al 79% ($P_o=1161.71$ kN) compuesto cada cable por 8 torones de $98.71\text{mm}^2/\text{torón}$ con trazado en arco de circunferencia según el eje de cada uno de los cordones superior e inferior de ambas cerchas. Al estar en el interior de la estructura metálica las pérdidas diferidas se consideran despreciables.
- Pretensado de cada una de las péndolas del arco nº15 introducido como contracción térmica de las barras que representan los cables de pretensado de cada una de las péndolas.
 - Péndolas Tipo I: Tesadas al 53% de la carga de rotura (773.47 kN).
 - Péndolas Tipo II: Tesadas al 53% de la carga de rotura (290.05 kN).
 - Péndolas Tipo III: Tesadas al 53% de la carga de rotura (773.47 kN).
- Pesos muertos de contrapesos y aceras sobre la estructura metálica transversal que une ambas cerchas del arco nº15 para dar estabilidad frente a la acción del viento.
- Peso de la estructura metálica del resto de cubierta existente entre los arcos adyacentes y aplicado en los nudos de ambas cerchas del arco nº15.

3.1.3. Consideración del proceso constructivo del arco

En el proceso de ajuste del modelo estructural se tuvo en consideración el procedimiento constructivo que tuvo lugar durante la ejecución de la cubierta del parque de carbones en 1980. De este modo, se tuvieron en cuenta las siguientes fases de cálculo en las que se fueron variando las condiciones de contorno y la rigidez de los correspondientes elementos del modelo.

- Fase de tesado de las péndolas:

Para modelizar la fase de tesado de las péndolas teniendo en cuenta que este proceso se realizó con la estructura metálica montada completamente y situada a nivel del suelo, en el modelo sólo se activó la carga definida para esta situación 'PEND' asignando una rigidez despreciable en aquellas barras que representaban los rellenos de mortero dentro de los cordones superior e inferior de cada una de las dos cerchas del arco nº15.

También se tuvo en cuenta que los tubos metálicos que envuelven a algunas de las péndolas (las del tipo I) estarían sin conectar en los extremos para así permitir la transmisión de esfuerzos al resto de la estructura cuando éstas se tesaran.

- Fase de posicionamiento del arco sobre cada torreta:

En esta fase se conectaron los tubos que envuelven las péndolas tipo I (201, 202, 205, 206, 219, 220, 223 y 224) activando en el modelo únicamente la carga de peso propio 'PP'.

- Fase de conexión del arco con cada torreta:

Primeramente, para modelizar los rellenos de mortero dentro de los cordones superior e inferior de cada una de las dos cerchas del arco nº 15 sin que ello aportara rigidez alguna, se activó sólo la carga de peso de la inyección del mortero 'C1' y se retiraron las liberaciones de movimientos entre los nudos de conexión del arco y cada torreta para que así desde este momento se transmitieran esfuerzos horizontales a las mismas.

Posteriormente, se dio rigidez a estas barras y se activaron las cargas de pretensado de los cordones inferior y superior de cada celosía 'PRET', el peso de las aceras dispuestas 'AC', el peso de los contrapesos 'CP' y el peso de la cubierta de chapa grecada 'CB'

3.1.4. Valores de reacciones, esfuerzos y deformaciones obtenidas del modelo

En la tabla 3 se muestran los resultados de reacciones en las torretas de apoyo del arco, así como los movimientos de los nudos para cada una de las cargas básicas aplicadas al modelo en cada fase de cálculo. También se indican las reacciones para cada hipótesis, restando las correspondientes a cada torreta, y donde la carga 'PP' se pondera con el coeficiente $1.16 = 240 \cdot 9.81 / 2021.98$ para considerar la parte proporcional de rigidizadores en los nudos y otros elementos, y así igualar el peso declarado del arco de 240 T con respecto a lo que resulta del modelo.

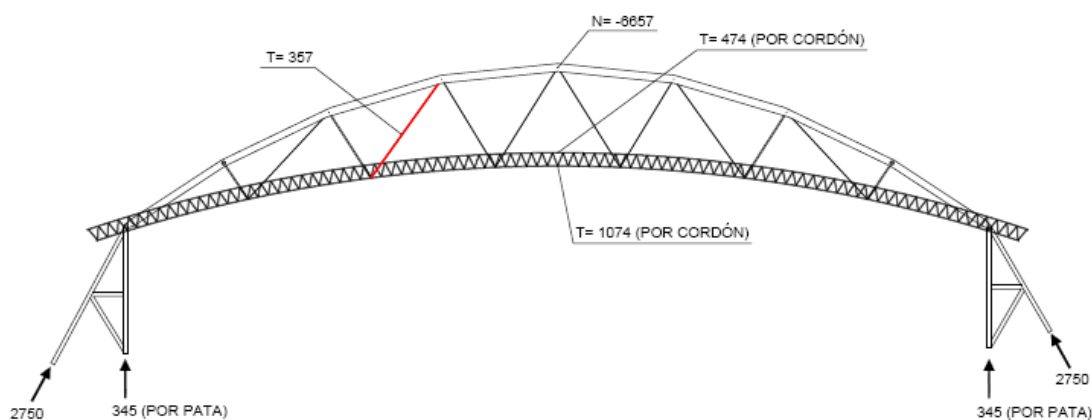


Figura 8. Esquema de reacciones y esfuerzos

El nudo 1 de la pata trasera inclinada, el 3 y el 603, se corresponden con los nudos de apoyo de la torreta del lado río (torreta de apoyo 1) mientras que los nudos de conexión de ésta con el arco nº15 son el 1003 y el 1603. Los nudos simétricos y los de la torreta del lado talud son los 89, 87 y 687, mientras que los de conexión del arco son 1087 y 1687.

La simetría de movimientos se da para las cargas 'PP' y 'PEND' pero no así en el resto, debido a la distinta rigidez presente en cada una de las dos torretas, donde resulta más rígida la del lado talud por tener la pata inclinada más corta que la de lado río.

El estado de esfuerzos en las péndolas y en los tubos del tipo I para la carga 'TODAS1', que es la combinación característica de las cargas básicas, ofrece resultados en los que destacan los esfuerzos de las péndolas 207, 208, 209 y 210, en las que no se superan los 357 kN = 36.5 T frente a las 55.52 T obtenidas con el método de cuerda vibrante.

Tabla 3. Reacciones y desplazamientos obtenidos del modelo

REACCIONES Y MOVIMIENTOS DE LAS CARGAS BÁSICAS 50%(I)+50%(II)+50%(III)
Pretensado del cordón inferior del arco al 75%; 'PP'*1.16+'CB'*1.20

fuerzas en kN.		1 pata inclinada		3		603		1003 ó 1603
TORRETA LADO RIO		Fv	FI	Fv	FI	Fv	FI	despl. [mm]
peso propio	PP	19.38	11.05	543.93	-5.52	543.93	-5.52	-76.59
péndolas	PEND	0	0	0	0	0	0	53.39
mortero inyct.	C1	288.57	165.65	-33.53	2.26	-33.53	2.26	-8.9
pretensado	PRET	-271.63	-155.8	135.8	-1.81	135.8	-1.81	10.52
aceras	AC	363.63	208.77	-31.6	2.83	-31.6	2.83	-11
contrapesos	CP	1538.34	883.02	-229.31	11.79	-229.31	11.79	-48.54
resto cubierta	CB	447.49	256.9	-42.23	3.51	-42.23	3.51	-13.6

fuerzas en kN.		89 pata inclinada		87		687		1087 ó 1687
TORRETA LADO TALUD		Fv	FI	Fv	FI	Fv	FI	despl. [mm]
peso propio	PP	6.62	-13.12	545.59	6.56	545.59	6.56	76.59
péndolas	PEND	0	0	0	0	0	0	-53.39
mort. inyct.	C1	289.95	-165.84	-34.26	-2.17	-34.26	-2.17	6.2
pretensado	PRET	-273.15	155.79	136.59	1.82	136.59	1.82	-7.98
aceras	AC	365.33	-209.04	-32.5	-2.69	-32.5	-2.69	7.6
contrapesos	CP	1545.8	-883.93	-233.27	-11.33	-233.27	-11.33	34.13
rest. cubierta	CB	449.6	-257.21	-43.35	-3.35	-43.35	-3.35	9.41

peso propio de torretas:

torre1= 96.2553291 kN
 torre2= 86.8046475 kN
 total= 183.059977 kN

fuerzas en kN.		TOTALES del arco	
TORRETA LADO TALUD		Fv	FI
peso propio	PP	2021.98	0.01
péndolas	PEND	0	0
mort. inyct.	C1	442.94	-0.01
pretensado	PRET	0	0.01
aceras	AC	600.76	0.01
contrapesos	CP	2158.98	0.01
rest. cubierta	CB	725.93	0.01

3.1.5. Validación del modelo estructural

Tomando como referencia los datos del proyecto de ejecución original de 1980, a partir de la comparación de resultados se llegó a la conclusión de que la situación que representaba el estado actual de la estructura suponiendo que la péndola a sustituir no se encontrara alterada, era asumiendo un 53% de tesado de las péndolas, un 79% de pretensado en los cordones superior e inferior de las cerchas, un incremento del 16% en el peso propio de la estructura y un 20% del resto de cubierta.

Con el fin de validar el modelo, se realizaron cálculos considerando variaciones del tesado de las péndolas y se compararon los resultados con el estudio de esfuerzos de cada una de ellas llevado a cabo a través del método de cuerda vibrante. Variando el tesado de estas péndolas se obtuvieron resultados de esfuerzos que no llegaban a los valores de los estudios de cuerda vibrante, que ofrecían resultados del orden de las 50 T, mientras que en el modelo rondaban las 35 T. Se estimó que estas discrepancias se debían a una imprecisión de los valores reales de las masas y longitudes de vibración tomadas en estos estudios de cuerda vibrante.

Reduciendo la longitud de vibración de la péndola a valores que tuvieran en cuenta la rigidez de los nudos extremos, es decir, tomando un valor de la longitud corregida de $L^* = 22.555 - 0.96 - 0.92 = 20.675$ m, una frecuencia de 7.75 Hz y una masa de 8.17 kg/m, el método de la cuerda vibrante ofrecía la siguiente carga axil corregida:

$$N = 4 mL^2f^2 = 315.18 \text{ kN} = 32.13 \text{ T} \quad (1)$$

Este valor resultó ser más próximo al obtenido en el modelo 3D de 357 kN = 36.5 T, con lo que quedó así verificado y validado el modelo.

3.1.6. Características de la nueva péndola a instalar

Seguidamente, de manera resumida se definen las características principales de la nueva péndola a instalar.

- Anclaje superior H1000 fijo con manguitos de extrusión.
- Anclaje inferior H1000 activo y regulable con cuñas (carrera de 100 mm).
- 6 cordones de 7 hilos de acero tipo Y 1860/S/7/16.0 según prEN 10138-3, diámetro 15,7 mm autoprotegidos (galvanizado, revestimiento de vaina de polietileno de alta densidad y protección con relleno de cera petrolífera).
- Capot galvanizado en caliente ISO 1461.
- Vaina de polietileno clase PE100 de diámetro exterior 110 mm y espesor 6 mm.
- Tubo antivandálico de acero tipo S 235.
- Cera de inyección para rellenar el capot del tipo INJECTELF C.P.H.P.F.
- Carga de tesado: 230 kN.
- Carga final: 355 kN (una vez transferida la carga de los tirantes provisionales).

3.2. Análisis del Caso A: fallo completo de la péndola antes de ser sustituida

Para analizar el caso de fallo completo de la péndola 207 se estudió el modelo liberando el extremo de la barra que representaba esta péndola y se introdujo una carga unitaria de 100 kN alineada con la barra en el nudo extremo: 'R207'.

En este caso se procedería a instalar la nueva péndola sin usar un sistema provisional, por lo que la puesta en tensión de ésta se efectuaría en el modelo mediante la carga denominada 'T207'.

El sistema de tirantes provisionales en paralelo 'PR207', no obstante se mantuvo en el modelo. Sin embargo, para este supuesto se asignaron a las barras representativas de dichos tirantes unas características mecánicas con un módulo E anulado por lo que no intervendrían en los resultados estructurales.

Bajo estos condicionantes se obtuvieron los esfuerzos en los elementos más representativos del arco, y que son los que se recogen a continuación.

- Las barras del arco: 3004 y 3005.
- Las barras de la cercha derecha.
 - a. Cordón superior: las dos "U" 'US2045' y 'UI2045', y el cable tesado 'A2045'.
 - b. Cordón inferior: las dos "U": 'US1044' y 'UI1044', y el cable tesado 'A1044'.
- Las barras de la cercha izquierda.
 - a. Cordón superior: las dos "U": 'US2645' y 'UI2645', y el cable tesado 'A2645'.
 - b. Cordón inferior: las dos "U": 'US1644' y 'UI1644', y el cable tesado 'A1644'.
- La péndola 'PD1027'

El estado de esfuerzos obtenidos en las péndolas y en los tubos del tipo I para la carga 'TODAS2', que es la combinación característica de las cargas básicas añadiendo la carga 'R207' que anula el estado de esfuerzos en la barra, dejó entrever resultados en los que la péndola 205 era la que mayor incremento de carga presentaba, pasando de 399.65 kN a 538.02 kN, es decir, un 34.6% más. La péndola 206 sin embargo se relajaba casi el mismo porcentaje.

Teniendo estos valores en consideración, las fluctuaciones de los esfuerzos en estos elementos de control se consideraron perfectamente tolerables.

En cuanto a los movimientos, los nudos sufrirían desplazamientos cuyos valores máximos no superarían los 7 cm que para la longitud de vano de 160 m de luz, significaría una relación deformación/luz inferior equivalente a 1/2286.

En la tabla 4 se pueden ver los valores de los desplazamientos en los nudos 1027 y 3004, y junto a ello, los alargamientos del cable dentro del gato, que junto a la presión aplicada en el mismo serán los dos

parámetros fundamentales a controlar en la fase de tesado de cables. Este alargamiento del cable dentro del émbolo del gato es la suma del acercamiento de nudos extremos al aplicar el tesado y el alargamiento de los cables de la péndola al entrar en carga.

Tabla 4. Desplazamientos esperables obtenidos del modelo estructural

FASES DE LA SUSTITUCIÓN DE LA PÉNDOLA 207			FASE 1	FASE 2
			Corte y retirada de péndola 207	Tesado péndola 207 al 100%
MOVIMIENTO DE LOS EXTREMOS	1027	Ux [mm]	2.43	-2.43
		Uy [mm]	-42.39	42.41
		Uz [mm]	10.22	-10.21
	3004	Ux [mm]	55.94	-55.95
		Uy [mm]	9.47	-9.48
		Uz [mm]	6.83	-6.82
RECORRIDO DEL GATO	entre nudos	$\Delta L1$ [mm]	74.60	-74.62
	péndola	$\Delta L2$ [mm]	(0.00)	55.29
	SIST. PRV.	$\Delta L3$ [mm]	*****	*****
	total en gato	ΔL [mm]	*****	129.92

3.3. Análisis del Caso B: sustitución según el procedimiento de ejecución

Siguiendo el procedimiento de ejecución que se planteó mediante transferencia de cargas en 4 fases, se analizó la respuesta estructural del conjunto del arco así como en las péndolas adyacentes a la catalogada como 207 en el modelo.

- **FASE 1:**

Colocación y puesta en carga del sistema de tirantes provisionales con la consiguiente descarga de la péndola a sustituir.

Los tirantes provisionales se proyectaron para una carga de 125 kN cada uno, lo que supuso que la tensión del sistema provisional sería equivalente al 70% (250.21 kN) de la carga que poseía en teoría el cable de la péndola (357.44 kN). Esta carga denominada 'PR207' se aplicó al modelo del arco al que se le añadió una barra en paralelo entre los nudos extremos de la péndola 3004 y 1027 con unas características equivalentes a los cables del sistema provisional. La carga consistió en un acortamiento térmico aplicado en esta barra, equivalente a la fuerza de tesado.

- **FASE 2:**

Tras el corte y retirada de los cordones de la péndola a sustituir, la carga residual se transferiría a la estructura del resto del arco y a las barras del sistema provisional.

Se aplicó en el modelo la carga 'C207' de valor de 100 kN y orientada según la barra que unía los nudos extremos 3004 y 1027. En la combinación de ésta con la fase anterior se la ponderaría con el esfuerzo axial residual del cable de la péndola al finalizar la fase 1 anterior (230.59 kN).

- FASE 3:

Colocación y puesta en carga de la nueva péndola al 65% de la carga teórica final (232.34 kN).

La carga 'TN207' aplicada en el modelo se simuló como una contracción térmica equivalente en la barra que representaba el cable de la péndola.

- FASE 4:

Corte y retirada del sistema provisional de barras. Su carga residual se transferiría al resto de la estructura del arco y a la nueva péndola llegando su tensión al axil teórico de trabajo. Los valores obtenidos en este proceso fueron de 354.78 kN en vez de los supuestos 357.44 kN, lo cual constituyó una considerable aproximación.

Esta carga 'CPR207' se introdujo en el modelo como una carga en el nudo 3004 y otra opuesta en el extremo de la barra del sistema provisional liberado del nudo y de valor 100 kN. Esta carga se combinó con el estado anterior mediante el coeficiente 2.4914 para introducir la fuerza residual del mismo de valor 249.14 kN. El esfuerzo de tracción presente en el centro de la barra que representaba el cable de la péndola 207 sustituida era de 357.44 kN, un valor muy aproximado al presente inicialmente en el centro de la barra (356.79 kN) por lo que se dio por cumplido el objetivo del modelo.

Bajo estos condicionantes se obtuvieron los esfuerzos en los elementos más representativos del arco, y que son los mismos que los analizados para el Caso A, a los que hay que añadir las barras que simulan los tirantes provisionales. Estos son los que se indican a continuación.

- Las barras del arco: 3004 y 3005.
- Las barras de la cercha derecha.
 - a. Cordón superior: las dos "U" 'US2045' y 'UI2045', y el cable tesado 'A2045'.
 - b. Cordón inferior: las dos "U": 'US1044' y 'UI1044', y el cable tesado 'A1044'.
- Las barras de la cercha izquierda.
 - a. Cordón superior: las dos "U": 'US2645' y 'UI2645', y el cable tesado 'A2645'.
 - b. Cordón inferior: las dos "U": 'US1644' y 'UI1644', y el cable tesado 'A1644'.
- La péndola 'PD1027'
- La barra del sistema en paralelo 'PR207'.

De manera concluyente se pudo afirmar que la evolución de los esfuerzos así como de los desplazamientos en el arco nº15 se movían dentro de unos márgenes perfectamente tolerables por la estructura tal como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Esfuerzos y desplazamientos esperables obtenidos del modelo estructural

ESFUERZOS AXILES EN KN : FASES DE CONSTRUCCIÓN

ELEMENTO	ESTADO INICIAL	FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4
		Tesado del Sistema Provisional 70%	Corte de la Péndola 207	Tesado de la Nueva Péndola 207 al 65%	Destesado y Retirada del Sistema Provisional
Péndola 207	356,79	230,59	0,00	232,34	354,78
Tirantes provisionales(por unidad)	0,00	125,10	196,06	124,57	0,00
Arco	-6656,69	-6660,32	-6657,73	-6660,35	-6656,64
Tablero (por cordón superior)	473,58	447,68	466,20	447,54	474,00
Tablero (por cordón inferior)	1074,63	1103,45	1082,84	1103,60	1074,16

MOVIMIENTOS RELATIVOS EN MM. DE LA PÉNDOLA SUSTITUIDA . FASES DE CONSTRUCCIÓN

MOVIMIENTOS EN LA PENDOLA 207			FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4
			Tesado del Sistema Provisional 70%	Corte de la Péndola 207	Tesado de la Nueva Péndola 207 al 65%	Destesado y Retirada del Sistema Provisional
MOVIMIENTO DE LOS EXTREMOS	Tablero	Ux [mm]	-0,84	0,60	-0,61	0,87
		Uy [mm]	14,71	-10,52	10,60	-15,02
		Uz [mm]	-3,54	2,54	-2,55	3,61
	Arco	Ux [mm]	-19,41	13,88	-13,99	19,83
		Uy [mm]	-3,29	2,35	-2,37	3,36
		Uz [mm]	-2,37	1,68	-1,70	2,42
MOVIMIENTO ENTRE EXTREMOS	Arco-tablero	ΔL [mm]	-25,89	18,51	-18,65	26,44

4. VALIDACIÓN DE LA EJECUCIÓN EN BASE AL MODELO ESTRUCTURAL

La validación del modelo estructural llevada a cabo en la fase de desarrollo del proyecto constructivo condujo no sólo a poder realizar un diseño preciso de cada uno de los nuevos elementos estructurales a instalar, sino que ante todo, permitió abordar la ejecución de la obra de sustitución de la péndola con plenas garantías de seguridad.

Tanto durante el proceso de tesado de los tirantes provisionales, como durante el desmontaje de la vieja péndola y el montaje y tesado de la nueva, se fueron tomando diversas lecturas en la cabeza activa del anclaje para así poder contrastar estos valores con los obtenidos del modelo estructural.

En concreto, se tomaron las siguientes medidas:

- La carga en el gato.
- El alargamiento del cilindro.
- La penetración de las cuñas.
- La lectura de la célula de carga.



Figura 9. Cabeza activa del anclaje de la péndola

El proceso de tesado se realizó por Isotensión®, empezando por el cordón de referencia, el cual iba equipado con una célula de carga provisional. Durante el tesado de los siguientes cordones, se comprobó la carga en el cordón de referencia y se hicieron 3 pasadas hasta poder garantizar la fuerza de tesado especificada en proyecto (230kN).

Las conclusiones fueron que a lo largo de las distintas fases de ejecución, se obtenían desviaciones del entorno del 3,7% sobre los alargamientos teóricos en los cables. Al tratarse de valores inferiores a la cota máxima de error preestablecida en el 5%, se asumieron como válidos, lo cual no hizo más que confirmar empíricamente la gran aproximación del modelo estructural a la realidad.

Tabla 6. Recorrido de los gatos durante el tesado

RECORRIDOS DE LOS GATOS DURANTE EL TESADO		FASE 1	FASE 2	FASE 3	FASE 4
		Tesado del Sistema Provisional 70%	Corte de la Péndola 207	Tesado de la Nueva Péndola 207 al 65%	Destesado y Retirada del Sistema Provisional
TIRANTES PROVISIONALES	ΔL [mm]	49,27	*****	*****	*****
NUEVA PÉNDOLA 207	ΔL [mm]	*****	*****	54,60	*****

Una vez tesada la nueva péndola y destesados los tirantes provisionales, se procedió a comprobar la carga de la péndola mediante un pesaje. Con ello se verificó que ésta tenía una carga aproximada de 345 kN, lo que suponía un error en torno al 3% respecto de la carga teórica del modelo del proyecto constructivo. Con este nivel de error se pudo dar también por correcta la transferencia de carga que se había producido de los tirantes provisionales a la nueva péndola. No obstante, para dejar cargada la péndola en niveles del proyecto constructivo, se procedió a hacer un pequeño retesado hasta alcanzar los 355 kN de proyecto.

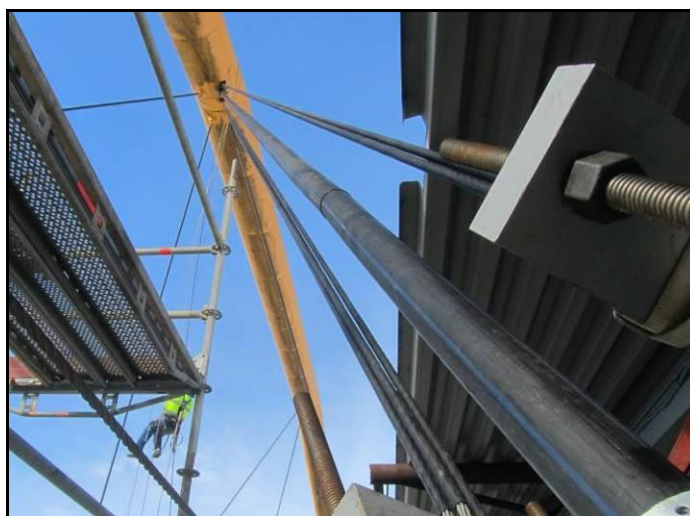


Figura 10. Nueva péndola junto con los tirantes provisionales (Fase 3)

5. CONCLUSIONES

Tras el estudio de los esfuerzos y desplazamientos de los nudos del modelo estructural se extrajeron las siguientes conclusiones que no hacen más que poner en relieve la importancia que tiene desarrollar un modelo llevando a cabo una verificación minuciosa de los resultados que de él se obtienen. A la postre esta labor permitirá validar el modelo con garantías y acercarse al comportamiento real de la estructura durante su ejecución y su estado final.

- En el supuesto de que la péndola estuviera fuera de servicio debido a un fallo completo de la misma (Caso A), tanto los esfuerzos como los desplazamientos de las péndolas anexas permanecerían en niveles de seguridad aceptables debido a la gran flexibilidad de la estructura metálica.
- En el Caso B, el proceso de tesado de los tirantes provisionales colocados en paralelo a la péndola a sustituir conllevaría también unos desplazamientos y un reparto de esfuerzos aceptables en la estructura metálica y péndolas de su cercanía.
- Se lograría descargar por completo la péndola a sustituir aplicando un esfuerzo de acercamiento entre nudos extremos de la misma del orden del doble al que posee teóricamente la péndola (715 kN). Este esfuerzo produciría desplazamientos insignificantes frente a la luz del arco.
- Las medidas de contraste tomadas durante la ejecución de la obra de sustitución de la péndola, arrojaron la conclusión de que existía una gran aproximación de los resultados del modelo estructural con la realidad.

AGRADECIMIENTOS

Especiales agradecimientos a D. Jose Manuel Rodríguez Otero, Jefe de Mantenimiento del Parque de Carbones de la Central Térmica As Pontes de Endesa, por quien todo este proyecto ha podido ser llevado a cabo, así como a D. Jorge Sánchez en representación de la empresa Freyssinet S.A., que colaboró con Acciona Ingeniería S.A. en el desarrollo de los trabajos de ejecución de la obra.

REFERENCIAS

- [1] IBERINSA Ibérica de Estudios e Ingeniería S.A. (2010). Informe de Comprobación de las Péndolas de la Cubierta. *Plan de Mantenimiento del Parque de Homogeneización de Carbones de la Central Térmica de As Pontes (Endesa)*.
- [2] IBERINSA Ibérica de Estudios e Ingeniería S.A. (1980). Proyecto de Ejecución de la Cubierta del Parque de Carbones. Central Térmica de Puentes de García Rodríguez (La Coruña). *Endesa (Empresa Nacional de Electricidad)*.
- [3] Leonhardt, Fritz. (1977). Hormigón Pretensado: Proyecto y Construcción (Leonhardt). Primera Edición. *Instituto Eduardo Torroja*.

Self-control of a lively footbridge under pedestrian flow

Hernández-Díaz, Alejandro M.¹; Pérez-Aracil, Jorge²; Jiménez-Alonso, Javier F.³; Sáez, Andrés⁴

ABSTRACT

In this paper, a case study about a lively footbridge is developed; the vibration levels caused by the pedestrian action are controlled by the change of the modal parameters of the structure due to the pedestrian-structure interaction. A detailed finite element model of the structure has been updated from an operational modal analysis. The updated model has been used to obtain the numerical acceleration at the mid-span of the footbridge under different pedestrian flows. A relation between the maximum acceleration and the pedestrian density on the deck has been obtained numerically, pointing out an improvement in the comfort level of the structure when the number of pedestrians increases. This result validates a design rule for cable-stayed footbridges in order to avoid vibratory problems, since the first vertical natural frequency of the structure remains below the range that characterizes the pedestrian walking action.

Keywords: lively footbridge, self-control, pedestrians, operational modal analysis, model updating.

1. INTRODUCTION

At the design stage of every footbridge it is an advisable practice to ensure that the natural frequencies of the structure are outside the range of frequencies that characterizes the pedestrian walking activity and, therefore, to check the comfort level of the structure under its service conditions.

The *Malecón footbridge*, designed by the Spanish engineer Javier Manterola [1], is the most emblematic structure of the city of Murcia (Spain). This footbridge crosses the Segura River and connects the Carmen neighbourhood with the historical centre (Fig. 1), being one of the most journeyed pedestrian bridges of the city. The experimental first natural frequency of the structure is within the range that characterizes the walking action, 1.25-2.30 Hz [2], so as it is expected, the footbridge undergoes a lively dynamic behaviour under its service conditions. However, the footbridge checks the comfort level established by international standards [3]; moreover, even when the pedestrian flow increases, the vertical acceleration of the footbridge does not exceed from comfort limits.

¹ Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Católica de Murcia (SPAIN). amhernandez@ucam.edu
(Corresponding author)

² Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Católica de Murcia (SPAIN). webjorgepa@hotmail.com

³ Department of Building Structures. University of Seville (SPAIN). jfjimenez@us.es

⁴ Department of Continuum Mechanics. University of Seville (SPAIN). andres@us.es

The objective of this work is to analyse the relation between the vibrational self-control of the footbridge and the modification of its modal parameters due to the action of the pedestrians. To this aim, an operational modal analysis of the footbridge has been performed; from the experimental results, a detailed updated 3D finite element model of the structure has been developed comparing the experimental and numerical dynamic parameters of the system. Finally, a dynamic transient analysis of the footbridge has been performed for different pedestrian densities using the updated model, and the maximum vertical accelerations of the structure for different pedestrian flows have been estimated.



Figure 1. *The Malecón Footbridge.*

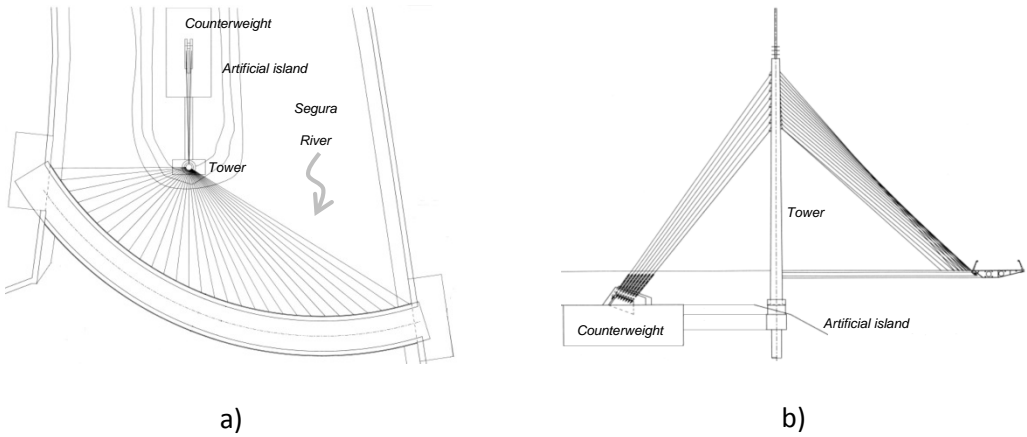


Figure 2. *a) Plan view. b) Lateral view*

2. BRIEF DESCRIPTION OF THE STRUCTURE

The structure is a cable-stayed deck with an eccentric tower. The deck is a pinned-pinned beam with a radius of 45 m and a width of 5.13 m that spans over a distance of 54.7 m (Fig 2a). The cross section of the deck has a trapezoidal shape, with a uniform thickness of 0.7m, and is composed by steel plates with a thickness of 12 mm; the cable-stayed sections of the deck are reinforced using steel diaphragms with a thickness of 15 mm (Fig. 2b).

The tower has a height of 25 m and is founded in an artificial island using reinforced concrete piles with a diameter of 1 m and a depth of 20 m. The cross section of the tower is also composed by steel plates with a thickness of 15 mm. The link between the tower and the deck is performed through 30 pre-stressed steel cables; at the same time, the tower is linked to a reinforced concrete counterweight through 15 pre-stressed steel cables. The diameter of all the cables is 20 mm.

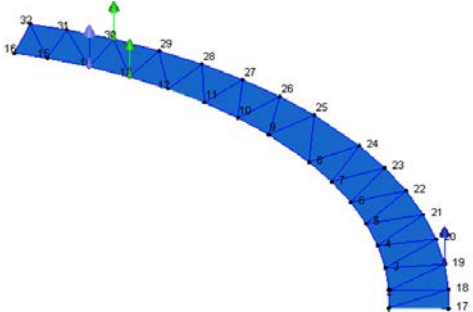


Figure 3. Registered points during the ambient vibration test.

3. AMBIENT TEST

In order to identify experimentally the dynamic properties of the footbridge, an ambient vibration test was performed on 27th November 2014 under normal conditions of use induced by the wind and the pedestrians. To this aim, a preliminary dynamic finite element model of the structure was developed in order to predict the natural frequencies and vibration modes of the footbridge, and then, to design the experimental test. The test was performed using 4 uniaxial accelerometers connected to a portable datacentre; the deck was discretized in 16 sections and 32 points and the reference accelerometers were fixed at the points 14 and 19 (blue narrow arrows at Figure 3). The other two accelerometers were successively placed along the rest of sections. At each position, ambient vertical accelerations were recorded at 100 Hz for 1000 seconds [4].

Table 1. Experimental modal parameters

Mode (Description)	Modal parameter	
	Frequency	Damping
Mode 1 (Vertical)	1.677 Hz	0.6%
Mode 2 (Torsion + Vertical)	2.580 Hz	1.3%

From the recorded accelerations, the dynamic properties of the footbridge were determined using an operational modal analysis; in this particular case, a frequency domain technique (the so-called *Enhanced frequency domain decomposition*, EFDD) was applied. The identification of the modal parameters was performed using the software ARTEMIS Extractor Pro 2012 developed by SVS A/S [5]. The natural frequency and the percent of damping corresponding to each vibration mode have been summarized in Table 1; the two first experimental vibration modes are represented in Figure 4. As seen, the natural frequency of the first vertical vibration mode is equal to 1.677 Hz and belongs to the range associated to the walking action of the pedestrians.

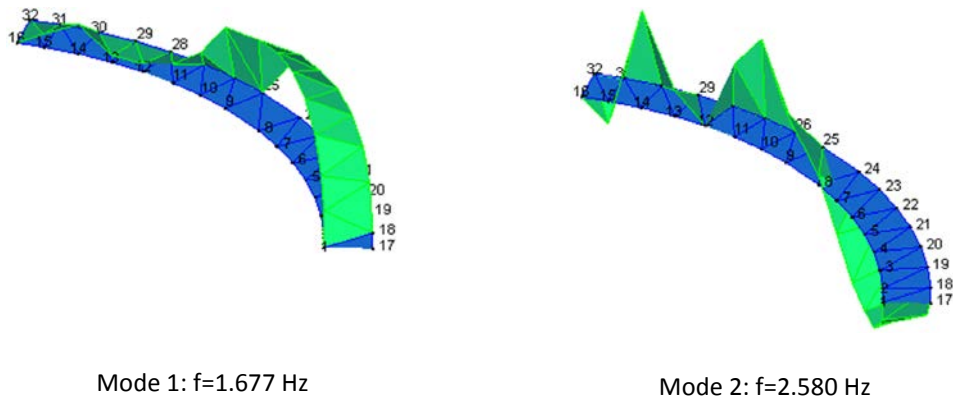


Figure 4. Operational modal analysis: experimental modal shapes.

4. MODEL UPDATING

4.1. Detailed finite element model

As support for the experimental tests and the subsequent interpretation of results, a finite element model of the structure has been developed. The numerical model was performed using the software ANSYS; in particular, the steel plates and the diaphragms of the curved deck, as well as the steel plates of the tower, were modelled using 2D-shell (SHELL181) elements; the longitudinal stiffeners of the deck and the railing of the footbridge were modelled using 3D-beam (BEAM4) elements, whereas the front and rear cables were modelled using 3D-truss (LINK180) elements. Figure 5 contains two snapshots of the proposed discretization and the corresponding mesh.

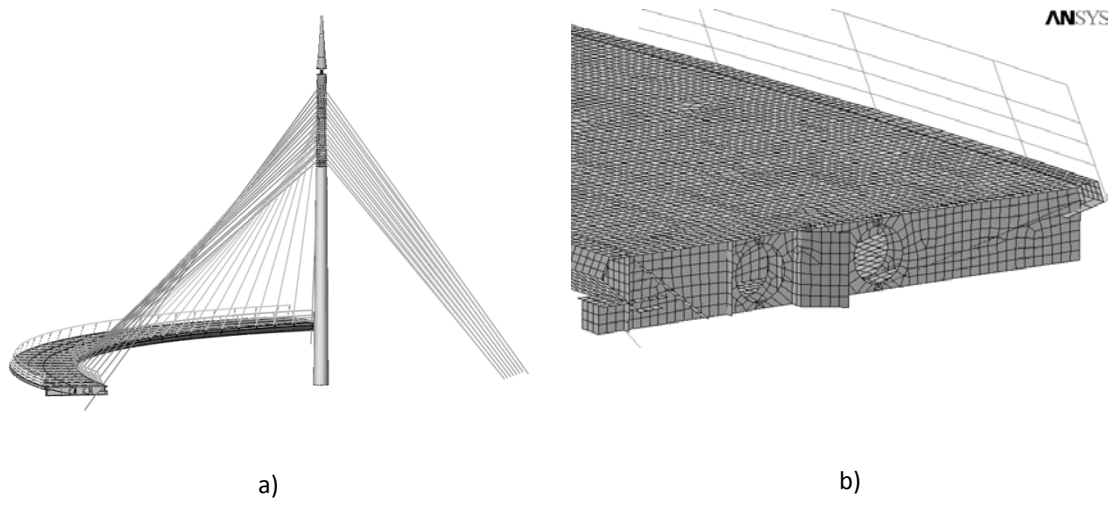


Figure 5. 3D Finite element model: a) global view b) detail

4.2. Model updating

In order to characterize adequately the dynamic behaviour of the footbridge, a model updating of the above finite element model has been performed using the experimental results of the operational modal analysis [6]. A sensitivity study of the main physical parameters of the structural model has pointed out the great influence of the axial stiffness of the cables in the dynamic behaviour of the footbridge. Therefore, the 45 cables of the structure have been divided into 9 groups of 5 cables; the Young's modulus of each group have been modified in order to minimize, via genetic algorithm, the mean square error between the experimental and numerical modal parameters (natural frequencies and modal coordinates). In this case, the objective function was defined as the sum of the relative differences between the numerical and experimental values of the natural frequencies and the modal coordinates. Figure 6 shows the results of the adjustment made on the first two vibration modes; as seen, after the adjustment above described, a good correlation between experimental and numerical modal shapes (M.A.C. between 75% and 95%) have been reached in the two modes identified. Finally, in Figure 7 the updated two first vibration modes are shown.

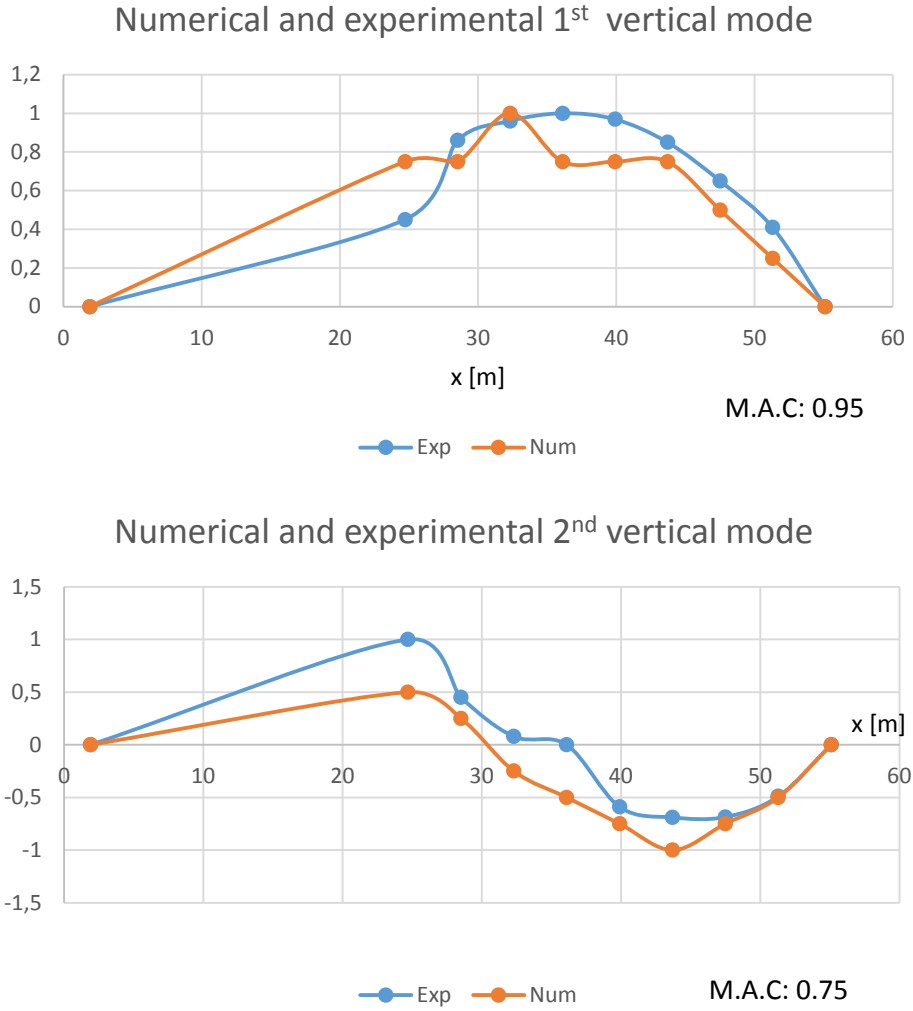
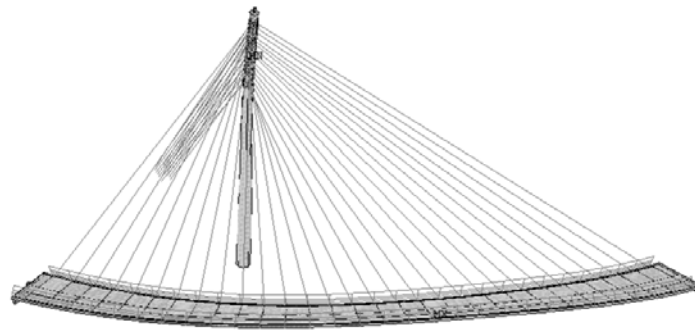
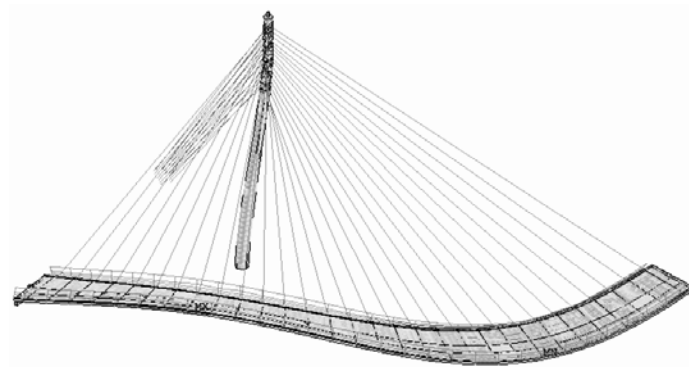


Figure 6. Comparison between the experimental (exp) and numerical (num) vibration modes.



1st updated vertical mode: $f=1.45$ Hz



2nd updated vertical mode: $f=2.42$ Hz

Figure 7. Updated two first vibration modes.

5. SELF-CONTROL OF THE FOOTBRIDGE

According to the numerical and experimental results above presented, the first vertical vibration mode of the structure is within the range that characterizes the walking action of the pedestrians; although a certain level of vibrations is reached continuously on the footbridge under pedestrian flows, the maximum acceleration experienced by the users never exceeds the limits associated with an adequate comfort level. Moreover, from several measurements of the dynamic response of the structure under service conditions, it is reflected even a reduction of the value of the vertical accelerations according to the increasing of the number of pedestrians on the deck. Two factors emerge as possible causes of this phenomenon:

- I. The modification of the modal parameters of the structure due to the presence of the pedestrians (i.e., pedestrian-structure interaction)
- II. The modification of the stiffness of the structure due to the change of the stress level of the cables.

In this work, the first factor has been considered through the methodology proposed by international standards, considering only the effect of the pedestrian flow on the modal mass of the structure. In consonance with the research developed by different authors, the walking forces may be determined

from Fourier series decomposition in the three space components [2]; in particular, the vertical component of the walking force may be approximated as

$$F_{p,vert} = P \left[1 + \sum_{i=1}^{n_f} \alpha_{i,vert} \sin 2\pi i f_s t - \varphi_i \right] \quad (1)$$

where $F_{p,vert}$ is the vertical periodic force due to walking, P is the medium pedestrian weight (internationally considered as $P=700000$ N), $\alpha_{i,vert}$ is the Fourier coefficient of the i th harmonic for vertical force, f_s is the step frequency (in this work an average value equal to 1.9 Hz has been considered), φ_i is the phase shift of the i th harmonic and, finally, n_f is the number of contributing harmonics. The vertical dynamic load factors proposed by SYNPEX [2] have been adopted; the velocity (v) of the pedestrian moving load has been determined from the empirical relationship proposed by Bertram and Ruina [7]:

$$f_s = 0.35v^3 - 1.59v^2 + 2.93v \quad (2)$$

From the updated finite element model above presented, a transient dynamic analysis of the footbridge for different pedestrian flows is possible [8, 9]. According to international codes, such analysis has been developed for the equivalent number of pedestrians (i.e., pedestrians moving in phase with the structure) corresponding to the following pedestrian densities: 0.2, 0.5, 0.8 and 1.0 pedestrian/m²; the equivalent number of pedestrians (n') may be estimated as:

$$n' = 10.8 \sqrt{n_p \cdot \zeta} \quad (3)$$

where n_p is the real number of pedestrians on the loaded surface and ζ is the structural damping ratio. Figure 8 shows the numerical vertical acceleration at the mid-span of the footbridge for an equivalent pedestrian flow, uniformly distributed over the span length, corresponding to a pedestrian density of 1 person/m²; the maximum predicted value is below of the maximum registered vertical acceleration (0.3 m/s²) under normal conditions of use.

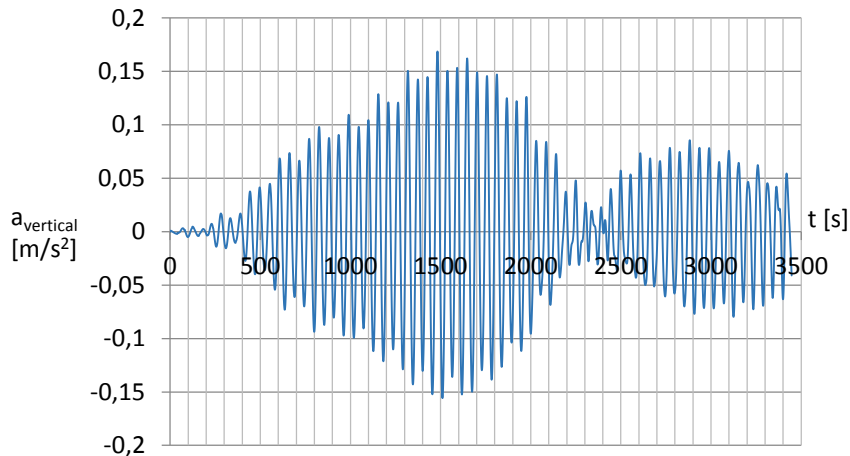


Figure 8. Numerical vertical acceleration at mid-span for the maximum pedestrian flow

Figure 9 shows the maximum vertical acceleration of the footbridge at mid-span section as a function of the number of pedestrians crossing the footbridge. As seen, until a *critical density* of 0.3 pedestrians/m² (160 pedestrians on the load surface), the vertical acceleration grows up, and then decreases; for densities higher than this critical value the modification (by the pedestrians) of the modal mass of the footbridge places the first natural frequency of the system below the range of the

pedestrian walking action and, therefore, the vertical acceleration of the footbridge diminishes as than the pedestrian flow increases.

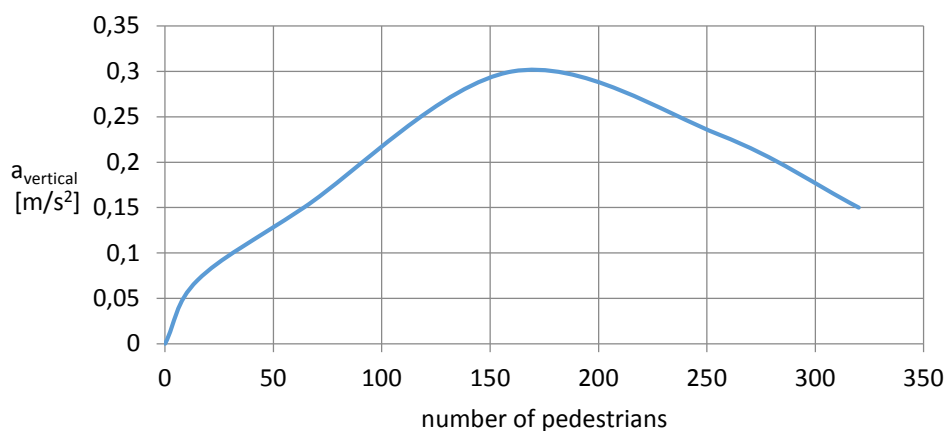


Figure 9. Numerical relation between the vertical acceleration and the pedestrian density

6. CONCLUSIONS

In this paper, the change of the dynamic behaviour of a slender footbridge due to the pedestrian flow has been numerically estimated from an updated finite element model. The maximum vertical acceleration of the footbridge under different pedestrian flows has been obtained. The relation obtained shows an increasing of the comfort level with the number of pedestrians due to the modification of the modal mass of the footbridge. This result may be used as criterion to establish a design rule for this type of structures.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors extend their sincere appreciation to the civil engineers Juan Antonio Blanco Barquero (Excmo. Ayuntamiento de Murcia), José Rodríguez Segado and Pedro J. Aranda González (ATI-EPROM Corporation) for their collaboration and helpful advices in the performance of the experimental tests.

REFERENCES

- [1] Manterola Armisén, J., Fernández Troyano, L. (1994) Pasarela del Malecón sobre el Río Segura, Murcia.
- [2] Butz, C. et al. (2007) Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges (SYNPEX), Research Fund for Coal and Steel, Brussels.
- [3] Sétra (2006) Guide méthodologique “passerelles piétonnes”: évaluation du comportement vibratoire sous l’action des piétons, Paris.
- [4] Magalhaes, F., Cunha, A. Explaining Operational Modal Analysis with data from an arch bridge, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Invited Tutorial Paper, Volume 25, Issue 5, pp. 1431-1450, 2011.
- [5] ARTeMIS Extractor Pro 2012.
- [6] Zivanovic, S., Pavic, A., Reynold, R., (2007). Finite element modelling and updating of a lively footbridge. The complete process. *Engineering Structures*, Vol. 301(1-2), pp. 126-145.
- [7] Zivanovic, S., Pavic, A., Reynolds, R. (2005). Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1-2): 1-74, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2004.01.019>.
- [8] Clough, R., Penzien, J. (1993) Dynamics of Structures, p. 730. Mc Graw-Hill.
- [9] Fryba, L. (2013) Vibrations of solids and structures under moving loads, p.484. Springer.

SERVICEABILITY CONDITIONS OF PEDESTRIAN STRUCTURES USING A SIMPLIFIED MOVING MASS MODEL

Á. Magdaleno¹, M. Cacho-Pérez¹, J. Castaño², N. Ibán², I.M. Díaz³ & A. Lorenzana¹

¹ITAP, Universidad de Valladolid (Spain). alvmag@eii.uva.es, cacho@eii.uva.es, ali@eii.uva.es

²Mechanical Engineering Division. Cartif Research Center (Spain). javcas@cartif.es, noriba@cartif.es

³Dpto. CMM and Theory of Structures. ETSICCP, UPM (Spain). ivan.munoz@upm.es

Keywords: human load modelling, vibrational assessment, computational techniques.

Corresponding author: ali@eii.uva.es

ABSTRACT

A simple mechanical model for pedestrian loading, consisting on a mass with a single degree of freedom that moves at constant speed along the footbridge, is presented. The footbridge is modelled using a reduced number of beam 2D finite elements, simply supported at its ends. The dynamic interaction is ensured through direct requirement of contact conditions between the mass and the corresponding interpolated point in the beam. When the beam is massive enough, the results are similar to those obtained with models of mobile forces. However, if the beam is lightweight, the effect of the mass of the pedestrian can be significant, resulting in a more realistic modelling. The coupled model allows to study the interaction between the pedestrian and the structure and the results can be used to estimate by simulation the serviceability conditions of this type of slender structures under pedestrian loading.

1. Introducción

Estructuras tales como forjados de grandes luces, pasarelas peatonales o escaleras esbeltas pueden ser excitadas por los usuarios al realizar actividades como andar, correr o saltar. La excitación producida podría alcanzar niveles de vibración excesivos, sobrepasando los valores de confort recomendados en las normativas. El factor decisivo en el dimensionamiento de este tipo de estructuras suele ser el estado límite de servicio de vibraciones (ELSV).

En las distintas recomendaciones de las normativas o guías de diseño se incluyen modelos muy simplificados de cargas producidas por humanos. En general se reducen a modelos discretos y a cargas armónicas fijas de utilidad limitada en el dimensionamiento de la estructura en lo referido a ELSV. Además suele ser crítico el comportamiento dinámico en condiciones de excitación a frecuencias cercanas a las naturales de la estructura (resonancia) y en estos casos la respuesta está muy influenciada por el amortiguamiento estructural, el cual es difícil de determinar con precisión en la etapa de diseño. Esto deriva en que, en general, los diseñadores no confíen demasiado en dichos modelos de carga y usualmente se prescriban ensayos experimentales una vez la estructura ha sido construida. En caso de no cumplir con las limitaciones en aceleraciones, se abre una problemática con varias posibles

soluciones (aumentar la rigidez, incorporar sistemas de amortiguamiento, etc.) con repercusiones estructurales, estéticas y económicas.

La creciente capacidad computacional hace pensar en la posibilidad de simular de una forma realista la acción peatonal sobre las estructuras. Para ello es necesaria no solo la posibilidad de incluir cargas móviles (como ya se hace en la guía francesa SETRA) sino también la correspondiente masa del peatón, junto con una estimación del amortiguamiento estructural y del que los peatones (activos o pasivos) aportan a la estructura. Tras ello se espera poder asegurar por simulación la adecuación de la estructura al tránsito peatonal y minimizar el impacto de intervenciones estructurales al poderse rediseñar convenientemente en etapas previas a la construcción.

La influencia de los peatones parados o sentados (pasivos) en el comportamiento dinámico de las estructuras se ha estudiado en numerosos trabajos de investigación [1-7]. Sin embargo no está tan clara la influencia que tienen los peatones activos (andando, corriendo o saltando) en el comportamiento dinámico del conjunto. En este trabajo se formula un modelo simple (consistente en una masa, un muelle y un amortiguador) el cual se acopla a la estructura, resolviéndose el conjunto mediante técnicas numéricas de integración directa.

Se presentan dos ejemplos correspondientes al tránsito de un peatón por dos pasarelas sencillas (tipo viga biapoyada), una de ellas ligera y otra más pesada. Para simular comportamiento modal (relación entre rigidez y masa de la viga) se comprueba que los resultados obtenidos para el caso en el que la viga es mucho más pesada que el peatón coinciden con modelos donde solo se considera la acción de la carga móvil (SETRA). Cuando la viga es más ligera, el hecho de no ser despreciable la masa del peatón hace que el ensamblaje varíe sus frecuencias en función de la posición de la masa. Este acoplamiento hace que el problema sea no lineal, apareciendo fenómenos de interacción que lleva a resultados distintos que los obtenibles sin incorporar la masa.

2. Formulación del modelo

La estructura será tratada mediante un modelo de elementos finitos, cuyas ecuaciones pueden expresarse de forma compacta como se ilustra en la ecuación (1), empleando para ello las matrices masa (\mathbb{M}), amortiguamiento (\mathbb{C}) y rigidez (\mathbb{K}). El vector \mathbf{q} contiene los grados de libertad asociados a los nodos resultantes de discretizar la estructura en elementos finitos tipo pórtico plano y a cada nodo se le asocian 3 grados de libertad: desplazamiento horizontal (u_i), desplazamiento vertical (v_i) y giro de la sección (θ_i).

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbb{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad \text{con } \mathbf{q} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Por su parte, el vector \mathbf{F} contiene las fuerzas equivalentes que se aplican sobre cada uno de los grados de libertad, resultado de transformar las cargas aplicadas sobre la estructura. En el modelo aquí tratado la única excitación sobre la estructura es la fuerza de contacto entre el peatón y la viga por la que circula.

La formulación de las ecuaciones (1), así como el cálculo de sus matrices asociadas, se realiza mediante la aplicación del formalismo de Lagrange, calculando para su aplicación las energías cinética y potencial del elemento. Dicho cálculo implica el conocimiento del campo continuo de desplazamientos en el interior del elemento ($u(x)$ y $v(x)$), campo que se obtiene mediante la interpolación de los valores de los grados de libertad de los nodos extremos del elemento empleando para tal fin unas funciones de

forma polinómicas: de grado 1 para interpolar el campo de desplazamiento horizontal y de grado 3 para el campo de desplazamiento vertical, como se muestra en las ecuaciones (2) donde se llama $i = 1$ al nodo izquierdo del elemento e $i = 2$ al nodo derecho.

$$\begin{aligned}
 u(x) &= \left(1 - \frac{x}{L}\right) u_1 + \left(\frac{x}{L}\right) u_2 \\
 v(x) &= \left(1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}\right) v_1 + x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \theta_1 + \left(3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3}\right) v_2 + \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \theta_2
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

El poder emplear funciones de forma polinómicas de grado 3 responde al hecho de que giros y flecha están íntimamente relacionados gracias a la hipótesis de Euler-Bernoulli bajo la cual se ha modelizado el elemento viga, el cual establece que una sección inicialmente plana y perpendicular a la línea media de una viga permanece plana y perpendicular a la misma línea tras deformación.

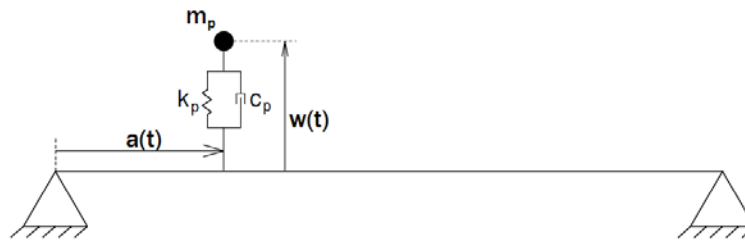


Figura 1. Modelo MCK

El modelo de peatón empleado consiste en una masa puntual (m_p) ligada elásticamente a la estructura mediante un resorte (k_p) y un amortiguador (c_p) desplazándose el conjunto a velocidad constante por la viga tal y como se aprecia en la figura (1). Requiere, pues, de un grado de libertad adicional w a los considerados para la estructura para poder definir su desplazamiento vertical. Este grado de libertad adicional se incluirá al final del vector \mathbf{q} . La ubicación dentro de la viga no requiere de grado de libertad adicional pues su posición es conocida en todo instante de tiempo, ecuación (3) donde x_0 es la posición de partida del peatón y c su velocidad.

$$a(t) = x_0 + ct
 \tag{3}$$

La obtención de las ecuaciones que lo rigen es muy sencilla aplicando la segunda ley de Newton, o de equilibrio dinámico, en la dirección vertical. Se obtienen dos expresiones, ecuaciones (4) y (5): una ecuación de movimiento y una ecuación de acoplamiento dinámico, expresión que determina en función de los grados de libertad del problema el valor de la fuerza de contacto peatón / estructura a lo largo del tiempo.

$$m_p \ddot{w} + c_p (\dot{w} - \dot{v}) + k_p (w - v) = -m_p g
 \tag{4}$$

$$F(t) = -m_p g - m_p \ddot{w} = c_p (\dot{w} - \dot{v}) + k_p (w - v)
 \tag{5}$$

La ecuación de movimiento está obtenida suponiendo para el resorte una longitud natural del resorte nula, al estar las coordenadas w y v expresadas ambas respecto del mismo origen. Ésta última, v , la deflexión del punto de contacto entre peatón y viga, se puede además expresar en términos de los grados de libertad del problema (v_i, θ_i) mediante las funciones de forma empleadas para la formulación

de los elementos finitos, ecuación (2). Puesto que las ecuaciones se integrarán con la ayuda de Matlab, el cual permite actualizar el problema en cada instante de tiempo mediante una función programada por el usuario, se podrá ubicar al peatón y calcular el valor de las funciones de forma con el fin de incluirlo en las posiciones correspondientes dentro de las matrices del problema. Se muestra en la figura (2) un diagrama de flujo resumiendo las operaciones que se realizan durante el cálculo, siendo el *solver* el responsable de invocar a la función programada por el usuario. Esta figura hace asimismo referencia al espacio de estados al que se transforman las ecuaciones para su mejor empleo, transformación que se expresa en la ecuación (6).

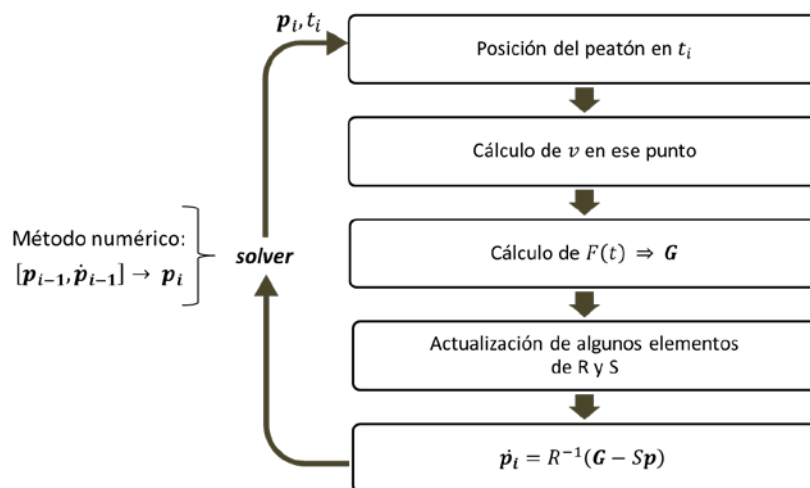


Figura 2. Diagrama de flujo de operaciones para la resolución numérica de las ecuaciones.

$$R\dot{p} + Sp = G \quad \text{con } p = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -\mathbb{K} & \emptyset \\ \emptyset & \mathbb{M} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} \emptyset & \mathbb{K} \\ \mathbb{K} & \mathbb{C} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{Bmatrix} \emptyset \\ F \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Gracias a este enfoque, es posible además calcular la fuerza de contacto en cada instante de tiempo en función del valor de los grados de libertad en cada momento e introducir su valor en el vector de fuerzas equivalentes F , aplicando la transformación necesaria en función de su posición relativa dentro del elemento afectado. Dicha posición será asimismo calculada en cada paso de integración de forma sencilla gracias a la hipótesis de velocidad de tránsito c constante.

Con el problema así planteado, y los cálculos debidamente programados en Matlab, se pueden realizar las simulaciones oportunas para la evaluación del efecto de la inclusión de una masa en un modelo de peatón. La primera de las simulaciones a realizar es de verificación, comparando la respuesta que se obtiene para un problema determinado con la proporcionada por una fuente externa. En este caso se empleará la solución a un problema planteado y resuelto por Neves et al. [8], que trata el mismo modelo MCK que el aquí mostrado. Se muestra en la figura 3a la solución obtenida para su mismo problema por aplicación del software programado, en la figura 3b la obtenida en [8] y en la figura 3c la comprobación de que ambas son efectivamente iguales, superponiendo adecuadamente de las dos anteriores.

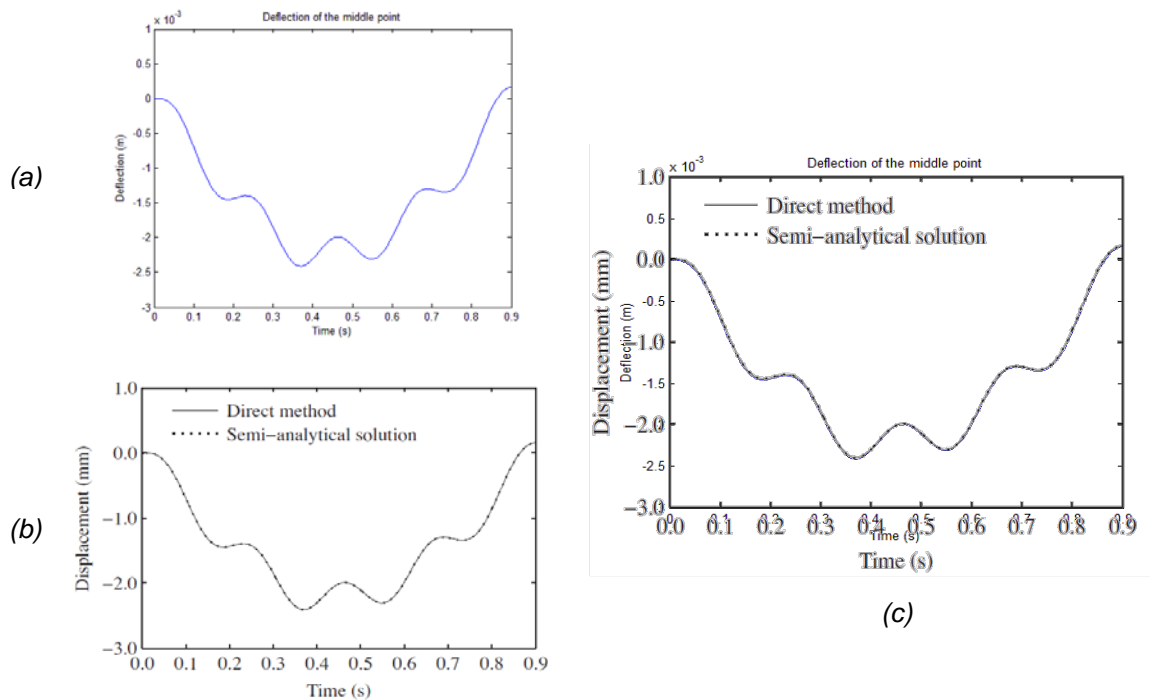
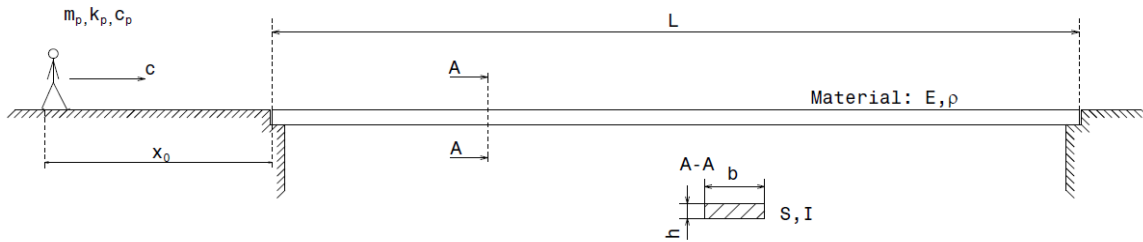


Figura 3. Verificación de la programación del modelo. (a) Simulación propia; (b) obtenida de [8]; (c) superposición de ambas.

3. Ejemplo 1: pasarela pesada

Se trata en primer lugar un problema de la figura (4), con los parámetros que se muestran en la misma. En este caso el peatón tiene una masa insignificante (0.0425%) con relación a la masa de la viga. Al abordar el problema mediante el modelo MCK como el expuesto anteriormente se plantea una cuestión que concierne al escaso número de parámetros del modelo, los cuales no permiten establecer simultáneamente valores “realistas” de masa, rigidez y frecuencia de paso del peatón (entendida ésta como frecuencia de oscilación del modelo MCK). Se priorizará la frecuencia de paso del peatón, pues la respuesta que se obtenga será comparada con la proporcionada por la aplicación de la guía de diseño propuesta por el Sétra, donde ese parámetro es un valor decisivo. Así, se ajustará el valor de la rigidez del resorte convenientemente para que la frecuencia del sistema añadido coincida con el paso de la marcha. El valor del amortiguamiento del peatón es tal que proporciona un porcentaje de amortiguamiento crítico de $\xi_p = 8\%$.

Se contempla además un último parámetro de la simulación: la condición inicial correspondiente a la posición de la masa, w_0 (el resto de condiciones iniciales son nulas). Este parámetro se puede establecer de forma que se controle la amplitud de oscilación de la masa, y con ella, la fuerza transmitida a la viga. Se escogerá este valor tal que el valor mínimo del valor absoluto de la fuerza aplicada sobre la viga coincida con el valor mínimo de la fuerza aplicada por el modelo del Sétra. Siendo este valor de $F_{min} = 473.4 N$, la condición inicial del peatón se calcula como en la ecuación (7). Es preciso notar que w está referido respecto de la indeformada de la viga, que el resorte posee longitud natural nula y que la masa está sometida a la acción de la gravedad. Es por este motivo que la condición inicial es negativa.



Parámetros de simulación

$L = 50 \text{ m}$	$m_p = 80 \text{ Kg}$	$\xi = 0.3\% \text{ for all modes}$
$h \times b = 0.4 \times 1.2 \text{ m}^2$	$k_p = 12633.1 \text{ N/m}$	$x_0 = 5 \text{ m}$
$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$	$c_p = 160.85 \text{ Ns/m}$	$c = 0.8 \text{ m/s}$
$\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$	$f_p = 2 \text{ Hz}$	$w_0 = -0.037473 \text{ m}$

Figura 4. Esquema y datos de la simulación. Viga pesada

$$w_0 = -\frac{F_{min}}{k_p} = -0.0375 \text{ m} \quad (7)$$

Cabe destacar el hecho de que, incluyendo amortiguamiento en el modelo del peatón, es previsible que su oscilación, a lo largo del tiempo, se detenga casi por completo reduciéndose su acción sobre la estructura a la producida únicamente por el peso de la masa (fuerza constante). Para evitar este hecho, se aplica sobre la misma una fuerza variable en el tiempo de valor igual al valor de la fuerza que ejerce el amortiguador sobre la masa. De esta forma, se consigue tener en consideración el efecto que produce el amortiguamiento del peatón sobre las oscilaciones de la estructura sin permitir que este deje de oscilar.

La simulación de este problema proporciona los resultados de la figura (5a), donde se aprecia la deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo y la fuerza de reacción de la viga sobre el peatón. En cuanto a la deflexión del punto medio, como se puede apreciar está compuesta por un total de tres oscilaciones superpuestas: en primer lugar, la curva propia de la deflexión debida al peso del peatón; en segundo lugar, la oscilación propia asociada a la primera frecuencia de la viga (en torno a 0.37 Hz); por último, la oscilación impuesta por la oscilación del modelo MCK sobre la viga, que sucede a unos 2Hz.

En la figura (5b) se muestra un extracto de las fuerzas de contacto que oscilan de forma uniforme entre los 625 N y los 950 N aproximadamente.

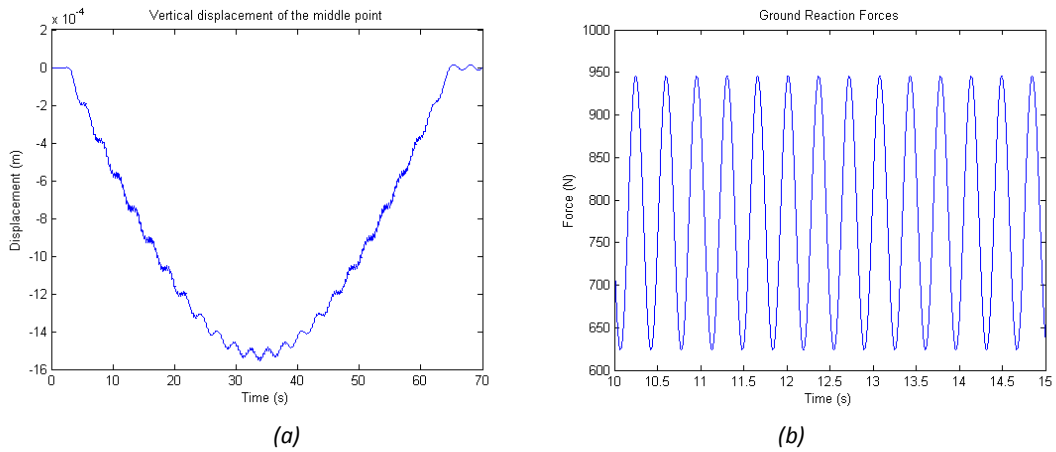


Figura 5. Resultados de la simulación aplicando el modelo MCK. a) Deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. b) Extracto de la fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Se resuelve ahora el problema empleando el modelo de fuerza puntual propuesto por la guía de diseño estructural Sétra de la ecuación (8) (con g la aceleración de la gravedad y m_p y f_p los parámetros de masa y frecuencia de paso del peatón y $\varphi_2 = \pi/2$ y $\varphi_3 = \pi$), cuya gráfica se muestra en la figura (6a) junto al desplazamiento vertical del punto medio de una viga transitada por ella.

$$F(t) = m_p g \left(1 + 0.4 \sin(2\pi f_p t) + \sum_{j=2}^3 0.1 \sin(2\pi j f_p t - \varphi_j) \right) \quad (8)$$

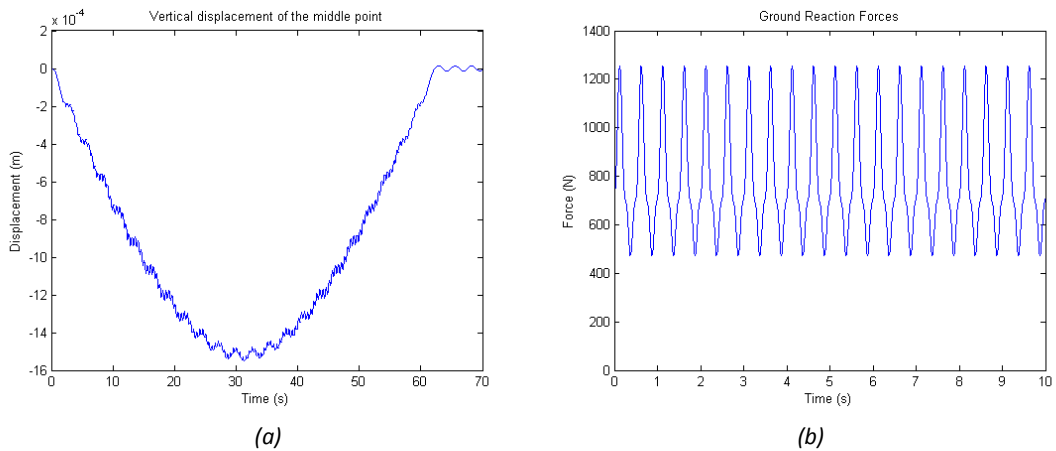


Figura 6. Resultados de la simulación aplicando el modelo Sétra. A la izquierda, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. A la derecha, extracto de la fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Como se aprecia, ambas respuestas, así como las excitaciones, son muy similares en ambos casos. Se muestran, a modo de comparación, ambas curvas superpuestas en la figura (7), donde queda patente que las diferencias entre la respuesta proporcionada por la aplicación de cada modelo es realmente pequeña. Se puede calcular un valor cuadrático medio de la diferencia entre ambas respuestas, que en este caso es de $RMS_{\Delta} = 1.383 \cdot 10^{-5} m$ (calculado mediante la ecuación (9) donde N es el número de pasos temporales) varios órdenes de magnitud inferior al valor máximo de la respuesta.

$$RMS_{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{i,MCK} - v_{i,SETRA})^2} \quad (9)$$

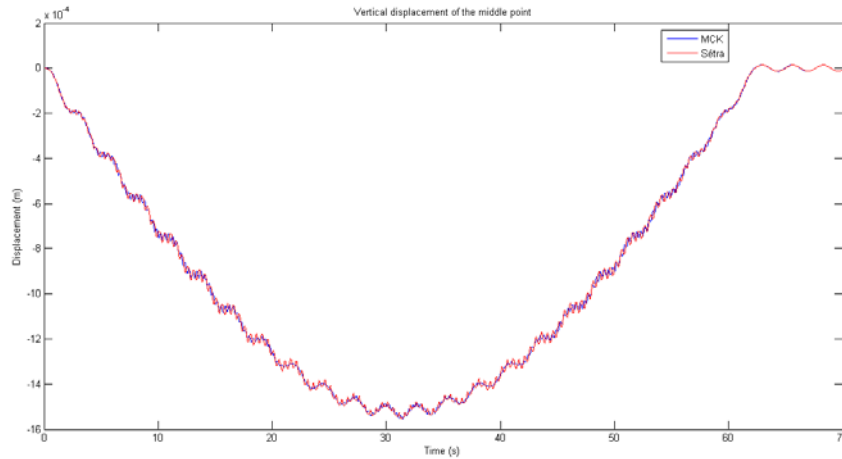


Figura 7. Comparación de la respuesta del punto medio de la viga proporcionada por la aplicación de los modelos MCK y Sétra.

Como en general las condiciones de confortabilidad (o estado límite de servicio respecto a vibraciones) se establecen en términos de aceleraciones, se presenta en la figura (8) las aceleraciones del punto medio correspondientes a ambos casos (MCK y SETRA). El RMS de cada una es, respectivamente, $3.12 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ y $3.47 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$.

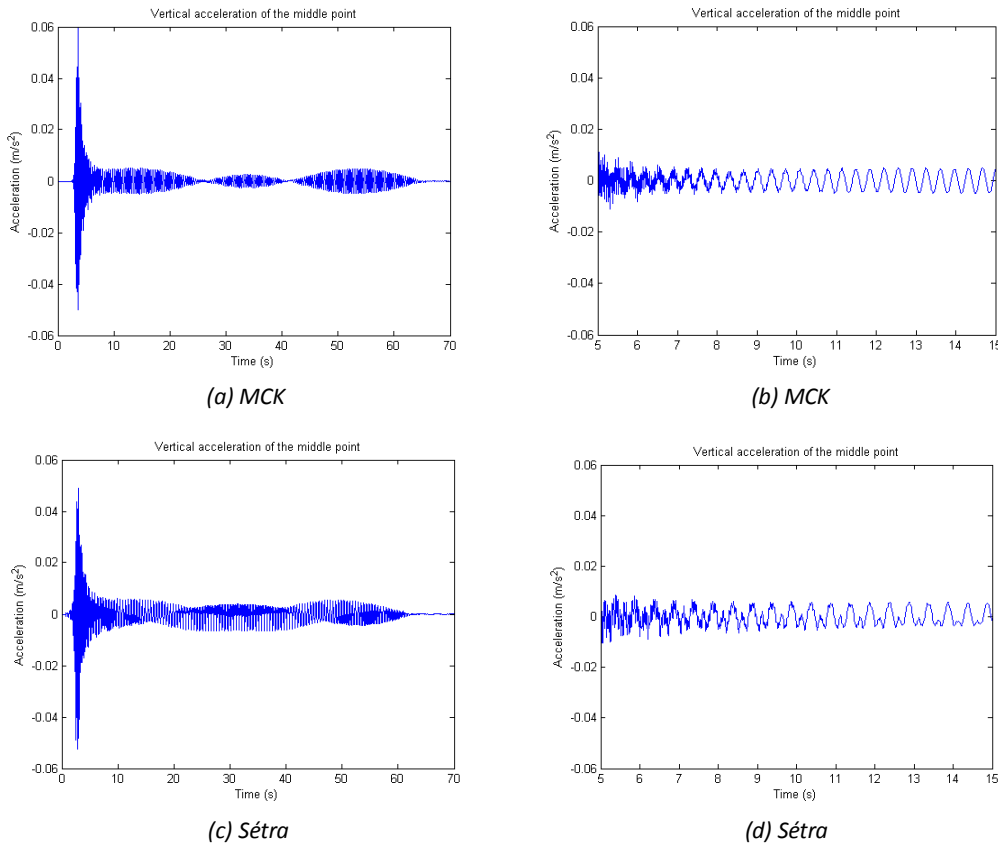


Figura 8. Aceleración del punto medio de la viga pesada: (a) y (b), modelo MCK; (c) y (d), modelo Sétra.

Nótese adicionalmente que con el modelo MCK es posible conocer la evolución temporal de las variables cinemáticas de la masa, las cuales se presentan en la figura (9). En este caso, el RMS de la aceleración es 1.41 m/s^2 , mucho mayor que $3.12 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Este valor, correspondiente a la masa que modela el peatón, grado de libertad inexistente en el modelo SETRA, podría ser más significativo

para evaluar el confort de la estructura que el correspondiente al punto medio de la misma. Comentar adicionalmente que en este ejemplo, al ser la estructura muy rígida y pesada, los valores indicados corresponderían a un caminar normal.

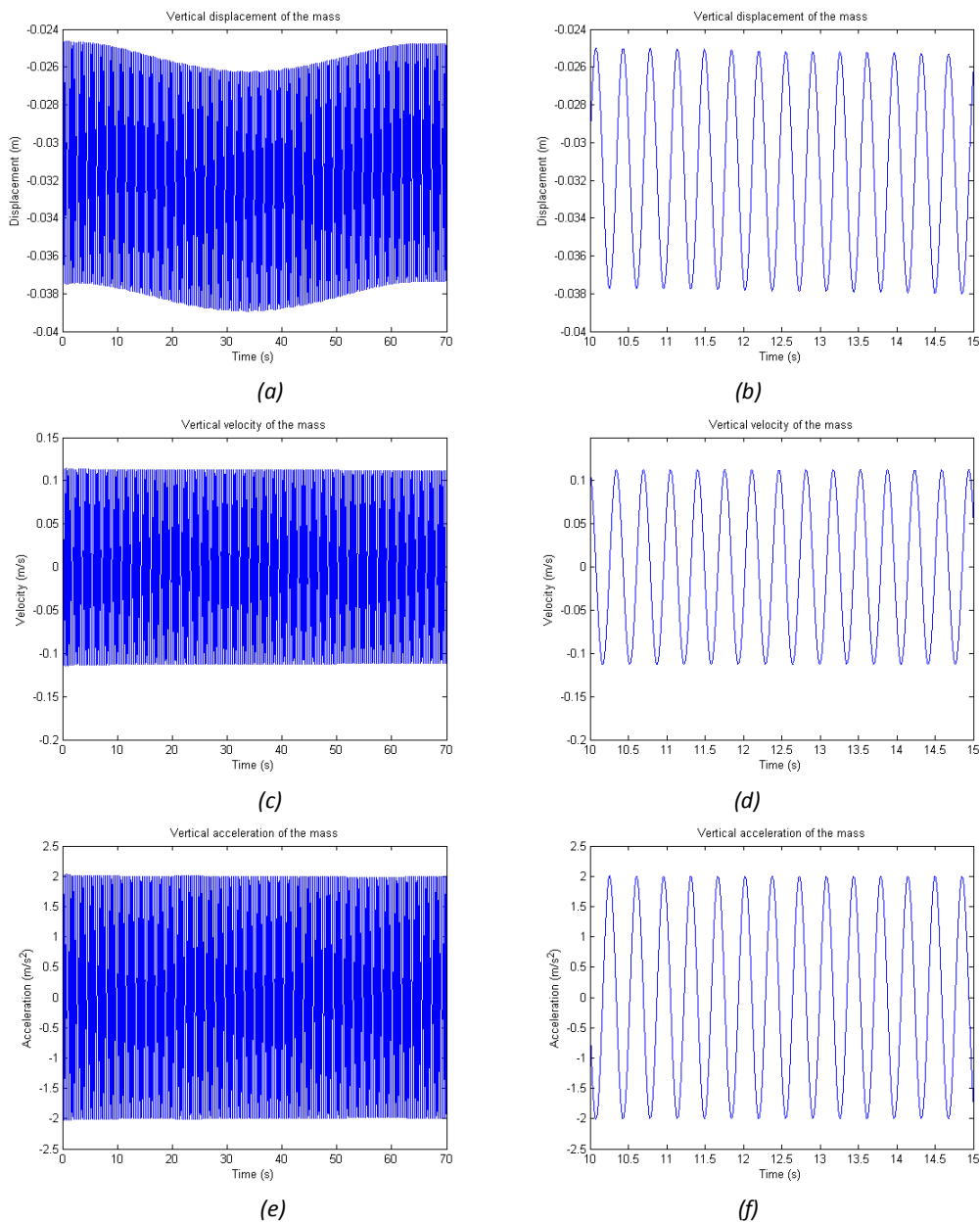


Figura 9. Respuesta de la masa: Desplazamiento vertical (a),(b); velocidad (c),(d); y aceleración (e),(f).

4. Ejemplo 2: pasarela ligera

Se simulará en este ejemplo un problema similar al precedente, solo que reduciendo notablemente la masa de la viga sin modificar su longitud ni su comportamiento modal. Para ello, es necesario y suficiente cumplir con la expresión (10), siendo C un valor constante. Para observar claramente el efecto de este cambio, se opta por reducir la masa de la viga en un factor 1000, con lo que la masa del peatón pasa a ser un 42.45% de la masa de la viga y por tanto nada despreciable frente a ésta.

$$\frac{EI}{\rho S} = C \quad (10)$$

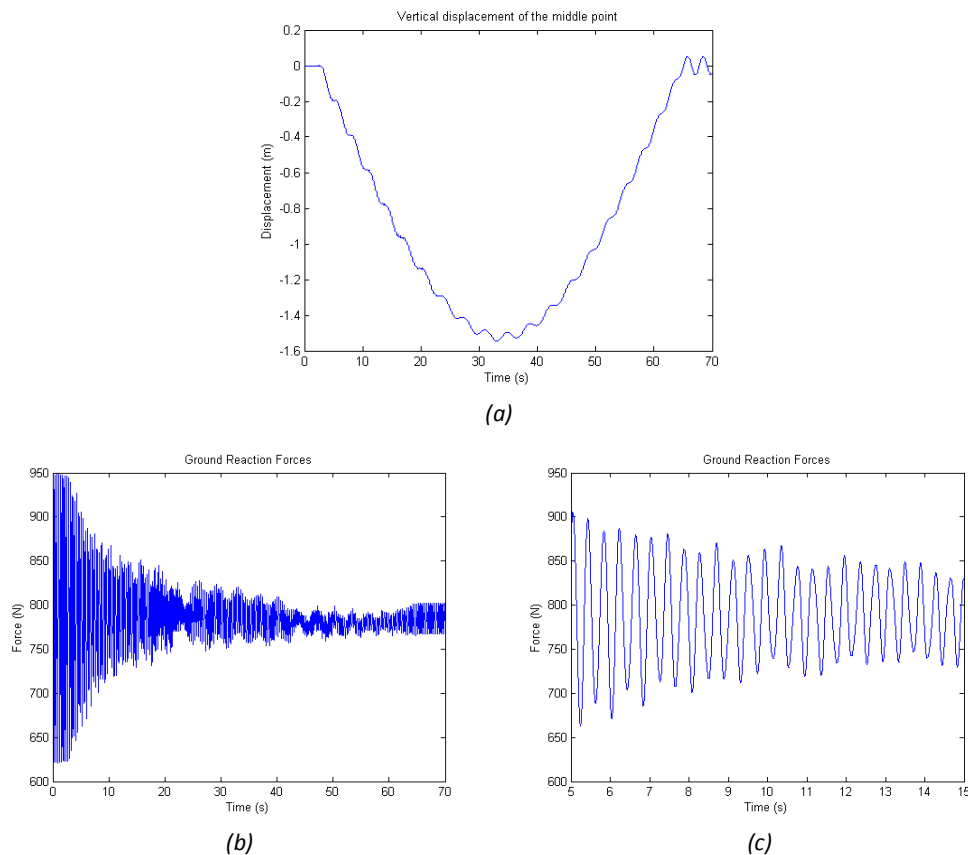


Figura 10. Resultados de la simulación aplicando el modelo MCK a la viga ligera. Arriba, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. Abajo, fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Es preciso notar que ni el modelo del peatón ni los valores de amortiguamiento peatonal y estructural han sido modificados. En esta situación, las respuestas que se obtienen se muestran en la figura (10). En referencia a estas curvas se pueden realizar varias apreciaciones. En primer lugar, y como cabría esperar, se aprecia cómo la respuesta del punto medio de la viga, figura (10a), se ha multiplicado de forma global por 1000 en relación a la respuesta de la viga más pesada. En segundo lugar, debido a la gran deflexión que sufre la viga en esta situación, la interacción entre viga y modelo se manifiesta de forma más acusada afectando a la oscilación de la masa y con ella a la fuerza de contacto entre ambos, figura (10b), la cual adquiere una forma global bastante característica enormemente influenciada no solo por el amortiguamiento estructural sino además por el introducido por el propio peatón. Los valores extremos de esta fuerza al inicio, sin embargo, no se han visto modificados: ésta oscila entre los 625 y los 950 N aproximadamente.

La respuesta asociada a la aplicación del modelo del Sétra, figura (11), como cabría esperar, es muy similar a la obtenida para la viga más pesada (multiplicada por un factor 1000) pues la expresión de la fuerza aplicada es la misma al no verse modificados los parámetros del peatón, el cual conserva una masa de 80 Kg y una frecuencia de paso de 2 Hz.

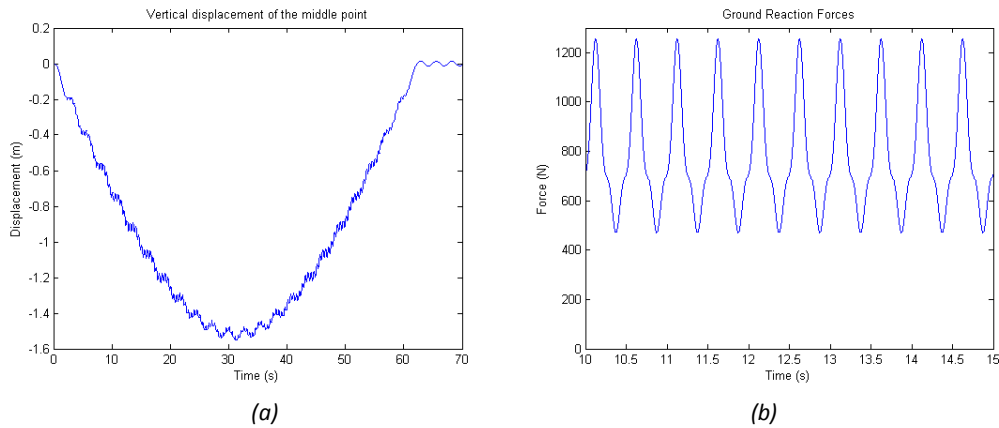


Figura 11. Resultados de la simulación aplicando el modelo Séttra a la viga ligera. A la izquierda, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. A la derecha, fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Comparativamente ambas respuestas son similares, si bien se observan mayores diferencias que en el ejemplo anterior, como se muestra en la figura (12).

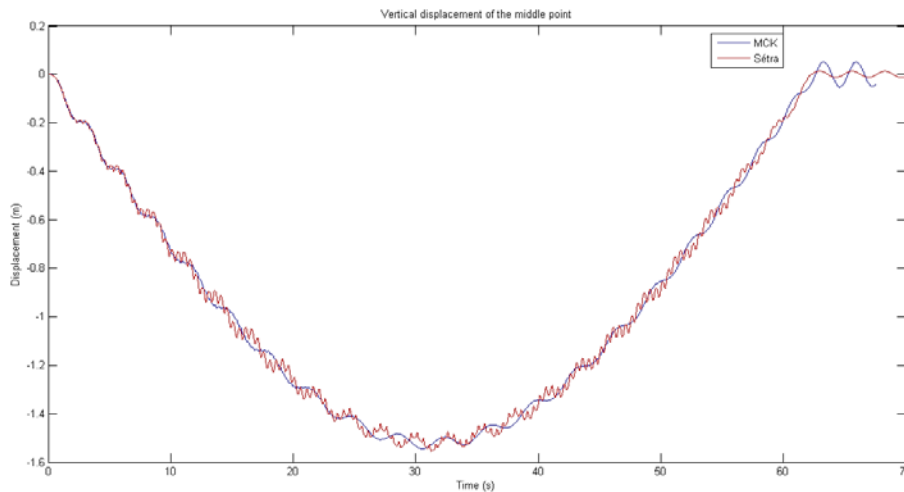


Figura 12. Comparación de la respuesta del punto medio de la viga proporcionada por la aplicación de los modelos MCK y Séttra.

Además de la apreciable diferencia entre la amplitud de las oscilaciones de ambas respuestas, inferior para la respuesta asociada al modelo másico, se puede observar una notable diferencia en cuanto a la frecuencia de oscilación propia de la viga, la cual se ha visto reducida por la presencia de la masa del peatón. Es más, se observa claramente cómo las primeras oscilaciones ocurren a una frecuencia muy parecida (próxima a la primera frecuencia propia de la viga) y cómo progresivamente se van distanciando las crestas, reduciéndose la frecuencia a medida que la masa se encuentra en torno al punto medio de la viga.

Este hecho queda patente en la figura (13), evolución temporal de la primera frecuencia propia de oscilación de la viga con el modelo, la cual ha sido obtenida resolviendo el problema de valores propios conducente a obtener las frecuencias y modos propios del ensamblaje en cada paso de tiempo de integración de las ecuaciones. Aunque hay tres curvas superpuestas, las dos correspondientes a la viga más pesada y a la simulación del modelo Séttra (sin masa) se superponen, pues la variación es prácticamente nula para el primer caso y exactamente nula para el segundo.

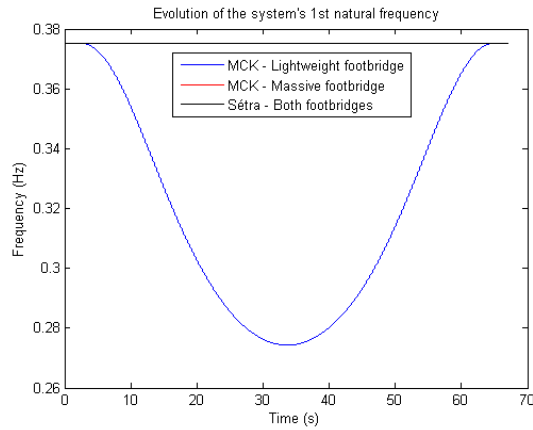


Figura 13. Evolución temporal de la primera frecuencia propia del sistema viga + masa.

En cambio, cuando la masa del peatón no es despreciable frente a la masa de la viga, la primera frecuencia propia de oscilación del problema evoluciona notablemente en el tiempo, alcanzando su valor mínimo hacia la mitad de la simulación (cuando el modelo alcanza las inmediaciones del punto medio de la viga). Este fenómeno, de gran relevancia para las simulaciones en las que intervienen estructuras muy ligeras o una multitud de peatones (suma total de las masas del mismo orden de magnitud que la masa de la viga), no se puede reproducir por la aplicación de un modelo de fuerza puntual como es el propuesto por la gran mayoría de guías de diseño estructural, como es la del Sétra.

Análogamente al ejemplo anterior, se presentan en la figura (14) las aceleraciones del punto medio correspondientes a ambos casos (MCK y SETRA). El RMS de cada una es, respectivamente, 0.46 m/s^2 y 2.46 m/s^2 .

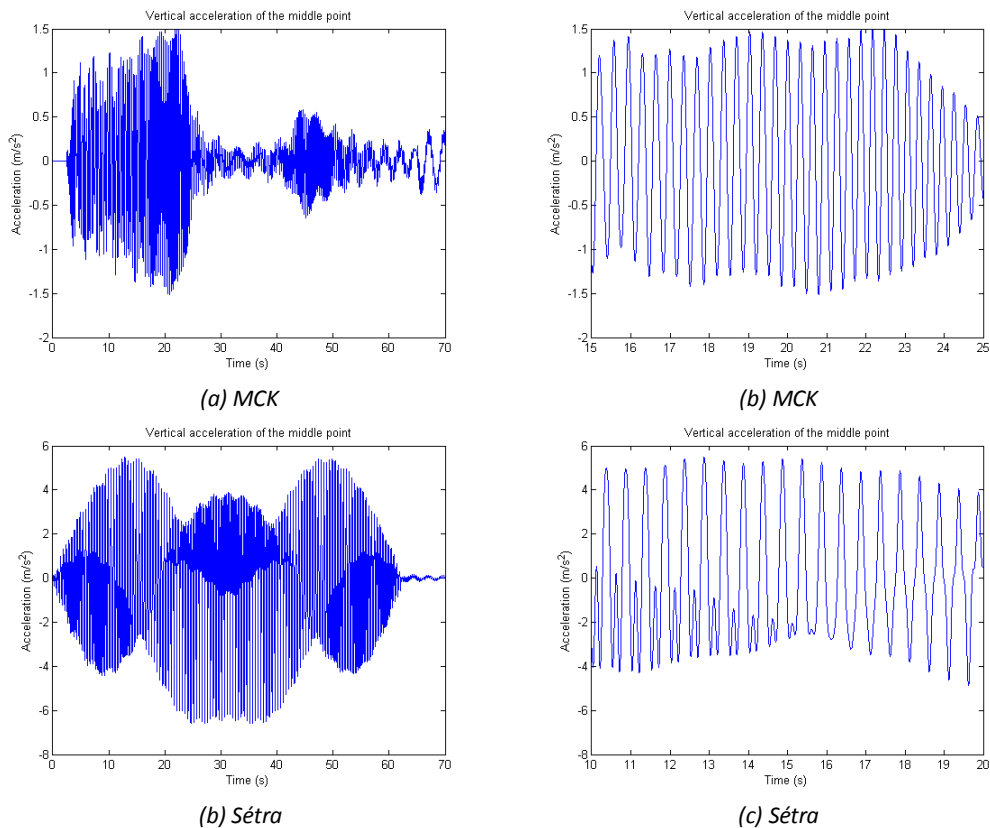


Figura 14. Aceleración del punto medio de la viga ligera: (a) y (b), modelo MCK; (c) y (d), modelo Sétra.

La figura (15) presenta el desplazamiento, velocidad y aceleración a lo largo del tiempo del grado de libertad correspondiente a la masa móvil. En este caso, el RMS de la aceleración es 0.47 m/s^2 . Este valor es muy inferior al del ejemplo 1 (caminar normal) lo cual no es lo esperado, ya que en principio, al ser la viga más flexible, la cinemática de la masa puntual debería ser más acusada. Este comportamiento podría responder al hecho de que las amplitudes de aceleración y desplazamiento en movimientos armónicos están relacionadas por medio de un factor ω^2 . Aunque este sistema no responde exactamente como tal debido al acoplamiento entre modelo y estructura, sí que posee de alguna forma el carácter de aquél. Por ello, al haberse comprobado el descenso de la frecuencia de oscilación fundamental en figura (13), es razonable que las amplitudes de velocidad y aceleración sean proporcionalmente inferiores. También podría deberse a la sencillez del modelo, incapaz de tener en cuenta la compleja interacción peatón/estructura.

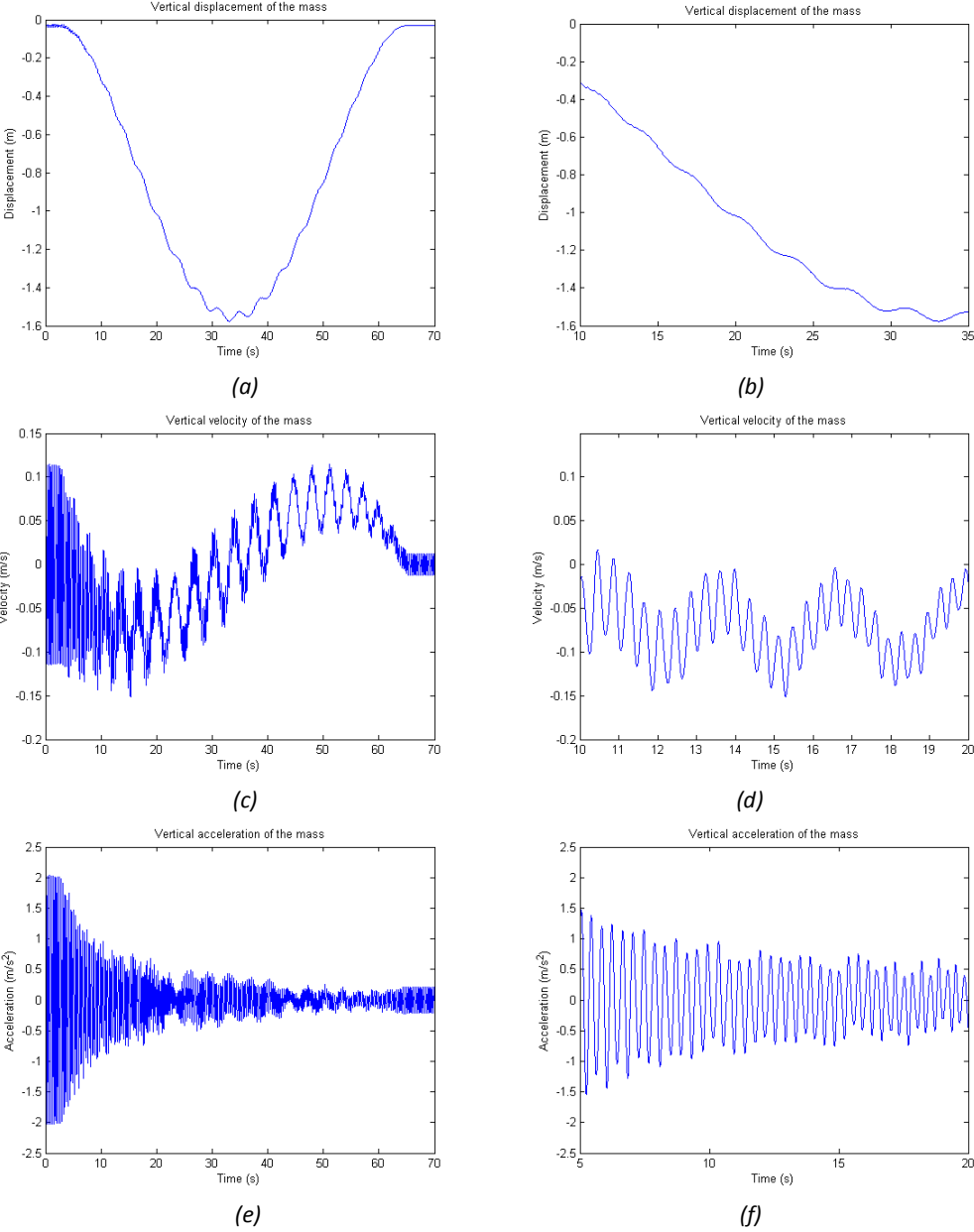


Figura 15. Respuesta de la masa: Desplazamiento vertical (a),(b); velocidad (c),(d); y aceleración (e),(f).

5. Conclusiones

El modelo formulado permite considerar el efecto de la masa que los peatones aportan a la estructura sobre la que transitan, influyendo en el comportamiento dinámico del conjunto.

Cuando la masa del peatón es despreciable frente a la de la estructura, el resultado es similar al obtenido mediante formulaciones más simples basadas en fuerzas móviles, cuya resolución puede abordarse mediante métodos lineales de superposición modal. Sin embargo, cuando se considera la masa móvil, el sistema ensamblado es no lineal y debe ser resuelto mediante técnicas de integración directa.

La presencia de la masa puntal móvil no solo permite cuantificar su influencia en la respuesta de la estructura (aspecto que un modelo de fuerza móvil no puede predecir) sino que permite conocer el comportamiento cinemático de dicha masa y con él las aceleraciones a las que el peatón está sometido, relacionables con la confortabilidad de la marcha.

Con el modelo simple formulado se obtienen resultados que deben ser validados frente a modelos más sofisticados o frente a resultados experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado a cargo del proyecto de investigación fundamental BIA2011-28493, Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España.

REFERENCIAS

- [1] J. Sebastián, I.M. Díaz, C.M.Casado, A.V:Poncela, A.Lorenzana. Evaluation of acceleration estimates due to pedestrian loading on an in-service footbridge. *Informes de la Construcción*, 65, 335-348, 2013
- [2] A. E. Aktan, D. N. Farhey, A. J. Helmicki, D. L. Brown, V. J. Hunt, K. L. Lee, A. Levi. Structural identification for condition assessment: experimental arts. *Journal of Structural Engineering*, 123(12),1674–1684, 1997.
- [3] H. Geyer, A. Seyfarth, and R. Blickhan, “Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running,” *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, vol. 273(1603), pp. 2861–2867, 2006.
- [4] S. Kim and S. Park, “Leg stiffness increases with speed to modulate gait frequency and propulsion energy,” *Journal of Biomechanics*, vol. 44, pp. 1253–1258, 2011.
- [5] J. Qin, S. Law, Q. Yang, and N. Yang, “Pedestrian-bridge dynamic interaction, including human participation,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, pp. 1107–1124, 2013.
- [6] M. Pandy, “Simple and complex models for studying muscle function in walking,” *Phil. Trans. R. Soc. B*, vol. 358, pp. 1501–1509, 2003.
- [7] B. Whittington and D. Thelen, “A simple mass-spring model with roller feet can induce the ground reactions observed in human walking,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 131(011013), pp. 1–8, 2009.
- [8] S.G.M. Neves et al. “A direct method for analyzing the vertical vehicle-structure interaction”. *Engineering Structure*, vol. 34, pp. 414 – 420, 2012.

Sliding collapse in masonry structures: a numerical model

Magdalena, Fernando¹; Hernando, José Ignacio²; Magdalena, Eva³

ABSTRACT

A probabilistic Non-Standard Limit Analysis based method is proposed to do safety assessments of historical masonry structures when collapse develops under sliding movements. The problem is presented as an Unilateral Contact Problem, formulated as a Complementarity Problem and solved as a Sequential Linear Programming with random starting points. The implemented method is a Monte Carlo type method that consists in: 1) fixing random points of application; 2) calculating the maximum value of the point load by Linear Programming; 3) making sure that the solution is in the onset of collapse; 4) rejecting the solutions that do not meet the requirements; 5) calculating the minimum value of the point load that would promote the collapse while keeping the same values of the limit conditions. The results are compared with a set of thirty three sliding tests carried out on dry masonry walls.

Keywords: Non-standard Limit Analysis, Monte Carlo methods, sliding collapse, masonry structures.

1. INTRODUCTION

The safety assessment of historical masonry structures is still a controversial matter nowadays (Roca et al., 2010). Global failure is often due to instability when yield conditions appear at a certain number of points, turning the structure into a mechanism, even when compressive stresses could still be under their limit value. In these cases and when no sliding occurs, many authors [1,2,3] have proposed the application of the Limit Analysis theorems since they constitute an excellent simplified tool.

The equivalence of both Limit Analysis theorems and two dual Linear Programs were proved [4,5,6] at the beginning of plasticity theory, and Limit Analysis by Linear Programming [7,8] allowed to obtain the actual load of the onset of collapse.

However, when the collapse includes sliding [9,10,11], the standard Limit Analysis theorems are no longer valid and the load factor of the onset of collapse is not necessarily unique. Hence many researchers have been looking for the solution of the onset of collapse which load factor is minimal. This is a very hard problem, in its simplest formulation is presented as a Linear Complementarity Problem [10,12]. Its computational complexity is NP-hard [13,14,15] and there is no method that guarantees to obtain a solution if exists, or to prove there is no solution. On the other hand, some researchers have pointed out that this minimal solution is perhaps too conservative [3,16], and recent

¹ DCAC-ETSEM. Technical University of Madrid (SPAIN). fernando.magdalena@upm.es (Corresponding author)

² Dept. of building structures-ETSAM. Technical University of Madrid (SPAIN). joseignacio.hernando@upm.es

³ Sciences Faculty-UAM. Autonomous University of Madrid (SPAIN). eva.magdalena@estudiante.uam.es

numeric results obtained by applying Monte Carlo simulation [17] allows to conjecture that when there are multiple solutions the minimum and maximum values are not the most probable solutions.

At the end of 2013 in the Building Structures Department Laboratory, ETSAM, Technical University of Madrid, a wall of dry masonry was subjected to a series of thirty three load tests, the actions were their self-weight and a horizontal load. The objective was to obtain plenty of sliding tests which could enable to form a statistical judgment of the results and compare them with the results of several numerical methods. The obtained results show a wide dispersion (Fig. 1), and all of them not being equally probable. Even when all of them are in the range of Non-Standard Limit Analysis solutions it seems appropriate the implementation of a method that allows obtaining more accurate results to resolve problems such as the one treated.

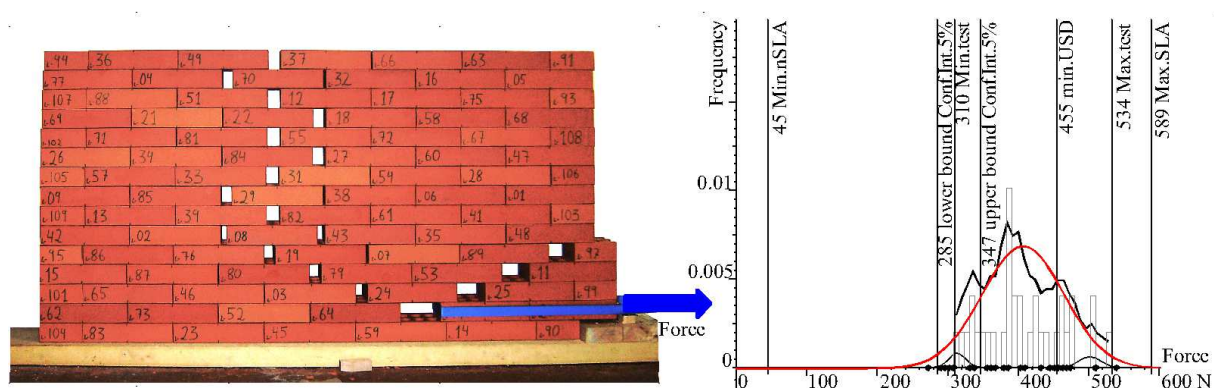


Figure 1. An example of one of the experimental tests and the comparison between all the results.

2. METHOD

A Non-Standard Limit Analysis based method is proposed, presented as an Unilateral Contact Problem, formulated as a Complementarity Problem [10] and solved as a Sequential Linear Programming from random starting points. In [17], the calculation of all the extreme solutions of the onset of collapse appear to be equivalent to the calculation of all the possible combinations of the points of application of the resultant contact forces in the contact surfaces, rejecting those that do not meet the requirements. The implemented method is a Monte Carlo type method that consists in: 1) fixing random points of application; 2) calculating the maximum value of the point load by Linear Programming; 3) making sure that the solution is in the onset of collapse; 4) rejecting the solutions that do not meet the requirements; 5) calculating the minimum value of the point load that would promote the collapse while keeping the same values of the limit conditions. The theoretical basis of the method and its implementation is detailed below.

2.1. Theoretical basis

The proposed model is classified as an “Advanced Computer Developments Based on Limit Analysis: Analysis of Blocky Structures”, by Roca et al. [18] in his recent review of applicable studies in historical

masonry constructions, and specifically, the ones that consider the collapse by sliding and that are formulated using a non-associative friction law [3,10,11,12,16,19,20].

A set of rigid bodies with unilateral contact is used for modelling the structure, with finite friction and following a non-associative friction law.

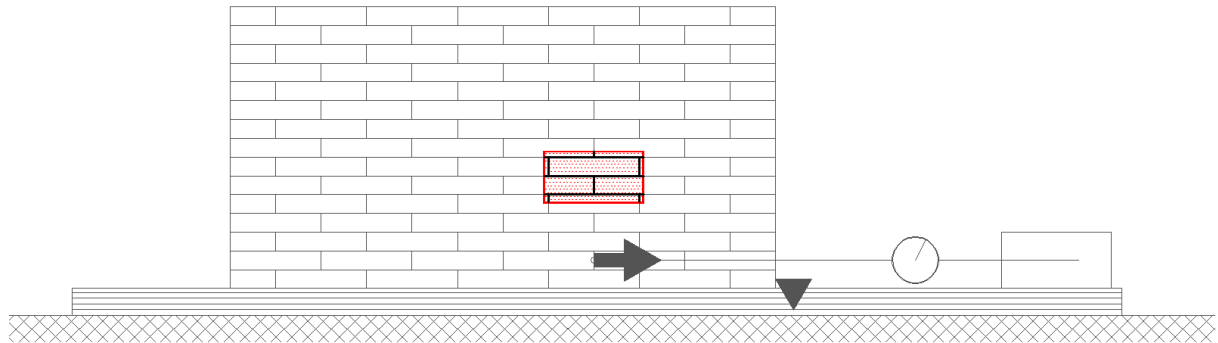


Figure 2. Layout of experimental test.

This model intends to represent a material that resists compressions much higher than the subjected ones and little or null tension resistance. Not considering the contribution of the tension resistance of the joint material is allowable in terms of safety. Moreover, it is common in historical constructions the lack of damages records that materials suffer over time, and in some cases, these materials do not even exist currently. In Figure 3 there is the representation of the corresponding numerical model.

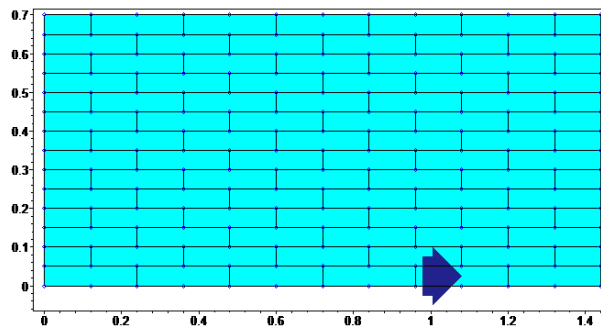


Figure 3. Numerical model.

At least from the 80s these kind of Unilateral Contact problems have been formulated as Complementarity problems. Their principal characteristic is to include, at least, a Complementarity constraint, that could be express as a requirement of orthogonality between two positive vectors, in other words, as a null dot product, written in equation (1), being in this case \mathbf{y} vectors purely static and \mathbf{z} vectors purely kinematic.

$$\mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = 0 ; \mathbf{y} \geq \mathbf{0} ; \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \quad (1)$$

These kinds of problems are hard and they could: have no solution, have one solution or multiple solutions. It is easy to check a previously calculated solution, but there are no deterministic method that guarantees to find a solution, if this one exists, or evidence that it does not exist. In addition, the main challenge from the practical point of view is [15] that many programs are capable of obtaining without any guarantee of success some kind of solution, but they are not capable of giving the quality of the obtained solution, in other words, they do not find out if the solution is near the corresponding global minimum. It seems necessary a method that rates the obtained solutions.

In [17], the method proposed consists in studying all the possible interval of the onset of collapse solutions, to analyze afterwards the probability of each of the load factors associated to the solutions. With this procedure the probability of collapse generation, for a smaller or equal load factor value compared with the one given, can be calculated.

This procedure requires the calculation of the volume of the set of solutions with load factors smaller or equal to the ones given. This calculation can be solve through exact determinists methods [21] or probabilistic methods [22] being both equivalent from the practical point of view. The first method finds out the implicit form for all the solutions of the onset of collapse and the second method consists in a Monte Carlo simulation that tries to meet with a huge amount of extreme solutions of the onset of collapse. As well, it has been shown that when there is a contact that is imperfect, the solutions are extreme, and the calculation of all the extreme solutions of the onset of collapse appear to be equivalent to the calculation of all the possible combinations of the points of application of the resultant contact forces in the contact surfaces, rejecting those that do not meet the requirements.

The mentioned probabilistic method, although it is less expensive than the exact determinist method, it is still too expensive in computational terms, since the extreme solutions search is done with deterministic methods; therefore, the application is limited for small examples.

A new method is propose where instead of calculating all the extreme possible solutions, it calculates a random wide sample that is significant enough, using the found relationship between contact imperfections and extreme solutions, and the relationship between extreme solutions and the points of application of contact forces. It is propose a random sampling of the extreme solutions assigning in a random way points of application of the contact force. From the physical point of view, we can expect that the unavoidable imperfections in the contact surface will establish, in a random mode, the points of application of the contact force.

2.2. Implementation

The claim of this work is to obtain a wide sampling for the possible solutions for the onset of collapse, with the aim of studying the distribution of the destabilizing action values. In a simple way, the onset of collapse solution should have a valid static solution, that we represent as $\mathbf{y} \in \{\mathbf{E}_y\}$, and it must be a kinematic valid solution represented as $\mathbf{z} \in \{\mathbf{K}_z\}$.

Besides, unilateral contact must be a requirement, so that the elemental displacement is not achievable, in a point of contact, unless the states of stresses have reached the limit value. The conditions already mentioned, since the static and the kinematic solutions have been formulated as a

function of two positive vectors \mathbf{y}, \mathbf{z} , they can be written as a null dot product $\mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = 0$. Therefore a solution for the onset of collapse it is a solution that meets the requirements (2).

$$\mathbf{y} \in \{E_y\}; \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = 0; \mathbf{z} \in \{K_z\} \tag{2}$$

Due to the special characteristics of the constraints that govern the problem (1), once one part of the solution is substituted in the original problem, it turns into a linear problem, being reduced into a equation system and linear inequalities. When we choose a solution of the equilibrium limit $\mathbf{y} = \mathbf{y}'$, the problem is reduced to a linear problem with kinematic variables \mathbf{z} (3).

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}' \Rightarrow \mathbf{z} \in \{E_z\}; \mathbf{y}' \cdot \mathbf{z} = 0 \tag{3}$$

The proposed implementation consists in obtaining multiple values of the point force that would promote the collapse, repeating the following steps:

- 1) Obtain a limit equilibrium solution $\mathbf{y} = \mathbf{y}'$, fixing randomly the points of application for the contact forces. (Fig. 4)

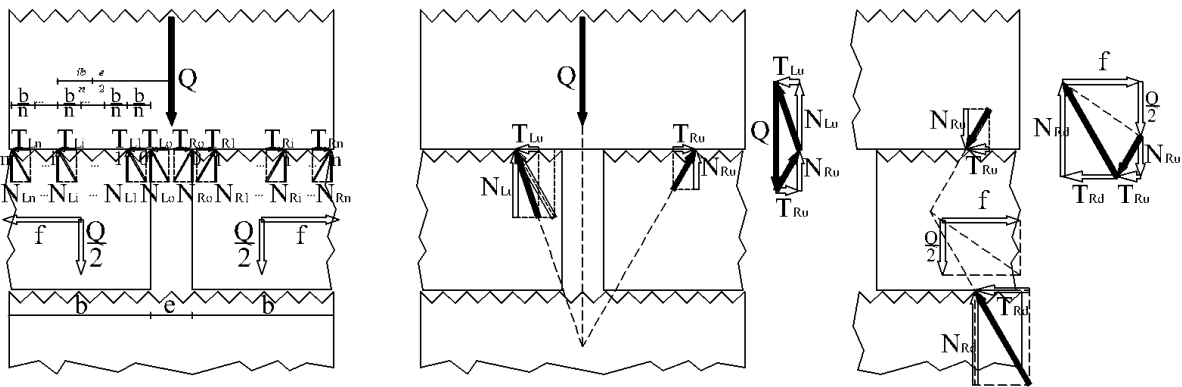


Figure 4. Equilibrium solution with random points of application of the contact forces.

- 2) Find the maximum value of the point load that promotes collapse calculated by Linear Programming (Fig. 5)

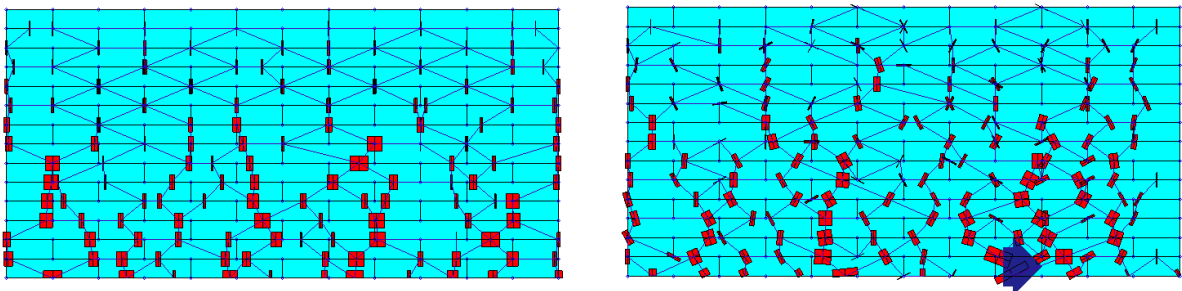


Figure 5. Two random stress states, the first only with their self-weight and the second one with their self-weight and a point load.

- 3) Make sure that the solution is in the onset of collapse.
- 4) Reject all the solutions that do not meet the requirements.
- 5) Calculate the minimum value of the point load that would promote the collapse while keeping the same values of the limit conditions. $y_i = 0$.

The procedure is repeated as many times as it is considered to obtain a large enough sample.

3. RESULTADOS

Although the main objective of this work is to obtain the numerical values of point loads that cause the onset of collapse, we have also obtained the mechanisms, yield lines, corresponding to these loads. In Figure 6 there are represented four of these mechanisms, being the upper left mechanism the one that is produced more frequently compared with the rest.

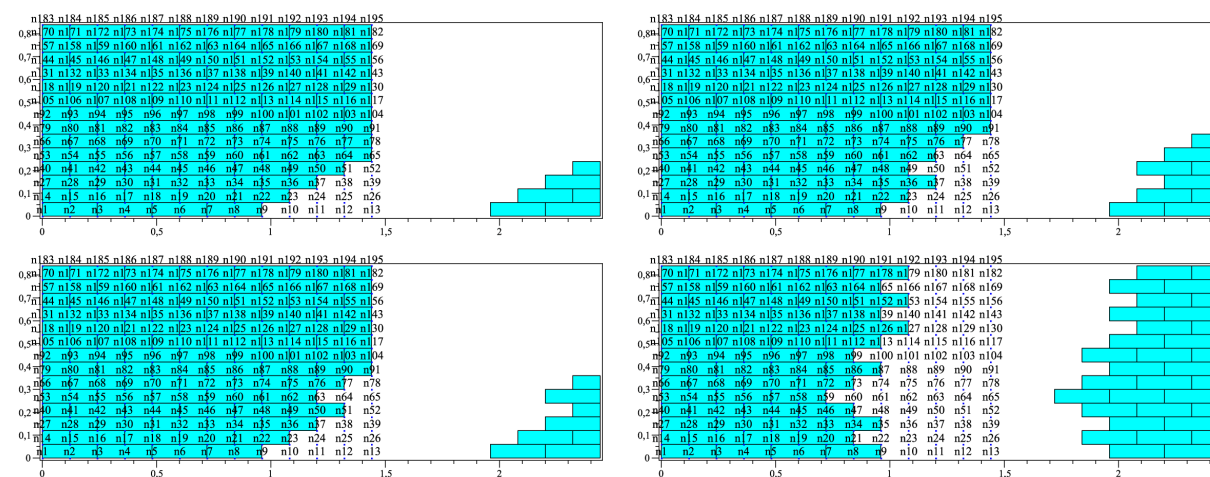


Figure 6. Different collapse mechanisms with simple yield lines.

Figure 7 shows four of the onset of collapse mechanisms from the tests.

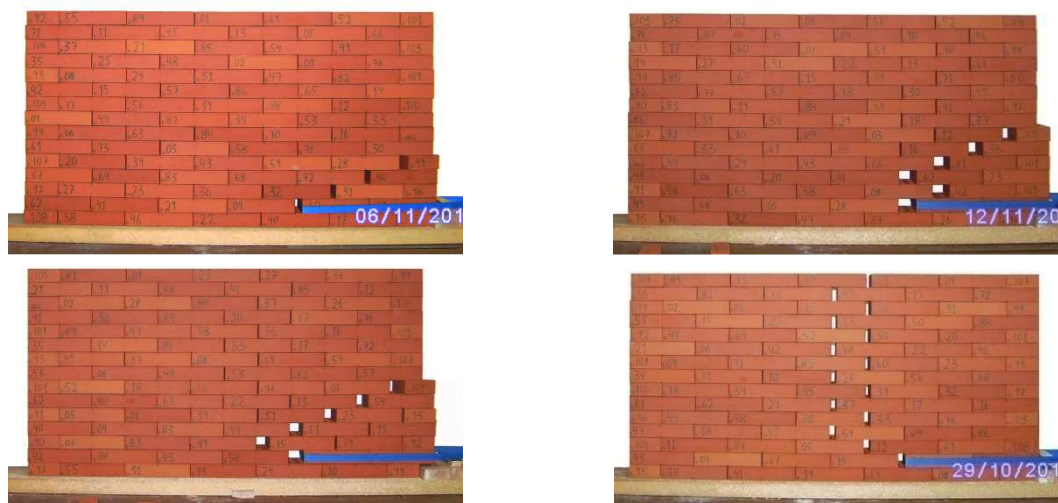


Figure 7. Different collapse mechanisms with simple yield lines

Again it is the upper left mechanism the most repeated one and these same yield lines are included in many other ways of more complex collapse.

As to numerical results, from 1000 obtained solutions by the cited method the results have been compared with the 33 test results. In Figure 8, the model results are in red and the test results in black, in the chart of the left side, relative frequencies are compared, in the central chart we compare the best fit Gaussian Distribution for the experimental results and the Gaussian Kernel Density Estimation for the numerical simulation, and finally in the chart in the right side we compare the best fit Gaussian Distributions for the experimental results and for the numerical results grouped in 33 data classes.

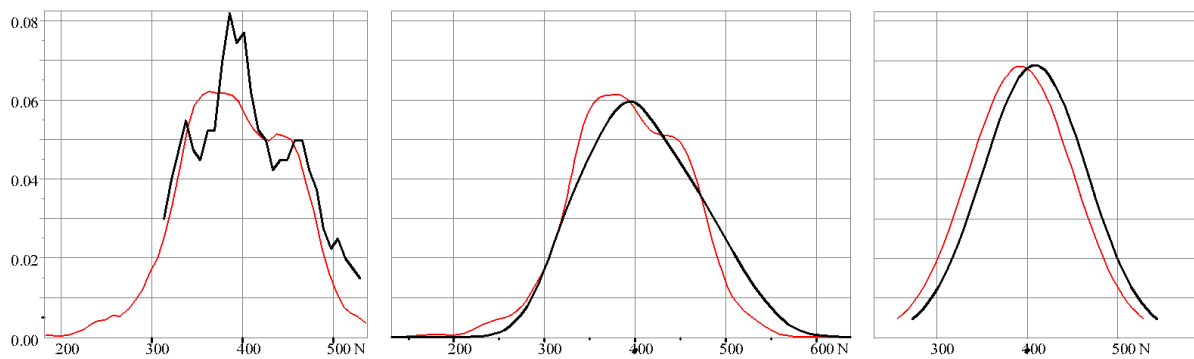


Figure 8. Comparisons of the results of the experimental tests (black) and the model (red): 1) the frequencies, 2) the Gaussian Kernel Density Estimation of model results vs. the best-fit Gaussian (Normal) Distribution of test results and 3) the best-fit Gaussian Distributions of test results vs. model results grouped in 33 data classes.

In Figure 9, it is represented the Relative Cumulative Frequencies.

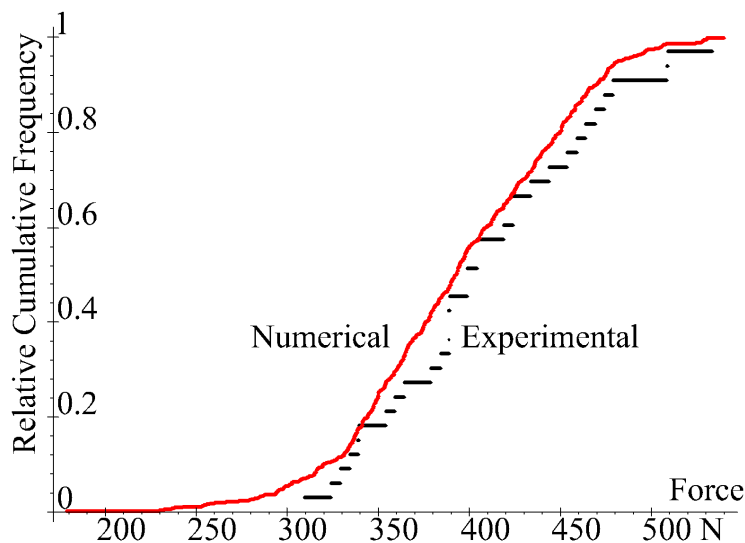


Figure 9. Comparison between Relative Cumulative Frequencies of numerical and experimental results.

As it is shown the Relative Cumulative Frequencies of the numerical method is near but always above the corresponding of the experimental results. The two sample Kolmogorov-Smirnov test [23] confirms this situation, giving a p-value of 0.994 for the "Numerical model < Experimental test" hypothesis. This concludes that the use of the model results is reliable in contrast to the experimental results.

The results have also been compared with the ones obtained by several numerical methods of single solution (Fig. 10). In addition, the best fit Gaussian Distribution for the experimental results and the Gaussian Kernel Density Estimation for the numerical simulation are shown in black and red.

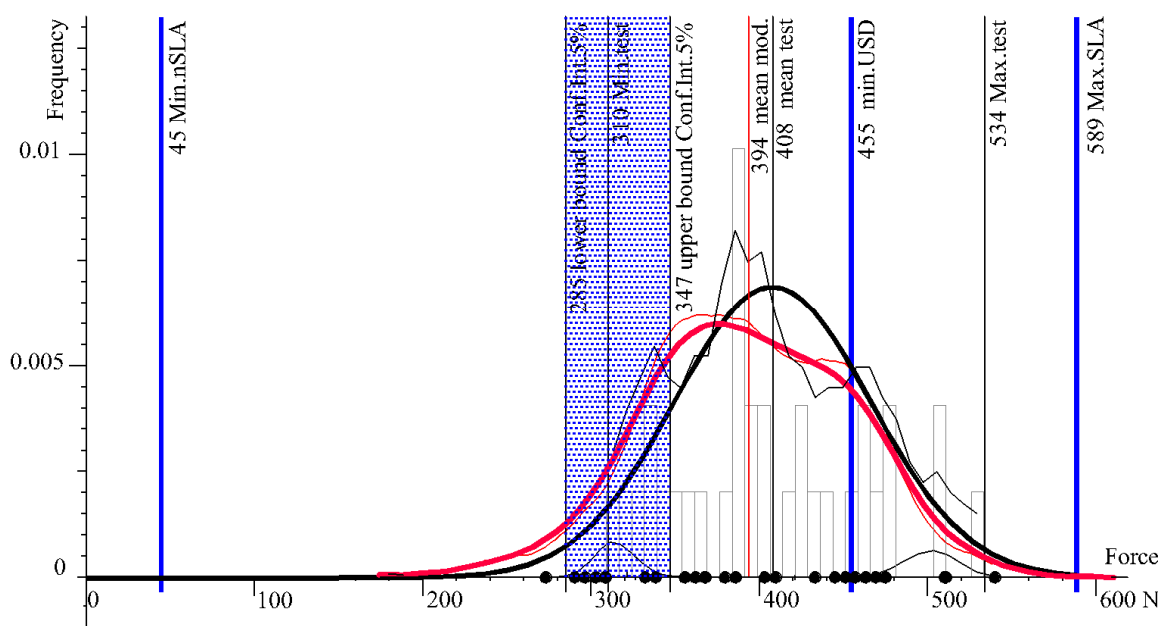


Figure 10. Comparison between: the frequency of test results (thin black line), the frequency of model results (thin red line), the best-fit Normal (Gaussian) Distribution of test results (thick black line), the Gaussian Kernel Density Estimation of model results (thick red line), the confidence interval of characteristic value of test results and the single value which is obtained by other numerical methods.

The Relative Frequencies Distribution corresponding to the onset of collapse of the numeric model and of the experimental test are represented too (Fig 10).

In Table 1, it is shown the comparison between the characteristic values, meaning the 5% percentiles, between the model and the test. Once more, the values are quite accurate and in the safe side.

Table 1. Comparison between the characteristic values of numerical methods and experimental results.

Numerical model		Experimental test	
5% percentile	99% confidence interval 5% percentile	99% confidence interval	5% percentile
298 N	282 N	285 N	347 N

3. DISCUSSION

The structure where the tests were executed and the load conditions corresponds to a particular case. However the present case has a practical interest, since this mode of failure by sliding can occur in those parts of the historic buildings subjected to strong thrust in the direction of the joint and at low compression along the perpendicular direction. This could happen in the upper parts of buttresses, the upper bands of masonry shear walls under thrust of roofs or transverse walls, or the anchorage zones for tension ties.

All the solutions obtained in the tests are within the range of feasible solutions to the Non-Standard Limit Analysis, nevertheless, in the studied case this range is wide. In this case, the maximum load factor obtained by Standard Limit Analysis may be unsafe. The minimum load factor obtained by non-Standard Limit Analysis, is not always the actual load factor of the onset of collapse, in fact it never happened for the current tests. Therefore, their use may produce overly conservative results, besides being very expensive computationally.

Other methods such as Rankine, Uniform Stress Distribution, that produce intermediate results gives values that are closer to the characteristic value obtained in the tests but may be unsafe.

The proposed method, which ignores the elastic deformation of the material but considers the discontinuity of the material and the irregular surfaces contact, gets tighter results and reflects in a more suitable way the dispersion of the experimental results.

A model that also incorporates elastic deformations would be even tighter, however would not give safer results for each of the studied random cases, because the minimum value of the load that will cause the collapse has been calculated and the incorporation of new constraints will give a new minimum equal or higher than the calculated one.

4. CONCLUSION

As a conclusion, it should be noticed that in the studied case of dry masonry or similar structures when the collapse is caused by sliding and the actions are point loads, the approach that considers randomness in contact conditions as the proposed here and [17], could give best fit results with experimental data rather than with other methods whose solution is unique.

REFERENCES

- [1] Kooharian, A. (1952). Limit Analysis of Voussoir (segmental) and Concrete Arches. *Proceedings of American Concrete Institute*. 49(24):317-328.
- [2] Heyman J. (1966). The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*. 2(2): 249-256.
- [3] Orduña, A. & Lourenço, P.B. (2001). Limit analysis as a tool for the simplified assessment of ancient masonry structures. *In Historical Constructions, Guimarães: University of Minho*. 511-520.

- [4] Charnes, A. and Greenberg, H.J. (1951). Plastic collapse and linear programming. *Bulletin of the American Mathematics Society*. 57:480.
- [5] Dorn W. S. (1955). *On the Plastic Collapse of Structures and Linear Programming*. Dissertations. Carnegie Institute of Technology. Paper 85
- [6] Charnes, A., Lemke, C.E. and Zienkiewicz, O.C. (1959). Virtual Work, Linear Programming and Plastic Limit Analysis" *Proceedings of the Royal Society of London. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 251(1264):110-116.
- [7] Livesley R.K. (1978). Limit analysis of structures formed from rigid blocks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 12(12):1853-1871.
- [8] Gilbert, M., and Melbourne, C. (1994). Rigid-block analysis of masonry structures. *Structural engineer*, 72(21):356-361.
- [9] Drucker, D. C. (1953). Coulomb friction, plasticity, and limit loads. Sliding friction versus plastic resistance. *Transactions of American Society of Mechanical Engineers*. 76:71-74.
- [10] Fishwick, R.J. (1996). *Limit analysis of rigid block structures*. Ph.D. thesis. Department of Civil Engineering University of Portsmouth.
- [11] Magdalena-Layos, F. (2013). *El problema del rozamiento en el análisis de estructuras de fábrica mediante modelos de sólidos rígidos*. Ph.D. thesis. Technical University of Madrid.
- [12] Ferris, M. C. & Tin-Loi, F. (2001). Limit analysis of frictional block assemblies as a mathematical program with complementarity constraints. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(1):209-224. doi:10.1016/S0020-7403(99)00111-3.
- [13] Cottle, R.W., Pang, J.S. & Stone, R.E. (2009). *The linear complementarity problem*. SIAM Classics in Applied Mathematics. doi:10.1137/1.97808987190 00.
- [14] Garey, M. R. & Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability*. New York: Freeman.
- [15] Hu, J., Mitchell, J. E., Pang, J.S., Bennett, K. P. & Kunapuli, G. (2008). On the global solution of linear programs with linear complementarity constraints. *SIAM Journal on Optimization*, 19(1):445-471. doi:10.1137/07068463x.
- [16] Gilbert, M., Casapulla, C. and Ahmed, H. M. (2006). Limit analysis of masonry block structures with non-associative frictional joints using linear programming. *Computers & Structures*, 84(13):873-887. doi:10.1016/j.compstruc.2006.02.005.
- [17] Magdalena-Layos, F., Hernando-García, J. I. (2014). Análisis Límite de estructuras de fábrica como problema de contacto unilateral: un enfoque probabilista. *Informes de la Construcción*, 66(extra-1): m015, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.13.098>.
- [18] Roca, P., Cervera, M. & Gariup, G. (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 299-325. doi:10.1007/s11831-010-9046-1.
- [19] Orduña, A. & Lourenço, P. B. (2005). Three-dimensional limit analysis of rigid blocks assemblages. Part II: Load-path following solution procedure and validation. *International journal of solids and structures*, 42(18), 5161-5180. doi:10.1016/j.ijsolstr.2005.02.011.
- [20] Tran-Cao, T. (2009). *Collapse analysis of block structures in frictional contact*. (Tesis doctoral). The University of New South Wales.
- [21] Büeler, B., Enge, A. & Fukuda, K. (2000) Exact volume computation for polytopes: A practical study. In *Polytopes - Combinatorics and computation*. Basel: Birkhäuser, 131-154. doi:10.1007/978-3-0348-8438-9_6.

- [22] Rubinstein, R.Y. & Kroese, D.P. (2007). *Simulation and the Monte Carlo method*. Wiley. com. doi:10.1002/ 9780470230381.
- [23] Nikiforov A.M. (1994) Algorithm AS 288: Exact two-sample Smirnov test for arbitrary distributions. *Appl. Stat.*, vol.43, No. 1. (pp.265-270).

Sliding collapse in masonry structures: experimental tests

Magdalena, Fernando¹, Aznar, Antonio², Hernando, José Ignacio³, Magdalena, Eva⁴

ABSTRACT

Thirty-three static load tests were carried out in dry masonry walls. These walls have been subjected to their self-weight and to a horizontal load to promote a sliding failure between the blocks. The point of application of the load has been unchanged. All the walls have been constructed with the same ninety eight blocks. The disposition of the blocks have been done randomly in each of the walls to place the imperfections randomly too.

The two objectives of this work have been: firstly, to obtain plenty of sliding tests which could enable to form a statistical judgment of the results, and secondly, to compare them with the results from several numerical methods commonly used, especially with the non Standard Limit Analysis (nSLA) ones.

Keywords: sliding collapse, masonry structures, load test.

1. INTRODUCTION

Safety assessment of historical masonry structures, especially dry masonry and those in which the condition and even the presence of joint material is unknown, it is still a matter of discussion [1].

These structures can be modelled as an Unilateral Contact Problem between bodies. From the 80s, these kinds of problems have been solved as Complementarity Problems (CP) [2,3]. These problems have multiple solutions when the collapse is produced with sliding. The author's numeric simulations [4,5] show that these solutions could have a wide dispersion degree and that not all of them are equally probable.

Even though a large number of masonry structures have been tested [6,7,8,9,10,11,12], in most of the cases rocking was the principal collapse mechanism, resulting in a small dispersion in the results. The number of tests in which the collapse is produced by sliding is considerably lower [13].

Our will is to study the effect of sliding in the collapse of masonry, which means that our tests will be carried out on specimens only subjected to their self-weight composed with a relatively high horizontal external force, as a simulation of the mechanical behaviour of upper parts of buttresses, the

¹ DCAC-ETSEM. Technical University of Madrid (SPAIN). fernando.magdalena@upm.es (Corresponding author)

² Department of building structures-ETSAM. Technical University of Madrid (SPAIN). antonio.aznar@upm.es

³ Department of building structures-ETSAM. Technical University of Madrid (SPAIN). joseignacio.hernando@upm.es

⁴ Sciences Faculty-UAM Autonomous University of Madrid (SPAIN). eva.magdalena@estudiante.uam.es

upper bands of masonry shear walls under thrust of roofs or transverse walls, or the anchorage zones for tension ties.

Here we propose an experimental test with a dry masonry wall subjected to a horizontal point load and in its same plane. The interest of this test is that, with the right selection of the piece's form and the right point of application of the load, it is possible to achieve a quasi-static way to collapse by pure-sliding.

2. EXPERIMENTAL TESTS

A wall of dry masonry was subjected to a series of load tests, where the actions were the self-weight and a horizontal load. The objective was to obtain plenty of sliding tests which could enable to form a statistical judgment of the results and compare them with the results from several numerical methods commonly used. The experimental tests were done in the Building Structures Department laboratory, ETSAM, Technical University of Madrid. All tests were performed under controlled environmental conditions both for temperature (20°C±2) and for relative humidity (R.H. 40%±10), measured by means of a Hydromette HT-85-T hygrometer.

2.1 Materials

All the tests have been carried out on dry brickwork masonry walls. Brick pieces were chosen as base material due to its geometrical consistency, its geometrical features can be found on Table 1, where %Min stands for the difference in percentage between minimum and mean values. Min stands for the minimum value, Max for its maximum, SD for the standard deviation, CV for the coefficient of variation (standard deviation / mean) and %Max for the difference in percentage between the maximum and mean values.

Table 1. Features of the brick HD R-20 used in experimental tests

	%Min	Min	Mean	Max	%Max	SD	CV %
length mm.	0.42	239	240	24.1	0.42	0.50	0.20
width mm.	0.35	115	115.4	116.0	0.51	0.51	0.43
height mm.	1.05	49.8	50.3	50.8	0.94	0.21	0.41
weight N	0.63	16.42	16.52	16.76	1.43	0.07	0.42

Friction coefficients have been obtained by means of the same methods and apparatuses used in the tests described below, and under those same conditions, obtaining a mean value of 0.52 and a standard deviation of 0.03.

2.2 Test description

The experiment was repeated 33 times, with the same general layout: the same point of application of the horizontal load and the same procedure (Fig.1), varying the position of the pieces in each test. Brickwork walls are 15 rows in height for a total number of 98 pieces (82 full-sized bricks and 8 of them split in two halves).

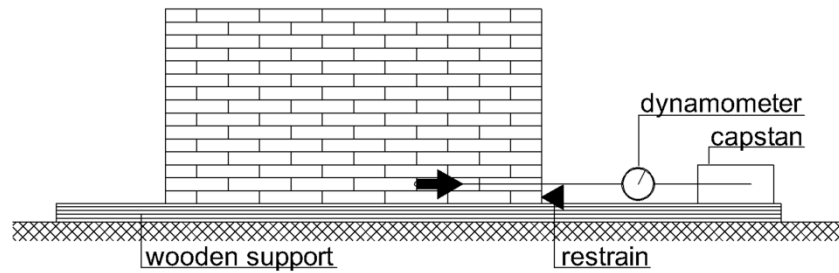


Figure 1. Diagram of the test.

With all the bricks numbered, the method known as Fisher-Yates-Durstenfeld shuffle [14] has been used to ensure the randomness in the position of the pieces. (Fig. 2)

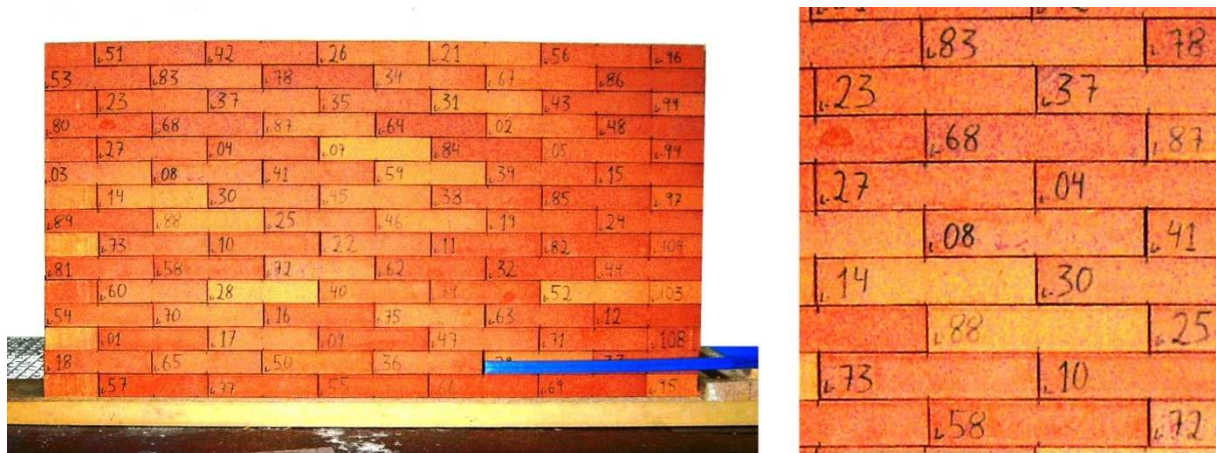


Figure 2. Application of Fisher-Yates-Durstenfeld shuffle.

The test procedure consists in applying an increasing horizontal load at the second lower row of the specimen, being the displacements of the first row restricted at the edge.

The application of the load begins immediately after the construction of the wall. Load is introduced on the specimen by means of a Imnasa-350 capstan, and using a Sauter FA-500 dynamometer the load data is measured.

Once load starts to be applied, as soon as sliding opposition intensity decreases the horizontal load is forced to vanish. Then the gap that appears on the point of the brick where load was applied, is measured and recorded.

Finally, this same process is repeated several times, and the yield line progression data are retrieved and recorded.

2.3 Test results

The obtained results have been tabulated, statistically treated and compared with the results obtained by numerical methods.

In Table 2 there are shown the results for the load that promotes the beginning of sliding at the initiation of each experimental test.

Table 2. Results of test (load in N).

309.5	324.1	329.1	334.4	339.1	339.4	354.3	359.1	364.4	379.0	384.2
388.9	389.0	389.0	389.3	398.9	398.9	404.3	404.3	418.9	424.2	424.2
433.8	433.8	453.8	459.2	463.8	469.2	474.2	479.0	508.6	509.1	533.6

Using the same abbreviations as shown on Table 1, some descriptive statistics for the previous values are shown on Table 3.

Table 3. Statistics of tests (load in N).

Nº	%Min	Min	Mean	Max	%Max	SD	CV %
33	24.20	309.5	408.3	533.6	30.68	58.03	13.99

The implementation of several goodness of fit tests and normality tests allows to conclude that a Normal (Gaussian) distribution seems to be the best-fit option. A most likely range of values for the most relevant statistic parameters has to be found. Hence, as a conclusion, confidence intervals are obtained only for case D, for the 5% percentile and other parameters, for a 99% confidence level after using resampling methods [15] applied on the best-fit normal distribution (parametric bootstrap).

In Figure 3, values for tests having a zero initial gap and functions are shown: a histogram scaled to 0'50, the frequency distribution, the best-fit normal distribution, maximum and minimum values retrieved from tests and the 5% percentile confidence interval of those values for a 99% confidence level.

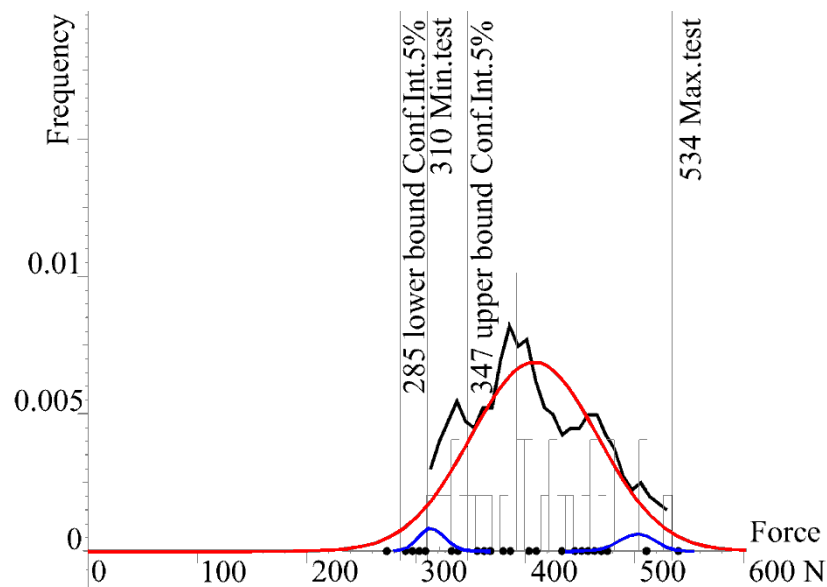


Figure 3. Graphic of experimental results.

Numerical results for confidence intervals are shown on Table 4.

Table 4. Confidence intervals (load in N).

Confidence intervals at 99% confidence level	5% percentile	Mean	95% percentile
	285-347	383-435	460-538

All the values shown correspond to the loads that promotes the beginning of sliding in each experimental test.

The behaviour after the beginning of sliding is not uniform. In some cases, small changes due to gaps, promotes sharp increases or decreases in the sliding resistance.

In Figure 4 the initial gap vs load (force) points are represented. These points correspond to couples of values obtained for all tests. Those belonging to the same test are linked by straight lines

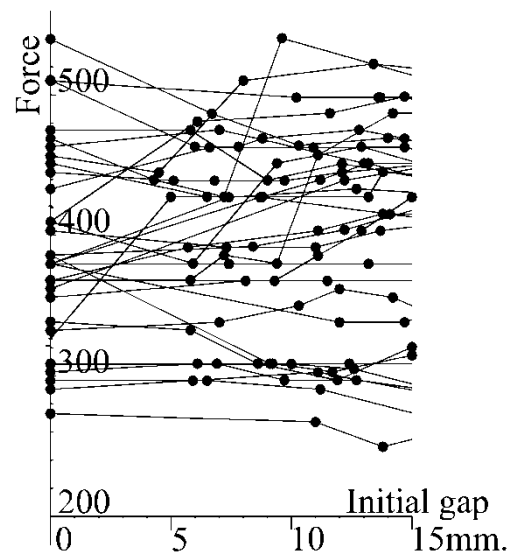


Figure 4. Evolution of sliding resistance during the experimental tests.

This non-uniform behaviour provokes that during the experimental tests, different yield lines could appear giving complex breaking patterns.



Figure 5. Different collapse mechanisms examples during the same test.

There has been a variety of collapse mechanisms with one or more yield lines (Fig. 6). Not all of them have been equally probable. In some cases the collapse mechanism has been the same as in case 1, with small variations.

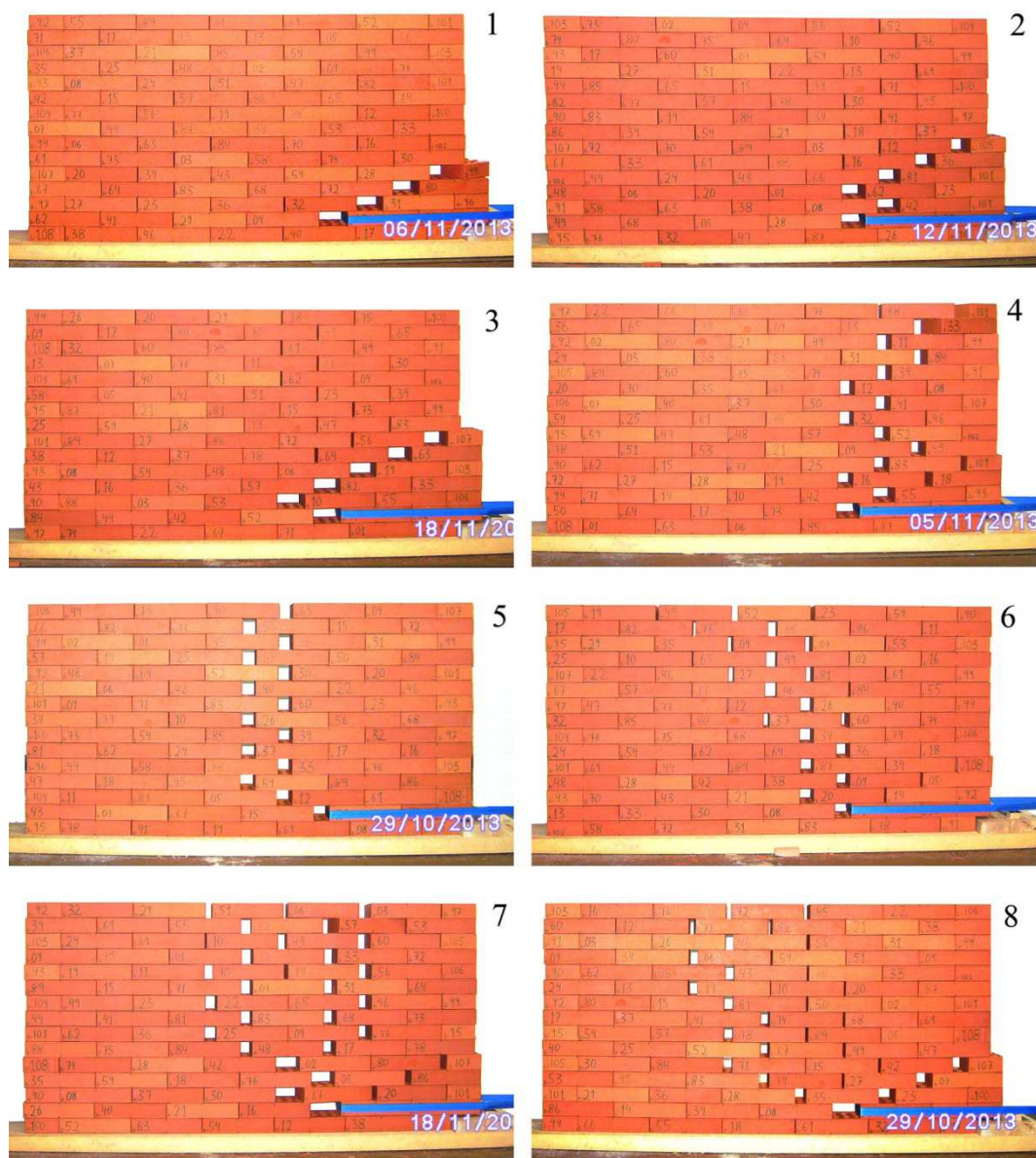


Figure 6. Different collapse mechanisms in different tests.

3. COMPARISON WITH SOME NUMERICAL METHODS

3.1 Applied methods

The numerical methods here used are:

min nSLA: minimum value of non-Standard Limit Analysis (without dilatancy), as described in [2,3,5].

min USD: minimum value of Uniform Stress Distribution, following Rankine theory about frictional tenacity [16].

max SLA: maximum value of Standard Limit Analysis, obtained by Limit Analysis by Linear Programming [17,18].

This previous selection does not involve any preliminary judgement on the suitability that these methods may bring to our purposes.

In addition, a calculation has been done using linear FEM and contact elements using the commercial software ANSYS. The results are not shown here since they are exactly the same as the obtained by min USD. The use of non-linear finite elements with non-associative friction laws is beyond of the scope of this work. None of the compared results take into account the material deformation, although the min USD do it indirectly by assuming a uniform distribution of the stresses (and strains) in each bed joint.

The max SLA (maximum value of Standard Limit Analysis) obtains the maximum of all the possible values, not considering the strength of the joint material.

The min nSLA (absolute minimum value of non-Standard Limit Analysis - without dilatancy) obtains the minimum of all the possible values not taking into account the strength of the joint material.

Any other method that does not consider the strength of the joint material will give an intermediate result between both sides; this is what happens with min USD (minimum value of Uniform Stress Distribution).

Regarding to min nSLA it has to be mentioned that: although the simplest formulation for the non-standard Limit Analysis is posed as a Linear Complementarity Problem and, therefore, it stands as a great difficulty [19,20,21], in our case, once a yield line has been selected and the corresponding limit conditions are substituted in the original problem, it turns out a linear problem and the global minimum can be obtained by means of linear programming. In the present work once we test a number of yield lines, it is proved that the one represented is the minimum value. (Fig. 7)

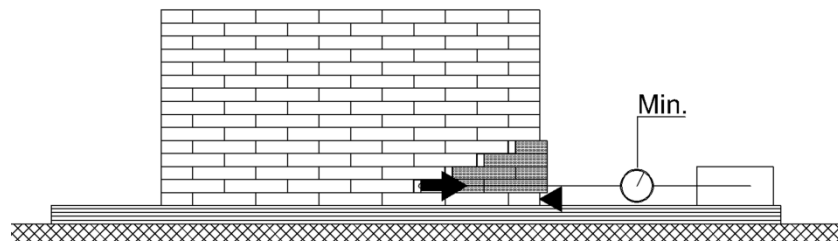


Figure 7. Collapse mechanism corresponding to min nSLA

In the described case it is possible that the only load that takes part in the resistance to sliding is the self-weight of moving blocks, since it exist an equilibrium solution for the blocks that have remained in their position (Fig. 8).



Figure 8. The wall after collapse.

3.2 Comparison of the results

In Table 5 and in Figure 9 values for tests having a zero initial gap and functions are shown again. All values are compared with those retrieved from numerical methods.

Table 5. Comparison of numerical methods and experimental results. (force in N).

Min. nSLA	99% confidence interval 5% percentile		Min.USD	Max. SLA
45 N	285 N	347 N	455 N	589 N

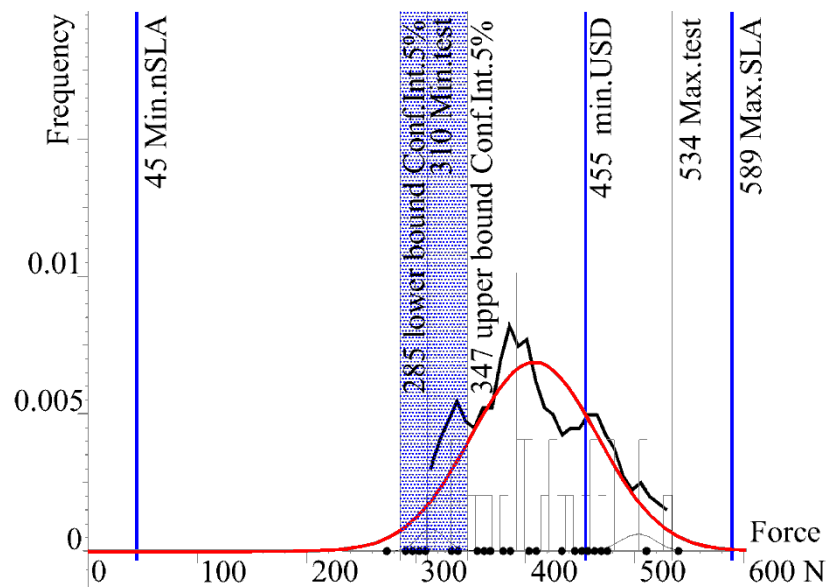


Figure 9. Comparison of numerical and experimental results.

4. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The solution for the onset of collapse, and hence its load factor, is not always unique. It is not possible to explain the experimental data dispersion from the material properties dispersion, since the value of the first one is much greater. Comparing the results of several numerical methods - Minimum of non-Standard Limit Analysis [2], Uniform Stress Distribution [16], Maximum of Standard Limit Analysis [17] - which take into account the discontinuity of the material giving just a single value, it can be seen that this value is quite far from the test characteristic value, namely the 5% percentile.

Moreover, the second and the third methods are unsafe and the first method [2] gives an excessively conservative result (Table 5). Other authors [22,23] have suggested that this last method is excessively conservative, the obtained results confirm this idea. For the cases we have studied, the search for the global minimum by non-Standard Limit Analysis does not seem to prove efficient, either in terms of computational costs or for its accuracy in approximating the actual minimum.

As a conclusion, it is worth to notice that in cases as the one treated, when the contribution of the mortar cannot be taken into account for the strength of the structure and when the collapse is produced by sliding and due to point loads, the dispersion of the results is wide, implying that those

methods that do not take into account the randomness effect, could give results far from the characteristic value of the experimental results. Therefore, a larger research in this field is required, both from the theoretical and the experimental points of view.

REFERENCES

- [1] Roca, P., Cervera, M., and Gariup, G. (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3): 299-325.
- [2] Fishwick, R.J. (1996). *Limit analysis of rigid block structures*. Ph.D. thesis. Department of Civil Engineering University of Portsmouth.
- [3] Ferris, M. C. and Tin-Loi, F. (2001). Limit analysis of frictional block assemblies as a mathematical program with complementarity constraints. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(1), 209-224. doi:10.1016/S0020-7403(99)00111-3
- [4] Magdalena, F. and Hernando, J.I. (2013). Análisis límite de estructuras de fábrica como problema de contacto unilateral: resolución por el método de Monte Carlo. In *Proceedings 2nd International Congress on Mechanical Models in Structural Engineering* (pp. 68-77).
- [5] Magdalena, F. (2013). *El problema del rozamiento en el análisis de estructuras de fábrica mediante modelos de sólidos rígidos*. Ph.D. thesis. Technical University of Madrid.
- [6] Pippard, A. J. S., & Ashby, R. J. (1939). An experimental study of the voussoir arch. *Journal of the ICE*, 10(3), 383-404.
- [7] Hendry, A.W., Davies, S R, Royles, R, Ponniah, D A, Forde, M C, and Komeyli-Birjandi, F. (1986). *Load test to collapse on a masonry arch bridge at bargower, strathclyde*. Transport and Road Research Laboratory.
- [8] Melbourne C. and Walker P.J. (1990). *Load test to collapse on a full scale model six meter span brick arch bridge*. Transport and Road Research Laboratory. No. CR 189.
- [9] Feilberg, K. (1999). Bending and Shear Tests with Masonry. *SBI Bulletin 123*. Danish Building Research Institute.
- [10] Oliveira, D. V. (2000). *Mechanical characterization of stone and brick masonry*. Report 00-Dec/E-4, Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, Guimarães, Portugal.
- [11] Restrepo Vélez, L. F., Magenes, G., and Griffith, M. C. (2012). Dry Stone Masonry Walls in Bending—Part I: Static Tests. *International Journal of Architectural Heritage*.
- [12] Restrepo-Vélez, L. F., and Magenes, G. (2009). *Static tests on dry stone masonry and evaluation of static collapse multipliers*. ROSE Research Report 2009/02.
- [13] Bernardini, A., Modena, C. and Valluzzi, M.R. (1998). Load transfer mechanisms in masonry: Friction along a crack within a brick. *Materials and Structures*, Vol,31 pp. 42-48. doi:10.1007/BF02486413
- [14] Durstenfeld, R. (1964). Algorithm 235: Random permutation. *Communications of the ACM* 7 (7): 420. doi:10.1145/364520.364540.
- [15] Davison, A.C. and Hinkley, D.V. (1997) *Bootstrap Methods and Their Application*. Cambridge University Press.
- [16] Rankine, W.J.M. (1858). *A manual of Applied Mechanics*. Richard Griffin & co (pp. 222-226).
- [17] Livesley, R.K. (1978). Limit analysis of structures formed from rigid blocks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 12 (pp. 1853-1871).

- [18] Gilbert, M., and Melbourne, C. (1994). Rigid-block analysis of masonry structures. *Structural engineer*, 72(21).
- [19] Cottle, R.W., Pang, J.S. and Stone, R.E. (2009). *The linear complementarity problem*. SIAM. Classics in Applied Mathematics. doi:10.1137/1.97808987190 00.
- [20] Garey, M. R. and Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability*. New York: Freeman.
- [21] Hu, J., Mitchell, J. E., Pang, J.S., Bennett, K. P. & Kunapuli, G. (2008). On the global solution of linear programs with linear complementarity constraints. *SIAM Journal on Optimization*, 19(1), 445-471. doi:10.1137/07068463x.
- [22] Orduña, A. and Lourenço, P.B. (2001). Limit analysis as a tool for the simplified assessment of ancient masonry structures. *In Historical Constructions, Guimarães: University of Minho*, pp 511-520.
- [23] Gilbert, M., Casapulla, C. and Ahmed, H. M. (2006). Limit analysis of masonry block structures with non-associative frictional joints using linear programming. *Computers & Structures*, 84(13), pp. 873-887. doi:10.1016/j.compstruc. 2006.02.005.

Static, modal and dynamic behaviour of a stress ribbon footbridge: Experimental and computational results

Castaño, Javier¹; Cosido, Óscar²; Pereda, José³; Cacho-Pérez, Mariano³; Lorenzana, Antolín³

ABSTRACT

Response for the static, modal and dynamic problem corresponding to a stress ribbon footbridge is studied. The equilibrium equations describing the problem are coupled nonlinear differential equations which are numerically solved using the finite element method. The objective of this work is to present a proper computational model for such a structure and to check its applicability in predicting not only the static behaviour but also modal parameters and estimate its dynamic response. As the footbridge is continuously monitored, it has been possible to measure the sag and to identify natural modes. This experimental data has been used for updating the finite element model.

Keywords: finite element method, non-linear analysis, experimental techniques, model updating.

1. INTRODUCTION

Cables are common structural members in civil engineering. Although in most of the cases cables are working together with other structural members (beams, plates ...), in the application studied in this paper (stress ribbon footbridge) cables lead (together with the abutments) the structural strength and stability. The simple idea of installing ropes and wooden slabs for crossing a river has evolved in modern bridge designs like the ones of U. Finsterwalder in mid-20th century followed by J. Strasky, among others. Most of the stress ribbon footbridges are built in reinforced concrete using post-stressing techniques. With that typology, the concrete deck contributes with mass and transversal stability but the active tendons are the responsible for the static and dynamic behaviour. Other building alternative is to place precast concrete slabs over the main cables or plates, once pretensioned properly. In the footbridge under study (see figure 1), the plate is 85 m long and is made of steel, being its cross section 3.6 m wide and 30 mm thick.

Despite the wide use of catenary-like structures, its analytical or computational modelling is not straight forward. The main drawback for its study is the geometrical non-linearity associated to the large displacements that appear, so the equilibrium must be established on the deformed configuration. Under certain simplifications (uniform mass distribution, inextensibility ...) there is analytical solution for determining the deformed shape (catenary) and also the natural frequencies and the modal shapes. Note that the solution depends on internal parameters as the weight or the

¹ Mechanical Engineering Division, CARTIF Research Center (Spain). javcas@cartif.es

² A.M. and Computational Techniques Dept., ETSIT, University of Cantabria (Spain). oscar.cosido@unican.es

³ EII/ITAP, University of Valladolid (Spain). pereda@eii.uva.es, cacho@eii.uva.es, ali@eii.uva.es (Corresponding author)

initial tension that cannot be easily identified once the structure is in use. Besides, real cases are affected by elongation due to the axial force, thermal expansion due to the temperature changes and in some cases unequal mass distribution along the structure. For these cases, the solution to the analytical formulation must be obtained by numerical techniques or using computational approaches based on the finite element method. In real applications, internal unknown parameters prevent initial analytical or numerical models to match with experimental results. Standard trial-and-error techniques must be used to estimate proper values of those parameters in a logical range so simulation response can be close to the real one.



Figure 1. Stress ribbon footbridge under study

The objective of this work is to present a proper finite element model for such a non-linear structure and to check its applicability in predicting not only the static behaviour but also the modal and dynamic ones. For that, two different models have been created, one using cable-type elements (1D) and other with shell-type elements (2D). Both models have been updated by numerical iterative methods employing data measured from the actual footbridge. Finally the accuracy of each method is evaluated.

2. MECHANICS OF A SUSPENDED CABLE

The mathematic expressions describing the mechanical behaviour (static and dynamic) of a suspended cable are an ensemble of non-linear coupled differential equations. These equations can only be analytically solved after linearization (Irvine's suspended cable linear theory [1]) and assuming certain simplifications otherwise the solution can only be obtained by numerical analysis.

For hanging plates, the behaviour in the vertical plane is similar considering the plate is working as a membrane. Additionally, transverse and torsional modes can appear. To evaluate these modes general shell theory [3] must be applied. The resulting equations are solved employing numerical

techniques which demand spatial discretization and interpolation in a similar way finite element methods do.

3. APPLICATION TO THE STRESS RIBBON FOOTBRIDGE

The Pedro Gómez Bosque footbridge case is analysed. This pedestrian bridge, sited in Valladolid (Spain), is a slender and lightweight steel stress ribbon structure built in 2011 with only one span of approximately 85 m that provides minimal impact on the surroundings. It mainly consists of a Corten steel sheet 94 m long, 3.6 m wide and only 30 mm thick, which is pretensioned and anchored to the two abutments, which are 2 m not on level. The complete steel sheet is fabricated by 8 m long plates welded. A number of 110 precast concrete slabs 5.2 m long, 0.75 m wide and 120 mm thick, lay on the steel sheet. The structure is completed by rubber pavement and stainless steel and glass handrail. All these structural and functional parts suppose around 23.6 kN/m. Initial pretension on the steel sheet was adjusted so the displacement in the middle were limited to $L/50$ which means 1.7 m.

3.1. Experimental

3.1.1. Static measurements

Surveying techniques combined with photogrammetry ones were used for determining the deformed shape. First, two pairs of reference points were chosen in the abutments. Then, 8 intermediate pairs of points were selected along the deck. Each pair of points is 2.4 m apart in the transversal direction of the deck. All the resulting 10 upstream points were aligned, and also all the downstream ones. Setting the base in the higher abutment, a total station (theodolite integrated with an electronic distance meter) was used to read, with the help of a direct reading optical rod, the distance and elevation of the remaining 9 pair of points. Three measurements rounds were made and mean values obtained. After the statistical analysis, and according to the accuracy of the instrumentation, the maximum error was estimated in 6 mm. Note that the footbridge is prone to oscillate and amplitudes around 10 mm are usual even though the technician using the rods moves carefully. Finally, mean values in each pair of points were used as the reference coordinates for the subsequent adjustment of the finite elements models. This procedure was carried out in two different days with ambient temperatures of 18 °C and 28 °C. Results are shown in figure 2.

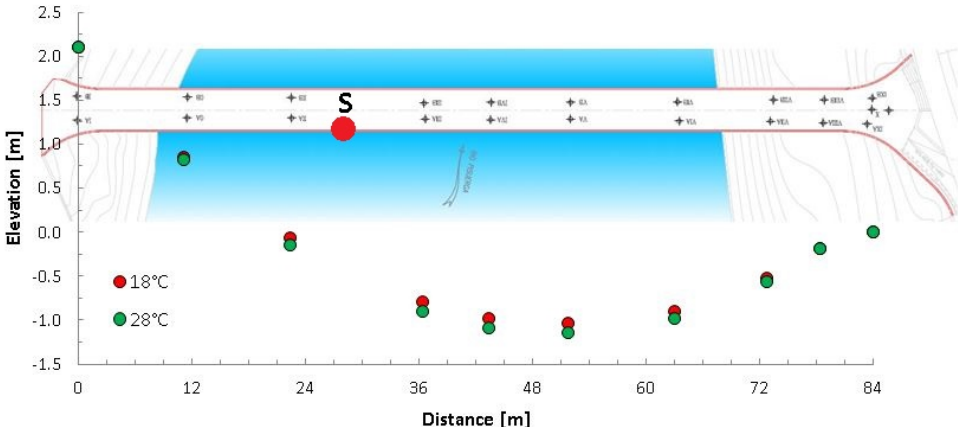


Figure 2. Measured elevations along the deck

Additionally to the topographic data, several photographs were taken and the corresponding 3D virtual model was built. Once adjusted using some reference points, the 3D model can be used (photogrammetry) to check distances and elevations of the selected pairs of points and to measure in any other point.

3.1.2. Modal and dynamic measurements

Since this footbridge was monitored with several accelerometers, the recordings were used to perform an Operational Modal Analysis to determine its free vibration modes. Table 1 presents the seven natural frequencies identified by FFD and SSI techniques at 20 °C. Corresponding modes are shown in figure 4. The notation used is BZ-I for bending modes in the vertical XZ plane, BY-I for bending modes in the horizontal XY plane and TX-I for torsional modes around X axis. *i* is the number of antinodes of the corresponding mode. No longitudinal modes have been observed and horizontal bending modes observed are always coupled with the torsional ones.

Additionally a dynamic test was carried out using an electrodynamic shaker placed in point S (see figure 2). Adjusting different parameters, a sinusoidal vertical force $F(t) = 230 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 1.780 \cdot t) [N]$ was generated during 90 s, as shown in figure 3, being 1.780 Hz the frequency of the fourth vertical bending mode. Resulting vertical accelerations in the same point S ($x = 28$ m) were also registered.

Table 1. Experimental frequencies

$T_{ref} = 20^{\circ}C$	vertical $f_{V,i}$ (Hz)	transversal + torsional $f_{HT,i}$ (Hz)
mode 1	1.020 BZ-1	1.050 BY-1+TX-1
mode 2	0.868 BZ-2	1.530 BY-2+TX-2
mode 3	1.410 BZ-3	2.230 BY-3+TX-3
mode 4	1.780 BZ-4	

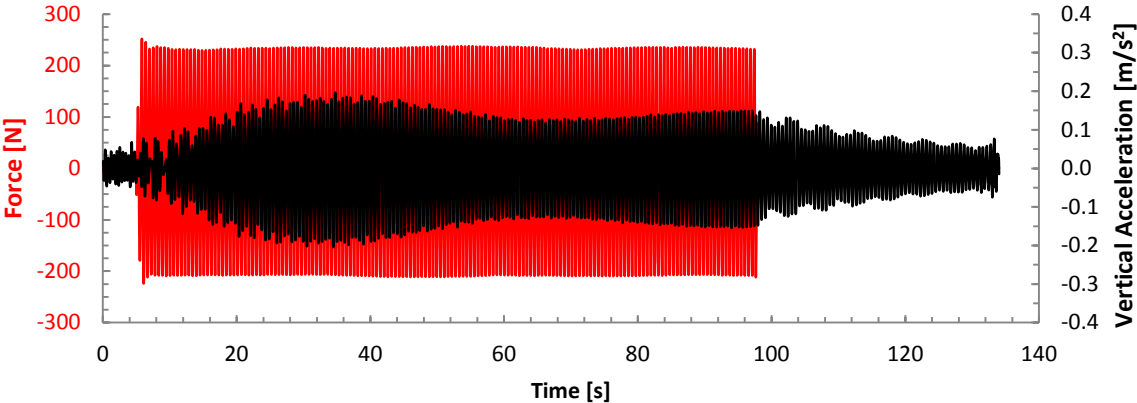


Figure 3. Dynamic test: Forced and free response of the footbridge

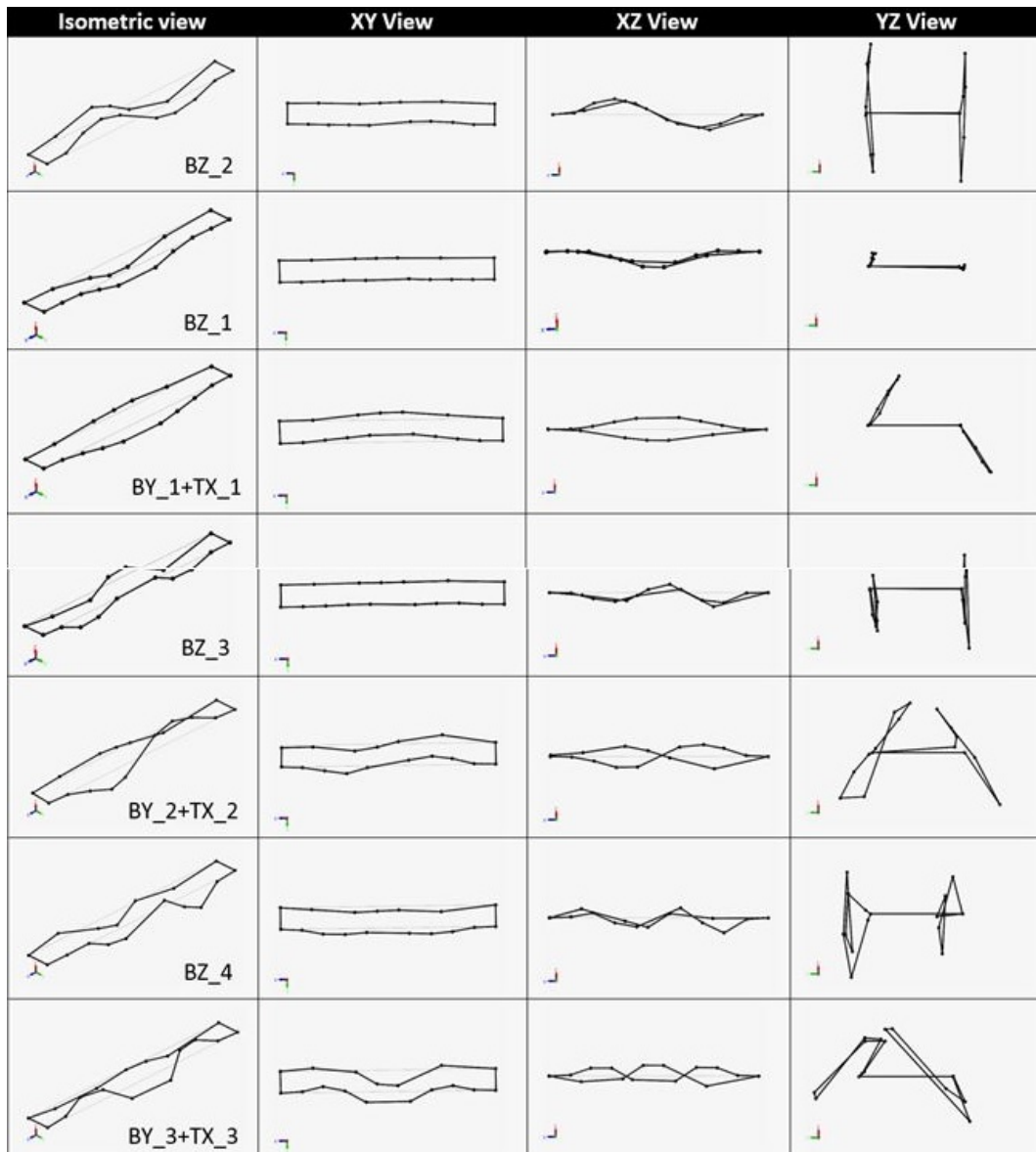


Figure 4. Experimental mode shapes for the first seven modes

3.2. Computational

3.2.1. FE Modelling and Model Updating

The computational part of this work has been done with the finite element software ANSYS® 15.0. Two footbridge models have been created. The first one is made of 200 cable-type elements (LINK180) while the other uses 2400 shell-type elements (SHELL181) instead.

The lack of knowledge of certain internal parameters of the footbridge (like the precise position of the extremes or the elastic properties of the structure as a whole) makes impossible to build a model able to reproduce the actual footbridge's behaviour using only data from the initial design project. Part of this work is setting those parameters to match the experimental static deformed shapes (measured at 18°C and 28°C) and the free vibration modes (measured at 20°C).

The parametric model updating has been carried out by numerical iterative techniques using the ANSYS® DesignXplorer application. The parameters selected for updating were the axial and torsional rigidity, the distributed load, the initial length and the horizontal distance between supports.

3.2.2. Static and modal results

After several goes, considering together the static and modal available data, the values of the governing parameters were fixed according with table 2. The maximum displacements obtained in each updated model are presented in Table 3. The matching achieved between each model and the experimental data is shown in figure 5.

Table 2. Updated parameter's values

Initial length	82.363	<i>m</i>
Horizontal distance	82.280	<i>m</i>
Mass distribution	2417	<i>kg/m</i>
Axial stiffness	4.573E8	<i>N/m</i>
Torsional stiffness	1.982E9	<i>N-m/rad</i>

Table 3. Comparison of sags for different temperatures

Temperature °C	EXPERIMENTAL	FINITE ELEMENT ANALYSIS			
	δ_{max} <i>m</i>	Cable-type model δ_{max} <i>m</i>	Error %	Shell-type model δ_{max} <i>m</i>	Error %
18	1.993	1.956	1.89	1.958	1.78
28	2.107	2.054	2.49	2.057	2.37

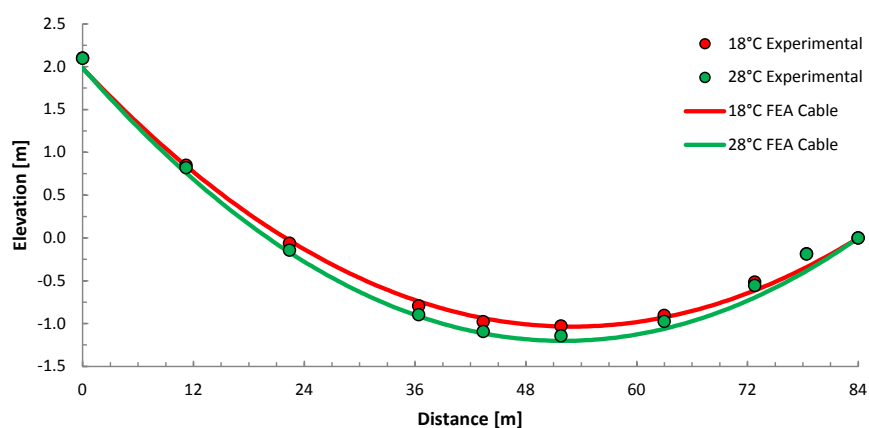


Figure 5. Static deformed shapes for different temperatures

Table 4 shows the natural frequencies for each updated model with a temperature of 20°C. The modal shapes of the cable model and the shell model are shown in figures 6 and 7.

Table 4. Comparison of natural frequencies at 20 °C

Mode	EXPERIMENTAL		FINITE ELEMENT ANALYSIS			
	f_i Hz	Cable-type model		Shell-type model		
		f_i Hz	Error %	f_i Hz	Error %	
BZ-2	0.868	0.867	0.11	0.876	0.92	
BZ-1	1.020	1.063	4.20	1.071	4.95	
BY-1+TX-1	1.050	-	-	1.168	11.20	
BZ-3	1.410	1.425	1.08	1.432	1.58	
BY-2+TX-2	1.530	-	-	1.475	3.58	
BZ-4	1.780	1.736	2.47	1.758	1.24	

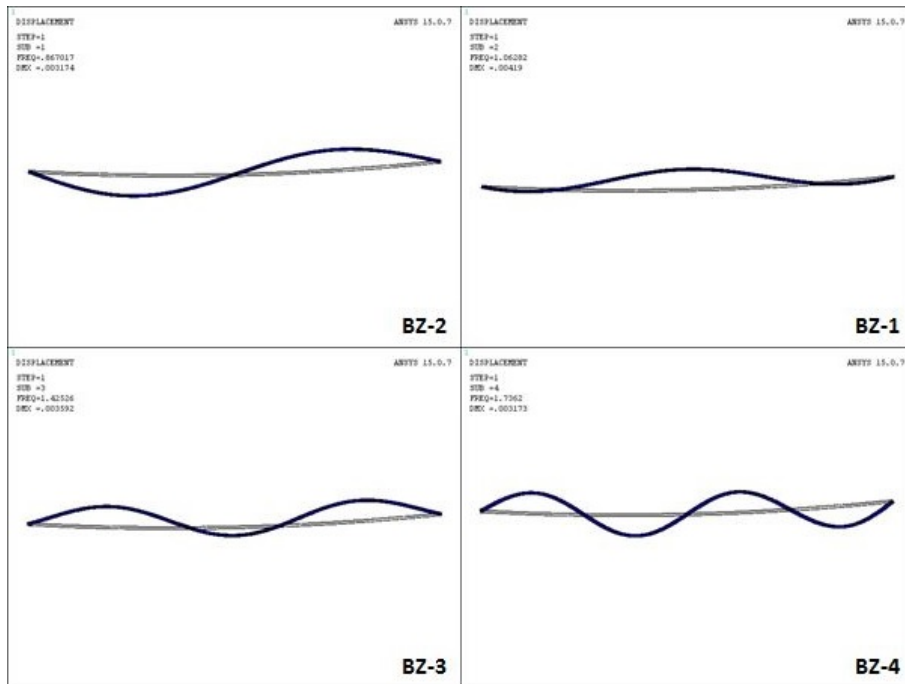


Figure 6. First four modal shapes of the cable FE model

3.2.3. Dynamic results

The structural damping has been introduced using the Rayleigh damping procedure. The damping coefficients alpha and beta have been set to achieve an approximate damping of 0.25% for all the considered modes. This damping ratio has been obtained adjusting the exponential free-decay curve in the structural response shown in figure 4 in the range 100 to 134 s.

In order to simulate the real measuring conditions, the force has been applied at the same point in the model and in the test. The force was a harmonic-type force with amplitude of 236 N and the frequency of the fourth mode of vertical bending that was applied during 100s. After that, the structure was left in free response for another 34 s. The experimental temperature was unknown, so the modal adjustment temperature was taken instead (20°C).

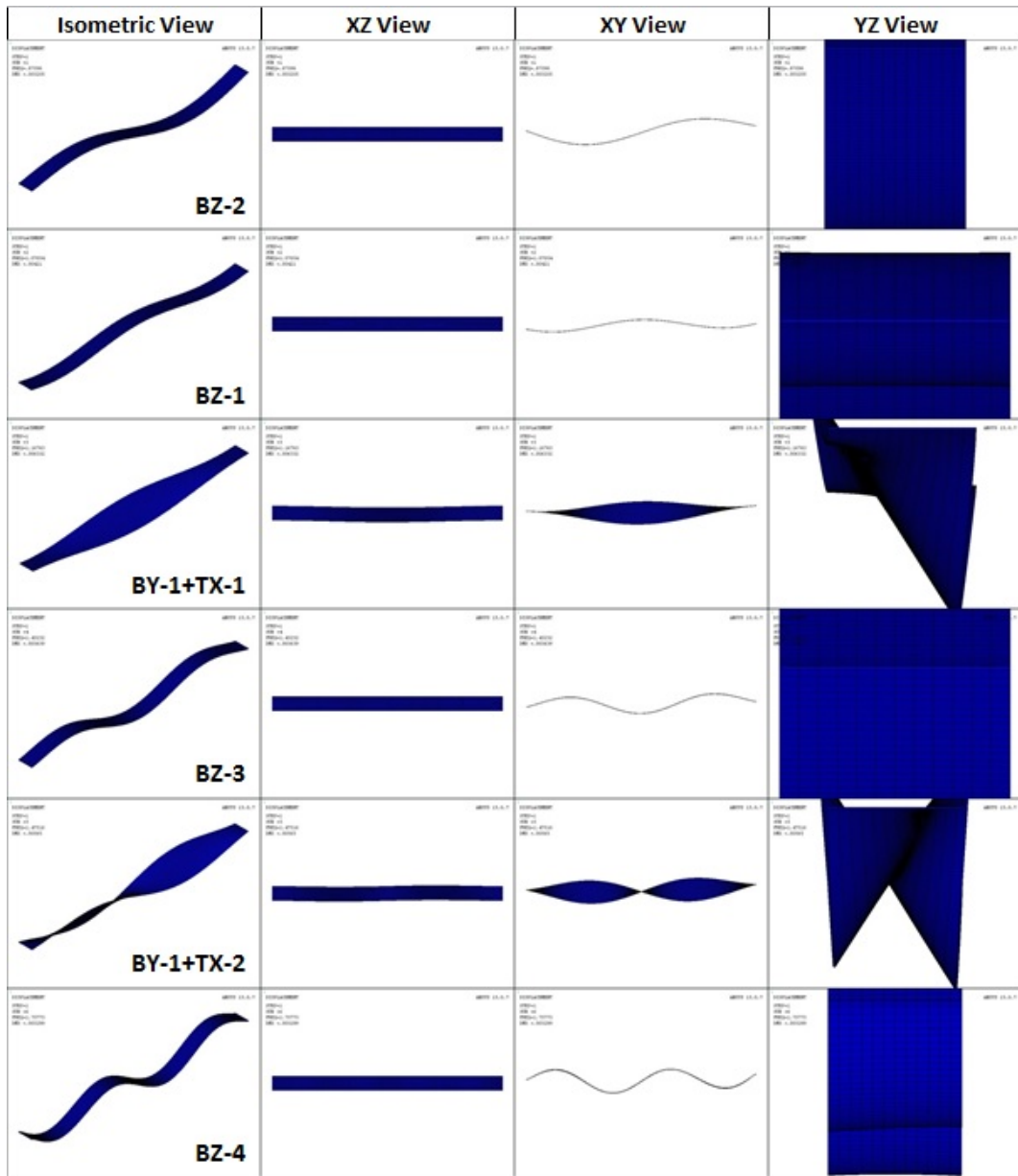


Figure 7. First six modal shapes of the shell FE model

3.2.4. Dynamic results

The structural damping has been introduced using the Rayleigh damping procedure. The damping coefficients alpha and beta have been set to achieve an approximate damping of 0.25% for all the considered modes. This damping ratio has been obtained adjusting the exponential free-decay curve in the structural response shown in figure 4 in the range 100 to 134 s.

In order to simulate the real measuring conditions, the force has been applied at the same point in the model and in the test. The force was a harmonic-type force with amplitude of 236 N and the frequency of the fourth mode of vertical bending that was applied during 100 s. After that, the

structure was left in free response for another 34 s. The experimental temperature was unknown, so the modal adjustment temperature was taken instead (20°C).

The figures 8 and 9 show the vertical acceleration data at the force application point. It can be noted that the response in both models match the one of a system at resonance, but the experimental data doesn't. This happens because the shaker doesn't have the accuracy of the numerical models, being unable to keep the actual structure at resonance. To make the models show this behaviour the force's frequency was modified with a small divert from the resonance (<1%).

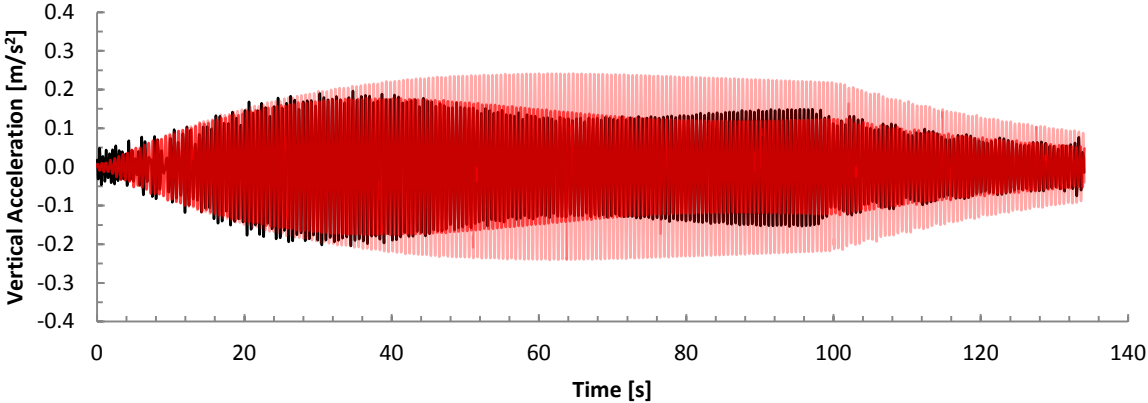


Figure 8. Dynamic response (Cable-type model): **black** - experimental; **pale red** - FEA at resonance; **red** - FEA slightly out of resonance

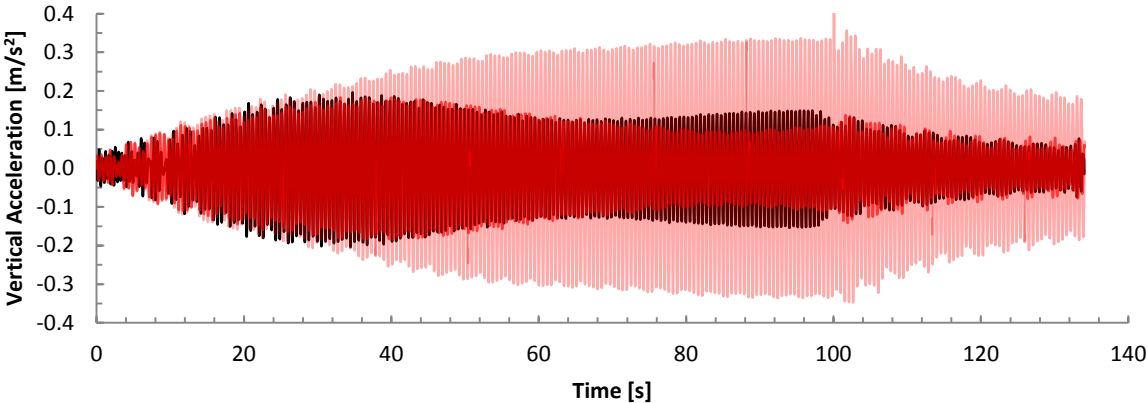


Figure 9. Dynamic response (Shell-type model): **black** - experimental; **pale red** - FEA at resonance; **red** - FEA slightly out of resonance

4. CONCLUSIONS

Cable and shell mathematical models have been developed to simulate the mechanical behaviour of a footbridge. Using the cable model, static and modal response in the vertical direction has been adjusted. But in order to incorporate the behaviour outside the vertical plane it is necessary to formulate the shell model. Once adjusted to static and modal experimental data, both models agree in the vertical direction. Shell model is additionally able to adjust the coupled modes that appear in the horizontal bending and torsional directions.

Using the updated models, the dynamic response matches with the loading test, showing the applicability of the numerical approach to study geometrical non-linear pedestrian structures.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work has been partially funded by the Spanish Government Research Program with the Grant BIA2011-28493.

REFERENCES

- [1] Strasky, J. (2005). Stress ribbon and cable-supported pedestrian bridges. Thomas Telford Publishing.
- [2] Irvine, H.M. (1981). Cable Structures. The MIT Press.
- [3] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. (1959). Theory of plates and shells. McGraw–Hill.
- [4] ANSYS® Mechanical APDL R15.0. Structural Analysis Guide. ANSYS, Inc.
- [5] Lepidi, M., Gattulli, V. (2012). Static and dynamic response of elastic suspended cables with thermal effects. *International Journal of Solids and Structures*, 49(9), 1103-1116.
- [6] Luongo, A., Zulli, D (2012). Dynamic instability of inclined cables under combined wind flow and support motion. *Nonlinear Dynamics*, 67(1), 71–87.
- [7] Bouaanani, N., Ighouba, M. (2011). A novel scheme for large deflection analysis of suspended cables made of linear or nonlinear elastic materials. *Advances in Engineering Software*, 42(12), 1009–1019.
- [8] Sandovic, G., Juozapaitis, A., Kliukas, R. (2011). Simplified engineering method of suspension two-span pedestrian steel bridges with flexible and rigid cables under action of asymmetrical loads. *Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 6(4), 267–273.

Steel Structure in Logroño Bus Station Project

Miguel García Manzanos¹

ABSTRACT

The steel structure of the future bus station Logroño fits within unique structures and architecturally representative buildings. This structure is part of an urban complex that allows integration railroad passing through Logroño (being already built its first phase -Railway Station-).

This structure is substantially symmetrical from the previously executed, and includes a central dome which gives pedestrian continuation over the park located on both stations.

The problem set out is to generate a resistant structure put in place between two unrelated to the resistant form surfaces (the upper urban park and the interior finishes station).

The tridimensional geometric design, complexity of model and measuring process (the high number of load paths under consideration) are factors that attribute an extra value to the structure and affirm their uniqueness.

Keywords: Roof / Three-dimensional / Steel / Space Truss / Dome.

¹ Departamento de Estructuras. TYPESA (ESPAÑA). mgmanzanos@typsa.es (Corresponding author)

1. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

1.1. Introducción y Antecedentes

La cubierta de la futura Estación de Autobuses de Logroño forma parte de un conjunto urbano que permite la integración del Ferrocarril a su paso por la Ciudad, estando ejecutado ya en su fase primera (Estación de Trenes). Se muestra en las siguientes imágenes la configuración en planta del conjunto, tanto a nivel de parque sobre estaciones como a cota de vestíbulo de ambas estaciones.

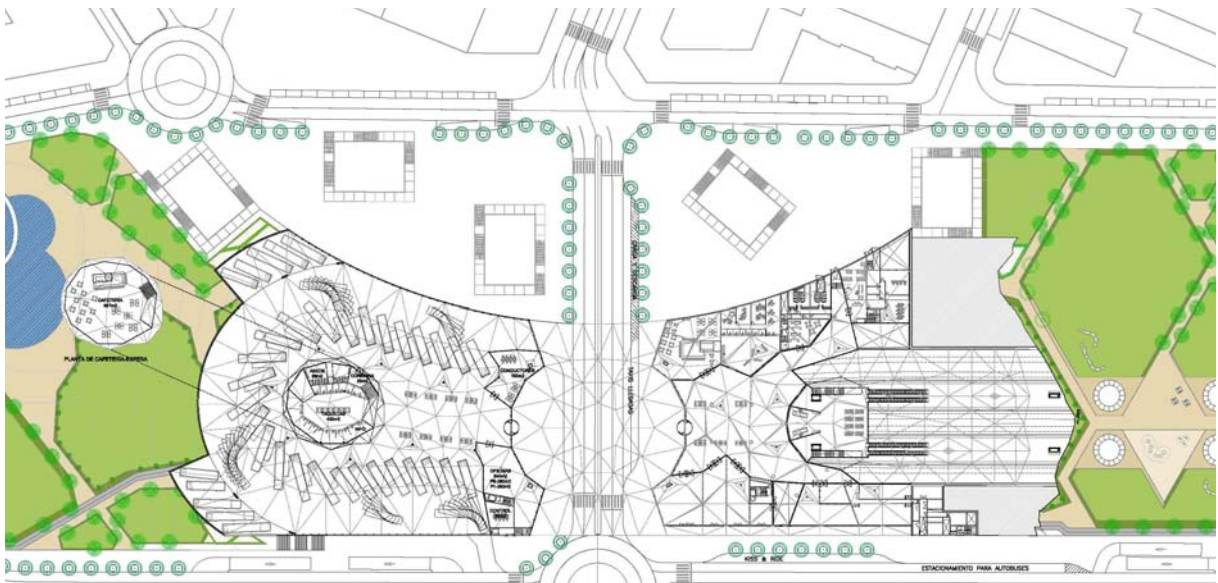


Figura 1. Planta a cota de vestíbulo de las estaciones de FFCC (construida. Derecha) y autobuses (izquierda).



Figura 1. Planta de parque sobre las estaciones de FFCC (construida) y autobuses, con la cúpula central

Las siguientes imágenes de sección longitudinal y transversal respecto a la línea ferroviaria acaban de mostrar el esquema de conjunción entre los espacios edificatorio y urbano.

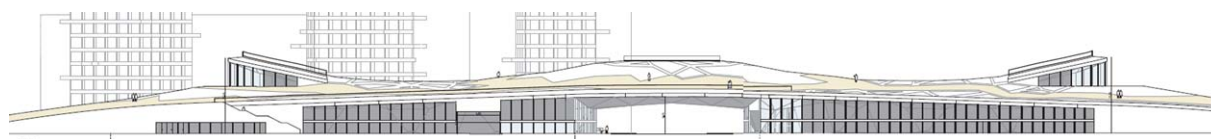


Figura 3. Sección longitudinal de las estaciones de FFCC (construida) y autobuses.



Figura 4. Sección longitudinal de la estación de autobuses proyectada y cajón FFCC existente (ejecutado Fase I).



Figura 5. Sección transversal de la estación de autobuses proyectada y cajón FFCC existente (ejecutado Fase I).

Visto lo anterior, queda argumentada la singularidad del proyecto en los niveles edificatorio, arquitectónico, urbanístico, paisajístico, y de infraestructura del transporte. Esta singularidad, unida a la propia complejidad derivada de la cronología de ejecución de las obras, ha tenido su impacto en la propia concepción y planteamiento de los modelos de cálculo.

Así, durante la ejecución de las obras de la Fase I de la Integración del Ferrocarril en la Ciudad de Logroño, que comprendía tanto la construcción del cajón ferroviario como la Estación de viajeros, quedaron ejecutadas, en previsión, las cimentaciones de la futura Estación de Autobuses.

Esto fue debido, por una parte, al aprovechamiento de los sistemas constructivos (empleo de maquinaria y procedimientos constructivos de cimentaciones profundas -bataches de pantallas y pilotes-) y, por otra, a la imposibilidad de acometer algunos de estos elementos luego de finalizada completamente la fase I ferroviaria (por ejemplo: algunas de las cimentaciones previstas para la

estación de autobuses quedan integradas en el recinto interior del parking de la estación de ferrocarril). Resultaba así evidente que el solape entre el soterramiento y la futura Estación de Autobuses de Logroño ofrecía la posibilidad de aprovechar las pantallas de contención del soterramiento para la colaboración en el apoyo y sustentación de la estructura de la nueva Estación de Autobuses, así como aprovechar igualmente y como se ha señalado la maquinaria especializada existente en el momento de la obra.

Así, los elementos de cimentación ejecutados para la futura Estación de Autobuses durante las obras de la Fase I de la Integración del Ferrocarril constituyeron el punto de partida de los modelos de cálculo estructurales con total antelación respecto a la definición arquitectónica final.

De este modo, y con un control de las posibles incertidumbres (derivadas sobretudo de la geometría final en alzado por definir para la cubierta de Autobuses), se inició el proceso de elaboración de modelos simplificados con el objetivo de determinar las reacciones de la estructura a proyectar y diseñar con ellas las cimentaciones a ejecutar por adelantado.

En las siguientes imágenes pueden verse los primeros modelos de cálculo para el diseño de las cimentaciones (datando de julio de 2010).

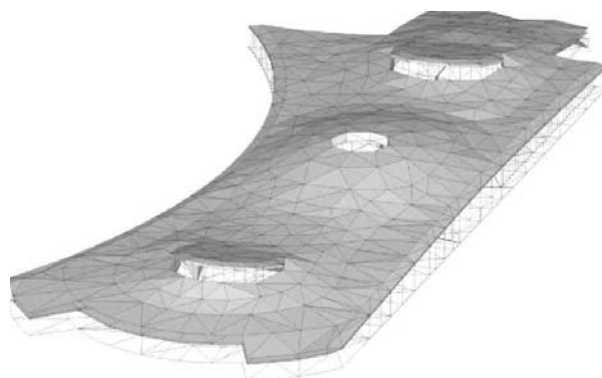


Figura 6. Geometría de superficie de parque para encaje preliminar de cimentaciones

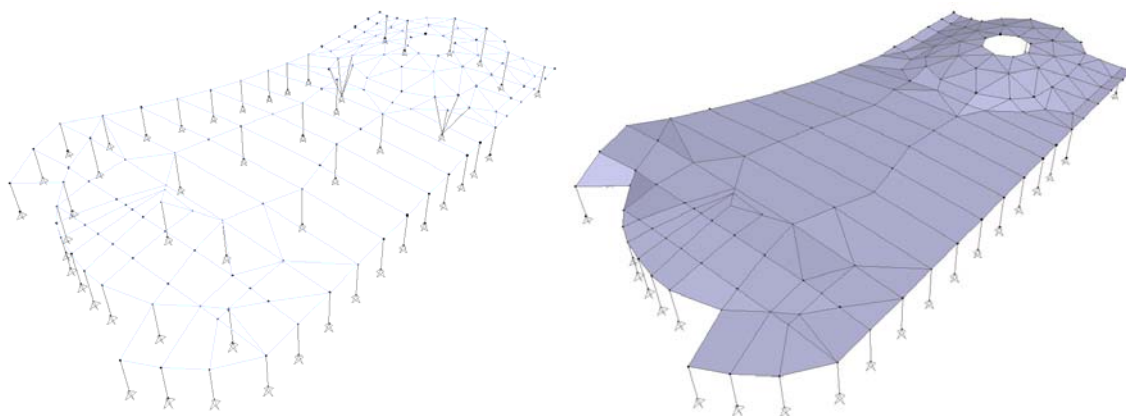


Figura 7. Modelos de cálculo para encaje preliminar de cimentaciones. Elaboración TYPESA m/ SAP2000

En estos modelos de cálculo, la principal incertidumbre para la estimación de las reacciones sobre apoyos para el diseño de las cimentaciones procedía de la falta de definición del peralte de la estructura de cubierta, que condicionaba fuertemente la proporción de las reacciones horizontales (véase en las figuras anteriores que la cúpula y la parte final opuesta de la cubierta presentan elevación, mientras que la parte central se modeló completamente plana).

De dichos cálculos previos resultó el Proyecto de cimentación hasta cota cero de la nueva Estación de Autobuses de Logroño (mayo de 2011), según el cual quedaban sentadas las bases para el futuro proyecto, al tiempo que se fijaba un gran condicionante de cara a su diseño final.

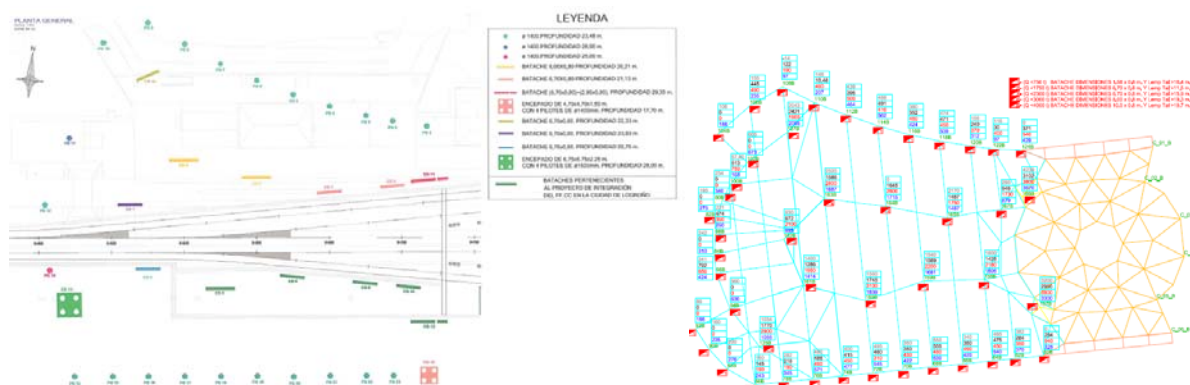


Figura 8. Cimentaciones ejecutadas Modelos de cálculo para encaje preliminar de cimentaciones

En enero de 2014 se recibe el encargo del cálculo y definición a nivel de Proyecto Constructivo de la estructura de la Estación de Autobuses. Conceptualmente, este hito implicaba el cálculo completo y optimizado de una estructura sensiblemente "gemela" -en planta- a la ejecutada para la estación de viajeros de FFCC, cuyas cimentaciones se encontraban ejecutadas en virtud de los encajes previamente referidos, y añadiendo como elemento singular al proyecto la cúpula central de conexión entre ambas estaciones. Puede verse en el panel informativo que a tal efecto elaboró el Promotor. El punto de partida para el diseño de la estructura de cubierta y cúpula puede verse claramente en la siguiente fotografía.



Figura 9. Fotografía aérea del punto de partida para el proyecto de Autobuses (obra de la Fase I ferroviaria)

1.2. Características técnicas y planteamiento general de la estructura singular

La principal característica de la estructura a definir, modelar y calcular, es que su carácter tridimensional ha requerido de un trabajo espacial desde el inicio del Proyecto. Y es que el espacio urbano superior, en forma de parque, se eleva respecto a su entorno generando, a modo de suave promontorio, un espacio interior de "gruta" para albergar las estaciones de trenes y autobuses. Por tanto, existen dos superficies (la del parque urbano superior, y la de acabado interior de la estación) que delimitan, tridimensionalmente, el espacio para albergar la estructura resistente. Ambas superficies son facetadas, quedando compuestas por elementos triangulares, con lo que cada vértice se traduce en un binomio de cotas que delimitan el canto estructural máximo.

Por tanto, el problema planteado radica en generar una estructura resistente encajada entre dos superficies no vinculadas a la forma resistente. Para este propósito, se mantiene la idea llevada a ejecución en la cubierta de la Estación de Ferrocarril, en cuanto a la elección de una tipología de estructura metálica (acero S355) generada mediante celosías que permite, además, definir puntos de control de las geometrías facetadas en los cordones superior e inferior.

Estas cerchas se organizan en familias ortogonales para el cuerpo principal de la cubierta y radiales y circunferenciales para el cuerpo de la cúpula (manteniendo así la compatibilidad del sistema estructural considerado en el cálculo de la cubierta ferroviaria, donde se introdujeron unas reacciones estimadas para la transferencia de la cúpula de acuerdo a lo anterior).

De este modo se consigue cubrir la huella total de la Estación de Autobuses, que asciende a una superficie superior a 11.500 m² (de los que unos 3.000 m² corresponden a la cúpula central, con una luz máxima de trabajo de casi 60 m). A este respecto, las dimensiones del elemento circunferencial exterior de la cúpula corresponden a los ejes mayor/menor de una elipse (aprox.) y valores 56/44 m. En anchura, la cúpula se expande con adicionalmente desde los citados 44 metros hasta los 67. En la siguiente figura puede verse el esquema seguido por el cuerpo principal de la estación de FFCC.

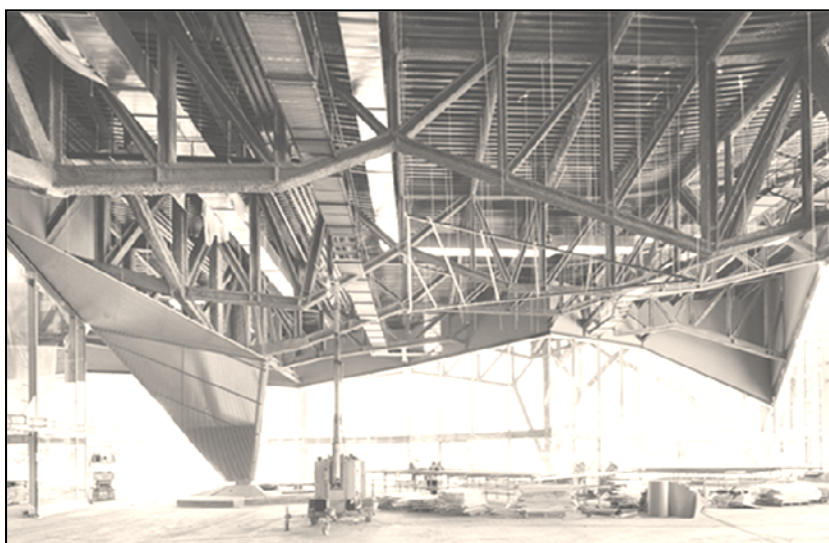


Figura 10. Ilustración sistema de cerchas metálicas en la Estación ferroviaria.

1.3. Concepción detallada de la estructura metálica

Tal y como se ha señalado hasta al momento, existen unos condicionantes previos que han debido ser tenidos en cuenta de inicio. Pueden agruparse bajo dos epígrafes:

- En primer lugar, condicionantes de tipo geométrico, derivados de la fijación de los planos arquitectónicos definidos por las superficies facetadas de falso techo y parque, y entre los que corresponde inscribir el sistema estructural.
- En segundo lugar, imposiciones relativas a las condiciones de sustentación que materializa la obra ferroviaria ejecutada; refiriéndose este punto a:
 - o las cimentaciones previstas para la estructura de cubierta (lógicamente merced a una estimación de cargas y reacciones sobre apoyos previa) y ya ejecutadas. En este caso, ha resultado de especial relevancia referirse a las condiciones que deben materializarse en obra para una correcta absorción de las reacciones por parte de los elementos ejecutados (nos estamos refiriendo, básicamente a la conexión de los elementos de cimentación de la estructura de Autobuses con el cajón ferroviario para la difusión de las acciones horizontales derivadas del peralte de la cubierta -las más significativas de ellas corresponden a las reacciones horizontales de la cúpula-);
 - o las condiciones de transferencia de carga previstas sobre las alineaciones iniciales de la estructura de la cubierta ferroviaria por parte de la cúpula que dota de continuidad superior al parque y enlaza con la cubierta de la Estación de Autobuses.

En resumen, la cubierta metálica de la Estación de Autobuses se plantea bajo los dos grupos de condicionantes señalados anteriormente: inscripción en la geometría que proporcionan las superficies facetadas de falso techo y parque, y obra ejecutada (cimentaciones previstas y enlace de la cúpula con la cubierta de la estación de Ferrocarril).

Respecto a estas últimas, es preciso señalar que se trata de elementos de cimentación profunda (bataches de pantalla y pilotes), con una disposición en planta que permite diferenciar un primer contorno de elementos que se acopla a las líneas de fachada (norte, sur y oeste), y un segundo grupo de bataches interiores al recinto de la estación sin invadir, lógicamente, el espacio ferroviario. Se remite a la figura 8.

Estos elementos de cimentación permiten definir, para el cuerpo de la estación, dos familias de cerchas metálicas ordenadas sobre unos ejes ortogonales (E-O y N-S), siendo su canto variable y adaptado la geometría arquitectónica antedicha. La modulación de las cerchas N-S (principales) se encuentra en torno a los 10 metros. Tanto dicho intereje, como el correspondiente a las cerchas secundarias (E-O) -que oscila en el rango 4 a 7 m.-, queda ajustado para acoplarse a los elementos de cimentación mencionados.

Estas familias presentan un desarrollo continuo que queda interrumpido con la irrupción de un lucernario central, que se eleva a modo de lengüeta, sobre el conjunto y que, a nivel de uso, permite albergar la terraza de la cafetería.

La integración entre la planta de estructura del cuerpo principal y las cimentaciones previamente ejecutadas puede verse en la siguiente figura.

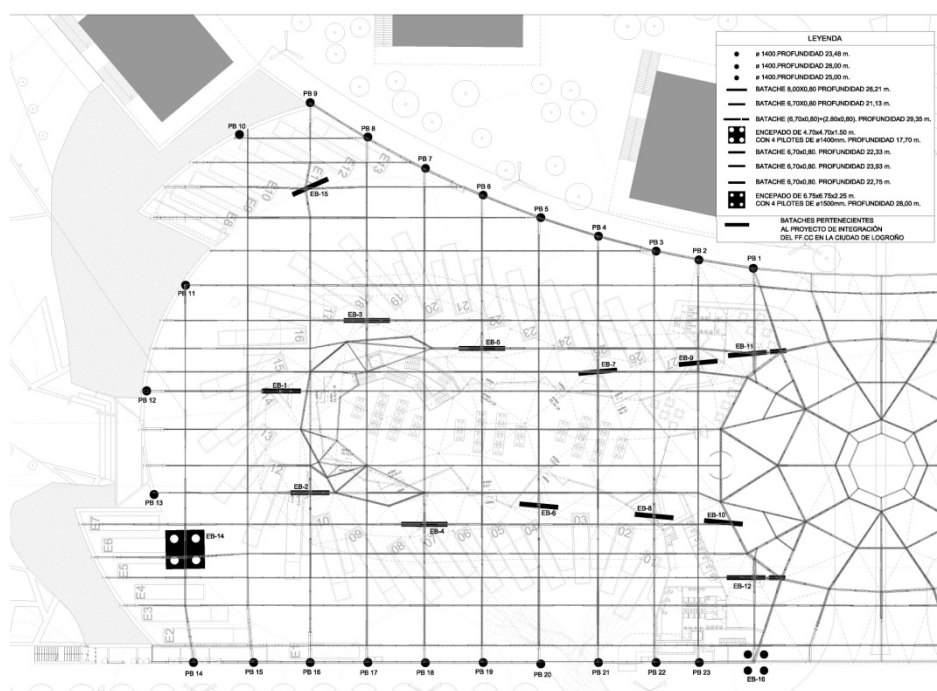


Figura 11. Planta estructural junto con las cimentaciones preexistentes.

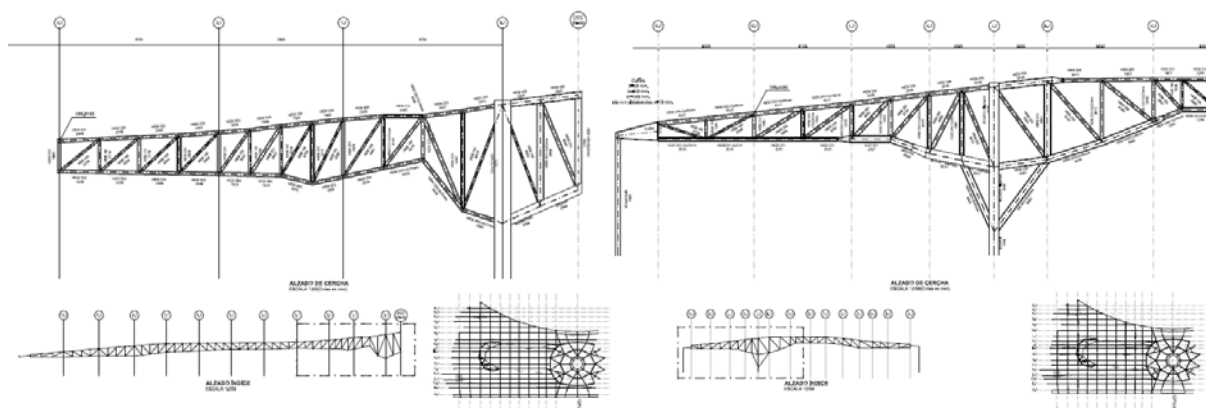


Figura 12. Geometría tipo de cerchas principales (N-S) y secundarias (E-O)

Puede adelantarse en este punto que las condiciones de contorno a aplicar sobre el modelo corresponden con:

- Empotramientos en todos los elementos de cimentación interior: el proyecto de cimentaciones acota las excentricidades máximas por encima de las cuales la sección de los bataches interiores deja de estar permanentemente comprimida (axil resultante fuera de núcleo central), así como el diagrama de interacción axil -flexor eje fuerte hasta el cual puede asumir flexión el batache, siempre y cuando se disponga del correspondiente elemento de reparto desde la placa hasta conseguir traccionar toda la armadura del batache (problema

derivado de la diferencia de dimensiones entre placa y batache). Esta última opción, combinada con elementos de conexión al cajón ferroviario que permitieran difundir y contrarrestar las acciones horizontales en apoyos, ha constituido la medida general para la utilización de los elementos previos de cimentación, cuyas cargas verticales han verificado la carga de hundimiento supuesta con anterioridad.

- Empotramiento en los apoyos de los perímetros norte y sur, donde los elementos de cimentación son recogidos por vigas de atado.
- apoyos simples (giro libre) en perímetro oeste, con deslizaderas (materializadas mediante agujeros rasgados) en dirección E-O, que permiten a las cerchas secundarias dilatación para la acción térmica considerada.
- Apoyos simples en cordones superior e inferior del perímetro este (unión de cúpula con la estructura de cubierta de la Estación Ferroviaria)

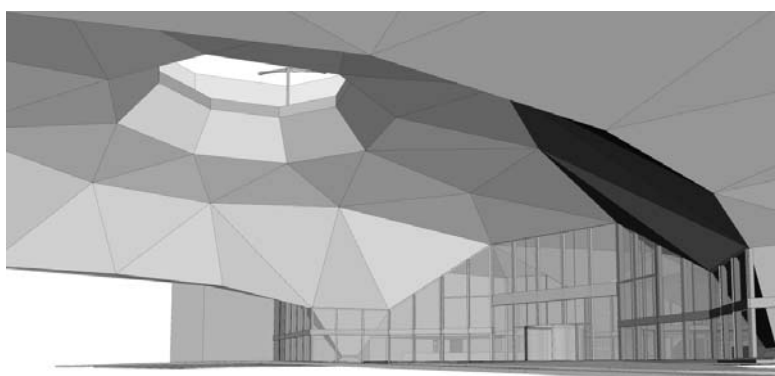


Figura 13. Acoplamiento de la cúpula a proyectar con la estructura ejecutada de la estación ferroviaria

Por su parte, la cúpula central se organiza también condicionada por compatibilidad con el perímetro de apoyo con la cubierta ferroviaria ejecutada, mediante familias de cerchas metálicas radiales y circunferenciales. Al igual que en el caso anterior, la continuidad en el trabajo por forma de la cúpula se interrumpe por la aparición de un óculo central. Geometrías de cerchas radiales y circunferenciales son mostrados a continuación:

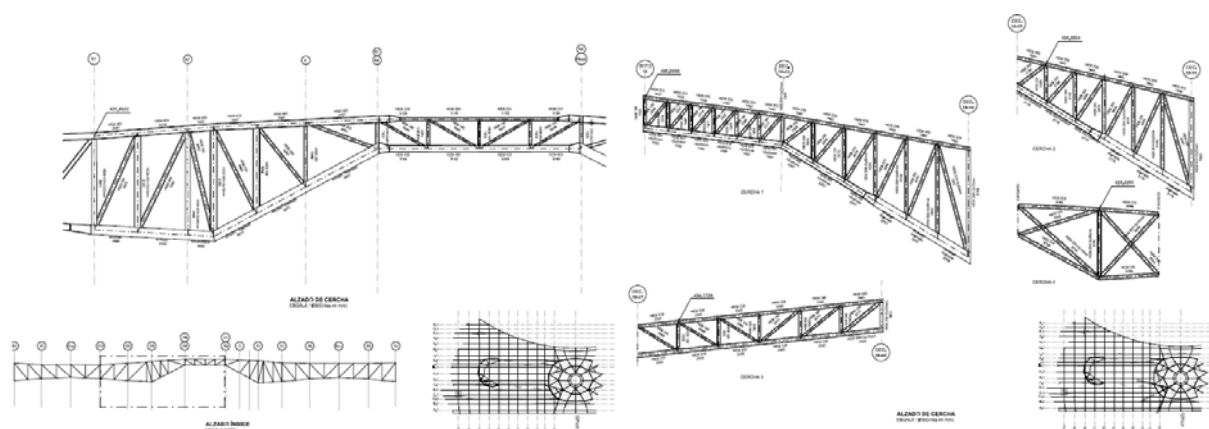


Figura 14. Geometría tipo de cerchas radiales y circunferenciales.

El sistema estructural se completa sobre las cerchas anteriores con una familia de correas (en la serie IPE -300/360-) que, apoyando sobre la familia de secundarias, proporciona soporte al forjado de chapa colaborante superior (6+12) sobre el que se ejecuta el parque, con su consiguiente relleno de tierras en la sección constructiva. En el caso de la cúpula, la propia geometría base de cerchas radiales y circunferenciales y el criterio de mantenimiento de la dirección de forjado unidireccional conducen a correas más potentes, en serie HEB-360.

Las dos zonas de pérdida de continuidad estructural señaladas (lengüeta - lucernario con uso para cafetería en el cuerpo central de la cubierta, y óculo central en la cúpula), quedan ilustradas en las siguientes imágenes:

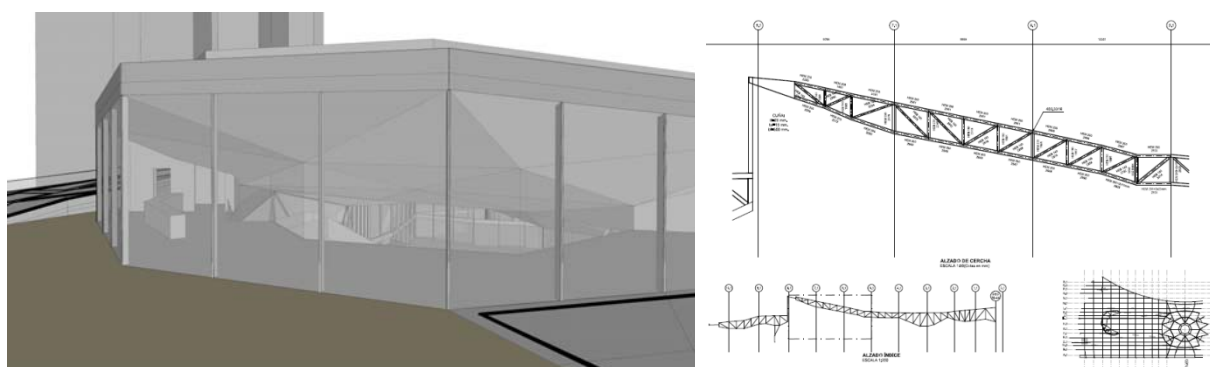


Figura 15. Zona cafetería.

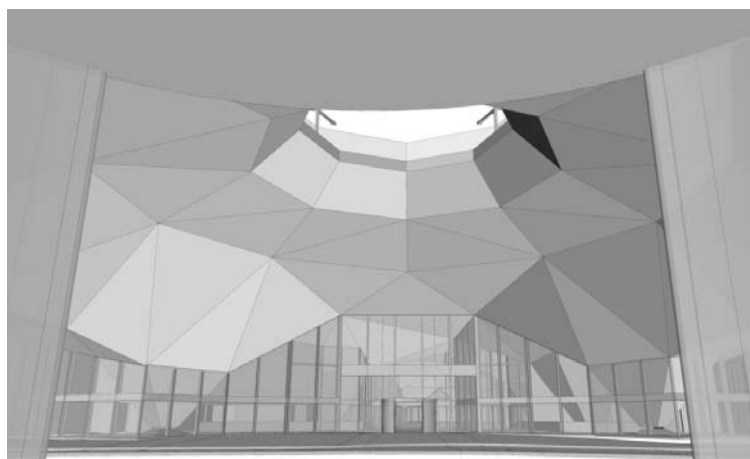


Figura 16. Cúpula. Vista inferior

Finalmente, y retomando la exposición en el forjado de chapa colaborante dispuesto sobre las correas, cabe decir que estas últimas llevan implementados pernos conectadores que permiten el desarrollo de una acción mixta hormigón -acero, tenida en cuenta en ciertas fases del proceso de modelado. Se detalla: Así, en el cálculo mediante hoja de cálculo de las correas como elementos biapoyados isostáticos se considera el desarrollo de la acción mixta en su estado final, al tiempo que

también se considera la estabilidad del perfil en situación constructiva, tras el vertido del hormigón (comprobación a pandeo lateral de las correas). Por otro lado, en el modelo de cálculo de la estructura principal, realizado con SAP2000 en un complejo sistema de barras, no se ha tenido en consideración la acción mixta en el cordón superior. Sin embargo, sí se ha considerado su contribución a la rigidización del sistema de marcos que configura la retícula en planta de cordones superiores de las cerchas. No obstante lo anterior, en las zonas donde se han localizado las mayores compresiones en el cordón superior (bajo las acciones permanentes, de magnitud significativa en el caso que nos ocupa con la carga de formación del parque superior), con objeto de evitar los fenómenos de distorsión general que pudieran derivar de la inestabilidad de un tramo de cordón superior, se han implementado arriostramientos entre nodos de la retícula, tal y como muestra la siguiente imagen.

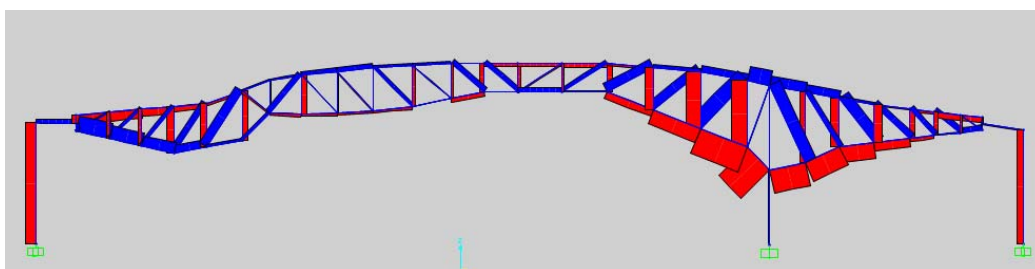


Figura 17. Ley de esfuerzos axiales en cercha principal

Y es que, a la vista de la imagen anterior, y por tratarse de una estructura tridimensional conformada por celosía que trabaja fundamentalmente a esfuerzos axiales, debe prestarse una especial atención a la inestabilidad por compresión de los perfiles.

A tal efecto, se fijaron los siguientes criterios generales: El cordón superior se considera como eficazmente arriestrado por el forjado colaborante (tal y como se ha referido en el párrafo anterior), mientras que la longitud de arriostramiento del cordón inferior es la correspondiente a encuentros consecutivos entre celosías (p.e. cruce entre cercha principal y secundaria, a efectos de pandeo en el eje débil del perfil). En ambos casos se ha tomado un coeficiente β igual a la unidad. Por su parte, los montantes y diagonales se consideran arriestrados por el cordón superior y libres en la unión con el cordón inferior, a excepción de los montantes comunes a dos cerchas o aquellas diagonales unidas al cordón inferior en el encuentro entre dos cerchas. En los primeros casos, se toma un coeficiente β igual a dos (empotramiento perfecto), mientras que en el segundo caso se toma un β igual a la unidad. Por último los pilares toman un coeficiente β igual a 0,7.

Nótese finalmente que la configuración de montantes y diagonales elegida sigue el concepto de disponer los elementos interiores más largos (diagonales) traccionados (en situación de solicitaciones bajo cargas permanentes, de significativa magnitud en este caso) y los montantes verticales, más cortos, comprimidos.

La gama de perfiles empleados en las cerchas que conforman la estructura de cubierta y la cúpula es amplia: perfiles en cajón de dimensiones varias y diferentes configuraciones de espesores (1000x1000x40/80; 300x300x30; 400x300x30; 500x300x40/30; 600x307; 600x347; 600x387; 600x400; 600x600x60/80; 800x400x40; 800x600), HEB (140 a 200), HEM (200 a 400, sin/ con platabandas

laterales para cierre en cajón), y perfiles armados con canto variable (variación lineal) para aquellas zonas en que las cerchas presentan canto insuficiente y han de configurarse como cuñas recogiendo esfuerzos axiales de ambos cordones.

Con todo ello, a continuación se muestra un resumen enumerativo de todos los elementos que componen el sistema estructural en sentido descendente:

- Forjado de chapa colaborante
- Correas con conectadores y arriostramientos en paños puntuales de la retícula
- Cerchas (principales y secundarias en el cuerpo de la estación y radiales y circunferenciales en la cúpula)
- Pilares interiores/ perimetrales
- Placas de anclaje
- Elementos de hormigón in situ en recrecimiento de bataches interiores /vigas de atado/ elementos de reparto y transferencia de esfuerzos de tracción a armadura anclada de bataches, y de conexión al cajón ferroviario.

2. MODELO DE CÁLCULO

2.1. Introducción

De acuerdo con lo expuesto hasta el momento, la estructura a modelar se discretiza en una serie de familias de cerchas (familias ortogonales y circunferenciales/ radiales) que permite que la superficie en planta de la cubierta se modele en una retícula de cuadriláteros planos de proyección cuadrada. En algunos casos, presentan, estos cuadriláteros, un cierto alabeo que se absorbe con la el forjado de chapa colaborante. Con todo ello, de manera sintética:

- La estructura metálica situada estrictamente por encima de la estación se compone de dos familias de cerchas:
 - o Existen 11 cerchas principales (Verticales según figura 16), cuyas longitudes totales son variables en el rango 67 a 97 metros.
 - o Existen 18 cerchas secundarias (Horizontales según figura 16)
- La estructura metálica en conexión con la estructura existente al Oeste está formada por una cúpula compuesta con dos familias de cerchas:
 - o Existen 10 cerchas radiales junto con los radios Norte y Sur
 - o Existen 3 cerchas circunferenciales y concéntricas
- La estructura metálica incorpora una zona de cafetería.
- La estructura se completa con otras alineaciones metálicas situadas en el perímetro de ésta

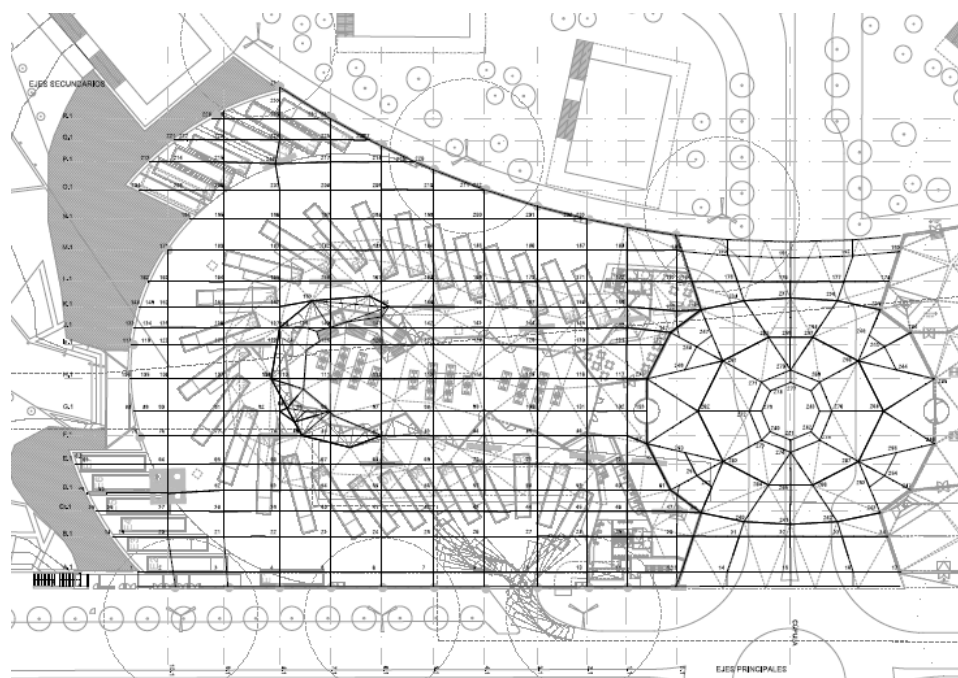


Figura 18. Planta de la estructura proyectada. Proyecto de Construcción

2.2. Modelo de cálculo

2.2.1. Trabajos previos

El proceso de creación de un modelo de cálculo como este supone una extensa lista de tareas previas a la obtención del modelo propiamente dicho. Entre esas tareas se encuentran:

- Acopio de información relativa a las condiciones de contorno de la estructura
 - o Condiciones de apoyo
 - o Estructuras colindantes. *Proyecto as built de la Fase I de la Integración del Ferrocarril en la ciudad de Logroño.*
- Gestión y tratamiento de información topográfica de gran precisión

La forma de trabajar con esta información se ha realizado por medio de archivos MDT donde poder gestionar un gran volumen de datos topográficos de manera visual: generación de superficies, asignación de ejes de trazado a cada una de las cerchas, obtención de perfiles longitudinales, abatimiento y construcción de modelo 3D geométrico con resguardos a superficie de parque y acabado interior. Dígase en este punto que el trabajo se ha realizado geoméricamente a eje de perfil, a objeto de evitar introducir offsets en la implementación de elementos tipo barra en SAP2000.

Estos son los pasos básicos, en líneas generales, que se han seguido para poder comenzar un encaje de las cerchas de forma individual. Una vez realizado este encaje, se ha procedido a reunir todas las cerchas en un mismo documento de forma que se pueda evaluar la coordinación de diseño del conjunto y, sobre este conjunto, se han realizado todas las modificaciones que permiten obtener una geometría mucho más afinada y que guarde compatibilidad entre las diferentes familias de cerchas

creadas (cotas en puntos de control - vértices de cuadriláteros). Finalmente, se utiliza un programa de elementos finitos (SAP 2000) para crear el modelo de cálculo mediante la importación por grupos.

2.2.2. Modelo de cálculo generado en SAP2000

Se crea el siguiente modelo de cálculo para elaborar el dimensionamiento de los perfiles metálicos que componen la cubierta y la cúpula.

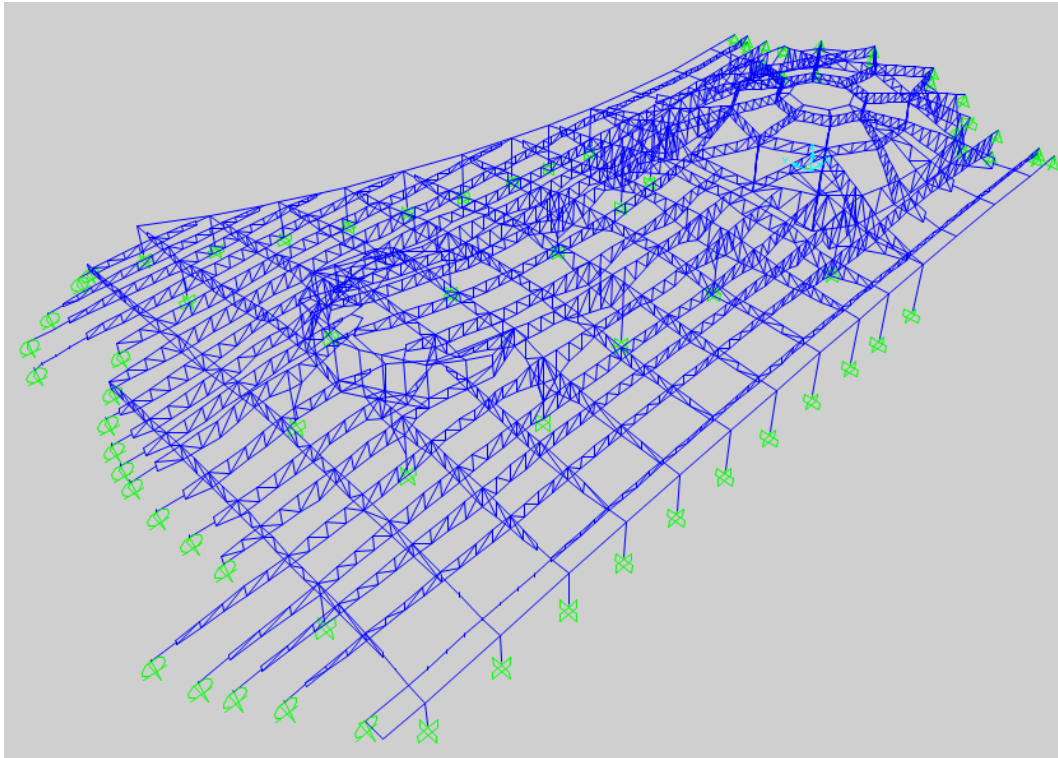


Figura 19. Vista 3D del modelo de cálculo de la cubierta.

Sobre este modelo “alámbrico” se comienzan a situar los elementos Shell que modelizan las superficies de forjado situado en la cubierta y sobre las que van a actuar las cargas consideradas, prestando especial atención a la coherencia del comportamiento de dichos elementos en el reparto de los esfuerzos en la dirección de forjado adecuada a la realidad.

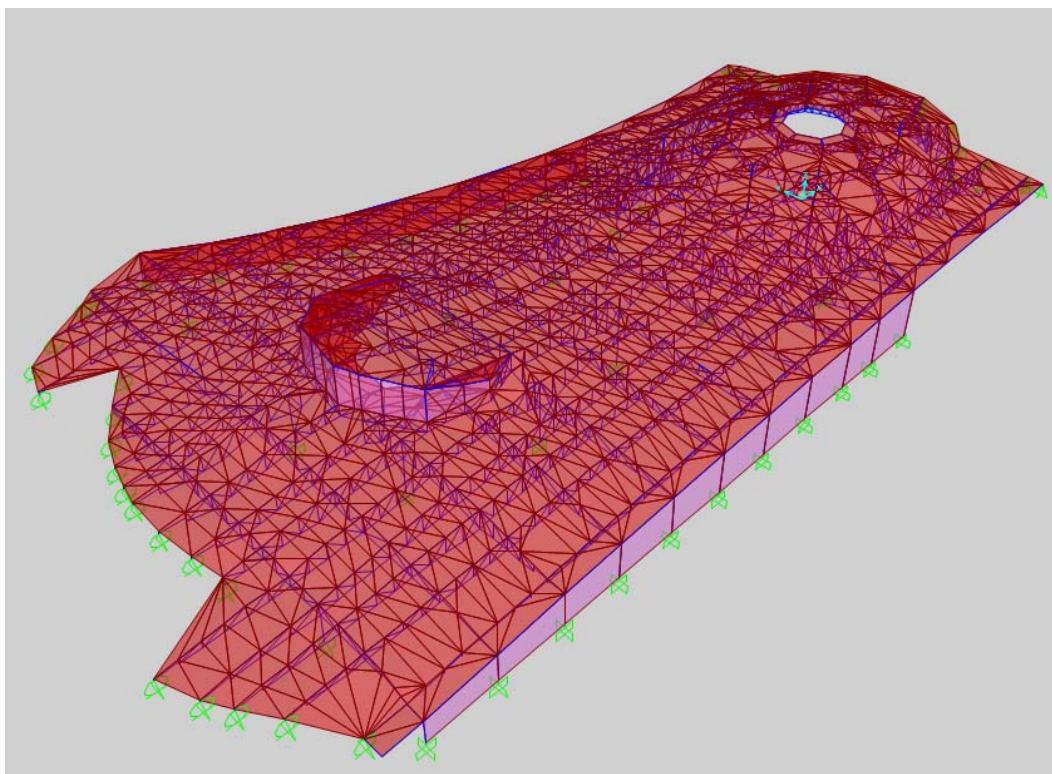


Figura 20. Vista 3D del modelo de cálculo de la cubierta con elementos shell.

2.2.3. Parámetros de cálculo

A continuación se exponen algunos conceptos clave para un correcto modelado de la estructura metálica objeto de análisis. Por tratarse de una celosía que trabaja fundamentalmente a esfuerzos axiales debe prestarse una especial atención a la inestabilidad por compresión de los perfiles. Se remite igualmente a la página 11. El software utilizado permite un nivel de personalización de parámetros de diseño muy elevado y para los perfiles de esta cubierta, en la mayoría de los casos, se han mantenido los valores estándar que ofrece el programa para el Eurocódigo 3 2005. Esto no sucede con los parámetros necesarios para modelar el nivel de arriostamiento de los elementos tipo *frame* de las cerchas, que han sido modificados puntual y manualmente según los siguientes criterios:

- Para los cordones;
 - o El cordón superior se ha considerado como eficazmente arriestrado por el forjado colaborante
 - o Como longitud de arriostamiento del cordón inferior se ha considerado la correspondiente a encuentros consecutivos entre celosías (p.e. cruce entre cercha principal y secundaria).

En ambos casos, se toma un coeficiente β igual a la unidad.

- Para los montantes y diagonales
 - o Se han considerado por el cordón superior y tomado un coeficiente β igual a dos (empotramiento perfecto)

- Se han modelado libres en la unión con el cordón inferior, a excepción de los montantes comunes a dos cerchas o aquellas diagonales unidas al cordón inferior en el encuentro entre dos cerchas. Se toma un β igual a la unidad.
- Por último, para los pilares se ha adoptado un coeficiente β de 0,7.

2.2.4. Acciones consideradas

A continuación se enuncian, con carácter general, el conjunto de acciones consideradas en los cálculos:

- Peso Propio.
- Cargas permanentes sobre cubierta
 - Chapa colaborante y correas
 - Falso techo e instalaciones
 - Zona Parque
 - Forjado en interior cafetería
 - Panel de vidrio en cierre de cafetería
 - Muros cortina en el perímetro N-S del parque
 - Peso de las farolas
- Sobrecargas de uso en cubierta:
 - Sobrecarga de uso en parque
 - Sobrecarga de uso en interior cafetería
 - Sobrecarga de mantenimiento en cierre de cúpula
- Sobrecarga de nieve
- Presión del viento
- Acciones térmicas

A modo de resumen, se adjuntan las siguientes tablas que reúnen los valores de las cargas para obtener un orden de magnitud de las acciones aplicadas:

Tabla 1. Cargas permanentes

CARGAS PERMANENTES

Peso propio acero	78.5 kN/m ³
Chapa colaborante y correas	4.0 kN/m ²
Falso techo e instalaciones	1.0 kN/m ²
Zona parque	9,0 kN/m ²
Forjado interior cafetería	5,15 kN/m ²
Panel de vidrio en cierre de cafetería	5 kN/ml
Muros cortina en el perímetro N-S del parque	5 kN/ml
Peso de las farolas	1,5 kN

Tabla 2. Cargas variables

CARGAS VARIABLES	
Sobrecarga de uso	10 kN/m ²
Sobrecarga de uso en interior cafetería	5 kN/m ²
Sobrecarga escaleras cafetería	5 kN/m ²
Sobrecarga de mantenimiento	1,0 kN/m ²
Acción térmica	±10 °C
Acción viento	Variable según paramento
Acción de nieve	0.6 kN/m ²

2.2.5. Hipótesis de carga y combinaciones

Las combinaciones entre acciones que se han utilizado en el modelo siguen las prescripciones de la normativa vigente (CTE-SE). Según las cargas definidas, existen 3 tipos de cargas variables: Sobrecarga de uso, temperatura y viento. Por lo tanto, para cada tipo de carga es necesario comprobar su combinación con el resto de acciones actuando como concomitantes y diferentes coeficientes de combinación. Como resultado, se obtienen 6 ecuaciones en Estado Límite Último de cada sobrecarga.

En este punto, cabe destacar que debido a la geometría de la cubierta, los esfuerzos y reacciones más desfavorables no tienen por qué corresponder con toda la cubierta cargada.

Esto significa que, para cargar la cubierta metálica bajo la hipótesis de sobrecarga, es necesario contemplar un sistema de cargas en damero o similar.

Por ello, se decide discretizar la superficie de cubierta en diferentes zonas atendiendo como criterio de zonificación las uniones con pilares según el siguiente esquema:

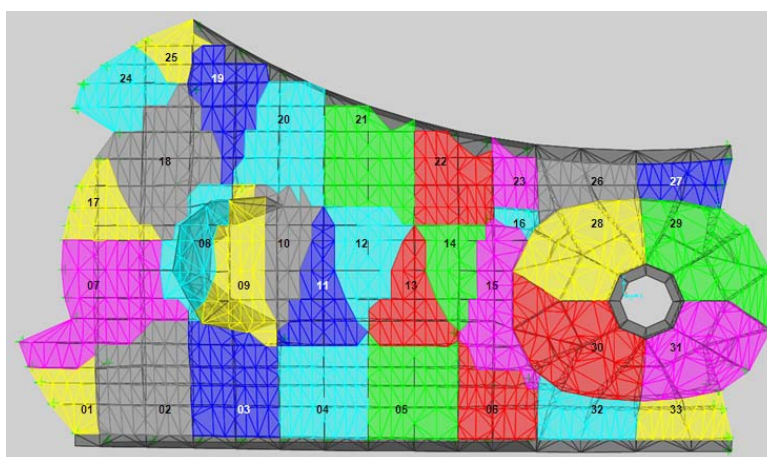


Figura 21. Planta de discretización en damero de las superficies de carga

2.2.6. Proceso de cálculo

El programa utiliza, para los esfuerzos de combinación implementados, una comprobación de la secciones de acero estructural de acuerdo con el Eurocódigo 3.

Tal y como observarse en la imagen siguiente, los elementos han sido verificados a flexocompresión (incluyendo la inestabilidad) y esfuerzos tangenciales.

Eurocode 3-2005 STEEL SECTION CHECK (Summary for Combo and Station)						
Units : Tonf, m, C						
Frame : 2-40	X Mid: -39.427	Condo: EL01 COB0 70	Design Type: Brace			
Length: 2.940	Y Mid: 0.152	Shape: HE1600	Frame Type: Secondry			
Loc : 2.940	Z Mid: 10.849	Class: Class 1	Roll: Yes			
Country=EH Default		Combination=Eq. 6.10	Reliability-Class 2			
Interaction-Method 2 (Annex B)		MultiResponse=Envelopes	P-Delta Done? No			
GammaM0=1.00	GammaM1=1.00	GammaM2=1.25				
An/Rg=1.00	RLLF=1.000	PLLF=0.750	D/C Lin=0.950			
Aeff=0.00%	eHy=0.000	eHz=0.000				
A=0.00%	Iyy=1.509E-05	Iyy=0.059	Wpl,yy=2.156E-04	Weff,yy=2.156E-04		
It=0.000	Izz=5.500E-06	Izz=0.036	Wpl,zz=7.857E-05	Weff,zz=7.857E-05		
Iw=0.000	Iyz=0.000	Iw=0.140	Wpl,yy-z=9.858E-04	Wp,zz=0.003		
E=2101000.00	Iy=36199.925	Fu=52005.526	Wpl,zz=1.200E-04	Wp,y=0.001		
STRESS CHECK FORCES & MOMENTS						
Location	Ned	Hed,yy	Hed,zz	Ued,z	Ued,y	Ted
2.940	70.756	0.412	-0.025	-0.245	0.011	8.901E-05
PMI DEMAND/CAPACITY RATIO						
Governing Equation	Total Ratio	N Ratio	MMajor Ratio	MMinor Ratio	Ratio Limit	Status Check
6.2.9.1(6n)	0.455	0.455	0.076	0.006	0.950	OK
AXIAL FORCE DESIGN						
	Ned Force	Nc,Rd Capacity	Nt,Rd Capacity			
Axial	70.756	155.660	155.660			
	Npl,Rd	Nu,Rd	Ncr,T	Ncr,TF	An/Rg	
	155.660	161.009	462.477	462.477	1.000	
	Curve	Alpha	Ncr	LambdaBar	Phi	Chi
Major (y-y)	b	0.340	368.948	0.650	0.787	0.811
Major (y-y)	b	0.340	368.948	0.650	0.787	0.811
Minor (z-z)	c	0.490	33.619	2.152	3.293	0.373
Minor (z-z)	c	0.490	134.874	1.076	1.298	0.497
Torsional TF	c	0.490	462.477	0.580	0.761	0.797
						Nb,Rd
						126.306
						126.306
						26.901
						77.397
						124.074
MOMENT DESIGN						
	Ned Moment	Ned,span Moment	Nc,Rd Capacity	Nu,Rd Capacity	Nm,Rd Capacity	Nb,Rd Capacity
Major (y-y)	0.412	0.412	0.869	0.869	5.431	8.221
Minor (z-z)	-0.025	-0.025	4.344	4.344	3.948	

Figura 22. Cálculos realizados por el software informático.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez finalizada la geometría del modelo y la caracterización de las acciones e hipótesis de carga, se ejecuta el modelo con un número de elementos tipo barra superior a 5400. Este hecho magnifica la necesidad de optimizar el proceso de dimensionamiento y economizar los cambios que pueda sufrir el modelo al cambiar los diferentes perfiles metálicos.

Como se ha comentado, a su vez es necesario realizar un dimensionamiento coherente con las reacciones admisibles que soportan las cimentaciones ejecutadas y todo ello conjugado con la uniformidad, en la medida de lo posible, para que la ejecución de la cubierta sea constructiva (y económicamente asumible); es decir, con cierta homogeneidad en la configuración de los módulos de montaje y cambios de secciones resistentes.

Para todo ello, se han intensificado el uso del módulo de "Design/checking of structure". En la siguiente imagen se muestra una salida gráfica durante el proceso de evaluación del grado de aprovechamiento de los perfiles.

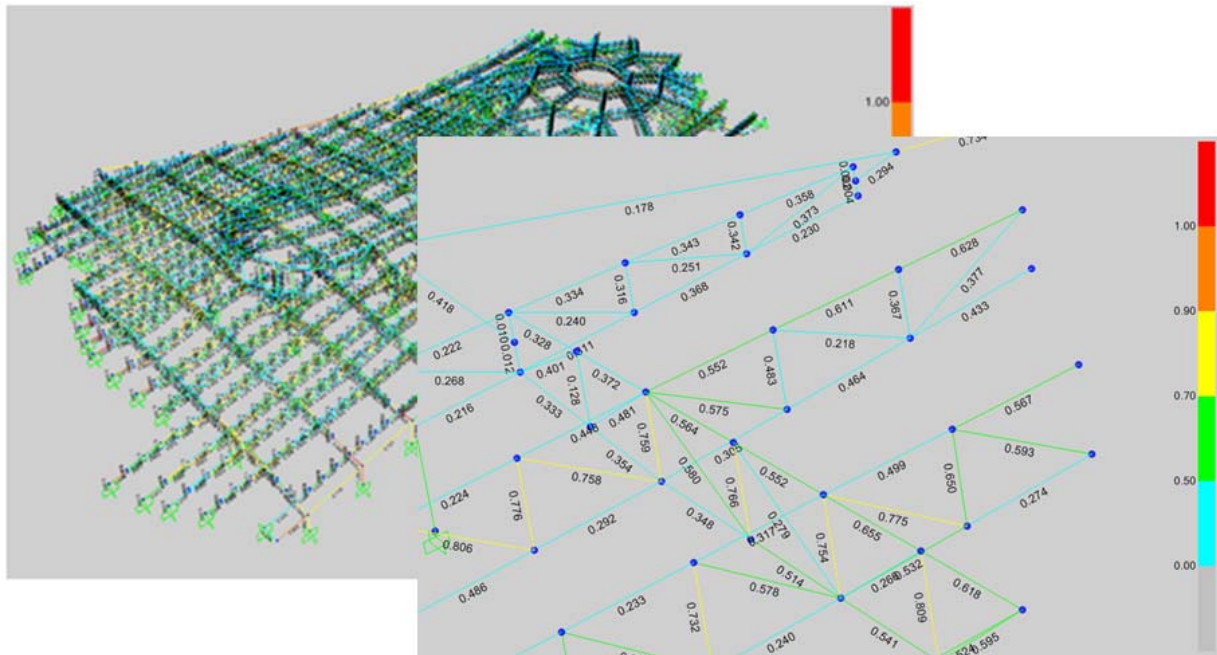


Figura 23. Grados de aprovechamiento en barras del modelo.

Principalmente, esta herramienta se ha empleado para localizar las zonas con comportamiento no óptimo en cuanto a las trayectorias de cargas seguidas intuitivas de antemano.

Una vez identificadas estas zonas, se han realizado cambios de sección en el diseño; los cuales, lógicamente afectan a la distribución de rigideces general de la estructura y pueden volver a alterar esas trayectorias de bajada de cargas. Y es precisamente ese el principal problema encontrado en el diseño de la estructura: su elevado grado de hiperestaticidad y la no intuitiva cantidad de trayectorias en que se concentra el trabajo estructural. No tan extenso como el proverbio chino ("*el aleteo de las alas de una mariposa puede provocar un Tsunami al otro lado del mundo*"), pero sí representando esa absoluta interrelación en el tejido estructural diseñado, y por el cual adquiere una gran sensibilidad a la modificación de cualquiera de sus elementos individuales.

Por tanto, el trabajo en software de las opciones de diseño que ofrece SAP ("*Design/checking of structure*" & "*Change design section*") se ha supeditado al conocimiento individual del funcionamiento de los conjuntos de elementos (véase figura 15) y comprobaciones auxiliares; si bien, el ajuste final de la estructura diseñada (con todas las combinaciones de diseño que implica la generación de las cargas en damero, etc.) ha requerido de un proceso iterativo.

4. CONCLUSIONES

Este artículo pretende mostrar el procedimiento de operación seguido en el proyecto de una estructura metálica altamente singular; por lo que las conclusiones obtenidas adquieren un carácter expositivo. El enunciado del problema planteado radicaba en generar una estructura resistente encajada entre dos superficies no vinculadas a la forma resistente; todo ello, en un espacio tridimensional.

Por tanto, para su resolución, se ha discretizado el espacio disponible, concentrando la estructura en elementos tipo cercha (de manera similar a la cubierta ejecutada previamente para el ferrocarril, pero con la complejidad de una cimentación ejecutada de antemano y de una cúpula de conexión, de grandes luces), los cuales han generado una estructura donde las trayectorias que determinan la bajada de cargas a la cimentación, y en definitiva, el trabajo estructural, no responden a la intuición de un trabajo por forma; lo que implica que la movilización de energía por deformación es altamente sensible a pequeños cambios individuales en elementos. Lógicamente, este esfuerzo por obtener una estructura lo más racional posible en un sistema tan sensible, de dispar movilización de energía de deformación, redundaba en un consumo de material que argumenta igualmente la elevada singularidad del trabajo que se presenta: un ratio de unos 230 Kg de acero (estructura completa, incluyendo correas, etc.) por metro cuadrado de superficie cubierta en planta.

AGRADECIMIENTOS

Los agradecimientos del autor para todos los compañeros involucrados en el proyecto y, en especial, al equipo del Departamento de Estructuras de TYPESA de la Dirección Territorial de Aragón, Navarra y La Rioja: José Manuel Viver, Adolfo Gómez, Marta Miguel, Alvar Santamaría, Jaime San Román; Daniel Jordán, Jorge Niubó, Ricardo Castejón, Manuel Bernabé, Patricia García Kilroy, Miguel Díez, Salvador Fernández, José Luis Sánchez, Fernando Cea.

REFERENCIAS

- [1] Referencias normativas vigentes: Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08), Código Técnico de la Edificación (DB-SE), Instrucción de Acero Estructural (EAE), Eurocódigos (EC1, EC2, EC3, EC4)
- [2] Ábalos+Sentkiewicz Arquitectos (2013). Nuevas Naturalezas. La Estación Intermodal de Logroño. Madrid: Q! estudio.

Structural analysis of a deployable double-layer tensegrity grid

Gomez-Jauregui, Valentin¹; Sanchez Haro, Javier²; Manchado, Cristina³; Otero, Cesar⁴

ABSTRACT

Different methods have been used recently to discover new families of a type of space frame: Double-Layer Tensegrity Grids (DLTGs). The main objective of this work is analyzing the process for the design and calculation of a specific deployable DLTG (DDLTG) at full scale (4x4x1 m) composed by 16 modules of 1x1x1 m.

Three CAD/CAE tools were used for these purposes: ToyGL, Matlab/Octave, and Midas Civil. It was necessary to create an intermediate platform to exchange data and information between both tools, the ToyGL Processor, based on user-defined functions written in VBA for Microsoft Excel.

The methodology was validated by comparing the results obtained by the first two software tools with those provided by Midas Civil. As a conclusion, ToyGL is reliable and accurate in terms of the definition of geometry, distribution of stresses and forces, reactions, states of self-stress, mechanisms, etc.

Keywords: Structure; deployable; double-layer; tensegrity; grid

1. INTRODUCTION

This research work is framed in the doctoral program of the corresponding author's PhD thesis [1], therefore, some sections of this paper are excerpts of that document.

During the last years, many techniques have been used to calculate and analyze tensegrity structures. There are already some very interesting reviews on the subject [2-4]. Since then, some other form-finding techniques have been explored [5].

The studies carried out to identify the structural behavior of our DDLTG have mainly involved static analysis. Even though using a static approach could mean an overestimation of the load carrying capacity of the structure [6], the purpose of these studies was to make sure that the new structures were stable and that any analytical comparison between the different DLTGs was consistent and trustworthy.

The main CAE methods used for these purposes have been two: ToyGL, developed by Julien Averseng, and some Matlab/Octave codes. More information about both methods will be provided in sections 2.1

¹ EGICAD Research Group. Universidad de Cantabria. (SPAIN). valen.gomez.jauregui@unican.es (Corresponding author)

² Ingeniería de la Construcción y Desarrollo de Proyectos, INGECID (SPAIN). javier.sanchezharo@unican.es

³ EGICAD Research Group. Universidad de Cantabria. (SPAIN). crisrina.manchado@unican.es

⁴ EGICAD Research Group. Universidad de Cantabria. (SPAIN). cesar.otero@unican.es

and 2.3 respectively. It was necessary to create an intermediate platform to exchange data and information between both tools, the ToyGL Processor, based on user-defined functions written in VBA for Microsoft Excel (section 2.2).

In order to be sure about the accuracy of the analysis, the methodology was validated by comparing the results obtained by both software tools. In fact, they were also compared with some commercial software for general purposes (Midas Civil). The results showed that ToyGL is perfectly accurate in terms of the definition of geometry, distribution of tensions and forces, reactions, states of self-stress, mechanisms, etc.

The general scheme of tasks carried out for completing the static analysis of these structures is explained graphically in the Figure 1.

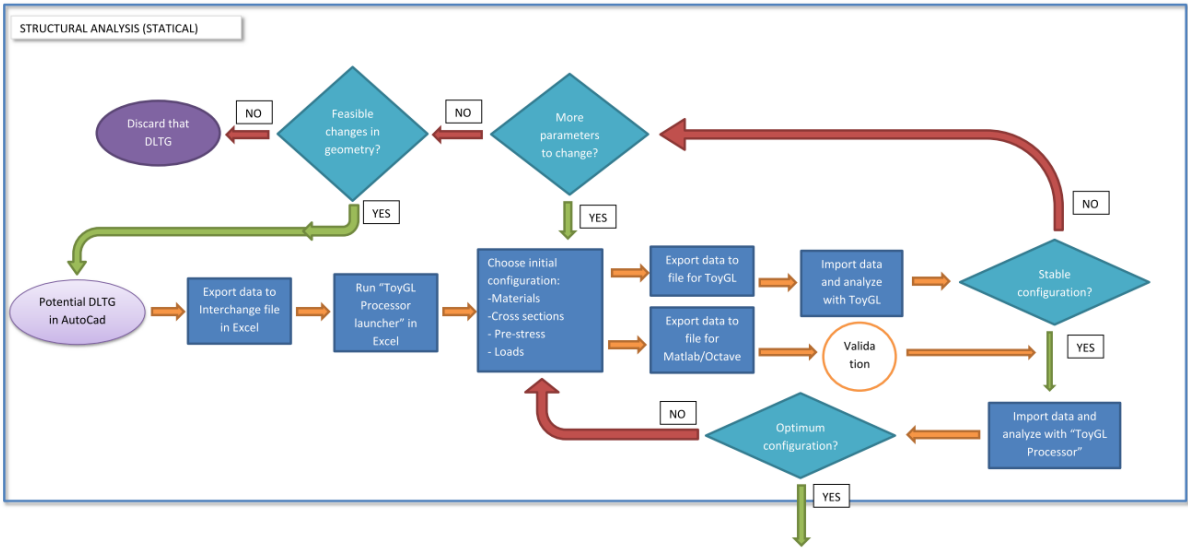


Figure 1. Workflow of the analytical process carried out during this research work

2. SOFTWARE TOOLS

During this work, the use of software tools has been critical, especially those related to CAD/CAE. In fact, new code has been written in order to implement some of the functions and capacities of the CAD/CAE programs. Therefore, in this section, the already existing programs and the new software tools will be discussed in order to explain their functionalities and their relevance to the general scheme of this research.

2.1. ToyGL

ToyGL is a graphical simulation program developed by Averseng [7] used to perform the form-finding and calculations of most of the structures presented in this thesis. It permits traditional and new structures to be designed and, once defined, it allows interaction in real time by changing, with the

mouse and keyboard, the length of members, weights, supports, and position of the nodes. More information about this CAE tool can be found in [7].

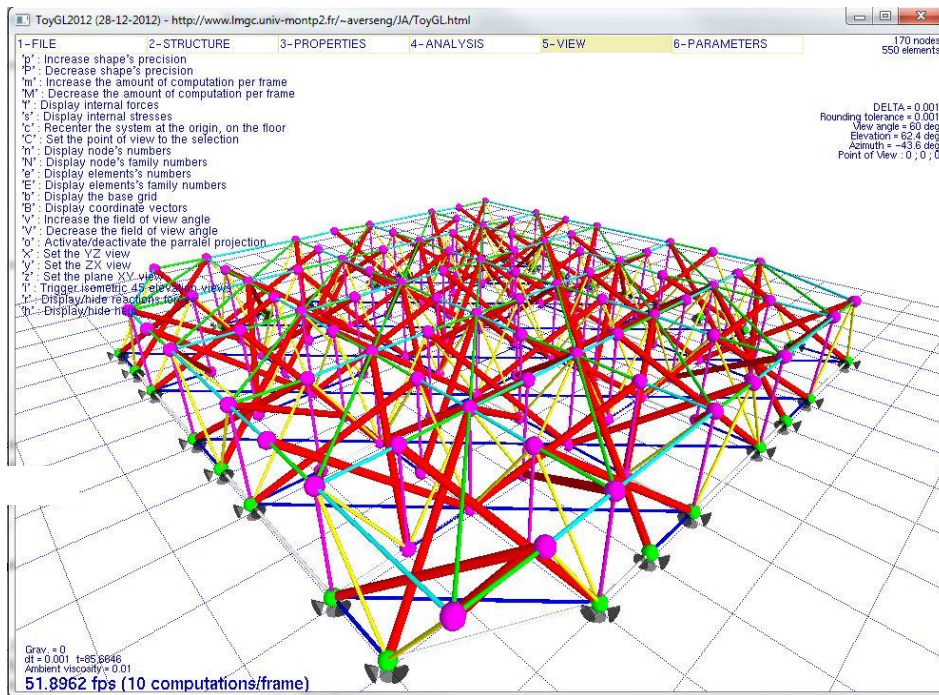


Figure 2. Representation of a DDLGT in ToyGL

The first version used during this research work was the one released in December of 2009. Since then, many improvements and revisions were implemented; in fact, some of the structures created for this thesis were used for the debugging and developing of the software tool. The last and current version was released in December of 2012 (Figure 2).

2.2. ToyGL Processor

Even if ToyGL is extremely useful and intuitive, there were some needs that were not addressed by this tool. For instance, the geometric definition of a whole structure from scratch is much more easy and effectively carried out by conventional CAD programs, like AutoCad. ToyGL would perform much better during the edition of the structure once it has been generated and imported.

Therefore, an additional software tool, “ToyGL Processor”, was created to operate and exploit the benefits of ToyGL in a more efficient manner. It was designed by means of user-defined functions (with Visual Basic for Application or VBA) applied to Microsoft Excel (Figure 3).

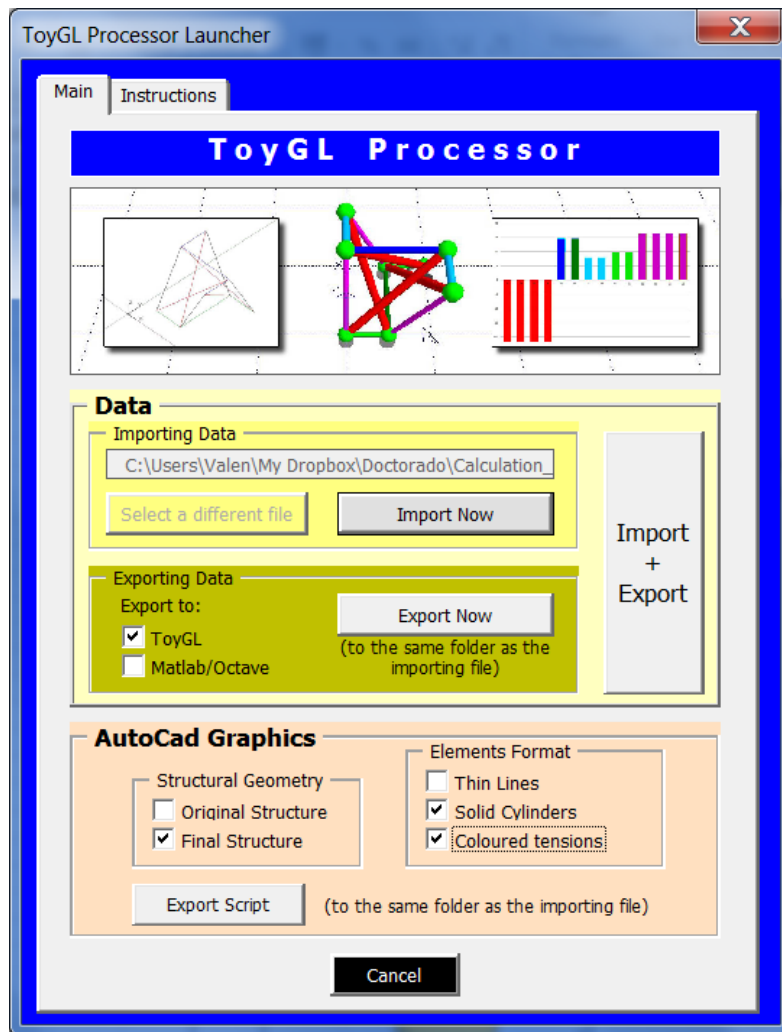


Figure 3. Main dialog box of ToyGL Processor

The ToyGL Processor was an essential link in the process of designing, calculating and representing the existing and new DLTGs analyzed in this thesis, as was illustrated in section 2.2.6, Workflow of analytical process.

Some of the features of this tool are given as follows:

- Importing the geometry of the structure from AutoCad to MS Excel, by means of the interpretation of its geometry, topology, boundary conditions, types and properties of the elements, etc.
- Editing the structure and its elements, changing parameters like geometry, topology, supports, sections, representation (color, thickness, etc.), pre-stress, etc.
- Exporting the geometry and properties of the structure to .txt files that can be read and managed by either ToyGL or Octave/Matlab.

- After the analysis of the structure with those calculation programs, importing the results and the modified structure again to MS Excel.
- Analyzing those results (state of self-stress, stresses, forces, deflection, buckling, etc.) in a visual and direct manner.
- Representing the results by means of lists or graphics (distribution of forces, stresses, etc.).
- Exporting the final geometry and properties of the modified or deflected structure to a script file that can be read by AutoCad in order to represent it as a 3D wireframe, 3D solid model or 3D solid model with visualization of stresses through color gradient.

2.3. Codes for Matlab / Octave

GNU Octave is a high-level interpreted language, primarily intended for numerical computations. It provides capabilities for the numerical solution of linear and nonlinear problems, for performing other numerical experiments and for data visualization and manipulation. The Octave language can be used for free, being quite similar to Matlab so that most programs are easily portable.

Several codes written with this language have been used for analyzing different types of structures. Due to their extension and capabilities exceed the scope of this section, just a summary of their performances and applications will be enumerated in following lines:

- Own codes: Several codes were written for this thesis in order to implement the analytical methodologies and algebraic calculations proposed by different authors [8 - 13]. In summary, the main results obtained from each structure were their mechanisms and states of self-stresses (number and distribution), unidirectional mechanisms, forces and stresses in elements, form-finding, etc. Furthermore, specific functions were created to calculate the minimum distances between the struts of the Quastrut's family or to visualize graphically the mechanisms of the structures.
- Code by IMAC at EPFL [14] generously shared by Rhode Barbarigos and Smith. This software tool for Matlab was designed to perform a nonlinear static analysis by dynamic relaxation for clustered tensegrity structures with discontinuous or continuous cables, springs and bars.
- Code by Gómez-Estrada. Included as an appendix of his Master's thesis [15], these functions were an implementation of a form-finding method, as a proof of concept, which calculates a vector of tension coefficients to self-equilibrate a tensegrity structure in 3D.

2.4. Autodesk Inventor

Another commercial CAD/CAE software used for the representation and analysis of DLTGs was Autodesk Inventor, version 2012. This is a 3D mechanical design software for creating digital prototypes used in the design, visualization and simulation of structures (in this case).

The main uses of this software tool were for the design, analysis and representation of our structures. However, it is remarkable to admit that this software package permits many more operations and performances with mechanical products in general, although some of them were out of the scope of this research work.

3. DEFINITION OF THE STRUCTURE TO ANALYZE

The typology of the DDLTG Quastrut-S1 had already been designed and calculated (Paper 3.5, Comparison between new families of Double-Layer Tensegrity Grids). The only modification was the decision to use a “closed” or “covered” solution, by addition of cables to the top and bottom layers to “fill the gaps” and reinforce the grid, especially at the boundaries (Figure 17). The final dimensions of the DDLTG were 4x4 m, distributed in 16 equal modules of 1x1 m, 4 in each direction X and Y. The resultant grid had then a total number of 86 nodes and 285 components: 64 struts and 221 cables (62 in upper layer, 62 in lower layer, 76 diagonal bracing cables and 21 vertical tensors).

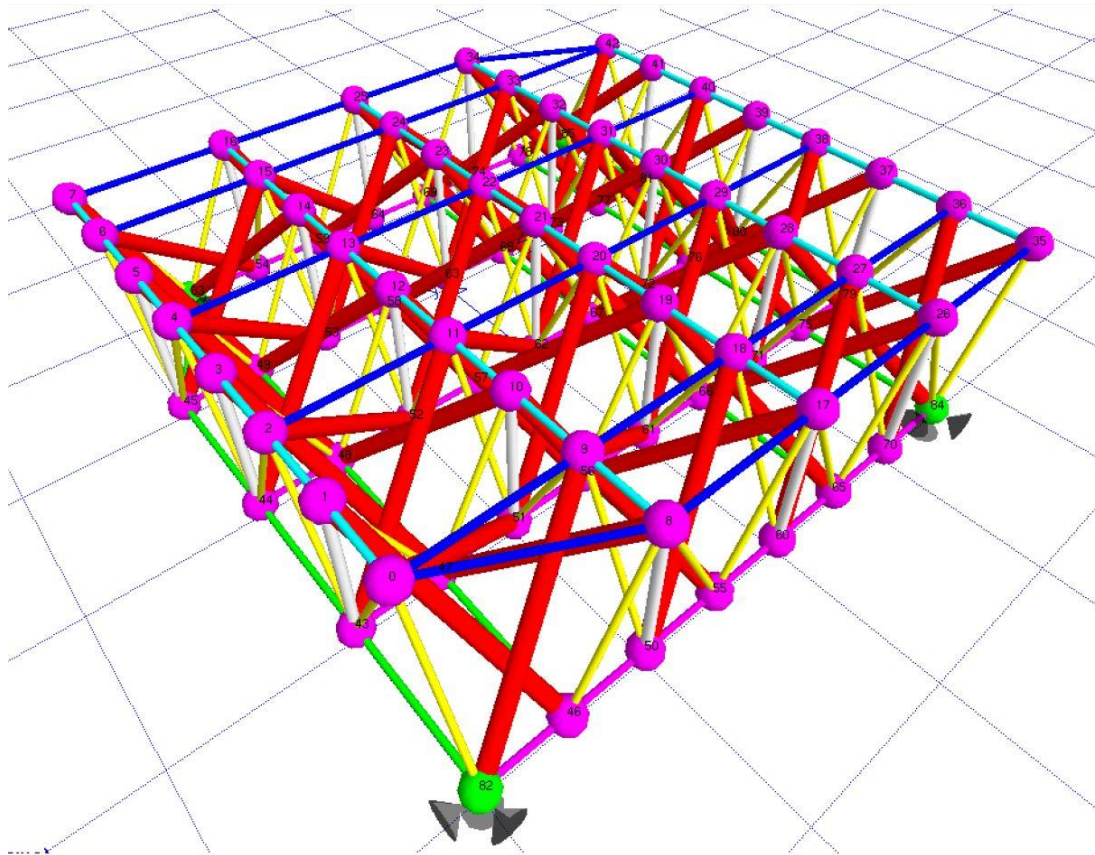


Figure 4. Completed design of the DDLTG after adding additional cables at the boundaries.

Under these conditions, the theoretical lengths of the struts would be 1,5 m, which was very suitable because the standard length of the tubes supplied in Ireland is typically 7,5 m; thereby allowing 5 struts to be attained from each length and minimizing waste. The cables were contiguous in both directions of the horizontal straight alignments of upper and lower layers and therefore had a total length of 4 m each; the bracing cables were also contiguous, although in zig-zag in their plane, where each diagonal had a theoretical length of 1,118 m.

The material for all the elements was steel ($\delta=7850 \text{ kg/m}^3$). Cables were galvanized high tensile steel wire ropes (tensile strength 1770 MPa), with a nominal diameter of 5 mm, except vertical tensors with 10 mm diameter. Steel struts (quality S235JR, yield point 330 MPa) had a circular hollow structural section HSS 21,3x3. Consistent with all these data, the resulting weight of the structure was 169,35 kg, covering 16 m², that is 10,6 kg/m², which for a space frame is considered a lightweight structure. The data relating to the cables and struts are gathered in Table 1.

All the cables of the DDLTG were tensioned, in such a way that the DDLTG was pre-stressed in order to stay stable and in equilibrium. Cable tensions were 19,6 kN for horizontal and diagonal elements and 78,5 kN for vertical tensors (which corresponds in both cases to approx. 56% of elastic limit).

Table 1. Types and characteristics of the struts and cables of the DDLTG

	STRUTS			CABLES			
	K1-K1	K1-K2	K2-K2	Diagonal	Horizontal ^a	Lower Boundary ^b	Vertical Tensors ^c
Quantity	4	36	24	76	102	22	21
Material	Carbon steel S235JR			Galvanized high tensile steel wire rope			
Density (kg/m ³)	7850			7850			
Strength (MPa)	330 (yield point)			1770 (tensile strength)			
Elastic mod. (MPa)	210.000			100.000			
Cross section	Circular HSS 26,9x3			Strands of 7x19 wires			
Diameter (mm)	21,3			5,0			10
Area (mm ²)	172,47			19,63			78,54
Length (mm)	1500	1475	1450	1118	500 - 1000 -1118		1000

^a Horizontal upper and lower layers
^b Horizontal cables of the lower layer at the boundary
^c Composed by turnbuckle + cable + eyebolt

4. ANALYSIS OF THE STRUCTURE

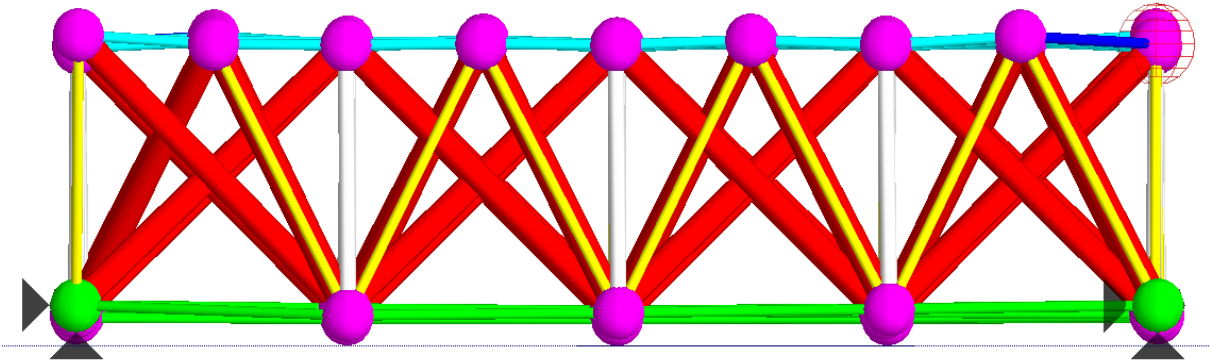


Figure 5. Deflection of the grid under self-weight

As explained above, the structure was calculated with several software tools. In this section, results will correspond to two of those programs: a standard analysis with ToyGL (v. Dec 2012) handled with ToyGL Processor and a linear analysis with Midas Civil (2015 v1.1), which will be conveniently compared. The use of a commercial software for general purposes (Midas) was useful to validate the accuracy of a home-made tool designed for more specific pin-jointed structures and mechanisms (ToyGL). However, Midas (and other similar commercial programs) finds problems to obtain a solution if the structure to calculate has non pre-stressed cables at the initial state. When the cables are not under any tension and they produce a mechanism (characteristic of tensegrity structures), there is not computational convergence and Midas does not reach any solution (even with non-linear analysis and different convergence criteria, like normalized displacements and normalized energetic increments). This fact is determinant, and is the reason why ToyGL could be more suitable in most of the cases.

Figure 6 shows the state of distributions of forces of the DDLTG after being analyzed under the load hypothesis and structural conditions described in the previous section. Even if it is very difficult to appreciate, the set of forces calculated by both software tools are represented in the same illustration (in red and in blue colors); however, as the results are very similar, it is not easy to discern the differences between both graphs. Maximum stress in cables is slightly higher than 30 kN, while maximum compression in struts is always lower than 32 kN.

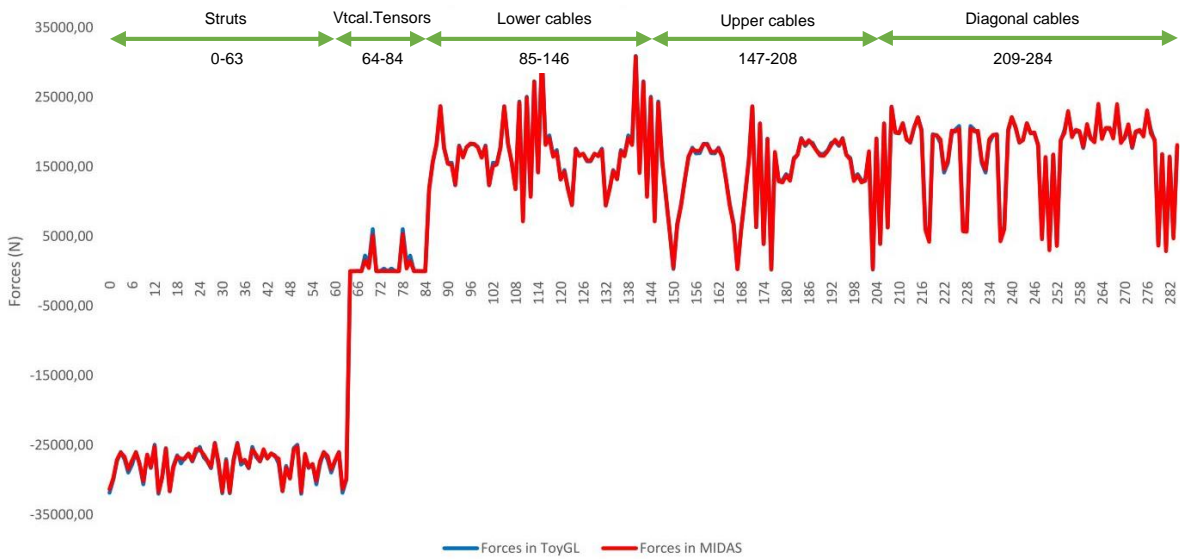


Figure 6. Comparison of member forces (N) between Midas and ToyGL

In Figure 7 it is possible to appreciate the differences of the results related to the member forces obtained with both programs with higher detail. In most of the cases (259 out of 285 elements), these divergences are lower than 3%. There are only 7 cases where that difference is higher than 25% (elements 68, 69, 79, 80, 150, 176, 203) corresponding to those with low force values. It is also significant that the number of slacking cables (vertical tensors) is very similar in both cases: 15 for Midas and 11 for ToyGL (indeed, other four vertical tensors show very low tension in ToyGL).

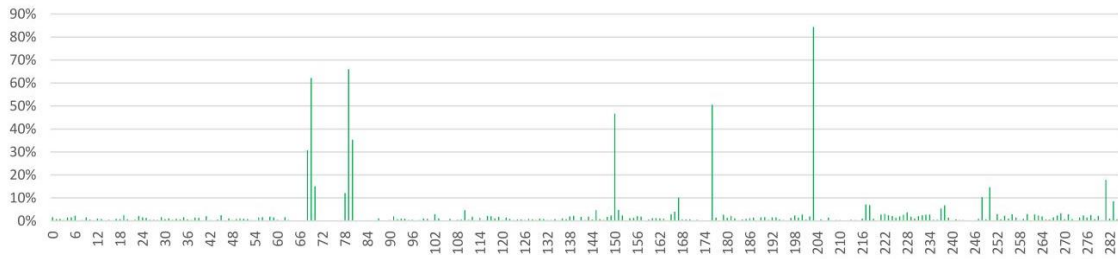


Figure 7. Absolute difference of member forces (%) between Midas and ToyGL

The comparison of displacements of the nodes also shows very similar results. Figure 8 displays the absolute three-dimensional displacement of all the nodes of the structure, and it is clear that both software tools obtain parallel values. In fact, the maximum deflection of the grid has very similar values for both of them: In the upper layer, -0,0201 m (ToyGL) compared to -0,0207 m (Midas), that is 2,91% difference. In the lower layer, -0,0170 m in ToyGL compared to -0,0175 m in Midas (2,62% difference).

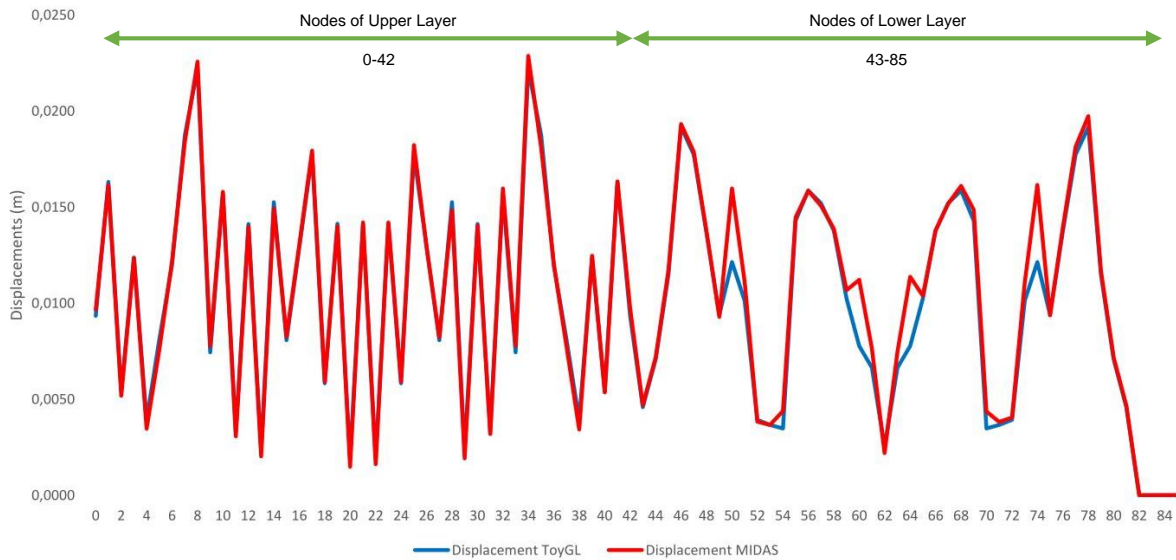


Figure 8. Comparison of absolute displacements (m) of the nodes between Midas and ToyGL

Figure 9 represents the Absolute difference of displacements (%) of the nodes between Midas and ToyGL, where it can be stated that 56 out of 86 nodes have displacement differences of less than 3%. Only the results of six nodes (50, 54, 60, 64, 70, 74) are different in both programs with a percentage higher than 25% (those nodes belonging to the boundary of the lower layer).

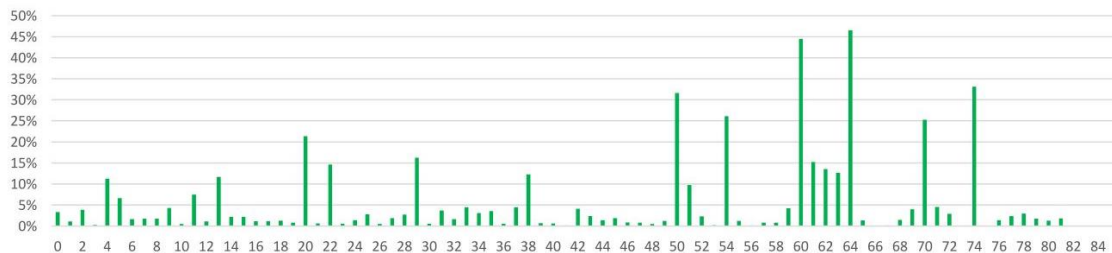


Figure 9. Absolute difference of displacements (%) of the nodes between Midas and ToyGL

5. FOLDABILITY

Foldability, or deployability, is one of the most important advantages of tensegrity structures. Being a type of pin-jointed structures, the elements under compression are, if not isolated, connected with ball joints that act as hinges, permitting folding and stowage in a compact volume. Furthermore, the kinematic indeterminacy of tensegrities is sometimes an advantage. In foldable systems, only a small quantity of energy is needed to change their configuration because the shape changes with the equilibrium of the structure. The analysis of the process for folding and unfolding deployable tensegrities by means of CAD/CAE methods is not straightforward, and it is a challenge that has barely been undertaken until recently.

Before working on the full-scale prototype, some simulations were performed with specialized software tools (ToyGL) to find out the best way to fold the structure (Figure 10). The method to create the mechanisms in the grid, so that it was possible to fold it, was very simple: it was only necessary to untie one end of the contiguous cables that conform each diagonal (10 in total) and each vertical tensor (21 in total).

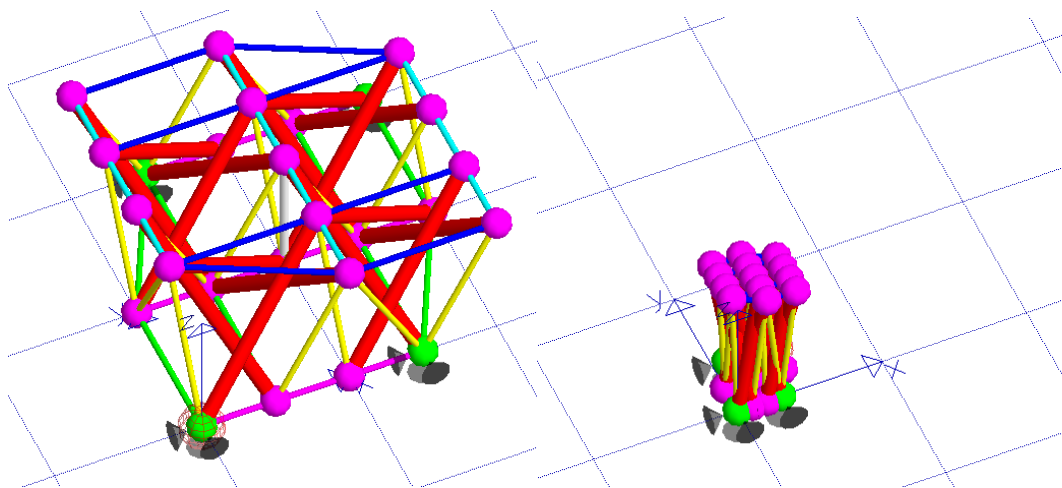


Figure 10. Simulation with software tools: DDLTG 2x2 in its folded and unfolded configuration.

The grid, in its folded and unfolded configuration, can be seen in Figure 10. At the end of the process, the result is a bunch of struts and cables, with a height of a few centimeters more than the length of the struts (1,5 m) and a small diameter.

Thanks to the design of the nodes and grid, the deployment of the grid could also very easy. In the folded configuration, the contiguous cables that make up the diagonal bracing tendons were still inside the holes of the nodes. Therefore, when unfolding the structure, there was no need to re-assemble the connections again because in fact they had not been dismantled.

6. CONCLUSIONS

This paper has briefly described a methodology for the design and calculation of a specific deployable grid, more precisely a DDLTG at full scale (4x4x1 m) composed by 16 modules Quastrut-S of 1x1x1 m.

In order to do so, three CAD/CAE methods were used: ToyGL, Matlab/Octave, and Midas Civil. It was stated that the use of an intermediate platform to exchange data and information between several tools (including AutoCad) was very necessary. For this purpose, the authors created and used ToyGL Processor, based on user-defined functions written in VBA for Microsoft Excel.

The results obtained by ToyGL were compared with those provided by Midas Civil. Both programs are consistent in terms of the definition of geometry, displacements of the nodes, distribution of stresses and forces, reactions, etc. However, for a few elements (especially for those cables that are not carrying a lot of stress) force levels differ slightly. The same happens for certain nodes at the boundary of the lower layer, where displacements calculated by ToyGL and Midas differ more sensibly. This issue proves the difficulties in adapting a general code to all the mechanical characteristics of tensegrity structures, which are very particular due to the high number of infinitesimal mechanisms.

The results of the analysis show that the DDLTG has a correct structural behavior and is stable under self-weight. As it can see in Figure 11, the final stresses of the cables are always under the static limit and the number of slacking cables is not significant.

As a conclusion, the software tools and the methodology for the analysis of tensegrity structures described in this paper have proven to have a high level of reliability, accuracy and consistency.

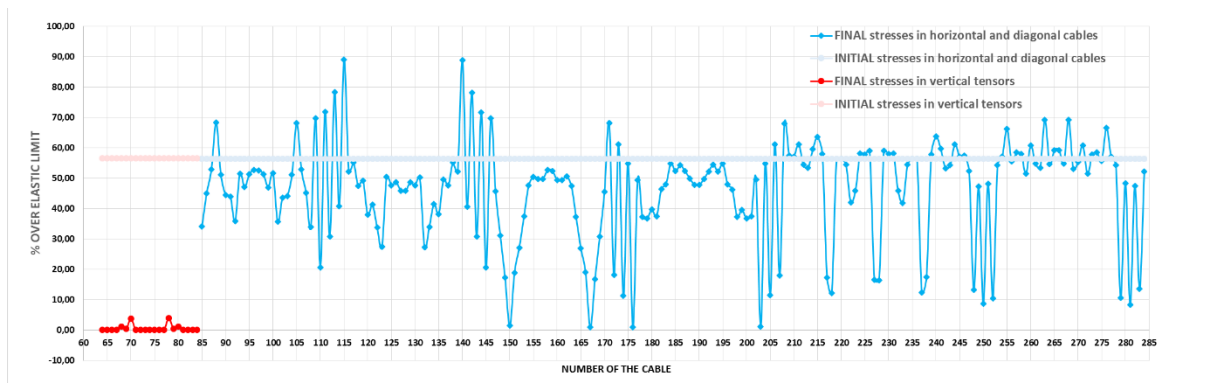


Figure 11. Stress results (% over elastic limit)

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to Landolf Rhode-Barbarigos and Prof. Smith, from IMAC at EPFL for their generosity sharing their useful tools for the analysis of the structures [14], as well as to Dr. Julien Averseng, from LMGC at University of Montpellier, for the valuable help contributed by his software ToyGL [7].

REFERENCES

- [1] Gomez-Jauregui, V. (2015). *CAD/CAE Methods Applied to the Generation of New Double-Layer Tensegrity Grids*. PhD Thesis. Universidad de Cantabria. Santander.
- [2] Juan, S. H., and Mirats Tur, J. M. (2008). "Tensegrity frameworks: Static analysis review." *Mechanism and Machine Theory*, 43(7), 859–881.
- [3] Mirats Tur, J. M., and Juan, S. H. (2009). "Tensegrity frameworks: Dynamic analysis review and open problems." *Mechanism and Machine Theory*, 44(1), 1–18.
- [4] Tibert, A. G., and Pellegrino, S. (2003). "Review of form-finding methods for tensegrity structures." *International Journal of Space Structures*, 18(4), 209–223.
- [5] Zhang, L.-Y., Li, Y., Cao, Y.-P., and Feng, X.-Q. (2014). "Stiffness matrix based form-finding method of tensegrity structures." *Engineering Structures*, 58, 36–48.
- [6] Shekastehband, B., Abedi, K., and Chenaghloou, M. R. (2011). "Sensitivity analysis of tensegrity systems due to member loss." *Journal of Constructional Steel Research*, 67(9), 1325–1340.
- [7] Averseng, J., Quirant, J., and Dubé, J.-F. (2012). "Interactive design and dynamic analysis of tensegrity systems." *International Journal of Space Structures*, 27(Special Issue 2-3).
- [8] Maurin, B., Bagneris, M., and Motro, R. (2008). "Mechanisms of prestressed reticulate systems with unilateral stiffened components." *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 27(1), 61–68.
- [9] Pellegrino, S., and Calladine, C. R. (1986). "Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks." *International Journal of Solids and Structures*, 22(4), 409–428.
- [10] Tran, H. C., and Lee, J. (2010a). "Advanced form-finding of tensegrity structures." *Computers and Structures*, 88(3-4), 237–246.
- [11] Tran, H. C., and Lee, J. (2010b). "Initial self-stress design of tensegrity grid structures." *Computers and Structures*, 88(9-10), 558–566.
- [12] Zhang, J. Y., and Ohsaki, M. (2006). "Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures." *International Journal of Solids and Structures*, 43(18-19), 5658–5673.
- [13] Zhang, J. Y., and Ohsaki, M. (2007). "Stability conditions for tensegrity structures." *International Journal of Solids and Structures*, 44(11-12), 3875–3886.
- [14] Bel_Hadj_Ali, N., Rhode-Barbarigos, L., and Smith, I. (2011). "Analysis of clustered tensegrity structures using a modified dynamic relaxation algorithm." *International Journal of Solids and Structures*, 48(5), 637–647.
- [15] Gomez-Estrada, G. (2007). "Analytical and numerical investigations of form-finding methods for tensegrity structures." PhD Thesis, Max-Planck-Institut für Metallforschung und Universität Stuttgart, Stuttgart.

The elastic view of the structural continuum versus the strength of material analysis

López-Rey, Javier¹; Ripoll, Salomé

ABSTRACT

The appearance of the graphic computing has allowed to deal with analysis of two and three-dimensional structural continuum by means of mechanic models that have the capacity to understand the simplest and more complex behaviors between local geometries that classic methodologies are not able to describe.

This fact involves the re-adoption of the Elasticity Theory and the prominence of the stresses against the comfortable view to simplify them along one of the geometry dimensions (e.g. one of the beam edges) to convert them into strains. The Strength of Materials concepts and the vectorial calculus might become outdated nowadays.

Moreover, the Finite Element Method used in this study allows facing structural geometries with geometric and functional complexity. This would not be possible with classic methods without introducing important simplifications.

Keywords: linear model, stress analysis, geometry, formal complexity

1. LA VISIÓN ELÁSTICA DE LOS CONTINUOS ESTRUCTURALES FRENTE A LOS ANÁLISIS POR ESFUERZOS DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES.

Pasar desde la visión de los comportamientos estructurales, mediante el análisis por elementos lineales o interpretaciones vectoriales a la imagen tensional en morfologías bi y tridimensionales, exige un esfuerzo de adaptación. La casuística que se va a presentar a continuación, pertenece al ámbito de la arquitectura y se centra, exclusivamente, en consideraciones geométricas. No entran en el escrito las sutilezas sobre la modelización intrínseca del comportamiento de los materiales, (campo en el que se ha avanzado mucho en los últimos años). Se exceptúa una aproximación a la introducción de fisuras en el último ejemplo. Se muestran ocho casos de ambición morfológica creciente. Las geometrías en el mundo de la arquitectura suelen ser más complejas (aunque mucho más pequeñas) que las de la obra civil.

La comunicación avanza en sentido creciente desde modelos de barras muy sencillos hasta la visión del comportamiento conjunto de alguna conurbación de cúpulas. Como ya se ha dicho, habrá un último apartado donde se introducirá la posibilidad geométrica de la modelización discontinua mediante la introducción de fisuras virtuales.

¹ ETS Arquitectura Barcelona. UPC (ESPAÑA). javier.lopez-rey@upc.edu (Javier López-Rey)

Este trabajo es el compendio de muchos estudios parciales desarrollados a lo largo de los años por el primer firmante como apoyo a sus clases de comportamientos estructurales.

Dada la muy distinta distribución cronológica y el empleo de varias aplicaciones informáticas diferentes, surge el problema de la visualización cromática centrada, básicamente, entre tracciones, compresiones y valores nulos. La primera intención era unificar el criterio de colorido. Sin embargo, los problemas logísticos que ello comportaba, han aconsejado respetar las cromáticas propias de cada caso y complementar cada una de ellas con una explicación adecuada.

A. La viga de un tramo

A.1. Viga sobre apoyos elásticos en la Línea Neutra.

Comenzando por el principio, se presenta en la primera **Fig. 1** el comportamiento de una viga elásticamente biapoyada sobre una rótula indesplazable y desplazable respectivamente para evitar tensiones parásitas. En el primer apartado **Fig.1(a)** se muestran los comportamientos canónicos de la **Resistencia de Materiales**: diagrama de momentos flectores, diagrama de esfuerzos cortantes y, complementariamente, una interpretación manual de las **isostáticas**. En esta figura se grafían en azul las “catenarias” de tracción y en rojo los “arcos” de compresión. Como es sabido, hay un punto singular en el centro. La modelización exige afinar la colocación de los apoyos en los extremos de la Línea Neutra. En la subfigura **Fig. 1(b)** se aborda la misma visión desde el punto de vista elástico/tensional. La primera de las tres imágenes corresponde a las tensiones horizontales en fibras superiores e inferiores debidas a los momentos flectores. En la segunda, se representa la distribución de las tensiones cortantes. Finalmente, en la tercera, se expone la somera distribución de las tensiones verticales que por su pequeño valor son sistemáticamente ignoradas por la Resistencia de Materiales, pero no por la **Elasticidad del Estado Plano**.

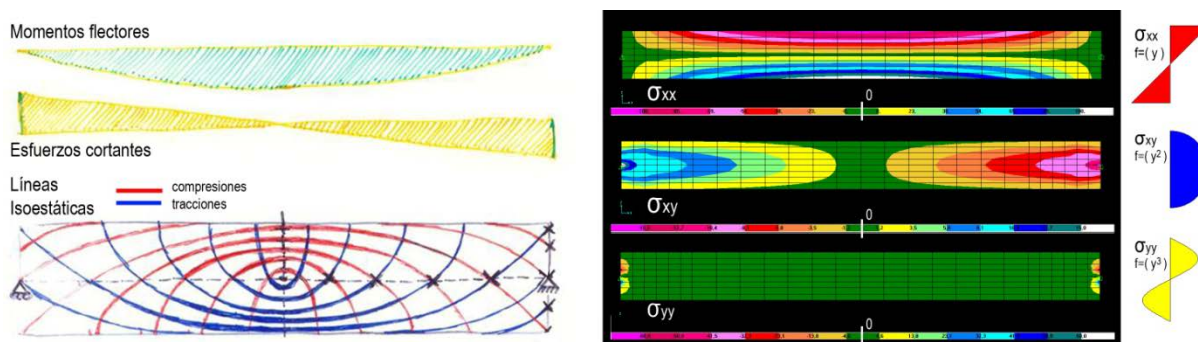


Figura 1. (a) Esfuerzos de viga e isostáticas , (b) Alzados de tensiones , (c) Distribución en el canto

El color verde oscuro representa el cero. Los azules (rematados por el blanco como valor máximo) corresponden a **tracciones** o valores positivos. Los colores naranjas, rojos y rosas se adoptan aquí como **compresiones** o valores negativos.

Frente a los dos diagramas de esfuerzos al uso que propone la Resistencia de Materiales, la interpretación elástica presenta tres diagramas de tensiones como indica la visión canónica del problema. A título de corolario, se exponen en la última columna **Fig.1(c)** las tres distribuciones

tensionales del apartado anterior, pero ahora con su visualización característica a lo largo del **canto** de la viga. Suele olvidarse que la tercera distribución corresponde, precisamente, a las tensiones verticales y que es una **curva de tercer grado**. La coherencia del modelo obliga a poner las cargas en la misma Fibra Neutra, y la curva de tercer grado tiene tres puntos nulos y una morfología antimétrica. Las pequeñas manchas de color en los extremos de la viga **Fig.1(b)** indican, precisamente, este comportamiento que se acusa por su proximidad a los apoyos.

A.2. Viga sobre apoyos elásticos en la parte inferior

La modelización elástica por **Elementos Finitos** de la viga interpretada como continuo bidimensional permite abordar **matices** a los que no llega la simple Resistencia de Materiales. En este caso se propone colocar los apoyos (del mismo carácter que el apartado anterior) en el **infradós** del continuo (que es lo habitual en una viga biapoyada). Se observará que la simetría cromática del caso anterior, respecto a la Línea Neutra, se empieza a perder.

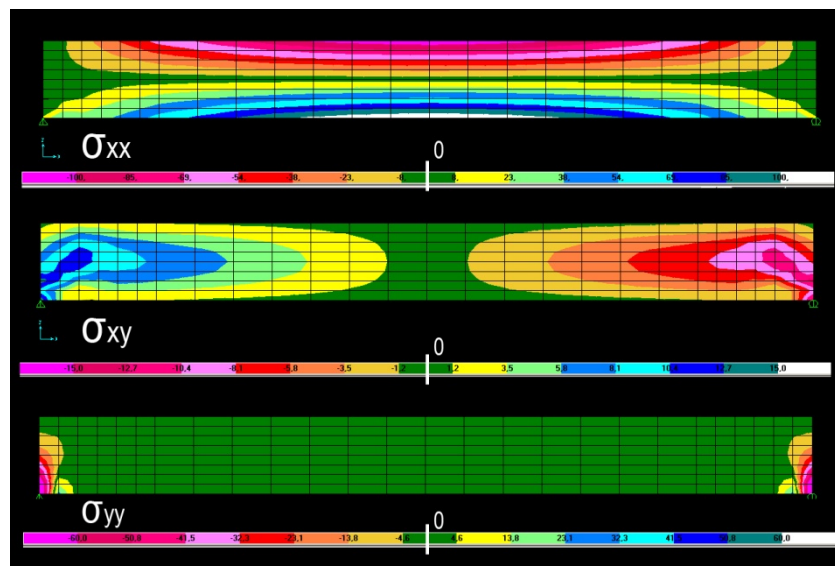


Figura 2. (a) Tensiones σ_{xx} , σ_{xy} y σ_{yy} en la viga con apoyos en el infradós.

En σ_{xx} la mancha verde oscuro se repliega sobre si misma en los extremos de la parte superior pero se extiende en sus homólogos inferiores revelando la presencia del **apoyo**. Esta observación es mucho más evidente en las tensiones cortantes σ_{xy} , donde las manchas extremas azules y rojas se curvan hacia los apoyos. Finalmente, la antimetría vertical de σ_{yy} en los extremos también se pierde por la presencia de los apoyos, complicándose las manchas. Podríamos avanzar en la complicación del apoyo, por ejemplo metiendo más puntos de contacto en su modelización. No se va a seguir por este camino en el presente escrito.

A.3. Viga biempotrada

La simetría de la viga (similar a la biapoyada) provoca un diagrama de cortantes idéntico a los casos anteriores, pero el diagrama de momentos presenta los típicos **cuernos negativos** de los empotramientos y el de isostáticas los puntos de inflexión en las dos familias **Fig.3 (a)**. La traducción cromático/elástica **Fig.3 (b)** presenta su más espectacular concreción en los puntos de momento nulo de la primera figura. Corresponden a las crucetas curvilíneas verde oscuro (valor nulo) de las σ_{xx} .

El diagrama de las tensiones cortantes σ_{xy} debería ser idéntico al de la **Fig.1 (b)**. Si no es así, es por forzar la escala cromática. En cuanto a las tensiones σ_{yy} , se mantiene la antimetría de la **Fig.1 (b)** pero repartida a lo largo del apoyo empotrado (que corresponde a todo el canto). En consecuencia, el cero (verde oscuro) aparece, ahora, en la Línea Neutra. Por lo demás, en este caso, la correspondencia esfuerzos/tensiones, en ambas figuras, es inmediata.

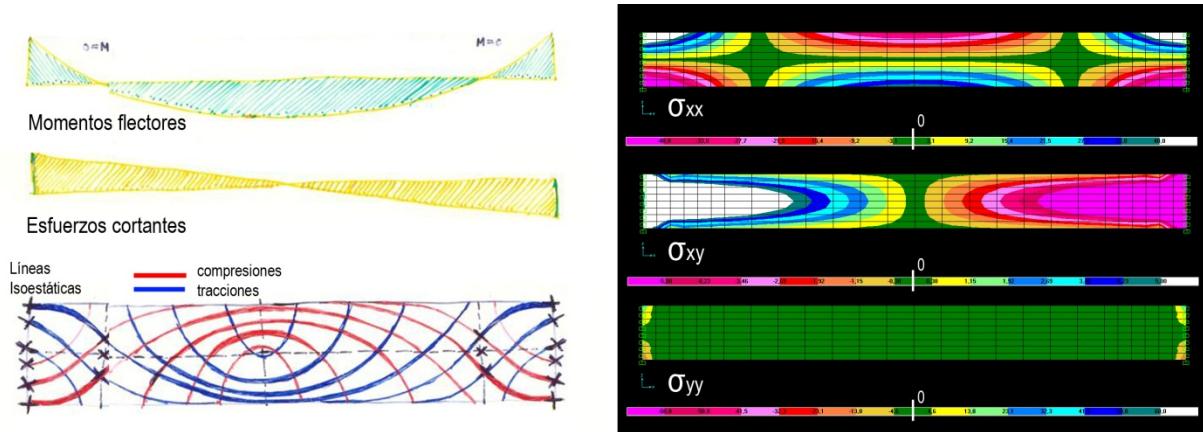


Figura 3. Viga doblemente empotrada (a) Esfuerzos de viga e isostáticas, (b) Alzado de tensiones

B. Semipórtico de un vano

Como en el caso anterior la **Fig.4 (a)** representa los tres diagramas de esfuerzos entre las dos barras: **momentos, cortantes y axiles**. La figura **Fig.4 (b)** muestra las isostáticas al uso y el plano de tensiones mínimas (entiéndase de compresión) que, por una vez, coincide bastante bien con la geometría de las isostáticas rojas. Ello es debido a la relativa poca variación cuantitativa de las tensiones a lo largo de las mismas, lo que las aproxima, en este caso, a las **isotensas** que es lo que representan los límites entre colores del esquema cromático.

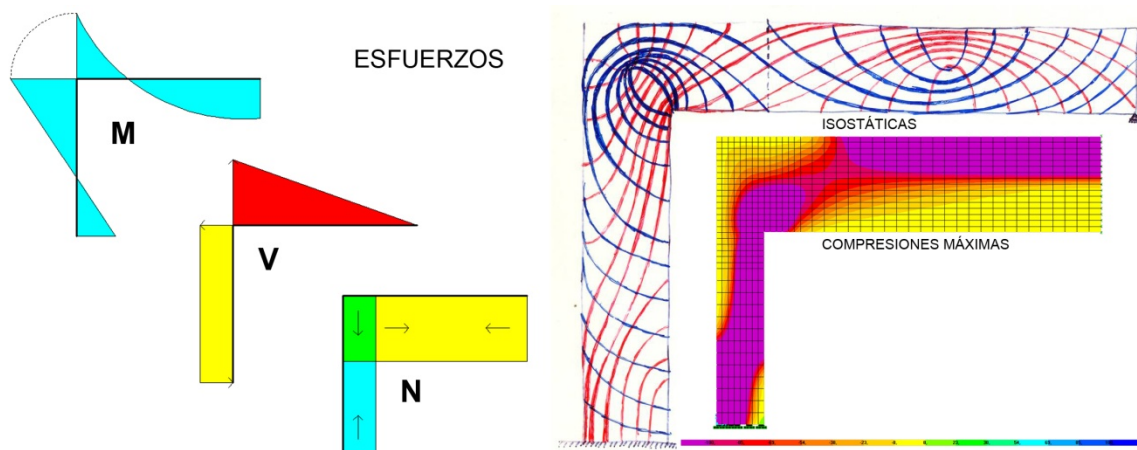


Figura 4. Semipórtico (a) Esfuerzos, (b) Isostáticas y compresiones máximas.

Las tres imágenes en falso color de la **Fig.5 (a) (b) y (c)** exigen una explicación en su aparente falta de correlación con los diagramas de esfuerzos.

En la **Fig.5 (a)** : σ_{xx} , los colores rojos y azules en los labios de la zona superior e inferior, respectivamente, en la parte central de la viga, reproducen el **momento positivo** de la visión lineal.

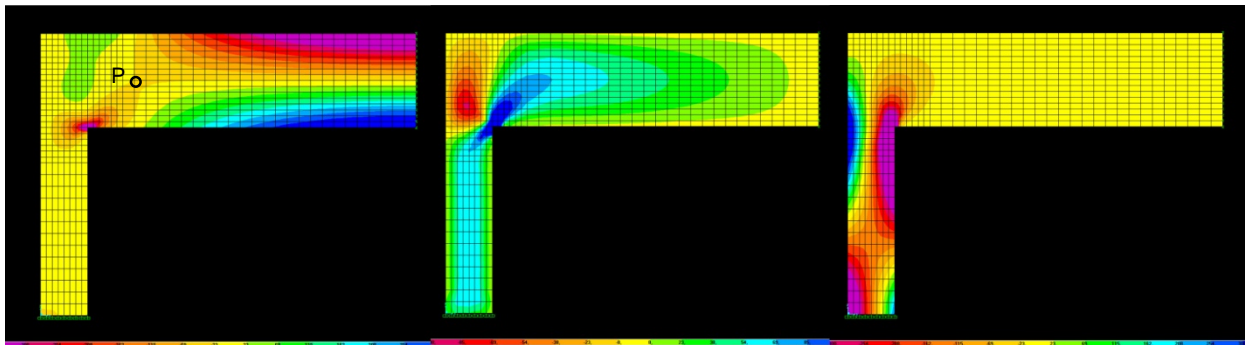


Figura 5. Semipórtico: Alzados de tensiones (a) σ_{xx} , (b) σ_{xy} , (c) σ_{yy}

El punto de inflexión en la Línea Neutra también se percibe (Punto “P”). En este caso el valor nulo es el amarillo. Sin embargo, los valores pésimos del momento negativo se diluyen en la parte superior (verde claro). No así, en la parte inferior, donde aparece una concentración de compresiones en el ángulo interior (rojo). Este hecho era de sobra conocido, sin necesidad de llegar a las modelizaciones informáticas. En cualquier tratado de hormigón, no demasiado moderno, era característica la aparición de una cartela, en esta zona, debida a esta concentración. El mismo carácter total de tensiones horizontales en esta figura, provoca que el rectángulo del pilar sea totalmente amarillo.

Para esta zona lo que priva son las tensiones verticales σ_{yy} , que aparecen en la **Fig. 5 (c)**. La combinación de las tensiones verticales de la visión bitriangular de **esfuerzos de flexión** en el pilar con las debidas a la simple **compresión** por transmisión de cargas al apoyo, provoca una típica **“distribución en diagonal”**. Ello consiste, en que el borde superior izquierdo del pilar trabaja a tracción, mientras que el interior lo hace a compresión. Al llegar a la base el comportamiento se invierte, como lo hace el diagrama de momentos. En consecuencia, la cromática va al revés. La preponderancia de las compresiones implica una mayor continuidad del color rojo en forma de **mancha diagonal** dentro del rectángulo del pilar. Ello revela el comportamiento en flexión compuesta del mismo. A título de corolario: la **“S” deformacional** del pilar sigue la contraforma de esta diagonal.

El diagrama de tensiones cortantes, presenta la típica distribución parabólica en la semijácena y la uniforme (debida a la constancia del esfuerzo cortante) en el pilar. Más difícil de explicar es el radical cambio de signo en los alrededores de la entrega jácena-pilar. La concentración azul en el diedro interno está directamente relacionada con las compresiones isostáticas en el mismo. La mancha roja de la izquierda tiene que ver con un efecto compensatorio que suele aparecer en el extradós del anterior.

Se ha omitido deliberadamente, en la **Fig.5 (c)** la constatación de que las manchas rojas y azules de la flexo/compresión en la parte superior del pilar, **invaden** descaradamente la zona de la jácena. Se hace ahora esta observación, así como la ya citada suave mancha verde de las tracciones de momento negativo, para incidir en la idea de que el concepto de **“nudo”** en la entrega **barra/pilar** que propone la Resistencia de Materiales, es un **tópico** que no se mantiene cuando se aborda el análisis bidimensional. Ni existe el nudo ni pasa en él nada extraordinario. Lo importante está a su alrededor.

C. Muro de transmisión de cargas con huecos desordenados

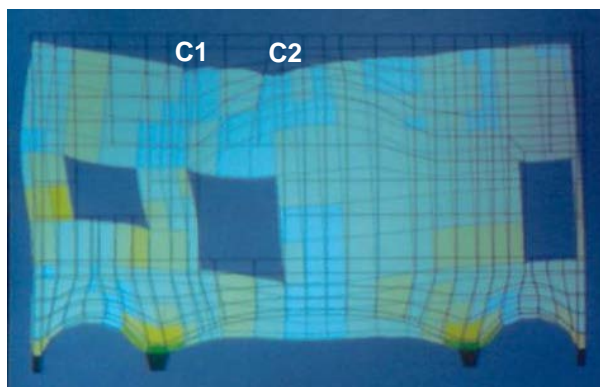


Figura 6. Deformada de muro sobre cuatro apoyos (a) Sin apeo intermedio, (b) con apeo intermedio

El tercer tema que se somete a consideración va a presentar dos **variantes**. En la primera, se trata de un caso real de muro sobre **cuatro apoyos** con tres huecos de geometría muy independiente y **dos muros transversales** (C1 C2) que transmiten importantes cargas verticales al resto del continuo. El modelado corresponde a una aplicación muy antigua y “casera” de representación de tensiones principales mediante las típicas crucetas rojo/azul. Esta figura se parece al trazado de isostáticas. El problema consistía en la colocación de un arriostramiento provisional bajo el central de los tres arcos del **infradós**. Las Fig. 6 (a) (b) representan las deformadas del muro antes y después del apeo.

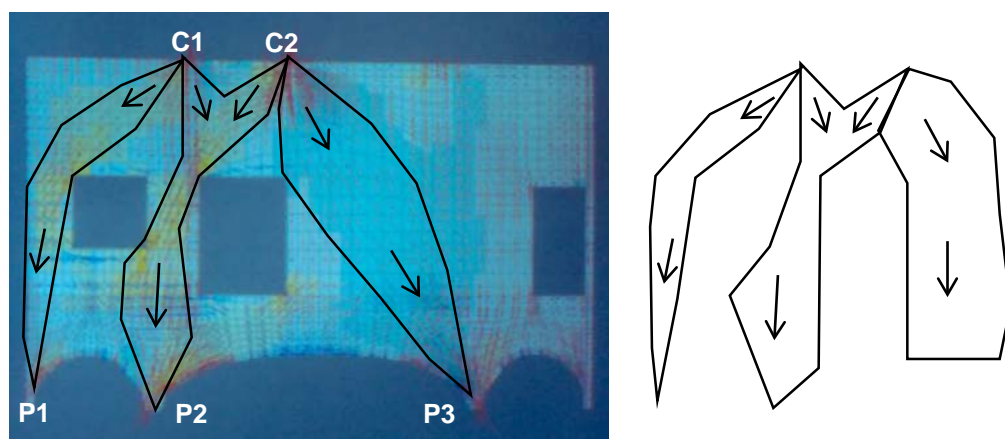


Figura 7. Distribución de tensiones de compresión (a) sin apeo, (b) con apeo

Se observará en la Fig. 7 (a) que las tensiones provocadas por C1 C2 rodean los dos huecos de la izquierda para llegar a los apoyos P1, P2 y P3. En la Fig. 7 (b) la introducción de los dos puntos de apoyo A1 y A2 bajo el arco central, desvía, radicalmente, las líneas de máxima tensión hacia esos puntos. Dejando, prácticamente **inoperante**, el apoyo P3.

En la **segunda variante** de muro transmisor de cargas, éste aparece cómodamente apoyado en el suelo, a diferencia del anterior. Se analizan las tres distribuciones cromáticas de las tensiones σ_{yy} , σ_{xx} y σ_{xy} . La geometría presentada corresponde a uno de los siete planos verticales que definían el contenedor correspondiente a una propuesta de **museo para Van Gogh** en Ámsterdam. Esta idea pertenecía al Proyecto Final de Carrera de la, entonces alumna y hoy profesional de la arquitectura: **Gloria Sabaté**.

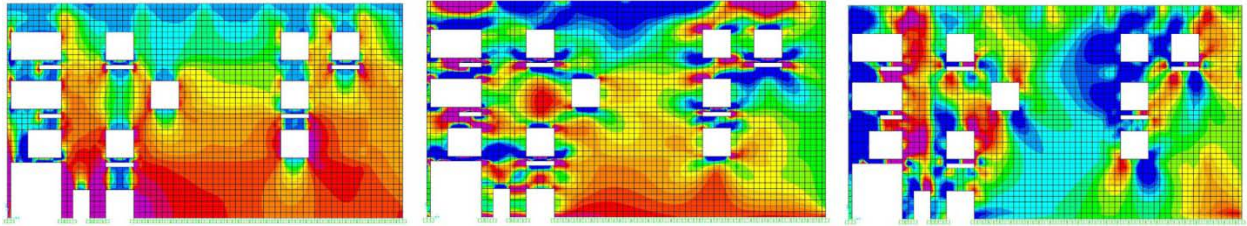


Figura 8. Muro apoyado en el suelo (a) σ_{yy} , (b) σ_{xx} , (c) σ_{xy}

La información más interesante en este tipo de geometrías es la transmisión de las cargas verticales. Por ello, el primer esquema que se muestra **Fig. 8 (a)** es la σ_{yy} . En la escala cromática que se utiliza, los azules de la parte superior del muro representan valores mínimos de compresión y los rojos de la parte baja los valores máximos próximos a la cimentación. Es interesante observar como debajo de alguno de los huecos se forman unos **bulbos de descarga** que se van cerrando a medida que nos alejamos hacia abajo. En la **Fig. 8 (b)** se resaltan los cambios de color en los **dinteles** sobre los huecos. Se visualizan **jácenas implícitas** con fibras comprimidas en la parte superior y traccionadas en la zona del dintel. Respecto a σ_{xy} , en los mismos dinteles la variación positivo/negativo o lo que es lo mismo azul/rojo es de **izquierda a derecha** y no de arriba abajo.

D. Plano de carga complejo. Media sección de la Catedral de Sevilla.

La geometría básica sigue siendo la de un “muro” pero con tal cantidad de **huecos** que invalidan esta definición. Se trata de la mitad de la sección transversal de la **Catedral de Sevilla** propuesta como ejercicio de curso en una de las asignaturas del abajo firmante, y desarrollada por alguno de los alumnos. El modelo hace una simplificación, puramente didáctica, que es la de asimilar toda esta geometría a una superficie vertical coincidente con el **plano xy**. La intención es conseguir una forma de perímetro muy complejo y, en el fondo, no tan alejada de la realidad.

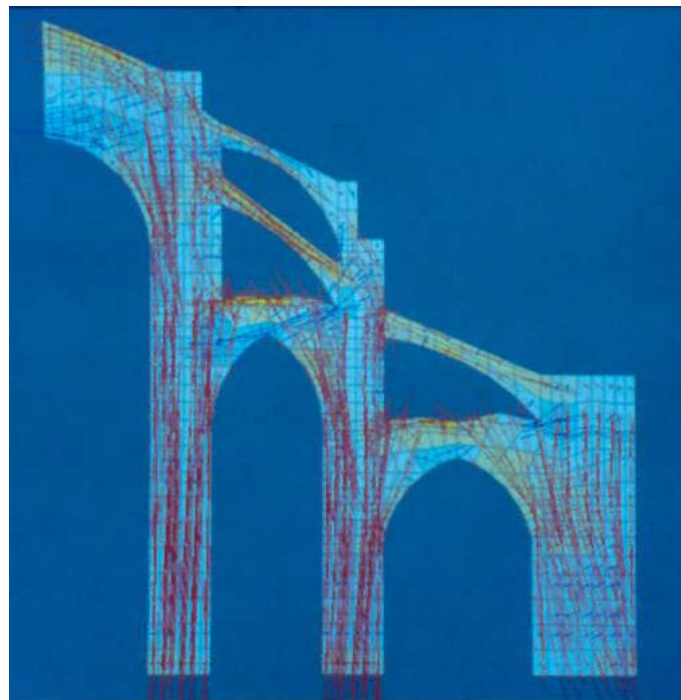


Figura 9. Crucetas de tensiones principales en un perfil gótico

En la **Fig. 9** se puede observar como las **compresiones principales** bajan con gran verticalidad por los **pilares** que separan la nave central de la primera lateral y ésta de la segunda anexa a fachada. Las reacciones en la cimentación son sensiblemente verticales. En cambio, en el **machón exterior** de gran canto, las crucetas isostáticas se desvían mucho hacia la derecha. Ello justifica su carácter de **contrafuerte**.

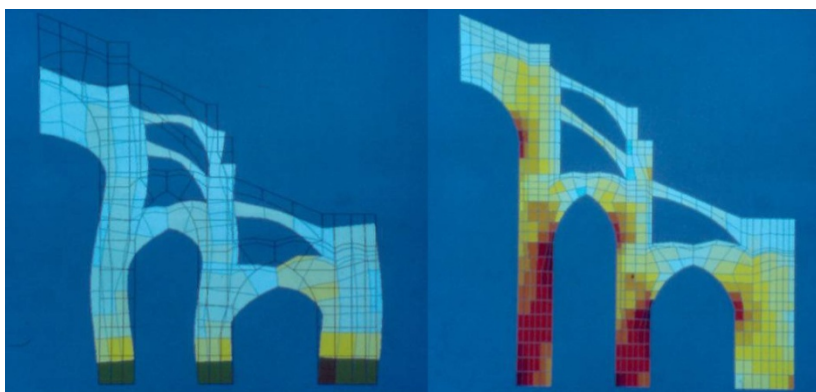


Figura 10. Perfil gótico (a) Deformada, (b) Tensiones σ_{yy}

Pese a lo que presupondría la intuición del arquitecto: de los dos **arbotantes** situados sobre la nave lateral más próxima a la central, el más elevado de los dos, **no tiene casi responsabilidad**. En cambio el más próximo al arco de la nave, transmite un **alto porcentaje de compresiones**. Igualmente, el arbotante sobre la nave lateral más exterior tiene muy poca responsabilidad respecto al contrafuerte.

La **Fig. 10 (a)** muestra la **deformada**. Se observará que mientras los dos pilares interiores flectan hacia dentro el machón lo hace hacia fuera, lo que intuitivamente no es tan evidente. Finalmente, la **Fig. 10 (b)** muestra la ya conocida “**distribución en diagonal**” de las **σ_{yy}** en los dos pilares centrales debida a la flexocompresión. Aquí, la ya expuesta relación con la “**S**” **deformacional** es evidente. También es llamativa la concentración de compresiones en el estribo correspondiente al arco más alejado del central y, localizado, ya, sobre el machón exterior.

La representación de esta geometría mediante un pórtico convencional, hubiera **perdido muchos matices** de esta distribución tensional.

E. Esfuerzos en láminas

En este camino de **complejidad** geométrica y funcional **creciente**, se entra, ahora, en el terreno de las modelizaciones **laminares**. Se recuerda, como introducción a esta familia, que aparece un concepto intermedio entre el de tensión, utilizado hasta ahora (cargas por unidad de superficie), al, muy útil, de esfuerzo de lámina (**esfuerzo por unidad de longitud**). También se le llama “**tensión extendida**”.

Esta nueva magnitud está equidistante entre el concepto de tensión y el de esfuerzo, propiamente dicho, utilizado hasta ahora. Permite visualizar, con mucha claridad el comportamiento en el sólido total, independientemente de lo que suceda en la cara superior o inferior de la lámina, sometidas a tensiones auténticas.

Figura 11. Lámina plana (placa) (a) Visión por “cuadernas”, (b) M11, (c) M22

Figura 12. (a) Torsor M12, (b) Esfuerzo cortante V13, (c) Esfuerzo cortante V23

La representación clásica al uso de este tipo de esfuerzos es la indicada en la **Fig.11 (a)**. Se trata de visualizar estos esfuerzos en una **axonometría** (visión por “**cuadernas**”). De la misma forma, que en el caso de barras se hacía sobre el plano. Sin embargo, la aparición de la informática gráfica permite pasar a una nueva imagería totalmente **topográfica**. No debe olvidarse que las líneas entre colores diferentes se pueden interpretar directamente como las **curvas de nivel** de una topografía ficticia. Que es, geoméricamente, mucho más acorde con la superficie de esfuerzos que representaría las cuadernas repetidas hasta el infinito. Se aplica esta idea al comportamiento de una placa rectangular **empotrada en sus cuatro lados**.

Con esta nueva visión, se muestran en las **Fig. 11 (b) y (c)** y **Fig. 12 (a)** las topografías de esfuerzos de lámina **M11, M22 y M12**. En **M11** son evidentes los empotramientos en el lado vertical izquierdo y derecho de la visión a vista de pájaro de la lámina. En **M22** sucede lo propio con los otros dos lados. La cromática en este ejemplo implica el blanco como máximo valor positivo y el violeta como máximo valor negativo. Los momentos de empotramiento perfecto no son **constantes** a lo largo del lado sino que siguen una distribución en labios. Resulta más espectacular la visión topográfica del **momento torsor** con los dos **montículos** diagonalmente opuestos de momento positivo y sus dos hermanos, en los dos cuadrantes restantes, en forma de **valles**. Como la teoría indica los valores a lo largo de los lados y de los dos ejes de simetría son nulos.

Las tres figuras comentadas se han modelizado con una versión algo antigua del conocidísimo **programa SAP**. En cambio, los esfuerzos cortantes se han visualizado en una versión más moderna. En este caso, el cero está en la zona verde/amarilla. Aparecen en la **Fig. 12 (b)** unos pequeños **esfuerzos parásitos** de cortante en las caras horizontales que el autor de este escrito no sabe interpretar.

F. Plegaduras

Como en el **caso C**, esta tipología también va a presentar dos variantes: la **cantonera** y una **plegadura** de geometría más compleja formada por dos forjados unidos por sus correspondientes paredes.

Dentro, ya, del mundo de las **láminas**, el paso siguiente (antes de entrar en la curvatura) es la unión de placas en el espacio. La interrelación entre ellas implicará la transmisión de esfuerzos axiales de membrana de unos componentes sobre otros. Esto quiere decir que a los **Esfuerzos de Placa** por unidad de longitud (tensiones extendidas), tratados en el apartado anterior, hay que sumar los de **membrana** debidos a esta interrelación. En consecuencia, estas nuevas “placas” tienen el **comportamiento completo de láminas** con sus **diez** esfuerzos. De lo único que carecen, todavía, es de **curvatura**. A este nuevo modelo funcional le llamamos **Plegadura**.

La otra característica de esta tipología es la unión entre placas: la **Arista**. Este nuevo elemento es un **rigidizador** importante y distorsiona, fuertemente, los esfuerzos de lámina en sus proximidades.



Figura 13. *Cantonera (a) perspectiva axonometrica (b) id. cónica (c) fuerzas F22 (tracciones en la esquina)*

Queda una importante cuestión de fondo que aparece por primera vez en esta geometría. “**Nunca llueve a gusto de todos**”. Aunque pueda resultar obvio, los esfuerzos se refieren a los sistemas de **Ejes Locales** en cada elemento de Plegadura (no así las deformaciones que van referidas a ejes globales). Este hecho, unido a que por una larga tradición, totalmente admitida, el **eje local 3** corresponde siempre con la **normal** a la superficie, imposibilita que los diversos sistemas locales de las varias placas que componen la plegadura, tengan la misma orientación. Este problema aparece por primera vez en este momento. En consecuencia, hay que decidir que correspondencias parciales y posibles se pueden montar entre los **ejes locales 1 y 2**. El abajo firmante, por tradición, **paraleliza los ejes locales 2** en los paramentos verticales. Con esta apuesta, la transmisión de cargas hacia los apoyos resulta más evidente.

Con todo lo dicho se pasa a analizar una Plegadura. La denominamos “**cantonera**”. Se trata de una geometría formada por tres planos paralelos a los coordenados (según los ejes globales). La más evidente es un **búnker** de cuatro caras y un techo cuadrado. El modelo se constriñe a la cuarta parte al partirlo por los dos planos verticales de simetría. Se supone que las tres superficies son del mismo material y espesor. A “grosso modo”: el peso del techo como placa, transmite el mismo a las paredes. Sin embargo, esta transferencia dista mucho de ser uniforme debido a la presencia de la **arista común**.

En la **Fig. 13 (a)** se muestra una **perspectiva axonometrica** de la **deformada** de la cantonera. Se observará que las verticales distantes de la arista común de las dos paredes se deforman muchísimo en “s”. Como si fueran pilares de sendos semipórticos correspondientes a los dos planos de simetría del conjunto. La intuición presupondría que las **directrices horizontales** de estas dos caras tendrían que ser sensiblemente paralelas a las dos aristas horizontales. Pero no es así. Ello es debido a la ya anunciada rigidez extra de la arista vertical común (que no se deforma en “s”, ni mucho menos). La **Fig. 13 (b)** muestra la misma **deformada** con más realismo en una acusada **perspectiva cónica**, pero la convergencia hacia los puntos de fuga de las líneas paralelas falsea la falta de paralelismo de las rectas horizontales, mucho más evidente en la perspectiva axonometrica.

De los **diez esfuerzos de lámina** solo se muestran en este trabajo el de las fuerzas de membrana verticales **F22** y los de los tres momentos **M11**, **M22** y **M12**. La **Fig. 13 (c)** muestra la más espectacular de las distribuciones de estos esfuerzos. Se observará que en lo tocante a **F22**, las compresiones más o menos variables que transmite la placa del techo a las paredes sufre una importantísima distorsión en la parte alta de la arista común, hasta el extremo que se convierten en **tracciones** (huso perimetrado). La explicación de este “**efecto esquina**” es el “**levantamiento de puntas**” de una placa apoyada en sus cuatro lados. Se argumentará que la placa del techo no parece articulada sobre las paredes, sino más bien empotrada. Pero lo cierto es que no se trata de un empotramiento perfecto, sino elástico. La realidad es, por tanto, un **estado intermedio** entre ambos modelos (apoyado/empotrado). Y algo de la memoria de la placa apoyada permanece en el conjunto de la **Plegadura**. La idea no tiene nada de novedosa y explica muchas de las **fisuras horizontales** que aparecen en estas zonas en construcciones más o menos viejas. En cuanto a las **compresiones** no uniformemente transmitidas por el techo a las paredes, se observará, que el color rojo, indicador de las mismas, se va **extendiendo hacia la esquina** en la que parte baja de las paredes.

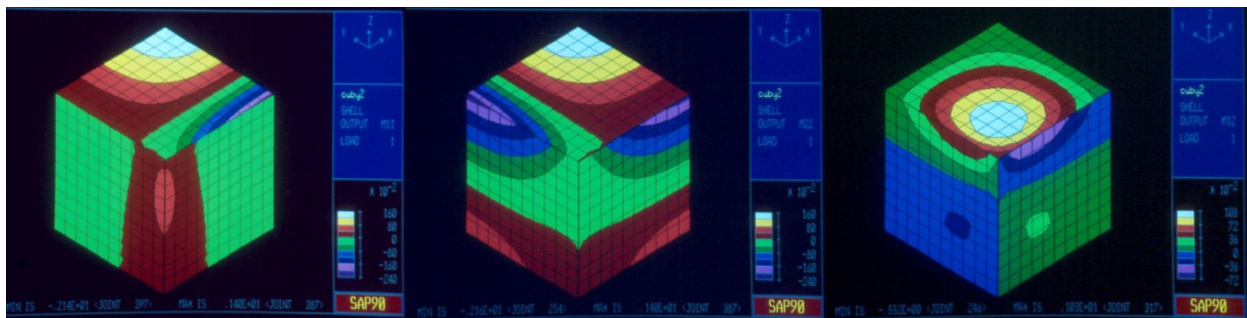


Figura 14. *Cantonera (a) Fletores M11 (b) Fletores M22 (c) Torsores M12*

La **Fig. 14 (a)** muestra el diagrama de momentos **M11** en ejes locales. Solo son evidentes en la placa de techo. Si se compara estas manchas con las de la **Fig. 11 (b)**, se observará que la cromática es la misma y corresponde a la cuarta parte de la imagen ahora citada. Puede no llamar la atención que los labios del momento negativo no tengan ninguna correspondencia con los **M11** de las paredes. Pero si pasamos a la **Fig. 14 (b)** observaremos que los labios negativos de **M22** en la placa de techo tienen esa correspondencia exacta con los de la pared izquierda. Forzando un poco las dotes de **visualización**, se observará que los labios superiores de la pared derecha coinciden con los correspondientes a **M11** negativos de la placa de techo en la figura anterior. Por lo dicho antes, no se pueden hacer corresponder a la vez todos estos esfuerzos si no es recurriendo a la modelización de **esfuerzos principales**, que no se han utilizado en esta opción.

Finalmente en la **Fig. 14 (c)** el diagrama de **torsores**, parecidísimo a la cuarta parte del de la **Fig. 12(a)**, solo difiere de él en que el **montículo** de colores cálidos acabados con valor máximo en el blanco, no se cierra sobre si mismo sin llegar a tocar los bordes (**Fig. 12(a)**) sino que **“muerde”** las líneas de unión con las paredes verticales. Ello corrobora la ambigüedad del carácter de la arista común placa de techo / paredes, que como ya se ha dicho, no es ni empotramiento ni articulación.

La **segunda variante** de esta tipología es un edificio de dos plantas con suficientes **planos verticales y horizontales y aristas**. Su interrelación se hace más compleja. Básicamente son dos forjados empotrados en sendas paredes laterales. La complejidad de la idea es que el forjado primero presenta una **forma en “L”** acabada en un importante **voladizo** en su parte izquierda. La presencia de esta anomalía geométrica, acusa la disimetría general de funcionamiento del conjunto.

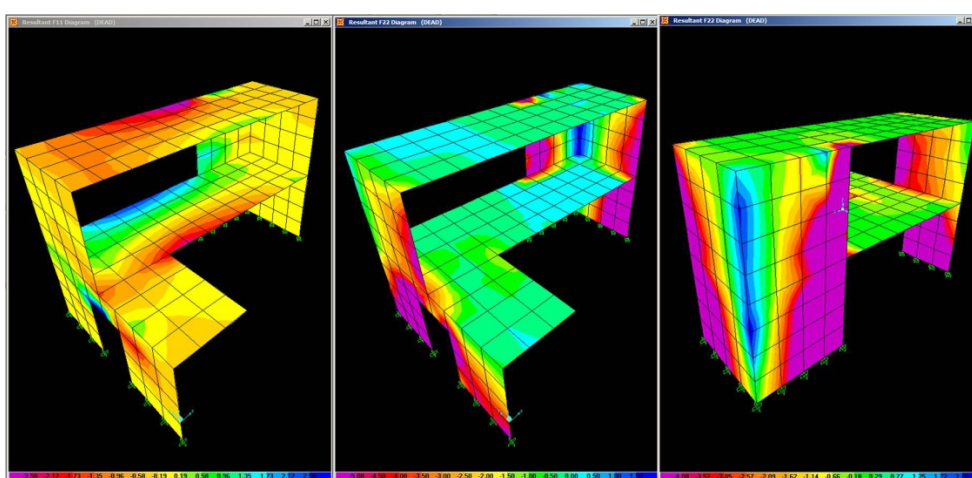


Figura 15. Plegadura (a) Efs. De membrana F11 (b) Id. F22 (verticales visión frontal) (c) Id. Visión posterior

De los diez esfuerzos de lámina, se seleccionan (como en el caso anterior) los más evidentes. En la **Fig. 15(a)** se muestran los esfuerzos de **membrana F11** inscritos en los planos estructurales. Resulta especialmente evidente que el forjado más próximo al suelo, en su zona rectangular (donde no está el voladizo), presenta un comportamiento (entre otras cosas) de **viga horizontal**. Se observan **tracciones** (azul) en la línea de la fachada posterior y **compresiones** (rojo) en la de la delantera. Este comportamiento es mucho más ambiguo en el forjado superior.

En la **Fig. 15(b)** se visualizan los esfuerzos de membrana **F22**. Ya se ha dicho que en los paramentos verticales se unifica la orientación de los ejes locales para que este esfuerzo formalice las cargas gravitatorias. Ello es independiente de la orientación de las paredes, respecto al sistema de ejes globales. Se muestra de forma muy clara que en los **límites exteriores** de las paredes se concentran las **cargas verticales**, al igual que en los alrededores de la puerta del muro más cercano.

En cambio, en la visualización del mismo comportamiento, visto desde atrás **Fig. 15(c)**, se manifiesta la **tracción en la arista común** a las dos paredes de la zona. Si se compara esta figura con la **Fig. 13 (c)**, se observará, que a comportamientos estructurales iguales, les corresponde aspectos cromáticos similares. La única diferencia es que en aquel caso se trataba de un solo piso y ahora de dos.

También resulta evidente, como los esfuerzos verticales de compresión (rojo), van **invadiendo** la zona de la esquina desde los bordes libres de los muros, a medida que nos aproximamos a la base.

Los esfuerzos que quedan por analizar, se restringen a los **dos momentos flectores** y sus **correspondientes cortantes**.

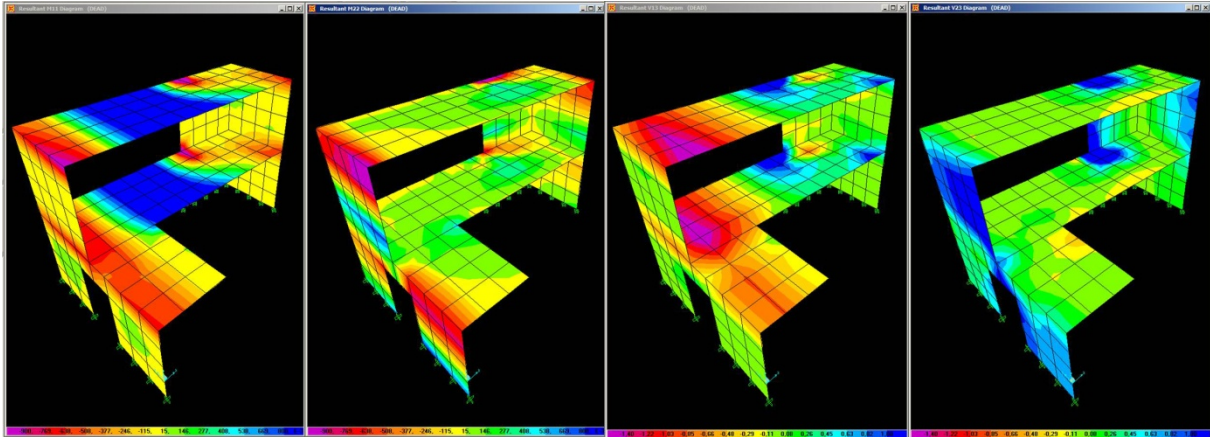


Figura 16. Plegadura (a) M11 (b) M22 (c) V13 (d) V23

En la **Fig. 16(a)** se manifiestan los momentos flectores **M11**. Ambos forjados evidencian el comportamiento como **jácenas planas**. Las manchas azules de **momento positivo** (azul) se extienden en el centro de los mismos, mientras que las de **momento negativo** (rojo) lo hacen en sus bordes.

Es especialmente claro el momento negativo en el extremo próximo del forjado superior. Su similar en el forjado inferior **suma** al efecto de la viga plana, el del **supervoladizo** de la parte delantera. Por ello la mancha roja cubre toda la longitud transversal. La ya comentada **elección de los ejes locales** ha hecho imposible la correspondencia de momentos en el mismo plano de las paredes.

Hay que hacer un pequeño esfuerzo de observación para entender que la **cromática** de la pared próxima al observador, respecto a los momentos equilibrantes de los comentados, corresponde a la de la **Fig. 16(b)**.

Los esfuerzos cortantes **V13** de la **Fig. 16(c)** corresponden a los momentos de la **Fig. 16(a)**. Resulta especialmente interesante observar como en el apoyo derecho de ambos forjados, la parte correspondiente a la fachada posterior es **mucho más corta** que la anterior. La consecuencia es que la mancha azul del cortante aparece **mucho más cerca** de la mancha roja en la zona posterior que en la delantera.

G. Cúpulas de intersección múltiple

Hace unos años se convocó un concurso restringido de ideas para construir un **Palacio de Congresos** a orillas del “lado malo” del **Guadalquivir** en la ciudad de **Córdoba**. Entre los profesionales invitados estaba **Rafael Moneo** con la propuesta cuya geometría se muestra en la **Fig. 18 (a) y (b)**. Esta idea no se llegó a construir. Se trataba de un atractivo proyecto que, en cierta forma, retomaba y continuaba la propuesta para el **aeropuerto de Sevilla**. Se intentaba recuperar la esencia **cupular** de ciertas geometrías árabes y reinterpretarla con un lenguaje mucho más moderno. El resultado es una serie de cúpulas de trazado **semiesférico** y **diámetros muy diferentes**, como se observa en planta, en la **Fig. 17(a)**.

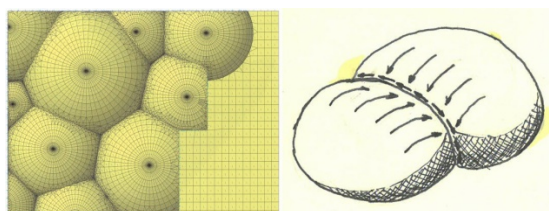


Figura 17. Cúpulas Concurso Moneo (a) planta general (b) transmisión de esfuerzos al arco común

Existía una astuta idea complementaria: Todos los **centros** de las esferas están en un **mismo plano**. La consecuencia es que las intersecciones entre ellas corresponden siempre a arcos de circunferencia **inscritos en planos verticales**. La concreción geométrica es que la modelización del conjunto se hace mucho más sencilla (**Fig. 17(a)**).

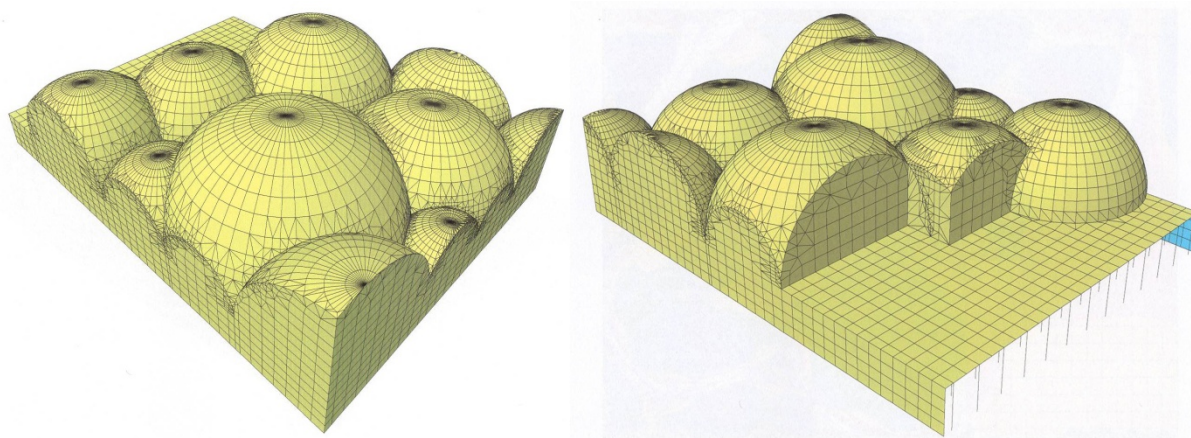


Figura 18. Visión general de la intersección de las cúpulas (a) visión delantera (b) visión posterior

La visión por dos esquinas opuestas del conjunto, muestra otra sutileza, y es que los arcos de circunferencia verticales de intersección con las paredes exteriores, dan un perímetro de cubiertas muy sugestivo (**Fig. 18(a) y (b)**). En este caso los únicos esfuerzos que se van a considerar son los de **membrana: F11 y F22**, que aquí se traducen en **Esfuerzos de Paralelo y de Meridiano**. No se ignora que en las zonas de los encuentros entre cúpulas, puedan surgir otros esfuerzos de lámina de cierta entidad, como **momentos flectores** y, tal vez, **torsores**. Pero lo cierto es que resulta **básico** el **comportamiento de membrana** de una cúpula. A ello es debida su frecuencia en las construcciones históricas (por la facilidad de su cálculo o predimensionado).

Se puede observar en la **Fig. 17(b)** la supuesta **transmisión** de esfuerzos entre dos **cúpulas intersectadas**. La intuición hacía suponer que las **compresiones de meridano** que van creciendo hacia la base (según la teoría) en una de las esferas tropezarían con esfuerzos similares en la otra. La composición transversal de estos vectores a lo largo del arco común, daría una nueva **secuencia de compresiones** hasta llegar a los extremos de este arco.

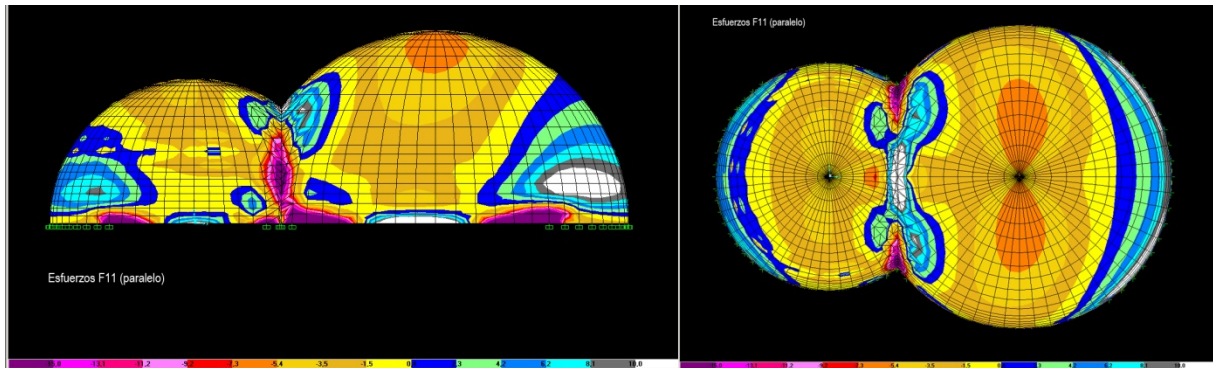


Figura 19. Esfuerzos de paralelo en dos cúpulas intersectadas (a) visión lateral (b) visión a vista de pájaro

Nada más lejos de la realidad. La **Fig.19(b)** corresponde a los esfuerzos de **paralelo** vistos en **planta**. Se aprecia, que en las zonas próximas al círculo común de intersección (centro de la línea recta proyección del mismo), los paralelos de ambas cúpulas presentan direcciones muy **próximas** a dicha recta. En consecuencia, las **tracciones**, claramente reveladas por la cromática en los mismos, deben **coincidir** sensiblemente con el de la zona alta (muy próxima) del círculo común. La consecuencia es aterradora porqué, un intuido comportamiento de **transmisión de compresiones**, se convierte en una serie de **tirantes curvos**. Esta parte de la geometría el arco y sus paralelos concomitantes **trabajan**, contra todo pronóstico, a **tracción**. Se puede observar, con mucha claridad la mancha común en forma de **hueso** limitada por el perímetro azul oscuro, que fija las tracciones. En la **Fig. 19(a)**, la misma visión del problema, vista en alzado, muestra que dicho arco común cambia su signo, por compresiones (granates), aproximadamente en los **tercios** bajos que llegan a los estribos. Esto es lo que desde un principio se presuponía.

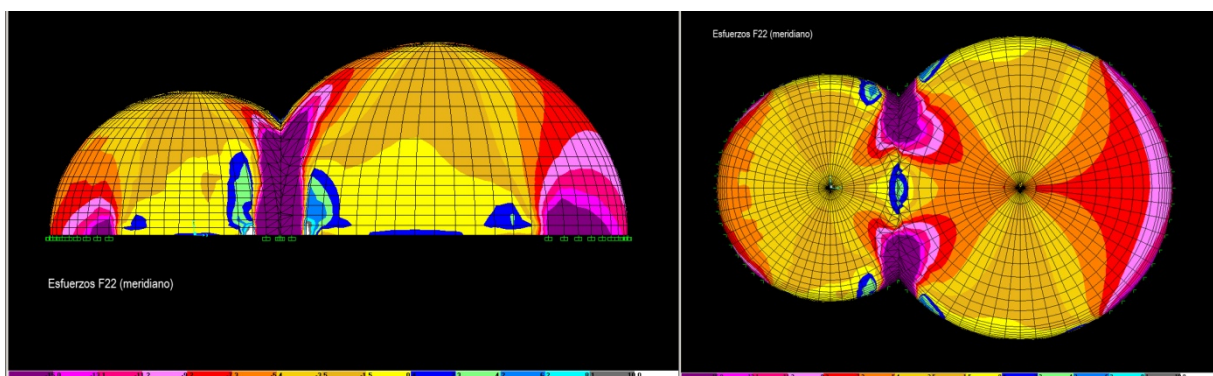


Figura 20. Esfuerzos de meridiano en dos cúpulas intersectadas (a) visión lateral (b) visión a vista de pájaro

En la **Fig. 20** se puede proponer un paquete de comentarios similar a la anterior. En este caso **Fig. 20(b)** estamos considerando los esfuerzos de **meridiano**. En la zona central superior del arco común, sucede lo mismo que en el otro esfuerzo, solo que a escala mucho menor. El perímetro azul oscuro de tracciones es un pequeño labio en la parte de la **clave**. En cambio, en el alzado lateral (**Fig.20(a)**) puede observarse que en el estribo del arco (de geometría muy **parecida** a sus meridianos próximos)

predomina la **compresión**. El fenómeno es similar al de los **paralelos**, solo que se **invierten** las proporciones tracción / compresión. En compensación, en zonas muy próximas al apoyo del arco común aparecen sendas manchas de tracción de meridiano en ambas cúpulas.

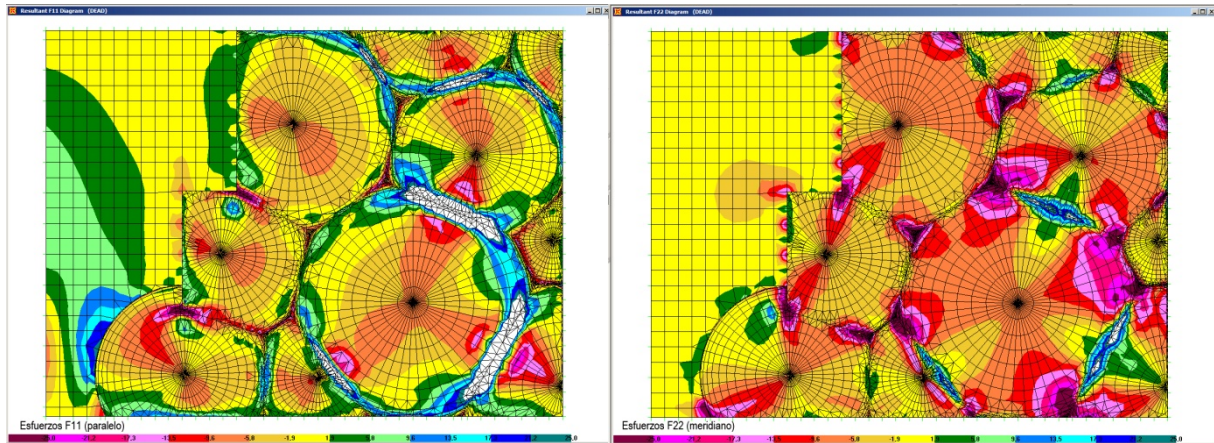


Figura 21. Esfuerzos de membrana a vista de pájaro (a) Paralelo (b) Meridiano

La interpretación final de la cromática indica lo ya anunciado: las zonas próximas a las claves de los arcos intersección están trabajando a tracción, así como los meridianos y paralelos próximos. En la **Fig. 21 (a) (b)** se visualiza claramente los comportamientos en esas zonas a vista de pájaro. En la **Fig. 21 (a)** predominan las tracciones, de afinidad con los paralelos, y en la **Fig. 21 (b)** sucede lo propio (con mucha menos zona azul) en los meridianos. También se puede comprobar la preponderancia de la **cúpula mayor**. En este caso el “cero” (paso de tracciones a compresiones) está en medio de la mancha **amarilla**. Los “huesos de paralelo” a tracción, antes citados, están ribeteados, ahora, de color verde oscuro.

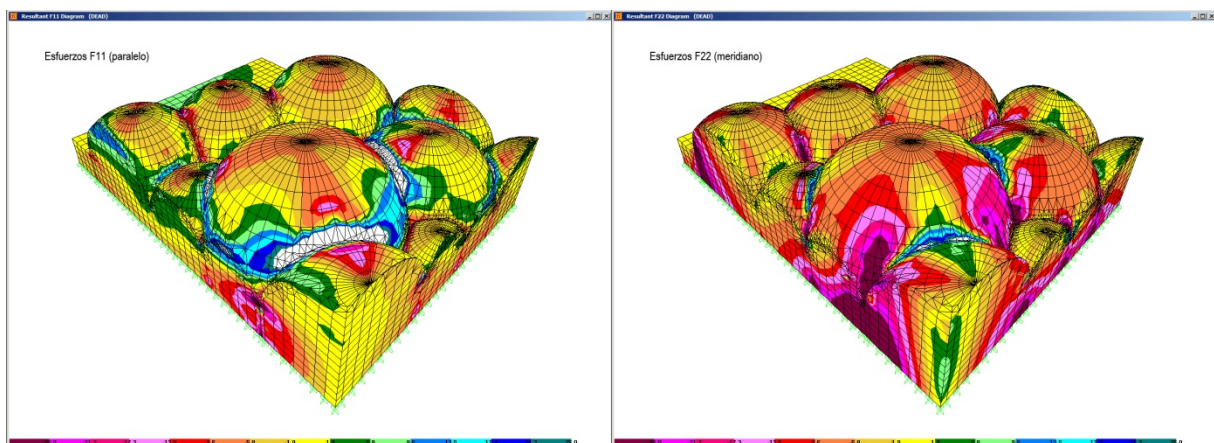


Figura 22. Visión perspectiva de los esfuerzos de membrana (a) Paralelo (b) Meridiano

La **Fig. 22** proporciona una visión perspectiva de las anteriores con su correspondencia en la transmisión a través de los **muros perimetrales**. Es particularmente evidente en la **Fig. 22 (b)** la transmisión de las compresiones de meridiano en la cúpula grande a través de la pared contigua (color granate).

H. La modelización de la fisuración a través de la estructura de Bellesguard

Bellesguard (Fig. 23 (a)) es una finca modernista proyectada por **Gaudí** en su etapa joven. Obedece a una tipología de vivienda aislada de tres plantas aéreas más una cúpula en **artesa** a la que se añade una planta complementaria en sótano. Sobre una base cuadrada, pero de fachadas diferentes, se carga una **torre** en una de sus esquinas (**Fig.22(a)**).

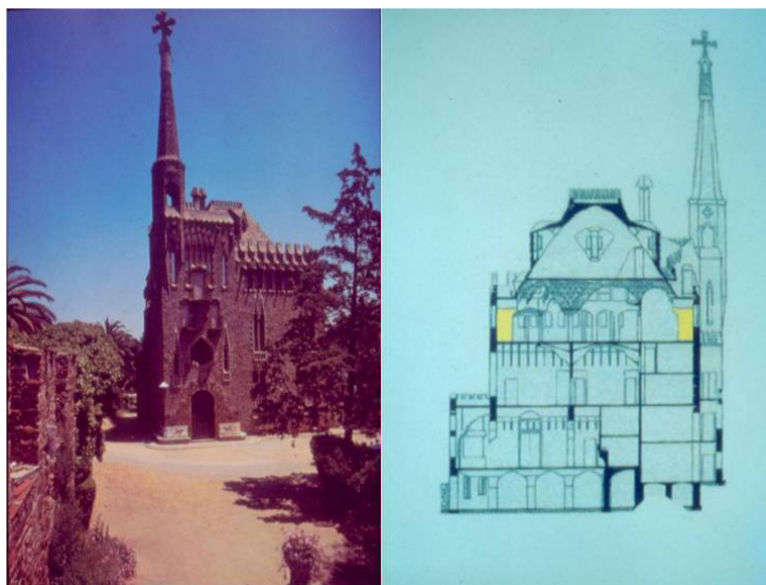


Figura 23. *Bellesguard (a) Vista exterior (b) Sección central*

En la **Fig. 23 (b)** se presenta una sección con unos **machones** en la planta tercera (coloreados en amarillo), que constituyeron el motivo de una investigación realizada por el autor del presente escrito, hace unos años.

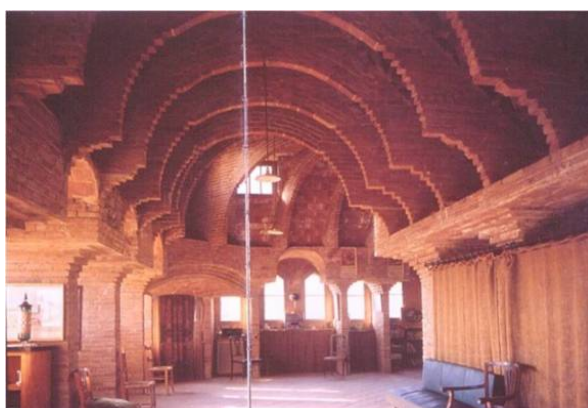


Figura 24. *Bellesguard (a) interior de la planta tercera con su espectacular geometría*

La **Fig. 24** (extraída de un texto) muestra el espectacular interior de la planta de los machones que centra gran parte de su atractivo en el **ladrillo visto**. Estudios historiográficos han demostrado que este acabado obedece, sencillamente, a la falta de ganas y presupuesto para revocarlo en blanco. En el ángulo izquierdo de la fotografía, se ven los machones, antes coloreados, y su entrega con unos **arcos formeros** en forma de **yugo**.

Uno de estos puntos de encuentro va a ser presentado en este escrito en relación con su comportamiento ante la aparición de posibles **fisuras**. Con ello se pretende visualizar el inteligente **descenso** automático de **tensiones de tracción**, debido a la aparición de las mismas.

La **Fig. 25 (a)** muestra una **visión extruida** del modelo geométrico, base del estudio informático. Como se ve, corresponde a la mitad de la volumetría de las dos últimas plantas, más la artesa troncopiramidal. En la **Fig. 25 (b)** se muestra una visión de la **deformada** general por el plano de simetría del conjunto.

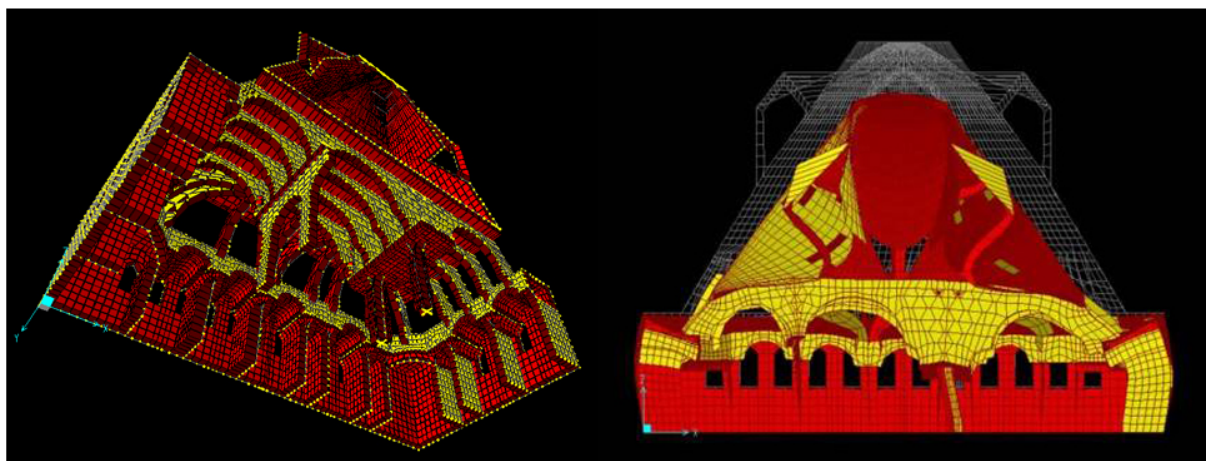


Figura 25. Bellesguard (a) Visión extruida del modelo (b) Deformada general

En las **Fig. 26 (a) (b)** queda más claramente conformada la estructura geométrica. El paso de la pirámide troncopiramidal o artesa a la planta de los machones implica una terraza perimetral. Esta superficie circundante, no es gratuita. Sirve de **zuncho perimetral**. Consecuentemente, tendrá gran parte de su geometría trabajando a **posibles tracciones**.

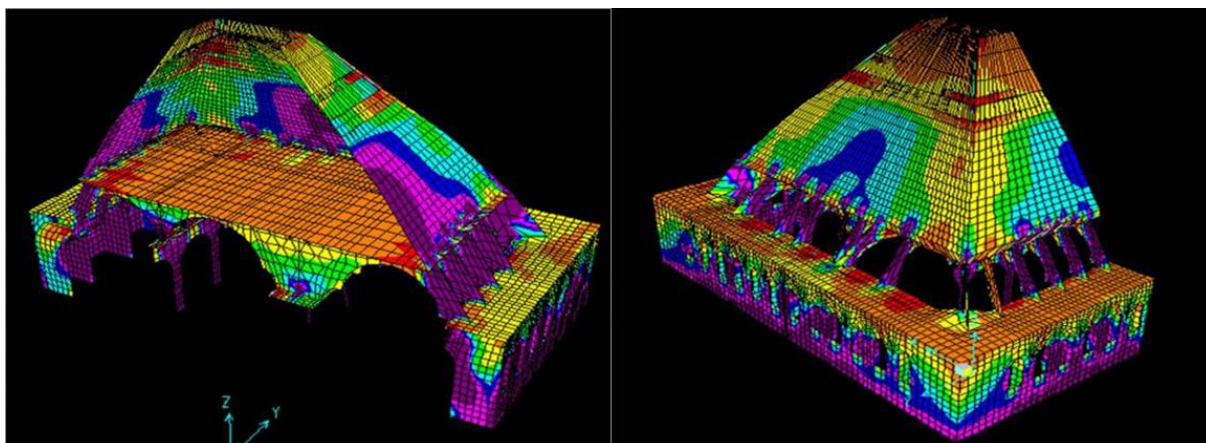


Figura 26. Bellesguard (a) Visión general desde el plano de simetría (b) Visión general desde el exterior

La **Fig. 27 (a)** muestra el perímetro interior de la terraza antes reseñada. Se trata de cuatro **paramentos verticales** horadados por pequeñas **bóvedas**, que como en el caso anterior, pueden estar sometidos a **tracciones**. La **Fig. 27 (b)** muestra un detalle de uno de los nudos de entrega del

paramento vertical con tres de los **arcos formeros** en forma de yugo que confluyen en una vertical única. Esta zona es fácil de reconocer en la **Fig. 27 (a)**.

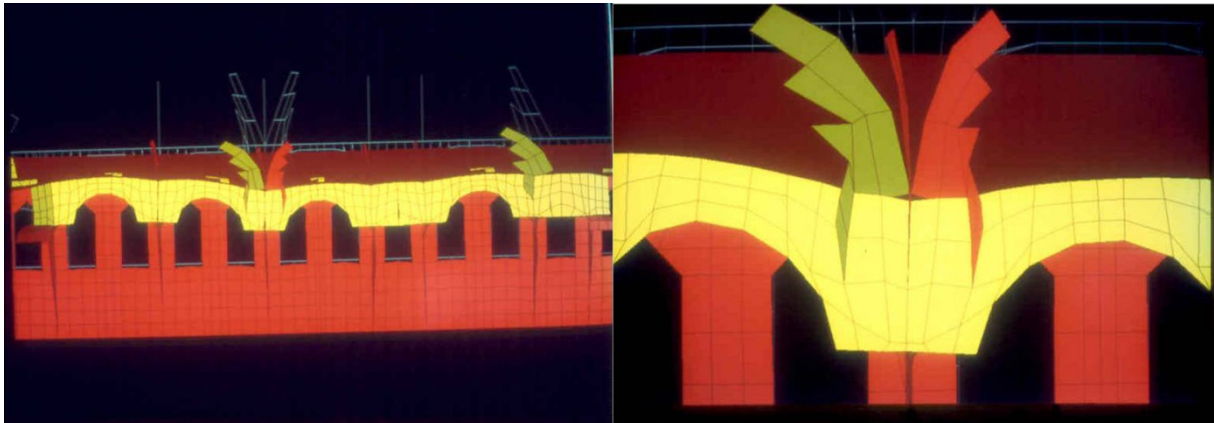


Figura 27. Bellesguard (a) Plano general interior de entrega con la terraza (b) Detalle del mismo

En la **Fig. 28** y en el punto de encuentro, comentado en la anterior, se modelizan las tensiones σ_{xx} . En la imagen izquierda (**Fig. 28 (a)**) se hace como **superficie continua**. En la **Fig. 28 (b)** se ha establecido una **fisura** en el eje central del nudo. Ésta se coloca en “la nariz de la cabeza del leopardo”.

El procedimiento es evidente. El **cúter virtual** se provoca **duplicando la numeración** de los nodos contiguos que, a partir de ese momento, quedan separados. Cualquier programa moderno (incluso el aquí utilizado) dispone de subrutinas que provocan estos cortes de una forma automática.

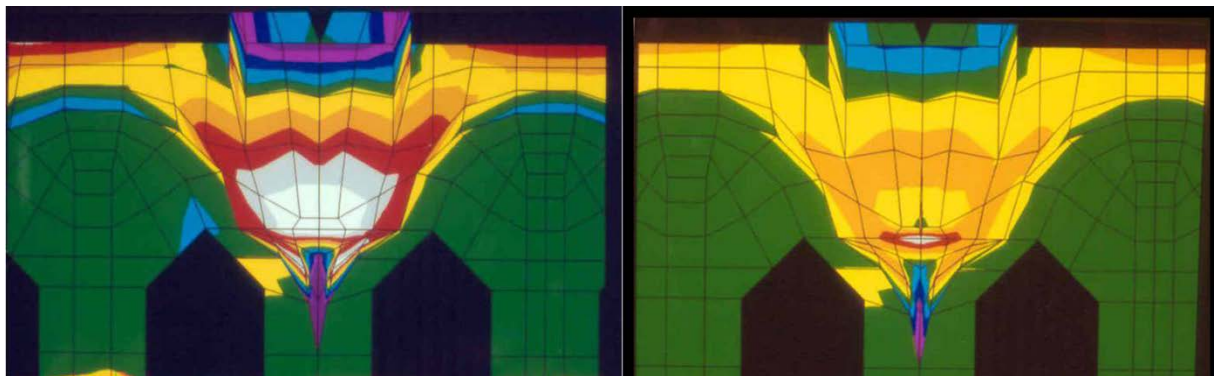


Figura 28. Bellesguard (a) Tensiones σ_{xx} sin fisuración (b) Id. Con fisura central

En la **Fig. 28 (a)** se visualizan las tensiones horizontales σ_{xx} **sin fisuración**. El ribeteado rojo de la “cabeza del leopardo” indica los límites de tracciones. El color blanco de la “nariz” indica valores altos de tracción. En la **Fig. 28 (b)** se ha establecido la ya anunciada fisura central. Con la misma cromática la mancha de tracción (rojo) **disminuye** sensiblemente.

2. CONCLUSIONES

A través de ocho casos se ha ido pasando revista a **comportamientos básicos** (y en ocasiones atípicos) del análisis por **tensiones elásticas** de continuos estructurales y su extensión al mundo de las láminas en las llamadas **“tensiones extendidas”** o **esfuerzos de láminas**. En los primeros apartados se ha hecho hincapié en la correlación entre **diagramas de momentos** y **líneas isostáticas** con los mapas **cromático/tensionales**.

Se ha intentado demostrar que la **Visión Elástica** provee **toda la información** que puede suministrar la **Resistencia de Materiales** y más cosas que ésta última **no puede proporcionar**. En esta idea es paradigmática la discusión de la **definición de “nudo”** como elemento geométrico mítico entre pilares y jácenas (cruce de sus respectivas líneas neutras). Cuando en realidad, no se trata más que de uno de los **infinitos puntos** de su entorno, donde el comportamiento estructural es similar en todos ellos.

Llevando este razonamiento al extremo (con todas las reservas que se quiera), podría llegarse a afirmar que en las estructuras formadas por elementos de longitud dominante, el concepto de **“esfuerzo”** empieza a convertirse en obsoleto al recuperar el de **“tensión”**.

En el estudio de las láminas, suele ser muy útil la adopción del ya citado concepto de **“tensión extendida”** o **esfuerzo de lámina**. Los mapas cromáticos de los diversos esfuerzos representarían auténticas visiones **topográficas** de las superficies virtuales, que representan el límite de comportamiento de estos esfuerzos.

Faltaría todo un eslabón de sólidos tridimensionales, cuya modelización volvería a exigir la adopción del concepto clásico de **tensión**.

Avanzando por el terreno de la caracterización de los materiales, se ha visto en el **caso H** la fácil **generación** geométrica de **fisuras**. De una forma similar se podría conseguir la **plastificación** de parte de los elementos finitos que componen el modelo. Esto se lograría a base de introducir algún mecanismo que mantuviera **congelado** el aumento de tensiones en algunos de esos elementos.

REFERENCIAS [CALIBRI, 11PT, NEGRITA, MAYÚSCULA, ALINEADO A LA IZQUIERDA]

- [1] Cook, R. D; Malkus, D. S; Plesha M. E. (1989). *Concepts and Applications of Finite Elements Analysis*. John Wiley & Sons.
- [2] Gibson, J. E. (1962). *Diseño de cascarones cilíndricos*, Compañía Editorial Continental, S.A. México.
- [3] Oñate, E. (1992). *Cálculo de estructuras por el método de los Elementos Finitos. Análisis estático lineal*. CIMNE. Artes Gráficas Torres, S.A. Barcelona.
- [4] Wunderlich, W; Pilkey, W. D. *Mechanics of Structures. Variational and Computational Methods*. CRC PRESS.
- [5] Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. (1994). *El método de los Elementos Finitos. Formulación Básica y Problemas Lineales*. CIMNE. Mc-Graw-Hill Book Company. Barcelona.
- [6] Argüelles, R. (1981). *Cálculo de Estructuras*. Grefol S.A. Madrid.

THE EVOLUTION OF STRUCTURAL ENGINEERING EDUCATION IN THE ERA OF COMPUTER

Vázquez-Boza, Manuel¹; Justo, Enrique²; Delgado, Antonio³

ABSTRACT

In the last decades, the universalization of computer analysis has meant a revolution in the structural analysis methods that are being used in the professional practice. As a consequence, the need has arisen both in academic and professional circles to redefine the teaching of structures in the engineering and architecture schools. This study analyses, in the first place, the literature on structural analysis teaching to synthesize the characteristics that should have a structural analysis course in the context of the XXI century. Starting from the analysis of shortcomings in the current teaching, a panorama on future directions in the teaching of structures is outlined, in relation to (1) the objectives, (2) the contents, (3) the instructional method, (4) the use of computer and (5) the role of hand calculation.

The literature revision allowed establishing a theoretical framework for the design of a structures course syllabus adapted to the present needs. In general, it is assumed that the universalization of computer analysis should lead to a paradigm shift in the teaching of structures. Instead of focusing in learning hand analysis methods, the structures courses should be aimed at the understanding of the structural behavior, which is required to carry out successfully the tasks that the graduates should undertake in their professional practice.

Finally, we present an experience carried out in the Seville School of Architecture, where a course based in the principles outlined in the literature and also following the guidelines of the European Higher Education Area (EHEA) has been designed and implemented. The program evaluation has yielded positive results, which include a significant increase in the attendance and success rate.

Keywords: *Problem-based learning, European higher education area, Structural engineering education, Competencies, Computer assisted learning.*

¹ Department of Building Structures. University of Seville (SPAIN). mboza@us.es (Corresponding author)

² Department of Building Structures. University of Seville (SPAIN). ejem@us.es

³ Department of Building Structures. University of Seville (SPAIN). antoniodelga@us.es

1. INTRODUCCION

En las últimas décadas, la universalización del uso del ordenador ha supuesto una revolución en la forma de calcular las estructuras. Como consecuencia de ello, en medios académicos y profesionales, ha surgido la necesidad de replantearse cómo se enseña a los futuros ingenieros y arquitectos el cálculo de estructuras.

Este estudio analiza, en primer lugar, el estado del conocimiento sobre la docencia de Estructuras, con el objetivo de sintetizar las contribuciones publicadas comentando las características que debe tener un curso de Estructuras adaptado al contexto del siglo XXI. Partiendo del análisis de las deficiencias en la formación actual, se perfila un panorama sobre la posible evolución de la docencia de Estructuras en relación con (i) los objetivos, (ii) los contenidos, (iii) la metodología docente, (iv) el uso del ordenador y (v) el papel del cálculo manual de estructuras.

En segundo lugar, se presenta una experiencia innovadora llevada a cabo en la Escuela de Arquitectura de Sevilla, donde se ha puesto en marcha el programa de una asignatura básica de Estructuras, basado en las conclusiones extraídas de la revisión del estado del conocimiento y en los principios establecidos por el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES).

2. LA DOCENCIA TRADICIONAL DE ESTRUCTURAS

La docencia tradicional en las asignaturas introductorias de Estructuras en las escuelas de Ingeniería y Arquitectura es una docencia basada en contenidos, que consiste generalmente en un curso de Resistencia de Materiales, con clases teóricas, en las que se explican los métodos de cálculo de la disciplina, y clases prácticas, en las que se resuelven problemas de cálculo basados en modelos simplificados de estructuras sencillas. La metodología docente se centra en clases expositivas y evaluación por exámenes. En los exámenes, los estudiantes deben resolver una serie de problemas en un tiempo acotado.

Tal y como está planteado, este tipo de docencia clásica tiene dos limitaciones importantes:

- La poca relevancia de los ejemplos que son objeto de estudio. Debido a la complejidad de los métodos de cálculo en la disciplina, el repertorio de estructuras que pueden calcularse a mano es muy reducido y, en cualquier caso, excluye prácticamente a la totalidad de las tipologías reales que se emplean en edificación.
- La concepción del análisis como un fin en sí mismo. Los estudiantes realizan cálculos en modelos simplificados de estructuras y obtienen un resultado, que remarcan sin tener en cuenta sus implicaciones en el proceso de diseño o comprobación de la estructura [28].

A pesar de sus limitaciones en cuanto al alcance y variedad de casos que pueden analizarse, la Resistencia de Materiales es una disciplina compleja, con un alto contenido técnico, que los estudiantes encuentran, en general, difícil de aprender. Como consecuencia de ello, en las carreras técnicas, las asignaturas de Resistencia de Materiales se asocian tradicionalmente con un elevado porcentaje de suspensos [1].

En la práctica, el proceso de análisis de una estructura tiene tres fases: (1) diseño y modelado, (2) cálculo, (3) verificación de resultados. La docencia tradicional de Estructuras se centra en la fase de cálculo, que es precisamente la que realiza el ordenador, olvidando por completo las fases 1 y 3, que son en las que el proyectista de Estructuras debe concentrarse en la práctica.

Por otra parte, los estudiantes realizan un gran esfuerzo destinado a comprender y aplicar los métodos de cálculo manual de la Resistencia de Materiales, con la hipótesis de que la realización repetitiva de ejemplos basados en estructuras sencillas, dará como resultado la comprensión del comportamiento estructural [2].

Existen dos causas principales que han inducido a cuestionar el enfoque tradicional de la docencia de Estructuras en las escuelas técnicas: (1) la universalización absoluta del ordenador como herramienta de análisis estructural en todos los ámbitos de la práctica profesional y (2) el nuevo enfoque de la docencia por competencias contemplado en los nuevos planes de estudios de grado en el EEES.

3. EL NUEVO PARADIGMA EN LA DOCENCIA DE ESTRUCTURAS

3.1. La universalización del análisis de estructuras por ordenador

En las últimas décadas la universalización del uso del ordenador ha supuesto una verdadera revolución en el trabajo cotidiano del proyectista de estructuras. Como consecuencia de ello, en medios académicos y profesionales, ha surgido la necesidad de replantearse la enseñanza de Estructuras en las escuelas técnicas. A finales de los años 80, Jennings y Gilbert, [3], Johnson, [4] y Brohn [5] inician un debate sobre qué debería enseñarse en las asignaturas de Estructuras, teniendo en cuenta los avances existentes en los métodos de análisis. El título del artículo de David Johnson, [4] "Why not teach computer analysis?" es ilustrativo del desafío que plantean los autores.

Brohn [5], en su artículo "A new paradigm for Structural Engineering", afirmaba:

"Creo que el nuevo paradigma es el creciente y definitivo dominio del uso del ordenador en todas las fases del análisis y el diseño, lo cual demandará un enfoque radicalmente nuevo en la enseñanza de Estructuras."

Sin embargo, pese al hecho incontestable, constatado por Brohn [6], de que "ninguno de los métodos de análisis estructural que se enseñan será usado jamás para resolver estructuras reales, por la sencilla razón de que estas son demasiado complicadas para ser calculadas a mano", el cambio se resistía a producirse. De nuevo, una década más tarde, May et al. [7] reactivan la discusión, alegando que "si entonces (10 años antes) era pertinente, ahora es tal vez de vital importancia". En su artículo, "The future of structural analysis teaching", los autores advierten:

"Cuando un joven ingeniero se gradúa, se le pondrá inevitablemente en las manos un programa de ordenador para analizar estructuras. Si en la universidad no somos capaces de enseñarle el material relevante para esa tarea, el resultado será como conducir un Ferrari sin carnet: una más que probable catástrofe."

A raíz de la publicación de "The future of structural analysis teaching" se reactivó el interés y, simultáneamente, se puso de manifiesto que existían muchas dudas sobre la docencia de Estructuras que se impartía, en ese momento, en las Universidades del Reino Unido. Pocos años más tarde, la

prestigiosa consultora de ingeniería Ove Arup & Partners financió un estudio sobre la enseñanza de Estructuras en las Universidades del Reino Unido [8], con los objetivos de (1) conocer el estado de la enseñanza, (2) recoger opiniones de los sectores implicados (profesores, estudiantes y profesionales), y (3) formular recomendaciones sobre el enfoque y los contenidos que deberían tener los futuros cursos de Estructuras.

Las conclusiones iniciales del estudio (que incluían reducir el tiempo dedicado al cálculo a mano de estructuras hiperestáticas, y fomentar en su lugar el uso educativo del ordenador), se publicaron en la revista "The Structural Engineer" en 2008, generando un gran interés en el seno de la profesión. En 2009, la conferencia anual de la Institución de Ingenieros Estructurales británicos (IStructE) trató sobre el tema de la enseñanza de Estructuras, con el título "Structural Engineering Education in the 21st Century" [9,10]. A raíz de esta reunión, la Institución inició un proyecto para esbozar el enfoque y contenidos en Estructuras de un plan de estudios moderno, cuyo primer borrador se publicó en 2011. Según el planteamiento desarrollado, los nuevos planes de estudios deben tener, como objetivos globales, asegurar que los graduados [11]:

1. *"Comprendan la respuesta estructural, al menos cualitativamente y, cuando sea posible, cuantitativamente, de las formas y materiales estructurales más comunes, a acciones estáticas y dinámicas.*
2. *Desarrollen el hábito de aprender y un entusiasmo por las estructuras, para favorecer el desarrollo de las habilidades adquiridas a lo largo de toda su vida profesional".*

Los cambios más importantes que se incluyen en la nueva propuesta, con respecto al enfoque tradicional son, en primer lugar, poner un mayor énfasis en la comprensión del comportamiento estructural. En segundo lugar, subrayar la importancia de revisar y verificar los resultados del análisis por ordenador. En tercer lugar, reducir sustancialmente la atención dedicada a los métodos tradicionales (manuales) de análisis, manteniéndolos solo en la medida en que colaboren a desarrollar la comprensión del comportamiento estructural. Por último, se reconoce que *"no todos los graduados necesitan poseer un conocimiento detallado de cómo funcionan los programas de análisis estructural. El escaso tiempo disponible está mejor empleado en dominar su aplicación práctica"* (Ibid).

Como conclusión, 25 años después del inicio de un debate sobre el cambio necesario en la docencia de Estructuras, cuyo principal catalizador ha sido el fulgurante avance tecnológico en los métodos de análisis, el esperado cambio no se ha producido aún. A pesar de los argumentos desarrollados en la literatura científica y de contar con el beneplácito de la industria, la evolución hacia un nuevo modelo de enseñanza se produce con gran lentitud, en gran parte debido a la inercia de las instituciones académicas encargadas de llevarlo a cabo.

3.2. La docencia por competencias en el EEES

La puesta en marcha al final de la década anterior del Espacio Europeo de Educación Superior constituye un motivo de peso para impulsar un cambio definitivo del modelo de enseñanza. Uno de sus objetivos fundamentales es acercar la docencia universitaria a la práctica profesional, para lo cual los nuevos títulos de grado deben implementar una docencia por competencias [12]. La docencia por

competencias obliga a un rediseño de los planes de estudio, centrándose ahora, no solo en los conocimientos que adquiere el estudiante, sino en la acción que es capaz de realizar con esos conocimientos. El nuevo perfil académico debe estar más orientado a la aplicación de conocimientos, y a la práctica profesional [13].

En el campo de la docencia de Estructuras, la elaboración de los planes de estudio de los nuevos grados coincide con el momento en que la necesidad de cambio está calando en la profesión. Lo cual debería influir de forma determinante en las características y el contenido de los programas docentes.

4. CARACTERÍSTICAS QUE DEBE TENER UN PROGRAMA DOCENTE PARA APRENDER ESTRUCTURAS

En el proceso de debate sobre un nuevo modelo para la docencia de Estructuras, materializado en una serie de artículos a lo largo de 25 años, se ha ido acumulando un cierto corpus teórico que permite reconstruir cuáles son, según los distintos autores, las características que debería tener un programa “actual y profesionalmente relevante” para aprender estructuras [11]. Aunque hay posiciones dispares en algunos temas, el consenso existente en la mayor parte de ellos permite sintetizar una propuesta, que recoge una serie de aspectos claves:

- Deficiencias en la formación actual
- Objetivos
- Contenidos
- Metodología docente
- El uso del ordenador
- El papel del cálculo manual

4.1. Deficiencias en la formación actual

Como tarea previa al diseño de los nuevos programas para aprender Estructuras, resulta interesante realizar un diagnóstico de las carencias que presenta la formación actual, en relación con una serie de aspectos clave.

Los primeros que se preocuparon de evaluar las deficiencias en la formación en Estructuras recibida en las escuelas técnicas fueron Brohn y Cowan [14], que a finales de los años setenta publicaron “Teaching towards an improved understanding of structural behaviour”, donde presentaban los resultados de un test realizado a graduados que demostraba, según los autores, que la comprensión del comportamiento estructural que demostraba el estudiante medio era peor de la esperada.

Desde entonces, el test de Brohn se ha seguido realizando ininterrumpidamente para medir la comprensión de las sucesivas promociones de egresados. La nota media obtenida en el test, que comenzó siendo del 40%, ha seguido una tendencia descendente en los últimos años, llegando hasta un valor del 25% [8]. La explicación de los malos resultados está relacionada, según los autores, con *“la predominancia en los exámenes de cuestiones en las que al estudiante se le exige demostrar su habilidad para calcular valores desconocidos”*, a pesar de que, paradójicamente, los objetivos teóricos de los programas estén a menudo dirigidos hacia la comprensión de los principios básicos del comportamiento estructural.

Una aproximación cualitativa a las deficiencias en la formación de la disciplina de Estructuras, es la que realiza Morreau [15], de Ove Arup & Partners, basándose en la observación de cómo los recién graduados se enfrentan a problemas de análisis estructural. Morreau informa de carencias en dos áreas principalmente: (a) la comprensión cualitativa del comportamiento estructural y (b) la forma de identificar y formular los problemas.

Para evaluar la comprensión del comportamiento estructural, el autor se basa en tres criterios: (a) ¿modelan correctamente la estructura antes de analizarla?, (b) ¿interpretan adecuadamente los resultados del análisis, sobre todo con vistas a detectar posibles errores? y (c) ¿son capaces de modificar con éxito el diseño de la estructura a la luz del análisis realizado?

Morreau concluye que, la mayor parte de los egresados es capaz de realizar la primera tarea, pero solo si el modelo completo de la estructura puede introducirse en el programa de análisis; las dificultades aparecen cuando el problema debe ser simplificado, ya que ello requiere una comprensión más profunda del comportamiento de la estructura como sistema. En cambio, constata que la proporción de graduados que es capaz de llevar a cabo con éxito la interpretación de resultados y las modificaciones subsiguientes es muy baja.

En cuanto a las carencias a la hora de abordar los problemas, el autor concluye que, aunque los recién titulados son capaces de resolver problemas, no lo son tanto a la hora de formularlos, o de dar soluciones aproximadas a los mismos:

“Con demasiada frecuencia, los jóvenes ingenieros (y también los más antiguos) se lanzan a atacar el problema con todos los megabytes de que disponen, y conquistan con éxito lo que, al final, resulta ser el objetivo equivocado”.

Como remedio, recomienda a las Universidades que cultiven en sus estudiantes *“la actitud de cuestionarse las cosas y el hábito de pensar en el problema antes de embarcarse en su solución”*.

En un nivel más específico, May, Wood, Beer y Johnson [7] identificaron dificultades de aprendizaje relacionadas con los conceptos básicos de la disciplina, concretamente:

- *“Al aplicar los conceptos básicos de equilibrio para desvelar cómo la estructura soporta la carga y cómo se deforma. Como consecuencia de ello, no son capaces de interpretar y verificar adecuadamente los resultados del análisis por ordenador.”*
- *“Para comprender el concepto y la función de los esfuerzos internos”.*
- *“En la comprensión de los diagramas que representan los esfuerzos internos. Confunden los diagramas de cortante y flector, e ignoran por completo los requisitos que imponen las condiciones de enlace”.*
- *“Para apreciar la relación entre el flector y la deformada”.*

Johnson y May [8], por otra parte, se centraron en las dificultades que encontraban los recién titulados para usar correctamente los programas de cálculo informático en el comienzo de su ejercicio

profesional. Sus conclusiones señalan principalmente a (a) la falta de habilidades para modelar adecuadamente (especialmente las condiciones de enlace), (b) la falta de experiencia para predecir los resultados intuitivamente o mediante cálculos aproximados, (c) problemas con los ejes y las convenciones de signos, (d) dificultades para apreciar las limitaciones del cálculo elástico y (e) un exceso de confianza en los resultados obtenidos por ordenador, que aceptan a menudo sin sentido crítico.

La Institución de Ingenieros Estructurales (IStructE), en su conferencia del año 2009 dedicada al futuro de la docencia de Estructuras [9], planteó la cuestión de si los graduados poseen los conocimientos y habilidades necesarias. Las conclusiones obtenidas fueron bastante descorazonadoras:

- *“Los estudiantes no han adquirido las habilidades y conocimientos necesarios. No les estamos enseñando a comprender el comportamiento estructural”.*
- *“Se dedica demasiado tiempo a enseñarles cómo realizar cálculos, y muy poco a modelar una estructura y evaluar su comportamiento, llevando a cabo análisis de sensibilidad. Hace falta un cambio fundamental en la práctica docente, para enseñar a los estudiantes a pensar, en lugar de enseñarles a llevar a cabo procedimientos de cálculo”.*
- *“El sistema modular de los planes de estudio da lugar a una falta de integración. Los estudiantes aprenden a pasar exámenes, más que a comprender de forma holística el comportamiento estructural, y tienen problemas para aplicar el conocimiento adquirido”.*

En el caso particular de Arquitectura, a los factores más generales ya mencionados se añaden otros relacionados con las necesidades propias de la docencia en escuelas de Arquitectura: la falta de integración con otras disciplinas, la falta de adecuación de los programas de Estructuras a las necesidades de formación del arquitecto (debido a su origen ingenieril) y la desconexión con el proceso global de diseño.

En síntesis, del diagnóstico realizado podrían extraerse algunas conclusiones útiles para el diseño de los planes de estudio:

- El objetivo principal de los cursos de Estructuras, que debe ser dotar al alumno de las aptitudes necesarias para proyectar estructuras, actualmente no se alcanza.
- Existe, en general, insatisfacción con la formación actual que reciben los estudiantes, centrada principalmente en el cálculo; en su lugar, deberían aprender el razonamiento propio de la disciplina, aplicado a todo el proceso de resolución de problemas: definición del problema, modelado, cálculo, verificación e interpretación de resultados, y modificaciones en el diseño.
- Para llevar a cabo con éxito todas las fases de este proceso es esencial un conocimiento profundo de los principios básicos que rigen el comportamiento estructural, aspecto al que debe darse prioridad como objetivo en los nuevos planes de estudio.
- Los programas de Estructuras en Arquitectura deben concebirse expresamente teniendo en cuenta las peculiaridades propias de la formación del arquitecto.

- Algunas de las dificultades más importantes que encuentran los estudiantes en su aprendizaje son inherentes a la materia, y están relacionadas con la comprensión de los conceptos más relevantes y de las relaciones que existen entre ellos. Estos conceptos de especial dificultad deben ser tenidos en cuenta en los nuevos programas de las asignaturas, desarrollando estrategias que faciliten su aprendizaje.

4.2. Objetivos

En un nuevo contexto caracterizado por el dominio absoluto del análisis por ordenador, resulta necesario cambiar de un enfoque basado en las técnicas de cálculo manual a otro cuyo objetivo principal sea la comprensión profunda del comportamiento estructural [3,4,5,7,8,9,11,15,16,17,18,19,20,21]. Esta comprensión, a la que algunos autores se refieren como “intuición estructural”, no es, en opinión de Black y Duff [16], “una sensibilidad ciega”, sino más bien *“una comprensión cualitativa del comportamiento estructural, respaldada por la teoría y basada en la experiencia y la experimentación”*.

Ahora que el ordenador realiza todos los cálculos, las tareas a las que se dedicarán los graduados en la práctica profesional serán principalmente [2,4,5,9,16,20,21]:

- Diseñar la estructura: en las fases iniciales del diseño se requieren decisiones rápidas, que deben tomarse intuitivamente, sin hacer cálculos.
- Modelar la estructura para su análisis por ordenador: el modelado requiere comprender a priori las limitaciones del modelo y de los métodos de análisis, o existe el peligro de no considerar, en el modelo, formas de comportamiento importantes de la estructura original.
- Verificar e interpretar los resultados del análisis informático: la comprensión del funcionamiento de la estructura es fundamental para detectar posibles errores en el cálculo, o planear modificaciones en el diseño a la vista de los resultados obtenidos.

4.3. Contenidos

La definición de contenidos es una tarea compleja, que implica cuestionar la inclusión de conocimientos que tradicionalmente se han considerado “sagrados” en la disciplina, manteniendo solo aquellos que colaboren verdaderamente a desarrollar las aptitudes necesarias para proyectar estructuras. Las recomendaciones de distintos autores [2,3,4,7,8,16,18,20,26,27] sobre los contenidos que debería tener un curso de Estructuras se han sintetizado, agrupadas por bloques temáticos, en la tabla 1.

Tabla 1. Contenidos que debe tener un programa para aprender Estructuras según varios autores

CONTENIDOS
TIPOLOGÍA ESTRUCTURAL
Conocimiento general de los sistemas estructurales, apreciando lo que es posible y lo que es apropiado
Aprender la terminología empleada en estructuras
ENLACES Y EQUILIBRIO
Un conocimiento profundo y cuantitativo de la Estática y del equilibrio, en dos y tres dimensiones
Estabilidad. Diferencia entre una estructura estable y un mecanismo. Diferencia de comportamiento entre estructuras a compresión y a tracción
Distinguir las coacciones asociadas a los distintos tipos de enlace (interiores y exteriores) y aplicarlas para dibujar la deformada de la estructura
ESFUERZOS INTERNOS Y DEFORMADA
Comprender el concepto de esfuerzos internos
Analizar a mano vigas isostáticas, para determinar el cortante, flector y la deformada
Dibujar los diagramas de esfuerzos de vigas isostáticas. No solo es de utilidad para desarrollar la comprensión del comportamiento estructural, sino también para verificar los resultados del ordenador, y para el diseño conceptual de estructuras
La relación entre el flector y la deformada
ACCIONES
Determinar las acciones según los criterios de la normativa
Determinar el flujo de carga en la estructura
MODELADO DE ESTRUCTURAS
Modelar estructuras para el análisis por ordenador, de forma que los resultados del análisis representen adecuadamente el comportamiento de la estructura real. Lleva asociado entender:
Las limitaciones del modelo
La diferencia entre modelo plano y tridimensional, y los criterios para elegir uno u otro en el análisis.
La diferencia de comportamiento entre isostáticas e hiperestáticas.
El concepto de estabilidad global, para evitar mecanismos en la estructura tridimensional real analizada con un modelo plano
La idealización de la carga
La incertidumbre inherente a cualquier situación real (geometría, fuerzas, características de los materiales)
Las lecciones idealmente hablando debieran ser un viaje de ida y vuelta, desde la realidad (percepción sensible) hacia la abstracción (modelo matemático) para regresar a la realidad (diseños)
Debe prestarse atención especial a las hipótesis del cálculo lineal elástico con teoría de pequeñas deformaciones, para comprender las limitaciones de los programas de cálculo.
TENSIONES Y DEFORMACIONES
La teoría básica de flexión de vigas, y el concepto de momento de inercia y módulo resistente
La ley de Hooke. Relación entre tensión y deformación y cómo varía en los distintos materiales. Módulo de elasticidad
DIMENSIONAMIENTO Y COMPROBACIÓN
Tener una comprensión básica de los procedimientos de cálculo
Comprender el colapso, incluyendo la estabilidad (pandeo)

Conocer los requisitos establecidos en las normas
Comprender los problemas básicos que genera el cumplimiento de las condiciones de Resistencia, Rigidez y Estabilidad, con especial atención a sus consecuencias en las decisiones de proyecto
ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS
En estructuras hiperestáticas, sustituir su cálculo manual por el uso del ordenador para comprender los conceptos fundamentales relacionados con este tipo de estructuras:
La alteración del flujo de cargas al cambiar la rigidez de algún elemento, de forma que la carga se ve atraída hacia las regiones más rígidas de la estructura
La noción de continuidad
La diferencia entre estructuras isostáticas e hiperestáticas, enfocada como una diferencia de comportamiento: que sólo en estructuras hiperestáticas puede el diseñador cambiar el flujo de fuerzas, alterando las rigideces relativas de los distintos elementos, y su aplicación en cuanto al potencial creativo de la estructura.
Identificar patrones de comportamiento de estructuras hiperestáticas: ¿cómo se comporta un pórtico de varias plantas ante carga vertical/horizontal, ¿qué pasa si se añaden vanos?, ¿y si se altera la rigidez relativa viga/pilar?, ¿qué diferencias hay con estructuras isostáticas?, ¿cómo afecta la rigidez a axil?
Compatibilidad de deformaciones
ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS POR ORDENADOR
Establecer y validar un modelo de la estructura para el análisis por ordenador
Verificar resultados del análisis por ordenador, aplicando los principios básicos del comportamiento estructural
Interpretar adecuadamente los resultados del análisis por ordenador, con objeto de desarrollar la comprensión del comportamiento estructural
Experimentar por si mismos, con ayuda del ordenador, el comportamiento de estructuras reales, estudiando las relaciones entre desplazamientos, rigidez, geometría y fuerzas aplicadas.
DISEÑO ESTRUCTURAL
Procedimientos de diseño.

4.4. Metodología docente

Por regla general, en la literatura sobre docencia de Estructuras hay más referencias a los contenidos o al enfoque general del curso, que a una metodología docente concreta. Aunque varios autores han hecho recomendaciones que podrían incluirse en este apartado, en general, la innovación docente en Estructuras tiene todavía una difusión muy limitada [8]. En la disciplina existe aún una dependencia muy fuerte de las metodologías tradicionales, a lo cual contribuyen diversos factores. Johnson [4] culpa de ello a la reticencia de la comunidad académica para familiarizarse con los programas de cálculo necesarios, a la sensación de respetabilidad académica que confiere un planteamiento más teórico y a la falta de tiempo, debida a los ya sobrecargados temarios.

Johnson y May [8] destacan la necesidad de explorar nuevas prácticas docentes que aumenten la motivación de los estudiantes, pero plantean las dificultades que ocasionaría una estrategia de evaluación que fuera congruente con este nuevo enfoque más activo: (a) aumento de trabajo para los profesores, (b) problemas para asegurar la evaluación equitativa y (c) dificultades para cubrir todo el temario teórico tradicional.

Como consecuencia de ello, las experiencias de innovación docente en Estructuras son contadas, y en la mayoría de los casos se trata de implementaciones parciales de métodos de aprendizaje activo en

asignaturas que siguen un esquema tradicional, o de experiencias que afectan a un número muy reducido de estudiantes.

4.5. El uso del ordenador

Pese al dominio claro del ordenador como herramienta de análisis en el ámbito profesional, su uso en el ámbito académico está aún sujeto a discusión. Algunos autores [15] dudan de su utilidad para la comprensión del comportamiento estructural, pues oculta el proceso de resolución del problema. Son mayoría, sin embargo, los que coinciden en señalar su utilidad para la docencia, gracias a las posibilidades que ofrece para simular la realidad [16].

May [2] propone que el ordenador haga la parte más mecánica de cálculo numérico, permitiendo a los estudiantes concentrarse en las fases de modelado, verificación de resultados. Se trata de cambiar el enfoque, pasando de “realizar cálculos a controlar cálculos” [7], y aplicando estrategias de control en cada fase del análisis (validación del modelo, verificación e interpretación de resultados). Este uso “inteligente” del ordenador resulta, en opinión de muchos autores, más útil para desarrollar la comprensión del comportamiento estructural que la repetición de muchos cálculos manuales [16,20, 22].

4.6. El papel del cálculo manual

Los argumentos expuestos en el apartado anterior parecen entrar en contradicción con la idea, bastante extendida, de que solo a través del cálculo manual, ejercitado durante un tiempo suficiente, se puede desarrollar verdaderamente la “intuición estructural”. Este conflicto plantea una serie de interrogantes:

- ¿Cuál es el valor del cálculo manual para la comprensión del comportamiento estructural?
- ¿Qué enfoque habría que darle al cálculo manual en los cursos de Estructuras, para que sea útil?

De todos los autores que se han pronunciado sobre esta cuestión, probablemente el más tajante sea Iain MacLeod (citado en [2]):

Existe una creencia muy arraigada de que solo a través de la realización de cálculos manuales se desarrolla la comprensión del comportamiento del sistema. Esta suposición no está respaldada por la evidencia ni por la lógica. La evidencia –según observan los empleadores– es que los graduados, a pesar de tener considerable experiencia en realizar cálculos de estructuras a mano, en general no demuestran una comprensión sólida del comportamiento estructural. La lógica es que se pueden llevar a cabo cálculos rutinarios siguiendo un algoritmo sin necesidad de comprender el comportamiento de la estructura.

En general, la mayoría de los autores duda de la utilidad de hacer cálculos numéricos repetitivos (“number crunching”). Cowan [23] observó que sus alumnos podían resolver correctamente los problemas de examen aprendiendo mecánicamente un número restringido de algoritmos que se repetían, sin que ello indicara que habían comprendido los conceptos subyacentes. Para evitar el aprendizaje superficial, Cowan propone un enfoque cualitativo consistente en una serie de ejercicios

en los que los estudiantes tenían que razonar aplicando conceptos, no numéricamente, y que –según demuestra experimentalmente– promovían un aprendizaje más profundo.

En Arquitectura, con menor dedicación a las disciplinas técnicas, Black y Duff [16] desechan la hipótesis de que la repetición a lo largo de varios años de ejercicios numéricos ayude a entender en profundidad cómo funcionan las estructuras:

En Arquitectura, sin los años de trabajo riguroso desarrollado en las escuelas de Ingeniería, la habilidad de dibujar diagramas de esfuerzos y calcular tensiones se convierte en un ejercicio de alcance reducido, con poca utilidad práctica.

May et al. [7], sin embargo, enfatizan la necesidad de mantener el análisis manual en todos los cursos de estructuras. En general, todos los autores están de acuerdo en que la solución no es eliminar el cálculo manual. Se trata más bien de darle un nuevo enfoque más eficiente [9], principalmente centrado en el análisis de estructuras isostáticas [8], con problemas más cualitativos [14,23] y orientado a la comprensión de conceptos y principios básicos [18].

5. UNA EXPERIENCIA DE DOCENCIA DE ESTRUCTURAS POR COMPETENCIAS EN LA ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE SEVILLA.

En el nuevo plan de estudios del grado de Arquitectura se ha implantado una docencia de Estructuras basada en los principios desarrollados en los apartados anteriores. Concretamente, en la asignatura de Estructuras 1 (primer curso), de introducción al diseño y análisis estructural, las bases de partida para el diseño del programa fueron las siguientes:

- La competencia específica principal es proyectar estructuras.
- Enfoque práctico y trabajo con estructuras reales.
- Énfasis en el diseño estructural, y no sólo en el análisis estructural.
- Empleo del ordenador como herramienta que facilita el aprendizaje del análisis y diseño estructural.
- Metodologías docentes activas. En Estructuras 1 se emplea aprendizaje basado en problemas (ABP).

La asignatura de Estructuras 1 que se impartía en el antiguo plan de estudios (plan 1998), con una docencia tradicional basada en clases expositivas y evaluación mediante exámenes, adolecía de graves problemas de rendimiento, con una tasa de rendimiento (aprobados/matriculados) cercana al 35%. El alto índice de fracaso académico provocó un aumento gradual del número de alumnos matriculados en la asignatura, que llegó a alcanzar los 1398 alumnos en el curso 2009-10, generando graves dificultades para la docencia.

La introducción de nuevos programas docentes en las asignaturas de Estructuras, basados en competencias, con grupos de alumnos de ratio alumnos/profesor entre 25 y 30, e implementando nuevas metodologías docentes basadas en el aprendizaje cooperativo (*e.g.* ABP), ha hecho que el rendimiento académico de las asignaturas de Estructuras mejorase ostensiblemente. Una descripción

más desarrollada sobre estos programas docentes y su evaluación (qué arrojó resultados muy positivos) se puede encontrar en [24] y en [25]. Como datos significativos, se recogen en la tabla 2 algunos parámetros asociados al rendimiento y la asistencia a clase de la asignatura de Estructuras 1 en ambos planes de estudios.

Tabla 2. Comparación de resultados académicos plan 98- plan 2010.

	Tasa de rendimiento (aprobados/matriculados)	Tasa de abandono (abandonos/matriculados)	Tasa de asistencia (asistencia/matriculados)
Plan 98 (tradicional)	35%	46.8%	25.4%
Plan 2010 (ABP)	85%	8%	84%

En Estructuras 1 el curso se organiza mediante problemas de ABP como actividad principal (Fig. 1). También hay actividades complementarias, de duración breve, para clarificar los conceptos más complejos y practicar procedimientos (Fig. 2). En ambos tipos de actividades el estudiante usa el ordenador como herramienta para aprender a analizar estructuras. La facilidad en el cambio de los datos de entrada permite al alumno experimentar con los parámetros que definen el comportamiento estructural, trabajando y comprendiendo la relación existente entre ellos y su influencia en el comportamiento estructural del modelo planteado.

ESTRUCTURAS 1 – PROBLEMA 2

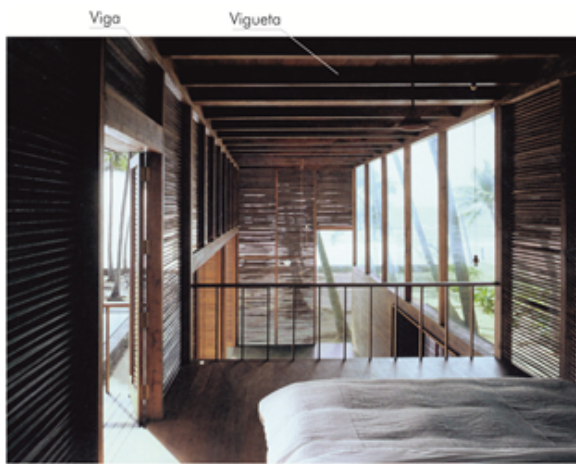
DIMENSIONADO DE UNA VIGA A FLEXIÓN

Los elementos principales de un forjado unidireccional son las viguetas, que pueden ser de madera, acero u hormigón. Sobre ellas apoyan los elementos de entrevigado (tablas o paneles de madera, bovedillas, etc...).

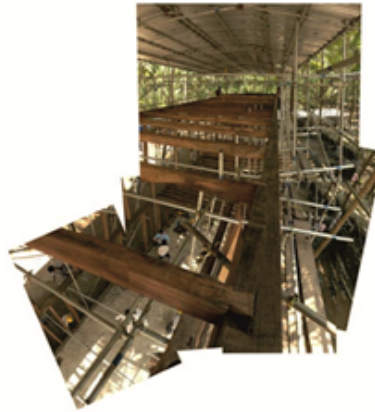
Las viguetas (vigas secundarias) están apoyadas sobre las vigas principales (o sobre los muros de carga, si los hay). La forma en que esté construida la unión entre las viguetas y la viga determina el tipo de enlace entre ambas, e influye de manera determinante en el modelo estructural que se usará para el cálculo de las viguetas.

En el dimensionado de elementos estructurales, la seguridad es un aspecto esencial. El proyectista deberá asegurarse de que su análisis es correcto planificando estrategias de control para evitar errores. Siempre que sea posible, el cálculo se debe realizar por dos métodos alternativos con diferente grado de aproximación.

¿Qué dimensiones deben tener las viguetas del edificio que se muestra (casa Palmyra)?



Casa Palmyra. Vista interior



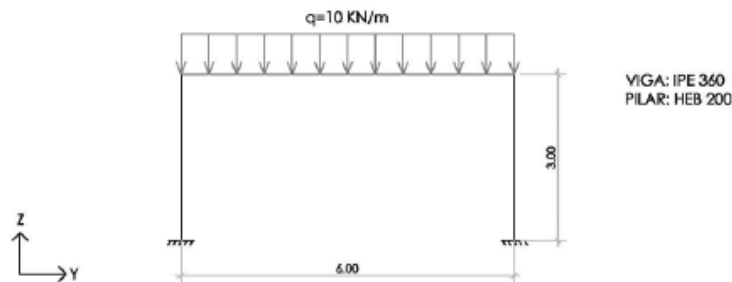
Casa Palmyra. Detalle del apoyo de las viguetas en las vigas



Figura 1. Problema de ABP presentado como una actividad principal del curso.

ESTRUCTURAS 1 - ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA 6

ANÁLISIS DE UN PÓRTICO SIMPLE CON NM3D DE CYPE



La carga es permanente.

Acero S235.

Eje yy del pilar perpendicular al plano del pórtico.

Poner los coeficientes beta de pandeo en todas las barras iguales a cero.

La actividad se realiza individualmente y se entrega por escrito. Se puede consultar con otros compañeros del grupo y de la clase.

1. Analizar el pórtico con NM3D en caso de que los nudos internos sean rígidos

- Dibujar a mano los diagramas de flectores obtenidos en NM3D, en combinación ELU, indicando valores máximos en viga y un pilar.
- Indicar según NM3D qué verificación ELU es la más desfavorable en viga y en un pilar, y si cumplen.
- Dibujar a mano la deformada obtenida en NM3D, en combinación ELS, indicando valores máximos en viga y un pilar.
- Comprobar si se cumple la verificación de flecha máxima en la viga, a partir de la flecha obtenida en NM3D. La limitación de flecha es $L/300$.
- Indicar si es coherente la deformada con los diagramas de flectores, y por qué.
- Reajustar los perfiles de la viga y los pilares para que sean los más adecuados; indicar qué perfiles se han obtenido.

2. Analizar el pórtico con NM3D en caso de que los nudos internos sean articulados

- Realizar las mismas tareas que en el caso anterior.

3. Comparar los dos casos analizados

- Indicar en qué caso el flector en viga es mayor, y por qué.
- Indicar en qué caso el flector en pilares es mayor, y por qué.
- Indicar en qué caso la flecha en viga es mayor, y por qué.
- Comparar los perfiles más adecuados en cada caso, justificando las diferencias.

4. Realizar una reflexión global

- Indicar qué es lo que te ha parecido más instructivo e interesante de esta actividad breve.

Figura 2. Ejemplo de actividad complementaria planteada a los alumnos para su resolución con ordenador.

La evaluación de los programas de las asignaturas ha indicado que, no sólo se han mejorado los rendimientos globales, sino que los alumnos indican que el uso del ordenador aumenta el interés en la asignatura y facilita la comprensión del comportamiento estructural. No sólo los resultados

académicos son mejores, sino que el grado de satisfacción de los alumnos y profesores ha aumentado debido al carácter dinámico que el uso del ordenador impone a las clases.

6. CONCLUSIONES

La revisión de la literatura sobre docencia de Estructuras ha permitido establecer las bases sobre las que deben fundamentarse los programas de las asignaturas de Estructuras adaptados a los nuevos retos del siglo XXI. En general, se asume que el dominio absoluto del ordenador como herramienta de análisis debe propiciar un cambio de enfoque en la forma de enseñar Estructuras en las escuelas. La docencia no debe estar centrada en el aprendizaje de métodos manuales de análisis, sino en la comprensión del comportamiento estructural y su aplicación a las principales tareas que deberán realizar los graduados al proyectar estructuras en la práctica profesional:

- Diseñar la Estructura
- Modelar la Estructura para su análisis
- Calcular la estructura
- Verificar los resultados del cálculo
- Interpretar los resultados
- Mejorar el diseño a la luz de los resultados obtenidos en el análisis

Estas tareas requieren una comprensión más global de los conceptos y principios básicos que rigen el comportamiento estructural. Se propone un programa centrado en esas tareas, apoyado fuertemente en el análisis por ordenador y con un enfoque práctico, con énfasis en el trabajo sobre edificios reales. El cálculo manual debe mantenerse solo en la medida en que colabore, de forma efectiva, a la comprensión de conceptos.

La implantación de un nuevo plan de estudios en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura, adaptando la titulación al nuevo marco requerido por el EEES, ha conllevado la actualización de la docencia en las asignaturas de la disciplina de Estructuras. Hemos pasado con éxito de una docencia basada en contenidos, clases expositivas y evaluación por exámenes, a una docencia basada en competencias, con aprendizaje cooperativo y evaluación continua, usando el ordenador para mejorar la comprensión del comportamiento estructural e introducir a los estudiantes en la competencia de proyectar estructuras.

REFERENCIAS

- [1] Basset, L., Guardiola, A., & Serrano, B. (2009). Más de 30 años de cálculo de Estructuras en la ETS de Arquitectura de Valencia. IV Congreso de Arquitectos de España, Valencia.
- [2] May, I. M., (2009). The teaching of structural analysis. 2009 Annual Academics Conference: Structural Engineering Education in the 21st Century. The Institution of Structural Engineers, Londres.
- [3] Jennings, A., & Gilbert, S. (1988). Where now with the teaching of Structures?. *The Structural Engineer*, 66(1), 3-7.

- [4] Johnson, D. (1989). Why not teach computer analysis? *The Structural Engineer*, 67, 243-244.
- [5] Brohn, D.M. (1992). A new paradigm for structural engineering. *The Structural Engineer*, 70(13), 239-242.
- [6] Brohn, D.M. (1996). Engineering on the righth. *The Structural Engineer*, 74(22), 380-382.
- [7] May, I.M., Wood, R.D., Beer, G., & Johnson, D. (2003). The future of structural analysis teaching. *Structural Engineer*, 81(7),33.
- [8] Johnson, D., &May, I. M. (2008). The teaching of structural analysis. *The Structural Engineer*, (18), 32-39.
- [9] IStructE. (2009). Conclusiones de la conferencia anual de la Institución de Ingenieros Estructurales. Londres. The Institution of Structural Engineers.
- [10] Owens, G. (2010). Structural engineering education in the 21st century: The way forward. *The Structural Engineer*, 88(1), 15.
- [11] Owens, G. (2011). Transforming undergraduate structural engineering education in the 21st century. *The Structural Engineer*, 89(2), 18-20.
- [12] Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2007). Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. Boletín Oficial del Estado, 30, 44037-44048.
- [13] González, J., & Wagenaar, R. (2003). Tuning educational structures in europe. Bilbao: Universidad de Deusto.
- [14] Brohn, D. M., & Cowan, J. (1977). Teaching towards an improved understanding of structural behaviour. *The Structural Engineer*, 55(1), 9-17.
- [15] Morreau, P. M. (1990). Understanding structural behaviour. *Structural Engineer*, 68(15), 299-300.
- [16] Black, R. G., & Duff, S. (1994). A model for teaching structures: Finite element analysis in architectural education. *Journal of Architectural Education*, 48(1), pp. 38-55.
- [17] SCOSS (1999). Structural safety 1997–99: Review and recommendations No. 12). The Standing Committee on Structural Safety. Londres: SETO Ltd.
- [18] Nethercot, D. A. (2000). On the teaching of structural engineering. Proc. Conf. on Civil and Structural Engineering Education in the 21 St. Century, Southampton Univ. (77) pp. 157-168.
- [19] Rafiq, M. Y., & Easterbrook, D. J. (2001). Interactive use of computers to promote a deeper learning of the structural behaviour. En A. Zingoni (Ed.), *Structural engineering, mechanics and computation* (pp. 1505-1511). Oxford: Elsevier Science.
- [20] MacLeod, I. (2007). Structural engineering competence in the computer era. *The Structural Engineer*, 85(3).
- [21] Molyneaux, T., Setunge, S., Gravina, R., & Xie, M. (2007). An evaluation of the learning of structural engineering concepts during the first two years of a project-based engineering degree. *European Journal of Engineering Education*, 32(1), 1-8.
- [22] Powell, G. H. (2008). Structural analysis: Are we relying too much on computers? Part 1: The problem. *STRUCTURE Magazine*, 50-52.
- [23] Cowan, J. (1986). Are we neglecting real analytical skills in engineering education? *European Journal of Engineering Education*, 11(1), 67-73.

- [24] Justo, E. & Delgado, A. (2014). Change to Competence-Based Education in Structural Engineering. Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice, D.O.I.: 10.1061/(ASCE)EI.1943-5541.0000215,05014005.
- [25] Justo, E., Delgado, A., Vázquez-Boza, M., Bascón, M.C., (2014). La docencia de Estructuras por competencias mediante ABP. I Seminario Iberoamericano de Innovación Docente de la Universidad Pablo de Olavide. ISBN: 84-697-2223-9.
- [26] Aroca, R. (1997). Proyecto docente de la asignatura Introducción de las Estructuras y Mecánica de Sólidos (<http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/aroca1.html>).
- [27] Vázquez Espí, M. (1997b). Resumen de las reuniones de la unidad docente (ETSAM, plan 96), <http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e96-290/r1.html>.
- [28] De Miguel, J. L. (1997). 15 notas sobre las prácticas de estructuras II. Consultado el 1/4/2012 en <http://www.aq.upm.es/Departamentos/Estructuras/e2/notas.html>.

THE IMPLEMENTATION OF THE NEW TECHNOLOGIES FOR ADVANCED GRAPHIC EXPRESSION IN STUDIES CONDUCTED USING STRUCTURAL GRAPHICAL STATICS AND ITS COMPARISON WITH ARCHITECTURAL TREATISES OF THE TIME.

Garfella Rubio, José Teodoro¹; Mañez Pitarch, María Jesús², Martínez Moya, Joaquín Ángel.³

ABSTRACT

Technological evolution has brought us new methods of analysing and studying historical architectural buildings by means of advanced graphic documentation and the use of high definition resources such as the laser scanner and the architectural photogrammetry. The application of these systems and equipment has made it possible to graphically document a number of buildings with a certain degree of thoroughness and precision, while optimising the available resources and the time required for data collection. At the same time, the need for auxiliary devices has been reduced and reliable results have been obtained at a lower cost.

Once the necessary graphic documentation has been obtained, it can be used to construct a reverse architectural model, and digital methods will then be implemented in order to apply the structural criteria of the era in which the building was constructed. This entire process will be carried out by means of graphic methods, or what is known as graphical statics, and the results will be compared. The results thus obtained can then be compared with a series of architectural treatises of the time.

In this particular case, the studies involved several examples of religious architecture constructed in the early 17th century, in the province of Castellon, Spain, and their stability and approximation have been tested by graphical statics methods applied to advanced graphical documentation by comparing them with the treatises of the time (Rodrigo Gil de Hontañón by Simon Garcia, Hernan Ruiz the younger and Blondel) and the stability of the temple itself (Koocharian - Heyman).

Keywords: structural analysis, development of structural forms, graphical statics, advanced graphic expression, photogrammetry, 3D scanner.

¹ Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, área de Expresión Gráfica Arquitectónica, Universitat Jaume I. Castellón, (ESPAÑA), garfella@esid.uji.es

² Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, área de Expresión Gráfica Arquitectónica, Universitat Jaume I. Castellón, (ESPAÑA), manez@uji.es.

³ Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, área de Expresión Gráfica Arquitectónica, Universitat Jaume I. Castellón, (ESPAÑA), jomoya@uji.es.

1. INTRODUCCIÓN

Cualquier trabajo técnico que se precie relacionado con el patrimonio y la arquitectura histórica, así como su posible preservación e intervención, desde nuestro punto de vista, debe partir entre sus premisas con una documentación exacta y rigurosa en la medida de lo posible. Este artículo pretende dar una pequeña pincelada, en busca de criterios de intervención en el patrimonio relacionados con la aplicación de nuevas tecnologías de expresión gráfica avanzada, que documenten perfectamente el edificio, alguna de ellas de alto coste y otras low-cost. Esta metodología entendemos que puede aportar cierta rigurosidad métrica y técnica a la hora de evaluar las construcciones de un modo no destructivo, abriendo un nuevo campo de análisis y comparación muy útil para poder evaluar y estudiar el estado de equilibrio y otros aspectos relacionados con el comportamiento estructural del edificio o elementos arquitectónicos.

Estos sistemas se basan en la elaboración de una documentación gráfica rigurosa a través de sistemas activos y pasivos de imagen 3D, como son el escáner y la fotografía digital, para la obtención de modelos digitales (2D ó 3D), o modelos físicos a través de arquitecturas inversas, sobre los que ensayar y aplicar soluciones teórico-prácticas, sin alterar el edificio u objeto original.

Por último a la vista de la época de construcción, se puede acudir en busca de los referentes estilísticos e históricos que pudieran haber motivado o inducido a reconocer su trazado o composición arquitectónica, todo ello basado en la tratadística arquitectónica de la época de construcción.

2. PROPUESTA

Para poder mostrar la experiencia en este artículo, se ha elegido una pequeña ermita situada en la provincia de Castellón, concretamente el modelo elegido ha sido la ermita de San Vicente, situada en la población de Catí, comarca del Alto Maestrazgo, Provincia de Castellón, Comunidad Valenciana (España). Se ha elegido este edificio porque ha servido de banco de pruebas del grupo de investigación, para la experimentación de los distintos sistemas de documentación avanzada y tratarse de un edificio en apariencia de pequeño porte que sorprende por su firmeza y solidez al paso del tiempo, pese al elevado estado de abandono, lo que lo hace más atractivo para su caracterización y análisis.



Figura 1. Vista general de la Ermita de San Vicente en Catí.

2.1. Descripción del edificio

Dicho inmueble asombra por la posición de presidencia que adquiere en lo más alto de un monte sobre la población de Catí, distante en línea recta aproximadamente unos 2,5 km. Por esta circunstancia el inmueble se ha visto expuesto a lo largo del tiempo a las inclemencias meteorológicas sobre todo del fuerte viento y la nieve en invierno, todo ello acompañado de la agresión física y expolio continuado y sin embargo ha perdurado hasta nuestros días con cierta dignidad.

La ermita, actualmente, es de titularidad municipal, consta de un cuerpo principal sensiblemente rectangular con una capilla en la cabecera. En sus inicios fue destinada al culto como ermita, posteriormente fue abandonada y usada como refugio de ovejas, actualmente está cerrada al culto en estado precario de conservación. Por su lado Este se le añadió una construcción, ahora arruinada, posiblemente destinada a ser la casa del ermitaño, hospedería o cobertizo. El conjunto está sensiblemente orientado en dirección longitudinal en sentido Norte-Sur.

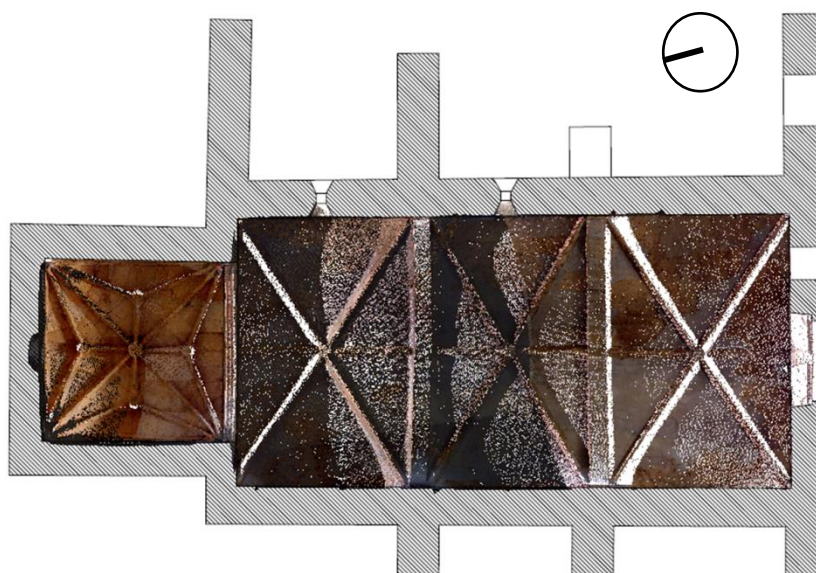


Figura 2. Planta cenital de la Ermita, con proyección nube de puntos.

La ermita es de una sola nave, de planta sensiblemente rectangular, más ancha y alta en los pies y más estrecha y baja en la cabecera, dividida en tres crujías o tramos, separadas por arcos perpiaños de trazado levemente apuntado, que arrancan del mismo muro a partir de unas ménsulas con volutas que nos recuerdan en todo caso los órdenes clásicos. En el exterior se observa que la fábrica es toda ella de piedra concertada o sillería, con seis contrafuertes también de mampostería, correctamente concertada que absorben los empujes de los arcos perpiaños y bóvedas. En el lado Este, ha desaparecido un estribo, por la afección en su momento de la construcción auxiliar de la casa del ermitaño. La cabecera donde se encuentra la capilla mayor se ve separada de la nave por un muro tipo piñón, sobre el que se abre un arco de medio punto moldurado apeado en ménsulas similares a la de los arcos perpiaños, siendo su planta sensiblemente cuadrangular.

Cada uno de los tramos de la nave se cubre con bóvedas de crucería simple, a las que se les añade un nervio longitudinal o espinazo, no contando con arcos formeros para el encuentro de la plementería con el muro, siendo su encuentro a hueso también con arco apuntado. Como consecuencia de la

pérdida de la capa de revestimiento de la plementería, se observa que su relleno es a base de ladrillos cerámicos colocados de canto, lajas de piedra y mortero de cal. Todas las bóvedas se cierran con claves labradas; en ellas hay representadas desde la entrada hasta la cabecera, la fecha de 1618 (año de finalización de la ermita), el Anagrama del Cristo JHS, y una cruz latina. La capilla mayor se cubre con una bóveda de crucería con terceletes siendo su nervadura más elaborada y mejor factura en su labra que las de la nave principal. La bóveda se cierra con cinco claves en los encuentros de la crucería en la que se representan motivos geométricos o vegetales similares a rosas o soles, siendo todos ellos diferentes. La plementería está formada por piezas planas de piedra labrada o sillería y dispuestas en espiga perfectamente aparejadas en sentido perpendicular a los nervios de la crucería principal.

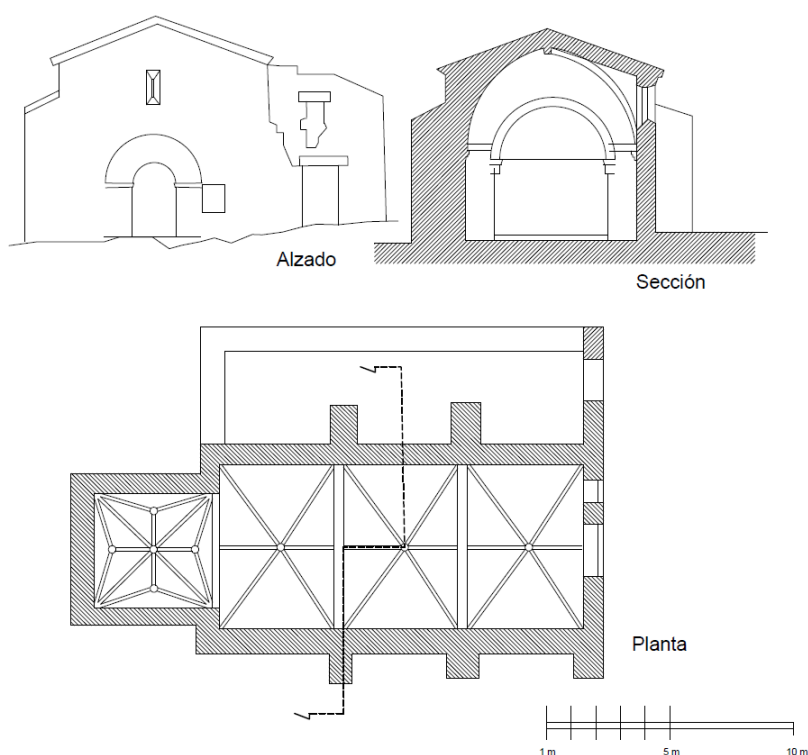


Figura 3. Dibujos del alzado, sección y planta de la Ermita.

Los muros son, como antes hemos indicado de mampostería con abundante mortero de cal y revestidos interiormente por una enlucida de yeso y actualmente de cemento que acusa grietas y desconchados debidos a humedades de capilaridad e infiltración procedente de la cubierta.

Sobre las bóvedas descansa directamente la cubierta, que es de teja árabe, dispuesta a dos aguas. El alero vuela sobre los muros mediante una cadeneta formadas por una base de ladrillo cerámico macizo y doble paso de tejas.

La iluminación interior de la ermita se consigue a través de 4 huecos, dos estrechas ventanas rectangulares, doblemente abocinadas, situadas en las dos crujías de la nave más cercana a la cabecera orientadas al Este; otra de menor anchura situada sobre la puerta principal en la parte más alta de la nave y una última situada junto a la puerta principal.

En el interior ha desaparecido todo el mobiliario y decoración quedando únicamente los elementos de obra: la mesa de altar, un banco corrido a cada lado y a lo largo de toda la nave, una hornacina en el lado de la epístola, la cornisa perimetral de yeso que recoge los arranques de los nervios y el hueco dejado de la supresión del retablo sobre el altar mayor.



Figura 4. Ortofoto y vectorización del alzado

La fachada al Sur dispone de una puerta de medio punto de grandes sillares similar a la de la iglesia parroquial de la población de tradición románica, enmarcada por una cadeneta o cordón de piedra labrada. Junto a la portada, en el lado derecho, se abre una ventana cuadrada, protegida por una reja de hierro forjado que permite la práctica tradicional de un oratorio exterior.

La casa del ermitaño o cobertizo es una construcción añadida en el lado Este de la ermita, para lo cual tuvo que desmontarse, en parte, uno de los contrafuertes situados en la fachada principal. Las fábricas son de similares características, aunque su ejecución es de menor cuidado. Su estado de ruina impide hacerse una idea de cuál podía haber sido su composición o distribución.

2.2. Antecedentes

Para la realización de este estudio se han seguido como no podía ser de otra manera las pautas que se dan para estudiar el patrimonio arquitectónico a través de los estudios previos o/y el levantamiento arquitectónico. “La Carta del Restauo”, estableció que la redacción del proyecto de restauración de una obra arquitectónica debe estar precedida de un estudio atento del monumento desde distintos puntos de vista, teniendo en consideración sus aspectos tipológicos, las apariencias y cualidades formales, los sistemas y características constructivas tanto de la fábrica original, como los añadidos y modificaciones en épocas posteriores. Además, los estudios previos deberán recopilar las investigaciones bibliográficas, iconográficas y archivísticas, con el fin de recopilar todos los datos históricos posibles.

En este caso concreto el proceso de investigación histórica documental, se ha podido realizar gracias a los protocolos notariales y libros de fábrica que obraban en el archivo parroquial y en el archivo municipal.

Por otro lado no sólo nos basamos en un completo levantamiento planimétrico y fotográfico, interpretando los aspectos metrológicos en busca de los posibles trazados reguladores y de los sistemas proporcionales, lo que nos conducirá a la verificación de las condiciones de estabilidad.

Por todo ello, la metodología que se ha desarrollado en el presente trabajo ha sido un sistema mixto de captura de información, según se justificará más adelante, que ha abarcado entre otras las siguientes actividades:

- 1.- En primer lugar la búsqueda de información histórica y geográfica de los municipios, comarca y provincia con el fin de situar los edificios en el contexto urbano, territorial, social, histórico y artístico correspondientes.
- 2.- En segundo lugar se han registrado datos bibliográficos, gráficos y archivísticos sobre el edificio. Paralelamente a ello se ha localizado información sobre el subsuelo donde se asienta el monumento, tratados de arquitectura, materiales de construcción, técnicas constructivas, oficios y personajes vinculados a la época de construcción del edificio. Todo ello con el objetivo de recopilar el máximo volumen de datos posibles sobre la ermita.
- 3.- En tercer lugar la metodología ha abarcado la toma de datos in situ de los edificios y posterior representación gráfica de los mismos, es decir un levantamiento gráfico exhaustivo. Para ello se han realizado trabajos de campo, con el objetivo de captar las características dimensionales, métricas, geométricas y gráficas de las construcciones.
- 4.- En último lugar se ha practicado una comparativa de los resultados obtenidos y se han sacado conclusiones.

3. OBJETIVO

El objetivo fundamental de este estudio concreto es documentar gráficamente el edificio de modo fidedigno, mediante el empleo de sistemas avanzados de expresión gráfica arquitectónica para poder confeccionar a posteriori, un modelo físico o digital ya sea en dos dimensiones o tridimensional, sobre el cual, a la vista de los materiales con los que está confeccionado el edificio, deducir las acciones gravitatorias propias y el resto de acciones en su caso, comprobando el estado de equilibrio mediante métodos de estática gráfica convencional.

Por otro lado a la vista de los antecedentes históricos, avanzar hipótesis de aproximación al modelo teórico empleado para su construcción basados en métodos evidentemente gráficos, comparándolos con los tratados de arquitectura de la época, lo que nos dará una aproximación del sistema constructivo empleado.

4. METODOLOGÍA

El trabajo fundamentalmente ha consistido en la elaboración de una documentación gráfica compleja mediante el empleo de técnicas avanzadas, basadas por un lado en la captación de elementos mediante sensores pasivos de imagen 3d (radiaciones luminosas no ionizadas) como son a través de la fotografía tipo low-cost y por otro lado mediante el empleo de sistemas activos de imagen (luz codificada) a través del empleo del escáner 3D y la estación total. Con lo que conseguimos reproducir de manera fidedigna la envolvente arquitectónica del edificio.

Para realizar este estudio se han empleado también métodos tradicionales tales como el croquis a mano alzada, apoyado en equipamiento tradicional como son el flexómetro, los distanciómetros, los niveles, las plomadas y el peine perfilador al objeto de poder vectorizar o poder escalar los datos de campo.



Figura 5. Toma de datos del interior del edificio

Pero fundamentalmente se han empleado sistemas de última generación basados en la fotogrametría, lo que nos ha permitido realizar la rectificación de fotografías digitales mediante software específico creando imágenes tridimensionales como nube de puntos y mallas espaciales que nos definen con exactitud el edificio generando imágenes tridimensionales y mallas tridimensionales de puntos... Todo captado a través de una cámara fotográfica digital de 10,2 Mega píxeles, y otra de 24 Mpx. con un objetivo convencional comprendido entre los 18-135 mm. Con apertura focal de f/3.5-5.6. y un gran angular con un objetivo 8 - 16 mm. y con apertura focal de f/ 4,5 - 5,6 con apertura focal de f/3.5-5.6. y un gran angular marca Sigma con un objetivo 8 - 16 mm. y con apertura focal de f/ 4,5 - 5,6.

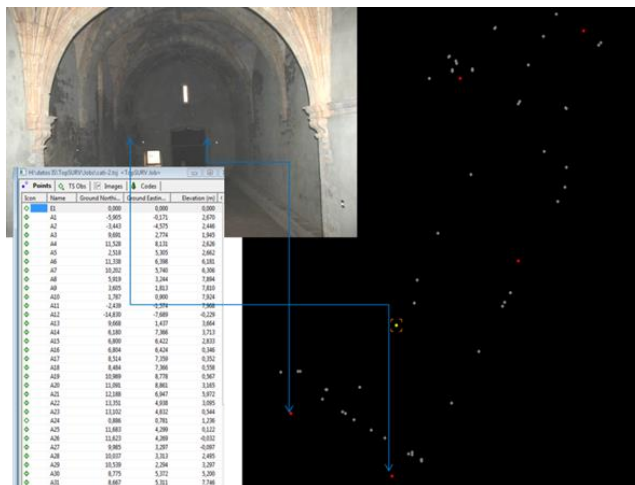


Figura 6. Toma de coordenadas.

Otra de las técnicas utilizadas ha sido el levantamiento mediante escáner 3D y equipo de apoyo topográfico consistentes en el empleo de un estación total láser de lectura sin prisma de reflexión directa con una Precisión de 3" (1,0 mgon), una estación total laser de imagen con dos cámaras digitales internas panorámicas y una resolución aparente equivalente a 4.8 Mp, con medición sin prisma con precisión angular $\pm 3''$ y por último un escáner terrestre 3D basado en pulsos, láser invisible de clase uno de largo alcance, y precisión de 4 mm en un rango de escaneo hasta 150 m y angular de 6" (2,0 mgon), asociado con una cámara digital de 2.0 Mega píxeles integrada, alineada coaxialmente.

Una vez conseguida toda la nube de puntos se puede mediante el empleo de software especializado proceder a la orientación de los diferentes escaneos e integración de los datos fotogramétricos y topográficos obtenidos, confeccionando una serie de vistas del edificio, incluido la confección de planos normales.

Por último se han utilizado sistemas SfM (Structure for Motion) o sistemas de levantamiento gráfico de bajo coste mediante el uso de fotografías y distintos software comerciales que permiten, al igual que los sistemas anteriores, editar tanto imágenes tridimensionales como mallas o nubes de puntos de una manera sencilla. A partir de los datos tridimensionales obtenidos se han podido realizar planos de alzados, plantas y secciones y maquetas mediante distintos sistemas de impresión 3D.



Figura 7. Vista perspectiva cónica aérea de la nube de puntos una vez registrada



Figura 8. Vista isométrica lateral del edificio a través de la nube de puntos



Figura 9. Vista seccionada longitudinalmente edificio a través de la nube de puntos

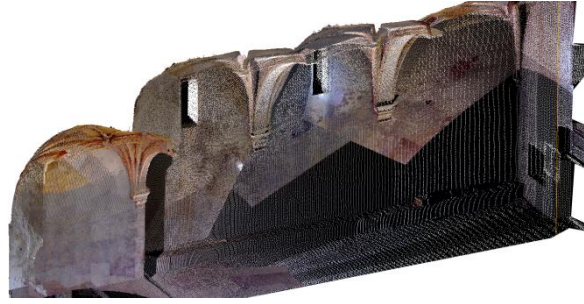


Figura 10. Vista isométrica de corte seccionado longitudinalmente a través de la nube de puntos



Figura 11. Vista sección transversal a través de la nube de puntos

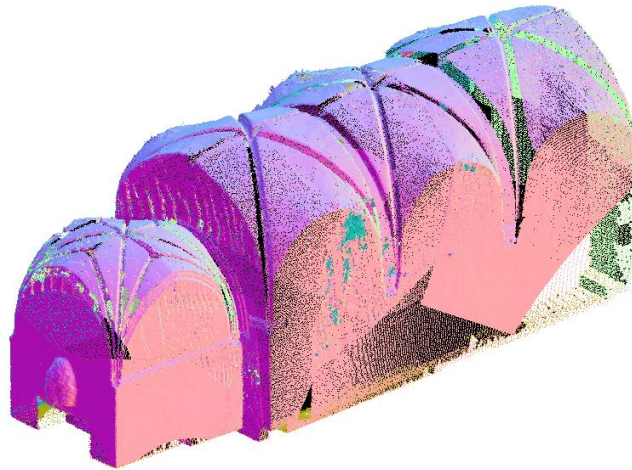


Figura 12. Vista isométrica de los planos normales

Una vez registradas las nubes de puntos e indicadas las coordenadas en su caso, podemos proceder a la vectorización de los planos fundamentales o la confección de contornos de delimitación de borde de las nubes de puntos en relación con la intensidad de reflexión del láser escáner y a la construcción de un modelo sólido o virtual mediante la recreación de mallas o TIM (Malla Triangular Irregular).

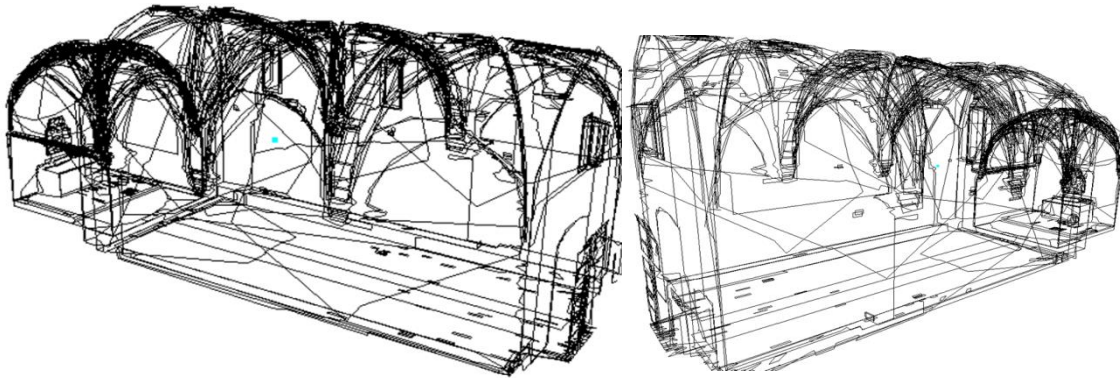


Figura 13. Vectorización contorno de bordes.

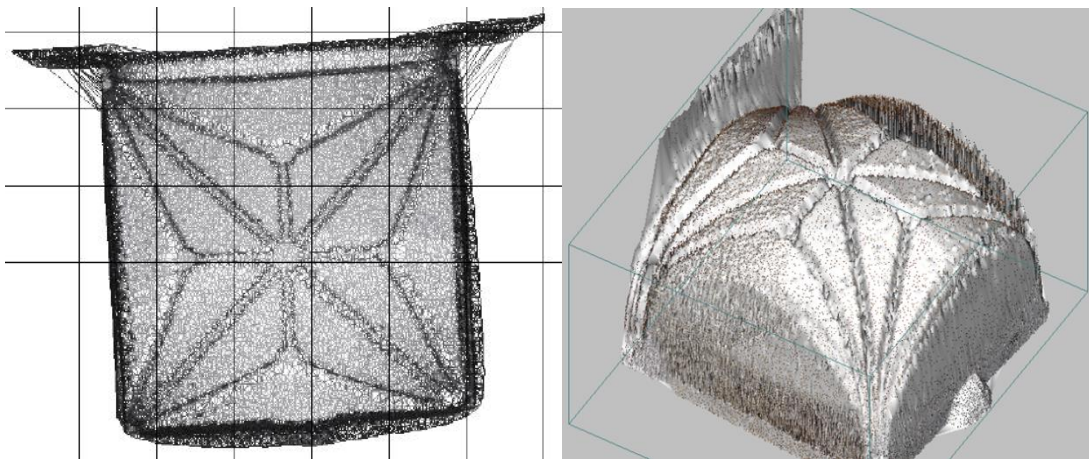


Figura 14. Modelizado de una parte de la cabecera del edificio mediante la confección de mallas TIM sobre la nube de puntos

5. RESULTADOS

Una vez documentado el edificio por los métodos antes citados y tomadas varias muestras de los materiales que componen la fábrica, que en este caso son básicamente tejas cerámicas, mampostería principalmente de caliza, ladrillo y mortero de cal, se han trasladado al laboratorio a los efectos de ensayar las propiedades físicas fundamentales, obteniendo principalmente el peso propio a los efectos de evaluar las cargas estáticas del propio edificio.

Por otro lado este estudio pretende analizar a la vista de los antecedentes históricos y de los tratados de arquitectura propios del momento en el entorno del primer cuarto del S XVII, la geometría arquitectónica deducida de nuestro edificio por los métodos antes señalados con la que promulgan algunos de los tratados de la época de construcción del edificio y de este modo poder comparar el resultado con alguno de los tratados arquitectónicos de la época.



Figura 15. Toma de muestras de materiales empleados en la construcción de la obra, para su análisis.

Para confeccionar este pequeño estudio comparativo se han elegido 2 tratados, el de Rodrigo Gil de Montañón y el de Hernán Ruiz el joven, la regla del tercio o Blondel y por último el método de Koocharian/ Heyman basado en la estática gráfica. Para ello vamos a seleccionar un arco y su estribo, tomando una anchura de banda total de 1 m.

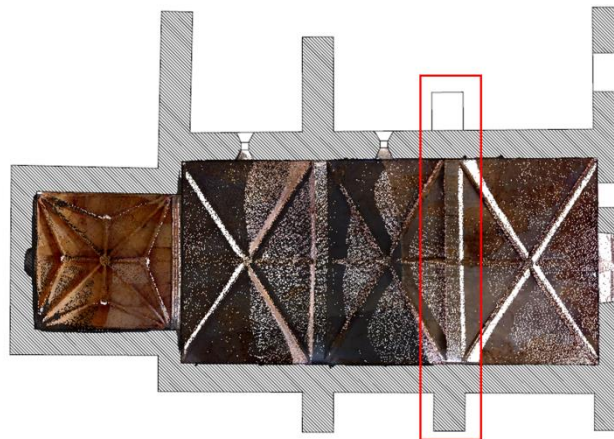


Figura 16. Zona decidida para su análisis.

El de Rodrigo Gil de Hontañón (1500–1577), posiblemente el arquitecto español más importante y prolífico del siglo XVI. Hijo de un conocido maestro constructor gótico, Juan Gil de Hontañón, su familia fue de constructores durante varias generaciones. Por tanto heredó la tradición constructiva gótica, si bien esto no le impidió asimilar el nuevo vocabulario arquitectónico, siendo también uno de los principales maestros del plateresco. El tesoro de experiencia acumulada, procedente de la tradición gótica, y sus propias observaciones y reglas, quedaron registrados en un Tratado manuscrito que no llegó a publicar.

No se conserva el original que aparentemente permaneció en la fábrica de la catedral de Salamanca. Fue copiado en 1681 por Simón García, antes de desaparecer, incluyéndolo en su Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos. La fecha del manuscrito original de Rodrigo Gil sólo puede deducirse a partir de referencias internas; basándose en estas, Sanabria lo sitúa entre los años 1544 y 1554. El manuscrito se ocupa de los principales aspectos del proyecto y la composición de los templos, tratando de establecer sus proporciones y dimensiones correctas. El método empleado por Rodrigo Gil es muy sistemático. En primer lugar calcula la superficie que ha de tener la iglesia, en función del

número de habitantes, el tamaño de la sepultura y de una previsión del crecimiento de la población conocida la superficie, pasa a determinar las trazas generales del templo, la malla geométrica en la que se sitúan pilares, paredes y estribos. Para ello emplea dos métodos: uno clásico, basado en la doctrina de las proporciones del cuerpo humano de Vitruvio, y otro gótico mediante trazados geométricos. Al primero lo denomina «por analogía», al segundo «por ieometria». Por último, aplica una serie de reglas o fórmulas para calcular las dimensiones de los elementos estructurales: pilares, estribos, bóvedas y torres.

En nuestro caso aplicaremos la regla nº 4, Contrafuerte para cualquier tipo de arcos. La regla aparece al final del capítulo 16, 'Reglas generales para disminuir las columnas'. La regla consiste en un dibujo, análogo al de la regla número 3. En la figura aparecen representados tres tipos de arcos, apuntado, de medio punto y rebajado, representados por sus líneas de intradós, cubriendo la misma luz. Dada una altura, representada por un punto sobre la vertical que pasa por el arranque del arco, el contrafuerte de cada uno de ellos se obtiene uniendo el punto medio de la curva de intradós con dicho punto.

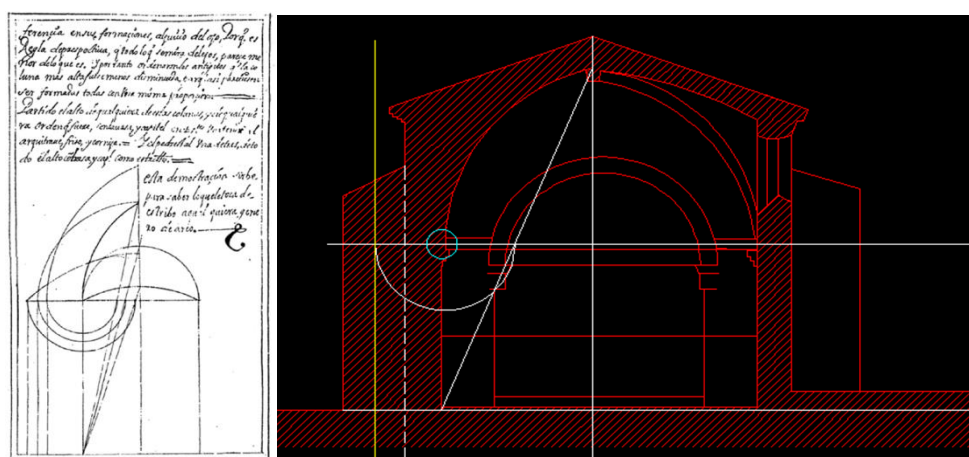


Figura 17. Regla nº 4 Rodrigo Gil de Montañón y resultado aplicado a la ermita.

El tratado de Hernán Ruiz el joven, se trata de un manuscrito que posee la Escuela Superior de Arquitectura de Madrid. El manuscrito lleva en sí parte de su propia historia, pues habiéndose escrito en el siglo XVI, fue pasando por varias manos, hasta que en el siglo XVII se puso a la venta en un precio de 1.200 reales de vellón. Junto a esta cantidad, consignada en la contratapa delantera, se lee lo siguiente: «Contiene además del texto 150 hojas llenas de dibujos muy bien hechos. Créese hayan sido de J. de Herrera.» Esta indicación está motivada por la presencia de unos dibujos que no son de Hernán Ruiz, pero que tampoco pueden atribuirse, sin más, a Herrera, si bien es cierto que están en la línea de lo escurialense. Estos dibujos se debieron agregar tardíamente al repertorio inicial de Hernán Ruiz, cosándose todos en un mismo volumen. Algunos de ellos no llegan más que a un simple y pequeño papel. El hecho es que en 1693 había adquirido ya este manuscrito un tal Francisco Sánchez Martínez, estampando su firma en varios lugares. Perdido en el tiempo hasta que aparece en la biblioteca de Carderera, de donde pasó a la de don Manuel Gómez-Moreno. Finalmente, lo adquirió la Escuela de Arquitectura de Madrid; esta obra había permanecido inédita. En cuanto al contenido del manuscrito, cabe decir que abarca cuantas disciplinas es presumible encontrar en una obra de este

tipo, donde se dan cita aquellos saberes que fundamentan el múltiple conocimiento del arquitecto renacentista. Para este caso concreto de análisis siguiendo las especificaciones del tratado, se traza una tangente por el punto medio del trasdós del arco y el punto de corte con la línea de los arranques da el estribo.

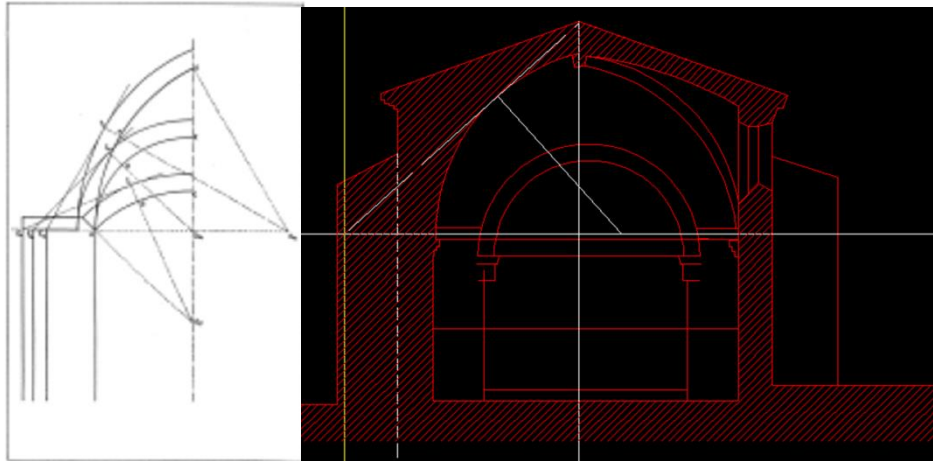


Figura 18. Regla Hernán Ruiz el joven y resultado aplicado a la ermita.

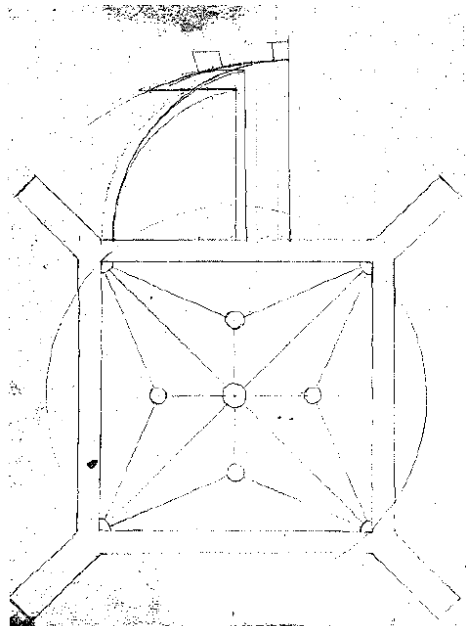


Figura 19. Plano de planta tratado Hernán Ruiz el Joven (1560).

Por último empleamos la regla de Blonde o del tercio, en 1643 François Derand publicó una regla geométrica que permitía dimensionar el espesor de los estribos para que aguantaran el empuje del arco. Esta regla recibirá el nombre de Regla de Blondel, popularizada tras su aparición en el curso de Blondel y recogida en numerosos tratados de los siglos XVII y XVIII

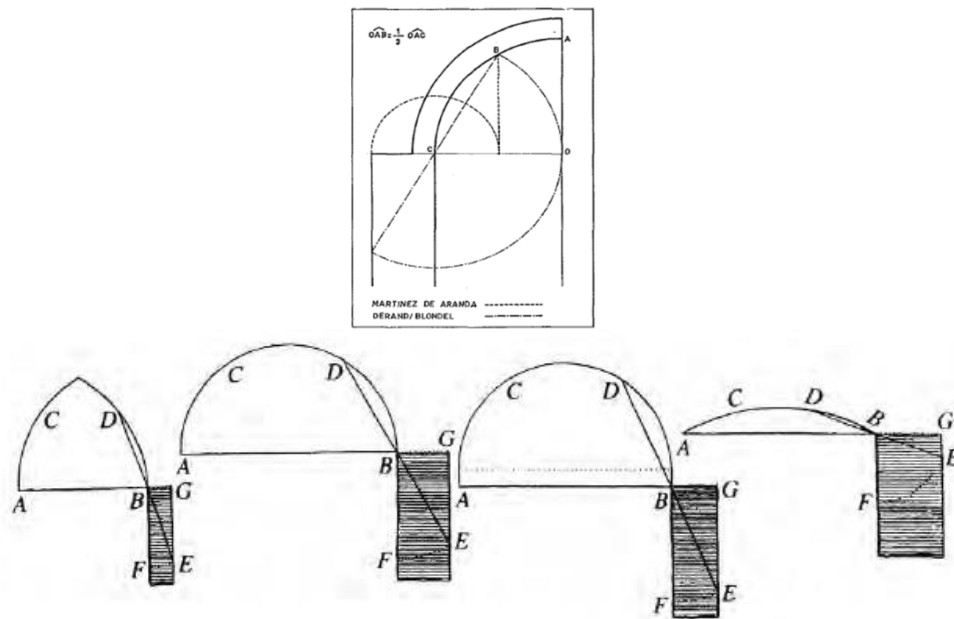


Figura 20. Regla simplificada de Martínez de Aranda y regla de Blonde para distintos tipos de arcos.

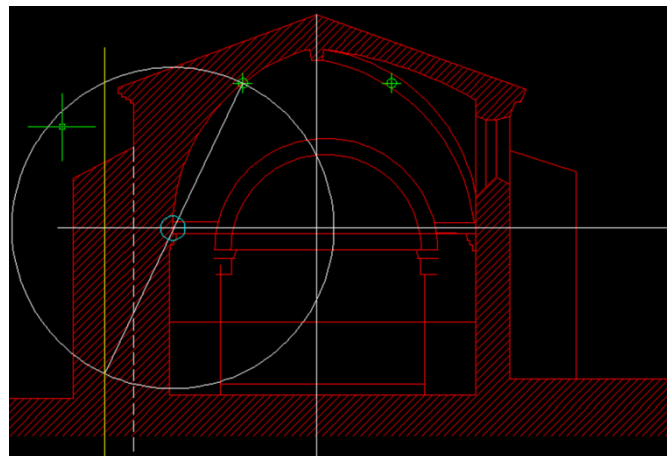


Figura 21. Regla de Blonde aplicada a nuestro caso.

Para finalizar comprobaremos y contrastaremos el equilibrio por el método de la estática gráfica de Kooharian/ Heyman, partiendo de la premisa de considerar la estructura de fábrica formada por un material rígido-unilateral, que resiste compresiones pero no resiste tracciones. Es decir, imaginamos la fábrica como un conjunto de bloques indeformables en contacto seco y directo que se sostienen por su propio peso. Supondremos también que las tensiones son bajas, no habiendo peligro de fallo por resistencia, y que el rozamiento entre las piedras es suficientemente alto como para impedir su deslizamiento. Estas tres hipótesis dan lugar a los Principios del Análisis Límite de las Fábricas:

- (1) la fábrica presenta una resistencia a compresión infinita;
- (2) la fábrica tiene una resistencia a tracción nula;

(3) el fallo por deslizamiento es imposible

Para ello despiezamos la arcada y aplicamos el peso propio obtenido de los ensayos de material

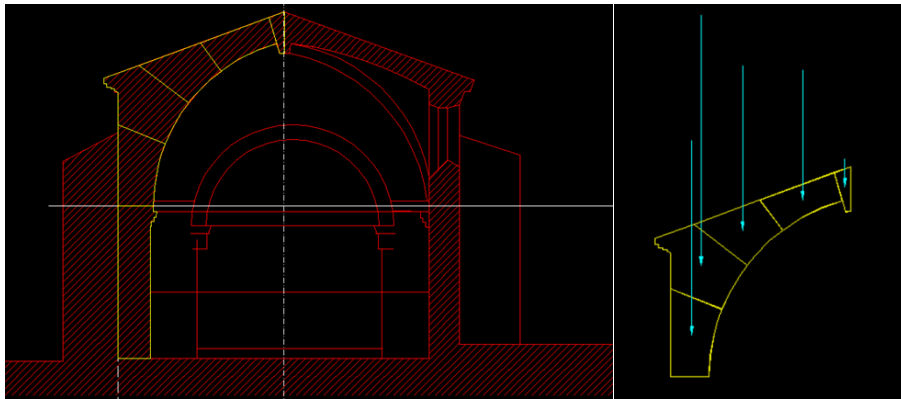


Figura 22. Despiece en dovelas y pesos propios aplicado en el CDG.

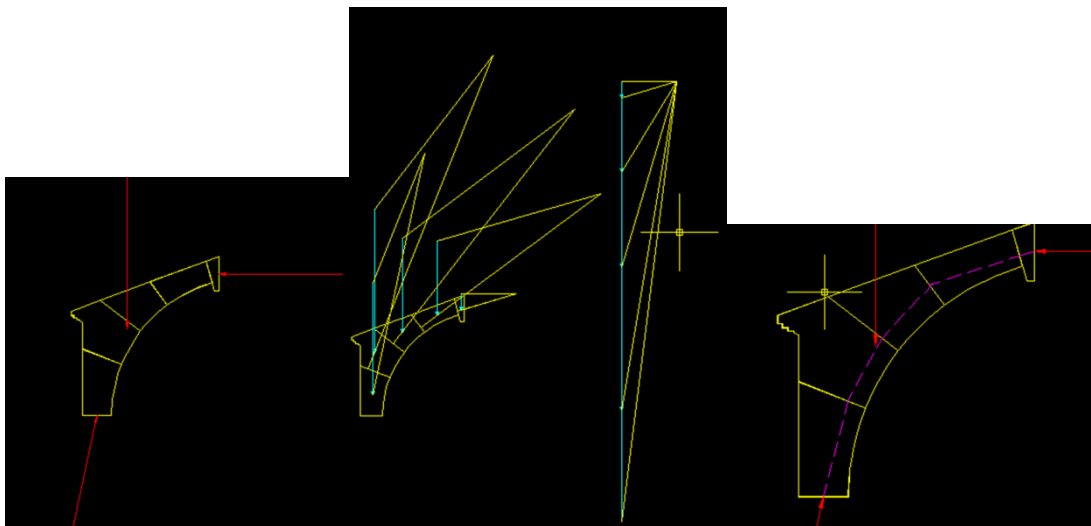


Figura 23. Resultantes y reacciones, reparto de cargas y línea de presiones en nuestro caso.

6. CONCLUSIONES

A la vista de la metodología empleada entendemos que es adecuada para poder documentar gráficamente cualquier edificio.

Que el dimensionado de los estribos de la obra original se confeccionaran posiblemente basándose en proporciones, reglas o métodos gráficos.

La envolvente según la comparación con los tratados analizados cumple en todos ellos si se dispone de los contrafuertes, cosa que se ha constatado dado que el edificio pese a todas las inclemencias,

expolios y agresiones se mantiene en pie con cierto porte y dignidad, pese a sus múltiples patologías que aconsejan una pronta intervención.

En aplicación de la estática gráfica también cumple por encontrarse el diagrama de esfuerzos dentro de la pieza.

Según la tratadística empleada, la más ajustada en tiempo y características formales es la de Hernán Ruiz el joven. Si bien dudamos que el autor de la obra tuviera conocimiento del referido tratado o regla.

Por último indicar que la obtención del modelo virtual y la malla tipo TIM, nos posibilitaría la reconsideración estructural del modelo por métodos numéricos de cálculo por medio de elementos finitos, campo objeto de otro análisis.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a la Universitat Jaume I y al Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales y Diseño, área de expresión gráfica arquitectónica por su colaboración y la dotación necesaria para poder realizar este trabajos y al Ayuntamiento de Catí por su atención y las facilidades prestadas.

REFERENCIAS

- [1] BOIRA Y MUÑOZ, Pascual. Les neveres de la provincia de Castello l'ús y el comerç de la neu a les comarques castellonenques. Vinaroz 2012
- [2] CELMA, Francisco. Historia del Santuario de Nuestra Señora de la Misericordia de la Fuente de la Vella. Valencia. 1759.
- [3] GARCÍA EDO, Vicente, VENTURA RIUS, Albert, El primer mapa del peino de valencia 1568-1584. Universidad Jaume I. Castellón 2007
- [4] GARCÍA LISÓN, Miguel, ZARAGOZA CATALÁN, Arturo. La ermita de San Vicente de Catí... "Boletín del Centro de estudios del Maestrazgo". Centro de Estudios del Maestrazgo boletín nº20 Octubre-diciembre (1987), p.31-37.
- [5] GARFELLA RUBIO, José Teodoro, MAÑEZ PITARCH, María Jesús. CABEZA GONZÁLEZ, Manuel, SOLER ESTRELA, Alba. La documentación gráfica a través del empleo de metodologías avanzadas de fotogrametría y escáner 3d. Colexio Oficial de Arquitectos de Galicia. Actas del 4º Congreso de patología y rehabilitación de edificios PATORREB 2012. 2012, ponencia P04-04. ISBN: 978-84-96712-49-2.
- [6] GARFELLA RUBIO, Jose Teodoro, MÁÑEZ PITARCH, María Jesús. Studio della correlazione tra la documentazione storica e documentazione grafica applicata allo studio e l'analisi della Ermita de San Vicente Ferrer (1610-1618). Perugia. 2013 Il Convegno Internazionale AID Monuments., Vol I Pag 196-206. ISBN: 978-88-548-6506-8.

- [7] HEYMAN, Jacques, El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica. Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Madrid(1995).
- [8] HEYMAN, Jacques, Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Madrid (1995).
- [9] HUERTA, Santiago, Arcos, bóvedas y cúpulas, Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura. Madrid (2004).
- [10] HUERTA, Santiago. Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España ca.1500 ~ca.1800. Tesis. Madrid. 1990. Escuela Técnica Superior de Arquitectura.
- [11] MELIA I LLORENS, Antoli, la vila de Cati i el seu pelegrinatge a Sant Pere de Castellfort.Universidad Jaume I. Castellon 2010
- [12] NAVASCUÉS PALACIO, Pedro. El libro de arquitectura de Hernán Ruiz el Joven. Estudio y edición crítica. 1974. Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura.
- [13] PUIG PUIG, Juan, historia breve y documentada de la real villa de Catí. Diputación de Castellón. Castellón 1998.
- [14] PUIG, Juan. Canteros de Catí. “Boletín de la Sociedad Castellonense de Cultura” Sociedad Castellonense de Cultura. BSCC., T. XXIV, nº1(1948), p.15-32. ISSN 0210-1475.
- [15] SEGUI CANTOS, Jose. Poder político, iglesia y cultura en Valencia (1545-1611). Resumen de tesis. Valencia 1991. p.199-212
- [16] VIDAL, Francisco. Historia de la portentosa vida y milagros de San Vicente. Valencia. Esteban Dolz 1735.
- [17] Página oficial del Ilmo. Ayuntamiento de Catí, www.Cati.es, autor Joaquim Carbó Miralles

Towards a unified mechanical model for design and assessment of structural concrete members under shear, flexure and punching

Mari, Antonio¹; Cladera, Antoni²; Bairán, Jesús³; Oller, Eva⁴

ABSTRACT

A mechanical shear model for structural concrete members with and without stirrups is presented, which incorporates the most relevant shear transfer mechanisms. The model is based on the principles of structural mechanics, on a number of assumptions supported by the observed experimental behaviour and by the results of refined numerical models. Simple, direct and robust expressions are derived for shear strength verification and for design of the transverse reinforcement. The general theory behind the model enables it for steel or FRP simply supported or continuous, reinforced or prestressed concrete members, with any cross section, subjected to distributed and point loads or to axial forces. Excellent agreement between the results of a large number of shear tests and the model predictions has been obtained. The model is currently being extended to punching of slabs, for which the critical perimeter is obtained as a result of the model formulation

Keywords: Structural concrete, mechanical model, shear, design, assessment

1. INTRODUCTION

The response of reinforced and prestressed concrete members under shear and flexure is affected by the multi-axial stresses state, by the crack induced anisotropy, by the interaction between concrete and reinforcement and by the brittleness of the failure mode, among other phenomena. In addition, prestressing considerably modifies the stresses and strains fields, the cracking load and the cracks patterns, affecting not only the structural response at service but also the mode of failure and the ultimate capacity with respect to reinforced concrete members.

In order to predict such a complex behaviour, refined analytical and numerical models have been developed; however their applicability in daily engineering practice is still limited because their complexity in use, time consumption and dependency of the numerous input parameters required. On the opposite, some simple equations used in practice are semi-empirical, without a clear mechanical meaning, present large scatter and bias when compared with data bases of experimental results and cannot be easily updated to the technical advances (new materials, larger sizes, etc.). In new designs, scatter is accounted for by means of rather high safety factors; however, when assessing existing structures, some elements may be wrongly judged unsafe when using such empirical

¹ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC Barcelona-Tech (ESPAÑA). antonio.mari@upc.edu
(Corresponding author)

² Departamento de Física. Universitat de les Illes Balears (ESPAÑA). antoni.cladera@uib.es

³ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC Barcelona-Tech (ESPAÑA). jesus.miguel.bairan@upc.edu

⁴ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC Barcelona-Tech (ESPAÑA). eva.oller@upc.edu

equations outside their range of applicability, Ferreira, Bairán & Marí [1]. Furthermore, empirical approaches difficult the application of the performance-based-design paradigm.

In the last decade, advances in analytical and numerical models of concrete beams under shear stresses have been produced, Vecchio & Collins [2], Vecchio [3], Bairán & Marí [4] and [5], Petrangeli, Pinto & Ciampi [6], Bentz [7], Navarro-Gregori et al [8], Saritas and Filippou, [9], Mohr, Bairán & Marí [10], Ferreira, Bairán & Marí [1]. Particularly, it is possible to account for crack-induced anisotropy and cross-section distortion, which demonstrate the migration of shear stresses through the cross-section or the effects of the section's shape, among other aspects. These models have contributed to a better understand the evolutionary nature of the phenomenon and the experimentally observed behaviour.

In addition, simplified models for the shear strength of reinforced and prestressed concrete members have been developed, with the purpose of providing useful formulations for the daily engineering practice. The most relevant among them, are those carried out by Reineck [11], Zararis & Papadakis [12], Choi, Park and Wight [13], Tureyen & Frosch [14], Muttoni & Ruiz [15], Park, Kang & Choi [16], Wolf & Frosch [17], Collins, Bentz, Sherwood & Xie [18], Recupero, D'Aveni & Gherzi, [19], some of which have been included in codes provisions, such as the CAN/CSA-A23.3-04 (R2010) [20] or the FIB Model Code 2010 [21]. Other codes have incorporated empirical formulations, such as the ACI Building Code [22] and the Eurocode for concrete structures [23], especially for beams without stirrups. Nevertheless, the shear strength of structural concrete elements is still an open topic as no universally accepted formulation is available yet, capable to combine accuracy, simplicity and capacity to be adapted or extended to many different situations without the need for adjustments to existing or new experimental results. Furthermore, some questions related to the shear behaviour and strength can be raised, which are not clearly answered by the existing simple formulations, such as:

- Is the concrete contribution V_c , independent on the load level, on the presence of transverse reinforcement or on existing tensile forces (i.e. due to constrained shrinkage)?
- In continuous beams, do regions near the end supports ($M \cong 0$) resist the same shear as regions near the intermediate supports ($M \gg 0$)?
- What's the contribution of flanges to the shear strength of beams with T or I cross section?
- How the type of load (concentrated, distributed) affects the shear strength?
- If some shear mechanism depends on tensile strength, why f_{ct} does not play almost any role in the current codes shear resistance formulations for cracked beams?
- In post-tensioned concrete members, which is the effective depth to use in the shear strength calculations, d_p (prestressing tendon) or d_s (longitudinal mild steel reinforcement)?
- Why and how much the longitudinal reinforcement influences the shear strength?
- Where the critical shear crack forms and what are the factors influencing its position?
- What's the physical meaning of the slab punching critical perimeter around a column?

In order to answer these and other similar questions in daily engineering practice, simple but accurate models supported by a theory capable to capture the physics of the shear response are needed.

Recently, a mechanical model for the prediction of the shear strength of reinforced and prestressed concrete beams with rectangular, I or T shaped sections (Marí et al [24] and [25], Cladera et al [26] with or without transversal reinforcement was developed by the authors and experimentally verified with a large data base of shear tests results. Simple analytical expressions were obtained for the

contribution of the main shear resisting actions at the limit situation of shear failure. The predictions of the model were compared against different code formulation and large databases already published by Reineck et al. [27], [28] and [29], showing small bias and dispersion, and good correlation of the evolution of the different design parameters. These characteristics make the model particularly adequate for design, assessment of existing structures, and reliability analysis. Furthermore, the rational basis of the approach allows analytical extensions to other applications with physical interpretation of the observed differences, such as FRP-reinforced or prestressed concrete, the effects of axial tension or compression loads, of transverse or vertical prestressing forces introduced by means of bars or stirrups, the shear strength of composite precast prestressed and cast in place concrete members and other possibilities. In this paper, the basis of this shear strength model is explained and used to answer the above raised questions. In addition the methodology for the extension to punching failure of slabs is explained, providing some promising preliminary results.

2. DESCRIPTION OF THE MODEL

2.1 Basic assumptions

According to ASCE-ACI Committee 445 [30], the shear strength in a RC beam is provided by a) the shear resisted by the un-cracked concrete chord; b) the friction and residual tensile forces developed along the crack length c) the shear strength provided by the transverse reinforcement and e) the dowel action at the longitudinal reinforcement. Under incremental loading, flexural cracks are formed which develop inclined along the web, Fig.1. During a relatively large portion of the load history, significant fraction of the shear force is transferred through the inclined cracked by means of aggregate interlock and residual tensile stresses, both produced by the bridging of stresses through aggregate and the un-cracked concrete in the meso-scale. However, while loading increases, the critical crack width increases; hence, this action tends to soften and redistribution of shear stresses to other softening mechanism takes place depending on the internal equilibrium conditions and their relative stiffness. In general, the shear stresses in the compression chord, which has remained uncracked during most part of the loading, tend to increase. Therefore, the compression chord will be subjected to a multiaxial stress state consisting in at least axial compression and shear.

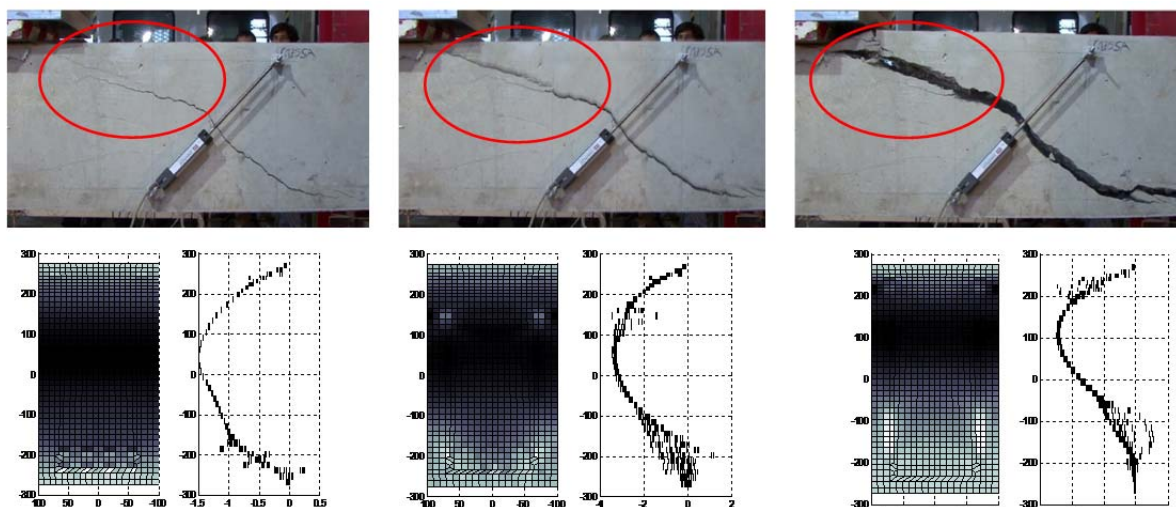


Figure 1. Critical crack evolution and numerical prediction of shear stresses under shear loading.

Eventually, a new crack takes place and develops above the neutral axis through the compression chord, in the point that first reaches the concrete strength under multiaxial stresses state initiating softening of the compression chord. At the same time, tensile shift in the longitudinal reinforcement increases, which may produce bond cracks in the bottom reinforcement. If premature bond failure does not take place, failure of the element will be controlled by the shear capacity of the compression chord as it is the last element that typically initiates softening. Resistance of compression head is assumed to be governed by Kupfer's biaxial failure envelope. It is considered that failure occurs when the principal stresses reach the Kupfer's compression-tension branch of the failure surface [31].

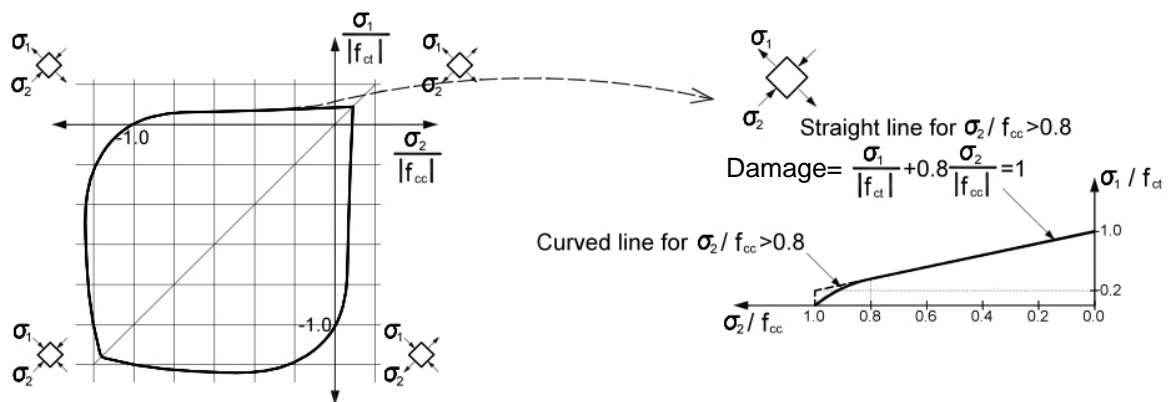


Figure 2. Adopted failure envelope for concrete under a biaxial stress state.

In the present model, it is considered that the total shear resistance, Eq. (1), is the sum of the shear resisted by concrete (V_c) and by the transverse reinforcement (V_s). V_c is explicitly separated into the following components, whose importance are considered to be variable as damage propagates: shear resisted in the uncrack compression head (V_c), shear transfer across web cracks (V_w) and the contribution of the longitudinal reinforcement (V_l). Note that here V_c represents the shear in the compression chord of the beam, not the total concrete contribution to shear.

$$V = V_c + V_w + V_l + V_s = f_{ct} \cdot b \cdot d \cdot (v_c + v_w + v_l + v_s) \quad (1)$$

Lower case variables v_c , v_w , v_l and v_s are the dimensionless values of the shear transfer actions. As the crack width increases, the aggregate interlock and residual tension soften and an increase in the shear transferred by the compression concrete chord takes place. Hence, it will be assumed that at the limit state, previous to incipient failure, the shear stress distribution in the critical section is similar to the one represented in Fig. 3; where the approximated distribution of each contributing action is also indicated, x is the neutral axis and d the effective depth of the section. Notice that here the stage just prior to the formation of the crack in the compression chord is considered. This stress profile is a qualitative distribution of the stresses in a section close to that of the tip of the first branch of the critical crack and it is not affected by the local state of stresses around the tip. In developing the design formulation, the following additional simplifications are also considered: The distribution of normal compressive stresses in the un-cracked zone will be then considered linear; hence, the position of the neutral axis can be computed as that of a cracked section in elastic range regime.

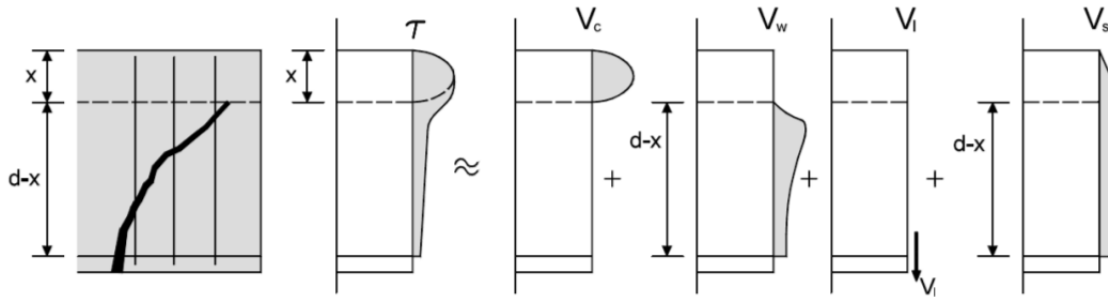


Figure 3. Qualitative distribution of shear stresses at imminent shear failure and distribution.

Based on experimental and numerical observations, the mean crack inclination is approximated as function of the relative neutral axis depth (x/d), in Eq. (2), valid for rectangular, T or I sections. Where K_θ is a coefficient that takes into account the change of crack inclination in a section with flanges, see Fig. 4; hence, in this case Eq. (2) refers to the inclination of the secant of the crack from the longitudinal reinforcement to the neutral axis. K_θ is computed by Eq. (3), it takes value 1 for rectangular sections or when $x \geq h_f$.

$$\cot \theta = \frac{0.85}{1 - \frac{x}{d}} K_\theta \tag{2}$$

$$K_\theta = \frac{(d-h_f) + (h_f-x) \frac{b}{b_w}}{d-x} \geq 1 \tag{3}$$

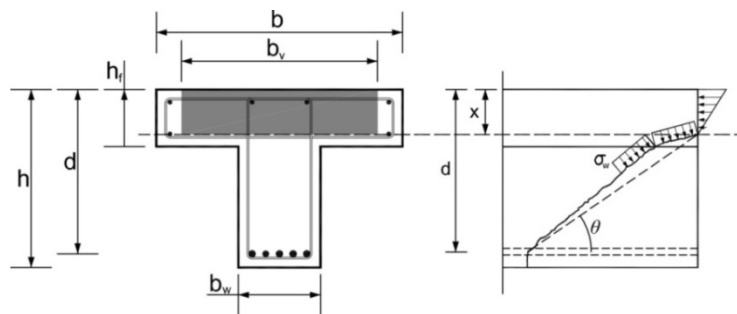


Figure 4. Change of crack inclination when entering the flange.

The weakest section in front of a combined shear-bending failure is considered to be placed at the tip of the first branch of the critical crack for beams with constant geometry and reinforcement (Fig. 5). Any other section closer to the zero bending moment point has a bigger depth of the compression chord, produced by the inclination of the crack and will resist a bigger shear force. Any other section placed farther from the support will have the same depth of the compression chord but will be subjected to higher normal stresses and, therefore, will have a higher shear transfer capacity.

When load is increasingly applied, flexural cracks successively appear as the bending moment increases, whose spacing depends basically on tensile concrete and bond properties (Fig. 5). It is assumed that the critical crack is the closest crack to the zero bending moment point and that it starts where the bending moment diagram at failure reaches the cracking moment of the section, resulting $s_{cr} = M_{cr}/V_u$, which is a conservative assumption.

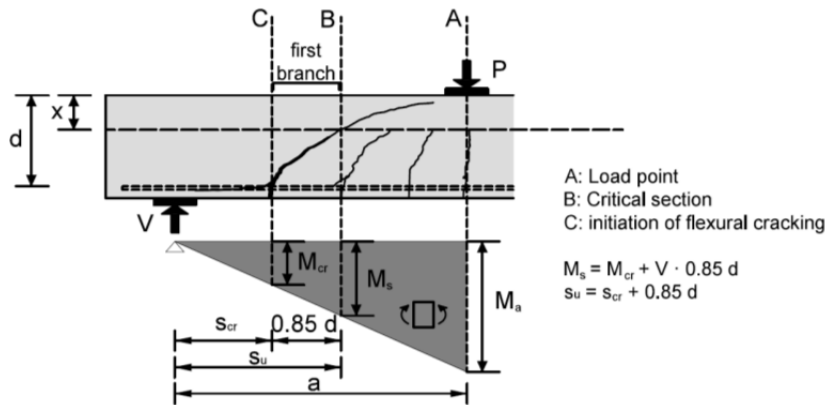


Figure 5. Position of the shear critical section in the beam.

When stirrups are anchored in the compression zone, they collaborate in the strength of the compression head by producing a confining vertical compression (σ_y) at depth larger than the concrete cover (d'), see Fig. 6, of value given by Eq. (4):

$$\sigma_y = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b} = \rho_w f_{yw} \quad (4)$$

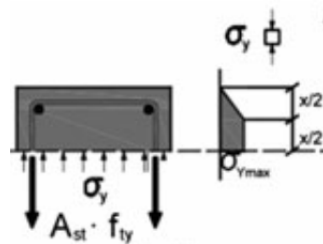


Figure 6. Confinement stresses introduced by the stirrups in the un-cracked concrete zone.

2.1. Contribution of cracked concrete web (V_w)

Shear resistance of cracked concrete in the web is considered as the residual tensile stress of cracked concrete. The mean tensile stress of the softening curve is considered distributed in a depth x_w of the cracked zone of the cross-section where the tensile σ - ε curve reaches zero tension, see Fig. 7. A linear softening branch of the σ - ε curve has been assumed which is consistently dependent on the fracture energy in mode I (G_f).

By setting the geometrical relationship between the crack opening at the level of the longitudinal reinforcement and at the point of the crack where the residual tensile stress is zero, and relating the crack opening to the reinforcement longitudinal strain ε_s and the crack spacing, the shear transferred along the closest part of the crack can be expressed in function of ε_s . Then, to obtain a simple design equation the following average values are conservatively assumed: longitudinal reinforcement strain when shear failure occurs, $\varepsilon_s=0,0009$, angle of the struts $\theta=36^\circ$, which corresponds to a mean longitudinal reinforcement ratio of $\rho=1,5\%$, resulting the following value for v_w :

$$v_w = 0.425 \frac{\varepsilon_{ctu}}{\varepsilon_s} \sin^2 \theta \cong 167 \frac{f_{ct}}{E_c} \left(1 + \frac{2E_c G_f}{f_{ct}^2 d} \right) \quad (5)$$

The concrete tensile strength (f_{ct}) is evaluated as the mean tensile strength according to Eurocode 2 [24], but limiting the concrete compression strength to 60 MPa for the elements without stirrups in order to account to the possible fracture of the aggregate in high-strength concrete. G_f is the fracture energy of concrete which depends on the concrete strength and the aggregate size, computed as shown in Eq. (9).

$$G_f = 0.028 \cdot f_{cm}^{0.18} \cdot d_{max}^{0.32} \quad (6)$$

A more detailed derivation of the equation is carried out in [1]. In the case of T or I shaped sections, it is accepted that the shear transferred along the crack takes place mainly in the web, so the web width “ b_w ” should be used when computing the absolute V_w in Eq. (1), i.e. $V_w = v_w f_{ct} b_w d$.

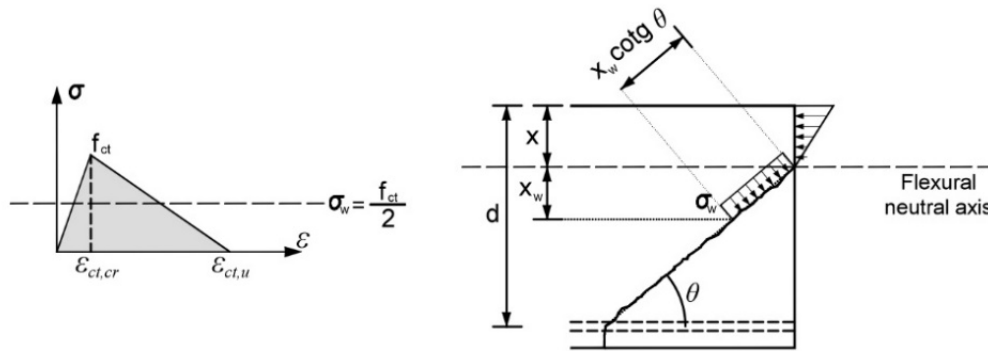


Figure 7. Contribution of cracked concrete to shear resistance.

2.2. Contribution of the longitudinal reinforcement (Dowel action, V_l)

Contribution of longitudinal reinforcement, or dowel action, is considered by the model only when there are stirrups, as they provide a constraint to the vertical movement of the longitudinal bars, enabling them to transfer shear. In order to evaluate such shear force, it is considered that the longitudinal bars are doubly fixed at the two stirrups adjacent to the crack initiation, and subjected to bending due to a relative imposed displacement between those points. This vertical relative displacement is considered caused by the critical crack opening and by the shear deformation of the compression chord. This contributing component clearly depends on the tensile steel ratio which is implicitly represented by means of the x/d parameter. A simplified expression is presented in Eq. (7)

$$v_s > 0 \rightarrow v_l = 0.23 \frac{n\rho}{1-x/d} \quad (7)$$

2.3. Contribution of transversal reinforcement (V_s)

Contribution of transversal reinforcement, Eq. (8) is taken as the integration of the forces in the stirrups cut by the inclined crack up to a height of $(d-x)$, see Fig. 3, and assuming that transversal reinforcement is yielded along the total crack height.

$$v_s = 0.85 \rho_w \frac{f_{yw}}{f_{ct}} \quad (8)$$

2.4 Contribution of the compression chord (V_c)

It is stated that the shear resisted in the compression chord starts softening when the most critical fiber reaches the Kupfer's failure envelope, assuming a linear distribution of longitudinal stresses produced by existing bending moment, and a transversal confining stresses provided by existing stirrups. The position of the failure point depends on the ratio between bending moment and shear force (M/Vd). A study performed in [24] shows that for values of M/Vd less than 3 (which is usually the position of the critical shear section), the point where failure initiates is placed at a distance from the neutral axis around $\lambda=0,425x$, being "x" the depth of the compressed zone.

By means of a Mohr's circle analysis, Eq. (9) can be derived, where σ_x is the normal stress in the most critical fiber, located at position $\lambda \cdot x$ from the bottom of the neutral axis. K_λ is a parameter relating the mean shear stress in the compression chord with stress in the critical fiber; therefore, it depends on the shape of the distribution of shear stresses in the compression chord (Fig. 3), and on the position of the critical fiber. The distribution of longitudinal stresses can be related to the applied bending moment, and the confining stresses can be derived from the contribution of the transversal reinforcement to the shear resistance, according to Eq. (4).

$$v_c = \frac{1}{f_{ct}} \zeta K_\lambda \frac{x}{d} \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{\sigma_1} + \frac{(\sigma_x \sigma_y)}{\sigma_1^2}} \quad (9)$$

Therefore, by setting the equilibrium equations between the internal forces and the stress resultants, see Fig. 8, Eq. (9) can be expressed as Eq. (10).

$$v_c = R_t K_\lambda \zeta \frac{x}{d} \sqrt{1 - \frac{2\lambda(0.2 + 0.85v_c + v_w z_w + 0.425v_s)}{\frac{x}{d}(1 - \frac{x}{3d})R_t} \left(\frac{v_s}{0.85R_t} - 1 \right) - \frac{v_s}{0.85R_t}} \quad (10)$$

Where ζ is the size effect parameter for the compression head (Eq. 11), which can be assimilated to that of a splitting test, as proposed by Zararis and Papadakis [12].

$$\zeta = 1.2 - 0.2 \cdot a \geq 0.65 \quad (a \text{ in meters}) \quad (11)$$

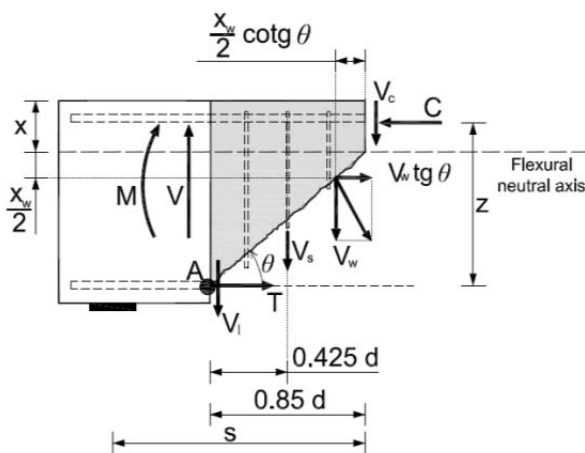


Figure 8. Internal forces in PC beam portion.

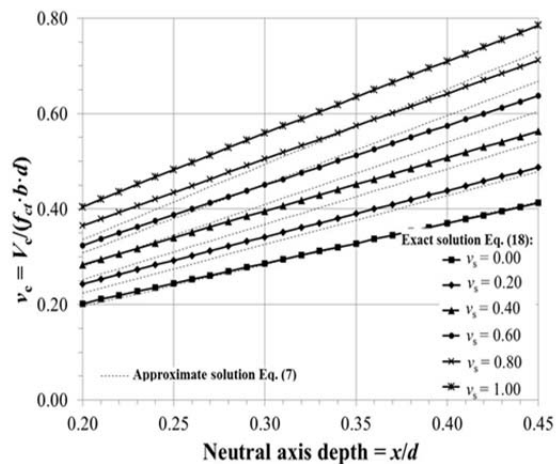


Figure 9. Uncracked concrete contribution to shear.

It is observed that v_c depends on v_s and that Eq. (10) is a recurrent equation, since R_t (strength reduction factor due to the biaxial stress state) is not known a priori; hence, in general, an iterative procedure is required to find the resisted v_c . However, after an extended parametric study, it can be observed that v_c is almost linear with x/d . Therefore, for practical purposes, Eq. (12) is proposed as a linearization of Eq. (10). In Fig. 9, the exact solution of Eq. (10) is compared with the simplified linearization of Eq. (12) in dashed lines, for the case of a rectangular section.

$$v_c = \zeta \left[\left(0.70 + 0.18K_t t + \left(0.20 + 0.50 \frac{b}{b_w} \right) v_s \right) \frac{x}{d} + 0.02K_t \right] \quad (12)$$

In the case of T or I beams, the shear stresses at the un-cracked zone are concentrated in the flanges near the web. Terms b and b_w are the width of the flange and the web respectively, as defined in Fig. 3. While b_v^* is the effective flange width in which shear stresses can be considered distributed in the compression flange. In the case of rectangular sections $b_v^* = b = b_w$; while for T and I sections, b_v^* can be computed as shown in Eq (13.1) and (13.2)

$$x \leq h_f \rightarrow b_v = b_w + 2h_f \leq b \quad (13.1)$$

$$x > h_f \rightarrow b_v = b \left[v^2(3 - 2v) + \frac{b_w}{b}(1 - 3v^2 + 2v^3) \right]; v = \frac{h_f}{x} \quad (13.2)$$

Where the neutral axis depth “ x ” must be calculated accounting for the geometry of the T or I section, as is proposed in [27]. In addition, K_T is a coefficient to take into account the different cracking moment of a T beam with respect to a rectangular one with $b = b_w$ and equal depth rectangular and a T beam, computed by Eq. (14).

$$K_T = \frac{M_{cr,T} b_w}{M_{cr,R} b} \approx 0.9 \frac{b_w}{b} + 0.1 \quad (14)$$

After parametric studies it has been found that both K_θ and K_T have very small influence on the global shear strength so that for the sake of simplicity they will be set to unity.

2.5 Contribution of prestressing

The most significant effects of prestressing on the shear behavior are:

- Changes the principal tensile and compressive stresses and the angle θ of the cracks with respect to the longitudinal. Cracking can be avoided (total prestressing) or limited below a certain crack width (partial prestressing). At high loading levels, flexural cracks in zones where bending moments are low, can be eliminated thus resulting only inclined cracks at the web due to shear. In members with thin webs, the risk of concrete crushing increases.
- Increment of the flexural neutral axis depth, thus increasing the contribution of the compressive concrete chord. The neutral axis depth depends on the force, eccentricity and inclination of the prestressing force and on the external moment at the considered section.
- In case of inclined tendons, the vertical component of the prestressing force, $V_p = P \cdot \sin \alpha$ helps to resist the external shear.
- Increment of the cracking moment of the section what modifies the position where the critical crack initiates and the position of the critical section, which is displaced farther from the zero bending moment point in comparison with RC structures. Therefore, the bending moment at the

critical section increases and, consequently, the shear resisted by the compressed concrete chord.

- Reduction of crack width, thus incrementing the aggregate interlock along the crack
- In case of bonded tendons, the crack opening increments the stress at the tendons, as in the case of mild reinforcement, helping to resist shear and flexure.

The inclusion of each of the above aspects on the above described mechanical model developed for RC structures will be explained next.

2.5.1. Neutral axis depth in cracked prestressed concrete sections

Let's consider a section with active (prestressed) and passive (non-prestressed) reinforcements subjected to a bending moment M and a prestressing force P with an eccentricity "e", see Fig. 10.

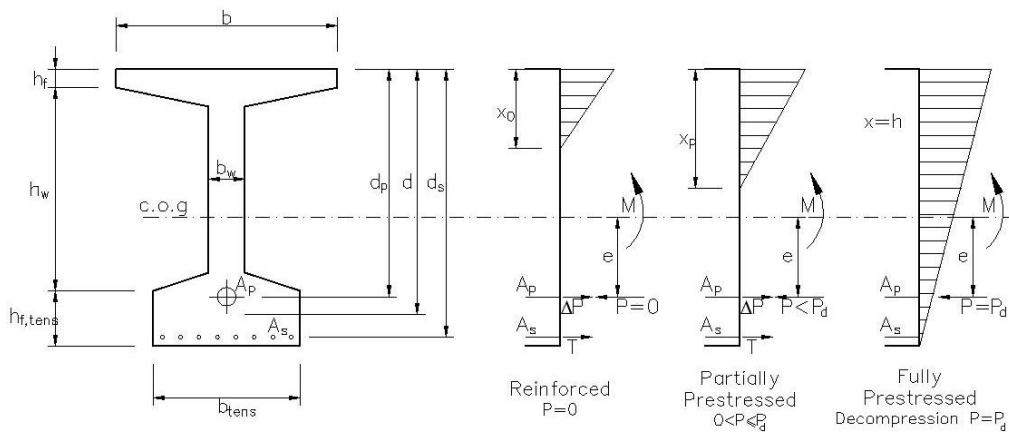


Figure 10. Interpolation of neutral axis depth between reinforced and fully prestressed concrete

To take into account different reinforcement arrangements in a cross section (only mild reinforcement, only active reinforcement or both), the effective depth is defined as the distance from the center of gravity of the existing reinforcement bars to the most compressed concrete fiber:

$$d = \frac{A_s d_s + A_p d_p}{A_s + A_p} \quad (15)$$

The consideration of an axial load in the equilibrium of normal forces and bending moments produces coupling between both equations. As a result, the neutral axis depth depends on the mild and prestressing reinforcement amounts, on the bending moment, on the prestressing force and on its eccentricity, so its computation is not straightforward. For practical purposes, a linear interpolation is made between the neutral axis depth "x₀" obtained for the same reinforcement amounts, considering $P=0$, and for the decompression force, $P=P_d$, for which the neutral axis depth is $x=h$. The prestressing decompression force P_d is the force that, for a given eccentricity "e" and acting external moment M , would produce zero stress at the extreme concrete fiber of the tensile zone, see Fig. 10. The interpolation equation for the relative neutral axis depth, $\xi=x/d$ is, then:

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h}{d} - \frac{x_0}{d}\right) \left(\frac{d}{h}\right) \frac{Pc}{M - Pe} = \frac{x_0}{d} + \left(\frac{h}{d} - \frac{x_0}{d}\right) \left(\frac{d}{h}\right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp} + f_{ct}} \quad (16)$$

In which the moment considered is the cracking moment, and σ_{cp} is the mean concrete stress produced at the section by prestressing, $\sigma_{cp}=P/Ac$. Eq. (16) has been compared with the theoretical solution by solving the non-linear system of coupled equations, for a large number of cases covering different levels of prestressing (σ_{cp}/f_{ct}), eccentricities (e/c) and non-prestressed neutral axis depth x_0 , obtaining quite good approximation for usual cases and, therefore, will be adopted in this study to obtain x/d .

2.5.2. Inclination, horizontal projection and position of the critical shear crack

The critical crack initiates at the most tensioned concrete fibre, and starts inclining where it reaches the mild reinforcement, so the same value for the horizontal projection of the crack, $0,85d_s$ is adopted for prestressed concrete members. The $\cot\theta$ of the shear critical crack angle for prestressed concrete members will be higher than in reinforced concrete because the higher neutral axis depth:

$$\cot\theta = \frac{0.85d_s}{d_s-x} \tag{17}$$

In prestressed members without longitudinal mild reinforcement ($A_s=0$), it can be adopted $d_s=h$. The model assumes that the critical shear crack initiates in the section where the bending moment, at shear failure, reaches the cracking moment. Thus, the higher is the cracking moment, the farther is the position of the crack with respect to the zero bending moment section.

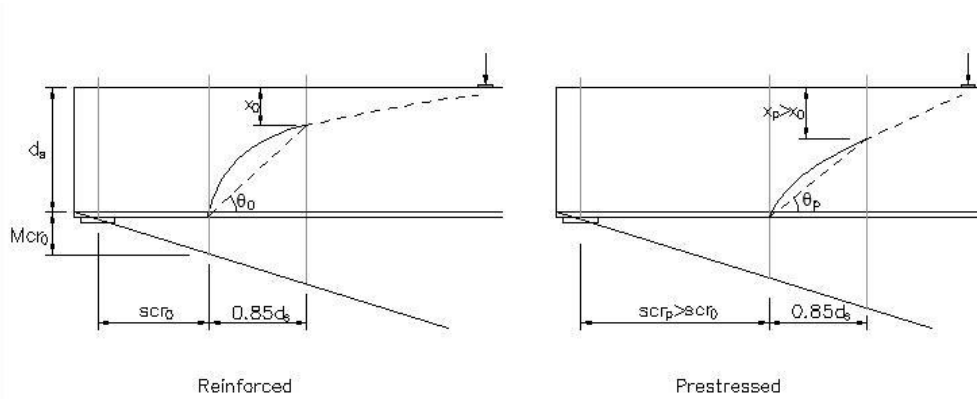


Figure 11. Position of the shear critical crack in reinforced and in prestressed concrete members.

2.5.3. Shear Transferred across the crack

The shear transferred across the crack, due to residual tensile stresses is given by:

$$v_w = 0.425 \frac{\varepsilon_{ctu}}{\varepsilon_s} \sin^2\theta \cong 167 \frac{f_{ct}}{E_c} \left(1 + \frac{2E_c G_f}{f_{ct}^2 d} \right) \tag{18}$$

For pre-stressed concrete members, the angle of inclination of the cracks given by Eq (17) should be adopted. In addition, the effect of prestressing on the crack opening is considered by subtracting the average concrete strain due to prestressing $\varepsilon_{cp}=\sigma_{cp}/E_c$ from the longitudinal reinforcement strain, ε_s whose average value, as previously mentioned, can be estimated as $\varepsilon_s =0,0009$. For $P=0$ ($x_0=x_0$; $\varepsilon_{cp}=0$) the above expression is identical to that derived for reinforced concrete

2.5.4. Dowel action.

In the case of prestressed concrete members, only mild reinforcement supported on the stirrups is considered to produce dowel action. Therefore, the same simplified expression than in reinforced concrete is used, excluding the prestressing tendons when calculating the reinforcement ratio and the neutral axis depth in Eq. (7).

2.5.5. Concrete contribution in prestressed concrete member

Consider the portion of a beam placed over the inclined crack, as indicated by Figure 12. The prestressing force (with its inclination and eccentricity) takes part in the equilibrium of forces and moments (taken with respect to the point where the crack is crossed by the longitudinal reinforcement “ d_s ”). In Fig.12, ΔP is the increment of force in the active reinforcement due to the crack opening, which will be neglected in this work.

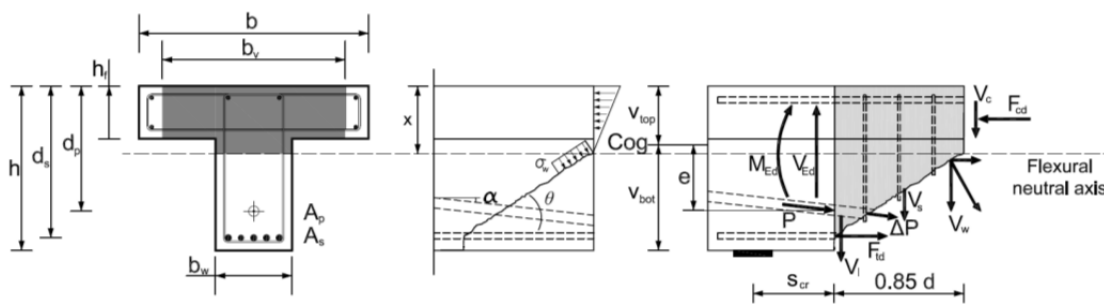


Figure 12. Forces acting on a rigid body part of a beam placed over the critical shear crack.

Assuming that, at failure, the moment at the crack initiation is the cracking moment of the prestressed section, $M_{cr,p}$ and grouping the moments due to prestressing, and following the same procedure than in reinforced concrete, Eqs. (9) and (10), the following equation is obtained, for the shear transferred by the uncracked compression zone in prestressed concrete:

$$v_c = R_t K_\lambda \zeta \frac{x}{d} \sqrt{1 - \frac{2\lambda(\mu + 0.85v_c + v_w \beta_w + 0.425v_s)}{\frac{x}{d}(1 - \frac{x}{3d})R_t} \left(\frac{v_s}{0.85R_t} - 1 \right) - \frac{v_s}{0.85R_t}} \quad (19)$$

Where μ is the dimensionless bending moment with respect to the mild reinforcement, at the section where the critical crack initiates, see Fig. 12, when shear failure occurs.

$$\mu = \mu_{cr0} + \mu_p \quad ; \quad \mu_{cr0} = \frac{M_{cr0}}{f_{ct} b d^2} \quad ; \quad \mu_p = \frac{P \cos \alpha (c + d_s - d_p)}{f_{ct} b d^2} \quad (20)$$

$M_{cr,0}$ is the cracking moment of the section without considering the prestressing force and β_w is the non-dimensional lever arm of the residual tensile force transferred along the crack, with respect to the point where moments are taken.

2.5.6. Simplified equations for the concrete contribution to shear strength of prestressed concrete beams

The main difference between Eq. (20) and Eq. (10) is the moment at the section where the crack initiates, which is affected by prestressing. In fact, Eq. (19) can be linearly expressed by Eq. (21), which is the same than Eq (12), making $K_T = K_\theta = 1$, but affected by a factor which depends on the bending moment μ , as indicated by Eq (22):

$$v_c = \frac{b_{v,eff}}{b_f} \left\{ \left(0.88 + \left(0.20 + 0.50 \frac{b_f}{b_w} \right) v_s \right) \frac{x}{d} + 0.02 \right\} [0.94 + 0.3\mu] \quad (21)$$

By substituting $\mu = \mu_{cr0} + \mu_p$, and taking into account that the dimensionless cracking moment of a rectangular cross section is 0.2, Eq. (21) can be rewritten as a function of μ_p (see Eq. 20) which is a function of the prestressing force and position:

$$v_c = \frac{b_{v,eff}}{b_f} \left\{ \left(0.88 + \left(0.20 + 0.50 \frac{b_f}{b_w} \right) v_s \right) \frac{x}{d} + 0.02 \right\} [1 + 0.3\mu_p] \quad (22)$$

The right parenthesis will be called K_p , a factor which takes into account the increment of cracking moment in a prestressed concrete section, with respect to a reinforced concrete one; $b_{v,eff}$ is the effective width for the shear strength transferred by the compression chord, given by Eqs. (13.1) and (13.2) Particularizing the expression (22) for $P=0$ and/or for ($b_v=b_w=b$), identical equations than those derived for reinforced concrete or for rectangular sections are obtained, respectively.

The total shear resisted by a prestressed concrete beam is, accounting for the tendon inclination:

$$V = V_c + V_s + P \sin \alpha ; \quad V_c = (v_c + v_w + v_l) f_{ct,d} b d ; \quad V_s = \frac{A_{st}}{s_t} f_{ywd} (d_s - x) \sin \alpha (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (23)$$

3. SIMPLIFIED EQUATIONS IN A CODE-TYPE FORMAT

The described model provides the contribution of each shear transfer action; however, for design purposes, some simplifications are still necessary in order to make the model easier to use in daily engineering practice. Then, taking into account that when shear-flexure failure takes place, both the aggregate interlock and the dowel actions are small compared to the shear resisted by the uncracked zone, v_w and v_l have been incorporated into v_c . For this purpose, the following average values have been adopted: $v_w=0.035$, $v_l=0.025$, $v_s=0.25$ and $x/d=0.35$. Then, term $(v_w+0,02)/0.35=0,157$ has been added to 0.88 and the dowel action term $v_l/(0,35 \cdot 0,25)$, which only exists when $A_{st}>0$ has been added to the factor multiplying v_s in Eq (22), resulting in the following compact equation:

$$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} K_p \left[0.30 \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} + 0.5 \left(1 + \frac{b}{b_w} \right) \frac{V_{su}}{b \cdot d} \right] b_{v,eff} d \quad (24)$$

where the mean concrete tensile strength has been expressed in terms of the characteristic concrete compressive strength, f_{ck} , affected by the corresponding safety partial coefficient, and K_p is the factor which takes into account the effects of the axial load, including prestressing, (compression positive), and the interaction with the bending moment acting at the considered section:

$$K_p = 1 + 0.24 \frac{P y_t + M_v}{f_{ctm} b d^2} \quad (25)$$

y_t is the distance from the c.o.g. of the section to the most stressed fibre in tension and M_v is the excess of moment with respect to the cracking moment at the considered section. Equation (24) is also valid for members subjected to a moderate axial compressive load, such as some columns, and can be extended to members under tensile axial forces or with constrained imposed deformations.

Shear reinforcement is necessary when the shear design force exceeds the shear resisted by the concrete, without transverse reinforcement, V_{cu0} ,

$$V_{cu0} = 0.30 \zeta \frac{x}{d} K_p \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} b_{v,eff} d \quad (26)$$

$$V_{su} = \frac{V_{Ed} - V_{cu0}}{1 + 0.5 \zeta \frac{x}{d} K_p \left(1 + \frac{b}{b_w}\right) \frac{b_{v,eff}}{b}} \quad (27)$$

It is observed that due to the confinement of the concrete uncracked concrete zone produced by the stirrups, the amount of transverse reinforcement is reduced (denominator >1)

4. VERIFICATION OF THE MODEL WITH SHEAR TESTS RESULTS

Table 1 shows a comparison of the model predictions with the results of a large set of shear tests of reinforced and prestressed concrete beams, with rectangular, I or T sections. It is observed that very good agreement is in general obtained and, especially, for reinforced concrete beams. In addition, it can be observed that the Eurocode EC2 provides much large scatter in all cases, specially for prestressed concrete members

Table 1. Verification of the proposed model for different databases (V_{test}/V_{pred})

Database original source	Comments	No. elements	Mean		CoV (%)	
			Proposed	EC2	Proposed	EC2
Reineck & al (2013)	RC beams w/o stirrups	784	1.16	1.10	18.80	27.90
Reineck & al (2014)	RC beams with stirrups	170	1.12	1.52	16.5	33.40
Reineck & al (2015)	PC beams w/o stirrups	214	1.10	1.57	22.60	30.1
Reineck & al (2015)	PC beams with stirrups	117	1.05	1.54	16.10	37.2

Figures 13 and 14 show, respectively, the ratio V_{exp}/V_{pred} for reinforced and prestressed concrete beams with and without stirrups.

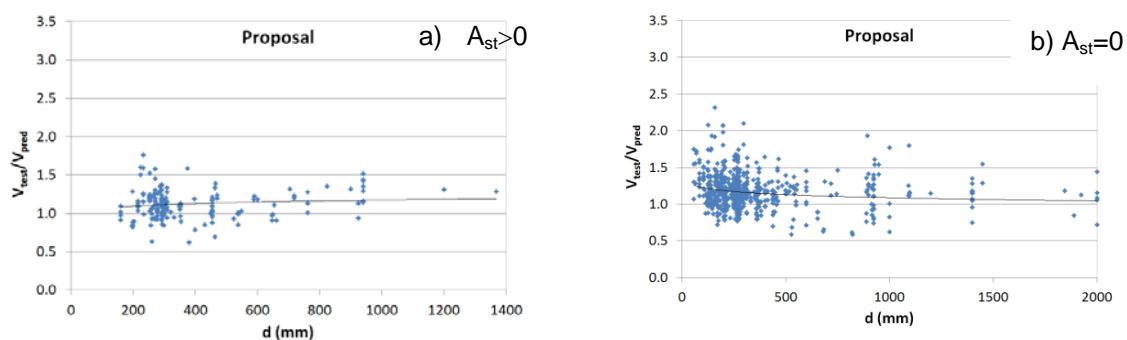


Figure 13. Experimental validation of RC beams: a) with stirrups; b) without stirrups.

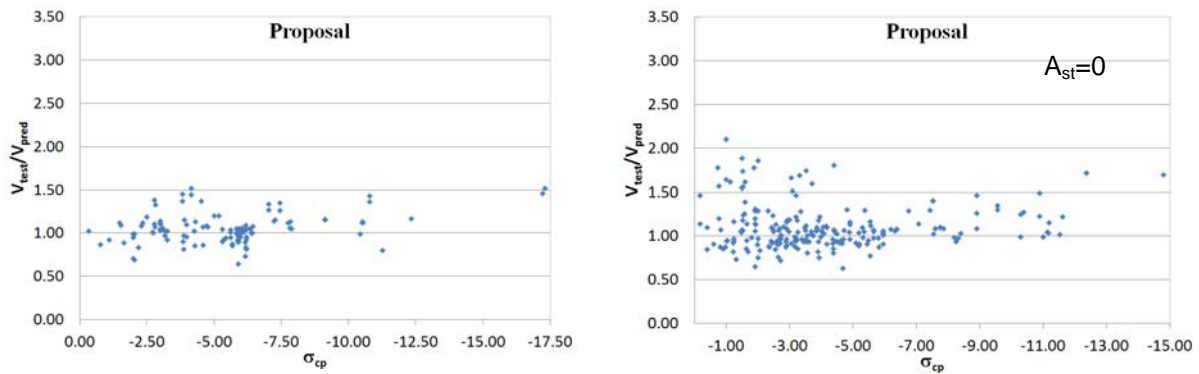


Figure 14. Experimental validation of PC beams: a) with stirrups; b) without stirrups.

Finally, Fig. 15 compare the results of the proposed method and those of EC2 for the total 1287 tests analysed. A big difference in the scatter can be observed. A mean of 1.13 and a Cov of 19.3% and a 5% real percentile of 0.839 are obtained for the proposed method while a mean of 1.27 a CoV of 35.5% and a real 5% percentile of 0.804 are obtained for EC2, indicating that the proposed model is not only less disperse and more precise (less expensive) but also more safe.

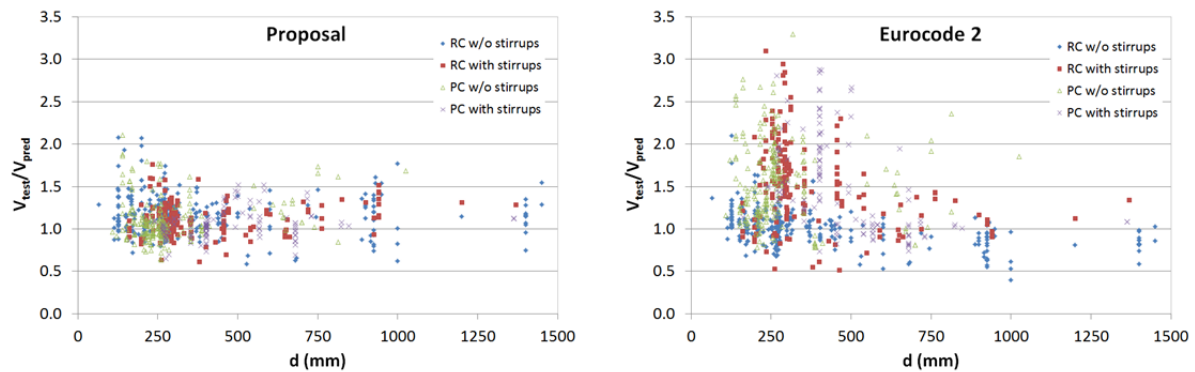


Figure 15. Comparison of the total set of tests between the model and the EC2 predictions.

5. EXTENSION OF THE MODEL TO OTHER SITUATIONS

5.1. Sections subject to bending moments $M_{Ed} \gg M_{cr}$

Eq. (22) expresses the shear resisted by the uncracked concrete zone as a function of the bending moment at the section where the critical shear crack starts, thus accounting for the shear-bending interaction. Therefore it is useful for shear design or strength verification in sections where the bending moment is significantly bigger than the cracking moment. Such situation occurs, for example, where changes in the longitudinal or in the transverse reinforcement take place far from the zero bending moment point is.

Furthermore, near internal supports of continuous beams or in cantilevers, under distributed loads, the critical crack starts very near the support and not where the bending moment at failure equals the cracking moment, as it usually happens in positive bending moments zone. This is due to the fact that the maximum damage at the uncracked chord, according the failure criteria adopted (see Fig. 2), takes place near the support, since both the bending moment and the shear force increase as the control section approaches the support.

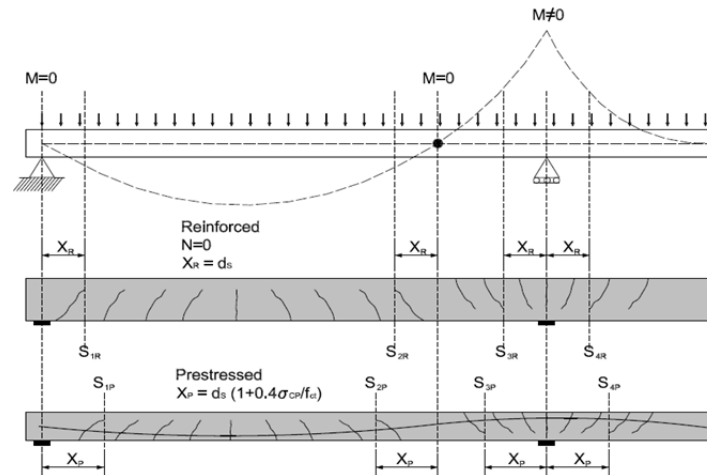


Figure 16. Sections to be checked in positive and negative bending moment zones.

5.2. Punching in slabs around columns

The above considerations can be applied to the case of punching shear of slabs around the columns, since in this case the bending moment and the shear force increase as the section approaches the column, as shown in Fig. 16. The equation of the punching strength of slabs without transverse reinforcement can be obtained by adapting Eq. (26)

$$V_{cu} = \zeta \frac{x_1}{d} K_p 0.30 \frac{f_{ck}^{7/3}}{\gamma_c} u_{crit} d \quad (28)$$

Where u_{crit} is the critical perimeter, which can be obtained by considering the failure point at the middle of the compression uncracked zone (depth = $x/2$), see Fig. 17. Therefore, the critical perimeter is a value inherent to the model formulation and depends on the amount of longitudinal reinforcement ratio.

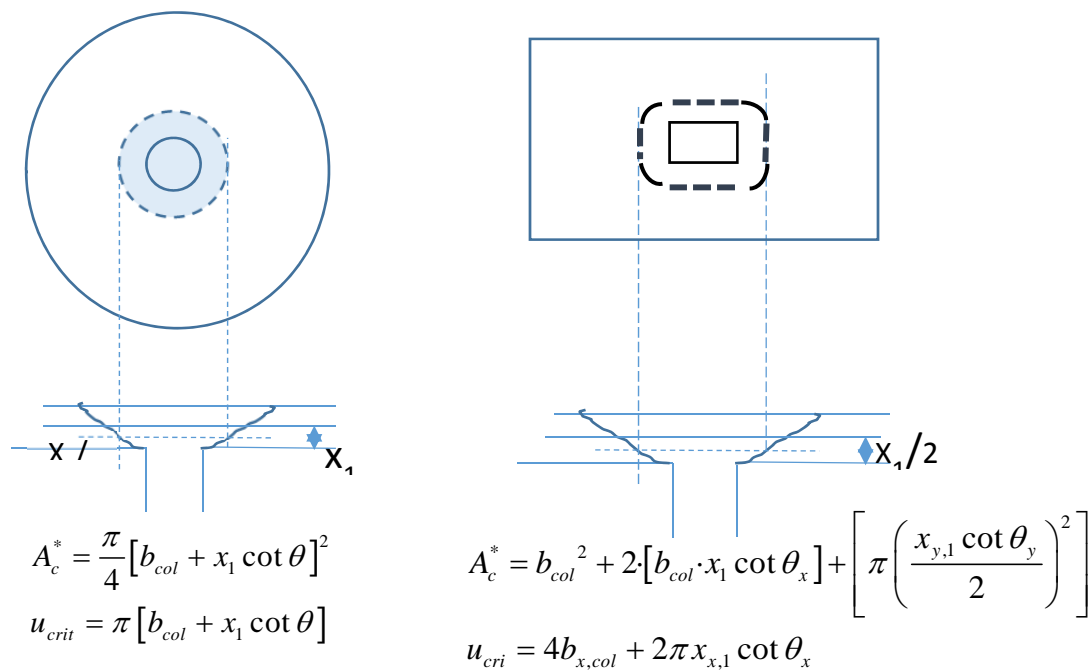


Figure 17. Critical perimeter in punching of slabs around circular and rectangular columns.

Fig. 18 shows the preliminary results of this model when compared with the ACI punching database. For circular slabs the mean is 1,13 and the CoV 19,5%, while for square slabs the mean is 1,33 and the CoV is 20%. In the second case, further refinements associated to the non-axisymmetric behaviour is needed

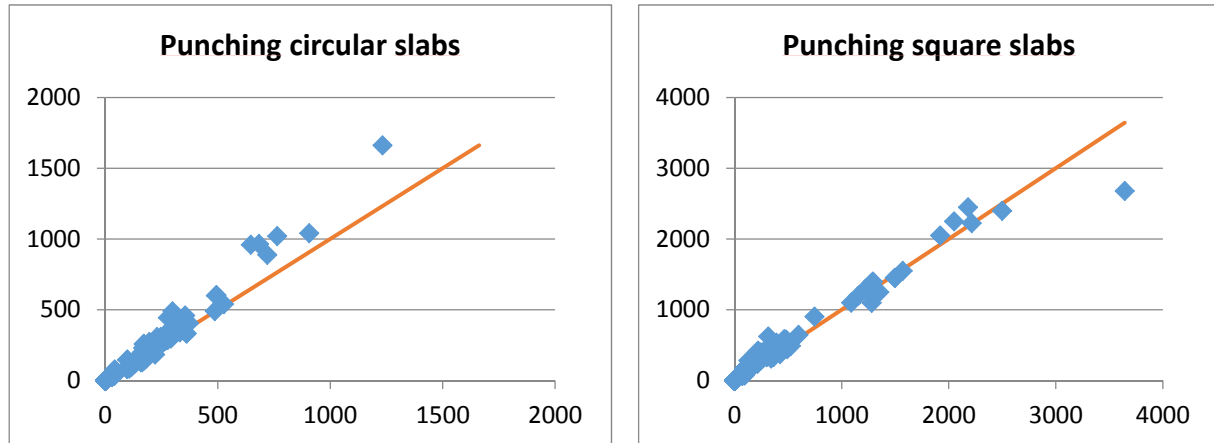


Figure 18. Comparison between the model predictions and the ACI punching tests results

5.3. Further extensions and adaptations of the model

Due to the mechanical bases of the model, it can be adapted to many different types of loading, materials, support conditions and even failure modes, just by identify the differences between the new situation and the existing one and by including them into the equations of the model.

For example, the model has been successfully adapted to FRP reinforced concrete beams with and without stirrups [32] and [33]. In these cases the following aspects were taken into account: 1) The FRP modulus of elasticity is much lower than that of steel and depend on the type of fiber used, so the aggregate interlock and the dowel action can be neglected and the ratio E_r/E_c should be explicit in the formulation. 2) When FRP stirrups exist, it must be considered that they do ot yield, so their stress should be obtained from compatibility of strains along the inclined crack 3) sometimes stirrups break in the bent zone, which becomes the weakest point and, therefore, a limitation to the stirrups ultimate stress should be set.

Similarly, the model is being extended to beams subjected to loads near the supports, applied on the compression or tension sides, to moderately compressed columns with circular sections, and to steel fiber reinforced concrete beams, among other cases.

6. CONCLUSIONS

A mechanical model developed for the prediction of the shear-flexural strength of reinforced and prestressed concrete members with and without transverse reinforcement has been described and verified with a large data base. The model, which is valid for beams with I, T or rectangular cross sections, accounts for the generally accepted most significant shear transfer actions. The following conclusions can be drawn from the results provided by the model:

1. Simple and direct expressions have been derived both for design of the transverse reinforcement and for the shear strength verification, which include the most relevant parameters governing the structural behaviour, thus resulting of great interest both for design and assessment of existing structures.
2. The shear transferred by the concrete compression chord near the limit point has been found to be very relevant in the derived model, and linearly dependent on the relative flexural neutral axis depth, x/d , which is a function of n_p , being $n=Es/Ec$ the modular ratio and $\rho=As/(b\cdot d)$ the longitudinal reinforcement ratio.
3. The presence of transverse reinforcement increases the shear transfer capacity of the compression chord due to the vertical confining stresses introduced by the stirrups. As a consequence, the amount of transverse reinforcement needed according to this method is less than in the existing ones.
4. Prestressing effects on the shear strength are taken into account by the model, through the increment of the neutral axis depth and of the cracking moment and through the effects of the prestressing force, inclination and eccentricity on the equilibrium of internal forces.
5. It is considered that, in the positive bending moment zones, the critical crack initiates at the section where the bending moment, at failure, equals the cracking moment. Therefore, the critical crack in PC members is farther from the zero bending moment point than in RC ones
6. Shear-flexure interaction is explicitly accounted for in the model, resulting relevant in those cases where the bending moment at the control section considerably exceeds the cracking moment. This is the case of internal supports of continuous beams or cantilevers, where the bending moments and shear forces increase with the proximity of the support and the critical crack forms near the support.
7. The predictions of the present model fit very well the experimental results of a large data base collected in the new ACI-DAFStb databases of 1287 shear tests on slender reinforced and prestressed concrete beams with and without stirrups. A mean of 1.13 and a CoV of 19,3% and a 5% real percentile of 0.839 are obtained for the proposed method, while a mean of 1.27 a CoV of 35.5 % and a real 5% percentile of 0.804 are obtained for EC2,. This fact indicates that the proposed model is not only less disperse and more precise (and less expensive) but also safer than the current EC2.
8. In the case of beams with T- or I-sections, the contribution of the concrete compression chord may be very important, as opposed to what is considered by most existing codes.

The mechanical character of the model allows extending it in a natural way to punching of slabs, as it has been briefly shown, to other materials (steel fibre reinforced concrete SFRC, FRP reinforced or strengthened concrete beams), to beams strengthened by means of vertical prestressing, to beams subject to moderate axial loads or to tensile stresses induced by constrained shrinkage and other. Further simplifications are currently being made, after evaluating the relative influence of each parameter, in order to derive simpler equations for practical design, with the minimum loss of accuracy.

The conceptual simplicity, accuracy, adaptability and mechanical character of the model makes it especially adequate for daily engineering practice and for educational purposes.

ACKNOWLEDGEMENTS

The present work has been developed under the framework of research projects BIA2012-36848, BIA2012-31432, funded by the Spanish Ministry of Economics and the Europeans Funds for Regional Development, and under the financial help of Infraestructures de Catalunya (ICAT).

REFERENCES

- [1] Ferreira, D., Bairán, J., & Marí, A. (2013), Numerical simulation of shear-strengthened RC beams. *Engineering Structures*, 46, 359-374.
- [2] Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI J.*, 83(2), 219-231.
- [3] Vecchio, F. (2000). Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation. *Journal of Structural Engineering*, 126 (9), 1070-1077.
- [4] Bairán, J. & Marí, A. (2006), Coupled model for the nonlinear analysis of anisotropic sections subjected to general 3D loading. Part 1: Theoretical formulation. *Comp. & Str*, 84 (31-32), 2254–2263.
- [5] Bairán, J. & Marí, A. (2007), Multiaxial-coupled analysis of RC cross-sections subjected to combined forces. *Engineering Structures*, 29 (8), 1722-38.
- [6] Petrangeli, M., Pinto, P.E., Ciampi, V. (1999), Fiber element for cyclic bending and shear of RC structures. I: Theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 125 (9), 994-1001.
- [7] Bentz, E.C. (2000), Sectional analysis of reinforced concrete members. Doctoral dissertation, University of Toronto.
- [8] Navarro Gregori, J., Miguel, P., Fernández, M.A., Filippou, F.C. (2007). A 3D numerical model for reinforced and prestressed concrete elements subjected to combined axial, bending, shear and torsion loading. *Engineering Structures*, 29 (12), 3404-3419.
- [9] Saritas, A. & Filippou, FC. (2009), Inelastic axial-flexure-shear coupling in a mixed formulation beam finite element. *Int J Non Linear Mech*, 44 (8), 913-922.
- [10] Mohr, S., Bairán, J.M., Marí, A.R. (2010), A frame element model for the analysis of reinforced concrete structures under shear and bending. *Eng. Struct*, 32 (12), 3936-3954.
- [11] Reineck, K. (1991). Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model. *ACI Structural Journal*, 88(5), 592-602.
- [12] Zararis, P.D. & Papadakis, G.C. (2001), Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement. *ASCE J. Struc. Eng.*, 127 (7), 733-742.
- [13] Choi, K. K., Park, H. G., & Wight, J. K. (2007). Unified shear strength model for reinforced concrete beams - part I: Development. *ACI Structural Journal*, 104(2), 142-152.
- [14] Tureyen, A. K., & Frosch, R. J. (2003). Concrete shear strength: Another perspective. *ACI Structural Journal*, 100(5), 609-615.
- [15] Muttoni, A., & Ruiz, M. F. (2008). Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Structural Journal*, 105(2), 163-172.

- [16] Wolf, T. S., & Frosch, R. J. (2007). Shear design of prestressed concrete: A unified approach. *Journal of Structural Engineering*, 133(11), 1512-1519.
- [17] Park, HG, Kang, S; Choi, K. (2013), Analytical model for shear strength of ordinary and prestressed concrete beams, *Engineering Structures* 46 (2013) 94–103
- [18] Collins, M. P., Bentz, E. C., Sherwood, E. G., & Xie, L. (2008), An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures. *Mag. of Conc. Res.*, 60 (9), pp.635-650.
- [19] Recupero, A., D'Aveni, A., Gherzi, A. (2013), NMV interaction domains for box and I-shaped reinforced concrete members. *ACI Structural Journal*, 100 (1), pp. 113-119.
- [20] Canadian Standards Association, CAN/CSA-A23.3-04 (R2010) - Design of Concrete Structures.
- [21] Federation Internationale du Béton. Model Code 2010 for concrete structures. Ernst and Sohn
- [22] ACI Committee 318 (2008), Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute. Farmington Hills, MI, USA.
- [23] Eurocode 2 (2002), Design of Concrete Structures: Part 1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization.
- [24] Marí, A., Bairán, J., Cladera, A., Oller, E. & Ribas, C. (2014). Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Struct & Infrastr.* doi: 10.1080/15732479.2014.964735.
- [25] Marí, A., Cladera, A., Barán, A., Oller, E., Ribas, C., (2015). Un modelo de resistencia a flexión y cortante de vigas esbeltas de hormigón armado (2015), *Hormigón y Acero No. 274*.
- [26] Cladera A. Marí A, Ribas C. Bairán J, Oller, E. (2015). Predicting the shear-flexural strength of slender reinforced concrete T and I shaped beams. *Engineering structures* (in review)
- [27] Reineck, K. H., Bentz, E. C., Fitik, B., Kuchma, D. A. & Bayrak, O. (2013). ACI-DAfStb database of shear tests on slender reinforced concrete beams without stirrups. *ACI Structural Journal*, 110(5)
- [28] Reineck, K. H., Bentz, E., Fitik, B., Kuchma, D. A., & Bayrak, O. (2014). ACI-DAfStb Databases for Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams with Stirrups. *ACI Structural Journal*, 111(5).
- [29] ACI-DAfStb 617 (2015): ACI-DAfStb databases 2015 on shear tests for evaluating relationships for the shear design of structural concrete members without and with stirrups. Report for Research Project DAfStb V479. Reineck, K.-H.; Dunkelberg, D. (Eds.). DAfStb H. 617, Beuth Verl. Berlin.
- [30] ASCE-ACI Committee 445 (1998), Recent approaches to shear design of structural concrete. American Concrete Institute.
- [31] Kupfer, H. B., & Gerstle, K. H. (1973), Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 99 (4), 853-866.
- [32] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., Bairán, J. (2014) Shear design of FRP reinforced concrete beams without transverse reinforcement, *Composites Part B: Engineering*, 57, 228-241.
- [33] Oller, E., Marí, A., Bairán, J., Cladera, A. (2015), Shear design of reinforced concrete beams with FRP longitudinal and transverse reinforcement. *Composites Part B: Engineering*, 74, Pp 104-122

Upper bound to the effective area of concrete in tension

Gil Martín L.M.¹; Carbonell-Márquez J.F.²; Hernández-Montes E.³

ABSTRACT

The effective tension area of concrete is a well known parameter in structural concrete. It is involved in several phenomena that affect the design of structural concrete elements, such as cracking, shear deformation or flexural deformation. In this work, the authors put forward a necessary change in the definition of the effective tension area of concrete provided by some groups of Standards.

Keywords: Tension stiffening, effective area of concrete.

1. INTRODUCTION

The uncracked concrete between adjacent cracks contributes to the stiffness of the composite material (i.e. reinforced concrete) due to the bond between the reinforcing bars and the concrete. This effect, called tension stiffening ([1]), significantly effects the response of the RC members. In fact, actual Standards include it in load-deflection and serviceability verifications.

The tension-stiffening model considered in Model Code [2] and Eurocode 2 [3] introduces the tension stiffening effect increasing the stiffening of the reinforcement by means of the presence of a surrounding area of concrete working in tension for strain levels greater than the cracking strain of concrete ([4]). This surrounding area is the effective tension area of concrete, $A_{c,eff}$.

The value of $A_{c,eff}$ is given by Eurocode 2 (§7.3.4) as function of: a) the type of structural element such as beams, slabs, ... b) the position of the tensile reinforcement defined by its centroid and c) the neutral fiber depth.

This paper questions the proposed expression by Eurocode 2 for the dependence of the effective tension area of concrete on the neutral fiber depth. Moreover, in a monotonically growing process of loading, the neutral fiber depth (x) decreases, and, in line with the proposed formula, this implies an increase in the effective tension area of concrete during the loading process, something which is physically impossible. Several examples are shown below.

The notation used in this work is in accordance with Eurocode 2.

2. CONSTITUTIVE EQUATIONS FOR CONCRETE AND STEEL.

¹ Department of Structural Mechanics. University of Granada (SPAIN). mlgil@ugr.es (Corresponding author)

² Loyola University of Andalucía, Sevilla (SPAIN). jfcarbonell@uloyola.es

³ Department of Structural Mechanics. University of Granada (SPAIN). emontes@ugr.es

2.1. Concrete

The non-linear relation between compressive stress, σ_c , and shortening strain, ϵ_c , proposed by EC2 - §3.1.5(1) - for concrete under short term uniaxial loading is used.

There are several expressions available for the post-cracking relation of the tensile stress, σ_{ct} , and tensile strain in concrete, ϵ_c . In this paper, the expression proposed by Hernández-Montes et al. [5] has been considered (Eq. (1)). The reason for doing so is that this expression has been derived from the formulation given in the Model Code 2010 with no additional assumptions:

$$\sigma_{ct}[\epsilon_c] = -\frac{\rho}{2} E_s \epsilon_c + \sqrt{\left(\frac{\rho}{2} E_s \epsilon_c\right)^2 + f_{ctm}^2 (1 + n\rho)} \quad (1)$$

where

$$\rho = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

The remaining notation is in accordance with Eurocode 2. In fact, A_s is the area of tension reinforcement and $A_{c,eff}$, the effective area, for rectangular sections is the area of concrete surrounding the tension reinforcement of depth, $h_{c,ef}$, where $h_{c,ef}$ is the lesser of $2.5(h-d)$, $(h-x)/3$ or $h/2$ (see Fig. 1).

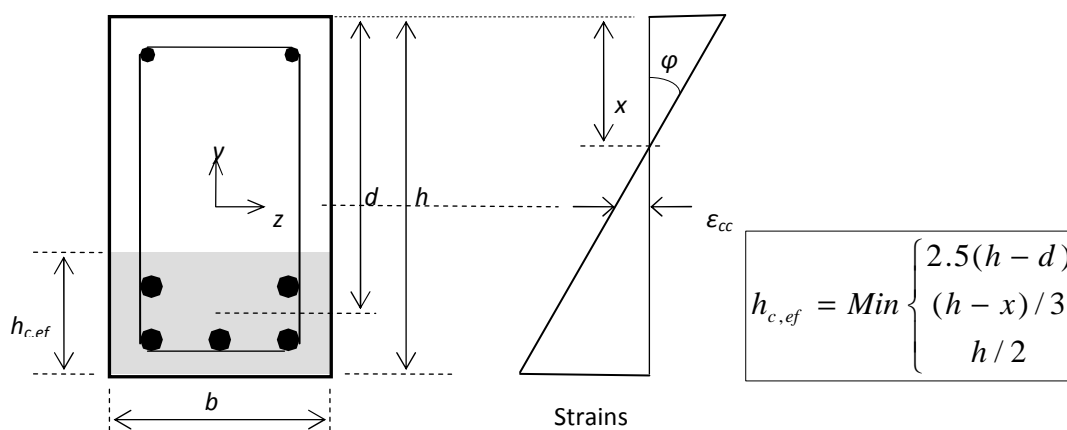


Figure 1. Effective height of concrete in tension and notation.

Expression in Eq. (1) is reinforced with the following observation by Wu & Gilbert [6]. After an exhaustive test campaign, they concluded that the tensile strength of concrete disappears when the deformation in steel reaches the value corresponding to yield, ϵ_y . Taking into account this evidence, Eq. (1) has been corrected by introducing a linear variation from the apparent yield strain of the steel to the value of 0 for ϵ_y . The value of the apparent yield strain of the steel, ϵ_{cedr} , is obtained, as suggested by Gil-Martín *et al.* [7], by imposing equilibrium in a short segment of an RC tension member, between a cracked section (where the reinforcement has yielded) and a generic section where the reinforcement stress is equal to the average stress (Fig. 2).

$$\underbrace{A_s E_s \varepsilon_y}_{\text{at crack}} = \underbrace{A_s E_s \varepsilon_{ced} + A_{c,eff} \sigma_{ct} [\varepsilon_{ced}]}_{\text{average section}} \rightarrow \varepsilon_{ced} \tag{2}$$

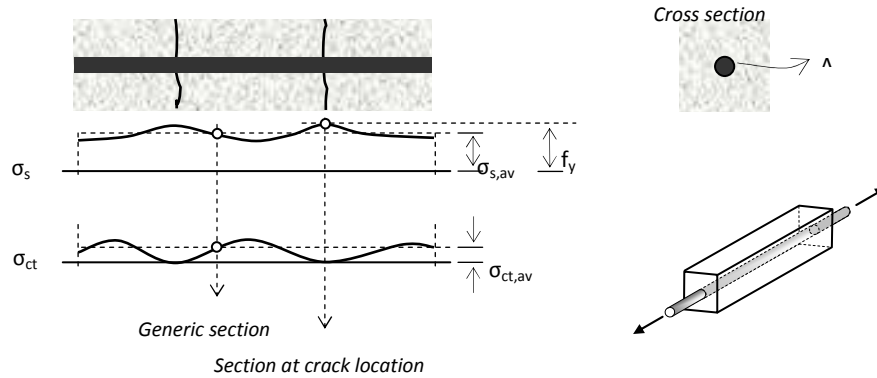


Figure 2. Apparent yield strain of the steel.

The complete concrete model is shown in Fig. 3 for concrete with a characteristic strength of 30 MPa and steel with a characteristic strength 500 MPa.

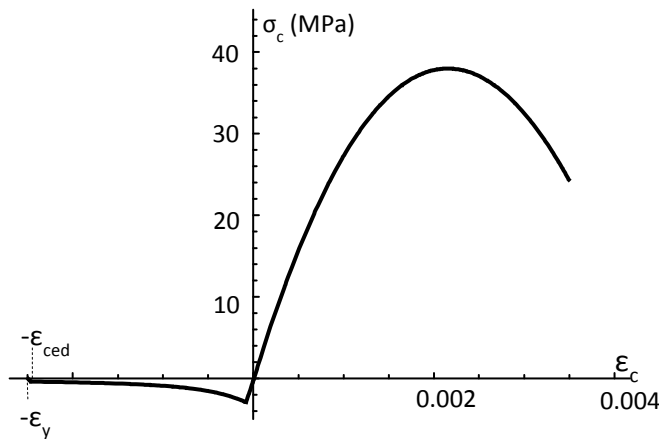


Figure 3. Non-linear strain-stress response of concrete for specimen represented in Fig. 5 with $f_{ck}=30$ MPa, $f_{yk}=500$ MPa.

2.3. Steel

The considered strain-stress curve for reinforcement steel is bilinear with no strain hardening. No p-delta effects are considered in the reinforcement due to the presence of transversal reinforcement, Gil-Martin et al. [8]. The steel model has been corrected to account for the presence of the reinforcement embedded in the concrete cross-section, which is due to the fact that concrete stress is considered to operate over the gross section, not accounting for the presence of the reinforcement. The model of steel is represented in Fig. 4.

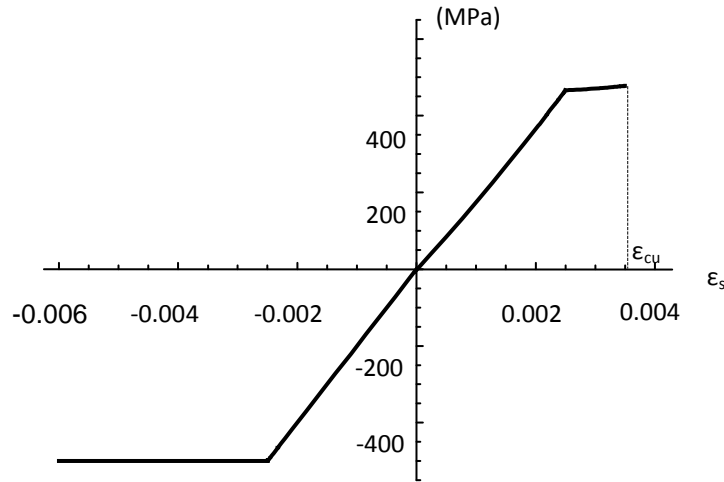


Figure 4. : Strain-stress curve of steel for specimen represented in Fig. 5 with $f_{ck}=30$ MPa, $f_{yk}=500$ MPa.

3. EQUILIBRIUM.

There are two accepted hypotheses at cross-section level for the study of reinforced concrete elements: a. Adherence concrete - steel: steel and concrete placed at the same fiber of the cross-section presents the same strain; and b. Plane section hypothesis (PSH): plane sections remain plane after deformation. As shown in Fig. 1, the PSH hypothesis implies that the deformation of any fiber located at a distance y of the center of gravity of the gross section can be expressed as a function of the curvature (ϕ) and of the strain of the center of gravity (ϵ_{cc}).

$$\epsilon[y, \phi, \epsilon_{cc}] = \phi y + \epsilon_{cc} \quad (3)$$

Imposing the equilibrium of axial force and of flexural moment at the center of gravity of the gross section, the response of the reinforced concrete section, in terms of ϕ and ϵ_{cc} , to the loadings N_{Sd} and M_{Sd} can be obtained from:

$$N_{Sd} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \sigma_c[\epsilon[y, \phi, \epsilon_{cc}]] b dy + \sum_{i=1}^n A_{\phi_i} \sigma_s[\epsilon[y_{\phi_i}, \phi, \epsilon_{cc}]] \quad (4)$$

$$M_{Sd} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \sigma_c[\epsilon[y, \phi, \epsilon_{cc}]] b y dy + \sum_{i=1}^n A_{\phi_i} y_{\phi_i} \sigma_s[\epsilon[y_{\phi_i}, \phi, \epsilon_{cc}]] \quad (5)$$

where b is the width of the cross section, in the case of non-rectangular sections, b is function of y : $b[y]$. A_{ϕ_i} and y_{ϕ_i} are the area of the cross section and the y -coordinate of bar ϕ_i .

In the former expression $\sigma_c[\epsilon]$ and $\sigma_s[\epsilon]$ are the constitutive equations of concrete and steel represented in Fig. 3 and 4, respectively.

Eqs. (4) and (5) can be solved estimating values of the curvature (ϕ), for a given value of N_{Sd} . For each value of the curvature, ϵ_{cc} can be obtained from the equation 4. The value of M_{Sd} is obtained from Equation 5 for each pair (ϕ, ϵ_{cc}). For a constant axial load N_{Sd} , values of the stress in concrete, the

stress in steel and the depth of the neutral fiber (x), can be obtained from monotonic values of the flexural moment M_{sd} .

4. EXAMPLE.

Fig. 5 shows a 0.3×0.5 m cross section of a beam having concrete with a characteristic compressive strength of 30 MPa and a reinforcement characteristic yield strength of 500 MPa. The longitudinal reinforcement consists of two bars of 12 mm diameter and 5 bars of 20 mm diameter, positioned as shown in Fig. 5. Transverse reinforcement corresponds to stirrups 10 mm diameter at 150 mm.

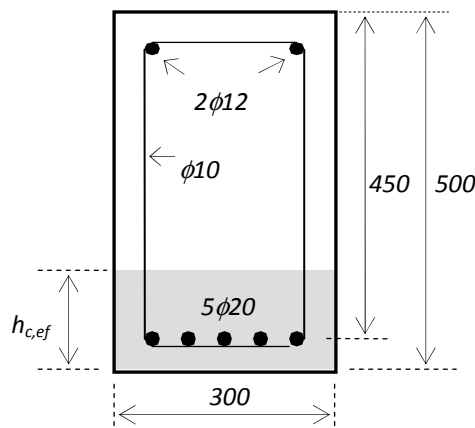


Figure 5. Example of beam cross section.

For no axial load, i.e. $N_{sd} = 0$, and for values of the curvature (φ) between $2 \cdot 10^{-8}$ and $2 \cdot 10^{-5}$ the system of Eqs. (4) and (5) has been solved using Mathematica©. The bisection method has been used with a tolerance for axial load equal to 10^{-1} N.

The value of $h_{c,ef}$, given in Fig. 1, is affected by the neutral fiber depth. Using an iterative procedure, the neutral fiber depth (x) is obtained from Eqs. (4) and (5), see Fig. 6.

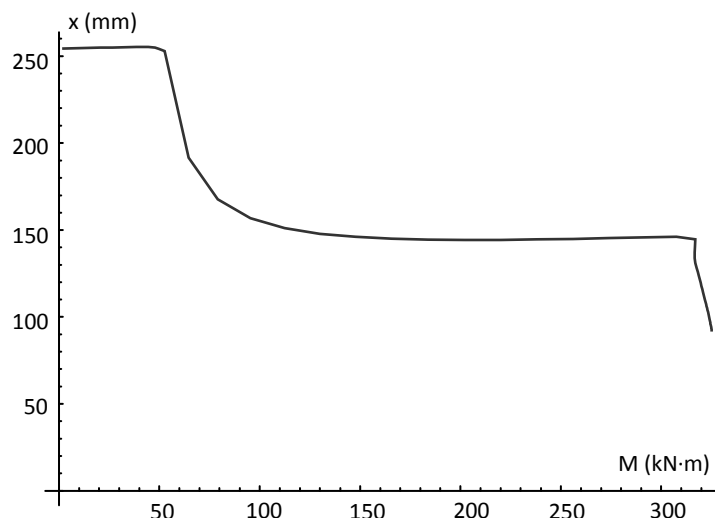


Figure 6. Evolution of the neutral fiber depth, x .

Fig. 6 shows that the neutral fiber depth, x , decreases with increasing flexural bending moment. In such circumstances, the value of the effective height of concrete in tension, $h_{c,ef}$, given in Fig. 1 (Eurocode2, §7.3.4(2)), might increase during the load history, as is shown in Fig. 7. Notice that the curve $h/2=250$ mm, related to one of the values of $h_{c,ef}$, is not represented.

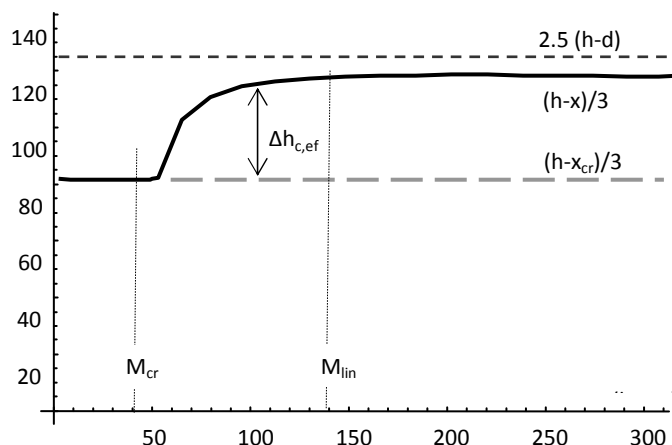


Figure 7. Effective height of concrete in tension for the rectangular cross-section represented in Fig. 1.

In Fig. 7, values of the cracking moment, M_{cr} , and value of flexural moment for which the behavior of the concrete is no longer linear (i.e. the maximum compressive stress in concrete reaches $0.4f_{cm}$), M_{linear} , have also been represented.

The increase of the effective area or effective height of concrete in tension in Fig. 7 goes against the physical phenomenon of concrete degradation associated with bond decay at higher tensile strains. So an upper limit should be imposed to the condition $(h-x)/3$. If the value $h_{c,ef}$ is defined as less than $2.5(h-d)$ or $(h-x)/3$ with x corresponding to M_{cr} (Fig. 7) this incongruence can be avoided.

Fig. 8 shows two $M-\phi$ curves, one considering $h_{c,ef}$ as proposed by Eurocode2, in a continuous line, and the other considering $(h-x_{cr})/3$ instead of $(h-x)/3$, represented by the dashed line. This figure shows that in the linear range, in which the design for serviceability is evaluated, the increase of effective height, $\Delta h_{c,ef}$ in Fig. 7, as is defined in Eurocode2 leads to smaller deflections.

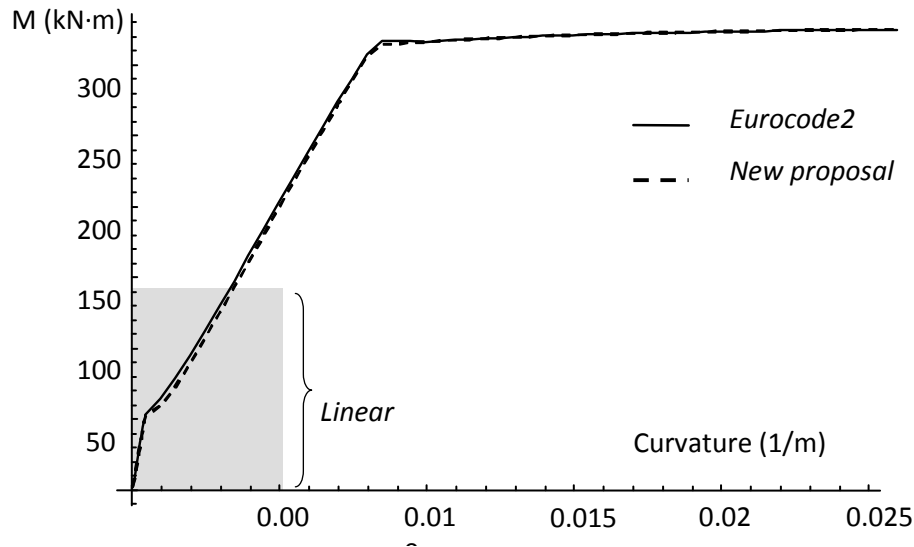


Figure 8. Moment-curvature diagrams.

5. CONCLUSIONS.

Usually a linear stress-strain relationship is assumed for the concrete under service conditions, provided that the concrete stress does not exceed 40% of the compressive strength, according to Eurocode2. Serviceability design is essential to users of the structures and it is based on sectional analysis, assuming an effective tension area of concrete (the product of width times the effective height). Regulations, such as Eurocode2 or Model Code 2010, propose an effective height as the lesser of three values, one of which depends on the neutral fiber depth. In order to obtain physically possible results, the value of the neutral fiber depth should have a lower bound; possibly being the one corresponding to the cracking moment.

REFERENCES

- [1] Vecchio F.J. and Collins M.P. (1986). "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". *Journal of the American Concrete Institute*, V.83, No.2, 219-231
- [2] Fib Model Code for Concrete Structures 2010. October 2013. Ernst and Sohn.
- [3] Eurocode 2. Design of concrete structures—Part 1: General rules and rules for buildings prEN 1992-1-1 (July 2004). European Committee for Standardization, Brussels.
- [4] ACI 435R-95. Control of Deflection in Concrete Structures. Appendix B. 2003.
- [5] Hernández-Montes E., Cesetti A., Gil-Martín L.M. (2013). "Discussion of "An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members" by Renata S.B. Stramandinoli, Henriette L. La Rovere". *Engineering Structures*. Vol.: 48. Pp: 763-764. (2013)
- [6] Wu H.Q. & Gilbert R.I. (2008). "An experimental study of tension stiffening in reinforced concrete tension members under short-term and long-term service loads". UNICIV Report No.R-449, School of Civil & Environmental Engineering, Sydney NSW.

- [7] Gil Martín L.M., Hernández Montes E., Aschheim M., Pantazopoulou S. (2012). "A simpler compression field theory for structural concrete". Annual Review of Structural Concrete (Politecnico di Milano). Vol.:31, Pp: 11-41.
- [8] Gil-Martín, L.M., Hernández-Montes, E., Aschheim, M. and Pantazopoulou S. (2006). "Slenderness effects on the simulated response of longitudinal reinforcement in monotonic compression". Structural Engineering and Mechanics. Vol: 23. Pp: 369-386.

Use of TMD in structural engineering: Building Parque Araucano in Santiago de Chile

L. Breschi¹, A. Castillo²

ABSTRACT¹

The application of Tuned Mass Dampers in mechanical engineering is of longstanding and habitual use. In these kinds of applications, the loading forces are based on constant frequencies and they are in most case well known. The application of a TMD in structural engineering is more recent, beginning a few years ago under the concept of seismic protection.

The design of a TMD for a building presents the practical difficulty of tuning the device to the fundamental period of the structure. Through the application of additional damping, it is possible to widen the range of tuning frequencies and therefore increase the effectiveness of the TMD. Additionally, the seismic loads to which the structure will be submitted are uncertain in their frequency distribution which could generate a counterproductive effect, because the response of the building to the seismic forces could be even worse with the use of TMD. The addition of more damping has the result of a reduction of the positive effect of the TMD at the fundamental frequency, but produces a better response for the entire range of frequencies of the seismic excitation.

The following work shows both the theoretical and practical application of this concept to a building built in 2006 in Santiago de Chile, which passed unscathed the 2010 Maule Earthquake, which reached a magnitude 8,8 Mw with an intensity VIII in the locations of the building.

Keywords: AMS, TMD, damper, mass, tuned.

1. INTRODUCCIÓN

El movimiento inducido en un edificio por un movimiento sísmico es modificado por la presencia de un AMS. Esta modificación debe disminuir las solicitaciones sobre el edificio, pero el que esto sea así depende de los periodos de las ondas que excitan la estructura, del periodo propio del AMS y del periodo del edificio. La inclusión adicional de amortiguadores en el AMS amplía el rango en que este tiene un comportamiento deseable. En este estudio muestra el desarrollo teórico de un AMS, como se eligieron los amortiguadores viscosos de los dos AMS del edificio Parque Araucano en Santiago de Chile y detalles generales de la construcción.

¹Associate of VMB Ingeniería. Estructural, professor of the Faculty of Engineering in PUC, lbreschi@vmb.cl

²Associate of VMB Ingeniería. Estructural, acastillo@vmb.cl (Corresponding author)

2. DESARROLLO TEÓRICO DE UN AMS

Un AMS o Amortiguador de Masa Sintonizada es un sistema mecánico que se acopla a un sistema vibratorio con la intención de reducir la amplitud del movimiento de este y puede representarse como se muestra en la Fig. 1. La masa "M" representa la masa del sistema cuyas vibraciones se desea reducir. La masa "m" es la del AMS y es mucho más pequeña que la masa "M".

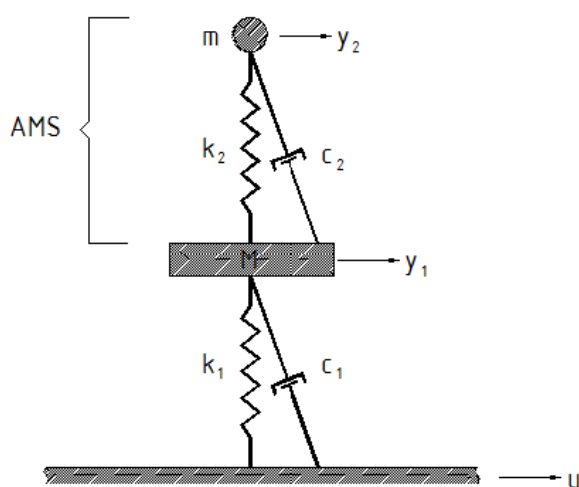


Figura 1. Sistema mecánico de un grado de libertad con AMS.

Aplicando las ecuaciones del movimiento al AMS de la Fig. 1 se obtiene:

$$m\ddot{y}_2 = -k_2(y_2 - y_1) - c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \quad (1)$$

ordenando y aplicando la transformación de Laplace para trabajar en el espacio de las frecuencias se llega a:

$$(ms^2 + c_2s + k_2)Y_2 = (c_2s + k_2)Y_1 \quad (2)$$

que con una transformación de variable puede escribirse como:

$$E Y_2 = D Y_1 \quad (3)$$

Aplicando las ecuaciones del movimiento a la masa principal se obtiene:

$$M\ddot{y}_1 = k_2(y_2 - y_1) + c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_1(y_1 - u) - c_1(\dot{y}_1 - \dot{u}) \quad (4)$$

y nuevamente ordenado y aplicando la transformación de Laplace para trabajar en el espacio de las frecuencias se llega a:

$$[Ms^2 + (c_1 + c_2)s + k_1 + k_2]Y_1 = (c_2s + k_2)Y_2 + (c_1s + k_1)U \quad (5)$$

que esta vez con una transformación de variable puede escribirse como:

$$B Y_1 = D Y_2 + AU \quad (6)$$

De las Eq.(1) y Eq.(2) puede despejarse Y1 y se obtiene:

$$Y_1 = \frac{A E}{BE - D^2} U \quad (7)$$

El objetivo es encontrar el valor de Y1 de tal modo que la masa principal tenga desplazamiento mínimo, lo que resulta ser una tarea compleja, excepto en el caso en que el amortiguamiento del AMS no existe, es decir $c_2 = 0$, en cuyo caso es suficiente exigir $E = 0$, lo que se traduce en

$$(ms^2 + k_2) = 0 \quad (8)$$

Si el movimiento basal es armónico con frecuencia ω y por lo tanto $s = \omega j$ la ecuación anterior se transforma en:

$$(-m\omega^2 + k_2) = 0 \quad (9)$$

cuya solución es:

$$\frac{k_2}{m} = \omega^2 \quad (10)$$

Esto último significa que si la frecuencia propia del AMS, $\omega_{AMS} = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$, es idéntica a la frecuencia del movimiento basal, es posible obtener un movimiento nulo en la masa principal, incluso si la masa del AMS, m_2 , es pequeña.

3. EL AMS EN LA PRÁCTICA

Si bien en la teoría un AMS puede ser efectivo incluso si la masa "m" es pequeña, en la práctica hay limitaciones técnicas para lograr este efecto ya que esto implica una amplitud de movimiento muy grande de sus componentes, es decir de la masa y también del amortiguadores y del resorte. No obstante el sistema AMS ha sido usado exitosamente por más de 100 años para reducir vibraciones principalmente en máquinas que trabajan a frecuencias constante, como son las movidas por motores eléctricos sincrónicos cuya frecuencia depende de la red eléctrica, pero también para reducir la amplitud de la oscilación de cables colgantes y edificios.

En los casos en que la frecuencia solicitante no coincide con la del AMS, lo que puede pasar en forma permanente o durante la partida o parada de una máquina, pueden producirse desplazamientos bastante importantes, incluso más grandes que los que tendría el sistema sin AMS.

La inclusión de un amortiguador en el AMS deteriora el comportamiento del sistema frente a una sollicitación con una frecuencia coincidente con la del AMS, pero mejora la respuesta en algunas frecuencias parecidas, siendo mejor el resultado frente a frecuencias inciertas.

Por otro lado, cuando desaparece la sollicitación el sistema, bajo la suposición de un sistema lineal, el sistema continua vibrando de acuerdo a sus modos propios, en la que se destaca el modo principal y por lo tanto se requiere que el AMS esté sintonizado con el primer modo, que es el de mayor duración.

4. DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO

El edificio Parque Araucano es un edificio de hormigón armado con una superficie de 60000 m² y 90 m de altura total, de estructuración mixta, con marcos y muros, de 21 pisos más 6 subterráneos ubicado en Santiago de Chile y se muestra en las Fig. 2, 3 y 4.

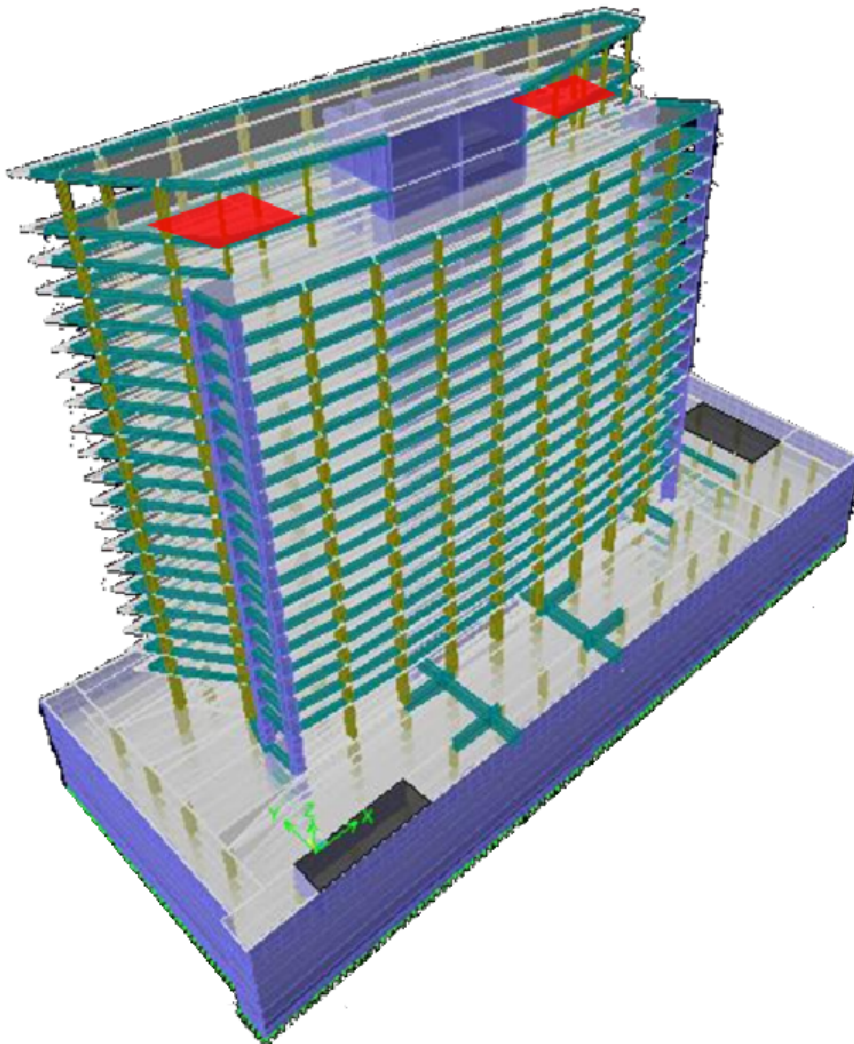


Figura 2. Modelo del edificio Parque Araucano con la ubicación de los AMS.

Los objetivos planteados fueron:

- Mejorar la serviciabilidad al reducir las aceleraciones, velocidades y desplazamientos máximos, y al reducir la duración del movimiento.
- Disminuir el efecto de la torsión de las plantas.
- Disminuir daños en elementos estructurales y no estructurales en caso de un evento sísmico.

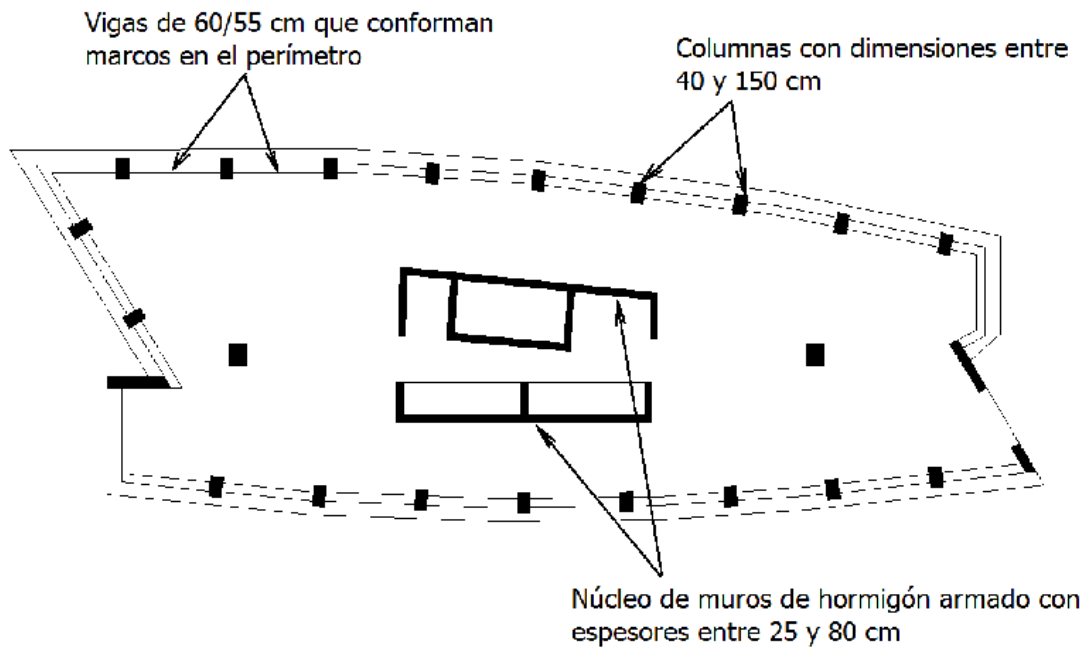


Figura 3. Vista en planta del piso tipo del edificio Parque Araucano.

El edificio tiene un periodo principal de 2.71 s, según el modelo, y que corresponde a un movimiento en dirección transversal. Las masas equivalentes de los primeros tres modos de vibrar se muestran en la *Tabla 1*.

Tabla 1. Primeros tres modos de vibrar y masas equivalentes (%) del Edificio Parque Araucano

Modo	Periodo	Meq.X	Meq.Y	Meq.RZ
1	2.716	0.163	39.336	1.043
2	1.886	0.270	0.006	18.984
3	1.400	39.953	0.167	0.050

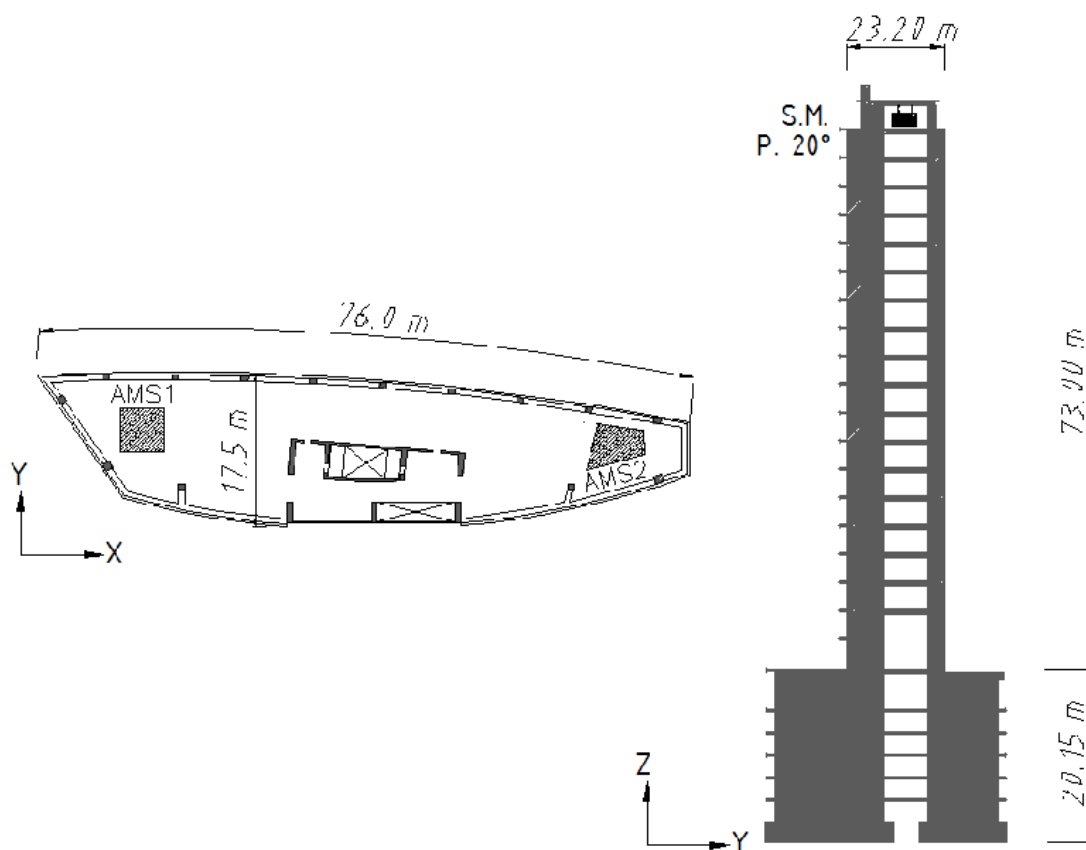


Figura 4. Planta del último piso y corte transversal Edificio Parque Araucano con ubicación de los AMS..

El edificio tiene dos AMS en el piso de la sala de máquinas (piso 21), que se eligieron con una masa del 1% de la masa del primer modo de vibrar, que corresponde a 150 ton cada uno y que tienen como objetivo disminuir el movimiento en la dirección transversal (dirección Y) durante un sismo y disminuir la duración de las oscilaciones posteriores.

El edificio se modeló en ETABS con diafragmas rígidos. Los elementos de hormigón se analizaron en forma lineal elástica.

El comportamiento elástico de los AMS se logró colgando las masas como un péndulo y así usando el peso como fuerza restitutiva. El periodo se ajustó través del largo del péndulo y el amortiguamiento se logro con amortiguadores viscoelásticos. Ver Fig. 5.

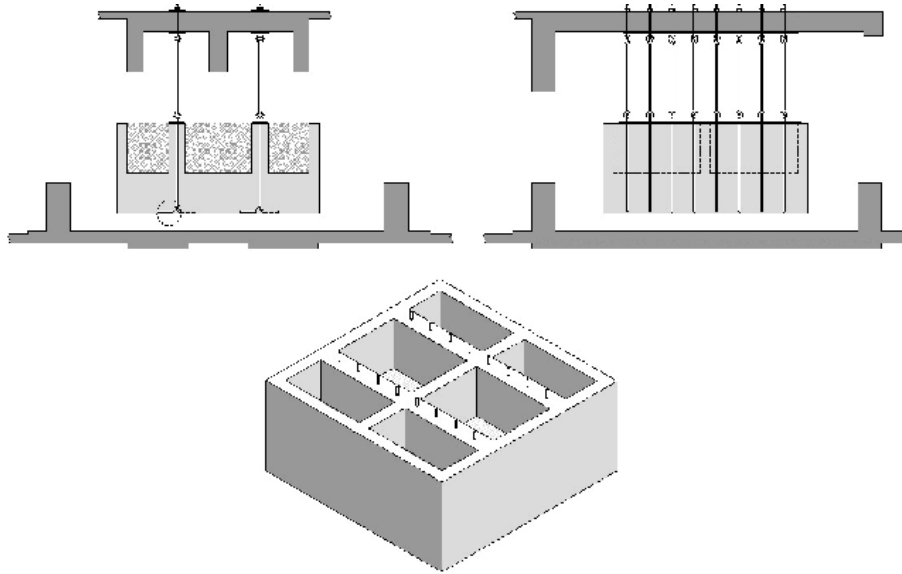


Figura 5. Detalles AMS de 150 ton (sin amortiguador).

5. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL EDIFICIO PARA VARIOS NIVELES DE AMORTIGUAMIENTO

Para distintas configuraciones de AMS y amortiguamiento lineal se obtuvo la respuesta del edificio frente a una aceleración sinusoidal en la base. Se eligió usar amortiguamiento lineal ya que al ser el movimiento basal sinusoidal, hay una equivalencia energética exacta. El utilizar un amortiguamiento no lineal lleva al problema que la función de transferencia depende adicionalmente de la amplitud de los movimientos, la que depende de los registros que efectivamente actuarán sobre la estructura.

La Fig. 6 muestra la función de transferencia (sin la fase) para el movimiento del centro de gravedad del piso bajo los AMS, piso 20, frente al movimiento basal (input), para el rango de periodos de 2 a 4 s. El gráfico se obtiene de la respuesta del edificio en régimen permanente para registros sinusoidales y en algunos programas es de ayuda la función Steady State.

En este caso se ha preferido usar amortiguamiento lineal ya que así el gráfico se independiza de la amplitud del movimiento y del coeficiente Alfa. Por otro lado cualquier amortiguador no lineal es equivalente a un determinado amortiguador lineal para una sollicitación sinusoidal en régimen permanente.

Se observa que para la sollicitación armónica hay una zona entre los 3 y 3.2 s en que el comportamiento de la estructura con AMS es aún peor que sin AMS. También se observa que el amortiguamiento suaviza estas curvas disminuyendo la respuesta del edificio y aumenta el ancho de banda.

Se observa que para los amortiguamientos usados se obtiene una disminución en la amplitud del movimiento.

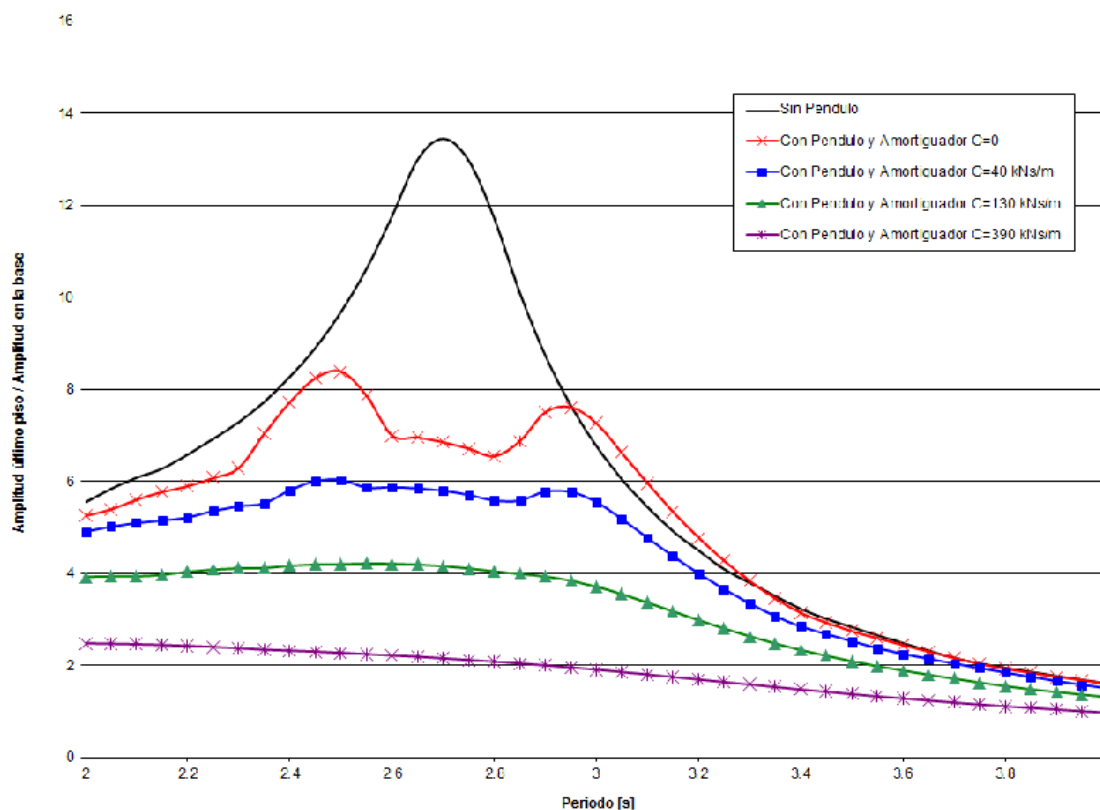


Figura 6. Función de transferencia para el CG del piso 20 obtenida con ETABS para distintas configuraciones.

6. VERIFICACIÓN CON REGISTROS REALES

Con el objetivo de encontrar los desplazamientos máximos del AMS y las velocidades máximas para poder diseñar el amortiguador, se usaron 7 pares de registros sintéticos compatibles con la NCh2745, of.2003 Suelo B, Zona II, que tienen aceleraciones máximas de hasta 5,30 m/s² y un contenido de frecuencias entre 0,3 y 10 Hz.

Al ser los todos los registros usados compatibles con un espectro particular (NCh2745, Suelo B, Zona II) se obtienen velocidades y desplazamientos máximos para el amortiguador que son similares aunque no iguales. El uso de registros compatibles con otros espectros llevará a resultados distintos.

La Fig. 7 muestra el espectro de la componente "x" del primer registro utilizado en comparación con las NCh433 of.2009 y NCh2745 of.2003. Se omite el espectro de aceleraciones para los otros registros por ser muy parecidos.

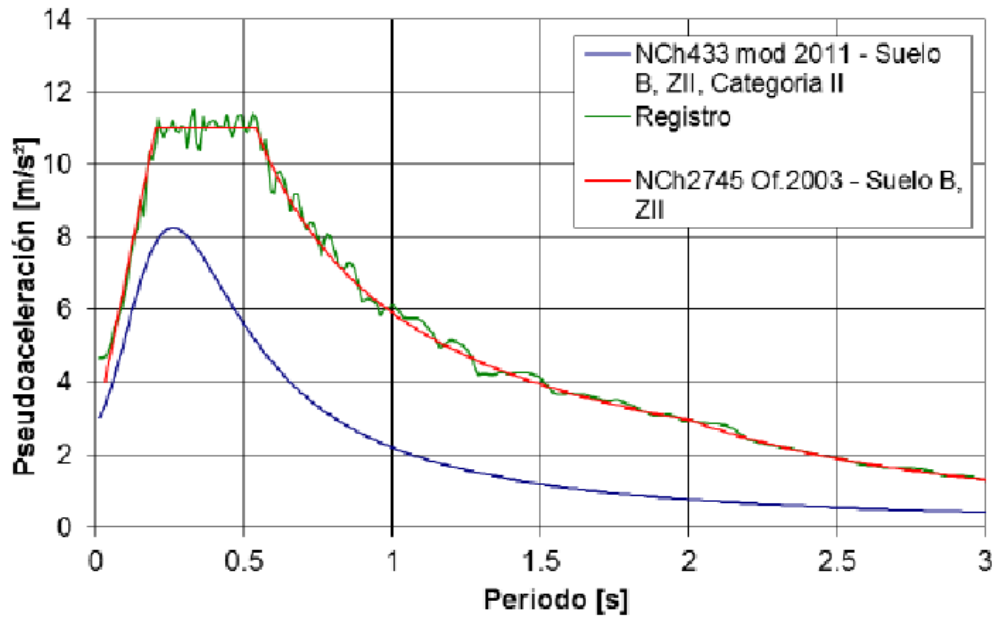


Figura 7. Espectro de aceleración, registro 1x, con 5% de amortiguamiento.

Los registros de aceleraciones “1x” y “2x” se muestran en las Fig. 8 y 11.

Al procesar el modelo del edificio con los AMS y con registros adecuados se obtienen requerimientos de desplazamiento para los amortiguadores y periodos de oscilación que sirven de base para una primera selección de estos.

A continuación se realizó un análisis con amortiguadores no lineales (amortiguador con $\alpha=2$) para verificar las velocidades y fuerzas máximas que son datos que entrega el fabricante, para ello se usaron 7 pares de registros, que tiene diferentes sismos en las direcciones “x” e “y”

Las Fig. 9 y 12 muestran el desplazamiento de ambos amortiguadores para los dos primero pares de registros.

Las Fig. 10 y 13 comparan la forma del registro y el desplazamiento de los amortiguadores para el 1° y 2° set de registros respectivamente.

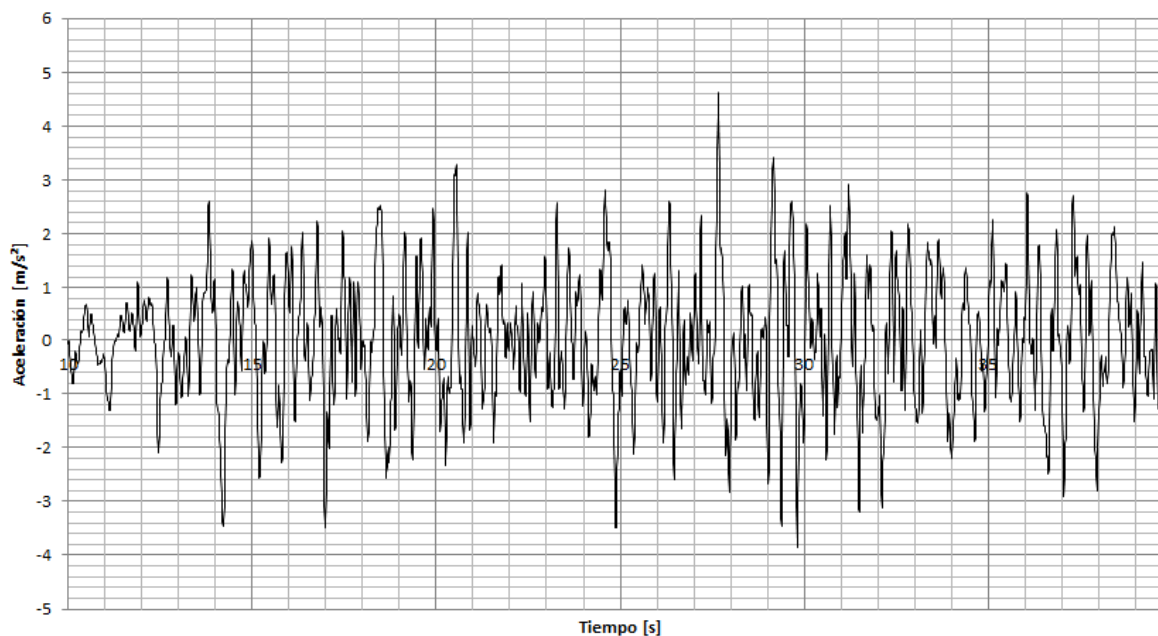


Figura 8. Registro de aceleraciones en "x" del 1° set de registros (parcial)..

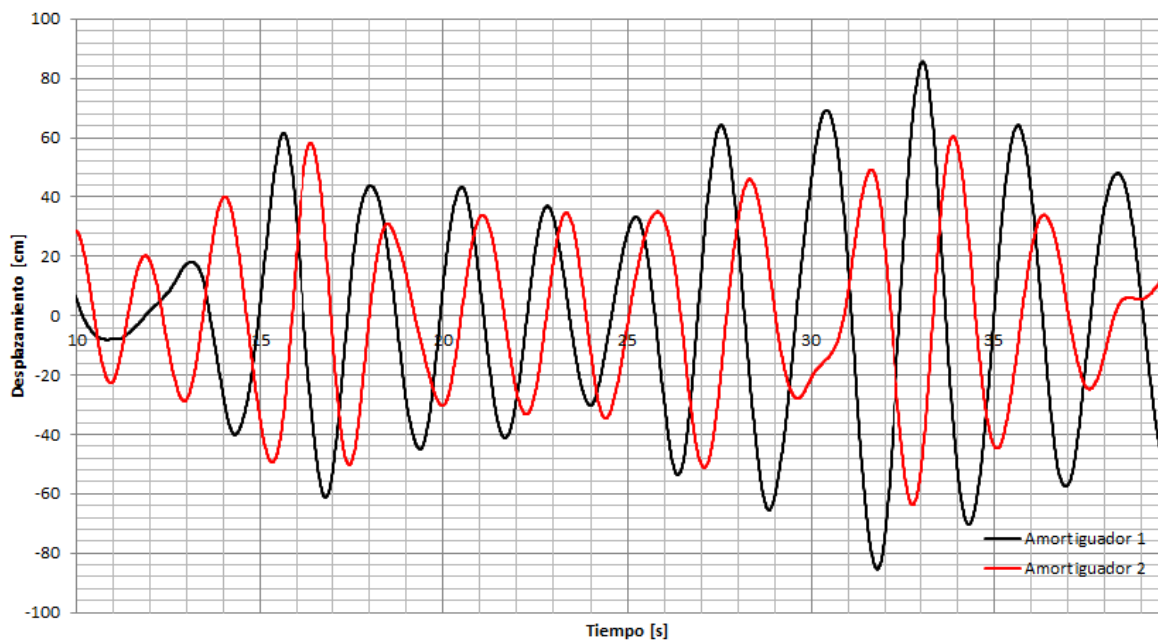


Figura 9. Desplazamiento de los amortiguadores para el 1° set de registros.

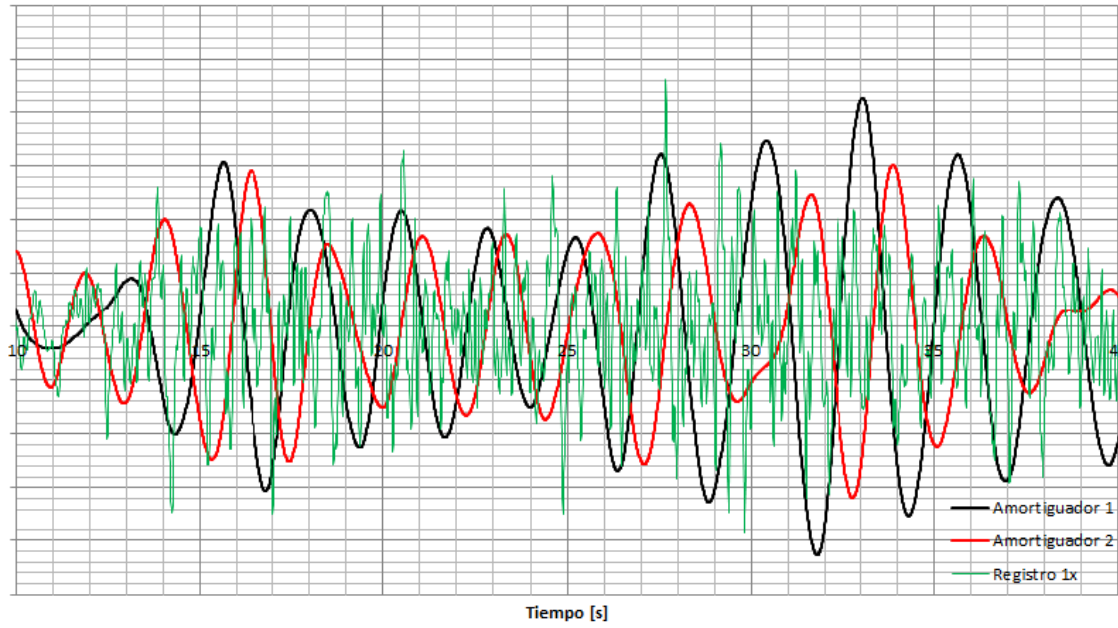


Figura 10. Comparación de la forma del registro y del desplazamiento de los amortiguadores para el 1° set de registros.

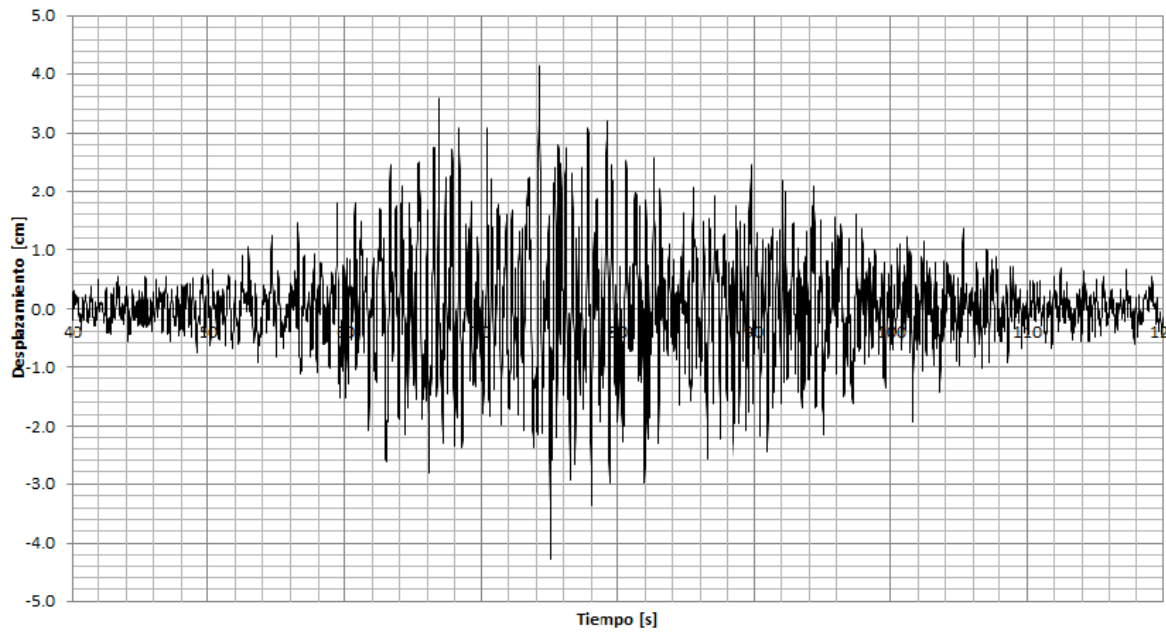


Figura 11. Registro de aceleraciones en "x" del 1° set de registros (parcial).

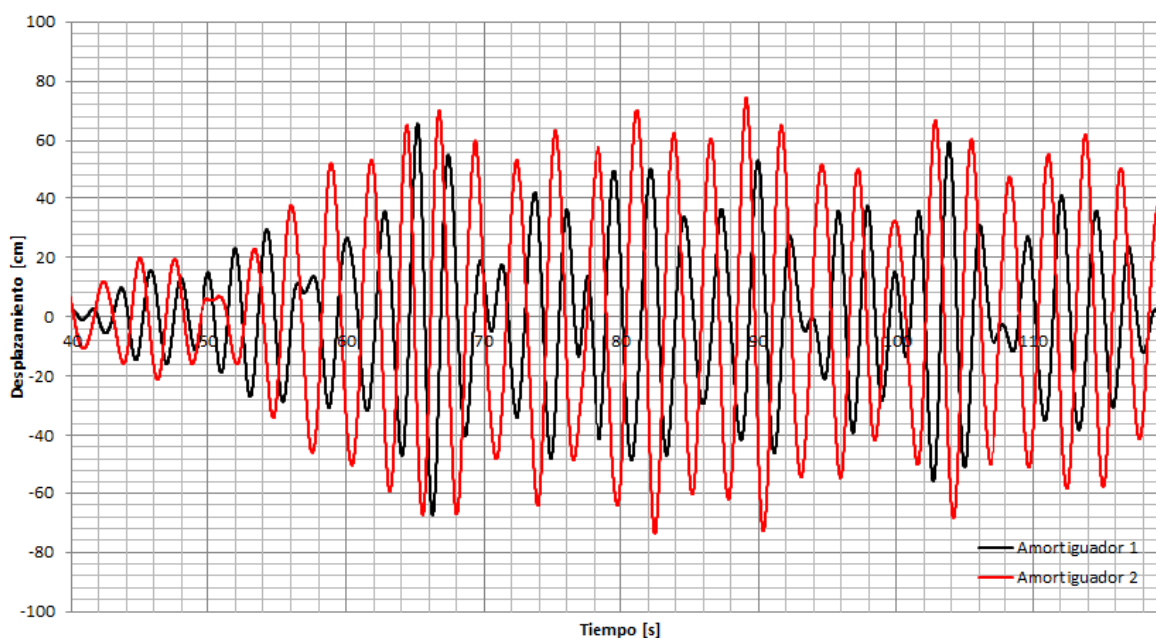


Figura 12. Desplazamiento de los amortiguadores para el 2° set de registros.

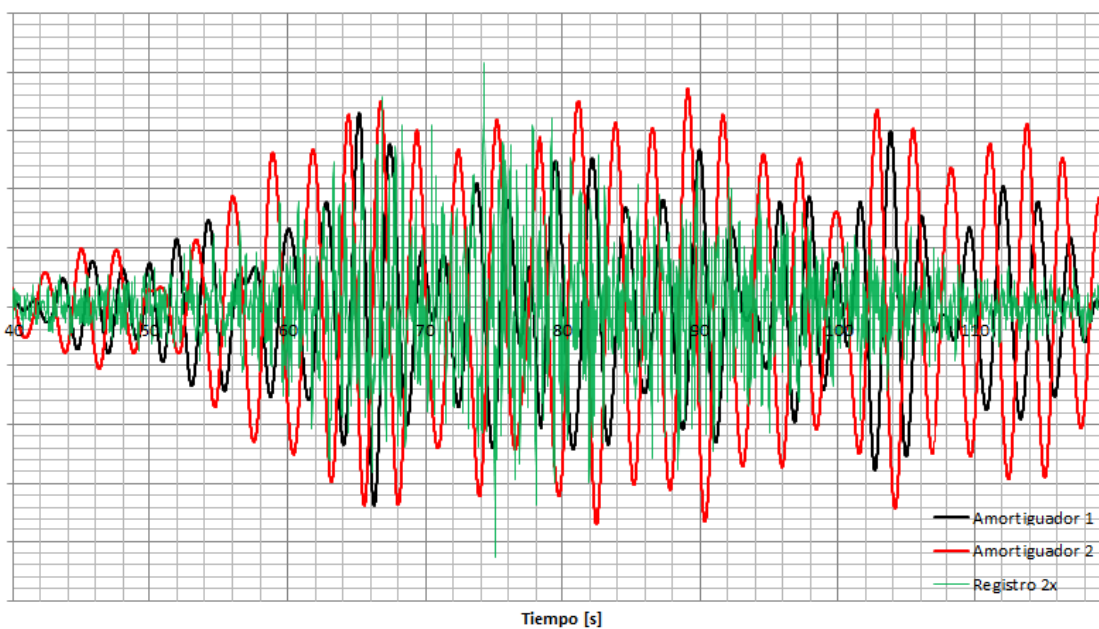


Figura 13. Comparación de la forma del registro y del desplazamiento de los amortiguadores para el 2° set de registros.

Las Fig. 9 y 12 reflejan el movimiento del péndulo y muestran aproximadamente el periodo de estos. Al comparar estas figuras con el registro de aceleraciones se aprecia fuertemente un filtrado de las frecuencias altas por parte del edificio y del AMS.

Al comparar el desplazamiento del amortiguador con los registros, Fig. 10 y 13, no se observa una clara correspondencia entre los registros y el movimiento del amortiguador.

Se observa que en repetidas ocasiones y en corto tiempo el AMS presenta discontinuidades en su movimiento como adaptándose al del edificio.

En ambos casos se observa un desplazamiento máximo del orden de aproximadamente 70 cm con un periodo de 2.75 s que para un amortiguador con $C = 56.91 \text{ kN}/(\text{m/s})^\alpha$ con $\alpha=2$, que corresponde al usado en la modelación, conlleva a un amortiguamiento lineal equivalente de $C = 77.3 \text{ kNs/m}$. A través del gráfico de la Fig. 6 es posible estimar la función de transferencia aunque también es posible nuevamente deducir numéricamente la curva completa, esta vez para un amortiguamiento no lineal.



Figura 14. AMS con amortiguador..

El terremoto del Maule del año 2010 que fue de magnitud 8,8 Mw y tuvo una intensidad VIII en la zona del edificio encontró al edificio terminado y habilitado aunque los amortiguadores no estaban instalados. El edificio no presentó daños ni en su estructura ni en la habilitación pero esto no es atribuible directamente a los AMS ya que los edificios vecinos tampoco presentaron daños.

7. CONCLUSIONES

Si bien un AMS es un sistema efectivo para la reducción de amplitudes de vibración, este debe estar ajustado a la frecuencia de la sollicitación. Para frecuencias parecidas o en transientes pueden producirse amplitudes mayores. La incorporación de amortiguamiento adecuado lleva a una ampliación del ancho de banda por lo que aunque pueda disminuir la eficiencia en la zona del periodo principal se logra un mejor comportamiento para un rango mayor de vibraciones descartando además la posibilidad de una influencia negativa de estos sobre el sistema.

REFERENCIAS

- [1] Christopoulos C., Filiatrault A. Principles of passive supplemental damping and seismic isolation. IUSS Press 2006;277-297.
- [2] Wilson E. Three dimensional static and dynamic of structures. CSI 2001.
- [3] Lee Cl, Chen, Cw, Chung LI, Wang, Yp. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. Engineering Structures 2006.
- [4] Yeh K., Chen CW., Lo DC., Liu K., Neural-network fuzzy control for chaotic tuned mass damper systems with time delays. Journal of vibration 2012.

Editors

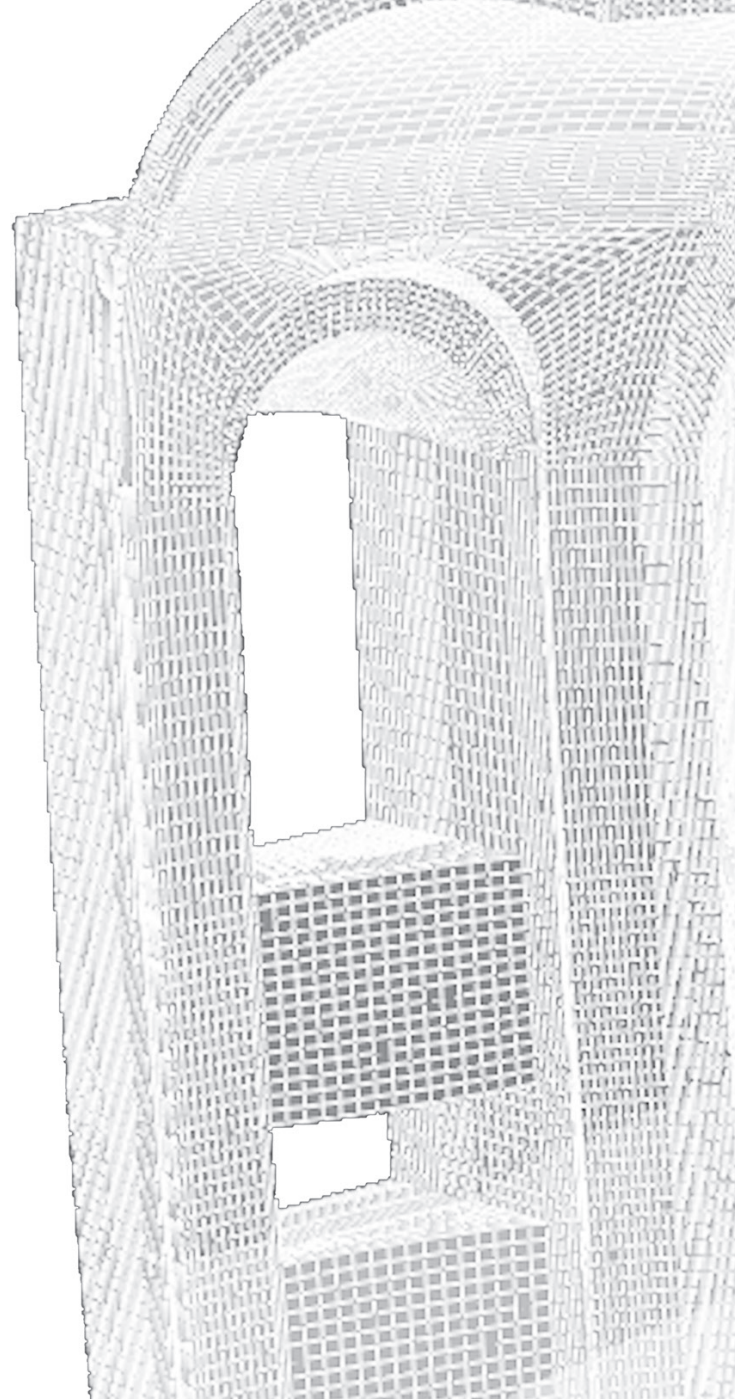
Víctor Compán Cardiel

Andrés Sáez Pérez

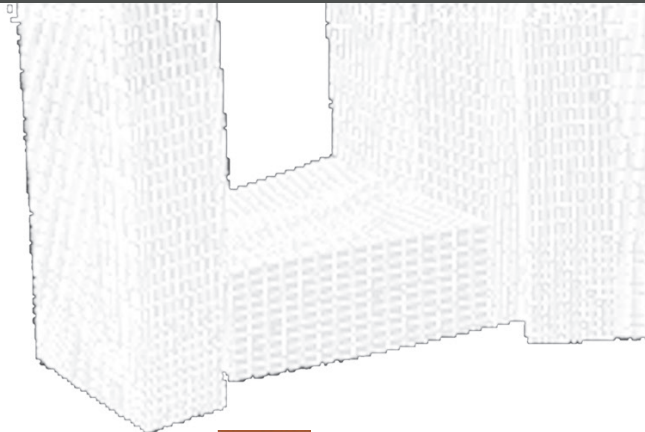
Enrique Hernández Montes

Luisa M^a Gil Martí

M^a Dolores Gómez Pulido



Models for structural analysis. Models in structural rehabilitation Models in structural damage evaluation
Structural materials characterization Load characterization in structural models.
Comparison between innovative and traditional structural models.
Innovative elements in higher education of architectural and engineering structures.



ugr

791



CSIC

INSTITUTO
EDUARDO
TOR
ROJA