D. Juan Antonio Jiménez Tejada y D. Alberto Palma López Profesores Titulares del Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores de la Universidad de Granada.

CERTIFICAN:

Que el trabajo de investigación que se recoge en la presente Memoria, titulada *Estudio del ruido de baja frecuencia en transistores de efecto campo*, y presentada por D. Andrés Godoy Medina para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas, ha sido realizado en su totalidad bajo su dirección en el Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores de la Universidad de Granada.

Granada, 9 de Septiembre, 1997

Fdo. D. Juan Antonio Jiménez Tejada  
Profesor del Departamento de Electrónica  
Universidad de Granada

Fdo. D. Alberto Palma López  
Profesor del Departamento de Electrónica  
Universidad de Granada
A mis padres y hermanos
AGRADECIMIENTOS

Quiero manifestar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han colaborado en la realización de este trabajo.

A D. Juan A. Jiménez Tejada y a D. Alberto Palma López por su inestimable ayuda y dedicación, siempre dispuestos a brindarme toda su colaboración. Sus consejos y acertada dirección han permitido que este trabajo vea finalmente la luz.

A D. Pedro Cartujo Estébanez, Director del Departamento, por su continuo apoyo y por haber puesto a mi disposición todos los medios necesarios para la realización de este trabajo.

A D. Juan E. Carceller Beltrán y D. Juan Antonio López Villanueva por la continua colaboración prestada. Las discusiones mantenidas con ellos han sido de gran ayuda en la realización de esta Tesis.

A D. Francisco Gámiz Pérez, por su inestimable colaboración durante el desarrollo de este trabajo y especialmente por poner a mi disposición todo cuanto fue necesario para avanzar en él.


Finalmente, a mis padres y mis hermanos porque sin ellos nada de ésto habría sido posible.
ÍNDICE

PRÓLOGO

CAPÍTULO I: Ruido en dispositivos electrónicos - Introducción
   I.1.- Introducción 1
   I.2.- Clasificación de las fuentes de ruido 4
   I.3.- Motivación 9

CAPÍTULO II: Estudio del ruido generación-recombinación en un transistor de efecto campo de unión
   II.1.- Introducción 17
   II.2.- Características de los JFETs 21
   II.3.- Modelo teórico de la densidad espectral de ruido 25
      II.3.1.- Fluctuación en la ocupación de los centros 26
      II.3.2.- Densidad espectral de ruido de tipo Lorentziano 29
      II.3.3.- Fluctuación en la anchura de la región de carga espacial 33
   II.4.- Evaluación numérica de la densidad espectral de ruido 38
   II.5.- Comparación con resultados experimentales 43
   II.6.- Resultados 48
      II.6.1.- Influencia del modelo de perfil de dopado sobre el ruido g-r 49
         II.6.1.1- Influencia del perfil para una concentración constante de centros profundos 52
Índice

II.6.1.2- Influencia del perfil al variar la concentración de impurezas en el substrato 58

II.6.1.3- Influencia del perfil al variar la concentración de impurezas profundas 61

II.6.2.- Efecto de la concentración de centros Profundos 62

II.6.3.- Localización de la región de máxima contribución al ruido 68

II.6.4.- Influencia de la polarización de puerta sobre la densidad espectral de ruido 71

CAPÍTULO III: Estudio de la amplitud de las fluctuaciones discretas de corriente en transistores de efecto campo metal-óxido-semiconductor. 83

III.1.- Introducción. 83

III.2.- Modelos de la amplitud RTS 89

III.2.1.- Variación del número de portadores en el canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas 91

III.2.2.- Variación de la movilidad de los portadores del canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas 96

III.3.- Estudio de la amplitud de las fluctuaciones discretas de corriente producidas por la captura y emisión de una única trampa 98

III.4.- Simulación del dispositivo 101

III.4.1.- Resolución autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schrödinger 102

III.4.2.- Simulador de MOSFET unidimensional. Modelo de lámina de carga modificado 108
### Índice

| III.4.3.- Cálculo de la movilidad de los portadores. | 116 |
| III.5.- Resultados y discusión | 119 |
| III.5.1.- Amplitud RTS como función de la corriente de drenador | 121 |
| III.5.2.- Influencia de la profundidad de la trampa en el óxido sobre la amplitud RTS | 125 |
| III.5.3.- Influencia de la tensión de puerta y drenador sobre la amplitud RTS | 128 |

### CAPÍTULO IV: Estudio de las constantes de tiempo de las fluctuaciones discretas de corriente en transistores de efecto campo metal-óxido-semiconductor

| IV.1.- Introducción | 137 |
| IV.2.- Modelos de captura y emisión de portadores en defectos | 139 |
| IV.3.- Cálculo completo de las constantes de tiempo | 147 |
| IV.3.1.- Elección del modelo de emisión multifonón | 147 |
| IV.3.2.- Probabilidad de emisión multifonón | 148 |
| IV.3.3.- Modelos de función de onda | 154 |
| IV.3.4.- Potencial de acoplamiento electrón-fonón y elementos de matriz | 159 |
| IV.3.5.- Barrera de Coulomb | 163 |
| IV.3.6.- Cálculo de los tiempo de captura y emisión | 167 |
| IV.5.- Resultados y discusión | 172 |
| IV.5.1.- Obtención de parámetros de las trampas | 172 |
| IV.5.2.- Cálculo de los parámetros característicos de la trampa | 173 |
Índice

IV.5.3.- Influencia de la profundidad de la trampa sobre las características de las constantes de tiempo 178

IV.5.4.- Contribución de las diferentes subbandas al proceso de captura y emisión 182

CONCLUSIONES 187

APÉNDICE I: Métodos matemáticos de tratamiento de las fluctuaciones 195

AL.1.- Procesos estocásticos. 195

AL.2.- Procesos de Markov 198

AL.3.- Ecuación de Langevin 204

AL.4.- Análisis espectral de las fluctuaciones 205

AL.5.- Densidad espectral del proceso generación-recombinación 211

APÉNDICE II: Clasificación de las trampas presentes en la estructura Si-SiO₂ 213

BIBLIOGRAFÍA 219
Prólogo

Las fluctuaciones observadas en las medidas experimentales de corriente y tensión de dispositivos electrónicos constituyen un hecho conocido desde hace mucho tiempo. Además, se ha comprobado que la creciente reducción en las dimensiones de los dispositivos aumenta la importancia relativa de estas fluctuaciones [Ghibaudo G., 1994]. Sin embargo, este fenómeno ha suscitado reacciones muy diferentes. En muchos casos su presencia se considera indeseable y se trata por todos los medios de eliminar o al menos reducir sus efectos. En otros casos, existe sin embargo, una actitud muy diferente que intenta aprovechar su presencia extrayendo la mayor cantidad de información posible.

Como estas fluctuaciones obedecen a procesos físicos que tienen lugar en las diferentes estructuras semiconductoras, parece lógico pensar que el estudio de estos fenómenos pueden proporcionarnos una mejor comprensión de los dispositivos electrónicos. Además, el conocimiento de las causas que originan este ruido nos ayudará a reducir sus efectos no deseados y a optimizar el funcionamiento de los diferentes componentes. En los últimos años este campo ha experimentado un notable auge como se puede comprobar en los congresos específicamente dedicados a este tema [Claeys C., 1997].

Las aproximaciones a esta materia son muy variadas y es posible encontrar diversos enfoques. Así por ejemplo, existen diversas aproximaciones de tipo fenomenológico a nivel macroscópico que pretenden modelar la densidad espectral de ruido sin profundizar en el origen del proceso [Hooge F.N., 1976]. También se han realizado estudios teóricos [Van Vliet K.M., 1975] y actualmente se está llevando a cabo una importante labor en el estudio de los procesos microscópicos que producen el ruido electrónico [González T., 1994], [Varani L., 1994]. En este sentido, el trabajo que a continuación exponemos puede considerarse como heterodoxo puesto que pretende hacer uso de todos estos puntos de vista.
Prólogo

El objetivo específico será analizar en profundidad el ruido de baja frecuencia en transistores de efecto campo y en concreto aquel que se origina por la captura y emisión de portadores en trampas situadas tanto en el volumen como en las interfases de estos transistores. Para ello nos vamos a centrar en el ruido generación-recombinación (g-r) en transistores de efecto campo de unión (JFET) y en las fluctuaciones discretas de corriente que tienen lugar en transistores de efecto campo metal óxido semiconductor (MOSFET).

En esta Memoria hemos tratado de llevar a cabo en primer lugar un análisis teórico de los distintos procesos a estudiar de manera que incluya prácticamente la totalidad de factores que influyen en los mismos. Se obtendrán así expresiones lo más generales posibles aun a costa de una mayor complejidad en su tratamiento. Para salvar esta complejidad y obtener resultados lo más precisos posibles se han desarrollado simuladores de los diferentes dispositivos analizados. El empleo de este tipo de herramientas nos ha permitido obtener resultados a los que no se tenía acceso haciendo uso exclusivamente de medidas experimentales ya que se puede separar fácilmente la contribución de los diferentes factores involucrados.

En el capítulo II se estudian las fluctuaciones en la ocupación de los defectos de la red presentes en la región de depleción de las uniones PN en un JFET. La variación en el estado de carga de los centros provoca fluctuaciones en la anchura de la región de carga espacial y por tanto del canal de conducción. Se ha estudiado el efecto provocado por la utilización de diferentes perfiles de impurezas poco profundas y se han considerado situaciones en las cuales la concentración de impurezas profundas era elevada como de hecho ocurre en dispositivos sometidos a elevados niveles de radiación. También se ha tratado de localizar espacialmente aquellas regiones donde la contribución al ruido evaluado es máxima y finalmente se estudió la dependencia con la tensión de puerta aplicada al dispositivo.

En la segunda parte de la redacción, comprendida por los capítulos III y IV, nos hemos centrado en las fluctuaciones de corriente observadas en transistores MOS. Cuando el dispositivo es suficientemente pequeño, es posible que sólo una trampa de la estructura Si-SiO₂ se encuentre en la proximidad del nivel de Fermi superficial. De esta forma el cambio de estado eléctrico de la trampa provoca una modulación de la conductancia del canal causada
por la variación del número de portadores y la movilidad de los mismos. Éstas son las causas de las fluctuaciones discretas de corriente, más conocidas como RTS.

Se ha constatado la inexistencia de modelos analíticos ampliamente aceptados tanto para el estudio de la amplitud RTS como para las constantes de tiempo. En el capítulo III hemos analizado la amplitud de tales fluctuaciones. Para ello se ha tratado de separar los diferentes factores que contribuyen a dicha amplitud analizando su importancia relativa. También se ha estudiado su comportamiento frente a diversos parámetros tales como la profundidad de la trampa o la tensión de puerta y drenador aplicadas a la muestra. Por otra parte, en el capítulo IV se ha desarrollado un estudio analítico completo de las constantes de tiempo RTS. Para llevar a cabo este objetivo se han incluido todos aquellos procesos microscópicos que tienen lugar durante la captura y emisión de portadores móviles del canal por parte de trampas situadas en el óxido. Siguiendo este cálculo y mediante la comparación con resultados experimentales, se pueden extraer importantes parámetros de la trampa tales como su distancia a la interfase Si-SiO₂ o su profundidad energética. De igual modo se evaluaron las constantes de tiempo producidas por transiciones originadas desde diferentes subbandas de energía.

Finalmente se extraerán las principales conclusiones y se detallarán ciertos aspectos puntuales en la sección de Apéndices.
CAPÍTULO I

RUIDO EN DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS - INTRODUCCIÓN

I.1.- INTRODUCCIÓN

En el comienzo de un nuevo siglo, la industria electrónica es sin duda una de las mayores impulsoras de la economía mundial, donde el desarrollo de las computadoras constituye uno de los elementos fundamentales de su progreso. Este avance no habría sido posible sin la continua mejora que ha sufrido la tecnología de los semiconductores y el conocimiento cada vez más profundo de los procesos físicos que tienen lugar en los
I - Introducción

dispositivos electrónicos. Todo este conocimiento ha permitido mejorar las prestaciones y la fiabilidad de los distintos tipos de componentes electrónicos conocidos.

Un dispositivo individual o un circuito integrado se considera fiable si puede funcionar durante un largo período de tiempo sin cambios sustanciales en sus características eléctricas. Los problemas de fiabilidad se deben esencialmente a las dos tendencias que caracterizan el desarrollo actual de la microelectrónica:

i.- En primer lugar la continua miniaturización provoca el crecimiento del campo eléctrico en la región activa de los dispositivos. Los elevados campos calientan los portadores que pueden llegar a modificar las características del dispositivo.

ii.- En segundo lugar el aumento en la densidad de empaquetamiento de los circuitos integrados favorece la aparición de acoplamientos entre dispositivos.

Esta tendencia a reducir el tamaño y aumentar la densidad de componentes por unidad de área se manifiesta en forma de portadores calientes, acoplamiento entre dispositivos y fluctuaciones de las magnitudes eléctricas características. Es precisamente este último punto sobre el que nos vamos a centrar en nuestro trabajo. Para ello comenzaremos tratando de explicar a que nos referimos cuando hablamos de fluctuaciones de magnitudes eléctricas.

Si se observa con suficiente detalle, encontramos que los parámetros que describen a un sistema físico fluctúan en torno a su valor medio. Estas fluctuaciones, conocidas como "ruído", se encuentran presentes en todos los fenómenos físicos que nos rodean. No obstante, la magnitud de dichas perturbaciones es normalmente muy pequeña y su observación puede ser extremadamente difícil, haciendo necesaria la utilización de instrumentos de alta precisión para alcanzar este fin. Debido a su carácter universal, son muy importantes por dos motivos:

i.- Imponen el límite inferior de la precisión de cualquier medida y de la amplitud de cualquier señal susceptible de ser procesada mediante circuitos electrónicos.

ii.- Constituyen una valiosa fuente de información sobre los procesos microscópicos que tienen lugar en la estructura estudiada.

Debemos por tanto, ser conscientes de que todo este caudal de información contenido
en las fluctuaciones desaparece al promediar las medidas de corriente o tensión.

Como se ha comentado anteriormente, el continuo aumento en la densidad de empaquetamiento y de la velocidad de operación de los sistemas electrónicos ha conducido a productos y servicios de elevada tecnología cuyas prestaciones sufren constantes mejoras. El crecimiento del ancho de banda operativo y la reducción de las tensiones de alimentación, provocan el aumento de las fluctuaciones medidas y la consiguiente reducción del nivel de la señal disponible. Del mismo modo, no pueden ser ignoradas las no uniformidades en las estructuras de los dispositivos mesoscópicos actuales, consecuencia de las fluctuaciones aleatorias en los procesos de fabricación. De hecho se ha comprobado que la continua reducción en las dimensiones de los dispositivos trae consigo las siguientes consecuencias:

i) La densidad espectral de las fluctuaciones en baja frecuencia aumenta con la miniaturización, es decir, el ruido crece al disminuir el área activa de los dispositivos.

ii) La dispersión en los niveles de ruido medidos aumenta con el escalado de los dispositivos. Como ejemplo podemos comentar que la dispersión encontrada para un transistor MOS de área grande (≈10μm²) es de un factor 2-3, mientras que para un dispositivo submicra esta dispersión puede exceder las tres décadas, (Figura 1-1).

iii) Cuando la reducción de tamaño es suficientemente elevada aparece un comportamiento discreto en las características del dispositivo. Las fluctuaciones discretas de la corriente en transistores MOS submicra se producen como consecuencia de la captura y emisión de portadores del canal por parte de una única trampa activa en la interfase aislante-semiconductor.

Trabajos recientes alertan sobre la posibilidad de que el continuo escalado de los dispositivos pueda verse seriamente limitado por los niveles de ruido en baja frecuencia y la amplitud de las fluctuaciones de corriente [Ghibaudo G., 1994].
Figura 1-1: Predicción de la dispersión de los valores normalizados de la densidad espectral de ruido como función del área del dispositivo para diferentes tecnologías CMOS [Ghibaudo G., 1994].

Por estos motivos el estudio de las fluctuaciones de las características eléctricas de los dispositivos puede ayudar a desarrollar una comprensión más profunda del comportamiento de los mismos y conducirnos a una mejora de la calidad y fiabilidad de los componentes y circuitos electrónicos. Además, para realizar el estudio y análisis del ruido electrónico se necesita de la participación de diferentes disciplinas tales como la física estadística, matemáticas de procesos estocásticos y termodinámica de procesos irreversibles [Kamarinos G., 1996].

1.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS FUENTES DE RUIDO

Antes de centrarnos en los objetivos de nuestro trabajo vamos a dar una visión general de las distintas fuentes de ruido y vamos a mencionar los métodos de análisis más poderosos. Es posible encontrar en la literatura diferentes clasificaciones de las fuentes de ruido que pueden encontrarse presentes en los dispositivos electrónicos. Siguiendo el esquema propuesto
por Van der Ziel [Van der Ziel A., 1986], las más importantes se clasifican en ruido térmico, inyección, flicker y generación-recombinaición. Pasemos a continuación a comentar los aspectos más destacados de cada uno de los elementos de dicha clasificación.

**Ruido térmico**

El ruido térmico en una resistencia se origina en el movimiento aleatorio de los portadores de corriente. En equilibrio este proceso se denomina ruido térmico y es el único que aparece, siendo independiente de la frecuencia (ruído blanco) hasta valores comparables con el inverso del tiempo de relajación del momento del conjunto de portadores. Fuera del equilibrio se denomina ruido de difusión. En el rango de altas frecuencias es la fluctuación dominante en la mayoría de los dispositivos semiconductores. El ruido térmico es un proceso físico fundamental que se encuentra presente en todos los elementos resistivos. Esto incluye tanto resistencias convencionales como resistencias de radiación en antenas y micrófonos.

El teorema de Nyquist proporciona una expresión cuantitativa del ruido térmico generado por un sistema en equilibrio térmico. En su forma original el teorema de Nyquist establece que el valor cuadrático medio del voltaje a través de una resistencia $R$ en equilibrio térmico a temperatura $T$ viene dado por

$$V^2 = 4kTR\Delta f,$$

(1.1)

donde $\Delta f$ es el ancho de banda dentro del cual se miden las fluctuaciones de tensión. De acuerdo con esta definición y la de densidad espectral de ruido, que se encuentra en el apéndice AI.4, la densidad espectral de dichas fluctuaciones se expresa como $S_V(f) = 4kTR$.

**Ruido de inyección (shot noise)**

Aparece siempre asociado al tránsito de portadores a través de una barrera de potencial tal y como sucede en diodos y transistores bipolares. En un diodo la corriente está compuesta por huecos de la región P y electrones de la región N con suficiente energía como para superar la barrera de potencial en la unión. Una vez que han cruzado la unión estos portadores se difunden como portadores minoritarios.
I - Introducción

El paso de cada elemento de carga a través de la unión es un suceso puramente aleatorio y para conseguirlo es necesario que su energía supere un valor mínimo y su velocidad se dirija en la dirección apropiada. De este modo la corriente, que aparece como un valor constante, está compuesta por un gran número de pulsos de corriente individuales. Esta fluctuación en la corriente es lo que se conoce como ruido shot y generalmente viene expresado en términos de la variación cuadrática media en torno al valor medio de la corriente $I_D$,

$$<i^2> = <(I-I_D)^2> = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (I-I_D)^2 dt . \quad (1.2)$$

Se puede demostrar que si la corriente está compuesta por una serie de pulsos aleatorios e independientes de valor medio $I_D$, entonces el ruido en la corriente tiene un valor cuadrático medio de valor

$$<i^2> = 2qI_D \Delta f , \quad (1.3)$$

donde $q$ es la carga de un electrón y $\Delta f$ es el ancho de banda.

Ruido flicker (1/f)

Este tipo de ruido aparece en todos los sistemas físicos y biológicos y en dispositivos electrónicos ocurre tanto en los prácticamente libres de colisiones (tubos de vacío) como en los dominados por ellas. A pesar de la gran cantidad de trabajo realizado para su estudio, su origen no es aún muy bien conocido. Como ejemplos podemos comentar que en transistores bipolares se relaciona fundamentalmente con trampas asociadas a contaminación y defectos cristalinos en la región de depleción de la unión base emisor. Para transistores unipolares se suele asociar a la captura y emisión de portadores del canal de conducción por trampas situadas en la interfase aislante-semiconductor. En ambos casos las trampas capturan y emiten portadores de un modo aleatorio y las constantes de tiempo relacionadas con el proceso dan lugar a una señal ruidosa con energía concentrada en el rango de las bajas frecuencias. Dos revisiones completas de este tema se deben a Van der Ziel [Van der Ziel A., 1988] y Van Vliet [Van Vliet C.M., 1991].
Este tipo de ruido aparece siempre asociado con un flujo directo de corriente y muestra una forma espectral de la forma

$$\bar{I}^2 = K_I I^a f^b \Delta f$$

(1.4)

donde $\Delta f$ es un pequeño intervalo de frecuencia, $I$ es la corriente directa que circula, $K_I$ es una constante particular de cada dispositivo, $a$ es una constante en el rango 0.5 - 2 y $b$ es una constante en torno a la unidad.

**Ruido generación-recombinación**

La fluctuación en el número de portadores de conducción provoca un cambio de la resistencia. Si $\delta R$ representa la variación de la resistencia por la que circula una corriente $I$, se producirá una fluctuación de la tensión entre sus extremos igual a $\delta V = \delta R$. Este ruido, denominado generación-recombinación (g-r), se asocia con la variación en la ocupación de diferentes niveles de energía en el material, como valles, bandas, estados de energía asociados a defectos, etc. En el caso concreto de centros presentes en la banda prohibida del semiconductor, el ruido g-r se asocia a procesos del tipo

 electrón libre + centro = electrón ligado al centro
 hueco libre + centro = hueco ligado al centro.

La densidad espectral de la asociada a la generación-recombinación viene dada por

$$S_f(\omega) = 4\Delta N^2 \frac{\tau}{1+(\omega \tau)^2}$$

(1.5)

donde $\Delta N^2$ es la varianza del número de portadores $N$ y $\tau$ es el tiempo de vida medio de los protadores. La obtención de la expresión (1.5) puede seguirse en el apéndice AI.5 a partir de la ecuación de Langevin del proceso. Este tipo de ruido es sólo significativo a bajas frecuencias.

Dentro del ruido g-r y como una manifestación específica del mismo podemos hablar de las fluctuaciones discretas de corriente (RTS). Estas fluctuaciones se presentan en forma
I - Introducción

de saltos discretos de la corriente entre dos niveles. Habitualmente se denominan Random Telegraph Signals (RTS) y son originadas por la captura y emisión de un único portador. Este fenómeno se presenta en una amplia gama de dispositivos electrónicos aunque nosotros nos vamos a centrar en la estructura MOS. En este caso los portadores del canal de conducción interaccionan con trampas situadas en el sistema Si-SiO₂. Para que se pueda manifestar claramente este tipo de fluctuación es necesario que el área del dispositivo sea suficientemente reducido para que el número de trampas activas sea también muy pequeño. Es por este motivo, y debido también a la creciente miniaturización de los dispositivos electrónicos, que este tipo de procesos es cada vez más importante.

Cada uno de los procesos de ruido incluidos en esta clasificación aparece en un rango de frecuencias característico, algunos de los cuales se superponen.

Todos estos procesos que acabamos de comentar son la causa directa de que magnitudes tales como la tensión, la corriente o el número de portadores activos en la conducción sean considerados como variables aleatorias puesto que constantemente fluctúan. Si la cantidad que fluctúa lo hace en un rango continuo de valores, hablaremos de una variable aleatoria continua, caso por ejemplo de la tensión y corriente medidas entre los terminales de un transistor. Si la cantidad cambia en un rango de valores discretos se hablará de variable aleatoria discreta, como es el caso del número de portadores en una muestra semiconductor generando también valores discretos de la corriente.

Otro aspecto interesante relacionado con este tipo de señales aleatorias con el tiempo son los métodos matemáticos desarrollados para analizar este tipo de procesos. Para aproximarnos y familiarizarnos con aquellos métodos que son comúnmente aplicados en el estudio de las fluctuaciones de corriente y tensiones hemos incluido el apéndice I. En este apéndice se introducen las ideas y definiciones necesarias para trabajar con procesos estocásticos. Se define el concepto de proceso de Markov llegando a deducir las ecuaciones más importantes que rigen su comportamiento y a las que haremos alusión en esta memoria. Del mismo modo se hace mención a la ecuación de Langevin por su importancia en el estudio
de procesos estocásticos. A continuación se procede al análisis espectral de las fluctuaciones de aquellas magnitudes de interés. Es conveniente hacer notar que uno de los métodos más poderosos de estudio de estas magnitudes variables es el análisis de Fourier por el cual se describe una cantidad fluctuante, \( x(t) \), en términos de su densidad espectral, \( S_x(f) \), [Van der Ziel A., 1986]. Al introducir esta magnitud se puede representar una tensión que fluctúa \( v(t) \) en un pequeño intervalo de frecuencias \( \Delta f \) mediante una fuente de ruido de valor \( [S_x(f)\Delta f]^{1/2} \), donde \( S_x(f) \) se define como la intensidad espectral de \( v(t) \). Una fuente de corriente fluctuante \( I(t) \) en un pequeño intervalo de frecuencia \( \Delta f \) puede ser representado por un generador de intensidad \( [S_I(f)\Delta f]^{1/2} \) donde \( S_I(f) \) es la intensidad espectral de \( I(t) \). La importancia de este método estriba en la posibilidad de evaluar valores cuadráticos medios haciendo uso de la teoría de circuitos. La relación entre estas funciones en el dominio temporal y de la frecuencia se encuentra detallada en el apéndice A1.4. Finalmente se presenta un ejemplo de aplicación de la ecuación de Langevin y del análisis espectral a un caso de ruido g-r en una muestra semiconductor. Esta aproximación no pretende convertirse en absoluto en un tratado matemático riguroso; para ello se citan referencias apropiadas que permiten profundizar en cada aspecto concreto.

1.3.- MOTIVACIÓN

Dentro del campo del ruido en los dispositivos electrónicos, esta primera aproximación que acabamos de llevar a cabo nos ha permitido presentar una variedad de temas y citar distintos puntos de vista desde los que se pueden abordar los mismos. A la hora de iniciarnos en el estudio del ruido y elegir el tema de investigación que aquí nos ocupa, tres han sido las razones determinantes. En primer lugar la importancia y actualidad del tema abordado como ha quedado de manifiesto en la introducción de este capítulo y en segundo y tercer lugar, de modo combinado, la trayectoria del grupo de investigación dentro del cual se ha desarrollado este trabajo y la documentación bibliográfica previa que hemos realizado en la cual se han detectado diversos puntos aún no clarificados que necesitan un tratamiento riguroso y
I - Introducción

completo para alcanzar su total comprensión. Es por este motivo que en los diferentes capítulos de que consta esta memoria, trataremos en primer lugar de exponer sucintamente los trabajos presentados hasta la fecha por diferentes autores, así como aquellos puntos necesitados de un estudio más profundo, para a continuación mostrar nuestras aportaciones.

La labor de investigación llevada aquí a cabo no puede considerarse como una mera continuación de trabajos previos. La materia en sí misma, el ruido en dispositivos electrónicos, es totalmente novedosa en el conjunto de proyectos de investigación desarrollados en nuestro grupo. Por otra parte, las herramientas empleadas en el estudio y simulación de diferentes componentes deben adaptarse a nuestras nuevas necesidades. El tema fundamental que trataremos en esta memoria serán las fluctuaciones producidas en las magnitudes eléctricas de transistores de efecto campo por la captura y emisión de portadores libres ocasionados por diferentes tipos de trampas. Como hemos dicho que una de las razones por las que se ha elegido este tema ha sido la historia del grupo de investigación, nos gustaría hacer referencia a algunas de sus aportaciones que más relación tienen con este trabajo, que nos servirá además para ir introduciendo la materia. Para ello podemos citar el estudio de la estructura Si-SiO₂ a través del análisis de los procesos de inyección Fowler-Nordheim [López-Villanueva J.A., 1990b], así como el efecto de la presencia de centros profundos e imperfecciones en diferentes estructuras semiconductoras [Jiménez-Tejada J.A., 1992b], [Palma A., 1995]. Otra línea de investigación se ha centrado en el estudio y modelado de las propiedades de transporte de electrones en láminas de inversión semiconductoras y transistores MOS de canal corto [Gámiz F., 1994c], [Roldán J.B., 1997c].

Una vez comentados los motivos que nos impulsaron a centrarnos en las fluctuaciones causadas por la captura y emisión de portadores mediante trampas e impurezas, vamos a centrarnos en dicho proceso y vamos a distinguir a su vez distintas situaciones en las que se pueden presentar estas fluctuaciones, que se corresponderán con los puntos que se tratan en esta memoria. Para ello vamos a considerar un sistema por el que circula una corriente I. En dicho sistema supondremos la presencia de una única trampa que pueda capturar y emitir electrones de la banda de conducción de manera tal que el cambio en el estado de ocupación
del centro se traducirá en un cambio de la corriente. De este modo, cuando la trampa capture un portador la corriente se encontrará en su nivel bajo mientras que al liberar dicho portador la corriente pasará de nuevo a su valor alto. Por tanto, dependiendo del estado de carga de la trampa, la corriente que circula podrá tomar un valor diferente. Este hecho se refleja en la figura 1-2 donde $\Delta I$ representa la amplitud de las fluctuaciones de corriente, es decir, la diferencia entre los dos niveles de corriente, $\tau_c$, conocido como tiempo de captura, es el tiempo que la corriente transcurre en el nivel alto y $\tau_e$, conocido como tiempo de emisión, es el tiempo que transcurre en nivel bajo.

![Diagrama de corriente](image)

**Figura 1-2:** Representación de la corriente en función del tiempo. $\tau_c$ representa el tiempo que la corriente transcurre en el nivel alto, $\tau_e$ el tiempo que transcurre en el nivel bajo y $\Delta I$ es la amplitud de las fluctuaciones.

Para proceder con dicho cálculo consideramos una trampa que crea un nivel energético $E_T$ en la banda prohibida del silicio y definimos la energía de activación $E_a$ de la trampa como la diferencia $E_C - E_T$, donde $E_C$ es la energía del fondo de la banda de conducción. Vamos a denotar por $\lambda_c$ a la probabilidad por unidad de tiempo de que una trampa vacía capture un electrón y $\lambda_e$ a la probabilidad por unidad de tiempo de que una trampa ocupada libere un electrón. Con estas definiciones se puede identificar $\lambda_c$ con el inverso del tiempo de captura, $1/\tau_c$, y $\lambda_e$ con el inverso del tiempo de emisión, $1/\tau_e$. 

11
La constante de tiempo τ asociada al proceso de captura y emisión en la trampa es

\[ \lambda = \lambda_c + \lambda_e \quad ; \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_e} \]  

(1.6)

Para poder determinar la densidad espectral de las fluctuaciones de corriente primero debemos conocer la función de autocorrelación C(τ) de la señal variable con el tiempo (véase apéndice A1.4). Para ello será necesario analizar la evolución temporal del factor de ocupación de la trampa \( f_T(t) \) desde el instante \( t=0 \), en el cual la trampa se encuentra en un estado conocido, es decir, ocupada o vacía, hasta un tiempo infinito (\( t \to \infty \)). En estas condiciones podemos escribir la evolución temporal de la función \( f_T(t) \) haciendo uso de la ecuación maestra (A1.22) obtenida en el apéndice I,

\[ \frac{df_T}{dt} = -f_T(t)\lambda_e + (1-f_T(t))\lambda_e = -(\lambda_e + \lambda_c)f_T(t) + \lambda_c \]  

(1.7)

Las condiciones estacionarias para \( f_T(t) \), \( df_T(t)/dt = 0 \), se alcanzan en el límite \( t \to \infty \). En este límite, la probabilidad de que la trampa individual que estudiamos esté ocupada por un electrón viene dada por

\[ \overline{f_T} = \lim_{t \to \infty} f_T(t) = \frac{\lambda_e}{\lambda} \]  

(1.8)

Del mismo modo la probabilidad de que la trampa esté vacía vendrá expresada como

\[ 1 - \overline{f_T} = \lim_{t \to \infty} (1-f_T(t)) = \frac{\lambda_e}{\lambda} \]  

(1.9)

Integrando la ecuación (1.7) obtenemos

\[ f_T(t) = (f_T(0) - \overline{f_T})\exp(-\lambda t) + \overline{f_T} \]  

\[ 1 - f_T(t) = [(1-f_T(0)) - (1-\overline{f_T})]\exp(-\lambda t) + (1-\overline{f_T}) \]  

(1.10)

A partir de estos resultados podemos calcular la función de autocorrelación C(τ). Para
ello definimos $A$ como el valor de la corriente cuando la trampa está vacía y $-A$ cuando la trampa está ocupada. De este modo la amplitud de las fluctuaciones es constante e igual a $\Delta I = 2A$. Consideremos ahora que nos encontramos en condiciones estacionarias. La función de autocorrelación $C(\tau)$ de la corriente variable con el tiempo puede escribirse como

$$
C(\tau) = I(0)\bar{I}(\tau) = A(1-\bar{f}_T)AP_{A\rightarrow A} + A(1-\bar{f}_T)(-A)P_{A\rightarrow -A}
$$

$$
+ (-A)\bar{f}_T AP_{-A\rightarrow A} + (-A)\bar{f}_T (-A)P_{-A\rightarrow A}
$$

$$
= A^2[(1-\bar{f}_T)(P_{A\rightarrow A}-P_{A\rightarrow -A}) + \bar{f}_T(P_{A\rightarrow -A}-P_{A\rightarrow A})] .
$$

(1.11)

En esta ecuación, $\bar{f}_T$ es la probabilidad de observar en un instante $t=0$ una corriente de drenador de valor $-A$, y $1-\bar{f}_T$ es la probabilidad de observar, en condiciones estacionarias en un instante $t=0$ una corriente de amplitud $A$. $\bar{f}_T$ coincide con la probabilidad de encontrar en el instante $t=0$ la trampa ocupada y $1-\bar{f}_T$ la probabilidad de encontrarla vacía. El término $P_{A\rightarrow A}$ representa la probabilidad condicional de encontrar la corriente del dispositivo en el instante $t=0$ con una amplitud $A$ y que un tiempo $\tau$ después la corriente mantenga ese valor de amplitud. Del mismo modo, $P_{A\rightarrow -A}$ representa la probabilidad condicional de observar $I(\tau) = -A$ cuando $I(0) = A$. El significado de $P_{A\rightarrow A}$ y $P_{A\rightarrow -A}$ puede deducirse de un modo totalmente análogo. De la ecuación (1.10) podemos calcular rápidamente el valor de estas probabilidades

$$
P_{A\rightarrow A} = [1-\bar{f}_T(\tau)]_1 = [1-(1-\bar{f}_T)\exp(-\lambda \tau)] + (1-\bar{f}_T)
$$

$$
= 1-\bar{f}_T[1-\exp(-\lambda \tau)] ,
$$

13
\[ P_{A\rightarrow A} = \langle f_\tau(\tau) f_\omega(\omega) \rangle = (0 - f_\tau^2) \exp(-\lambda \tau) + f_\tau^2 \]
\[ = f_\tau^2 [1 - \exp(-\lambda \tau)] , \]

\[ P_{-A\rightarrow A} = \langle [1 - f_\tau(\tau)] f_\omega(\omega) \rangle = (0 - (1 - f_\tau^2)) \exp(-\lambda \tau) + (1 - f_\tau^2) \]
\[ = (1 - f_\tau^2) [1 - \exp(-\lambda \tau)] , \]

\[ P_{-A\rightarrow A} = \langle f_\tau(\tau) f_\omega(\omega) \rangle = (1 - f_\tau^2) \exp(-\lambda \tau) + f_\tau^2 \]
\[ = \exp(-\lambda \tau) + f_\tau^2 [1 - \exp(-\lambda \tau)] . \]

De todo esto tendremos que la función de autocorrelación resulta ser

\[
C(\tau) = A^2 \left[ f_\tau^2 - (1 - f_\tau^2)^2 + 4 f_\tau (1 - f_\tau^2) \exp(-\lambda |\tau|) \right] \\
= A^2 \left\{ \frac{\lambda_c - \lambda_e}{\lambda} + 4 \frac{\lambda_c \lambda_e}{(\lambda_c + \lambda_e)^2} \exp\left(-2 \lambda_c \lambda_e |\tau| \right) \right\} . \tag{1.13} \]

Conocida la función de autocorrelación podemos aplicar el teorema de Wiener-Khintchine (Apéndice A1.4) que nos permite obtener la densidad espectral asociada a las fluctuaciones de corriente

\[
S_\tau(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} A^2 \frac{\lambda_c \lambda_e}{\lambda^2} \exp\left(-\lambda |\tau|\right) \exp(-j \omega \tau) \, d\tau \]
\[ = 4(\Delta I)^2 \frac{\lambda_c \lambda_e}{\lambda^3} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\lambda^2}} = \frac{4(\Delta I)^2}{\tau_c^2 \tau_e} \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} \frac{1}{\lambda^2} \]
\[ = 4(\Delta I)^2 f_\tau (1 - f_\tau) \frac{\tau}{1 + (\omega \tau)^2} (A^2/Hz) . \tag{1.14} \]
La expresión (1.14) representa la densidad espectral originada en el proceso de captura y emisión de un portador de conducción. Dicha función se representa en la figura 1-3 frente a la frecuencia.

![Spectral Density](image)

**Figura 1-3:** Densidad espectral de las fluctuaciones de corriente representadas en la figura 1-2 en función del tiempo. Esta magnitud presenta una región de amplitud constante para frecuencias inferiores a $f_c$ (frecuencia de corte o característica) y disminuye como $1/f^2$ para frecuencias superiores $f_c$. Esta función se conoce como Lorentziana.

En ella podemos destacar una primera región plana, de amplitud independiente de la frecuencia y a continuación otra región de amplitud inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia. $f_c$, conocida como frecuencia de corte o característica, representa el valor de la frecuencia para la cual se pasa de un tipo de comportamiento a otro. El valor de esta frecuencia se corresponde con la inversa de la constante de tiempo, $f_c = 1/(2\pi\tau)$. Este tipo de dependencia con la frecuencia corresponde a una función usualmente conocida como Lorentziana.

Debemos hacer notar que la dependencia temporal de la corriente mostrada en la figura 1-2 es semejante a las fluctuaciones discretas de la corriente (RTS). Por otra parte, la densidad espectral calculada en (1.14) es la misma que caracteriza a los procesos generación-recombínación tal y como se expresó en (1.5). Es por estos motivos que el estudio de las
I - Introducción

variaciones de corriente originadas por la captura y emisión de trampas y centros se corresponden, dentro de la clasificación de fuentes de ruido antes mencionada, con aquellas que denominamos como ruido generación-recombinación y RTS. También deberfamos hacer mención al ruido flicker puesto que una de las causas que lo origina puede ser la captura y emisión desde centros, sin embargo, en general sus orígenes no están claros y se consideran muy variadas.

En nuestro trabajo de investigación nos vamos a centrar en los dos procesos antes citados, ruido generación-recombinación y fluctuaciones discretas de la corriente. En el siguiente capítulo vamos a tratar el ruido g-r producido por impurezas profundas en la región de vaciamiento de uniones PN inversamente polarizadas en un transistor de efecto campo de unión, donde se analizará la influencia de diversos factores tales como la concentración de impurezas profundas o la localización de la región donde la contribución al ruido total evaluado es máxima. A continuación se llevará a cabo un análisis en profundidad del proceso RTS en transistores MOS que se estructurará en dos capítulos. El capítulo III se centrará en el estudio de la amplitud de las fluctuaciones de corriente mientras que el capítulo IV versará sobre las constantes de tiempo del proceso caracterizando de un modo total las fluctuaciones discretas de corriente. No existe ninguna razón especial para abordar primero los procesos g-r y después RTS ya que este orden podría invertirse sin consecuencias.
CAPÍTULO II

ESTUDIO DEL RUIDO GENERACIÓN-RECOMBINACIÓN EN UN TRANSISTOR DE EFECTO CAMPO DE UNIÓN.

II.1.- INTRODUCCIÓN

El estudio del ruido generación-recombínación (g-r) en dispositivos electrónicos constituye una materia de gran interés desde diversos puntos de vista. Por una parte proporciona información valiosa sobre los procesos físicos que tienen lugar en el material semiconductor y por otro lado posee un indudable interés práctico como elemento caracterizador de la fiabilidad de diferentes tipos de dispositivos. Además, de todas las posibles fuentes de ruido en baja frecuencia, ésta se considera como una de las más
importantes y aunque ha sido objeto de estudio durante bastante tiempo, no por ello deja de estar de actualidad como demuestra la continua publicación de artículos dedicados a esta materia. A modo de introducción, vamos a hacer una presentación acerca del tema que nos ocupa y cuáles son sus aplicaciones más comunes.

El ruido g-r se produce como consecuencia de la fluctuación en la ocupación de los defectos de la red cristalina presentes en la región de depleción de las uniones PN [Sah C.T., 1964]. Esta variación en el estado de carga de los centros origina fluctuaciones de la posición del borde de la región de carga espacial y por tanto de la anchura efectiva de la zona neutra. Si en los extremos de la zona neutra se colocan dos terminales, drenador y fuente, estas variaciones se traducirán en un cambio de la corriente medida entre dichos terminales. Este proceso físico viene refrendado por un modelo analítico que reproduce correctamente los resultados obtenidos experimentalmente. Podemos destacar también, que las medidas de ruido en dispositivos semiconductores han sido frecuentemente utilizadas como una importante herramienta para caracterizar parámetros asociados a las impurezas [Kugler S., 1989], [Scholz F.J., 1992], [Van Rheenen A.D., 1987], mostrando de esta manera, como estas técnicas pueden ser usadas de un modo similar a otras tradicionales como la espectroscopía de transitorios de niveles profundos (DLTS) [Scholz F.J., 1988], así como para comprobar la calidad de los procesos de producción y la fiabilidad de los dispositivos [Jones B.K., 1993], [Vandamme L.K.J., 1994a]. Para que todas estas aplicaciones citadas puedan llevarse a cabo satisfactoriamente, es necesario obtener una información completa y fiable de las medidas de ruido en baja frecuencia. Para ello deben tenerse en cuenta los diferentes elementos que influyen sobre este proceso físico. En la bibliografía podemos encontrar numerosos trabajos dedicados al estudio de la influencia que sobre el ruido de baja frecuencia tienen elementos tales como la temperatura [Haslett J.W., 1972], [Klaassen F.M., 1970], posición energética de las trampas en la banda prohibida [Folkes P.A., 1990], [Godoy A., 1995], posición de cada trampa dentro del dispositivo y las condiciones de polarización [Longoni A., 1995], o el efecto de los bordes en láminas semiconductoras de dimensiones submicras [Kleinpenning T.G.M., 1995]. Otro elemento que se ha demostrado que influye notablemente es el perfil de impurezas en las uniones, y en concreto se ha observado en transistores de efecto campo
II - Ruido g-r en JFETs

de unión comúnmente usados para la evaluación del ruido g-r, factor éste que fue tratado por Fu y Sah [Fu H.S., 1969]. A partir de ese trabajo, podía concluirse que los perfiles de impurezas asimétricas con transición abrupta generan menos ruido que los mismos perfiles asimétricos pero con una transición gradual. Desde entonces, se han analizado perfiles abruptos bien porque reproducían correctamente las características del perfil real, bien porque suponían una buena aproximación de cara a posibles simplificaciones analíticas. Como consecuencia, al eliminar la transición gradual se ha despreciado sistemáticamente la contribución de las regiones de depleción correspondientes a la región más dopada en una unión, que en el caso de un JFET de canal N es la región P.

A pesar de todo, hoy en día es muy común la utilización de una amplia variedad de perfiles de dopado diseñados para mejorar las prestaciones de los diferentes tipos de dispositivos electrónicos. La mayoría de estos perfiles variables con la posición pueden modelarse mediante perfiles abruptos que permiten reproducir las características eléctricas de la estructura original [Liou J.J., 1994a]. No obstante, cuando se estudia el comportamiento del ruido g-r como función del tipo de perfil de impurezas empleado y además se tienen en cuenta diferentes características de los centros profundos tales como su posición energética o concentración, aparecen diferencias importantes, y estos modelos de perfil no son válidos en general, como se pondrá de manifiesto en este trabajo.

Como acabamos de mencionar, un aspecto esencial del análisis del ruido g-r viene determinado por las características de los centros profundos radicados en la estructura. Actualmente es posible encontrar diferentes tipos de trampas presentes en un gran rango de concentraciones como consecuencia de la degradación a que son sometidos los dispositivos debido a las condiciones extremas de funcionamiento que soportan. Por citar un ejemplo concreto, los dispositivos electrónicos presentes en determinados montajes experimentales que sufren estas condiciones extremas, pueden ser expuestos a niveles de radiación ionizante de 1Mrad y flujos de neutrones de hasta $2 \times 10^{14}$ n/cm$^2$ durante más de 10 años de operación, provocando una gran alteración en las propiedades de los centros y en el propio comportamiento del dispositivo [Citterio M., 1995].
El dispositivo que hemos elegido para estudiar esta combinación de factores, perfil de impurezas y propiedades de los centros, es el transistor de efecto campo de unión. Varios han sido las razones que han motivado esta elección entre las cuales podemos destacar las siguientes. De todos los dispositivos electrónicos habitualmente utilizados en el diseño e implementación de circuitos de instrumentación, los JFETs de Silicio han demostrado ser extremadamente resistentes a la radiación (rayos-γ) en operaciones a temperatura ambiente y criogénica. Los parámetros DC de estos dispositivos apenas sufren modificaciones cuando son sometidos a dosis próximas a los 55Mrad y el único parámetro que se ha mostrado sensible en estas condiciones de trabajo es la densidad espectral de ruido. El aumento del ruido evaluado en bajas frecuencias, puede atribuirse a los defectos puntuales inducidos por la radiación en el canal del dispositivo que actúan como centros de generación-recombinación para los portadores mayoritarios. No obstante, estos dispositivos se muestran especialmente sensibles a la radiación por neutrones. Los neutrones se han mostrado muy eficaces en el desplazamiento de átomos de la red generando como consecuencia trampas en posición sustitucional o intersticial. Estos defectos pueden combinarse con las impurezas presentes en la estructura, dando lugar a la aparición de estados aceptadores y la consiguiente desactivación de los estados donadores para un transistor de canal N. Este fenómeno trae como consecuencia la reducción en los valores de parámetros característicos del dispositivo tales como la transconductancia, la tensión de estrangulamiento y la corriente de saturación [Citterio M., 1995]. Por otra parte, la reducción de la transconductancia trae consigo el incremento del ruido térmico [Van der Ziel A., 1986]. Estos dispositivos, gracias a su fiabilidad, bajo ruido, elevada tensión de ruptura y alta resistencia dinámica de salida, representan una tecnología apropiada para su aplicación tanto a temperatura ambiente como en condiciones criogénicas (90-120K) y en entornos de elevada radiación. A modo de ejemplo de estas prestaciones podemos decir que los JFETs de silicio son de gran interés para la realización de preamplificadores de bajo ruido en calorímetros de argón y krypton líquidos empleados en experimentos de física de altas energías [Citterio M., 1996].

De todo lo expuesto anteriormente podemos destacar los siguientes aspectos. En primer lugar, el ruido g-r es un proceso bien conocido del que existe un modelo analítico
II - Ruido g-r en JFETs

ampliamente utilizado y contrastado con resultados experimentales. No obstante, se han detectado nuevas situaciones muy comunes actualmente, en las cuales, por las características del entorno en el que se encuentran los dispositivos, éstos presentan unas propiedades que no se encuadran dentro de lo previamente estudiado. Como ejemplos podemos citar los puntos expuestos con anterioridad, influencia de perfiles variables con la posición y sometimiento a condiciones de degradación que dan origen a la presencia de centros profundos con elevadas concentraciones. En segundo lugar, todas las características mencionadas anteriormente nos llevan a elegir el transistor de efecto campo de unión como estructura ideal para estudiar el ruido g-r originado por la fluctuación en la ocupación de los centros profundos situados en la región de carga espacial de las uniones inversamente polarizadas. Nuestros primeros pasos irán por tanto, encaminados a conocer algunas de las características fundamentales de este dispositivo. A continuación, desarrollaremos un modelo analítico de la densidad espectral de ruido y posteriormente se mostrará la implementación de dicho modelo en un simulador que permite evaluar esta magnitud en una gran variedad de situaciones. Los resultados del simulador serán comparados con medidas experimentales para verificar el procedimiento desarrollado. Finalmente, se llevará a cabo un estudio sistemático del ruido g-r analizando la influencia de diferentes parámetros de la estructura.

II.2.- CARACTERÍSTICAS DE LOS JFETs

Como hemos mencionado antes, el JFET es el dispositivo elegido para analizar el ruido g-r en el volumen de un semiconductor por su facilidad para aislarlo de otras fuentes de ruido, como los estados superficiales presentes en las interfases aislante-semiconductor, y por su interés en campos tales como el estudio de estructuras semiconductoras sometidas a radiación, en el cual el JFET es especialmente indicado para el análisis de la degradación del semiconductor y en concreto a través de medidas de ruido.

El transistor de efecto campo de unión (JFET), diseñado originalmente por Shockley
en el año 1952, [Shockley W., 1952a], es básicamente una resistencia controlada por tensión [Sze S., 1981]. La idea de modular la conductividad de un semiconductor mediante la aplicación de un campo eléctrico había sido planteada anteriormente, aunque no fue hasta entonces cuando quedó físicamente plasmada. Debido a que el proceso de conducción involucra predominantemente un único de tipo de portadores, los dispositivos de efecto campo son conocidos como dispositivos unipolares en oposición a los transistores bipolares de unión en los cuales electrones y huecos se ven involucrados en la conducción. De este modo, la velocidad de conmutación y la frecuencia de corte de los FETs no están limitadas por el almacenamiento de portadores minoritarios, como ocurre en los transistores bipolares de unión (BJT). En general, los transistores de efecto campo poseen muchas cualidades que los hacen atractivos para su aplicación en conmutación analógica, amplificadores con elevada impedancia de entrada y amplificación en el rango de microondas. A estas características generales de los dispositivos de efecto campo debemos sumar las que son propias y específicas del JFET, a saber [Liou J.J., 1994b]:

i) ausencia de efectos superficiales, tales como los originados por trampas situadas en la interfase óxido-semiconductor,

ii) los dos terminales de puerta aislados entre sí permiten que dos señales diferentes sean aplicadas simultáneamente con el propósito de mezclarlas.

Las características de ruido sobre las que vamos a interesarnos, corresponden básicamente a fluctuaciones en la corriente y/o en la tensión medida entre los distintos terminales del dispositivo. Para poder calcular la densidad espectral de tales fluctuaciones necesitaremos conocer los diferentes mecanismos físicos que los originan y como afectan a la característica corriente-tensión propia del dispositivo.

De un modo general podemos observar en la figura 2-1 como el dispositivo está compuesto por un canal de conducción cuya anchura viene controlada por la extensión de la región de depleción creada por las uniones puerta-canal polarizadas en inverso. Además, encontramos dos contactos óhmicos en los extremos que actúan como fuente y drenador respectivamente. Sin perdida de generalidad, supondremos en adelante que estamos tratando
con un dispositivo de canal N y la extensión al caso de un canal P es inmediata.

![Diagrama de un dispositivo de efecto campo de unión](image)

**Figura 2-1**: Representación esquemática del transistor de efecto campo de unión adaptada de una publicación de Dacey y Ross [Dacey G.C., 1953] en una de sus primeras implementaciones.

Cuando se aplica una tensión drenador-fuente positiva, $V_{DS}$, los electrones comienzan a fluir desde la fuente al drenador. El tercer electrodo aplicado corresponde a la puerta formada por una unión rectificadora con el canal. El dispositivo se comporta básicamente como una resistencia variable, dependiente de la anchura de la región de carga espectral que se extiende en el interior del canal. Podemos afirmar pues que la anchura del canal es un parámetro esencial a la hora de describir el comportamiento del dispositivo y como veremos más adelante, también lo es al describir la densidad espectral de ruido. En la figura 2-2 se muestra un diseño más moderno de JFET. Aunque en apariencia es distinto al dispositivo analizado por Shockley, figura 2-1, su comportamiento es idéntico y no es necesario añadir modificaciones a las ecuaciones originales.

La característica corriente-tensión para un JFET de canal N se muestra en la figura 2-3. Estas curvas pueden dividirse básicamente en dos regiones de funcionamiento: i) Región lineal, donde la tensión drenador-fuente es pequeña e $I_{DS}$ es proporcional a $V_{DS}$. ii) Región de saturación, donde la corriente permanece esencialmente constante e $I_{DS}$ es independiente de $V_{DS}$. Evidentemente hemos realizado un análisis cualitativo muy somero de las principales
II - Ruido g-r en JFETs

**Figura 2-2:** Perspectiva de un JFET moderno. Aunque de apariencia muy diferente al dispositivo representado en la figura 2-1, el funcionamiento es equivalente a la estructura originalmente propuesta por Shockley [Pierret R.F., 1996].

**Figura 2-3:** Característica $I_D-V_D$ normalizada suponiendo que $V_{th}=1V$ y $V_p=-2.5V$ [Pierret, R.F. 1996].
II - Ruido g-r en JFETs

características de los JFETs. Para encontrar más detalles del mismo, así como un análisis cuantitativo riguroso, remitimos a algunos de los numerosos libros de texto dedicados a dispositivos electrónicos [Sze S., 1981], [Muller R.S., 1986], [Sah C.T., 1991].

A continuación, el siguiente paso será desarrollar una expresión que nos permita evaluar la densidad espectral de ruido de la corriente de drenador o bien de la tensión drenador-fuente causada por la fluctuación en la ocupación de los centros profundos localizados en la región de carga espacial de las uniones PN.

II.3.- MODELO TEÓRICO DE LA DENSIDAD ESPECTRAL DE RUIDO

Puesto que estamos interesados en el estudio del ruido g-r, debemos desarrollar un modelo teórico que reproduzca correctamente este proceso físico. En primer lugar, se analizará la fluctuación en la ocupación de los centros como origen de todo el proceso. A continuación se establece la conexión existente entre estas fluctuaciones y las variaciones de la anchura efectiva del canal que a su vez se traducen en cambios de la corriente medida entre los terminales del dispositivo. De aquí podremos obtener una expresión de la densidad espectral de las fluctuaciones de corriente o de la tensión drenador-fuente. En todo este proceso haremos uso de diferentes teorías, como por ejemplo de la estadística Shockley, Read, Hall (SRH), [Shockley W., 1952b], [Hall R.N., 1952], y de la aproximación de canal gradual. Debemos destacar que el modelo desarrollado es válido exclusivamente en la región lineal de funcionamiento del dispositivo puesto que una aproximación básica será considerar la tensión drenador-fuente suficientemente pequeña para que el canal sea prácticamente uniforme. Se ha demostrado [Sah C.T., 1964] que el análisis unidimensional es equivalente al bidimensional bajo la condición de tensiones V_{DS} pequeñas. La generalización a tensiones drenador-fuente elevadas, de modo que el dispositivo entre en la región de saturación, constituye la transformación de una situación inicialmente unidimensional a otra bidimensional [Lauritzen P., 1965]. No obstante, los diferentes procesos físicos que toman parte en la
II - Ruido g-r en JFETs

generación de ruido pueden estudiarse de un modo más sencillo en este modelo
unidimensional que en otro bidimensional que introduce mayor complejidad pero a cambio
no proporciona más información.

II.3.1.- Fluctuación en la ocupación de los centros

Como ya hemos comentado anteriormente, la fluctuación en la ocupación de los
centros profundos localizados en las regiones de vaciamiento de las uniones puerta-canal
constituyen la causa principal del ruido g-r. La captura y emisión de portadores desde estos
centros sigue la estadística SRH. Esta fluctuación en el número de electrones atrapados por
los centros SRH en un semiconductor ha sido calculada haciendo uso de la mecánica

![Diagrama de bandas y centros](image_url)

**Figura 2-4:** Transiciones banda-centro para un centro bipolar aceptador, mostrando los coeficientes
de captura y emisión correspondientes.

En este trabajo vamos a estudiar la evolución de la población de electrones atrapados
en el centro bipolar acceptor de la figura 2-4, donde $N_T$ representa la concentración de centros profundos, $E_T$ el nivel energético creado en el interior de la banda prohibida, $c_n$ y $e_n$ los coeficientes de captura y emisión de electrones desde el centro respectivamente y $c_p$ y $e_p$ los mismos coeficientes para huecos. El centro analizado, de carácter acceptor, puede manifestarse en estado neutro si se encuentra vacío o negativamente cargado si se encuentra ocupado. La fluctuación en el número de electrones atrapados en dichos centros, puede producirse tanto por la captura como por la emisión aleatoria de electrones y de huecos.

La evolución temporal de la concentración de electrones atrapados puede expresarse como la diferencia en la velocidad de captura neta de electrones ($U_{cn}$) y huecos ($U_{cp}$). De acuerdo con el formalismo desarrollado por Shockley-Read-Hall es posible escribir

$$\frac{\partial n_T}{\partial t} = U_{en} - U_{cp} = N_T \left[ (c_n (1-f_T) n - e_n f_T) - (c_p f_T p - e_p (1-f_T)) \right], \quad (2.1)$$

donde $n$ y $p$ son las distribuciones de electrones y huecos libres respectivamente, $N_T$ es la densidad total de centros profundos, $n_T$ representa la concentración de centros ocupados y $f_T$ es el factor de ocupación de dichos centros de tal modo que $f_T = n_T / N_T$.

Una hipótesis básica de la estadística SRH es que las probabilidades de captura y emisión, $c_n$, $c_p$, $e_n$ y $e_p$ son constantes, independientemente del grado de desviación del equilibrio. Además, el principio del equilibrio microscópico requiere que $U_{cn} = 0$ y $U_{cp} = 0$ en equilibrio. Haciendo uso de todos estos elementos podemos obtener la siguiente relación entre las probabilidades de captura y emisión para electrones y huecos

$$\frac{e_n}{c_n} = nl \quad \frac{e_p}{c_p} = pl, \quad (2.2)$$

donde $nl$ y $pl$ son las concentraciones de electrones y huecos obtenidas cuando el nivel de
Fermi coincide con el nivel energético de las impurezas profundas, $E_T$. Tras una fluctuación en la concentración de electrones atrapados por los centros, $n_T$, y para poder seguir su evolución hacia el estado estacionario, desarrollamos los valores de la concentración empleados en la expresión (2.1) en torno a sus valores estacionales que denotaremos con un subíndice 0,

$$p = p_0 + \delta p, \quad n = n_0 + \delta n, \quad n_T = n_{T0} + \delta n_T .$$  \hfill (2.3)

Substituyendo dichos valores en (2.1) se obtiene

$$\frac{\partial \delta n_T}{\partial t} = -[c_p(p_0 + p_i) + c_n(n_0 + n_i)]\delta n_T + c_n(N_T - n_{T0})\delta n - c_p n_{T0} \delta p ,$$  \hfill (2.4)

donde los términos de segundo orden han sido eliminados puesto que estamos considerando fluctuaciones pequeñas en torno al valor estacionario. La obtención de una solución completa y general para la ecuación (2.4) requiere la utilización de las ecuaciones de continuidad para los electrones y los huecos, lo cual dificultaría mucho su resolución. No obstante, si nos limitamos al estudio de la zona de carga espacial de una unión polarizada en inverso y trabajamos con fluctuaciones de baja frecuencia o constantes de tiempo grandes, podemos resolver la ecuación (2.4) de un modo relativamente simple. Bajo estas circunstancias, el ruido producido por la captura y emisión aleatoria de portadores desde los centros SRH y que corresponde al término $\delta n_T$ es el más importante, mientras que la contribución atribuida a las fluctuaciones de electrones y huecos, $\delta p$ y $\delta n$, pueden despreciarse puesto que sus constantes de tiempo asociadas son mucho menores. Haciendo $\delta n = \delta p = 0$ obtenemos

$$\frac{\partial \delta n_T}{\partial t} = -[c_p(p_0 + p_i) + c_n(n_0 + n_i)]\delta n_T ,$$  \hfill (2.5)
y la regresión temporal de una fluctuación $\delta n_\tau$ cuyo valor inicial es $(\delta n_\tau)_0$ puede escribirse como

$$
\delta n_\tau = (\delta n_\tau)_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad \tau = \frac{1}{c_\rho (p_0 + p_1) + c_n (n_0 + n_1)}, \quad \tau_{\text{max}} = \frac{1}{c_\rho p_1 + c_n n_1}, 
$$

(2.6)

donde $\tau$ es la constante de tiempo característica del proceso y $\tau_{\text{max}}$ su valor máximo. Dos características notables de $\tau_{\text{max}}$ son su independencia de la concentración de centros SRH y una fuerte dependencia con la temperatura. Analicemos a continuación el significado de la expresión (2.6) en el dominio de la frecuencia.

II.3.2. Densidad spectral de ruido de tipo Lorentziano

Consideremos, de un modo similar al que acabamos de encontrar en la ecuación (2.6), un proceso en el cual la variación del valor de una magnitud respecto al equilibrio desaparece exponencialmente, $C(t) = \exp(-t/\tau_c)$. De esta expresión es inmediato afirmar que $\tau_c$ es una medida del tiempo medio que el sistema permanece inalterado en una cantidad inferior a $1/e$, de modo que $\tau_c$ puede definirse como un tiempo de correlación. Aplicando el teorema de Wiener-Khintchine, tal y como se explica en el apéndice A1.4, calculamos la densidad espectral asociada a dicha magnitud $C(t)$,

$$
S(f) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty e^{-\tau_c} \cos(2\pi ft) dt = \frac{4\tau_c}{1 + (2\pi f \tau_c)^2}, 
$$

(2.7)

Una función de este tipo se conoce como Lorentziana y puede ser observada en la figura 2-5 en línea continua. En ella comprobamos diferentes aspectos que merecen ser destacados. En primer lugar existen dos regiones claramente diferenciadas. La primera es la región plana, de amplitud constante e independiente de la frecuencia. La segunda es la región para la cual la densidad espectral disminuye con la frecuencia con una dependencia del tipo
II - Ruido g-r en JFETs

$f^2$. En línea discontinua se representa una recta inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia para resaltar este comportamiento. Debemos hacer notar también, que en la representación de la ecuación 2.7 tan solo hemos empleado un único valor de la constante de tiempo, $\tau_c$. Este detalle es muy importante como veremos más adelante. La línea continua vertical está situada justamente en un valor de la frecuencia igual a $f_c = 1/2\pi\tau_c = 100\text{Hz}$. A esta frecuencia la conoceremos como frecuencia de corte o frecuencia característica y es la frecuencia para la cual la magnitud del ruido se encuentra 3dB por debajo de su valor máximo (región plana) para una temperatura dada. Haciendo un barrido para diferentes temperaturas podemos obtener un conjunto de valores de la frecuencia de corte como función de la temperatura.

![Diagrama de densidad espectral de ruido](image)

**Figura 2-5:** Densidad spectral de ruido para un proceso estocástico cuya función de autocorrelación viene dada por una exponencial negativa con constante de tiempo $\tau_c$. La curva obtenida es una Lorentziana caracterizada por dos regiones diferentes. Una primera región plana e independiente de la frecuencia y una segunda región que disminuye con la frecuencia según $f^2$ (línea discontinua). La línea vertical indica la frecuencia de corte o frecuencia característica. Esta frecuencia representa el punto de transición entre ambas regiones.

En el caso particular de que el proceso que estamos considerando sea la emisión y captura de portadores en un centro localizado en la banda prohibida de un semiconductor, la constante de tiempo depende exponencialmente de la energía de activación del centro, $\tau = \tau_0 \exp(-E/kT)$, y recordando que $\tau = 1/2\pi f_{corte}$ podremos representar la constante de tiempo
en escala logarítmica en función de $1000/T$ (escala lineal). La pendiente de esta curva proporciona la energía de activación del centro utilizado tal y como se muestra en la figura 2-6 [Hiatt C.F., 1975], donde se calcula dicha magnitud para dos de los centros detectados a partir de las medidas de ruido g-r.

Figura 2-6: Diagrama de Arrhenius. En esta figura se representa el logaritmo de la constante de tiempo en función de $1000/T$. La pendiente de la recta obtenida nos informa sobre la energía de activación del centro origen del ruido g-r, [Hiatt C.F., 1975].

Cuando coexistan varias constantes de tiempo no siempre se van a poder discernir de la manera que acabamos de ver. La densidad espectral de ruido puede ser notablemente diferente de la que se acaba de presentar dependiendo de cómo se distribuyan esas constantes de tiempo. Para mostrarlo consideramos una situación en la que, independientemente de las posibles causas que lo originen, se encuentran presentes en el sistema considerado diferentes constantes de tiempo. En concreto se han utilizado seis constantes de tiempo correspondientes a otras tantas frecuencias características distribuidas desde 0.1Hz hasta $10^4$Hz, una por cada década. De este modo, barriendo un rango de frecuencias suficientemente amplio obtendremos una densidad espectral de ruido total equivalente a la suma de seis Lorentzianas, cada una de ellas con una frecuencia de corte distinta y equiespaciadas a lo largo de cinco décadas. El resultado obtenido puede observarse en la figura 2-7.
En esta figura se ha representado en línea continua la densidad espectral total obtenida como suma de las Lorentzianas individuales. En línea discontinua se muestran dos rectas que dependen con la frecuencia como $f^{-1}$ y $f^{-2}$ según se indica en la propia figura y que nos ayudan a conocer la dependencia de la densidad espectral con la frecuencia. Además, se han representado tres curvas etiquetadas con sus respectivos números correspondientes a tres de las seis Lorentzianas empleadas en el cálculo.

**Figura 2-7:** Densidad espectral de ruido obtenida como superposición de diferentes curvas. Cada una de estas curvas es una Lorentziana pura tal y como indican las curvas (1), (2) y (3) en línea discontinua. En línea continua se observa la resultante de sumar la contribución de todas las Lorentzianas individuales. En línea discontinua también se muestran dos rectas con pendiente $f^{-1}$ y $f^{-2}$ que nos permiten comprobar la existencia de regiones donde el espectro obtenido depende de la frecuencia de un modo distinto.

De la figura 2-7 podemos extraer importantes conclusiones, especialmente si nos fijamos en la existencia de un comportamiento de tipo $1/f$ aun cuando todas las curvas empleadas dependen de la frecuencia según $1/f^2$. De este modo, queda comprobado como la presencia de una distribución de constantes de tiempo puede dar lugar a un cambio del espectro observado aunque el proceso físico que lo origina siga siendo el mismo. Para que ésto ocurra es necesario que la distribución energética de las trampas sea tal que la separación entre niveles adyacentes sea inferior a $5kT$, $\Delta E \leq 5kT$, para el rango de temperaturas considerado. Cuando esta situación tiene lugar, podemos afirmar que los niveles se encuentran
acoplados [Folkes P.A., 1990] y la densidad espectral de ruido en baja frecuencia generada por trampas distribuidas en un conjunto de niveles acoplados varía como $1/f^\alpha$ con $1 \leq \alpha \leq 2$ sobre un amplio rango de frecuencias que depende de cada distribución particular.

II.3.3.- Fluctuación en la anchura de la región de carga espacial

Una vez presentado el mecanismo físico origen del ruido g-r, el siguiente paso es relacionarlo con sus manifestaciones más directas que son experimentalmente observables, es decir, las fluctuaciones de corriente o tensión. Como se ha comentado en el apartado anterior, las fluctuaciones en la ocupación de los centros profundos localizados en la región de depleción de una unión PN regresan a su valor de equilibrio de acuerdo con una característica exponencial. No obstante estas fluctuaciones originan variaciones en la posición de los bordes de la región de depleción, y si estas uniones forman parte de un transistor de efecto campo de unión modifican el espesor efectivo del canal. Estas variaciones constituyen una fuente de fluctuaciones en la corriente del dispositivo, $\delta I$.

Para analizar en profundidad este fenómeno, hemos considerado una estructura similar a la mostrada por la figura 2-8 donde la tensión puerta-fuente y drenador-fuente se suponen constantes, es decir, $\delta V_{GS} = 0$, $\delta V_{DS} = 0$. Por otro lado, consideramos que trabajamos en la región lineal por lo que la anchura del canal es aproximadamente uniforme en toda su extensión permitiéndonos utilizar un modelo unidimensional.

Las fluctuaciones originadas en una unión son totalmente independientes de las producidas en otra unión [Lax M., 1960]. Por tanto, en el desarrollo de este apartado, nos limitaremos a una sola unión teniendo siempre presente que la densidad espectral de ruido total será la suma de la producida independientemente en cada una de ellas.
Figura 2-8: Transistor de efecto campo de unión utilizado en las simulaciones. El eje $x$ se considera en la dirección transversal al canal mientras que el eje $y$ se elige en la dirección del flujo de corriente. $x_p$ representa el límite de la región de carga espacial de la zona P y $x_n$ el límite de la región de carga espacial de la zona N.

Definimos las variables $x$ e $y$ como normal y paralela respectivamente a las uniones metalúrgicas. Si resolvemos la ecuación de Poisson en la dirección transversal al canal tendremos que

$$V_{bi} - V_G = \int_{x_p}^{x_n} \frac{q(x)}{\varepsilon} \, dx,$$

donde $V_{bi}$ es el potencial barrera, $V_G$ la tensión inversa aplicada entre puerta y canal, $x_n$ es el borde de la región de depleción de la zona N, $x_p$ es el borde la región de depleción de la zona P y $q(x)$ la densidad de carga.

Si se produce un cambio en la densidad de trampas ocupadas $\delta n_T$ en un intervalo $\Delta x$ alrededor de un punto $x$ en el interior de la región de depleción ($x_p < x < x_n$) de una de las uniones y si mantenemos constante la tensión aplicada a la puerta del dispositivo, se producirá, como consecuencia, una modificación de ambos límites de la zona de carga espacial, de manera que la variación neta de la expresión (2.8) se anule de acuerdo con
\[ x_0 n_r \Delta x + x_n q(x_n) \Delta x_n + x_p q(x_p) \Delta x_p = 0 \]  \hspace{1cm} (2.9)

Por otra parte, la condición de neutralidad de la carga establece que bajo la aproximación de vaciamento la carga total localizada entre los límites de las regiones de carga espacial también debe anularse, es decir

\[ \int_{x_n}^{x_p} q(x) dx = 0 \]  \hspace{1cm} (2.10)

de modo que la fluctuación en la ocupación de los centros profundos origina una variación de los dos extremos de la región de carga espacial necesaria para compensar dicho cambio y de este modo preservar la neutralidad

\[ \delta n_r \Delta x + q(x_n) \Delta x_n + q(x_p) \Delta x_p = 0 \]  \hspace{1cm} (2.11)

Combinando las ecuaciones (2.9) y (2.11) podemos relacionar la variación en la ocupación de las impurezas profundas con la fluctuación producida en el borde la región de depleción situada en el canal, \( x_n \),

\[ \Delta x_n = \frac{(x - x_p) \delta n_r \Delta x}{(x_n - x_p) N_d(x_n)} \]  \hspace{1cm} (2.12)

donde \( N_d(x_n) \) es la densidad de dopado evaluada en \( x_n \). Cualquier cambio en \( x_n \) provoca una variación en la anchura efectiva del canal y por tanto en las características del dispositivo. Como ya sabíamos, el JFET en la región lineal se comporta como una resistencia controlada mediante la tensión externa aplicada. De este modo, los cambios de espesor del canal provocan fluctuaciones en la conductancia del canal, \( G \), y como consecuencia una alteración en la corriente del dispositivo que viene expresada como
\[ \Delta I = V_{DS} \Delta G = -V_{DS} q \mu_n \frac{W}{L} \Delta x_n \]  

(2.13)

donde se ha hecho uso de que la variación en la anchura de la región de carga espacial, \( \Delta x_n \), es igual a la fluctuación en la anchura efectiva del canal, \( \Delta b \), cambiada de signo. \( V_{DS} \) es la tensión aplicada entre fuente y drenador, \( q \) es la carga del electrón, \( n \) es la densidad de electrones, \( \mu_n \) es la movilidad electrónica y \( W, L \) corresponden a la profundidad y longitud del canal del dispositivo respectivamente. El valor cuadrático medio de la fluctuación de la corriente podrá calcularse según

\[ \langle (\Delta I)^2 \rangle = V_{DS}^2 \langle (\Delta G)^2 \rangle \]

\[ \langle (\Delta I)^2 \rangle = \left[ q \mu_n \frac{W}{L} V_{DS}^2 \right] \langle (\Delta x_n)^2 \rangle \]  

(2.14)

donde se ha considerado que la tensión aplicada entre los terminales fuente-drenador es constante y la corriente medida fluctúa como consecuencia de las variaciones en la anchura de la región de carga espacial. El símbolo \( <> \) denota un promedio temporal. Ésto nos permitirá calcular la densidad espectral de las fluctuaciones de corriente.

También podríamos haber estimado como constante la corriente y variable la tensión drenador-fuente. Finalmente comprobaremos que ambas situaciones son equivalentes y podremos pasar de una a otra con relativa sencillez. Sustituyendo \( \Delta x_n \), (2.12), en la expresión (2.14) obtenemos

\[ \langle (\Delta I)^2 \rangle = \left[ q \mu_n \frac{W}{L} V_{DS} \frac{1}{(x_n-x_p) N_D(x_n)} \right]^2 (x-x_p)^2 \Delta x^2 \langle (\delta n)^2 \rangle \]  

(2.15)
Para calcular la densidad espectral de las fluctuaciones de corriente hacemos uso de la expresión (2.6) y del teorema de Wiener-Khintchine que aplicados al único término con dependencia temporal de la ecuación (2.15) queda

\[ 4 \int_0^\infty \langle (\delta n^2) \rangle \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \cos(\omega t) dt = 4 \langle (\delta n^2) \rangle \frac{\tau}{1 + (\omega \tau)^2}, \]

(2.16)

de donde se obtiene la típica dependencia Lorentziana con la frecuencia. La varianza \( \langle (\delta n^2) \rangle \) en condiciones estacionarias puede expresarse como [Lax M., 1960]

\[ \langle (\delta n^2) \rangle = \frac{N_T f_T (1-f_T)}{WL \Delta x} \]

(2.17)

Teniendo en cuenta todos estos términos y sumando para todas las contribuciones que puedan tener lugar dentro de la región de carga espacial de una unión PN la densidad espectral de corriente será

\[ S_T(\omega) = \frac{4q^2 \mu^2 W V^2_{ds}}{(x_n-x_p)^2 N_{D}(x_n) L^3} \int_{x_p}^{x_n} \frac{N_T f_T (1-f_T) (x-x_p)^2}{[1+(\omega \tau)^2]} dx \]

(2.18)

Esta expresión nos proporciona el valor de la densidad espectral de ruido de la corriente drenador-fuente. Por último, si estuviésemos interesados en el cálculo de la densidad espectral de ruido de la tensión drenador-fuente, podríamos calcularla directamente sin más que utilizar la relación que nos permite pasar de una función a otra

\[ S_{V_{ds}}(\omega) = R^2 S_{I_{ds}}(\omega), \]

(2.19)
de donde obtendremos
II - Ruido g-r en JFETs

\[ S_{\nu_{ds}}(\omega) = \frac{4V_{ds}^2}{(x_n-x_p)^2 N_D(x_p) W L b^2} \int_{x_p}^{x_n} \frac{\tau}{[1+(\omega\tau)^2]} dx. \quad (2.20) \]

Esta última expresión es uno de los resultados fundamentales de nuestro trabajo y constituye la base sobre la que se cimienta el resto del capítulo. Para aquellas situaciones en las que la aproximación de canal gradual no sea válida será necesario tener en cuenta la variación de las diferentes magnitudes a lo largo de la componente longitudinal y. Una expresión para el cálculo de \( S_{\nu_{DS}}(\omega) \) donde se tiene en cuenta dicha dependencia puede encontrarse en [Godoy A., 1996].

Otra magnitud comúnmente empleada es la resistencia equivalente de ruido, \( R_n \), definida de manera análoga al ruido térmico aunque en este caso el origen físico del proceso es diferente

\[ S_{\nu_{te}}(\omega) = 4kT R_n. \quad (2.21) \]

La resistencia equivalente de ruido, \( R_n \), es totalmente equivalente a la densidad espectral de las fluctuaciones de tensión drenador-fuente ya que sólo se diferencian en una constante. Es conveniente conocerla debido a que es común encontrar en numerosas publicaciones medidas de ruido en función de esta magnitud.

II.4 - EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LA DENSIDAD ESPECTRAL DE RUIDO

Como puede observarse en (2.20), el cálculo de la densidad espectral de ruido de las fluctuaciones en la tensión drenador-fuente involucra diferentes magnitudes físicas. Como ejemplo podemos citar la necesidad de conocer los límites de la región de carga espacial, la distribución del factor de ocupación de las impurezas profundas y de la constante de tiempo
asociada a dichas impurezas a lo largo de la unión de puerta. Por este motivo, es frecuente encontrar diferentes tipos de aproximaciones que permiten simplificar las expresiones originales hasta llegar a otras fácilmente evaluables, en concreto sustituir el perfil de una unión arbitaria por uno abrupto. Sin embargo, existen situaciones en las que estas aproximaciones no son posibles. Es éste el caso de las uniones PN fabricadas por implantación iónica o difusión que no pueden ser tratadas como abruptas debido a la gradualidad de los perfiles de impurezas poco profundas. Además, esta situación se agudiza en los casos en los que la concentración de impurezas profundas es comparable a la de básicas: se altera la distribución de portadores libres en el borde de la región de carga espacial, por lo que los modelos basados en la captura en la cola de Debye no son aplicables [Palma A., 1995]. Como ejemplo de que estas situaciones están presentes en los dispositivos y que nos permite resaltar la importancia del cálculo preciso para todas las magnitudes asociadas a la densidad espectral de ruido, podemos citar un reciente trabajo de Simoen y colaboradores [Simoen E., 1996] donde se analizaron diodos de silicio irradiados con protones de elevada energía y donde se alcanzaron las siguientes conclusiones relacionadas con las características de los niveles profundos inducidos por la radiación:

a) El principal centro profundo creado en Silicio tipo P y N se sitúa aproximadamente en mitad de la banda prohibida del semiconductor \( (E_C - E_F = 0.42\text{eV}) \).

b) La densidad de defectos inducidos por la radiación aumenta proporcionalmente con el flujo de protones de energía \( 10\text{MeV} \).

c) El silicio de tipo N es más propenso a generar centros inducidos por la irradiación que el mismo material de tipo P.

Mediante el procedimiento de cálculo aquí desarrollado podemos incluir estos efectos eliminando cualquier tipo de aproximación. Para ello extenderemos nuestro estudio a situaciones en las que la concentración de centros profundos es elevada, analizaremos centros con diferente posición energética dentro de la banda prohibida del silicio y evaluaremos la contribución relativa de las diferentes regiones de la unión.

Nuestro método consiste inicialmente en la obtención de las distintas magnitudes
eléctricas que caracterizan a una unión PN. Conocidas estas magnitudes podremos calcular aquellas que aparecen en la ecuación (2.20). Para ello es necesario resolver numéricamente la ecuación de Poisson, lo cual nos permitirá considerar perfiles arbitrarios de impurezas poco profundas e incluir el efecto de las impurezas profundas evitando así los inconvenientes producidos por las aproximaciones antes citadas.


Las bases de nuestro procedimiento numérico radican en la resolución simultánea de las ecuaciones de Poisson y de Shockley, Read y Hall, para obtener el potencial $\Phi(x)$ y los factores de ocupación de los centros profundos. Para ello consideremos una unión PN con un perfil de dopado de impurezas poco profundas arbitrario, $N_D(x)-N_A(x)$, donde $N_D$ son impurezas donadoras y $N_A$ aceptadoras así como concentraciones arbitrarias de centros profundos, $N_T(x)$, de carácter aceptador o donador. Con estas condiciones, y admitiendo que la unión se ha polarizado en inversa con una tensión $V$ ($V < 0$), la ecuación de Poisson puede escribirse como

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{q(x)}{\varepsilon_s},$$

(2.22)

siendo $\varepsilon_s$ la constante dieléctrica del silicio y la densidad de carga, $q(x)$:
\[ q(x) = q \left( p(x) - n(x) + N_D^*(x) - N_A^*(x) - \sum_{\text{acoplador}} N_F(x)f_T(x) + \sum_{\text{donador}} N_T(x)(1 - f_T(x)) \right) \] (2.23)

con \( f_T(x) \) el factor de ocupación del nivel profundo considerado

\[ f_T(x) = \frac{n(x) + R p I}{n(x) + n I + R[p(x) + p I]} \] , (2.24)

donde \( p(x) \) y \( n(x) \) son las distribuciones de huecos y electrones libres respectivamente, \( q \) es el valor absoluto de la carga del electrón, \( n I \) y \( p I \) son las concentraciones de electrones y huecos obtenidas cuando el nivel de Fermi coincide con el nivel energético de las impurezas profundas y \( R \) es el cociente de los coeficientes de captura térmica de huecos y electrones, \( c_p/c_n \).

La ecuación de Poisson se puede resolver para las zonas P y N utilizando un procedimiento iterativo de Cowell-Newton [López-Villanueva J.A., 1990a], [Jiménez-Tejada J.A., 1992a] con un retículo variable que se redefine de forma automática después de cada iteración, introduciendo nuevos puntos del retículo allí donde se producen variaciones importantes del potencial. Este método resulta ser convergente, aunque la presencia de centros profundos hace que este proceso sea más lento, ya que los factores de ocupación se modifican después de cada iteración. Como condiciones de contorno se imponen la continuidad del campo y del potencial en la unión metalúrgica y los valores del potencial en los contactos de las zonas P y N, \( -w_n \) y \( w_p \) respectivamente

\[ \phi(-w_p) = -\frac{E_i}{q} - V \quad \text{y} \quad \phi(w_n) = -\frac{E_i}{q} . \] (2.25)

Por simplicidad se ha tomado como origen de energías el pseudonivel de Fermi de electrones en la región N. \( E_i \) es la energía del nivel de Fermi intrínseco. Las posiciones de

\[ ^1 N_F(x) \text{ y } f_T(x) \text{ son las concentraciones y los factores de ocupación de los diferentes centros que aparecen en el semiconductor y su valor no tiene por que ser igual entre ellos, aunque para no añadir complejidad a la notación sólo aparece un } N_F(x) \text{ y un } f_T(x) \text{ en la expresión (2.24).} \]
los contactos se han tomado lo suficientemente lejos como para que las variaciones de potencial en torno de ellos sean despreciables.

Así pues, se tiene:

en la zona P

\[ n << p \]

\[ p(x) = n e^{- \frac{q(x-V)}{k T}} \]

\[ f_T = 1 - \frac{c_p p(x) + e_p}{c_p p(x) + e_p + e_n} \]  \hspace{1cm} (2.26)

en la zona N

\[ p << n \]

\[ n(x) = n e^{\frac{q \phi}{k T}} \]

\[ f_T = \frac{c_n n(x) + e_p}{c_n n(x) + e_p + e_n} \]

donde \( n \) es la concentración intrínseca de portadores.

Combiniendo las expresiones (2.22)-(2.27) podemos expresar la ecuación de Poisson sólo en función del potencial

\[ \phi'' = \frac{d^2 \phi}{dx^2} = f(\phi) \]  \hspace{1cm} (2.28)

ecuación que se resuelve por el procedimiento iterativo mencionado anteriormente. Este método ha sido utilizado satisfactoriamente en el estudio del comportamiento del campo eléctrico en semiconductores con un grado elevado de compensación de impurezas [Jiménez-Tejada J.A., 1996].
II - RUído g-r en JFETs

Una vez conocida la distribución numérica del potencial a lo largo de la unión, \( \Phi(x) \), para una determinada tensión aplicada, podemos deducir de él cualquier magnitud que nos interese, como las concentraciones de portadores, los factores de ocupación de los centros o el campo eléctrico presente en la unión. El conocimiento del valor exacto de la densidad de portadores libres en cada punto de la unión, nos autoriza a evaluar la expresión (2.6) correspondiente a la constante de tiempo asociada a los centros profundos sin ningún tipo de aproximación. Como veremos más adelante, este hecho tiene una gran influencia sobre la pendiente de las curvas de densidad espectral obtenidas, de tal modo que se pasa de tener una dependencia con la frecuencia del tipo \( f^2 \) a otra del tipo \( f^\alpha \) con \( \alpha \) menor que 2.

Llegados a este punto, sólo necesitamos conocer la densidad de impurezas donadoras en el borde de la región de depleción de la zona N, \( N_D(x_n) \), y evaluar la integral que aparece en la expresión (2.20).

II.5.- COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

La comparación entre los resultados obtenidos mediante el procedimiento numérico expuesto con anterioridad y los resultados experimentales presentados por diferentes autores se hace necesario para poder comprobar la validez del método desarrollado. Entre los resultados experimentales que nos han sido más útiles, pues en ellos se consideran distintos tipos de centros y distintas condiciones de trabajo, podemos citar los presentados por Lauritzen [Lauritzen P., 1965], Fu [Fu H.S., 1969] y por Ng [Ng S.H., 1992].

En el primer caso [Lauritzen P., 1965], se utilizó un JFET dopado intencionadamente con oro donde el elevado número de centros activos en procesos g-r constituyen la fuente predominante de ruido en baja frecuencia. Los datos extraídos de esta experiencia se muestran mediante círculos en la figura 2-9. En el eje de ordenadas se representa la resistencia de ruido tal y como se definió en la expresión (2.21).

43
II - Ruido g-r en JFETs

La resistencia de ruido muestra una región independiente de la frecuencia, para valores inferiores a 100Hz, y una dependencia del tipo $1/f^2$ para frecuencias superiores a ésta. No obstante, la transición entre ambos comportamientos se extiende sobre un amplio rango de frecuencias donde no se comporta como correspondería a una Lorentziana pura. Este resultado no puede explicarse satisfactoriamente con la teoría clásica desarrollada por Sah donde se hace uso de una única constante de tiempo. Por otra parte, los datos obtenidos por Fu y Sah [Fu H.S., 1969] se representan en forma de cuadros en la figura 2-9. Los propios autores advierten que para frecuencias en el rango de los kilohertzios la pendiente de la curva es menor de la esperada para un comportamiento lorentziano puro. Junto a los símbolos de la figura 2-9, representativos de los resultados experimentales, se encuentran en líneas continuas los resultados de nuestra simulación. De ambas representaciones puede concluirse el buen acuerdo existente entre teoría y experiencia.

![Figura 2-9: Espectro de ruido en baja frecuencia medido en el laboratorio. Los cuadros representan los datos proporcionados por Fu [Fu H.S., 1969] y los círculos los datos de Lauritzen [Lauritzen P., 1965]. La línea continua da cuenta de la simulación numérica para un JFET polarizado con una tensión nula de puerta. Los resultados numéricos han sido desplazados verticalmente para conseguir el ajuste en la región plana.](image-url)
En la figura 2-9 se observa que la frecuencia característica para la cual la resistencia de ruido abandona la amplitud constante y comienza a disminuir es común en las dos experiencias aunque los dispositivos empleados sean diferentes. No obstante, el centro profundo utilizado es oro en los dos casos. Esta frecuencia característica, $f_c$, dependerá por tanto con exclusividad, de las impurezas utilizadas, en concreto esta frecuencia se corresponde con $f_c = 1/2 \pi \tau_{\text{max}} = (c_n n_1 + c_p p_1)$. Para el centro aceptador del oro sabemos que $E_c-E_T = 0.55 \text{eV}$, $c_n = \sigma_n v_{thn}$ y $c_p = \sigma_p v_{thp}$, donde $\sigma_n$ y $\sigma_p$ son las secciones eficaces de captura térmica de electrones y huecos y $v_{thn}$ y $v_{thp}$ las velocidades térmicas para electrones y huecos en el silicio. Los valores de estas magnitudes son conocidos y sustituyéndolos en la expresión de $f_c$ se comprueba que la frecuencia característica coincide con el valor experimental.

Ng y Surya [Ng S.H., 1992], llevaron a cabo experiencias sobre JFETS de Silicio de canal P y N. Se trata de datos muy recientes y procedentes de dispositivos disponibles comercialmente. En este caso, el centro profundo empleado no fue el oro, de modo que estos datos junto con los correspondientes al oro nos permitirán estudiar la influencia de la posición energética del nivel profundo considerado. A su vez, la utilización de la tensión inversa aplicada a la puerta como parámetro variable nos ayudará a analizar el papel de la tensión de puerta sobre la densidad espectral.

Los datos que nos proporcionan estos autores nos indican que se trata de dispositivos de canal N con longitud 15$\mu$m, espesor 2$\mu$m, anchura 260$\mu$m y la concentración de dopado en el canal de conducción es aproximadamente $10^{15}$cm$^{-3}$. A partir de la pendiente de una gráfica de tipo Arrhenius, similar a la mostrada en la figura 2-6, se pudo determinar la energía de activación de las trampas en $E_c-E_T = 0.36 \text{eV}$ y además se estimó la concentración de dichos centros en un valor próximo a $10^{12}$cm$^{-3}$. La densidad espectral de ruido asociada a las fluctuaciones en la tensión drenador-fuente, $S_{VDS}(\omega)$, fueron medidas para tres tensiones de puerta diferentes, -0.1, -0.2 y -0.3V. Las medidas se realizaron a temperatura ambiente y con tensión drenador-fuente de 0.1V. En la figura 2-10 se representa la densidad espectral de ruido de las fluctuaciones de la tensión drenador-fuente para un JFET de canal N. La curva (1) corresponde a $V_G = -0.1 \text{V}$, la curva (2) a $V_G = -0.2 \text{V}$ y la curva (3) a $V_G = -0.3 \text{V}$. 

45
II - Ruido g-r en JFETs

Los cuadros muestran los resultados experimentales y en línea continua los valores calculados mediante nuestro procedimiento numérico.

Figura 2-10: Densidad espectral de ruido medida en un JFET de canal N para tres tensiones de puerta aplicadas: (1) -0.1V, (2) -0.2V y (3) -0.3V y \( V_{DS} = 0.1V \). Los cuadros representan los resultados experimentales [Ng S.H., 1992] y en línea continua los valores calculados.

Como es habitual, la densidad espectral es constante para bajas frecuencias y cae rápidamente al sobrepasar la frecuencia de corte, \( f_c \), como es característico de los procesos g-r. No obstante, esa reducción se produce según un comportamiento \( f^\alpha \) donde \( \alpha \) es menor que 2. Los autores de estas medidas sugieren la posibilidad de que otras trampas con frecuencias de corte superiores se vean involucradas en este proceso. No obstante, se ha podido comprobar en este trabajo que no es necesaria la inclusión de nuevos niveles profundos, puesto que, como demostraremos a continuación, el único nivel utilizado es suficiente para reproducir los resultados experimentales.

Es importante hacer notar que la densidad espectral de ruido obtenida experimentalmente disminuye con una pendiente más suave que la correspondiente a una Lorentziana pura. Para explicar este resultado, hemos considerado un JFET formado por dos uniones P+N idénticas con una concentración uniforme de niveles profundos donde se ha evaluado la densidad espectral de ruido en dos situaciones diferentes como puede observarse
en la figura 2-11.

![Diagrama](image)

**Figura 2-11:** Densidad espectral de ruido en unidades arbitrarias, en función de la frecuencia para un JFET de canal N formado por dos uniones P*N idénticas. La curva (1) se calculó para un valor fijo de la constante de tiempo, \( \tau \). La curva (2) se calculó con \( \tau \) como función de la posición, es decir, teniendo en cuenta la variación en la concentración de electrones y huecos. Las dos curvas fueron desplazadas verticalmente para distinguirlas claramente. La línea discontinua representa la pendiente en cada caso.

En el primer caso, curva (1), la constante de tiempo, \( \tau(x) \), se fijó a un valor constante correspondiente a su máximo, \( \tau_{\text{max}} \), (ecuación 2.6). Esto es equivalente a considerar que la concentración de portadores libres es despreciable en la región donde se evalúa \( \tau(x) \). Para el segundo caso, curva (2) de la figura 2-11, se tomó la constante de tiempo como una función de la posición, esto es, se tuvo en cuenta la variación de la concentración de electrones y huecos a lo largo de la unión en el momento de calcular la constante de tiempo. Finalmente, para presentar los resultados en la figura 2-11, se desplazó verticalmente la densidad espectral de ruido evaluada en cada caso para poder distinguir las dos curvas claramente. Las líneas discontinuas son útiles como guías para indicar la pendiente, diferente en cada caso. Así, en la curva (1) se empleó sólo un valor de la constante de tiempo mientras en la curva (2) la influencia de los portadores libres introduce otros valores menores de la constante de tiempo, \( \tau(x) \), que contribuyen en frecuencias más elevadas. Por consiguiente, la variación del valor
II - Ruido g-r en JFETs

de la constante de tiempo con la posición debido al cambio que sufren las concentraciones de electrones y huecos a lo largo de toda la estructura es suficiente para obtener una pendiente más suave de la que correspondería a una Lorentziana pura. Una conclusión importante que podemos extraer es que no se necesita considerar la presencia de otros centros para explicar este comportamiento, aunque ésta no es una condición necesaria pues como ya se vio en la figura 2-7 la presencia de varios tipos de centros también modifica esta pendiente a altas frecuencias.

II.6.- RESULTADOS

Una vez que el procedimiento numérico se ha comparado satisfactoriamente con resultados experimentales, éste se aplicó para analizar el ruido g-r en un transistor JFET en el cual se van a modificar diferentes parámetros de la estructura con objeto de estudiar su influencia sobre medidas de la densidad espectral de ruido. Para ello comenzaremos considerando un JFET de canal N fabricado mediante un proceso de implantación iónica. Este tipo de transistores pueden crearse utilizando una tecnología similar a la empleada en la fabricación de transistores bipolares sin necesidad de añadir pasos extra en el proceso de fabricación [Wong W.W., 1992]. El perfil del dopado finalmente obtenido se muestra en la figura 2-12 donde el substrato se caracteriza por una concentración uniforme igual a $10^{15}$cm$^{-3}$. La región del canal y la puerta superior poseen un dopado función de la posición con un pico de concentración de impurezas de $10^{17}$cm$^{-3}$ para el canal y $4\times10^{17}$cm$^{-3}$ para la puerta superior. Siguiendo este proceso se han desarrollado dispositivos con una longitud de canal de $8\mu$m y de $2\mu$m. Es bastante complicado fabricar este tipo de dispositivos compatibles con transistores bipolares, con una longitud de canal inferior a $2\mu$m debido a la dificultad existente en el control de las difusiones laterales de drenador y fuente.
Figura 2-12: Perfil del dopado para un JFET de canal N. La densidad de dopado del substrato es de $10^{16}$cm$^{-3}$. Para el canal y la puerta superior se realizaron dos implantaciones iónicas obteniendo un pico de concentración de $10^{17}$cm$^{-3}$ para el canal y $4x10^{17}$cm$^{-3}$ en la región P superior.

A continuación, vamos a analizar la influencia que sobre la densidad espectral de ruido g-r tienen diferentes elementos tales como el perfil del dopado, la concentración de impurezas profundas y poco profundas, así como la posición energética de los centros en la banda prohibida del silicio. Queremos hacer notar, antes de presentar ningún resultado, que en todos ellos hemos considerado la temperatura ambiente como la temperatura de trabajo. Modificaremos otros parámetros para analizar su influencia pero la temperatura siempre la consideraremos constante.

II.6.1.- Influencia del modelo de perfil de dopado sobre el ruido g-r

Antes de realizar un estudio en profundidad de un dispositivo electrónico, es muy conveniente simplificar la estructura del dispositivo para así facilitar su estudio. En concreto, para simplificar el análisis de aquellos transistores cuya concentración de impurezas en el canal y en la puerta superior son dependientes de la posición, se suelen utilizar uniones abruptas entre el canal y las puertas superior e inferior. Para nuestro caso hemos propuesto un modelo
equivalente de perfil uniforme [Godoy A., 1996], representado en línea continua en la figura 2-13, donde la densidad de dopado para la puerta superior, $N_{TG}$, y para el canal, $N_{Ch}$, se definen como

$$N_{TG} = \frac{1}{x_1} \int_{x_0}^{x_1} N(x)dx$$  \hspace{1cm}  $$N_{Ch} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} N(x)dx \quad (2.29)$$

donde $N(x) = |N_D(x) - N_A(x)|$ es la concentración neta de dopado, donadores menos aceptadores, $x_1$ es el espesor de la puerta superior y $x_2 - x_1$ el espesor del canal (figura 2-13).

Figura 2-13: Perfil del dopado para un JFET de canal N. En línea discontinua se representa el perfil implantado y en línea continua el perfil uniforme equivalente. $x_1$ es el espesor de la puerta superior y $x_2 - x_1$ el espesor del canal.

Con esta definición del perfil uniforme equivalente al implantado original, en realidad estaremos trabajando con dos dispositivos diferentes, cada uno de ellos con un perfil de impurezas poco profundas distinto. Obviamente nuestro propósito es que las diferencias sean mínimas de tal modo que se hiciera indistinguible el trabajar con cualquiera de los dos. Para poder estudiar sus semejanzas y diferencias vamos a analizar en primer lugar el efecto que
sobre ambos perfiles provoca la concentración de impurezas profundas. Para ello hemos considerado un amplio rango de valores, desde la ausencia de los mismos, \( N_T = 0 \text{ cm}^{-3} \), hasta un valor máximo de \( 10^{16} \text{ cm}^{-3} \). En esta comparación vamos a fijar nuestra atención en dos parámetros diferentes, en primer lugar la anchura efectiva del canal que, como sabemos, es un factor fundamental en la determinación de las características eléctricas del JFET y en segundo lugar la densidad espectral de las fluctuaciones de la tensión drenador-fuente.

Los resultados obtenidos demuestran que para densidades de impurezas profundas del orden de \( 10^{14} \text{ cm}^{-3} \) o inferiores la diferencia en la anchura de canal entre ambos perfiles es inferior al 5% y que por tanto las características eléctricas no se diferencian significativamente. Sin embargo, la densidad espectral de las fluctuaciones es muy sensible al tipo de perfil empleado, como veremos más adelante en este mismo rango de concentraciones. Por encima de \( 10^{14} \text{ cm}^{-3} \) existen diferencias tanto en la densidad espectral en particular, como en las demás magnitudes eléctricas que caracterizan el dispositivo en general. Para explicar este comportamiento debemos tener en cuenta el efecto provocado por la compensación de las impurezas poco profundas cuando la concentración de centros es suficientemente elevada. No obstante, este tema se tratará con mayor detalle en la sección II.6.2.

Para ver que la magnitud de ruido g-r evaluado es diferente dependiendo del tipo de perfil empleado vamos a estudiar la densidad espectral de ruido en función de \( N_T \). Cuando el valor de \( N_T \) es bajo, el crecimiento de \( S_{vds}(\omega) \) es proporcional al aumento de \( N_T \). Sin embargo, para valores elevados este comportamiento desaparece en el perfil implantado. Para analizar en profundidad este hecho se han considerado tres concentraciones diferentes de centros profundos y los distintos valores de la densidad espectral calculados para cada perfil se representan en la figura 2-14.
Figura 2-14: Densidad espectral de ruido, $S_{VDS}(V^2/Hz)$, evaluada en un JFET con un perfil implantado y otro uniforme. La curva (1) corresponde a una concentración de impurezas profundas de $10^{14}$cm$^{-3}$, la curva (2) corresponde a $N_T = 10^{15}$cm$^{-3}$ y finalmente la curva (3) a $N_T = 10^{16}$cm$^{-3}$.

Para la figura de la izquierda el perfil utilizado fue el implantado mientras que para el perfil de la derecha el perfil utilizado fue el uniforme. La curva (1) corresponde a una concentración de impurezas profundas de $10^{14}$cm$^{-3}$, la curva (2) corresponde a $N_T = 10^{15}$cm$^{-3}$ y la curva (3) a $N_T = 10^{16}$cm$^{-3}$. Las diferencias existentes entre ambos perfiles se hacen evidentes si se contempla esta figura. Así podemos comprobar como para el perfil implantado, la densidad espectral de ruido no aumenta en una proporción semejante a la densidad de centros mientras que para el perfil abrupto el crecimiento de $S_{VDS}(V^2/Hz)$ es muy semejante al de $N_T$.

II.6.1.1.- Influencia del perfil para una concentración constante de centros profundos

Aunque hemos visto que para bajas concentraciones de centros el aumento de la densidad espectral es similar para los dos perfiles, no es así para su valor absoluto. Para ver este hecho vamos a fijar la concentración de centros a un valor de $10^{14}$cm$^{-3}$. En la figura 2-14 se ha representado la densidad espectral de ruido calculada para la estructura completa, sin embargo, es interesante analizar por separado la contribución de cada una de las uniones. Para constatar este hecho, se puede observar la figura 2-15 donde hemos representado la
densidad espectral evaluada en la unión superior, curvas (1), y en la unión inferior, curvas (2), para los dos perfiles analizados, línea discontinua para el perfil implantado y línea continua para el perfil uniforme.

![Gráfico de densidad espectral de ruido](image)

Figura 2-15: Densidad espectral de ruido, $S_{vdd}(V^2/Hz)$, evaluada en la puerta superior, (1), y en la puerta inferior, (2), para los dos perfiles del dopado. La línea discontinua representa al perfil implantado y la línea continua al uniforme. La concentración de centros profundos utilizada fue de $N_T=10^{14}$ cm$^{-3}$.

De esta representación podemos extraer algunas conclusiones interesantes. En primer lugar se comprueba que la contribución de la unión inferior supera a la de la unión superior en los dos casos estudiados. Este importante resultado coincide con lo calculado previamente por Fu y Sah [Fu H.S., 1969] aunque la explicación dada por estos autores no coincide plenamente con la nuestra. De hecho ahí se concluía que eran necesarias uniones P$^+$N abruptas para reducir el ruido y vemos que ésto no se cumple íntegramente. Efectivamente la unión P$^+$N superior presenta menos ruido pero, sin embargo, el perfil abrupto equivalente tiene una magnitud algo mayor que el perfil gardual real. A continuación vamos a tratar este punto con más detenimiento.

La mayor contribución al ruido total de la unión inferior se debe a la mayor extensión de la región de carga espacial de dicha unión respecto a la unión superior. Este fenómeno
tiene su origen en la diferencia existente en los dopados de las distintas regiones. En la unión formada por la puerta superior y el canal, los dopados son elevados mientras que la baja concentración de impurezas del substrato origina la mayor extensión de la zona de vaciamiento. Como muy bien señalan Fu y Sah en su trabajo [Fu H.S., 1969], la contribución del término \( \left( \frac{x-x_n}{x_p-x_n} \right)^2 \) dentro de la expresión (2.20) es mayor en la unión inferior que en la superior, independientemente del perfil del dopado empleado. Sin embargo, hemos comprobado en nuestro trabajo que el factor \( f_r(1-f_r) \) también juega un papel importante y debe ser tenido en cuenta para poder explicar estas diferencias. Esta función adopta forma de campana más o menos picuda dependiendo de la anchura de la región vacía de portadores móviles y por tanto, de la concentración de impurezas en las distintas regiones del transistor. Este hecho aparece reflejado en la figura 2-16 donde se representa \( f_r(1-f_r) \) en función de la posición.

Figura 2-16: Distribución de la función \( f_r(x)(1-f_r(x)) \) en la dirección transversal al canal. La línea continua representa al perfil uniforme y la línea discontinua al implantado. En este caso se utilizó una concentración de centros profundos de \( N_i=10^{14} \text{ cm}^3 \).

Quedan claras las diferencias existentes entre ambas uniones puesto que el área encerrada por dicha función es mucho mayor en la unión inferior debido a la mayor extensión
II - Ruido g-r en JFETs

del región de carga espacial.

Por otra parte, de la figura 2-15 se comprueba la tendencia contraria existente entre los dos perfiles analizados. Así para la unión superior tenemos que el ruido generado por el perfil uniforme (línea continua) está por encima del creado por el perfil implantado (línea discontinua). Este fenómeno, sin embargo, se invierte cuando se analiza la unión inferior. Por último, debemos hacer notar que los resultados calculados para la unión superior (curvas (1)) son muy similares entre sí, aunque no ocurre lo mismo para la unión canal-substrato (curvas (2)) donde las curvas se separan en más de una década.

Para cuantificar estas discrepancias, se han calculado los cocientes de las densidades espectrales evaluadas en la región plana [Godoy A., 1996], a una frecuencia de 5Hz, correspondientes al perfil implantado real (imp) y el modelado como abrupto (ab) en las dos uniones tal y como se muestra en la Tabla II-I en la fila $S_{VDs}(imp)/S_{VDs}(ab)$.

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>Unión superior</th>
<th>Unión inferior</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$S_{VDs}(imp)/S_{VDs}(ab)$</td>
<td>0.58</td>
<td>27.33</td>
</tr>
<tr>
<td>$A(imp)/A(ab)$</td>
<td>1.60</td>
<td>1.05</td>
</tr>
<tr>
<td>$B(imp)/B(ab)$</td>
<td>0.50</td>
<td>24.9</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tabla II-I: Comparación del cociente de los factores $A(x_{max})$ y $B(x_{max})$ para el perfil implantado, (imp), y abrupto, (ab), con los valores de plateau de $S_{VDs}$ (5Hz). Los valores de $S_{VDs}(5Hz)$ fueron tomados de la Figura 2-10.

Para estudiar estas diferencias hemos tratado de simplificar este estudio del siguiente modo. Como es bien conocido, $f_r(1-f_r)$ es una función muy picuda [Folkes P.A., 1989] con un valor máximo de 0.25 localizado en el punto donde el nivel de Fermi se cruza con el nivel de la trampa. Así pues, podemos substituir dicha función por otra del tipo delta de Dirac centrada en el punto donde $E_F = E_T$. Puesto que este punto está localizado en el interior de la
región de depleción entonces tendremos que, n=1 y p=1 y por tanto podremos aproximar la constante de tiempo τ por su valor máximo, \( \tau = \tau_{\text{max}} = 1/(c_n n_1 + c_p p_1) \). Teniendo presente estas aproximaciones, se concluye que la expresión (2.20) puede aproximarse por

\[
S_{V_s} \approx \frac{V_{DS}^3}{W L_b^2 N_D^2(x_n)} \frac{(x_{\text{max}} - x_p)^2}{(x_n - x_p)^2} \tau_{\text{max}}. \tag{2.30}
\]

Esta expresión más simple nos permitirá comprender los resultados anteriores. Las discrepancias entre los dos modelos de perfil pueden ser explicadas mediante el valor de la densidad de dopado evaluada en el borde de la región de depleción de la zona \( n \), \( N_D(x_n) \), y por la posición del máximo de la función \( f_\tau(1-f_\tau) \) como se refleja en la figura 2-16, donde representamos \( f_\tau(1-f_\tau) \) en la dirección perpendicular al canal para un perfil implantado (línea discontinua) y otro uniforme (línea continua).

De la figura 2-16 puede observarse como el máximo se encuentra más alejado de las uniones metalúrgicas cuando el perfil considerado es uniforme (línea continua). Este desplazamiento produce un efecto diferente sobre ambas uniones. Para explicar estas diferencias nos hemos centrado en los siguientes factores extraídos de la expresión (2-30)

\[
A(x_{\text{max}}) = \frac{(x_{\text{max}} - x_p)^2}{(x_n - x_p)^2} \quad B(x_{\text{max}}) = \frac{A(x_{\text{max}})}{N_D^2(x_n)}. \tag{2.31}
\]

\( A(x) \) evalúa la contribución del cuadrado de la posición del máximo, donde se ha tomado como origen el borde de la región de depleción de la zona \( P \), \( x_p \), y se normaliza a la anchura de la región de vaciamiento, que es la región de la estructura donde se evalúa la densidad espectral de ruido. Observando \( A(x_{\text{max}}) \) podemos comprobar que si el máximo de \( f_\tau(1-f_\tau) \) se produce en \( x_p \), este término se anula. Sin embargo, alcanza su valor máximo igual a la unidad cuando dicho máximo se produce justamente en el borde de la región de depleción de la zona \( N \), \( x_n \). \( B(x_{\text{max}}) \) incluye además el efecto de la densidad de dopado en el canal.
II - Ruido g-r en JFETs

$N_d(x_n)$. Estos factores han sido evaluados en el punto donde $f_c(1-f_c)$ alcanza su valor máximo ($x = x_{\text{max}}$) en los cuatro casos representados en la figura 2-16. De la tabla II-I se comprueba que el cociente del factor $A(x_{\text{max}})$ entre el perfil implantado y el uniforme es mayor para la unión superior, aunque el desplazamiento absoluto sea mayor en la unión inferior (figura 2-16). Es por esto que podría pensarse que el ruido en la puerta superior con un perfil implantado sería mayor que para el caso uniforme si sólo se considerara este factor. No obstante, el término $1/N^2_d(x_n)$ reduce el ruido en este caso puesto que $N_d(x_n) > N_{\text{th}}$. Por el contrario, en la unión inferior, el factor $A(x_{\text{max}})$ no tiene ninguna influencia, y el término $N^2_d(x_n)$ se convierte en dominante. Del análisis de $B(x_{\text{max}})$, puede comprobarse como el cociente de este factor entre el perfil implantado y el uniforme es aproximadamente igual al cociente entre los valores de la zona plana de la densidad espectral, $S_{VDS}$ (5Hz), para los dos perfiles, como se muestra en la Tabla II-I. Las ligeras discrepancias son debidas fundamentalmente a pequeñas diferencias en el espesor del canal, $b$, para ambos modelos. De ésto se deduce que la variación en la anchura efectiva del canal entre los dos perfiles es muy pequeña, de modo que no influye significativamente en las características eléctricas del dispositivo y tampoco en los valores calculados de la densidad espectral de ruido aunque existan grandes diferencias globales en esta última magnitud. Es conveniente recordar que estos resultados corresponden a una concentración de impurezas profundas suficientemente reducida como para evitar que los efectos de compensación sean apreciables. En la sección II.6.2. observaremos que para valores de $N_T$ elevados, las características eléctricas del dispositivo sufren alteraciones significativas.

Podemos, por tanto, concluir que aunque el perfil uniforme es una buena aproximación en el sentido de reproducir las magnitudes eléctricas, la densidad espectral de ruido es una magnitud muy sensible al uso de un modelo uniforme aproximado en lugar del perfil real variable con la posición. No obstante, a continuación veremos como estas diferencias entre modelos dependen también de otros parámetros del dispositivo que hasta ahora se han tomado como constantes.
II.6.1.2.- *Influencia del perfil al variar la concentración de impurezas en el substrato*

Para este estudio hemos considerado dispositivos cuya concentración de impurezas acceptoras poco profundas en el substrato \( N_{ub} \) aumenta desde \( 10^{15} \text{cm}^{-3} \) a \( 10^{16} \text{cm}^{-3} \) mientras el dopado tanto en el canal como en la puerta superior permanecen inalterados y \( N_T \) se mantiene constante con un valor de \( 10^{15} \text{cm}^{-3} \) a lo largo de la estructura. Por tanto, puesto que no se producen cambios en la unión superior nos hemos centrado en el estudio de la unión formada por el canal y el substrato. La figura 2-17 muestra la densidad espectral evaluada en la región plana del espectro a una frecuencia de 5Hz, para los diferentes valores de la concentración de dopado de substrato empleados. La línea continua da cuenta de los resultados obtenidos con un perfil uniforme mientras que la línea discontinua representa al perfil implantado. Puede observarse como los valores evaluados en ambos casos tienden a cruzarse para concentraciones elevadas de impurezas acceptoras en el substrato. Si se utilizaran valores más altos de dopado en la puerta inferior, el perfil uniforme produciría más ruido que el implantado tal y como se observó en la unión superior (figura 2-15).

![Figura 2-17: Densidad espectral de ruido en la unión canal-substrato evaluada en la región plana del espectro (frecuencia=5Hz). La línea continua representa al perfil uniforme y la línea discontinua al perfil implantado. En este caso la concentración de impurezas profundas es de \( N_T=10^{15} \text{cm}^{-3} \), y la concentración del substrato \( (N_{ub}) \) crece desde \( 10^{15} \text{cm}^{-3} \) hasta \( 10^{16} \text{cm}^{-3} \).](image-url)
No obstante, debemos señalar que la densidad espectral total evaluada disminuye cuando \( N_{\text{sub}} \) crece. Este fenómeno podemos observarlo con nitidez en la figura 2-18 donde se ha representado la densidad espectral de ruido calculada para la unión canal-substrato con un perfil implantado para tres concentraciones de impurezas en el substrato, \( 10^{15}\text{cm}^{-3} \), \( 5 \times 10^{15}\text{cm}^{-3} \) y \( 10^{16}\text{cm}^{-3} \). Como se comprueba en esta figura, un aumento en \( N_{\text{sub}} \) provoca la reducción de la densidad espectral de ruido calculada.

![Figura 2-18: Densidad espectral de ruido en la unión canal-substrato para tres concentraciones de impurezas diferentes en el substrato. La curva (1) corresponde a \( N_{\text{sub}} = 10^{16}\text{cm}^{-3} \), la curva (2) a \( N_{\text{sub}} = 5 \times 10^{15}\text{cm}^{-3} \) y la curva (3) es para \( N_{\text{sub}} = 10^{15}\text{cm}^{-3} \).](image)

Para explicar este comportamiento, en la figura 2-19 hemos representado el producto de las funciones \( f_T(1-f_T) \) y \( \tau(x) \) a lo largo de esta unión. El producto de estas dos funciones adopta forma de campana y ésta se hace más estrecha y picuda a medida que el dopado del substrato crece, donde la curva (1) corresponde a \( N_{\text{sub}} = 10^{16}\text{cm}^{-3} \), la curva (2) a \( N_{\text{sub}} = 5 \times 10^{15}\text{cm}^{-3} \) y la curva (3) a \( N_{\text{sub}} = 10^{15}\text{cm}^{-3} \).

Teniendo en cuenta los dopados de la unión canal-substrato, ésta se puede considerar como una unión \( N^+P \) y por tanto la anchura de la región de carga espacial dependerá del dopado en el substrato. Cuando \( N_{\text{sub}} \) crece, la región de depleción disminuye su extensión. Por otra parte, el aumento de \( N_{\text{sub}} \) incrementa el potencial barrera. Estos dos factores tienen
como consecuencia que ahora el nivel profundo $E_T(x)$ (donde la dependencia con $x$ indica la curvatura de bandas) varíe con una gran pendiente y se separe más rápido del punto de cruce, $E_T = E_F$, y como consecuencia las funciones $f_T(1-f_T)$ y $T(x)$ decrecen muy rápidamente desde su valor máximo.

Figura 2-19: Producto de funciones $f_T(1-f_T)$ y $T$ para la unión canal-substrato en la dirección transversal a dicha unión. La curva (1) fue calculada para $N_{ne}=10^{14} \text{cm}^{-3}$, la curva (2) a $N_{ne}=5 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$ y la curva (3) a $N_{ne}=10^{15} \text{cm}^{-3}$.

Este hecho se observa en la figura 2-19 y en los resultados mostrados en la figura 2-16. En dicha gráfica, se puede comprobar que para la unión superior, donde se han utilizado valores altos de la densidad de dopado, $f_T(1-f_T)$ se comporta como una función del tipo delta de Dirac. No obstante, en la unión inferior esta función se extiende más, encerrando un área mayor que debe ser incluida en el cálculo de la expresión (2.20). También debemos recordar aquí la importancia que el factor $\frac{1}{b^2} \left( \frac{x-x_p}{x_p-x_n} \right)^2$ tiene en esta discusión. El aumento de la densidad de dopado del substrato reduce la extensión de las regiones de vaciamiento, para una tensión de puerta constante y aumenta la anchura efectiva del canal, $b$, de modo que la contribución de dicho factor disminuye. La importancia de este término quedó manifiesta en
la discusión expuesta al comienzo de este apartado. Por tanto, podemos concluir que el crecimiento de \( N_{\text{Sub}} \) reduce el ruido \( g-r \) evaluado en el dispositivo y que no siempre una transición abrupta produce menos ruido que una gradual.

II.6.2.3.- *Influencia del perfil al variar la concentración de impurezas profundas*

Por otra parte, si \( N_{\text{sub}} \) se mantiene constante en un valor de \( 10^{15}\text{cm}^{-3} \) y ahora es \( N_r \) la magnitud que crece desde \( 10^{14}\text{cm}^{-3} \) hasta \( 10^{16}\text{cm}^{-3} \), el ruido evaluado a bajas frecuencias para los dos tipos de perfil estudiados de nuevo tiende a coincidir como se muestra en la figura 2-20. La explicación a esta tendencia se detalla en la siguiente sección (II.6.2).

\[
\begin{array}{c}
\text{Figura 2-20: Densidad espectral de ruido en la unión canal-substrato evaluada en la región de plateau (frecuencia = 5Hz). La línea continua representa al perfil uniforme y la línea discontinua al perfil implantado. En este caso la concentración del substrato es de } N_{\text{sub}} = 10^{15}\text{cm}^{-3} \text{ y la densidad de impurezas profundas varia desde } 10^{14}\text{cm}^{-3} \text{ hasta } 10^{16}\text{cm}^{-3}.
\end{array}
\]

De todos estos resultados podemos finalmente concluir, que las diferencias y semejanzas encontradas entre los modelos de perfil del dopado empleados, dependen de los parámetros de la estructura en lo que a ruido \( g-r \) respecta. Mientras en algunos casos ambos modelos producen profundas diferencias, en otros casos se alcanza un acuerdo bastante
II - Ruido g-r en JFETs

razonable. En cualquier caso, hay que destacar que no es sólo el valor de la concentración de impurezas en el canal el que influye en la coincidencia o no de los resultados de los dos tipos de perfil sino que también hay que tener en cuenta la posición del máximo de la función $f_r(1-f_r)$ que a su vez viene influenciada por la concentración de centros y de impurezas del substrato.

En conclusión, la densidad espectral de ruido muestra importantes diferencias entre perfiles implantados y uniformes aunque sus características eléctricas sean muy similares. Además, se ha comprobado la importancia de la unión inferior sobre el ruido total evaluado en el transistor y la necesidad de incluirla en los cálculos desarrollados.

II.6.2.- Efecto de la concentración de centros profundos

Para estudiar el efecto de la concentración de niveles profundos sobre la densidad espectral de ruido, hemos considerado un centro profundo de carácter aceptador situado en mitad de la banda prohibida, con una concentración $N_T$ que varía desde $N_T = 10^{14}$ cm$^{-3}$ hasta $N_T = 10^{16}$ cm$^{-3}$ en un JFET con un perfil de impurezas implantado. De este cálculo pudo observarse que el ruido g-r evaluado en la puerta superior aumenta aproximadamente en una razón idéntica a como lo hace $N_T$. Este resultado puede catalogarse como previsible puesto que, como se advierte en la expresión (2.20), la densidad espectral de las fluctuaciones en la tensión drenador-fuente es directamente proporcional a la concentración de impurezas profundas empleadas. No obstante, para la unión inferior se apreció un comportamiento diferente puesto que la densidad espectral no aumenta en la misma proporción que lo hace $N_T$, sino en una razón inferior. Para poder entender este comportamiento, debemos tener en cuenta que cuando $N_T$ alcanza un valor elevado, la razón de compensación de impurezas básicas por los centros profundos es grande, especialmente cerca de la unión metalúrgica donde los dopantes donadores y aceptadores poco profundos se compensan entre sí dando lugar a una concentración neta de portadores libres muy pequeña. Para poder comprender y observar de un modo rápido y directo el proceso del que estamos hablando, se ha
representado en la figura 2-21 la distribución de portadores, tanto electrones como huecos, a través de la estructura, junto con el perfil del dopado empleado.

En esta figura podemos contemplar la distribución de electrones y huecos en la dirección perpendicular al canal para dos concentraciones de impurezas profundas. Cuando \( N_t = 10^{14} \text{cm}^{-3} \) los electrones se muestran en línea continua, curva (1), y los huecos en línea punteada, curva (2). Cuando \( N_t = 10^{16} \text{cm}^{-3} \) los electrones se muestran en línea discontinua larga, curva (3), y los huecos en línea discontinua, curva (4). Además, el perfil del dopado implantado se representa en línea continua por encima de las restantes curvas.

![Diagrama de distribución de portadores](image)

**Figura 2-21:** Distribución de portadores libres en la dirección perpendicular al canal para \( N_t = 10^{14} \text{cm}^{-3} \) (electrones en línea continua, curva (1), y huecos en discontinua corta, curva (2)), y para \( N_t = 10^{16} \text{cm}^{-3} \) (electrones discontinua larga, curva (3), y huecos discontinua media, curva (4)). También se muestra con línea continua por encima del resto, el perfil de las impurezas poco profundas. La flecha indica la extensión de la región de vaciamiento dentro del canal.

La representación conjunta de los electrones y los huecos nos permite calcular aproximadamente la extensión del canal y de las regiones de carga espacial de las dos uniones presentes en la estructura. Si nos centramos en la unión superior observamos que el aumento en la concentración de centros profundos no conlleva variación alguna en la anchura de la región de carga espacial de dicha unión. Sin embargo, podemos comprobar la gran variación
que se produce en la unión canal-substrato cuando $N_T$ crece desde $10^{16}\text{cm}^{-3}$ hasta $10^{16}\text{cm}^{-3}$. Su consecuencia inmediata es una reducción de la anchura del canal, dando lugar a un cambio muy acusado de la característica tensión-corriente del dispositivo y especialmente de la densidad espectral de ruido. Este fenómeno tiene su origen en la combinación de tres factores:

i) Variación de la concentración de impurezas poco profundas con la posición.

ii) Situación energética de los centros profundos en la banda prohibida del silicio.

iii) Baja concentración de dopado en el substrato.

Estos tres factores deben ser tenidos en cuenta simultáneamente porque en caso de omitirse alguno de ellos no se obtendría una interpretación correcta. Como ejemplo concreto de esta necesidad expondremos el caso de la unión superior, donde también se encuentra presente un perfil no constante y se modifica la concentración de la impureza profunda considerada en el mismo rango que se hizo para la unión inferior. Sin embargo, como puede verse en la figura 2-21, los efectos no son iguales debido a la elevada concentración de las impurezas poco profundas presentes tanto en la puerta superior como en el canal, es decir, en este caso no se cumple el punto iii) citado anteriormente. Debemos hacer notar también, que la compensación de las impurezas poco profundas por parte de los centros profundos se encuentra alrededor del 10% en el canal para el valor máximo de $N_T$ empleado, lo cual no es un valor excesivamente alto. No obstante, en los bordes del canal, próximos a las uniones de puerta, el porcentaje puede variar dramáticamente debido a la existencia de regiones donde la concentración de dopado es inferior a la de centros profundos, aunque esto no significa que el semiconductor este sobrecompensado en las dos.

Tal y como se muestra en la figura 2-21, hemos encontrado una compensación efectiva en la puerta inferior, pero no se produce tal compensación en la puerta superior. En esta unión superior la mayor concentración de impurezas aceptadoras poco profundas de la región P provoca que la región de depleción esté localizada principalmente en el canal N, cubriendo de este modo la región donde la concentración de impurezas profundas iguala o supera a la densidad de dopante poco profundo. Puesto que no hay portadores libres presentes, los
centros profundos no pueden capturar electrones y las impurezas profundas no pueden ser cargadas. De este modo, la concentración de electrones y huecos no se modifica cuando \( N_T \) crece, como puede observarse en la figura 2-21. Por el contrario, en la unión inferior, debido a la menor concentración de impurezas aceptoras presentes en el substrato, la región de depleción tiende a situarse casi totalmente en la puerta inferior, como puede comprobarse en la situación correspondiente a \( N_T = 10^{14} \text{cm}^{-3} \). Por tanto, cuando \( N_T \) aumenta hasta \( 10^{16} \text{cm}^{-3} \), el punto para el cual \( N_T \) iguala a la concentración de impurezas donadoras poco profundas queda fuera de la región de carga espacial. Esto implica la existencia de una zona en el canal donde los electrones libres pueden ser capturados por los centros profundos, dando origen a la compensación de las impurezas poco profundas y provocando la extensión de la región de depleción dentro del canal. Esta extensión viene señalada por una flecha en la figura 2-21. Ésta es la razón por la cual no pueden apreciarse diferencias en la puerta superior cuando \( N_T \) aumenta mientras que se pueden observar grandes cambios en la unión canal-substrato.

Si los niveles profundos no estuvieran presentes en el dispositivo, la anchura del canal estaría controlada exclusivamente por la puerta superior debido a que la región de carga espacial de la unión inferior cae principalmente en el substrato \( P \) debido a su baja concentración. Sin embargo, puesto que las regiones de depleción juegan un papel fundamental como origen del ruido \( g-r \) y además las características de los JFETs son muy sensibles al espesor del canal [Sze S., 1981], [Muller R.S., 1986], la variación en las dimensiones del canal como consecuencia del aumento de \( N_T \) no pueden ser despreciables.

De los tres puntos citados como origen del proceso estudiado, hemos analizado en varias ocasiones dos de ellos. En concreto el primero, consistente en la variación con la posición de la concentración de impurezas poco profundas y el tercer, dedicado a la baja concentración de impurezas aceptoras presentes en el substrato. Sin embargo, hasta ahora no hemos hecho mención alguna del segundo punto, dedicado a la posición energética de los centros profundos empleados en este estudio. Para analizar este aspecto, vamos a simular dos centros diferentes. El primero será el oro, cuyo nivel energético se sitúa en mitad de la banda prohibida del silicio, \( E_C-E_T = 0.55 \text{eV} \) [Pals J.A., 1974], y el segundo será un centro, cuyo
nivel energético se localiza mucho más próximo al fondo de la banda de conducción del silicio, como puede ser el caso del platino, situado a 0.23eV [Jiménez-Tejada J.A., 1992a]. El resto de los parámetros del dispositivo son semejantes a los empleados anteriormente aunque ahora compararemos los resultados obtenidos con ambos centros. La primera diferencia destacable entre estos dos casos se puede observar en la figura 2-22 donde hemos representado la concentración de electrones y huecos en el canal, en línea continua cuando el centro empleado es oro y en línea discontinua cuando el centro utilizado es el platino. En la figura de la izquierda la concentración de centros profundos utilizada fue de $10^{14}\text{cm}^{-3}$ mientras que en la figura de la derecha esta concentración es de $10^{16}\text{cm}^{-3}$. Podemos observar como para un valor de la concentración de impurezas igual o inferior a $10^{14}\text{cm}^{-3}$, la concentración de electrones libres en el canal es independiente del tipo de centro empleado y como para una concentración $N_T=10^{16}\text{cm}^{-3}$, la distribución de portadores libres en el canal es claramente diferente. Podemos deducir del mismo modo, que la anchura del canal no será la misma en ambas situaciones.

\begin{figure}[h]
\centering
\includegraphics[width=\textwidth]{figures.png}
\caption{Concentración de electrones en el canal del transistor cuando se utilizan dos centros profundos diferentes (oro y platino) y en concentraciones distintas. Así, en la figura de la izquierda la densidad de centros es de $10^{14}\text{cm}^{-3}$ y en la figura de la derecha es de $10^{16}\text{cm}^{-3}$. En línea continua se muestra la concentración de electrones obtenida cuando el centro empleado fue oro y en línea discontinua para el platino. También se muestra el perfil del dopado.}
\end{figure}
De todo esto se puede concluir que aquellas características del dispositivo que estén determinadas por la anchura del canal, pueden diferenciarse dependiendo de la posición energética del centro empleado. Esta propiedad deberá ser tenida muy en cuenta en aquellos dispositivos electrónicos en los que por alguna causa se incremente la concentración de trampas, como es por ejemplo el caso de muestras sometidas a fuertes dosis de radiación, puesto que su actuación dependerá del tipo de centros generados.

Para explicar las diferencias encontradas entre ambos centros debemos basarnos justamente en la posición energética de los centros, \( E_C - E_T = 0.55 \text{eV} \) para el oro y \( E_C - E_T = 0.23 \text{eV} \) para el platino. Las diferencias en la posición energética del centro originan una variación en el grado de compensación de las impurezas poco profundas. Para aclarar este fenómeno vamos a considerar el punto para el cual el nivel de Fermi, \( E_F \), coincide con el nivel de la impureza \( E_T \) como un lugar de referencia puesto que en dicho punto tendremos la mitad de las impurezas profundas ocupadas. Además, al trabajar a temperatura ambiente supondremos que las impurezas donadoras del canal se encuentran totalmente ionizadas. De este modo tendremos que el valor del dopado del canal en ese punto, y por tanto su situación ya que conocemos el valor del dopado en cada punto, pueden calcularse sin más que considerar que la concentración de impurezas donadoras debe ser igual a la suma de la concentración de electrones libres más la mitad de las impurezas profundas, \( N_T/2 \). Así, cuando \( N_T = 10^{14} \text{cm}^{-3} \) tenemos que \( N_D \) alcanza un valor de \( 3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \) para el platino, que se corresponde aproximadamente también con la concentración de electrones libres cuando el nivel de Fermi se sitúa a \( 0.23 \text{eV} \) del fondo de la banda de conducción; y para el caso del oro el valor de \( N_D \) para el cual la mitad de las impurezas profundas están ionizadas es \( 5 \times 10^{13} \text{cm}^{-3} \), que coincide con la mitad de las impurezas profundas. Por otra parte, cuando \( N_T = 10^{16} \text{cm}^{-3} \), \( N_D \) alcanza un valor de \( 8 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \) para el platino, donde ahora el término \( N_T/2 \) supera al valor de la concentración de portadores libres. Para el oro \( N_D \) alcanza un valor de \( 5 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \), que de nuevo coincide con el valor correspondiente a la mitad de las impurezas profundas. El cambio producido en el valor del dopado de impurezas donadoras para el platino no es muy acusado y si tenemos en cuenta que se trata de una representación logarítmica, podemos entender por qué la variación entre ambas situaciones es pequeña. Ésto
II - Ruido g-r en JFETs

significa que si la posición energética del centro se encuentra próxima a la banda de conducción, la variación de su concentración no conlleva variación apreciable en la anchura del canal. Sin embargo, la situación del oro es muy diferente si observamos que se produce un cambio de dos ordenes de magnitud en la concentración de $N_D$ para la cual $N_T^+ = N_T/2$, lo que origina que el punto donde ocurre esta circunstancia esté desplazado y por tanto la anchura del canal sea sensible a una variación de la concentración.

II.6.3.- Localización de la región de máxima contribución al ruido

A parte del hecho conocido de que la unión inferior domina la densidad espectral de ruido debido a la asimetría de la estructura [Fu H.S., 1969], acabamos de analizar otra situación que indica la importancia de esta unión, a saber, la presencia de una elevada concentración de centros profundos. Además, otro fenómeno que no está totalmente claro es si la principal contribución al ruido total está localizada en el canal (región N) o en el substrato (región P) de la unión inferior. Los cálculos usuales tienden a localizar el origen del ruido en el canal. Nosotros hemos observado, no obstante, que esta suposición no es válida siempre [Godoy A., 1997b]. Para comprobar este suceso, hemos evaluado la densidad espectral de ruido de la unión canal-substrato en la región plana del espectro (5Hz), en la región N (desde el borde de la región de depleción de la zona N hasta la unión metalúrgica) y en la región P (desde la unión metalúrgica hasta el borde de la región de depleción de la zona P) determinando de este modo qué región produce una mayor contribución al ruido g-r bajo diferentes condiciones de funcionamiento.

Para llevar a cabo este cálculo se ha mantenido constante la concentración de un nivel profundo aceptador cuyo nivel energético se sitúa en mitad de la banda prohibida con un valor de $N_T = 10^{15}$cm$^{-3}$ y la concentración del substrato fue modificada desde $N_{sub} = 10^{15}$cm$^{-3}$ hasta $N_{sub} = 10^{16}$cm$^{-3}$. Como se muestra en la figura 2-23, para valores bajos de la concentración del substrato, la región P es claramente dominante, y por tanto el ruido evaluado en toda la unión se concentra en esa región. Sin embargo, cuando $N_{sub}$ crece, la región de depleción de la zona
N aumenta provocando que la contribución de esa región crezca. Además, la densidad espectral evaluada en la región P se reduce. Para el rango de valores más alto considerado, $N_{\text{sub}}=10^{16}\text{cm}^{-3}$, el papel de ambas regiones se intercambiaría.

![Diagrama de densidad espectral de ruido](image)

**Figura 2-23:** Densidad espectral de ruido en las regiones P y N de la unión canal-substrato en función de la concentración del substrato para un nivel situado en midgap con una concentración de $10^{15}\text{cm}^{-3}$. La densidad espectral de ruido se evaluó a una frecuencia de 5Hz (región plana).

Esta variación relativa en la contribución de cada región puede ser explicada haciendo uso nuevamente de la función $f_1(1-f_2)$. Para valores bajos de $N_{\text{sub}}$ el máximo de esa función se localiza en la región P. Cuando $N_{\text{sub}}$ aumenta, ese punto se desplaza desde la región P a la N. Por tanto, puede concluirse que ambas regiones deben ser incluidas para calcular la densidad espectral de ruido y todas aquellas aproximaciones que sólo tienen en cuenta una única región deberían ser comprobadas cuidadosamente [Godoy A., 1997d].

Finalmente, también hemos estudiado la influencia de la posición energética de los centros empleados en la localización de la región de máxima contribución. En las secciones previas el nivel profundo utilizado se encontraba situado en mitad de la banda prohibida. Ahora vamos a utilizar un centro menos profundo, $E_C - E_F = 0.23\text{eV}$, y la concentración del substrato será nuevamente modificada desde $N_{\text{sub}}=10^{15}\text{cm}^{-3}$ hasta $N_{\text{sub}}=10^{16}\text{cm}^{-3}$. Para estas
condiciones de trabajo calculamos las contribuciones de las regiones P y N de la unión canal-substrato, representándose en la figura 2-24.

![Diagrama de densidad espectral de ruido](image)

**Figura 2-24**: Densidad espectral de ruido en las regiones P y N de la unión canal-substrato en función de la concentración del substrato para un centro profundo con un nivel energético situado a 0.23eV del fondo de la banda de conducción y una concentración de $10^{15}$cm$^{-3}$.

Debemos destacar cómo en este caso, la región N es dominante incluso para los valores más bajos considerados de concentración de impurezas en el substrato. El nivel energético del centro empleado se localiza suficientemente próximo al fondo de la banda de conducción del semiconductor para que el punto donde $E_T = E_F$ se sitúe en la región N para todo el rango de valores de $N_{sub}$ considerado.

Podemos concluir a la vista de los resultados presentados que bajo las mismas condiciones, la posición energética del centro profundo utilizado es suficiente para modificar la localización de la región donde la contribución al ruido g-r evaluado es máxima. Por tanto, las suposiciones válidas en unos casos dejan serlo en otros y pueden conducir a resultados erróneos.
II.6.4.- Influencia de la polarización de puerta sobre la densidad espectral de ruido

Para finalizar, vamos a estudiar la influencia que sobre la densidad espectral de ruido tiene la tensión inversa aplicada entre puerta y canal. Para ello vamos a seguir utilizando un transistor de efecto campo de unión aunque con diferentes perfiles de impurezas poco profundas pues como veremos a continuación este factor influye notablemente en los resultados obtenidos. En primer lugar consideraremos un JFET con las siguientes características: el dopado en la puerta superior es constante e igual a $10^{17}$cm$^{-3}$, el dopado en el canal es uniforme y su valor se considera como un parámetro variable y finalmente el dopado del substrato es de $10^{15}$cm$^{-3}$. Para todos los casos abordados en este apartado fijaremos la concentración de impurezas profundas en un valor de $10^{12}$cm$^{-3}$, asegurando de este modo que siempre se encuentra muy por debajo de la concentración de impurezas donadoras para evitar la posibilidad de que la compensación de dichas impurezas influya en el resultado final. La anchura de la puerta superior e inferior será de 5 micras y la anchura del canal 2 micras. Para este trabajo, elegimos de nuevo un centro próximo a la mitad de la banda prohibida y otro próximo a la banda de conducción (oro y platino respectivamente). Con esta elección conseguimos cumplir simultáneamente diferentes requisitos. Por una parte, estaremos utilizando centros empleados comúnmente en el proceso de producción de los dispositivos electrónicos. Por otra parte, estaremos considerando distintas localizaciones de centros en el interior de la banda prohibida del silicio. De este modo podremos estudiar simultáneamente la influencia que la posición energética del centro ejerce sobre el ruido g-r evaluado en el dispositivo. Las características de este transistor son muy similares a las descritas por Ng y Surya [Ng S.H., 1992] para los dispositivos comerciales empleados por ellos en sus medidas experimentales. Con ésto pretendemos que los dispositivos y las situaciones estudiadas sean siempre lo más próximas posibles a aquellas que pueden encontrarse en la realidad. En estas condiciones, vamos a estudiar el comportamiento de la densidad espectral de las fluctuaciones de la tensión drenador-fuente cuando la tensión inversa aplicada a las puertas se modifica y el dopado del canal toma diferentes valores. Por supuesto, la tensión drenador-fuente será siempre lo suficientemente pequeña como para poder considerar que el canal es uniforme en toda su extensión.
II - Ruido g-r en JFETs

En primer lugar utilizaremos una concentración de impurezas donadoras en el canal de \( N_d = 10^{15} \text{cm}^{-3} \) y dos tensiones diferentes aplicadas en las puertas del dispositivo, \( V_G = -0.1 \text{V} \) y \( V_G = -0.2 \text{V} \). Con estos valores pequeños de la tensión de puerta aseguramos que el canal nunca se estrangule y se encuentre siempre en la región lineal de operación. Este cálculo se realizó, como puede observarse en la figura 2-25, tanto para el oro, figura de la izquierda, como para el platino, figura de la derecha. En todas las situaciones estudiadas se comprobó que la densidad espectral evaluada para una tensión de puerta de -0.1V, representada en línea continua, es inferior a la evaluada con una tensión de puerta de -0.2V, línea discontinua. Este comportamiento es semejante al que se había constatado experimentalmente con anterioridad [Ng S.H., 1992].

![Gráficos de densidad espectral de ruido](image)

Figura 2-25: Densidad espectral de ruido evaluada en un JFET con una concentración de dopante en el canal de \( 10^{15} \text{cm}^{-3} \). La línea continua representa la situación para la cual la tensión inversa aplicada es de -0.1V y la línea discontinua para -0.2V. En la figura de la izquierda el centro profundo empleado fue el oro y en la figura de la derecha el centro empleado fue el platino. En ambos casos el aumento de la tensión inversa aplicada provoca un aumento de la densidad espectral calculada.

Es interesante observar aquí la distribución de la función \( f_r(1-f_r) \) a lo largo de la estructura en la dirección transversal al canal, desde la puerta superior hasta el substrato. En la figura 2-26 se ha representado dicha función para las dos tensiones inversas aplicadas entre puerta y canal, -0.1V en línea continua y -0.2V en línea discontinua y se han considerado dos centros diferentes, oro en la figura de la izquierda y platino en la de la derecha.
Puede observarse en esta figura la tendencia contraria propiciada por el aumento de $V_{GS}$. Así para el oro, al hacer la tensión aplicada más negativa se produce una mayor extensión de la función $f_t(1-f_t)$ de modo que encierra un área mayor y aumenta su contribución al integrar sobre la región de carga espacial. Sin embargo, para el platino se observa una contracción de la función bajo estudio cuando $V_{GS}$ crece de manera que al calcular su contribución en la región de depleción está disminuirá. No obstante, como sabemos de los resultados presentados en la figura 2-25 la densidad espectral total evaluada crece. Parece por tanto, que existen tendencias contrarias que explicaremos más adelante.

![Figura 2-26: Función $f_t(1-f_t)$ evaluada en un JFET con una concentración de dopante en el canal de $10^{15}$cm$^{-3}$. La línea continua representa la situación para la cual la tensión inversa aplicada es de -0.1V y la línea discontinua para -0.2V. En la figura de la izquierda el centro profundo empleado fue el oro y en la figura de la derecha platino. El aumento de la tensión inversa aplicada provoca un comportamiento contrario para los dos centros empleados.](image)

Antes vamos a tomar otro valor para la densidad de impurezas donadoras en el canal, en este caso de $5\times10^{16}$cm$^{-3}$. Este incremento en la concentración de impurezas donadoras eleva considerablemente el valor de la tensión de estrangulamiento y como consecuencia podremos aplicar tensiones de puerta más altas sin alcanzar la saturación. En un primer caso, hemos utilizado el oro como centro profundo y se han aplicado tres tensiones de puerta diferentes, -0.1V, -0.3V y -1V. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 2-27 y
siguen la misma tendencia que se observó anteriormente cuando la concentración de dopado en el canal era inferior, es decir, la densidad espectral aumenta cuando la tensión inversa se hace más negativa.

![Diagrama de densidad espectral de ruido](image)

**Figura 2-27**: Densidad espectral de ruido evaluada en un JFET de canal N con una concentración de impurezas donadoras de $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ para tres tensiones de puerta aplicadas diferentes. El centro profundo utilizado es el oro. El crecimiento de la tensión inversa aplicada a las puertas del dispositivo aumenta la densidad espectral de ruido evaluada.

Después, para la misma concentración de impurezas donadoras en el canal de conducción, $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, hemos utilizado el platino como centro profundo y las tensiones inversas aplicadas correspondieron a $V_G = -0.1 \text{V}, -0.5 \text{V} y -1 \text{V}$. Los resultados obtenidos están representados en la figura 2-28 donde en este caso, y a diferencia de los anteriores, hemos usado una escala lineal para el eje de ordenadas. Con ello intentamos presentar con mayor claridad las diferencias existentes entre cada una de las curvas. El resultado, en principio sorprendente, se produce cuando observamos que el aumento de la tensión inversa de puerta reduce ligeramente la densidad espectral evaluada [Godoy A., 1995] mostrando así una tendencia contraria a los resultados obtenidos hasta ahora.
Figura 2-28: Densidad espectral de ruido evaluada en un JFET de canal N con una concentración de impurezas donadoras de $5 \times 10^{16}$ cm$^{-3}$ para tres tensiones de puerta diferentes. El centro profundo utilizado es el platino. El crecimiento de la tensión inversa aplicada a las puertas del dispositivo reduce la densidad espectral de ruido evaluada.

Para poder explicar este último resultado debemos estudiar el comportamiento de los diferentes elementos que influyen sobre nuestro cálculo. De todos estos términos, hemos comprobado que la función $f_T(1-f_T)$ juega un papel dominante en este proceso. Para poner de manifiesto esta importancia, hemos calculado y representado dicha función para las dos situaciones analizadas en las figuras 2-27 y 2-28. Así tenemos que los resultados obtenidos para el oro se muestran en la figura 2-29, donde la función $f_T(1-f_T)$ se representa en la dirección transversal al canal, desde la puerta superior hasta el substrato (de izquierda a derecha). La línea continua representa aquella situación en la cual la tensión de puerta aplicada fue de -0.1 V y la línea discontinua una tensión inversa de -1 V. Podemos comprobar tras la observación de esta figura que el aumento de la tensión inversa aplicada amplía el área encerrada por esta función y debido a que $f_T(1-f_T)$ alcanza su valor máximo justamente en la región de carga espacial, que es la región cuya contribución se contabiliza en el cálculo de la densidad espectral de ruido originada en el JFET, el ruido $g-r$ evaluado será mayor tras aumentar la tensión inversa de puerta.

75
Figura 2-29: Representación de la función $f_r(1-f_r)$ en la dirección perpendicular al canal con una concentración de impurezas donadoras de $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ donde el centro profundo empleado es el oro. La situación en la cual la tensión inversa aplicada a las puertas es de $-0.1 \text{V}$ se representa en línea continua y en línea discontinua cuando $V_G$ crece hasta $-1 \text{V}$.

Figura 2-30: Representación de la función $f_r(1-f_r)$ en la dirección perpendicular al canal con una concentración de impurezas donadoras de $5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ donde el centro profundo empleado es el platino. La situación en la cual la tensión inversa aplicada a las puertas es de $-0.1 \text{V}$ se representa en línea continua y en línea discontinua cuando $V_G$ crece hasta $-1 \text{V}$.
La figura 2-30 muestra \( f_r(1-f_r) \) en la dirección perpendicular al canal para el caso en el cual el centro profundo empleado es el platino. La línea continua corresponde nuevamente a una tensión \( V_g = -0.1V \) y la línea discontinua a \( V_g = -1V \). Se puede observar como la curva representada en línea discontinua queda enmarcada por la curva en línea continua. De este modo el área encerrada por la función \( f_r(1-f_r) \) disminuye cuando la tensión aplicada a la puerta se hace más negativa. Debemos hacer notar que \( f_r(1-f_r) \) alcanza su valor máximo, 0.25, en las uniones superior e inferior y se mantiene constante en la región central de la estructura correspondiente a la región neutra.

Hasta ahora y resumiendo nuestros resultados podemos obtener las siguientes conclusiones:

i) Independientemente del dopado utilizado, cuando el centro empleado es el oro la densidad espectral de ruido crece con la tensión inversa aplicada.

ii) Cuando es el platino el centro usado, tendremos un comportamiento diferente, creciente o decreciente, dependiendo de la densidad de impurezas en el canal.

iii) La función \( f_r(1-f_r) \) evaluada para el oro, se extiende a lo largo de la región de carga espacial de manera que su contribución aumenta al hacer más negativa \( V_g \). Sin embargo, para el platino esa misma función se reduce y por tanto disminuye su contribución al evaluar la expresión (2.20).

Antes de explicar estos puntos debemos fijarnos en (2.20) que es la expresión utilizada para evaluar la densidad espectral y ver qué términos influyen al modificar \( V_g \). A parte de lo comentado en iii), encontramos el factor \( \frac{1}{b^2} \left( \frac{x-x_0}{x_p-x_n} \right)^2 \) que claramente se modificará en nuestras circunstancias. Recordemos que \( x_p \) y \( x_n \) representan los límites de la zona de carga espacial en la región P y N respectivamente y \( b \) es la anchura efectiva del canal. Al hacer más negativa la tensión aplicada entre la puerta y el canal se extienden las zonas de vaciamiento y se reduce \( b \) provocando un aumento del factor anterior como hemos encontrado en todas las simulaciones. Estos son los términos de (2.20) que influyen al modificar la tensión y es por ésto que nos centraremos en ellos dejando a un lado el resto.
II - Ruido g-r en JFETs

Volviendo atrás, hemos observado en las figuras 2-26 y 2-29 como \( f_r (1-f_r) \) crece siempre que \( V_{GS} \) se hace más negativa cuando es el oro el centro profundo bajo estudio. Para explicar este comportamiento debemos tener en cuenta las características propias del centro considerado, en este caso el oro. Definiendo la función \( F(x) \) como \( f_r (1-f_r) \) y haciendo uso de la expresión (2.24) obtenemos

\[
F(x) = f_r(x)[1-f_r(x)] = \frac{(n(x)+R_p l)n_l}{[n(x)+n_l+R_p l]^2} \quad . \tag{2.32}
\]

Vamos a centramos en la figura 2-29 que muestra mayores diferencias al modificar la tensión de puerta aplicada. Para \( V_G = -0.1 \text{V} \), \( F(x) \) tiene una forma picuda como era de esperar y puede observarse para las dos uniones. Sin embargo, cuando la tensión inversa crece hasta \( V_G = -1 \text{V} \) la anchura de las regiones de carga espacial aumenta y con ello \( F(x) \) se extiende hacia el interior de las regiones vacías de portadores libres. En estas condiciones, la concentración de electrones libres, \( n(x) \), en la región de carga espacial tiene un valor despreciable respecto a \( n_l \). Además, el oro se caracteriza por poseer un nivel energético situado en mitad de la banda prohibida del semiconductor, de tal modo que \( n_l \) y \( p_l \) poseen valores muy próximos y se cumple que \( n_l \approx R \times p_l \). Teniendo en cuenta estos puntos, \( F(x) \) se hace aproximadamente constante y próxima a su valor máximo de 0.25. Bajo estas circunstancias, la función \( F(x) \) se extiende de tal modo que pierde la forma picuda que la caracterizaba. Este fenómeno ocurre en las dos uniones aunque se muestra de modo más acentuado en la Unión inferior, como es evidente en la figura 2-29 para la curva de línea discontinua, debido simplemente a la baja densidad de impurezas aceptadoras utilizadas en el substrato que da origen a la extensión de la zona de carga espacial en dicha región cuando la tensión aplicada se hace más negativa. Este comportamiento contrasta fuertemente con la Unión superior donde, debido a los elevados dopados empleados, prácticamente no se aprecian diferencias entre las dos tensiones aplicadas. Debe hacerse notar también, que este fenómeno influye igualmente en el hecho de que la densidad espectral de ruido evaluada en la Unión inferior puede superar a la calculada en la Unión superior como se puso de manifiesto en el apartado II.6.1.
II - Ruido gr en JFETs

Se cumple entonces para el oro que los elementos que contribuyen en la evaluación de la densidad espectral aumentan todos al hacerse más negativa la tensión de puerta. Queda aclarado con esta argumentación el punto i) que planteamos con anterioridad. Nos queda finalmente el segundo punto dedicado al platino.

De las figuras 2-26 y 2-30 observamos que la función \( f_T(1-f_t) \), se reduce conforme \( V_{GS} \) crece. Para explicar este comportamiento debemos tener en cuenta que el aumento de la tensión inversa aplicada a las puertas del transistor reduce la anchura del canal de tal modo que los puntos en los cuales el nivel de Fermi y el nivel de la impureza profunda se cortan en las uniones de las puertas superior e inferior están más próximos entre sí, como se ve en la figura 2-30. Sin embargo, en este caso y a diferencia del oro, no se produce una extensión de la función \( F(x) \) hacia el interior de la región de carga espacial. Para entender este fenómeno vamos a hacer uso nuevamente de la ecuación (2.32) donde para el platino se cumple que \( n\cdot R\cdot p1 \) por estar \( E_T \) en la proximidad del fondo de la banda de conducción, de tal modo que en la región de vaciamiento \( F(x) \) es aproximadamente igual a \( n(x)/n1 \). Esta función tiende rápidamente a cero explicando así que la curva representada en línea discontinua (\( V_G = -1V \)) de la figura 2-30 quede encerrada por la curva de línea continua (\( V_G = -0.1V \)). Este comportamiento obtenido para el platino se reproduce para otros centros estudiados cuyo nivel energético no se localiza en mitad de la banda prohibida sino mucho más próximo a \( E_C \).

Se presentan entonces dos tendencias contrarias representadas por la función \( F(x) \) por una parte y por otra el término antes comentado que incluye la anchura efectiva del canal y los límites de la región de carga espacial en las regiones P y N. Hemos comprobado que en aquellos casos en los cuales la densidad espectral aumenta con \( V_{GS} \), como ocurre en la figura 2-25, es la extensión de las regiones de carga espacial y la reducción de la anchura efectiva del canal la contribución dominante. Para la situación mostrada en la figura 2-28, en la cual \( S_{VDS}(\omega) \) disminuye al hacerse más negativa la tensión en la puerta, es la contribución de \( F(x) \) la que domina. Esta argumentación nos permite explicar los resultados obtenidos.
En resumen, tenemos dos tendencias contrarias y aquella que sea dominante marcará el comportamiento de la densidad espectral evaluada. Sin embargo, sabemos que para una tensión de puerta suficientemente elevada la anchura del canal, b, se puede reducir mucho de manera que la densidad espectral podrá crecer aunque la tendencia de \( f_r (1-f_r) \) sea la contraria. Es posible, partiendo de este razonamiento, deducir que en algunas situaciones la tendencia con respecto a \( V_{gs} \) puede invertirse, es decir, lo que al principio disminuye puede acabar creciendo. Para comprobar esta hipótesis hemos regresado a la simulación mostrada en la figura 2-28 y hemos continuado aumentando la tensión inversa aplicada a las puertas del transistor. El resultado obtenido puede contemplarse en la figura 2-31.

![Gráfica de densidad espectral de ruido](image)

Figura 2-31: Densidad espectral de ruido evaluada a una frecuencia de 10 Hz (región plana del espectro) en función de la tensión de puerta aplicada (en valor absoluto). El centro empleado en la simulación es el platino. Se comprueba que el aumento de la tensión inversa aplicada primero reduce el ruido evaluado porque el término \( f_r (1-f_r) \) es dominante aunque posteriormente se produce una inversión de la tendencia y aumenta con \( V_{gs} \).

En esta figura se muestra la densidad espectral tomada para una frecuencia de 10Hz, es decir, en la región plana del espectro cuando aumenta la tensión inversa aplicada (en la figura se muestra en valor absoluto). Para valores bajos de la tensión de puerta la densidad
espectral disminuye con $V_{GS}$, sin embargo para valores más altos se produce una inversión de esta tendencia. Las curvas presentadas en la figura 2-28 corresponden a la región decreciente ($V_{GS}$ entre -0.1 y -1V) donde F(x) domina. Sin embargo, al hacer más negativa $V_{GS}$ llegamos a una región en la que la extensión de las zonas de carga espacial y la reducción de la extensión efectiva del canal se hacen dominantes.

Hemos comprobado en este estudio, como la densidad espectral de ruido no mantiene un comportamiento fijo frente a la variación de la tensión de puerta. Existen dos factores con tendencias contrarias, que determinan el comportamiento final de $S_{VDS}(\omega)$. El resultado observado más frecuentemente corresponde al crecimiento del ruido g-r cuando la tensión inversa de puerta se hace más negativa como consecuencia de la extensión de las regiones de carga espacial y la reducción de la anchura efectiva del canal. Sin embargo, hemos encontrado algunas situaciones concretas, dependientes de la posición energética del centro empleado y del dopado de las diferentes regiones de la estructura, que muestran una disminución de la densidad espectral evaluada cuando las tensiones se hacen más negativas.
CAPÍTULO III

ESTUDIO DE LA AMPLITUD DE LAS FLUCTUACIONES DISCRETAS DE CORRIENTE EN TRANSISTORES DE EFECTO CAMPO METAL ÓXIDO SEMICONDUCTOR.

III.1.- INTRODUCCIÓN

Como ya se adelantó en la introducción, en estos dos capítulos vamos a tratar otra manifestación de las fluctuaciones provocadas por la captura y emisión de portadores por parte de trampas. En este caso se van a tratar aspectos relacionados no con el volumen de un semiconductor sino con su interfase con otro material. Para ello vamos a analizar qué ocurre
con la corriente que atraviesa el canal de un MOSFET cuando en la interfase Si-SiO₂ aparecen trampas que capturan y emiten portadores del canal de inversión. En estos transistores este fenómeno se observa con gran nitidez a medida que se reducen sus dimensiones, de tal modo que el volumen activo es tan pequeño que contiene sólo un reducido número de portadores libres de carga. Además, las continuas mejoras en la fabricación de la interfase Si-SiO₂ permiten obtener densidades de defectos muy pequeñas, entre $10^8$ y $10^{10} \text{cm}^{-2}\text{eV}^{-1}$, de modo que el área activa de los dispositivos MOSFET con dimensiones de puerta submicra ($\leq 1\mu\text{m}^2$) contiene un número de defectos comprendido en el intervalo 1 - 100. La densidad de portadores libres en el canal viene controlada por la tensión aplicada a la puerta, de tal modo que esta concentración puede variar desde un valor de $10^9\text{cm}^{-2}$ en la región subumbral, hasta $10^{12}\text{cm}^{-2}$ en fuerte inversión. Podemos afirmar que el número de portadores en el canal de un transistor submicra se modifica desde 10 hasta $10^4$ portadores según la región de operación del dispositivo. En este tipo de muestras, es posible que únicamente una trampa esté próxima al nivel de Fermi superficial en un entorno de unos pocos $kT$ [Shi Z., 1993], [Hung K.K., 1990], de tal modo que los sucesos de captura y emisión de los portadores por trampas situadas en la interfase o en el interior del óxido dan lugar a cambios apreciables en la resistencia del dispositivo provocando que la corriente de drenador del mismo comience a mostrar un comportamiento discreto [Howard R.E., 1985].

A partir de los datos que acabamos de manejar, es posible afirmar que la captura de un único portador por parte de una trampa situada en el óxido provoca un cambio notable en el número de portadores de carga en el canal que puede variar desde un 0.01% hasta un 10%. La conductancia puede incluso alterarse de un modo más significativo puesto que también cambia la movilidad de los portadores. Estas fluctuaciones discretas de la corriente se denominan habitualmente en la literatura como Random Telegraph Signal (RTS) y se presentan en forma de saltos entre dos estados discretos de la corriente que circula entre los terminales del dispositivo. Para resaltar la importancia que tiene la reducción de las dimensiones sobre el comportamiento discreto de las magnitudes características del dispositivo, se muestra en la figura 3-1 la variación relativa de la resistencia cuando el área del canal va reduciéndose progresivamente. Es conveniente resaltar la importancia creciente.
de los saltos que experimenta esta magnitud a medida que se reduce el área del canal. Tal y como se comentó en la introducción del capítulo I, la reducción en las dimensiones características de los dispositivos origina un crecimiento en la amplitud de las fluctuaciones.

![Diagrama de fluctuaciones normalizadas](image)

**Figura 3-1:** Fluctuaciones normalizadas de la resistencia evaluadas para cinco dispositivos fabricados en un mismo chip con áreas efectivas de canal que varían desde $19 \mu m^2$ hasta $0.42 \mu m^2$. En esta figura se aprecia claramente como la reducción del área del canal aumenta la magnitud de los saltos de corriente medidos [Restle P. 1988].

Hay dos aspectos que caracterizan completamente una señal RTS:

i) La amplitud de la fluctuación y

ii) los tiempos de emisión y captura o tiempo medio que la señal permanece en cada estado.

Estos dos aspectos quedan representados en la figura 3-2 donde se muestran los dos niveles de la corriente. En esta representación hemos considerado un transistor de canal N y una trampa aceptadora situada en la interfase aislante-semiconductor. $I_o$ corresponde al nivel alto de la corriente cuando la trampa aceptadora se encuentra vacía. El tiempo que la trampa permanece en dicho estado se conoce como tiempo de captura y se representa por $\tau_c$. $I_q$
corresponde al nivel bajo de la corriente cuando la trampa se encuentra negativamente cargada. El tiempo que la trampa permanece en dicho estado se conoce como tiempo de emisión y viene representado por $\tau_e$. Mediante el estudio de la dependencia de estos tiempos con la temperatura y las tensiones de polarización aplicadas, es posible extraer parámetros tales como la sección eficaz de captura, la energía de activación para captura y emisión y la dependencia con la temperatura del nivel energético de la trampa activa [Kirton M.J., 1989].

Figura 3-2: Fluctuaciones discretas de la corriente en función del tiempo para un MOSFET de canal N con una única trampa aceptadora activa. $I_o$ y $I_q$ representan los niveles alto y bajo de corriente que corresponden a la trampa en un estado vacío u ocupado respectivamente. La diferencia entre estos dos niveles, $\Delta I$, es la amplitud de la fluctuación y $\tau_e$ y $\tau_c$ son los tiempos de captura y emisión respectivamente.

El interés creciente en el estudio del ruido RTS en dispositivos MOSFETs de dimensiones submicrólicas está ampliamente justificado por diferentes razones. Debido a sus orígenes, el análisis de este tipo de señales proporciona la oportunidad de estudiar la interacción de los portadores presentes en la región de inversión con los estados de la interfase [Kirton M.J., 1986]. Dichos estados juegan un papel determinante en la calidad y fiabilidad de los MOSFETs de canal corto [Tsai M.H., 1994]. Por otra parte, un gran número de investigadores consideran que el ruido 1/f en transistores MOS procede de una superposición de capturas y emisiones de portadores del canal [Ralls K.S., 1984], [Kirton M.J., 1989], [Hung K.K., 1990a]. Es por esta razón que una descripción precisa de las
fluctuaciones de corriente medidas en dispositivos pequeños puede ayudar a predecir las propiedades de ruido en dispositivos MOSFETs de área mayor. De hecho, como puede deducirse de la literatura [Vandamme L.K.J., 1994b], existe aún una gran controversia acerca del origen del ruido 1/f puesto que hasta la fecha existen dos teorías contrapuestas para explicar el origen físico del ruido flicker.

i) La teoría de la fluctuación en el número de portadores fue originalmente propuesta por McWhorter [McWhorter A.L., 1957] y se basa en el cambio del número de portadores que participan en la conducción debido a la captura y emisión desde las trampas situadas en la interfase Si-SiO₂.

ii) La teoría de la fluctuación de la movilidad considera el ruido flicker como el resultado de la fluctuación de la movilidad en el volumen y se fundamenta en la relación empírica de Hooge que da cuenta de la densidad espectral de ruido flicker en una muestra homogénea, \[ \frac{S_i}{I^2} = \frac{\alpha_H}{fN_{total}} \], donde \( I \) es la corriente media que fluye a través de la muestra, \( S_i \) es la densidad espectral de ruido en la corriente, \( N_{total} \) el número total de portadores libres en la muestra y \( \alpha_H \), conocido como parámetro de Hooge es una constante empírica con un valor de \( 2 \times 10^{-3} \) [Hooge F.N., 1976]. Se ha propuesto que la fluctuación de la movilidad en MOSFETs se origina en la variación de la población de fonones causadas por la dispersión de los portadores. Sin embargo, los valores observados del parámetro de Hooge se encuentran varios órdenes de magnitud por debajo de lo esperado [Duh K.H., 1985].

No obstante, trabajos más recientes que incorporan simultáneamente la fluctuación en el número de portadores y la correspondiente fluctuación de la movilidad superficial inducida por la variación de la carga atrapada en el óxido mediante la dispersión columbiana, describen de manera satisfactoria el comportamiento del ruido 1/f [Hung K.K., 1990a], [Jayaraman R., 1989]. Se hace por tanto necesario incluir aquellas fluctuaciones que tienen su origen en la variación de la movilidad de los portadores del canal. Sin embargo, esta contribución no ha sido aún analizada en profundidad en el estudio de la amplitud RTS, donde se suele otorgar un papel preponderante a la variación del número de portadores que participan en la conducción [Kirton M.J., 1989]. Este punto será objeto de un análisis exhaustivo en
posteros apartados de este capítulo donde se demostrará la necesidad de su inclusión para poder comprender los resultados obtenidos, constituyendo así el principal objetivo de este capítulo.

Otro hecho que nos ha motivado a estudiar este tema han sido los comentarios de algunos autores sobre la miniaturización de las tecnologías. Se ha comprobado experimentalmente que la continua miniaturización de las tecnologías conducen a un incremento de la amplitud relativa de las fluctuaciones, como quedó de manifiesto en la figura 3-1. Es por este motivo, que algunos autores [Ghibaudo G., 1994] han apuntado la posibilidad de que estos fenómenos lleguen a poner en entredicho el desarrollo de futuras tecnologías submicras.

En este capítulo y en el siguiente trataremos de profundizar en el comportamiento de la amplitud y de los tiempos de captura y emisión de las fluctuaciones discretas de corriente frente a diversos parámetros que pasamos a analizar. El hecho de que características de la trampa tales como su profundidad dentro del óxido, posición a lo largo del canal o nivel energético creado dentro de la banda prohibida posean rasgos aleatorios, tiene como consecuencia el que los resultados obtenidos para una muestra concreta no puedan reproducirse en otras, incluso en aquellas que han seguido el mismo proceso de fabricación. Estos factores han dificultado extraordinariamente el desarrollo de modelos que incluyan todos los parámetros de la trampa y permitan obtener resultados fiables. Por todas estas causas, el estudio de la influencia que sobre las fluctuaciones discretas de la corriente, tanto en su amplitud como en las constantes de tiempo, ejerce cada uno de estos factores de modo individual resulta muy difícil de aislar desde un punto de vista experimental. Nuestro objetivo para este capítulo y el siguiente será estudiar de un modo individualizado la influencia que factores tales como la polarización de la muestra, la temperatura o la profundidad de la trampa tienen sobre la amplitud y los tiempos característicos de las señales RTS.

Para conseguir nuestro propósito se ha desarrollado un simulador de transistores MOS que nos ha permitido calcular la corriente que circula por el dispositivo cuando una carga
situada en la interfase Si-SiO₂ varía su estado de carga. El desarrollo de este simulador nos ha permitido analizar la influencia que ejerce cada uno de los factores antes citados sobre las magnitudes de interés.

El esquema que vamos a seguir en el desarrollo de los capítulos III y IV es muy similar. En primer lugar comenzaremos comentando brevemente los principales resultados conocidos hasta la fecha sobre el tema que nos ocupa. En este repaso trataremos de destacar aquellos puntos que aún no se encuentran totalmente clarificados y que serán objeto de nuestro análisis. A continuación pasaremos a explicar las herramientas que hemos empleado en nuestro trabajo. En concreto el simulador de MOSFETs se expone en el capítulo III aunque también se hará uso del mismo en el siguiente capítulo. Finalmente, los restantes apartados se dedican a la presentación de nuestros resultados y su comparación con datos experimentales proporcionados por otros autores en busca de una validación de los mismos.

III.2.- MODELOS DE LA AMPLITUD RTS

Una vez expuestos los diferentes pasos a seguir en este estudio comencemos planteando el problema de la amplitud RTS. Para ello consideraremos un electrón en el canal de un MOSFET. Cuando dicho portador es capturado o emitido desde una trampa situada en la estructura Si-SiO₂, las características del transistor analizado se modifican. Por una parte se produce una alteración del número de portadores libres en la lámina de inversión. Además, cuando las trampas en el óxido cambian su estado de carga, se activan o desactivan centros de dispersión colombiana individuales y por consiguiente la movilidad de los portadores del canal también se verá alterada [Ralls K.S., 1984]. Por tanto, la amplitud de las fluctuaciones de corriente vendrá determinada por el efecto combinado de las fluctuaciones en el número de portadores de carga y la movilidad de los mismos [Hung K.K., 1990b], [Shi Z., 1994]. Las impurezas presentes en el óxido son muy variadas y es posible clasificarlas de distintas maneras dependiendo del criterio empleado. En este trabajo nos limitaremos a considerar
impurezas de tipo aceptor en transistores MOS de canal N. Para justificar esta elección, en el apéndice II se encuentra una clasificación detallada de las trampas presentes en el óxido.

Para analizar el efecto combinado de los dos factores antes comentados vamos a considerar como punto de partida un MOSFET de canal N con longitud L y anchura W. La corriente de drenador puede calcularse mediante

\[ I_d = W \mu qNE, \]

(3.1)

donde \( \mu \) es la movilidad de los portadores, \( q \) la carga del electrón, \( N \) el número de portadores en el canal por unidad de área y \( E \) el campo paralelo a la interfase Si-SiO₂. Sabemos que la fluctuación en la ocupación de las trampas localizadas en el óxido induce fluctuaciones correlacionadas en el número de portadores en el canal y en la movilidad superficial de los mismos de tal modo que el cambio relativo en la corriente evaluada en los terminales de la estructura puede expresarse de forma general según

\[ \frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{W \times L} \left[ \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial N_i} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial N_i} \right], \]

(3.2)

donde \( N_i \) es el número de trampas ocupadas por unidad de área. El signo del término correspondiente al cambio en la movilidad se elige dependiendo del estado de carga de la trampa después de capturar un portador. El signo positivo debe utilizarse cuando la dispersión culombiana aumenta después de que la trampa haya capturado un portador y el signo negativo se utilizará cuando este tipo de dispersión disminuya. Como ejemplo podemos citar el caso de una impureza aceptor en un transistor de canal N. El signo positivo se emplea después de que la trampa capture un electrón de la lámina de inversión y ésta se convierta en una impureza repulsivamente cargada. El signo negativo podrá utilizarse cuando la impureza emita el electrón y regrese a un estado neutro. El factor \( \partial N / \partial N_i \), es el coeficiente de acoplamiento de la fluctuación en el número de portadores en el canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas y el término \( \partial \mu / \partial N_i \), incorpora los efectos que sobre la movilidad tiene el cambio en el estado de carga de las trampas. De la expresión (3.2) se hace evidente que el
estudio de la amplitud de las fluctuaciones de corriente exige un conocimiento profundo de los dos factores que acabamos de comentar. En los siguientes apartados vamos a repasar los trabajos realizados, los modelos propuestos hasta la fecha sobre esta materia y las mejoras que pretendemos introducir.

III.2.1- Variación del número de portadores en el canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas

Es muy común encontrar trabajos donde el término de variación en el número de portadores móviles en el canal al ser atrapada una carga, $\partial N/\partial N_t$, se hace igual a la unidad bajo el argumento de que un portador del canal atrapado por una trampa del óxido da lugar a una situación estacionaria donde el número total de portadores hábiles para la conducción es igual al que había inicialmente menos uno, es decir, $\Delta N = -1$. Esto no es correcto como veremos a continuación.

La evaluación del factor $\partial N/\partial N_t$ en función de la polarización aplicada a la estructura metal-óxido-semiconductor fue un tema investigado por Jindal y Van der Ziel [Jindal R.P., 1978]. De dicho trabajo se puede concluir que $\partial N/\partial N_t$ alcanza un valor unidad sólo en fuerte inversión y se hace mucho menor que la unidad en débil inversión. De hecho, para trampas situadas en la interfase Si-SiO₂ este factor alcanza valores del orden de $10^{-10}$ en una situación de débil inversión. Posteriormente Reimbold [Reimbold G., 1984], desarrolló una expresión más sencilla del término $\partial N/\partial N_t$, previamente calculado por Jindal, que la hacía más indicada para su utilización en el modelado del ruido $1/f$ en transistores MOS. En esta nueva aproximación se establece que cuando la carga atrapada $Q_t$ fluctúa, la conservación de la carga total en la estructura es tal que se tiene que cumplir

$$\delta Q_G + \delta Q_a + \delta Q_D + \delta Q_n + \delta Q_t = 0$$

(3.3)
III - Amplitud RTS

donde \( \delta Q_G \), \( \delta Q_u \), \( \delta Q_D \) y \( \delta Q_n \) representan las fluctuaciones de carga en la puerta, trampas en la interfase, depleción y carga en el canal respectivamente. Estas fluctuaciones pueden relacionarse con las fluctuaciones de potencial superficial, \( \delta \phi_s \), mediante las expresiones

\[
\delta Q_G = -C_{ox} \delta \phi_s, \quad \delta Q_u = -C_u \delta \phi_s, \quad \delta Q_D = -C_D \delta \phi_s, \quad \delta Q_n = C_n \delta \phi_s,
\]  

(3.4)

donde \( C_{ox}, C_u, C_D \) y \( C_n = (-q/kT)Q_n = -\beta Q_n \) representan las capacidades por unidad de área situada en la puerta, en la interfase, cargas en depleción y en inversión respectivamente. De todas estas ecuaciones podemos escribir finalmente

\[
\frac{\delta N}{\delta N_t} = \frac{-\beta Q_n}{C_D + C_{ox} + C_u - \beta Q_n}.
\]  

(3.5)

En la región de débil inversión se cumple que \( |\beta Q_n| \ll (C_D + C_{ox} + C_u) \) y (3.5) se hace muy pequeño como ya sabíamos. No obstante, en fuerte inversión \( |\beta Q_n| \gg (C_D + C_{ox} + C_u) \) y la expresión (3.5) tiende a la unidad, su valor máximo. De este modo se reproducen los resultados previamente obtenidos por Jindal. Conocido el comportamiento de la expresión (3.5) podemos estudiar el factor \( \frac{1}{N \frac{\partial N}{\partial N_t}} \) presente en (3.2). Como \( N = \beta Q_n \), se puede afirmar que en débil inversión la variación relativa del número de portadores se hace constante y aproximadamente igual a \( 1/(C_D + C_{ox} + C_u) \). En fuerte inversión la concentración de electrones es elevada y su variación se hace inversamente proporcional a \( \beta Q_n \). Por esta razón, en estos modelos se argumentaba la necesidad de alcanzar la región de fuerte inversión para que la amplitud RTS comenzara a disminuir desde su valor constante asociado al funcionamiento en débil inversión del transistor. Sin embargo, como comentaremos posteriormente, este comportamiento no siempre es así.

Estos resultados demuestran que sólo en la región de fuerte inversión el cambio en el
estado de carga de una trampa en el óxido se corresponde con la eliminación de un portador móvil del canal. Para entender este concepto debemos tener en cuenta que estamos considerando situaciones promediadas en intervalos temporales del orden de segundos que son los valores típicos de las constantes de tiempo.

Dentro de este apartado, en el que se comentan diferentes modelos propuestos acerca de la variación del número de electrones en el canal al modificarse el estado de ocupación de las trampas en el óxido, nos gustaría hacer mención a un resultado propio en el que se evaluaron las cargas imágenes inducidas en las diferentes regiones de una estructura MOS al capturarse un único electrón por parte de una trampa situada en la interfase. En este cálculo se empleó el simulador que se detallará en la sección III.4 donde se ha situado una carga unidad en la interfase aislante-semiconductor. El transistor MOS de canal N considerado posee una concentración de impurezas aceptadoras en el substrato de $10^{17}$ cm$^{-3}$ y un espesor de óxido de 10nm.

Para llevar a cabo este cálculo debemos recordar que el principio de neutralidad de carga debe mantenerse después de que un electrón haya sido capturado por una trampa localizada en la interfase. De este modo, se generan cargas imágenes en los electrodos de la estructura capacitiva, es decir, en la puerta $Q_G$, en el substrato del semiconductor $Q_S$ y en el canal de inversión $Q_{ch}$ que deben cumplir la condición $Q_G + Q_S + Q_{ch} = q$. Las cargas imágenes se han calculado como función de la tensión de puerta aplicada y los resultados se representan en la figura 3-3.

En esta figura se pueden observar las diferentes cargas imágenes generadas al modificar la región de operación del dispositivo. Así por ejemplo, en acumulación (izquierda) sólo se encuentra una pequeña fracción de carga imagen en la puerta debido al apantallamiento que de la trampa cargada llevan a cabo los portadores mayoritarios. La carga situada en la puerta aumenta hasta alcanzar su valor máximo en la región de deplección (centro) cuando la región de vaciamiento en el semiconductor se amplía con la tensión aplicada a la puerta. Al alcanzar un grado elevado de inversión (derecha), tanto la carga
localizada en la puerta como en el substrato desaparecen gradualmente a medida que los portadores minoritarios apantallan la carga atrapada.

![Diagrama de cargas imagen](image)

**Figura 3-3:** Cargas imágenes creadas mediante la captura de un único electrón por parte de una trampa situada en la interfase para $T=295K$. $Q_o$, $Q_s$ y $Q_{oa}$ corresponden a la fracción de una carga elemental positiva en la puerta, el substrato y el canal respectivamente. El MOSFET utilizado en la simulación posee un espesor de óxido de 10nm y una concentración de impurezas aceptadoras en el substrato de $10^{17}$cm$^2$. El rango de tensiones de puerta aplicadas varía desde acumulación (izquierda), depleción (centro) hasta inversión (derecha).

Es muy interesante destacar el hecho de que la carga imagen generada en el substrato, $Q_a$, alcanza un valor unidad al operar en acumulación, sin embargo la carga imagen en el canal, $Q_{oa}$, no alcanza la unidad cuando el grado de inversión es elevado. Para explicar este fenómeno debemos recordar que cuando la concentración de portadores en inversión es grande ($\geq 10^{12}$cm$^{-2}$) la estructura MOS se comporta como un sistema capacitivo formado por dos capacidades en serie [Tsividis Y.P., 1987]. Una de ellas es la capacidad del óxido, $C_{ox}=\varepsilon_{ox}/t_{ox}$, y la otra es la capacidad de carga en inversión, $C_s=\varepsilon_s/z_s$. La carga en la puerta y en la lámina de inversión se convierten en los electrodos de una capacidad efectiva

\[
\frac{1}{C_{eff}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_s}
\]

Además, sabemos que la lámina de carga en inversión no se localiza
justamente en la interfase Si-SiO$_2$ sino en el interior del semiconductor a una distancia $z_t$ de la misma donde $z_t$ es la posición media de los electrones en el canal (centroide). La carga imagen en la puerta, $Q_G$, creada por una carga unidad situada en la interfase se calcula fácilmente para una configuración de capacidades planoparalelas como

$$Q_G = \frac{1}{C_s} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{C_s + \frac{3 \varepsilon_{ax}}{z_t}} \right)$$

(3.6)

donde hemos supuesto que $\varepsilon_s \approx 3 \varepsilon_{ax}$ y la carga imagen en la lámina de inversión es $Q_s = q \left( 1 - Q_G \right)$. De (3.6) se deduce que si $z_t = 0$ se cumple que $Q_G = 0$ y toda la carga imagen se crea en el canal de inversión $Q_{ax} / q = 1$. Para una distribución clásica tomaremos $z_t = 0$, sin embargo, en nuestro trabajo hemos incluido los efectos cuánticos presentes en la estructura de modo que los resultados obtenidos son más precisos.

De todo lo comentado en este apartado podemos concluir que el factor $\partial N / \partial N_t$ es despreciable en débil inversión y sólo alcanza su valor máximo en fuerte inversión donde la concentración de portadores en el canal es muy elevada y por tanto la variación relativa de esta magnitud también muy pequeña. Parece entonces que la contribución de la variación del número de portadores de conducción no es suficiente para explicar el comportamiento de la amplitud RTS. Pasemos a continuación a estudiar el segundo término que contribuye en la fluctuación normalizada de la corriente (3.2), a saber, la variación de la movilidad de los portadores al modificarse el estado de carga de las trampas.
III - Amplitud RTS

III.2.2.- Variación de la movilidad de los portadores del canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas

Para la evaluación de la modulación de la movilidad causada por la carga situada en el óxido hasta ahora se ha venido utilizando un modelo basado en la regla de Matthiessen [Shi Z., 1994], [Hung K.K., 1990a],

\[ \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_n} + \frac{1}{\mu_{\alpha}} + \mu N_t, \]

(3.7)

donde \( \mu_{\alpha} \) es la movilidad limitada por la dispersión con cargas en el óxido, \( \mu_n \) es la movilidad limitada por el resto de mecanismos [Hartstein A., 1980], \( N_t \) es el número de trampas cargadas por unidad de área y \( \alpha \) es el coeficiente de dispersión [Sun S.C., 1980]. Este coeficiente, \( \alpha \), es función de la densidad local de portadores debido al efecto del apantallamiento así como de la distancia de la trampa a la interfase [Ning T.H., 1972]. Partiendo de la expresión (3.7) tenemos que

\[ \frac{\partial \mu}{\partial N_t} = -\alpha \mu^2. \]

(3.8)

Si sustituimos (3.8) en (3.2) observamos que la contribución de las fluctuaciones de movilidad es proporcional a \( \alpha \mu \). Por este motivo el coeficiente de dispersión se convierte en un parámetro esencial para comprender la amplitud RTS.

La técnica comúnmente empleada para la determinación de este parámetro es el análisis de la dependencia de la movilidad de los portadores con la densidad de carga en el óxido. Este procedimiento fue seguido por autores tales como Sun y Plummer [Sun S.C., 1980] midiendo la movilidad de los portadores en MOSFET de canal N a temperatura ambiente con diferentes valores de la densidad de carga en el óxido. Sus datos podían ajustarse empleando una expresión similar a (3.7) con un valor de \( \alpha \) igual a \( 2.4 \times 10^{-15} \) Vs. Harstein [Harstein A., 1980] encontró valores de \( \alpha \) en torno a \( 10^{-15} \) Vs y su valor se reducía
cuando la densidad de portadores en el canal de conducción crecía. Otros autores han tratado de desarrollar modelos teóricos de la movilidad de los portadores en láminas de inversión semiconductoras limitada por la dispersión culombiana incluyendo los efectos del apantallamiento y la distribución de impurezas en el óxido. Sin embargo las expresiones finales obtenidas son tan complicadas que sus resultados sólo son válidos para bajas temperaturas, [Ning T.H., 1972].

Las medidas experimentales de amplitudes RTS en MOSFET submicra proporcionan un modo más directo y preciso de determinar el coeficiente de dispersión $\alpha$. Partiendo de la expresión (3.2), la medida de las fluctuaciones relativas de la corriente $\Delta I/I$ así como de los restantes factores que aparecen en dicha expresión, permiten la determinación de este parámetro. Este método ha sido empleado por Hung y colaboradores [Hung K.K., 1990a, 1990b], obteniendo una expresión empírica de $\alpha$ como función de la densidad electrónica en el canal de inversión

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \ln N,$$  \hspace{1cm} (3.9)

donde $\alpha_0$ y $\alpha_1$ son constantes. Se ha demostrado que los valores de $\alpha$ obtenidos a partir de datos RTS son consistentes con los obtenidos por otros autores a partir de medidas de movilidad. De todos estos resultados es posible concluir que el coeficiente de dispersión tiene un valor en torno a $10^{15}$ Vs para los electrones. Hasta la fecha no se han realizado estudios similares para los huecos.

De todos los datos compilados hasta ahora se observa en primer lugar que la variación de la movilidad de los portadores debe ser un término dominante aunque hasta la fecha su influencia se ha modelado a través de un parámetro $\alpha$ del cual no existe expresión teórica válida en un amplio rango de temperaturas o al menos relación clara con las características internas del dispositivo, sólo se dispone de expresiones empíricas obtenidas a partir de medidas experimentales. Del término $\partial N/\partial N_c$, anteriormente hemos mencionado que se presenta sólo como estimación en dos regiones de operación del MOSFET. Por otro lado, de las medidas experimentales, al estar mezclados los dos factores, se hace imposible su
III - Amplitud RTS

distinción. Sería interesante que existiese una teoría en la cual se cuantificaran perfectamente cada uno de estos términos para cualquier rango de variación de las variables externas a las que se puede someter el dispositivo y que por supuesto relacionara claramente las amplitudes RTS con los parámetros internos del mismo. Es éste precisamente el objetivo de este capítulo.

Para desarrollar este objetivo vamos a plantear el problema en primer lugar, vamos a ver qué herramientas son necesarias, adelantando que dada la complejidad del tema necesitaremos un simulador de dispositivos en el que se incluyan tanto los parámetros relacionados con la estructura como con la trampa involucrada en el proceso. Por último analizaremos la amplitud RTS en función de diversos parámetros internos y variables externas con el fin de analizar la influencia de cada uno de ellos sobre las citadas fluctuaciones de corriente.

III.3.- ESTUDIO DE LA AMPLITUQ DE LAS FLUCCTUACIONES DISCRETAS DE CORRIENTE PRODUCIDAS POR LA CAPTURA Y EMISIÓN DE UNA ÚNICA TRAMPA

Como ha quedado de manifiesto en la exposición anterior, la amplitud de las fluctuaciones discretas de corriente consta de dos contribuciones diferenciadas. Por un lado la provocada por la variación en el número de portadores de conducción y por otro lado el cambio sufrido por la movilidad de los mismos debido a la activación y desactivación de los centros de dispersión culombianos. Por este motivo y con objeto de poder analizar en profundidad la amplitud de las fluctuaciones de corriente podemos expresar dicha magnitud como

\[
\frac{\Delta I}{I} = \left( \frac{\Delta I}{I} \right)_{\Delta n=0} + \left( \frac{\Delta I}{I} \right)_{\Delta N=0}.
\]  

(3.10)

En esta ecuación estamos poniendo de manifiesto que la fluctuación total de la
corriente puede considerarse como la suma de dos contribuciones diferentes. Por una parte la fluctuación originada por el cambio en el número de portadores del canal y por otra la fluctuación causada por la variación en la movilidad de los portadores. Para poder conocer la importancia relativa de cada uno de estos factores vamos a llevar a cabo un doble cálculo. En primer lugar vamos a evaluar el miembro derecho de la ecuación (3.10) que nos indica la fluctuación relativa de corriente cuando la movilidad de los portadores corresponde a la situación en la cual la trampa en el óxido se encuentra vacía, aunque el efecto de la trampa cargada se incluye en el cálculo de las cargas en inversión y depleción. Por otra parte, el segundo término del miembro derecho de la ecuación (3.10) indica la fluctuación relativa de corriente calculada cuando la movilidad incluye el efecto de la trampa negativamente cargada aunque no se considera en el cálculo de las cargas en inversión y depleción. La expresión (3.10) tiene la ventaja de que nos permite obtener por separado la contribución relativa de las fluctuaciones de movilidad y de los portadores libres sobre el comportamiento discreto de la corriente.

La estructura a examinar será un transistor de efecto campo de unión metal-óxido-semiconductor de canal N. En este dispositivo y para un área del canal suficientemente pequeña, es posible, como ya comentamos en la introducción, que el número de trampas próximas al nivel de Fermi superficial sea muy reducido. Vamos a considerar que sólo existe una trampa activa y que dicha trampa posee carácter aceptador de manera que puede encontrarse en dos estados diferentes, vacía y neutra u ocupada y negativamente cargada. Para esta última situación, la presencia de un electrón atrapado en la interfase o en el interior del óxido inducirá un cambio en el potencial local superficial sobre una distancia $L_r$ que llamaremos longitud de perturbación [Simoen E., 1992].

Este cambio en el potencial superficial se traducirá en una variación de la concentración de electrones en inversión y de la movilidad superficial de los mismos. Para tener en cuenta este efecto proponemos la inclusión de una concentración bidimensional de carga uniforme de longitud $L_r$, localizada alrededor de la trampa. La concentración en esta pequeña área será $N_{tr}=(L_rW)^{-1}$ tal y como se muestra en la figura 3-4.
Figura 3-4: Transistor MOSFET de cuatro terminales con una única trampa aceptadora localizada en la interfase entre el aislante y el semiconductor. \( L_t \) representa la longitud de la perturbación que afecta al potencial superficial, la movilidad y la concentración de portadores.

En este estudio hemos supuesto la presencia de una única impureza aceptadora que puede encontrarse en un estado neutro o negativamente cargada. Para la impureza cargada hemos estimado un valor para la longitud de perturbación del potencial superficial, de la movilidad y de la concentración de portadores móviles, \( L_t \), igual a \( 0.625 \times t_{ox} \). Esta longitud acuerda correctamente con el modelo propuesto por Mueller y colaboradores [Mueller H.H., 1996] para perturbaciones locales en un canal uniforme. En su trabajo, estos autores estimaron la extensión espacial de la perturbación del potencial creada por una carga situada en la interfase aislante-semiconductor. En la figura 3-5 se muestra la distribución de carga inducida en el canal cerca de una carga puntual en la interfase. El radio \( r \) es la distancia en el plano del canal desde el punto donde se sitúa la carga bajo estudio. La curva de puntos representa la densidad de carga por unidad de área, \( \Delta N_A(r) \), en el umbral y en inversión. La línea continua muestra la densidad de carga radial \( 2\pi r \Delta N_A(r) \). Podemos observar en esta figura como \( \Delta N_A(r) \) cae hasta un 10% de su valor máximo para una distancia igual al espesor del óxido, \( t_{ox} \). De donde se puede inferir que el radio de la región perturbada de un modo significativo por la carga fija en la interfase es menor que \( t_{ox} \). De hecho, estos autores toman \( r = 0.8 t_{ox} \) como estimación constante de la perturbación en el potencial inducida por la trampa.
cargada.

De este modo, el efecto de las fluctuaciones del potencial superficial sobre la movilidad y la concentración de los portadores en el canal se tienen en cuenta puesto que esta concentración de carga en el óxido se considera en aquellos puntos localizados bajo la longitud $L_t$. Así por ejemplo, la movilidad obtenida para bajo campo transversal se verá reducida por el aumento de la dispersión culombiana de tal modo que no será la misma dependiendo de la posición de los portadores a lo largo del canal.

![Diagrama de carga radial]

Figura 3-5: Carga inducida en el canal cerca de una carga puntual fija en la interfase. El radio $r$ es la distancia en el plano del canal desde la localización de la carga fija. Las curvas en línea continua representan la densidad de carga radial, $2\pi r \Delta N_s(t)$, y las curvas de puntos representan la densidad de carga por unidad de área, $\Delta N_s(t)$, en fuerte inversión y en umbral según se indica. [Mueller H.H., 1996].

III.4.- SIMULACIÓN DEL DISPOSITIVO

Para llevar a cabo el estudio de las fluctuaciones de corriente en un transistor MOS, el primer paso consistirá en la implementación de un simulador de dispositivos que nos
III - Amplitud RTS

ayudará a analizar cómo influyen diferentes parámetros relacionados con la estructura y la trampa involucrada en el proceso. El punto de partida consistirá en la resolución unidimensional autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schroedinger que nos permite describir correctamente las propiedades bidimensionales de la capa de inversión. Las funciones de onda soluciones de la ecuación de Schroedinger, nos van a permitir calcular la densidad de carga de cada subbanda y los niveles de energía asociados. Además se calculará la influencia que sobre la movilidad de los portadores ejerce la carga atrapada en el óxido.

Una vez planteado el problema, se llevó a cabo un estudio en el cual se pretendió buscar la mejor herramienta para desarrollar nuestros objetivos. Dadas las características de la situación estudiada y de los trabajos realizados en nuestro grupo de investigación [Gámiz F., 1994c], [Roldán J.B., 1997c], decidimos adaptar las herramientas desarrolladas previamente a las nuevas exigencias. Para clarificar el proceso seguido conviene dar una visión general acerca los distintos pasos que en él tienen lugar. El primero de ellos será la obtención del potencial a lo largo de la estructura MOS polarizada con diferentes tensiones de puerta, en segundo lugar extender este resultado a una estructura MOSFET en la cual se aplica una tensión entre los terminales drenador y fuente.

III.4.1. - Resolución autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schroedinger

Antes de realizar el estudio completo, podemos afirmar que un primer análisis cuantitativo de la estructura MOS lo constituye la solución clásica de la ecuación de Poisson en la dirección perpendicular a la superficie. A partir del conocimiento del potencial electrostático y por tanto de la curvatura de las bandas, podemos calcular la distribución de carga en el dispositivo y de ahí las propiedades de transporte de los electrones.

Con la resolución de la ecuación de Poisson, podemos determinar la magnitud de la curvatura de las bandas en todo punto y por lo tanto la densidad de carga. Si φ(z) representa el potencial en cualquier punto de la estructura, la curvatura de bandas queda definida a través
de la variación del nivel de Fermi intrínseco $E_f(z)$

$$E_f(z) = E_{ib} - e\phi(z),$$  \hspace{1cm} (3.11)

donde $E_{ib}$ es el nivel intrínseco lejos de la interfase. En el volumen del semiconductor, la ecuación de Poisson se expresa como

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} = -\frac{\rho(z)}{\varepsilon_{si}},$$  \hspace{1cm} (3.12)

donde $\rho(z)$ es la densidad total de carga y $\varepsilon_{si}$ la constante dieléctrica del silicio.

La densidad de carga en el silicio recibe las contribuciones tanto de portadores libres, huecos y electrones, como de las impurezas ionizadas donadoras ($N_d$) y aceptadoras ($N_a$). La resolución de la ecuación de Poisson se ha llevado a cabo por medio de un procedimiento numérico iterativo utilizando el método de Newton. Las densidades de electrones y huecos se han calculado utilizando la teoría clásica, por medio de la integración del producto de la densidad de estados en la banda de conducción y valencia respectivamente y la función de ocupación de esos estados (calculada haciendo uso de la estadística de Fermi-Dirac).

La ecuación de Poisson, sin embargo, no es suficiente para describir correctamente el comportamiento de los electrones en el canal. En la bibliografía se muestran numerosas evidencias experimentales de las propiedades bidimensionales o quasi-bidimensionales de los portadores en una lámina de inversión [Schrieffer J.R., 1957], [Wheeler R.G., 1975], [Gornik E., 1976]. Los trabajos de estos autores dejan claro que el pozo de potencial formado por la interfase aislante-semiconductor es suficientemente estrecho para que los efectos cuánticos sean importantes, es decir, las propiedades de los electrones atrapados en este pozo de potencial están cuantizadas en la dirección perpendicular a la interfase. La inclusión de los efectos cuánticos se hace absolutamente necesaria en nuestro trabajo para la obtención de resultados precisos. Estos efectos se harán evidentes cuando calculemos la carga imagen creada en el canal por una carga puntual localizada en la interfase en fuerte inversión así
como para llevar a cabo el cálculo de los tiempos de captura y emisión de portadores localizados en diferentes subbandas del pozo de potencial.

Para tener en cuenta estos efectos se necesita calcular los posibles niveles de energía y las funciones de onda correspondientes que caracterizan a los portadores en una lámina de inversión. Para ello, la ecuación de Poisson ha de resolverse de forma autoconsistente con la de Schroedinger. Sin embargo, antes de afrontar este problema, hay que tener en cuenta que los electrones próximos a una superficie aislante-semiconductor se mueven en el seno de un potencial muy complejo. Generalmente existe una barrera de potencial elevada que tiende a mantener a los electrones fuera del aislante. Un estudio completo y exacto de la estructura es difícil y engorroso y escapa a la finalidad de nuestro trabajo. Para sortear estas dificultades se ha seguido el trabajo de Gámiz y Madelung [Gámiz F., 1994c], [Madelung O., 1978], para establecer las aproximaciones utilizadas en este cálculo.

Vamos a considerar que el potencial en el cual se mueven los electrones en inversión, es sólo función de la distancia a la interface, donde z se define como la coordenada en la dirección perpendicular a la interface. Sin embargo, debido al carácter discreto y localizado de los centros de carga presentes en la estructura (impurezas, cargas en el aislante, estados en la interface) y a la no uniformidad en el plano paralelo de la interface (rugosidad de la interface) entre otras causas, este potencial no será únicamente una función de z, sino que dependerá también de la posición en el plano x-y (plano paralelo a la interface). Estas modificaciones son responsables de las fluctuaciones en la distribución de los electrones en inversión, y por lo tanto responsables de los mecanismos de dispersión.

En estas condiciones, admitiendo que el potencial al que se encuentran sometidos los electrones sólo depende de z, la función de onda del electrón, puede escribirse como el producto de una función de Bloch, un factor que depende únicamente de z y una onda plana que representa el movimiento libre del electrón en el plano paralelo a la interface. La función de onda en la dirección z, ζ(z), satsface la ecuación diferencial
\[
\frac{\hbar^2}{2m_z}\frac{d^2\xi}{dz^2} + [E''-V(z)]\xi(z)=0
\]

(3.13)

donde \(m_z\) representa la masa efectiva, \(\frac{1}{m_z} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2}\), y \(V(z)\) es el potencial en la dirección \(z\) obtenido mediante la resolución de la ecuación de Poisson. Para cada uno de los valores discretos \(E''\) de energía, los vectores de onda paralelos a la intersección, \(k_x\) y \(k_y\), varían de forma continua entre \(+\infty\), de manera que para cada valor de \(E''\) se tiene un continuo de energías. A cada uno de estos continuos de energía se les denomina subbanda de energía. El número de subbandas coincide con el número de estados ligados de la ecuación de Schroedinger para el pozo de potencial \(V(z)\) solución de la ecuación de Poisson. Por lo tanto, el número de estados ligados es infinito y el número de subbandas en que queda contenido el gas de electrones es infinito. Ante la imposibilidad de considerar tal número de subbandas, aparece la necesidad de elegir un número finito de ellas. El resultado de un estudio previo [Gámiz F., 1994c] confirma que la utilización de seis subbandas es suficiente. Con este número se consigue describir la mayoría de los electrones en todas las condiciones de campo efectivo y temperatura, y además es lo suficientemente pequeño para que el estudio sea viable. La inclusión en el cálculo de las diferentes subbandas en que se distribuyen los electrones nos será posteriormente de gran utilidad para poder comprender los efectos de las trampas cargadas sobre la movilidad de los portadores. Esto es debido a la dependencia que presenta la dispersión culombiana con el grado de confinamiento de los portadores y su distancia a los centros cargados.

El potencial eléctrico \(V(z)\) solución de la ecuación de Poisson (3.12) y presente en la ecuación de Schroedinger (3.13) viene dado por la suma de dos contribuciones [Ando T., 1982]

\[
V(z)=V_d(z)+V_{env}(z)
\]

(3.14)

\(V_d(z)\) es la contribución al potencial de la carga de las impurezas ionizadas en la zona de
depleción y $V_{\text{inv}}(z)$ la contribución de la carga inducida por la inversión en la lámina de carga espacial. Estos dos términos pueden obtenerse de la resolución de la ecuación de Poisson (3.12).

Existen otros términos que influyen en el potencial que actúa sobre los electrones. Uno de ellos es el potencial imagen que se origina debido a la diferencia existente en las constantes dieléctricas del semiconductor y el aislante, que posee un carácter repulsivo. Otro término a considerar sería el producido por los efectos de interacción electrón-electrón puesto que en la zona de inversión cada electrón se verá afectado por el campo eléctrico creado por el resto de portadores. Se ha comprobado que independientemente de la temperatura a la que se trabaje, estos dos términos contribuyen de una manera poco significativa. De hecho la inclusión de los efectos de la correlación por intercambio y el potencial imagen suponen un tratamiento muy riguroso, con un coste muy elevado en tiempo de computación, que no se traduce en la obtención de mejores resultados en el estudio de las propiedades de transporte. Puesto que los resultados obtenidos sobre los posibles estados de energía y funciones de onda de los electrones en láminas de inversión serán aplicados posteriormente al estudio de las propiedades de transporte de electrones, en este trabajo se han considerado únicamente las dos contribuciones al potencial $V(z)$ procedentes de la carga en inversión y depleción, (3.14), no incluyendo, por lo tanto, ni efectos de correlación por intercambio, ni la contribución del potencial imagen.

De acuerdo con los comentarios anteriores, para calcular los niveles de energía y las funciones de onda de los electrones en una lámina de inversión de Si (100), necesitamos resolver autoconsistemente la ecuación de Schroedinger (3.13) y la ecuación de Poisson

$$\frac{d^2}{dz^2}[V_d(z)+V_{\text{inv}}(z)]=\frac{e}{\varepsilon_0} \left[ \rho_d(z)+\rho_{\text{inv}}(z) \right], \quad (3.15)$$

donde $\rho_{\text{inv}}(z)$ es la densidad de carga en inversión, $\rho_{\text{inv}}=-e\,n(z)$, siendo $n(z)$ la densidad total de electrones en inversión.
\begin{equation}
    n(z) = \sum_i n_i(z) = \sum_i N_i |\psi_i(z)|^2 ,
\end{equation}

con \( N_i \) la densidad de electrones por unidad de área en la subbanda i-ésima [Stern F., 1967].
Por otro lado, \( \rho_d(z) \) es la densidad de carga en la zona de depleción, y viene dada por

\begin{equation}
    \rho_d(z) = e \left[ N_A e^{-\frac{V_m(z) + V_d(z)}{k_B T}} \right] - N_A ,
\end{equation}

donde \( N_A \) es la concentración de impurezas. Puesto que \( \rho_d(z) \) depende del potencial que queremos calcular en la ecuación (3.15) el método a emplear será iterativo. El conocimiento de las densidades de carga en inversión y depleción para cada una de las tensiones aplicadas al dispositivo nos ayudará a estudiar cómo depende la fluctuación normalizada de corriente con la región de operación, permitiendo explicar la contribución del número de portadores y de la movilidad.

Las ecuaciones (3.15) y (3.17), se resuelven de manera numérica, partiendo de la solución clásica para el potencial obtenida inicialmente. Del conocimiento de los niveles de energía y funciones de onda será posible obtener la forma en que se distribuyen los electrones en la lámina de inversión tanto espacial como energéticamente. Se podrá estudiar también cómo cambia esta distribución cuando se modifican las condiciones de temperatura y campo eléctrico transversal.

De acuerdo con resultados previos de otros autores [Laux S.E., 1988], [Fischetti M.V., 1993], se puede utilizar un modelo simplificado de bandas no parabólico obteniéndose una buena aproximación al modelo real de bandas hasta una energía electrónica de aproximadamente 0.5 eV respecto al extremo de la banda. Este modelo no parabólico es el utilizado a lo largo de este trabajo. La no parabólica se puede incluir en la relación de dispersión \( E-k \) desarrollando la energía en serie de potencias del vector de onda, o desarrollando el vector de onda en serie de potencias de la energía. En este trabajo se ha hecho uso de la expresión utilizada por López-Villanueva [López-Villanueva J.A., 1993]
Las ventajas de esta expresión son su simplicidad, debido a que las correcciones de
la no parabólica están únicamente contenidas en el parámetro $\alpha$.

Partiendo de una solución clásica y fijado el valor de la curvatura de bandas y la
temperatura, se resuelven autoconsistentemente y de forma iterativa las ecuaciones de Poisson
y Schroedinger hasta que se alcance la convergencia. Todos los resultados que se presentan
en este apartado han sido obtenidos por este procedimiento de cálculo. Conocidos los niveles
de energía y funciones de onda de los electrones, podemos calcular el resto de las magnitudes
que caracterizan su comportamiento, como son su distribución espacial y energética. Se ha
observado que la solución cuántica está extendida espacialmente. La distribución cuántica
presenta una extensión mayor que la clásica y además el máximo de la primera se encuentra
en el interior del semiconductor. Estos factores son esenciales para la comprensión del
comportamiento de los electrones en inversión, de tal forma que existirán aspectos que sólo
admitirán una interpretación cuántica pero no clásica.

III.4.2.- Simulador de MOSFETs unidimensional. Modelo de lámina de carga modificado

El siguiente paso consistirá establecer unos terminales en los extremos de la estructura
MOS de manera que al fijar una diferencia de tensión entre los mismos circule una corriente.
Para ello, esta sección describe un simulador desarrollado a partir de los datos obtenidos
sobre las cargas en inversión, deplexión y el centroide de carga en inversión por medio de
la resolución autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schroedinger unidimensionales
a las que nos hemos referido en las secciones anteriores. Con este propósito nos vamos a
basar en el modelo de lámina de carga desarrollado por Brews [Brews J.R., 1978]. Las
aproximaciones básicas a partir de las cuales se plantea este modelo son las siguientes:

a) Aproximación de canal gradual: Se supone que el campo eléctrico longitudinal, en
la dirección del flujo de corriente es mucho menor que el que existe en la dirección perpendicular a la interfase del substrato con el óxido. Si suponemos que la primera dirección coincide con x, entonces esta aproximación se expresa $|E_x| << |E_z|$, donde $E_z$ es el campo eléctrico perpendicular a la interfase y $E_x$ es el campo eléctrico paralelo a la interfase substrato-óxido.

b) Corriente de puerta despreciable: Se supone muy pequeña la corriente de puerta y despreciable comparada con la de drenador.

c) Corriente inversa muy pequeña en las uniones PN que se forman en los contactos de fuente y drenador: Se suponen despreciables estas corrientes ya que en las regiones de operación usuales del dispositivo se polarizan en inverso.

d) Espesor del canal infinitesimal: Se supone que el espesor de la capa de inversión suele ser mucho menor que la profundidad de la región de carga espacial bajo el canal y se desprecia frente a esta última. Esta aproximación está justificada por los resultados presentados por Stern [Stern F., 1967] en los que se indicó que el espesor de la capa espacial es unas cien veces mayor que el de la lámina de inversión.

Para describir los efectos cuánticos que aparecen en los MOSFETs y que se introdujeron en la sección anterior, hemos modificado el modelo de lámina de carga. Para tener en cuenta la separación del máximo de la distribución de carga en inversión con respecto a la superficie del óxido, se va a utilizar una lámina de carga de espesor infinitesimal situada a una distancia $z_i$ (posición media de los electrones en el canal) dentro del semiconductor. El valor $z_i$ viene dado por

$$ z_i = \frac{\int_{0}^{z_p} zn(z)dz}{\int_{0}^{z_p} n(z)dz} $$

(3.19)
dónde n(z) es la densidad de electrones en la coordenada perpendicular a la superficie del óxido. De este modo, la densidad de electrones por unidad de volumen se puede describir como

\[ n_f(z) = N_I \delta(z-z_I) \]  \hspace{1cm} (3.20)

donde \( N_I \) representa la carga total en inversión bajo el canal. Si hacemos uso de la expresión anterior y la introducimos en la ecuación de Poisson, obtenemos la expresión matemática del potencial electrostático al que se someten los electrones en el canal, \( \Psi^* \) [Banqueri J., 1994],

\[ \Psi^* = \Psi_s - \frac{q}{\varepsilon_s} N_A z_I - \frac{q}{\varepsilon_s} N_A \left( z_d - \frac{z_I}{2} \right) \]  \hspace{1cm} (3.21)

y la profundidad de la región de carga espacial, \( z_d \),

\[ z_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{qN_A} \left( \Psi_s - \frac{q}{\varepsilon_s} N_A z_I \right)} \]  \hspace{1cm} (3.22)

donde \( \Psi_s \) es el potencial en la superficie del óxido y \( N_A \) es el dopado del substrato. Los principales mecanismos que contribuyen a la corriente de portadores en el canal son el de arrastre y el de difusión. La corriente de arrastre viene expresada por la siguiente expresión matemática

\[ I_{d(x)} = \mu(E_p E_{\perp}) (-Q_I) W \frac{d\Psi^*}{dx} \]  \hspace{1cm} (3.23)

donde \( \mu(E_p, E_{\perp}) \) es la movilidad de los electrones en el canal (función de los campos eléctricos longitudinal \( E_p \) y transversal \( E_{\perp} \)), \( Q_I \) es la carga en inversión y \( W \) la anchura del canal. El otro mecanismo que toma parte en la conducción de portadores en el canal es el de difusión.
La corriente de drenador que se obtiene al integrar la suma de las dos contribuciones a lo largo de todo el canal es

\[ I_{\text{diffusion}}(x) = \mu (E_p E_x) W \phi_i \frac{dQ_i}{dx}, \quad (3.24) \]

donde \( \phi_i = k_B T/q \).

Imponiendo la aproximación de canal gradual, la corriente de drenador que se obtiene al integrar la suma de las dos contribuciones a lo largo de todo el canal es

\[ I_{DS} = \frac{qW \mu (E_p E_x)}{L} \left[ -\bar{N}_i (\Psi_{\text{drain}}^* - \Psi_{\text{source}}^*) + \phi_i (N_{\text{drain}} - N_{\text{source}}) \right], \quad (3.25) \]

donde \( \bar{N}_i \) es el valor medio de la densidad de electrones en inversión y \( L \) la longitud del canal. La resolución autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schroedinger nos proporciona los datos en la fuente y drenador para poder evaluar la expresión (3.25).

Hasta ahora se ha supuesto que los MOSFETs tienen un canal lo suficientemente largo y ancho para que los efectos de canal corto sean despreciables. Esto nos permitió calcular y desarrollar la expresión (3.25). Sin embargo, cuando se reduce la longitud del canal, esta aproximación gradual deja de ser válida. En concreto, la ecuación (3.25) requiere una variación lenta del potencial a lo largo del canal, lo cual deja de ser cierto cuando se reduce la longitud del canal. Además, tampoco incluye el efecto provocado por una distribución variable de carga en el canal. Precisamente éste es el caso aquí estudiado cuando varía el estado de carga de una trampa en el óxido. Por todos estos motivos se hace necesario un método que nos permita tener en cuenta las grandes variaciones de las distribuciones de carga en inversión y depleción a lo largo del canal en transistores de canal muy corto. En este caso, cuando la aproximación de canal gradual no es aplicable, se divide el canal en subcanales de longitud desconocida \( L_i \), de manera que en todos ellos caiga la misma tensión \( V_{\text{d}} \), suficientemente pequeña para que en cada uno de ellos sea válida la hipótesis de canal gradual.
Vamos a considerar un MOSFET de canal N con un dopado en el substrato \( N_A(x) \), un espesor de óxido \( T_{ox} \), un canal de longitud \( L \) y anchura \( W \) sobre el que se aplican unas tensiones de puerta-substrato, drenador-fuente y fuente-substrato \( V_{GS}, V_{DS} \) y \( V_{SB} \) respectivamente. En la figura 3-6 se ilustra la división en subcanales pequeños del dispositivo, en cada uno de los cuales cae una pequeña porción de la tensión de drenador, de modo que se puede aplicar la aproximación de canal gradual en cada uno de ellos.

**Figura 3-6:** División en subcanales de longitud \( L_i \) del canal total del MOSFET de longitud \( L \). El número de subcanales es lo suficientemente grande para que en cada uno de ellos se pueda aplicar la aproximación de canal gradual.

La partición del canal ha de cumplir los siguientes requisitos para las longitudes de cada uno de los subcanales \( L_i \)

\[
L = \sum_{i=1}^{N} L_i, \tag{3.26}
\]

y para las tensiones que caen en cada uno de los subcanales, \( V_{dsi} \).
El método aquí propuesto refleja una cierta analogía con el método propuesto por Tsividis para extender la validez de la aproximación cuasiestática [Tsividis Y.P., 1987], en la que un transistor MOSFET se representa como una sucesión de transistores MOSFET pequeños en serie de modo que en cada uno de ellos se pueda considerar la hipótesis estática. En la figura 3-7 se representa este esquema.

![Diagrama de un transistor MOSFET](image)

Figura 3-7: El transistor de partida, con una longitud de canal L, se divide en transistores más cortos de longitud L\textsubscript{e} en un número suficientemente grande para que en cada uno de ellos se pueda aplicar la aproximación de canal gradual.

En los extremos de cada uno de estos subcanales se resuelven autoconsistente
temente las ecuaciones unidimensionales de Poisson y Schroedinger, donde se tiene en cuenta la separación de los pseudo-niveles de Fermi para electrones y huecos en cada extremo de la siguiente manera.
\[(E_{F_{n}} - E_{F_{p}})_{q+1} = (E_{F_{n}} - E_{F_{p}})_{q} - qV_{ds_{i}} \]  \hspace{1cm} (3.28)

Con este método de resolución podremos evaluar todas las magnitudes necesarias para calcular la corriente que circula por cada uno de estos subtransistores haciendo uso de la expresión (3.25) y substituyendo L por \(L_{i}\).

Como la corriente \(I_{ds}\) a lo largo del canal del transistor es constante, cada una de las corrientes calculadas ha de ser igual a la corriente total del transistor, o lo que es lo mismo

\[I_{ds} = \frac{qW\mu_{i}(E_{F_{n}}E_{F_{p}})}{L_{i}} \left[ -N_{i}(\Psi_{drain}^{*} - \Psi_{source}^{*}) + \phi_{i}(N_{i,drain} - N_{i,source}) \right], \hspace{1cm} (3.29)\]

donde ahora los subíndices \(drain\) y \(source\) se refieren a los extremos de cada subcanales. El método iterativo que se ha desarrollado para obtener el valor de la corriente de canal para un valor de la tensión drenador-fuente \(V_{ds}\) es el siguiente:

a) Se fija un nivel de corriente arbitrario \(I_{ds}\).

b) Puesto que conocemos los valores del potencial, \(\psi^{*}\), carga en inversión, \(N_{i}\), y movilidad en los extremos de cada uno de los substransistores, podemos calcular la longitud de cada subcanales, \(L_{i}\), correspondiente al nivel de corriente fijado aplicando la ecuación (3.29).

c) Se compara la suma de las longitudes de los subcanales con la longitud total del canal. Si ambas magnitudes coinciden, el nivel de la corriente elegido es la corriente en el canal. Si no coinciden, se toma otro nivel de corriente ligeramente superior o inferior al anteriormente utilizado dependiendo del resultado obtenido. El campo eléctrico longitudinal en cada subcanales vendrá dado por

\[E_{i} = \frac{V_{ds_{i}}}{L_{i}}, \hspace{1cm} (3.30)\]
por lo que al iniciar una nueva iteración se emplearán estos nuevos valores para tener en cuenta el efecto del campo longitudinal sobre la movilidad de los portadores cuya forma de obtenerla se analizará en el siguiente subapartado. Este proceso iterativo se repite hasta alcanzar la convergencia.

Cuando se pasa a la región de operación de saturación y se produce el agotamiento del canal en el extremo de drenador, se sustituye el valor de la longitud total del canal por $L_{SAT} = L - \Delta L$ donde $L_{SAT}$ se define como la longitud total del canal, $L$, menos la zona del canal agotada, $\Delta L$, y $V_{DS}$ por $V_{DSAT}$, dónde $V_{DSAT}$ se calcula como la tensión de drenador fuente que hace que en el extremo de drenador la carga en inversión sea el 10% de la densidad de carga en deplexión. Con este valor de $V_{DSAT}$ se calcula $\Delta L$ haciendo uso de la siguiente expresión [Shur M., 1990; Tsividis Y. P., 1987],

$$\Delta L = \frac{2\varepsilon_s}{qN_A} \left( \sqrt{\Phi_D} + (V_{DS} - V_{DSAT}) - \sqrt{|\Phi_D|} \right), \quad \Phi_D = \frac{F_S \varepsilon_s}{2qN_A}, \tag{3.31}$$

donde $F_S$ es el campo eléctrico en la superficie del óxido en la dirección paralela a ésta, en el punto de estrangulamiento del canal.

Haciendo uso del simulador previamente desarrollado se han conseguido reproducir curvas experimentales de salida en transistores de canal largo [Ghailan Y., 1996]. También se han utilizado simuladores de MOSFETs de difusión y deriva como MINIMOS para reproducir estas curvas experimentales lográndose un buen acuerdo.

No obstante, para transistores de dimensiones reducidas, como los estudiados aquí, debe tenerse en cuenta la posibilidad de que los efectos de canal corto estén presentes. Podemos considerar como efectos de canal corto los siguientes [Sah C. T., 1991]:

i) Conductancia de drenador en saturación no nula y no saturación de la corriente de drenador.
III - Amplitud RTS

ii) Reducción de la tensión umbral.

iii) Crecimiento del valor de la transconductancia.

El primero de los efectos se debe a la extensión de la región de depleción creada por la unión de drenador en el interior del canal para elevadas tensiones de drenador. Esto provoca la reducción de la longitud del canal y por consiguiente el aumento de la corriente medida. El segundo de los efectos tiene su origen en la extensión de la región de carga espacial de la unión de fuente. Este fenómeno reduce la densidad de carga del substrato controlada por la puerta. Por último, el punto iii) tiene su origen en el número insuficiente de dispersiones sufridas por los electrones en su tránsito a través del canal que les impide alcanzar un estado de equilibrio. Es por esto que los electrones se aceleran a velocidades mayores que los valores de saturación estacionarios. Este proceso se conoce como overshoot de velocidad.

Para evitar estos efectos se trata de aumentar la concentración de dopado en el substrato. Para ello se realizan implantaciones iónicas que consiguen picos de concentración en la proximidad de la interfase Si-SiO₂ y limitan de este modo las regiones de depleción de fuente y drenador. La región implantada no se extiende a demasiada profundidad del interior del substrato de tal modo que el efecto body y las capacidades de unión todavía corresponden al dopado en el volumen del substrato, inferior al medido cerca de la interfase.

III.4.3.- Cálculo de la movilidad de los portadores

Para el cálculo de la movilidad de los portadores en el canal, que es el último parámetro que nos queda por determinar en nuestro modelo, se han incluido las dependencias de ésta con los campos eléctricos longitudinal $E_1$, y transversal $E_\perp$. Este factor es crucial para evaluar la corriente de drenador en nuestro estudio de las señales RTS. La movilidad local de los electrones en cada punto del canal, $\mu_0(E_1,E_\perp)$, debe calcularse haciendo uso de una expresión similar a [Thornber K.K., 1980]
\[
\mu(E_pE_\perp) = \frac{\mu_0(E_\perp)}{\left(1 + \left(\frac{\mu_0(E_\perp)E_\perp}{\nu_{\text{sat}}}\right)^{\frac{1}{\beta}}\right)^{\frac{1}{\beta}}},
\]

(3.32)

donde \(\mu_0(E_\perp)\) representa la movilidad de bajo campo, \(\nu_{\text{sat}}\) representa la velocidad de saturación de los portadores y \(\beta\) es un parámetro de ajuste que suele estar en el intervalo \((1-2)\).

Para conseguir este propósito debemos conocer previamente la movilidad de bajo campo, \(\mu_0(E_\perp)\). Además, puesto que el perfil del campo eléctrico transversal varía a lo largo del canal por culpa de las cargas presentes en el óxido, estas variaciones deben ser tenidas en cuenta cuando se considere la movilidad en cada subcanel.

Para simular la movilidad local en el transistor comenzamos calculando la movilidad para campos longitudinales pequeños, a partir de una simulación Monte Carlo aplicada a un transistor de canal largo con el que se ha obtenido la dependencia de la movilidad con el campo eléctrico transversal. Para ello se han incluido los diferentes mecanismos de dispersión que se encuentran presentes en el transporte de portadores en láminas de inversión semiconductoras. Podemos destacar la dispersión por fonón y rugosidad superficial [Jacoboni C., 1983], [Fischetti M.V., 1993] y la dispersión culombiana originada por las impurezas ionizadas del dopado y las cargas presentes en el óxido y en la interfase [Gámiz F., 1994b], [Gámiz F., 1995b]. En esta simulación Monte Carlo se ha permitido a los electrones viajar a través de seis subbandas y moverse entre ellas [Gámiz F., 1994c]. Para bajas temperaturas, la dispersión culombiana determina la movilidad de los portadores, es por ésto que hemos utilizado un modelo completo de dispersión culombiana en láminas de inversión semiconductoras [Gámiz F., 1994a], [Gámiz F., 1995b] que nos ha permitido incluir los efectos de la distribución real de carga en el óxido y el apantallamiento que los portadores móviles ejercen sobre estas cargas. Este último punto del apantallamiento será esencial, como después comprobaremos [Godoy A., 1997a], para la comprensión de los resultados obtenidos.
Probablemente éste sea un aspecto al que se ha prestado poca atención en el análisis de las amplitudes RTS.

Una vez conocida la movilidad de bajo campo, \( \mu_0(E_L) \), y para incluir la dependencia con el campo eléctrico longitudinal, hemos seguido las conclusiones alcanzadas por Roldán [Roldán J.B., 1997a]:

i) El valor de \( \beta \) necesario para reproducir las curvas de movilidad dependen del rango de campo longitudinal en el que se trabaje. Los valores obtenidos varían en un intervalo que va desde 1.5 hasta 2.

ii) El parámetro \( \beta \) no depende del campo transversal.

iii) Sólo cuando \( v_{na} = 1.1 \times 10^7 \text{cms}^{-1} \) se pueden reproducir todos las curvas de movilidad obtenidas mediante simulación Monte Carlo.

De todo este trabajo se pudo extraer una expresión empírica que relaciona el valor de \( \beta \) con el campo longitudinal

\[
\beta(E_p) = 3 - 0.31 \times \log(E_p) \quad (3.33)
\]

Esta dependencia de la movilidad con el campo longitudinal, \( E_p \), nos autorizará posteriormente a examinar la dependencia existente entre la fluctuación normalizada de corriente, los cambios producidos en la movilidad y la dependencia de ambas magnitudes con la tensión drenador-fuente aplicada al transistor.
III.5.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Llegados a este punto, estamos preparados para analizar el efecto que sobre las características del dispositivo tiene la captura y emisión de un electrón desde una trampa aceptadora. Para ello vamos a considerar un MOSFET de canal N con una serie de parámetros geométricos y tecnológicos comunes entre los dispositivos de dimensiones submicras. Así podemos citar un espesor del óxido de puerta de 5 nm, longitud de canal y anchura de 0.1 μm y 2 μm respectivamente. Para el perfil de dopado del substrato se consideró una implantación iónica de Boro sobre el canal para obtener un pico de concentración de $3 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ a una distancia de 0.1 μm de la interfase Si-SiO$_2$. Este tipo de perfiles implantados son eficaces en el control de efectos de canal corto tales como el control de la tensión umbral y la eliminación del punchthrough, mientras que se consigue mantener una elevada movilidad de los electrones en el canal.

Figura 3-8: Perfil del dopado del transistor MOSFET utilizado en la simulación. El substrato de partida posee una concentración de impurezas aceptadoras de $10^{14} \text{cm}^{-3}$ y sobre él se ha realizado una implantación iónica que permite obtener un pico de concentración de $3 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ a una distancia de 0.1 μm de la interfase Si-SiO$_2$ (línea vertical discontinua). Este perfil del dopado es especialmente indicado para tratar de eliminar los efectos de canal corto.
En la figura 3-8 se puede observar el perfil del dopado de impurezas aceptadoras del transistor MOSFET empleado en este trabajo. La concentración de impurezas en el substrato es de $10^{14}$ cm$^{-3}$ y mediante la implantación iónica se obtuvo el pico de concentración que aparece en la gráfica a 0.1 $\mu$m de la interfase señalado por la línea discontinua vertical.

Una vez que todos los parámetros del dispositivo se encuentran perfectamente definidos, el siguiente paso será obtener las curvas de movilidad de bajo campo. De acuerdo con el método anteriormente expuesto hemos calculado las curvas de movilidad en función del campo efectivo para una temperatura de 88K. Las diferentes curvas mostradas en la figura 3-9 representan la movilidad local para bajo campo longitudinal, $\mu_0(E)$, obtenidas a partir de una simulación Monte Carlo que un electrón tendría cuando:

(1) La trampa está vacía y por tanto en un estado neutro.

(2) El electrón está sometido a la influencia de una trampa negativamente cargada localizada dentro del óxido a una distancia de 15Å de la interfase.

(3) La trampa cargada está localizada justo en la interfase Si-SiO$_2$.

Estas curvas se calculan considerando que los portadores se encuentren permanentemente sometidos a la acción de la trampa correspondiente a cada una de las situaciones anteriores. A partir de estos datos de movilidad podremos analizar distintos estados. En primer lugar se calcularán las diferencias existentes entre una situación en la cual la trampa aceptadora se encuentra vacía y otra en la que aparezca negativamente cargada. Además, para esta última disposición también podremos examinar la influencia que la profundidad de la trampa en el interior del óxido ejerce sobre la amplitud de las fluctuaciones de corriente.

Estas curvas se muestran fuertemente separadas para un régimen de bajo campo efectivo debido a la dominación de la dispersión cuatrómiana sobre el resto de mecanismos de dispersión. No obstante, cuando la tensión aplicada en la puerta aumenta estas curvas tienden a coincidir como consecuencia del apantallamiento. Debemos también remarcar la influencia que sobre la movilidad ejerce la profundidad de la trampa cargada en el interior del óxido como se demuestra por la diferencia existente entre las curvas (2) y (3) de la figura 3-9.
Figura 3-9: Curvas de movilidad en función del campo efectivo obtenidas mediante simulación Monte Carlo para una temperatura de 88K. La curva (1) se calculó sin carga en el óxido, la curva (2) corresponde a la situación en la cual existe una carga atrapada situada a 15Å de la interfase y finalmente la curva (3) se evaluó con una carga atrapada justamente en la interfase.

III.5.1.- Amplitud RTS como función de la corriente de drenador

Una vez que las herramientas necesarias para el cálculo de las fluctuaciones de corriente se encuentran totalmente desarrolladas podemos pasar a cumplir los objetivos propuestos en secciones anteriores. Para ello comenzaremos evaluando la expresión (3.10). En este caso hemos considerado una temperatura de 88K pudiendo hacer uso de los valores de movilidad presentados en la figura 3-9 y una tensión drenador-fuente de 1mV, de manera que nos encontramos en la región lineal de funcionamiento.

La curva (1) de la figura 3-10 corresponde a la fluctuación total de corriente, donde las variaciones de movilidad y del número de portadores se han incluido simultáneamente. La curva (2), en línea discontinua, corresponde al primer término del miembro derecho de la
ecuación (3.10) y la curva (3) corresponde al segundo término del miembro derecho de (3.10).

Figura 3-10: Fluctuaciones normalizadas de la corriente de drenador en función de la corriente para una temperatura de 88K y tensión drenador-fuente de 1mV. En la curva (1) tanto las fluctuaciones de movilidad como del número de portadores causadas por la trampa cargada se incluyen simultáneamente. En la curva (2) (línea discontinua), consideramos el efecto de la trampa cargada sobre la movilidad pero no sobre en el cálculo de la carga en inversión y depleción. Finalmente, en la curva (3) la movilidad empleada corresponde a la calculada cuando no existen cargas atrapadas mientras que el efecto de la trampa cargada se tiene en cuenta en el cálculo de la densidad de portadores.

En esta figura se puede comprobar cómo el término que representa la fluctuación de movilidad de los portadores del canal, curva (2), reproduce de manera fiel el comportamiento de la fluctuación total de la corriente, curva (1). Sin embargo, la contribución de la variación en el número de portadores es mucho menor y sólo apreciable para corrientes muy pequeñas. Por tanto, de esta gráfica se puede deducir que las fluctuaciones de movilidad juegan un papel fundamental en la explicación del comportamiento de la amplitud RTS [Godoy A., 1997a]. Este resultado no es sorprendente puesto que ya se ha descrito previamente que las fluctuaciones de movilidad inducidas por las trampas cargadas dominan el comportamiento del ruido 1/f de un MOSFETs de canal N para tensiones bajas de puerta [Gross B.J., 1992]. Además Fang y colaboradores [Fang P., 1991] estudiaron trampas creadas en dispositivos
MOSFET submicra sometidos a degradación utilizando las fluctuaciones relativas de corriente como herramienta de caracterización. Haciendo uso de una expresión similar a (3.2) evaluaron la contribución que sobre la variación total de la corriente tiene cada término. En su estudio concluyeron que para un cambio relativo en la corriente ΔI/I del 0.11% el sumando correspondiente a la fluctuación de la movilidad contribuía en un 0.09%.

Continuando con el mismo dispositivo, hemos evaluado las fluctuaciones de corriente manteniendo fija la tensión drenador-fuente a 1mV para dos temperaturas diferentes, 300K y 88K como función de la corriente de drenador (Figura 3-11). Previamente se han calculado las curvas de movilidad para dicha temperatura de manera análoga a como ya se hizo a 88K. Para estudiar en profundidad las diferentes contribuciones a la fluctuación total de corriente, también se muestra la carga en inversión y depleción.

Figura 3-11: Fluctuaciones normalizadas de la corriente representadas en línea continua, carga en inversión (Q_{inv}) en línea continua y carga en deplección (Q_{dep}) línea a trazos como función de la corriente de drenador para (a) (T=300K, V_{ds}=1mV) y (b) (T=88K, V_{ds}=1mV).

Así, en la figura 3-11(a), evaluada a temperatura ambiente, podemos observar que mientras la carga en depleción se mantiene por encima de la carga en inversión, la fluctuación de corriente normalizada permanece constante. Sin embargo, cuando la carga en inversión supera a la carga en depleción la fluctuación de corriente disminuye. La figura 3-11(b)
(T = 88K) revela un comportamiento diferente, a saber, la amplitud RTS comienza a disminuir desde su valor máximo constante antes de que la carga en inversión sobrepase a la carga en depleción [Godoy A., 1997a]. A la luz de estos resultados, podemos comprobar que no es necesario alcanzar un régimen de fuerte inversión para inducir un decaimiento de las fluctuaciones de corriente, como había sido argumentado previamente por otros autores [Kirton M.J., 1989], [Reimbold G., 1984], para aquellos modelos basados exclusivamente en la fluctuación del número de portadores. De nuevo concluimos que la contribución exclusiva de la variación en el número de electrones del canal no es suficiente para poder explicar los resultados obtenidos y nos obliga a incluir los efectos del cambio de movilidad para poder entender este fenómeno [Godoy A., 1997e].

El comportamiento de la fluctuación de corriente puede aclararse haciendo uso de la figura 3-9 que representa a la movilidad de bajo campo frente al campo efectivo. Como ya mencionamos anteriormente, para bajos campos transversales la dispersión colombiana domina el comportamiento de la movilidad separando las diferentes curvas. Conforme la tensión de puerta crece, aumenta la concentración de portadores libres en inversión, creciendo el apantallamiento sobre la carga atrapada y disminuyendo por tanto la contribución de la dispersión colombiana y como consecuencia la fluctuación de corriente se reduce.

Hasta aquí hemos explicado el comportamiento de las fluctuaciones de corriente haciendo uso de la movilidad de los portadores. Para profundizar un poco más en la comprensión de estos fenómenos debemos tratar de entender el origen de este comportamiento de la movilidad. Para conseguirlo hay que recordar una serie de factores importantes tales como que los electrones se distribuyen en diferentes subbandas de energía y que la interacción colombiana es inversamente proporcional a la distancia entre cargas. Con todo ésto podemos afirmar que los electrones situados en subbandas excitadas presentan menor probabilidad de dispersión que los electrones de la subbanda fundamental debido a que:

i) En subbandas excitadas los portadores se encuentran más alejados de las cargas.
ii) Entre los electrones de la subbandas excitadas y las cargas, se interponen los
electrones de subbandas inferiores y el apantallamiento es más efectivo.

Se puede concluir que el aumento del campo efectivo reduce la probabilidad de dispersión colombiana en todas las subbandas, siendo más acusada esta reducción en las subbandas excitadas que en la fundamental debido a los puntos i) y ii) antes citados.

De la variación con la temperatura se observa que la carga en depleción apenas se modifica con la temperatura y para un valor fijo del campo efectivo, el número de electrones en la capa de inversión es independiente de la temperatura. Para temperaturas más bajas, el gas electrónico, a igualdad de campo efectivo, se muestra más confinado, por lo que la porción de electrones que ocupan la subbanda fundamental será mayor. Como consecuencia, a bajas temperaturas el apantallamiento es más efectivo que a altas. Un aumento de la temperatura provoca un mayor poblamiento de las subbandas excitadas a costa de la población de la subbanda fundamental y por tanto un desconfinamiento del gas electrónico en inversión. Ésto trae consigo un menor apantallamiento de la carga responsable de la dispersión y a su vez una dispersión más efectiva.

Como conclusión es posible afirmar, después de un estudio en profundidad de los diferentes factores que influyen sobre la amplitud RTS, la necesidad de incluir la contribución de la fluctuación de la movilidad de los portadores para poder entender el comportamiento de la amplitud RTS. No obstante, en los siguientes apartados obtendremos más evidencias que reafirman nuestros resultados.

III.5.2.- Influencia de la profundidad de la trampa en el óxido sobre la amplitud RTS

En el aislante de un transistor MOS las trampas se sitúan a diferente profundidad de la interfase. De hecho, la profundidad de las trampas en el óxido puede considerarse como un parámetro aleatorio y por consiguiente los portadores del canal son dispersados por trampas localizadas a diferentes profundidades y éste es un factor que también afectará a la
amplitud RTS. Utilizando la potencia del simulador, que nos permite seleccionar la profundidad de la carga en el interior del óxido, vamos a colocar una trampa aceptadora a dos distancias diferentes de la interfase, una a 15Å y la otra justamente en la interfase. Como es bien conocido, la dispersión de los electrones por centros cargados disminuye rápidamente cuando la carga se aleja de la interfase y se ha probado que para cargas situadas a 100Å o más de la interfase la dispersión colombiana es despreciable [Gámez F., 1995a]. Este comportamiento se reprodujo en nuestro cálculo de la movilidad como puede ser observado en la figura 3-9 donde la curva (2) corresponde a una trampa cargada localizada a 15Å de la interfase y la curva (3) corresponde a una trampa cargada situada justamente en la interfase. Para estas dos situaciones analizadas hemos calculado la fluctuación normalizada de corriente y de este modo estudiar la influencia ejercida por la posición de la trampa en el interior del óxido. Los resultados obtenidos en los dos casos planteados se representan en la figura 3-12.

![Diagrama de fluctuations](image-url)

**Figura 3-12:** Amplitud RTS para una trampa cargada situada a diferentes profundidades dentro del óxido. La línea continua se obtuvo situando la trampa cargada justo en la interfase Si-SiO₂ y la línea discontinua con la carga situada a 15Å de la interfase.

La línea continua se corresponde con la trampa cargada localizada justo en la interfase, mientras que para la línea discontinua la carga atrapada se localizó dentro del óxido a 15Å de...
la interfase. Como puede observarse de esta figura, la amplitud aumenta cuando la carga se aproxima al canal pero esta diferencia se reduce cuando la corriente de drenador aumenta. Para la situación aquí analizada, donde se ha fijado la tensión drenador-fuente a un valor muy pequeño, se cumple que el aumento de la corriente de drenador o de la tensión de puerta provoca el crecimiento de la carga en inversión y por lo tanto un apantallamiento más efectivo de la trampa cargada. Este apantallamiento reduce la importancia de la dispersión culombiana y las diferencias entre las dos curvas tienden a reducirse.

Con intención de entender mejor los aspectos involucrados en el proceso que nos ocupa en este apartado, vamos a hacer referencia también a la influencia que ejerce la profundidad de la carga en el óxido sobre la movilidad de los portadores. Aunque la posición de los centros cargados en el interior del óxido es un factor de difícil control y además la determinación del centroide de la distribución de cargas en el aislante es un problema que necesita un montaje experimental complejo [Nicollian E.H., 1982], todos estos inconvenientes pueden superarse desde el punto de vista de la simulación. Para comprender este fenómeno se han calculado curvas de movilidad para distribuciones de cargas a diferentes posiciones dentro del óxido.

La figura 3-13 muestra curvas de movilidad a 100K para diferentes posiciones en el interior del óxido de una lámina de carga con una concentración de \( N_{ox} = 8 \times 10^{10} \text{cm}^{-2} \). El aumento de la distancia existente entre la lámina cargada y los portadores móviles, reduce la interacción culombiana provocando un aumento del valor máximo de la movilidad y el desplazamiento de dicho máximo hacia campos efectivos más pequeños. A esta temperatura todavía se nota la presencia de las cargas situadas a 100Å de la interfase aunque su influencia sea mínima. A temperaturas superiores, \( T = 300 \text{K} \), se comprueba que las cargas situadas a más de 100Å de la interfase no afectan a la movilidad de los electrones. La comparación de las curvas a temperatura ambiente y bajas temperaturas ha permitido comprobar [Gámiz F., 1994c] como para bajos campos efectivos el efecto de la posición de la lámina de carga sobre la movilidad de los electrones es más acusado a bajas temperaturas que a temperatura ambiente. Esta diferencia va atenuándose por efecto del apantallamiento a medida que
aumenta el campo eléctrico transversal.

**Figura 3-13:** Curvas movilidad calculadas a $T=100K$ para diferentes posiciones en el interior del óxido ($z_{ox}$) de una lámina de concentración $N_{ox}=8\times10^{10} \text{ cm}^{-2}$. $z_{ox}$ en Å: (1): 0, (2): -5, (3): -10, (4): -20, (5): -30, (6): -50, (7): -70, (8): -100, (9): -∞. ($N_{A}=1\times10^{19}\text{cm}^{-3}$). [Gámiz F., 1995a].

Finalmente, podemos concluir de estos resultados que las diferencias en la profundidad de la trampa en el interior del óxido provocan una dispersión de los valores de la fluctuación de corriente evaluados puesto que dicha profundidad puede ser considerada como una variable aleatoria. No obstante, existen otros factores, tales como la existencia de una carga fija en el óxido y en la interfase Si-SiO$_2$, así como fluctuaciones en el dopado del substrato que simultáneamente participan en las variaciones de corriente del dispositivo y por tanto contribuirán a esa dispersión de valores.

**III.5.3.- Influencia de la tensión de puerta y drenador sobre la amplitud RTS**

De acuerdo con lo comentado anteriormente, el papel de la movilidad en la explicación
III - Amplitud RTS

del comportamiento de la amplitud RTS no ha sido suficientemente estudiado. Una excepción se puede encontrar en el reciente trabajo de Shi y colaboradores [Shi Z., 1994] donde se midió la amplitud RTS junto con la movilidad electrónica normalizada como función de la tensión de drenador aplicada. De dicha representación se puede observar como ambas magnitudes presentan la misma dependencia con \( V_{DS} \). La explicación a este comportamiento se basa en que para una tensión de puerta constante y una variación pequeña de la tensión de drenador, se puede considerar constante la concentración de electrones en inversión. Por esta razón y si nos fijamos en la expresión (3.2) se posible concluir que las variaciones de corriente deben ser proporcionales al término dependiente de la movilidad. No obstante, este razonamiento no deja de ser una especulación que nos permite comprender estos resultados experimentales puesto que no se ofrecen otros argumentos que permitan su verificación. Es por este motivo que nos proponemos medir las fluctuaciones de corriente junto con la movilidad normalizada de los electrones como función de la tensión de drenador aplicada al transistor y de este modo analizar y explicar el comportamiento de cada magnitud.

<table>
<thead>
<tr>
<th>( \mu / \mu_0 )</th>
<th>( \Delta / (\mu \sigma) )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1.0</td>
<td>0.4</td>
</tr>
<tr>
<td>0.9</td>
<td>0.3</td>
</tr>
<tr>
<td>0.8</td>
<td>0.2</td>
</tr>
<tr>
<td>0.7</td>
<td>0.1</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>( V_{GS} = 0.5V )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( T = 88K )</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Drain-Source Voltage (mV)

**Figura 3-14:** Movilidad normalizada de los electrones (línea discontinua) y fluctuaciones de la corriente (línea continua) en función de la tensión drenador-fuente para \( T = 88K \) y tensión de puerta 0.5V. \( \mu \) es la movilidad de los electrones evaluada para cada tensión de drenador y \( \mu_{bg} \) es la movilidad de bajo campo.
III - Amplitud RTS

Para ello hemos fijado la tensión de puerta a 0.5V y $V_{DS}$ se incrementó desde 1 hasta 50mV. En estas condiciones, hemos evaluado y representado en la figura 3-14 las fluctuaciones de corriente normalizadas (línea continua) junto con la movilidad promedio (línea discontinua) definida como la movilidad de los electrones ($\mu$) calculada para cada tensión drenador-fuente dividida por la movilidad de bajo campo ($\mu_{EO}$).

Para tensiones bajas de drenador a fuente, $\mu$ es aproximadamente la misma que $\mu_{EO}$ pero para valores mayores de $V_{DS}$ la degradación de la movilidad causada por el campo lateral, ver expresión (3.32), reduce su valor respecto a la movilidad de bajo campo [Roldán J.B., 1997a]. Puede apreciarse en la figura 3-14, que ambas magnitudes siguen una dependencia similar con la tensión drenador-fuente y por tanto se puede deducir la existencia de una fuerte correlación entre ellas del mismo modo que se podría inferir de los resultados experimentales presentados por Shi.

Es posible concluir que el comportamiento de la amplitud RTS en función de la tensión drenador-fuente viene dictado por la variación de la movilidad de los electrones y que en ésta, es la degradación provocada por el crecimiento del campo lateral la causa de la reducción de su valor desde el máximo alcanzado para muy bajos campos. Para tratar de contrastar este razonamiento también hemos modificado la tensión de puerta. En este sentido se utilizaron tres tensiones de puerta diferentes, 0.45V, 0.5V y 0.55V, y se calcularon las correspondientes fluctuaciones de corriente normalizadas tal y como se observa en la figura 3-15.
Figura 3-15: Amplitud relativa de las fluctuaciones de corriente en función de la tensión drenad or-fuente. En este caso se utilizaron tres tensiones de puerta diferentes 0.45V, 0.5V y 0.55V.

Como puede observarse de estos resultados, el aumento de la tensión de puerta y por tanto del campo efectivo reduce el valor de la amplitud normalizada. Para explicar este comportamiento hemos definido dos nuevas magnitudes [Godoy A., 1997c]

\[
\Delta \mu = \mu_0 - \mu_q, \quad \mu = \frac{\mu_0 + \mu_q}{2},
\]

(3.34)

donde \(\mu_0\) es la movilidad promedio experimentada por los portadores a lo largo de todo el canal cuando la trampa se encuentra vacía, de modo que no existen cargas en el óxido y \(\mu_q\) es la movilidad promediada para todo el canal cuando la trampa aceptadora se encuentra negativamente cargada. En este caso, sólo en una longitud \(L_t\), la perturbación originada por la trampa cargada se hace sentir sobre la movilidad; en el resto del canal se mantiene la movilidad calculada sin cargas. Haciendo referencia nuevamente a la figura 3-9 para profundizar en esta definición, podemos decir que la curva (1), correspondiente a la movilidad
III - Amplitud RTS

sin carga, es la utilizada para obtener los valores de movilidad de bajo campo empleados en todo el canal excepto en la región determinada por la longitud $L_s$ donde los valores empleados serán los de las curvas (2) o (3) dependiendo de la profundidad de la trampa cargada en el interior del óxido. Una vez clarificado el significado de $\mu_0$ y $\mu_q$ tendremos que $\Delta\mu$ se define como la diferencia entre las movilidades promedio puesto que, como se ha considerado hasta ahora, la trampa pasa el mismo tiempo en cada estado.

La figura 3-16 representa la movilidad promedio de los electrones, $\mu$, calculada para $V_{GS}=0.55\,V$ y línea continua, y para $V_{GS}=0.45\,V$, línea discontinua. Debemos hacer notar que a mayor tensión de puerta aplicada, 0.55V, la movilidad también es mayor debido a que el aumento del campo eléctrico transversal reduce la dispersión culombiana. Por tanto, la dependencia obtenida de la movilidad con la tensión de puerta es opuesta a la que presenta la amplitud RTS y que se muestra en la figura 3-15.

![Diagrama de movilidad promedio de electrones](image)

Figura 3-16: Fluctuaciones normalizadas de la movilidad en función de la tensión drenador-fuente. La línea continua se evaluó para $V_{GS}=0.55\,V$ y la línea discontinua para $V_{GS}=0.45\,V$.

Para tratar de explicar esta aparente contradicción, hemos representado en la figura
3-17 la fluctuación normalizada de la movilidad, $\Delta \mu/\mu$, para las dos tensiones de puerta utilizadas, $V_{GS}=0.45V$, línea discontinua, y $V_{GS}=0.55V$, línea continua, en función de la tensión drenador fuente.

![Diagrama](image)

Figura 3-17: Movilidad electrónica calculada para los portadores del canal en función de la tensión drenador-fuente para dos tensiones de puerta diferentes. La línea continua corresponde a $V_{GS}=0.55V$ y la línea discontinua a $V_{GS}=0.45V$.

Como puede observarse de esta figura, $\Delta \mu/\mu$ reproduce el mismo comportamiento previamente mostrado por la fluctuación de corriente normalizada donde la curva para $V_{GS}=0.45V$ se localiza por encima de la curva correspondiente a $V_{GS}=0.55V$. Debemos recordar que estamos interesados en la diferencia entre aquellos valores de la movilidad obtenidos cuando la trampa aceptadora empleada se encuentra vacía y cuando la trampa del óxido está cargada, no en el valor promedio de $\mu$. Además, puede apreciarse de las figuras 3-15, 3-16 y 3-17 que cuando la tensión de drenador aumenta, la degradación causada por el campo lateral unifica todas las curvas y las diferencias entre ellas desaparecen. Todos estos resultados acerca de la variación de la movilidad de los electrones frente a las tensiones de puerta y drenador nos permiten explicar el comportamiento de las fluctuaciones de corriente [Godoy A., 1997c]. También es importante resaltar las similitudes encontradas entre las
fluctuaciones normalizadas de corriente y movilidad convirtiéndose en una nueva prueba de la estrecha relación existente entre las dos magnitudes.

Para finalizar, hemos calculado el coeficiente de dispersión, "α", definido en (3.7) como un parámetro esencial para determinar las características de ruido en baja frecuencia. Para conseguir nuestro propósito partiremos de las figuras 3-15, 3-16 y 3-17. Bajo estas condiciones, tensión puerta-fuente constante y tensión drenador-fuente variable, se puede considerar que el primer término del miembro derecho de la ecuación (3.2) es aproximadamente constante. Por tanto, la diferencia entre $\Delta I_{DS}/I_{DS}$ evaluada en dos valores diferentes de $V_{DS}$ pero para el mismo valor de $V_{GS}$ es proporcional a $\alpha \mu$. Así, no necesitamos conocer la densidad de electrones o las capacidades de depleción y del óxido, tan sólo con los valores de $\Delta I_{DS}/I_{DS}$ tomados de la figura 3-15 y la movilidad calculada de la figura 3-16, puede obtenerse el coeficiente de dispersión fácilmente.

Para $V_{GS}=0.45V$ obtuvimos $\alpha = 5.5 \times 10^{-15}Vs$ y para $V_{GS}=0.55V$, $\alpha$ fue $3.5 \times 10^{-15}Vs$. Con intención de comprobar estos valores, hemos calculado la densidad electrónica para las dos tensiones de puerta aplicadas y así evaluar $\alpha$ mediante la formulación empírica propuesta por Hung y colaboradores [Hung K.K., 1990a, 1990b], $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \ln N$, donde $\alpha_0$ y $\alpha_1$ son constantes (3.9). Los datos obtenidos con esta expresión, utilizando nuestros valores de carga en inversión, se encuentran por encima de $10^{-15}Vs$. Además, Sun y Plummer [Sun S.C., 1980] utilizaron un valor de $\alpha = 2.36 \times 10^{-15}Vs$ para modelar el efecto de dispersión provocado por la carga en el óxido. De todos estos resultados encontramos que los valores publicados por distintos autores haciendo uso de metodologías diferentes y por otro lado los datos obtenidos a partir de nuestros cálculos se encuentran en buen acuerdo. Ésto nos sirve como garantía de la corrección de los resultados presentados.

A modo de resumen podemos comentar los aspectos más destacados de este capítulo. En primer lugar se ha realizado una revisión de los diferentes modelos que pretenden explicar la amplitud de las fluctuaciones de corriente en MOSFETs donde se revelaron ciertos aspectos merecedores de un análisis más profundo tales como:
- La variación del número de portadores en el canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas está caracterizada tan solo en débil y fuerte inversión mediante valores aproximados.

- La variación de la movilidad de los portadores del canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas se modela mediante un coeficiente de dispersión del que no existe una expresión analítica válida en un rango amplio de temperaturas y tan sólo se encontró una expresión empírica.

Hemos llevado a cabo un estudio riguroso de la estructura MOS que nos permita solventar estas dificultades. Para ello se adaptó un simulador de transistores MOS de canal corto que permitió incluir los efectos de la carga atrapada en la interfase así como la perturbación que ésta produce sobre la carga en inversión, deplexión y movilidad superficial de los electrones del canal.

Se ha separado la amplitud de las fluctuaciones en dos términos. En uno se incluye la contribución de las fluctuaciones del número de portadores, \( \Delta N \), y en el otro la contribución de las fluctuaciones de la movilidad, \( \Delta \mu \), demostrando que este factor es dominante en la variación total de la corriente.

Se ha considerado la situación donde una carga puntual es atrapada en la interfase Si-SiO\(_2\). En estas circunstancias se han calculado las cargas imágenes inducidas en la puerta, el substrato y el canal de inversión de la estructura MOS, comprobándose que la carga imagen de cada uno de estos terminales depende de la tensión de puerta aplicada al dispositivo. Se comprobó que en débil inversión la carga imagen inducida en el canal es despreciable y sólo en fuerte inversión alcanza su valor máximo aunque este es inferior al valor de la carga de un electrón debido al distanciamiento del centroide de la carga en inversión.

También ha sido posible demostrar que no es necesario alcanzar la región de fuerte inversión para que la amplitud RTS comience a disminuir desde su valor máximo alcanzado en la región de débil inversión. Para explicar este comportamiento hay que tener en cuenta
que el crecimiento de la concentración de portadores en inversión acarrea un mayor apantallamiento de las trampas cargadas en el óxido y por tanto una reducción en la efectividad de la dispersión culombiana sufrida por los electrones.

Se ha calculado la amplitud RTS para trampas situadas a diferente profundidad de la interfase Si-SiO₂ comprobándose que este fenómeno puede ser origen de la dispersión de valores medidos aunque es necesario considerar otros factores que simultáneamente contribuyen a la dispersión de los datos.

Hemos observado la similitud del comportamiento de los valores normalizados de las fluctuaciones de corriente y de movilidad de los electrones frente a la tensión drenador-fuente. Para explicar tal parecido se hizo necesario definir una movilidad promedio y una variación de la misma. Hay que resaltar que la utilización exclusiva de una movilidad promedio no es suficiente para analizar los resultados y además puede conducir a resultados erróneos. Fue necesario considerar las fluctuaciones de movilidad provocadas por el cambio en el estado de carga de la trampa para entender el comportamiento de la amplitud RTS.

Finalmente, y haciendo uso de nuestros propios resultados, se calculó el coeficiente de dispersión utilizando un procedimiento diferente a los empleados por otros autores. Los resultados obtenidos se encuentran dentro del mismo orden de magnitud y las diferencias existentes pueden achacarse a las aproximaciones realizadas por aquellos autores que consideran el factor, $\partial N/\partial N_0$, aproximadamente -1 en todo el rango donde se calcula el coeficiente de dispersión $\alpha$. 
CAPÍTULO IV

ESTUDIO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO DE LAS FLUCTUACIONES DISCRETAS DE CORRIENTE EN TRANSISTORES DE EFECTO CAMPO METAL ÓXIDO SEMICONDUCTOR.

IV.1.- INTRODUCCIÓN

Como comentamos en el inicio del capítulo III, las fluctuaciones de corriente vienen determinadas por dos aspectos diferentes. Uno es la amplitud de las fluctuaciones, tema éste del que ya nos hemos ocupado en dicho capítulo. El otro factor importante son los tiempos que la corriente permanece en cada uno de los estados, alto y bajo, y es
IV - Constantes de tiempo RTS

precisamente este último punto sobre el que nos vamos a centrar ahora.

Estas constantes de tiempo han sido determinadas experimentalmente bajo una amplia variedad de condiciones referidas tanto a la polarización del dispositivo como a la temperatura a la que se realizaron dichas medidas. Se han tratado de explicar estos resultados a partir de diferentes teorías que reprodujesen correctamente los datos experimentales. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados hasta la fecha, no existe una teoría completa y ampliamente aceptada que concuerde con las medidas de laboratorio. La importancia de la comprensión de estos tiempos de captura y emisión se hace evidente si tenemos en cuenta que se trata de un proceso en el que intervienen los portadores móviles del canal junto con trampas situadas en el óxido. Por tanto, el estudio de este fenómeno permitiría entender mejor los procesos físicos que tienen lugar en el sistema silicio-óxido de silicio que como es bien sabido, constituye uno de los elementos básicos sobre los que se sustenta la tecnología microelectrónica actual.

Después de un análisis en profundidad de las distintas teorías y modelos conocidos, es posible afirmar que aunque los avances en este campo han sido muy importantes, hasta ahora no se ha llevado a cabo un análisis exhaustivo del proceso que aquí nos ocupa, donde las constantes de tiempo macroscópicas medidas en el laboratorio estuvieran claramente relacionadas con las magnitudes microscópicas asociadas a esta transición. El método que permitiría llevar a cabo esta investigación sería un cálculo completo de los tiempos de transición basado en los principios de la mecánica cuántica. En dicho cálculo se debería poner de manifiesto la relación entre las propiedades de la trampa (nivel energético, factor de acoplamiento electrón-fonón y distancia a la interfase) y las condiciones del entorno (temperatura, tensión aplicada a la puerta y dopado del substrato) con estos tiempos.

La realización de este estudio es el objetivo que nos ocupa en este capítulo. Para lograrlo hemos implementado un cálculo cuántico detallado de las probabilidades de transición entre una trampa neutra situada en el interior del óxido de puerta cerca de la
interfase y un estado del canal mediante la aproximación de la emisión multifonón e incluyendo la contribución de la energía de Coulomb [Shulz M., 1993], [Mueller H.H., 1994]. Este cálculo ha sido realizado utilizando unos modelos determinados de función de onda para los estados de la trampa en el óxido y en el canal para poder calcular los elementos de la matriz de transición de un modo similar a como se realiza en el volumen de un semiconductor. No obstante, dado el comportamiento bidimensional de los electrones en la lámina de inversión [Stern F., 1972], hemos estudiado la captura desde diferentes subbandas, partiendo de un punto de vista cuasi-bidimensional totalmente original. Mediante una simulación numérica de la estructura MOS, la función de onda envolvente, el mínimo de energía para cada subbanda, la energía de Coulomb y el potencial superficial se encuentran disponibles para diferentes tensiones de puerta, temperaturas y parámetros tecnológicos tales como el espesor del óxido y el perfil de dopado del substrato. Toda esta información será utilizada para explicar los tiempos de captura y emisión observados en las fluctuaciones discretas de corriente.

Antes de presentar en detalle el estudio que acabamos de comentar acerca del proceso de captura y emisión de los portadores del canal de inversión en estructuras MOS, vamos a hacer un breve resumen de los principales resultados conocidos hasta la fecha. Una vez presentado nuestro modelo analítico se llevará a cabo una exhaustiva comparación con resultados experimentales para la verificación del mismo. Finalmente expondremos las conclusiones más importantes que se han alcanzado.

IV.2.- MODELOS DE CAPTURA Y EMISIÓN DE PORTADORES EN DEFECTOS

Debido a que la fluctuación en la ocupación de las trampas presentes en el óxido constituye el origen de las RTS, su análisis proporciona información valiosa sobre la estructura Si-SiO₂. Por este motivo se ha convertido en objeto de estudio por parte de numerosos investigadores. En este apartado vamos a tratar de resumir los principales
resultados obtenidos sobre esta materia. Inicialmente trataremos la dependencia de las constantes de tiempo con la temperatura y posteriormente su dependencia con la tensión de puerta.

Consideremos en primer lugar transiciones de electrones localizados en el canal de conducción de un transistor MOS hasta defectos localizados en el aislante. Más concretamente, vamos a utilizar una trampa aceptadora donde, si recordamos la figura 3-2, el tiempo de captura, $\tau_c$, correspondía al tiempo que la impureza permanecía vacía y por tanto eléctricamente neutra mientras que el tiempo de emisión, $\tau_e$, correspondía al tiempo que la trampa permanecía ocupada y por tanto negativamente cargada. Se cumple entonces que la probabilidad de captura para un defecto localizado en la interfase puede escribirse como la inversa del tiempo de captura, $\frac{1}{\tau_c}$, y se expresa según

$$\frac{1}{\tau_c} = \int_{E_e}^{E_s} \int_{E_e}^{E_s} r(E) dE = \int_{E_e}^{E_s} n(E) v(E) \sigma(E) dE,$$  \hspace{1cm} (4.1)

donde $r(E)$ representa la probabilidad de captura por unidad de energía. $r(E)$ puede escribirse como el producto de un flujo de partículas, $n(E)v(E)$, por una sección eficaz de captura, $\sigma(E)$, donde $n(E)$ es la densidad de electrones en la lámina de inversión y $v(E)$ la velocidad de los mismos. (4.1) puede expresarse de manera más simplificada como

$$\frac{1}{\tau_c} = n v \sigma,$$ \hspace{1cm} (4.2)

si se considera que la densidad de portadores en la lámina de inversión puede representarse por el valor constante $n$ y la velocidad térmica y la sección eficaz de captura por sus valores promedio $\bar{v}$ y $\sigma$ respectivamente. Partiendo de medidas experimentales se ha podido concluir el carácter térmicamente activado de la sección eficaz de captura
\[ \sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_B}{kT}\right), \quad (4.3) \]

donde \( \Delta E_B \) denota la barrera para la captura y \( \sigma_0 \) es un término constante [Shulz M., 1978]. Este mecanismo de captura y emisión de portadores es totalmente análogo al proceso multifonón desarrollado para niveles profundos en semiconductores [Henry D.V., 1977]. Sustituyendo (4.3) en (4.2) obtenemos

\[ \overline{\tau_e} = \frac{\exp(\Delta E_B / kT)}{\sigma_0 n}. \quad (4.4) \]

Para averiguar el tiempo de emisión, \( \overline{\tau_e} \), basta conocer el tiempo de captura, \( \overline{\tau_c} \), y aplicar el principio de equilibrio microscópico.

Bajo estas condiciones, es posible investigar la dependencia de los tiempos característicos con la temperatura. Para ello se sustituye \( \bar{v} \) por \((8kT/m^*)^{1/2}\), donde \( m^* \) es la masa efectiva de un electrón en la lámina de inversión, y la dependencia con la temperatura de la densidad del número de portadores \( n \) puede obtenerse a partir de la corriente de drenador. Si se considera que el dispositivo se encuentra en la región lineal de operación se puede escribir

\[ I(T) = \frac{W}{l} n(T) \mu_n(T) V_B \tau(T), \quad (4.5) \]

donde \( V_B \) es la tensión de drenador aplicada, \( \mu_n(T) \) es la movilidad electrónica dependiente de la temperatura y \( \tau(T) \), \( W \) y \( l \) representan el espesor, la anchura y la longitud del canal respectivamente. Sustituyendo cada uno de los factores de esta ecuación por su dependencia con la temperatura llegamos finalmente a escribir [Kirton M.J., 1989]
IV - Constantes de tiempo RTS

\[ I(T)T = \frac{\exp(\Delta E_B / kT)}{\sigma_0 \chi} \quad (4.6) \]

\[ T^2 = \frac{\exp((\Delta E_B + \Delta E_{CT})/kT)}{\sigma \eta} \]

donde \( \chi \) y \( \eta \) son constantes, \( E_C \) representa la energía del fondo de la banda de conducción y \( E_T \) es el nivel energético de la trampa, entonces \( \Delta E_{CT} = E_C - E_T \). A partir de la representación gráfica en escala logarítmica de las funciones expresadas en (4.6) frente a \( 1/T \) podemos obtener las energías \( \Delta E_B \) y \( \Delta E_{CT} \) así como una estimación de \( \sigma_0 \). No obstante, se ha observado que la aplicación de este método a medidas experimentales obtenidas a partir de diferentes trampas estudiadas en transistores MOS de dimensiones submicras a temperatura ambiente tienen como resultado una gran dispersión de valores de \( \sigma_0 \) y \( \Delta E_B \). Así por ejemplo, se han obtenido valores de \( \sigma_0 \) que difieren en cinco ordenes de magnitud y valores de \( \Delta E_B \) en un intervalo comprendido entre 0.19 y 0.65 eV. La distribución de valores de \( \sigma_0 \) es compatible con el rango de distancias dentro del cual se distribuyen las trampas en el óxido mientras que los valores que la magnitud \( \Delta E_B \) puede tomar corresponden a la captura en defectos localizados en el interior de un material amorfo.

Los resultados experimentales sobre el comportamiento térmico de estos tiempos [Ralls K.S., 1984], [Kirton M.J., 1989], [Ohata A., 1990], [Gross B.J., 1992], [Shi Z., 1994], muestran claramente que la captura y emisión de un electrón localizado en la banda de conducción por parte de una trampa situada en la proximidad de la interfase Si-SiO_2 no puede ser tratada como un simple proceso de túnel elástico. Se ha sugerido también esta conclusión a partir de los datos obtenidos mediante medidas de capacidad-voltaje en estructuras MOS donde se han observado evidencias del proceso de relajación de la trampa [Zvanut M.E., 1989]. De hecho, el comportamiento térmicamente activado de los tiempos de captura y emisión ha sido atribuido al proceso de emisión multifotonón [Kirton M.J.,
1989], [Shi Z., 1994]. No obstante, en trabajos previos se utilizó una expresión asintótica de la sección transversal de captura, que sólo es válida para temperaturas elevadas [Ridley B.K., 1980], [Ridley B.K., 1993]. Esta expresión contiene también un factor que informa sobre la interacción túnel entre el canal y la trampa y la dependencia con la tensión de puerta de la transición. Por otra parte, el modelo de emisión multifóton fue aplicado a este proceso en el límite de temperatura cero, mostrando el elevado grado de acoplamiento de estas trampas próximas a la interfase Si-SiO₂ [Fowler W.B., 1990].

Para estudiar la dependencia de los tiempos característicos con la tensión aplicada a la puerta podemos hacer uso de la expresión (4.2). De ella se deduce que el cambio en el tiempo de captura al aumentar la tensión de puerta procede fundamentalmente de la variación en la densidad de electrones, n, donde se ha supuesto una sección eficaz de captura invariante. Según la ecuación (4.5), cuando la tensión de puerta crece, la densidad de electrones debería ser aproximadamente proporcional a la corriente de drenador. Sin embargo, se ha comprobado experimentalmente [Shulz M., 1993] que dichas constantes de tiempo disminuyen rápidamente con el crecimiento de la concentración de portadores en el canal. La disminución es superlineal, aproximadamente siguiendo una tendencia proporcional a n^{-2.5}, contrastando fuertemente con la expresión (4.2) procedente de la teoría Shockley-Read-Hall. Para explicar estas discrepancias hay que tener en cuenta que la teoría aplicada tiene su base en la captura de portadores en el volumen de un semiconductor. En una trampa localizada en el óxido de una estructura MOS encontramos importantes diferencias

i) La carga en inversión, localizada en el plano formado por la lámina de inversión, se encuentra situada a cierta distancia de la trampa y no la rodea completamente de manera que se pierde la simetría que puede encontrarse en el volumen del semiconductor.

ii) Al aumentar la tensión de puerta crece el campo efectivo aplicado a los portadores en inversión de manera que la distribución de carga en el canal, y por tanto su centroide, se desplaza hacia la interfase Si-SiO₂ aumentando el solapamiento de las funciones de onda. De este modo la aproximación que supone una densidad de carga en
inversión uniforme pierde su validez.

Por otra parte Ralls y colaboradores [Ralls K.S., 1984] consiguieron estimar la profundidad de una trampa aceptadora en el interior del óxido al modificar la tensión aplicada a la puerta del dispositivo. Las medidas experimentales de señales RTS para diferentes tensiones de puerta han demostrado que el tiempo que la corriente permanece en el nivel alto se reduce considerablemente al hacer crecer la tensión de puerta, mientras que el tiempo en el estado bajo apenas si se altera. Para explicar esta dependencia primero debemos analizar el efecto que el cambio en la tensión aplicada en la puerta tiene sobre el diagrama de bandas de la estructura. Para ello se representa en la figura 4-1 el diagrama de bandas inicial (línea continua) y el final (puntos) después de un incremento de la tensión de puerta.

![Diagrama de bandas en un MOSFET de canal N](image)

**Figura 4-1:** Diagrama de bandas en un MOSFET de canal N. La línea punteada representa el cambio producido por un incremento positivo de la tensión de puerta $\delta V_G$. $\delta \phi_x$ es la variación del potencial superficial, $E_T$ y $E'_T$ denotan la posición del nivel energético de la trampa antes y después de la variación de la tensión de puerta. $\phi_x$ denota la diferencia de potencial entre el nivel de Fermi en el volumen $E_F$ con respecto al nivel intrínseco $E_i$.

Si inicialmente el nivel energético de la trampa $E_T$ se encuentra por encima del nivel de Fermi, la diferencia existente entre ambos niveles se reduce al aumentar la tensión de puerta. Si por el contrario, $E_T$ se encuentra por debajo de $E_F$, esta diferencia se
hace más negativa. La ocupación fraccional del defecto viene gobernada por

\[ \frac{\tau_c}{\tau_e} = \exp \left( \frac{E_T - E_F}{kT} \right), \quad (4.7) \]

donde para una trampa aceptadora se ha identificado el tiempo que la corriente pasa en el nivel alto con el tiempo de captura y el tiempo que la corriente pasa en el nivel bajo con el tiempo de emisión. Siguiendo el modelo desarrollado por Ralls, vamos a comentar como el análisis del cociente entre los tiempos de captura y emisión de la RTS puede utilizarse para estimar la distancia de la trampa dentro del óxido. Para ello tomaremos el logaritmo en los dos miembros de la ecuación (4.7) y derivando con respecto a \( V_{GS} \) se obtiene

\[ \frac{d}{dV_{GS}} (\Delta E_{TP}) = \frac{kT}{q} \frac{d}{dV_{GS}} (\ln \tau_c - \ln \tau_e), \quad (4.8) \]

donde \( \Delta E_{TP} = E_T - E_F \). De esta manera, un incremeneto de la tensión de puerta origina un cambio de los tiempos evaluados que permiten estimar el cambio producido en la separación energética entre el nivel energético de la trampa y el nivel de Fermi. El cambio producido en el potencial superficial, \( \delta \phi_s \), puede evaluarse a partir de un análisis de la estructura. Con todos estos datos nos encontramos en condiciones de calcular la distancia de la trampa a la interfase, \( d \), mediante la relación

\[ \delta (\Delta E_{TP}) = q (\delta V_G - \delta \phi_s) \frac{d}{t_{ox}} + q \delta \phi_s, \quad (4.9) \]

donde \( t_{ox} \) es el espesor del óxido. Los resultados de Ralls arrojaron valores inferiores a 2nm cuando el dispositivo opera en inversión fuerte y muy débil. Estos datos se enmarcan dentro de lo previsto y coinciden con otras estimaciones, sin embargo cuando el transistor se encuentra próximo al umbral, se obtuvieron valores anormalmente grandes en torno a
20nm. La explicación dada para tratar de entender estas anomalías establece que en el caso de trampas analizadas cuando la tensión de puerta se encuentra próxima a la tensión umbral, la energía de ligadura $\Delta E_{CT}$ cambia como función de la tensión de puerta por encima de lo previsto atendiendo sólo al estudio electrostático antes mencionado.

Podemos concluir a la vista de los resultados presentados la existencia de diversos aspectos tales como la dependencia de las constantes de tiempo con la concentración de portadores en inversión o la estimación de la profundidad de la trampa en el interior del aislante, que no son correctamente explicados por las teorías hasta ahora presentadas. Es necesario analizar con mayor profundidad la dependencia de estos tiempos con la temperatura y la tensión aplicada en sus diferentes terminales. Para lograr este objetivo nos hemos propuesto fundir en una teoría unificadora todos aquellos elementos que puedan influir. Por tanto nos proponemos presentar un modelo analítico de las constantes de tiempo de captura y emisión de un portador situado en la lámina de inversión desde una trampa localizada en el óxido distinguiendo claramente entre los diferentes procesos físicos involucrados

i) una transición túnel,

ii) una emisión o absorción multifonón determinada por los diferentes estados de los niveles inicial y final y

iii) el efecto de la barrera electrostática colombiana.

Todos estos elementos dan lugar finalmente a un proceso de túnel inelástico.

Así, la probabilidad total de captura, $W_c$, puede ser expresada como el producto de la probabilidad multifonón, $W_{mp}$, y el efecto de la barrera colombiana,

$$W_c = W_{mp} e^{\frac{\Delta E}{kT}}, \quad (4.10)$$

donde $\Delta E$ es la energía de Coulomb, $k$ la constante de Boltzmann y $T$ la temperatura absoluta. Una vez conocida la forma de la probabilidad de captura llevaremos a cabo una comparación con resultados experimentales que nos permita validar los resultados.
IV.3.- CÁLCULO CUÁNTICO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO

Una vez comentado el estado en que se encuentra el estudio de las constantes de tiempo RTS y fijados nuestros objetivos de acuerdo con las carencias que se han detectado, pretendemos ahora desarrollar con detalle cada uno de los aspectos que acabamos de citar.

IV.3.1.- Elección del modelo de emisión multifonón

El primer paso en este cálculo es elegir el modelo de emisión multifonón más adecuado a la transición electrónica entre un estado del canal y una trampa localizada en el óxido. Este tipo de captura está asistido por la emisión simultánea de varios fonones en contraste con el proceso de dispersión intrabanda donde es un único fonón el que se ve involucrado en el proceso. En la figura 4-2 se muestra una representación energética de un nivel de impureza, $E_T$, localizado en la banda prohibida de un semiconductor. En la parte superior se ha dibujado el diagrama de energías electrónicas usuales, donde $E_C - E_T$ es la profundidad energética medida por los transitorios de emisión. No obstante, teniendo en cuenta la energía vibracional causada por la interacción electrón-red, la energía total quedaría representada como se ve en la parte inferior de la figura 4-2. Allí se muestran tanto la energía de la barrera, $E_B$, como la energía de relajación después del proceso de captura ($S$ fonones de energía $\hbar \omega$). Por tanto, se ve involucrada en este fenómeno una energía mayor que $E_C - E_T$ y este hecho juega un papel muy importante en la dependencia térmica de la sección transversal de captura de acuerdo con el modelo de emisión multifonón.
IV.3.2.- Probabilidad de emisión multifonón

Una vez elegido el modelo de probabilidad multifonón debemos calcular dicha probabilidad para el caso que nos ocupa, es decir, para transiciones de electrones situados en la lámina de inversión y el defecto localizado en el óxido. Brevemente, en este apartado vamos a comentar los pasos seguidos en la deducción de la probabilidad de emisión multifonón dejando para una discusión posterior la elección de los modelos de las funciones de onda de los estados inicial y final.
Las transiciones multfonón no radiativas de electrones en sólidos se deben a la ruptura de la aproximación adiabática; ello da lugar a un hamiltoniano de perturbación $H_{NA}$ que determina las transiciones electrónicas desde un estado a otro. $\Phi_i(r,Q)$ y $X_{in}(Q)$ denotan respectivamente la parte electrónica y vibracional de la red de la función de onda de Born-Oppenheimer, $\Psi_{in}(r,Q)$, que satisfacen las siguientes ecuaciones de autovalores

\[
[H_e+H_{el}]{\Phi_i}(r,Q)=U_i(Q){\Phi_i}(r,Q) \\
[H_l+U_i(Q)]X_{in}(Q)=E_iX_{in}(Q).
\]

(4.11)

En la ecuación anterior, $H_e$, $H_l$ y $H_{el}$ representan la parte electrónica, vibracional de la red y de acoplamiento electrón-fonón del hamiltoniano total, $r$ es el vector posición del electrón y $Q$ es la coordenada de configuración, que denota simbólicamente a todas las coordenadas de la red $Q_a$.

La probabilidad de una transición no radiativa $W_{ab}$ desde un estado $a$ hasta otro $b$ debido a la ruptura de la aproximación adiabática viene expresada por la regla de oro de Fermi

\[
W_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar} \text{Ave}_n \sum_i |<\Psi_{bn}|H_{NA}|\Psi_{an}>|^2 \delta(E_b-E_a),
\]

(4.12)

donde se suma sobre todos los posibles estados finales $\Psi_{bn}$ y $\text{Ave}_n$ denota un promedio en todos los estados de vibración de la red en el estado inicial $\Psi_{an}$.

Normalmente se considera que la interacción electrón-red es lineal y puede expresarse según

\[
H_{el} = \sum_s G_s(r)(Q_s^e - Q_s^i),
\]

(4.13)

donde $Q_s^e$ es la posición en equilibrio de las vibraciones de red en el estado inicial $\Psi_{an}$ y...
\( Q_s^t = -\frac{\langle \Phi_i^0 | G_s(r) | \Phi_i^0 \rangle}{\hbar \omega_s} \) , \( (4.14) \)

donde \( | \Phi_i^0 \rangle \) es la función electrónica de orden cero que satisface \( H_e | \Phi_i^0 \rangle = U_i^0 | \Phi_i^0 \rangle \) y \( \omega_s \) es la frecuencia angular de la vibración de red para el modo s-ésimo. Con la suposición de la interacción lineal electrón-phonón, las vibraciones de la red se comportan como osciladores armónicos y sus frecuencias angulares permanecen inalteradas. La parte vibracional de red de la función de onda puede ser expresada como

\( | X_m(Q) \rangle = \prod_s n_s (Q_s - Q_s^t) \rangle \) , \( (4.15) \)

donde \( n_s \) es el número cuántico de las vibraciones de red y \( Q_s^t \) la posición en equilibrio de las vibraciones de red en un estado genérico \( i \). La diferencia en la energía total entre los dos estados \( \Psi_a \) y \( \Psi_b \) viene dada por

\[ E_b - E_a = -E_T + \sum_s (n_s^b - n_s^a) \hbar \omega_s \) , \( (4.16) \)

donde \( E_T \) es la separación de la energía electrónica entre los estados \( \Psi_a \) y \( \Psi_b \). El desplazamiento en la posición de equilibrio de las vibraciones de red durante la transición del estado \( \Psi_a \) al \( \Psi_b \) se define como

\[ \Lambda_s = Q_s^b - Q_s^a \) \( (4.17) \)

y el factor de Huang-Rhys, \( S \), se define según
\[ S_s = \frac{1}{2} \sum_s A_s^2. \] (4.18)

Dentro de la aproximación no-Condoniana para la resolución de la ecuación (4.11), el elemento de la matriz de transición en la ecuación (4.12) puede reducirse a la siguiente expresión

\[ \langle \Psi_{bn} | H_{NA} | \Psi_{an} \rangle = \sum_s \langle \Phi^0_b | G_s(r) | \Phi^0_a \rangle \langle X_{bn} | Q_s - Q_s^a | X_{an} \rangle. \] (4.19)

Con la ecuación anterior y siguiendo la notación \( V_s = \langle \Phi^0_b | G_s(r) | \Phi^0_a \rangle \), la probabilidad de transición \( W_{ab} \) se escribe como

\[ W_{ab} = \frac{2 \pi}{\hbar} \text{Ave}_n \sum_s \sum_n \left| V_s \langle X_{bn} | Q_s - Q_s^a | X_{an} \rangle \right|^2 \delta(E_b - E_a). \] (4.20)

Antes de llevar a cabo un cálculo más detallado de los diferentes términos que componen la expresión (4.20), es necesario suponer que todos los modos de vibración de la red tienen la misma frecuencia \( \omega \). Esta suposición se hace necesaria para poder obtener resultados más simples.

Por tanto, en la aproximación de fonón de una sola energía, la probabilidad de transición no-radiativa multifonón entre un estado localizado en la i-ésima subbanda y un estado situado en una trampa, $W^i_{mp}$, se puede calcular de forma aproximada mediante

$$W^i_{mp} = \frac{\pi}{\hbar} S V^i \left(1 - \frac{p^i}{S}\right)^2 G(E^i_T)$$

$$G(E^i_T) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \hbar \omega} \chi^{-1/4} \left(\frac{\xi}{p^i + \chi^{1/2}}\right)^{p^i} \times \exp\left(\chi^{1/2} - (2n+1)S + \frac{p^i \hbar \omega}{2kT}\right)$$

(4.21)

$$p^i = \frac{E^i_T + E^0}{\hbar \omega}, \quad n = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}, \quad \xi = 2S(n(n+1))^{1/2}, \quad \chi = (p^i)^2 + \xi^2,$$

donde $p^i$ es el número de fonones emitidos con energía $\hbar \omega$ en la transición desde la i-ésima subbanda, $n$ el factor de ocupación de los fonones y $E^i_T = E_T - E_T$ la diferencia energética entre el mínimo de la i-ésima subbanda y el nivel de la trampa.

**Figura 4-3:** Representación esquemática de los niveles energéticos involucrados en la interacción entre una trampa situada en el óxido y los electrones localizados en la lámina de inversión en la interfase Si-SiO$_2$. $E^0$ y $E^1$ representan el mínimo de la subbanda fundamental y la primera excitada respectivamente, $E_F$ es el nivel de Fermi y $E_C$ el mínimo de la banda de conducción en la interfase. También se muestra el nivel de la trampa en el óxido.
En la figura 4-3 se ha dibujado una representación esquemática del diagrama de
bandas próximo a la intersección Si-SiO$_2$ mostrando las magnitudes más importantes para este
estudio: mínimos de las subbandas, $E_0$ y $E_1$, nivel de Fermi, $E_F$, y el nivel de la trampa en
el óxido, $E_T$. En dicha figura se muestran las diferencias energéticas anteriormente
comentadas.

Aquí, sólo hemos sumado la energía paralela correspondiente a la energía térmica
de un gas bidimensional, $E_{||}=kT$, sin incluir ninguna contribución causada por el campo
eléctrico longitudinal. $|V|^2$ y $S$ (el factor de Huang-Rhys) son los elementos de matriz
que caracterizan la transición,

$$S \sim \frac{1}{2(h\omega)^2} |\langle b |U|b \rangle|^2$$

$$|V|^2 = |\langle f |U|b \rangle|^2$$

donde $b$ y $f$ se refieren al estado ligado (trampa) y libre (canal) respectivamente, y $U$ el
potencial de acoplamiento electrón-phonón.

La ecuación (4.21) debe ser evaluada para cada subbanda. No obstante, como
mostrarémoslo posteriormente, en la mayoría de los casos prácticos sólo la subbanda
fundamental y la primera subbanda excitada contribuyen de modo significativo a la
probabilidad de captura total. Sólo la energía $E_{1,}$ y la función de onda del estado libre son
diferentes en cada subbanda, de este modo variarán tanto el número de fonones emitidos,
p$_i$, como el elemento de matriz $|V|^2$.

Una vez que hemos presentado las ecuaciones generales para el cálculo de la
probabilidad de captura, el siguiente paso es introducir modelos para aproximar las
funciones de onda de los estados ligados y libre y el potencial que representa el
acoplamiento electrón-fonón. En este trabajo estamos considerando que el estado de la
trampa es neutro antes de capturar un electrón de la lámina de inversión, de este modo, el
modelo de la trampa representa un estado neutro ligado.
IV.3.3.- Modelos de función de onda

Antes de elegir los modelos de función de onda empleados en este trabajo, vamos a localizar espacialmente nuestro sistema. Consideremos que $x$, $y$ y $z$ son las coordenadas rectangulares, donde $z$ es la dirección normal a la interfase Si-SiO$_2$. Para nuestros cálculos, hemos tomado $z=0$ en la interfase y los valores positivos de $z$ en el interior del óxido como se muestra en la figura 4-4.

![Diagrama de función de onda de la trampa](image)

**Figura 4-4:** Representación esquemática de la función de onda de la trampa en forma de cubo sólido dentro del óxido. $d$ es la distancia a la interfase y $z_T$ es el lado del cubo. El solapamiento entre la función de onda y la función envolvente se representa como la zona sombreada.

Consideremos también $d$ como la distancia de la trampa a la interfase. Así, $z$ es la única dirección donde el solapamiento entre los estados libre y ligados es importante. A continuación analizaremos diferentes modelos para las funciones de onda de los estados ligado y libre:
a) **Modelo de función de onda para la trampa neutra**

Para representar la función de onda de la trampa se han venido utilizando distintas funciones de onda. Este punto es importante ya que según la función de onda escogida obtendremos unos elementos de matriz u otros. A lo largo del desarrollo histórico del estudio del mecanismo de emisión multifonón se han utilizado las siguientes aproximaciones

- La función de onda gaussiana

  \[ |T > \propto e^{-\frac{r^2}{a^2}} \]  

(4.23)

que pronto se desechó por no representar adecuadamente al estado ligado.

- La función de onda hidrogenoide

  \[ |T > \propto e^{-\frac{r}{a}} \]  

(4.24)

demasiado deslocalizada para aproximar bien un estado profundo.

- La función delta

  \[ |T > \propto \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{\nu d}} \]  

(4.25)

empleada inicialmente para interpretar los espectros de fotoionización [Lucovsky G., 1965]

- La función tipo defecto cuántico [Bebb, H.B., 1969]

  \[ |T > \propto r^{\nu-1} e^{-\frac{r}{\nu d}} \]  

(4.26)
IV - Constantes de tiempo RTS

Para todas estas funciones $a = m e a_{OH}/m^* e_0$ con $m$ la masa del electrón, $m^*$ su masa efectiva en la banda, $e/e_0$ es la constante dieléctrica relativa del semiconductor, $a_{OH}$ es el radio de Bohr; $\theta^* = R_{H^*}/E_T$ con $R_{H^*}$ la energía efectiva de Bohr y $E_T$ la energía del nivel profundo.

- La función de onda tipo "bola de billar", [Ridley B.K., 1980]

$$|T| \propto \frac{1}{\frac{1}{V_T^2}},$$  \hspace{1cm} (4.27)

donde $V_T = \frac{4}{3} \pi R_0^3$. Este modelo se propuso con intención de representar la parte más interna de la función de onda del estado ligado.

Tradicionalmente, se suelen emplear dos funciones de onda diferentes combinándolas para aproximar el modelo de función de onda de la trampa. Uno esta definido por una esfera sólida o caja y se considera válido para distancias muy cortas a la trampa y que simula, de un modo muy simplificado, los efectos de núcleo de la trampa [Amato M.A., 1980]. El otro modelo, es la anteriormente comentada función delta [Lucovsky G., 1965], que es una aproximación válida para largas distancias desde la posición de la trampa. Este último modelo ha sido empleado normalmente para representar la función de onda de la trampa en el proceso de captura en el volumen puesto que, cuando los átomos de la trampa se encuentran suficientemente alejados unos de otros, los electrones se encuentran muy separados de las trampas y los efectos de núcleo en la interacción son despreciables.

En el proceso por el cual un portador libre es capturado por una trampa próxima a la interfase del óxido, se produce una situación diferente a la que tiene lugar en la captura del volumen. Teniendo en cuenta lo reducido de la distancia, $d$, entre la interfase y el estado del defecto en el óxido ($< 2$ nm), los efectos de corto alcance en la interacción se convierten en dominantes. Así, hemos considerado una función de onda en forma de cubo
sólido, del mismo modo que fue empleado por Ridley [Ridley B.K., 1993], y que es idéntica a la anteriormente denominada "bola de billar" salvo que sustituimos la forma esférica por un cubo con una longitud de lado \( z_T \), y con un volumen dado por el radio del modelo de función delta, \( a_T \). En el cálculo de este radio, están involucrados la masa efectiva del portador y el nivel de energía asociada a la trampa. En el volumen, estas magnitudes están bien definidas, sin embargo, en la proximidad de la interfase deben tenerse en cuenta algunos aspectos. Primero, existe una lámina de transición entre el aislante y el semiconductor, donde aparece una mezcla de las propiedades de ambos materiales. Además, el efecto imagen induce una reducción de la barrera, de modo que, \( E_{Cox} - E_T \) (\( E_{Cox} \) es el mínimo de la banda de conducción del SiO\(_2\)) no corresponde con una trampa en el volumen del óxido. Todos estos fenómenos aumentan la complejidad de esta materia. Atendiendo al propósito de este trabajo, y como simplificación, vamos a considerar una situación intermedia entre una trampa en el volumen del óxido y el volumen del semiconductor para calcular \( a_T \): la media aritmética entre el radio obtenido para la trampa en el volumen del óxido y el volumen del semiconductor,

\[
\begin{align*}
|b(x,y,z)| &= \frac{1}{V_T^{1/2}} = \left[ \frac{1}{3} \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{4\pi(a_T)^3/3} \right]^{1/2}, \\
\frac{z_T}{2} &= -4^{1/3}a_T, \quad x,y \leq \frac{z_T}{2} = 4^{1/3}a_T, \\
d -4^{1/3}a_T &\leq z \leq d - 4^{1/3}a_T, \\
\frac{a_T}{2} &= \frac{\eta [2m^*_{Cox}(E_{Cox} - E_T)]^{1/2} + \eta [2m^*_{Si}E_0^T]^{1/2}}{2}, \\
(4.28)
\end{align*}
\]

donde \( m^*_{Cox} \) y \( m^*_{Si} \) corresponden a la masa efectiva de los portadores en el aislante y el semiconductor respectivamente, y \( E_0^T \) es la diferencia energética entre el borde de la subbanda fundamental y el nivel de la trampa.
b) **Modelo de función de onda en el canal**

El estado libre en la i-ésima subbanda se puede representar por la función de onda normalizada:

\[
|f_i(r)\rangle = \frac{1}{\sqrt{A}} \zeta_i(z)
\]

(4.29)

donde \(\zeta_i(z)\) es la función de onda envolvente en la dirección normal a la interfase de la i-ésima subbanda y \(A\) es el área del canal.

En la figura 4-5 se han representado las funciones de onda envolventes correspondientes a diferentes subbandas de energía obtenidas a partir del cálculo numérico de la estructura MOS para una temperatura de 90K y una tensión de puerta aplicada de 0.34V.

![Figura 4-5: Funciones de onda envolventes para diferentes subbandas de energía calculadas a una temperatura de 90K y tensión de puerta de 0.34V. La función de onda correspondiente a la subbanda fundamental presenta un máximo más próximo a la interfase que el resto de funciones envolventes y por tanto un mayor solapamiento con la función de onda de la trampa.](image)
Es posible comprobar de dichas funciones como la subbanda fundamental se encuentra más próxima a la interfase que el resto. Este hecho nos permite anticipar la importancia de su contribución puesto que el solapamiento con la función de onda de la trampa será mayor y por tanto, serán los electrones de esa subbanda los que presenten mayor probabilidad de transición hacia el estado ligado. Los cálculos de este tipo, que nos permiten conocer las funciones de onda para diferentes condiciones de temperatura, polarización y características de la muestra, serán posteriormente utilizados para llevar a cabo una exhaustiva comparación con los datos experimentales.

IV.3.4.- Potencial de acoplamiento electrón-fonón y elementos de matriz

Para el acoplamiento electrón-fonón, la forma del potencial (polar o no polar) no necesita ser detallado para este cálculo puesto que el potencial será incluido en el factor de Huang-Rhys, S como veremos más adelante. Dentro de la aproximación dada por la ecuación (4.21), la dependencia con el factor S en la expresión final de la probabilidad es la misma, independientemente del potencial empleado [Ridley B.K., 1993].

Con estas consideraciones y los modelos presentados anteriormente se pueden evaluar ya los elementos de matriz presentados en la ecuación (4.22).

i) Factor de Huang-Rhys, S. Para cada modo de fonón tenemos

\[ S_q = \frac{1}{2(\hbar \omega)^2} |<b|U|b>|^2 , \]

\[ <b|U|b> = D_o \frac{1}{V_T} \int dr \ e^{iqr} \]

\[ = K_S \int_{-\frac{z_T}{2}}^{\frac{z_T}{2}} dx \ e^{i q x} \int_{-\frac{z_T}{2}}^{\frac{z_T}{2}} dy \ e^{i q y} \int_{-\frac{z_T}{2}}^{\frac{z_T}{2}} dz \ e^{i q z} = K_S J_x J_y J_z , \]
IV - Constantes de tiempo RTS

donde q representa el vector de onda y además se observa como hemos separado el
cálculo en las direcciones normal y paralela a la interfase. D₀ es la constante de
acoplamiento electrón-fonón y Kₛ=D₀/V₇. Teniendo en cuenta que Iₓ=Iᵧ y que el valor
máximo del módulo del fonón es de 6¹/₂/aₗ, para tener en cuenta la contribución de todos
los modos de fonón se debe integrar en q (V/(2π)³) es una constante de normalización)
[Ridley B.K., 1980]

\[ S = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{Kₘ}{2(h\omega)^2 \cdot q_{ₘ} \cdot Iₓ |z|^2} \int dq \cdot Iₓ |z|^2, \quad q_{ₘ} = \frac{\sqrt{2}}{2aₖ} \quad (4.31) \]

No hemos intentado evaluar la ecuación (4.31) puesto que el factor Kₛ contiene la
constante desconocida de acoplamiento electrón-fonón, D₀. El factor de Huang-Rhys, S, se
considera como un parámetro de ajuste mediante la comparación posterior de nuestros
resultados con los datos experimentales. Además, como es usual en los cálculos de la
probabilidad multifonón, el elemento de matriz de transición estará relacionado con el
factor S. En la literatura existen muy pocas estimaciones teóricas del factor S para este
tipo de transiciones y en ellas se alcanzan valores muy elevados [Fowler W.B., 1990].

ii) Elemento de matriz de transición, \(|V|^²\).

En analogía con el cálculo del factor S, tenemos para cada subbanda

\[ <f|U|b> = D₀ \left[ \frac{1}{AVₗ} \right]^{1/2} Iₓ Iᵧ \int dz \zeta'(z)e^{i\frac{q₂z}{2}} = Kᵥ Iₓ Iᵧ I'z \quad , \quad (4.32) \]

donde Kᵥ representa D₀/(AVₗ)¹/² y la integral en z se representa como I'z. Por tanto,
según la ecuación (4.22),

160
\[ |V|^2 = \frac{V}{(2\pi)^3} K_V^2 \left[ \int_{q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I_z \right|^2 \right]^{2q_{cm}} \int_{-q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I'_z \right|^2 . \tag{4.33} \]

Para eliminar alguna de las integrales de la ecuación (4.33), el elemento de la matriz de transición tiene que ser expresado como función del factor \( S \)

\[ |V|^2 = 2S(\hbar \omega)^2 \frac{q_{cm}}{K_V^2 \int_{-q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I_z \right|^2} \frac{V T}{A} \frac{q_{cm}}{K_S^2 \int_{-q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I'_z \right|^2} = 2S(\hbar \omega)^2 \frac{V T}{A} . \tag{4.34} \]

Las integrales de la ecuación (4.34) han sido calculadas numéricamente. Para ello se emplearon valores usuales de \( d \) y \( a_T \) junto con las funciones de onda obtenidas de la resolución autoconsistente de las ecuaciones de Poisson y Schroedinger. Todos estos datos nos permitieron alcanzar los siguientes resultados que simplifican el cálculo,

\[ \int_{-q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I'_z \right|^2 \approx \pi \int dz \left| \zeta'(z) \right|^2 \]

\[ \int_{-q_{cm}}^{q_{cm}} dq_z \left| I_z \right|^2 = z_T . \tag{4.35} \]

Así, la ecuación (4.34) puede ser expresada para la i-ésima subbanda según:

\[ |V|^2 \approx 2\pi S(\hbar \omega)^2 \frac{z_T}{A} \frac{d^{\frac{z_T}{2}}}{d^{\frac{z_T}{2}}} \int dz \left| \zeta'(z) \right|^2 . \tag{4.36} \]
Como resultado, la probabilidad de emisión multifonón de un portador situado en la i-ésima subbanda por una trampa en el óxido, $W_{mp}^i$, puede ser evaluada de

$$W_{mp}^i=5\pi^2\hbar(S\omega)^2\frac{q^2}{A}\left[\int_{d-z_T^i/2}^{d+z_T^i/2} dz \left|\phi(z)\right|^2 \left(1-\frac{E_i}{S}\right)^2 G(E_T^i)\right].$$  \hspace{1cm} (4.37)

Como puede observarse en la ecuación (4.37), el factor de Huang-Rhys, $S$, y la energía de los fonones involucrados en la transición, $\hbar\omega$, son los parámetros que proceden del uso del modelo de emisión multifonón. Para poder cuantificar la influencia de los valores de estos parámetros en la probabilidad multifonón como función de la temperatura, hemos llevado a cabo cálculos para diferentes valores de la energía de fonón centrado en un valor de 20 meV tal y como fue calculado por Fowler y colaboradores [Fowler W.B., 1990].

$S\hbar\omega$ representa la energía de relajación, que es una constante para cada trampa. El valor de 1eV asignado a dicha energía corresponde a una magnitud típica para una trampa localizada en la interfase Si-SiO$_2$. A continuación queremos comprobar como para un valor fijo de dicha energía de relajación, $S\hbar\omega=1$eV y un nivel de la trampa en el óxido próximo al mínimo de la banda de conducción del silicio, los resultados no dependen de la energía del fonón, $\hbar\omega$. Para ello en la figura 4-6 se representa la probabilidad multifonón en función de la temperatura donde hemos variado la energía del fonón desde 10meV hasta 30meV (con un valor de $S$ apropiado a cada caso). De esta figura, puede observarse que el comportamiento térmico permanece casi inalterado para los tres casos, así dentro de este intervalo parece claro que no es crítico el valor que tome la energía del fonón. Es por esta razón, que a partir de ahora vamos a utilizar un valor de $\hbar\omega=20$ meV en todos nuestros cálculos, obteniendo $S$ en la comparación con los datos experimentales.
IV.3.5. **Barrera de Coulomb**

Tal y como quedó expresado en la ecuación (4.10), la probabilidad total de captura, $W_c$, está compuesta por el producto de la probabilidad multifonón, $W_{mp}$, y el efecto de la barrera cuolombiana, $\exp(-\Delta E/kT)$, donde $\Delta E$ es la energía de Coulomb [Shulz M., 1993]. Una vez conocido el primer término pasamos a continuación a evaluar el valor de dicha energía.

Se ha demostrado que la posición energética de la trampa, tal y como aparece normalmente en un diagrama de bandas, no contiene todas las contribuciones energéticas necesarias para determinar la cinética de captura y emisión de las trampas presentes en la interfase. Al igual que ocurre que otras pequeñas estructuras capacitivas, el impacto de la energía de Coulomb es notable cuando una carga puntual es capturada o emitida desde una
trampa en la interfase. Para el caso de transistor MOS, la energía de Coulomb describe la energía necesaria para establecer las cargas imágenes de la trampa cargada en el electrodo de puerta, en el canal y en el substrato. Puesto que estos electrodos pueden estar sometidos a voltajes relativamente altos, en torno a un voltio, las energías involucradas pueden alcanzar varios cientos de milielectrón voltios. Esta contribución frecuentemente excede la energía de ligadura de la trampa. Esta situación difiere totalmente de aquella que tiene lugar durante la captura en el volumen de un semiconductor donde la energía de ligadura es la principal contribución energética que determina la activación térmica del proceso mientras que en el caso de una trampa en la interfase de un transistor MOS submicróscula la energía de Coulomb se convierte en la contribución dominante. Las energías involucradas en la captura de un electrón por parte de una trampa localizada en la interfase Si-SiO₂ se representan en la figura 4-7.

Figura 4-7: Diagrama de bandas de una estructura MOS con semiconductor tipo P en débil inversión. Un electrón atrapado en la interfase puede ser considerado como un portador procedente de fuera de la región de carga espacial del semiconductor con una energía $E_p$ y que es transferido hasta la interfase donde alcanza el nivel energético de la trampa, $E_{TO}$. Las cargas imágenes creadas toman como referencia el nivel de Fermi tal y como indican las diferentes flechas. $Q_G$ representa la carga imagen en la puerta, $Q_{ch}$ en el canal y $Q_S$ en el límite de la región de carga espacial.
La captura de un electrón por una trampa situada en la interfase puede considerarse como un proceso en el cual el electrón pasa desde el nivel de Fermi en el volumen del semiconductor (nivel de equilibrio) hasta la interfase donde alcanza el nivel energético de la trampa $E_{T0}$. Para mantener la neutralidad del sistema completo, se crean cargas imágenes fraccionadas en los diferentes electrodos de la capacidad MOS, es decir, aparecen cargas imágenes en la puerta, $Q_G$, el substrato semiconductor, $Q_S$ y en el canal de inversión, $Q_{ch}$.

La transferencia de un electrón hasta la interfase requiere de una energía para cargar la capacidad. Para la capacidad no lineal creada por la región de carga espacial del semiconductor esta energía no se encuentra totalmente representada por la energía potencial mostrada por la curvatura de bandas. La energía de Coulomb $\Delta E$ de un electrón capturado en la interfase puede calcularse a partir de un balance de las energías requeridas para establecer las cargas inducidas en la puerta, el canal y el substrato respectivamente así como la energía implicada en la transferencia de un portador de carga hasta el nivel energético de la trampa en la interfase.

En este trabajo y para tener en cuenta los efectos cuánticos presentes en la estructura analizada, hemos calculado la energía de Coulomb considerando el mínimo de la subbanda fundamental en la lámina de inversión en lugar del borde de la banda de conducción. Llevando a cabo el balance energético antes mencionado escribimos

$$\Delta E = Q_G(E_{FS} - E_{FM}) + Q_S(E_{FS} - E_{VO}) + Q_{ch}(E_{FS} - E_{v}) - (E_{FS} - E_{T0}) + E_0$$

(4.38)

$$\Delta E = Q_G(E_{FS} - E_{FM}) + Q_S(E_{FS} - E_{VO}) + Q_{ch}(E_{FS} - E_{v}) - (E_{FS} - E_{o})$$

donde $E_0$ es el mínimo de la subbanda fundamental, $E_{FS}$ y $E_{FM}$ son los niveles de Fermi en el semiconductor y la puerta metálica respectivamente, $E_{VO}$ es la energía del borde de la banda de valencia en el substrato semiconductor, y $Q_G$, $Q_S$ y $Q_{ch}$ las cargas imágenes.
normalizadas en la puerta, substrato y canal respectivamente. Para eliminar la energía de ligadura desconocida del electrón a la trampa $E_{\text{g}} = E_0 - E_{T0}$, se suma un término constante $E_0$ al balance energético (4.38).

Estas cargas han sido calculadas numéricamente en la resolución cuántica de la estructura MOS [López-Villanueva J.A., 1995]. Los resultados numéricos presentados en la figura 4-8 coinciden con aquellos proporcionados por Shulz [Shulz M., 1993], aunque aquí hemos considerado que la carga imagen generada en el canal debe alcanzar el nivel energético correspondiente a la subbanda fundamental, $E_0$, a diferencia de trabajos previos donde se consideraba el fondo de la banda de conducción.

Figura 4-8: Carga imagen y energía de Coulomb, $\Delta E$, producidos como consecuencia de la transferencia de un electrón a una trampa localizada en la interfase en función de la tensión aplicada a la puerta de la estructura MOS. $Q_0$, $Q_G$ y $Q_{ch}$ en línea continua representan las cargas imágenes normalizadas creadas en la puerta, substrato y canal respectivamente. En línea discontinua se muestra la energía involucrada en el proceso para las diferentes regiones de operación del transistor MOS.

En la figura 4-8 se han representado en línea continua las cargas imágenes generadas en diferentes regiones de la estructura MOS al igual que la energía de Coulomb, línea discontinua, como función de la tensión de puerta. Los valores inferiores de $V_g$
inalmente sitúan la estructura en acumulación. El posterior crecimiento de $V_g$ provoca que el dispositivo pase a una región de depleción para finalmente alcanzar la región de inversión. Las cargas imágenes representadas en la figura 4-8 se encuentran normalizadas de manera que la suma de los tres términos debe ser igual a la unidad independientemente del valor de $V_g$. En acumulación sólo una pequeña fracción de la carga imagen se encuentra en la puerta debido al apantallamiento que del electrón atrapado en la interfase realizan los portadores móviles mayoritarios en el substrato semiconductor. La carga imagen en la puerta aumenta cuando se extiende la región de vaciamiento del semiconductor al aumentar al tensión aplicada a la puerta. Al alcanzar la inversión, tanto la carga imagen en la puerta como en el substrato van desapareciendo gradualmente cuando los portadores móviles minoritarios en el canal apantallan la carga atrapada.

La energía de Coulomb se representa también en la figura 4-8. Al ir aproximándose a la región de fuerte inversión, la energía de Coulomb reduce su valor debido a que la carga imagen en la puerta es fuertemente apantallada por los portadores de carga minoritarios en el canal. En la región de acumulación la carga imagen en la puerta es fuertemente apantallada por los portadores móviles mayoritarios. En la región de depleción la energía de Coulomb aumenta débilmente con la tensión de puerta y alcanza un máximo antes del establecimiento del régimen de fuerte inversión donde el apantallamiento por los portadores minoritarios se hace muy efectivo y reduce la energía de Coulomb a cero.

IV.3.6.- Cálculo de los tiempos de captura y emisión

El siguiente paso de este proceso es la obtención de los tiempos de captura y emisión a partir de la probabilidad de captura. En el volumen de un sólido el coeficiente de captura para los electrones se define como $c_n = \frac{1}{\bar{\tau}_c n}$, donde $n$ es la densidad de electrones y $\bar{\tau}_c$ es el tiempo de captura. En esta situación, donde los portadores rodean
de manera uniforme a la trampa esta definición es correcta. Sin embargo, la disposición analizada en nuestro estudio es muy diferente. Para la estructura bajo estudio, mostrada en la figura 4-4, los portadores se concentran en la lámina de inversión que puede ser considerada como un plano. Es evidente que este sistema carece de la simetría que posee la captura en el volumen. Por este motivo, nos hemos visto obligados a definir un coeficiente de captura por unidad de área o probabilidad de captura superficial para la subbanda i-ésima, \( c^{*i} \) como [Palma A., 1997a]

\[
c^{*i} = W_{c}^{i} A
\]

(4.39)

Donde \( A \) es el área del canal. Es conveniente indicar que aunque esta definición es formalmente similar a la captura en el volumen, no hemos encontrado en la literatura ninguna referencia a esta magnitud en la situación bidimensional que aquí nos ocupa.

En el caso tridimensional, el tiempo de captura puede ser evaluado como la inversa del coeficiente de captura por la concentración de portadores. Por tanto y puesto que cada subbanda contribuye con su concentración de portadores por unidad de área \( N_{i} \),

\[
N_{i} = \frac{kT n_{i}^{*} m^{*}}{\pi \hbar^{2}} \ln \left( 1 + e^{\frac{E_{ni}}{kT}} \right)
\]

(4.40)

donde \( n_{i} \) es la degeneración de la subbanda, el tiempo medio de captura desde la subbanda i-ésima, \( \tau_{c}^{i} \), vendrá expresado como

\[
\frac{1}{\tau_{c}^{i}} = c^{*i} N_{i} = 5\pi^{2}\hbar(S\omega)^{2} \frac{q^{2}}{A} \left( \frac{d^{*} \tau}{2} \right) \left( 1 - \frac{P_{i}^{c}}{S} \right) G(E_{p}^{i}) e^{-\frac{\Delta E}{kT N_{i}}}
\]

(4.41)
Para el cálculo del tiempo de emisión, $\tau^i_e$, teniendo en cuenta la energía de Coulomb, se ha usado el principio de equilibrio microscópico considerando un factor de degeneración unidad, $g=1$. De este modo

$$\frac{1}{\tau^i_e} = \frac{1}{\tau^i_c} e^{\frac{E_{TF} + \Delta E}{kT}},$$

(4.42)

donde $E_{TF}$ es la diferencia energética entre el nivel de la trampa y el nivel de Fermi en la interfase como se muestra en la figura 4-3.

Por tanto, para calcular los tiempos de captura y emisión de un sistema como el mostrado en las figuras 4-3 y 4-4, es necesario evaluar las ecuaciones (4.41) y (4.42). Para hacer esto, se ha llevado a cabo una resolución cuántica completa de la estructura MOS para de este modo obtener el mínimo de las subbandas, la concentración de electrones por unidad de área, la función de onda envolvente para cada subbanda, el potencial superficial y las cargas imágenes. Tales cálculos numéricos han sido llevados a cabo mediante la resolución autoconsistente de la ecuaciones de Poisson y Schrödinger en el canal de un transistor MOS siguiendo las explicaciones detalladas en el apartado III.4.1.

De la ecuación (4.41) pueden identificarse rápidamente los diferentes aspectos involucrados en este proceso:

i) El proceso multifonón se manifiesta claramente en el factor de Huang-Rhys y en la función $G(E^i_{TF})$. Este último término incluye fundamentalmente la dependencia térmica de los tiempos de captura y emisión a parte de la que introduce el término exponencial de la energía de Coulomb.

ii) La integral entre corchetes determina el solapamiento entre el estado situado en la subbanda y la trampa localizada en el aislante y tiene en cuenta la contribución de la transición túnel.

iii) El efecto de la barrera de Coulomb se incluye en la exponencial negativa.
iv) La concentración superficial de electrones, N_s. De hecho, cuando la tensión aplicada a la puerta aumenta, crece la concentración de electrones en la lámina de inversión y la función de onda envolvente penetra más en el óxido creciendo el solapamiento con la función de onda de la trampa. Además, la energía de Coulomb disminuye con una razón diferente dependiendo si el dispositivo se encuentra en la región de operación de débil o fuerte inversión. Como consecuencia, cuando la tensión aplicada a la puerta aumenta, el proceso de captura se ve favorecido, y el tiempo de captura se reduce.

A continuación, mostraremos la contribución relativa de cada uno de los factores que constituyen las expresiones (4.41) y (4.42) sobre el tiempo total.

Como hemos mencionado anteriormente, la resolución numérica de la estructura MOS para distintas temperaturas y tensiones de puerta nos proporciona los diferentes valores de los parámetros N_s, ΔE, E_T y E_T^1 necesarios en estos cálculos. En la variación de estas dos últimas magnitudes, se debe considerar la distancia de la trampa a la interfase, d, puesto que el cambio del potencial del óxido a una distancia d induce una variación de los niveles de energía. Estas variaciones se han representado en la figura 4-9 donde se observa el cambio en la tensión de puerta aplicada ΔV_g, el desplazamiento del nivel de la trampa ΔE_T y del potencial superficial Δφ_s.

Considerando una dependencia lineal, el cambio en el nivel de energía de la trampa se puede expresar como,

\[
\Delta E_{TF}(T, V_g) = \Delta E_T - \Delta E_{FS} = -\frac{d}{T_\alpha} \left[ \Delta V_g - \Delta \phi_s(T, V_g) \right] - \Delta E_{FS}(T, V_g)
\]  

\[
\Delta E^1_T(T, V_g) = \Delta E_{T}(T, V_g) + \frac{d}{T_\alpha} \left[ \Delta V_g - \Delta \phi_s(T, V_g) \right]
\]  

(4.43)

donde T_α es el espesor del óxido, V_g la tensión puerta-substrato y φ_s el potencial superficial.
Figura 4-9: Esquema de la estructura de bandas del sistema metal-óxido-semiconductor. Cuando la tensión de puerta cambia en una cantidad $\Delta V_G$, el nivel de la trampa se mueve respecto del nivel de Fermi una cantidad inferior $\Delta E_T$ determinada por la distancia de la trampa respecto a la lámina de inversión. La variación de $V_G$ provoca un cambio de la densidad electrónica en la lámina de inversión que origina el desplazamiento del borde de la banda de conducción en $\Delta \phi_S$.

El primer término de la ecuación (4.43) muestra que el crecimiento del tiempo de emisión con el voltaje de puerta ocurre como consecuencia de la mayor diferencia entre el nivel de la trampa y el nivel de Fermi en la superficie. Como consecuencia de este estudio completo, puede observarse que la dependencia con la temperatura y la tensión de puerta de los tiempos son compartidos entre el mecanismo de emisión multifonón, la energía de Coulomb, la concentración de electrones en la subbanda, el solapamiento de las funciones de onda y las dependencias de la ecuación (4.43) con diferentes pesos dependiendo del rango de temperatura y las condiciones de polarización.
IV - Constantes de tiempo RTS

IV.5.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Hasta ahora hemos desarrollado un estudio analítico sobre la probabilidad de transición entre una trampa neutra localizada en el interior del óxido y un portador del canal dentro de la aproximación de emisión multifonón. En este cálculo se ha incluido la contribución de la energía de Coulomb, se han considerado diferentes modelos de función de onda para los estados en el canal y la trampa y se ha tenido en cuenta el carácter bidimensional de los portadores en inversión. El siguiente paso pretende aplicar todo este desarrollo teórico a una estructura MOS que constituye el sistema físico en el cual estamos interesados.

Para poder cumplir con nuestro propósito en primer lugar vamos a hacer uso del simulador ya conocido para evaluar las diferentes magnitudes que necesitamos, a saber, la función de onda envolvente y la energía correspondiente a cada subbanda, la energía de Coulomb, y el potencial superficial dependiente de la temperatura, polarización y características tecnológicas de la estructura.

En este apartado pretendemos comparar nuestros resultados teóricos con datos experimentales que nos permitan validar nuestra argumentación previa. Posteriormente se analizará el papel que la profundidad de la trampa juega en la evaluación de los tiempos de captura y emisión. Finalmente se tratará la contribución de las diferentes subbandas al proceso estudiado. No obstante, existen tres parámetros, el nivel energético de la trampa, $E_{\text{Cox}} - E_T$, la distancia de la trampa a la interfase, $d$, y el factor $S$ que habitualmente son desconocidos. De manera que antes de realizar ningún cálculo primero será necesario su determinación.

IV.5.1.- Obtención de parámetros de las trampas

Nuestra primera intención es la de determinar el nivel energético de la trampa,
$E_{Cox}$, $E_T$, y su profundidad, $d$, mientras el factor de Huang-Rhys, $S$, permanecerá como parámetro libre. Para ello vamos a llevar a cabo una doble comparación con tiempos de emisión y captura experimentales en función de la temperatura y la tensión de puerta. En primer lugar se calculan los valores de la energía de Coulomb como función de la temperatura y la tensión de puerta empleada. La distancia de la trampa a la interfase, $d$, se obtiene mediante el ajuste de los resultados teóricos a los experimentales del cociente de las constantes de tiempo, $\tau_c/\tau_e$, como función de la polarización de puerta. Como se mencionó en el apartado anterior, la variación de $V_{GS}$ influye sobre la energía de Coulomb, Figura 4-8, pero también en la distancia entre los diferentes niveles energéticos involucrados, $E_{TF}$ y $E_T'$. De la expresión (4.33) se puede observar como esa variación con la tensión de puerta de la distancia energética se encuentra ponderada por el factor $d/T_{ox}$. Será precisamente el ajuste de este término $d$ el que nos permita reproducir la pendiente de la curva $\tau_c/\tau_e$ frente a $V_{GS}$. Por otra parte, el tiempo de captura y emisión presentan tendencias diferentes respecto a $V_{GS}$ de manera que aparece un punto donde ambas magnitudes se cruzan, $\tau_c=\tau_e$. La expresión (4.42) relaciona ambas magnitudes y una vez conocida la energía de Coulomb, $\Delta E$, el único término que nos queda por conocer es $E_{TF}$ de donde podremos deducir la posición energética de la trampa en el interior del óxido.

Finalmente la comparación entre resultados teóricos y experimentales de la dependencia térmica de las constantes de tiempo nos posibilitan el cálculo del factor de Huang-Rhys. Por tanto, cuando la dependencia con la temperatura y con la tensión de puerta se encuentran disponibles, existe una solución única en la obtención de los valores de los parámetros. En la siguiente sección vamos a mostrar una serie de ejemplos de la aplicación del proceso explicado para el cálculo de la energía y posición de la trampa.

IV.5.2.- Cálculo de parámetros característicos de la trampa

En la aplicación del método que acabamos de detallar, partimos de la comparación entre los datos experimentales disponibles en la bibliografía y los resultados de nuestros
cálculos para diferentes muestras y para diferentes condiciones de temperatura y tensión de puerta. Es importante señalar que para analizar los datos experimentales mediante nuestro procedimiento es necesario un conocimiento detallado de los parámetros tecnológicos de la estructura MOS para poder introducirlos en nuestro simulador. Por esta razón, sólo se han estudiado unos pocos casos. Los cálculos numéricos realizados en la primera parte de esta sección solamente han considerado transiciones desde y hacia una subbanda del canal. Al final de esta sección, discutiremos la contribución de la subbanda fundamental y de la primera subbanda excitada a los tiempos de captura y emisión extraídos de nuestros resultados numéricos.

Figura 4-10: Comparación entre el cociente experimental $\tau_c/\tau_e$ (símbolos) [Hung K.K., 1990] y nuestros resultados numéricos (línea continua) en función de la tensión de puerta para dos trampas observadas a temperatura ambiente. En la simulación numérica hemos considerado un espesor del óxido de 8.6 nm y un dopado en el canal de $N_s=5 \times 10^{17}$ cm$^{-3}$.

En primer lugar hemos comparado (figura 4-10) nuestros cálculos numéricos (líneas) con los cocientes de las constantes de tiempo experimentales, $\tau_c/\tau_e$, presentados por Hung y colaboradores [Hung K.K., 1990b] para dos trampas diferentes, mostradas con símbolos, a temperatura ambiente. Para cada cálculo, se incluyeron los datos referidos al espesor del óxido y la concentración del substrato con el fin de obtener las magnitudes necesarias para evaluar las expresiones (4.41) y (4.42) como función de la tensión de...
puerta. En primer lugar la profundidad de la trampa en el interior del óxido, $d$, se modificó hasta conseguir ajustar la pendiente del cociente $\tau_c/\tau_e$, con los resultados experimentales tal y como se muestra en la figura 4-10.

Como resultado, hemos obtenido los siguientes parámetros de la trampa,

RTS etiquetada como 1, $d=0.6$ nm, $E_{Cox}-E_F=3.15$ eV, $\Delta E=2.2$ eV.
RTS etiquetada como 2, $d=0.4$ nm, $E_{Cox}-E_F=3.23$ eV, $\Delta E=2.0$ eV.

En ambos casos, la energía de activación térmica para la captura, obtenida mediante nuestros resultados fue aproximadamente de 0.52 eV. Un valor que concuerda bastante bien con los datos previamente publicados [Kirton M.J., 1989]. La energía de Coulomb calculada alcanza un valor de 168 meV, para una tensión de puerta aplicada de 1.4 V y 100 meV para $V_{GS}=2$ V. Con respecto a la diferencia entre las distancias de la trampa a la interfase Si-SiO$_2$ deducidas por Hung [Hung K.K., 1990b] y nuestros resultados, debemos hacer notar que en nuestra simulación numérica podemos tener en cuenta el potencial superficial y la dependencia de la energía de Coulomb con la tensión de puerta como se observa en la figura 4-8. Estas dependencias no fueron tenidas en cuenta por Hung en su trabajo. De esta manera hace que la dependencia con la puerta recaiga exclusivamente sobre el factor $d/T_{ox}$ de la ecuación (4.43).

Hemos podido llevar a cabo una comparación más completa con los datos proporcionados por Shi y colaboradores [Shi Z., 1994]. En contraste con otros datos anteriores a éstos, los detalles del proceso de fabricación de este caso nos aseguran una información muy útil puesto que incluye el perfil del substrato preciso en las simulaciones. Se analizaron los datos de los tiempos de captura y emisión etiquetados como 2 por Shi y colaboradores en su trabajo [Shi Z., 1994]. En la figura 4-11, se muestran las comparaciones para las dependencias térmicas de ambos tiempos, experimental mediante símbolos y en línea continua para nuestros resultados.
**Figura 4-11:** Dependencia térmica experimental de las constantes de tiempo medidas en la trampa etiquetada como 2 en la referencia [Shi Z., 1994] (cuadrados para los tiempos de emisión y asteriscos para los tiempos de captura) comparados con nuestros resultados numéricos (línea continua) para una tensión de puerta de $V_g=0.34$ V. En esta simulación se utilizó un espesor de óxido de 5.5 nm y una implantación iónica en el canal con un pico de concentración de $3 \times 10^{17}$ cm$^{-3}$ localizado a 0.1 μm de la interfase.

**Figura 4-12:** Comparación entre las constantes de tiempo evaluadas experimentalmente (cuadrados para los tiempos de emisión y asteriscos para los tiempos de captura) y nuestros resultados numéricos (línea continua) como función de la tensión de puerta para una temperatura de 90K. La trampa analizada es la misma que la mostrada en la figura 4-11.
La dependencia de los tiempos con la tensión de puerta se reproduce en la figura 4-12, mostrando nuevamente un buen ajuste, que nos ha permitido determinar los siguientes parámetros a partir de ambas comparaciones: \( d=0.7 \ \text{nm} \), \( E_{\text{Cor}}-E_T=3.11 \ \text{eV} \), \( S_{\text{He}}=0.72 \ \text{eV} \), y una energía de Coulomb variable desde 57 meV hasta 54 meV, reduciéndose al crecer la tensión de puerta.

Es importante destacar que el buen acuerdo obtenido entre los datos teóricos y experimentales tanto para la dependencia con la temperatura como con la tensión de puerta han sido obtenidos empleando los mismos parámetros de la trampa, lo cual denota un buen modelado del proceso estudiado. Además, los elevados valores de energía de relajación, \( S_{\text{He}} \), relativos a este tipo de trampas son coherentes con los resultados conocidos para trampas neutras en el volumen del óxido [Palma A., 1996].

En la figura 4-13 la comparación entre los datos experimentales de Shulz [Shulz M., 1993] y nuestros cálculos se muestran como función de la corriente de drenador para una temperatura de 293 K. Ahora, los parámetros de la trampa obtenidos del ajuste son: \( d=0.9 \ \text{nm} \), \( E_{\text{Cor}}-E_T=3.26 \ \text{eV} \), y \( S_{\text{He}}=1.2 \ \text{eV} \) resultando en una energía de activación de 0.29 eV de acuerdo con los datos experimentales. La energía de Coulomb varió desde 0.23 eV hasta 0.12 eV dentro de un intervalo de corriente de drenador que iba desde 2 nA hasta 80 nA.

En este caso, hemos relacionado la tensión de puerta con la corriente de drenador puesto que el mismo simulador nos permite calcular también la característica corriente voltaje para transistores MOS de canal corto [Roldán J.B., 1997a, 1997b]. Aquí, como en otros casos, el tiempo de captura no obedece la estadística Shockley-Read-Hall puesto que se ha verificado que este tiempo no es inversamente proporcional a la población de la subbanda, sino que por el contrario muestra una pendiente mucho más pronunciada.
Figura 4-13: Dependencia de las constantes de tiempo con la corriente de drenador para la trampa analizada por Shulz [Shulz M., 1993] (cuadrados para los tiempos de emisión y asteriscos para los tiempos de captura) comparados con nuestros resultados numéricos (línea continua) para $T=293$ K. En esta simulación se utilizó un espesor de óxido de 17 nm y un dopado en el canal de $3 \times 10^{17}$ cm$^{-3}$. El cálculo de la corriente de drenador se llevó a cabo con un simulador de MOSFETs de canal corto [López-Vilbueva J.A., 1995], [Roldán J.B., 1997a].

La comparación con los resultados experimentales medidos por diferentes autores nos ha proporcionado una variedad de datos referentes a los parámetros más significativos de las trampas presentes en la estructura Si-SiO$_2$. Todos estos resultados relativos a $d$, $E_{ox}$-$E_T$ y $S_{ho}$ se encuentran dentro de los valores lógicos y esperables para dichas magnitudes aunque se produzcan discrepancias con estimaciones de otros autores. Además, el hecho de que hayamos incluido en nuestro cálculo todos aquellos procesos que pueden influir nos permite confiar en la bondad de los resultados obtenidos y tratar de continuar en el análisis de otros factores que no se encuentran suficientemente clarificados.

IV.5.3.- Influencia de la profundidad de la trampa sobre las constantes de tiempo

Vamos a analizar en profundidad algunos aspectos interesantes de la transición de
electrones desde el canal de inversión hasta las trampas localizadas en el óxido. Primero, estudiaremos la influencia de la distancia de la trampa a la interfase, \( d \), sobre las constantes de tiempo a diferentes tensiones de puerta aplicadas. Obviamente, para valores mayores de \( d \), el solapamiento entre la función de onda del estado de la trampa y la envolvente del canal es menor. Así, la integral de la expresión (4.41) se reduce y el tiempo de captura (y emisión) aumenta. Además, este parámetro influye en las pendientes de estos tiempos con la tensión de puerta mediante las relaciones dadas en la expresión (4.43). De acuerdo con ella, si \( d \) crece estas pendientes aumentan debido a que la variación de la distancia energética entre los estados con las tensiones de puerta es más pronunciada. Ambas consideraciones se pueden observar con mayor claridad en la figura 4-14, donde hemos representado los resultados de nuestros cálculos para diferentes valores del parámetro \( d \) con los mismos datos empleados en la figura 4-12.

![Diagrama de tiempo de captura y emisión](image)

**Figura 4-14**: Dependencia de los tiempos de captura y emisión con la distancia de la trampa a la interfase, \( d \). Las simulaciones numéricas (línea continua) se realizaron para \( d = 1.4 \) nm, 0.7 nm, y 0.35 nm con los mismos datos de la figura 4-12. Los datos experimentales se representaron mediante símbolos.

Es claro que para los valores más altos de \( d \), 1.4 nm, las pendientes obtenidas son más pronunciadas que en otros casos. La variación de los valores de los tiempos con \( d \) es
también evidente. Estos factores nos obligan a resaltar la dependencia de la energía de Coulomb y el elemento de la matriz de transición $|V|^2$ con la tensión de puerta puesto que contribuyen decisivamente a reproducir los datos experimentales tal y como vamos a ver a continuación.

Este hecho se puede observar claramente en las figuras 4-15 y 4-16, donde se ha dibujado el comportamiento del elemento de matriz de transición multiplicado por la población de la subbanda fundamental, $N_0$, y el término exponencial incluyendo la energía de Coulomb, ambos normalizados, como función del voltaje de puerta. En la figura 4-15 los datos de la simulación son los mismos que se asociaban a la trampa 1 de la figura 4-10. En este caso, el aumento de la probabilidad de captura es más pronunciada para la contribución de Coulomb debido, como hemos verificado por simulación, a la situación de débil inversión en la que se encuentra la muestra, donde la energía de Coulomb varía rápidamente con la tensión de puerta, Figura 4-8.

Por otra parte, en la figura 4-16, donde hemos utilizado los datos de la figura 4-12 y el transistor MOS se encuentra polarizado en fuerte inversión, la contribución del producto del elemento de matriz con la población de la subbanda fundamental, $N_0$, domina debido al pequeño cambio sufrido por la energía, $\Delta E$, con el voltaje de puerta. Podemos entonces concluir la importancia de incluir la contribución de la energía de Coulomb y el elemento de matriz de transición puesto que como acabamos de comprobar ambas son necesarias para comprender el comportamiento del tiempo de captura con la tensión de puerta y explicar las diferencias obtenidas para el valor de $d$ mediante nuestros ajustes y los resultados alcanzados en trabajos donde no se tuvieron en consideración.
Figura 4-15: Contribuciones normalizadas del producto de la integral de solapamiento por la población de la subbanda fundamental (línea continua) y la exponencial conteniendo la energía de Coulomb (línea discontinua) para la trampa etiquetada como 1 en la figura 4-10, donde la tensión de puerta se selecciona para que el transistor MOS funcione en la región de débil inversión donde $\Delta E$ sufre una gran variación.

Figura 4-16: Contribución normalizada del producto de la integral de solapamiento por la población de la subbanda fundamental (línea continua) y el factor exponencial que contiene la energía de Coulomb (línea discontinua) para la misma trampa mostrada en la figura 4-12 donde el MOSFET opera en la región de fuerte inversión.
IV.5.4.- Contribución de las diferentes subbandas de energía al proceso de captura y emisión

Una vez analizadas las diferentes contribuciones a los tiempos de captura y emisión, trataremos ahora el efecto que la distribución de los portadores en diferentes subbandas produce sobre el proceso de captura y emisión desde trampas localizadas en el óxido. En secciones previas, nuestro modelo nos ha permitido calcular los tiempos de captura y emisión para cada subbanda del canal. Se acepta de forma generalizada que las señales RTS observadas experimentalmente están constituidas por una transición de un único electrón entre una subbanda específica del canal y el lugar ocupado por la trampa. Es por este motivo que la realización de un promedio de las probabilidades de transición de cada subbanda como si tuviese lugar un proceso de múltiples partículas no sería correcto. Así, hemos tratado exclusivamente con transiciones individuales desde cada subbanda. En concreto, hemos considerado las contribuciones de la subbanda fundamental y de la primera subbanda excitada a los tiempos RTS. Estos resultados se muestran en las figuras 4-17 y 4-18 junto con los datos experimentales.

![Diagrama](image)

**Figura 4-17:** Comparación entre los tiempos de captura y emisión evaluados numéricamente para la subbanda fundamental y la primera excitada (línea continua y discontinua respectivamente) y los datos experimentales (símbolos) correspondientes a la figura 4-12.
Figura 4-18: Comparación entre los tiempos de captura y emisión evaluados numéricamente para la subbanda fundamental y la primera excitada (línea continua y discontinua respectivamente) y los datos experimentales (símbolos) correspondientes a la figura 4-13.

Los resultados experimentales de estas figuras se corresponden con los mostrados en las figuras 4-12 y 4-13 respectivamente. Ahora los tiempos de captura y emisión obtenidos para cada subbanda se representan junto a los datos experimentales. Además, es importante hacer notar que estos cálculos son bastante generales como consecuencia del amplio rango de tensiones y temperaturas al que se ha sometido a las muestras. Es posible concluir a partir de la observación de las figuras 4-17 y 4-18, que ambas constantes de tiempo son muy similares, encontrándose separadas por un factor menor que 2.

En este punto, podemos plantearnos una cuestión interesante. Según los cálculos presentados en este trabajo, cada subbanda contribuiría con sus propias constantes de tiempo, así si más de una subbanda participara de estas transiciones, debería asignarse más de una constante de tiempo a los tiempos de captura y emisión de las fluctuaciones discretas de la corriente o, al menos, y ésto es más probable que ocurra, aparecería una distribución no exponencial de tiempos. No obstante, las figuras 4-17 y 4-18 muestran que estas constantes de tiempo están muy próximas una a otra, separadas sólo por un factor menor que 2. En este caso si se buscaran las dos constantes de tiempo a partir de un
IV - Constantes de tiempo RTS

histograma de constantes de tiempo, sería muy difícil separarlas. Uno obtendría una distribución exponencial de tiempos casi-perfecta y no parecería diferente de un proceso con un único tiempo característico promediado, como ha ocurrido hasta ahora.

En estas figuras se han ajustado los datos para subbandas distintas con el ánimo de mostrar el hecho de que elegir una u otra sub banda para el ajuste no es un factor crucial ya que con un pequeño cambio del factor de Huang-Rhys podemos ajustar los resultados con cualquiera de las dos subbandas. Como se ha mencionado anteriormente, según nuestro estudio el resultado experimental será un promedio entre las probabilidades de ambas subbandas.

Para finalizar este capítulo vamos a exponer las principales conclusiones de los resultados expuestos. En primer se han repasado los modelos previos, basados en situaciones análogas a las ya conocidas para la captura y emisión en el volumen de semiconductores, demostrando que no son apropiadas para el proceso que nos ocupa. Las principales carencias se localizan en los siguientes puntos:

- La dependencia térmica de los tiempos proporciona una gran dispersión de los valores de parámetros característicos de la trampa.

- La dependencia de las constantes de tiempo con la concentración de portadores en inversión y en la estimación de la profundidad de la trampa.

Por otro lado, los resultados experimentales demostraron que la captura y emisión de electrones no se puede tratar como un proceso de túnel elástico puesto que se han observado evidencias del proceso de relajación de la trampa de manera que se necesita la inclusión de un proceso multifonón que tenga en cuenta la variación energética.

Un cálculo preciso de las probabilidades de transición debe basarse en los principios de la mecánica cuántica y poner de manifiesto la relación entre las propiedades de la trampa, de los portadores libres y de las condiciones del entorno. Para la realización del cálculo completo de las constantes de tiempo se calculó la expresión de probabilidad multifonón más apropiada para la transición electrónica entre un estado del canal y una
trampa situada en el aislante. En este cálculo se analizaron diferentes modelos para las funciones de onda de los estados ligado y libre.

Por otra parte, el potencial de acoplamiento electrón-phonón se incluyó en el factor de Huang-Rhys y la energía del fonón se fijó a un valor de 20meV por lo que el factor de Huang-Rhys actúa como parámetro de ajuste.

En este cálculo se ha incluido la energía de Coulomb, que es la energía necesaria para el establecimiento de las cargas imágenes en la estructura MOS. Se ha considerado una dependencia lineal del cambio de potencial en el óxido en función de la profundidad de la trampa en el óxido.

Como los electrones se localizan en un gas de electrones bidimensional, ha sido necesaria la definición de un nuevo parámetro: el coeficiente de captura por unidad de área o probabilidad de captura superficial para la i-ésima subbanda.

Todos estos elementos nos permitieron obtener una expresión completa y precisa de los tiempos de captura y emisión desde una subbanda.

Se ha empleado un simulador de la estructura MOS para evaluar todos los factores necesarios en el cálculo de las expresiones teóricas desarrolladas y los resultados se compararon con datos experimentales para la obtención de parámetros fundamentales de las trampas.

Para ello se llevó a cabo una doble comparación con tiempos de captura y emisión experimentales en función de la temperatura y la tensión de puerta que nos permitió determinar el nivel energético de la trampa, su profundidad y el factor de Huang-Rhys. Las discrepancias con los valores estimados por otros autores se deben a omisiones de alguno de los términos empleados en nuestro análisis.
Se ha comprobado que el aumento de la profundidad de la trampa en el interior del óxido hace crecer la pendiente con la que varían los tiempos de captura y emisión frente a la tensión de puerta y la necesidad de incluir la contribución de la energía de Coulomb y el elemento de matriz de transición para comprender el comportamiento de las constantes de tiempo en diferentes regiones de operación.

Finalmente se ha comprobado utilizando la comparación con datos experimentales, que las transiciones pueden atribuirse tanto a la subbanda fundamental como a la primera excitada, demostrando de esta manera que la elección de una de estas subbandas no es crucial para conseguir un buen ajuste y que los resultados medidos en el laboratorio proceden de un promedio entre las probabilidades de ambas subbandas.
Conclusiones

De acuerdo con los objetivos expuestos en la introducción de esta Memoria, se han desarrollado diferentes herramientas para el análisis del ruido en dispositivos electrónicos. Como resultado del trabajo realizado con las mismas se han alcanzado las siguientes conclusiones:

Se ha llevado a cabo un estudio de las fluctuaciones en la ocupación de impurezas localizadas en las regiones de depleción de las diferentes uniones de un transistor de efecto campo de unión. Para ello se estableció la conexión existente entre tales fluctuaciones y las variaciones de la anchura efectiva del canal que se traducirán en cambios de la corriente medida entre los terminales del dispositivo. En este cálculo se incluyeron las fluctuaciones producidas tanto en el canal como en las puertas del dispositivo. De esta relación se propuso una expresión analítica que permite conocer la densidad espectral de las fluctuaciones de la tensión drenador-fuente en un JFET de canal N.

Se ha comprobado que el espectro evaluado para una única trampa es del tipo Lorentziano tal y como corresponde al ruido generación-recombinación y que la presencia de una distribución de centros con niveles energéticos próximos entre sí puede dar lugar a un espectro correspondiente al ruido flicker.

El estudio de estructuras y situaciones reales ha obligado a evaluar numéricamente la densidad espectral de ruido para evitar la utilización de aproximaciones que perdieran su validez en tales circunstancias. Ésto nos ha permitido analizar perfiles de impurezas arbitrarios y elevadas concentraciones de centros. Los resultados de dicha evaluación se han comparado con resultados experimentales correspondientes a diferentes muestras obteniendo siempre un
buen acuerdo.

A continuación se procedió a un análisis riguroso para determinar las variables que influyen decisivamente sobre el ruido generación-recombinación en un JFET de canal N. En primer lugar se analizó la influencia que diferentes perfiles de impurezas poco profundas tienen sobre el ruido, evaluándose además para un rango muy amplio de concentraciones de centro profundos y diferentes concentraciones de substrato. En estas condiciones se ha demostrado que, para concentraciones de centros profundos inferiores a $10^{14}\text{cm}^{-3}$, aunque las características eléctricas son iguales para los dos perfiles empleados, se encuentran diferencias significativas en los niveles de ruido evaluados. El aumento de la densidad de impurezas en el substrato reduce las diferencias mostradas por los dos perfiles y disminuye el nivel de ruido total. Por otra parte un aumento de la densidad de impurezas profundas también reduce las diferencias entre perfiles pero aumenta el nivel de ruido total. Se ha obtenido también, que no siempre una unión abrupta genera menos ruido que una gradual. Del mismo modo se ha comprobado que la unión canal-substrato proporciona un nivel de ruido mayor al de la puerta superior debido a la baja concentración de impurezas aceptadoras del substrato.

En segundo lugar se analizó qué ocurría cuando se presentaban concentraciones elevadas de centros, comunes en dispositivos sometidos a fuertes dosis de radiación, obteniéndose como resultado cambios muy acusados tanto en las características eléctricas del dispositivo como en su densidad espectral de ruido respecto al rango de bajas concentraciones. Para explicar estos fenómenos se tuvieron en cuenta:

i) La variación de la concentración de impurezas poco profundas con la posición.

ii) La situación energética de los centros profundos en la banda prohibida del silicio.

iii) El dopado en el substrato.

Se ha demostrado que estos tres factores influyen conjuntamente en la extensión que alcanzan las regiones de depleción del transistor. Los cambios anteriormente citados se explican debido a que las regiones de vaciamiento juegan un papel esencial como origen del ruido y el comportamiento eléctrico del JFET es muy sensible al espesor del canal.
Conclusiones

En los JFET de canal N analizados se comprobó la necesidad de incluir en el cálculo del ruido g-r no sólo el canal sino también las regiones P correspondientes a las puertas, especialmente la región P del substrato. La razón es que dependiendo de la concentración de impurezas de la región P y de la posición energética del centro, la mayor contribución al ruido la podemos encontrar bien en el canal bien en una puerta.

También se analizó la influencia de la polarización de puerta sobre la densidad espectral de ruido. Se ha comprobado en este estudio como la densidad espectral de ruido no mantiene un comportamiento fijo frente a la variación de la tensión de puerta. Hemos encontrado dos factores con tendencias contrarias que determinan el comportamiento final de dicha densidad. El resultado observado más frecuentemente corresponde al crecimiento del ruido g-r cuando la tensión inversa de puerta se hace más negativa como consecuencia de la extensión de las regiones de carga espacial y la reducción de la anchura efectiva del canal. Sin embargo, hemos hallado algunas situaciones, dependientes de la posición energética del centro empleado y del dopado de las diferentes regiones de la estructura, que muestran por el contrario una disminución de la densidad espectral. Este cambio de tendencia se atribuye al factor \( f_T(1-f_T) \).

Se ha realizado una revisión de los diferentes modelos que pretenden explicar la amplitud de las fluctuaciones de corriente en MOSFETs. Este repaso reveló ciertos aspectos merecedores de un análisis más profundo. Estos aspectos son:

- La variación del número de portadores en el canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas está caracterizada tan solo en débil y fuerte inversión mediante valores aproximados.

- La variación de la movilidad de los portadores del canal con la fluctuación en la ocupación de las trampas se modela mediante un coeficiente de dispersión del que no existe una expresión analítica válida en un rango amplio de temperaturas y tan sólo se encontró una expresión empírica.

Para sortear estas carencias se llevó a cabo un estudio riguroso de la estructura MOS.
Conclusiones

Para ello se adaptó un simulador de transistores MOS de canal corto que permitió incluir los efectos de la carga atrapada en la interfase así como la perturbación que ésta produce sobre la carga en inversión, depleción y movilidad superficial de los electrones del canal.

Se ha separado la amplitud de las fluctuaciones en dos términos. En uno se incluye la contribución de las fluctuaciones del número de portadores y en el otro la contribución de las fluctuaciones de la movilidad demostrando que este último término es dominante en la variación total de la corriente evaluada.

Se han calculado las cargas imágenes inducidas en la puerta, el substrato y el canal de inversión de la estructura MOS por una carga puntual atrapada en la interfase comprobándose que la carga imagen de cada uno de estos terminales depende de la zona de operación del dispositivo de tal manera que en débil inversión la carga imagen inducida en el canal es despreciable y sólo en fuerte inversión alcanza su valor máximo aunque este es inferior al valor de la carga de un electrón debido al distanciamiento del centroide de la carga en inversión.

Se demostró que no es necesario alcanzar la región de fuerte inversión para que la amplitud RTS comience a disminuir desde su valor máximo alcanzado en la región de débil inversión. Para explicar este comportamiento se consideró que el crecimiento de la concentración de portadores en inversión acarrea un mayor apantallamiento de las trampas cargadas en el óxido y por tanto una reducción en la efectividad de la dispersión culombiana sufrida por los electrones.

Se ha calculado la amplitud RTS para trampas situadas a diferente profundidad de la interfase Si-SiO₂ comprobándose que este fenómeno puede ser origen de la dispersión de valores medidos aunque debe considerarse la presencia simultánea de otros factores que contribuyen a la dispersión de los datos.

Se ha comprobado la similitud del comportamiento de los valores normalizados de las
fluctuaciones de corriente y de movilidad de los electrones frente a la tensión drenador-fuente. Para explicar el comportamiento de las fluctuaciones de corriente con las variaciones de la tensión de puerta se hizo necesario definir una movilidad promedio y una variación de la misma. Debe resaltarse que la utilización exclusiva de una movilidad promedio no es suficiente para analizar los resultados y además puede conducir a resultados erróneos. Fue necesario considerar las fluctuaciones de movilidad provocadas por el cambio en el estado de carga de la trampa para entender el comportamiento de la amplitud RTS.

Finalmente, y haciendo uso de nuestros propios resultados, se calculó el coeficiente de dispersión utilizando un procedimiento diferente a los empleados por otros autores. Los resultados obtenidos se encuentran dentro del mismo orden de magnitud y las diferencias existentes pueden achacarse a las aproximaciones realizadas por aquellos autores que consideran el término de fluctuación de portadores, $\partial N/\partial N$, aproximadamente -1 en todo el rango donde se calcula el coeficiente de dispersión $\alpha$.

Se ha comprobado que los modelos previos, basados en situaciones análogas a las ya conocidas para la captura y emisión en el volumen de semiconductores, no son apropiadas para el proceso que nos ocupa. Las principales carencias se localizan en los siguientes puntos:
- La dependencia térmica de los tiempos proporciona una gran dispersión de los valores de parámetros característicos de la trampa.
- El estudio del comportamiento de las constantes de tiempo con la tensión de puerta arrojó fuertes discrepancias al analizar la dependencia de los mismos con la concentración de portadores en inversión y en la estimación de la profundidad de la trampa.

Por otro lado, los resultados experimentales demostraron que la captura y emisión de un electrón localizado en la banda de conducción por parte de una trampa no se puede tratar como un simple proceso de túnel elástico puesto que se han observado evidencias del proceso de relajación de la trampa de tal manera que necesita la inclusión de un proceso multifonón que tenga en cuenta la variación energética.

Un cálculo preciso de las probabilidades de transición debe basarse en los principios
de la mecánica cuántica y poner de manifiesto la relación entre las propiedades de la trampa, de los portadores libres y de las condiciones del entorno. Para la realización del cálculo completo de las constantes de tiempo se consideraron los siguientes aspectos:

- En primer lugar se eligió la expresión de probabilidad multifonón más apropiada para la transición electrónica entre un estado del canal y una trampa situada en el aislante.

- Se calculó dicha probabilidad multifonón para la situación concreta bajo estudio. En este cálculo se analizaron diferentes modelos para las funciones de onda de los estados ligado y libre. Para el estado ligado se empleó una función de onda de forma de cubo sólido cuyo radio procede de considerar una situación intermedia entre una trampa en el volumen del óxido y del semiconductor. Para el portador libre se empleó la función de onda envolvente en la dirección normal a la interfase de la i-ésima sub banda.

Por otra parte, el potencial de acoplamiento electrón-phonón se incluyó en el factor de Huang-Rhys. Se comprobó que el valor de la energía del fonón se puede fijar a un valor de 20meV por lo que el factor de Huang-Rhys actúa como parámetro de ajuste pudiendo ser obtenido a partir de la comparación con datos experimentales.

En este cálculo se ha incluido la energía necesaria para el establecimiento de las cargas imágenes de la trampa cargada en el electrodo de puerta, en el canal y el substrato. Esta energía se denomina energía de Coulomb y se ha demostrado su importancia en la carga y descarga de estructuras capacitivas pequeñas tales como la estructura MOS.

Se ha considerado una dependencia lineal del cambio de potencial en el óxido en función de la profundidad de la trampa en el óxido. Dicha dependencia permite tener en cuenta la variación de las distancias energéticas entre los niveles al modificar la tensión de polarización.

Al encontrarse los electrones en un sistema bidimensional, ha sido necesaria la definición de un nuevo parámetro: el coeficiente de captura por unidad de área o probabilidad de captura superficial para la i-ésima subbanda.

Todos estos elementos nos permitieron obtener una expresión completa y precisa de
Conclusiones

los tiempos de captura y emisión desde una subbanda.

Se ha empleado un simulador de la estructura bajo estudio para evaluar las funciones de onda envolventes, la energía de cada subbanda, la energía de Coulomb y el potencial superficial. Con los datos así obtenidos se evaluaron las expresiones teóricas desarrolladas y los resultados se compararon con datos experimentales para la obtención de parámetros fundamentales de las trampas.

Para ello se llevó a cabo una doble comparación con tiempos de captura y emisión experimentales en función de la temperatura y la tensión de puerta que nos permitió determinar el nivel energético de la trampa, su profundidad y el factor de Huang-Rhys. La profundidad de la trampa en el interior del óxido se obtuvo mediante el ajuste de la pendiente del cociente de los tiempos con la tensión de puerta y la posición energética de la trampa se determinó a partir del punto en el que los tiempos de captura y emisión coinciden. Se detectó que las discrepancias con los valores estimados por otros autores deben a omisiones de alguno de los términos empleados en nuestro análisis.

Posteriormente se ha utilizado el desarrollo teórico para el análisis de diferentes aspectos. Se comprobó que el aumento de la profundidad de la trampa en el interior del óxido hace crecer la pendiente con la que varían los tiempos de captura y emisión frente a la tensión de puerta. También se demostró la necesidad de incluir la contribución de la energía de Coulomb y el elemento de matriz de transición para comprender el comportamiento de las constantes de tiempo en diferentes regiones de operación.

Finalmente se ha comprobado que las subbandas que intervienen en mayor porcentaje en este proceso son la fundamental y la primera excitada. De la comparación con datos experimentales pueden atribuirse transiciones a cualesquiera de ellas sin más que variar ligeramente el factor de Huang-Rhys, demostrando de esta manera que la elección de una de estas subbandas no es crucial para conseguir un buen ajuste y que los resultados medidos en el laboratorio proceden de un promedio entre las probabilidades de ambas subbandas.
APÉNDICE I

MÉTODOS MATEMÁTICOS DE TRATAMIENTO DE LAS FLUCTUACIONES

AI.1.- PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Para definir una variable estocástica hay que tener en cuenta los siguientes aspectos:

i) el conjunto de valores que puede tomar la variable,

ii) la distribución de probabilidad sobre dicho conjunto.

El espacio de la muestra puede ser discreto (el número de electrones en la banda de
conducción de un semiconductor) o continuo (la velocidad de un portador en el canal de conducción de un dispositivo electrónico). Se representa por $\Omega$ al conjunto que incluye todos los posibles sucesos y por $\emptyset$ al conjunto vacío. La distribución de probabilidad, $P$, necesaria en la definición de proceso estocástico debe satisfacer los siguientes axiomas

i) $P(A) \geq 0$ Para cualquier subconjunto $A$ de $\Omega$.

ii) $P(\Omega) = 1$.

iii) Si $A_i$ ($i=1,2,3,\ldots$) es una colección contable (no tiene porque ser finita) de conjuntos no solapados, es decir, $A_i \cap A_j = \emptyset$ siempre que $i \neq j$, entonces $P(\bigcup A_i) = \sum P(A_i)$.

Estos son los axiomas necesarios en la definición de la distribución de probabilidad. Partiendo de estos postulados se deduce inmediatamente que

iv) Si $A^*$ es el conjunto complementario de $A$ se cumple $P(A^*) = 1 - P(A)$.

v) $P(\emptyset) = 0$.

Normalmente se utilizan letras mayúsculas, $X$, para hacer referencia a variables aleatorias y las letras minúsculas, $x$, denotan su valor. Para una variable aleatoria continua $X$, se cumple que la probabilidad de que dicha variable tome un valor entre $x$ y $x + dx$ se expresa como $P(x)dx$. Una vez que una variable estocástica $X$ ha sido definida, se deducen de ella un número infinito de variables estocásticas, $Y$, sin más que considerar las posibles funciones de $X$. En particular todas aquellas funciones de dos variables, una de las cuales es el tiempo $t$, y la otra una variable estocástica $X$, se conocen como procesos estocásticos.

$$Y(t) = f(X,t) \quad (A1.1)$$

¿Por qué se hace necesario el concepto de proceso estocástico en física?. La respuesta es que existen muchos fenómenos que dependen del tiempo de una manera extremadamente compleja, impidiendo cualquier tipo de cálculo. No obstante, estos procesos poseen determinadas características promedio que pueden ser observadas y obedecen leyes simples. Como ejemplo podemos citar la corriente que circula a través de un circuito que contiene diferentes tipos de dispositivos electrónicos. La medida para cada instante de esta magnitud
proporciona valores diferentes, sin embargo elevando al cuadrado y promediando en intervalos temporales suficientemente largos se obtiene una magnitud que se puede relacionar fácilmente a otras cantidades físicas.

A partir de la definición de una cierta densidad de probabilidad \( P_X(x) \) de la variable estocástica \( X \), podemos definir un valor medio para cualquier otra función \( Y(t) \) como

\[
<Y(t)> = \int Y_x(t) P_X(x) dx.
\]  

(A1.2)

De modo más general podemos tomar \( n \) valores \( t_1, t_2, \ldots, t_n \) para la variable temporal y formar el momento de orden \( n \) como

\[
<Y(t_1)Y(t_2)\ldots Y(t_n)> = \int Y_x(t_1)Y_x(t_2)\ldots Y_x(t_n) P_X(x) dx.
\]  

(A1.3)

De gran interés para nosotros será la función de auto-correlación definida según

\[
C(t_1, t_2) = <[Y(t_1) - <Y(t_1)>][Y(t_2) - <Y(t_2)>]> = <Y(t_1)Y(t_2)> - <Y(t_1)><Y(t_2)>. 
\]  

(A1.4)

Esta función \( C(t_1, t_2) \), nos da idea de la rapidez con que un sistema vuelve al equilibrio después de producirse una fluctuación. En el caso \( t_1 = t_2 \) la función de auto-correlación se reduce a la varianza dependiente del tiempo \( <Y(t)^2> = \sigma^2(t) \).

Un proceso estocástico se dice que es estacionario cuando sus diferentes momentos no se ven afectados por un desplazamiento temporal, es decir,

\[
<Y(t_1 + \tau)Y(t_2 + \tau)\ldots Y(t_n + \tau)> = <Y(t_1)Y(t_2)\ldots Y(t_n)> 
\]  

(A1.5)

para todo \( n \), todo \( \tau \) y cualesquiera valores de \( t_1, t_2, \ldots, t_n \). Para este tipo de procesos se cumple que \( <Y> \) es independiente del tiempo y suele ser habitual restar esta constante de la variable \( Y(t) \) y así trabajar con procesos de media nula \( (Y(t) - <Y>) \). La función de auto-correlación
Apéndice - 1

C(t₁, t₂) de un proceso estacionario depende sólo de la diferencia temporal \(|t₁ - t₂|\). A menudo existe una constante \(τ_c\) tal que \(C(t₁, t₂)\) es cero o despreciable para \(|t₁ - t₂| > τ_c\). En ese caso \(τ_c\) es conocida como el tiempo de autocorrelación. La función estocástica \(Y(t)\) puede estar compuesta de diferentes componentes \(Y_j(t)\) (j = 1, 2, ..., n), en cuyo caso es conveniente escribir dichas magnitudes en forma vectorial \(Y(t)\). La función de auto-correlación en este caso se reemplaza por la matriz de correlación

\[
C_ψ(t₁, t₂) = \langle Y(t₁), Y(t₂) \rangle
\]  \hspace{1cm} (A1.6)

Los elementos de la diagonal representan auto-correlaciones, mientras que los elementos fuera de la diagonal son correlaciones cruzadas. En caso de procesos estacionarios de media cero esta expresión se reduce a

\[
C_ψ(τ) = \langle Y(t)Y(t+τ) \rangle = \langle Y(0)Y(τ) \rangle
\]  \hspace{1cm} (A1.7)

Para procesos estacionarios se cumple que

\[
C_ψ(τ) = C_ψ(−τ)
\]  \hspace{1cm} (A1.8)

A1.2.- PROCESOS DE MARKOV

En el conjunto de todos los posibles procesos estocásticos que pueden producirse en la naturaleza existe una subclase que posee la propiedad de Markov. Puede afirmarse que este tipo de procesos son los más importantes en física.

Antes de definir este tipo de procesos necesitamos presentar unos conceptos previos. En primer lugar la función \(P_n(y₁, t₁; y₂, t₂; ...; y_n, t_n)\) representa la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado \(y₁\) en el instante temporal \(t₁\), en el estado \(y₂\) en un instante posterior...
Apéndice - I

t_2, (t_2 > t_1), y así sucesivamente hasta adquirir un valor y_n en el instante t_n, (t_n > t_{n-1} > \ldots > t_2 > t_1).

Por otra parte la función P_{1|n-1}(y_{n}, t_n | y_1, t_1; \ldots; y_{n-1}, t_{n-1}) se conoce como probabilidad de transición y representa la probabilidad condicionada de que un sistema que en los instantes temporales t_1, t_2, \ldots, t_{n-1} pasó por los estados y_1, y_2, \ldots, y_{n-1} respectivamente, adquiera en un instante t_n posterior (t_n > t_{n-1} > \ldots > t_2 > t_1) el valor y_n.

Con estos conceptos se puede definir un proceso de Markov como aquel proceso estocástico para el cual se cumple que para cualquier conjunto de n instantes temporales sucesivos (t_1 < t_2 < \ldots t_n) se tiene que

\[ P_{1|n-1}(y_{n}, t_n | y_1, t_1; \ldots; y_{n-1}, t_{n-1}) = P_{1|1}(y_{n}, t_n | y_{n-1}, t_{n-1}) \]  \hspace{1cm} (A1.9)

La igualdad (A1.9) nos indica que la densidad de probabilidad condicional en el instante t_n, conocido su valor y_{n-1} en t_{n-1}, está determinada de modo único y no se ve afectada por el conocimiento de los valores en instantes anteriores.

Como ejemplo de proceso de Markov podemos citar aquel en el cual una determinada magnitud sólo puede tomar dos valores diferentes y conmuta de uno a otro con una cierta probabilidad por unidad de tiempo. Esta situación es precisamente la que tiene lugar en un dispositivo electrónico donde existe una única trampa que puede capturar y emitir portadores. El cambio en el estado de ocupación del centro se traducirá en una variación entre dos niveles discretos de la corriente del mismo tipo que se trató en el apartado I.2. del primer capítulo.

Un proceso de Markov está totalmente determinado por dos funciones P_i(y_i, t_i) y P_{1|1}(y_2, t_2 | y_1, t_1) por lo que el valor de dicha probabilidad para cualquier otro instante de tiempo posterior puede reconstruirse a partir de ellos. Por ejemplo, podemos tomar tres instantes temporales t_1 < t_2 < t_3 y haciendo uso de (A1.9) escribir

\[ P_3(y_{1}, t_1; y_2, t_2; y_3, t_3) = P_1(y_{1}, t_1) P_{1|1}(y_2, t_2 | y_1, t_1) P_{1|1}(y_3, t_3 | y_2, t_2) \]  \hspace{1cm} (A1.10)

Continuando este algoritmo podremos encontrar sucesivamente todas las funciones P_n. Esta propiedad hace que los procesos de Markov sean fácilmente tratables y por tanto útiles.
para un gran número de aplicaciones.

Si integramos la expresión (A1.10) en \( y_2 \) obtenemos para \( t_1 < t_2 < t_3 \)

\[
P_2(y_1,t_1;y_3,t_2) = P_1(y_1,t_1) \int P_{1\mid1}(y_2,t_2 \mid y_1,t_1) P_{1\mid1}(y_3,t_2 \mid y_2,t_2) dy_2 .
\] (A1.11)

Dividiendo ambos miembros por \( P_1(y_1,t_1) \), se llega a

\[
P_{1\mid1}(y_3,t_2 \mid y_1,t_1) = \int P_{1\mid1}(y_3,t_2 \mid y_2,t_2) P_{1\mid1}(y_2,t_2 \mid y_1,t_1) dy_2 .
\] (A1.12)

La expresión (A1.12) es conocida como la ecuación de Chapman-Kolmogorov o ecuación de Smoluchowski. Esta ecuación expresa una identidad que debe ser cumplida por la probabilidad de transición de cualquier proceso de Markov. La ordenación temporal es esencial en estos casos de tal modo que debe cumplirse que \( t_2 \) se encuentra entre \( t_1 \) y \( t_3 \). Esta expresión es generalizable de un modo inmediato para aquellos casos en los cuales y representa a un vector de \( r \) componentes, o cuando y es una variable discreta de modo que la integral se transforma en una suma.

Como ya hemos señalado, un proceso de Markov está totalmente determinado por \( P_1 \) y \( P_{1\mid1} \). Por otra parte, estas dos funciones no pueden ser elegidas arbitrariamente, deben cumplir las siguientes identidades:

i) la ecuación de Chapman-Kolmogorov, y

ii) la siguiente relación

\[
P_1(y_2,t_2) = \int P_{1\mid1}(y_2,t_2 \mid y_1,t_1) P_1(y_1,t_1) dy_1 .
\] (A1.13)

Recíprocamente, cualesquiera dos funciones no-negativas \( P_1 \) y \( P_{1\mid1} \) que obedezcan las condiciones i) y ii) definen de modo único un proceso de Markov. Aquellos procesos estocásticos que simultáneamente son de Markov y estacionarios son de gran interés, especialmente en la descripción de fluctuaciones de sistemas físicos en equilibrio. Para procesos de Markov estacionarios la probabilidad de transición \( P_{1\mid1} \) no depende de instantes temporales escogidos, sino del intervalo temporal. En este caso podemos definir una notación
especial

\[ T_\tau(y_2|y_1) = P_{1|1}(y_2|y_1, \tau_1) \quad \text{donde} \quad \tau = \tau_2 - \tau_1 \]  
(A1.14)

La ecuación de Chapman-Kolmogorov se transforma entonces en

\[ T_{\tau',\tau}(y_2|y_1) = \int T_{\tau}(y_3|y_2)T_{\tau'}(y_2|y_1)dy_2 \quad (\tau, \tau' > 0) \]  
(A1.15)

Consideremos un proceso de Markov estacionario. Para dicho proceso, la ecuación de Chapman-Kolmogorov (A1.15) se convierte en una relación funcional para \( T_\tau \). Sin embargo cuando se trata de aplicar para casos concretos se comprueba que su manejo no es, en absoluto, sencillo. La ecuación maestra es una versión más conveniente de la misma ecuación. Se trata de una ecuación diferencial obtenida haciendo tender a cero la diferencia temporal \( \tau \). Para conseguir nuestro propósito es necesario primero conocer el comportamiento de \( T_\tau \), cuando \( \tau \) tiende a cero. \( T_\tau(y_2|y_1) \) para valores pequeños de \( \tau' \) adopta la siguiente forma

\[ T_\tau(y_2|y_1) = (1-a_0(\tau'))\delta(y_2-y_1) + \tau' W(y_2|y_1) + \theta(\tau') \]  
(A1.16)

donde \( W(y_2|y_1) \) es la probabilidad de transición por unidad de tiempo desde el estado \( y_1 \) al \( y_2 \) y \( \theta(\tau') \) representa un término no especificado con la propiedad de que \( \theta(\tau')/\tau' \) tiende a cero cuando \( \tau' \to 0 \). Por tanto

\[ W(y_2|y_1) \geq 0 \]  
(A1.17)
y el coeficiente \( a_0(y_1) \) se define como

\[ a_0(y_1) = \int W(y_2|y_1)dy_2 \]  
(A1.18)

A partir de esta definición se puede concluir que el término (1-\( a_0(\tau') \)) representa la probabilidad de que no se produzca una transición desde el estado \( y_2 \) hacia otro cualquiera en
un intervalo de tiempo $\tau'$. A continuación, se sustituye la expresión (A1.16) en la ecuación de Chapman-Kolmogorov (A1.15) para obtener

$$
T_{\tau'\tau}(y_3|y_1) = [1 - a_0(y_3)\tau']T_\tau(y_3|y_1) + \tau' \int W(y_3|y_2)T_\tau(y_2|y_1)dy_2 .
$$  \hspace{1cm} (A1.19)

Primero se divide por $\tau'$ y a continuación se aplica el límite $\tau'\to 0$. Si además se hace uso de la expresión (A1.18) podremos llegar finalmente a

$$
\frac{\partial}{\partial \tau} T_\tau(y_3|y_1) = \int [W(y_3|y_2)T_\tau(y_2|y_1) - W(y_2|y_3)T_\tau(y_3|y_1)]dy_2 .
$$  \hspace{1cm} (A1.20)

Esta versión diferencial de la ecuación de Chapman-Kolmogorov, válida para la probabilidad de transición de cualquier proceso de Markov estacionario, se conoce como ecuación maestra. Podemos reescribir esta ecuación de modo que sea más sencilla e intuitiva. Para ello primero debemos notar que $T(y_2|y_1)$ es lo mismo que la función de distribución $P_t(y_2)$ determinada por el valor inicial $y_1$. De este modo podemos reescribir dicha ecuación como

$$
\frac{\partial P(y,t)}{\partial t} = \int [W(y|y')P(y',t) - W(y'|y)P(y,t)]dy' ,
$$  \hspace{1cm} (A1.21)

que es la forma más usual en la que se presenta dicha ecuación.

Si la variable estocástica $Y$ toma valores sobre un conjunto discreto de estados que pueden etiquetarse como $n$, la ecuación maestra toma la forma

$$
\frac{dp_n(t)}{dt} = \sum_{n'} [W_{nn'}p_{n'}(t) - W_{n'n}p_n(t)] .
$$  \hspace{1cm} (A1.22)

En esta expresión puede apreciarse con claridad como la ecuación maestra es una
ecuación de ganancias y pérdidas para la probabilidad de cada estado \( n \). El primer miembro de la sumatoria representa las ganancias debidas a las transiciones desde cualquier estado \( n' \) hasta el estado \( n \) considerado y el segundo término representa las pérdidas debidas a las transiciones hacia otros estados. Recuerden que \( W_{nn} \leq 0 \) para \( n' \neq n \) y que el término con \( n' = n \) puede ser omitido de la suma.

De todo lo anteriormente expuesto puede concluirse que la ecuación maestra es una formulación equivalente de la ecuación de Chapman-Kolmogorov aunque mucho más sencilla de tratar desde un punto de vista matemático y además posee un interpretación física directa. Así por ejemplo, las cantidades \( W(y | y') \Delta t \) o \( W_{nn} \Delta t \) representan las probabilidades de transición durante el intervalo temporal \( \Delta t \). Estas probabilidades pueden ser calculadas a partir de un conocimiento profundo del sistema físico bajo estudio. Una de las expresiones más utilizadas es la regla de oro de Fermi, cuya formulación procede de la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo

\[
W_{nn} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{nn}|^2 \rho(E_n),
\]

(A1.23)

(\( n, n' \) representan los autoestados del sistema sin perturbar, \( H_{nn} \) es el elemento de matriz del término perturbativo del Hamiltoniano del sistema y \( \rho(E_n) \) es la densidad de estados no perturbados).

Esta interpretación de la ecuación maestra le proporciona un papel diferente al de la ecuación de Chapman-Kolmogorov. Esta última es una ecuación no-lineal que tan sólo expresa el carácter markoviano del proceso considerado pero no contiene información específica acerca de dicho proceso. Por el contrario en la ecuación maestra las probabilidades de transición consideradas son específicas del sistema y de ella obtenemos una ecuación lineal para las probabilidades que nos permite determinar el estado del sistema.
Apéndice - I

A1.3.- ECUACIÓN DE LANGEVIN

El ejemplo más antiguo y mejor conocido de procesos de Markov en física es el movimiento Browniano. Con tal nombre se denominó al movimiento de una partícula macroscópica suficientemente pequeña inmersa en un fluido compuesto por moléculas ligeras que colisionan con la partícula de manera totalmente aleatoria. Como consecuencia de estos choques, la velocidad de la partícula, mucho más pesada que las moléculas que la rodean, fluctúa rápidamente. Otra situación análoga es la que se presenta en un conductor por el que circula una corriente I. La interacción de los electrones con los átomos del conductor da lugar a una fluctuación de la corriente medida. Este tipo de procesos puede estudiarse haciendo uso de la teoría que sobre procesos de Markov acabamos de presentar. No obstante, un tratamiento alternativo al movimiento Browiano fue establecido por Langevin [Langevin P., 1928]. La amplia utilización que de este método se ha hecho desde su formulación original han convertido este tratamiento en uno de los más importantes a la hora de trabajar con procesos estocásticos.

La partícula inmersa en el fluido obedece la siguiente ecuación del movimiento

\[ \frac{\partial V}{\partial t} = -\gamma V + L(t) \quad , \]  

(A1.24)

donde V representa la velocidad de la partícula. El miembro derecho es la fuerza ejercida por el fluido sobre la partícula. En relación a este término se pueden hacer tres suposiciones físicamente plausibles

i) Esta fuerza consiste de un término lineal en V, la fuerza de rozamiento, más un término L(t) independiente del estado de la partícula.

ii) La fuerza de rozamiento también es la fuerza media que actúa, de modo que

\[ <L(t)> = 0 \quad . \]  

(A1.25)

iii) La fuerza L(t) se supone que varía rápidamente en el tiempo. Esta propiedad puede expresarse como
<L(t)L(t')>=\Gamma \delta(t-t') \quad , \quad (A1.26)

donde \Gamma es una constante. La expresión (A1.26) indica que las colisiones son instantáneas y que las sucesivas colisiones no poseen ningún tipo de correlación.


**A1.4- ANÁLISIS ESPECTRAL DE LAS FLUCTUACIONES**

En el estudio de procesos estocásticos es conveniente utilizar las componentes en frecuencia de las variables obtenidas mediante el análisis de Fourier. Esta transformación nos permitirá trabajar con las amplitudes y fases de funciones sencillas evitando así el tener que tratar con una función dependiente del tiempo x(t) que puede llegar a ser extraordinariamente compleja.

Para iniciar nuestro análisis en frecuencia comenzaremos recordando la propiedad de ortogonalidad que satsface la función exponencial compleja

\[
\delta(t-t')=\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t-t')}d\omega \quad , \quad (A1.27)
\]

donde \delta(t-t') es la función delta de Dirac. De las propiedades conocidas de la función delta podremos escribir cualquier función x(t) de la forma
Apéndice - I

\[ x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \delta(t-t') dt' \]

\[ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{j\omega(t-t')} d\omega \]  \hspace{1cm} (A1.28)

Esa misma expresión (A1.28) puede escribirse como

\[ x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \]  \hspace{1cm} (A1.29)

donde la función \( X(\omega) \) se define según

\[ X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{-j\omega t'} dt' \]  \hspace{1cm} (A1.30)

La relación (A1.29) es la representación de la función \( x(t) \) en términos de una superposición de funciones exponenciales complejas de diferentes frecuencias \( \omega \) y amplitudes \( X(\omega) \). Si la función \( x(t) \) es real se cumple que \( X^*(\omega) = X(-\omega) \).

Es posible encontrar otras definiciones de la transformada de Fourier que difieren en los valores de las constantes y en el uso de los complejos conjugados de las integrales aquí expresadas.

Haciendo uso de la suposición de ergodicidad del proceso tendremos que los resultados de llevar a cabo un promedio temporal o un promedio de conjunto son idénticos. Por tanto, en adelante hablaremos de promedio temporal representado por el símbolo < >, del mismo modo que podríamos hacerlo del promedio de conjunto.

La aplicación de la transformada de Fourier al análisis de magnitudes que aparecen en un proceso aleatorio tiene forma de teorema y se conoce como teorema de Wiener-Khintchine. En él se establece una relación entre el espectro de potencia y la función de
correlación del proceso. Supongamos un proceso aleatorio \( x(t) \) definido en un intervalo temporal \( 0 < t < T \) que se desarrolla en serie de Fourier como

\[
x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t)] ,
\]

(A1.31)

donde \( f_n = n/T \). Supondremos que el proceso es de media nula, es decir, \( <x(t)> = 0 \). Debido a que el valor medio es nulo, no hay término constante en la serie de Fourier. Los coeficientes, \( a_n \) y \( b_n \), son funciones variables con el tiempo y medidas de los mismos durante diferentes intervalos de duración \( T \) proporcionarían valores diferentes de los mismos. En muchos procesos aleatorios los coeficientes \( a_n \) y \( b_n \) siguen una distribución gaussiana. Cuando este requisito se cumple se dice que el proceso \( x(t) \) es un proceso aleatorio gaussiano.

Consideraremos que \( x(t) \) es una corriente eléctrica circulando a través de una resistencia unidad. La potencia instantánea disipada es \( x^2(t) \) y cada una de las componentes de Fourier del proceso contribuirá a la potencia total disipada. Así por ejemplo, la potencia disipada por la componente \( n \)-ésima sería

\[
P_n = [a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t)]^2 .
\]

(A1.32)

No consideramos los términos formados por los productos cruzados de la forma

\[
[a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t)] \times [a_m \cos(2\pi f_m t) + b_m \sin(2\pi f_m t)] ,
\]

(A1.33)

puesto que el promedio temporal para aquellos casos en los que \( n \neq m \) se anula. Si además se tiene en cuenta que

\[
<\cos^2(2\pi f_n t)> = \frac{1}{2} ; \quad <\sin^2(2\pi f_n t)> = \frac{1}{2} ;
\]

(A1.34)

\[
<\cos(2\pi f_n t)\sin(2\pi f_n t)> = 0 ,
\]

podremos calcular la potencia media disipada por la componente \( n \)-ésima de frecuencia como
\[ <P_n> = \frac{1}{2} <a_n^2 + b_n^2> \quad . \quad (A1.35) \]

Para el proceso aleatorio analizado tendremos que
\[ <a_n> = 0 \ ; \quad <b_n> = 0 \ ; \quad <a_n b_m> = 0 \]
\[ <a_n a_m> = <b_n b_m> = \sigma_n^2 \delta_{nm} \quad , \quad (A1.36) \]

donde para un proceso aleatorio gaussiano \( \sigma_n \) representa la desviación estándar y \( \sigma_n^2 \) su varianza. Teniendo en cuenta los resultados (A1.35) y (A1.36) podemos calcular la potencia media disipada por la componente de Fourier n-ésima de \( x(t) \) como
\[ <P_n> = \sigma_n^2 . \quad (A1.37) \]

Se define el espectro de potencia o la densidad espectral \( S(f) \) de un proceso aleatorio como la potencia media disipada en una resistencia unidad por unidad de ancho de banda. Debemos tener claro que aunque continuamente se hace uso del término espectro de potencia, en realidad no se siempre se está haciendo referencia al concepto de potencia en su sentido literal sino que tal vez se hace mención a una magnitud relacionada con la potencia.

Si se selecciona un ancho de banda \( \Delta f_n \) igual a la separación entre dos frecuencias adyacentes
\[ \Delta f_n = f_{n+1} - f_n = \frac{n+1}{T} - \frac{n}{T} = \frac{1}{T} \quad , \quad (A1.38) \]
tendremos que
\[ S(f_n) \Delta f_n = <P_n> = \sigma_n^2 . \quad (A1.39) \]

Haciendo uso de las expresiones (A1.31), (A1.34) y (A1.36) podemos escribir
\[ <x^2(t)> = \sum_n \sigma_n^2 \]  
\[ \text{(A1.40)} \]

A continuación de (A1.39) tenemos que

\[ <x^2(t)> = \sum_n S(f_n) \Delta f_n = \int S(f) df \]  
\[ \text{(A1.41)} \]

La integral del espectro de potencia sobre todas las frecuencias representa la potencia promedio total.

Consideremos ahora la función de autocorrelación del proceso aleatorio \( x(t) \) donde el promedio se realiza sobre el tiempo \( t \)

\[ C(\tau) = <x(t)x(t+\tau)> \]  
\[ \text{(A1.42)} \]

El contenido físico de esta función nos informa sobre la rapidez con la que el proceso aleatorio está cambiando. Sustituyendo \( x(t) \) por su desarrollo en serie de Fourier (A1.31) y aplicando los resultados presentes en (A1.34) y (A1.36) podemos escribir

\[ C(\tau) = <x(t)x(t+\tau)> = \frac{1}{2} \sum_n \left( a_n^2 + b_n^2 \right) \cos(2\pi f_n \tau) = \sum_n \sigma_n^2 \cos(2\pi f_n \tau) \]  
\[ \text{(A1.43)} \]

Utilizando (A1.39) se puede concluir que

\[ C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cos(2\pi ft) df \]  
\[ \text{(A1.44)} \]

De este modo se comprueba que la función de correlación es la transformada coseno del espectro de potencia. Haciendo uso de la transformación inversa se llega a

\[ S(f) = 4 \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) \cos(2\pi ft) d\tau \]  
\[ \text{(A1.45)} \]

Esta pareja de resultados, (A1.44) y (A1.45) constituyen el teorema de Wiener-
Khinchine. Existe otra definición alternativa del teorema de Wiener-Khintchine. Para ello partamos de la expresión de la función de autocorrelación

\[ C(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau)dt \]  \hspace{1cm} (A1.46) 

Supongamos que \( x(t) \) representa un proceso estocástico y desarrollamos \( x(t) \) en una integral de Fourier semejante a la expresión (A1.29)

\[ C(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} dt \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega')e^{i\omega'\tau}d\omega' \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega(\tau+\tau)}d\omega 
\]

\[ = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)X(\omega')e^{i\omega\tau}d\omega \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega+\omega')\tau}d\omega' 
\]

\[ = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)X(\omega')2\pi \delta(\omega + \omega')e^{i\omega\tau}d\omega' 
\]

\[ = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 e^{i\omega\tau}d\omega = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{\infty} |X(\omega)|^2 \cos(\omega \tau)d\omega \]  \hspace{1cm} (A1.47) 

Para alcanzar el resultado (A1.47) se ha hecho uso del resultado (A1.27) en la integración sobre \( t \) y que \( X(-\omega) = X^\ast(\omega) \). (A1.47) nos proporciona una nueva expresión de la función de autocorrelación. Si la comparamos con la ya conocida (A1.44) podemos deducir

\[ S(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2\pi}{T} |X(\omega)|^2 \]  \hspace{1cm} (A1.48) 

Esta relación proporciona una expresión de la densidad espectral \( S(\omega) \) en términos de
los coeficientes de Fourier $X(\omega)$ del sistema en estudio. También se demuestra explicitamente que $S(\omega)$ nunca puede ser negativa.

**A.1.5.- DENSIDAD ESPECTRAL DEL PROCESO GENERACIÓN-RECOMBINACIÓN**

Como ejemplo de aplicación de la ecuación de Langevin y del concepto de densidad espectral de las fluctuaciones vamos a estudiar el ruido generación-recombinación producido en una muestra semiconductora [Van der Ziel A., 1986]. El método Langevin parte de la ecuación diferencial macroscópica del sistema considerado a la que se añade un término $H(t)$ que describe las fluctuaciones que tienen lugar en el proceso. Aunque $H(t)$ es en principio desconocida, normalmente es posible obtener suficiente información estadística del problema como para poder calcular la densidad espectral de las fluctuaciones.

En la situación considerada podemos escribir

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\frac{\Delta N}{\tau} + H(t) \quad , \quad (A1.49)$$

donde $\Delta N$ es la fluctuación del número de portadores, $H(t)$ es un término de ruido aleatorio y $\tau$ es el tiempo de vida medio de los portadores en exceso. Para $0 \leq t \leq T$ podemos desarrollar en serie de Fourier

$$H(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{j\omega_n t} \quad \Delta N = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n e^{j\omega_n t} \quad , \quad (A1.50)$$

donde $\omega_n = 2\pi n/T$ con $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Sustituyendo (A1.50) en (A1.49) y ordenando los diferentes términos resultantes llegamos a que

$$\beta_n = \frac{\tau}{1+j\omega_n \tau} \alpha_n \quad , \quad (A1.51)$$

Puesto que la densidad espectral de una determinada magnitud se puede escribir como
Apéndice - I

función de sus coeficientes de Fourier según (A1.50) y debido a que $H(t)$ es una fuente de ruido blanco, es decir, $S_H(f) = S_H(0)$ es posible escribir

$$S_N(\omega) = \frac{\tau^2}{1 + (\omega \tau)^2} S_H(0)$$  \hspace{1cm} (A1.52)

Además, si utilizamos la siguiente relación

$$\overline{\Delta N^2} = \int_0^\infty S_N(f) df = S_H(0) \tau \int_0^\infty \frac{\tau}{1 + (\omega \tau)^2} df = \frac{S_H(0) \tau}{4}$$  \hspace{1cm} (A1.53)

finalmente se concluye que la densidad espectral del proceso generación-recombinación es

$$S_N(\omega) = \frac{4\overline{\Delta N^2}}{1 + (\omega \tau)^2} \tau$$  \hspace{1cm} (A1.54)

Los valores de la varianza $\overline{\Delta N^2}$ y de la constante de tiempo $\tau$ dependen de las características propias del proceso bajo estudio.
Apéndice II

CLASIFICACIÓN DE LAS TRAMPAS PRESENTES EN LA ESTRUCTURA Si-SiO₂

En el sistema formado por el silicio y el dióxido de silicio es posible encontrar distintos tipos cargas. Atendiendo a diferentes criterios estas cargas podrán clasificarse de un modo u otro. El primer esquema de clasificación utilizado obedece a la dependencia del estado de carga de la trampa, es decir, del tiempo de captura y emisión con la densidad de portadores en el canal.
Apéndice - II

En primer lugar encontramos aquellas trampas eléctricamente neutras cuando están vacías y repulsivamente cargadas cuando un portador del canal es atrapado. Dentro de esta categoría podemos encontrar a las trampas aceptadoras presentes en transistores MOS de canal N que serán objeto de estudio en nuestro trabajo. El tiempo de emisión es prácticamente independiente de la densidad de portadores en el canal, \( N_t \), mientras que el tiempo de captura disminuye rápidamente cuando \( N_t \) crece. El comportamiento de este tipo de trampas es objeto de estudio en el capítulo IV de la presente memoria.

También aparecen trampas cuyo estado de carga es atractivo, positivo para electrones y negativo para huecos, cuando están desocupados, de modo que la captura de un portador móvil las convierten en trampas neutras. En este grupo podemos encontrar a las impurezas donadoras en dispositivos MOSFET de canal N. El tiempo de captura comienza disminuyendo cuando la densidad de portadores en el canal se reduce pero invierte esta tendencia y aumenta para valores altos de \( N_t \). Este mínimo no es siempre observable. Por otra parte, el tiempo de emisión crece monótonamente cuando \( N_t \) aumenta. Este tipo de trampas se observa con frecuencia aunque no se encuentra presente tan a menudo como las trampas neutras.

Por último podemos comentar la existencia de un tercer grupo denominado trampas bistables, descritas recientemente [Shulz M., 1991]. El carácter bistable se observa de un modo más frecuente a bajas temperaturas y preferiblemente después de someter al dispositivo a una fuerte degradación. Este tipo de trampa se observa raras veces.

Resumiendo, podemos concluir que el primer grupo, al que se denomina trampas neutras, es dominante y aparece con mayor frecuencia que el resto. Este hecho ha motivado que nos centremos exclusivamente en este grupo.

Un segundo esquema de catalogación ampliamente utilizado atiende a la procedencia de las cargas en el óxido. En la figura AII-1 se muestra una estructura metal-óxido-semiconductor donde aparecen indicados los diferentes tipos de cargas que se pueden encontrar según la clasificación que a continuación vamos a comentar [Sze S., 1981],

214
[Nicollian E.H., 1982]:

Figura AII-1: Terminología utilizada para las cargas asociadas a la estructura Metal-Óxido-Semiconductor [Sze S. 1981].

i) Cargas atrapadas en la interfase $Q_n$. Tienen su origen en las trampas localizadas en la interfase Si-SiO$_2$ con niveles energéticos situados en la banda prohibida del silicio. Pueden intercambiar electrones con la banda de conducción y huecos con la banda de valencia. Las transiciones desde estos estados se caracterizan por su rapidez en comparación con otros tipos de transiciones. Hoy en día, para muestras de óxido crecidos térmicamente sobre silicio, es posible conseguir una densidad pequeña de estados en la interfase, inferiores a $10^{10}\text{cm}^{-2}\text{eV}^{-1}$. Aquellas dispositivos sometidos a fuertes dosis de radiación pueden aumentar esta concentración.

ii) Cargas fijas en el óxido, $Q_f$. Se trata de una lámina de carga positiva localizada en una región muy estrecha (1-2 nm) en el interior del óxido y se localizan en la región de transición desde el semiconductor al óxido. Esta carga no altera su posición cuando se producen cambios apreciables del campo eléctrico aplicado.

iii) Cargas atrapadas en el óxido, $Q_a$. El origen de esta carga se asocia con defectos del SiO$_2$ creados por impurezas y enlaces rotos. Estas trampas se cargan por la acción de
rayos X que crean pares electrón-hueco o por la inyección de portadores calientes.

iv) Cargas iónicas móviles, \( Q_m \). Tiene su origen en la presencia de iones de metales alcalinos ionizados, tales como sodio y potasio. Gracias a las mejoras tecnológicas, su concentración es tan reducida que normalmente no se tiene en cuenta su presencia.

La anterior distinción en cuatro tipos de la carga presente en el sistema Si-SiO\(_2\) se remonta al año 1979 cuando un comité de expertos se reunió para intentar distinguir y clarificar los resultados hasta entonces conocidos [Deal B.E., 1980]. Sin embargo, recientemente se ha propuesto actualizar esta nomenclatura en un intento de evitar la confusión que se produce al asignar una localización espacial a cada tipo de defecto. Esta confusión es especialmente importante en la bibliografía dedicada al ruido 1/f cuando se pretende clasificar el origen de las cargas que provocan fluctuaciones en la corriente y/o tensión. Para tratar de eludir estos problemas se han definido las "trampas de borde" como aquellas suficientemente próximas a la interfase semiconductor-aislante para poder comunicarse con los portadores móviles presentes en el silicio [Fleetwood D.M., 1992]. Esta nueva nomenclatura distingue entre trampas en la interfase, en el borde y en el óxido. Estas últimas incluyen a aquellas que no se comunican con el semiconductor. Evidentemente no es en absoluto sencillo trazar una línea que permita una distinción clara y definida entre trampas en la interfase, en el borde y en el óxido. Una solución a este problema se puede obtener a partir de los resultados obtenidos en los estudios de tunel electrónico en la barrera formada por el silicio y su óxido entre los portadores del semiconductor y las trampas en el aislante. De estos trabajos se puede afirmar que aquellas trampas situadas a una distancia inferior a los 3 nm de las interfases Si-SiO\(_2\) y puerta-SiO\(_2\) pueden considerarse como trampas de borde. Este resultado nos llevaría inmediatamente a concluir que para óxidos muy delgados, con un espesor inferior a 6 nm, todos los defectos podrían actuar como trampas de borde.

En la figura AII-2 se muestran los diferentes tipos de trampas existentes atendiendo a su posición en el interior de la estructura MOS.
Figura AII-2: Clasificación de los defectos presentes en estructuras MOS. Las trampas de borde se definen como aquellas situadas dentro de los primeros 3 nm del óxido y que puede intercambiar portadores con la puerta o el semiconductor [Fleetwood D.M., 1992].

En cualquier caso, las trampas analizadas en nuestro trabajo se encontrarán en la interfase o a una distancia suficientemente próxima a la misma para que pueda interaccionar con los electrones presentes en la lámina de inversión. De modo que se podrán considerar como cargas atrapadas en el óxido, atendiendo a la anterior clasificación, o trampas de borde según esta última. Independientemente del esquema empleado, todas estas cargas influirán en el comportamiento del dispositivo y modificarán parámetros tales como la tensión de banda plana y umbral, la transconductancia, la tensión de ruptura de la unión de drenador y la corriente de pérdidas en la unión de drenador. No obstante, nosotros sólo nos vamos a centrar en el efecto producido sobre las fluctuaciones de corriente.
BIBLIOGRAFÍA


Bibliografía


Gámiz F., 1994c, "Estudio y caracterización de la movilidad de electrones en transistores MOS por el método de Monte Carlo", Tesis doctoral, Universidad de Granada.


Ghailan Y., 1996, "Desarrollo de un simulador para transistores MOSFET de canal muy corto", Memoria de licenciatura, Universidad de Granada.


Bibliografía


Bibliografía


Bibliografía


Palma A., 1995, "Estudio de la captura térmica por defectos en Si y GaAs", Tesis Doctoral, Universidad de Granada.


Bibliografia


Roldán J.B., 1997c, "Simulación mediante el método de Monte-Carlo y modelado del transporte electrónico en transistores MOS de canal corto", Tesis doctoral, Universidad de Granada.


Bibliografía


